

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISPOSITIVOS NÃO-RECÍPROCOS BASEADOS EM GRAFENO NA REGIÃO DE  
THz.

WAGNER ORMANES PALHETA CASTRO

TD:02/2019

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil

2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

WAGNER ORMANES PALHETA CASTRO

DISPOSITIVOS NÃO-RECÍPROCOS BASEADOS EM GRAFENO NA REGIÃO DE  
THz.

TD:02/2019

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil

2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

WAGNER ORMANES PALHETA CASTRO

DISPOSITIVOS NÃO-RECÍPROCOS BASEADOS EM GRAFENO NA REGIÃO DE  
THz.

Tese submetida à Banca Examinadora do  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
elétrica da UFPA para a obtenção do Grau  
de Doutor em Engenharia Elétrica na Área  
de Eletromagnetismo Aplicado.

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil

2019

---

Wagner Ormanes Palheta Castro

Dispositivos não-recíprocos baseados em grafeno na região de THz./ Wagner  
Ormanes Palheta Castro. – UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil, 2019-  
80 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Victor Dmitriev

TD:02/2019 – Universidade Federal do Pará

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2019.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador. II. Universidade xxx. III.  
Faculdade de xxx. IV. Título

CDU 02:141:005.7

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA


**"DISPOSITIVOS NÃO-RECÍPROCOS BASEADO EM GRAFENO NA  
REGIÃO DE THZ"**

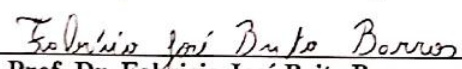
AUTOR: WAGNER ORMANES PALHETA CASTRO

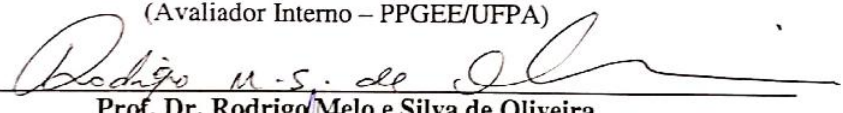
TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO  
COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO  
JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

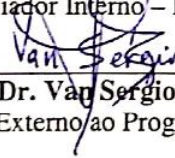
APROVADA EM: 28/02/2019

BANCA EXAMINADORA:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Victor Alexandrovich Dmitriev  
(Orientador – PPGEE/UFPA)

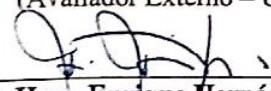
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Fabricio José Brito Barros  
(Avaliador Interno – PPGEE/UFPA)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira  
(Avaliador Interno – PPGEE/UFPA)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Vagner Sergio da Silva Alves  
(Avaliador Externo ao Programa – PPGF/UFPA)

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Danilo Teixeira Alves  
(Avaliador Externo ao Programa – PPGF/UFPA)

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Antônio Sergio Bezerra Sombra  
(Avaliador Externo – UFC)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Hugo Enrique Hernández Figueroa  
(Avaliador Externo – UNICAMP)

VISTO:

\_\_\_\_\_  
Prof.ª Dr.ª Maria Emília de Lima Tostes  
(Coordenadora do PPGEE/ITEC/UFPA)

*A Deus por ter me concedido mais uma vitória em minha vida.  
Aos meus pais, Raimundo Nonato Silva de Castro e Maria do Socorro Palheta Castro, os  
grandes responsáveis.*

# Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, por permitir que aqui estivéssemos, neste dia.

Imensamente aos meus pais, Raimundo Castro e Maria do Socorro, por terem sempre acreditado e investido em mim.

A todos meus familiares.

A minha namorada e companheira, Renata Moreira, que me estimulou durante todo tempo e compreendeu minha ausência pelo tempo dedicado aos estudos, e seus pais.

A Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA), em especial à direção do campus de Parauapebas.

Aos professores Rosemiro Galate e Pedro Campos pelos incentivos e conselhos.

A Universidade Federal do Pará e em especial ao professor Victor Dmiriev pela oportunidade para que este trabalho fosse desenvolvido, pelos ensinamentos e incentivos.

A Dona Arlete Marques pelas conversas descontraídas no laboratório e pelos vários momentos de convivência do grupo.

Aos professores Rodrigo Oliveira e Evaldo Pelaes pelos conhecimentos transmitidos nas disciplinas, os quais, foram de suma importância para este trabalho.

Aos meus amigos e colegas de trabalho, João Andrade, Herson Oliveira e Gildenilson Duarte.

A todos os colegas do laboratório de nanoeletrônica e nanofotônica da ufpa, em especial Clerisson Nascimento pela paciência e ensinamentos, Gianni Portela, Daimam Zimmer, Leno Martins, Carlos Rafael, Marcelino Lopes, Leonardo Marcelino, Samara da Silva, Geraldo Melo, Cristiano Braga, Francisco Nobre, Thiago Oliveira e Gabriel Barros que de maneira direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho. Por tudo e por todos, obrigado.



*“Uma coisa eu aprendi ao longo da vida:  
que toda nossa ciência, comparada com a realidade,  
é primitiva e infantil - e, ainda sim, é a coisa mais  
preciosa que nós temos.”*  
*(Albert Einstein)*

# Resumo

Quatro novos tipos de dispositivos não-recíprocos baseados em grafeno operando na região de Terahertz (THz) são sugeridos e analisados teoricamente neste trabalho, sendo dois circuladores de três portas com geometrias tipo Y e tipo W, e dois divisores de potência de quatro portas com diferentes geometrias. A seção transversal dos componentes apresenta uma estrutura com três camadas, compostas de grafeno, sílica ( $SiO_2$ ) e silício (Si), os planos das figuras desses componentes consistem de um ressonador circular de grafeno e guias de ondas conectados a ele. O ressonador de grafeno é magnetizado normalmente em seu plano por um campo magnético DC externo, e o princípio físico de funcionamento dos dispositivos é baseado na ressonância dipolar do ressonador. Utilizando a Teoria de Grupos Magnéticos, analisamos as matrizes de espalhamento dos componentes simétricos dos dispositivos. Além disso, para análise dos circuladores, a Teoria de Modos Acoplados Temporal também foi usada. Simulações numéricas foram realizadas por um programa computacional de onda completa e os cálculos demonstram níveis de isolamentos melhores que  $-15$  dB, tanto para os circuladores, como para os divisores de potência. O circulador tipo Y apresentou perdas de inserção em torno de  $-2,6$  dB, largura de banda de  $7,4\%$  na frequência central de  $5,38$  THz, enquanto que o circulador tipo W demonstrou perdas de inserção de  $-2$  dB, largura de banda de  $4,25\%$  na frequência central de  $7,5$  THz; os campos magnéticos DC de polarização nos dois casos foram de  $0,45$  T e  $0,56$  T, respectivamente. Os divisores de potência demonstraram que a divisão do sinal entre as duas portas de saída é de  $-4,4$  dB com banda de frequência de  $4,5\%$  e  $3,4\%$  e polarização magnética de  $0,8$  T. A influência de parâmetros geométricos e físicos sobre as características dos circuladores é discutida. As bandas de frequência dos dispositivos podem ser controladas dinamicamente alterando a tensão de polarização aplicada entre a camada de grafeno e o substrato.

**PALAVRAS-CHAVE:** Circuladores; divisores de potência; dispositivos não-recíprocos; grafeno; plasmons de superfície; THz.

# Abstract

Four new types of nonreciprocal graphene-based devices operating in the Terahertz region are suggested and theoretically analyzed in this work. They are two three-port circulators with Y and W geometries and two power dividers with different geometries. The cross section of the components has a three-layer structure, composed of graphene, silica and silicon. The planes of the figures of these components consist of a circular resonator of graphene and waveguides connected to it. The graphene resonator is magnetized normally of its plane by an external DC magnetic field, and the physical principle of operation of the devices is based on the dipole resonance of the magnetized graphene resonator. Using the Magnetic Group Theory, we analyze the scattering matrices of the symmetrical components of the devices. In addition, for the analysis of the circulators, the Analytical Temporal Coupled Mode Theory was also used. Numerical simulations were performed by a full wave computational program and the calculations demonstrate isolation levels better than -15 dB for both the circulators and the dividers. The Y-circulator has insertion losses around - 2.6 dB, bandwidth of 7.4% at the center frequency of 5.38 THz, whereas the circulator W showed insertion losses of - 2 dB, bandwidth of 4.5% at the center frequency of 7.5 THz. The DC bending magnetic field in the two cases was 0.45 T and 0.56 T, respectively. The power dividers have shown to possess the division of the signal between the two output ports of -4.4 dB with in the frequency band of 4.5% and 3.4% with magnetic field of 0,8 T. The influence of geometric and physical parameters on the characteristics of the circulators is discussed. The frequency bands of the devices can be controlled dynamically by changing bias voltage applied between the graphene layer and the substrate.

**KEYWORDS:** Circulators; power dividers; nonreciprocal devices; graphene; surface plasmon; THz.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Imagiamento por campo escuro anular em alto ângulo (HAADF) de uma folha pura e inalterada de grafeno. . . . .	25
Figura 2 – Distribuição eletrônica dos níveis de energia dos orbitais atômicos do átomo de carbono: (a) Estado fundamental; (b) Estado ativado (grafeno). . . . .	26
Figura 3 – Rede direta do grafeno em forma de favos de mel. . . . .	27
Figura 4 – Rede recíproca do grafeno em forma de favos de mel. . . . .	28
Figura 5 – Método esfoliação mecânica - (a) Fita adesiva; (b) Remoção da camada de grafite; (c) Substrato de <i>Si/SiO<sub>2</sub></i> . . . . .	29
Figura 6 – Processo de obtenção do grafeno através do método de esfoliação química. Adaptada [38]. . . . .	30
Figura 7 – Estrutura de bande de energia do grafeno. . . . .	32
Figura 8 – Primeira zona de Brillouin. . . . .	32
Figura 9 – Partes real e imaginária das componentes (a) $\sigma_{xx}$ e (b) $\sigma_{xy}$ do tensor condutividade elétrica do grafeno para $B_0 = 0,56$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV. . . . .	35
Figura 10 – (a)-(d) Distribuições de campo das componentes $E_z$ e $E_x$ no plano xOz para os modos 1 e 2. e) Dependência com a largura da parte real do índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) para as frequências de 3 THz, 5 THz e 8 THz. Parte inferior: perfil do modo guiado da componente $E_z$ do campo elétrico no guia de onda de grafeno para $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV. . . . .	35
Figura 11 – Dependência da frequência da parte a) real e b) imaginária do índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) para as larguras de $w = 100$ nm, 200 nm, 300 nm e 400 nm. . . . .	37
Figura 12 – Componentes de campo normalizadas no circulador na frequência central $f = 5,38$ THz ao longo da linha AB: a) $ E_x $ , $ E_y $ , $ E_z $ e b) $ H_x $ , $ H_y $ , $ H_z $ . Inserido em a) e b) está a componente $ E_z $ do circulador tipo Y para largura $w = 200$ nm. . . . .	38
Figura 13 – a) Dependência dos modos de dipolos ressonantes $\omega_+$ e $\omega_-$ com o campo magnético $B_0$ . Inserido na figura, temos o esquema de excitação do ressonador para cálculos de ressonâncias do modo dipolo com dois guias de onda. . . . .	38
Figura 14 – Esquema representativo dos dispositivos propostos: a) circulador tipo Y, b) circulador tipo W, c) e d) divisores de potência com diferentes geometrias, vista do topo, e e) vista lateral . . . . .	40

Figura 15 – Possíveis simetrias para os circuladores de três portas: a) circulator tipo Y com simetria $c_{3v}(c_3)$ , b) circulator tipo W com simetria $c_s(c_1)$ , c) divisor por 2 (figura 14c) e d) divisor por 2 (figura 14d), todos com acoplamento frontal. . . . .	42
Figura 16 – Distribuição de campo da componente $E_z$ no circulator tipo Y, (a) Sem magnetização e com magnetização $B_0 = 0,45$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV e frequência central $f_0 = 5,38$ THz: Transmissão (b)(1→3), c) (2→1) e d) (3→2). . . . .	51
Figura 17 – Distribuição de campo da componente $E_z$ no circulator tipo W, (a) Sem magnetização e com magnetização $B_0 = 0,56$ T e frequência central $f_0 = 7,5$ THz: Transmissão (b)(1→3), c) (2→1) e d) (3→2). . . . .	52
Figura 18 – Decaimento exponencial do campo magnético AC no ressonador em função da coordenada $z$ no ponto A. . . . .	52
Figura 19 – Características de frequência no guia de onda de grafeno com $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV. Parte inferior temos a distribuição de campo $E_z$ . . .	53
Figura 20 – Respostas em frequência do circulator tipo Y simuladas pelo COMSOL (linhas contínuas) e pela TCMT (círculos), $R = 600$ nm, $g = 2,5$ nm, $w = 200$ nm, $B_0 = 0,45$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV. . . . .	53
Figura 21 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com $g = 2,5$ nm, $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes raios. . . . .	54
Figura 22 – (a) Frequência central e (b) campo magnético otimizado para o circulator tipo Y com $g = 2,5$ nm, $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes raios. . . . .	54
Figura 23 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $g = 2,5$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes larguras. . . . .	55
Figura 24 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $g = 2,5$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes larguras. . . . .	56
Figura 25 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes gaps. . . . .	56
Figura 26 – (a) Largura de banda, (b) frequência central e (c) campo magnético otimizado para o circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $w = 200$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes gaps. . . . .	57
Figura 27 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $g = 2,5$ nm e $w = 200$ nm para diferentes $\epsilon_F$ . . . . .	58
Figura 28 – Campo magnético ótimo $B_0$ para o circulator tipo Y com $R = 600$ nm, $g = 2,5$ nm e $w = 200$ nm para diferentes $\epsilon_F$ . Números sobre a curva são as frequências $f_0$ . . . . .	58

Figura 29 – Dependencia da energia de Fermi com a frequência central (círculos), largura de banda (asterísticos) e perdas de inserção (x) do circulator tipo Y. . . . .	58
Figura 30 – Respostas em frequência do circulator tipo W, $R = 320$ nm, $g = 5$ nm, $w = 120$ nm, $B_0 = 0,56$ T and $\epsilon_F = 0,15$ eV, com excitações pelas portas 1, 2 e 3. . . . .	59
Figura 31 – Respostas em frequência do circulator tipo W simuladas pelo COMSOL (linhas contínuas) e pela TCMT (círculos), $R = 320$ nm, $g = 5$ nm, $w = 120$ nm, $B_0 = 0,56$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV, excitação pela porta 2. . . . .	60
Figura 32 – Comparação entre as características de frequência entre os circutores tipo Y e tipo W, excitação pela porta 2. . . . .	60
Figura 33 – Respostas em frequência do circulator tipo W com, $g = 5$ nm, $w = 120$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes raios, excitação pela porta 2. . . . .	61
Figura 34 – a) Frequência central e (b) campo magnético otimizado para o circulator tipo W com, $g = 5$ nm, $w = 120$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes raios, excitação pela porta 2. . . . .	62
Figura 35 – Respostas em frequência do circulator tipo W com $R = 320$ nm, $g = 5$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes larguras, excitação pela porta 2. . . . .	62
Figura 36 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo W com $R = 320$ nm, $g = 5$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes larguras, excitação pela porta 2. . . . .	63
Figura 37 – Respostas em frequência do circulator tipo W com $R = 320$ nm, $w = 120$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes gaps, excitação pela porta 2. . . . .	63
Figura 38 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo W com $R = 320$ nm, $w = 120$ nm e $\epsilon_F = 0,15$ eV para diferentes gaps, excitação pela porta 2. . . . .	64
Figura 39 – Respostas em frequência do circulator tipo W com $R = 320$ nm, $g = 5$ nm e $w = 120$ nm para diferentes $\epsilon_F$ , excitação pela porta 2. . . . .	65
Figura 40 – Campo magnético ótimo $B_0$ para o circulator tipo W com $R = 320$ nm, $g = 5$ nm e $w = 120$ nm para diferentes $\epsilon_F$ , excitação pela porta 2. Números sobre a curva são as frequências $f_0$ . . . . .	65
Figura 41 – Dependencia da energia de Fermi com a frequência central, largura de banda e perdas de inserção do circulator tipo W, excitação pela porta 2. . . . .	65
Figura 42 – Distribuição de campo da componente $E_z$ no divisor (Figura 14c), (a) Sem magnetização: transmissão (1→2,3,4) e com magnetização $B_0 = 0,8$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV e frequência central $f_0 = 5,38$ THz: Transmissão (b)(1→2,3), c) (2→3,4) e d) (3→2,4). . . . .	66

Figura 43 – Distribuição de campo da componente $E_z$ no divisor (Figura 14d), (a) Sem magnetização: transmissão (1→2,3,4) e com magnetização $B_0 = 0,8$ T, $\epsilon_F = 0,15$ eV e frequência central $f_0 = 7,5$ THz: Transmissão (b)(1→2,3), c) (2→3,4) e d) (3→2,4). . . . .	67
Figura 44 – Respostas em frequência do divisor por 2 (Figura 14c), $R = 120$ nm, $g = 5$ nm, $w_2 = 120$ nm, $w_3 = 240$ nm, $B_0 = 0,8$ T and $\epsilon_F = 0,15$ eV, com excitações pelas portas: a) 1, b) 2 e c) 3. . . . .	68
Figura 45 – Respostas em frequência do divisor por 2 (Figura 14d), $R = 120$ nm, $g = 5$ nm, $w_2 = 120$ nm, $w_3 = 240$ nm, $B_0 = 0,8$ T and $\epsilon_F = 0,15$ eV, com excitações pelas portas: a) 1, b) 2 e c) 3. . . . .	68
Figura 46 – a) Respostas em frequência do divisor por 2 e b) dependência da energia de Fermi com a frequência central (Figura 14c), $R = 120$ nm, $g = 5$ nm, $w_2 = 120$ nm, $w_3 = 240$ nm, $B_0 = 0,8$ T, com excitação pela porta 1.	69
Figura 47 – Respostas em frequência do divisor por 2 e b) dependência da energia de Fermi com a frequência central (Figura 14d), $R = 120$ nm, $g = 5$ nm, $w_2 = 120$ nm, $w_3 = 240$ nm, $B_0 = 0,8$ T, com excitação pela porta 1.	69

# Lista de abreviaturas e siglas

<i>DC</i>	Campo magnético constante
<i>HAADF</i>	Imagiamento por campo escuro anular em alto ângulo
<i>HOPG</i>	Grafite pirolítica altamente orientada
<i>CVD</i>	Deposição química em fase vapor
<i>Ni</i>	Níquel
<i>Co</i>	Cobalto
<i>Cu</i>	Cobre
<i>SiO<sub>2</sub></i>	Sílica
<i>Si</i>	Silício
<i>SPP</i>	Plásmons poláritons de superfície
<i>MEF</i>	Método de elementos finitos
<i>AC</i>	Campo magnético alternado
<i>TM</i>	Trasnversal magnético
<i>TE – TM</i>	Transversal elétrico e magnético
<i>TCMT</i>	Teória de modos acoplado temporal



# Lista de símbolos

$\mu$	Tensor permeabilidade
$\epsilon$	Tensor permissividade
$\lambda_{spp}$	Comprimento de onda plasmônico
$\mathbf{D}$	Densidade de fluxo elétrico
$\mathbf{E}$	Intensidade de campo elétrico
$\mathbf{B}$	Densidade de fluxo magnético
$\mathbf{H}$	Intensidade de campo magnético
$\rho_f$	Densidade de carga
$\rho_s$	Densidade superficial de carga
$\mathbf{J}_f$	Densidade de corrente
$\mathbf{J}_s$	Densidade superficial de corrente
$\epsilon_0$	Permissividade elétrica do vácuo
$\mu_0$	Permeabilidade magnética do vácuo
$\sigma$	Condutividade elétrica
$\mathbf{E}_t$	Componente tangencial da intensidade de campo elétrico
$\mathbf{D}_n$	Componente normal da densidade de fluxo elétrico
$\mathbf{H}_t$	Componente tangencial da intensidade de campo magnético
$\mathbf{B}_n$	Componente normal da densidade de fluxo magnético
$\hat{\mathbf{n}}$	Vetor normal ao plano de incidência
$\delta_{i,j}$	Função delta de Kronecker
$\mathbf{a}_i$	Vetores de base da rede direta
$\mathbf{b}_i$	Vetores de base da rede recíproca
$a_{cc}$	Comprimento da ligação carbono-carbono

$v_F$	Velocidade de Fermi
$E$	Energia da banda de condução e banda de valência do grafeno
$\mathbf{k}$	Vetor de onda
$k_x$	Componente do vetor de onda na direção x
$k_y$	Componente do vetor de onda na direção y
$\Delta$	Espessura do grafeno
$\sigma_v$	Tensor condutividade elétrica
$\sigma_s$	Tensor condutividade superficial
$D$	Peso de Drude
$\sigma_0$	Condutividade óptica universal do grafeno
$\sigma_{xx}$	Componente do tensor condutividade na diagonal
$\sigma_{xy}$	Componente do tensor condutividade fora da diagonal
$\omega_B$	Frequência de ciclotron
$\mathbf{B}_0$	Campo magnético DC externo
$\tau$	Tempo de relaxamento do grafeno
$\mu$	Mobilidade eletrônica do grafeno
$e$	Carga elétrica
$E_x$	Componente da intensidade de campo elétrico na direção x
$E_y$	Componente da intensidade de campo elétrico na direção y
$E_z$	Componente da intensidade de campo elétrico na direção z
$H_x$	Componente da intensidade de campo magnético na direção x
$H_y$	Componente da intensidade de campo magnético na direção y
$H_z$	Componente da intensidade de campo magnético na direção z
$n_{eff}$	Índice de refração efetivo
$\beta_{eff}$	Constante de propagação
$k_0$	Número de onda no espaço livre

$w$	Frequência angular incidente
$\hbar$	Constante reduzida de Planck
$R$	Raio do ressonador de grafeno
$L$	Comprimento do guia de onda de grafeno
$w$	Largura do guia de onda de grafeno
$\beta_{spp}$	Relação de dispersão para o modo TM SPP
$\epsilon_F$	Energia de Fermi
$\epsilon_1$	Permissividade elétrica da sílica
$\epsilon_2$	Permissividade elétrica do silício
$R$	Matriz dos elementos unitários
$S$	Matriz dos parâmetros-S
$S^T$	Matriz transposta dos parâmetros-S
$S_{ij}$	Elementos da matriz dos parâmetros-S
$\varphi$	Fase
$\gamma_{\pm}$	Taxa de decaimento
$\gamma_{w\pm}$	Taxa de acoplamento entre o ressonador e os guias de onda
$\gamma_{i\pm}$	Taxa de perdas internas do ressonador
$\omega_{\pm}$	Frequências de ressonância nos sentidos horário e anti-horário
$Q$	Fator de qualidade
$\omega_c$	Frequência central de operação
$BW$	Largura de banda

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>CONCEITOS BÁSICOS</b>	<b>24</b>
2.1	Equações de Maxwell e condições de contorno	24
2.2	<b>GRAFENO</b>	<b>25</b>
2.3	<b>PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS</b>	<b>26</b>
2.3.1	REDE DIRETA	26
2.3.2	REDE RECÍPROCA	27
2.4	<b>Métodos de síntese do grafeno</b>	<b>29</b>
2.4.1	Esfoliação mecânica	29
2.4.2	Esfoliação química	30
2.4.3	Deposição de vapor químico ( <i>CVD</i> )	31
2.4.4	Estrutura de banda do grafeno	31
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>33</b>
3.1	<b>Modelagem numérica do grafeno no software COMSOL Multiphysics</b>	<b>33</b>
3.1.1	Condutividade de Drude com campo magnético	33
3.1.2	Características do guia de onda de grafeno	34
3.2	<b>Descrição do ressonador de grafeno</b>	<b>36</b>
3.3	<b>Geometria dos dispositivos</b>	<b>39</b>
3.4	<b>Matrizes de espalhamento eletromagnético dos dispositivos</b>	<b>40</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS</b>	<b>45</b>
4.1	<b>Teoria de modos acoplados temporal para os circuladores tipo Y e tipo W</b>	<b>45</b>
4.1.1	Matrizes C, D e K	46
4.1.2	Elementos da Matriz de espalhamento	47
4.2	<b>Princípio físico de funcionamento dos circuladores tipo Y e tipo W</b>	<b>50</b>
4.3	<b>Resultados numéricos do circulador tipo Y</b>	<b>51</b>
4.3.1	Parâmetros-S	51
4.3.2	Influência dos parâmetros geométricos e físicos do circulador tipo Y sobre suas características	53
4.3.2.1	Raio $R$ do ressonador	53
4.3.2.2	Largura $w$ dos guias de onda	54
4.3.2.3	Gap $g$	55
4.3.2.4	Energia de Fermi $\epsilon_F$	57

<b>4.4</b>	<b>Resultados numéricos do circulador tipo W</b>	<b>59</b>
4.4.1	Parâmetros-S	59
4.4.2	Influência dos parâmetros geométricos e físicos do circulador tipo W sobre suas características	61
4.4.2.1	Raio $R$ do ressonador	61
4.4.2.2	Largura $w$ dos guias de onda	61
4.4.2.3	Gap $g$	62
4.4.2.4	Energia de Fermi $\epsilon_F$	64
<b>4.5</b>	<b>Princípio físico de funcionamento dos divisores</b>	<b>66</b>
<b>4.6</b>	<b>Resultados numéricos dos divisores</b>	<b>67</b>
4.6.1	Parâmetros-S	67
4.6.2	Energia de Fermi $\epsilon_F$	69
	<b>Conclusão</b>	<b>71</b>
	<b>Referências</b>	<b>75</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Em muitas aplicações de ondas eletromagnéticas guiadas, é necessário proteger a fonte eletromagnética contra reflexões indesejadas oriundas de cargas conectadas ao circuito. Com o intuito de minimizar os efeitos negativos causados por tais reflexões e transmitir o sinal de entrada para uma ou mais saídas, normalmente são utilizados componentes passivos não-recíprocos como circuladores ou divisores de potência. Tais componentes são bastante utilizados em micro-ondas e na região óptica. Suas estruturas, efeitos físicos e materiais usados, dependem da região de frequência e do nível de potência das ondas eletromagnéticas.

Na região de micro-ondas, os circuladores e divisores são baseados principalmente em materiais de ferrite e tecnologia de micro-fita ou guias de onda metálicos; Os principais efeitos físicos são fase e polarização (rotação de Faraday) não-recíproca [1], ressonâncias em elementos de ferrite [2, 3] e modos guiados por bordas [4]. Circuladores e divisores ópticos também foram discutidos na literatura [5, 6, 7, 8, 9, 10]. Seja em micro-ondas ou na região óptica, as propriedades não-recíprocas desses dispositivos são definidas pela quebra de simetria de inversão temporal, que se manifesta normalmente na não-simetria dos tensores de permeabilidade  $[\mu]$  ou permissividade  $[\varepsilon]$ .

Uma nova ideia no campo de dispositivos não-recíprocos foi sugerida, a qual é baseada em isolantes topológicos fotônicos [11]. Neste caso, para uma realização prática desses dispositivos, cristais fotônicos e materiais magneto-ópticos podem ser usados. No entanto, tais componentes requerem um campo magnético DC bastante alto, especialmente em altas frequências, o que limita sua aplicação. Outra solução foi demonstrada em [12], onde o efeito de circulação é alcançado devido à modulação da permissividade espaço-temporal.

Entre os novos materiais que podem ser usados em dispositivos não-recíprocos, o grafeno é muito promissor, pois é o primeiro material 2D obtido experimentalmente [13] e têm propriedades elétricas e magnéticas únicas. Em particular, o grafeno magnetizado possui um tensor de condutividade não simétrico análogo ao tensor de permeabilidade das ferrites magnetizadas e do tensor de permissividade dos semicondutores magnetizados.

A frequência das ondas de plasma no grafeno está na região de terahertz (THz). Assim, as ondas de polarização de plasmon de superfície (SPP) que são as excitações coletivas de elétrons no grafeno, podem ser usadas em projetos de muitos componentes eletromagnéticos. A possibilidade de sintonizar as propriedades eletrônicas e ópticas por campos elétricos ou magnéticos DC externos, torna o grafeno um material propício para a manipulação de ondas THz.

A região de THz é uma região do espectro eletromagnético ainda pouco explorada do ponto de vista científico e tecnológico, mas observa-se que recentemente tem crescido bastante o número de aplicações na faixa de frequência entre 0.1 THz - 10 THz [14, 15, 16, 17]. Os dispositivos que operam nesta faixa de frequência apresentam algumas vantagens em relação à faixa de Gigahertz (GHz). Como exemplo, a taxa de transmissão em comunicação sem fio na região de THz pode chegar a 10 Gbit/s, sendo esta uma alta taxa de transferência de dados [18]. Esses dispositivos apresentam maiores larguras de banda, pouca interferência sobre fatores atmosféricos, baixas perdas de inserção, dimensões reduzidas e uma melhor transmissão de dados em relação à velocidade da informação [15].

Vários trabalhos teóricos nas regiões de micro-ondas e THz sobre dispositivos não-recíprocos baseados em grafeno, foram publicados nos últimos anos. Esses trabalhos compreendem componentes de ondas guiadas [19] e meta-superfícies para aplicações no espaço livre [20]. Alguns limites fundamentais e o projeto de um isolador THz baseado em grafeno são discutidos em [21]. As confirmações experimentais da realizabilidade do isolador de rotação de Faraday a base de grafeno são apresentadas em [22, 23, 24].

Uma publicação sobre guias de onda direcionais baseados em grafeno pode ser encontrada em [25]. Este dispositivo consiste de uma composição multicamada envolvendo dielétricos e grafeno. Sua análise é realizada com algumas restrições especiais e sua estrutura pode ser usada como um circulador guiado por borda. O problema eletromagnético descrito em [25] é reduzido a um problema 2D. No entanto, a condição de uma parede magnética ideal na parte superior e inferior do circulador para tal redução 2D é bastante restrita e na prática, requer um projeto tecnológico especial. Em segundo lugar a estrutura de grafeno em multicamadas sugerida pelos autores apresentará uma perda de inserção aumentada em comparação com uma camada única. Em terceiro lugar, a estrutura multicamada complicará o processo de fabricação do dispositivo, e finalmente, as dimensões no plano do circulador são relativamente grandes, constituindo vários comprimentos de onda das ondas de polariton de plasma de superfície  $\lambda_{spp}$ .

Neste trabalho, propomos e analisamos teoricamente dois circuladores de três portas tipo Y e tipo W, e dois divisores de potência de quatro portas com diferentes geometrias, todos baseados em grafeno operando na região de THz. Os dispositivos sugeridos apresentam uma estrutura muito simples e compacta, consistindo de um ressonador circular de grafeno e guias de onda conectados a ele. Em contraste com a abordagem publicada em [25], usamos uma estrutura de camada de grafeno e não aplicamos condições de contorno especiais. Em vez disso, consideramos um decaimento exponencial dos modos SPP nas direções normais para o grafeno, ou seja, um modelo eletromagnético 3D realista é usado neste trabalho.

No segundo capítulo deste trabalho, são apresentadas as propriedades geométricas do grafeno, sua obtenção experimental e as propriedades eletrônicas.

O terceiro capítulo apresenta a descrição do problema que envolve os dispositivos propostos neste trabalho, a modelagem numérica do grafeno, as características do guia de onda de grafeno e a descrição do ressonador de grafeno.

No quarto capítulo, são apresentados o princípio de funcionamento e os resultados numéricos obtidos para os dispositivos sugeridos neste trabalho, assim como a validação através da teoria de modos acoplados temporal para os circuladores tipo Y e tipo W.

Finalmente, no quinto capítulo são apresentadas as considerações finais, propostas de trabalhos futuros, artigos e patentes publicadas.



## 2 CONCEITOS BÁSICOS

### 2.1 Equações de Maxwell e condições de contorno

Vários ramos da física como: eletrodinâmica clássica, óptica clássica e circuitos elétricos, são descritos por um conjunto de equações diferenciais parciais acopladas que descrevem como os campos elétricos e magnéticos são gerados e alterados uns pelos outros, a partir deles é possível desenvolver a maioria das relações de trabalho nesses campos. Tais equações conhecidas como equações de Maxwell, não são leis exatas da natureza, mas são aproximações clássicas da teoria mais fundamental da eletrodinâmica quântica. Elas no entanto, ainda são uma das ferramentas mais úteis na física. As quatro equações de Maxwell macroscópicas no sistema de unidades MKS são [26]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde  $\mathbf{D} = \epsilon\epsilon_0\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$ ,  $\epsilon$  é a permissividade dielétrica relativa,  $\epsilon_0$  and  $\mu_0$  são as permissividade dielétrica do vácuo e permeabilidade magnética do vácuo,  $\rho_f$  é a densidade de carga (carga por unidade de volume) e  $\mathbf{J}_f$  é a densidade de corrente (corrente por unidade de área).

Para o grafeno, como é considerado um material 2D, e supondo que ele esteja no plano-xy, podemos escrever  $\mathbf{J}_f$  e  $\rho_f$  como:

$$\mathbf{J}_f = \mathbf{J}_s\delta(z), \quad (2.5)$$

$$\rho_f = \rho_s\delta(z), \quad (2.6)$$

onde  $\mathbf{J}_s$  e  $\rho_s$  são as densidades superficiais de corrente (corrente por unidade de comprimento) e carga (carga por unidade de área), respectivamente. Desta forma, para um metal 2D com condutividade elétrica dependente da frequência, temos  $\mathbf{J}_s = \sigma\mathbf{E}_t$ , onde  $\mathbf{E}_t$  encontra-se no plano-xy também.

Outro conjunto importante de equações, são as condições de contorno para a continuidade das componentes normais e transversais dos campos elétrico e magnético na

interface entre dois meios. As condições de contorno são:

$$\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t}, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{H}_{1t} - \mathbf{H}_{2t} = \mathbf{J}_s \times \hat{\mathbf{n}}, \quad (2.8)$$

$$\mathbf{D}_{1n} - \mathbf{D}_{2n} = \rho_s, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n}, \quad (2.10)$$

em que,  $\hat{\mathbf{n}}$  é normal à estrutura. As equações de Maxwell e condições de contorno são fundamentais para resolver analiticamente o caso da camada de grafeno infinita. Como ele é um material bidimensional, precisaremos apenas saber sua condutividade óptica para o cálculo da relação de dispersão da onda de superfície através das condições de contorno.

## 2.2 GRAFENO

Assim como o diamante e o grafite, o grafeno é um dos alótropos do carbono, podendo ser definido como um material bidimensional de uma única camada de átomos de carbono disposto em uma estrutura cristalina hexagonal que se assemelha a favos de mel, como mostrado na Fig. 1 [27]. O grafeno e suas potencialidades foram observadas experimentalmente [28], muito antes de seu isolamento em 2004 pelos pesquisadores russos Andre K. Geim e Konstantin S. Novoselov [13], o que lhes rendeu o prêmio Nobel de física em 2010.

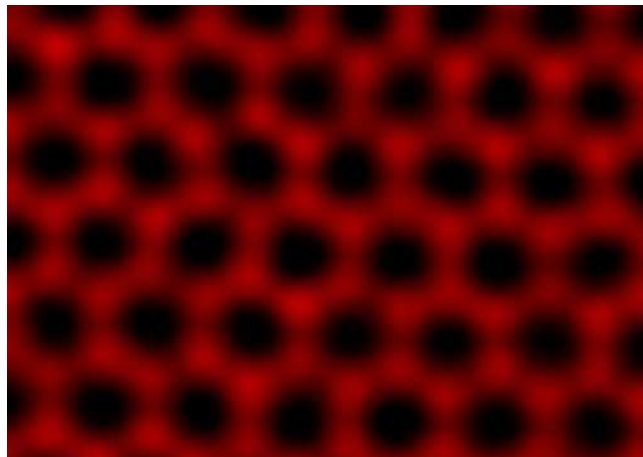


Figura 1 – Imagiamento por campo escuro anular em alto ângulo (HAADF) de uma folha pura e inalterada de grafeno.

O átomo de carbono, único elemento constituinte do grafeno, possui 4 elétrons em sua última camada que ocupam os orbitais atômicos  $2s^2$  e  $2p^2$ , de acordo com o diagrama da Fig. 2a. Em sua fase cristalina, esses elétrons fracamente ligados dão origem aos orbitais  $2s$ ,  $2p_x$ ,  $2p_y$  e  $2p_z$ , o que é de suma importância na formação de ligações covalentes em materiais de carbono [29].

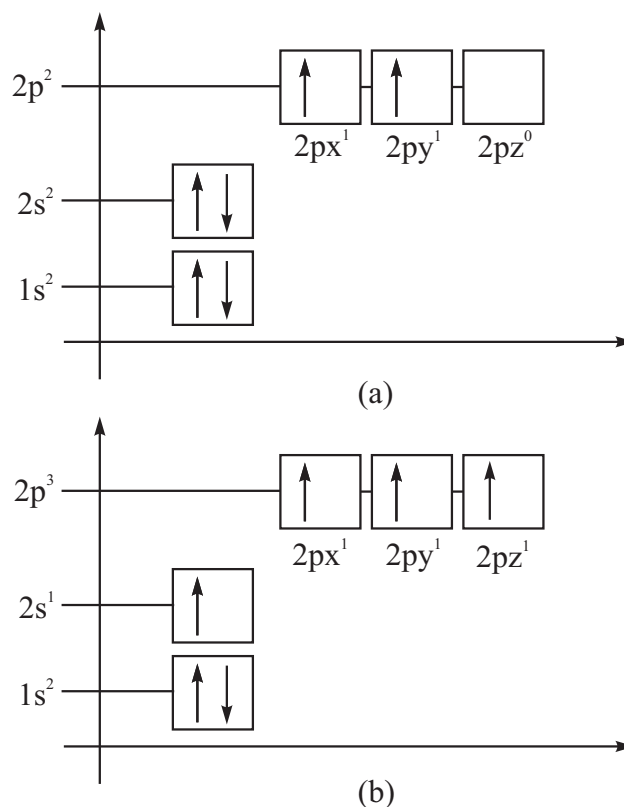


Figura 2 – Distribuição eletrônica dos níveis de energia dos orbitais atômicos do átomo de carbono: (a) Estado fundamental; (b) Estado ativado (grafeno).

O grafeno é obtido a partir da hibridização  $sp^2$ , em que um dos elétrons que estavam emparelhados no subnível  $2s^2$  ganha energia e pula para o subnível vazio  $2p_z$ , como mostra o diagrama da Fig. 2b.

Na estrutura cristalina do grafeno, os três orbitais  $sp^2$  juntamente com os orbitais  $sp^2$  dos átomos de carbonos vizinhos formam fortes ligações covalentes no plano longitudinal, essas ligações são chamadas de ligações  $\sigma$  e são responsáveis pelas propriedades mecânicas do grafeno. Já os orbitais  $2p_z$  do grafeno formam fracas ligações covalentes com os orbitais  $2p_z$  dos átomos de carbonos vizinhos, chamadas de ligações  $\pi$ , as quais, são responsáveis pelas propriedades eletrônicas do grafeno [30].

## 2.3 PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

### 2.3.1 REDE DIRETA

O grafeno tem uma rede cristalina que se assemelha a favos de mel, como demonstrado na Fig. 3, as bolas representam os átomos de carbono, as linhas sólidas representam as ligações  $\sigma$  entre os átomos e o comprimento da ligação carbono-carbono está representado na mesma figura e tem o valor aproximado de  $a_{cc} = 1,42 \text{ \AA}$ .

A estrutura hexagonal do grafeno pode ser caracterizada como uma rede de Bravais

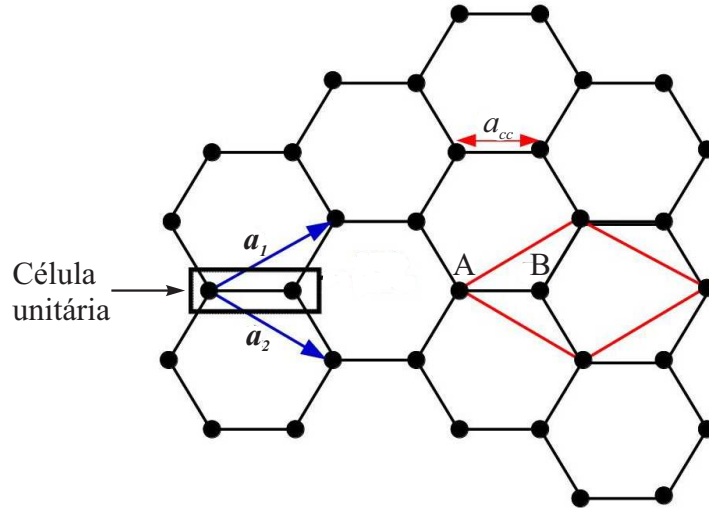


Figura 3 – Rede direta do grafeno em forma de favo de mel.

e construída matematicamente a partir de uma rede triangular e uma célula unitária não primitiva composta por dois átomos bases, indicados por A e B, ou duas sub-redes triangulares. Tendo assim, um total de 2 elétrons por célula unitária para as propriedades eletrônicas do grafeno [31]. Cada célula unitária da estrutura favo de mel contém dois átomos de carbono (6 átomos de carbono nos cantos de cada hexágono, sendo cada átomo compartilhado por 3 células unitárias).

A rede de Bravais do grafeno é hexagonal e a célula unitária primitiva pode ser considerada como um paralelogramo equilátero de lado  $a = \sqrt{3} a_{cc} = 2,46 \text{ \AA}$ . Os vetores da unidade primitiva que representam os vetores da rede direta do grafeno são definidos por:

$$\mathbf{a}_1 = (\sqrt{3}/2, a/2), \quad (2.11)$$

$$\mathbf{a}_2 = (\sqrt{3}/2, -a/2), \quad (2.12)$$

onde  $|\mathbf{a}_1| = |\mathbf{a}_2| = a$ .

### 2.3.2 REDE RECÍPROCA

A rede recíproca do grafeno também apresenta uma estrutura hexagonal em formato de favo de mel, como mostra a Fig. 4. Obtida a partir de uma rotação de  $90^\circ$  em relação a rede direta, pode-se dizer que a rede recíproca do grafeno é a transformada discreta de Fourier de sua rede direta. O espaço recíproco é um espaço conveniente para descrever as quantidades recíprocas (geralmente momentum) no domínio de Fourier, sendo definida pelos vetores de base recíprocos [32]:

$$\mathbf{b}_1 = (2\pi/\sqrt{3}a, 2\pi/a), \quad (2.13)$$

$$\mathbf{b}_2 = (2\pi/\sqrt{3}a, -2\pi/a), \quad (2.14)$$

onde  $|\mathbf{b}_1| = |\mathbf{b}_2| = 4\pi/\sqrt{3}a$  possui dimensão de inverso de comprimento. Estes vetores estão relacionados com os vetores de base da rede direta através da relação ortogonal  $a_i b_j = 2\pi\delta_{ij}$ , em que  $\delta_{ij}$  é a função delta de Kronecker ( $\delta_{ij} = 1$ , se  $i = j$  e  $\delta_{ij} = 0$ , se  $i \neq j$ ) e são obtidos a partir do espaço direto pelas relações [30]:

$$\mathbf{b}_1 = -2\pi \frac{z \times a_2}{z \cdot a_1 \times a_2}, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{z \times a_1}{z \cdot a_1 \times a_2}, \quad (2.16)$$

A primeira zona de Brillouin do grafeno em destaque como um hexágono (região amarela) na Fig. 4, é de suma importância na descrição da estrutura de banda do grafeno, já que nela está contida todas as informações acerca de suas propriedades eletrônicas. Os pontos localizados nos vértices do hexágono da zona de Brillouin são chamados de pontos de Dirac e existem três pontos de alta simetria localizados na zona de Brillouin, que serão úteis na descrição da dispersão do grafeno. Por convenção, esses pontos são definidos como ponto  $\Gamma$ , ponto  $M$  e ponto  $K$ . O ponto  $\Gamma$  está localizado no centro da zona de Brillouin e os vetores que descrevem a localização dos outros pontos em relação ao centro da zona de Brillouin são:

$$\Gamma M = (2\pi/\sqrt{3}a, 0), \quad (2.17)$$

$$\Gamma K = (2\pi/\sqrt{3}a, 2\pi/3a), \quad (2.18)$$

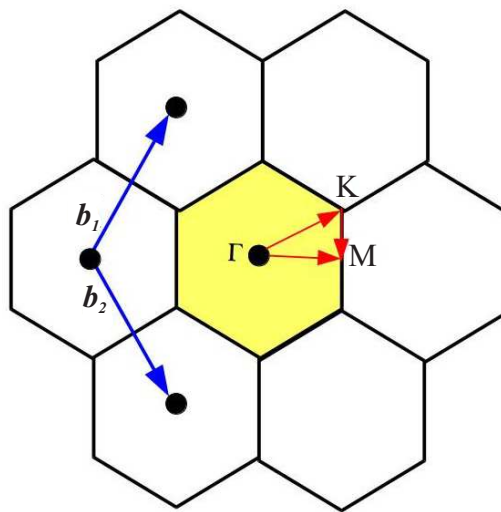


Figura 4 – Rede recíproca do grafeno em forma de favos de mel.

## 2.4 Métodos de síntese do grafeno

A partir da descoberta do grafeno, juntamente com o desenvolvimento científico, diversos métodos para produção de grafeno foram desenvolvidos e são continuamente aperfeiçoados. Em função da qualidade do produto desejado e da aplicação a que se destina, um ou mais métodos podem ser utilizados [33].

### 2.4.1 Esfoliação mecânica

O método da esfoliação mecânica ou também conhecido como microesfoliação mecânica é um processo simples e rudimentar que consiste na “descamação” de um cristal de grafite utilizando fitas adesivas (scotch tape), como mostra a Fig. 5. Este método foi aplicado em 2004 no trabalho experimental de Andre K. Geim e Konstantin S. Novoselov [13], no qual utilizou-se placas de grafite pirolítica altamente orientado (*HOPG*). Para obter uma única camada de grafeno, este procedimento deve ser realizado várias vezes, reduzindo assim, a espessura do (*HOPG*) e transferindo posteriormente a amostra resultante para um substrato geralmente de *Si/SiO<sub>2</sub>* [34].

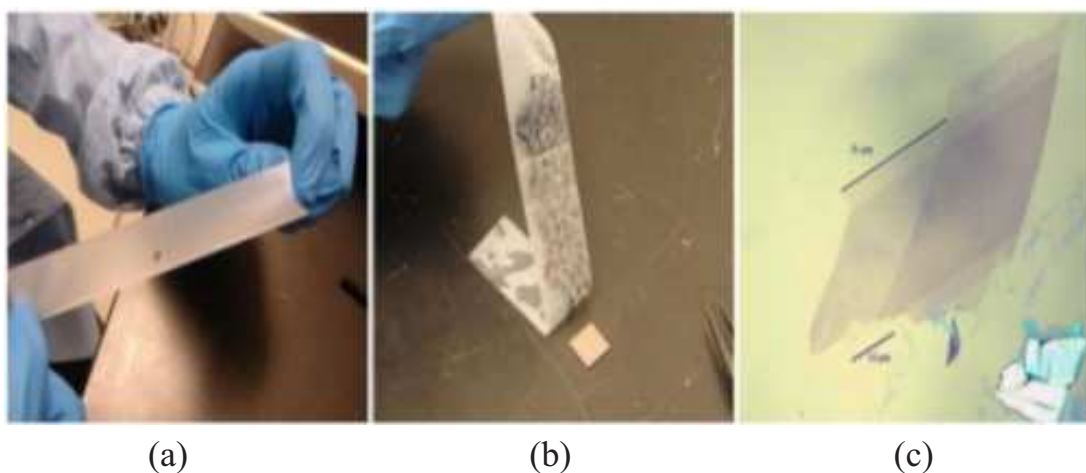


Figura 5 – Método esfoliação mecânica - (a) Fita adesiva; (b) Remoção da camada de grafite; (c) Substrato de *Si/SiO<sub>2</sub>*.

O método da esfoliação mecânica baseia-se na quebra das forças de Van der Waals existente entre as camadas que constituem o cristal de grafite. Já que a energia de interação entre as camadas de grafeno na estrutura gráfitica é considerada fraca e pode ser facilmente superada com o uso de fita adesiva para deslocar as camadas de grafeno [35].

Levando em consideração que é uma técnica delicada, demorada, de baixo rendimento e que limita o tamanho da área da folha de grafeno [36], a utilização desta técnica oferece como vantagens além da simplicidade, uma elevada qualidade estrutural e eletrônica de seus filmes, e a possível escolha do substrato na qual se deseja depositar o filme de grafeno. Por outro lado, temos como principal desvantagem um possível acúmulo

de resíduos de cola na amostra deixada pela fita adesiva, sendo necessário um posterior processo térmico de redução para retirar os resíduos orgânicos.

### 2.4.2 Esfoliação química

Um dos primeiros métodos utilizados na tentativa de isolar o grafeno foi o método da esfoliação química ou microesfoliação química, que consiste no enfraquecimento da força de Van der Waals entre as camadas do cristal de grafite por meio da introdução de agentes químicos intercalantes. Com a introdução desses agentes ou grupos funcionais entre as camadas do grafite, há a formação de gases, provocando assim, uma expansão dos planos atômicos do grafite e um rompimento parcial da rede  $sp_2 - sp_2$  resultando em uma folha  $sp_2 - sp_3$  de menor estabilidade [37], como descrito na Fig. 6.

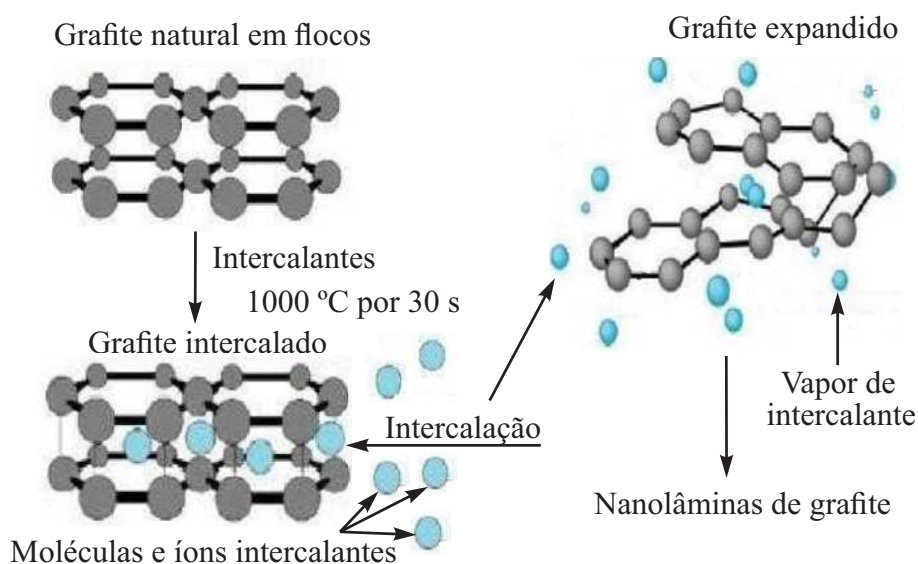


Figura 6 – Processo de obtenção do grafeno através do método de esfoliação química. Adaptada [38].

De acordo com Geim e Kim [39]. A princípio, este método não correspondeu às expectativas de isolamento do grafeno, já que seu resultado final se assemelhava a um emaranhado de partículas gráficas, não podendo ser identificadas como grafeno.

Somente em 2006, Ruoff e colaboradores desenvolveram uma rota mais rápida e segura para a obtenção do grafeno. Este processo é conhecido como método de Hummer, em que, o grafite é disperso em uma solução composta de ácido sulfúrico, nitrato de sódio e permanganato de potássio a 45°C por 2h, resultando em uma mistura de grafeno e óxido de grafeno, sendo necessário uma nova etapa através de um processo de redução por tratamento térmico ou com agentes redutores para tentar recuperar as propriedades específicas do grafeno [35].

A grande vantagem deste método é o baixo custo e a possível produção de grafeno em grande escala, a pesar de que, o método apresenta alguns pontos negativos como: a

modificação química que ocorre na estrutura do grafite e o aparecimento de defeitos na estrutura cristalina do grafeno no estágio de redução [40].

### 2.4.3 Deposição de vapor químico (*CVD*)

O método da deposição de vapor químico é conhecido a partir dos anos 70 e consiste na deposição e crescimento do grafeno em diferentes substratos metálicos, tais como: Níquel (*Ni*), Cobalto (*Co*) e Cobre (*Cu*), a partir de uma fase gasosa como resultado de várias reações químicas.

O método da *CVD*, pode ser dividido em duas etapas:

- a) A pirólise dos precursores até a obtenção do carbono, em que o substrato metálico é colocado dentro de uma câmara *CVD* a vácuo, na presença de gases diluídos de hidrocarbonetos e altas temperaturas, fazendo com que as moléculas do gás sejam quebradas e os átomos de carbono se incorporem ao substrato. Posteriormente temos a:
- b) formação da estrutura gráfitica através dos átomos de carbono previamente dissociados, onde o substrato é submetido a um rápido resfriamento, diminuindo assim, a solubilidade do carbono, difundindo-se e organizando seus átomos na superfície do substrato, formando a estrutura de grafeno [41].

Este método apresenta como vantagens a produção de grafeno em grande escala, assim como, a produção de filmes de alta qualidade apresentando poucos defeitos estruturais. Em contrapartida para aplicações em dispositivos eletrônicos se faz necessário a aplicação de uma nova etapa de transferência do substrato em que o grafeno foi depositado para um outro substrato arbitrário. Esse processo de transferência ainda apresenta custos elevados, podendo causar problemas estruturais no filme de grafeno.

Além dos métodos apresentados acima, existem vários outros métodos como: o crescimento epitaxial sobre *SiC*, redução química do óxido de grafite, esfoliação em fase líquida, desenrolamento de nanotubos de carbono, entre outros que são mostrados com detalhes em [40].

### 2.4.4 Estrutura de banda do grafeno

A estrutura eletrônica do grafeno pode ser obtida através de um método simples conhecido como método de tight-binding, o qual nos dá uma boa aproximação da estrutura de banda do grafeno. Sua estrutura de banda de energia é dada por [31]:

$$E(k) = \pm \gamma \sqrt{1 + 4 \cos(k_x \frac{a\sqrt{3}}{2}) \cos(k_y \frac{a}{2}) + 4 \cos^2(k_y \frac{a}{2})}, \quad (2.19)$$

em que,  $\gamma = 2.7$  eV e  $a$  são constantes e  $k_x$  e  $k_y$  são as componentes do vetor de onda  $\mathbf{k}$  da rede recíproca. O plote da equação (2.19) é mostrada na Fig. 7 e apresenta uma



banda de condução ( $E > 0$ ) e uma banda de valência ( $E < 0$ ), as quais, representam os estados permitidos de cada banda. Pode-se observar que a banda de condução de menor energia toca a banda de valência de maior energia nos seis pontos  $k$  e  $k'$  da primeira zona de Brillouin ( $E = 0$ ), como pode ser visto na Fig. 8. Esses pontos são chamados de pontos de Dirac, o qual, pode-se extrair informações relevantes da estrutura de banda do grafeno.

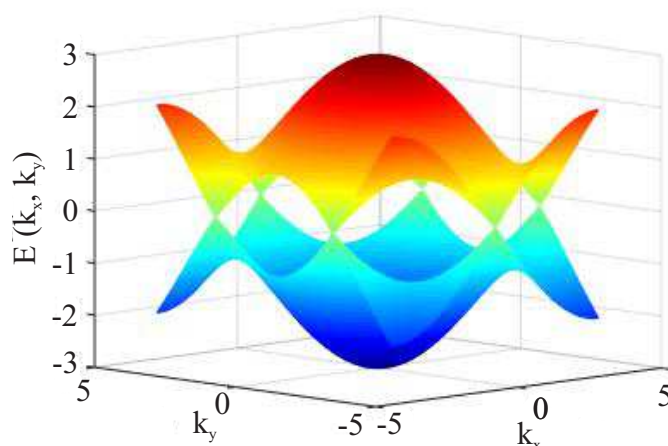


Figura 7 – Estrutura de bande de energia do grafeno.

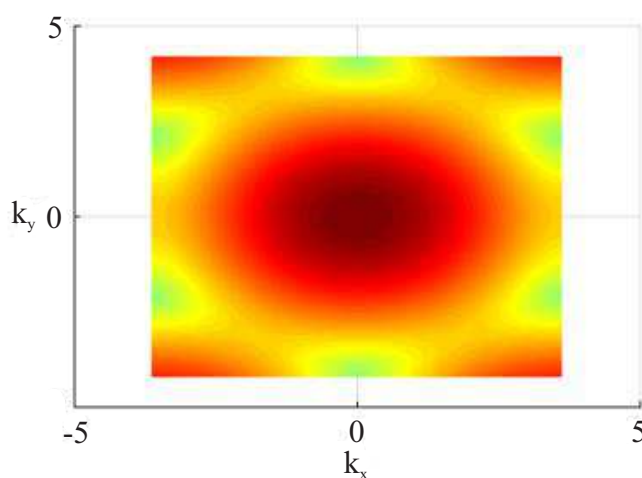


Figura 8 – Primeira zona de Brillouin.

Expandindo a equação (2.19) em série de Taylor em torno dos pontos de Dirac, chegamos na seguinte expressão:

$$E(k) = \pm \hbar \cdot v_f |\mathbf{k}|, \quad (2.20)$$

em que,  $v_f = \frac{3\gamma \cdot a}{2} \cong 10^6$  m/s é a velocidade de Fermi. Para regimes de baixa energia, temos uma dispersão linear para o grafeno que se assemelha à dispersão para partículas relativísticas com massa zero, comportando-se como férmions de Dirac não massivos.

## 3 METODOLOGIA

Neste capítulo, serão apresentados o modelo de condutividade para o grafeno e sua modelagem, o estudo do guia de onda e a análise do ressonador acoplados a dois guias de onda. Este estudo irá auxiliar na escolha dos modos de propagação no grafeno, as larguras das fitas e as frequências de operação dos dispositivos. Além de que, serão apresentados os protótipos dos circuladores de 3-portas tipo Y e tipo W, e dos divisores de potência com diferentes geometrias, baseados em grafeno operando na região de THz, em seguida, as matrizes de espalhamento dos dispositivos propostos serão apresentadas através da teoria de grupos magnéticos.

### 3.1 Modelagem numérica do grafeno no software COMSOL Multiphysics

#### 3.1.1 Condutividade de Drude com campo magnético

Quando um campo magnético externo estático é considerado, a resposta de sistemas eletrônicos bidimensionais pode ser descrita pelo tensor de condutividade magneto-óptico. A natureza tensorial da resposta deste tensor é uma manifestação direta da força de Lorentz, que na presença de um campo magnético, dá origem a correntes eletrônicas longitudinais e transversais.

Em nossas simulações numéricas, utilizamos o software comercial COMSOL Multiphysics versão 5.2 [42], o qual é baseado no método de elementos finitos (MEF). O grafeno foi modelado como uma monocamada de espessura finita  $\Delta$  e descrito através do tensor condutividade elétrica dado por:

$$[\sigma_{\mathbf{v}}] = [\sigma_{\mathbf{s}}]/\Delta, \quad (3.1)$$

em que  $[\sigma_{\mathbf{s}}]$  é o tensor condutividade superficial do grafeno [43]. Suas componentes são dadas por (3.2) e (3.3) e  $\Delta = 1$  nm é a espessura da folha de grafeno. Este parâmetro artificial é usado somente para fins de cálculo [44].

Sabe-se que as transições interbanda na região de frequência THz podem ser negligenciadas. Neste caso, pode-se usar a forma semi-clássica de Drude [45].

$$\sigma_{xx} = \frac{2D}{\pi} \frac{1/\tau - i\omega}{\omega_B^2 - (\omega + i/\tau)^2}, \quad (3.2)$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{2D}{\pi} \frac{\omega_B}{\omega_B^2 - (\omega + i/\tau)^2}, \quad (3.3)$$

onde  $D = 2\sigma_0\epsilon_F/\hbar$  é o peso de Drude,  $\sigma_0 = e^2/(4\hbar)$  é a condutividade óptica universal do grafeno,  $\epsilon_F$  é a energia de Fermi do grafeno,  $\omega_B = eB_0v_F^2/\epsilon_F$  é a frequência de ciclotron (o qual, é positiva para elétrons e negativa para buracos),  $\hbar$  é a constante reduzida de Planck,  $e$  é a carga do elétron,  $\omega$  é a frequência da onda incidente,  $v_F$  é a velocidade de Fermi,  $\mathbf{B}_0$  é o campo magnético DC externo,  $i = \sqrt{-1}$  e  $\tau = 0.9$  ps é o tempo de relaxamento do grafeno [46].

Com a aplicação de um campo magnético DC externo  $B_0$ , perpendicular ao ressonador de grafeno, a densidade de carga do material sofrerá uma deflexão devido a força de Lorentz, movimentando-se em órbita de ciclotron. Como resultado, o tensor 2D de condutividade óptica adquire componentes anti-simétricas não-diagonais [47]:

$$[\sigma_s] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Sendo os parâmetros tensoriais da condutividade do grafeno dependente da frequência, energia de Fermi, temperatura e tempo de relaxação do elétron, em que o tempo de relaxamento pode ser definido por  $\tau = \mu\epsilon_F/(ev_F^2)$  [48], onde  $\mu$  é mobilidade eletrônica e  $v_F$  é a velocidade de Fermi. As componentes diagonais e não-diagonais do tensor condutividade do grafeno dependem do campo magnético de polarização  $B_0$ , e a energia de Fermi  $\epsilon_F$  pode ser sintonizada por uma tensão de polarização aplicada entre o substrato de silício e o grafeno, sendo a sílica usada como espaçador.

As Figuras 9a e 9b mostram a dependência da frequência das partes real e imaginária das componentes tensoriais  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{xy}$  da condutividade elétrica do grafeno para os valores de  $B_0 = 0,56$  T e  $\epsilon_F = 0,15$  eV. Observar-se que a frequência de ressonância de ciclotron  $\omega_B$  do grafeno está em torno de 0,6 THz e a parte imaginária da componente do tensor condutividade  $\sigma_{xx}$  torna-se negativa acima desta frequência, esta condição é necessária para que dispositivos de grafeno suportem ondas de plasmons polarions de superfícies (SPP) transversais magnéticas (TM). Por outro lado, a parte real da condutividade, responsável pelas perdas no grafeno, aumenta rapidamente na vizinhança dessa frequência. Assim, para reduzir as perdas em nossos dispositivos, a frequência central de operação deve ser suficientemente maior que a frequência de ressonância de ciclotron do grafeno.

### 3.1.2 Características do guia de onda de grafeno

Sabe-se que os guias de onda de grafeno podem suportar dois tipos de modos SPP guiados, modo fundamental e modo de borda, que são discutidos detalhadamente em [49]. Nós investigamos os modos SPP suportados pelo guia de onda de grafeno com uma largura de 200 nm. O modo fundamental (modo 1) e o primeiro modo mais alto (modo 2) para as frequências de 3 THz, 5 THz e 8 THz foram calculados e as distribuições de campo das componentes  $E_z$  e  $E_y$  desses modos no plano x0z são plotadas nas Figuras 10a-d.

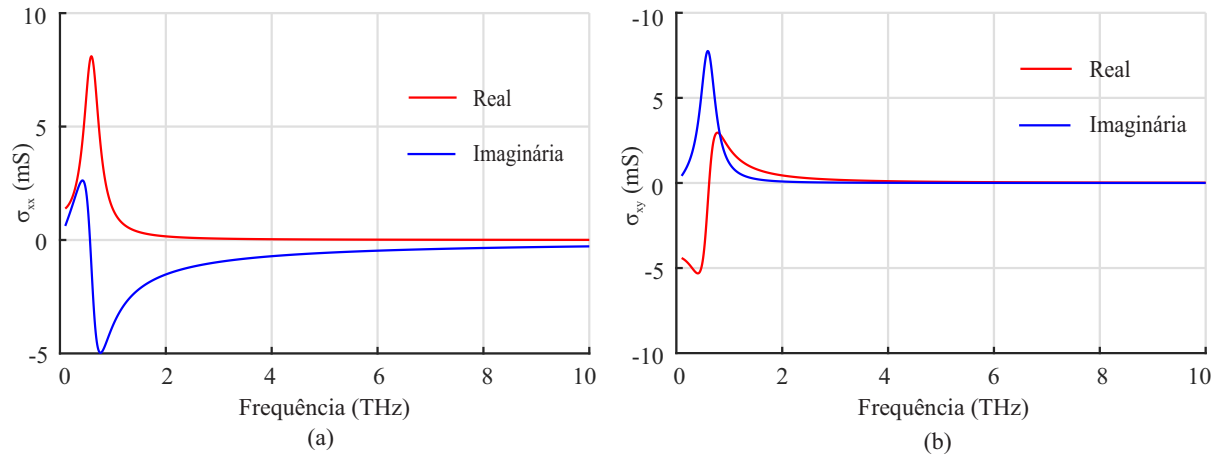


Figura 9 – Partes real e imaginária das componentes (a)  $\sigma_{xx}$  e (b)  $\sigma_{xy}$  do tensor condutividade elétrica do grafeno para  $B_0 = 0,56$  T,  $\epsilon_F = 0,15$  eV.

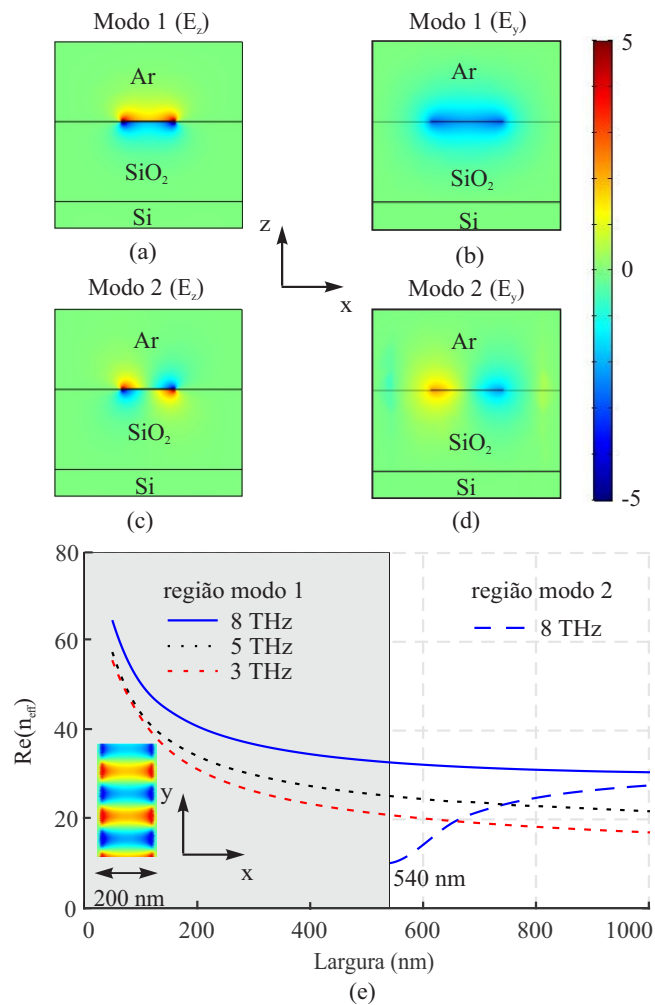


Figura 10 – (a)-(d) Distribuições de campo das componentes  $E_z$  e  $E_x$  no plano  $x0z$  para os modos 1 e 2. e) Dependência com a largura da parte real do índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) para as frequências de 3 THz, 5 THz e 8 THz. Parte inferior: perfil do modo guiado da componente  $E_z$  do campo elétrico no guia de onda de grafeno para  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV.

O modo fundamental transversal-magnético (TM) das ondas SPP em um guia de onda de grafeno com propagação na direção  $y$  (inserido na Fig. 10e) tem as componentes  $E_y$ ,  $E_z$  e  $H_x$ . No entanto, na fita com largura finita a componente  $E_x$  aparece na onda, isto é, de fato, um modo híbrido TE-TM.

Para os projetos dos dispositivos sugeridos neste trabalho, escolhemos o modo fundamental (modo 1), devido ao campo eletromagnético deste modo estar distribuído de maneira mais uniforme ao longo da largura da fita (compare as Figuras 10a, 10b para o modo 1 e 10c, 10d para o modo 2) e para o último modo, a componente  $E_z$  é anti-simétrica em relação ao plano  $y0z$ . A distribuição da componente  $E_z$  ao longo do eixo  $x$  pode ser vista também na parte inferior da Figura 10e, tal estrutura de campo é mais adequada para a excitação do modo dipolo no ressonador circular de grafeno, proporcionando um bom acoplamento do modo 1 no guia de onda com o modo dipolo no ressonador devido à distribuição similar de seus campos ao longo do eixo  $x$ .

O índice de refração efetivo definido como  $n_{eff} = \beta_{eff}/k_0$ , onde  $\beta_{eff}$  é a constante de propagação dos modos 1 e 2, e  $k_0$  é o número de onda do espaço livre, é mostrado na Figura 10e. Pode-se ver que na faixa de frequência de 3 THz a 8 THz, o  $n_{eff}$  do modo 1 diminui com o aumento da largura do guia de onda de grafeno, enquanto que, o  $n_{eff}$  do modo 2 aumenta com o crescimento da largura a partir de 540 nm. De acordo com a análise dos modos 1 e 2, sabemos que a fita de grafeno com uma largura de 200 nm para as frequências de 3, 5 e 8 THz, podem suportar somente o Modo 1, permitindo desta forma, a realização de dispositivos ultracompactos, devido o alto valor do  $n_{eff}$ .

As Figuras 11a e 11b apresentam a dependência com a frequência das partes real e imaginária, respectivamente, do  $n_{eff}$  para os guias de onda com larguras de 100, 200, 300 e 400 nm. O guia de onda com largura de 100 nm possui valores mais altos para as partes reais e imaginárias do  $n_{eff}$  em comparação com as outras larguras. A parte real de  $n_{eff}$  define o comprimento de onda, o qual aumenta com a frequência, enquanto que as perdas no guia de onda de grafeno, definida pela parte imaginária do  $n_{eff}$ , diminui com o aumento da frequência.

## 3.2 Descrição do ressonador de grafeno

Em um guia de onda de grafeno magnetizado e, portanto, no ressonador de grafeno magnetizado, existem modos híbridos TE-TM com todas as componentes de campos elétricos e magnéticos [50]. A distribuição das componentes de campos no circulador tipo Y (que será discutida mais à frente) na frequência central  $f = 5,38$  THz ao longo da linha AB são mostradas nas Figuras 12a e 12b.

Comparando as componentes  $E_z$  com  $E_x$  e  $E_y$  na Figura 12a, pode-se observar que  $E_z$  é a componente dominante do campo elétrico. Por outro lado, está claro na figura 12b,

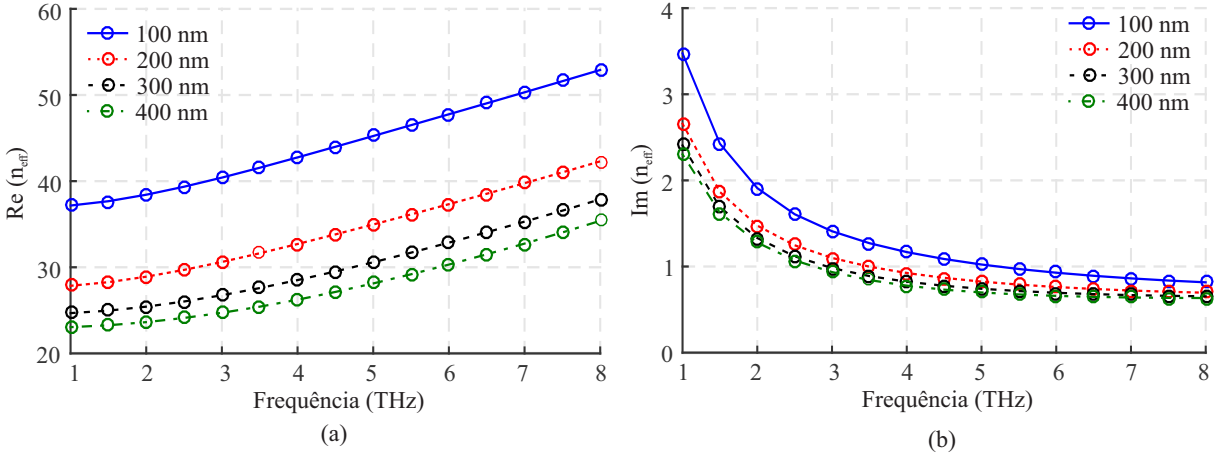


Figura 11 – Dependência da frequência da parte a) real e b) imaginária do índice de refração efetivo ( $n_{eff}$ ) para as larguras de  $w = 100$  nm, 200 nm, 300 nm e 400 nm.

que  $H_x$  e  $H_y$  têm maiores amplitudes que  $H_z$ . Assim, as componentes correspondentes ao modo TM em uma folha de grafeno infinita também são dominantes no ressonador de grafeno. Desta forma, pode-se definir o raio  $R$  do ressonador da condição  $2\pi R = \lambda_{spp}$ , onde  $\lambda_{spp}$  é o comprimento de onda do modo SPP. Portanto,  $R = \lambda_{spp}/2\pi$ . A constante de fase  $\beta_{spp}$  pode ser calculada aproximadamente pela relação de dispersão para o modo TM SPP em uma folha de grafeno infinita em um substrato dielétrico [51]:

$$\beta_{spp} = \frac{(1 + \varepsilon_1)(\omega\hbar)^2}{4\alpha\epsilon_F\hbar c} \left(1 - \frac{\omega_B^2}{\omega^2}\right), \quad (3.5)$$

onde  $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 0.01$  é a constante de estrutura fina e  $\varepsilon_1$  é a constante dielétrica do substrato. Das relações  $\beta_{spp} = 2\pi/\lambda_{spp}$  e  $R = \lambda_{spp}/2\pi$ , pode-se encontrar o raio do ressonador  $R = 1/\beta_{spp}$ . Usando  $\beta_{spp}$  de (3.5), chega-se a:

$$R \approx A \frac{\epsilon_F}{(1 + \varepsilon_1)(\omega_c^2 - \omega_B^2)}, \quad (3.6)$$

onde  $A = 8.3 \times 10^{40} (kg.m)^{-1}$ ,  $\epsilon_F$  é a energia de Fermi dada em (J). Observa-se que o raio do ressonador  $R$  em (m) depende da frequência central do dispositivo  $\omega_c$  e da frequência de cíclotron do grafeno  $\omega_B$  dada em (Hz) e também de  $\epsilon_F$  e  $\varepsilon_1$ .

O modo dipolo estacionário no ressonador de grafeno não magnetizado pode ser descrito como a soma de dois modos de contra-rotação com frequências iguais. Quando o ressonador é magnetizado, ocorre a divisão das frequências  $\omega_+$  e  $\omega_-$  dos modos de contra-rotação. Para analisar a dependência das frequências de ressonância dos modos dipolos girantes no sentido horário e anti-horário com o campo magnético  $B_0$ , calculamos

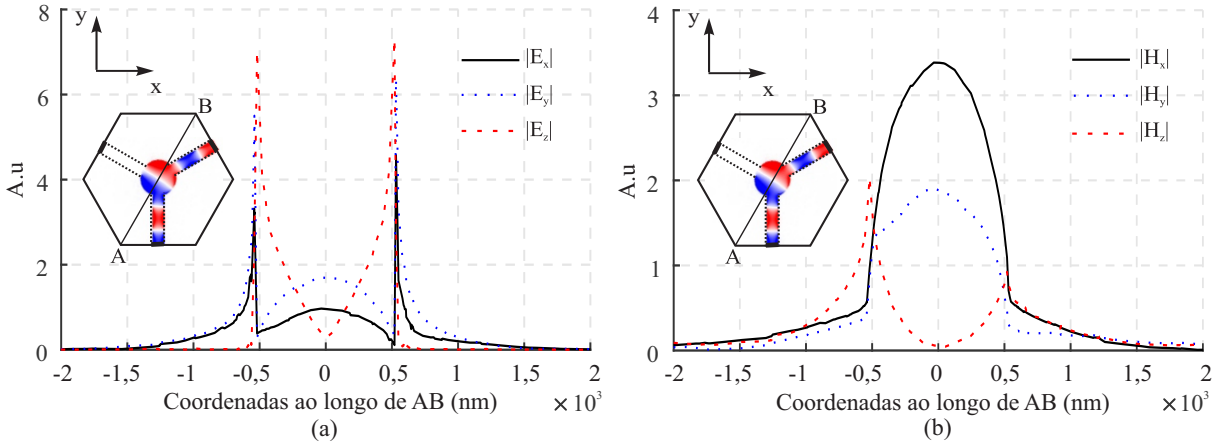


Figura 12 – Componentes de campo normalizadas no circulator na frequência central  $f = 5,38$  THz ao longo da linha AB: a)  $|E_x|$ ,  $|E_y|$ ,  $|E_z|$  e b)  $|H_x|$ ,  $|H_y|$ ,  $|H_z|$ . Inserido em a) e b) está a componente  $|E_z|$  do circulator tipo Y para largura  $w = 200$  nm.

a estrutura com dois guias de onda acoplados frontalmente à cavidade ressonante com gap de 2,5 nm entre os guias e o ressonador, como mostra o esquema inserido na Figura 13a.

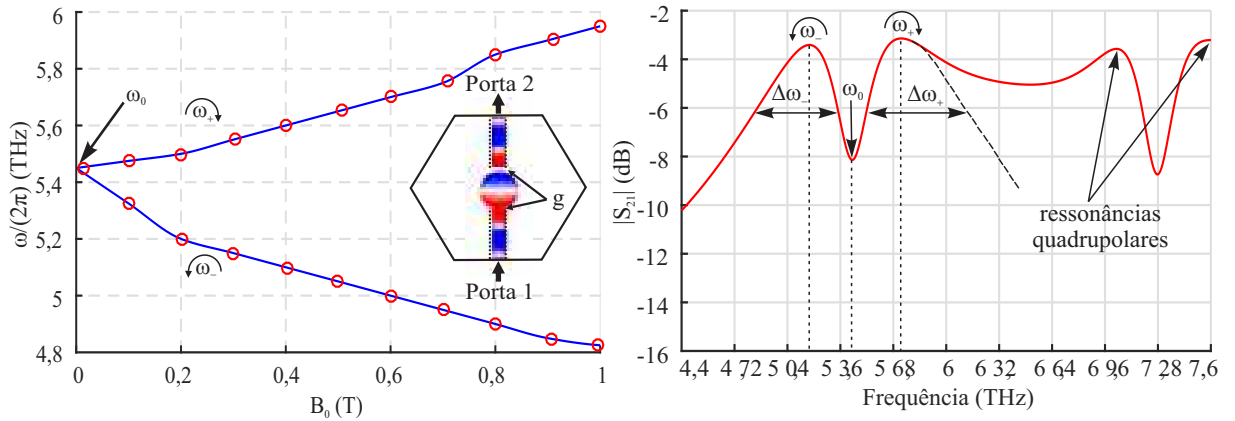


Figura 13 – a) Dependência dos modos de dipolos ressonantes  $\omega_+$  e  $\omega_-$  com o campo magnético  $B_0$ . Inserido na figura, temos o esquema de excitação do ressonador para cálculos de ressonâncias do modo dipolo com dois guias de onda.

Na Figura 13b, observamos os picos dos coeficientes de transmissão correspondentes aos dipolos ( $\omega_+$  e  $\omega_-$ ) no intervalo de 5 THz a 6 THz e dos modos de rotação quadrupolar no intervalo de 6,5 THz a 8 THz. Na faixa de frequências entre o dipolo  $\omega_+$  e os modos quadrupolos, existe uma superposição em sua curva de transmissão  $S_{21}$ . Já a linha pontilhada corresponde ao prolongamento da característica do modo dipolo  $\omega_+$ , que se faz necessária para o cálculo do fator- $Q$  deste modo. A dependência das frequências  $\omega_+$  e  $\omega_-$  dos modos dipolo com campo magnético  $B_0$  são demonstradas na Figura 13a. Sendo assim, cálculos foram realizados para o esquema de alimentação com dois guias com larguras  $w = 200$  nm, gap  $g = 2,5$  nm entre os guias e o ressonador de raio  $R = 600$  nm, assim a divisão dos modos  $\omega_+$  e  $\omega_-$  aumentam com o crescimento do campo magnético  $B_0$ .

Dentre as variações de configurações geométricas dos dispositivos propostos neste trabalho, serão apresentados: dois circuladores de três portas e dois divisores de potência de quatro portas, todos baseados em grafeno. A frequência central de operação dos dispositivos possuem dependência primária com as dimensões físicas do ressonador central e, por conseguinte, com o tamanho dos guias de onda. Estas frequências podem ser deslocadas se forem alteradas essas dimensões, o que é condizente com o, bem estabelecido, princípio da escalabilidade das equações de Maxwell para o eletromagnetismo.

A seguir apresentar-se-á uma das configurações possíveis para as quais, os dispositivos podem operar.

### 3.3 Geometria dos dispositivos

As geometrias dos circuladores tipo Y e tipo W, e dos divisores de potência propostas neste trabalho, assim como o sistema de coordenadas, são demonstrados nas Figuras 14a, 14b, 14c e 14d, respectivamente. Em especial, a Figura 14a refere-se ao circulador tipo Y, em que os guias de onda estão dispostos simetricamente e formam um ângulo de  $120^\circ$  entre si.

A estrutura do circulador tipo W, apresentada na Figura 14b, é obtida a partir da remoção do guia de onda referente à porta 3 do circulador tipo Y e posicionado entre os guias de onda das portas 1 e 2, com distância angular de  $60^\circ$ . Pode-se observar que o circulador tipo W apresenta-se mais compacto que o circulador tipo Y devido à orientação espacial de suas portas, permitindo assim uma maior flexibilidade geométrica dentro de um circuito eletrônico integrado. Desta forma, ambos os dispositivos possuem a mesma finalidade de proteção da fonte eletromagnética.

As Figuras 14c e 14d, apresentam dois divisores de quatro portas com diferentes geometrias, com a função de dividir o sinal de entrada entre duas portas de saída. Além disso, possuem propriedades de isolamento, isto é, a fonte de sinal conectada à porta de entrada é protegida contra possíveis reflexões indesejadas das outras portas de saída. Os dispositivos apresentados nas Figuras 14a-d consistem de um ressonador de grafeno circular e guias de onda acoplados a ele, sendo o ressonador magnetizado normalmente em seu plano ao longo do eixo z por um campo magnético externo  $B_0$ .

O circulador tipo Y (14a) apresenta os seguintes parâmetros geométricos: raio do ressonador  $R_1 = 600$  nm, comprimento dos guias  $L_1 = 1500$  nm, largura dos guias  $w_1 = 200$  nm e distância entre o ressonador e os guias  $g_1 = 2,5$  nm. Enquanto, o circulador tipo W (14b) e os divisores por dois (14c e 14d), estão definidos com as seguintes dimensões: raio  $R_2 = 320$  nm, comprimento dos guias  $L_2 = 900$  nm, larguras  $w_2 = 120$  nm e  $w_3 = 240$  nm e gap  $g_2 = 5$  nm. Os elementos de grafeno são depositados em um substrato dielétrico de duas camadas, sendo uma de sílica ( $SiO_2$ ) com permissividade elétrica de 2.09 e espessura



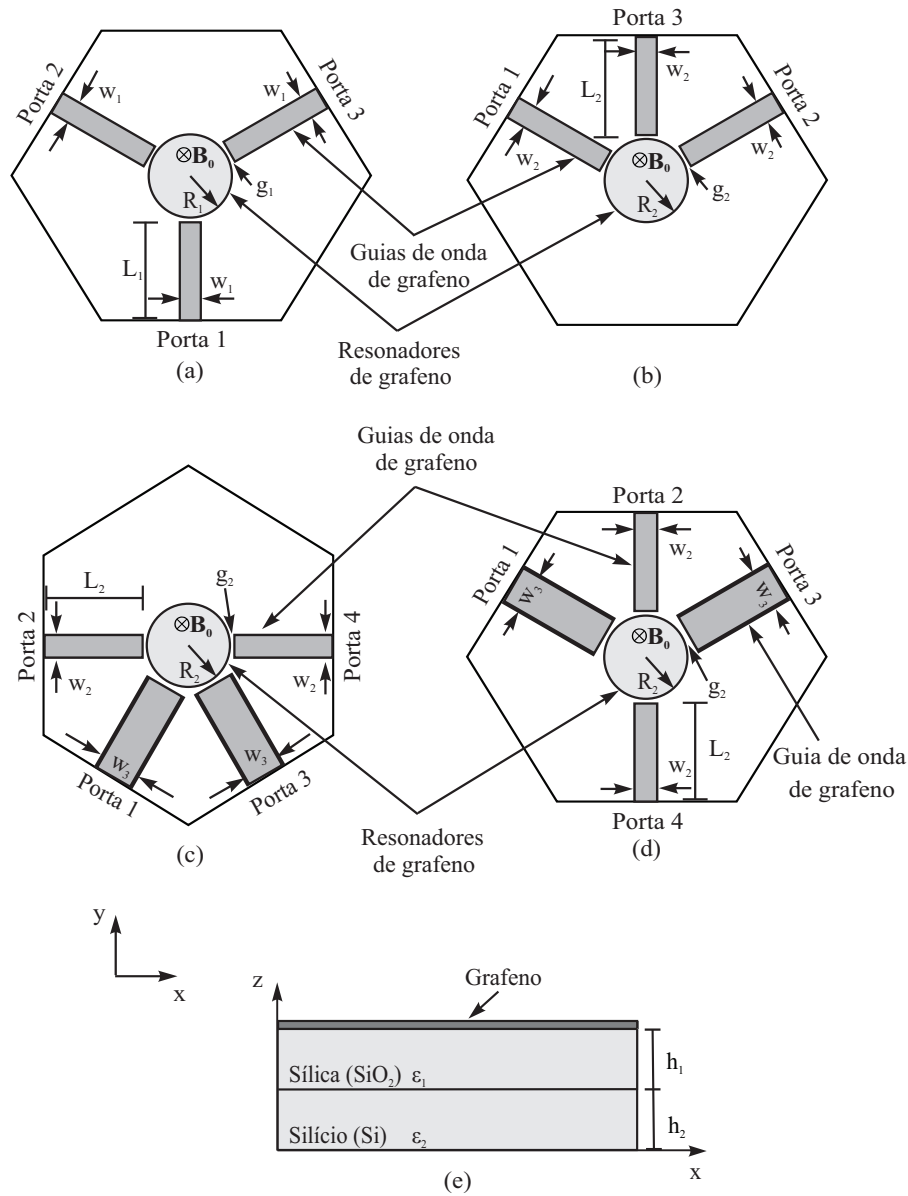


Figura 14 – Esquema representativo dos dispositivos propostos: a) circulador tipo Y, b) circulador tipo W, c) e d) divisores de potência com diferentes geometrias, vista do topo, e e) vista lateral .

$h_1 = 5000$  nm e outra camada de silício ( $Si$ ) de permissividade elétrica de 11.9 e espessura  $h_2 = 4000$  nm.

### 3.4 Matrizes de espalhamento eletromagnético dos dispositivos

Nesta seção, apresentaremos a análise de simetria dos componentes propostos neste trabalho. Os dispositivos em consideração, Figuras (15a-d), são magnetizados por um campo magnético DC externo  $B_0$  orientado ao longo do eixo z. O circulador tipo Y tem simetria  $c_{3v}(c_3)$  e este grupo magnético contém: o elemento identidade  $e$ , três eixos de rotação, com rotações nos sentidos anti-horário por  $2\pi/3C_3$  e horário por  $2\pi/3C_3^{-1}$  em

torno do eixo  $z$ , e três anti-planos verticais de simetria  $T\sigma_i$ , ( $i=1,2,3$ ), como pode ser visto na figura 15a. Neste caso, é suficiente usar apenas o elemento unitário  $C_3$ , pois, do ponto de vista da matriz de espalhamento,  $T\sigma_i$  não fornece nenhuma informação adicional.

Já o circulator tipo W, tem simetria reduzida e pertence ao grupo magnético  $c_s(c_1)$ , que é definido por apenas um anti-plano de simetria  $T\sigma_i$ , chamado de plano vertical de simetria  $\sigma$ . Combinado com o operador de inversão temporal  $T$ , o plano  $\sigma$  passa através da porta 3, (ver Fig. 15b). Semelhante ao circulator tipo W, os divisores por 2, descritos nas figuras 15c e 15d, também pertencem ao grupo magnético  $c_s(c_1)$ .

As representações 3-D dos operadores, que trocam as portas 2 e 3, 1 e 3, e 1 e 2 para o circulator tipo Y (Figura 15a), e 1 e 2 para o circulator tipo W (Figura 15b) são, respectivamente:

$$[R_{\sigma_{1y}}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

$$[R_{\sigma_{2y}}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

$$[R_{\sigma_{3y,3w}}] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Através do método de teoria de grupos [52], é possível definir a estrutura dos elementos unitários das matrizes de espalhamento  $[S]$ , a partir da simetria dos elementos unitários  $\sigma$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ . Usando a seguinte relação de comutação  $[R][S] = [S^t][R]$ , onde  $[S^t]$  é a matriz transposta da matriz  $[S]$  e as matrizes  $[R_\sigma]$  representam as matrizes dos elementos unitários  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ . Desta maneira, pode-se calcular as matrizes de espalhamento para os circutores tipo Y e tipo W, dadas por:

$$[S_Y] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{13} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{13} & S_{11} \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

$$[S_W] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{11} & S_{23} \\ S_{23} & S_{13} & S_{33} \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

onde para os circutores tipo Y:  $S_{32} = S_{21} = S_{13}$ ,  $S_{31} = S_{23} = S_{12}$  e  $S_{33} = S_{22} = S_{11}$  e tipo W:  $S_{32} = S_{13}$ ,  $S_{31} = S_{23}$  e  $S_{22} = S_{11}$ , as igualdades são válidas.

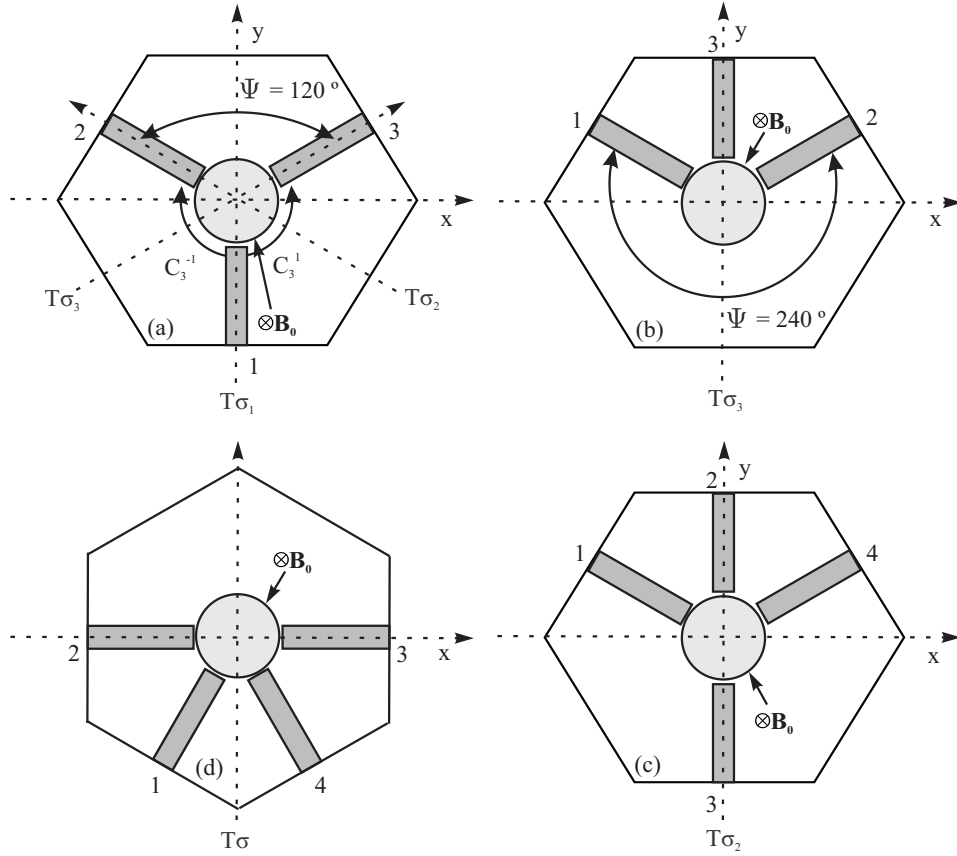


Figura 15 – Possíveis simetrias para os circuladores de três portas: a) circulador tipo Y com simetria  $c_{3v}(c_3)$ , b) circulador tipo W com simetria  $c_s(c_1)$ , c) divisor por 2 (figura 14c) e d) divisor por 2 (figura 14d), todos com acoplamento frontal.

De maneira análoga aos cálculos realizados para os circuladores tipo Y e tipo W, é possível obtermos também as matrizes de espalhamento para os divisores de potência por 2, descritos nas figuras 15c e 15d, para isso, usamos o anti-plano de simetria  $T_\sigma$ . As matrizes de espalhamento dos respectivos divisores possuem as seguintes estruturas:

$$[S_{15c}] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{13} \\ S_{31} & S_{32} & S_{22} & S_{12} \\ S_{41} & S_{31} & S_{21} & S_{11} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

onde  $S_{11} = S_{44}$ ,  $S_{12} = S_{34}$ ,  $S_{13} = S_{24}$ ,  $S_{21} = S_{43}$ ,  $S_{22} = S_{33}$  e  $S_{31} = S_{42}$ .

$$[S_{15d}] = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{12} \\ S_{31} & S_{23} & S_{33} & S_{13} \\ S_{41} & S_{21} & S_{31} & S_{11} \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

onde  $S_{11} = S_{44}$ ,  $S_{12} = S_{24}$ ,  $S_{13} = S_{34}$ ,  $S_{21} = S_{42}$ ,  $S_{23} = S_{32}$  e  $S_{31} = S_{43}$ .

Usando a restrição unitária  $SS^\dagger = S^\dagger S = I$ , onde  $I$  é a matriz identidade e  $\dagger$  denota adjunto Hermitiano, as matrizes de espalhamento  $S$ , os autovalores  $s_0$ ,  $s_+$  e  $s_-$ , e os correspondentes autovetores normalizados  $V_0$ ,  $V_+$  e  $V_-$ , para os circuladores de três portas tipo Y e tipo W, combinado com os anti-planos de simetria  $T_\sigma$ , podem ser facilmente calculados. Dado o problema de valor próprio  $SV = sV$  e a solução da equação característica  $\det(S - sI) = 0$ , pode-se definir as quantidades acima mencionadas para a direção de circulação  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  como segue:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

$$s_0 = e^{i\varphi/3}, s_+ = e^{i(\varphi+2\pi)/3}, s_- = e^{i(\varphi-2\pi)/3} \quad (3.15)$$

$$V_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\varphi/3} \\ e^{-i\varphi/3} \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

$$V_+ = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i(\varphi+2\pi)/3} \\ e^{-i(\varphi+2\pi)/3} \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

$$V_- = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i(\varphi-2\pi)/3} \\ e^{-i(\varphi-2\pi)/3} \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

onde  $\varphi = \varphi_{21} - \varphi_{32}$ ,  $\varphi_{21}$  e  $\varphi_{32}$  são as fases dos elementos  $S_{21}$  e  $S_{32}$ , respectivamente. As autosoluções (3.17) e (3.18) com os sub-índices  $+$  e  $-$  correspondem às excitações dos modos de contra-rotação. Nas fórmulas (3.14-3.18), o ângulo de fase  $\varphi$  é definido não apenas pelo ângulo geométrico  $\Psi$  (ver Figs. 15a e 15b), mas também depende dos parâmetros físicos das três portas, em particular, dos parâmetros do ressonador.

Com  $\varphi = 0$ , as soluções (3.14-3.18) são transformadas em equações correspondentes para circulator tipo Y com tripla simetria rotacional [3] (Fig. 15a), neste caso ( $C_{3v}(C_3)$ ), o elemento  $C_3$  define estritamente o ângulo geométrico  $\Psi = 120^\circ$  entre as duas portas e, como consequência,  $\varphi = 0$ . As trocas de fase entre todas as três portas são iguais. No entanto, na descrição de simetria geral de junções de três portas com a simetria magnética  $T_\sigma$ , o ângulo geométrico  $\Psi$  entre as portas 2 e 3 não é definido e (também não entra nas equações de TCMT, como pode-se ver a seguir). Já no circulator tipo W, temos por exemplo,  $\Psi = 240^\circ$  (Fig. 15b). Portanto, o ângulo de fase  $\varphi$  nas equações acima mencionadas, considerando apenas argumentos de simetria, também não está definido. Observe que a condição  $\varphi = 0$  em (3.14) pode ser, em princípio, realizada em um circulator

sem simetria rotacional tripla, escolhendo parâmetros físicos e geométricos da junção. No entanto, essa condição, que não está relacionada a uma simetria geométrica, é bastante difícil de ser alcançada e, além disso, as características da componente, neste caso, são muito sensíveis às mudanças de frequência.

Após a diagonalização da matriz  $S$ , utilizando os autovetores (3.16-3.18), chega-se às seguintes relações:

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = \frac{1}{3}(s_0 + s_+ + s_-), \quad (3.19)$$

$$S_{32} = S_{13} = \frac{1}{3}e^{-i\varphi/3}(s_0 + s_+e^{-i2\pi/3} + s_-e^{i2\pi/3}), \quad (3.20)$$

$$S_{31} = S_{23} = \frac{1}{3}e^{i\varphi/3}(s_0 + s_+e^{i2\pi/3} + s_-e^{-i2\pi/3}), \quad (3.21)$$

$$S_{21} = \frac{1}{3}e^{i2\varphi/3}(s_0 + s_+e^{-i2\pi/3} + s_-e^{i2\pi/3}), \quad (3.22)$$

$$S_{12} = \frac{1}{3}e^{-i2\varphi/3}(s_0 + s_+e^{i2\pi/3} + s_-e^{-i2\pi/3}). \quad (3.23)$$

As matrizes de espalhamento dos circuladores e divisores são valores complexos e representam os parâmetros  $|S_{ij}| = |\mathbf{E}_j|/|\mathbf{E}_i|$  em termos do campo elétrico, em que, descrevem as transmissões, isolamentos e reflexões em diferentes portas dos dispositivos. Estas relações obtidas através da análise de teoria de grupo para os parâmetros  $S_{ij}$ , são independentes da frequência de operação dos dispositivos e calculadas na escala decibéis (dB) através da seguinte relação:

$$S_{ijdB} = 20\log(|\mathbf{E}_j|/|\mathbf{E}_i|). \quad (3.24)$$

Em que  $|\mathbf{E}_j|$  e  $|\mathbf{E}_i|$  representam as componentes do campo elétrico  $E_z$  do sinal injetado na porta  $j$  e recebido na porta  $i$ , respectivamente.

## 4 Resultados Analíticos e Numéricos

Neste capítulo, são apresentadas a teoria de modos acoplados temporal para os circuladores tipo Y e tipo W, e os principais resultados numéricos obtidos para os circuladores e divisores de potência, através do Método de Elementos Finitos (MEF) 3D, utilizando o software comercial COMSOL Multiphysics versão 5.2.

### 4.1 Teoria de modos acoplados temporal para os circuladores tipo Y e tipo W

A teoria de modos acoplados temporal (TCMT) [53], é um método analítico aproximado frequentemente usado na física do estado sólido e também na teoria de dispositivos de cristais fotônicos [54]. Este método é baseado em suposições gerais como, fraco acoplamento do ressonador com o mundo externo, linearidade do sistema, simetria de reversão de tempo e conservação da energia. No nosso caso, a simetria de inversão de tempo é quebrada, e este problema para os circuladores tipo Y e tipo W baseados em cristais fotônicos é discutido em [55] e [56], respectivamente, e suas teorias podem ser aplicadas em nosso problema.

Na discussão sobre as propriedades dos circuladores, supomos, da mesma forma que em [55] e [56], que a não reciprocidade dos dispositivos são definidas apenas pelo efeito da divisão das frequências de contra-rotação  $\omega_+$  e  $\omega_-$  do ressonador e os coeficientes de acoplamento são recíprocos. A seguir, descreveremos a TCMT para os circuladores tipo Y e tipo W, descrevendo as modificações necessárias devido à simetria específica de cada dispositivo e sua não reciprocidade.

As equações do TCMT para sistemas com dois modos ortogonais de contra-rotação e três portas, podem ser escritas como segue [57]:

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = (i\Omega - \Gamma_{porta} - \Gamma_{perdas})\mathbf{a} + K^T|s_{in}\rangle, \quad (4.1)$$

$$|s_{out}\rangle = C|s_{in}\rangle + D\mathbf{a}, \quad (4.2)$$

onde o vetor  $\mathbf{a}$  representa as amplitudes dos modos ressonantes no ressonador,  $|s_{in}\rangle$  é a entrada da onda e  $|s_{out}\rangle$  é a saída da onda, dados respectivamente por:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_+ \\ a_- \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

$$|s_{in}\rangle = \begin{pmatrix} s_{in1} \\ s_{in2} \\ s_{in3} \end{pmatrix}, \quad (4.4)$$

$$|s_{out}\rangle = \begin{pmatrix} s_{out1} \\ s_{out2} \\ s_{out3} \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Na equação (4.1),  $\Omega$ ,  $\Gamma_{porta}$  e  $\Gamma_{perdas}$  representam as matrizes das frequências ressonantes, taxas de decaimento devido ao acoplamento dos modos ressoantes com os guias de onda e às perdas intrínsecas do ressonador, respectivamente. Essas matrizes podem ser descritas pelas seguintes equações:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_+ & 0 \\ 0 & \omega_- \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\Gamma_{porta} = \begin{pmatrix} \gamma_{+w} & 0 \\ 0 & \gamma_{-w} \end{pmatrix}, \quad (4.7)$$

$$\Gamma_{perdas} = \begin{pmatrix} \gamma_{+i} & 0 \\ 0 & \gamma_{-i} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

As matrizes  $K$  e  $D$  descrevem, respectivamente, o acoplamento de três ondas de entrada com dois modos de ressonâncias em (4.1), e dois modos de ressonâncias com três ondas de saída em (4.2). Por outro lado, a matriz  $C$  em (4.2) está relacionada ao acoplamento direto que ocorre entre as ondas de entrada e saída [57].

Agora, aplicamos a matriz de espalhamento  $S$  do circulador no estado estacionário, que é definido pela relação  $|s_{out}\rangle = S|s_{in}\rangle$ . Para a onda incidente com frequência  $\omega$ , segue de (4.1) e (4.2):

$$S = [C + DF^{-1}K^T], \quad (4.9)$$

onde  $F = (i\omega I - i\Omega + \Gamma_{porta} + \Gamma_{perdas})$  e  $I$  é a matriz identidade.

#### 4.1.1 Matrizes C, D e K

Não há operador de inversão de tempo puro  $T$  no grupo magnético de simetria do nosso sistema (assim como em qualquer outro tipo de circulador). Portanto, a aplicação da inversão de tempo altera o cenário na TCMT. Como consequência, a abordagem usual da TCMT para estruturas recíprocas [57], onde o operador de reversão de tempo é usada, deve ser modificada como em [55] e [56].

Para o remige de reversão de tempo, o campo magnético  $B_0$  muda seu sinal, o sentido de rotação em  $\Omega$  é alterado e, como resultado, a direção de circulação  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  é mudada para  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ . As matrizes  $K$  e  $D$  são definidas usando o princípio de conservação da energia e por mudanças de reversão de tempo da seguinte forma:

$$D^\dagger D = 2\Gamma_{porta}, \quad (4.10)$$

$$K^* = D, \quad (4.11)$$

$$CD^* = -D, \quad (4.12)$$

onde  $*$  denota o complexo conjugado e a matriz de espalhamento específica da TCMT  $C$  em (4.2) segue de (4.12):

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

A relação (4.10) é provada em [57] e a igualdade (4.11) é escrita em [55]. Entretanto, (4.12) difere da relação correspondente apresentada em [57] para componentes recíprocos, porque sua prova depende da relação entre as matrizes  $K$  e  $D$ . Os operadores  $D$  e  $K$  descrevem os processos, que podem ser considerados em direções opostas no tempo. Como consequência, para dispositivos recíprocos, deve-se considerar  $K = D$ , que por sua vez resulta na relação  $CD^* = D$ , apresentada em [57]. Por outro lado, (4.12) para componentes não recíprocos, decorre do fato de que, neste caso, a relação  $K^* = D$  é válida, uma vez que o operador  $T$  cumpre uma conjugação complexa.

A matriz  $D$  é definida pelos autovetores  $V_+$  e  $V_-$  (3.16-3.18) e também por  $\Gamma_{port}$ . Usando o esquema de excitação da junção pelos autovetores  $V_+$  e  $V_-$  com os coeficientes de reflexão conhecidos  $s_+$  e  $s_-$ , correspondente a  $SV_\pm = s_\pm V_\pm$  e a equação para a matriz de espalhamento da TCMT (4.9), pode-se mostrar que na frequência  $\omega = \Omega - i$ :

$$D = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\gamma+w}}{\sqrt{\gamma+w}e^{i(\varphi+2\pi)/3}} & \frac{\sqrt{\gamma-w}}{\sqrt{\gamma-w}e^{i(\varphi-2\pi)/3}} \\ \frac{\sqrt{\gamma+w}}{\sqrt{\gamma+w}e^{-i(\varphi+2\pi)/3}} & \frac{\sqrt{\gamma-w}}{\sqrt{\gamma-w}e^{-i(\varphi-2\pi)/3}} \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

#### 4.1.2 Elementos da Matriz de espalhamento

De (4.9), pode-se obter os elementos da matriz  $S$  para os circuladores tipo  $Y$  e tipo  $W$ :



$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = -1 + \frac{2}{3} \left( \frac{\gamma_{+w}}{\gamma_+ + i(\omega - \omega_+)} + \frac{\gamma_{-w}}{\gamma_- + i(\omega - \omega_-)} \right), \quad (4.15)$$

$$S_{12} = \frac{2}{3} e^{-i2\varphi/3} \left( \frac{e^{i2\pi/3} \gamma_{+w}}{\gamma_+ + i(\omega - \omega_+)} + \frac{e^{-i2\pi/3} \gamma_{-w}}{\gamma_- + i(\omega - \omega_-)} \right), \quad (4.16)$$

$$S_{32} = S_{13} = \frac{2}{3} e^{-i2\varphi/3} \left( \frac{e^{-i2\pi/3} \gamma_{+w}}{\gamma_+ + i(\omega - \omega_+)} + \frac{e^{i2\pi/3} \gamma_{-w}}{\gamma_- + i(\omega - \omega_-)} \right), \quad (4.17)$$

$$S_{21} = \frac{2}{3} e^{i2\varphi/3} \left( \frac{e^{-i2\pi/3} \gamma_{+w}}{\gamma_+ + i(\omega - \omega_+)} + \frac{e^{i2\pi/3} \gamma_{-w}}{\gamma_- + i(\omega - \omega_-)} \right), \quad (4.18)$$

$$S_{31} = S_{23} = \frac{2}{3} e^{i2\varphi/3} \left( \frac{e^{i2\pi/3} \gamma_{+w}}{\gamma_+ + i(\omega - \omega_+)} + \frac{e^{-i2\pi/3} \gamma_{-w}}{\gamma_- + i(\omega - \omega_-)} \right), \quad (4.19)$$

onde  $\varphi = \varphi_{21} - \varphi_{32}$ ,  $\varphi_{21}$  e  $\varphi_{32}$  são as fases dos elementos  $S_{21}$  e  $S_{32}$ , respectivamente. Fazendo  $\varphi = 0$  nas equações 4.16-4.19, teremos os elementos da matriz de espalhamento para o caso do circulator tipo Y. Para usar essas relações, primeiramente é necessário avaliar os parâmetros do ressonador, ou seja, as frequências de ressonância  $\omega_+$ ,  $\omega_-$  e as taxas de decaimento  $\gamma_+ = \gamma_{+w} + \gamma_{+i}$  e  $\gamma_- = \gamma_{-w} + \gamma_{-i}$ . Note que  $\gamma_{+w}$  e  $\gamma_{-w}$  são as taxas de decaimento devido ao acoplamento entre o ressonador e os guias de onda, e  $\gamma_{+i}$  e  $\gamma_{-i}$  estão relacionadas às perdas internas do ressonador.

É possível calcular os parâmetros  $\omega_+$ ,  $\omega_-$ ,  $\gamma_+$  e  $\gamma_-$  usando o esquema mostrado na Figura 13a, assim, podemos considerar o problema inicial de TCMT como sendo de duas portas, sem necessidade de fornecer uma boa correspondência entre o ressonador e os dois guias de onda, obviamente isso é muito mais fácil de resolver do que o problema do circulator de três portas, sendo esta uma vantagem da TCMT.

As frequências de ressonância  $\omega_+$ ,  $\omega_-$  e as taxas de decaimento  $\gamma_+$  e  $\gamma_-$  foram obtidas das simulações no software Comsol mostradas na Figura 13b para o circulator tipo Y. O fator de qualidade  $Q$  dos modos de rotação é definido por  $Q = \omega/\Delta\omega$  e está relacionado ao parâmetro  $\gamma$  da seguinte forma:  $Q = (3/2)\omega/2\gamma$ . O fator multiplicador  $3/2$  nesta fórmula é usado para levar em consideração a diferença no número de portas (o circulator de três portas e a estrutura de duas portas mostrado no esquema da figura 13a).

Os parâmetros calculados para o circulator tipo Y são os seguintes:  $\omega_+ = 35.8 \times 10^{12}$  rad/s,  $\omega_- = 32.67 \times 10^{12}$  rad/s,  $\gamma_+ \cong 2.45 \times 10^{12}$  rad/s e  $\gamma_- \cong 2.49 \times 10^{12}$  rad/s. As perdas

internas do ressonador  $\gamma_{+i}$  e  $\gamma_{-i}$  foram usadas como parâmetros de ajuste utilizando o software Matlab para ajustar as curvas da TCMT e as curvas obtidas pelo COMSOL.

Os resultados são  $\gamma_{+i} \cong 0.45 \times 10^{12}$  1/s e  $\gamma_{-i} \cong 0.69 \times 10^{12}$  1/s e, conseqüentemente,  $\gamma_{+w} \cong 2 \times 10^{12}$  1/s,  $\gamma_{-w} \cong 1.8 \times 10^{12}$  1/s. De forma similar, obtemos também os parâmetros do circulador tipo W, dados por:  $\omega_+ = 48.38 \times 10^{12}$  rad/s,  $\omega_- = 45.24 \times 10^{12}$  rad/s,  $\gamma_+ \cong 3.4 \times 10^{12}$  1/s,  $\gamma_- \cong 3.1 \times 10^{12}$  1/s e os parâmetros correspondente as perdas e as taxas de decaimento são:  $\gamma_{+i} \cong 0.9 \times 10^{12}$  1/s e  $\gamma_{-i} \cong 0.25 \times 10^{12}$  1/s,  $\gamma_{+w} \cong 2.5 \times 10^{12}$  1/s e  $\gamma_{-w} \cong 2.75 \times 10^{12}$  1/s, respectivamente.

Semelhante aos circuladores tipo Y e tipo W baseados em cristais fotônicos descritos em [55] e [56], a resposta do circulador ideal fazendo  $S_{21} = 0$  (4.18) ( $\gamma_{+i} = \gamma_{-i} = 0$ ) e  $S_{31} = S_{23} = 1$  (4.19) pode ser obtida na frequência central de operação  $\omega_c$  quando as frequências ressonantes  $\omega_+$  e  $\omega_-$  são escolhidas para satisfazerem as seguintes condições:

$$\omega_+ = \omega_c + \gamma_+/\sqrt{3}, \quad (4.20)$$

$$\omega_- = \omega_c - \gamma_-/\sqrt{3}. \quad (4.21)$$

Assim, as taxas de decaimento podem ser escritas de acordo com as frequências de ressonâncias  $\omega_+$  e  $\omega_-$ :

$$\gamma_- = \sqrt{3}(\omega_c - \omega_-), \quad (4.22)$$

$$\gamma_+ = \sqrt{3}(\omega_+ - \omega_c). \quad (4.23)$$

Para o caso simétrico onde,  $\gamma_+ = \gamma_- = \gamma$ , temos:

$$\gamma = \sqrt{3}(\omega_+ - \omega_-), \quad (4.24)$$

e

$$\omega_c = (\omega_+ + \omega_-)/2. \quad (4.25)$$

A largura de banda  $BW$  para o circulador ideal no nível de isolamento de -15 dB pode ser estimada pela equação (4.18) e definida por:

$$BW = 0.65 \frac{(\omega_+ - \omega_-)}{\omega_c} 100\%. \quad (4.26)$$

De acordo com a figura 13a, a divisão de frequência  $(\omega_+ - \omega_-)$  é proporcional ao campo magnético DC  $B_0$ , fazendo com que a largura de banda do circulador aumente com o aumento de  $B_0$ . Observe que (4.26) não leva em conta as perdas no grafeno.

Evidentemente, uma mudança no acoplamento do ressonador com os guias de onda alteram a frequência de ressonância e o fator  $Q$  do ressonador. Os parâmetros  $\gamma_+$  e  $\gamma_-$  (isto é, acoplamento) da TCMT são definidos no nosso caso, principalmente pela largura dos guias  $w$  e pelo gap  $g$  entre os guias e o ressonador. A partir de argumentos físicos qualitativos, é óbvio que valores maiores de  $w$  e menores de  $g$  darão valores mais altos de  $\gamma_+$  e  $\gamma_-$  e, conseqüentemente, maior divisão  $(\omega_+ - \omega_-)$  (ver 4.22-4.25). Como resultado, de acordo com (4.26), chega-se a  $BW$  mais alto, isto é confirmado por simulações numéricas do circulador tipo Y (ver Figuras 24c e 26a).

## 4.2 Princípio físico de funcionamento dos circuladores tipo Y e tipo W

A seguir, vamos considerar que os circuladores tipo Y e tipo W têm a seguinte direção de circulação:  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Sabe-se da teoria geral de circuitos de três portas [3], que um circulador ideal como um componente não recíproco é definido pela condição  $|S_{11}| = 0$  e como consequência, corresponde a  $|S_{31}| = 1$  e  $|S_{21}| = 0$ . O valor de  $|S_{21}|$  depende do campo magnético DC  $B_0$ , que fornece na frequência central do circulador a máxima banda de isolamento, o qual, será considerada na discussão a seguir, como solução ótima. Observe que essa condição não define necessariamente o máximo da largura de banda do circulador.

Em nosso modelo teórico de circulador, levamos em conta apenas dois modos dipolos girantes mais baixos, e os modos ressonantes mais altos são desprezados. Sem campo magnético DC  $B_0$ , a onda eletromagnética confinada no ressonador é definida pela soma dos modos de dipolos degenerados nos sentidos horário  $\omega_+$  e anti-horário  $\omega_-$ . O modo dipolo estacionário excita as duas portas de saída igualmente e a potência de saída é dividida entre elas, sendo parte da energia refletida a partir da porta de entrada, Figuras 16a e 17a.

Para o ressonador magnetizado, a degenerescência dos modos de rotação nos sentidos horário  $\omega_+$  e anti-horário  $\omega_-$  são removidas. Neste caso, a soma desses modos na frequência  $\omega_c \approx (\omega_+ + \omega_-)/2$  produz também uma onda estacionária, porém o dipolo é orientado de maneira diferente, ele será girado em torno do eixo do ressonador por um ângulo  $\phi$ . Ao escolher os parâmetros do ressonador (acima de tudo,  $B_0$ ), pode-se atingir uma rotação em  $30^\circ$ , de modo que a porta 2 estará alinhada com a reta que passa pelo centro do dipolo, mas nas outras duas portas os campos terão amplitudes iguais. Se as impedâncias dos guias de onda e do ressonador coincidirem, haverá uma transmissão completa da energia de entrada para a porta de saída e a terceira porta ficará isolada, assim se a onda eletromagnética é injetada na porta 1, ela será transmitida para a porta 3 e a porta 2 será isolada. Se a onda entrar na porta 2, ela é transmitida para a porta 1, isolando a porta 3. Analogamente,

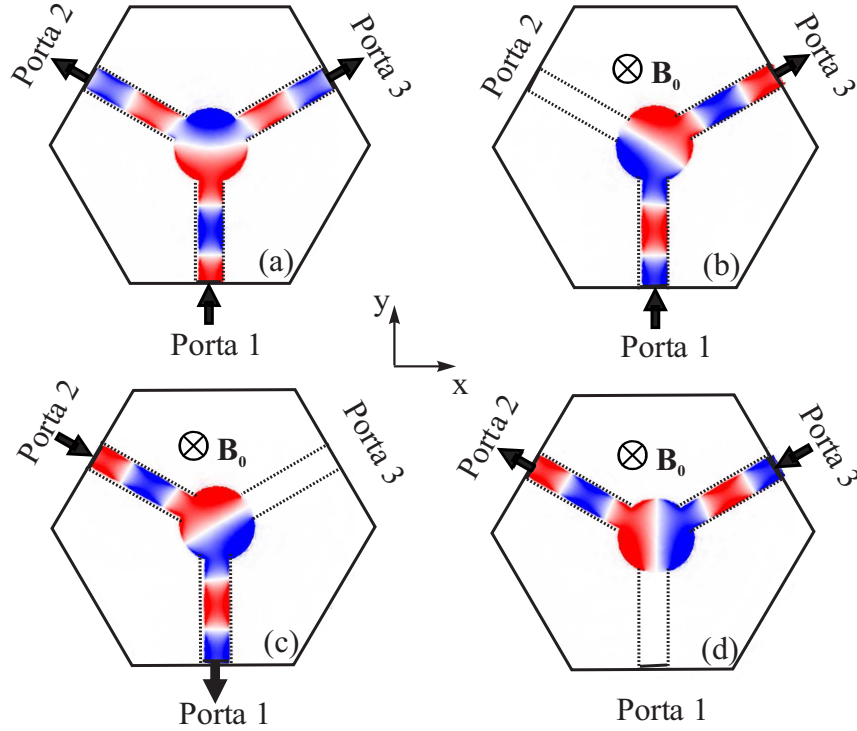


Figura 16 – Distribuição de campo da componente  $E_z$  no circulator tipo Y, (a) Sem magnetização e com magnetização  $B_0 = 0,45$  T,  $\epsilon_F = 0,15$  eV e frequência central  $f_0 = 5,38$  THz: Transmissão (b)(1 $\rightarrow$ 3), c) (2 $\rightarrow$ 1) e d) (3 $\rightarrow$ 2).

no caso de incidência na porta 3, o sinal é transmitido para a porta 2 e a porta 1 ficará isolada, como mostrado nas Figuras 16b e 17b, 16c e 17c, e 16d e 17d, respectivamente.

A Figura 18 apresenta a distribuição espacial do campo magnético  $|H|$  AC no ressonador do circulator em relação ao eixo z. Pode-se ver o decaimento exponencial do campo fortemente confinado, o que é uma característica do modo SPP.

## 4.3 Resultados numéricos do circulator tipo Y

### 4.3.1 Parâmetros-S

Para calcular as características em frequência dos dispositivos (parâmetros-S), consideramos somente as perdas relacionadas ao ressonador, com este propósito, subtraímos as perdas dos guias de onda conectado ao ressonador, como mostra o esquema inserido na Figura 19. Em razão disso, colocamos os guias de onda em linha reta com comprimento de  $2L$  sem a cavidade ressonante (ver Figura 19). Desta maneira, é possível obtermos as características dos dispositivos referente somente ao ressonador.

As respostas em frequência do circulator tipo Y calculadas através do software COMSOL e pela TCMT (equações 4.15, 4.18 e 4.19), são demonstradas na Figura 20 e apresentam boa concordância. Na frequência central de 5,38 THz e campo magnético de  $B_0 = 0,45$  T, a perda de inserção é -2,65 dB e o isolamento é -40 dB. A largura de banda

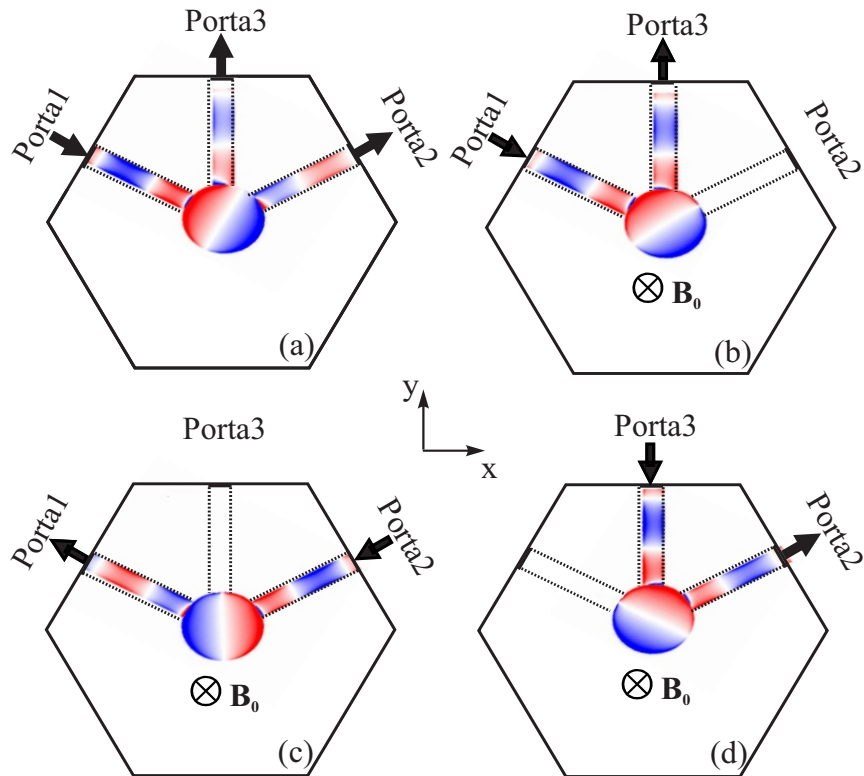


Figura 17 – Distribuição de campo da componente  $E_z$  no circulator tipo W, (a) Sem magnetização e com magnetização  $B_0 = 0,56$  T e frequência central  $f_0 = 7,5$  THz: Transmissão (b)(1→3), c) (2→1) e d) (3→2).

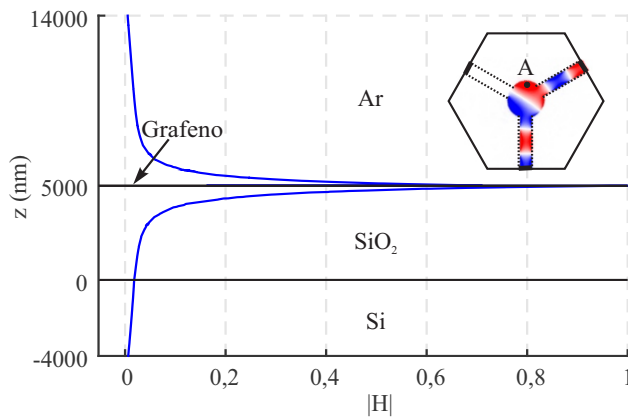


Figura 18 – Decaimento exponencial do campo magnético AC no ressonador em função da coordenada  $z$  no ponto A.

é 7,4% para o nível de isolamento de -15 dB. As respostas em frequência do circulator tipo Y excitado por diferentes portas são as mesmas devido a simetria rotacional apresentada pelo dispositivo.

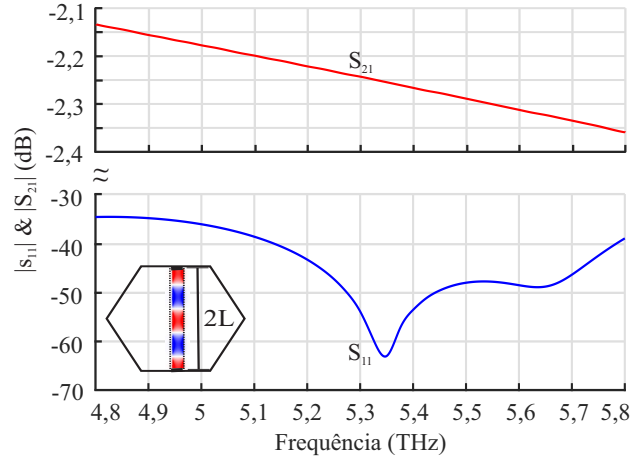


Figura 19 – Características de frequência no guia de onda de grafeno com  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV. Parte inferior temos a distribuição de campo  $E_z$ .

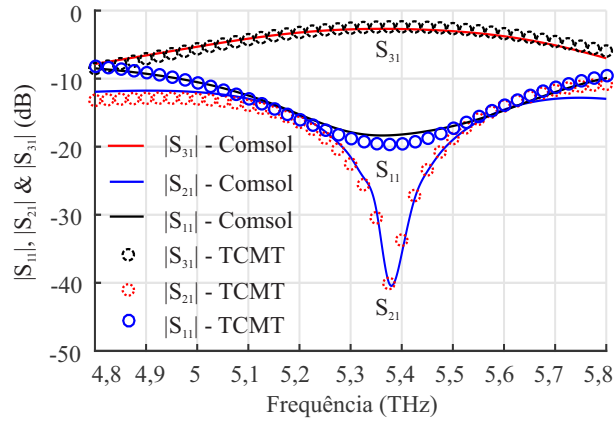


Figura 20 – Respostas em frequência do circulador tipo Y simuladas pelo COMSOL (linhas contínuas) e pela TCMT (círculos),  $R = 600$  nm,  $g = 2,5$  nm,  $w = 200$  nm,  $B_0 = 0,45$  T,  $\epsilon_F = 0,15$  eV.

### 4.3.2 Influência dos parâmetros geométricos e físicos do circulador tipo Y sobre suas características

#### 4.3.2.1 Raio $R$ do ressonador

Em nossas simulações, o raio do ressonador  $R$  foi variado de 300 nm a 900 nm com intervalo de 100 nm e os parâmetros  $w = 200$  nm,  $g = 2,5$  nm e  $\epsilon_F = 0.15$  eV foram mantidos fixos e o campo magnético  $B_0$  para cada  $R$  foi otimizado para obter o máximo de isolamento. As respostas em frequência do circulador para diferentes raios são plotadas na Figura 21, note que as formas das curvas são muito semelhantes, no entanto, as perdas de inserção nas frequências mais baixas são maiores devido à aproximação da frequência de ciclotron  $\omega_B$ .

Pode-se ver que devido à natureza ressonante do dispositivo, a frequência central do circulador é aumentada com a diminuição do raio  $R$  (Figura 22a) como se segue de (3.6).

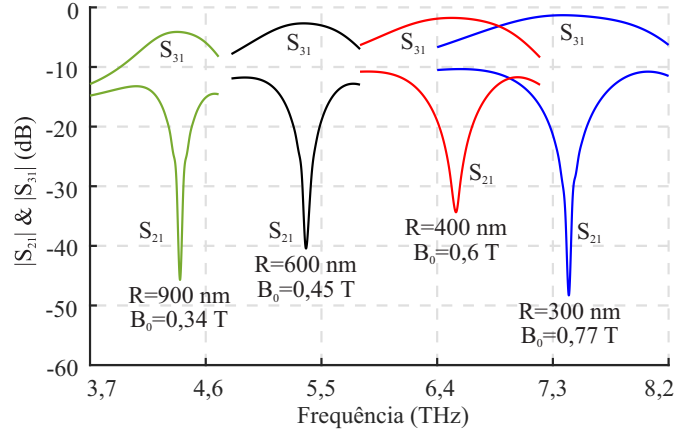


Figura 21 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com  $g = 2,5$  nm,  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes raios.

A diminuição do raio de 900 nm para 300 nm quase duplica a frequência do circulator,

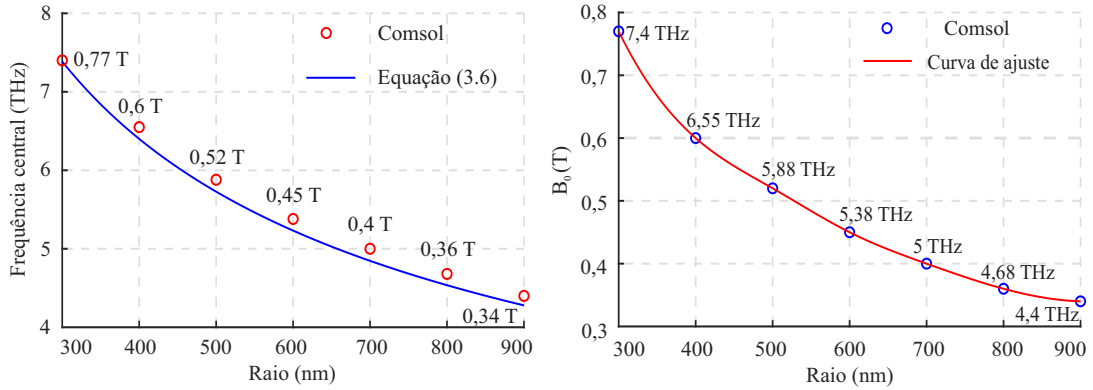


Figura 22 – (a) Frequência central e (b) campo magnético otimizado para o circulator tipo Y com  $g = 2,5$  nm,  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes raios.

indo de 4,4 para 7,4 THz, isto confirma que o principal parâmetro que define a frequência de ressonância do dispositivo é o raio  $R$  do ressonador. O campo magnético DC ótimo  $B_0$  (Figura 22b) também aumenta com a diminuição de  $R$ , isto é, com o aumento da frequência.

A Figura 22a demonstra que existe uma discrepância sistemática de cerca de 5% entre os resultados do COMSOL e aqueles obtidos por (3.6), essa diferença pode ser compensada incluindo na equação (3.6) um multiplicador adicional 1,05.

#### 4.3.2.2 Largura $w$ dos guias de onda

Também foi analisada a influência da largura  $w$  da nano-fita de grafeno como parâmetro que define o acoplamento do ressonador e dos guias de onda. A largura foi alterada de 100 para 400 nm e os demais parâmetros foram fixados. As respostas em frequência do circulator tipo Y para três valores de  $w$ , a saber, 200, 300 e 400 nm, são mostradas na Figura 23.

Veja que as características do circulator com diferentes valores de  $w$  são semelhantes, mas para  $w$  maior, a frequência é alterada para valores mais baixos e o campo magnético requerido aumenta linearmente, como pode observado nas Figuras 24a e 24b, respectivamente. Isso se deve ao fato de que à medida que aumentamos a largura dos guias de onda, o acoplamento entre o ressonador e os guias também aumenta. Com  $w \rightarrow 2R$ , o ressonador circular desaparece e o modelo do ressonador não pode mais ser usado. Portanto, com o aumento de  $w$ ,  $B_0$  e com o gap  $g$  removido, ocorre a evolução do regime de ressonância para o regime guiado por borda.

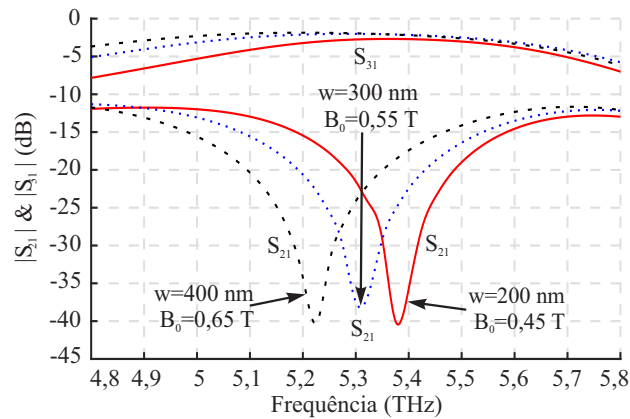


Figura 23 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $g = 2,5$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes larguras.

Para o nível de -15 dB, a largura de banda do dispositivo foi calculada em função da largura do guia de onda de grafeno. Na Figura 24c, pode ser visto que a largura de banda aumenta linearmente com o aumento da largura do guia, no nosso caso de 6,9% para 9,3%.

#### 4.3.2.3 Gap $g$

O parâmetro  $g$  também define o acoplamento entre o ressonador e os guias de onda, como pode ser visto na Figura 14a. Novamente, as características em frequência do circulator com diferentes valores de gap  $g$  são muito similares (ver Figura 25). A frequência central do circulator diminui com o aumento do gap de 0 a 5 nm, ocorrendo um deslocamento na frequência central de cerca de 7%, e para valores maiores que 5 nm, não há alteração na frequência de ressonância do dispositivo (Figura 26a).

A largura de banda do circulator depende de  $g$ , no entanto, quando o gap é muito pequeno [58] ou temos a estrutura sem gap; a largura de banda do dispositivo, a frequência de ressonância e o campo magnético aplicado ao ressonador mudam significativamente, como pode ser visto nas Figuras 26a-c, respectivamente. Isso explica-se por uma mudança na topologia do circulator. Quando  $g = 0$ , a corrente de condução aparece entre os guias de onda e o ressonador, isso altera significativamente o coeficiente de acoplamento.



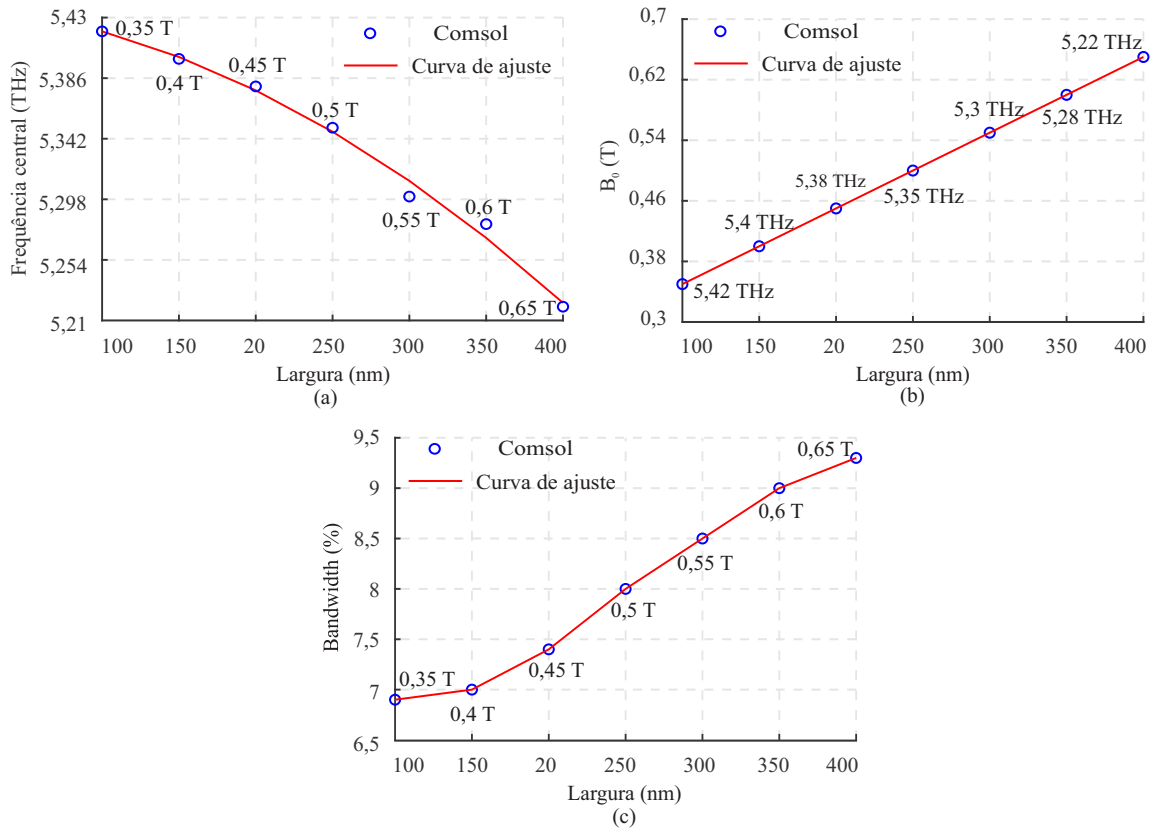


Figura 24 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $g = 2,5$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes larguras.

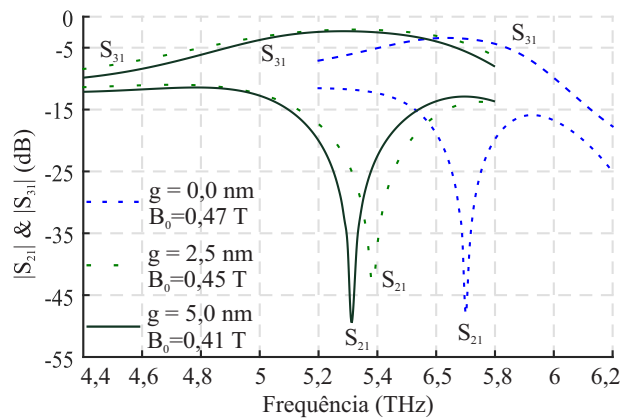


Figura 25 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes gaps.

Em geral, quanto maior  $w$  e menor  $g$ , mais forte é o acoplamento entre o ressonador e os guias de onda, isso leva a um menor fator  $Q$  do ressonador e a uma maior largura de banda do circulator.

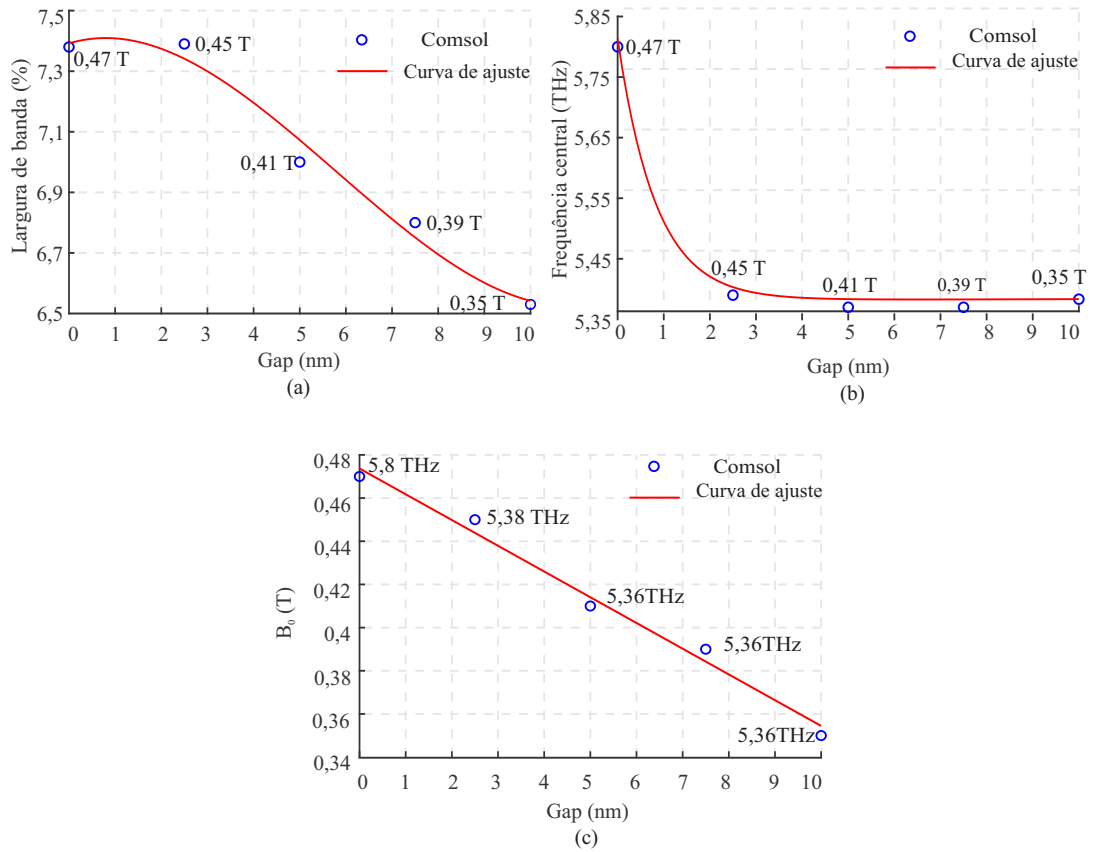


Figura 26 – (a) Largura de banda, (b) frequência central e (c) campo magnético otimizado para o circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $w = 200$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes gaps.

#### 4.3.2.4 Energia de Fermi $\epsilon_F$

Variando a energia de Fermi do grafeno via campo eletrostático, por exemplo, pode-se controlar a densidade de carga do material, isto pode levar à diferentes valores numéricos das componentes do tensor condutividade elétrica do grafeno, dando assim, a possibilidade do controle dinâmico da resposta do circulator.

A influência da energia de Fermi nas frequências de ressonância para a estrutura com gap de 2,5 nm foi investigada. A energia de Fermi variou de 0,1 a 0,3 eV e as respostas em frequência estão representadas na Figura 27. Pode-se considerar que o aumento da energia de Fermi desloca a frequência de ressonância para valores mais altos e faz com que o campo magnético ótimo  $B_0$  aumente quase linearmente, como mostra a Figura 28.

Finalmente, consideraremos o caso de um valor fixo de campo magnético DC  $B_0 = 0,45$  T. Um aumento de  $\epsilon_F$  desloca a frequência central de operação do circulator para as frequências mais altas, como mostra a Figura 29, e isso é consistente com (3.6). Desta maneira uma pequena variação de  $\epsilon_F$  entre 0,12 e 0,19 eV, a frequência central varia de 4,79 a 6,23 THz, entretanto, alterar  $\epsilon_F$  a partir do seu valor ideal  $\epsilon_F = 0,15$  eV deteriora o isolamento e reduz a largura de banda do dispositivo.

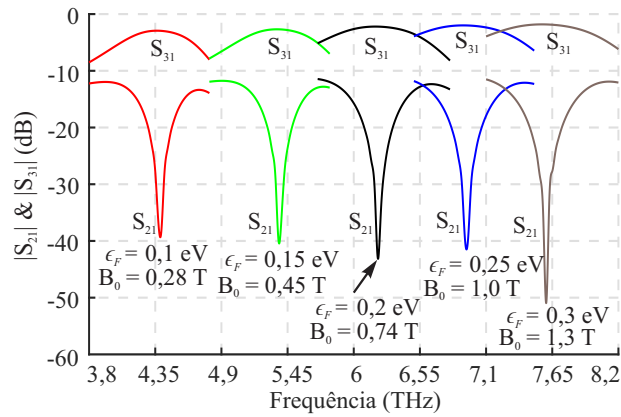


Figura 27 – Respostas em frequência do circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $g = 2,5$  nm e  $w = 200$  nm para diferentes  $\epsilon_F$ .

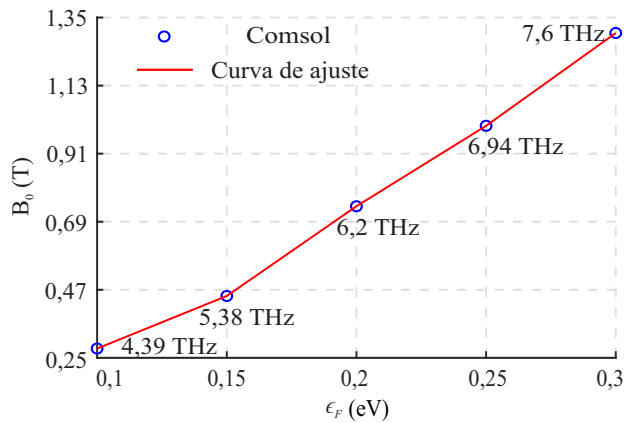


Figura 28 – Campo magnético ótimo  $B_0$  para o circulator tipo Y com  $R = 600$  nm,  $g = 2,5$  nm e  $w = 200$  nm para diferentes  $\epsilon_F$ . Números sobre a curva são as frequências  $f_0$

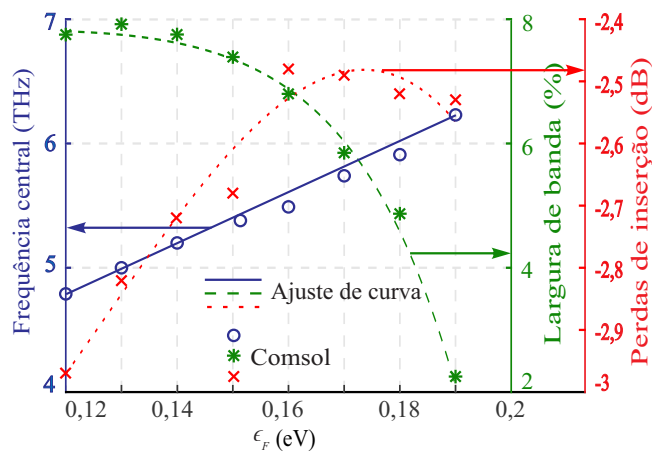


Figura 29 – Dependência da energia de Fermi com a frequência central (círculos), largura de banda (asterísticos) e perdas de inserção (x) do circulator tipo Y.

## 4.4 Resultados numéricos do circulador tipo W

### 4.4.1 Parâmetros-S

Para o caso mostrado na Figura 17b (excitação pela porta 1), a frequência central de operação do dispositivo é de 7,51 THz, apresentando uma transmissão de -2 dB e isolamento de -47,22 dB, como pode ser visto na Figura 30a.

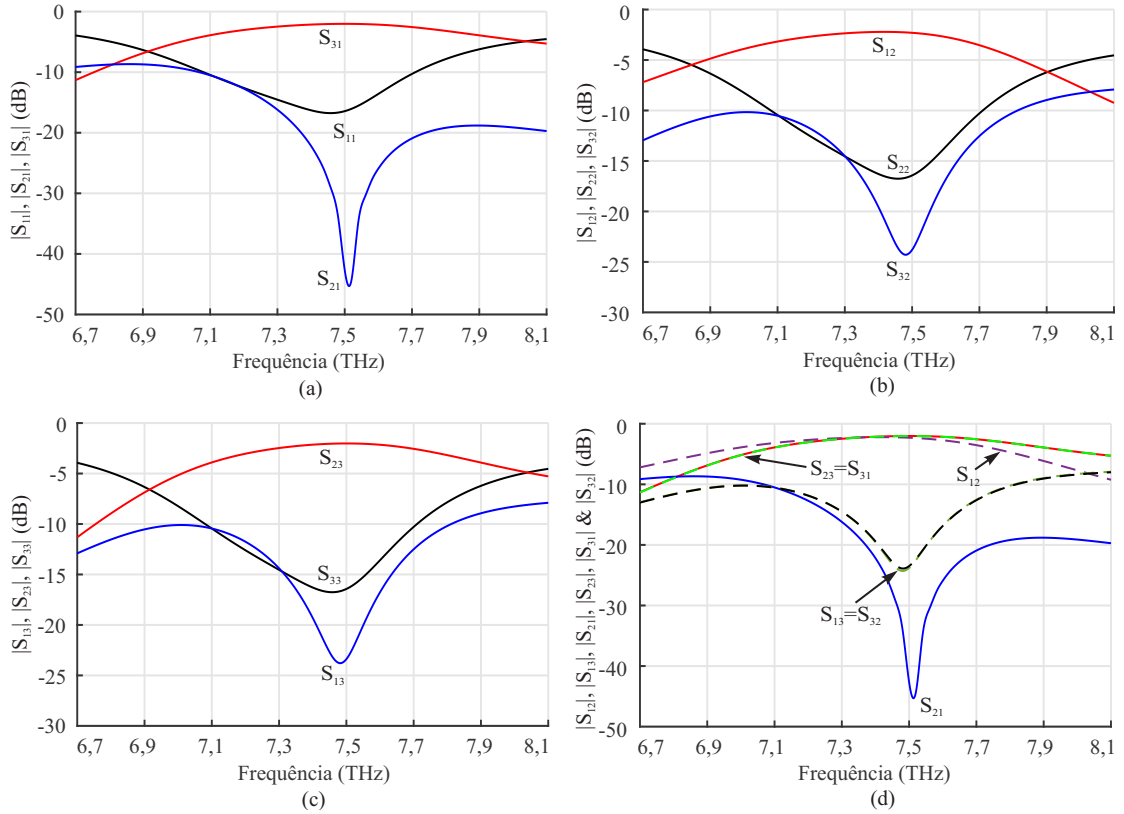


Figura 30 – Respostas em frequência do circulador tipo W,  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm,  $w = 120$  nm,  $B_0 = 0,56$  T and  $\epsilon_F = 0,15$  eV, com excitações pelas portas 1, 2 e 3.

As características de frequência para os casos apresentados nas Figuras 17c (excitação pela porta 2) e 17d (excitação pela porta 3), são plotadas na Figura 30b e 30c, respectivamente, apresentando uma largura de banda de 4,25% no nível de isolamento de -15 dB. Neste caso, uma comparação das curvas de transmissão e isolamento são mostradas na Figura 30d, estando de acordo com a teoria de grupos magnéticos (ver matriz (3.8)), em que as curvas de isolamento  $S_{13}$  e  $S_{32}$  são coincidentes, assim como as de transmissão  $S_{23}$  e  $S_{31}$ . Porém o pico de  $S_{21}$  é maior e sua curva apresenta uma maior largura de banda em relação aos outros dois parâmetros.

Os resultados teóricos obtidos pelas equações (4.15-4.19) e pelo software Comsol para o circulador tipo W, são mostrados na figura 31. Apresentamos apenas os resultados para o caso em que a excitação é aplicada na porta 2, uma vez que resultados semelhantes

podem ser obtidos para a excitação das portas 1 e 3. Veja que existe uma boa concordância entre os dois métodos.

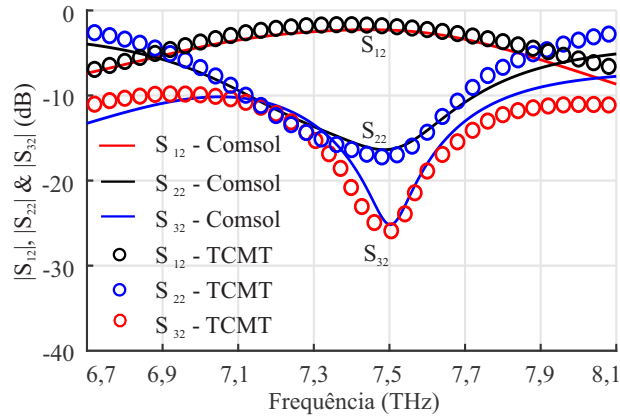


Figura 31 – Respostas em frequência do circulador tipo W simuladas pelo COMSOL (linhas contínuas) e pela TCMT (círculos),  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm,  $w = 120$  nm,  $B_0 = 0,56$  T,  $\epsilon_F = 0,15$  eV, excitação pela porta 2.

A Figura 32 mostra a comparação entre os circuladores tipo Y e tipo W (excitação pela porta 2), para os seguintes parâmetros:  $R = 320$  nm,  $w = 120$  nm,  $L = 900$  nm,  $\epsilon_F = 0,15$  eV,  $\tau = 0,9$  ps e  $B_0 = 0,56$  T. É possível observar que as frequências centrais

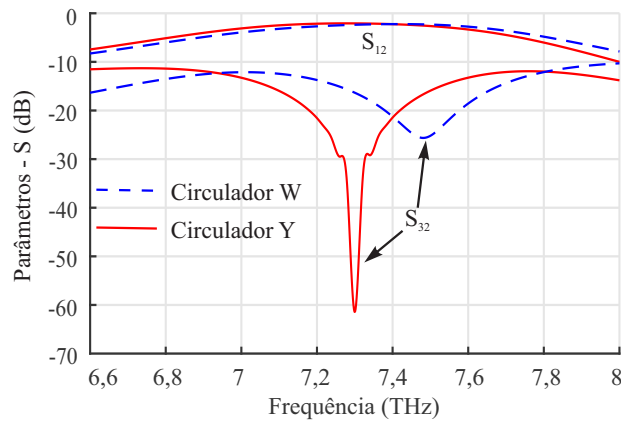


Figura 32 – Comparação entre as características de frequência entre os circuladores tipo Y e tipo W, excitação pela porta 2.

de operação dos dois dispositivos estão deslocadas, enquanto o circulador tipo Y opera em  $f_0 = 7,3$  THz, o circulador tipo W opera em  $f_0 = 7,5$  THz. Eles têm diferentes curvas de transmissão e isolamento, os quais podem ser justificados pelos tipos de simetria que cada um apresenta, como foi discutido anteriormente. Além disso, considerando o nível de isolamento em -15 dB, percebe-se que o circulador tipo Y apresenta maior largura de banda (6,3%) em comparação com o circulador tipo W (4,25%).

## 4.4.2 Influência dos parâmetros geométricos e físicos do circulador tipo W sobre suas características

### 4.4.2.1 Raio $R$ do ressonador

A influência do raio do ressonador nas frequências de ressonância do circulador tipo W também foi investigada, o raio foi variado de 220 nm a 470 nm e os demais parâmetros como energia de Fermi, largura do guia de onda e gap foram fixados em  $\epsilon_F = 0,15$  eV,  $w = 120$  nm,  $g = 5$  nm. A Figura 33 mostra um comportamento semelhante das respostas em frequência do dispositivo correspondente aos raios de 220 nm, 270 nm, 370 nm e 470 nm.

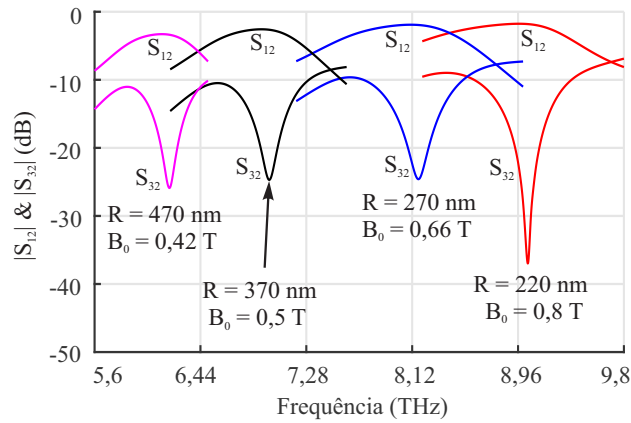


Figura 33 – Respostas em frequência do circulador tipo W com,  $g = 5$  nm,  $w = 120$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes raios, excitação pela porta 2.

Com o aumento do raio do ressonador, a frequência central de operação do circulador é deslocada para frequências mais baixas, aumentando as perdas do dispositivo devido a aproximação da frequência de cíclotron ( $\omega_B$ ) (Figura 34a). Pode-se observar um erro de aproximadamente 8% entre os resultados simulados e os obtidos pela equação (3.6). Essa diferença pode ser compensada pelo fator multiplicativo 1.08 na equação (3.6), além disso, verifica-se na Figura 34b, que o campo magnético  $B_0$  ótimo diminui com o aumento do raio do ressonador, ocasionado pela diminuição do acoplamento entre o ressonador e os guias de onda.

### 4.4.2.2 Largura $w$ dos guias de onda

A influência da largura  $w$  do guia de onda de grafeno sobre a frequência de ressonância e as perdas de inserção do dispositivo também foram investigadas. A largura foi alterada de 120 nm para 240 nm e os outros parâmetros foram mantidos fixos, isto é,  $\epsilon_F = 0,15$  eV,  $R = 320$  nm e  $g = 5$  nm. As respostas em frequência do dispositivo para as larguras de 120 nm, 180 nm, 240 nm, são mostradas na Figura 35 e pode-se observar que as perdas de inserção são menores para a largura do guia de 240 nm, ou seja, quando

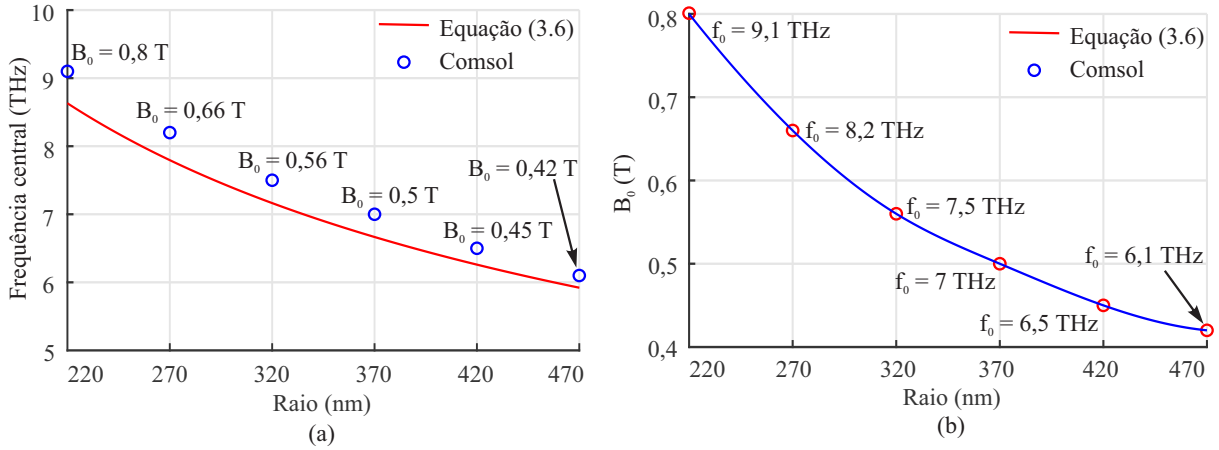


Figura 34 – a) Frequência central e (b) campo magnético otimizado para o circulador tipo W com,  $g = 5$  nm,  $w = 120$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes raios, excitação pela porta 2.

atingimos um maior acoplamento entre o ressonador e os guias de onda. As frequências de ressonância sofrem um pequeno aumento linear com o aumento da largura do guia de onda, como mostrado na Figura 36a.

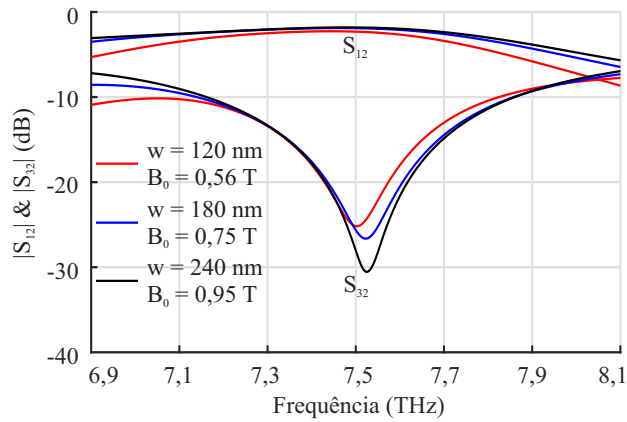


Figura 35 – Respostas em frequência do circulador tipo W com  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes larguras, excitação pela porta 2.

Com o aumento da largura dos guias de onda, o acoplamento entre o ressonador e os guias também aumenta. A dependência linear do campo magnético com valores da largura é mostrada na Figura 36b, além disso, pode-se verificar na Figura 36c, que a largura de banda do dispositivo atinge o máximo de 4,7% para a largura  $w = 240$  nm.

#### 4.4.2.3 Gap $g$

Nesta seção, mostramos a influência do gap entre o nanodisco e os guias de onda de grafeno na frequência central do circulador. O gap foi variado de 2,5 nm a 10 nm e os outros parâmetros permaneceram fixos, isto é,  $\epsilon_F = 0,15$  eV,  $R = 320$  nm e  $w = 120$  nm.

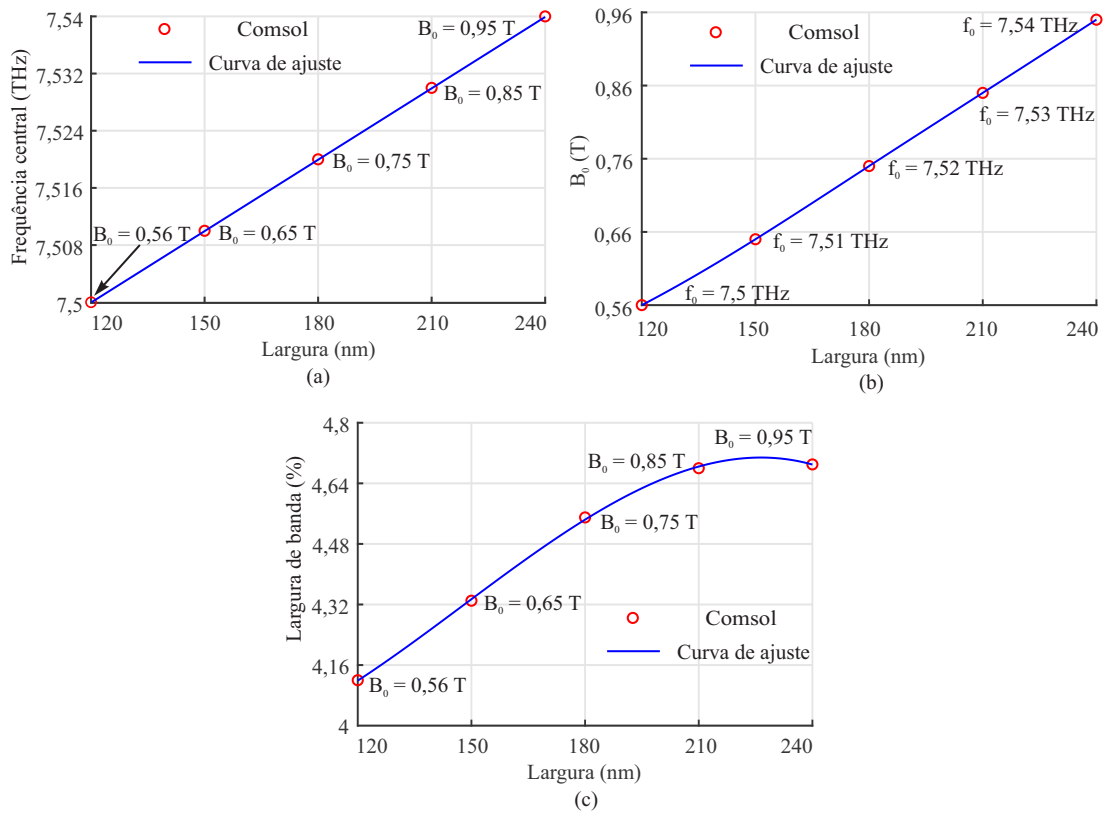


Figura 36 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo W com  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes larguras, excitação pela porta 2.

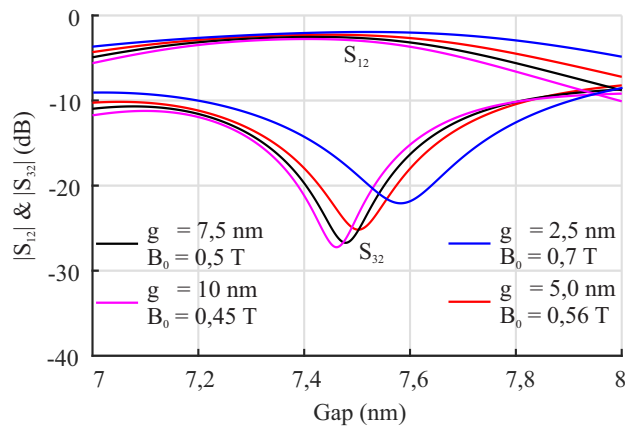


Figura 37 – Respostas em frequência do circulator tipo W com  $R = 320$  nm,  $w = 120$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes gaps, excitação pela porta 2.

As respostas em frequência são plotadas na Figura 37, na qual se observa uma maior transmissão para a estrutura com gap de 2,5 nm, devido um maior acoplamento entre o ressonador e os guias de onda. A frequência central de operação do dispositivo, o campo magnético e a largura de banda diminuem com o aumento do gap (ver Figuras 38a-c), respectivamente.



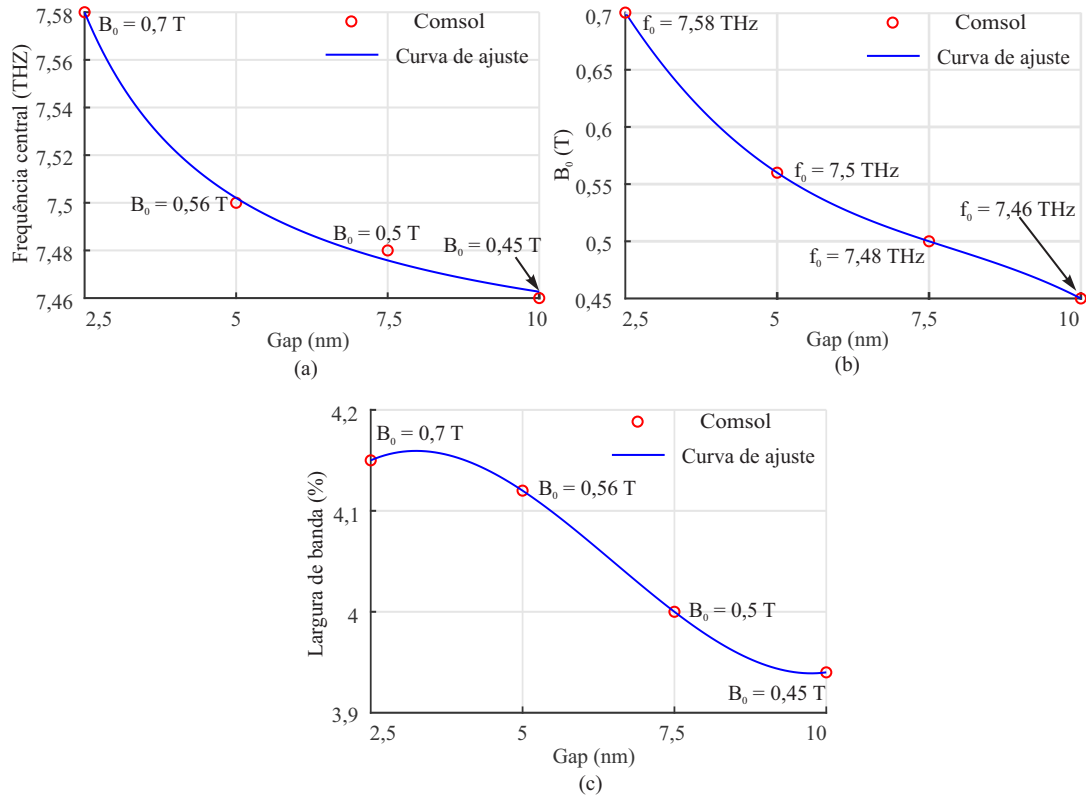


Figura 38 – (a) Frequência central, (b) campo magnético otimizado e (c) largura de banda para o circulator tipo W com  $R = 320$  nm,  $w = 120$  nm e  $\epsilon_F = 0,15$  eV para diferentes gaps, excitação pela porta 2.

#### 4.4.2.4 Energia de Fermi $\epsilon_F$

De maneira análoga ao que foi feito no circulator tipo Y, variou-se a energia de Fermi do grafeno com o propósito de investigar a sua influência na frequência de ressonância do dispositivo e desta forma, obter um controle dinâmico da frequência central de operação do circulator. Variou-se  $\epsilon_F$  de 0,1 eV a 0,3 eV e as respostas em frequência do circulator são apresentadas na Figura 39, a partir da qual percebe-se que o aumento da energia de Fermi desloca a frequência de ressonância para valores mais elevados diminuindo as perdas de inserção do circulator.

A Figura 40 mostra um padrão de aumento quase linear do campo magnético  $B_0$  com o aumento da energia de Fermi, o que está consistente com a fórmula  $\omega_B = eB_0v_F^2/\epsilon_F$ .

Para mostrar a possibilidade de controlar dinamicamente a frequência central do circulator, mantemos todos os parâmetros fixos e mudamos apenas a energia de Fermi do grafeno. A Figura 41 mostra o deslocamento da frequência central de operação para as frequências mais altas com aumento de  $\epsilon_F$ , o que está de acordo com (3.6). Com uma pequena variação de  $\epsilon_F$  entre 0,12 eV e 0,18 eV, a frequência central varia de 6,8 a 8,1 THz (10%). Isso também leva a pequenas alterações nas perdas de inserção e na largura

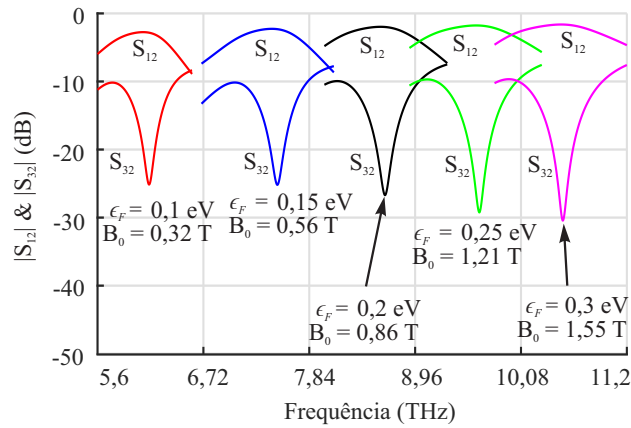


Figura 39 – Respostas em frequência do circulator tipo W com  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm e  $w = 120$  nm para diferentes  $\epsilon_F$ , excitação pela porta 2.

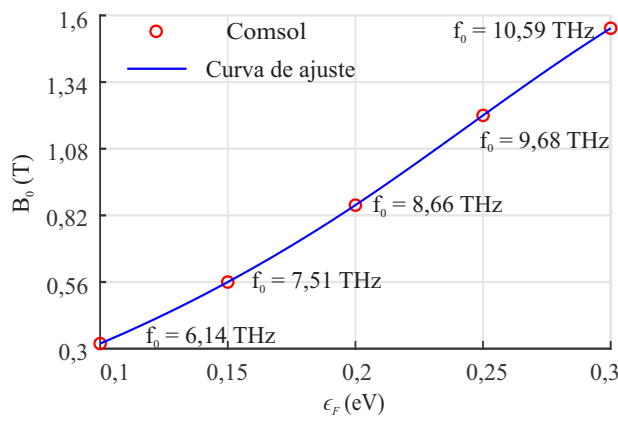


Figura 40 – Campo magnético ótimo  $B_0$  para o circulator tipo W com  $R = 320$  nm,  $g = 5$  nm e  $w = 120$  nm para diferentes  $\epsilon_F$ , excitação pela porta 2. Números sobre a curva são as frequências  $f_0$ .

de banda do dispositivo, observe que, neste caso, o campo magnético DC foi fixado em  $B_0 = 0,56$  T.

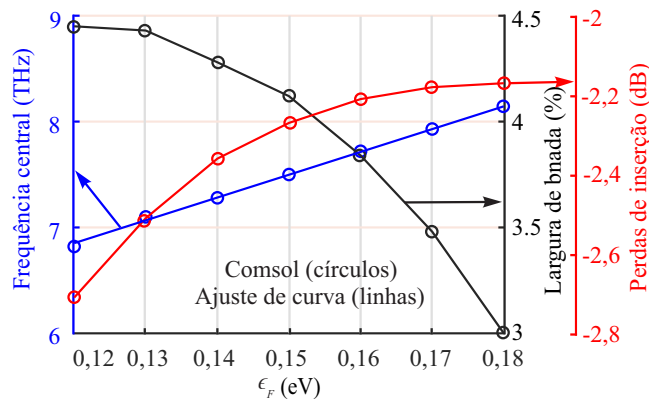


Figura 41 – Dependência da energia de Fermi com a frequência central, largura de banda e perdas de inserção do circulator tipo W, excitação pela porta 2.

## 4.5 Princípio físico de funcionamento dos divisores

O princípio de funcionamento dos divisores, assim como dos circuladores, baseia-se em ondas plasmônicas guiadas nos guias de onda de grafeno, que excitam ressonâncias dipolares superficiais de plasmon-polariton (SPP) no ressonador também de grafeno. Sem magnetização, a onda de entrada na porta 1 (fonte) produz um dipolo simétrico em relação ao guia de onda de entrada, o que leva a divisão da potência de transmissão entre as portas 2, 3, 4 (Figura 42a) e (Figura 43a), respectivamente.

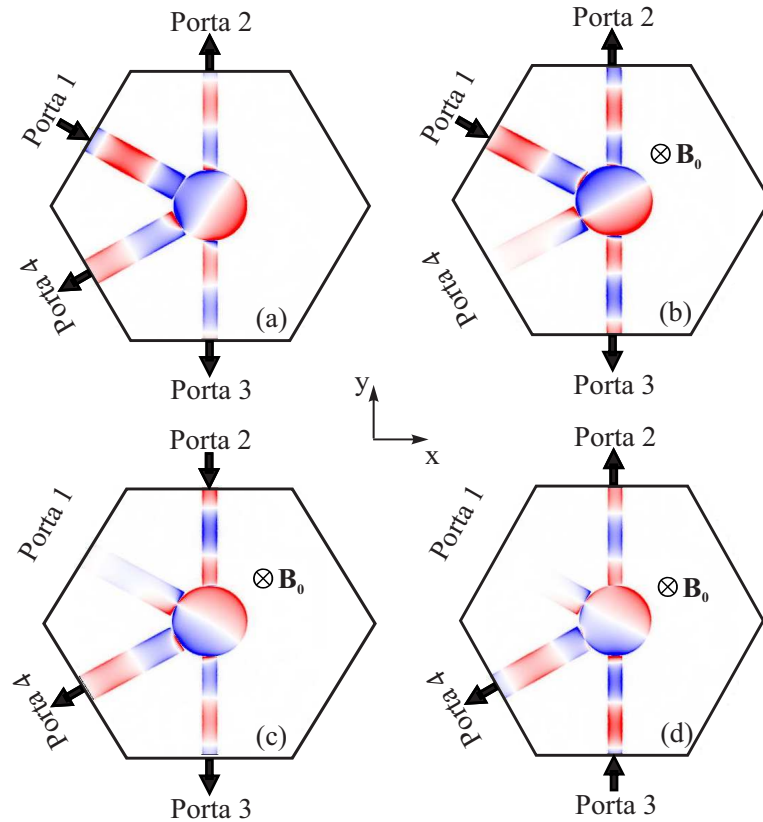


Figura 42 – Distribuição de campo da componente  $E_z$  no divisor (Figura 14c), (a) Sem magnetização: transmissão (1→2,3,4) e com magnetização  $B_0 = 0,8 \text{ T}$ ,  $\epsilon_F = 0,15 \text{ eV}$  e frequência central  $f_0 = 5,38 \text{ THz}$ : Transmissão (b)(1→2,3), c) (2→3,4) e d) (3→2,4).

Com polarização magnética DC de  $B_0 = 0,8 \text{ T}$ , o padrão de campo do modo dipolo estacionário gira em  $30^\circ$ , alinhando o centro do dipolo com a porta 4. Assim, a onda injetada na porta 1 será dividida entre as portas 2, 3 (duas cargas da fonte), (Figura 42b) e (Figura 43b) e as reflexões não desejadas, oriundas das portas 2 e 3, serão direcionadas para a porta de saída 4 (Figuras 42c, 42d) e (Figuras 43c, 43d), respectivamente. Desta forma, queremos que a porta 1 (fonte) seja isolada ou receba a menor potência refletida possível.

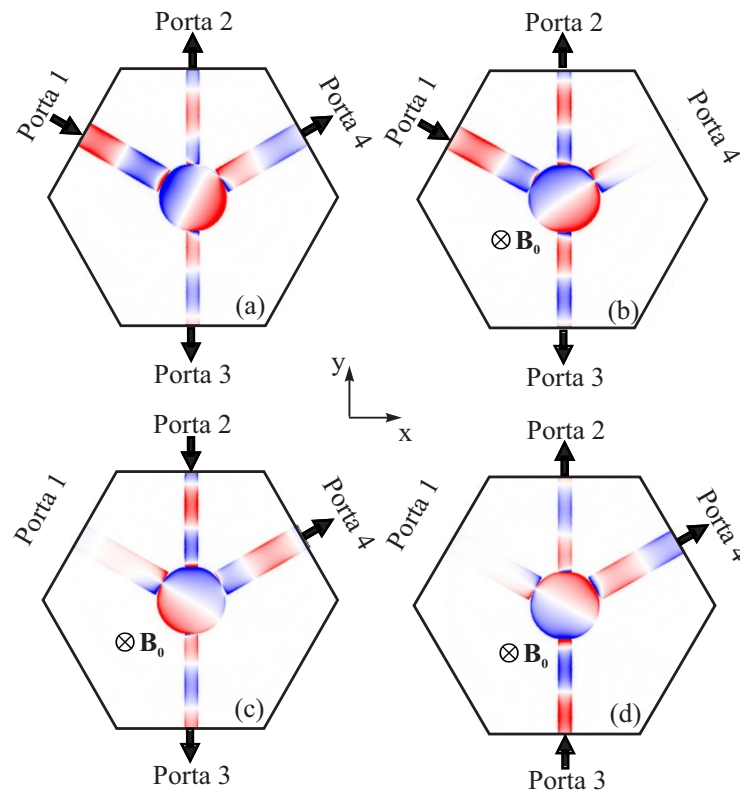


Figura 43 – Distribuição de campo da componente  $E_z$  no divisor (Figura 14d), (a) Sem magnetização: transmissão (1→2,3,4) e com magnetização  $B_0 = 0,8$  T,  $\epsilon_F = 0,15$  eV e frequência central  $f_0 = 7,5$  THz: Transmissão (b)(1→2,3), c) (2→3,4) e d) (3→2,4).

## 4.6 Resultados numéricos dos divisores

### 4.6.1 Parâmetros-S

No caso dos divisores bidirecionais, Figuras 14c e 14d, excitamos sequencialmente cada porta e calculamos os parâmetros-S. Nas Figuras 44a-c e 45a-c, são plotadas as características de frequência com excitações através das portas 1, 2, 3 e  $B_0 = 0,8$  T, respectivamente.

Pode-se observar nas Figuras 44a e 45a, que a divisão da potência de entrada entre as portas 2 e 3 na frequência central de 7,48 THz (Figura 14c) e 7,4 THz (Figura 14d) são de aproximadamente -4.4 dB e a porta 4 é isolada da porta de entrada (fonte) por aproximadamente -22.2 dB e -45,5 dB. Isso significa que praticamente não há perdas de energia da onda incidente nessas portas. Para os níveis de -5 dB de transmissão e -15 dB de isolamento, as larguras de banda calculadas para esses divisores são em torno de 4,5% e 3,4%, respectivamente.

As excitações nas portas 2 e 3 representam os sinais refletidos das cargas não casadas nessas portas (Figuras 42c, 42d e 43c, 43d). De acordo com as Figuras 44b-c e

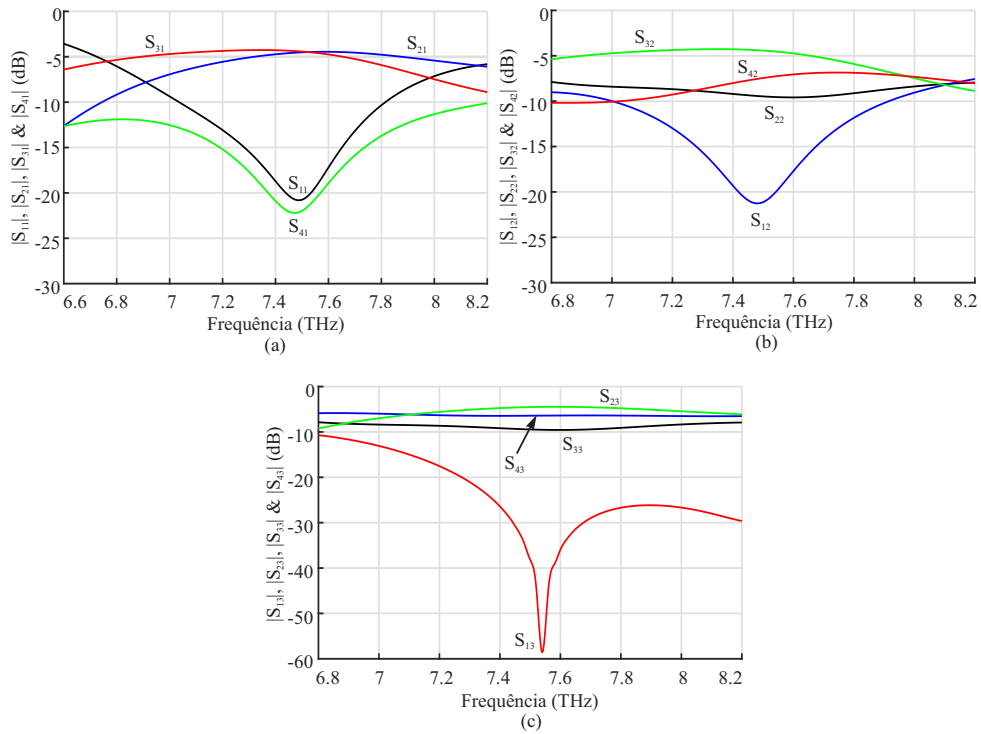


Figura 44 – Respostas em frequência do divisor por 2 (Figura 14c),  $R = 120$  nm,  $g = 5$  nm,  $w_2 = 120$  nm,  $w_3 = 240$  nm,  $B_0 = 0,8$  T and  $\epsilon_F = 0,15$  eV, com excitações pelas portas: a) 1, b) 2 e c) 3.

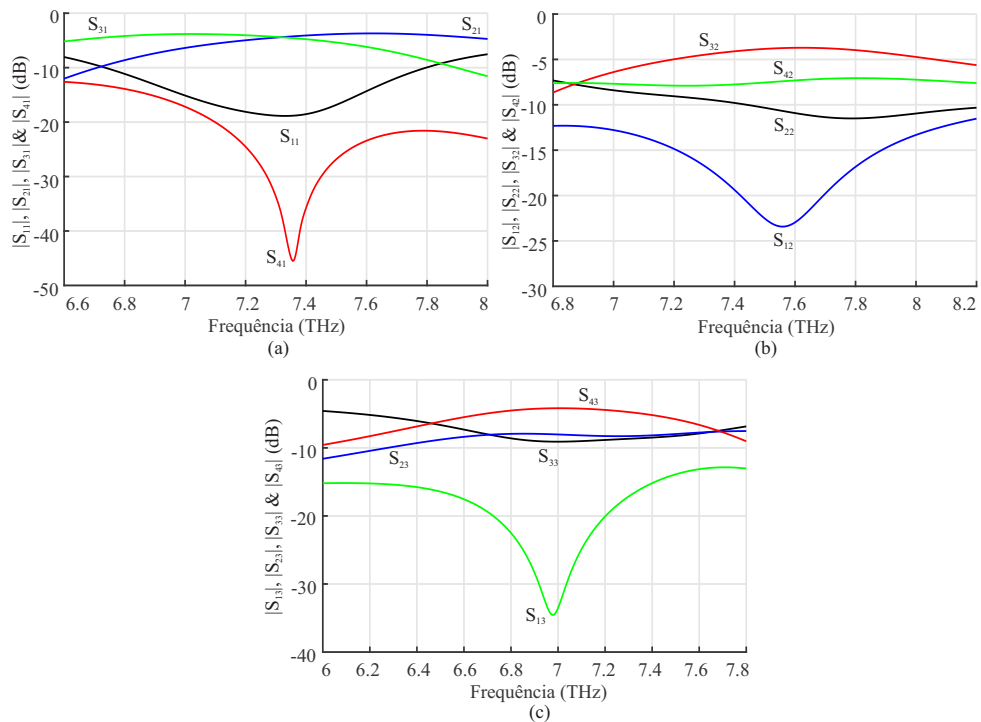


Figura 45 – Respostas em frequência do divisor por 2 (Figura 14d),  $R = 120$  nm,  $g = 5$  nm,  $w_2 = 120$  nm,  $w_3 = 240$  nm,  $B_0 = 0,8$  T and  $\epsilon_F = 0,15$  eV, com excitações pelas portas: a) 1, b) 2 e c) 3.

45b-c, a fonte eletromagnética localizada na porta 1 é isolada e protegida contra reflexões indesejadas. Portanto, as reflexões  $S_{22}$  (Figuras 44b e 45b) e  $S_{33}$  (Figuras 44c e 45c) de aproximadamente -10 dB, não apresentam problemas de queima da fonte dos dispositivos.

#### 4.6.2 Energia de Fermi $\epsilon_F$

A energia de Fermi do grafeno foi variada de 0.14 eV a 0.18 eV com o objetivo de verificar a resposta dinâmica sobre as frequências de ressonâncias dos divisores. As Figuras 46a e 47a, apresentam as características de frequência dos divisores por 2 demonstradas nas Figuras 14c e 14d para os valores de 0.14 eV e 0.16 eV. Pode-se observar nas Figuras 46b e 47b, que com o aumento da energia de Fermi, a frequência central dos dispositivos passa a operar em frequências mais elevadas, possibilitando o controle dinâmico da frequência de operação dos divisores, respectivamente.

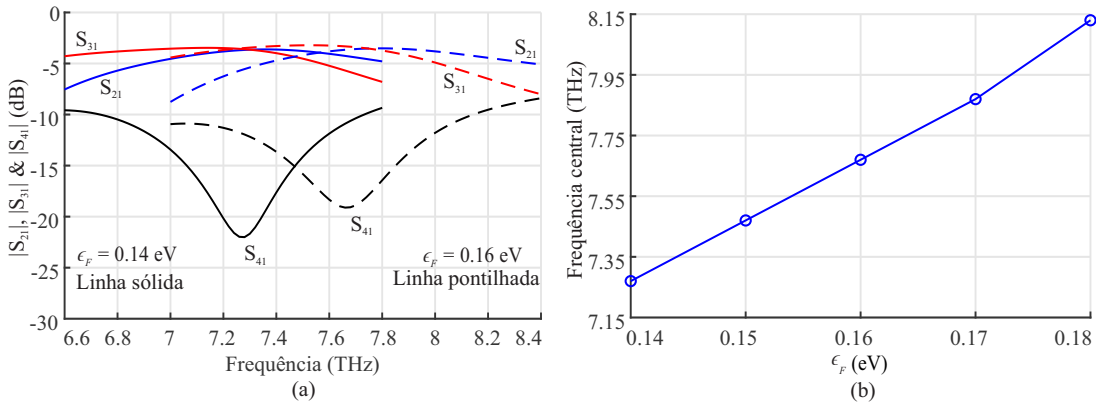


Figura 46 – a) Respostas em frequência do divisor por 2 e b) dependência da energia de Fermi com a frequência central (Figura 14c),  $R = 120$  nm,  $g = 5$  nm,  $w_2 = 120$  nm,  $w_3 = 240$  nm,  $B_0 = 0,8$  T, com excitação pela porta 1.

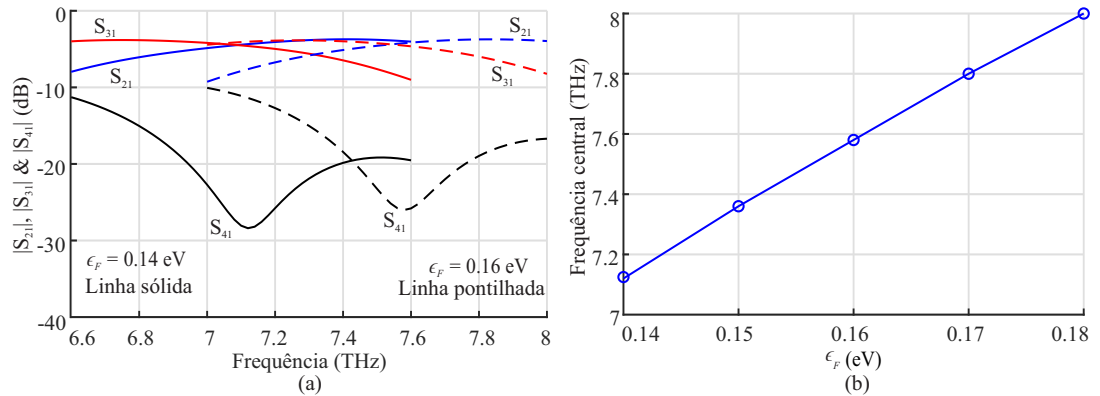


Figura 47 – Respostas em frequência do divisor por 2 e b) dependência da energia de Fermi com a frequência central (Figura 14d),  $R = 120$  nm,  $g = 5$  nm,  $w_2 = 120$  nm,  $w_3 = 240$  nm,  $B_0 = 0,8$  T, com excitação pela porta 1.

Todos os resultados foram obtidos com magnetização apenas no ressonador de grafeno, no entanto, as características dos dispositivos não são muito alteradas para o caso de magnetização de toda a estrutura, incluindo os guias de onda.

# Conclusão

Neste trabalho, foram abordados dois modelos de circuladores de três portas e dois divisores de potência com diferentes geometrias, baseados em grafeno, que podem ser utilizados em sistemas de comunicações ópticas.

Foram sugeridos e confirmados por simulações numéricas a capacidade de realização do controle dinâmico dos circuladores de três portas tipo Y e W e dos divisores por dois, baseados em grafeno e operando na região de THz. Estes componentes possuem uma estrutura muito simples, composta por grafeno depositado sobre substrato dielétrico de sílica ( $SiO_2$ ) e silício (Si).

A estrutura dos dispositivos foram otimizadas através do ajuste de seus parâmetros geométricos e físicos, para que os mesmos obtivessem maiores larguras de banda e menores perdas de inserção. As frequências centrais de operação dos circuladores podem ser ajustadas pelo, raio do ressonador, largura dos guias de onda e o gap entre o ressonador e os guias. Além disso a frequência central dos circuladores e divisores de potência podem ser sintonizadas também pela energia de Fermi do grafeno, aplicando um campo elétrico externo.

As simulações do circulador tipo Y com gap de 2,5 nm demonstram que o dispositivo opera na frequência central de 5,38 THz, tendo como largura de banda 7,4 % considerando o nível de isolamento de -15 dB, perdas de inserção melhor que -2,65 dB e isolamento de -40 dB com campo magnético DC de polarização 0,45 T.

O circulador tipo W com gap 5 nm, apresentou uma frequência central de operação em 7,5 THz, largura de banda de 4,25% em -15 dB, perdas de inserção em torno de -2 dB e isolamento em -24,3 dB para um campo magnético DC de 0,56 T.

Os divisores de potência demonstraram boas características, com divisão do sinal de entrada entre as portas de saída em torno de -4,4 dB e isolamento da fonte eletromagnética. As larguras de bandas dos divisores foram de 4,5% e 3,4% nos níveis de transmissão de -5 dB e isolamento -15 dB com campo magnético DC aplicado de 0,8 T.

Pode-se observar que os dispositivos apresentaram uma elevada largura de banda, assim como, boas características de transmissão e isolamento, além do controle dinâmico através da energia de Fermi do grafeno, sendo uma excelente opção para utilização em circuitos ópticos integrados.



## Trabalhos futuros:

Como proposta para trabalhos futuros, sugerimos:

- Desenvolvimento da teoria de modos acoplados para os divisores por 2;
- Tentar validar experimentalmente os dispositivos apresentados neste trabalho.

## Trabalhos realizados durante o período de doutorado:

O presente trabalho gerou:

✓ Artigos publicados:

- V. Dmitriev, and W. Castro, “Dynamically Controllable Terahertz Graphene Y-Circulator”, IEEE Transaction on Magnetics, vol. **55**, no. 2, pp. 4001712-4001723, (2018).
- G. Portela, C. Oliveira, V. Dmitriev, and W. Castro, “Theoretical Study of Plasmonically Induced Transparency Effect in Arrays of Graphene-Based Double Disk Resonators”, Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, **18**, no. 1, pp. 114-125, (2019).

✓ Artigos submetidos:

- V. Dmitriev, and W. Castro, “THz graphene W-shaped three-port circulator with dynamical control”, Journal of the Optical Society of America B, (2019).
- V. Dmitriev, and W. Castro, “THz graphene-based nonreciprocal dividers with dynamical control”, Plasmonics, (2019).
- V. Dmitriev, S. L. M. Silva, and W. Castro, “Ultrawideband graphene three-port circulator for THz region”, Optics Express, (2019).

✓ Trabalhos apresentados em conferências nacionais e internacionais:

- W. Castro, V. Dmitriev, N. D. Francisco, M. S. Geraldo, Jr. C. Marcelino, and B. F. Gabriel, “Nonreciprocal Graphene-Based THz Dividers”, SBFOTON2018 / Sociedade Brasileira de Ótica e Fotônica, on October 8th, (2018).
- L. O. Thiago, V. Dmitriev, W. Castro, N. D. Francisco, Jr. C. Marcelino, and B. F. Gabriel, “Graphene-based four-port THz circulator”, SBFOTON2018 / Sociedade Brasileira de Ótica e Fotônica, on October 8th, (2018).

- Jr. C. Marcelino, V. Dmitriev, K. Costa, W. Castro, M. S. Geraldo, and N. D. Francisco, “Plasmonic Nanoantennas For Solar Cells With Improved Efficiency”, SBFOTON2018 / Sociedade Brasileira de Ótica e Fotônica, on October 8th, (2018).
- V. Dmitriev, W. Castro, M. S. Geraldo, and C. Oliveira, “Plasmonic Filters Based on Graphene Resonator”, MOMAG2018 / 18° SBMO – Simpósio Brasileiro de Micro-Ondas e Optoeletrônica e 13° CBMAG – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, em 12 de Agosto, (2018).
- V. Dmitriev, W. Castro, G. Portela, and C. Oliveira, “Theoretical Study of Plasmonically Induced Transparency Effect in Array of Graphene-Based Double Disk Resonators”, MOMAG2018 / 18° SBMO – Simpósio Brasileiro de Micro-Ondas e Optoeletrônica e 13° CBMAG – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, em 12 de Agosto, (2018).
- A. Lages, R.L. P. Medeiros, V. Dmitriev, F. M. A. Junior, and W. Castro, “Four-Element T-shaped Slot Wideband Phased Array Antenna for 5G Mobile Terminals”, MOMAG2018 / 18° SBMO – Simpósio Brasileiro de Micro-Ondas e Optoeletrônica e 13° CBMAG – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, em 12 de Agosto, (2018).
- V. Dmitriev, W. Castro, S. Matos, and S. Rabelo, “New graphene-based circulators and switches for THz region”, META2018, the 8th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, on June 24th, (2018).
- W. Castro, V. Dmitriev, M. S. Geraldo, D. Zimmer, and C. Oliveira, “Controllable graphene W-shaped three-port THz circulator”, ICOOPMA2018, 8th International Conference on Optical, Optoelectronic and Photonic Materials and Applications on August 26th, (2018).
- D. Zimmer, V. Dmitriev, and W. Castro, “Compact switchable power divider based on 2D photonic crystal with chalcogenide Ge<sub>2</sub>Sb<sub>2</sub>Te<sub>5</sub> resonator”, ICOOPMA2018, 8th International Conference on Optical, Optoelectronic and Photonic Materials and Applications on August 26th, (2018).
- W. Castro, V. Dmitriev, M. S. Geraldo, and C. Oliveira, “THz Graphene Switch Based on Magneto-Optical Resonance Effect”, II Congresso de Tecnologia e Desenvolvimento na Amazônia, em 7 de Novembro, (2018).
- W. Castro, V. Dmitriev, M. S. Geraldo, T. Oliveira, and C. Oliveira, “Graphene-Based Multifunctional THz Device”, II Congresso de Tecnologia e Desenvolvimento na Amazônia, em 9 de Novembro, (2018).

- W. Castro, V. Dmitriev, M. S. Geraldo, N. D. Francisco, and C. Oliveira, “Graphene Based Nonreciprocal Three-Way Divider for THz Region ”, II Congresso de Tecnologia e Desenvolvimento na Amazônia, em 9 de Novembro, (2018).
- W. Castro, V. Dmitriev, N. D. Francisco, T. Oliveira, and B. F. Gabriel, “Four-port THz Circulator Based on Graphene Ring Resonator”, II Congresso de Tecnologia e Desenvolvimento na Amazônia, em 9 de Novembro, (2018).
- L. Martions, V. Dmitriev, and W. Castro, “Nonreciprocal Multifunctional Component Based on Bidimensional Photonic Crystal With Quadrupole Resonance of Ferrite Cylinder”, II Congresso de Tecnologia e Desenvolvimento na Amazônia, em 9 de Novembro, (2018).
- V. Dmitriev, W. Castro, C. Nascimento, “THz dynamically controllable graphene Y-circulator”, IMOC2017 / SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference, on August 27th, (2017).
- V. Dmitriev, W. Castro, C. Nascimento, “Graphene three-port circulator”, META2016, the 7th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, on July 28th, (2016).

✓ A geração dos pedidos de patentes nacionais.

- Circulador eletromagnético controlável baseado em grafeno na região de THz - NR: BR1020160134064, Depósito: 10/06/2016.
- Circulador controlável de três portas de grafeno tipo-W na faixa de THz - NR: BR10201800063, Depósito: 11/01/2018.
- Chave Eletromagnética Controlável na Faixa de THz Baseada em Grafeno com Guias Dde Onda com dobramento de 90° Acoplados a um ressonador Circular - NR: BR10201806916, Depósito: 02/10/2018.

✓ A geração dos pedidos de patentes internacionais.

- Circulador controlável de três portas de grafeno tipo-W na faixa de THz - NR: PTC/BR2019/050011, Depósito: 11/01/2019.

## Referências

- [1] D. K. Linkhart, "Microwave Circulator Design", (*Artech House*), Boston/London, (2014). Citado na página 21.
- [2] J. Helszain, "Waveguide Junction Circulators: Theory and Practice", (*John Wiley and Sons*), New York, (1998). Citado na página 21.
- [3] J. Helszain, "The Stripline Circulators: Theory and Practice", (*Wiley-IEEE Press*), New Jersey, (2008). Citado 3 vezes nas páginas 21, 43 e 50.
- [4] W. Marynowski, R. Lech, and Jerzy Mazur, "Edge-Guided Mode Performance and Applications in Nonreciprocal Millimeter-Wave Gyroelectric Components", (*IEEE Trans. on Microwave Theory and Technol.*), vol. **103**, no. 99, pp. 1-10, (2017). Citado na página 21.
- [5] V. Dmitriev, M. N. Kawakatsu, and F. J. M. de Souza, "Compact three-port optical two-dimensional photonic crystal-based circulator of W-format", (*Opt. Lett.*), vol. **54**, no. 15, pp. 3192-3194, (2012). Citado na página 21.
- [6] Q. Wang, Z. Ouyang, M. Lin, and Q. Liu, "Compact photonic crystal circulator with flat-top transmission band created by cascading magneto-optical resonance cavities", (*Appl. Opt.*), vol. **54**, no. 33, pp. 9741-9746, (2015). Citado na página 21.
- [7] V. Dmitriev, G. Portela, and L. Martins, "Three-port circulators with low symmetry based on photonic crystals and magneto-optical resonators", (*Photon. Netw. Commun.*), vol. **31**, no. 1, pp. 56-64, (2016). Citado na página 21.
- [8] Q. Wang, Z. Ouyang, Y. Zheng, M. Lin, and G. Zheng, "Broadband six-port circulator based on magneto-optical-rod ring in photonic crystal", (*Appl. Phys. B*), vol. **121**, no. 3, pp. 385-389, (2015). Citado na página 21.
- [9] P. Pintus, P. D. Fabrizio, and B. E John, "Integrated TE and TM optical circulators on ultra-low-loss silicon nitride platform", (*Opt. Express*), vol. **21**, no. 4, pp. 5041-5052, (2013). Citado na página 21.
- [10] D. Jalas, P. Y. Alexander, and E. Manfred, "Optical three-port circulators made with ring resonators", (*Opt. Lett.*), vol. **39**, no. 6, pp.1425-1428, (2014). Citado na página 21.
- [11] A. B. Khanikaev, S. H. Mousavi, W. K. Tse, M. Kargarian, A. H. MacDonald, and G. Shvets, "Photonic topological insulators", (*Nature Materials*), vol. **12**, no. 3, pp. 233-239, (2012). Citado na página 21.

- [12] N. A. Estep, D. L. Sounas, and A. Alu, "Magnetless Microwave Circulators Based on Spatiotemporally Modulated Rings of coupled resonators", (*IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*), vol. **64**, no. 2, pp. 502-518, (2016). Citado na página 21.
- [13] K. S. Novoselov, A. K. Geim, "Electric field effect in atomically thin carbon films" (*Science, American Association for the advancement of Science*), vol. **306**, n. 5996, pp. 666-669, (2004). Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 29.
- [14] T. Nagatsuma, H. J. Song, and Y. Kado, "Challenges for ultrahigh speed wireless communications using terahertz waves", (*Journal Terahertz Science and Technoly*), vol. **3**, n. 2, pp. 55-65, (2010). Citado na página 22.
- [15] J. Federici, and L. Moeller, "Review of terahertz and subterahertz wireless communications", (*Journal of Applied Physics*), vol. **107**, n. 11, pp. 111101-111077, (2010). Citado na página 22.
- [16] T. K. Ostmann, and T. Nagatsuma, "A review on terahertz communications research", (*Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*), vol. **32**, n. 2, pp. 143-171, (2011). Citado na página 22.
- [17] H. J. Song, and T. Nagatsuma, "Present and future of terahertz communications", (*IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*), vol. **1**, n. 1, pp. 256-263, (2011). Citado na página 22.
- [18] T. Nagatsuma, S. Horiguchi, Y. Minamikata, Y. Yoshimizu, S. Hisatake, S. Kuwano, N. Yoshimoto, J. Terada, and H. Takahashi, "Terahertz wireless communications based on photonics technologies", (*Optics Express*), vol. **21**, n. 20, pp. 23736-23743, (2013). Citado na página 22.
- [19] B. Zhu, G. Ren, Y. Gao, B. Wu, Q. Wang, C. Wan, and S. Jian, "Graphene plasmons isolator based on non-reciprocal coupling", (*Opt. Express*), vol. **23**, no. 12, pp. 16071-16083, (2015). Citado na página 22.
- [20] D. L. Sounas, and Christophe Caloz, "Gyrotropy and Non-reciprocity of Graphene for Microwave Applications", (*IEEE Trans. on Microwave Theory and Technol.*), vol. **60**, no. 4, pp. 901-914, (2012). Citado na página 22.
- [21] M. Tamagnone, C. Moldovan, J. M. Pouirol, A. B. Kuzmenko, A. M. Ionescu, J. R. Mosig, and J. P. Carrier, "Near optimal graphene terahertz non-reciprocal isolator", (*Nat. Commun.*), vol. **7**, no. 11216, pp. 1-6, (2016). Citado na página 22.
- [22] M. Tamagnone, C. Moldovan, J. M. Pouirol, A. B. Kuzmenko, A. M. Ionescu, J. R. Mosig, and J. P. Carrier, "Experimental Demonstration of a Terahertz Non-Reciprocal Isolator Based on Graphene", (*Ant. and Propag. (EuCAP), 2016 10th European Conf. on IEEE*), (2016). Citado na página 22.

- [23] D. L. Sounas, H. S. Skulason, H. V. Nguyen, A. Guermoune, and M. Siaj, “Faraday rotation in magnetically biased graphene at microwave frequencies”, (*Appl. Phys. Lett.*), vol. **102**, no. 19, pp. 191901-191905, (2013). Citado na página 22.
- [24] I. Crassee, J. Levallois, A. L. Walter, M. Ostler, A. Bostwick, E. Rotenberg, T. Seyller, D. V. D. Marel, and A. B. Kuzmenko, “Giant Faraday rotation in single- and multilayer graphene”, (*Nat. Phys.*), vol. **7**, no. 1, pp. 48-51, (2013). Citado na página 22.
- [25] X. Lin, Y. Xu, B. Zhang, R. Hao, H. Chen, and E. Li, “Unidirectional surface plasmons in nonreciprocal graphene”, (*New Journal of Phys.*), vol. **15**, no. 113003, pp. 14-27, (2013). Citado na página 22.
- [26] C. T. Johnk, “Engineering Electromagnetics Fields and Waves”, (*New York, John Wiley and Sons, Ins., p. 667*), (1975). Citado na página 24.
- [27] Q. M. Ramasse, C. R. Seabourne, and D. M. Kepaptsoglout, “Probing the Bonding and Electronic Structure of Single Atom Dopants in Graphene with Electron Energy Loss Spectroscopy”, (*Nano Letters*), vol. **13**, n. 10, p. 4989-4995, (2013). Citado na página 25.
- [28] H.P. Boehm, A. Clauss, G. Fischer, and U. Hofmann, “Surface properties of extremely thin graphite lamellae”, (*Proceedings of the Fifth Conference on carbon*), vol. **1**, New York: Pergamon Press, p. 73-80, (1962). Citado na página 25.
- [29] R. Saito, G. Dresselhaus, and M. S. Dresselhaus, “Physical properties of carbon nanotubes”, (*London: Imperial College Press*), (1988). Citado na página 25.
- [30] N. Chamanara, and C. Caloz, “Fundamentals of graphene magnetoplasmons principles, structures and devices” (*Forum electromagnetic research methods and application technologies (FERMAT)*), (2011). Citado 2 vezes nas páginas 26 e 28.
- [31] H. S. P. Wong, and D. Akinwande, “Carbon nanotubes and graphene device physics”, (*Cambridge University Press*), New York, (2011). Citado 2 vezes nas páginas 27 e 31.
- [32] I. S. Oliveira, and V. L. B. Jesus, “Introdução à física do estado sólido”, (*Editores Livraria da Física*), São Paulo, (2005). Citado na página 27.
- [33] J. E. D. Vieira Segundo, and E. O. Vilar, “Grafeno: Uma revisão sobre propriedades, mecanismos de produção e potenciais aplicações em sistemas energéticos”, (*Revista Eletrônica de Materiais e Processos*), vol. **11**, n. 2, p.54-57, (2016). Citado na página 29.

- [34] V. Singh, D. Joung, L. Zhai, S. Das, S. I. Khondaker, and S. Seal, "Graphene based materials: Past, present and future", (*Progress in Materials Science*), vol. **56**, n.8, p. 1178-1271, (2011). Citado na página 29.
- [35] M. O. Castro, "Síntese de graphene pelo método CVD", (*Dissertação de Mestrado*), Universidade Federal do Ceará, (2011). Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- [36] D. Chen, L. Tang, and J. Li, "Graphene-based materials in electrochemistry", (*Chemical Society Reviews*), vol. **39**, n. 8, p. 3157-3180, (2010). Citado na página 29.
- [37] K. A. Jesus, E. Freire, and M. J. O. C. Guimarães, "Grafeno: Aplicações e tendências tecnológicas" (*Artigo Técnico*), (2012). Citado na página 30.
- [38] L. S. Montagna, "Síntese de Nanocompósitos de polipropileno/grafite obtidos por meio da polimerização in situ", (*Dissertação de Mestrado*), Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, (2010). Citado 2 vezes nas páginas 11 e 30.
- [39] A. K. Geim, P. Kim, "Carbon wonderland" (*Scientific American*), vol. **298**, n. 4, p. 90-97, (2008). Citado na página 30.
- [40] M. J. Allen, V. C. Tung, and R. B. Kaner, "Honeycomb Carbon: a Review of Graphene" (*Chemical reviews*), vol. **110**, n. 1, p. 132-145, (2009). Citado na página 31.
- [41] T. H. V. Holz, "Síntese de Grafeno por HFCVD", (*Dissertação de mestrado*), Universidade de Aveiro, (2010). Citado na página 31.
- [42] [www.comsol.com](http://www.comsol.com). Citado na página 33.
- [43] H. W. George, "Dyadic Green's functions for an anisotropic, non-local model of biased graphene", (*Science*), vol. **56**, no. 3, pp. 747-757, (2008). Citado na página 33.
- [44] A. Vakil, and N. Engheta, "Transformation optics using graphene", (*Science*), vol. **332**, n. 6035, p. 1291-1294, (2011). Citado na página 33.
- [45] Y. V. Bludov, A. Ferreira, N. M. R. Peres, and M. I. Vasilevskiy, "A Primer on Surface Plasmon-Polaritons in graphene", (*Int. Journal of Mod. Phys. B*), vol. **27**, no. 10, pp. 1341001-1341075, (2013). Citado na página 33.
- [46] A. Principi, and G. Vignale, "Intrinsic lifetime of Dirac plasmons in graphene", (*Phys. Review B*), vol. **88**, no. 19, pp. 195405-195420, (2013). Citado na página 34.

- [47] L. Giampiero, H. W. George, A. Rodolfo, and B. Paolo, “Semiclassical spatially dispersive intraband conductivity tensor and quantum capacitance of graphene”, (*Phys. Revien B*), vol. **87**, no. 11, pp. 115429-115439, (2013). Citado na página 34.
- [48] K. I. Bolotin, K. J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, and H. L. Stormer, “Ultrahigh electron mobility in suspended graphene”, (*Solid State Commun.*), vol. **146**, no. 9, pp. 351-355, (2008). Citado na página 34.
- [49] S. He, X. K. Zhang, and Y. He, “Graphene nano-ribbon waveguides of record-small mode are and ultra-high effective refractive indices for future VLSI”, (*Opt. Express*), vol. **21**, no. 25, pp. 30664-30673, (2013). Citado na página 34.
- [50] L. G. C. Melo, “Theory of magnetically controlled low-terahertz surface plasmon-polariton modes in graphene-dielectric structures”, (*Journal of the Opt. Society of America B*), vol. **32**, no. 12, pp. 2467-2477, (2015). Citado na página 36.
- [51] P. A. D. Gonçalves, and N. M. R. Peres, “An introduction to graphene plasmonics”, (*USA: World Scientific*), Hackensack, New Jersey, (2016). Citado na página 37.
- [52] A. A. Barybin, and V. Dmitriev, “Modern electrodynamics and coupled-mode theory: Application to guided-wave optics”, (*Rinton Press*), Princeton, New Jersey, (2002). Citado na página 41.
- [53] H. A. Haus, and W. Huang, “Coupled Mode Theory”, (*Proceeding of the IEEE*), vol. **79**, no. 10, pp. 1505-1518, (1991). Citado na página 45.
- [54] J. D. Joannopolus, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade “Photonic Crystals”, (*Princeton University Press*), Princeton, New Jersey, (2007). Citado na página 45.
- [55] Z. Wang, and S. Fan, “Magneto-optical in two-dimensional photonic crystals”, (*Applied Physics B*), vol. **81**, no. 2, pp. 369-375, (2005). Citado 4 vezes nas páginas 45, 46, 47 e 49.
- [56] V. Dmitriev, G. Portela, and L. Martins, ”Temporal coupled-mode theory of electromagnetic components described by magnetic groups of Symmetry”, (*IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*), vol. **66**, no. 3, pp. 1165-1171, (2018). Citado 3 vezes nas páginas 45, 46 e 49.
- [57] W. Suh, Z. Wang, and S. Fan, ”Temporal coupled-mode theory and the presence of non-orthogonal modes in lossless multimode cavities”, (*IEEE Journal of Quantum Electronics*), vol. **40**, no. 10, pp. 1511-1518, (2000). Citado 3 vezes nas páginas 45, 46 e 47.



- 
- [58] S. Sheng, K. Li, F. Kong, and H. Zhuang, "Analysis of a Tunable Band-Pass Plasmonic Filter Based on Graphene Nanodisk Resonator", (*Opt. Commun.*), vol. **336**, no. 1, pp. 189-196, (2015). Citado na página 55.