

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**PROJETO DE CONTROLADOR PREDITIVO: ABORDAGEM POLINOMIAL E NO
ESPAÇO DE ESTADOS**

MAURO GOMES DA SILVA

DM: 34/2018

PPGEE / ITEC / UFPA
Campus Universitário do Guamá
Belém - PA, Brasil
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MAURO GOMES DA SILVA

**PROJETO DE CONTROLADOR PREDITIVO: ABORDAGEM POLINOMIAL E NO
ESPAÇO DE ESTADOS**

DM: 34/2018

PPGEE / ITEC / UFPA
Campus Universitário do Guamá
Belém - PA, Brasil
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

MAURO GOMES DA SILVA

**PROJETO DE CONTROLADOR PREDITIVO: ABORDAGEM POLINOMIAL E NO
ESPAÇO DE ESTADOS**

Dissertação submetida à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia Elétrica.

PPGEE / ITEC / UFPA
Campus Universitário do Guamá
Belém - PA, Brasil
2018

DEDICATÓRIA

A minha família que pelo apoio e carinho, muito contribuíram para a realização de mais um sonho.

A meus segundos pais, Marcelo Miranda e Thatiane Borges e familiares por todo apoio e incentivo, em todos os momentos ao longo dessa jornada.

A namorada, Karoline de O. Corrêa, pela compreensão.

AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida e pela sabedoria em fazer as escolhas certas.

A meus pais, Francisco Nunes da Silva e Maria Madalena Gomes da Silva e irmãos que, pelo apoio e carinho, contribuíram para que mais um objetivo fosse alcançado.

Aos professores do Instituto Federal do Pará, Campus-Belém que contribuíram incessantemente para minha formação em especial, aos professores, Rejane Araújo, André Ferreira, Selma Cristina, Nonato Machado, Agesandro e Victor Hugo.

Ao professor, Carlos Tavares da Costa Júnior, meu orientador, por todo o apoio e incentivo para que este trabalho fosse concluído.

Ao meu coorientador, Antonio da Silva Silveira, por toda contribuição que foi de fundamental importância para a conclusão deste estudo.

Aos colegas do IFPA que, também, foram de extrema importância nessa jornada. E também aos colegas da UFPA que, pelo companheirismo e troca de experiências, muito contribuíram para a realização deste trabalho em especial ao Tarcísio C. F. Pinheiro.

A Fundação Amazônica de Amparo a Estudos e Pesquisa (FAPESPA) que pelo apoio e incentivo financeiro através do ICAAF 049/2016, contribuiu para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Nesta pesquisa, são investigados e implementados controladores preditivos do tipo (*Generalized Predictive Controller – GPC*) e (*Model Predictive Controller State Space – MPCSS*). O objetivo principal é proporcionar um estudo comparativo de desempenho e estabilidade dinâmica entre essas estruturas de controle, quando aplicados a processos com características dinâmicas distintas e com a presença de perturbação de carga na saída da planta e ruído. O estudo apresenta o projeto dos controladores GPC e MPCSS sem restrições, aplicado a sistemas monovariáveis, empregando o modelo do processo e a função custo na forma incremental. Para o projeto do controlador GPC é utilizado um modelo preditivo para prever a saída do processo ao longo de um horizonte de tempo com a saída sendo composta de sinais medidos das entradas/saídas passadas e do sinal de controle futuro. Já o projeto do MPCSS é desenvolvido no domínio de representação no espaço de estados, com realimentação de estados estimados usando um observador de estados empregando as equações do Filtro de Kalman. O controlador MPCSS tem sua estrutura herdada a partir do modelo de projeto, onde variáveis de estados com comportamento físico, contribuem para a obtenção de uma lei de controle por realimentação de estados estimados. Simulações numéricas são aplicadas para avaliar os projetos dos controladores apresentados.

Palavras-chave: Controlador preditivo generalizado. Controle preditivo de modelo. Controle *feedback*. Rastreamento de referência. Rejeição de perturbação de carga.

ABSTRACT

In this study, predictive controllers of the Generalized Predictive Controller (GPC) and MPCSS (Model Predictive Controller State Space). The main objective is to provide a comparative study of performance and dynamic stability between these control structures, when submitted to processes with distinct dynamic characteristics and in the presence of load disturbance at plant output and noise. The study presents the design of unconstrained GPC and MPCSS controllers, applied to monovariate systems, using the process model and the cost function incrementally. For the GPC controller design, a predictive model is used to predict the output of the process over a time horizon with the output being composed of measured signals of the past inputs-outputs and the future control signal. However, the MPCSS project is developed in the state space representation domain, with feedback of estimated states using a state observer using the Kalman Filter equations. The MPCSS controller has its inherited structure from the project model, where variables of states with physical behavior, enter into obtaining a law of control by feedback of estimated states. Numerical simulations are applied to evaluate the designs of the presented controllers.

Keywords: Generalized Predictive Controller. Model predictive control. Feedback control. Reference tracking. Load disturbance rejection.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Número aproximado de publicações do GPC. Fonte: ARAÚJO, 2017.	1
Figura 2	Horizonte de predição. Fonte: Elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.	10
Figura 3	Estrutura simplificada de implementação do MPC. Fonte: elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.	11
Figura 4	Diagrama de blocos do GPC. Fonte: Elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.	18
Figura 5	Diagrama de blocos do MPCSS com o observador. Fonte: Elaboração própria, adaptado de WANG, 2009.	25
Figura 6	Sistema <i>ball and beam</i> (LACOS). Fonte: Elaboração própria.	27
Figura 7	Resposta do Sistema em malha aberta. Fonte: Elaboração própria	29
Figura 8	Diagrama de Bode do modelo linear do <i>Ball and Beam</i> da Equação 4.32. Fonte: Elaboração própria.	30
Figura 9	Protótipo ArduRAJ (LACOS). Fonte: SILVEIRA, 2010.	30
Figura 10	Resposta ao degrau para o modelo linear do RAJ. Fonte: Elaboração própria	32
Figura 11	Diagrama de Bode do modelo linear do RAJ em (5.6). Fonte: Elaboração própria.	32
Figura 12	Resposta ao degrau do sistema em malha aberta. Fonte: Elaboração própria.	33
Figura 13	Diagrama de Bode do sistema (5.9) em malha aberta. Fonte: Elaboração própria.	34
Figura 14	Controladores GPC e MPCSS rastreando a saída do processo <i>Ball and Beam</i> .	39
Figura 15	Variáveis de estado real e estimada. Fonte: Elaboração própria.	39
Figura 16	Saída e controle do processo com os controladores GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	41
Figura 17	Variáveis de estado real e estimada. Fonte: Elaboração própria.	41
Figura 18	Sinais de saída e controle do <i>Ball and Beam</i> para o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	42
Figura 19	Resposta do <i>Ball and Beam</i> com o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria	43
Figura 20	Sinais de saída e controle do RAJ sob a ação do GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	45
Figura 21	Estados, real e estimado. Fonte: Elaboração própria.	46

Figura 22	Comportamento da saída e controle do RAJ com o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	47
Figura 23	Variáveis de estado, real e estimada. Fonte: Elaboração própria.	48
Figura 24	Ação dos controladores GPC e MPCSS sobre o processo RAJ. Fonte: Elaboração própria.	49
Figura 25	Sinais de saída e controle com GPC e MPCSS para o sistema. Fonte: Elaboração própria.	51
Figura 26	Resposta do sistema para o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	52
Figura 27	Resposta do sistema para o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Principais passos de projeto do controlador GPC.	18
Tabela 2	Principais passos do projeto do MPCSS.	26
Tabela 3	Parâmetros Físicos do Sistema <i>Ball and Beam</i> .	28
Tabela 4	Índices de desempenho - <i>Ball and Beam</i> .	41
Tabela 5	Índices de desempenho - <i>Ball and Beam</i> para degrau de 1.	43
Tabela 6	Índices de desempenho – Processo RAJ.	48
Tabela 7	Índices de desempenho – Processo RAJ para degrau de 1.	49
Tabela 8	Índices de desempenho – Processo de Fase Não-Mínima.	53
Tabela 9	Índices de desempenho – Processo de Fase Não-Mínima para degrau de 1.	53

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARE	Algebraic Riccati Equation
CARIMA	Controlled Auto-Regressive Integrating Moving Average
CARMA	Controller Auto-Regressive Moving-Average
DMC	Dynamic Matriz Control
EHAC	Extended Horizon Adaptive Control
FIR	Finite Impulse Response
GMV	Generalized Mınimum Variance
GMVSS	GMV no Espaço de Estados
GPC	Generalized Predictive Control
IAE	Integral Absolute Error
ITAE	Integral Time Absolute Error
ITSE	Integral Time Square Error
LACOS	Laboratório de Controle e Sistemas
LQG	Regulador Linear Quadrático
MAC	Model Algorithm Control
MBPC	Model-Based Predictive Control
MIMO	Multiple Inputs and Multiple Outputs
TVC	Total Variation Control
MV	Mınimum Variance
SISO	Single Input and Single Output
MPCSS	Model Predictive Controller State Space
MPHC	Model Predictive Heuristic Control
MQR	Mínimos Quadrados Recursivos
Offset-free	Erro nulo de regime permanente
PID	Proporcional Integral Derivativo
PFC	Predictive Functional Control
PPGEE	Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica
PWM	Pulse Width Modulation
RAJ	Robot Arm Joint
UFPA	Universidade Federal do Pará
ZOH	Zero Order Hold

LISTA DE SÍMBOLOS

N_y	Horizonte de predição
u	Sinal de controle aplicado ao processo
w	Trajetória de referência futura
y	Sinal de saída do processo
N_u	Horizonte de controle
A	Polinômio relacionados aos polos de malha aberta do processo
B	Polinômio relacionados aos zeros de malha aberta do processo
C	Polinômio da dinâmica do ruído
ξ	Sinal de ruído branco de média nula
Δ	Operador diferencial
T	Filtro do sinal de entrada
J	Função custo a ser otimizada
N_1	Horizonte de predição mínimo
ϕ	Valor de ponderação do erro futuro
λ	Valor de ponderação do sinal de controle
q	Operador deslocamento
\hat{y}	Saída preditiva
G, G'	Matrizes de controle
I	Matriz identidade
E_j, F_j	Polinômios da solução da equação de Diphantine
f	Vetor de informações conhecidas do processo (resposta livre)
∂	Derivada parcial
\tilde{g}	Vetor que contém informações da primeira linha da matriz de ganho do GPC
K_{GPC}	Matriz de ganho do controlador GPC
x	Estado real do processo
x_m	Vetor de estados reais do processo aumentado
A_m	Polinômio relacionado aos polos de malha aberta do processo aumentado
B_m	Polinômio relacionado aos zeros de malha aberta do processo aumentado
C_m	Matriz de saída do processo aumentada
y_m	Sinal de saída do processo aumentado
ΔU	Vetor de sinais de controle

Φ	Matriz de controle do processo
F	Vetor de controle do processo
y_r	Sinal de referência do processo
K_y	Matriz de elementos de referência
K_{mpcss}	Matriz de ganho de realimentação do controlador
\hat{x}	Estado estimado do processo
L_{obs}	Ganho do observador
\hat{y}	Saída estimada do processo
e_{obs}	Erro de estimação do estimador
P	Matriz de covariância
R	Elemento de sintonia do Filtro de Kalman
Q	Matriz de sintonia do Filtro de Kalman
θ_l	Ângulo do servo motor
L_{barra}	Comprimento da barra do processo <i>Ball and Beam</i>
r_b	Raio da bola do <i>Ball and Beam</i>
m_b	Massa da bola do <i>Ball and Beam</i>
J_b	Momento de inércia da bola do <i>Ball and Beam</i>
g	Aceleração da gravidade
ξ	Coefficiente de amortecimento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 JUSTIFICATIVA	2
1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	3
1.2.1 Objetivo Geral	3
1.2.2 Objetivos Específicos	3
1.3 ESTADO DA ARTE	3
1.3.1 MPC Aplicado a Sistemas de Potência	4
1.3.2 Controle de Processos via MPC	4
1.3.3 MPC no Espaço de Estados	6
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	7
2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)	9
2.1 INTRODUÇÃO	9
2.2 CONCLUSÃO	11
3 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO (GPC)	12
3.1 INTRODUÇÃO	12
3.2 FORMULAÇÃO DO GPC PARA O CASO SISO	12
3.2.1 Parâmetros de Ajuste do GPC	14
3.3. EQUAÇÃO DE DIOPHANTINE DO GPC	15
3.4 CONCLUSÃO	18
4 CONTROLADOR PREDITIVO DE MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS (MPCSS)	19
4.1 INTRODUÇÃO	19
4.2 MPC COM MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS (MPCSS) PARA O CASO SISO	19
4.2.1 Predição das Variáveis de Estados e de Saída	20
4.2.2 Função Custo	21
4.3 OBSERVADOR DE ESTADOS	23
4.3.1 Estimador de Kalman	23
4.4 CONCLUSÃO	26
5 DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS UTILIZADOS	27
5.1 INTRODUÇÃO	27

5.2 PROCESSO <i>BALL AND BEAM</i> (LACOS)	27
5.3 SISTEMA ARDUINO-BASED ROBOT ARM JOINT (ArduRAJ)	30
5.4 SISTEMA DE FASE NÃO-MÍNIMA	32
5.5 CONCLUSÃO	34
6 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES	35
6.1. INTRODUÇÃO	35
6.2 ÍNDICES DE DESEMPENHO	35
6.3 SIMULAÇÕES DOS PROCESSOS COM O GPC E MPCSS	36
6.3.1 Processo <i>Ball and Beam</i>	36
6.3.1.1 Caso 1	38
6.3.1.2 Caso 2	39
6.3.2 Processo RAJ	43
6.3.2.1 Caso 1	44
6.3.2.2 Caso 2	46
6.3.3 Processo de Fase Não-Mínima	49
6.3.3.1 Caso 1	50
6.3.3.1 Caso 2	51
6.4. CONCLUSÃO	53
7 CONCLUSÃO	55
7.1 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA DISSERTAÇÃO	56
7.2 PUBLICAÇÕES	56
7.3 PERSPECTIVA DE FUTURAS PESQUISAS	56
REFERÊNCIAS	57
ANEXO A - MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA BALL AND BEAM	63

1 INTRODUÇÃO

Dentre as teorias e técnicas de projeto de controle que foram desenvolvidas nas últimas décadas, destaca-se a de Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC) que consiste em determinar uma lei de controle baseada nos sinais conhecidos de entrada e saída da planta e nos sinais futuros ainda não disponíveis, utilizando-se métodos de previsão.

O MPC é uma estrutura bem estabelecida, resultando em uma variedade de técnicas de controle bem sucedidas em aplicações práticas (CAMACHO; BORDONS, 1999; MACIEJOWSKI, 2002; QUIN; BADGWELL, 2003; ROSSITER, 2004; BLEVINS et al., 2003; TATJEWSKI 2007; WANG, 2009).

O método de controle Preditivo Generalizado (GPC) é grande relevância dentre os métodos MPC e tem uma história de sucesso tanto no âmbito acadêmico quanto no industrial. O GPC vem sendo implementado com sucesso em várias aplicações, provando ser eficiente quando os requisitos de robustez e desempenho são difíceis de alcançar com projetos de controladores tradicionais tais como os baseados no controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Na Figura 1 constituída a partir da base de dados SCOPUS, nota-se o número aproximado de publicações em periódicos e conferências do método GPC, ao longo dos anos.

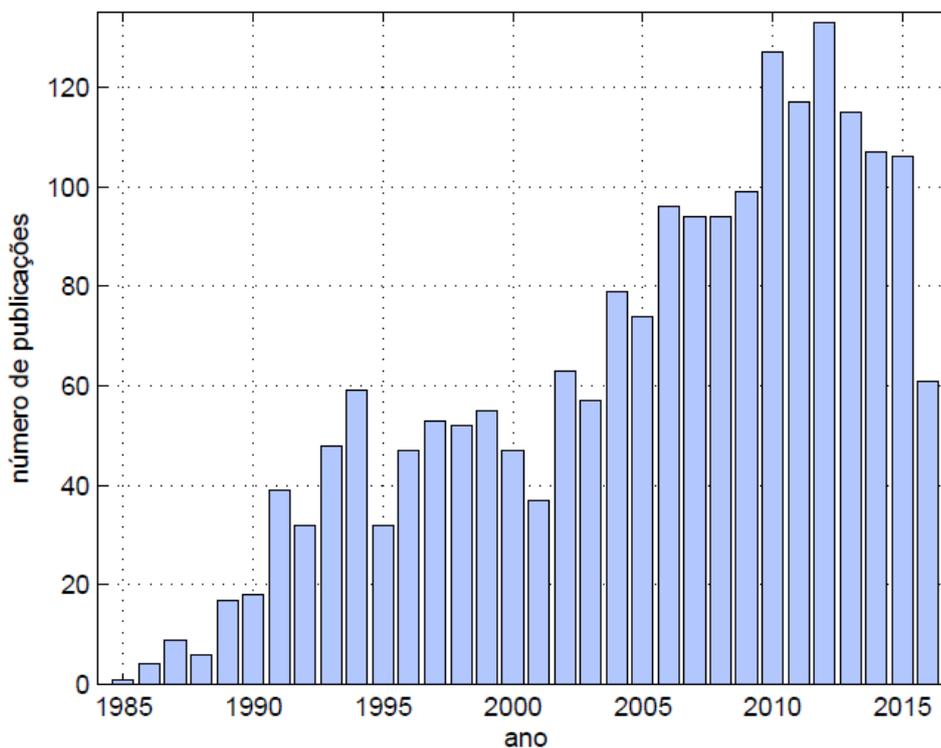


Figura 1. Número aproximado de publicações do GPC.

Neste capítulo são apresentados os fatores que justificam e fundamentam este trabalho, além dos objetivos propostos.

1.1 JUSTIFICATIVA

O Controle Preditivo baseado em Modelo introduzido na década de 1970 para aplicações de controle industrial ganhou importância principalmente na indústria química e, posteriormente, ganhou maior atenção na área acadêmica. Assim, a técnica de controle preditivo vem sendo amplamente aceita pelo meio acadêmico bem como pela indústria devido ao bom desempenho e robustez apresentado pelos métodos MPC, proporcionando qualidade e eficiência aos produtos e na automação dos processos. O interesse pelo emprego destes controladores está vinculado às diversas vantagens sobre as estruturas de controle clássicas, por exemplo, o controlador PID. O controlador GPC, por exemplo, pode lidar com restrições nas variáveis manipuladas e controladas, pode tratar complexidades presentes nos processos industriais como, atrasos de transporte, parâmetros variantes no tempo, mudanças na ordem do modelo, fase não mínima, sistemas instáveis em malha aberta e extensões para aplicabilidade direta em processos multivariáveis. A justificativa para investigar, desenvolver e implementar a teoria de projeto e aplicabilidade do GPC e do Controlador Preditivo baseado em modelo no Espaço de Estados (MPCSS) confrontando os resultados obtidos por meio dos índices de desempenho, está relacionada ao forte interesse de pesquisadores e de profissionais da indústria despertado pela potencialidade e capacidade destes controladores de lidar com diferentes classes de processos de complexidades variadas, tais como: não-linear, fase não-mínima, instáveis, com atraso de transporte desconhecido, entre outros (ORDYS; CLARKE, 1993; MOHSIN, 2013; ARAÚJO, 2017; QIN; BADGWELL, 2003). Outro aspecto importante que justifica o objetivo deste trabalho é que o projeto do GPC é formulado via função de transferência, enquanto que, o MPCSS é formulado no espaço de estados com a ausência da equação Diofantina no procedimento do projeto.

Mediante esse cenário, propõe-se o estudo das possibilidades de aplicação do controlador GPC e MPCSS, sendo este último inédito no programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA. Resultados de estudos computacionais sobre a síntese dos controladores, sintonia dos parâmetros, índices de desempenho e aspectos como rastreamento de referência e rejeição de perturbação de carga e ruído baseados em testes de simulações numéricas são apresentadas.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

1.2.1 Objetivo Geral:

Investigar e propor o projeto de controlador com estrutura MPCSS, estabelecendo um estudo comparativo com o consagrado algoritmo GPC na forma polinomial. Tais controladores devem ser capazes de proporcionar um comportamento transitório adequado, garantindo estabilidade e desempenho desejado ao processo para diferentes condições de operação, em meio a sinais de ruído e perturbação de carga.

1.2.2 Objetivos Específicos:

- i) Aplicar os controladores projetados a alguns sistemas dinâmicos de teste com o objetivo de comprovar o presente estudo.
- ii) Avaliar e comparar os resultados obtidos por meio dos índices de desempenho, Integral do Erro Absoluto (IAE – *Integral Absolute Error*), Integral do Erro Absoluto ponderado pelo Tempo (ITAE – *Integral Time Absolute Error*), Integral do Erro Quadrático ponderado pelo Tempo (ITSE – *Integral Time Square Error*) e Variação Total de Controle (TVC – *Total Variation Control*).
- iii) Documentar o desenvolvimento do projeto e resultados através da escrita da dissertação e de artigos publicados em congressos nacionais.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo sobre controladores preditivos *one-step-ahead* adaptativo surgiu no início da década de 1970, com o Regulador de Variância Mínima (do inglês, *Minimum Variance* - MV) adaptativo apresentado por Aström (1970). O regulador MV foi de fundamental importância para o desenvolvimento de outras técnicas de controle preditivas, que hoje são vastamente utilizadas pela comunidade acadêmica e indústria, como o Controlador de Variância Mínima Generalizado (do inglês, *Generalized Minimum Variance* - GMV) apresentado por Clarke e Gawthrop (1975) e o Controlador Preditivo Generalizado (*Generalized Predictive Controlled* – GPC) proposto por Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987).

O primeiro algoritmo de controle sintetizado e aplicado em um processo de misturas químicas foi o MPHIC (*Model Predictive Heuristic Control*) de Richalet et al., (1978). Posteriormente, Cutler e Ramaker (1980) apresentaram o algoritmo de Controle por Matriz Dinâmica (*Dynamic Matrix Control* - DMC). Esta técnica de controle utiliza o modelo da resposta ao degrau desejada para obter as saídas preditivas do processo e apresenta um horizonte de controle futuro finito, ou seja, até esse instante de tempo (horizonte de controle), as ações de controle calculadas.

Os controladores preditivos apresentam-se como uma importante ferramenta de controle avançado devido as suas características de desempenho, robustez, estabilidade e aplicabilidade em tempo real em controle de processos industriais. Nesta dissertação são considerados alguns trabalhos relacionados ao controle de diferentes processos na indústria, a critério de desempenho e robustez em MPC, direcionados ao controlador GPC descrito por função de transferência.

1.3.1 MPC Aplicado a Sistemas Elétricos de Potência

Os primeiros trabalhos de MPC desenvolvidos e aplicados com sucesso em sistemas elétricos de potência surgiram a partir da metade da década de 1980. O controlador de Variância Mínima Generalizado (GMV) foi utilizado por Fan, Ortimeyer e Mukundan para o controle de sistemas multimáquinas. Depois Zachariah (1994) propôs a utilização de um controlador adaptativo auto-ajustável aplicado ao controle de tensão e velocidade de um sistema de energia real e de escala reduzida. A metodologia utilizada para o projeto da lei de controle foi baseada na do GPC monovariável e multivariável. Em 1998, Barreiros, Silva e Simões Costa propuseram um estabilizador de sistema de potência preditivo generalizado auto-ajustável aplicado a um sistema de barramento infinito. Mais tarde, Moutinho et. al., (2012) propuseram um controlador do tipo GPC aplicado ao controle de tensão de um gerador síncrono real, Moutinho (2014) também estendeu a abordagem do MPC para a melhoria de sistemas elétricos de potência, desta vez, aplicado ao controle de um sistema de geração de escala reduzida. Já em Castro (2018) foi proposto o projeto de um controlador GMVSS com abordagem no domínio de representação no espaço de estados como estabilizador para o controle de sistemas elétricos de potência.

1.3.2 Controle de Processos via MPC

Inicialmente o MPC foi concebido para aplicação em refinarias de petróleo, mas atualmente, sua aplicação se estende em diversas áreas da indústria de processos (QUIN e BADGWELL, 2003). A principal razão para ampla aceitação na indústria se deve a capacidade de tratar restrições explicitamente e o uso de algoritmos para obtenção de soluções ótimas de controle (SCHERER, 2009).

Em Zanella Júnior (2015), foi proposto um controlador GPC auto-ajustável aplicado a diferentes tipos de processos presente na indústria. Nesse trabalho, foram apresentados experimentos práticos e simulados nos quais foram possíveis identificar que o GPC é um método de projeto que pode ser aplicado a plantas com características distintas, alcançando o desempenho desejado.

Uma nova síntese de projeto aplicada ao MPC é apresentada por Araújo (2018), onde são apresentados controladores preditivos com sinais de entrada e saída do sistema filtrados, com otimização multiobjetivo de parâmetros a fim de garantir erro nulo e robustez ao sistema. A descrição dos projetos dos controladores foi tanto para sistema SISO (*Single Input and Single Output*) quanto para sistema MIMO (*Multiple Inputs and Multiple Outputs*). No trabalho, foi envolvido tanto experimentações práticas quanto experimentações simuladas. Os resultados obtidos mostraram que, os controladores projetados foram capazes de lidar com erro de *offset*, perturbação de carga conhecida/ desconhecida, garantir rastreamento de referência, estabilidade de malha fechada e robustez.

Knihs (2011) apresentou projetos do controlador GMV aplicados à malhas de controle na indústria. A descrição dos projetos foi para lidar com perturbação para sistemas de fase não-mínima, com atraso de transporte e não-linear e para lidar com rastreamento de referência, rejeição de perturbação e com ruído.

Santos (2007) apresentou uma estratégia de controle preditivo não-linear para modelo de Hammerstein com propostas de modificações no controlador para a inclusão de perturbações mensuráveis e técnica analítica para solução de multiplicidade do sinal de controle. A avaliação do controlador foi por meio de resultados experimentais a partir de uma planta solar de climatização.

No trabalho apresentado por Pinheiro (2018), pode ser encontrado o projeto de um controlador MPC MIMO com restrições para controlar um sistema de braço robótico. A lei de controle que governa o sistema foi obtida via funções ortonormais de Laguerre combinadas com programação quadrática de Hildreth.

Em Bravo e Rico (2009) é proposto o GPC baseado no contexto de modelos locais para o controle de plantas não-lineares. O algoritmo do controlador desenvolvido foi baseado no modelo não-linear da planta para simular internamente o comportamento do processo. O método proposto utiliza um modelo não-linear para obter informações necessárias para o cálculo da lei de controle, desta forma, não utiliza métodos iterativos nem ponderação entre vários modelos. Assim, um único modelo linear que se adapta ao ponto de operação do processo foi usado para a obtenção da lei de controle.

Trabalhos de MBPC com parâmetros adaptativos e comparados a parâmetros fixos e à estruturas de controle clássica como, por exemplo o PID, também vem sendo desenvolvidos e apresentados (CLARKE, 1988; BITMEAD; GEVERS; WERTZ, 1990; ELSHAFEI, 1991; BARREIROS; COSTA, 1998; MOUTINHO, et al., 2012; SILVEIRA; SILVA, 2015).

Mahato e Tiwari (2012) apresentaram o projeto do controlador GMV adaptativo para controlar um motor DC. Neste trabalho a comprovação do algoritmo projetado se deu via testes de simulação numérica considerando-se o sistema com apenas uma entrada e uma saída.

O projeto de controle MPC adaptativo pode ser encontrado no trabalho de Júnior (2015), onde foi proposto o projeto do controle GPC auto-ajustável para lidar com plantas industriais com características distintas. Neste trabalho, o desempenho do controlador foi avaliado para sistemas lineares invariantes no tempo para diferentes valores de parâmetros de sintonia, considerando-se sinais de entrada do tipo degrau.

Estudo e implementação de um GPC compensado adaptativo foi apresentado por Cavalcanti (2003) onde, um modelo bilinear é usado para representar a dinâmica do sistema. Testes baseados em simulações numéricas, são apresentados comprovando a eficácia do método.

No projeto de Silva et. al., (2017) foi proposto um esquema de controle GPC adaptativo para controlar um sistema, *Ball and Beam*. Neste trabalho foram realizados testes experimentais, tanto para o caso de regulação quanto para o caso de rastreamento de referência, com rejeição de perturbação periódica.

Jeronymo et. al., (2013) propuseram um método de auto-sintonia com características conservativas para o GPC adaptativo usando os Mínimos Quadrados Recursivos (MQR), onde o erro de estimação do processo foi utilizado para gerar um fator de confiança para o ajuste dos parâmetros do GPC tornando a ação de controle mais conservativa frente a incertezas de processo. O algoritmo foi aplicado a dois estudos de casos: a uma válvula de controle não-linear e a um pêndulo não-linear sub-amortecido. Os resultados obtidos do método de auto-sintonia apresentaram superioridade ao GPC clássico quanto a suavidade da ação de controle.

1.3.3 MPC no Espaço de Estados

O projeto de MPC usando abordagens no espaço de estados popularizou-se tanto na indústria, quanto na academia (RICKER, 1991; RAWLINGS; MUSKE, 1993; RAWLINGS, 2000; MACIEJOWSKI, 2002; WANG, 2009; KWON; HAN, 2005).

No trabalho de Park et. al. (2007) foi proposto o projeto de um GPC no espaço de estados de memória finita. Nesse trabalho, o controlador foi sintetizado usando um modelo de resposta finita ao impulso (FIR) e foi comparado com o GPC convencional baseado nos sinais de entrada e saída.

Lee, Morari e Garcia (1994) propuseram um MPC na representação no espaço de estados. O projeto do controlador foi feito a partir de um modelo de resposta ao degrau e

usando a estimativa de estados, mostrou-se que o controlador foi capaz de lidar com sistemas com ruído branco de medição sem a introdução de complexidades adicionais.

Modelagem de perturbação e projeto de observador de estados para o MBPC é apresentado no trabalho de Tatjewski (2011) com formulação de diferentes modelos no espaço de estados. Neste trabalho foi mostrado que, uma simples abordagem do MBPC com observador de estados pode lidar muito bem na presença de perturbações determinísticas.

No trabalho de Silveira (2012) foi proposto o projeto do GMV no espaço de estados com realimentação de estados estimados por Filtro de Kalman.

Ordys e Clarke (1993) propuseram a descrição do GPC tanto na representação no espaço de estados quanto na representação na forma polinomial com o objetivo de comparar as duas abordagens, mostrando que, a solução do GPC no espaço de estados segue a mesma trajetória da abordagem tradicional baseada em sinais de entrada e saída.

O projeto de um controlador GPC multivariável em representação no espaço de estados foi proposto por Salcedo et. al., (2002). Neste trabalho foi apresentado resultados relacionados a: observabilidade e controlabilidade do modelo CARIMA utilizado, representação do modelo em malha fechada e a uma lei de controle em malha fechada sem restrições.

Uma relação entre os algoritmos do MPC e do Regulador Linear Quadrático (LQG) é apresentado no trabalho de Gambier e Unbehauen (1993). Nesse trabalho, foi mostrado que a lei de controle do controlador de horizonte retrocedente generalizado no espaço de estados é idêntica à do regulador LQG. Os controladores foram aplicados a sistemas MIMO, onde condições de estabilidade foram analisadas.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: apresenta-se uma breve discussão sobre a teoria de Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC), conceitos básicos, bem como sua estrutura básica de implementação e aplicação. Aborda-se também uma descrição sobre os índices de desempenho encontrados na literatura como ferramenta de avaliação quantitativa de um sistema de controle.

Capítulo 3: descreve-se o projeto do controlador GPC incremental sem restrições no domínio de função de transferência para o caso SISO determinístico, evidenciando suas equações, características e parâmetros de ajustes.

Capítulo 4: apresenta-se o desenvolvimento do projeto do controlador MPCSS incremental para o caso SISO determinístico, com estados estimados por filtro de Luembergue.

Capítulo 5: são apresentados os resultados dos testes práticos de simulações, evidenciando o desempenho dos controladores.

Capítulo 6: as conclusões finais são descritas com ênfase nas contribuições da dissertação, publicações realizadas e perspectivas para futuras pesquisas.

2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)

2.1 INTRODUÇÃO

O termo Controle Preditivo de Modelo (MPC, do inglês *Model Predictive Control*) não é uma estratégia de controle específica, é o nome dado a um conjunto de métodos de controle desenvolvidos que fazem uso explícito do modelo dinâmico do processo considerando o conceito de predição (CAMACHO; BORDONS, 1995). A ideia do método é calcular uma sequência de sinais de controle ótimos futuros de forma a minimizar uma função custo definida em um horizonte de predição, N_y , finito.

A família de MPC utiliza o princípio de controle de horizonte retrocedente “*Receding Horizon Control*”, ou seja, a otimização do comportamento do processo ocorre a cada período de amostragem, logo, a sequência de sinais de controle, $u(k), u(k + 1), \dots, u(k + N_y | k)$ ótimos calculados, apenas o primeiro termo é efetivamente aplicado à planta e os demais são descartados. No período de amostragem, $(k + 1)$ um novo problema de minimização é resolvido, visto que novas informações do estado atual da planta estarão disponíveis. A inclusão de vários valores de controle futuro é feita com a finalidade de que longas observações do sinal de saída impeçam a formação de um controle limitado.

Os algoritmos de MPC se diferem, principalmente, no que se refere ao tipo de modelo utilizado para o cálculo das predições e na forma da função custo. Dentre as estratégias de controle que compõem a família de MPC estão o Controle por Algoritmo de Modelo (*Model Algorithm Control* - MAC) que utiliza uma resposta impulsiva, enquanto o Controle por Matriz Dinâmica (*Dynamic Matrix Control* - DMC) (CUTLER; RAMAKER, 1979) e suas variantes utilizam um modelo de predição baseado na resposta ao degrau. Estes algoritmos são largamente utilizados na prática, e podem ser usados em sistemas multivariáveis sem acrescentar grandes complexidades. Por outro lado, apresentam alguns inconvenientes como, por exemplo, não podem ser utilizados em plantas instáveis.

Há também algoritmos que utilizam modelos em espaço de estados como o Controle Funcional Preditivo (*Predictive Functional Control*- PFC) e funções de transferência, tais como, o Controle Preditivo Generalizado (*Generalized Predictive Control* - GPC), o controle adaptativo de horizonte estendido (*Extended Horizon Adaptive Control* - EHAC) (YDSTIE, 1984), outros algoritmos que podem ser encontrados em (QIN; BADGWELL, 2003).

A ideia básica de um sistema de controle baseado em MPC é mostrada na Figura 2,

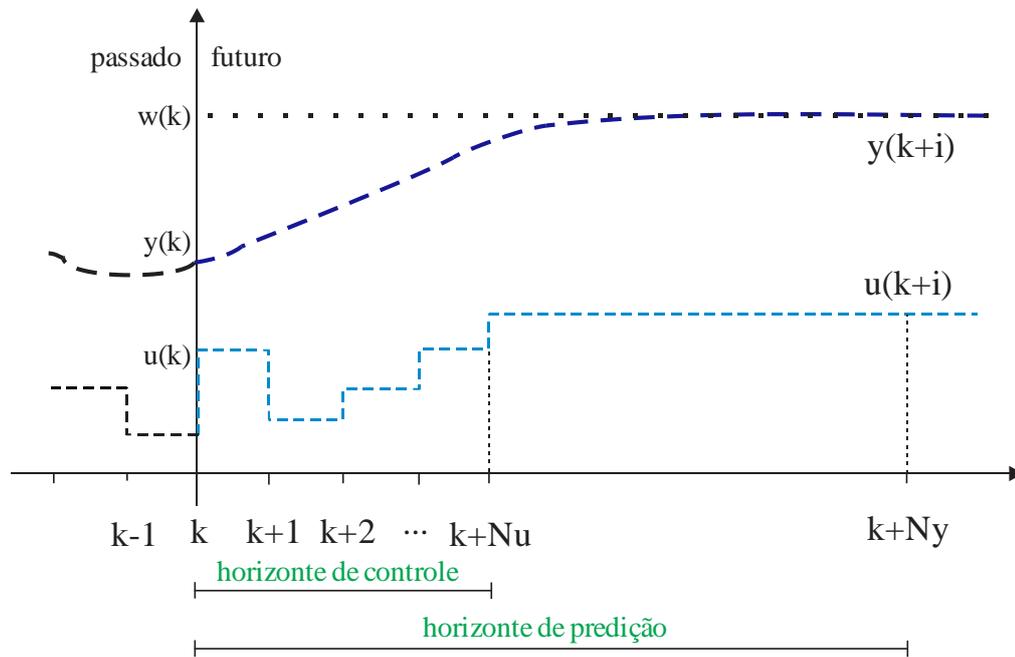


Figura 2. Horizonte de previsão. Fonte: Elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.

onde observa-se que, um vetor de ações de controle $u(k)$ é gerado a cada período de tempo, k , por meio da solução de um problema de otimização que leva em consideração a saída atual da planta, $y(k)$, para um vetor de referências, $w(k)$. Assim, os sinais de saída, $y(k+i)$, e controle futuros, $u(k+i)$, são obtidos para um horizonte de previsão, N_y , finito e horizonte de controle, N_u . Já na Figura 3 é apresentado o diagrama simplificado de implementação do algoritmo.

O **Modelo** do sistema é utilizado para prever a saída da planta, baseado em valores passados e atuais e nas ações de controle ótima. Tais ações de controle são calculadas por meio de um otimizador levando em conta a função custo e as restrições. O modelo do processo desempenha um papel decisivo no desempenho do controlador, tal modelo, deve ser capaz de capturar a dinâmica do processo, de modo a prever precisamente as saídas futuras, além de ser de implementação simples.

A **Trajectoria futura** é o comportamento desejado do sinal para a saída futura (referência). Enquanto que, a **Rotina de otimização** reduz a função custo a cada período de amostragem obtendo-se assim, uma ação de controle que seja capaz de garantir o desempenho desejado ao processo.

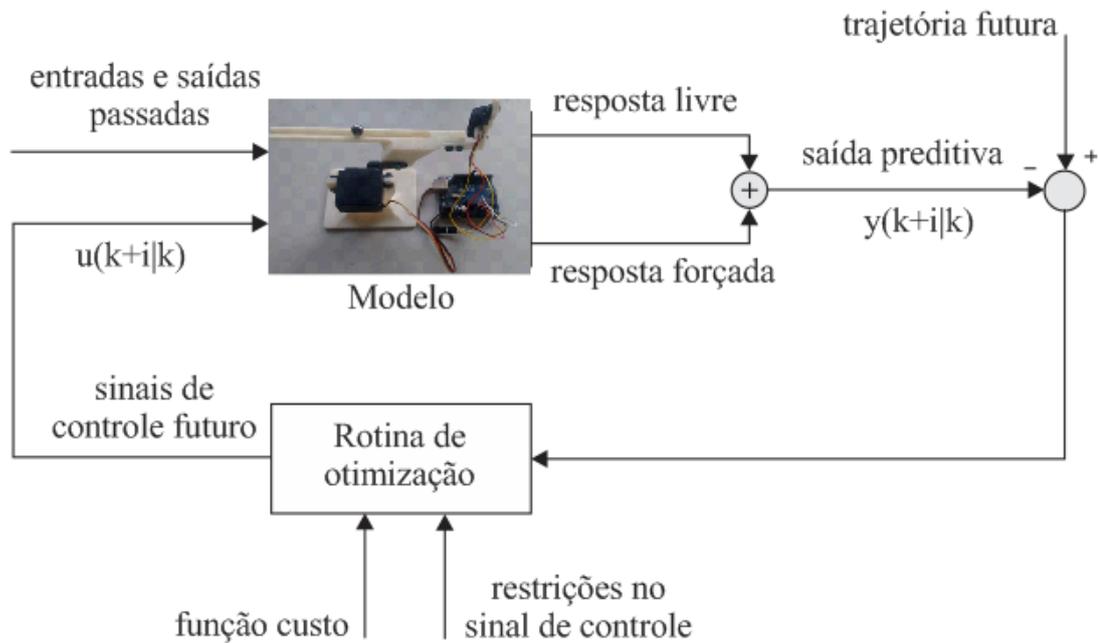


Figura 3. Estrutura simplificada de implementação do MPC. Fonte: elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.

2.2 CONCLUSÃO

Nesta seção, foi apresentado o conceito, características e algumas das principais técnicas de controle MPC para diferentes tipos de modelo. Apresentou-se também a estrutura básica de um MPC bem como seu algoritmo simplificado de implementação. No próximo capítulo trata-se do algoritmo de controle GPC sem restrições, formulado no domínio de representação por função de transferência para o caso SISO.

3 CONTROLADOR PREDITIVO GENERALIZADO (GPC)

3.1 INTRODUÇÃO

O Controlador Preditivo Generalizado (GPC, do inglês *Generalized Predictive Controller*) proposto por Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987a) é um dos algoritmos da família MPC mais populares tanto na indústria como no meio acadêmico (CAMACHO; BORDONS, 1999). Diferente de outras técnicas de controle, o GPC se destaca pela possibilidade de prover, na ausência de restrições, uma solução analítica que o permite lidar com plantas instáveis e de fase não mínima, e considera a ponderação dos incrementos de controle em sua função custo (LIMA, 2013). O GPC ainda permite uma liberdade maior na sintonia do controlador devido ao número de parâmetros de ajuste. Desta forma, outros algoritmos MPC's são considerados casos particulares do GPC, como por exemplo, o DMC de Cutler e Ramaker (1979). O GPC agrega a característica do método *receding horizon*, que prevê o cálculo de uma sequência de sinais de controle alguns passos à frente, sendo que apenas o primeiro elemento da sequência é efetivamente aplicado à planta e os demais descartados a cada período de amostragem. A necessidade de calcular uma sequência de sinais de controle se deve a uma projeção futura do erro de predição baseada em uma trajetória de referência futura. Com essas características o GPC pode ser facilmente implementado e ajustado para uma ampla variedade de processos industriais (CAMACHO; BORDONS, 1999; JÚNIOR, 2015).

Neste capítulo, será descrita a síntese do controlador GPC polinomial sem restrições para o caso SISO.

3.2 FORMULAÇÃO DO GPC PARA O CASO SISO

A maioria das plantas SISO, considerando-se a operação em torno de um ponto de operação particular, após linearização, pode ser descrita por:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\xi(k), \quad (3.1)$$

que constitui um modelo CARMA (*Controlled Auto-Regressive Moving-Average*) onde $u(k)$ e $y(k)$ são, sequências de controle e saída da planta e $\xi(k)$ é uma sequência do tipo ruído branco de média zero. Os polinômios $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ e $C(q^{-1})$ descrevem o comportamento dinâmico do sistema no operador atraso discreto, q^{-1} isto é:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \\ C(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c} \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde d é o número de amostras de atraso de tempo discreto do sistema. Entretanto, Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987), sugerem que, um modelo que produz previsões em uma forma incremental para sinais de perturbações é mais adequado para aplicações industriais devido às perturbações de características não estacionárias desses sinais. Tal modelo introduz uma inerente ação integral no sistema de controle em malha fechada e realiza um controle *offset-free*¹ para perturbações e mudanças de referência do tipo degrau. Assim, considera-se o modelo CARIMA (*Controller Auto-Regressive Integrated Moving-Average*) descrito da seguinte forma:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})q^{-d}u(k-1) + C(q^{-1})\frac{\xi(k)}{\Delta}, \quad (3.3)$$

onde, $\Delta = 1 - q^{-1}$. A escolha particular do modelo “CARIMA” se deve ao fato de que, o termo do ruído, $(C(q^{-1})\xi(k)/\Delta)$ é um modelo mais realista dos processos típicos com perturbação de carga. O polinômio $C(q^{-1})$ é utilizado para modelar as características estocásticas das perturbações. Assim, seguindo a simplificação de Clarke, Mohtadi e Tuffs, (1987) considera-se o polinômio $C(q^{-1}) = 1$.

Na prática, a principal justificativa para o uso do modelo CARIMA é a presença de dados incrementais no cálculo da lei de controle devido a presença de integrador (PEREIRA, 1997).

O algoritmo GPC consiste em aplicar uma sequência de sinais de controle que minimize uma função custo da forma:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \phi(j)[\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j)[\Delta u(k+j-1)]^2, \quad (3.4)$$

onde $\hat{y}(k+j|k)$ é a saída ótima preditiva do sistema j -passos à frente calculada no instante de tempo atual k , considerando-se os dados existentes no instante de tempo k . N_1 e N_2 são os horizontes de predição, mínimo e máximo, respectivamente, N_u é o horizonte de controle, $w(k+j)$ é a trajetória de referência futura e $\phi(j)$ e $\lambda(j)$ são, respectivamente, as ponderações do erro futuro e da ação de controle nos instantes de tempo correspondentes. Em Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987), $\phi(j)$ é considerado unitário e $\lambda(j) = \lambda$.

¹ *Offset-free*: Erro nulo em regime permanente.

3.2.1 Parâmetros de Ajuste do GPC

Segundo Clarke e Mohtadi (1989) o desempenho do controlador GPC depende dos valores dos parâmetros de horizonte, N_1 , N_y , N_u e λ . Tais parâmetros determinam a quantidade de informação que deverá ser adicionada ao modelo da planta a fim de prever seu comportamento futuro. Assim, deve-se atentar para a escolha desses parâmetros, pois, pouca ou muita informação pode resultar em comportamentos indesejados para o sistema como, por exemplo, instabilidade e excessivas oscilações.

- i) Horizonte mínimo de Predição, N_1 : É normalmente escolhido igual a 1, mas para processos com atraso de transporte, N_1 deve ser escolhido igual ou superior ao atraso de transporte da planta, já que a predição deve acontecer a partir do momento em que a saída reage à excitação do sinal de entrada.
- ii) Horizonte de predição máximo, N_y : É usualmente escolhido de forma a ser maior que o tempo de subida da planta com a finalidade de englobar o comportamento dinâmico da mesma (LAMBERT, 1991; CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987a). Para a maioria dos processos estáveis em malha aberta, a dinâmica de malha fechada torna-se mais rápida com a diminuição de N_y . O aumento de N_y provoca um aumento de robustez do sistema quanto à presença de dinâmicas não modeladas, aumentando-se, porém, o esforço computacional (SANTOS, 1998).
- iii) Horizonte de Controle N_u : Valores elevados de N_u além de aumentarem o esforço computacional, aumenta a agressividade da ação de controle. Para sistemas estáveis em malha aberta, $N_u=1$ mostra-se adequado. Na prática o valor de N_u deve ser o menor possível que permita um desempenho satisfatório do sistema.
- iv) Ponderação de Controle λ : A introdução da constante de ponderação de controle faz com que a magnitude do sinal de controle seja levada em conta na função custo a ser minimizada. Com o aumento de λ tem-se um menor esforço de controle e quanto menor, maior é a magnitude do sinal de controle. Quando λ é zero não há ponderação do esforço de controle e normalmente acarreta uma solução que pode não ser realizável experimentalmente. Então, $\lambda \in \mathbb{R}^{*+}$ melhora o condicionamento da matriz de controle possibilitando sua inversão, além de aumentar a robustez do sistema quando sujeito a incertezas de modelagem (SANTOS, 1998).

Mais detalhes sobre variações dos parâmetros de projeto do GPC e uma base de regras para suas escolhas pode ser encontrado em Nazetta (1991).

3.3. EQUAÇÃO DIOFANTINA DO GPC

O objetivo do algoritmo de controle GPC é calcular uma sequência de controle futuro $\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_y|k)$ de tal maneira que a saída preditiva do processo $\hat{y}(t+j)$ seja conduzida para a referência, $w(k+j)$, com um menor erro possível. Tal objetivo é alcançado minimizando-se a função da Equação 3.4.

Para resolver o problema proposto para a minimização da função da Equação 3.4, deve-se calcular um conjunto de saídas preditivas, $\hat{y}(k+j|k)$, j -passos à frente, para $j = N_1, \dots, N_y$ baseada na informação conhecida no instante de tempo atual, k e nos valores futuros do incremento de controle. O cálculo das saídas preditivas utiliza a seguinte identidade polinomial

$$1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}), \quad (3.5)$$

que também pode ser reescrita da forma:

$$\frac{1}{\Delta A(q^{-1})} = E_j(q^{-1}) + \frac{F_j(q^{-1})}{\Delta A(q^{-1})}q^{-j}, \quad (3.6)$$

onde os polinômios, $E_j(q^{-1})$ e $F_j(q^{-1})$ são da forma:

$$\begin{aligned} E_j(q^{-1}) &= 1 + e_1q^{-1} + \dots + e_{j-1}q^{-(j-1)} \\ F_j(q^{-1}) &= f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \dots + f_{j,n_a}q^{-n_a}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

e podem ser calculados a partir da resolução da Equação de Diophantine descrita na Equação 3.5 e o grau destes polinômios são, $E_j(q^{-1}) = j - 1$ e $F_j(q^{-1}) = n_a$, respectivamente. Tais polinômios podem ser obtidos usando-se um algoritmo recursivo, ou fazendo-se sucessivas divisões de 1 por $\Delta A(q^{-1})$ até que o resto da divisão possa ser fatorado em função de $q^{-j}F_j(q^{-1})$. O quociente da divisão será o polinômio $E_j(q^{-1})$.

Multiplicando-se o modelo da planta, (Equação 3.3), pelo termo $\Delta E_j(q^{-1})q^j$, aplicando-se a Equação 3.5 e considerando-se o modelo da planta com $d = 1$, obtêm-se a equação que representa a saída do sistema j -passos à frente (CAMACHO; BORDONS, 1999):

$$\begin{aligned} y(k+j) &= F_j(q^{-1})y(k) \\ &+ E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + E_j(q^{-1})\xi(k+j), \end{aligned} \quad (3.8)$$

Considerando-se que os termos relacionados ao ruído estão no futuro (são nulos), a saída ótima preditiva j -passos à frente é dada por (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987):

$$\hat{y}(k+j|k) = G_j(q^{-1})\Delta u(k+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(k) \quad (3.9)$$

onde $G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})$. Os polinômios, E_j e F_j podem ser obtidos recursivamente. Mais detalhes podem ser encontrados em Camacho e Bordons (1995).

A partir da Equação 3.9, consideram-se as seguintes N predições ótimas:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+d+1|k) &= G_1(q^{-1})\Delta u(k) + F_1(q^{-1})y(k) \\ \hat{y}(k+d+2|k) &= G_2(q^{-1})\Delta u(k+1) + F_2(q^{-1})y(k) \\ \hat{y}(k+d+3|k) &= G_3(q^{-1})\Delta u(k+2) + F_3(q^{-1})y(k) \end{aligned} \quad (3.10)$$

⋮

$$\hat{y}(k+d+N|k) = G_N(q^{-1})\Delta u(k+N-1) + F_N(q^{-1})y(k),$$

as quais podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \underbrace{\mathbf{F}(q^{-1})\mathbf{y}(k) + \mathbf{G}'(q^{-1})\Delta u(k-1)}_{\mathbf{f}} \quad (3.11)$$

onde $\tilde{\mathbf{u}} = \Delta U$. Tais predições podem ser separadas da seguinte forma matricial:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1|k) \\ \hat{y}(k+d+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+N_y|k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N_y-1} & g_{N_y-2} & \cdots & g_{N_y-N_u} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_1(q^{-1}) \\ F_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{N_y}(q^{-1}) \end{bmatrix},$$

com $g_i = e_0 b_i + e_1 b_{i-1} + \cdots + e_i b_0$.

$$\mathbf{G}'(q^{-1}) = \begin{bmatrix} (\mathbf{G}'_1(q^{-1}) - g_0)q \\ (\mathbf{G}'_2(q^{-1}) - g_0 - g_1(q^{-1}))q^2 \\ \vdots \\ (\mathbf{G}'_3(q^{-1}) - g_0 - g_1(q^{-1}) - \cdots - g_{N_y-1}q^{-(N_y-1)})q^{N_y} \end{bmatrix},$$

desta forma, pode ser observado como as predições ficam separadas, com uma parte dependendo de dados futuros e a outra parte apenas de dados passados. Assim, observa-se que, as predições na Equação 3.11 podem ser representadas por duas parcelas: Uma que depende das ações de controle futuras, não nulas, “resposta forçada”, e outra que depende apenas de dados de entradas e saídas passadas, assumindo as ações de controle futuro iguais a zero, “resposta livre”, conforme mostrado a seguir:

$$\mathbf{y} = \underbrace{\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}}}_{\text{Resposta forçada}} + \underbrace{\mathbf{f}}_{\text{Resposta livre}}. \quad (3.12)$$

Para resolver o problema de minimização, as matrizes de predição do modelo são inseridas na função objetivo (Equação (3.4)). Desta forma, considerando-se a Equação 3.12 e assumindo que $\phi(j) = 1$ e $\lambda(j) = \lambda$ para todo j , assim, a Equação quadrática 3.4 torna-se uma equação algébrica podendo ser reescrita da seguinte forma:

$$J = (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}}^T \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.13)$$

onde $\mathbf{R} = \lambda I_{N_u}$ é uma matriz positiva definida, \mathbf{w} representa o vetor com valores de referências futuras, constituído por:

$$\mathbf{w} = [w(k+d+1) \ w(k+d+2) \ \dots \ w(k+d+N_y)]^T, \quad (3.14)$$

a Equação 3.13 pode ser reescrita na forma expandida, em termos separados, da seguinte forma:

$$J = \tilde{\mathbf{u}}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{R}) \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) + (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \tilde{\mathbf{u}} + (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) \quad (3.15)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) = (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \tilde{\mathbf{u}}$$

$$J = \tilde{\mathbf{u}}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{R}) \tilde{\mathbf{u}} + 2\tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{G}^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) + (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) \quad (3.16)$$

A minimização da Equação 3.13, em relação ao vetor de controle $\tilde{\mathbf{u}}$ é obtida igualando-se a zero o gradiente de J em relação a $\tilde{\mathbf{u}}$.

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 0,$$

visto que J é quadrática, uma solução analítica ótima para o problema, pode ser dada por:

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}), \quad (3.17)$$

porém, como somente o primeiro termo do vetor de controle $\tilde{\mathbf{u}}$ obtido é aplicado à planta, ou seja, $\Delta u(k)$, então, pode-se escrever:

$$\Delta u(k) = \tilde{\mathbf{g}}^T (\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.18)$$

onde $\tilde{\mathbf{g}}$ é a primeira linha da matriz de ganho, \mathbf{K}_{GPC} , de realimentação do GPC dado por:

$$\mathbf{K}_{GPC} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^T \quad (3.19)$$

O primeiro elemento de $\tilde{\mathbf{u}}$ é $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, onde o sinal de controle efetivamente aplicado à planta é dado por:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.20)$$

e os demais elementos do vetor $\tilde{\mathbf{u}}$ são desprezados, sendo utilizados apenas para a determinação do conjunto de ações futuras com base no comportamento preditivo da planta. Entretanto, essas ações de controle futuras geralmente estão muito próximas das ações de controle que serão realmente aplicadas à planta devido ao conhecimento prévio que o controlador tem sobre o comportamento da planta e que leva à minimização do erro de

rastreamento (CRUZ, 2015). Na Figura 4 é apresentado o diagrama de blocos do controlador GPC.

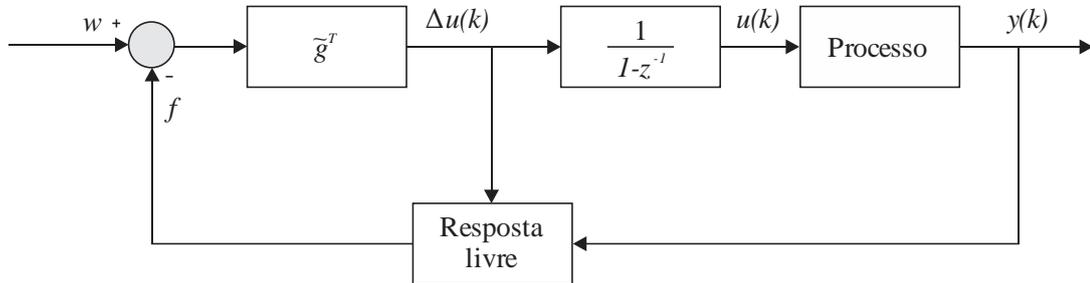


Figura 4. Diagrama de blocos do GPC. Fonte: Elaboração própria, adaptado de CAMACHO; BORDONS, 1999.

Na Tabela 3 apresenta-se um resumo dos principais passos de projeto do controlador GPC.

Tabela 1. Principais passos de projeto do controlador GPC.

Equações de Projeto do GPC Baseado em Função de Transferência

1. Definir o modelo na forma polinomial como na Equação 3.3;
 2. Resolver a equação Diofantina do GPC,

$$\mathbf{C}(q^{-1}) = \mathbf{E}_j(q^{-1})\mathbf{A}(q^{-1})\Delta + \mathbf{q}^{-j}\mathbf{F}_j(q^{-1});$$
 3. Calcular o ganho de realimentação do GPC,

$$\mathbf{K}_{GPC} = (\mathbf{G}^T\mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{G}^T;$$
 4. Calcular a lei de controle,

$$u(k) = u(k - 1) + \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{w} - \mathbf{f}).$$
-

3.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi apresentada a síntese do projeto do GPC na representação por função de transferência evidenciando os principais passos do projeto bem como sua lei de controle em representação por diagrama de blocos. Na próxima seção apresenta-se o projeto do MPCSS sem restrições para o caso SISO, bem como a descrição do observador para a estimação dos estados do sistema. Os principais passos do projeto do MPCSS também são evidenciados.

4 CONTROLADOR PREDITIVO DE MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS

4.1 INTRODUÇÃO

Apesar dos sistemas clássicos de controle preditivo empregarem a utilização direta dos sinais de entrada e saída da planta no controle de *feedback* em malha fechada, evitando assim observadores na implementação, o projeto do controle MPC apresentado neste capítulo é formulado no espaço de estados que frequentemente é considerado mais adequado, por exemplo, para o tratamento de plantas multivariáveis, instáveis, com integradores e de fase não mínima (TATJEWSKI, 2011).

Neste capítulo é apresentado o problema do Controlador Preditivo de Modelo no Espaço de Estados (MPCSS) com realimentação de estados estimados formulado para o caso SISO; apresenta-se também o projeto do estimador de estados usando as equações do Filtro de Kalman (WANG, 2009; TATJEWSKI, 2011).

4.2 MPC COM MODELO NO ESPAÇO DE ESTADOS (MPCSS) PARA O CASO SISO

Considerando-se o modelo do processo linear do tipo SISO no espaço de estados, as equações que descrevem a dinâmica do sistema são dadas por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (4.1)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (4.2)$$

onde u é a variável manipulada ou variável de entrada, y é a saída do processo e x é o vetor de variáveis de estado.

Fazendo-se uma operação de diferença em ambos os lados da Equação 4.1 obtêm-se:

$$x(k+1) - x(k) = A(x(k) - x(k-1)) + B(u(k) - u(k-1)), \quad (4.3)$$

e considerando-se a diferença do incremento Δ da variável de estado e de controle respectivamente, como:

$$\Delta x(k+1) = x(k+1) - x(k);$$

$$\Delta x(k) = x(k) - x(k-1);$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1),$$

obtêm-se a equação a diferença incremental no espaço de estados dada por:

$$\Delta x(k+1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k) \quad (4.4)$$

$$\Delta y(k) = C\Delta x(k), \quad (4.5)$$

a adição da variável de estado incremental pode ser feita a partir da inclusão do sistema dado nas Equações 4.4 e 4.5 no vetor de estados do sistema aumentado, podendo este ser definido por:

$$x_m(k) = [\Delta x(k) \quad y(k)]^T \quad (4.6)$$

É importante ressaltar que, a escolha da Equação 4.6 como vetor de estados aumentado é que não se está criando uma nova informação não contida inicialmente no modelo do sistema. Nota-se que $y(k)$ é a Equação 4.2 do modelo nominal sendo a própria saída medida do sistema, portanto, é uma informação observável.

Avançando a Equação 4.5 1-passo a frente define-se que:

$$y(k+1) - y(k) = C(x(k+1) - x(k)), \quad (4.7)$$

substituindo a Equação 4.4 na Equação 4.7, obtêm-se

$$\begin{aligned} y(k+1) &= C[A\Delta x(k) + CB\Delta u(k)] + y(k) \\ y(k+1) &= CA\Delta x(k) + y(k) + CB\Delta u(k) \end{aligned} \quad (4.8)$$

O sistema aumentado com base no vetor de estados da Equação 4.6 pode ser descrito em função do sistema nominal dado nas Equações 4.1 e 4.2 da seguinte forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{x_m(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & O^T \\ CA & 1 \end{bmatrix}}_{A_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{x_m(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix}}_{B_m} \Delta u(k) \quad (4.9)$$

$$y_m(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} O^T & 1 \end{bmatrix}}_{C_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{x_m(k)} \quad (4.10)$$

4.2.1 Predição das Variáveis de Estado e de Saída

Considerando-se a sequência de controle futura dada por:

$$\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+N_u-1), \quad (4.11)$$

onde N_u é o horizonte máximo de controle usado para o cálculo da sequência de sinais de controle futuro. Dada a informação atual da planta, as variáveis de estado futuras são previstas para um horizonte de predição, N_y . Assim, as variáveis de estado futuras são dadas da seguinte forma:

$$x(k+1|k), x(k+2|k), \dots, x(k+m|k), \dots, x(k+N_y|k) \quad (4.12)$$

onde $x(k+m|k)$ é a variável de estado prevista para $(k+m)$ com informação atual da planta, $x(k)$ e com $N_u \leq N_y$. Logo, baseado no modelo no espaço de estados, as variáveis de estados futuras são calculadas usando o conjunto de parâmetros de controle futuro da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ x(k+2|k) &= A(Ax(k) + B\Delta u(k)) + B\Delta u(k+1) \\ &= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1) \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ x(k + N_y | k) &= A^{N_y} x(k) + A^{N_y-1} B \Delta u(k) + A^{N_y-2} B \Delta u(k + 1) \\ & \quad + \dots + A^{N_y-N_u} B \Delta u(k + N_u - 1), \end{aligned}$$

enquanto que, as variáveis de saída preditivas são obtidas por:

$$y(k + 1 | k) = CAx(k) + CB\Delta u(k) \quad (4.14)$$

$$y(k + 2 | k) = CA^2x(k) + CAB\Delta u(k) + CB\Delta u(k + 1)$$

$$\begin{aligned} y(k + 3 | k) &= CA^3x(k) + CA^2B\Delta u(k) + CAB\Delta u(k + 1) \\ & \quad + CB\Delta u(k + 2) \end{aligned}$$

\vdots

$$\begin{aligned} y(k + N_y | k) &= CA^{N_y}x(k) + CA^{N_y-1}B\Delta u(k) + CA^{N_y-2}B\Delta u(k + 1) \\ & \quad + \dots + CA^{N_y-N_u}B\Delta u(k + N_u - 1), \end{aligned} \quad (4.15)$$

Observa-se que, todas as variáveis de estados e de saídas preditivas, dependem da informação da variável de estado atual, $x(k)$, e do incremento de controle futuro, $\Delta u(k + j)$, onde $j = 0, 1, \dots, N_u$. Assim, as saídas preditivas e a sequência de controle futura podem ser expressas na forma vetorial, respectivamente, como:

$$y = [y(k + 1 | k) \ y(k + 2 | k) \ y(k + 3 | k) \ \dots \ y(k + N_y | k)]^T, \quad (4.16)$$

$$\Delta U = [\Delta u(k) \ \Delta u(k + 1) \ \Delta u(k + 2) \ \dots \ \Delta u(k + N_u - 1)]^T, \quad (4.17)$$

que para o caso SISO, a dimensão de y é N_y e para ΔU é N_u .

Reescrevendo-se as Equações 4.14 e 4.15 na forma matricial obtêm-se a seguinte expressão:

$$y = Fx(k) + \Phi\Delta U, \quad (4.18)$$

onde

$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_y} \end{bmatrix}, \\ \Phi &= \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ CA^{N_y-1}B & CA^{N_y-2}B & CA^{N_y-3}B & \dots & CA^{N_y-N_u}B \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde F é uma matriz com dimensão $N_y \times m_1$ e Φ é uma matriz triangular com dimensões $N_y \times N_u$.

4.2.2 Função Custo

Para um determinado ponto de referência, $w(k)$ num instante de tempo, k dentro de um horizonte de predição, N_y , o objetivo é levar a saída preditiva para mais próximo possível do valor de referência desejado onde se assume que o sinal de controle permanece constante em toda faixa de N_y . Tal objetivo é alcançado com o projeto do controlador para encontrar os melhores parâmetros da sequência de controle, u , de modo que a função objetivo quadrática do erro entre o valor de referência e a saída preditiva seja minimizada.

Considerando-se o vetor de referência dado por:

$$w^T = \underbrace{[1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]}_{N_y} y_r(k) = \bar{w} y_r(k) \quad (4.20)$$

e assumindo-se, $\delta(j) = 1$ e $\lambda(j) = \lambda$, pode-se definir a função custo como:

$$J = (\Phi \Delta U + Fx(k) - w)^T (\Phi \Delta U + Fx(k) - w) + \Delta U^T M \Delta U, \quad (4.21)$$

onde a minimização dessa função, resulta em uma solução ótima de controle dada por:

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T (w - Fx(k)) \quad (4.22)$$

onde M é uma matriz diagonal da forma que, $M = \lambda I_{N_u \times N_u}$, onde λ é usado como um parâmetro de ponderação da ação de controle para o desempenho desejado em malha fechada sendo, $\lambda \geq 0$. Para o caso em que, $\lambda = 0$, de acordo com a Equação 4.21, o objetivo seria apenas diminuir o erro entre $(\Phi \Delta U + Fx(k) - w)^T (\Phi \Delta U + Fx(k) - w)$ sem dar importância ao esforço de controle, ΔU . E para o caso de, λ , grande o esforço de controle é levado em consideração, diminuindo gradativamente o erro entre a saída preditiva e a referência futura. O termo, $(\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T w$, corresponde à mudanças no valor de referência, enquanto que, $(\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T F$, representa a realimentação dos estados. Observa-se que, ambos os termos dependem dos parâmetros do sistema, portanto, são matrizes constantes para um sistema invariante no tempo. Devido ao princípio de controle de horizonte retrocedente, apenas o primeiro elemento de ΔU em um instante de tempo, k é aplicado à planta, ou seja,

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \underbrace{[1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]}_{N_u} (\Phi^T \Phi + M)^{-1} (\Phi^T w(k) - \Phi^T Fx(k)) \\ &= K_y y_r(k) - K_{mpcss} x(k), \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde K_y é o primeiro elemento da matriz $(\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T w$, e K_{mpcss} é o ganho de realimentação do MPCSS formado pela matriz, $(\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T F$. Podendo-se então, reescrever, a Equação 4.23 em função da entrada nominal, $u(k)$ que de fato é enviado à planta, tal que:

$$u(k) = u(k - 1) + \Delta u(k). \quad (4.24)$$

Substituindo-se a Equação 4.23 na Equação 4.9 do sistema aumentado e reescrita a seguir

$$x_m(k + 1) = A_m x(k) + B_m \Delta u(k)$$

obtêm-se a seguinte descrição do sistema aumentado em malha fechada

$$\begin{aligned} x_m(k + 1) &= A_m x(k) - B_m K_{mpcss} x(k) + B_m K_y y_r(k) \\ &= (A_m - B_m K_{mpcss}) x(k) + B_m K_y y_r(k) \end{aligned} \quad (4.25)$$

4.3 OBSERVADOR DE ESTADOS

No projeto de controladores baseados em modelos no espaço de estados pode-se assumir que, a informação atual da planta, $x(k)$, esta disponível em um instante de tempo, k , pressupondo-se que, todas as variáveis de estado são mensuráveis. Mas, na realidade, na maioria das aplicações em sistemas reais nem todas as variáveis de estados podem ser diretamente medidas ou estão disponíveis (TATJEWSKI, 2014). Desta forma, torna-se necessário estimá-las usando um observador de estados. Além disso, em um ambiente ruidoso, um observador de estados também pode funcionar como um filtro capaz de reduzir os efeitos do ruído na medição (WANG, 2009).

4.3.1 Filtro de Kalman

Partir do princípio de que todos os estados de um sistema estão ou deveriam estar disponíveis para medição nem sempre é uma premissa válida. Portanto, pode-se utilizar um modelo de sistema dinâmico paralelo ao sistema que se deseja controlar, a fim de estimar os estados não acessíveis do sistema. Kalman (1960) propôs uma estrutura de estimação capaz de lidar tanto com a otimização do erro de estimação quanto com a presença de sinais estocásticos que são sinais que atuam como perturbação do estado ou como ruído de medida sobre o sinal de saída do sistema.

Para exemplificar a ação de um observador de estados, considere o modelo do processo descrito na Equação 4.1 e reescrito a seguir para facilitar a leitura

$$x(k + 1) = Ax(k) + Bu(k),$$

então, este modelo pode ser usado para estimar a variável de estado $\hat{x}(k)$ conforme

$$\hat{x}(k + 1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \quad (4.26)$$

O problema do Filtro de Kalman pode ser resumido em obter um ganho ótimo, L_{obs} , tal que, o estimador de estados estimados

$$\hat{x}(k+1) = \overbrace{A_m \hat{x}(k) + B_m u(k)}^{\text{modelo do processo}} + \overbrace{L_{obs}[y(k) - \hat{y}(k)]}^{\text{termo de correção}}, \quad (4.27)$$

seja capaz de minimizar o erro de estimação e_{obs} , dado por:

$$e_{obs}(k) = x(k) - \hat{x}(k) \quad (4.28)$$

O estimador de estados dado na Equação 4.27 consiste em dois termos, o primeiro é o modelo do processo e o segundo é o termo de correção baseado no erro entre a saída medida e a saída estimada usando a estimativa $\hat{x}(k)$.

Substituindo, $y(k) = Cx(k)$ na Equação 4.27 e com a definição de erro de estimação dado na Equação 4.28, obtêm-se facilmente o erro de estimação de saída do observador em malha fechada

$$e_{obs}(k+1) = (A_m - L_{obs}C_m)e_{obs}(k) \quad (4.29)$$

logo, quando os autovalores de $(A_m - L_{obs}C_m)$, estão localizados estritamente no interior do círculo unitário o erro de estimação tende a zero, ou seja, a estimativa dos estados tende assintoticamente ao valor real.

Uma solução para obter L_{obs} é utilizar uma estratégia de alocação de polos conforme descrito em Wang (2009). Para isso, deve-se levar em conta dois fatores conflitantes: por um lado, quanto mais próximo os autovalores estiverem da origem, mais rápida a convergência do erro para zero. Contudo, esses autovalores muito pequenos levam a estimativa a oscilar bastante na presença de ruídos. Uma solução ótima, num certo sentido é utilizar o Filtro de Kalman que permite quantificar a sensibilidade do observador diante de variações no sistema. Desta forma, o ganho ótimo, L_{obs} dado na Equação 4.27 pode ser obtido a partir da solução da equação algébrica de Riccati (*Algebraic Riccati Equation - ARE*) conforme Wang (2009), onde a matriz de covariância que reflete a magnitude do erro de estimação entre a saída real, $y(k)$, e a estimada, $\hat{y}(k)$, é dada por:

$$P(k+1) = A_m(P(k) - P(k)C_m^T(R + C_mP(k)C_m^T)^{-1}C_mP(k)A_m^T + Q) \quad (4.30)$$

$$L_{obs}(k) = A_mP(k)C_m^T(R + C_mP(k)C_m^T)^{-1} \quad (4.31)$$

onde R e Q são parâmetros de sintonia do estimador em que, para um sistema SISO, R é um fator escalar e Q é uma matriz $m \times m$.

Com as informações de $\hat{x}(k)$ substituindo $x(k)$, a função custo dada na Equação 4.21 e a lei de controle ótima de *feedback* de estados estimados dada na Equação 4.23 são agora, dadas por:

$$J = (\Phi \Delta U + F \hat{x}(k) - w)^T (\Phi \Delta U + F \hat{x}(k) - w) + \Delta U^T M \Delta U, \quad (4.32)$$

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T (w - F \hat{x}(k)), \quad (4.33)$$

$$\Delta u(k) = k_y r(k) - K_{mpcss} \hat{x}(k). \quad (4.34)$$

Substituindo a Equação 4.34 na Equação 4.9 obtêm-se a descrição do sistema aumentado em malha fechada com estados estimados

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x(k) + B \Delta u(k) \\ &= A_m x(k) + B_m K_y y_r(k) - B_m K_{mpcss} \hat{x}(k) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Considerando $\hat{x}(k) = x(k) - e_{obs}(k)$, a Equação 4.35 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$x_m(k+1) = (A_m - B_m K_{mpcss}) x(k) - B_m K_{mpcss} e_{obs}(k) + B_m K_y y_r(k) \quad (4.36)$$

Combinando-se as Equações 4.29 e 4.36 obtêm-se a descrição do sistema aumentado em malha fechada com o observador de estados estimados

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_m(k+1) \\ e_{obs}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m - B_m K_{mpcss} & -B_m K_{mpcss} \\ A_m - L_{obs} C_m & O_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ e_{obs}(k) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_m K_y \\ O_{n \times m} \end{bmatrix} y_r(k) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Assim, as Equações 4.18, 4.21 e 4.22 agora com o observador de estados, são reescritas da forma:

$$\begin{aligned} y &= F \hat{x}(k) + \Phi \Delta U, \\ J &= (\Phi \Delta U + F \hat{x}(k) - w)^T (\Phi \Delta U + F \hat{x}(k) - w) + \Delta U^T M \Delta U, \\ \Delta U &= (\Phi^T \Phi + M)^{-1} \Phi^T (w - F \hat{x}(k)) \end{aligned}$$

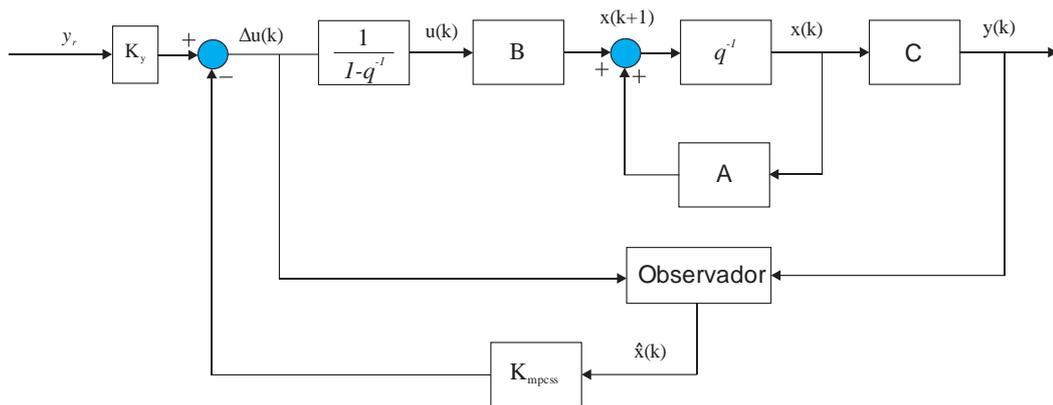


Figura 5. Diagrama de blocos do MPCSS com o observador. Fonte: Elaboração própria, adaptado de WANG, 2009.

Os principais passos para o projeto do controlador MPCSS são descritos na Tabela 2.

Tabela 2. Principais passos do projeto do MPCSS.

Equações do Projeto do controlador MPCSS	
1.	Definir o modelo no espaço de estados como nas Equações 4.1 e 4.2 incluindo o integrador no sistema;
2.	Definir o observador de estados, $\hat{x}(k+1) = \mathbf{A}\hat{x}(k) + \mathbf{B}\Delta u(k) + \mathbf{L}_{obs}[y(k) - \mathbf{C}\hat{x}(k)];$
3.	Calcular o ganho do controlador MPCSS, $\mathbf{K}_{mpcss} = (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} + \mathbf{M})^{-1} \mathbf{\Phi}^T (\mathbf{F}\hat{x}(k));$
4.	Calcular a lei de controle do MPCSS, $\Delta \mathbf{U} = (\mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} + \mathbf{M})^{-1} \mathbf{\Phi}^T (w - \mathbf{F}\hat{x}(k))$

4.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo foi abordada a síntese de projeto do MPCSS sem restrições para o caso SISO; descreveu-se o projeto do observador de estados; apresentou-se também em diagrama de blocos uma estrutura completa envolvendo o controlador MPCSS juntamente com o estimador de estados aplicado à planta. No próximo capítulo, descrevem-se os processos utilizados para os testes dos algoritmos de controle abordados neste trabalho.

5 DESCRIÇÃO DOS PROCESSOS UTILIZADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Vale ressaltar que, este trabalho trata do desenvolvimento dos algoritmos de controle GPC e MPCSS, sendo que o principal objetivo consiste na descrição do projeto do MPCSS a fim de se propor um estudo comparativo entre este e o GPC e não em controlar um único processo ou uma gama destes de classe específica. A fim de se comprovar o presente estudo, optou-se por três processos com características dinâmicas distintas para a realização dos testes via simulação numérica. As plantas utilizadas foram escolhidas de maneira a explorar as potencialidades dos algoritmos apresentados.

5.2 PROCESSO *BALL AND BEAM*

O processo didático *ball and beam* do Laboratório de Controle e Sistemas (LACOS) da UFPA, Instituto de Tecnologia é constituído por uma barra horizontal que pode girar em torno de uma extremidade, um servo motor cujo eixo está preso a outra extremidade da barra, um microcontrolador Arduino UNO R3, um sensor infravermelho do tipo *sharp* e uma bola de aço conforme apresentado na Figura 6. Na Tabela 3 são apresentados os valores dos parâmetros físicos do sistema.

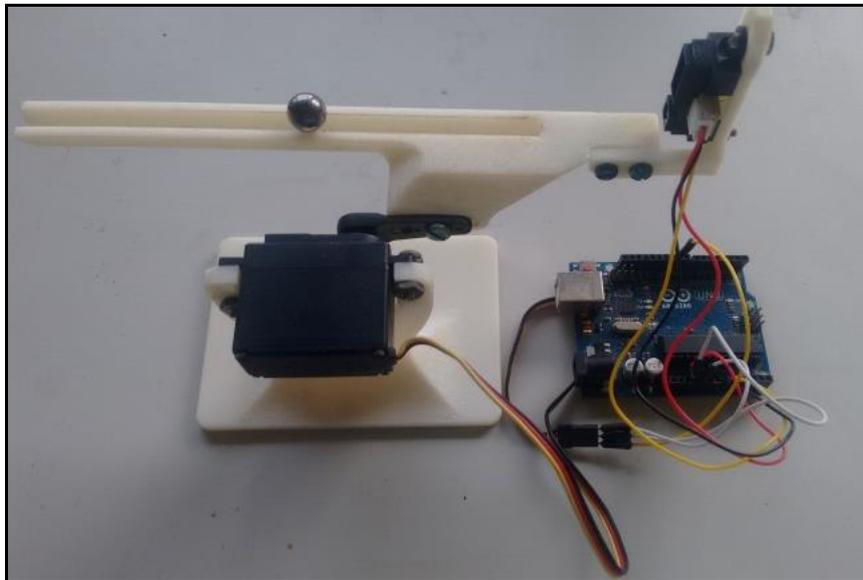


Figura 6. Sistema *ball and beam* (LACOS). Fonte: Elaboração própria.

Tabela 3. Parâmetros Físicos do Sistema *Ball and Beam*.

Símbolo	Descrição	Valor/Unidade
L_{barra}	Comprimento da barra	15 cm
r_b	Raio da bola	0,65 cm
m_b	Massa da bola	0,005kg
J_b	Momento de inércia da bola	$1,3 \times 10^{-3} \text{kg/m}^2$
g	Aceleração da gravidade	$9,81 \text{ m/s}^2$
$r_{braço}$	Raio do braço	0,8 cm

A função de transferência que descreve a dinâmica entre a posição da bola e o ângulo do servomotor é dada por:

$$\frac{Y(s)}{\theta_l(s)} = \frac{(m_b g r_{braço}) r_b^2}{s^2 [L_{barra} (m_b r_b^2 + J_b)]} \quad (5.1)$$

onde Y é a posição da bola e θ_l é o ângulo do servo. Mais detalhes sobre as equações de movimento do sistema são apresentados no Anexo A.

Um modelo linear para o sistema *Ball and Beam*, extraído a partir de uma modelagem matemática é dado pela seguinte função de transferência:

$$Y(s) = \frac{0,4}{s^2} U(s), \quad (5.2)$$

onde $Y(s)$ e $U(s)$ são as transformadas de Laplace da posição da bola sobre a barra e a tensão de armadura do servo motor, respectivamente.

Nas Figuras 7 e 8 são mostradas a resposta do sistema ao degrau no valor de referência (posição da bola) igual a 7 cm e o diagrama de Bode, respectivamente. A partir do gráfico da Figura 7, nota-se que, o processo reage de forma exponencial, crescendo indefinidamente, caracterizando um comportamento instável em malha aberta, isso se deve a presença de duplo integradores na malha direta do processo conforme evidenciado na Figura 8.

Para sintetizar o projeto do controlador MPCSS com realimentação de estados estimados, torna-se necessário expressar o modelo do sistema no espaço de estados, tal modelo pode ser escrito em termos da posição da bola sobre a barra e a velocidade angular do servo.

A Equação 5.2 pode ser reescrita em termos de equação diferencial, desta forma tem-se:

$$\ddot{y} = 0,4u, \quad (5.3)$$

assim, um possível modelo de representação no espaço de estados para o processo *Ball and Beam* é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,4 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde observa-se que, os polos do sistema são iguais a zero, indicando-se um sistema com integradores. O modelo discreto do sistema obtido via Segurador de Ordem Zero (ZOH) com período de amostragem, $T_s = 0,25$ segundos é dado por:

$$(1 - 2q^{-1} + q^{-2})y(k) = (0,01156 + 0,01156q^{-1})u(k) \quad (5.5)$$

O *Ball and Beam* é uma planta didática, desenvolvida no LACOS da UFPA e devido ser um processo com dimensões bastante reduzidas como mostrado na Tabela 3, pode ser transportado facilmente para testes práticos de algoritmos de controle. O conceito subjacente de um processo *Ball and Beam* pode ser aplicado a um problema de estabilização para vários sistemas como, por exemplo, a estabilização horizontal de uma aeronave durante o pouso e no fluxo de ar turbulento e o problema de lidar com o equilíbrio de bens transportados por robôs (KUMAR; JEROME; RAAJA, 2014).

Desta forma, o modelo da Equação 5.5 é usado para os projetos do GPC e MPCSS com o objetivo de extrair as características de desempenho e estabilidade de cada controlador para o caso SISO.

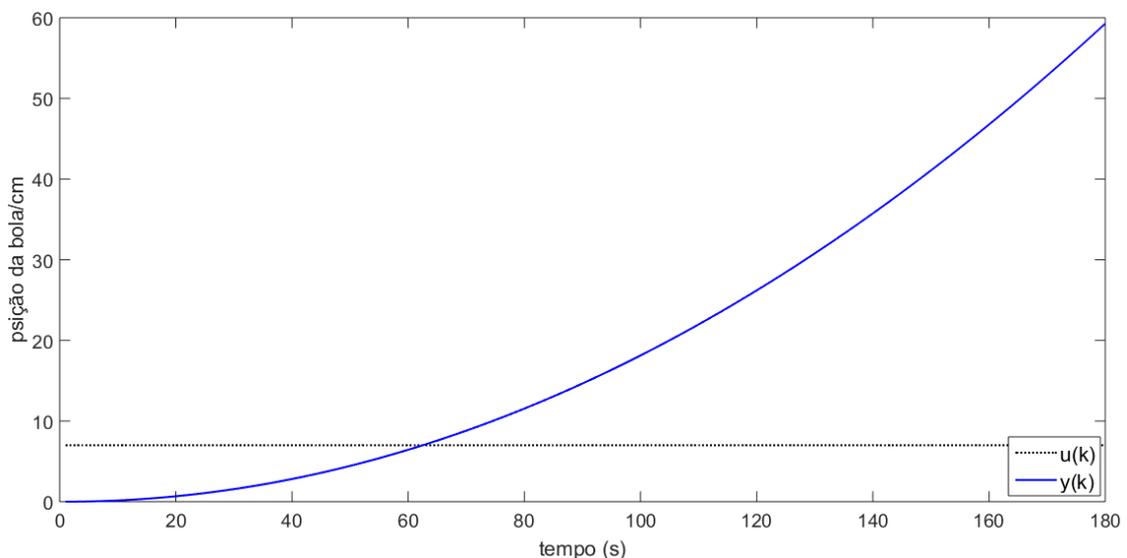


Figura 7. Resposta do Sistema em malha aberta. Fonte: Elaboração própria.

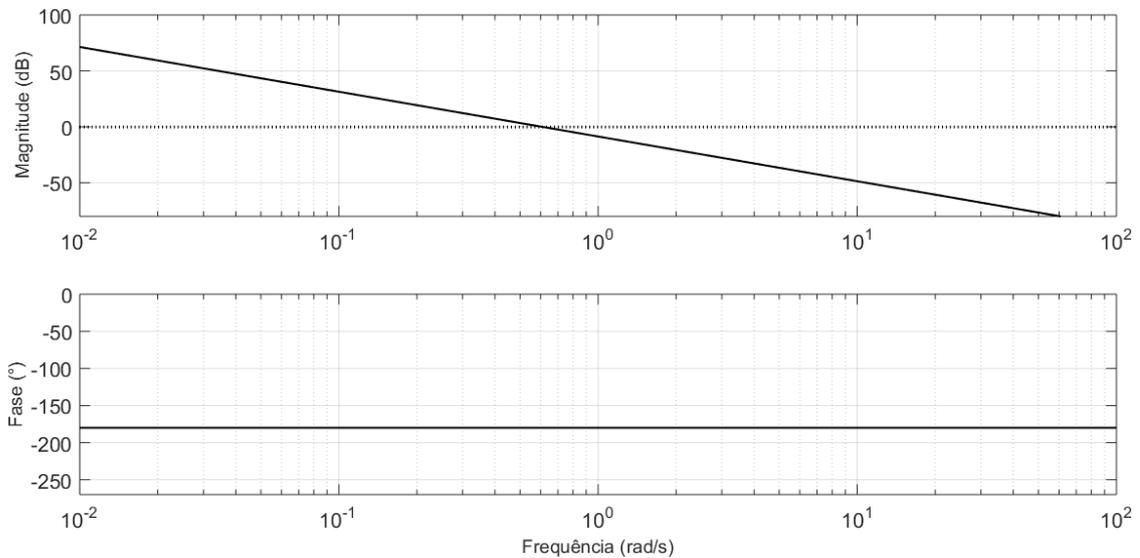


Figura 8. Diagrama de Bode do modelo linear do *Ball and Beam* da Equação 4.32. Fonte: Elaboração própria.

5.3 SISTEMA ARDUINO-BASED ROBOT ARM JOINT (ArduRAJ)

O ArduRAJ² é uma planta didática portátil que emula um braço manipulador controlado por um servo motor com um potenciômetro conectado ao seu eixo que mede a posição angular do braço. Este sistema, construído para fins de uso em ambientes de ensino e pesquisa, possui um Arduino Nano R3 com funções Daquino embarcadas (SILVEIRA, 2010). O processo utiliza uma tensão de entrada que varia de 0 a 5 V. Na Figura 9 é apresentado o sistema ArduRAJ do laboratório, LACOS da UFPA.



² <http://Lacos.ufpa.br>

Figura 9. Protótipo ArduRAJ (LACOS). Fonte: SILVEIRA, 2010.

O modelo linear identificado usando o estimador dos mínimos quadrados a partir da resposta ao degrau no ponto de operação de 4,5 V na sua forma contínua após uma transformação, ZOH com período de amostragem de $T_s = 0,1$ segundos é dado pela seguinte função de transferência

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,001167s + 92,57}{s^2 + 17,3s + 112,2} \quad (5.6)$$

onde $Y(s)$, $U(s)$ são respectivamente, as transformadas de Laplace da posição angular do servo em valor de tensão e a tensão estática de entrada, PWM.

Nas Figuras 10 e 11 são apresentadas as respostas do sistema ao degrau unitário e via resposta em frequência, respectivamente. Nota-se a partir dos gráficos que, o processo apresenta uma dinâmica de resposta relativamente lenta devido ao elevado coeficiente de amortecimento, $\xi \cong 0,82$. A resposta do RAJ também pode ser observada através das curvas de magnitude e de fase expressas pelo diagrama de Bode da Figura 11.

O RAJ é uma planta didática que devido as suas características físicas construtivas, pode ser transportada facilmente para a utilização de testes práticos de controle.

Para tratar o problema de controle por realimentação de estados estimados, pode-se expressar o modelo no espaço de estados, podendo ser em termos de posição angular e velocidade. Reescrevendo-se a Equação 5.6 em termos de equação diferencial, tem-se:

$$\ddot{y} + 17,3\dot{y} + 112,2y = 0,001167\dot{u} + 92,57u \quad (5.7)$$

podendo-se definir $x_1 = y$ e $x_2 = \dot{y}$ como variáveis de estado de posição angular e velocidade, respectivamente. Assim, um possível modelo de representação no espaço de estados do processo RAJ é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -112,2 & -17,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,001167 \\ 92,57 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

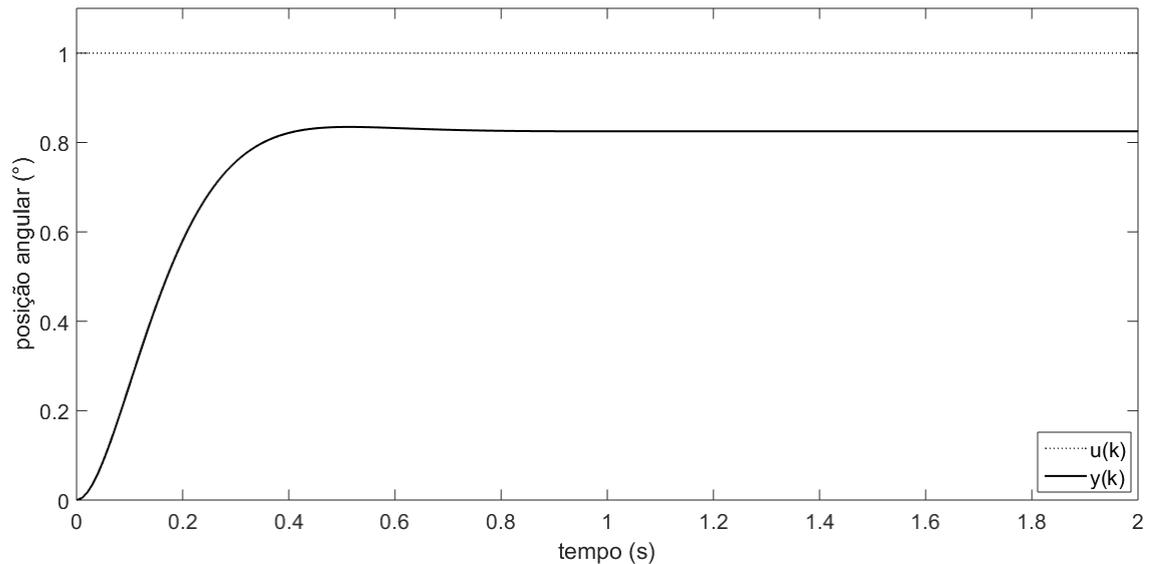


Figura 10. Resposta ao degrau para o modelo linear do RAJ. Fonte: Elaboração própria.

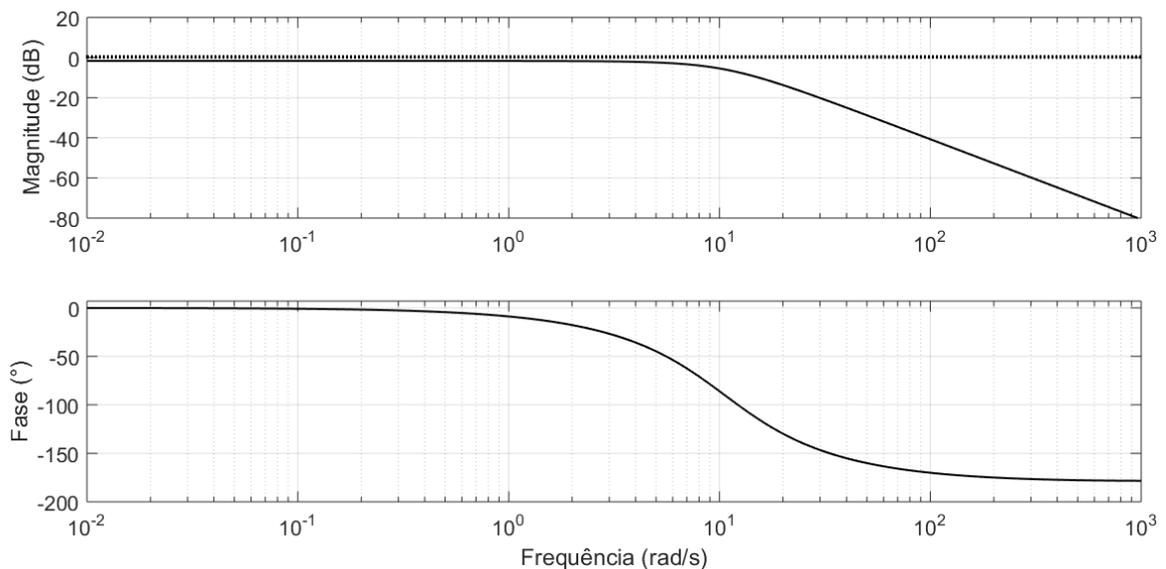


Figura 11. Diagrama de Bode do modelo linear do RAJ em (5.6). Fonte: Elaboração própria.

5.4 SISTEMA DE FASE NÃO MÍNIMA

O terceiro estudo de caso emprega uma simulação numérica em um processo didático de fase não mínima. Os objetivos da simulação são: **a)** evidenciar a equivalência entre o GPC e MPCSS analisando e comparando a eficácia destes controladores em lidar com *offset* **b)** explorar o projeto do MPCSS para controlar processos de fase não mínima, alcançando desempenho de malha fechada desejado.

$$Y(s) = \frac{-9,8167s + 92,57}{s^2 + 5,3s + 1,9} U(s) \quad (5.9)$$

onde $Y(s)$ e $U(s)$ são as transformadas de Laplace dos sinais de entrada e saída do sistema, respectivamente.

A resposta ao degrau unitário e o diagrama de Bode do sistema (5.9), são mostrados nas Figuras 12 e 13, respectivamente. Pelos gráficos é possível observar a ausência de oscilações caracterizado pelo alto coeficiente de amortecimento, $\xi \approx 1$, observa-se também a característica de fase não mínima devido à presença de um zero mal amortecido no sistema.

Para o sistema de fase não-mínima, também torna-se necessário obter uma representação no espaço de estados. Assim, para o projeto do controlador MPCSS com realimentação de estados estimados, uma possível realização em espaço de estados é dado por:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0,9949 & 0,0775 \\ -0,0930 & 0,5844 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,5895 \\ 7,2208 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.10)$$

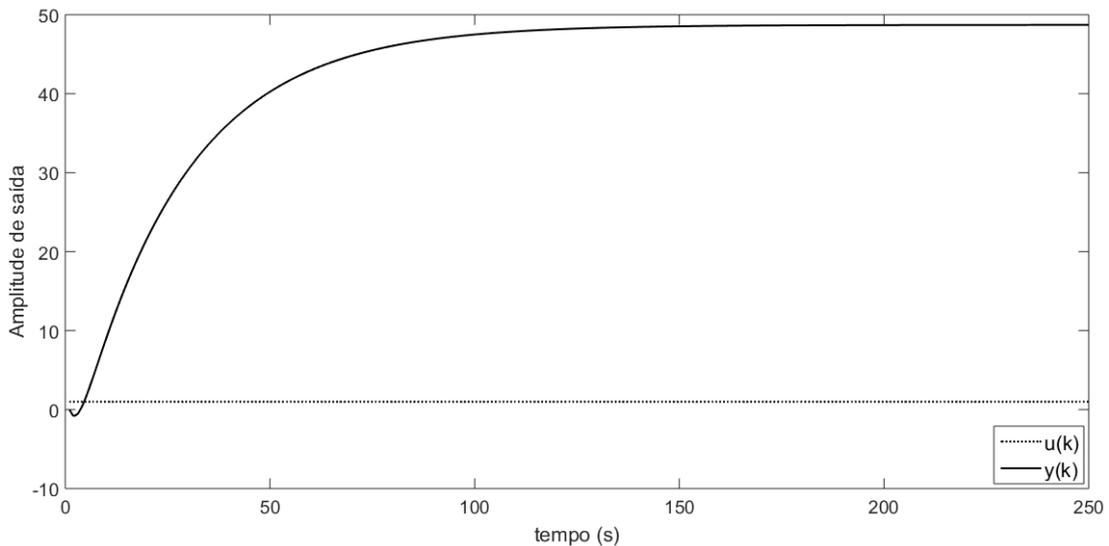


Figura 12. Resposta ao degrau do sistema em malha aberta. Fonte: Elaboração própria.

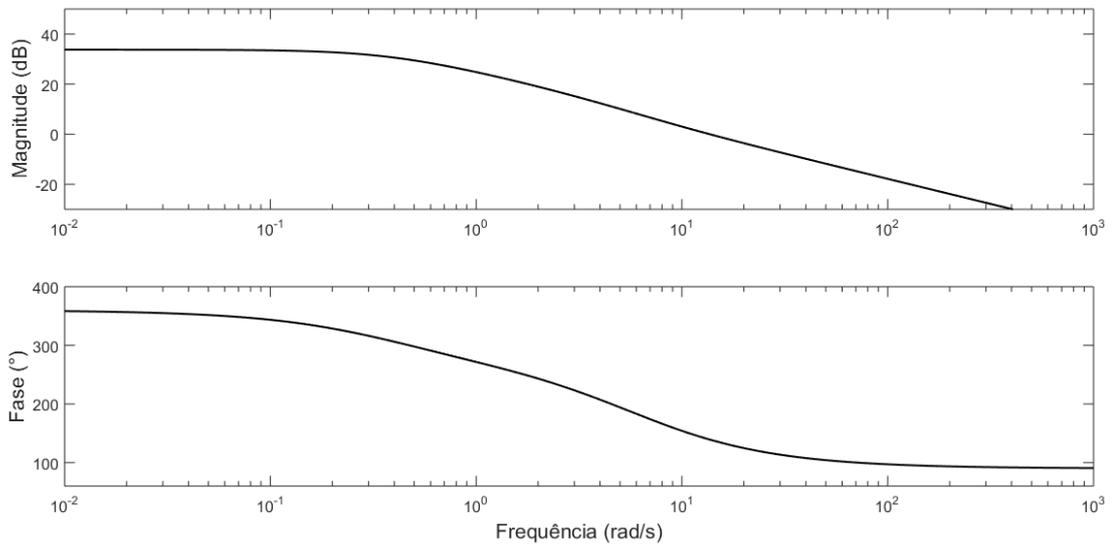


Figura 13. Diagrama de Bode do sistema (5.9) em malha aberta. Fonte: Elaboração própria.

5.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram apresentados os processos que são utilizados para os testes dos controladores GPC e MPCSS. A escolha de processos com complexidades distintas tem como objetivo, explorar as potencialidades dos controladores relacionados a desempenho e estabilidade a fim de se comparar os resultados obtidos por meio dos índices de desempenho.

6 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

6.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo, são apresentados os resultados obtidos por meio de testes de simulações realizados com os controladores GPC e MPCSS sobre as plantas descritas no Capítulo 5. Os testes foram realizados com o objetivo de confrontar os resultados obtidos entre os controladores GPC e MPCSS estabelecendo assim, um estudo comparativo entre essas estruturas de controle.

Os testes realizados com os controladores para fins de análise e comparação dos resultados são feitos para o caso servo (rastreamento de referência) com sinais de perturbação de cargas na entrada dos processos e sinais de ruído. A comparação dos resultados entre os controladores relacionados a desempenho e estabilidade é feita por meio de índices de desempenho.

6.2 ÍNDICES DE DESEMPENHO

Os índices de desempenho são fortemente usados na literatura de controle para avaliar de modo quantitativo e qualitativo do desempenho do controlador na malha de controle de um sistema. Para avaliar o desempenho dos controladores GPC e MPCSS foram utilizados os seguintes índices, a Integral do Erro Absoluto (IAE – *Integral Absolute Error*), a Integral do Erro Absoluto, ponderada pelo Tempo (ITAE – *Integral Time Absolute Error*) e a Integral do Erro Quadrático ponderada pelo Tempo (ITSE – *Integral Time Square Error*) (OGATA, 1982; ÅSTRÖM E WITTENMARK, 2011).

O critério IAE considera o módulo do erro equivalente à soma das áreas acima e abaixo do valor de referência. É um critério de fácil entendimento e implementação e é definido como:

$$IAE = \sum_{k=1}^N |e(k)| \quad (6.1)$$

onde N é o tempo de experimentação.

O critério ITAE penaliza os erros que se mantêm no tempo, ou seja, um erro inicial grande é ponderado com peso pequeno, enquanto que, os erros que ocorrem nos tempos finais são bastante penalizados. O índice ITAE é definido por:

$$ITAE = \sum_{k=1}^N t|e(k)| \quad (6.2)$$

O critério ITSE é similar ao ITAE, pois pondera o erro quadrático inicial grande com peso baixo, ao passo que, erros que ocorrem mais tarde na resposta transitória são bastante penalizados. Define-se o critério ITSE como:

$$ITSE = \sum_{k=1}^N t e^2(k) \quad (6.3)$$

onde $e(k)$ é a diferença entre a referência, $y_r(k)$ e a saída, $y(k)$ do sistema.

Para avaliar a variável de controle, o índice de desempenho Variação Total de Controle (TVC – *Total Variation Control*) também é usado para avaliar o esforço de controle de cada controlador. Este critério é definido como o somatório de todas as suas variações positivas e negativas e é definido pela seguinte equação:

$$TVC = \sum_{k=1}^N |\Delta u(k)| \quad (6.4)$$

6.3 SIMULAÇÕES DOS PROCESSOS COM OS CONTROLADORES GPC E MPCSS

6.3.1 Processo *Ball and Beam*

Para este caso, o modelo do processo apresentado na Equação 5.2 e reescrito a seguir é usado para sintetizar o controlador GPC.

$$Y(s) = \frac{0,37}{s^2} U(s) \quad (6.5)$$

O equivalente discreto via (ZOH), do sistema (6.5) para o período de amostragem, $T_s = 0,25$ segundos é dado por:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 - 2q^{-1} + q^{-2}, \\ B(q^{-1}) &= 0,01156 + 0,01156q^{-1}, \end{aligned} \quad (6.6)$$

Para garantir o rastreamento de referência com *offset* nulo em regime permanente faz-se a inclusão do operador ($\Delta = 1 - q^{-1}$) no modelo do processo, sendo reescrito na forma:

$$\begin{aligned} \tilde{A}(q^{-1}) &= A(q^{-1})(1 - q^{-1}) = 1 - 3q^{-1} + 3q^{-2} - q^{-3}, \\ B(q^{-1}) &= 0,01156 + 0,01156q^{-1}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

então, o sistema (6.7) é o modelo discreto determinístico de projeto do GPC. Baseado no comportamento do sistema, os parâmetros escolhidos para o ajuste do controlador GPC foram: horizonte de predição, $N_y = 60$, horizonte de controle, $N_u = 2$ e ponderação de controle, $\lambda = 20$.

O modelo do *Ball and Beam* contínuo no espaço de estados apresentado na Equação 5.4 e reescrito a seguir é dado por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,37 \end{bmatrix} u; \quad (6.8)$$

$$C = [1 \quad 0]$$

Para garantir o rastreamento de referência com *offset* nulo em regime estacionário, o modelo (6.8) mesmo com *Model Plant Mismatch* é aumentado na forma incremental pela inclusão do operador Δ . Seu equivalente discreto, por meio (ZOH), também para o período de amostragem, $T_s = 0,25$ segundos usado para o projeto do MPCSS é dado por:

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta u(k) \quad (6.9)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0,25 \\ 0 & 1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0,0116 \\ 0,0116 \\ 0,0925 \end{bmatrix} \Delta u; \quad (6.10)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Conforme os passos de projeto do MPCSS, o passo 2 é referente ao projeto do observador conforme descrito na Seção 4.3.1. Inicialmente, sintonizou-se a matriz $\mathbf{Q} = \text{diag}[1 \quad 1 \quad 1]$ e $\mathbf{R} = 0,1$ obtendo-se assim, o ganho de Kalman, \mathbf{L}_{obs} , dado por:

$$\mathbf{L}_{obs} = [0,0255 \quad 0,0056 \quad 0,2358]^T, \quad (6.11)$$

o passo 3 é referente a obtenção da matriz de ganho do MPCSS, \mathbf{K}_{mpcss} . Para isso, torna-se necessário a obtenção das seguintes matrizes:

$$\Phi^T \Phi = 10^3 \begin{bmatrix} 3,8009 & 3,2020 & 2,6713 & 2,2046 & 1,7976 & 1,4458 \\ 3,2020 & 2,6997 & 2,2542 & 1,8621 & 1,5197 & 1,2236 \\ 2,6713 & 2,2542 & 1,8840 & 1,5578 & 1,2727 & 1,0257 \\ 2,2046 & 1,8621 & 1,5578 & 1,2894 & 1,0545 & 0,8509 \\ 1,7976 & 1,5197 & 1,2727 & 1,0545 & 0,8634 & 0,6975 \\ 1,4458 & 1,2236 & 1,0257 & 0,8509 & 0,6975 & 0,5642 \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

$$\Phi^T \mathbf{F} = 10^3 \begin{bmatrix} 2,7422 & 4,4518 & 0,3046 \\ 2,2989 & 3,7489 & 0,2536 \\ 1,9081 & 3,1264 & 0,2090 \\ 1,5663 & 2,5792 & 0,1703 \\ 1,2700 & 2,1021 & 0,1370 \\ 1,0154 & 1,6900 & 0,1087 \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

então a matriz de ganho, \mathbf{K}_{mpcss} é dada por:

$$\mathbf{K}_{mpcss} = \begin{bmatrix} 15.4584 & 9.1451 & 3.9415 \\ 2.0445 & 4.1013 & -0.7230 \\ -5.6407 & 0.7114 & -2.9323 \\ -8.0093 & -1.1068 & -2.8753 \\ -5.4785 & -1.4860 & -0.7392 \\ 1.5360 & -0.5663 & 3.2909 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

e finalizando-se com o 4º passo do projeto que é a obtenção da lei de controle, dada por:

$$\Delta U = 1 \times 10^{-3} [0,4582 \quad 0,2675 \quad 0,0059 \quad -0,2598 \quad -0,4711 \quad -0,5792]^T, \quad (6.14)$$

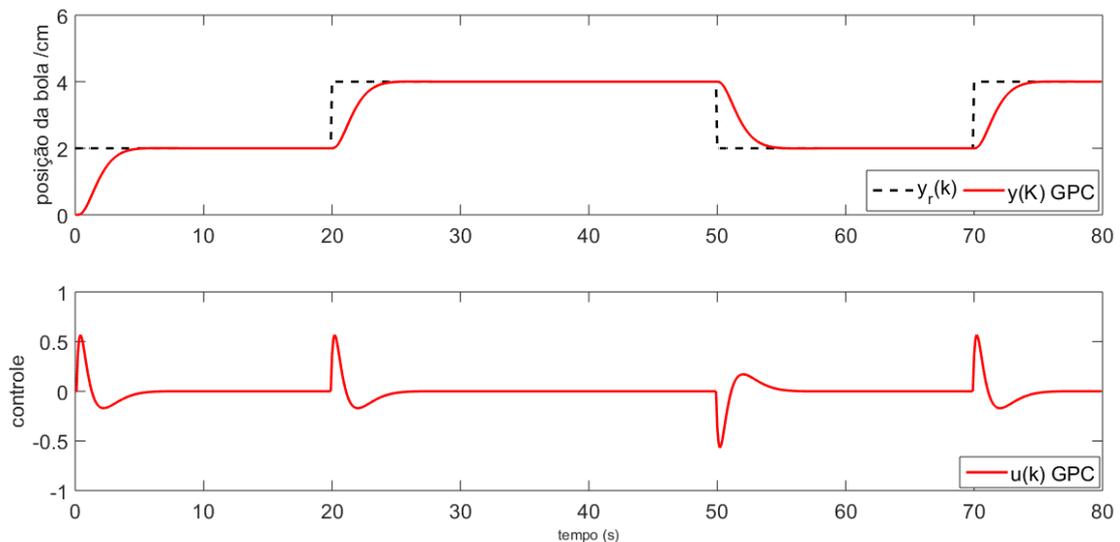
onde o sinal de comando efetivamente aplicado à planta é dado por:

$$u(k) = u(k - 1) + \Delta U(k), \quad (6.15)$$

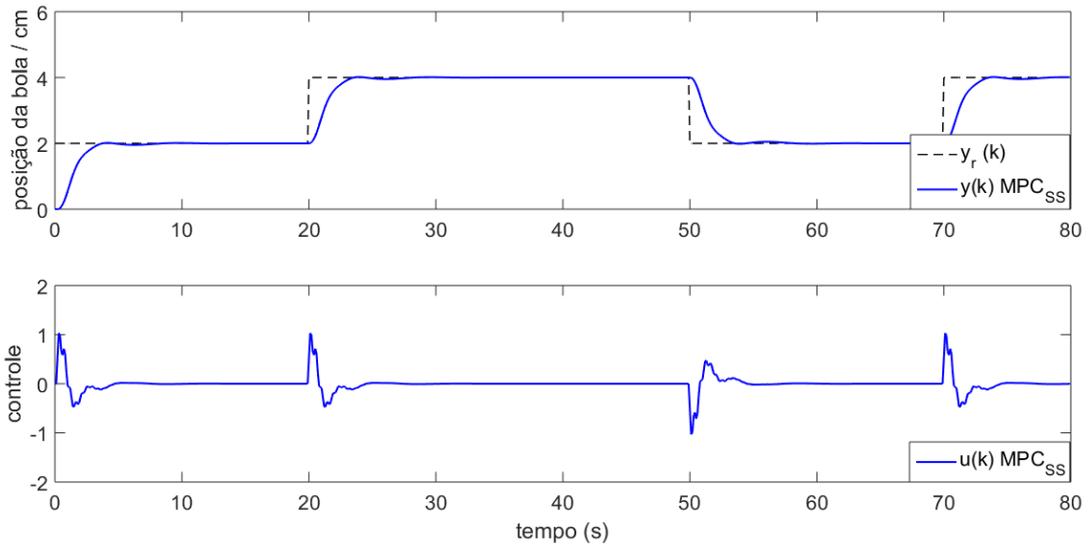
os parâmetros de ajuste do MPCSS foram definidos como, $N_y = 95$, $N_u = 6$ e ponderação de controle, $\lambda = 20$.

6.3.1.1 Caso 1

Na Figura 14 têm-se os sinais de saída e controle do sistema controlado pelos controladores GPC e MPCSS na ausência de sinais de perturbação de carga e de ruído. Observa-se que, tanto o GPC quanto o MPCSS são capazes de estabilizar o sistema e rastrear referencia em todas as regiões de operação do sistema. Ainda que, o MPCSS exerça um esforço de controle levemente excessivo, consegue apresentar um desempenho ligeiramente superior ao GPC como pode ser comprovado pelos índices de desempenho expressos na Tabela 4. As variáveis de estado real e estimada pelo estimador de Kalman são apresentadas na Figura 15. Nota-se que, o estado estimado apresenta uma leve variação na amplitude, decorrente da sintonia adotada no estimador.



(a) GPC



(b) MPCSS

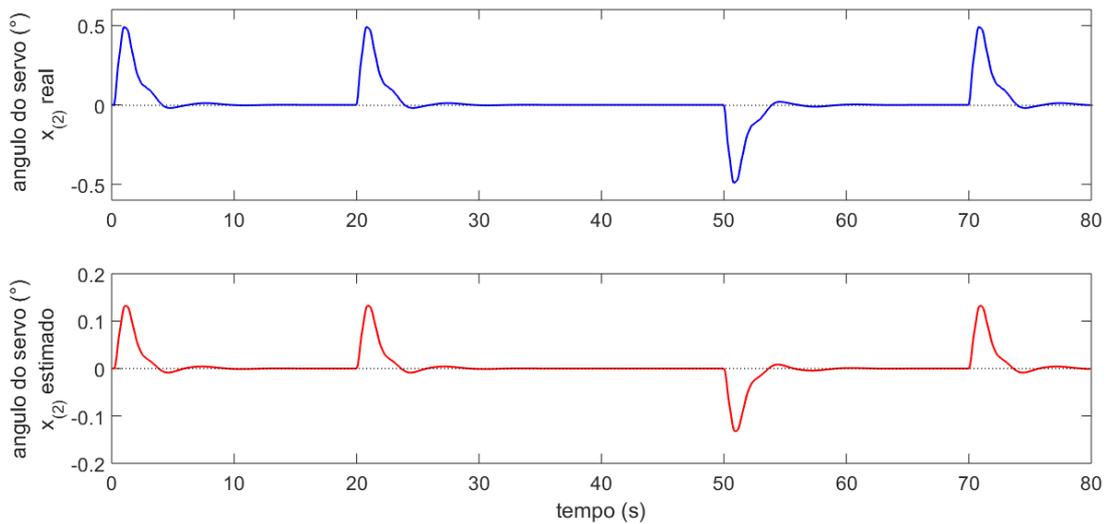
Figura 14. Controladores GPC e MPCSS rastreando a saída do processo *Ball and Beam*.

Figura 15. Variáveis de estado real e estimada. Fonte: Elaboração própria.

6.3.1.2 Caso 2

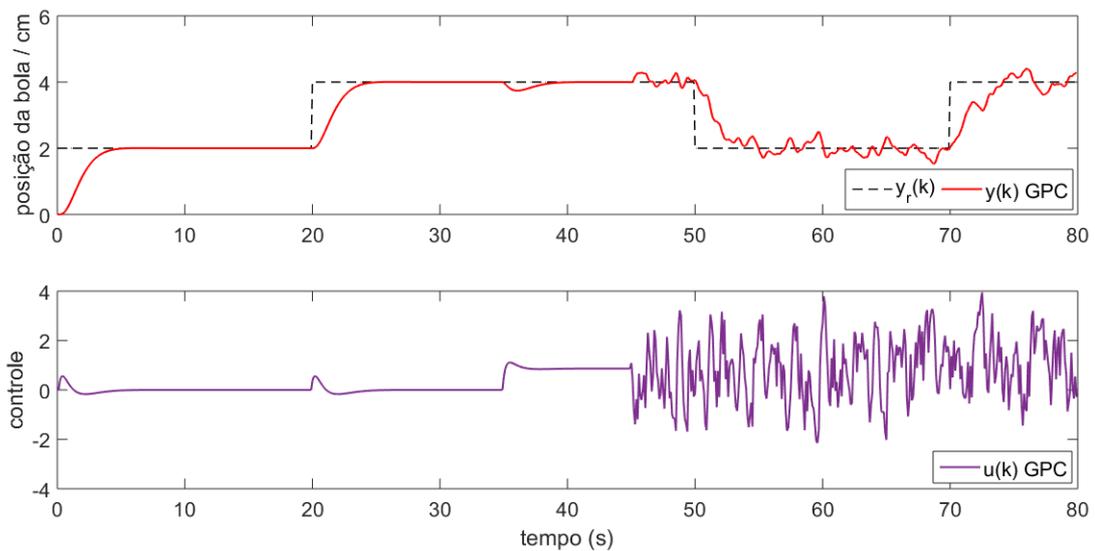
Os resultados dos controladores GPC e MPCSS para a saída e controle do *Ball and Beam*, agora com sinais de perturbação de carga e de ruído são apresentados na Figura 16. No instante de 34,9 segundos, um sinal de perturbação de carga (-5% da magnitude do valor de referência) é aplicado na entrada da planta, além dessa perturbação, uma sequência do tipo ruído branco com variância $\sigma_{\xi}^2 = 0,0015$, no instante de $t = 45$ segundos, começa a atuar sobre o sinal de saída. Observa-se através dos sinais de saída e controle, que mesmo com perturbação de carga e ruído, a regulação do sinal de saída é mantida comprovando-se a

eficácia dos controladores. Porém, o controlador GPC rastreia referência de forma mais suave sem oscilações e rejeita perturbação de carga mais rapidamente quando comparado ao MPCSS.

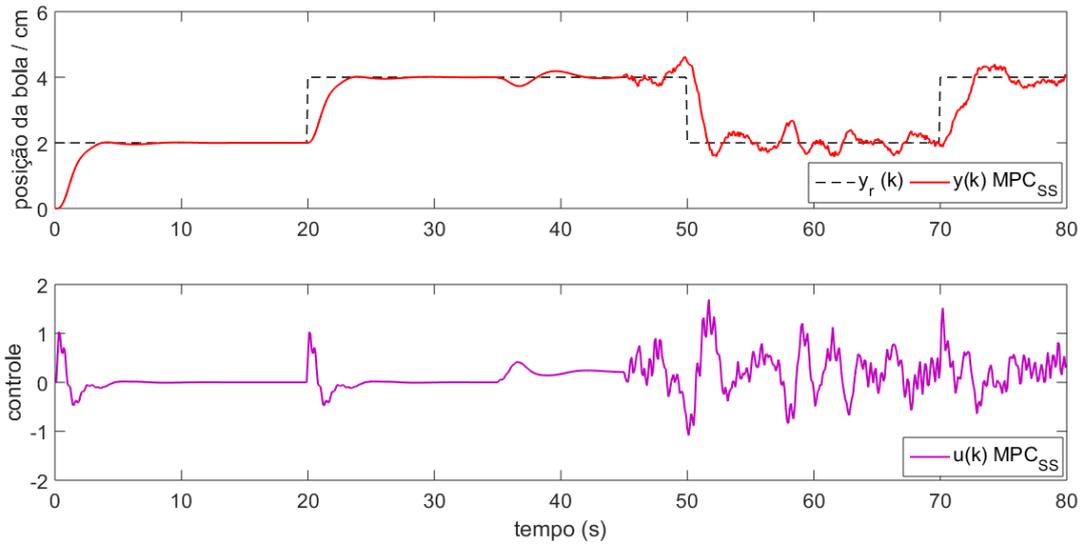
As variáveis de estado real e estimada são mostradas na Figura 17. Observa-se que, após a ação do ruído na simulação, a variável estimada consegue acompanhar mudanças devido a perturbação de carga, sofrendo pouca influência, quando comparada ao estado real.

Vale ressaltar também que, o esforço de controle mais conservativo do MPCSS apresentado na Figura 16 é influenciado pela sintonia do Filtro de Kalman. Tal sintonia permite que pouca observação do ruído atribua-se ações de controle mais conservativas, enquanto que, se priorizando a observação do ruído têm-se ações de controle mais agressivas (SILVEIRA, 2012).

Na Tabela 4 é mostrado o desempenho de cada controlador aplicado ao processo.



(a) GPC



(b) MPCSS

Figura 16. Saída e controle do processo com os controladores GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.

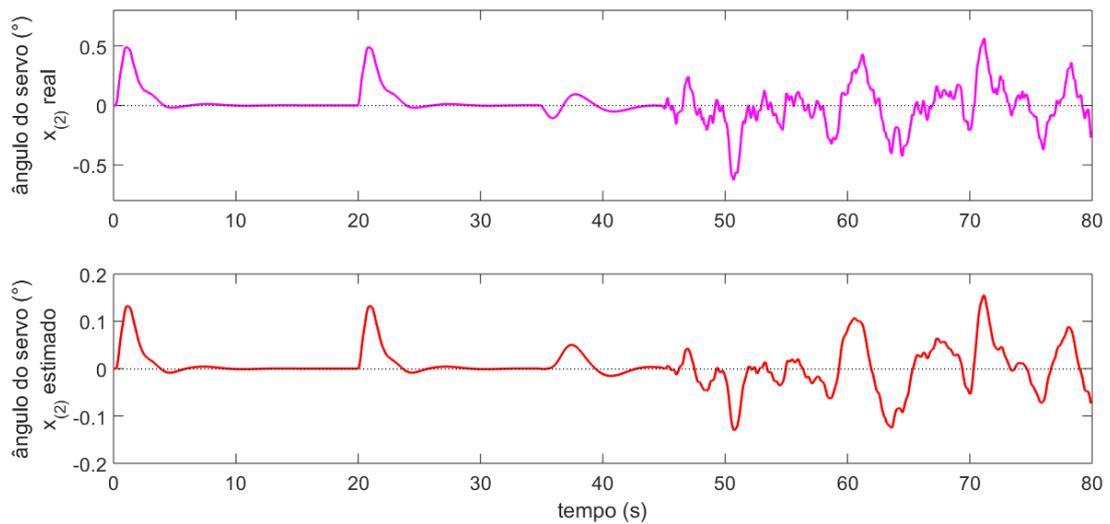


Figura 17. Variáveis de estado real e estimada. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4. Índices de desempenho - *Ball and Beam*.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC – Caso 1	160,8246	40,2061	$1,1267 \times 10^3$	8,9085
MPCSS – Caso 1	92,9107	23,2277	280,2817	14,4845
GPC – Caso 2	161,9904	40,4976	698,8734	317,3567
MPCSS – Caso 2	177,2281	44,3070	254,0967	71,4882

Na Figura 18 têm-se os sinais de saída e controle do *Ball and Beam* com uma sintonia não priorizando a observação do ruído com $R = 10$ e $Q = \text{diag}[100 \ 100 \ 100]$. Observe-se que o MPCSS ainda tem dificuldades em lidar com rejeição de perturbação levando um tempo superior ao GPC para estabilizar novamente o sinal de saída no valor desejado.

Na Figura 19 é mostrado o caso em que se tem maior confiança no modelo do processo, e não na medição, priorizando-se assim a observação do ruído com $R = 15$ e $Q = \text{diag}[1 \ 1 \ 1]$. Nota-se através da Figura 19 que o MPCSS apresenta oscilações nas mudanças da magnitude de referência e o sinal de controle torna-se mais agressivo como era esperado, com menores variações na amplitude do sinal de saída quando influenciado por ruído.

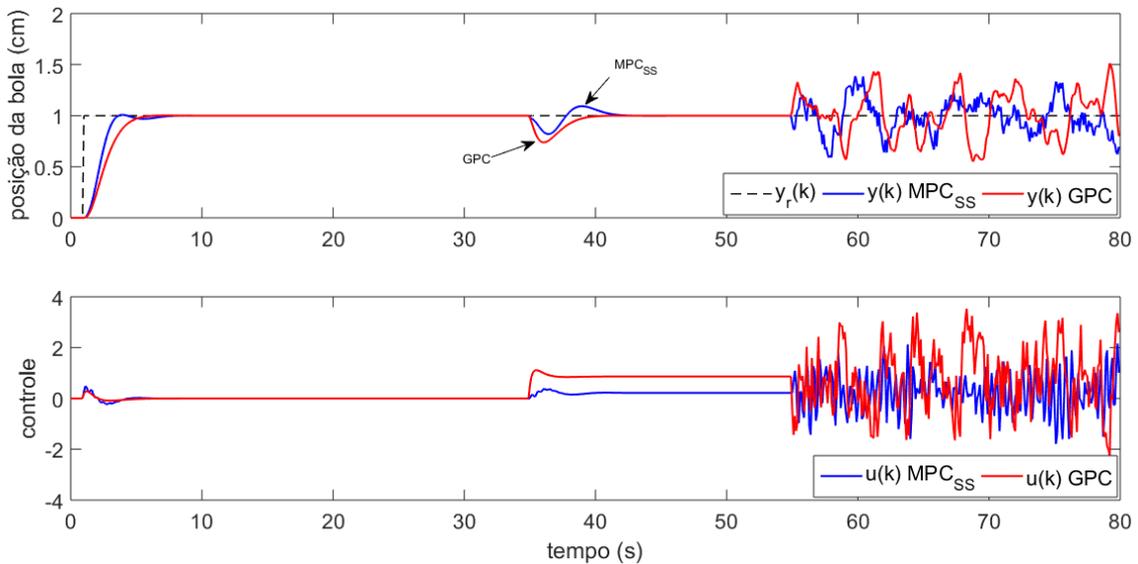


Figura 18. Sinais de saída e controle do *Ball and Beam* para o GPC e MPCSS. Fonte:

Elaboração própria.

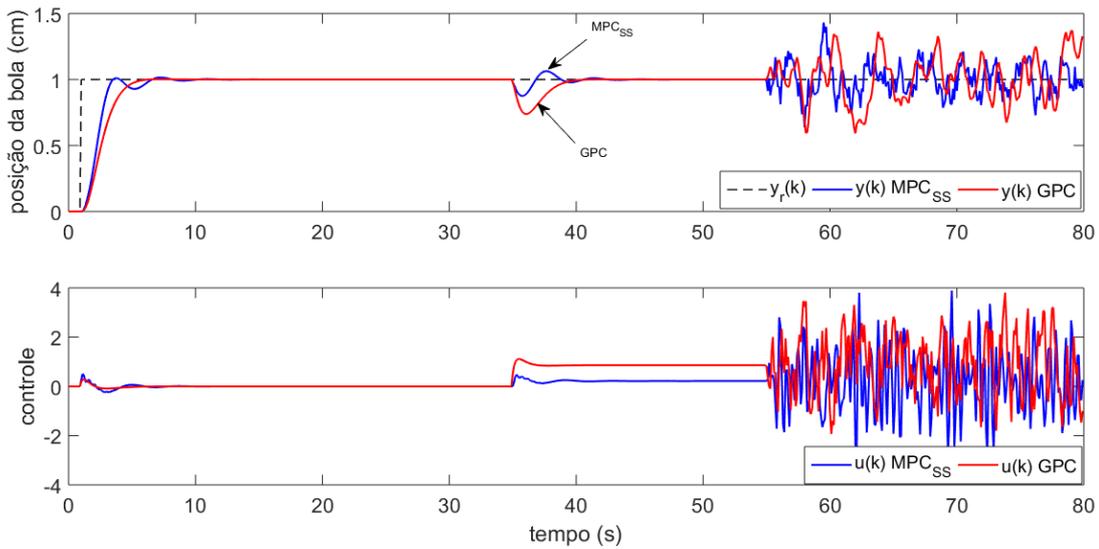


Figura 19. Resposta do *Ball and Beam* com o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 5. Índices de desempenho - *Ball and Beam* para degrau de 1.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC_Figura 18	49,7946	12,4486	39,6514	235,6248
MPCSS_Figura 18	44,0514	11,0128	19,0272	197,5417
GPC_Figura 19	49,7946	12,4486	39,6514	235,6248
MPCSS_Figura 19	40,1770	10,0442	11,8201	353,2224

6.3.2 Processo RAJ

O segundo estudo de caso é o experimento de um processo mecânico denominado *Robot Arm Joint* (RAJ). A estrutura básica deste processo é de um pêndulo invertido giratório, conhecido como Pêndulo de Furuta. Mais detalhes do processo são descritos na Seção 5.3.

O modelo do processo no domínio do tempo discreto é obtido experimentalmente por meio do algoritmo MQ com o período de amostragem, $T_s = 0,1$ segundos para um ponto de equilíbrio de 5 V. O modelo obtido é dado pela seguinte função de transferência

$$G(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(0,2585 + 0,1439q^{-1})}{1 - 0,6896q^{-1} + 0,1773q^{-2}}. \quad (6.16)$$

Os parâmetros de projeto do GPC são escolhidos como: $N_y = 5$, $N_u = 2$, $\lambda = 6$. Conforme os passos de projeto do GPC, o 3º passo é obter o ganho do controlador, \mathbf{K}_{GPC} dado por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.2585 & 0 \\ 0.5807 & 0.2585 \\ 0.7570 & 0.5807 \\ 0.8214 & 0.7570 \\ 0.8346 & 0.8214 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\mathbf{K}_{GPC} = \begin{bmatrix} 0.0328 & 0.0656 & 0.0778 & 0.0804 & 0.0801 \\ -0.0081 & 0.0175 & 0.0566 & 0.0790 & 0.0875 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

e no passo 4 foi obtida a seguinte lei de controle

$$\tilde{\mathbf{g}} = [0.0328 \quad 0.0656 \quad 0.0778 \quad 0.0804 \quad 0.0801] \quad (6.19)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{k}) = u(\mathbf{k} - 1) + \tilde{\mathbf{g}}(\mathbf{w} - \mathbf{f}). \quad (6.20)$$

O modelo descrito em (6.16) na sua forma aumentada pode ser representado no espaço de estados, sendo este o modelo utilizado para o projeto do controlador MPCSS.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6866 & 0.0394 \\ 0 & 0.6867 & 0.0395 \\ 0 & -4.4354 & 0.0028 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.2586 \\ 0.2585 \\ 3.6590 \end{bmatrix}; \quad (6.21)$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0], \quad (6.22)$$

as matrizes de sintonia escolhidas para o observador foram: $\mathbf{Q} = \text{diag}[1 \quad 1 \quad 1]$, $\mathbf{R} = 0,1$. Então, o ganho do observador \mathbf{L}_{obs} , o ganho do controlador \mathbf{K}_{mpcss} e a lei de controle obtidos foram:

$$\mathbf{L}_{obs} = [0,0013 \quad -0,0123 \quad 0,0647]^T \quad (6.23)$$

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} 19.7483 & 13.2830 \\ 13.2830 & 9.1671 \end{bmatrix}; \quad (6.24)$$

$$\Phi^T \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 30.9671 & 2.1744 & 2.1744 \\ 20.5625 & 1.4521 & 21.5114 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{mpcss} = \begin{bmatrix} 0.6410 & 0.0449 & 0.6786 \\ 0.4131 & 0.0293 & 0.4285 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

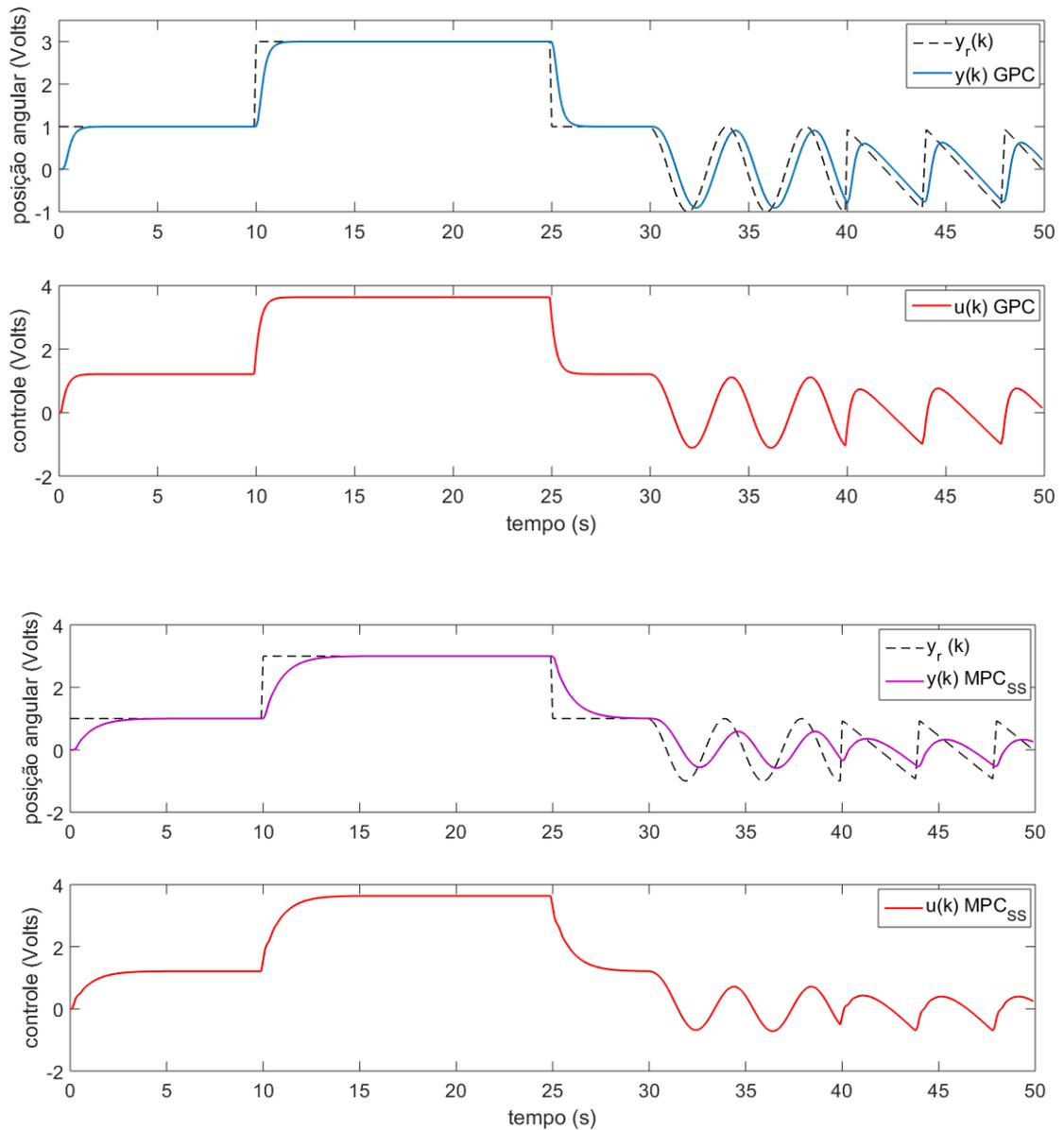
$$\Delta \mathbf{U} = [-0.0336 \quad -0.0158]^T \quad (6.26)$$

Os parâmetros de projeto escolhidos foram: $N_y = 5$, $N_u = 2$, $\lambda = 20$.

6.3.1.3 Caso 1

A Figura 20 mostra os sinais de saída e controle do RAJ controlado pelos controladores GPC e MPCSS para diferentes formas de referência (degrau, senoidal e rampa). Observa-se pela Figura 20 que, o GPC e MPCSS são eficazes em tratar rastreamento de referência com desempenho e estabilidade satisfatória em malha fechada. Apesar de o GPC apresentar um sinal de controle mais agressivo, seu desempenho em mala fechada para o processo em termos de rastreamento de referência e tempo de resposta é superior quando comparado ao MPCSS conforme mostrado pelos índices de desempenho dispostos na Tabela 6. Na Figura 21 têm-se

as variáveis de estados, real e estimada, para a velocidade angular, inferida a partir da variação da posição da junta do braço robótico.



(b) MPC_{SS}

Figura 20. Sinais de saída e controle do RAJ sob a ação do GPC e MPC_{SS}. Fonte: Elaboração própria.

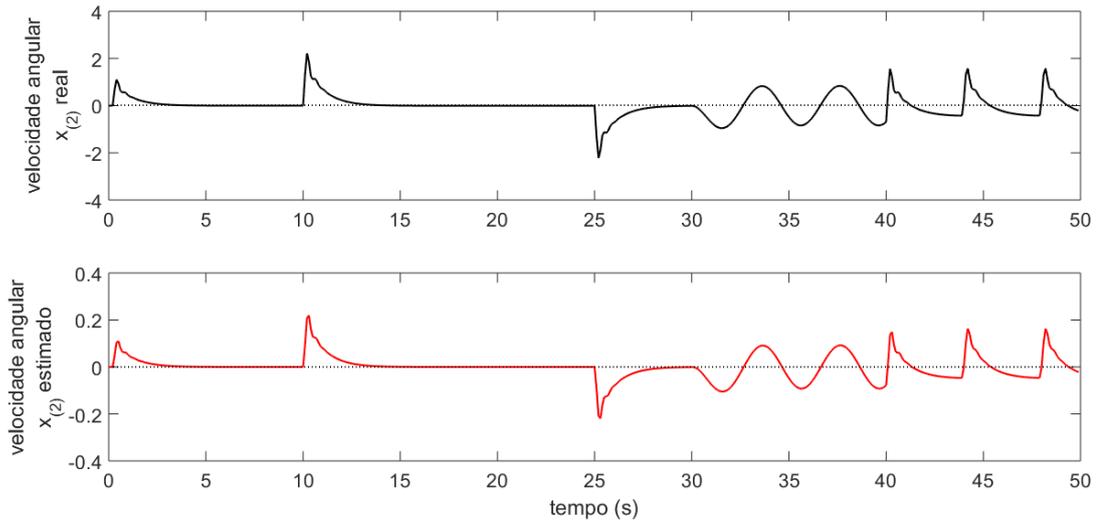
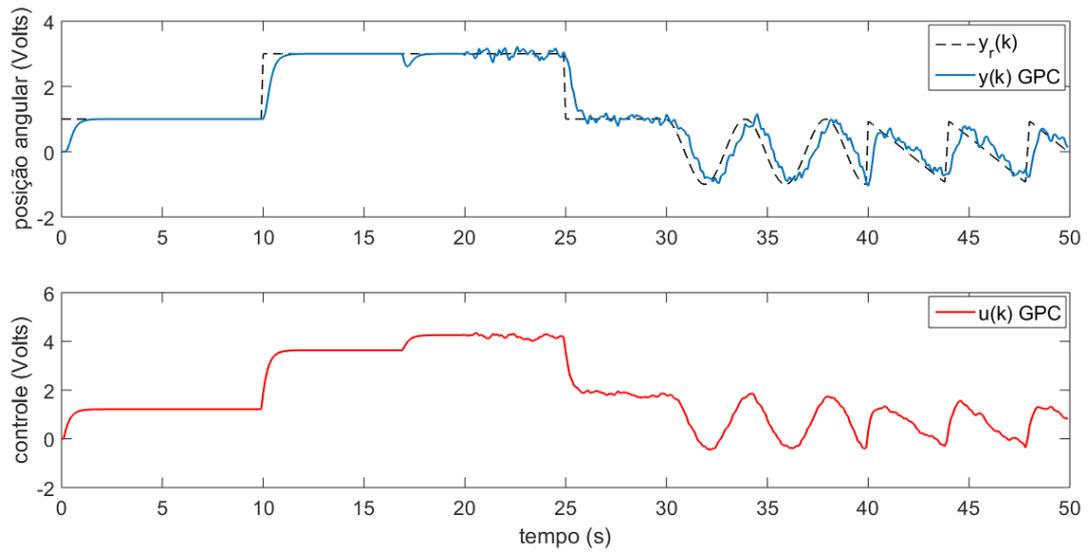


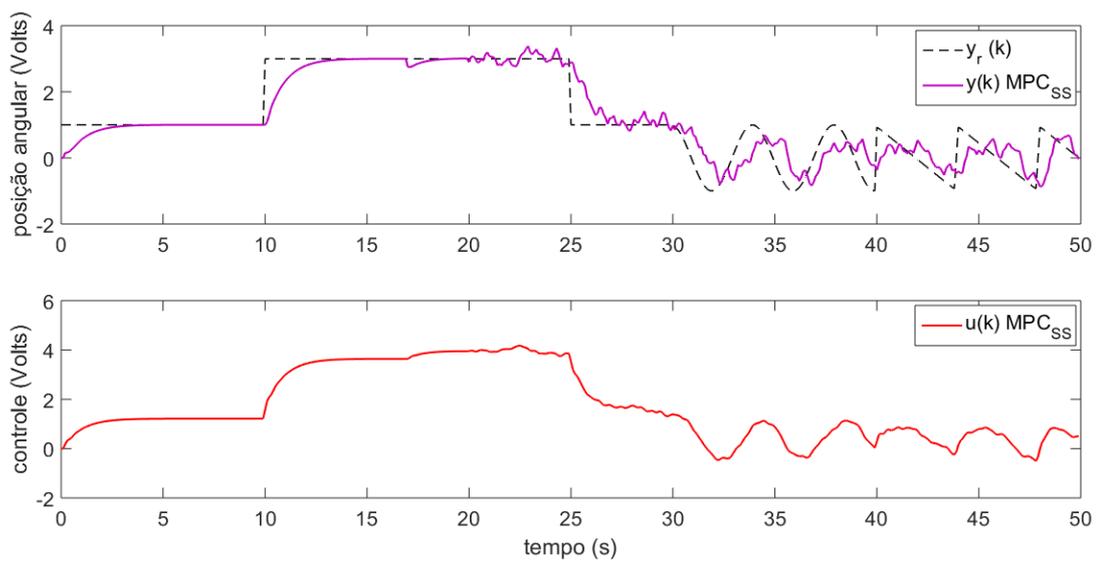
Figura 21. Estados, real e estimado. Fonte: Elaboração própria.

6.3.1.4 Caso 2

Similar ao Caso 1 da Seção 6.3.1.3, a Figura 22 apresenta os sinais de saída e controle do RAJ com a ação dos controladores GPC e MPCSS, agora com sinais de perturbação de carga (-25% da magnitude do valor de referência) aplicado no instante de 16,9 segundos e uma sequência do tipo ruído branco com variância $\sigma_{\xi}^2 = 0,01$ que começa a atuar no instante de tempo de 20 segundos sobre o sinal de saída. Observa-se através da Figura 22 que, ambos os controladores conseguem proporcionar um desempenho confortável para o RAJ na malha de controle mesmo na presença de sinais indesejáveis no sistema. É importante ressaltar que, para este caso, o MPCSS consegue rejeitar perturbação de carga com menos dificuldades que o caso anterior devido à complexidade dinâmica do processo. Porém, ainda apresenta um desempenho degradado quando comparado ao desempenho fornecido pelo GPC. E para as variáveis de estado, real e estimada, apresentadas na Figura 23 percebe-se que, mesmo após a injeção do ruído no sistema, a variável estimada se mantém sem grandes influências comparada a variável real.



(a) GPC



(b) MPCSS

Figura 22. Comportamento da saída e controle do RAJ com o GPC e MPCSS. Fonte:
Elaboração própria.

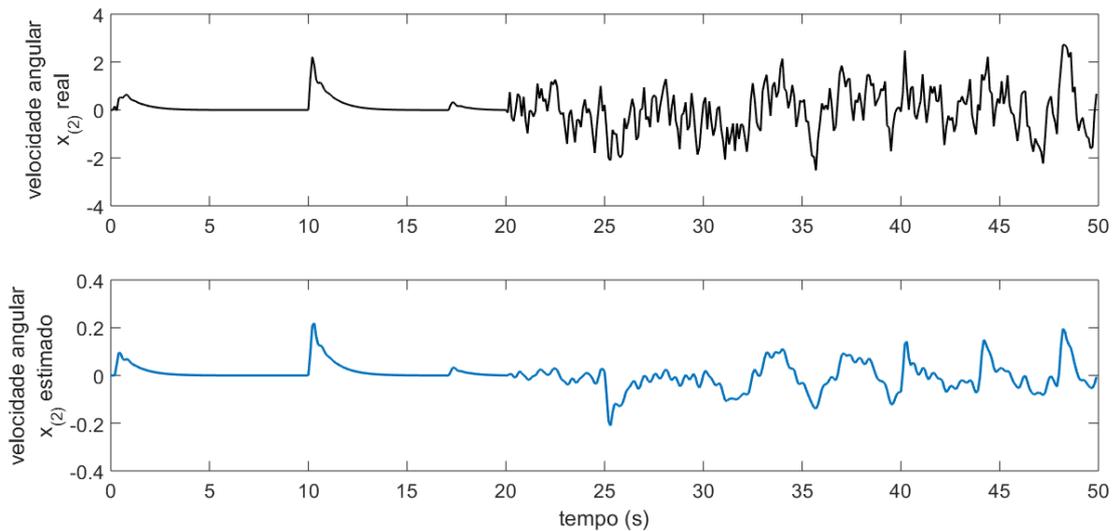


Figura 23. Variáveis de estado, real e estimada. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 6. Índices de desempenho – Processo RAJ.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC – Caso 1	91,7049	9,1705	1,4618	26,6428
MPCSS – Caso 1	140,9009	14,0901	3,8103	18,9972
GPC – Caso 2	108,7204	10,8720	0,4576	36,5768
MPCSS – Caso 2	155,0279	15,5028	2,3592	22,5453

Novamente os sinais de saída e controle para o RAJ com referência em degrau de 1, com sinais de perturbação de carga e ruído com as mesmas magnitudes usadas para o caso da Figura 22 são expressos na Figura 24. Verifica-se que o GPC reage mais rapidamente ao sinal de entrada, rejeita perturbação com menos dificuldades e é menos sensível na presença de ruído quando confrontado ao MPCSS que apresenta um desempenho inferior sendo penalizado em lidar com sinais de distúrbios no sistema. É importante ressaltar que, isso ocorre devido a sintonia do Filtro de Kalman, que se pode atribuir pouca observação para o ruído atribuindo ações de controle mais conservativas.

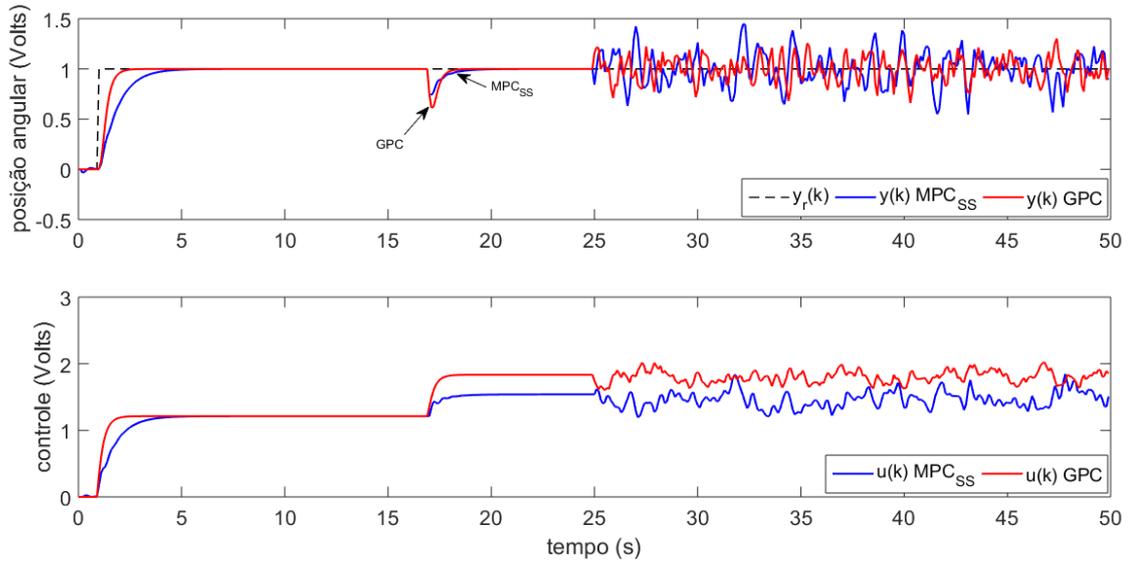


Figura 24. Ação dos controladores GPC e MPCSS sobre o processo RAJ. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 7. Índices de desempenho – Processo RAJ para degrau de 1.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC_Figura 24	27,7585	2,7758	0,5151	14,4550
MPCSS_Figura 24	42,3416	4,2342	1,9680	17,8888

6.3.3 Processo de Fase Não-Mínima

O terceiro estudo de caso emprega uma simulação numérica em um processo de fase não mínima, cujo objetivo é também mostrar a equivalência entre os controladores GPC e MPCSS avaliando a eficácia destes controladores em lidar com sistemas com características de fase não-mínima. O processo apresentado na Seção 5.4 cujo equivalente discreto considerando-se com o período de amostragem $T_s = 0,1$ segundos é dado pela seguinte função de transferência

$$G_p(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(-0,3693 + 1,087q^{-1})}{1 - 1,574q^{-1} + 0,5886q^{-2}} \quad (6.27)$$

Os parâmetros de projeto escolhidos para a sintonia do GPC foram: $N_y = 15$, $N_u = 2$, $\lambda = 50$. O ganho do GPC K_{GPC} obtido é dado por uma matriz $N_u \times N_y$. E a lei de controle obtida no passo 4 é dada por:

$$u(k) = u(k - 1) + \tilde{g}(w - f) \quad (6.28)$$

onde \tilde{g} é um vetor de dimensão $1 \times N_y$ dada pela primeira linha da matriz de ganho K_{GPC} .

Reescrevendo a Equação 6.27 em uma representação no espaço de estados, então, o modelo na forma aumentado e discreto com o período de amostragem $T_s = 0,5$ segundos utilizado para a síntese da lei de controle do MPCSS é descrito por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0,9949 & 0,0775 \\ 0 & 0,9949 & 0,0775 \\ 0 & -0,0930 & 0,5844 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0,5895 \\ -0,5895 \\ 7,2208 \end{bmatrix}; \quad (6.29)$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (6.30)$$

Os parâmetros de projeto do MPCSS adotados foram: $N_y = 16$, $N_u = 2$, $\lambda = 40$. As matrizes de sintonia foram escolhidas como: $\mathbf{Q} = \text{diag}[1 \quad 1 \quad 1]$, $\mathbf{R} = 1$. Neste caso, os ganhos do estimador \mathbf{L}_{obs} , e do MPCSS, \mathbf{K}_{mpcss} e a lei de controle obtida foram:

$$\mathbf{L}_{obs} = [0,0023 \quad -0,0005 \quad 0,0676]^T \quad (6.31)$$

$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} = 1 \times 10^3 \begin{bmatrix} 8,3988 & 6,8389 \\ 6,8389 & 5,5907 \end{bmatrix}; \quad (6.32)$$

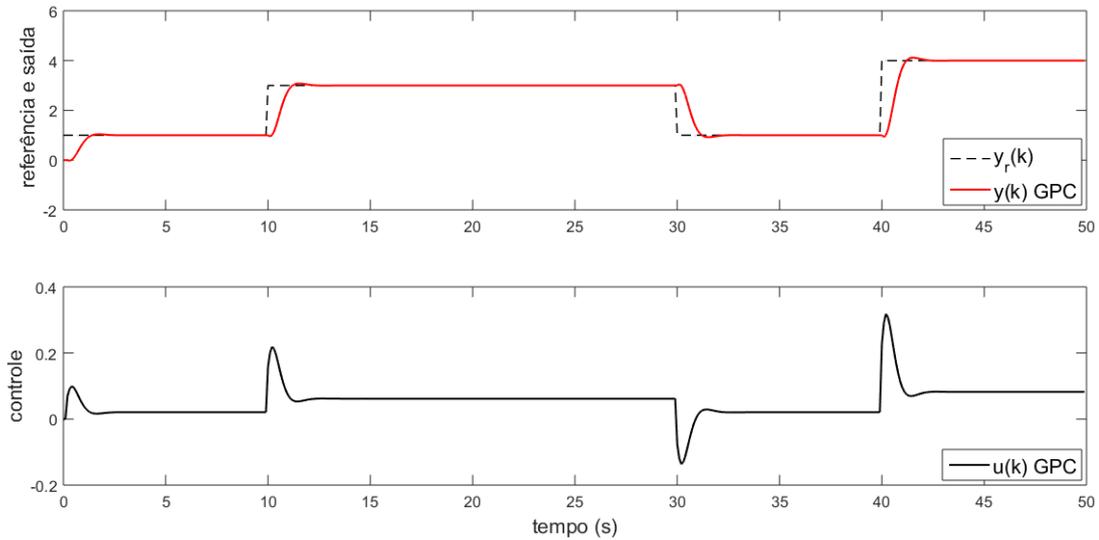
$$\mathbf{\Phi}^T \mathbf{F} = 1 \times 10^4 \begin{bmatrix} 2,1895 & 0,3469 & 0,3214 \\ 1,7601 & 0,2796 & 0,2549 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{mpcss} = \begin{bmatrix} 3,9064 & 0,5529 & 0,8887 \\ -1,6188 & -0,1749 & -0,0930 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

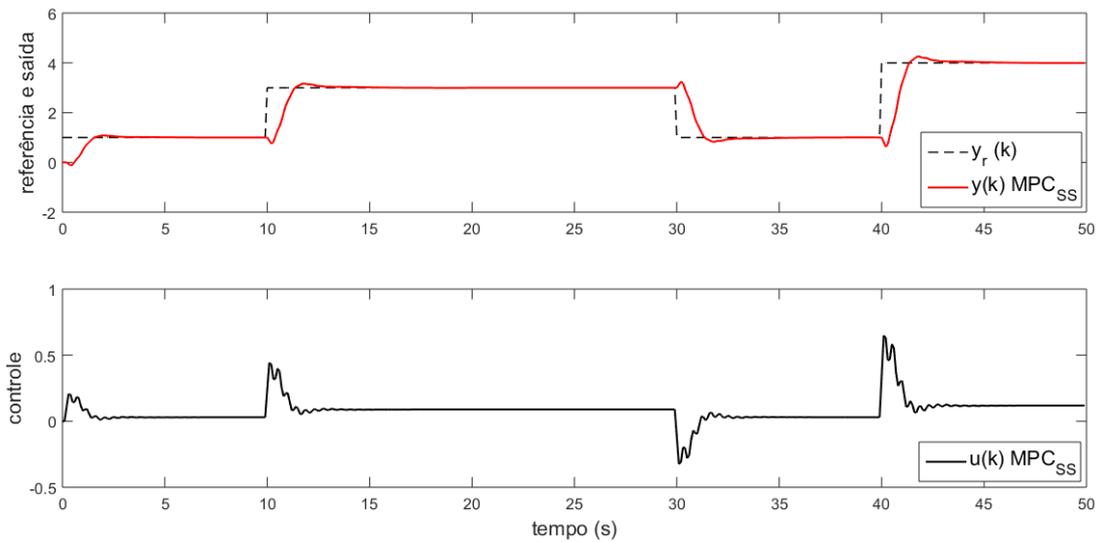
$$\Delta \mathbf{U} = [0,4134 \quad -0,3720]^T \quad (6.34)$$

6.3.3.1 Caso 1

A Figura 25 ilustra os sinais de referência saída e controle para o sistema de fase não-mínima para o GPC e MPCSS com referências em degraus de 1, 3 e 4 de magnitude. O GPC é capaz de estabilizar o sistema, rastrear referências em todas as regiões de operação estabelecidas na simulação apresentando uma resposta do sinal de saída mais conservativa garantindo um desempenho adequado em malha fechada. Pela Figura 25 (b) nota-se que o MPCSS também consegue rastrear todas as faixas de referências desejadas porém, alcança uma resposta mais oscilatória sobretudo na região onde o sinal de saída é movido do ponto de equilíbrio para um novo ponto de operação empregando uma energia de controle maior quando comparado ao GPC.



(a) GPC



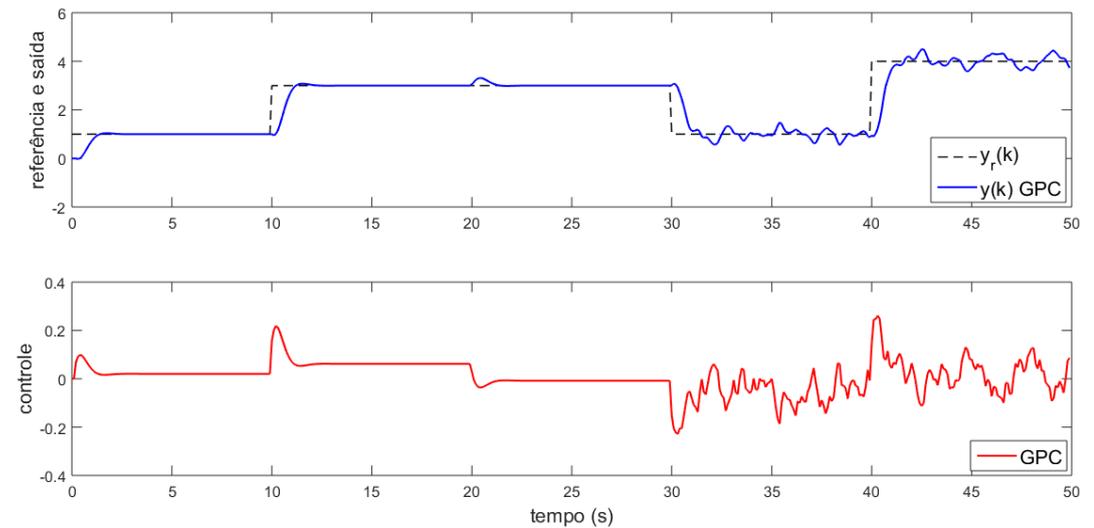
(b) MPCSS

Figura 25. Sinais de saída e controle com GPC e MPCSS para o sistema. Fonte: Elaboração própria.

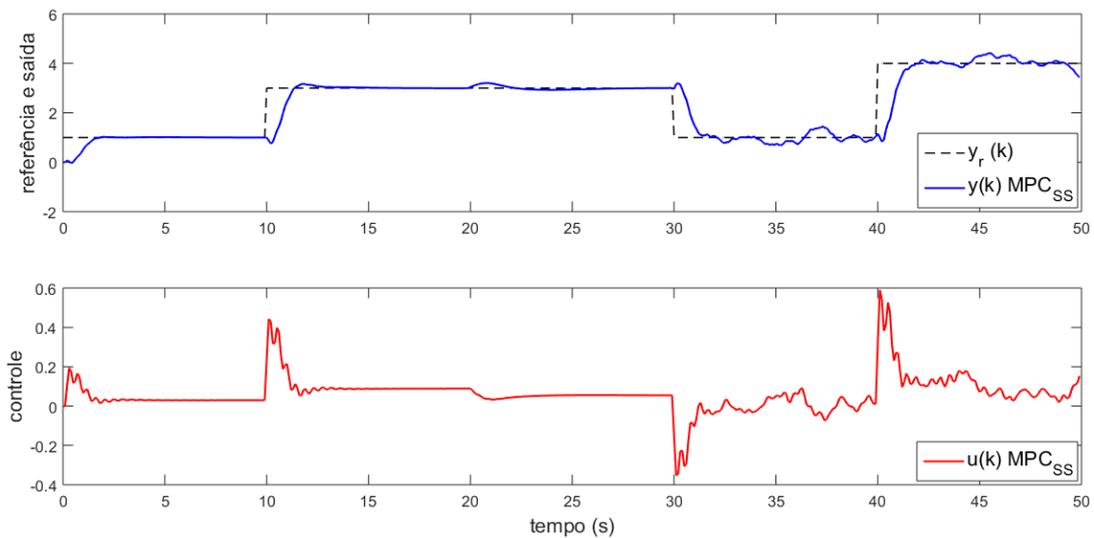
6.3.3.1 Caso 2

Para este caso, os sinais de saída e controle mostrados na Figura 26 mostram que os controladores GPC e MPCSS conseguem, rastrear referências nas regiões de operação estabelecidas, rejeitar perturbação de cargas (5% da magnitude do valor de referência) aplicado no instante de 20 segundos e garantir a estabilidade do sistema quando uma sequência de sinal do tipo ruído branco com variância $\sigma_{\xi}^2 = 0,0025$ é incorporado no sinal de saída no instante de aproximadamente 31 segundos. Observa-se que o GPC alcança menor

tempo de rejeição da perturbação de carga porém, apresenta um esforço de controle (*TVC* 4,36% maior) conforme mostrado na Tabela 8 quando comparado ao MPCSS que, por sua vez, para este caso, se mostrou menos efetivo em lidar com as características dinâmicas do sistema, com rejeição de perturbação de carga e sinais de ruído. O esforço de controle mais conservativo apresentado pelo MPCSS está relacionado a sintonia das matrizes *Q* e *R* do filtro de Kalman.



(a) GPC



(b) MPCSS

Figura 26. Resposta do sistema para o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 8. Índices de desempenho – Processo de Fase Não-Mínima.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC – Caso 1	50,3354	5,0335	39,5536	1,4942
MPCSS – Caso 1	72,8544	7,2854	50,9631	5,0735
GPC – Caso 2	82,0130	8,2013	28,4620	7,0700
MPCSS – Caso 2	94,9752	9,4975	45,6086	6,7746

A Figura 27 ilustra os sinais de saída e controle do sistema controlado pelo GPC e MPCSS agora com referência em degrau de 1. Observa-se também que, o desempenho de malha fechada para rastreamento de referência e rejeição de perturbação de carga e ruído foi melhor alcançado com o GPC, isso também pode ser comprovado pela Tabela 9.

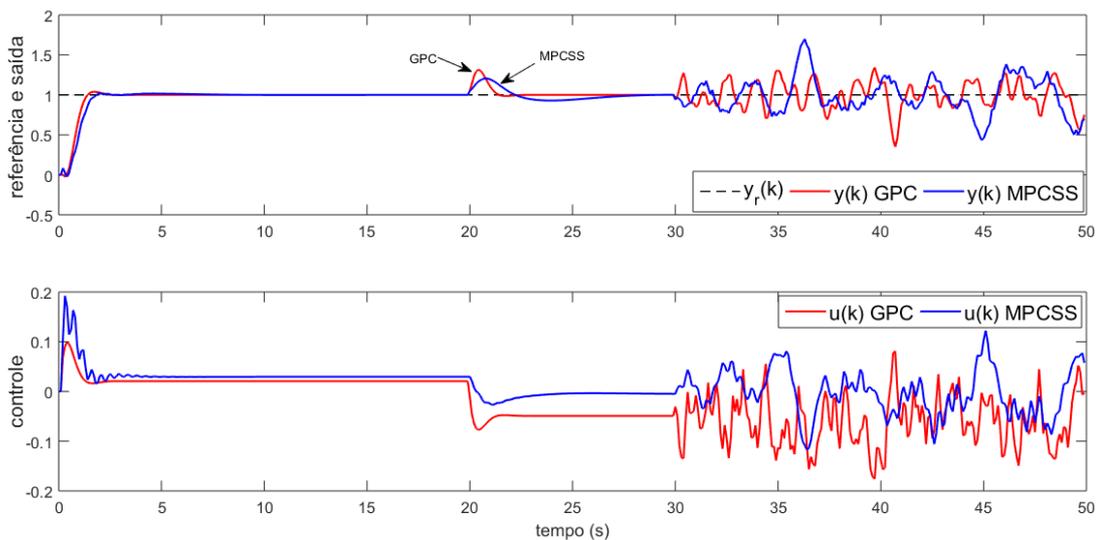


Figura 27. Resposta para o sistema com o GPC e MPCSS. Fonte: Elaboração própria.

Tabela 9. Índices de desempenho – Processo de Fase Não-Mínima para degrau de 1.

Controlador	IAE	ITAE	ITSE	TVC
GPC_Figura 27	35,8589	3,5859	0,7955	6,1955
MPCSS_Figura 27	42,5371	4,2537	0,0773	3,6773

6.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo, foram apresentados os índices de desempenho usados para avaliar de forma quantitativa o desempenho em malha fechada dos controladores GPC e MPCSS. Testes

de simulações com os controladores aplicados em plantas com características dinâmicas distintas tais como: instável em malha aberta, linear e estável, de fase não-mínima e com sinais de perturbação de carga e de ruído, também foram mostrados com o objetivo de estabelecer o propósito deste trabalho.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, apresentou-se um estudo comparativo entre as estruturas de controle GPC na forma polinomial e MPC no espaço de estados com observador de estados MPCSS usando as equações do Filtro de Kalman. Em ambas foi utilizado o modelo do processo e função custo na forma incremental. Foi apresentado o formalismo matemático em especial ao MPCSS e funcionalidades contribuindo de alguma forma para a pesquisa em controle preditivo. O projeto do GPC foi desenvolvido por meio de um modelo preditivo para prever a saída do processo ao longo de um horizonte de predição com a saída sendo composta de sinais medidos das entradas-saídas passadas e do sinal de controle futuro. Enquanto que, o projeto do MPCSS é desenvolvido com modelo de representação no espaço de estados, com realimentação de estados estimados. O controlador MPCSS tem sua estrutura herdada a partir do modelo de projeto, onde variáveis de estados com comportamento físico, entram na síntese da lei de controle por realimentação de estados estimados.

Os controladores projetados foram testados por meio de simulações numéricas em plantas com características dinâmicas diferentes e com sinais de perturbação de carga e sequência de ruído branco aplicados sobre o sinal de saída do processo. A fim de se comparar e evidenciar o desempenho e estabilidade dos controladores em malha fechada, os resultados obtidos foram confrontados por meio dos índices de desempenho que avaliam de forma quantitativa os erros apresentados pelos controladores entre as faixas de operação desejadas e o sinal de saída da planta.

Para cada estudo de caso apresentado neste trabalho, foram realizadas duas simulações distintas, para o Caso 1 não se considera sinais de perturbação de carga e de ruído presentes no sistema, já para o Caso 2 sinais de perturbação de carga e de ruído são infiltrados no sinal de saída da planta.

Observou-se que, para todos os casos de simulação apresentados, tanto o GPC quanto o MPCSS apresentaram resultados suficientemente satisfatórios para os sinais de saída e controle dos processos, sendo que na maioria dos casos, o MPCSS apresentou desempenho comparável ao já consagrado GPC, revelando grande potencial para aplicações práticas, tanto no rastreamento de referências, quanto na rejeição de perturbação de carga e ruídos. Foi observado também que, o desempenho do MPCSS em lidar com rastreamento de referência, rejeição de perturbação de carga e ruído depende da sintonia do Filtro de Kalman em determinar a matriz Q e o escalar R para sistema SISO.

Os resultados de desempenho obtidos em malha fechada com o GPC e MPCSS foram expressos por meio de tabelas e gráficos apresentados para cada caso de simulação.

7.1 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA DISSERTAÇÃO

- Formalismo matemático do projeto do controlador MPC no espaço de estados sem restrições com estimador de estados utilizando as equações do Filtro de Kalman aplicado a sistemas SISO contribuindo para a pesquisa em controle preditivo junto ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA (PPGEE).
- Documentar o desempenho de estruturas de controle que empregam um modelo de projeto no domínio de representações distintas para a síntese de sua lei de controle.

7.2 PUBLICAÇÕES

Nesta seção são apresentadas as publicações realizadas durante este trabalho, relacionadas direta ou indireta ao conteúdo desta pesquisa.

1. Silva, M. G.; Costa Jr. C. T.; Silveira, A. S.; Dutra, B. G.; Silva, A. F. **GPC Adaptativo Aplicado a um Sistema *Ball and Beam* Não-Linear**. Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações – DINCON. Rio Preto – SP, 2017.
2. Silva, M. G.; Costa Jr. C. T.; Silveira, A. S. **Estudo Comparativo de Algoritmo de Controle GMV e PID *Fuzzy* Aplicados em Processos Industriais**. Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações – DINCON. Rio Preto – SP, 2017.
3. Castro, L. A. M.; Silva, M. G. Araújo, R. B. **Estudo Comparativo de Controladores PID e GMV Aplicados em Sistemas Não-Lineares**. XXI Congresso Brasileiro de Automática – CBA. Vitória – ES, 2016.

7.3 PERSPECTIVAS DE FUTURAS PESQUISAS

Nesta seção, são apresentadas algumas abordagens como trabalhos futuros que podem ser explorados a fim de estender os resultados apresentados nesta pesquisa.

- Implementar o controlador GPC no espaço de estados;
- Desenvolver o projeto do controlador MPCSS usando uma estratégia de alocação de polos para o observador de estados;
- Estender o projeto dos controladores para aplicações em sistemas MIMO;
- Investigar outras abordagens de controle como, por exemplo, sistemas inteligentes como a lógica *Fuzzy*, combinando com os controladores GPC e MPCSS.

REFERÊNCIAS

- ÅSTRÖM, K. J. Introduction to Stochastic Control Theory. London: Academic Press, 1970.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. Computer Controlled Systems. Theory and Design, Dover Publications, Inc., 2011.
- ARAÚJO, R. B.; JERÔNIMO, D. C.; COELHO, A. R. Incremental and Positional Generalized Predictive Control For Offset Free Reference Tracking. XX CBA – Congresso Brasileiro de Automática. Belo Horizonte, MG, 2014.
- ARAÚJO, R. B. Controladores Preditivos Filtrados Utilizando Otimização Multiobjetivo para garantir Offset-Free e Robustez. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2017.
- BLEVINS, T. L.; MCMILLAN, G. K.; WOJSZNIS, W. K.; BROWN, M. W. Advanced Control Unleashed. The ISA Society, Research Triangle Park, NC., 2003.
- BARREIROS, J. A. L.; SILVA, A. S.; SIMÕES COSTA, A. J. A. A Self-tuning Generalized Predictive Power System Stabilizer. Electrical Power & Energy Systems, vol. 20, n. 3, pp. 213-219, 1998.
- BITMEAD, R. R.; GEVERS, M.; WERTZ, V. Adaptive Optimal Control. The Thinking Man's GPC. Prentice Hall International Series, 1990.
- BRAVO, C. O. A.; RICO, J. E. N. Controle de Plantas Não-Lineares Utilizando Controle Preditivo Linear Baseado em Modelos Locais. Controle & Automação, vol. 20, n. 4, 2009.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control in the Process Industry. Springer – Verlag London Limited, 1995.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control. London: Springer-Verlag, 2007.

CAVALCANTI, A. L. O. Estudo e Implementação de um Controlador Preditivo Generalizado Bilinear Compensado Adaptativo. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, 2003.

CASTRO, L. A. M. Projeto de Estabilizadores de Sistemas Elétricos de Potência utilizando Controle de Variância Mínima no Espaço de Estados. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil, 2018.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, D. L. Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm. Proceedings of the Joint Automatic Control Conference, San Francisco, 1980.

CLARKE, D. W. Application of Generalized Predictive Control. IFAC - Adaptive Control of Chemical Processes, Copenhagen, Denmark, 1988.

CLARKE, D. M.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. Generalized Predictive Control-part I: The Basic Algorithm. *Automática*, pp. 137-148, 1987.

CRUZ, D. M. Estruturas de Controle Preditivo Repetitivo Baseadas na Formulação GPC. (Dissertação) Mestrado – Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2015.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Brasil: UFSC, 2015.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Brasil: UFSC, 2004.

ELSHAFEI, A. L. Adaptive Predictive Control: Analysis and Expert Implementation. Tese (Doutorado) – University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1991.

FAN, J. Y.; ORTMAYER, T. H.; MUKUNDAN, R. Power System Stability Improvement with Multivariable Self-tuning Control. *IEEE Transactions*, vol. 5, n. 1, p. 227-233, 1990.

GAMBIER, A.; UNBEHAUEN, H. A Space-State Generalized Model-Based Predictive Control for Linear Multivariable Systems and its Interrelation with the Receding Horizon LQG-Control. Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas, 1993.

JERONYMO, D. C.; ARAÚJO, R. B.; COELHO, A. A. R. Auto-Sintonia Conservativa para Controle Preditivo Generalizado Adaptativo. XI SBAI – Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. Fortaleza, CE, Brasil, 2013.

JUNIOR, A. Z. Experimentações Práticas e Simuladas de Controle Preditivo Generalizado. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2015.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. In: Journal of Fluids Engineering. American Society of Mechanical Engineering, v. 82, n. 1, pp. 35-45, 1960.

KUMAR, E. V.; JEROME, J.; RAAJA, G. State dependent Ricatti Equation based Non – linear Controller Design for and *Ball and Beam*, Procedia Engineering, pp. 1896-1905, 2014.

KNIHS, V. L. Projeto do Controlador GMV em Malhas de Controle na Indústria. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina – Santa Catarina, Brasil, 2011.

KWON, W. H.; HAN, S. Receding Horizon Control. Model Predictive Control for State Models. Springer-Verlog London Limited, 2005.

LEE, J. H.; MORARI, M.; GARCIA, C. E. State Space Interpretation of Model Predictive Control. Automática, vol. 30, n. 4, pp. 707-717, 1994.

LIMA, D. M. Sistema Embarcado de Controle Preditivo para Processos Industriais. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2013.

MACIEJOWSKI, J. M. Predictive Control with Constraints. Pearson Education Limited, 2002.

MAHATO, S. C.; TIWARI, J. P. Adaptive Generalized Minimum Variance Control of DC Motor. International Journal of Engineering Research & Technology, vol. 1, 2012.

MOUTINHO, M. N.; BARRA, W.; COSTA JR. C. T.; BARREIROS, J. A. L. Técnica de Controle Preditivo Baseado em Modelo Aplicada ao Controle de Tensão de um Gerador Síncrono – Resultados Experimentais. SBA – Controle & Automação, vol. 23, n. 5, 2012.

MOUTINHO, M. N. Estratégias de Controle Digital a Parâmetros Fixos e Supervisionados por Lógica Fuzzy Aplicadas a Melhoria do Desempenho de Sistemas Elétricos de Potência: Resultados Simulados e com Experimentação em Micro Gerador de Energia. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Pará, Brasil, 2014.

MOHSIN, M. Model Predictive Control com Integral action: Reducing the control horizon and model free MPC. Tese (Doutorado) – Telemark University College, Faculty of Technology, 2013.

MUSKE, K.; RAWLINGS, J. B. Linear Model Predictive Control of Unstable Processes. Journal of Process Control, 1993.

NAZETTA, R. Um Sistema Baseado em Conhecimento para configuração e Supervisão de Algoritmos de Controle Adaptativo. Dissertação (Mestrado) Universidade de Campinas, São Paulo, 1991.

OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno. Rio de Janeiro, RJ: Prentice-Hall, 1982.

ORDYS, A. W.; CLARKE, D. W. A State-Space Description for GPC Controllers. International Journal of Systems Science, Department of Engineering Science, University of Oxford, vol. 24, n. 9, pp. 1727-1744, 1993.

PARK, J. H.; HAN, S.; KWON, W. H. Generalized Predictive Controls over State Space. SISE Annual Conference, Kagawa University, Japan, 2007.

PEREIRA, W. F. A. Projeto e Avaliação do Controlador Preditivo Generalizado Sujeito a Restrições via Métodos de Otimização de Pontos Interiores. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 1997.

QUIN, S. J.; BADGWELL, T. A. A Survey of Industrial Model Predictive Control Technology. *Control Engineering Practice*, vol. 11, pp. 733-764, 2003.

RAWLINGS, J. B. Tutorial Overview of Model Predictive Control. *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 38-52, 2000.

RICKER, N. L. Model Predictive Control. Fourth International Conference on Chemical Process Control, Island, Texas, pp. 271-296, 1991.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Model Predictive Heuristic Control Applications to Industrial Process. *Automatica*, v. 14, pp. 413-428, 1978.

ROSSITER, J. A. Model-Based Predictive Control. A practical Approach. CRC Press LLC, 2004.

SANTOS, J. E. S. Critérios de Desempenho e Aspectos de Robustez na Síntese de Controladores Preditivos Adaptativos. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 1998.

SALCEDO, J. V.; MARTÍNEZ, M.; BLASCO, F. X.; SANCHIS J. Properties of MGPC Designed in State Space. IFAC, 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain, 2002.

SILVEIRA, A. S.; SILVA, A. F. Hybrid Direct Self-Tuning and Fuzzy Adaptive Control Algorithm Bio-Inspired by Muscle-Brain Connection. XII SBAI – Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, Natal, RN, 2015.

SILVA, M. G.; COSTA JR, C. T.; SILVEIRA, A. S.; DUTRA, B. G.; SILVA, A. F. GPC Adaptativo Aplicado a um Sistema Ball and Beam Não Linear. DINCON – Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações, São José do Rio Preto - SP, 2017.

SILVEIRA, A. S. Contribuições ao Controle de Variância Mínima Generalizado: Abordagem de Projeto no Espaço de Estados. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2012.

SILVEIRA, A. S.; COELHO, A. A. R. Simple Process Control and Hardware-In-The-Loop Setups Using Foss: Scicoslab. In: XVIII CBA - Congresso Brasileiro de Automática, Bonito – MS, 2010.

SCHERER, H. F. Controle Preditivo com Otimização Distribuída Aplicado A Colunas de Destilação. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2009.

TATJEWSKI, P. Disturbance Modeling and State Estimation for Predictive Control with Different State Space Process Models. 18th IFAC - International Federation of Automatic Control, Milano - Italy, 2011.

WANG, L. Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB. Springer – Verlag London Limited, 2009.

YDSTIE, B. Extended Horizon Adaptive Control. In: 9th International Federation of Automatic Control, 1984.

ZACHARIAH, K. J. Implementation of Self-Tuning Control for Turbine Generators, Phd thesis, Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Newcastle-upon-Type, UK, 1994.

ANEXO A – MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA BALL AND BEAM

Modelo do Sistema *Ball and Beam*

Na Figura abaixo é mostrado o diagrama de corpo livre do movimento de rolagem da bola sobre um plano inclinado.

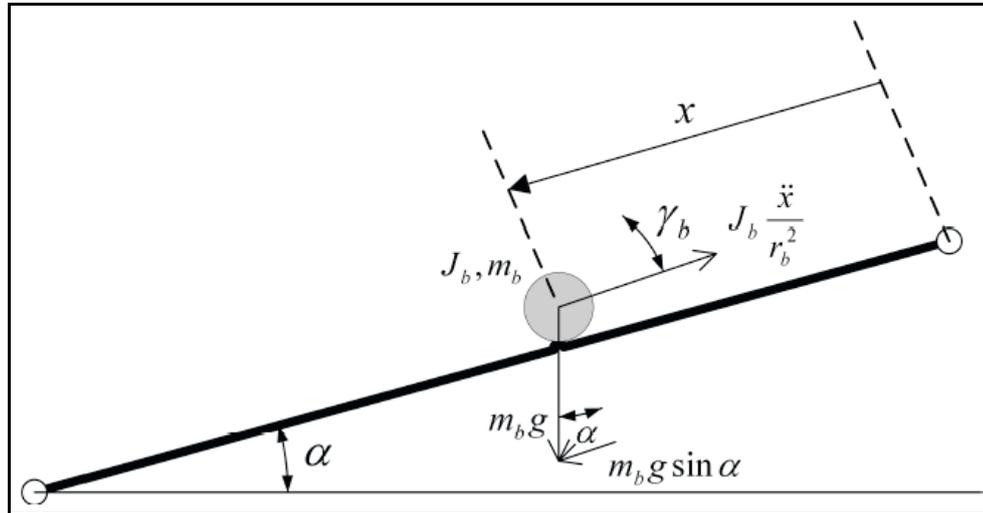


Figura A1. Diagrama de corpo livre de rolagem da bola.

As duas forças que atuam no sistema são a força de tradução ($F_{x,t}$) agindo ao longo do eixo x devido à gravidade e à força de rotação ($F_{x,r}$) produzida pela aceleração da bola. A força de translação que atua no sistema é expressa da seguinte forma:

$$F_{x,t} = m_b g \sin \alpha(t), \quad (A1)$$

e a força de rotação que age sobre a bola na direção x pode ser descrita por:

$$F_{x,r} = \frac{J_b \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right)}{r_b^2}, \quad (A2)$$

e aplicando a segunda lei de Newton, lei do movimento,

$$m_b \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = F_{x,t} - F_{x,r}, \quad (A3)$$

e substituindo as forças translacional (Equação 1) e força rotacional (Equação A2) na Equação (5), obtêm-se a equação de movimento não linear para o sistema bola e viga dada por:

$$m_b \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) = m_b g \sin \alpha(t) - \frac{J_b \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right)}{r_b^2} \quad (A4)$$

reescrevendo a Equação (21) obtêm-se a aceleração dada por:

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{m_b g \text{sen} \alpha(t) r_b^2}{(m_b r_b^2 + J_b)}, \quad (A5)$$

fazendo-se algumas manipulações algébricas obtêm-se a equação de movimento não linear da bola em relação ao ângulo do servo, θ_l dada por:

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{m_b g \text{sen} \theta_l(t) r_{\text{braço}} r_b^2}{(m_b r_b^2 + J_b) L_{\text{barra}}}, \quad (A6)$$

onde $r_{\text{braço}}$ representa a distância do braço ao eixo do servo e L_{viga} o comprimento da viga.

Considerando-se o ângulo do servo $\theta_l = 0$ a função sen pode ser aproximada por:

$$\text{sen} \theta_l(t) \approx \theta_l, \quad (A7)$$

desta forma, obtêm-se a equação de movimento linear descrita por:

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{m_b g \theta_l(t) r_{\text{braço}} r_b^2}{L_{\text{barra}} (m_b r_b^2 + J_b)}, \quad (A8)$$

e aplicando-se a transformada de Laplace, obtêm-se a função de transferência que descreve a dinâmica entre a posição da bola e o ângulo do servo, dada por:

$$\frac{X(s)}{\theta_l(s)} = \frac{(m_b g r_{\text{braço}}) r_b^2}{s^2 [L_{\text{barra}} (m_b r_b^2 + J_b)]}, \quad (A9)$$