



João Carlos Lisboa de Lima

**Proposta para Cálculo da Tensão de  
Cisalhamento em Vigas de Concreto  
Armado com Estribos**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação Orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de  
Oliveira.

Belém – Pará – Brasil

2019

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**João Carlos Lisboa de Lima**

**Proposta para Cálculo da Tensão de Cisalhamento em Vigas de  
Concreto Armado com Estribos**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém  
Fevereiro de 2019

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Biblioteca do ITEC/UFPA-Belém-PA**

---

L732 Lima, João Carlos Lisboa de, 1992-  
Proposta para cálculo da tensão de  
cisalhamento em vigas de concreto armado com  
estribos / João Carlos Lisboa de Lima. - 2019.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal  
do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2019.

1. Concreto armado – Normas. 2. Cisalhamento  
- Modelos matemáticos. 3. Engenharia de  
estruturas. I. Título.

CDD 23. ed. – 6 2 0 . 1 3 7

---

Elaborado por Kelren Cecília dos Santos Lima da Mota – CRB-2/1461



## PROPOSTA PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ESTRIBO

AUTOR:

**JOÃO CARLOS LISBOA DE LIMA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA  
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO  
DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA  
ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 14/02/2019

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum Cardoso  
Membro Externo (PUC-Rio)

Prof. Dra. Nivea Gabriela Benevides Albuquerque  
Membro Interno (UFPA)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**João Carlos Lisboa de Lima**

## **Proposta para Cálculo da Tensão de Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado com Estribos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre.

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador  
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Examinador Interno  
Faculdade de Engenharia Civil - UFPA

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque  
Examinadora Externa  
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Dr. Daniel Carlos Taissum Cardoso  
Examinador Externo  
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Belém, 14 de Fevereiro de 2019.

*Minha mãe, eterna tutora, Lucidéa Lisboa Gomes*

*Na vida, não existe nada a temer, mas a entender.*

(Marie Curie)

## **Agradecimentos**

Primeiramente a minha imensa gratidão ao Professor Dênio Ramam, pela grande oportunidade de aprendizado ao longo de 5 anos no laboratório de estruturas. Professor, muito obrigado pela tutoria exemplar, confiança e grande companheirismo nos trabalhos e momentos mais difíceis nessa jornada, será sempre lembrado como peça fundamental em minha formação acadêmica.

Agradeço imensamente aos colegas de trabalho do Grupo de análise experimental de estruturas e materiais – GAEMA, especialmente ao Joel Martins, Denisson Braun, Magno Cordeiro, José Vitor, André Silva, Vander Melo, Amaury Aguiar, Vitor Hugo, Vitor Vilhena, Pedro Coelho, Jeferson Pereira, Maurílio Pimentel, Aaron Kadima, Estevão Cunha, Leonardo Duarte e não menos importante meu grande agradecimento ao meu parceiro que iniciou essa caminhada comigo, Paulo Motta.

Gostaria de agradecer o grande amor fraterno da minha família, minha mãe Lucidéa Lisboa Gomes, meu querido irmão Silvio Lisboa de Lima que estiveram nos piores e melhores momentos da minha vida apoiando e incentivando sempre a ir mais além, obrigado pela paciência e compreensão, estarei sempre disposto a retribuir a grande generosidade de vocês. A minha noiva e futura esposa que esteve ao meu lado nesse mestrado, auxiliando, compreensiva, carinhosa e prestativa. Obrigado minha companheira, estarei sempre aqui para mutuamente lhe ajudar. Além dos meus tios Lucineide Gomes e Fernando Goulart pela grande orientação e inspiração.

Aos meus amigos de vida, em destaque, a aqueles que conheci no início de minha vida acadêmica no CEFET. Marcelo Pereira, Breno Amaral, Charles Pimentel, Wlyelison Cereja, Jarlene Costa, Wallace Silva, Gustavo Lima, Alexander Martins e Hugo Lima, Jessica Silva, Esther Alencar. Aos amigos Sandro Azevedo e João Francisco pelas descontrações nos momentos mais estressantes.

Os professores que me inspiraram nessa estimada profissão, Benedito Coutinho, Bernardo Moraes, Bernardo Pompeu, Alcebíades Macêdo, Nívea Albuquerque, Mateus Oliveira. A CAPES e CNPq pela bolsa de mestrado, financiamento e auxílio na realização desta e outras pesquisas na Região Norte do Brasil.



## Resumo

LIMA, J. C. L. (2019). **Proposta para Cálculo da Tensão de Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado com Estribos**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2019.

O presente trabalho discute, por meio de análises experimentais e estatísticas, estimar e avaliar comportamento de vigas de concreto armado com estribos. Primeiramente a pesquisa apresenta os principais modelos de dimensionamento ao esforço cortante em vigas e a NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) que adotam a treliça de Ritter-Mörsch como base para dimensionamento e avaliação das tensões últimas, porém as normas citadas, restringirem a resistência de compressão entre 50 MPa e 69 MPa e tensão de escoamento do aço entre 500 e 420 MPa e tornam-se conservadoras por dispensarem vários parâmetros preponderantes a estimativa das cargas últimas em vigas, como *size effect*, taxa de armadura longitudinal, modo de carregamento e engrenamento de agregados, ocasionando imprecisão na verificação de peças em seu estado limite último. Embasado por uma extensa literatura, foi criado um banco de dados de vigas que romperam ao cisalhamento por tração na diagonal (19 autores e 170 peças). Estimando através de regressões univariadas, um método que insira os parâmetros negligenciados nas normas. Para consolidar a eficiência dessa metodologia, foram confrontados os valores de tensões experimentais e teóricas com objetivo de avaliar estatisticamente as metodologias, relacionando a precisão e acurácia dos resultados. Para a segunda etapa, foi proposto um programa experimental com a finalidade de comprovar e avaliar as estimativas de ZSUTTY (1971), RUSSO *et al.* (2013), as normas e o modelo proposto. Composto por 07 vigas devidamente dimensionadas a ruptura ao cisalhamento, os ensaios seguiram a partir de 01 viga de referência que serviu como modelo comparativo entre 03 grupos com 02 vigas cada sendo esses grupos variando a taxa de armadura transversal, largura e altura útil. Conseqüente, os resultados detiveram relações conservadoras, determinantes pela maior área mobilizada entre as interfaces do plano de cisalhamento, além do modelo expressar melhor as estimativas experimentais, relacionando precisão, acurácia e segurança apropriada.

## Palavras-chaves

*Cisalhamento; Concreto armado; Análise experimental; Banco de dados.*

## **Abstract**

LIMA, J. C. L. (2019). **Proposal of calculation for shear stress in reinforced concrete beams with stirrups**. Master Thesis, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil, 2019 (in Portuguese).

The present work discusses, through experimental and statistical analyzes, to estimate and evaluate behavior of reinforced concrete beams with stirrups. First, the research presents the main models of shear stress in beams and NBR 6118 (2014) and ACI 318 (2014) that adopt the Ritter-Mörsch lattice as a basis for design and evaluation of the ultimate stresses. However, restrict the compressive strength between 50 MPa and 69 MPa and the steel flow stress between 500 and 420 MPa and become conservative because they exclude several preponderant parameters from the estimation of the ultimate loads in beams, such as size effect, longitudinal reinforcement rate, mode load and aggregate gearing, causing inaccuracy in the verification of parts in their ultimate limit state. Based on an extensive literature, a database of beams that broke through diagonal traction shear (19 authors and 170 pieces) was created. Estimating through univariate regressions, a method that inserts the parameters neglected in the norms. To consolidate the efficiency of this methodology, experimental and theoretical tensions values were compared with the objective of statistically evaluating the methodologies, relating the accuracy and accuracy of the results. For the second stage, an experimental program was proposed with the purpose of verifying and evaluating the estimates of ZSUTTY (1971), RUSSO et al. (2013), the norms and the proposed model. Composed of 07 beams duly sized to shear rupture, the tests followed from 01 reference beam that served as comparative model between 03 groups with 02 beams each being these groups varying the transverse reinforcement ratio, width and useful height. Consequently, the results had a conservative relationship, determined by the greater area mobilized between the interfaces of the shear plane, besides the model to better express the experimental estimates, relating accuracy, accuracy and appropriate safety.

## **Keywords**

*Shear; Reinforced concrete; Experimental analysis; Database.*

## Sumário

Capítulo	Página
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2 OBJETIVO.....</b>	<b>5</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
<b>2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS.....</b>	<b>6</b>
2.1.1 TRELIÇA CLÁSSICA.....	7
2.1.2 TRELIÇA GENERALIZADA.....	10
<b>2.2 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE ESFORÇOS CORTANTES.....</b>	<b>13</b>
2.2.1 FATORES PREPONDERANTES.....	14
2.2.1.1 Engrenamento dos agregados.....	14
2.2.1.2 Efeito de pino.....	16
2.2.1.3 Concreto comprimido no Estádio I.....	17
2.2.1.4 Efeito de tamanho.....	17
<b>2.3 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS.....</b>	<b>17</b>
2.3.1 NBR 6118 (2014).....	17
2.3.1.1 Modelo I ( $\theta = 45^\circ$ ).....	18
2.3.1.1.1 Verificação das diagonais comprimidas.....	19
2.3.1.1.2 Dimensionamento das diagonais tracionadas.....	19
2.3.1.2 Modelo II ( $30^\circ \leq \theta < 45^\circ$ ).....	20
2.3.1.2.1 Verificação das diagonais comprimidas.....	20
2.3.1.2.2 Dimensionamento da diagonal tracionada.....	21
<b>2.4 ACI 318 (2014).....</b>	<b>22</b>
<b>2.5 PUBLICAÇÕES SOBRE CISALHAMENTO EM VIGAS.....</b>	<b>24</b>
2.5.1 CLADERA & MARÍ (2005).....	24
2.5.2 SAGASETA (2008).....	26
2.5.3 WALRAVEN (1984).....	28
2.5.4 ZSUTTY (1968 E 1971).....	30
2.5.5 RUSSO <i>ET AL.</i> (2013).....	31

<b>3 ESTIMATIVA DAS TENSÕES CISALHANTES .....</b>	<b>35</b>
<b>3.1 BANCO DE DADOS.....</b>	<b>35</b>
<b>3.2 METODOLOGIA DE CÁLCULO .....</b>	<b>38</b>
3.2.1 ZSUTTY (1971).....	38
3.2.2 RUSSO <i>ET AL.</i> (2013) .....	39
3.2.3 ACI 318 (2014) .....	40
3.2.4 NBR 6118 (2014) .....	40
<b>3.3 ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>43</b>
<b>3.4 AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO (E.L.U).....</b>	<b>47</b>
3.4.1 PARÂMETROS AVALIADOS .....	51
3.4.1.1 Tensão solicitante do estribo ( $\sigma_{sw}$ ) .....	52
3.4.1.2 Largura ( $b_w$ ) .....	54
3.4.1.3 Altura útil ( $d$ ) .....	56
3.4.1.4 Resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ).....	58
3.4.1.5 Taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) .....	60
3.4.1.6 Relação entre vão de cisalhamento e altura útil ( $a/d$ ) .....	62
<b>3.5 AVALIAÇÃO DO MODELO PROPOSTO (E.L.S) PARA O ESTÁDIO II .....</b>	<b>64</b>
<b>4 PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>65</b>
<b>4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS.....</b>	<b>71</b>
4.1.1 CONCRETO .....	71
4.1.1.1 Dosagem .....	71
4.1.1.2 Ensaio mecânico.....	72
4.1.2 AÇO .....	74
<b>4.2 INSTRUMENTAÇÃO.....</b>	<b>74</b>
<b>4.3 SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS .....</b>	<b>79</b>
<b>5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>80</b>
<b>5.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS .....</b>	<b>80</b>
5.1.1 CONCRETO .....	80
5.1.2 AÇO .....	81
<b>5.2 DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS VIGAS .....</b>	<b>82</b>

<b>5.3</b>	<b>DEFORMAÇÕES</b> .....	<b>86</b>
5.3.1	ARMADURA LONGITUDINAL .....	86
5.3.2	CONCRETO .....	88
5.3.3	ARMADURA TRANSVERSAL.....	90
<b>5.4</b>	<b>MODO DE RUPTURA E FISSURAÇÃO</b> .....	<b>93</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS DO PROGRAMA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>100</b>
<b>6.1</b>	<b>E.L.U.</b> .....	<b>100</b>
<b>6.2</b>	<b>E.L.S</b> .....	<b>102</b>
<b>6.3</b>	<b>PARÂMETROS AVALIADOS</b> .....	<b>105</b>
6.3.1	TENSÃO CONTRIBUINTE DA ARMADURA TRANSVERSAL ( $\rho_w \cdot f_y$ ).....	105
6.3.2	LARGURA ( $b_w$ ).....	107
6.3.3	ALTURA ÚTIL ( $d$ ) .....	109
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>111</b>
<b>7.1</b>	<b>CONSIDERAÇÕES GERAIS</b> .....	<b>111</b>
<b>7.2</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b> .....	<b>111</b>
7.2.1	DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	111
7.2.2	DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS LONGITUDINAIS.....	112
7.2.3	DEFORMAÇÃO DO CONCRETO .....	112
7.2.4	DEFORMAÇÕES DAS- ARMADURAS TRANSVERSAIS.....	112
7.2.5	PADRÃO DE FISSURAÇÃO E MODO DE RUPTURA.....	112
<b>7.3</b>	<b>RESULTADOS TEÓRICOS</b> .....	<b>113</b>
7.3.1	ANALISE DOS RESULTADOS TEÓRICOS .....	113
<b>7.4</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>114</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>115</b>
	<b>ANEXOS</b> .....	<b>123</b>
	<b>ANEXO A: BANCO DE DADOS</b> .....	<b>123</b>
	<b>ANEXO B: RAZÃO EXPERIMENTAL E TEÓRICO ENTRE TENSÕES</b> .....	<b>129</b>

## Lista de Figuras

Figura	Páginas
Figura 1.1 - Modelos de cálculo ao cisalhamento em vigas (COLLINS <i>et al.</i> , 1996).....	2
Figura 1.2 – Fórmulas para descrever a carga última ao cisalhamento em vigas (COLLINS <i>et al.</i> , 1996).....	2
Figura 1.3 – Representação da Treliça Clássica de Ritter-Mörsch.....	3
Figura 2.1 - Componentes de tensões no plano x-y (b) e plano principal (c) .....	6
Figura 2.2 – Trajetória das tensões principais em vigas não fissuradas .....	7
Figura 2.3 – Modelo de treliça (BRANCO, 2011) .....	7
Figura 2.4 – Treliça clássica de Mörsch.....	8
Figura 2.5 – Efeito de arco comprimido (LEONHARDT & MÖNNIG, 1994) .....	11
Figura 2.6 – Viga com superposição de treliças (LEONHARDT & MÖNNIG, 1994).....	12
Figura 2.7 - Treliça generalizada de Mörsch.....	12
Figura 2.8 – Mecanismo de transferência de esforços cisalhantes em vigas de concreto armado (MACGREGOR & WIGHT, 2005) .....	14
Figura 2.9 - Modo de secção dos agregados (LACHEMI <i>et al.</i> , 2005) .....	15
Figura 2.10 – Ação do efeito de pino ( <i>dowel action</i> ) .....	16
Figura 2.11 – Variação de $V_{c1}$ em função de $V_{sd}$ .....	20
Figura 2.12 – Sistema de ensaio, CLADERA & MARÍ (2005).....	24
Figura 2.13 – Detalhamento das peças, CLADERA & MARÍ (2005). .....	24
Figura 2.14– Sistema de ensaio das vigas (SAGASETA 2008).....	26
Figura 2.15 – Mapa de fissuração das vigas ensaiadas (SAGASETA, 2008).....	28
Figura 2.16 – Detalhamento do sistema de ensaio (WALRAVEN, 1984) .....	28
Figura 2.17 – Relação $\tau_{wu} / f'_c - d$ (WALRAVEN, 1984).....	29
Figura 2.18 - Transferência dos esforços cortantes, RUSSO <i>et al.</i> (2013) .....	32
Figura 3.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.....	43
Figura 3.2 – Tensão última e parâmetros do banco de dados (Cont.).....	44
Figura 3.3 – Correlação entre tensão última e o parâmetros ( $\alpha$ ) .....	45
Figura 3.4 – Correlação entre tensão última e os parâmetros ( $\tau_{sw1}$ ) e ( $\tau_{sw2}$ ).....	46
Figura 3.5 – Correlação entre tensão última e $C_{sw}$ .....	46

Figura 3.6 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001) .....	48
Figura 3.7 – Proporção das peças favoráveis a segurança .....	48
Figura 3.8 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo}$ .....	49
Figura 3.9 - Gráfico <i>Box-plot</i> .....	50
Figura 3.10 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001), média 1 .....	50
Figura 3.11 – Proporção das peças favoráveis a segurança, média 1 .....	51
Figura 3.12 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - \sigma_{sw}$ .....	52
Figura 3.13 – tendência para $\lambda - \sigma_{sw}$ .....	53
Figura 3.14 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - b_w$ .....	54
Figura 3.15 – tendência para $\lambda - b_w$ .....	55
Figura 3.16 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - d$ .....	56
Figura 3.17 – tendência para $\lambda - d$ .....	57
Figura 3.18 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - f'_c$ .....	58
Figura 3.19 – tendência para $\lambda - f'_c$ .....	59
Figura 3.20 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - \rho_l$ .....	60
Figura 3.21 – tendência para $\lambda - \rho_l$ .....	61
Figura 3.22 – Análise da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo} - a / d$ .....	62
Figura 3.23 – tendência para $\lambda - a / d$ .....	63
Figura 3.24 – Racionalização da média para o estado limite de serviço.....	64
Figura 4.1 – Detalhe da viga VR (mm).....	67
Figura 4.2 – Detalhe da viga VB1 (mm).....	67
Figura 4.3 – Detalhe da viga VB2 (mm).....	68
Figura 4.4 – Detalhe da viga VD1 (mm).....	68
Figura 4.5 – Detalhe da viga VD2 (mm).....	68
Figura 4.6 – Detalhe da viga VSW1 (mm).....	69
Figura 4.7 – Detalhe da viga VSW2 (mm).....	69
Figura 4.8 – Dobra e corte das armaduras.....	69
Figura 4.9 – Armadura da Viga VR.....	70
Figura 4.10 – Armadura da Viga VB1 .....	70
Figura 4.11 – Armadura da Viga VB2.....	70
Figura 4.12 – Armadura da Viga VD1.....	70

Figura 4.13 – Armadura da Viga VD2.....	70
Figura 4.14 – Armadura da Viga VSW1.....	70
Figura 4.15 – Armadura da Viga VSW2.....	71
Figura 4.16 – Ensaio de consistência ( <i>Slump Test</i> ) .....	72
Figura 4.17 – Ensaios mecânicos no concreto.....	73
Figura 4.18 – Detalhe dos ensaios mecânicos .....	73
Figura 4.19 – Ensaio do aço .....	74
Figura 4.20 – Instrumentação das barras.....	75
Figura 4.21 – Locação do extensômetro do aço .....	75
Figura 4.22 – Colocação dos extensômetros no concreto .....	76
Figura 4.23 – Detalhe do extensômetro do concreto .....	76
Figura 4.24 – Deflectômetro com base magnética .....	77
Figura 4.25 – Detalhe do sistema de ensaio .....	78
Figura 4.26 – Sistema de ensaio .....	78
Figura 4.27 – Atuador hidráulico, Notebook e ALMEMO 5690-2M.....	79
Figura 5.1 – Curva tensão-deformação média das barras .....	81
Figura 5.2 – Relação momento último e taxa de armadura transversal .....	82
Figura 5.3 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VSW1 e VSW2).....	83
Figura 5.4 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo .....	84
Figura 5.5 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VB1 e VB2).....	84
Figura 5.6 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo .....	85
Figura 5.7 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VD1 e VD2).....	85
Figura 5.8 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo .....	86
Figura 5.9 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2).....	87
Figura 5.10 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2) .....	87
Figura 5.11 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2).....	88
Figura 5.12 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2).....	89
Figura 5.13 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2) .....	89
Figura 5.14 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2).....	90
Figura 5.15 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2).....	91
Figura 5.16 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2) .....	91
Figura 5.17 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2).....	92
Figura 5.18 - Mapa de fissuração da viga VR.....	94



Figura 5.19 - Mapa de fissuração da viga VSW1 .....	94
Figura 5.20 - Mapa de fissuração da viga VSW2 .....	94
Figura 5.21 - Mapa de fissuração da viga VB1 .....	95
Figura 5.22 - Mapa de fissuração da viga VB2 .....	95
Figura 5.23 - Mapa de fissuração da viga VD1 .....	95
Figura 5.24 - Mapa de fissuração da viga VD2 .....	96
Figura 5.25 – Relação entre $\lambda$ e $A_d / \varepsilon_d$ para $\rho_w$ .....	97
Figura 5.26 – Relação entre $\lambda$ e $A_d / \varepsilon_d$ para $b_w$ .....	98
Figura 5.27 – Relação entre $\lambda$ e $A_d / \varepsilon_d$ para $d$ .....	98
Figura 5.28 – Relação momento solicitante e $A_d$ .....	99
Figura 6.1 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001) .....	102
Figura 6.2 – Proporção das peças favoráveis a segurança .....	102
Figura 6.3 – Correlação da relação $\tau_{exp} / \tau_{teo}$ .....	104
Figura 6.4 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $\rho_w \cdot f_y$ ) .....	106
Figura 6.5 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $b_w$ ) .....	108
Figura 6.6 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $d$ ) .....	109
Figura 6.7 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $d$ ) (Cont.) .....	110

## Lista de Tabelas

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 – Resultados experimentais .....	27
Tabela 2.2 – Caracterização das vigas .....	27
Tabela 2.3 – Características das peças ensaiadas (WALRAVEN, 1984) .....	29
Tabela 3.1 – Banco de dados resumido.....	36
Tabela 3.2 – Resumo do cálculo das tensões de ruptura em vigas com estribos .....	42
Tabela 3.3 – Critério de COLLINS (2001) (adaptado de MORAES NETO <i>et al.</i> , (2014)..	47
Tabela 3.4 – Resultado da avaliação do Critério de demérito.....	47
Tabela 4.1 – Característica dos esforços característicos e resistentes das vigas .....	66
Tabela 4.2 – Característica das peças a serem ensaiadas .....	66
Tabela 4.3 – Materiais constituintes e consumo .....	72
Tabela 5.1 – Resistência à compressão axial.....	80
Tabela 5.2 – Resistência à compressão diametral .....	80
Tabela 5.3 – Módulo de elasticidade .....	80
Tabela 5.4 – Propriedades mecânicas do aço .....	81
Tabela 5.5 – Cargas de fissuração, última e modo de ruptura.....	93
Tabela 5.6 – Estimativa do modelo proposto para tensão cisalhante e momento solicitante .....	96
Tabela 5.7 – Caracterização do plano fissurado .....	97
Tabela 6.1 – Estimativas para as tensões limites últimas.....	100
Tabela 6.2 – Razão entre resultados experimentais e estimativas (E.L.U) .....	100
Tabela 6.3 – Resultado da avaliação do Critério de demérito (E.L.U).....	101
Tabela 6.4 – Estimativas para as tensões limites de serviço. ....	102
Tabela 6.5 – Razão entre resultados experimentais e estimativas (E.L.S).....	103

# 1 Introdução

A evolução da construção civil indica o desenvolvimento tecnológico em qualquer sociedade. A criação de novas técnicas e a segmentação de áreas científicas dentro deste meio, resultaram em desafios cada vez maiores sobre a compreensão dos fenômenos e também na racionalização de custos de uma edificação. Portanto, é evidente a importância do concreto como principal material compósito na construção civil e segundo material mais consumido pela humanidade, segundo MEHTA & MONTEIRO (2013). Sua facilidade de moldagem, custo relativamente baixo, facilidade de execução e capacidade autoportante são itens atrativos para pesquisa sobre suas propriedades mecânicas, principalmente o estudo dos esforços característicos empregados em cada peça estrutural.

A compreensão do comportamento e fatores que influenciam a capacidade resistente dos elementos estruturais é fundamental para quantificar, qualificar e ponderar as necessidades que um modelo de cálculo terá em estimar com precisão e segurança o dimensionamento e verificação das peças. Dessa forma, o modo de ruptura por cisalhamento em vigas é oriundo da combinação do momento fletor, esforço cortante e raramente de esforços axiais. Esses fatores são responsáveis pela inclinação das fissuras, que variam o ângulo da biela de acordo com a relação desses fatores e principalmente pela forma de carregamento. Contudo é importante ressaltar a complexidade das variáveis responsáveis pelo grau de resistência da viga, como as dimensões transversais, que não se comporta de maneira linear as tensões internas, resistência à compressão do concreto, taxas de armaduras longitudinais, transversais e o modo de carregamento.

LEONHARDT & MÖNNING (1994) destacam o número de fatores influenciadores na resistência ao esforço cortante em vigas, contabilizando em torno de 20, a grande causa dessa diversidade é ocasionada pela heterogeneidade do concreto armado oriundo da interação mecânica dos diversos elementos em sua composição, como agregados graúdos e a geometria das seções longitudinais e transversais, além das armaduras.

Ao analisar as metodologias para verificação e dimensionamento de vigas ao cisalhamento, observa-se o grande grau de difusão entre conceitos empregados em seus respectivos cálculos. COLLINS *et al.* (1996) destacam a quantidade de artigos publicados designando novos métodos para interpretar o cisalhamento e o número de equações ao cisalhamento da norma americana como visto na Figura 1.1 e Figura 1.2. Através de um contexto histórico é

importante destacar a teoria de bielas de tirantes de Ritter & Morsch, idealizado há mais de 100 anos, o objetivo é baseado em conceber uma treliça ao longo do eixo longitudinal de uma viga, onde os banzos superior e inferior são representados respectivamente pelos esforços de compressão do concreto e tração da armadura longitudinal e os esforços axiais são aplicados nas bielas de concreto, representado por uma zona de compressão e tirantes, com absorção das tensões pelo concreto e armadura transversal.

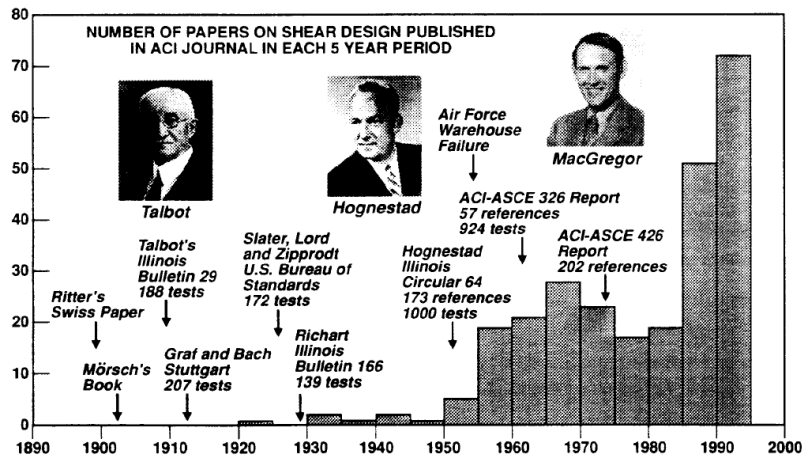


Figura 1.1 - Modelos de cálculo ao cisalhamento em vigas (COLLINS *et al.*, 1996)

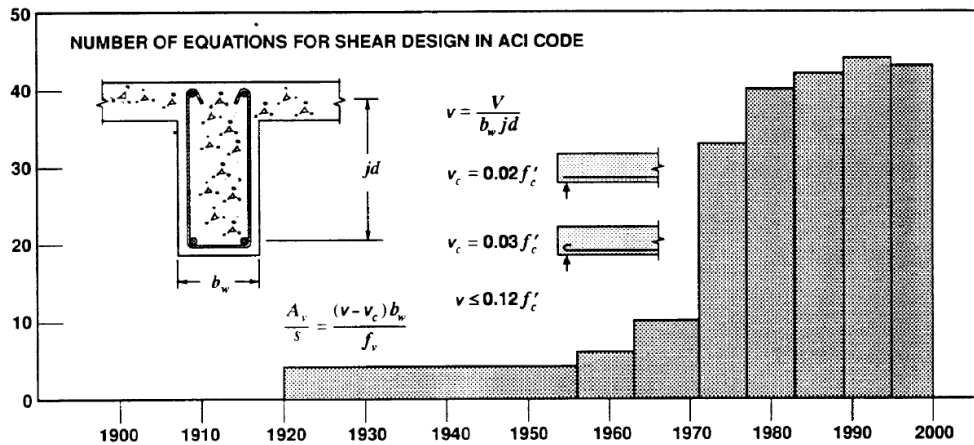


Figura 1.2 – Fórmulas para descrever a carga última ao cisalhamento em vigas

(COLLINS *et al.*, 1996)

É importante destacar o grau de variabilidade que o conceito de bielas e tirantes pode agregar. Definir e avaliar o ângulo das bielas e definir o grau de hiperstaticidade entre os nós da treliça potencializa a complexidade para a analogia da treliça de Ritter-Mörsch. Portanto é essencial entender o conceito empregado em normas como NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e EUROCODE 2 (2014) utilizando-se da representatividade da Figura 1.3 para o modelo teórico. Além da utilização de métodos semi-empíricos definidos por ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013).

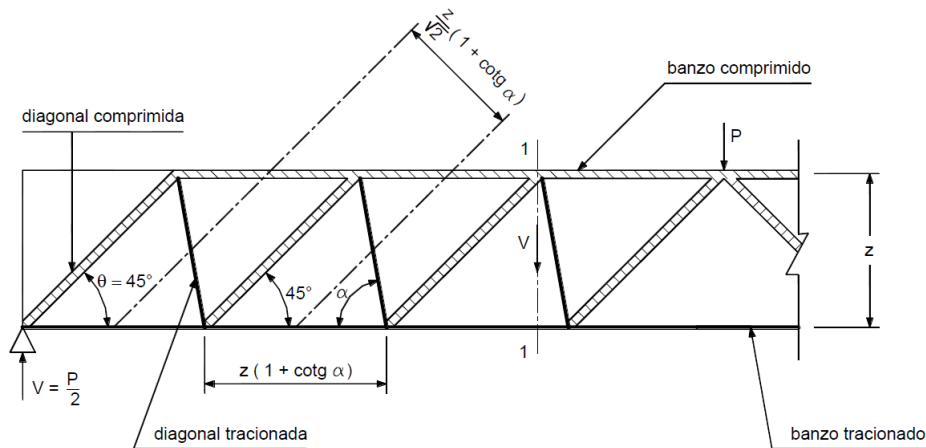


Figura 1.3 – Representação da Treliça Clássica de Ritter-Mörsch

Entretanto VECCHIO & COLLINS (1986) desenvolveram a teoria do campo de compressão modificada (*Compression Field Theory*), que através do ensaio de peças fissuradas, conseguiram correlacionar a deformação em torno da seção transversal para determinar o ângulo da biela, pois observou-se a interação constante do concreto em resistir ao cisalhamento, mesmo com aberturas de fissuras na diagonal tracionada. Esse modelo foi aperfeiçoado diversas vezes para adaptar as relações geométricas e construtivas para simplificar a metodologia e praticidade em aplicar o cálculo como pode ser observado por BENTZ *et al.* (2006).

## 1.1 Justificativa

As normas NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) apresentam modelos de cálculos para o cisalhamento baseados na treliça de Ritter-Morsch, ou seja, basicamente é orientado por dois fatores, a taxa de armadura transversal e a resistência à compressão do concreto. Diferentemente da flexão em vigas de concreto armado onde o modelo empregado se torna extremamente preciso quando caracterizado o material, o cisalhamento apresenta inúmeros fatores a serem quantificados e qualificados. Os padrões aplicados de bielas e tirantes feito a mais de um século, negligenciam incógnitas como o tipo de agregados graúdos, efeito de proporção das peças, modelo de carregamento, taxa de armaduras longitudinais, atrito de interfaces fissuradas, interação do concreto comprimido e esbeltez da peça. Apesar das formas apresentadas pela NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) terem resultados satisfatórios para a maioria das aplicações no estado limite de serviço, é difícil racionalizar a empregabilidade de armaduras pela desses modelos para o estado limite último e consequente reforço estrutural, dificultando principalmente a análise estrutural das vigas e o real estado de integridade da peça, além da limitação da resistência dos materiais, impedindo o desempenho máximo de concretos de alta resistência e armaduras, como pode ser previsto pela norma brasileira com limitação de resistência à compressão do concreto em 90 MPa e a tensão limite de escoamento do aço em 435 MPa, isso se prolonga para a ACI 318 (2014) que restringe respectivamente os valores em 69 MPa e 500 MPa.

Analisando esse contexto, é importante deliberar a complexidade em transcrever o grau de ponderação em cada fator empregado para criar um modelo. O presente trabalho tem por justificativa a introdução de um padrão simplificado, racional e preciso para o cálculo das tensões máximas de cisalhamento em seu estado limite último e de pré-fissuração de forma semi-empírica e analisando-o experimentalmente.

## 1.2 Objetivo

A partir das inúmeras formas e critérios aqui apresentados para o cálculo da capacidade resistente de vigas de concreto armado ao cisalhamento, é imprescindível ter por finalidade o ajuste dos modos de compreensão e racionalização do dimensionamento de peças reforçadas ao cisalhamento, portanto, foram analisadas as normas NBR 6118 (2018) e ACI 318 (2014) e proposto um modelo semi-empírico para enquadrar novos parâmetros em relação as normas mencionadas, baseando-se em uma extensa revisão literária para grande parte dos fatores correlacionados com a resistência ao cisalhamento. Vários aspectos foram abordados para tal finalidade, tais como:

- Um banco de dados composto por vigas de concreto armado reforçadas com estribos, analisadas e ensaiadas experimentalmente até seu colapso por cisalhamento e ruptura da diagonal tracionada;
- Análise paramétrica dentre as normas ACI 318 (2014), NBR 6118 (2014), os autores, RUSSO *et al.* (2013), ZSUTTY (1971) e o modelo proposto, subsequindo com a acurácia dos modelos em determinar o E.L.U das vigas do banco de dados e as cargas que iniciam as fissuras visíveis de cisalhamento;
- Avaliação do programa experimental inserido neste trabalho com o monitoramento das deformações máximas teóricas à flexão, (armaduras longitudinais), cisalhamento (estribo), assim como o deslocamento longitudinal e aferição das cargas por extensômetros de resistência elétrica (EER), deflectômetro e célula de carga respectivamente;
- Comparação dos resultados experimentais com as normas vigentes e o modelo proposto para as tensões últimas de cisalhamento e tensões de cisalhamento no início da fissuração, diferindo as dimensões transversais e taxas de armaduras dos elementos ensaiados;
- Fornecimento de dados experimentais e analíticos para averiguação do comportamento das vigas a partir dos ensaios realizados.

## 2 Revisão bibliográfica

### 2.1 Considerações gerais

As vigas de concreto armado apresentam três fases distintas na distribuição de tensões, o início de desenvolvimento dos esforços na peça é denominado de Estádio I, onde a aplicação do carregamento não apresentará fissuras, pois as tensões provenientes são menores que a resistência à tração do concreto. O Estádio II origina-se a partir das primeiras fissuras ocasionadas pelos esforços solicitantes serem maiores que as tensões de tração do concreto, quando algum dos elementos estruturais da viga como aço ou concreto ultrapassa o limite elástico e proporcionam deformações excessivas com o início da fase plástica do elemento, caracteriza o início do Estádio III, ou seja, a estrutura estará no seu estado limite último, com posterior colapso caso seja acrescido progressivamente carga.

Usando-se como base uma viga prismática composta de material linear-elástico, biapoiada e aplicando um carregamento perpendicular ao eixo longitudinal da viga, são produzidas tensões normais tangentes a face transversal do elemento. Oriundo dos momentos fletores, esses esforços de tração e compressão paralelos surtem no aumento progressivo de esforços cisalhantes, anulando-se nas extremidades do eixo longitudinal e atingindo o máximo ao ponto da linha neutra, tendendo ao deslizamento das interfaces da viga, essas tensões normais de flexão e cisalhamento proporcionam o estado biaxial de tensões, ocasionando planos inclinados segundo a mecânica dos sólidos como visto na Figura 2.1 e Figura 2.2.

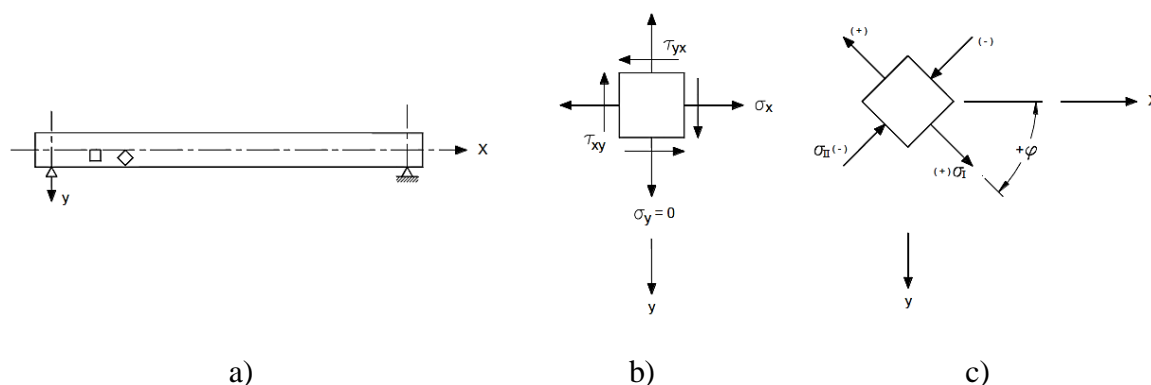


Figura 2.1 - Componentes de tensões no plano x-y (b) e plano principal (c)



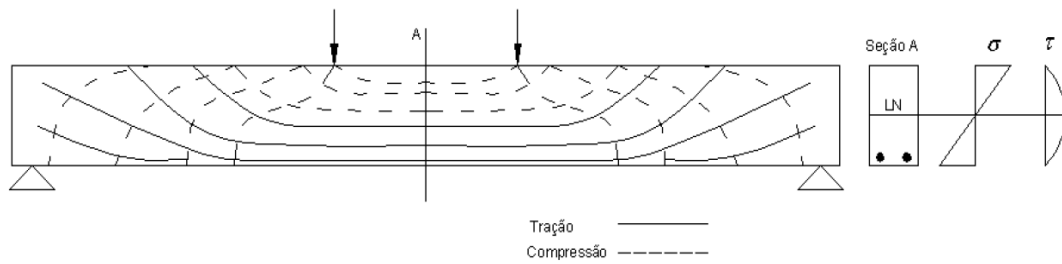


Figura 2.2 – Trajetória das tensões principais em vigas não fissuradas

### 2.1.1 Treliça clássica

As principais normas referentes ao cisalhamento em vigas têm como principal modelo a analogia feita por RITTER (1899) e MÖRSCH (1902) para dimensionamento e verificação das peças. A relação feita para determinar as cargas ou armaduras necessárias para combater o cisalhamento é através de uma treliça de banzos paralelos com uso de diagonais (bielas comprimidas) com ângulos de  $45^\circ$  onde o estribo e concreto representaram as diagonais tracionadas da treliça (tirantes), como pode ser visto na Figura 2.3.

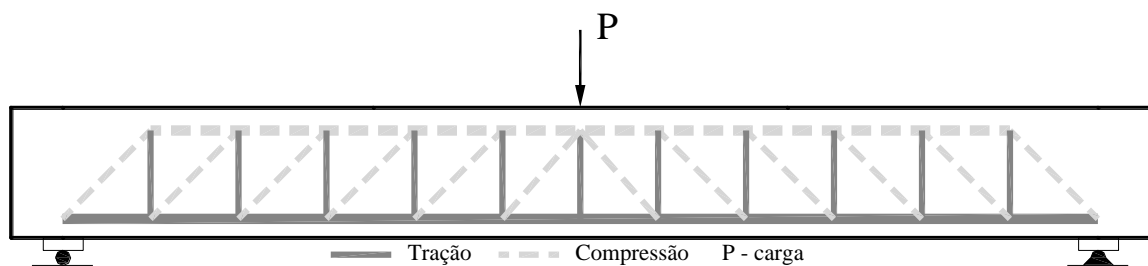


Figura 2.3 – Modelo de treliça (BRANCO, 2011)

A representatividade do modelo clássico tem por característica:

- Treliça isostática com banzos recebendo tensões normais de tração, compressão e paralelos entre si;
- As bielas são inclinadas com relação ao plano dos banzos;
- A inclinação das armaduras transversais (diagonais tracionadas) pode variar de  $45^\circ$  a  $90^\circ$ , considerando a contribuição da armadura e concreto.

Ponderando uma treliça biapoiada em Estágio II submetida a uma carga concentrada qualquer  $P$  a meio vão em um nó aleatório apresentará esforços cortantes que serão dissipados em cargas axiais para cada barra da treliça, esse modelo terá bielas a ( $\theta = 45^\circ$ ) e ângulo para os tirantes variável com valor ( $\alpha$ ), sendo caracterizado uma treliça isostática, os esforços em cada barra podem ser calculados pelas condições de equilíbrio dos nós.

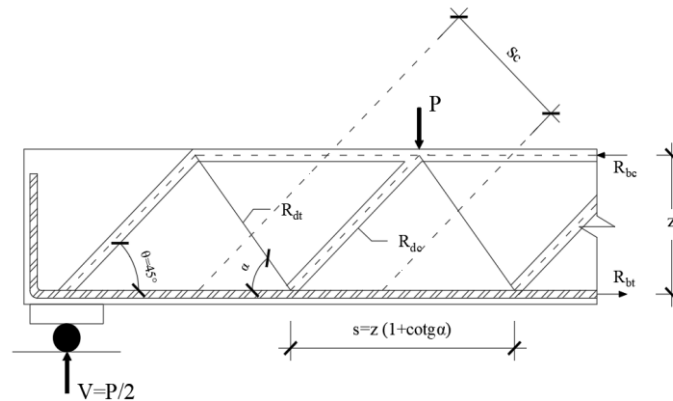


Figura 2.4 – Treliça clássica de Morsch.

Onde:

- $R_{dt}$  – Força resultante da diagonal tracionada;
- $R_{dc}$  – Força resultante da diagonal comprimida;
- $R_{bt}$  – Força resultante do banzo tracionado;
- $R_{bc}$  – Força resultante do banzo comprimido;
- $V$  – Esforço cortante;
- $s$  – Espaçamento entre tirantes;
- $Z$  – Braço de alavanca;
- $\alpha$  – Ângulo de inclinação do tirante;
- $s_c$  – Zona de influência da biela.

Fazendo o equilíbrio das forças no apoio da viga pela Equação 2.1, tem-se:

$$R_{dc} = \frac{V}{\text{sen}(45^\circ)} = \sqrt{2} \cdot V \quad \text{Equação 2.1}$$

De acordo com a Equação 2.2, a distância entre duas bielas adjacentes é

$$s_c = \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot [1 + \cot g(\alpha)] \quad \text{Equação 2.2}$$

A carga em cada biela pode ser aplicada na área do concreto ( $A_c$ ) como na Equação 2.3:

$$A_c = b_w \cdot \frac{z}{\sqrt{2}} \cdot [1 + \cot g(\alpha)] \quad \text{Equação 2.3}$$

Portanto na Equação 2.4, a tensão aplicada em uma diagonal comprida será:

$$\sigma_{dc} = \frac{R_{dc}}{A_c} = \frac{2 \cdot V}{b_w \cdot z \cdot [1 + \cot g(\alpha)]} \quad \text{Equação 2.4}$$

A Equação 2.5, demonstra que a força no estribo pode ser determinada:

$$V = R_{dt} \cdot \text{sen}(\alpha) \therefore R_{dt} = \frac{V}{\text{sen}(\alpha)} \quad \text{Equação 2.5}$$

As diagonais tracionadas com o esforço  $R_{dt}$  terão um espaçamento relativo por unidade de comprimento  $z \cdot (1 + \cot g(\alpha))$ , medido no plano longitudinal a ser resistida por uma armadura com área transversal  $A_{sw}$ , Visto que a Equação 2.6:

$$A_{sw} = \frac{z \cdot [1 + \cot g(\alpha)]}{s} \quad \text{Equação 2.6}$$

Para o cálculo da tensão na armadura transversal segue a Equação 2.7:

$$\sigma_{sw} = \frac{V \cdot s}{z \cdot A_{sw} \cdot [1 + \cot g(\alpha)] \cdot \text{sen}(\alpha)} \quad \text{Equação 2.7}$$

Aplicando as relações trigonométricas para a Equação 2.8:

$$\sigma_{sw} = \frac{V \cdot s}{z \cdot A_{sw} \cdot [\text{sen}(\alpha) + \cos(\alpha)]} \quad \text{Equação 2.8}$$

### 2.1.2 Treliça generalizada

O modelo clássico de RITTER (1899) foi aperfeiçoado por MÖRSCH (1902, 1920 e 1922), usando as diagonais comprimidas após o primeiro tirante tracionado. É admitido que a biela esteja paralela ao plano inclinado de fissuras, resultando em ângulos variando entre 30° e 45°. Porém esse padrão não considera os planos de tração e compressão perpendiculares as diagonais comprimidas, assim como os mecanismos complementares de atrito entre interfaces inclinadas e a transferência de esforços pelo intertravamento dos agregados graúdos. Tais mecanismos fazem o ângulo das tensões principais de compressão da alma seja menor que o ângulo das fissuras, surgindo uma componente inclinada ao longo da fissura, contribuindo para o aumento da resistência cisalhante. Segundo a ACI-ASCE Committee 445 (1998) esse mecanismo é caracterizado pela contribuição do concreto, sendo principal justificativa para implementação da treliça generalizada.

De acordo com RÜSCH (1981), a partir da possibilidade de haver a variação do ângulo dos elementos comprimidos e o grau elevado de hiperstaticidade do conjunto interno da treliça clássica, esse modelo não é adequado para dimensionamento, mas de grande utilidade para percepção do comportamento estrutural. Contudo, se levado em consideração uma treliça no qual apenas as bielas podem ter variação em seu plano inclinado, conservando paralelos os banzos tracionados e comprimidos, é possível obter o cálculo como uma treliça de elementos

simples como no caso da treliça clássica. Sendo assim é determinado as tensões nas respectivas diagonais através de um ângulo qualquer  $\theta$  para inclinação da biela.

A partir de um programa experimental, LEONHARDT & MÖNNIG (1994) deduziram que o modelo clássico de treliça para dimensionamento, produz peças com armaduras demasiadas ao cisalhamento. Segundo os autores, a disparidade de valores experimentais e teóricos são causados essencialmente:

- As bielas são mais rígidas que tirantes;
- Os banzos comprimidos tendem a formar um arco juntamente com as bielas mais próximas do apoio, permitindo uma inclinação menor de  $45^\circ$ , dessa forma, possibilitando um aumento da carga última;
- Hiperestaticidade da treliça entre suas diagonais, ou seja, os nós não se comportam como rotulas perfeitas pela rigidez do material.

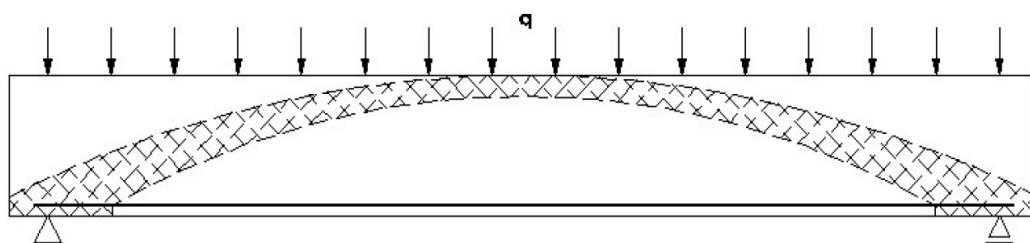


Figura 2.5 – Efeito de arco comprimido (LEONHARDT & MÖNNIG, 1994)

Com base em inúmeras pesquisas experimentais no século passado, verificou-se que as inclinações das fissuras tendem geralmente a serem inferiores a  $45^\circ$ , tomando como principal fator a largura da alma e mesa em vigas de seção T e I. É importante ressaltar que diversos autores como VECCHIO & COLLINS (1986) com a teoria do campo de compressão e o modelo simplificado por BENTZ *et al.* (2006) tentam correlacionar vários fatores para racionalizar o dimensionamento ao cisalhamento com um ângulo de bielas específico para cada tipo de configuração do elemento estrutural.

Considerando a existência de vários estribos adjacentes e paralelos entre si, é possível imaginar uma superposição de treliças isostáticas. Porém, para a simplificação dos cálculos as forças nas barras são analisadas como uma treliça simples como visto na Figura 2.6.

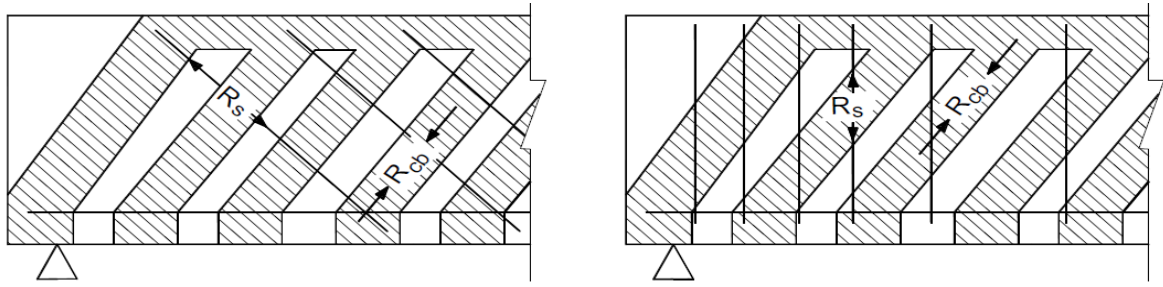


Figura 2.6 – Viga com superposição de treliças (LEONHARDT & MÖNNIG, 1994)

Analogamente ao feito na treliça clássica, a Figura 2.7, mostra uma viga com uma inclinação qualquer  $\theta$ , considerando os esforços internos solicitantes da peça na Equação 2.9, temos:

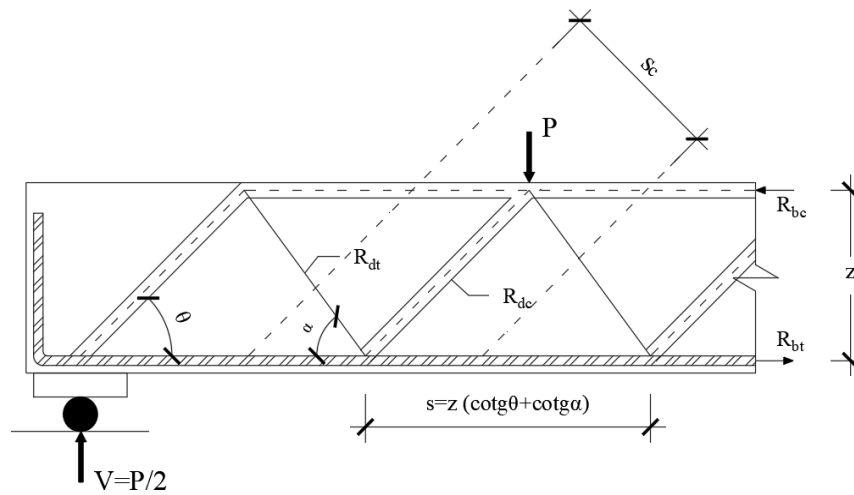


Figura 2.7 - Treliça generalizada de Morsch

$$V = R_{dc} \cdot \text{sen}(\theta) \therefore R_{dc} = \frac{V}{\text{sen}(\theta)} \quad \text{Equação 2.9}$$

A Equação 2.10, demonstra a área de aplicação das cargas de compressão da biela:

$$A_c = b_w \cdot z \cdot [\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] \cdot \text{sen}(\theta) \quad \text{Equação 2.10}$$

Para a tensão axial a esse elemento na Equação 2.11:

$$\sigma_{dc} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot [\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] \cdot \text{sen}^2(\theta)} \quad \text{Equação 2.11}$$

Adotando o equilíbrio de forças nos nós entre o esforço cisalhante e a força no tirante para a Equação 2.12:

$$R_{dt} = \frac{V}{\text{sen}(\alpha)} \quad \text{Equação 2.12}$$

Cada diagonal tracionada com valor  $R_{dt}$  terá uma distância  $z \cdot (\cot g(\theta) + \cot g(\alpha))$  a ser distribuído em um espaçamento, portanto a área aplicada expressa na Equação 2.13:

$$A_{sw} = \frac{z \cdot [\cot g(\theta) + \cot g(\alpha)]}{s} \quad \text{Equação 2.13}$$

Portanto:

$$\sigma_{sw} = \frac{V \cdot s}{z \cdot A_{sw} \cdot [\cot g(\theta) + \cot g(\alpha)] \cdot \text{sen}(\alpha)} \quad \text{Equação 2.14}$$

## 2.2 Mecanismos de transferência de esforços cortantes

FENWICK & PAULAY (1968) e PENDYALA & MENDIS (2000) julgam que o mecanismo de ruptura de vigas de concreto armado ao cisalhamento não está claramente definido, pois as transferências dos esforços cortantes são diversas, complexas e de difícil aferição, pois com o início das fissuras inclinadas o sistema estrutural segue um padrão não linear, com redistribuições de tensões, ocasionado por vários fatores seguidos de diferentes ponderações dependentes da característica mecânica própria da viga, seguindo a caracterização dos materiais intrínsecos e sua distribuição espacial dos agregados graúdos.

Vários autores isolaram os fatores de principal preponderância ao cisalhamento e estimaram o grau de contribuição para eles, porém a interação entre cada um é desconhecida, dificultando a formação de modelos de cálculo mais precisos, o único padrão simplificado para medição de esforços é a armadura transversal, pois exige um mecanismo de menor complexidade para transferência de esforços, sendo o fator contribuinte do concreto responsável por todos os formatos de maior complexidade para mensurar.

MACGREGOR & WIGHT (2005) destacam como principais mecanismos de ruptura ao cisalhamento:

- $V_{ax}$  : Componente do eixo longitudinal para engrenamento entre os agregados;
- $V_{ay}$  : Componente do eixo vertical para engrenamento entre os agregados;
- $V_a$  : Engrenamento entre agregados;
- $V_{cz}$  : Força contribuinte do concreto não fissurado na região do banzo comprimido;
- $V_d$  : Efeito de pino em armaduras longitudinais.

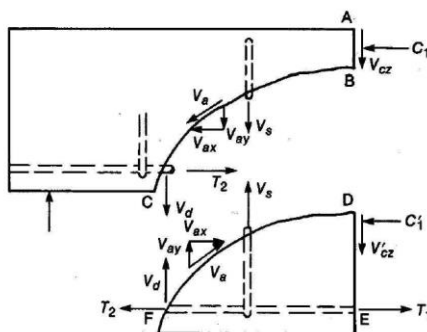


Figura 2.8 – Mecanismo de transferência de esforços cisalhantes em vigas de concreto armado (MACGREGOR & WIGHT,2005)

## 2.2.1 Fatores Preponderantes

### 2.2.1.1 Engrenamento dos agregados

Segundo a ACI-ASCE Committee 426 (1973), com início da fissuração em superfícies inclinadas entre dois planos do concreto ocorre a oposição do deslizamento entre as interfaces por atrito, devido principalmente a rugosidade da matriz e os planos dos agregados



gráudos, SWAMY & ANDRIOPOULOS (1974) e POLI *et al.* (1987), afirmam que a contribuição do agregado apresenta uma difícil aferição, pois caracterização é fundamental para definir o tipo de fissuração, quando a resistência do agregado é maior que o restante da matriz de concreto, a fissura tende a contornar a superfície do agregado, caso o contrário, seccionada. LACHEMI *et al.* (2005) e HASSAN *et al.* (2010), indicam que o volume de agregados e diâmetro interferem no modo no traçado das fissuras, independentemente de sua resistência como visto na Figura 2.9.

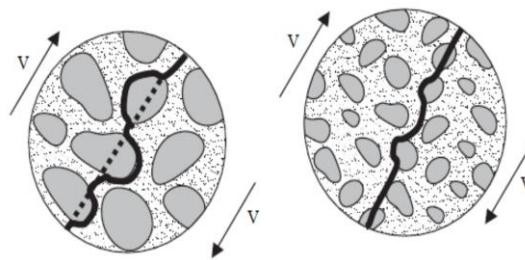


Figura 2.9 - Modo de secção dos agregados (LACHEMI *et al.*, 2005)

Os principais parâmetros a fricção entre interfaces são o escorregamento da fissura, tensões normais, tensões de cisalhamento e alma da viga. Para POLI *et al.* (1992), os engrenamentos dos agregados entre as interfaces das fissuras contribuem um considerável aumento de resistência a força cortante, quando ensaiou experimentalmente vigas de concreto armado e protendido, determinou entre 33% a 50% da carga última total é proveniente do engrenamento entre interfaces, outros princípios que o autor considerou foi:

- A influência da largura da fissura e tamanho dos agregados. A relação entre eles é inversamente proporcional para a tensão última entre peças ensaiadas, quando ocorre o aumento da largura ou diminuição do diâmetro dos agregados, a superfície tende a ficar menos rugosa e conseqüentemente menor permuta de esforços cortantes;
- O uso de armaduras transversais com espaçamento menor e diâmetro pequeno, favorecem o engrenamento por ter menor rigidez para dissipar as forças internas de cisalhamento;
- A interação do atrito entre as seções é maior em peças onde a fissura se desenvolve dentro da alma e menor em fissuras inclinadas oriundas da continuidade das fissuras de flexão.

### 2.2.1.2 Efeito de pino

O efeito de pino nas armaduras longitudinais é conhecido desde o início da concepção da treliça de Ritter-Mörsch, onde o banzo é avaliado como elemento estrutural ao cisalhamento. Considerando a diferença de rigidez entre concreto e barras de aço, esse efeito funciona com a ampliação da área de concreto colaborante na transferência de tensões. Foram feitos vários estudos experimentais como KREFELD & THURSTON (1966), FENWICK & PAULAY (1968) e TAYLOR (1972), apontaram que a contribuição desse fenômeno varia entre 15% a 25% da força cortante total da viga. O modelo de transferência de esforços cortantes devido ao efeito de pino das armaduras longitudinais depende de vários fatores como:

- Tensões axiais nas armaduras;
- Propriedades mecânicas do concreto;
- Aderência do aço com o substrato;
- Espaçamento entre barras;
- Cobrimento do concreto nas barras tracionadas;
- Diâmetro da barra;
- Taxa de armadura.

O efeito de pino (*dowel action*) consiste na resistência da armadura longitudinal a esforços perpendiculares ao seu eixo. A interação entre o intertravamento dos agregados e rigidez da barra provoca o deslizamento entre suas superfícies com a tendência de se separarem, com a contenção da armadura (pino) determinando a orientação do plano de fissuração da viga como pode ser visto na Figura 2.10.

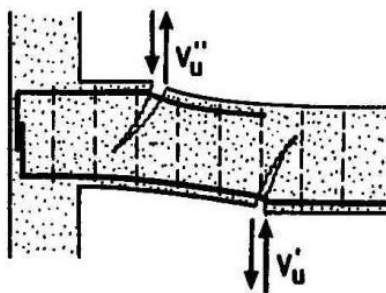


Figura 2.10 – Ação do efeito de pino (*dowel action*)

### 2.2.1.3 Concreto comprimido no Estádio I

A área não fissurada do concreto na zona comprimida também proporciona uma quantidade da resistência cortante ( $V_{cz}$ ) como foi mostrado na Figura 2.8. TAYLOR (1972), REINECK (1995) e KIM *et al.* (1999) alegam que essa parcela contribuinte do banzo comprimido é principalmente em função da altura da zona comprimida, portanto, em vigas de pequena altura útil e ausentes da compressão de forças axiais, terão menor contribuição desse fenômeno, pois a altura do banzo será pequeno. Para os autores citados na ACI-ASCE Committee 426 (1973), o valor contribuinte do concreto comprimido varia de 20% a 40% da resistência total.

### 2.2.1.4 Efeito de tamanho

O início do conceito de *size effect* para dimensionamento de estruturas de concreto armado submetidos ao cisalhamento é objeto de pesquisa para vários autores como PLACAS & REGAN (1971), BAZANT & KAZEMI (1991) e BAZANT & YU (2008), onde peças que tenham o aumento de suas dimensões de forma proporcional, tendem a ter resistências cisalhantes menores. BENTZ (2005) analisou experimentalmente 24 vigas sem armadura transversal e observou a importância do *size effect*, assim como a caracterização do agregado graúdo e armadura longitudinal, concluindo que a expressão ( $d^{-0,33}$ ) prevê mais adequadamente esse efeito em vigas sem estribos.

## 2.3 Prescrições normativas

### 2.3.1 NBR 6118 (2014)

Desde 2003, a NBR 6118, obteve significativas mudanças em relação a NB 1 (1978) com relação ao dimensionamento das armaduras transversais em vigas de concreto armado e protendido, A NBR 6118 (2014) apresenta a correlação com a treliça de Ritter-Mörsch, possibilitando duas interpretações, com o ângulo das bielas em relação ao banzo fixado em 45° e outra com ângulo delimitado entre 30° e 45°.

A norma brasileira consiste na verificação da integridade da treliça, portanto é aconselhável a verificação das bielas nesse sistema, consistindo assim um padrão de dimensionamento onde a viga tenderá ao colapso somente pela armadura de cisalhamento, ou seja, a viga deverá acatar parâmetros que assegurem uma ruptura dúctil, seguindo os quesitos de segurança:

$$V_{Sd} < V_{Rd2} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$V_{Sd} < V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde:

- $V_{Sd}$  – Força de cisalhamento solicitante de cálculo;
- $V_{Rd2}$  – Força cortante relativo à ruína das diagonais comprimidas;
- $V_{Rd3}$  – Força cortante relativa à ruptura por tração na diagonal;
- $V_c$  – Parcela da força resistente do concreto ao modelo de treliça;
- $V_{sw}$  – Parcela da força resistente do estribo ao modelo de treliça.

A parcelas complementares ao esforço cortante de uma viga de concreto são utilizados por  $V_c$  pois a norma considera essas quantias difíceis de serem quantificadas, adotando assim valores empíricos, esses mecanismos são basicamente:

- Efeito pino em armaduras longitudinais;
- Banzo comprimido oriundo do concreto;
- Engrenamento de agregados graúdos e consequente atrito entre fissuras.

### 2.3.1.1 Modelo I ( $\theta = 45^\circ$ )

O Modelo I atribuído, adota a analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsh, onde as diagonais comprimidas se encontram a  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal, ressaltando o valor constante de  $V_c$  independentemente do valor solicitante da armadura transversal.

### 2.3.1.1.1 Verificação das diagonais comprimidas

Para o cálculo de resistência das bielas, a NBR 6118 (2014) limita os esforços pelo coeficiente  $\alpha_{v2}$  para representar o índice de fragilidade do concreto e braço de alavanca em 90% da altura útil da viga.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.17}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{cd}}{250} \quad \text{Equação 2.18}$$

### 2.3.1.1.2 Dimensionamento das diagonais tracionadas

Para contribuição da resistência do elemento estrutural é considerado os esforços no concreto e armadura, possibilitando a seguinte relação:

$$V_{Sd} = V_c + V_{sw} \quad \text{Equação 2.19}$$

Onde a armadura:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot [\text{sen}(\alpha) + \cos(\theta)] \quad \text{Equação 2.20}$$

Para  $V_c$  é estimado que:

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.21}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctd,inf}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2.22}$$

$$f_{ctd,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad \text{Equação 2.23}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 2.24}$$

Considerando-se, a tração e flexão simples, com a linha neutra dentro da seção:

$$V_c = V_{c0} \quad \text{Equação 2.25}$$

Tem-se para  $f'_c \in (20;50]$ :

$$V_c = 0,09 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.26}$$

Para outros tipos de carregamentos:

Compressão:

$$V_c = V_{c0} \cdot \left( 1 + \frac{M_o}{M_{sd,max}} \right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad \text{Equação 2.27}$$

Quando as peças têm a linha neutra fora da linha neutra e tracionadas,  $V_c = 0$

### 2.3.1.2 Modelo II ( $30^\circ \leq \theta < 45^\circ$ )

O modelo de cálculo II admite a variação do ângulo da biela entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e parcela ( $V_c$ ) tenha uma redução com o aumento de ( $V_{sd}$ ) de forma linear, visto na Figura 2.10, adotando o método da treliça generalizada, com os mesmo princípios da treliça de Ritter-Mörsch obtém-se uma maior racionalização dos valores de estado de limite último e serviço.

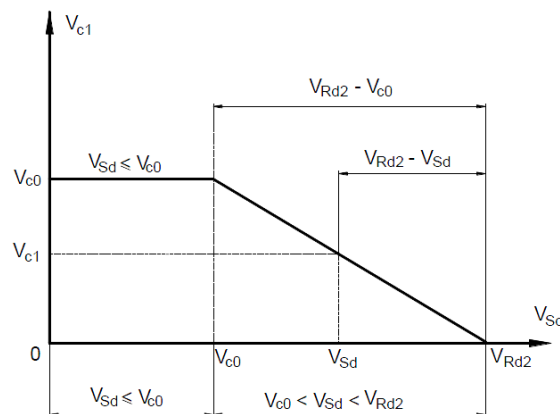


Figura 2.11 – Variação de  $V_{c1}$  em função de  $V_{sd}$

#### 2.3.1.2.1 Verificação das diagonais comprimidas

O modelo II é representado de forma análoga ao modelo I em relação a verificação das bielas, porém com a fórmula mais abrangente, onde aparecem todas as relações trigonométricas ocultas nas substituições para o modelo I.

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \text{sen}^2(\theta) \cdot [\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] \quad \text{Equação 2.28}$$

### 2.3.1.2.2 Dimensionamento da diagonal tracionada

Assim como no primeiro método, a fórmula para a armadura é equivalente:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot [\cot g(\alpha) + \cot g(\theta)] \cdot \text{sen}(\alpha) \quad \text{Equação 2.29}$$

A parcela  $V_c$ , dependendo da configuração de carga, também deve obedecer as seguintes atribuições:

Compressão:

$$V_c = V_{c0} \cdot \left( 1 + \frac{M_o}{M_{sd,max}} \right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad \text{Equação 2.30}$$

Quando as vigas têm a linha neutra fora da seção transversal e tracionadas,  $V_c = 0$

Considerando-se, tração e flexão simples, com a linha neutra dentro da seção:

$$V_c = V_{c1} = V_{c0} \quad \text{Equação 2.31}$$

Quando  $V_{sd} \leq V_{c0}$ :

$$V_{c1} = 0 \quad \text{Equação 2.33}$$

Considerando  $V_{sd} = V_{Rd2}$ :

Interpolando entre os valores médios, temos:

$$V_{c1} = V_{c0} \cdot \left( \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) \quad \text{Equação 2.34}$$

## 2.4 ACI 318 (2014)

O *American Concrete Institute* (ACI), estabelece o dimensionamento das vigas de concreto armado baseando-se na treliça clássica de Mörsch, estipulando o ângulo da biela em relação ao banzo longitudinal em 45°. As equações compõem a somatória contribuinte do concreto e aço no sistema métrico internacional:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u, \text{ (sendo } \phi = 0,75 \text{ )} \quad \text{Equação 2.35}$$

$$V_n = V_c + V_s \leq \frac{5}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.36}$$

Sendo:

- $V_u$ : Esforço cortante solicitante de cálculo;
- $V_n$ : Esforço cortante nominal resistente;
- $V_c$ : Esforço cortante resistido pelo concreto;
- $V_s$ : Esforço cortante resistido pelo estribo;
- $f'_c$ : É a resistência característica à compressão do concreto, em MPa, correspondido entre 17,2 e 69 MPa.

Para a parcela contribuinte dos mecanismos do concreto, utiliza-se:

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.37}$$



Se os esforços cisalhantes de cálculo excederem  $\phi \cdot V_c$ , haverá a obrigatoriedade de uma armadura transversal dimensionada com a finalidade de satisfazer a Equação 2.37, quando utilizado estribos perpendiculares ao eixo longitudinal da viga, o esforço resistido será restrito através da seguinte relação:

$$V_s = \frac{A_s}{s} \cdot f_y \cdot d \leq \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.38}$$

A área mínima de armadura deve ser limitada a seguinte expressão:

$$A_{v,min} = 0,062 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad \text{Equação 2.39}$$

Restringindo-se a seguinte relação:

$$A_{v,min} = 0,35 \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad \text{Equação 2.40}$$

## 2.5 Publicações sobre cisalhamento em vigas

### 2.5.1 CLADERA & MARÍ (2005)

Os autores estudaram a influência da resistência à compressão do concreto ao cisalhamento em vigas com e sem estribos. Foram moldadas 18 vigas de concreto armado e analisadas experimentalmente até seu estado limite último e divididas em 04 séries (H50, H60, H75 e H100) sendo o sufixo número representando o  $f'_c$ , ou seja H50 tem  $f'_c = 50$  MPa. Na Figura 2.11 e Figura 2.12 são mostrados o sistema de ensaio e o detalhamento das vigas ensaiadas.

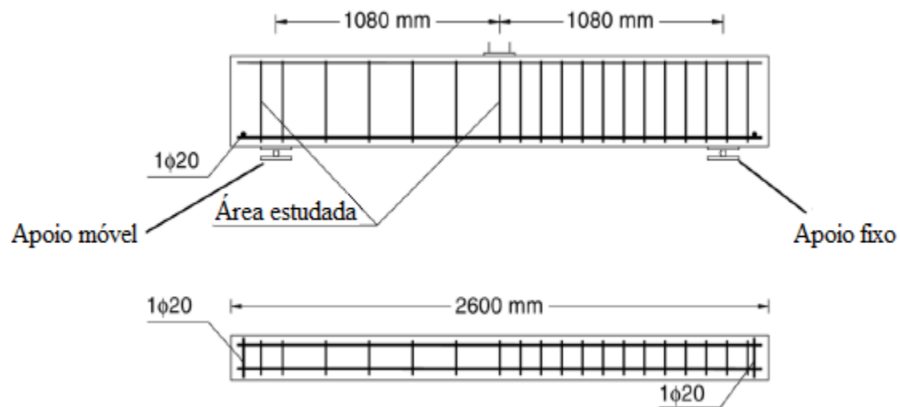
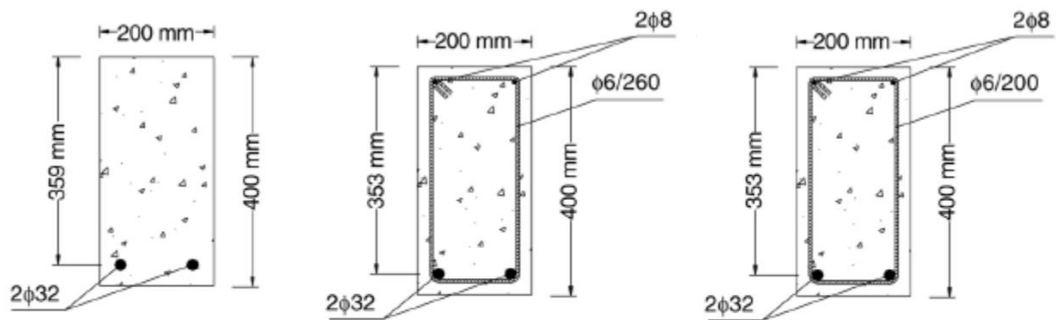


Figura 2.12 – Sistema de ensaio, CLADERA & MARÍ (2005)

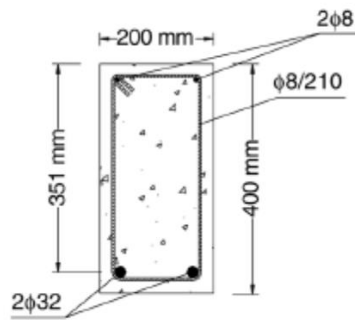


H50/1, H60/1, H75/1,  
H100/1

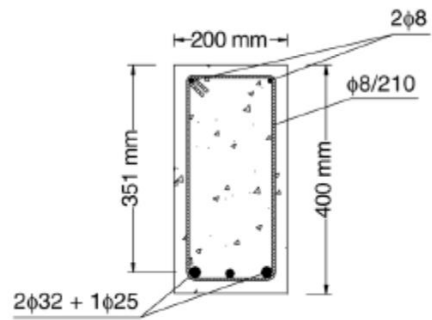
H50/2

H60/2, H75/2

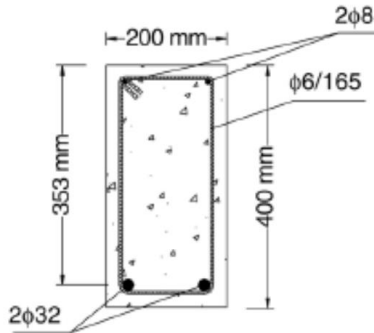
Figura 2.13 – Detalhamento das peças, CLADERA & MARÍ (2005).



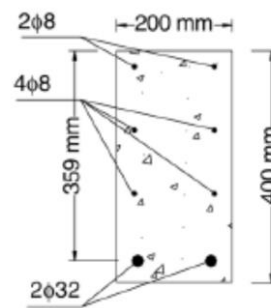
H50/3, H60/3, H75/3, H100/3



H50/4, H60/4, H75/4, H100/4



H100/2



H50/5, H100/5

Figura 2.12 – Detalhamento das peças, CLADERA & MARÍ (2005) (Cont.)

Após os ensaios, CLADERA & MARÍ (2005) observaram:

- Concretos com alta resistência à compressão com armaduras transversais, o uso de taxa de armaduras longitudinais  $\rho_l > 2\%$  não é justificado experimentalmente;
- Com uso de armaduras longitudinais em vigas sem estribos a ruptura foi predominantemente frágil, porém com acréscimo de resistência próximo de 25 % relativo ao concreto de 50 MPa;
- Os comportamentos frágeis das vigas sem armaduras transversais tiveram colapso progressivamente mais frágil de acordo com o aumento da resistência à compressão do concreto;
- O acréscimo de  $f'_c$  nas vigas com mesma seção transversal e taxa de armadura transversal constantes, obtém maior efetividade da resistência contribuinte dos estribos.

## 2.5.2 SAGASETA (2008)

SAGASETA (2008) investigou a influência dos agregados graúdos na resistência ao cisalhamento em vigas de concreto a partir do estudo estatístico, computacional e experimental de 22 peças, sendo dessas, 04 vigas subdivididas em dois grupos com seixo (BL01 e BL02) e brita (BG01 e BG02). As vigas foram dimensionadas com tamanho de  $(135 \times 500 \times 4000)$  mm<sup>3</sup> com altura útil de 465 mm e com taxa de armadura longitudinal  $\rho_l = 1\%$ , ou seja  $2\phi 20$  mm.

O sistema experimental consistiu no ensaio de duas vigas bi-apoiadas com carregamento pontual a meio vão, sendo o vão livre de 3200 mm contabilizado a partir do eixo dos apoios que contam com contato dos roletes, possibilitando a livre rotação e deslocamentos horizontais. A viga apresenta a razão do vão de cisalhamento e altura útil  $\frac{a}{d} = 3,46$ , evitando desse modo qualquer influência de efeito arco no elemento, todos os detalhes do ensaio podem ser vistos na Figura 2.13.

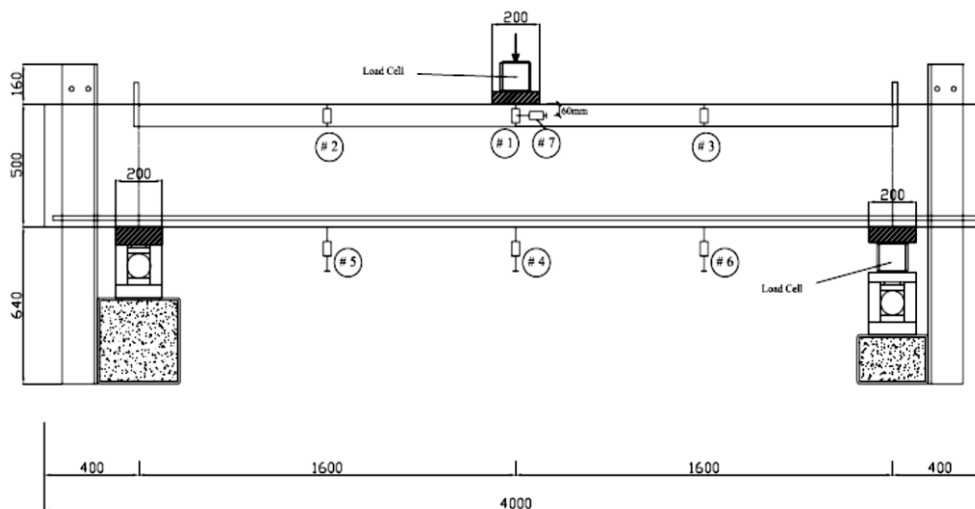


Figura 2.14– Sistema de ensaio das vigas (SAGASETA 2008)

O sistema de ensaio consistiu no uso de 02 células de carga com capacidade de 1000 kN, sendo um para aplicação de carga e outro para monitorar qualquer assimetria oriunda do modelo experimental. Os deslocamentos nas duas direções foram monitorados por 07 transdutores, locados como visto na Figura 2.13.

Apesar dos agregados utilizados serem diferentes, os tipos de ruptura das vigas foram análogos com o surgimento da fissura de cisalhamento através da fissura de flexão a meio vão do ensaio, sendo todas com comportamento frágil e cargas últimas similares entre si, os dados dos ensaios assim como a característica das peças são apresentados na Tabela 2.1 e Tabela 2.2.

Tabela 2.1 – Resultados experimentais

Viga	$P_{fissura}$ (kN)	$P_u$ (kN)	Ruptura
BG01	56,2	122,6	Tração diagonal
BG02	50	126,2	Tração diagonal
BL01	50	93,7	Tração diagonal
BL02	50	108,1	Tração diagonal

Tabela 2.2 – Caracterização das vigas

Viga	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\frac{a}{d}$
BG01				80,2			
BG02	135	465	628,3	80,2	580	1	3,46
BL01				68,4			
BL02				68,4			

O autor concluiu que devido a maior resistência e superfície específica mais rugosa da brita, as fissuras de cisalhamento tendem a percorrer a sua interface com maior dificuldade, ocasionando maiores ângulos nas fissuras com relação a armadura longitudinal como pode ser visto na Figura 2.14. Portanto esse modelo de fissuração acarreta em superfícies mais rugosas e dificultando o deslizamento entre as interfaces adjacentes da viga ocasionando maior resistência última nas peças. É importante ressaltar que o cisalhamento nas vigas compostas de seixo, obtiveram a fratura do agregado, enquanto a brita teve apenas 30% de seu volume seccionado.

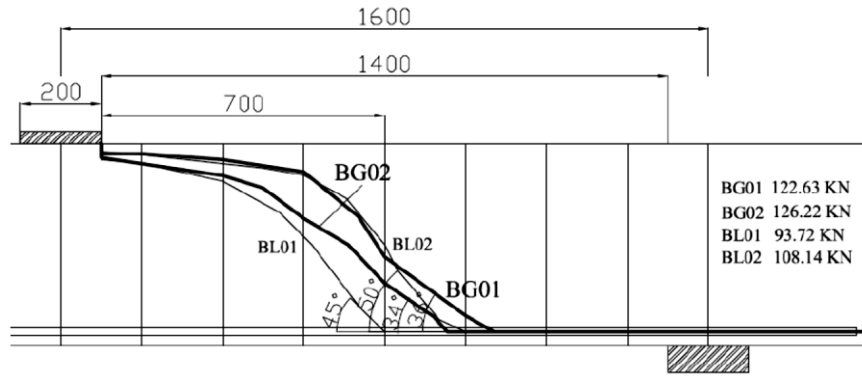


Figura 2.15 – Mapa de fissuração das vigas ensaiadas (SAGASETA, 2008)

### 2.5.3 WALRAVEN (1984)

O trabalho de WALRAVEN (1984) teve por objetivo compreender o comportamento de vigas de concreto convencional e leve ao cisalhamento, diferenciando a altura útil.

Para a análise experimental, foram moldadas 03 séries de vigas variando a altura útil e permanecendo constante  $\frac{a}{d} = 3$ ,  $f'_c = 30\text{MPa}$  e  $b_w = 200\text{ mm}$ . Para a série A, foi utilizado concreto com massa específica convencional com taxa de armadura longitudinal  $\rho_l = 0,8\%$  e as séries B e C com concretos leves e  $\rho_l = 0,8\%$ ,  $\rho_l = 1,5\%$  respectivamente, o sistema de ensaio com o modelo de carregamento, dimensões e características das peças são detalhadas na Figura 2.15 e Tabela 2.3.

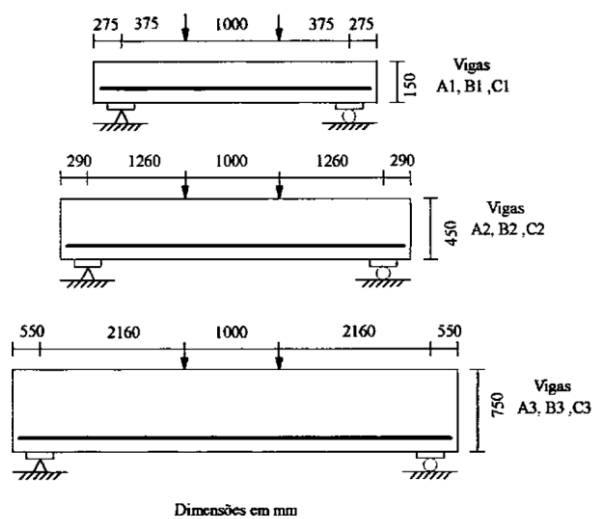


Figura 2.16 – Detalhamento do sistema de ensaio (WALRAVEN, 1984)

Tabela 2.3 – Características das peças ensaiadas (WALRAVEN, 1984)

Viga	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{a}{d}$	$\rho_l$ (%)	$\tau_{wu}$ (MPa)
A1	200	125	33,3	3	0,83	1,26
A2		420	33,2		0,74	0,84
A3		720	33,7		0,79	0,70
B1		125	29,2		0,83	1,19
B2		420	29,2		0,74	0,72
B3		720	27,0		0,79	0,55
C1		125	30,4		1,53	1,40
C2		420	31,4		1,56	1,07
C3		700	28,0		1,58	0,76

WALRAVEN (1984) concluiu que o efeito de tamanho ao cisalhamento também é presente em vigas de concreto leve e as tensões são menores comparado as peças com concreto convencional, justificado basicamente pelo mecanismo de engrenamento dos agregados leves serem menor em agregados leve, principalmente pela corte de suas seções, impedindo assim rugosidade suficiente para impedir o deslizamento de interfaces, os valores das séries são vistos na Figura 2.16.

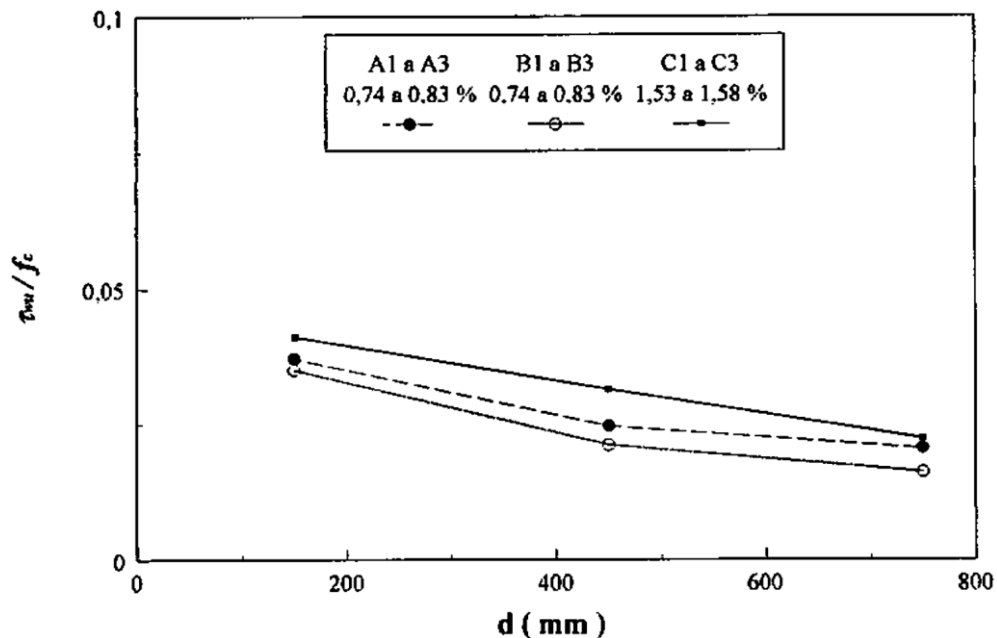


Figura 2.17 – Relação  $\tau_{wu} / f'_c - d$  (WALRAVEN, 1984)

#### 2.5.4 ZSUTTY (1968 e 1971)

O trabalho realizado propõe alguns modelos de equações para previsão de cargas máximas ao cisalhamento em vigas sob carregamento concentrado. O autor salienta que a resistência máxima para vigas retangulares simples sob carga concentrada, não são somente dependentes de fatores como  $f'_c$ ,  $\rho$ , esbeltes  $\frac{a}{d}$  e armadura transversal, mas também é fortemente influenciado pelas condições de apoio e portanto, devem ser considerado no cálculo.

Diversos resultados de ensaios foram utilizados para resolução do trabalho, os quais foram divididos em categorias distintas de comportamento sujeitos a carregamento concentrado.

- Vigas curtas  $\left(\frac{a}{d} < 2,5\right)$  com condições de carregamentos direto, carregados na superfície superior e apoiados na base por meio de placas ou blocos, sem estribo,
- Vigas esbeltas com estribo e vigas curtas com carregamento indireto com estribo,
- Vigas curtas com carregamento direto com estribos.

Dados de 108 espécies sob carregamento direto em vigas curtas sem estribos foram analisados e por meio de múltiplas análises de regressão foi possível propor a Equação 2.41:

$$\tau_c = 60 \cdot (f'_c)^{0,26} \cdot (\rho)^{0,47} \cdot \left(\frac{d}{a}\right)^{1,3} \quad \text{Equação 2.41}$$

O modelo apresenta coeficiente de variação de 19% para o banco de dados disposto, essa dispersão dos resultados pode ser explicada segundo o autor pois para vigas similares, com  $f'_c$ ,  $\rho$  e esbeltes  $\frac{a}{d}$  muito semelhantes umas das outras, apresentam variações na resistência à tração do concreto, dimensão do bloco de carregamento, taxas de carregamentos diferentes, e configuração da seção transversal das vigas.



As vigas esbeltas e vigas curtas com presença de estribo, apresentam o mesmo modelo matemático adotado para dimensionamento da carga máxima de cisalhamento conforme a Equação 2.42 a seguir:

$$\text{Para } \frac{a}{d} \geq 2,5 \quad \tau_c = 2,17 \cdot \left( f'_c \cdot \rho \cdot \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} + r \cdot f_{yw} \quad \text{Equação 2.42}$$

De forma geral segundo o autor a precisão para estes tipos de modelos apresentam resultados bastante satisfatórios apresentando pouca dispersão quando comparados aos modelos experimentais ensaiados.

Para vigas curtas a resistência ao cisalhamento é conforme a Equação 2.43:

$$\text{Para } \frac{a}{d} < 2,5 \quad \tau_c = 5,4 \cdot (f'_c \cdot \rho)^{\frac{1}{3}} \cdot \left( \frac{d}{a} \right)^{\frac{3}{4}} + r \cdot f_{yw} \quad \text{Equação 2.43}$$

Conforme esperado segundo o autor, as estimativas teóricas aproximaram-se bastante dos modelos experimentais ensaiados e quando comparados as vigas curtas sem estribos, as vigas curtas com estribo apresentaram dispersões menores.

Segundo o autor as formas mais simples de modelagem matemática foram utilizadas para desenvolver essas equações. Os modelos são destinados a previsões práticas, e suas formas particulares não devem significar qualquer informação detalhada sobre os mecanismos teóricos da ruptura ao cisalhamento.

### 2.5.5 RUSSO *et al.* (2013)

RUSSO *et al.* (2013) analisam os resultados de 126 vigas ensaiadas experimentalmente organizadas em um banco de dados, a resistência ao cisalhamento é o principal objeto de estudo, uma vez que no trabalho é observado a influência de vigas sem reforço transversal e com estribos. Com base nesses valores e por meio de uma regressão estatística, uma fórmula para a resistência ao cisalhamento foi elaborada devido à contribuição da armadura transversal.

De acordo com os autores os valores experimentais da resistência ao cisalhamento aumentam devido ao estribo, os testes foram realizados em pares com vigas semelhantes, isto é, em

vigas com as mesmas propriedades mecânicas e geométricas, testada sob a mesma configuração de carga e apenas diferindo quanto a presença ou não do estribo.

A força de cisalhamento aumenta devido à inclusão de estribo,  $v_{si}$ , obviamente deve depender do mecanismo de resistência envolvido pela presença de estribo. Conseqüentemente este aumento deve ser expresso em termos dos principais parâmetros que afetam esses mecanismos.

O mecanismo de resistência de uma viga com reforço de cisalhamento pode ser estudado por meio de uma treliça estaticamente determinada, em que os estribos e o concreto combatem os esforços das ligações  $\Delta T$ , transmitida para a articulação da treliça pelas barras longitudinais. Por isso, três contribuições diferentes podem ser identificado neste mecanismo de resistência: ação do estribo, ação resistente do concreto e ação das barras logitudiais.

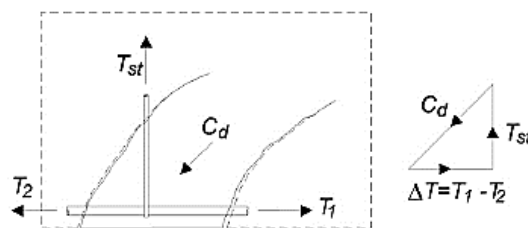


Figura 2.18 - Transferência dos esforços cortantes, RUSSO *et al.* (2013)

Quanto à influência da ação do estribo no aumento da resistência ao cisalhamento,  $v_{si}$ , obviamente, depende da razão geométrica do reforço de cisalhamento,  $q_v$ , e sobre a carga de escoamento do reforço de cisalhamento,  $f_{yv}$

A ação do concreto sobre a resistência ao cisalhamento, o  $f'_c$  influencia na  $v_{si}$  uma vez que concretos mais resistentes irão suportar maiores cargas de compressão. Quanto maior a resistência do concreto, menor será a o efeito de compressão no concreto. Além disso, a contribuição do concreto estabelece o esforço máximo resistente que os esforços do modelo de treliça é capaz de transportar, isto é, estabelece um limite superior para o aumento da resistência ao cisalhamento devido à inclusão do estribo.

A ação do reforço longitudinal pode ajudar a controlar o aumento de fissuras e permite melhorar a ação do efeito pino e sua contribuição é levada na expressão de resistência ao cisalhamento relacionada ao mecanismo de vigas sem estribos. No entanto, não sendo claro

quanto a importância da interação entre reforço longitudinal e estribo, a porcentagem geométrica do reforço longitudinal,  $q^*$ , é assumida como um parâmetro de influência. Consequentemente a primeira tentativa de expressão para  $v_{si}$  é considerada:

$$v_s = k_0^* \cdot \rho^{m^*} \cdot f'_c{}^{p^*} \cdot (\rho_v \cdot f_{yv})^{q^*} \quad \text{Equação 2.44}$$

Onde:

$k_0^*$ ,  $m^*$ ,  $p^*$  e  $q^*$  são constantes

Com base nos 126 valores medidos do aumento da resistência ao cisalhamento devido aos estribos, os valores das constantes  $k_0^*$ ,  $m^*$ ,  $p^*$  e  $q^*$ , aparecendo na Equação 2.45, são determinados por meio de um processo iterativo, com o objetivo de alcançar a melhor uniformidade na previsão da força de cisalhamento aumentada devido a estribos.

Este objetivo é alcançado impondo a média do estribo medido com o cálculo de sua contribuição de força iguais a um e minimizando os correspondentes coeficiente de variação (COV). Esses índices são calculados para cada viga por meio da Equação 2.45, calculado para os valores de  $k_0^*$ ,  $m^*$ ,  $p^*$  e  $q^*$ , assumidos na interação. No final das interações o COV mínimo é igual a 0,33, que é obtido por meio das seguintes constantes:

$$k_0^* = 0,36; m^* = 0,2; p^* = 0,5, q^* = 0,6$$

Portanto a fórmula obtida para o acréscimo de resistência devido a presença de estribo é:

$$\tau_{sw} = 0,36 \cdot \rho^{0,2} \cdot f'_c{}^{0,5} \cdot (\rho_v \cdot f_{yv})^{0,6} \quad \text{Equação 2.45}$$

Ao considerar o intervalo geral de variação de q, resulta: para q variando de 0,36 a 4,76 uma variação de  $v_{si}$  de 1,06 para 1,76 é obtido. Daí a última variação é uma ordem de magnitude inferior do que o anterior. Por esta razão, a influência da variação q na variação de  $v_{si}$  é considerada insignificante, portanto, o termo q não está incluído na expressão final de resistência ao cisalhamento aumentado devido aos estribos. Consequentemente, a expressão geral paramétrica torna-se:

$$\tau_{sw} = k_0 \cdot f'_c{}^p \cdot (\rho_v \cdot f_{yv})^q \quad \text{Equação 2.46}$$

Onde:

$k_0$ ,  $p$  e  $q$  são constantes

Com base nas 126 especímenes ensaiadas e analisadas os valores das constantes espostas na equação anterior foi determinada pelos meios do método iterativo conforme descrito anteriormente e seus resultados foram; 0,17, 0,5 e 0,7 para  $k_0$ ,  $p$  e  $q$  respectivamente. O alor mínimo do coeficiente de variação (COV) foi igual a 0,34 sendo apenas ligeiramente maior que o valor previamente obtido de 0,33, portanto, mais uma comprovação da dependencia do  $v_{si}$  em relação ao  $\rho$ . Consequentemente a fórmula final para cálculo da carga de cisalhamento em vigas com estribo é conforme mostrado na Equação 2.47.

$$\tau_{sw} = 0,17 \cdot f'_c{}^{0,5} \cdot (\rho_v \cdot f_{yv})^{0,7} \quad \text{Equação 2.47}$$

Para o autor, está fórmula foi desenvolvida para estimar a resistência ao cisalhamento em vigas com estribos, levando em conta os principais parâmetros que envolve a esforço resistênte cortante. Ao utilizar este modelo, uma fórmula geral para a previsão do esforço resistente ao cisalhamento de vigas com estribos foi obtido. Este, além de ser uma expressão explícita, também é mais consistente e confiável que os modelos das normas Eurocode 2 (2014) e o Código ACI 318 (2014).

### 3 Estimativa das tensões cisalhantes

#### 3.1 Banco de dados

Os resultados encontrados pelas normas NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) para o cálculo de esforços cortantes em vigas de concreto armado utilizam poucos parâmetros para o dimensionamento das armaduras transversais, por isso a inclusão de novas variáveis para o dimensionamento e verificação do estado limite último dessas peças são essenciais para maior precisão e racionalização do cálculo.

A literatura nacional e internacional apresentam diversas pesquisas relacionadas com a influência da taxa de armadura transversal, resistência à compressão do concreto, efeito de escala, taxa de armadura longitudinal, engrenamento de agregados e esbeltez da peça, portanto, o presente trabalho tem por objetivo, selecionar algumas das principais parâmetros que influenciam o modo de ruptura ao cisalhamento, com objetivo de comparar o desempenho das normas NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014), destacando suas limitações e dificuldade de aferirem as tensões, focando no estado limite último.

Assim, foram coletadas 170 peças que romperam ao cisalhamento por tração na diagonal comprimida, os parâmetros usados para confecção do modelo de cálculo proposto foram:

- $b_w$  : Largura da viga;
- $d$  : Altura útil da viga;
- $f'_c$  : Resistência à compressão do concreto;
- $\rho_l$  : Taxa de armadura longitudinal  $\left( \frac{A_{sw}}{b_w \cdot d} \right)$ ;
- $\rho_w$  : Taxa de armadura transversal  $\left( \frac{A_{sw}}{b_w \cdot S} \right)$ ;
- $\sigma_{sw}$  : Parcela da tensão contribuinte estimada na armadura transversal ( $\rho_w \cdot f_y$ );
- $a$  : Distância do ponto de apoio para o ponto de aplicação de carga adjacente (vão de cisalhamento).

O resumo dos valores reunidos no banco de dados é apresentado na Tabela 3.1, assim como seus respectivos autores e informações mais detalhadas no Anexo A

Tabela 3.1 – Banco de dados resumido

Autor	Peças	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_w$ (%)	$\sigma_{sw}$ (MPa)	$a/d$	$\tau_{exp}$ (MPa)
[1]	6	290	278	49 - 50	1,95	0,11 - 0,36	0,59 - 1,93	2,88	2,2 - 3,9
[2]	2	300	925	65 - 80	1,01	0,08	0,4	2,92	1,4 - 1,6
[3]	2	152	558,8	32 - 36	1,68	0,35 - 0,37	1,38 - 1,49	3,7	3 - 3,3
[4]	2	150	325	22 - 26	1,24	0,175	1,4	2,5	3 - 3,1
[5]	12	200	351 - 353	50 - 87	2,28 - 2,99	0,11 - 0,24	0,6 - 1,3	3,06 - 3,08	2,5 - 4,4
[6]	1	300	925	47	0,76	0,079	0,4	2,92	1,23
[7]	3	200	304	42	2,97	0,12 - 0,21	0,63 - 1,18	3,3	2,9 - 3,5
[8]	4	50	280	61 - 71	4,39 - 6,62	0,25 - 0,38	2,14 - 3,21	3,57 - 5,36	6,0 - 9,0
[9]	12	195 - 201	305 - 312	38 - 45	2,86 - 2,99	0,11 - 0,18	0,6 - 1,05	3,21 - 3,3	2,1 - 3,8
[10]	10	177,8	381	24 - 45	1,89 - 5,68	0,19 - 0,42	0,68 - 1,91	2,5 - 6,0	2,6 - 4,9
[11]	1	305	539	72	2,41	0,07	0,34	3,1	1,6
[12]	36	250	198 - 299	64 - 89	1,66 - 2,8	0,1 - 0,26	0,64 - 1,49	2,49 - 3,3	2,4 - 4,2
[13]	3	100	150	34	2,68	0,71 - 1,41	2,55 - 5,06	2,66	5,4 - 7,0

Tabela 3.1 – Banco de dados resumido (Cont.)

Autor	Peças	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\rho_l$ (%)	$\rho_w$ (%)	$\sigma_{sw}$ (MPa)	$a/d$	$\tau_{exp}$ (MPa)
[14]	12	152	298	22 - 83	3,36	0,11 - 0,38	0,34 - 1,03	3,6	1,7 - 3,6
[15]	12	150	310	58 - 82	2,59 - 4,43	0,14 - 0,28	0,36 - 0,71	3,0 - 5,0	2,0 - 3,9
[16]	38	152	254	20 - 57	0,98 - 4,16	0,06 - 0,36	0,38 - 2,25	3,36 - 7,2	1,9 - 6,2
[17]	2	355 - 457	559 - 762	120 - 125	1,59 - 1,82	0,08	0,34 - 0,36	3	1,4 - 1,5
[18]	3	150	656,5	89 - 100	2,99	0,12 - 0,18	0,44 - 0,64	2,69	2,6 - 3,1
[19]	9	375	655	36 - 87	2,8	0,08 - 0,24	0,3 - 1,02	3,0 - 3,3	1,5 - 2,9

[1] Adebar & Collins (1996); [2] Angelakos (1999); [3] Belarbi & Hsu (1990); [4] Carelli (2002); [5] Cladera (2002); [6] Collins & Kuchuma (1999); [7] Etxeberria (2004); [8] Fernandes (1994); [9] González (2002); [10] Haddadin et al. (1971); [11] Jonhson & Ramirez (1989); [12] Kong Rangan (1998); [13] Lim & oh (1999); [14] Mphonde & Frantz (1984); [15] Ozcebe et al. (1999); [16] Placas & Regan (1971); [17] Roller & Russell (1990); [18] Teoh et al. (2002); [19] Yoon et al. (1996).

O banco de dados foi confeccionado com as seguintes metodologias:

- Resistência à compressão do concreto  $f'_c \in [20;125]$  MPa;
- Relação entre vão de cisalhamento e altura útil,  $a/d \in [2,5;7,2]$ ;
- Largura  $b_w \in [50;457]$  mm;
- Altura útil  $d \in [150;925]$  mm;
- Taxa de armadura longitudinal  $\rho_l \in [0,76;6,62]$  %;
- Taxa de armadura transversal  $\rho_w \in [0,06;1,41]$  %;
- Tensão de escoamento do estribo  $f_y \in [255;856]$  MPa;
- Vigas com estribos e ruptura por tração na diagonal;
- Todas as vigas possuem armadura transversal;
- Estribos perpendiculares relativo a armadura longitudinal;
- Foram consideradas vigas com tensão de escoamento do aço máximo de 856 MPa;
- Utilizou-se trabalhos que relacionavam apenas o comportamento de vigas com concreto armado convencional ou alta resistência;
- Uso de vigas ensaiadas à 3 ou 4 pontos;
- Concreto confeccionados com uso de brita.

As vigas selecionadas foram confeccionadas de acordo com os parâmetros que não descaracterize o concreto de acordo com a norma NBR 6118 (2014), ou seja, neste banco de dados desconsidera peças que utilizassem fibra de aço, agregados leves, ou qualquer elemento que modifiquem as características mecânicas usuais do concreto, assim como as limitações de ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013).

Foi desconsiderado o efeito de engrenamento dos agregados devido à dificuldade em encontrar trabalhos que classifiquem seu diâmetro máximo, assim como literaturas que indiquem peças com uma relação do vão de cisalhamento e altura útil ( $a/d$ ) menor que 2.



### 3.2 Metodologia de cálculo

O método utilizado para as análise estatística neste trabalho seguiu em comparação através da NBR 6118 (2014) com modelo I ( $\tau_{MOD(1)}$ ), modelo II ( $\tau_{MOD(2)}$ ) e ACI 318 (2014) apenas com a biela a 45° ( $\tau_{ACI}$ ), desconsiderando qualquer coeficiente de majoração e minoração aderidos aos seus respectivos formatos. Todas as normas tiveram a tensão de escoamento da armadura transversal e resistência à compressão do concreto limitados, seguindo a ACI 318 (2014) com  $f'_c \leq 69$  MPa e  $f_y \leq 420$  MPa enquanto a NBR 6118 (2014) adota  $f'_c \leq 90$  MPa e  $f_y \leq 500$  MPa, assim como os modelos de RUSSO *et al.* (2013) e ZSUTTY (1971), comparando concomitantemente os estados limites últimos e o estado limite de serviço apenas para as vigas do programa experimental, comparando a acurácia dos 5 modelos para estimar as tensões limites.

#### 3.2.1 ZSUTTY (1971)

Para o autor, as considerações de cálculo seguiram as mesmas para o qual foi publicado, como não há distinção para os estados limites de serviço no estágio II, é representado a para diferenciar esse intervalo mudando apenas o limite de escoamento do aço ou tensão máxima de ruptura para o estado limite último, assim como na esbeltez de carregamento das peças que consideradas esbeltas, como mostra a Equação 3.1, Equação 3.2 e Equação 3.3

$$\tau_u = \tau_c + \tau_{sw} \quad \text{Equação 3.1}$$

$$\tau_d = 2,3 \cdot \left( \rho_l \cdot f'_c \cdot \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} + \rho_w \cdot f_y \quad \text{Equação 3.2}$$

$$\tau_u = 2,3 \cdot \left( \rho_l \cdot f'_c \cdot \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} + \rho_w \cdot f_u \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde:

- $\tau_u$ : Tensão limite última;
- $\tau_d$ : Tensão limite de serviço;
- $f_y$ : Tensão de escoamento da armadura transversal;
- $f_u$ : Tensão máxima da armadura transversal;
- $\tau_{sw}$ : Tensão cisalhante na diagonal tracionada (estribo);
- $\tau_c$ : Tensão cisalhante na diagonal comprimida (concreto).

### 3.2.2 RUSSO *et al.* (2013)

RUSSO *et al.* (2013) considera em seu modelo o estágio II e III de distribuição de tensões em seu trabalho, considerando que em RUSSO *et al.* (2005) foi demonstrado a parcela contribuinte do concreto na diagonal tracionada, verifica-se que segundo a Equação 3.4 a soma das partes responsáveis pelo tirante, consequentemente é demonstrado na Equação 3.5 a proposta do autor para o E.L.S e E.L.U:

$$\tau_u = \tau_c + \tau_{sw} \quad \text{Equação 3.4}$$

$$\tau = \delta \cdot \xi \cdot \left[ \rho_l^{0,4} \cdot f_c'^{0,39} + 0,5 \cdot \rho_l^{0,83} \cdot f_{yl}^{0,89} \cdot \left( \frac{a}{d} \right)^{-1,2-0,45 \cdot \frac{a}{d}} \right] + \mu \cdot f_c'^{0,5} (\rho_w \cdot f_y)^{0,7} \quad \text{Equação 3.5}$$

$$\xi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}} \quad \text{Equação 3.6}$$

Onde:

- $\xi$ : *Size Effect* para as peças;
- $d_a$ : Diâmetro máximo do agregado graúdo;
- $\mu$ : 0,075 para o estágio II e 0,17 para o estágio III;
- $\delta$ : 0,72 para o estágio II e 1,13 para o estágio III;
- $f_{yl}$ : Tensão de escoamento da armadura longitudinal.

Analogamente ao usado por ZSUTTY (1971), será utilizada no modelo as tensões de escoamento e a tensão de ruptura da armadura transversal para estipular a resistência das vigas para o E.L.S no estágio II e E.L.U respectivamente. Como houve a dificuldade de catalogar os diâmetros máximos dos agregados graúdos para o banco de dados deste trabalho, foi estimado 9,5 mm, pois globalmente foi o valor que obteve melhor desempenho a equação do autor.

### 3.2.3 ACI 318 (2014)

De acordo com as limitações de resistência dos materiais como descrito anteriormente pela norma, considera-se a retirada de todos os coeficientes de segurança para alcançar o estado limite último na Equação 3.7:

$$\phi \cdot \tau_u = \tau_d = \tau_c + \tau_{sw} \quad \text{Equação 3.7}$$

$$\phi \cdot \tau_u = \frac{1}{6} \cdot f'_c{}^{\frac{1}{2}} + \rho_w \cdot f_y \quad \text{Equação 3.8}$$

Onde:

$\phi$  :0,75 para E.L.U e 1 para E.L.S

### 3.2.4 NBR 6118 (2014)

Para os modelos I e II é designado todas as limitações de resistências, considerando a resistência máxima do aço em 500 MPa e ponderando as classes de resistência à compressão da norma no item 8.2.5. Compreendendo os valores para a Equação 3.9:

$$\phi \cdot \tau_u = \tau_d = \tau_c + \tau_{sw} \quad \text{Equação 3.9}$$

Para concreto com  $f'_c < 50$  MPa a Equação 3.10:

$$\tau_c = 0,126 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 3.10}$$

Concreto com  $50 \text{ MPa} < f'_c < 90 \text{ MPa}$  a Equação 3.11:

$$\tau_c = 0,89 \cdot \ln \cdot (1 + 0,11 \cdot f'_c) \quad \text{Equação 3.11}$$

A parcela contribuinte do aço, segue a Equação 3.12:

$$\tau_{sw} = 0,783 \cdot \rho_w \cdot f_y \quad \text{Equação 3.12}$$

Similar ao modelo com  $\theta = 45^\circ$ , o modelo II difere por considerar a zona de descompressão do concreto por  $\theta = 30^\circ$ , portanto a Equação 3.13, a partir da redução da Equação 2.29:

$$\tau_{sw} = 0,9 \cdot \rho_w \cdot f_y \cdot \cot g\theta \quad \text{Equação 3.13}$$

A Equação 3.14 considera a interpolação linear através da descompressão da biela:

$$\tau_c = \tau_{c0} \cdot \left( \frac{\tau_{Rd2} - \tau_{MOD(1)}}{\tau_{Rd2} - \tau_{c0}} \right) \quad \text{Equação 3.14}$$

Tabela 3.2 – Resumo do cálculo das tensões de ruptura em vigas com estribos

Norma	Tensão de ruptura para diagonal tracionada
NBR 6118 (2014) Modelo I ( $\theta = 45^\circ$ )	$\tau_{MOD(1)} = 1,4 \cdot \left( 0,126 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}} + 0,783 \cdot \rho_w \cdot f_y \right)$
NBR 6118 (2014) Modelo II ( $30^\circ < \theta \leq 45^\circ$ )	$\tau_{MOD(2)} = 1,4 \cdot (\tau_c + 1,35 \cdot \rho_w \cdot f_y)$ $\tau_c = \tau_{c0} \cdot \left( \frac{\tau_{Rd2} - \tau_{MOD(1)}}{\tau_{Rd2} - \tau_{c0}} \right)$
ACI 318 (2014) ( $\theta = 45^\circ$ )	$\tau_{ACI} = \tau_n = 1,33 \cdot \left( \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} + \rho_w \cdot f_y \right)$
	$\tau = \delta \cdot \xi \cdot \left[ \rho_l^{0,4} \cdot f'_c{}^{0,39} + 0,5 \cdot \rho_l^{0,83} \cdot f_{yl}{}^{0,89} \cdot \left( \frac{a}{d} \right)^{-1,2-0,45 \cdot \frac{a}{d}} \right] + \mu \cdot f'_c{}^{0,5} (\rho_w \cdot f_y)^{0,7}$
RUSSO <i>et al.</i> (2013)	Onde: $\xi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25 \cdot d_a}}}; \mu = 0,17; \delta = 1,13$
ZSUTTY (1971)	$\tau_u = 2,3 \cdot \left( \rho_l \cdot f'_c \cdot \frac{d}{a} \right)^{\frac{1}{3}} + \rho_w \cdot f_y$

### 3.3 Análise dos dados

Para contextualizar a metodologia que fomentam esse trabalho, foram correlacionados cada um dos parâmetros do banco de dados com as tensões de cisalhamento experimentais, onde foram criadas regressões univariadas, sendo as linhas de tendência denotando melhores resultados quando seguem o padrão de potência, portanto, para maior padronização e minimizando os erros, todo formato de análises e resultados para criação do modelo proposto foi com regressões univariadas de potência e subtraiu-se a taxa de armadura longitudinal da zona comprimida do valor da armadura longitudinal da zona tracionada, pois a mesma não entra na analogia da treliça de Ritter-Mörsch, demonstrando maior acurácia ao modelo proposto.

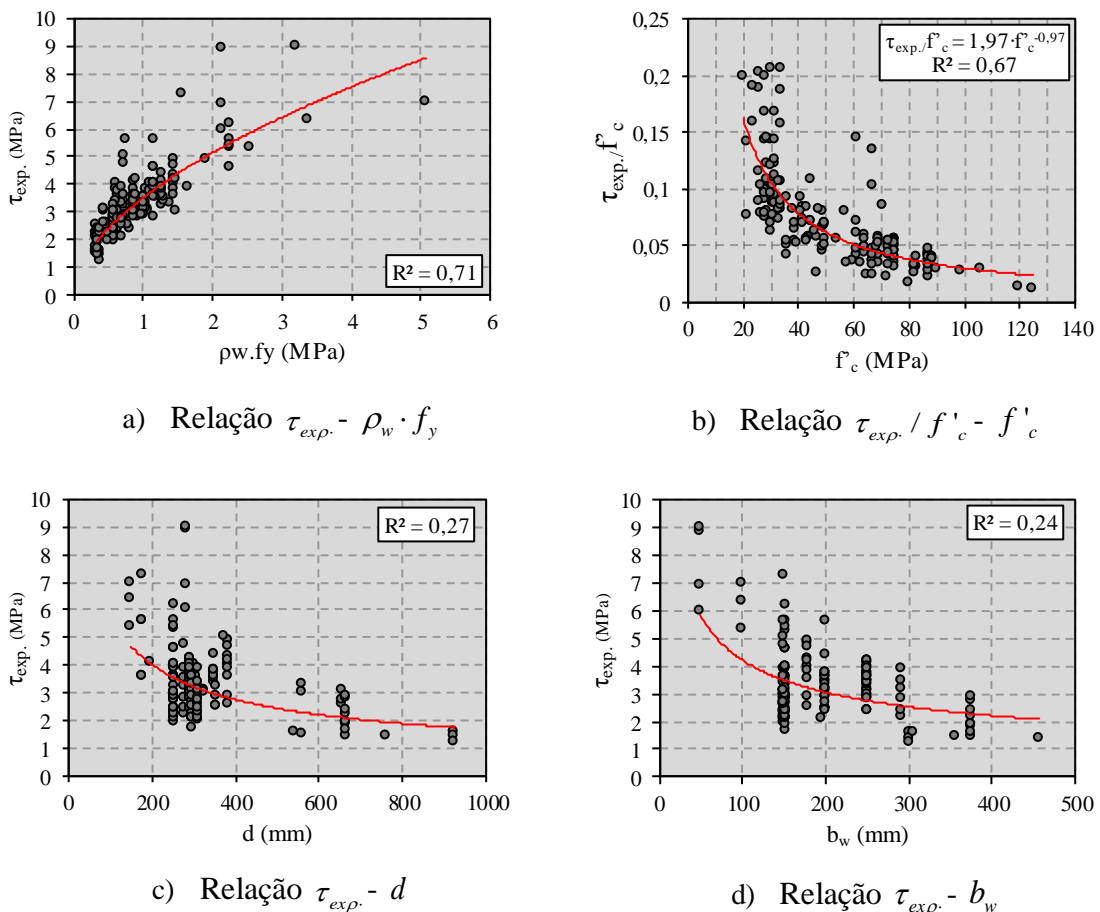
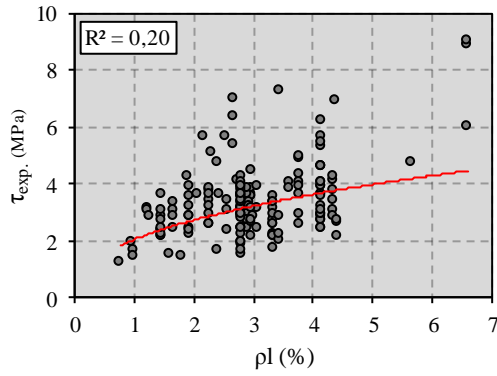
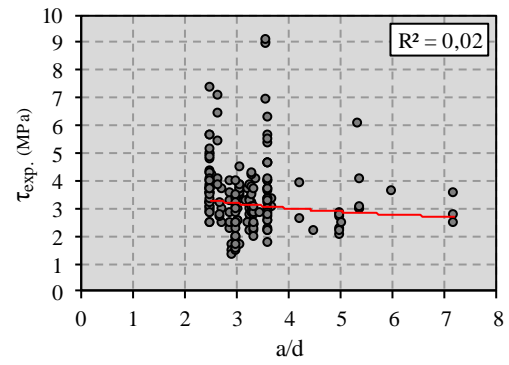


Figura 3.1 – Tensão última e parâmetros do banco de dados.



e) Relação  $\tau_{exp.} - \rho_l$



f) Relação  $\tau_{exp.} - a/d$

Figura 3.2 – Tensão última e parâmetros do banco de dados (Cont.)

Assim como estabelecido na treliça clássica e generalizada de Ritter-Mörsch, as diagonais tracionadas, tem uma relação diretamente proporcional com a resistência à compressão ( $f'_c$ ) do concreto e a tensão solicitante na armadura transversal ( $\rho_w \cdot f_y$ ), assim como outros fatores apresentados nos gráficos, obtém-se um comportamento esperado como visto anteriormente nas revisões bibliográficas, com acréscimo de resistência de acordo com aumento da taxa de armadura longitudinal e as tensões internas de peças menores serem maiores devido ao efeito de escala. Seguindo o comportamento das linhas de tendência, pode-se concluir que os fatores tendem a convergir para um valor teórico onde:

$$\tau_{exp} \sim f'_c \quad \tau_{exp} \sim f_{sw} \quad \tau_{exp} \sim \rho_l \quad \tau_{exp} \sim \frac{1}{d} \quad \tau_{exp} \sim \frac{1}{b_w} \quad \tau_{exp} \sim \frac{1}{a/d}$$

Considerando-se os coeficientes de determinação ( $R^2$ ) das equações, é possível observar o grau que o modelo consegue explicar os valores observados, para isso é incluído uma incógnita ( $\alpha$ ) para ajustar melhor o comportamento da tensão última das peças. Seguindo os parâmetros de proporcionalidade seguidos anteriormente, portanto a Equação 3.15:

$$\alpha = \frac{\sigma_{sw} \cdot \rho_l \cdot f'_c}{b_w \cdot d \cdot \frac{a}{d}} \quad \text{Equação 3.15}$$

Usando a regressão univariadas entre as tensões de ruptura em relação ao fator  $\alpha$ :

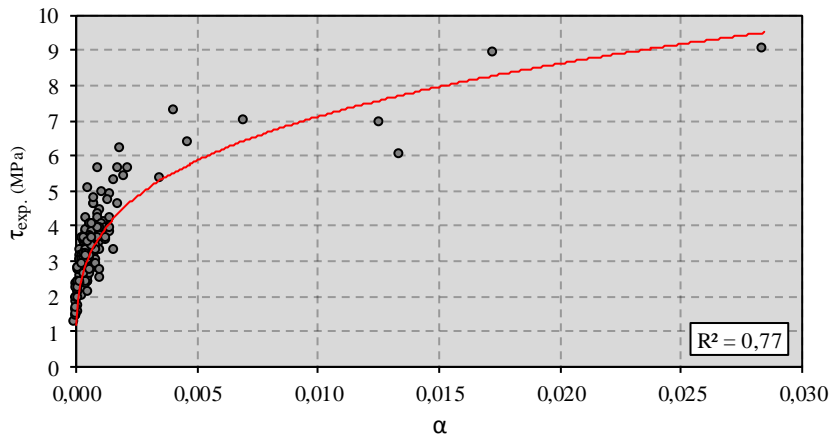


Figura 3.3 – Correlação entre tensão última e o parâmetros ( $\alpha$ )

Ao considerar o uso mínimo de armaduras pela NBR 6118 (2014) a partir do modelo I, considerando os estribos paralelos ao eixo transversal:

$$\frac{A_{sw}}{b_w \cdot S} \geq \frac{0,06 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}}}{f_y} \quad \text{Equação 3.16}$$

Organizando a Equação 3.3:

$$\rho_w \cdot f_y = 0,06 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 3.17}$$

Substituindo a Equação 3.17 para expressão de resistência última da NBR 6118 (2014) na Equação 3.19:

$$\tau_{min(1)} = 0,176 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}} + \underbrace{1,096 \cdot \rho_w \cdot f_y}_{\tau_{sw1}} \quad \text{Equação 3.18}$$

$$\tau_{min(1)} = 0,176 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}} + \underbrace{0,065 \cdot f'_c{}^{\frac{2}{3}}}_{\tau_{sw2}} \quad \text{Equação 3.19}$$

Usando-se ( $\alpha$ ) o coeficiente de determinação teve um aumento 6,3 % com relação a  $\sigma_{sw}$ , causando melhor familiaridade da variável relativo a tensão experimental última, no entanto, foi incluído mais dois fatores provenientes da NBR 6118 (2014),  $\tau_{sw1}$  e  $\tau_{sw2}$ , vistos na demonstração dos valores mínimos de tensão cisalhante.



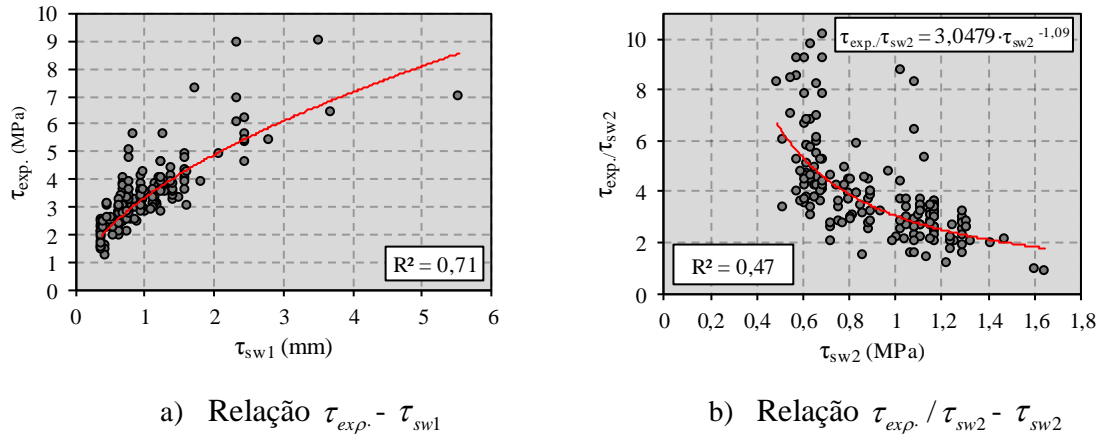


Figura 3.4 – Correlação entre tensão última e os parâmetros ( $\tau_{sw1}$ ) e ( $\tau_{sw2}$ )

Relacionado cada uma das variáveis:

$$\tau_{exp} \sim \tau_{sw1} \qquad \tau_{exp} \sim \frac{1}{\tau_{sw2}} \qquad \tau_{exp} \sim \alpha$$

Portanto, usando  $C_{sw} = \frac{\tau_{sw1} \cdot \alpha}{\tau_{sw2}}$ , tem-se:

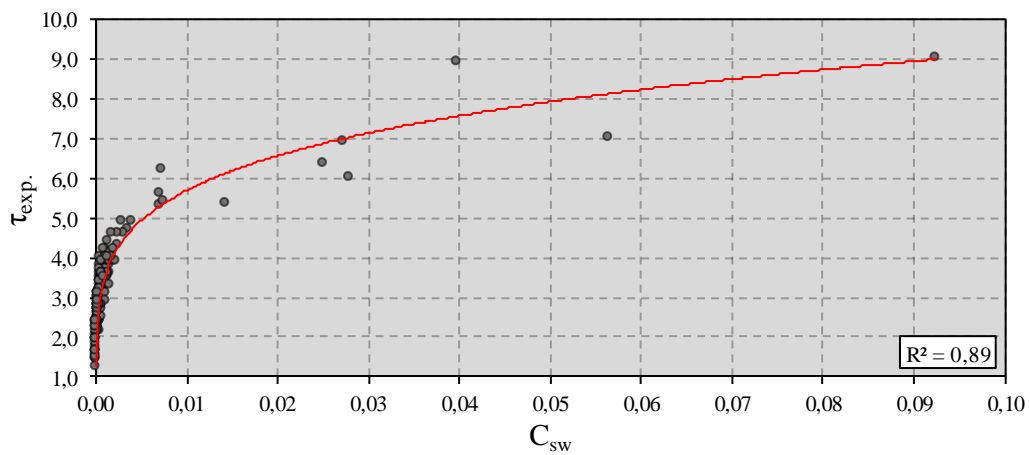


Figura 3.5 – Correlação entre tensão última e  $C_{sw}$

Fatorando a equação:

$$\tau_u = 26,2 \cdot f'_c{}^{0,07} \cdot (\rho_w \cdot f_y)^{0,4} \cdot \left( \frac{\rho_l}{b_w \cdot a} \right)^{0,2} \qquad \text{Equação 3.20}$$

### 3.4 Avaliação do modelo proposto (E.L.U)

Para avaliação da equação proposta, foi avaliado as condições de dispersão, precisão e segurança, com o objetivo de ter um modelo mais representativo e consequentemente próximo da realidade avaliando o parâmetro  $\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$ , com os valores coletados no banco de dados  $\tau_{exp}$  e valores propostos  $\tau_{teo}$ . Dessa forma é classificado a razão desses valores de acordo com a versão modificada do *DPC – Demerit Points Classification*, com o objetivo de avaliar o grau de segurança dos modelos, rotulando os intervalos de acordo com penalidade.

Tabela 3.3 – Critério de COLLINS (2001) (adaptado de MORAES NETO *et al.*, (2014)

$\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigoso	10
[0,5 – 0,85[	Perigoso	5
[0,85 – 1,15[	Segurança apropriada	0
[1,15 – 2,00[	Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

Na Tabela 3.4, as peças foram inseridas de acordo com cada intervalo do critério de COLLINS (2001), seguido da somatória das penalidades e coeficientes de variação respectivos dos modelos apresentados, sendo que a Figura 3.5 mostra a escala das pontuações e na Figura 3.6 a proporção de peças favoráveis a segurança.

Tabela 3.4 – Resultado da avaliação do Critério de demérito

$\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$	Penalidade	Mod.	NBR (1)	NBR (2)	ACI	Zsutty	Russo
<0,5	10	0	4	4	0	0	0
[0,5–0,85[	5	12	41	56	8	8	24
[0,85–1,15[	0	141	80	77	53	62	85
[1,15–2,00[	1	17	44	33	105	100	61
$\geq 2,00$	2	0	1	1	4	0	0
Total		77	291	355	153	140	181
Média		1,00	1,02	0,96	1,28	1,19	1,09
Desvio Padrão		0,109	0,279	0,242	0,348	0,218	0,251
Coeficiente de variação		10,91%	27,44%	25,26%	27,35%	18,29%	22,92%

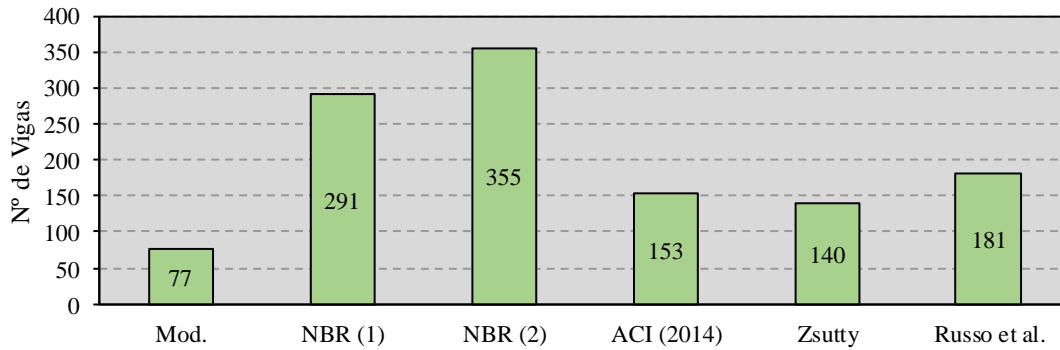


Figura 3.6 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001)

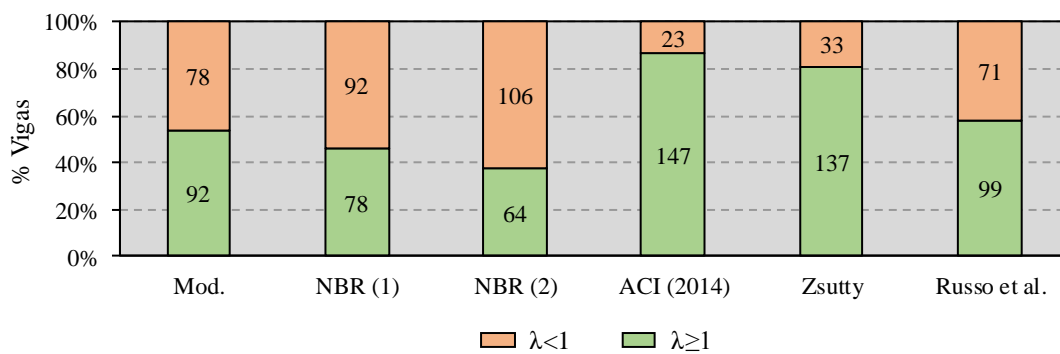


Figura 3.7 – Proporção das peças favoráveis a segurança

A equação proposta obteve a menor penalidade dentre todos os modelos analisados, com diferença de aproximadamente 81% para ZSUTTY (1971), confirmando o grau de aproximação com a média natural 1 onde o valor ideal entre tensão de ruptura e tensão teórica seriam iguais. Contudo, ressalta-se o grau de conservadorismo da ACI 318 (2014) que apesar das penalidades serem relativamente baixas, resulta em 55% das peças em zonas conservadoras e 86% das vigas com  $\lambda > 1$ , tornando o a norma, sem os coeficientes de segurança, imprecisa de estipular o estado limite último. A NBR 6118 (2014) apresentou os piores resultados, desviando em média 72% dos resultados para fora do parâmetro de segurança ideal e penalidades 4,61 vezes maiores que o modelo proposto. A Figura 3.7 demonstra os desvios dos resultados teóricos e experimentais, apresentando a tendência conservadora ou insegura de cada modelo e os coeficiente de determinação para estipular o grau de correlação linear que os dados tem para acompanhar a média comparado ao valor ideal  $\lambda = 1$ .

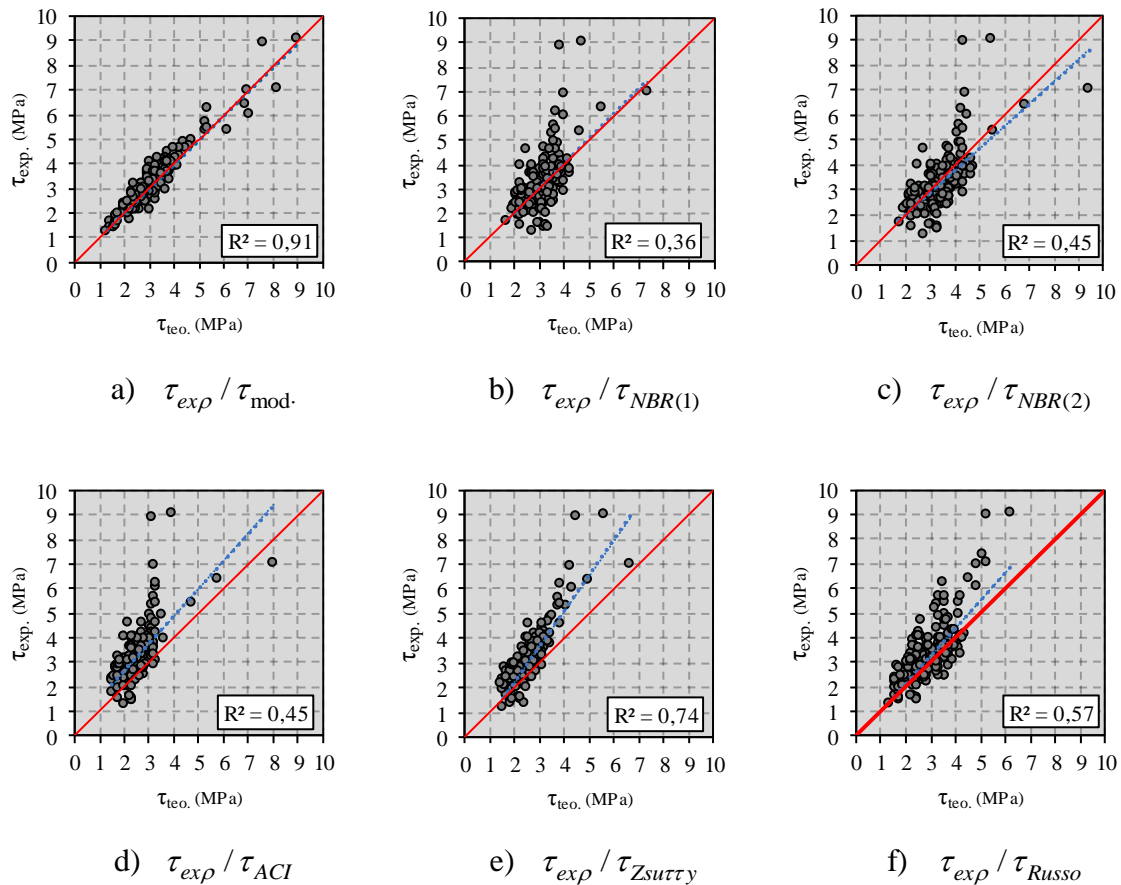


Figura 3.8 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo}$

O gráfico *Box-plot* representado na Figura 3.8 mostra o grau de dispersão em torno das 170 vigas, com as normas vigentes com grande de variabilidade entre os 50% dos dados, a partir disso, havendo 3 valores discrepantes saindo do entorno dos limites superiores com mais de 150% de diferença entre os valores de quartis. Os autores por sua vez, tiveram uma variabilidade menor, sendo ZSUTTY (1971) com apenas 2 valores discrepantes, analogamente ao dito anteriormente. Ao tocante que o modelo proposto tem uma pequena diferença entre os quartis, contabilizando os 50% dos valores compreendidos entre 0,9 e 1,1 para relação  $\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$  e apenas um valor abaixo do compreendido para segurança apropriada de COLLINS (2001).

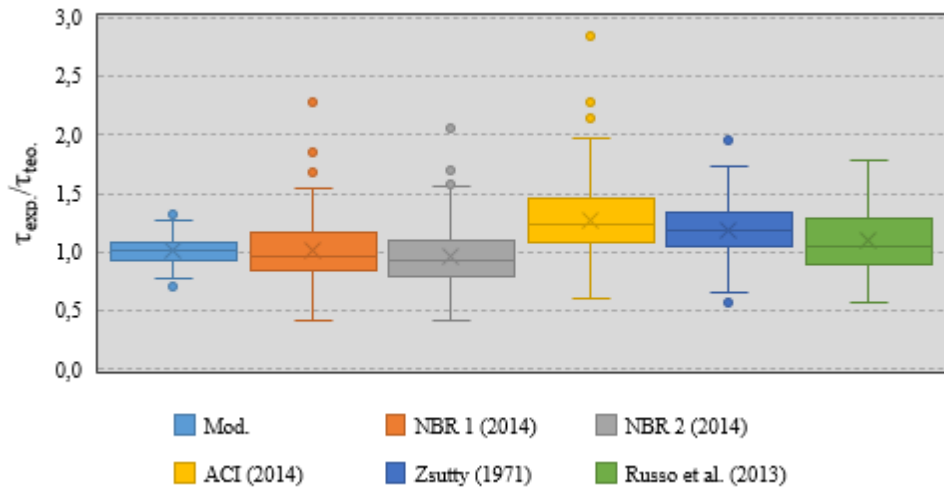


Figura 3.9 - Gráfico *Box-plot*

De acordo com a Figura 3.7 e Figura 3.9, é nítido como a média é usada paliativamente para elevar os valores de capacidade resistente das peças e por seguinte comprometendo o racional uso dos modelos para caracterização das cargas últimas. Portanto, A Figura 3.10 e Figura 3.11 mostram o ajuste da média de todos os modelos com objetivo de calibrar as verdadeiras penalidades e valores a favor e contra a segurança.

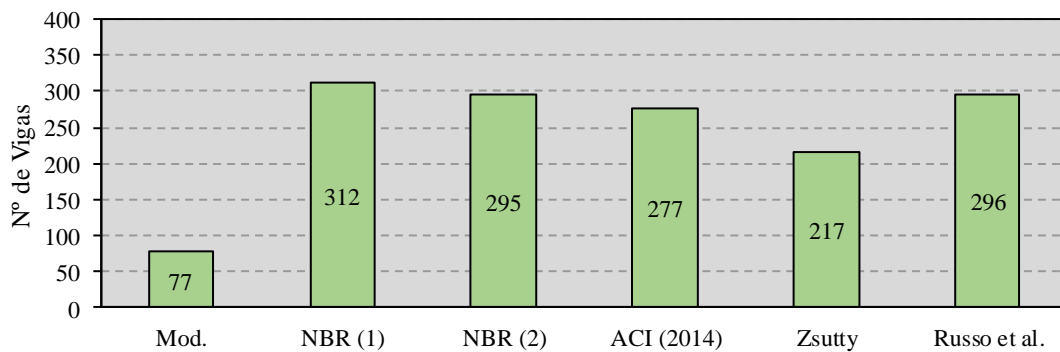


Figura 3.10 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001), média 1

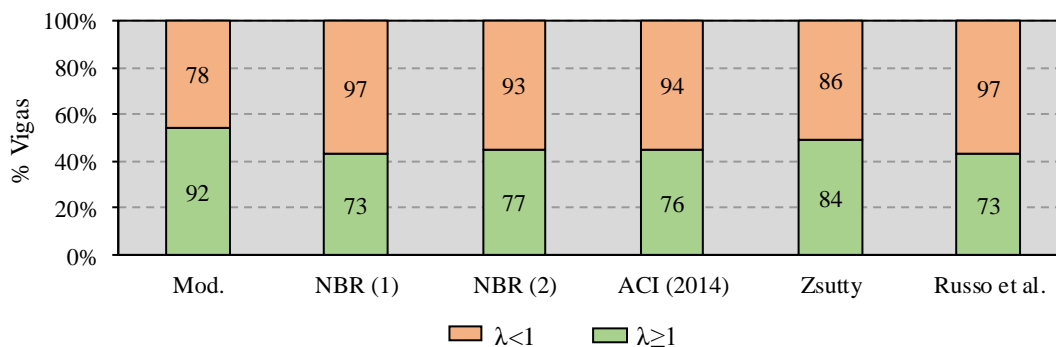


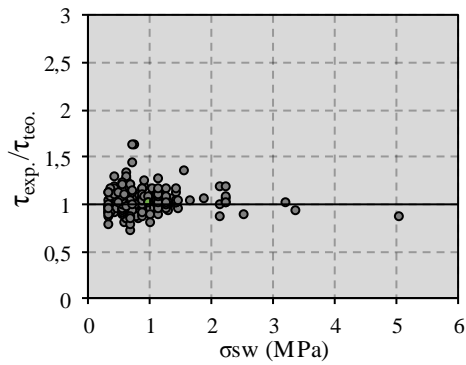
Figura 3.11 – Proporção das peças favoráveis a segurança, média 1

Fomentando o dito anteriormente, ao locar e igualar todos os modelos, notar-se o equilíbrio entre os modelos da NBR 6118 (2014), diminuindo a diferença das penalidades de 22% para 5% e possivelmente pela imprecisão da descompressão da diagonal contribuinte do concreto, pela dificuldade em quantificar e ponderar esse fenômeno de acordo com as interações de outros elementos contribuintes. O modelo proposto continua com uma ampla vantagem para e melhor em todos os quesitos, com 54% das vigas a favor da segurança.

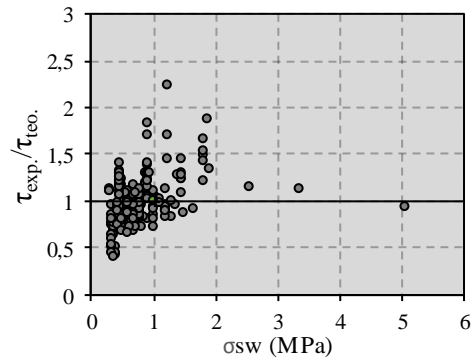
#### 3.4.1 Parâmetros avaliados

Para entender onde são as falhas de cada norma e suas limitações, portanto na Figura 3.12 foi correlacionado a razão  $\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$  com o parâmetro de maior preponderância a resistência ao cisalhamento e determinar os pontos que divergem contra a segurança e estabelecer as circunstâncias que cada norma abrange com suas respectivas médias padrão.

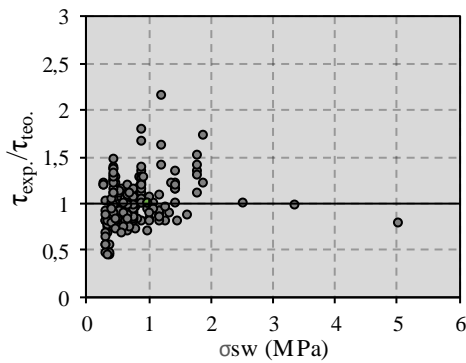
### 3.4.1.1 Tensão solicitante do estribo ( $\sigma_{sw}$ )



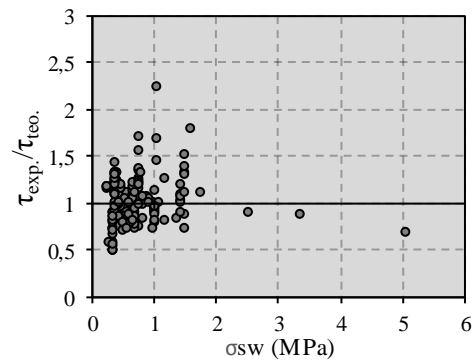
a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod.} - \sigma_{sw}$



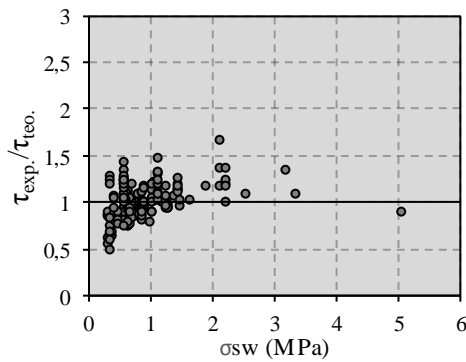
b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)} - \sigma_{sw}$



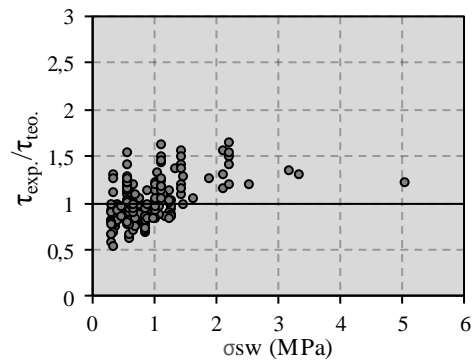
c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)} - \sigma_{sw}$



d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI} - \sigma_{sw}$



e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutty} - \sigma_{sw}$



f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo} - \sigma_{sw}$

Figura 3.12 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo} - \sigma_{sw}$

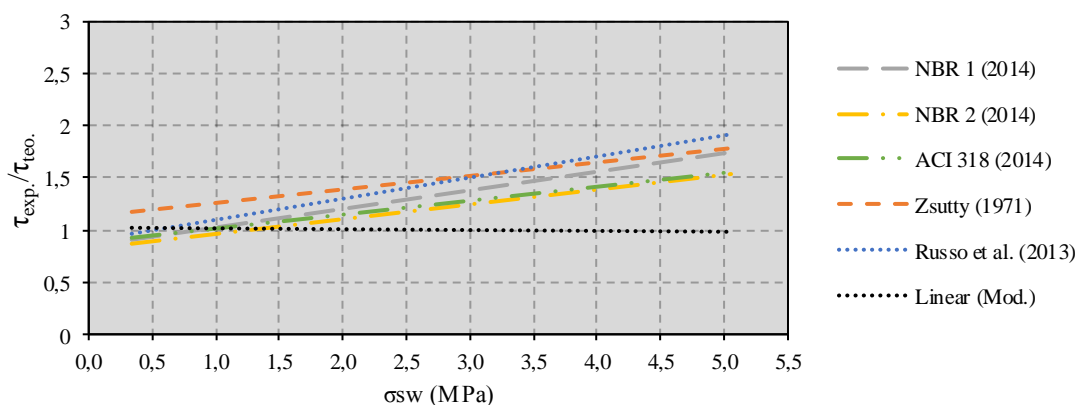


Figura 3.13 – tendência para  $\lambda - \sigma_{sw}$

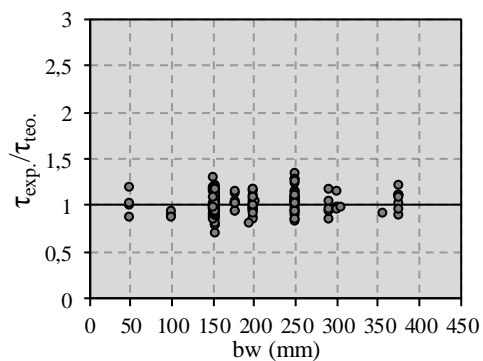
A Figura 3.13 demonstra os pontos limitantes dos modelos apresentados através de linhas de tendência a partir dos valores de  $\sigma_{sw}$ , demonstrando os intervalos que os modelos apresentados tendem a desviar da resistência real das peças do banco de dados. Sendo assim, considerando a tensão de escoamento máxima da NBR 6118 (2014) à 500 MPa, a taxa de armadura,  $\rho_w$ , para os modelos I e II tendem a estar fora da região de segurança apropriado com valores abaixo do intervalo de [0,17-0,25]% respectivamente. O modelo II distorceu da relação experimental e teórico onde  $\lambda < 0,85$  para taxas abaixo de 0,17%.

Ao analisar a ACI 318 (2014) que limita a tensão de escoamento do aço em 420 MPa, observa-se a semelhança com o modelo II da NBR 6118 (2014), a norma americana detém o intervalo onde  $\lambda > 1$  com a taxa de armadura transversal acima de 0,23%. E sendo indeterminado a taxa de armadura transversal que distancie do intervalo de segurança apropriada  $\lambda < 0,85$ .

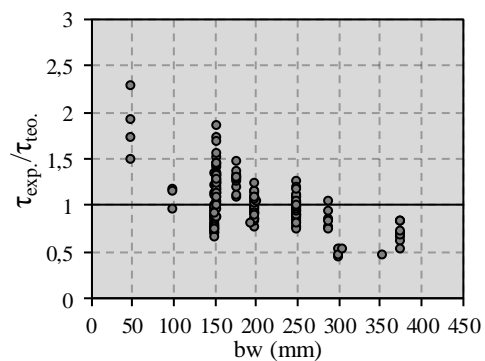
Os demais autores não tiveram uma tendência que favoreça o alcance mínimo da tensão solicitante contribuinte do estribo para um nível abaixo de segurança, assegurado pelas equações que determinantemente não necessitam exclusivamente do uso de estribos como fator categórico da resistência última. Finalizando, o modelo proposto neste trabalho não apresentou uma tendência, ou seja, independente da capacidade resistente das armaduras transversais ( $\sigma_{sw}$ ) o modelo obtém segurança apropriada em toda abrangência do banco de dados que analogamente ao que se propõe deve ser usada estritamente com valores de tensão máxima do aço entre 267 MPa e 857 MPa e taxa de armadura compreendido de 0,062% a 1,41%.



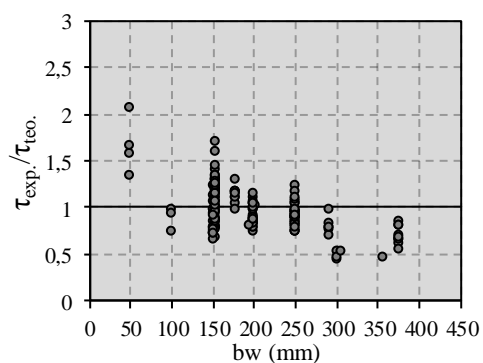
### 3.4.1.2 Largura ( $b_w$ )



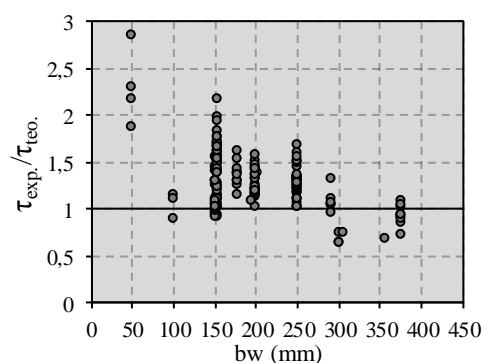
a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod.} - b_w$



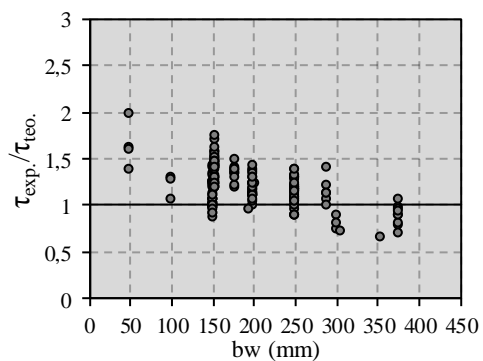
b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)} - b_w$



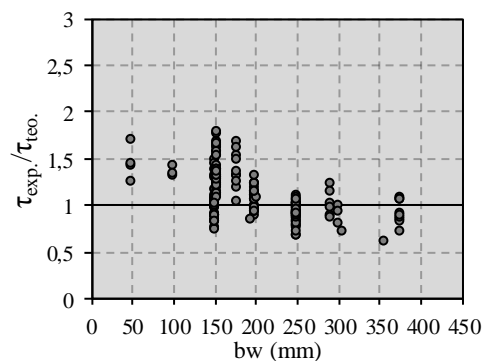
c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)} - b_w$



d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI} - b_w$



e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutty} - b_w$



f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo} - b_w$

Figura 3.14 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo} - b_w$

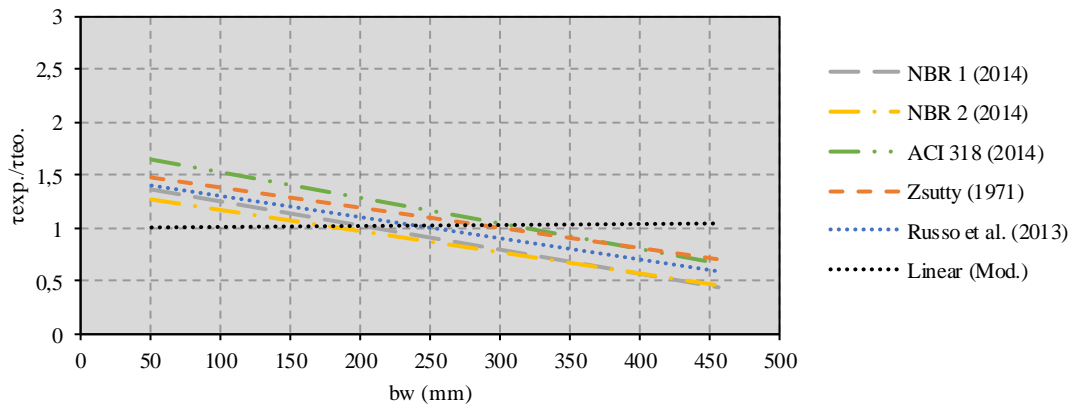
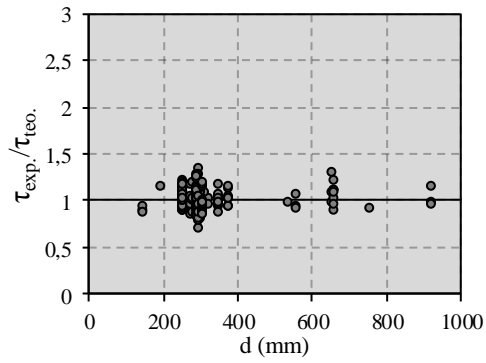


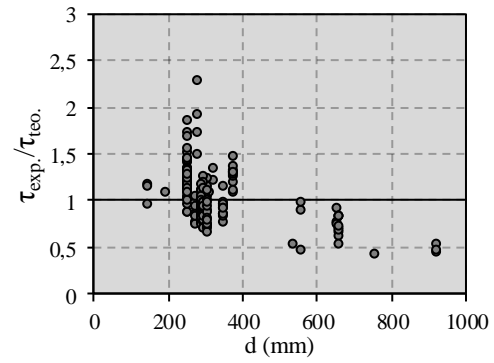
Figura 3.15 – tendência para  $\lambda - b_w$

É constatado pela Figura 3.15 como a largura ( $b_w$ ) pode ter efeito preponderante na tendência da norma americana e brasileira, contudo há uma considerável divergência entre valores máximos para constatar a segurança apropriada  $\lambda \in [0,85 - 1,15]$ , sendo a NBR 6118 (2014) nos modelos I e II com valores respectivos a 211 mm e 184 mm e distanciando aproximadamente 72% da ACI 318 (2018), possuindo o valor mais conservador analisado com 318 mm. Os outros autores ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013) divergiram-se em 20% com valores conservadores de 300 mm e 250 mm. Seguindo o modelo proposto, não há valor mínimo pois a fórmula abrange todo o espaço amostral de 50 mm a 450 mm.

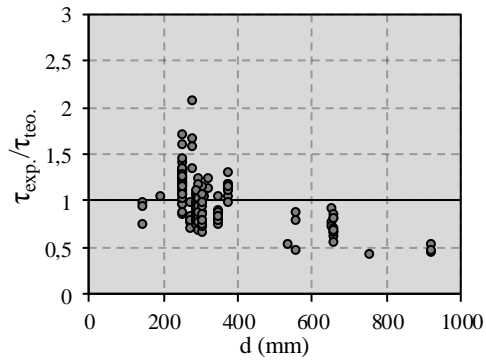
### 3.4.1.3 Altura útil ( $d$ )



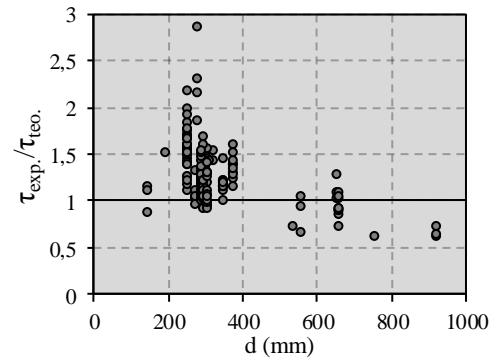
a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod.} - d$



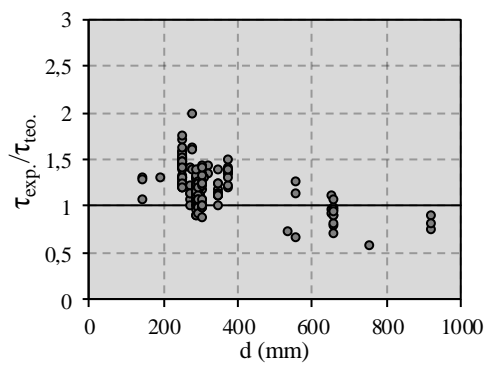
b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)} - d$



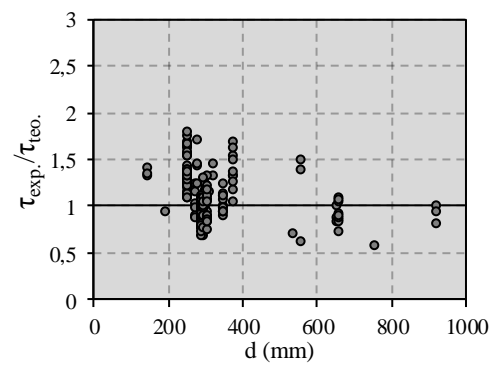
c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)} - d$



d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI} - d$



e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutty} - d$



f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo} - d$

Figura 3.16 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo} - d$

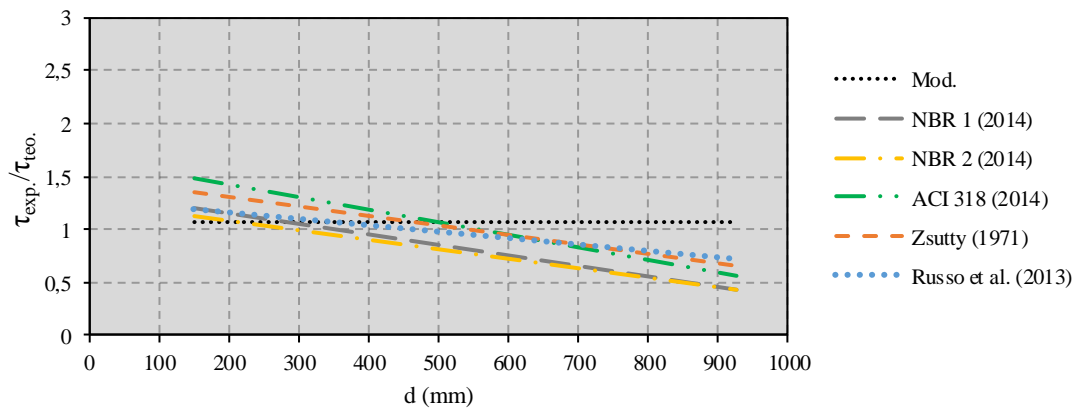
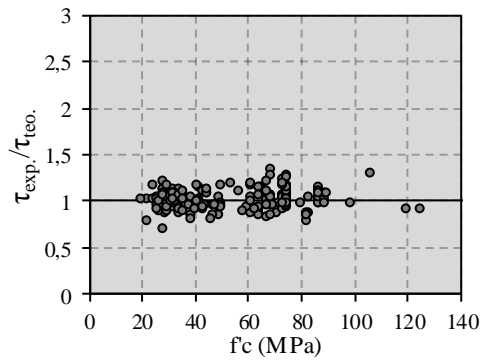


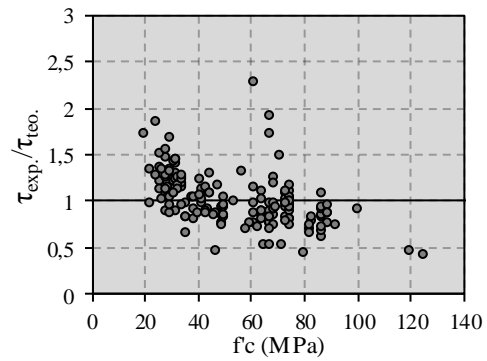
Figura 3.17 – tendência para  $\lambda - d$

A norma brasileira tem aproximadamente 21% de diferença entre os seus respectivos modelos I e II com 354 mm e 291 mm para a altura útil para após esses limites passar a ter uma tendência em diminuir a acurácia em estimar o estado limite último, tendo uma queda drástica em estipular após os 400 mm, a ACI 318 (2014) deteve o resultado mais conservador, obtendo alcance de 559 mm, tendo uma continuidade após esse limite para a relações experimentais e teóricos. Ao estimar os valores teóricos para ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013), foram semelhantes, diferenciaram-se em torno de 14 %, com 538 mm e 471 mm respectivamente e diferindo das normas NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) ao conseguirem maior precisão na zona entre 240 mm e 300 mm. Em contrapartida, o modelo proposto mostra nenhuma perspectiva abaixo da segurança contemplando todas as faixas de altura útil do banco de dados.

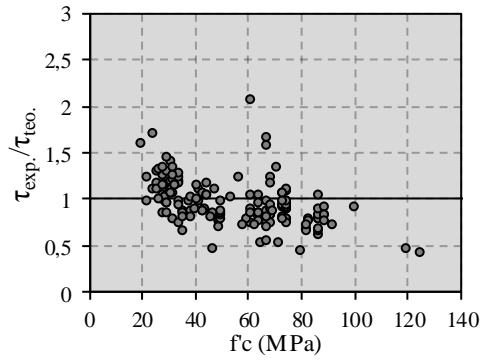
### 3.4.1.4 Resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ )



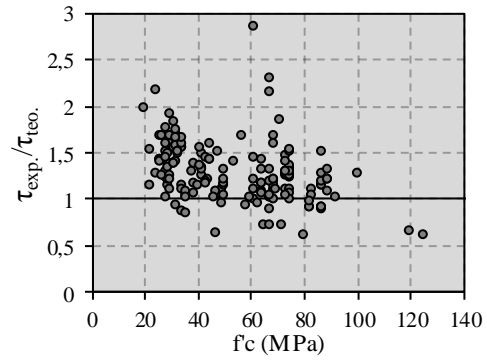
a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod.} - f'_c$



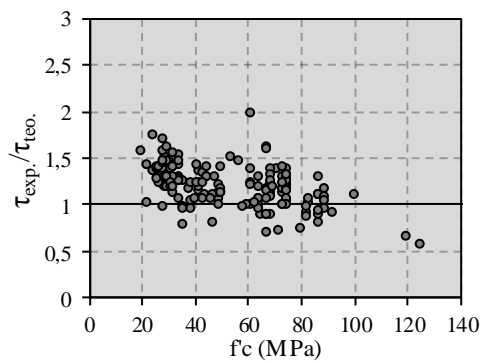
b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)} - f'_c$



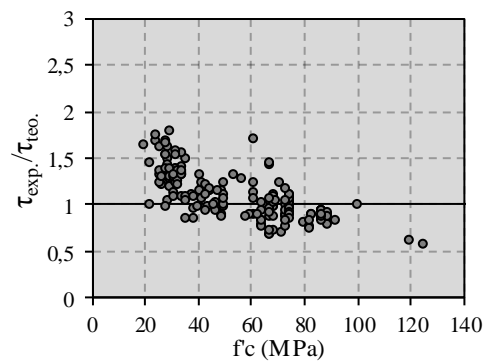
c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)} - f'_c$



d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI} - f'_c$



e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutry} - f'_c$



f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo} - f'_c$

Figura 3.18 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo} - f'_c$

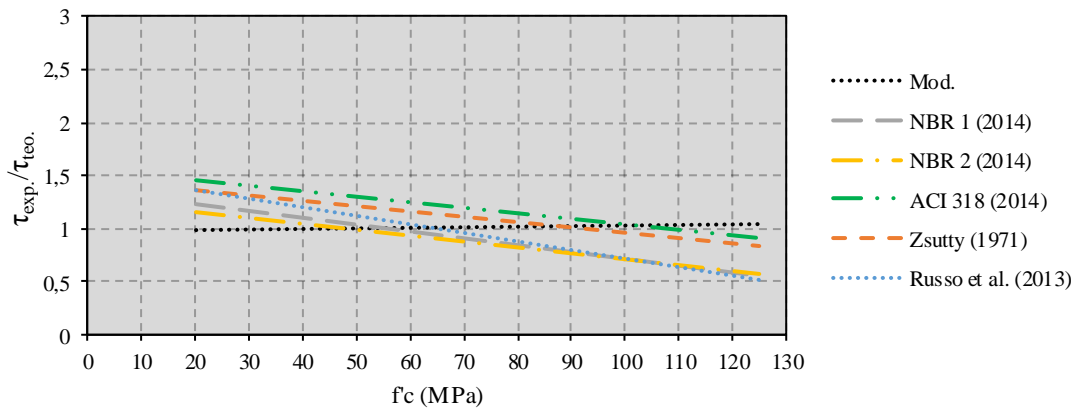
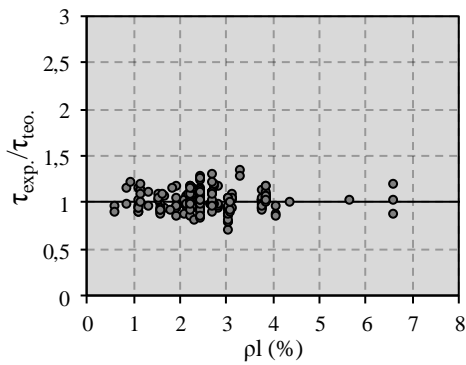


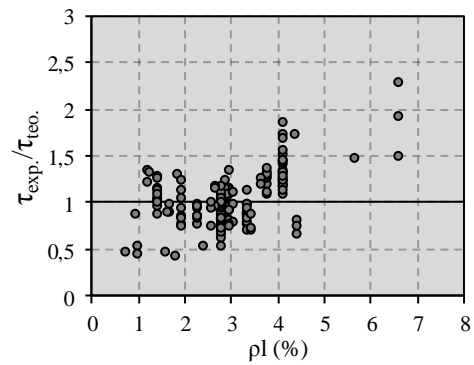
Figura 3.19 – tendência para  $\lambda - f'_c$

A NBR 6118 (2014) expõe indiretamente uma segmentação entre classes de concreto a sua resistência à compressão entre 55 MPa a 90 MPa, o qual se comprova na Figura 3.19, através do início de imprecisão entre os modelos I e II com valores acima de 47 MPa e 56 MPa respectivamente. Analogamente a ACI 318 (2014) limita a capacidade resistente do concreto à compressão a partir de 69 MPa, porém é visível que a média encontrada em relação aos valores experimentais e teóricos avance o grau de segurança ao patamar que torne segura o código americano até 109 MPa. ZSUTTY (1971), obteve abrangência para até 92 MPa, diferindo do trabalho mais recente de RUSSO *et al.* (2013) em 42% com mais dados concentrados acima de 1 em relação ao trabalho de 2013. A equação sugerida neste trabalho, obteve leve queda na tendência para valores abaixo de 46 MPa, porem insignificantes para relação  $\lambda = 0,98$ .

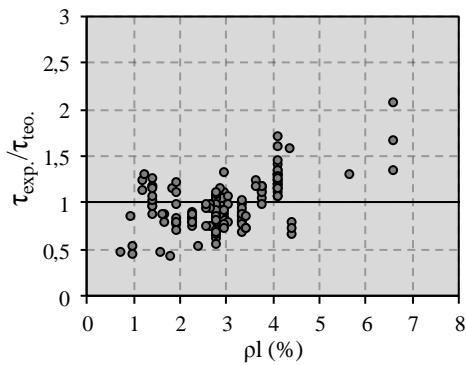
### 3.4.1.5 Taxa de armadura longitudinal ( $\rho_l$ )



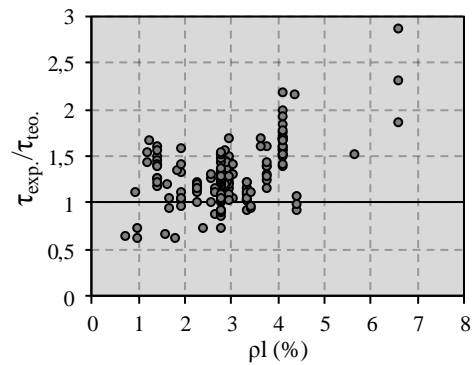
a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod.} - \rho_l$



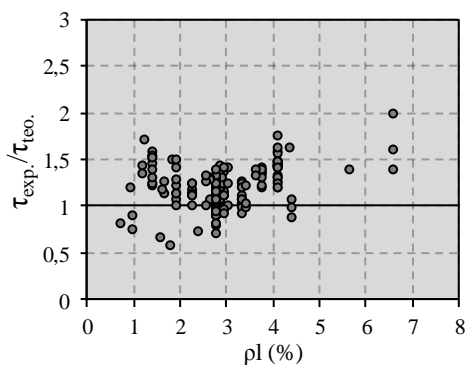
b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)} - \rho_l$



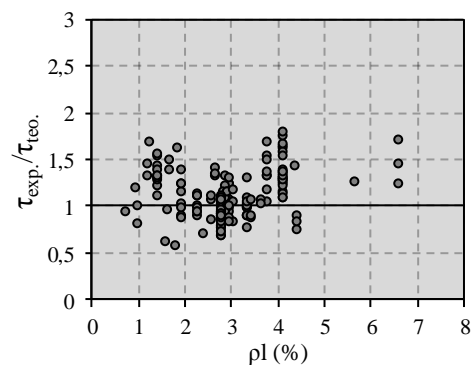
c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)} - \rho_l$



d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI} - \rho_l$



e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutty} - \rho_l$



f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo} - \rho_l$

Figura 3.20 – Análise da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo} - \rho_l$

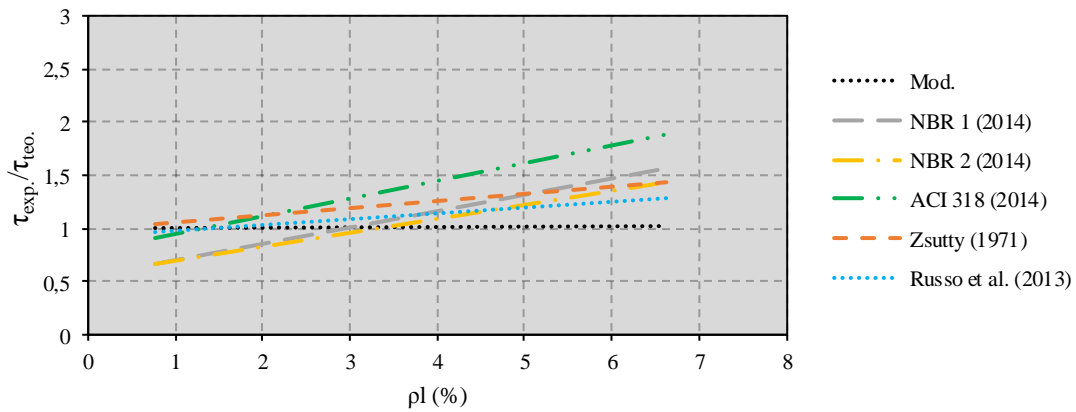
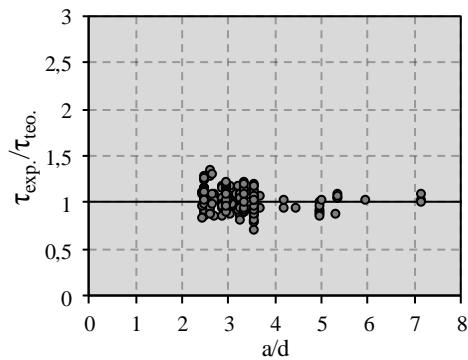


Figura 3.21 – tendência para  $\lambda - \rho_l$

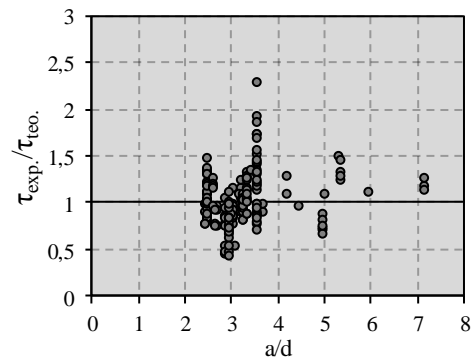
ACHARYA & KEMP (1991) fomenta a influência das armaduras longitudinais ao cisalhamento e consenso entre outros diversos autores o aumento do esforço entre 15% e 25%. É notável a desconsideração das normas apresentadas na inclusão desse fator, resultando no superdimensionamento das peças pela ACI 318 (2014) e um subdimensionamento em relação a NBR 6118 (2014) com uma diferença entre os valores mínimos em 128%, contudo, os autores que incluem esse fenômeno, detêm melhores precisões contemplando valores mínimos para ZSUTTY (1971) de 0,17% e RUSSO *et al.* (2013) de 1,28%. A fórmula proposta obtém valores que contemplam todos os valores desse banco de dados.



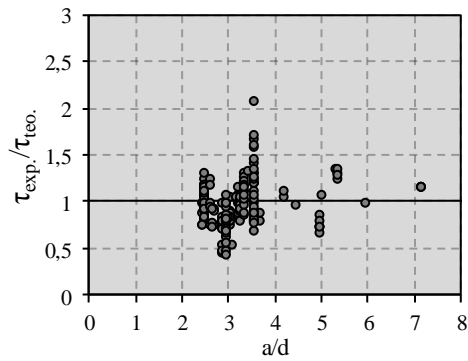
### 3.4.1.6 Relação entre vão de cisalhamento e altura útil ( $a/d$ )



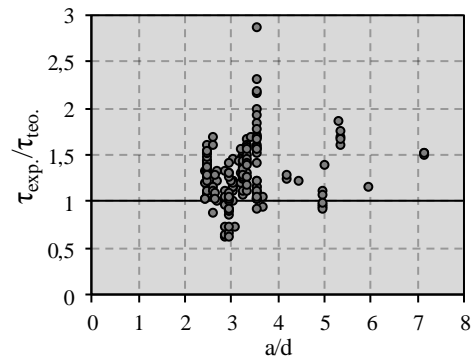
a)  $\tau_{exp}/\tau_{mod.} - a/d$



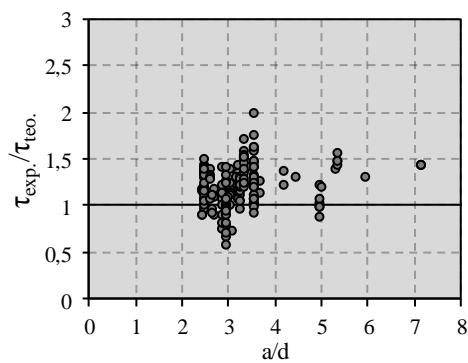
b)  $\tau_{exp}/\tau_{NBR(1)} - a/d$



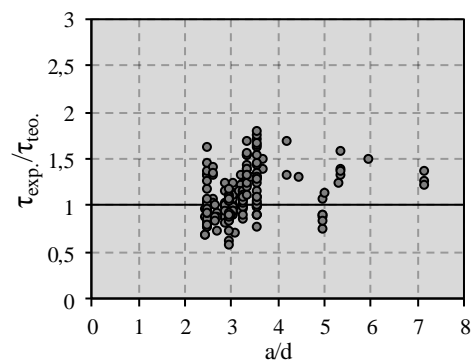
c)  $\tau_{exp}/\tau_{NBR(2)} - a/d$



d)  $\tau_{exp}/\tau_{ACI} - a/d$



e)  $\tau_{exp}/\tau_{Zsutry} - a/d$



f)  $\tau_{exp}/\tau_{Russo} - a/d$

Figura 3.22 – Análise da relação  $\tau_{exp}/\tau_{teo} - a/d$

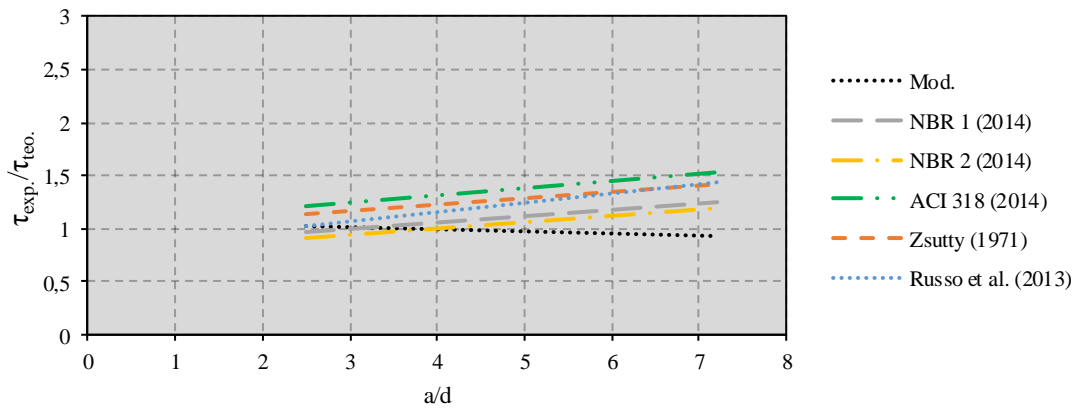


Figura 3.23 – tendência para  $\lambda - a / d$

A relação  $(a / d)$  é o principal parâmetro para o aumento da resistência das vigas ao esforço cisalhante. ZSUTTY (1971) foi um dos precursores a analisar e implementar a relação de esbeltez de carregamento e dividiu seu modelo de cálculo em vigas curtas  $\left(\frac{a}{d} < 2,5\right)$  e longas  $\left(\frac{a}{d} \geq 2,5\right)$ , porém deixou de seguir a segurança em algumas peças a partir de uma relação  $\left(\frac{a}{d} < 3\right)$ . RUSSO *et al.* (2013) analogamente contempla essa relação, contudo abaixo 2,3, inicia a imprecisão do modelo, mesmo que em seu trabalho ele defina um intervalo dessa relação entre 0,23 e 6,98. A NBR 6118 (2014) não considera a relação de esbeltez da peça, isso remete a impressão em vigas com  $\frac{a}{d} < 2,5$ , quando os modelos I e II detém  $\lambda < 1$ , no intervalo entre 3,1 e 4 respectivamente. Quando se analisa o modelo proposto, há um declive em torno da relação vão de cisalhamento e altura útil, iniciando em 3,65, justificável pela desconsideração do momento atuante na peça.

### 3.5 Avaliação do modelo proposto (E.L.S) para o estádio II

As estruturas de concreto devem ser dimensionadas de acordo com parâmetros que possam estabelecer conforto visual, psicológico e integridade física do usuário, contribuindo em manter a vida útil da edificação sob características originais de projeto sob o custo razoável de manutenções periódicas, mostrar evidências visíveis de fissuração e deformação quando não atender os esforços aos quais não foi dimensionada e evitar a ruptura frágeis e bruscas quando solicitada.

Desta forma, foi considerado que houvesse uma racionalização no processo de estabelecer o início de fissuração no estádio II segundo a NBR 6118 (2014) a partir do escoamento da armadura do material e aumentar a média da equação proposta ao ponto que a relação penalidades pelo critério de COLLINS (2001) e os valores de  $\lambda > 1$  fosse o menor possível, ou seja, através da razão entre esses valores, haveria menor penalidade possível concomitantemente ao maior número de peças a favor da segurança como mostra a Figura 3.24, foi estabelecido o coeficiente de 1,1 sob a fórmula para fomentar a segurança das peças no estado limite de formação de fissuras (E.L.S-F) definido de acordo com a NBR 6118 (2014).

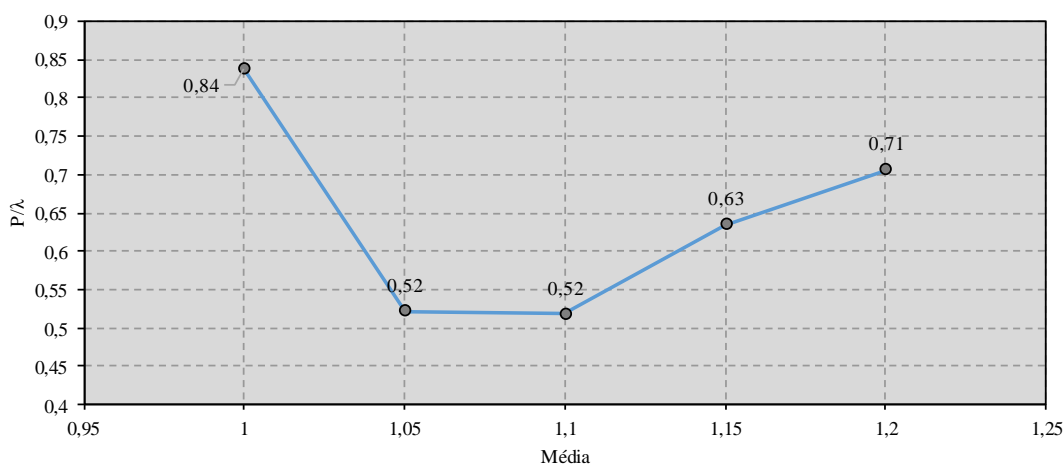


Figura 3.24 – Racionalização da média para o estado limite de serviço.

## 4 Programa experimental

O programa experimental deste trabalho, consistiu no desenvolvimento de 07 vigas de concreto armado, realizados no Laboratório de Engenharia Civil (LEC) da Universidade Federal do Pará (UFPA). Os ensaios tiveram por objetivo observar o comportamento das vigas com a variação de suas dimensões transversais e armaduras de cisalhamento, as peças têm seções retangulares e simulam situações habituais.

Buscando simular perfis construtivos em laboratório, é importante destacar que os modelos usados não apresentam as mesmas condições de apoio e contorno reais a um pórtico, pois é nulo a interferência de outros elementos estruturais na transferência de momentos fletores e torsões ou contribuição da mesa colaborante à compressão em vigas de seção T, conseqüentemente, há ausência de pilares ou apoios com rigidez equivalente para permuta de momentos e esforços cortantes, simulando assim uma situação isolada de esforços internos solicitantes nas peças de concreto armado ensaiadas.

Assim como foi exposto na revisão bibliográfica e apesar dos vários autores terem realizado correlações empíricas para propor uma metodologia de cálculo das armaduras de cisalhamento, poucos realizaram ensaios para comprovação dos métodos realizados, dificultando a afirmação das teorias implementadas, sendo assim, o sistema de ensaio visou descrever o comportamento das tensões principais das vigas, compondo dessa forma, a verificação dos valores máximos de tensão e deformação e comparando esses valores experimentais com os códigos normativos da NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014), além dos autores ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013) e conseqüentemente verificar o desempenho do critério proposto neste trabalho.

As vigas de concreto armado foram ensaiadas até o colapso, seu dimensionamento teve por objetivo obter a integridade das diagonais comprimidas e possibilitando o colapso por cisalhamento através da diagonal tracionada, com base nisso, todos os coeficientes normativos para majoração e minoração de carregamento e capacidade resistente dos materiais foram retirados. Seguindo-se o dimensionamento das peças para ruptura desejada, houve o incremento da capacidade resistente das armaduras de flexão. Na Tabela 4.1 a seguir é disposto os valores usados para o dimensionamento e suas respectivas características:

Tabela 4.1 – Característica dos esforços característicos e resistentes das vigas

Peça	$V_{cort.}$ (kN)	$a$ (mm)	$M_{cort.}$ (kN·mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	$M_t$ (kN·mm)	$M_t/M_{cort.}$
VR	67,3	446	30097	39,3	51195	1,70
VB1	90,9	443	40235	39,3	66849	1,66
VB2	111,1	438	48599	39,3	78119	1,61
VD1	103,6	688	71235	39,3	121207	1,70
VD2	141,3	938	132463	39,3	223858	1,69
VSW1	75,4	438	32980	39,3	56003	1,70
VSW2	83,8	438	36653	39,3	67786	1,85

Tabela 4.2 – Característica das peças a serem ensaiadas

Viga	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$I$ (mm <sup>4</sup> · 10 <sup>8</sup> )	$A$ (mm <sup>2</sup> )	$\rho_w$ (%)	$\rho_l$ (%)
VR	150	179	1	30000	0,101	2,58
VB1	200	177	1,33	40000	0,109	2,27
VB2	250	175	1,66	50000	0,105	2,15
VD1	150	275	3,38	45000	0,101	2,50
VD2	150	375	8	60000	0,101	2,39
VSW1	150	175	1	30000	0,154	2,69
VSW2	150	175	1	30000	0,201	3,59

Onde:

- $a$  – Distância do ponto de apoio ao ponto de aplicação de carga;
- $V_{cort.}$  – Capacidade resistente característica da peça;
- $M_{cort.}$  – Momento resistente teórico pelo esforço cortante;
- $M_t$  – Momento resistente da armadura longitudinal;
- $A_{sw}$  – Área da armadura transversal.

Todos os elementos dimensionados tiveram apenas armaduras de composição em sua zona de compressão, sendo assim a armadura de  $2\varnothing 5,0\text{ mm}$  foi usada para facilitar a colocação e locação dos estribos. A relação  $M_t/M_{cort.}$  teve por objetivo manipular o momento último das armaduras longitudinais e o momento solicitante nas peças oriundas das cargas teóricas últimas ao cisalhamento a partir do dimensionamento das armaduras transversais. Através desses artifício, possibilita-se um dimensionamento mais racional das peças, havendo margem suficiente para ruptura ao cisalhamento.

Todas as vigas terão cobertura de 10 mm, suficiente apenas para total aderência das ferragens. Além disso, foi considerado a relação  $a/d$  igual a 2,5, diminuindo ao máximo o efeito arco e o consequente aumento de resistência por colaboração do banzo comprimido. A seguir são detalhadas as peças, suas dimensões e configurações de carregamento.

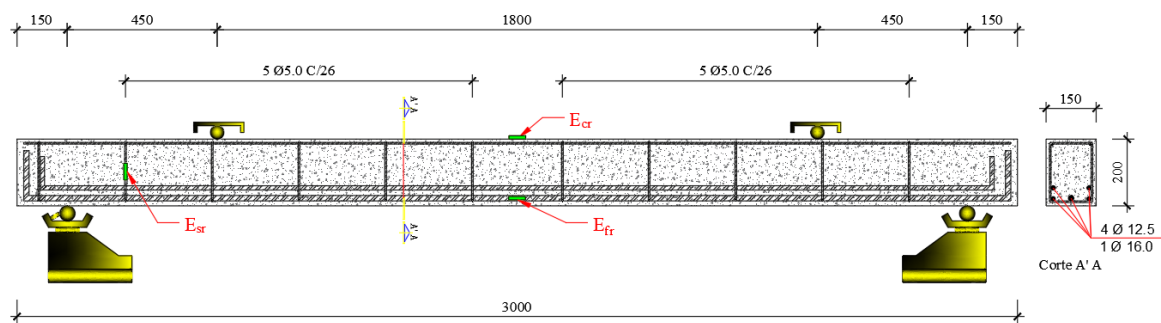


Figura 4.1 – Detalhe da viga VR (mm)

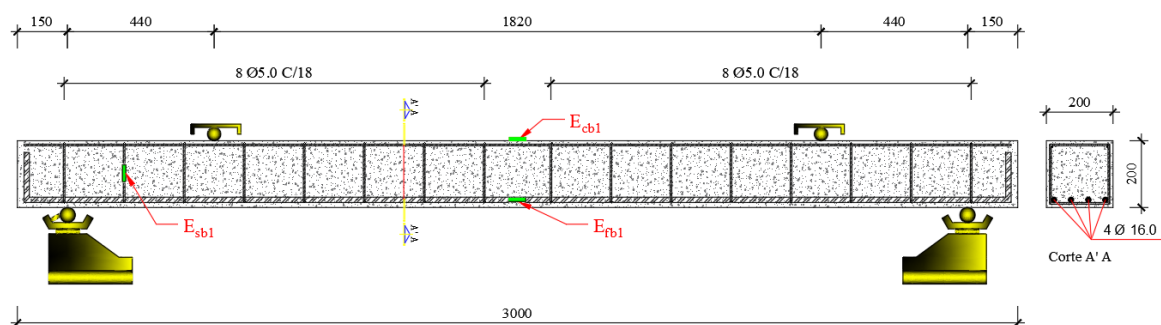


Figura 4.2 – Detalhe da viga VB1 (mm)

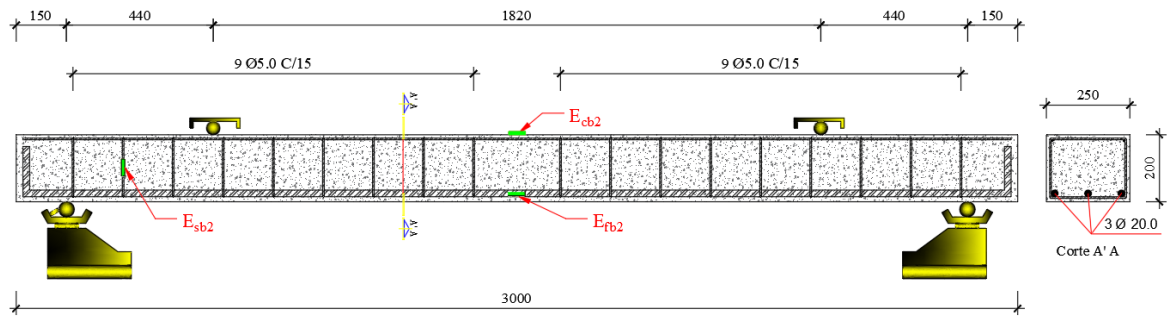


Figura 4.3 – Detalhe da viga VB2 (mm)

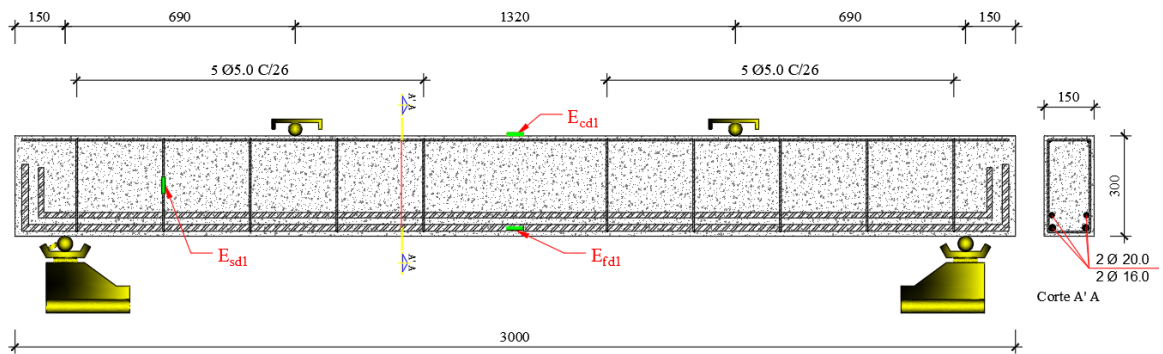


Figura 4.4 – Detalhe da viga VD1 (mm)

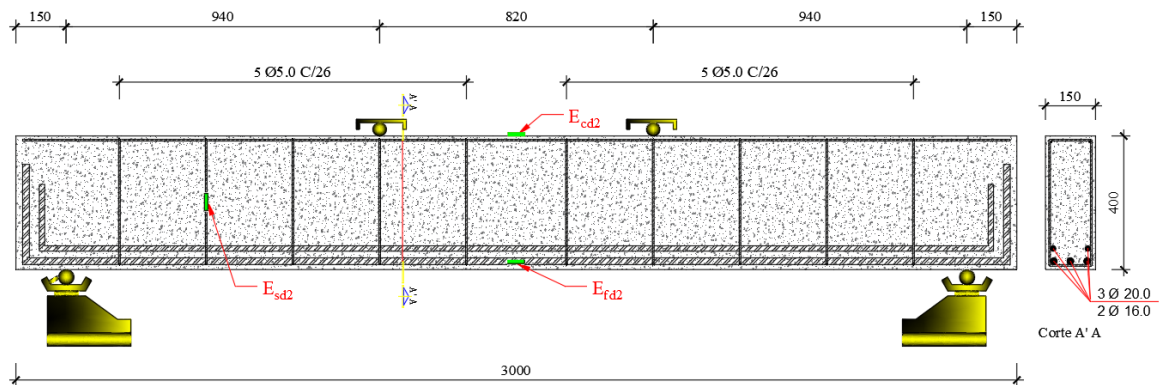


Figura 4.5 – Detalhe da viga VD2 (mm)

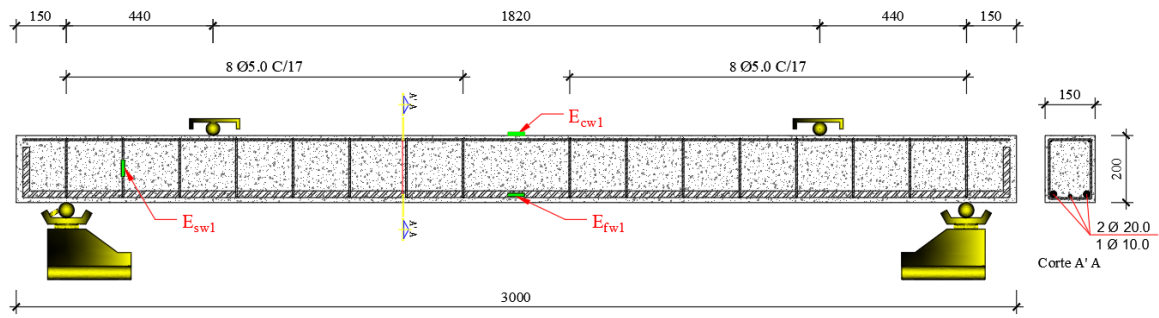


Figura 4.6 – Detalhe da viga VSW1 (mm)

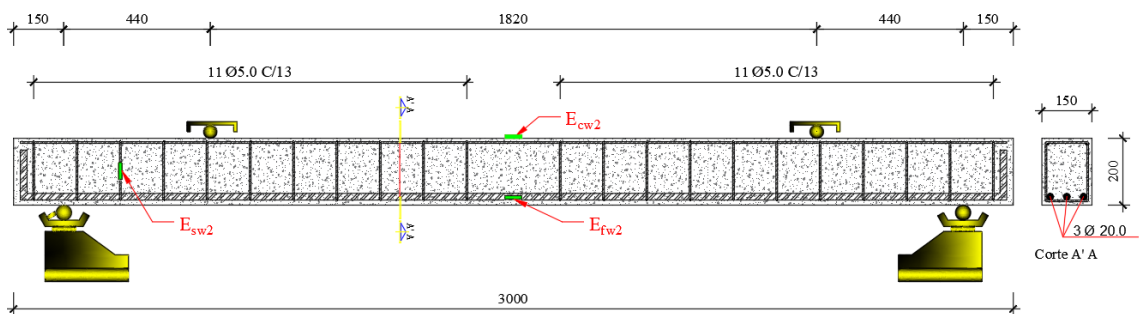


Figura 4.7 – Detalhe da viga VSW2 (mm)

A montagem das vigas iniciou-se através do corte das barras longitudinais designadas pelos detalhamentos, procedendo-se o corte, dobra e amarração nos estribos, todas as ferragens foram dobradas com o auxílio de um gabarito pré-estabelecido para precisão das medidas, mostrado pela Figura 4.8, respeitando sempre o espaçamento mínimo de duas vezes o diâmetro máximo do agregado graúdo, possibilitando o melhor adensamento do concreto. Após a confecção das armaduras, foi inserido as pastilhas cimentícias de 10 mm para espaçar as ferragens da forma.



Figura 4.8 – Dobra e corte das armaduras





Figura 4.9 – Armadura da Viga VR



Figura 4.10 – Armadura da Viga VB1



Figura 4.11 – Armadura da Viga VB2



Figura 4.12 – Armadura da Viga VD1



Figura 4.13 – Armadura da Viga VD2



Figura 4.14 – Armadura da Viga VSW1



Figura 4.15 – Armadura da Viga VSW2

A forma teve por finalidade tornar os componentes inertes a movimentações e vibrações excessivas com o concreto em seu estado fresco e garantir todas as dimensões precisas das vigas e posicionamento das barras, facilitando todo o processo construtivo. A mesma foi limpa e removido qualquer tipo de poeira ou material inerte ou reativo ao concreto. Ao longo de toda sua superfície de contato com o concreto foi utilizado desmoldante para melhor acabamento e facilitar a remoção sem danificar as faces.

## 4.1 Caracterização dos materiais

### 4.1.1 Concreto

#### 4.1.1.1 Dosagem

O concreto utilizado foi dosado e confeccionado no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, pelo método da ABCP (Associação Brasileira de Cimento Portland), usando-se cimento Portland CPI 40, areia média e brita com diâmetro máximo de 9,5 mm, agregado graúdo lavado impossibilitando a formação de finos em sua superfície e erros no traço. O volume consistiu em 1 m<sup>3</sup> de concreto para moldagem das vigas, consistindo nesse valor um acréscimo de 15% por eventuais perdas no lançamento, adensamento e transporte. Os corpos de prova (CPs) para ensaio foram moldados e curados segundo a NBR 5738 (2016), de acordo com as recomendações da NBR 5739 (2007), utilizou-se 3 CPs para o ensaio de resistência à compressão axial, 3 CPs para resistência à tração diametral pela NBR 7222 (2011) e 3 CPs para os módulos de elasticidade seguindo a NBR 8522 (2008).

Tabela 4.3 – Materiais constituintes e consumo

Consumo (kg/m <sup>3</sup> )				
Cimento <sup>a</sup>	Areia <sup>b</sup>	Brita <sup>c</sup>	Água	Aditivo <sup>d</sup>
436,3	741,7	1003,5	218,1	1,05

<sup>a</sup> CPI 40;

<sup>b</sup> Areia fina: Módulo de finura = 2,12 e massa específica = 2,65

<sup>c</sup> Brita 1: Diâmetro máximo = 12,5 mm

<sup>d</sup> Sika ViscoConcrete® 3535 CB.

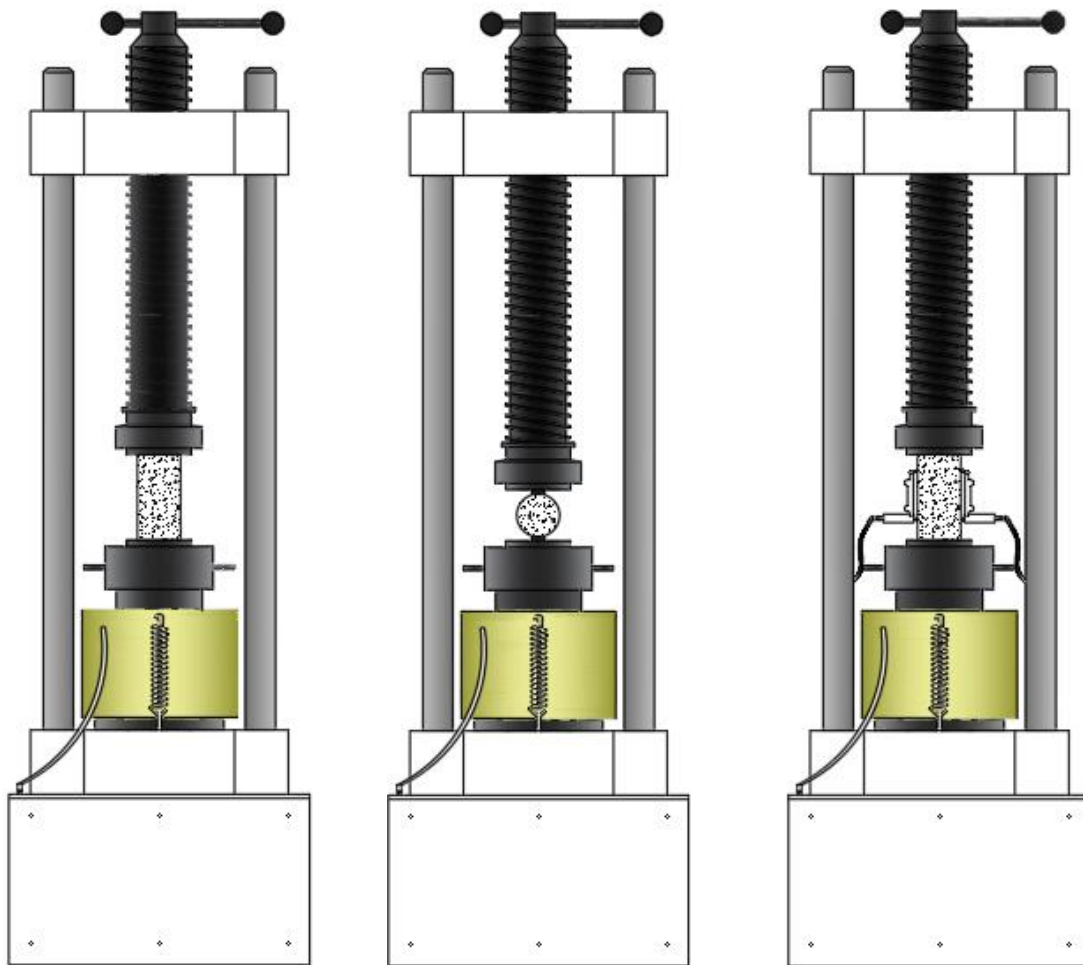
De acordo com MONTROYA *et al.* (2004), resultados comparativos obtidos por ensaios de vários corpos de provas (CP's) com dimensões diferente, quanto maior o volume de concreto, menor a resistência, pois probabilisticamente apresentam maior volume de vazios, resultando em maiores deformações. Considerando isso, corpos de provas com relação diâmetro e altura igual a dois resultam na maior racionalização do formato para adensamento e melhor controle do volume de vazios, conseqüentemente, melhor controle nos resultados de compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade, portanto os CP's terão formato cilíndrico com diâmetro e altura respectivos de (100 x 200) mm<sup>2</sup>.



Figura 4.16 – Ensaio de consistência (*Slump Test*)

#### 4.1.1.2 Ensaios mecânicos

A resistência à compressão do concreto atingiu o valor médio de 50,6 MPa após 28 dias de idade com abatimento (*slump*) de 12 mm, o sistema de ensaio para aquisição da caracterização mecânica do concreto é apresentado a seguir na Figura 4.16.



a) Compressão axial                      b) Compressão diametral                      c) Módulo de elasticidade

Figura 4.17 – Ensaio mecânicos no concreto



a) Compressão axial                      b) Compressão diametral                      c) Módulo de elasticidade

Figura 4.18 – Detalhe dos ensaios mecânicos

#### 4.1.2 Aço

Os aços seguiram a caracterização de acordo com a NBR 6152 (1992), realizados em lotes de três espécimes, para as bitolas (diâmetro da seção transversal,  $\emptyset$ ) de 5,0 mm, 10 mm, 16 mm e 20 mm, sendo o 5,0 mm (CA-60) e os demais (CA-50), os ensaios foram realizados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, utilizando-se da máquina universal de ensaios e tiveram por objetivo adquirir os valores para módulo de elasticidade, tensão de escoamento e tensão de ruptura à tração, medindo as deformações através de um extensômetros mecânico, A Figura 4.19 mostra o modelo de ensaio para o aço.



Figura 4.19 – Ensaio do aço

#### 4.2 Instrumentação

As vigas instrumentadas seguiram o padrão apresentado na Figura 4.20, onde  $E_{cvd2}$ , representa o extensômetros de resistência elétrica (ERR) do concreto para a viga VD2,  $E_{svd2}$ , ERR do estribo da viga VD2 e  $E_{fvd2}$ , ERR da armadura de tracionada da viga VD2, no total, foram 14 extensômetros utilizados no aço e 07 para a face superior externa do concreto para averiguação dos deslocamentos em seus respectivos pontos através de um sistema de aquisição de dados, seguindo o comportamento em seu estado limite último em pontos específicos onde, teoricamente, formam os pontos de tensão máxima de flexão e cisalhamento. Foi usado um e 01 deflectômetro digital por viga em sua face inferior externa em meio para medir o grau de seu deslocamento vertical máximo.

O monitoramento das deformações da armadura de cisalhamento e flexão tiveram a utilização de extensômetros elétricos de resistência (EER) da Excel Sensores, com grelha de dimensões (3,18 x 3,18) mm<sup>2</sup>, modelo PA-06-125AA-120L, sua fixação foi feita no eixo lateral da superfície da barra através de uma cola de cianoacrilato, a soldagem dos contatos é realizada com estanho em dois fios de cobre e a proteção posteriormente com araldite, o uso de fita de auto fusão em volta de todo sistema objetiva o isolamento para o meio alcalino do concreto. Finalizando usou-se braçadeiras de elástico para impedir a movimentação dos fios, sendo assim, as leituras das deformações tiveram o mínimo de interferências do meio externo para observação do estado elasto-plástico da peça.



Figura 4.20 – Instrumentação das barras

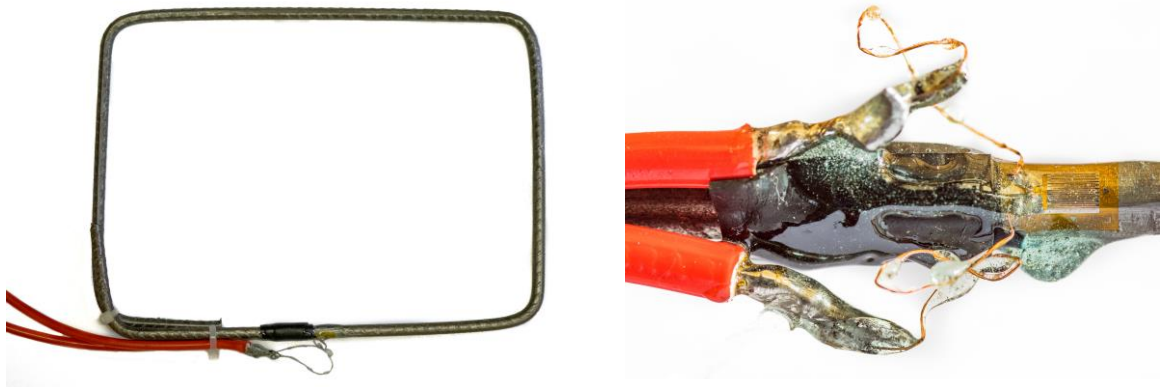


Figura 4.21 – Locação do extensômetro do aço

As deformações longitudinais no concreto foram medidas a partir de extensômetros elétricos de resistência (EER) da Excel Sensores, com grelha de dimensões (51,1 x 2,03) mm<sup>2</sup>, modelo PA-06-201BA-120L, fixados na superfície superior do concreto à meio vão, a área de contato foi previamente regularizada para o colocação de uma superfície de araldite, seca após o prazo de 20 minutos, a aderência do ERR ocorrerá com uma cola de cianoacrilato, assim o contato é ligado através da soldagem de estanho em fios de cobre para a leitura no sistema de aquisição de dados.



Figura 4.22 – Colocação dos extensômetros no concreto



Figura 4.23 – Detalhe do extensômetro do concreto

As flechas obtidas nas vigas foram mensuradas através do deflectômetro digital (relógio comparador) devidamente calibrado, com 100 mm para aferição e precisão de 0,01 mm, apoiado em uma estrutura auxiliar rígida sobre a laje de reação sem interferências externas que possam causar vibrações ou deslocamentos.

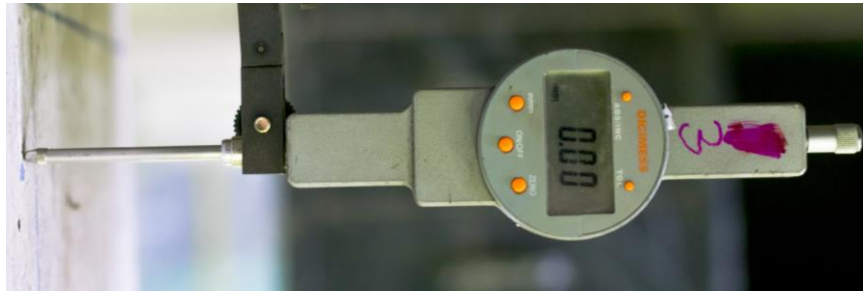


Figura 4.24 – Deflectômetro com base magnética

Com a viga manobrada para o pórtico de reação através da empilhadeira e içada por alças metálicas implantadas em suas extremidades longitudinais no momento da concretagem, o ensaio foi montado sobre a laje de reação, permitindo a resposta do elemento estrutural pelo princípio de ação e reação por aplicação de cargas concentradas. As vigas tiveram as condições de apoio sob blocos de concreto, simulando um sistema isostático com apoios de 1º e 2º gênero, o carregamento pontual aplicado sobre a viga, foi feito através do cilindro hidráulico com capacidade de 1000 kN, precisão de 0,5 kN e distribuído por uma vigota metálica para dois roletes. Para monitoramento das cargas aplicadas sobre a peça, utilizou-se a célula de carga sobre o cilindro hidráulica para aferir por meio do visor os passos de carga, controlados por um atuador hidráulico manual. O ensaio foi de *Stuttgart*, com objetivos de segmentar dois trechos com cisalhamento nas extremidades e um a meio vão com flexão pura, possibilitando a melhor identificação das fissuras no mapa de fissuração. Seguindo a configuração proposta para o carregamento visto na Figura 4.25 e Figura 4.26, as vigas ensaiadas obtiveram a resposta da estrutura do pórtico ao carregamento pontual do cilindro perpendicular ao eixo longitudinal da peça. Dando início ao ensaio, primeiramente foi aplicado uma carga inicial de 1 kN para estabilização do sistema, posteriormente averiguou-se o funcionamento de todos os extensômetros pelo sistema de aquisição de dados, em seguida efetuando a aplicação do carregamento, com o mínimo de 20 leituras espaçadas em 2 minutos constantes para o mapeamento das fissuras, cada aplicação foi lida por um relógio digital acoplado a célula de carga com o valor de aproximadamente 5 kN por passo de carga, sendo seguido até o colapso da viga.



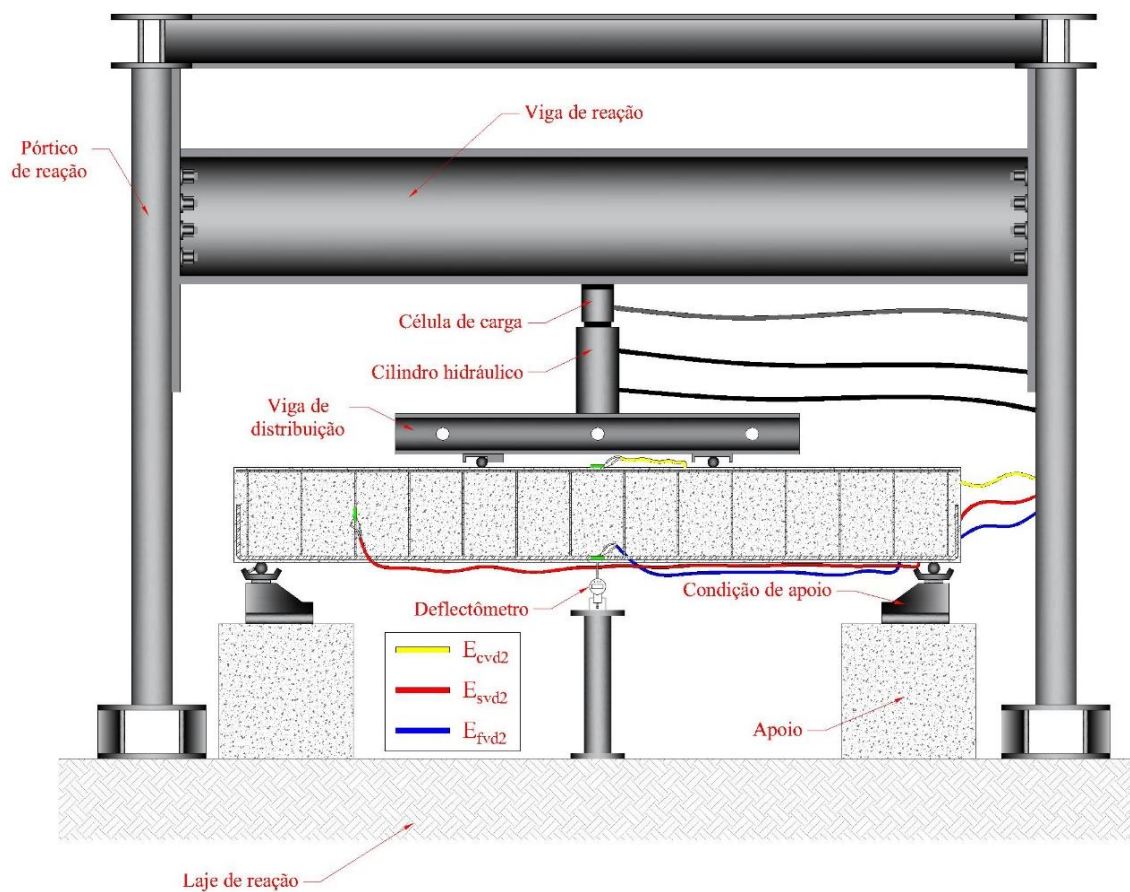


Figura 4.25 – Detalhe do sistema de ensaio



Figura 4.26 – Sistema de ensaio

### 4.3 Sistema de aquisição de dados

As leituras de deformação foram obtidas utilizando-se um sistema modular de aquisição de dados: *ALMEMO® 5690-2M* da *Ahlborn*, com *software AMR WinControl*, procedendo a leitura dos extensômetros posicionados no aço (estribo e armadura longitudinal) e concreto. Os intervalos para aplicação do carregamento, coleta de dados, assim como realização da leitura dos extensômetros, deflectômetro e mapeamento das fissuras, foram estabelecidos em 5 kN, em intervalos constantes, a fim de se alcançar um número satisfatório mínimo de 20 leituras para que os gráficos sejam representativos ao comportamento da viga.



Figura 4.27 – Atuador hidráulico, Notebook e ALMEMO 5690-2M

## 5 Resultados experimentais

### 5.1 Propriedades dos materiais

#### 5.1.1 Concreto

Os ensaios à compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade do concreto foram realizados ao final de 28 dias, com o processo de cura dos CPs realizados por submersão em tanque de água em temperatura ambiente por 3 dias. Os resultados médios foram aferidos a partir da ruptura de 3 corpos de prova cilíndricos com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura para cada modelo ensaiado. A Tabela 5.1, Tabela 5.2 e Tabela 5.3 apresenta os resultados dos ensaios realizados no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará.

Tabela 5.1 – Resistência à compressão axial

CP	$P_u$ (kN)	$f'_c$ (MPa)	Desvio Padrão	Resistência média (MPa)
CP1	400,5	51,0		
CP2	378,6	48,2	2,23	50,6
CP3	413,1	52,6		

Tabela 5.2 – Resistência à compressão diametral

CP	$P_u$ (kN)	$f_{ct}$ (MPa)	Desvio Padrão	Resistência média (MPa)
CP1	150,3	4,79		
CP2	140,5	4,47	0,32	4,8
CP3	160,2	5,10		

Tabela 5.3 – Módulo de elasticidade

CP	$E_{cs}$ (MPa)	Desvio Padrão	Resistência média (GPa)
CP1	40,0		
CP2	38,9	0,86	39,8
CP3	40,6		

### 5.1.2 Aço

Os valores médios das tensões de escoamento e ruptura, deformação de escoamento e módulo de elasticidade para as três amostras de aço de diâmetro 5,0 mm e 20,0 mm são apresentados na Tabela 5.4, Tabela 5.4 e Figura 5.1, assim como as curvas médias obtidas durante os ensaios das mesmas.

Tabela 5.4 – Propriedades mecânicas do aço

$\varnothing$ (mm)	CP's (n°)	$f_{ys}$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$E_s$ (GPa)
5,0	3	670	717	4,6	257,7
20,0		570	685	2,3	248,0

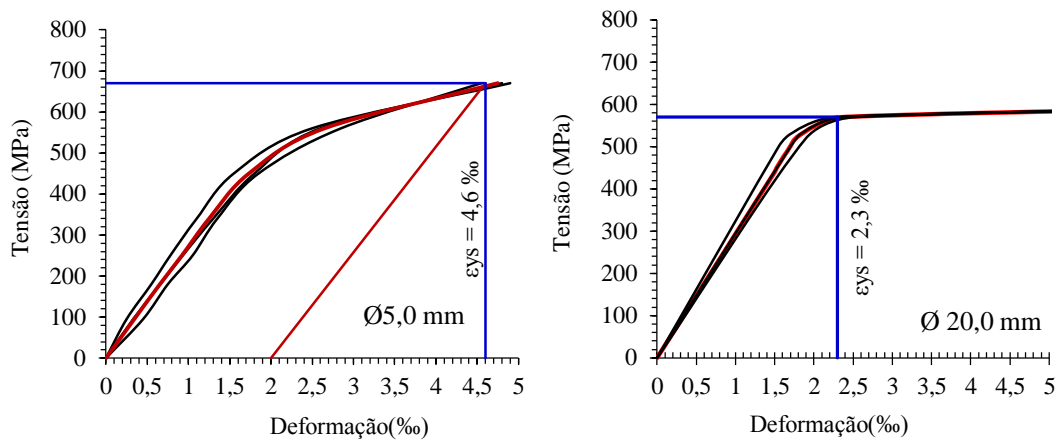


Figura 5.1 – Curva tensão-deformação média das barras

As informações sobre as propriedades mecânicas dos aços contidas no diagrama agregam todos os resultados obtidos para a armadura de flexão utilizada, indicando que houve pouca discrepância entre eles, uma vez que apresentaram variação menor que 10 %. Procurou-se então determinar a inclinação média em cada passo de carga imposto para se obter o valor médio do módulo de elasticidade. Adicionalmente, todas as amostras atenderam aos critérios de ductilidade da NBR7480 (2007) que admite que a tensão de ruptura  $f_u$  do aço utilizado seja, no mínimo, igual a  $1,10 \cdot f_{ys}$  para aços com patamar de escoamento.

## 5.2 Deslocamentos verticais das vigas

Os valores aferidos através do deflectômetro digital disposto a meio vão das peças com o objetivo de medir os valores máximos de deslocamento, forneceram as flechas imediatas a partir da aplicação das cargas pontuais sob a viga. Admitindo-se o regime linear elástico da peça e o módulo de elasticidade constante ao longo de todos os contornos, o momento fletor atuante e momento de inércia são fundamentais para análise das deflexões no plano longitudinal.

No tocante ao primeiro grupo de vigas analisadas, onde variou-se a taxa de armadura transversal, é visível o crescente deslocamento vertical ao aumentar o reforço ao longo da peça, justificado pelo incremento e reforço das vigas à flexão para garantir a ruptura ao cisalhamento, deste modo a carga para ruptura foi maior e consequentemente o momento solicitante diretamente relacionado a taxa de armadura longitudinal visto na Figura 5.2 e fornecendo maiores deflexões como ilustrado na Figura 5.3.

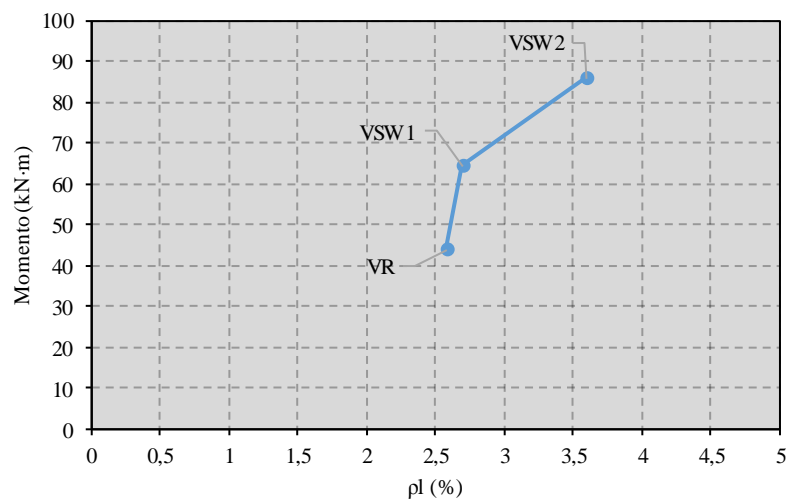


Figura 5.2 – Relação momento último e taxa de armadura transversal

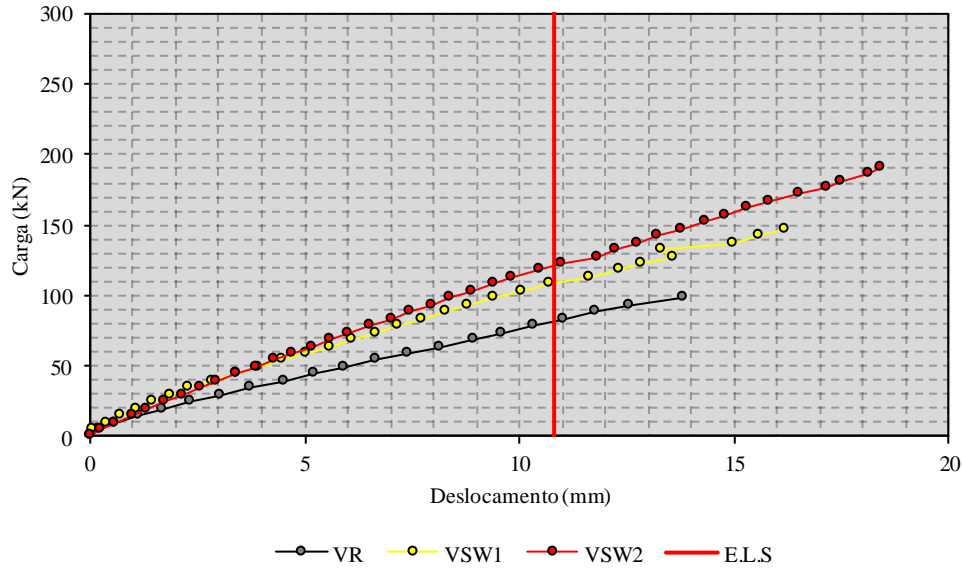


Figura 5.3 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VSW1 e VSW2)

Quando a taxa de armadura longitudinal, e em menor escala o reforço ao cisalhamento, são maiores, as peças tornam-se mais rígidas ao comparar-se com a viga de referência, fornecendo a mesma flecha, porém, com cargas maiores. Partindo do estado limite de serviço, as flechas são o principal ponto de alerta para o intervencionismo e reforço em estruturas, com base na NBR 6118 (2014), é obtido relação 1/250 para o vão livre e deslocamento e um deslocamento máximo para o E.L.S no estágio II de aproximadamente 10,8 mm. Deste modo todas as vigas teriam um aviso prévio antes de seu colapso referindo-se à deformação excessiva. Relacionando-se os estados limites último e serviço no estágio II a partir da carga definida com deslocamento vertical de 0,4% do vão livre, pode-se correlacionar o quando ocorre a fissuração ou ruptura da peça relativo ao deslocamento excessivo. Quando essa parcela é maior que 100%, o estado limite analisado está acima da carga onde a viga obteve deflexão acima do estimado pela NBR 6118 (2014) como visto na Figura 5.4.



Figura 5.4 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo

Partindo-se das variações da seção transversal das peças, é notável que o principal modo de mensurar a capacidade de um corpo deslocar-se em torno de um plano é o momento de inércia. Deste modo, ao crescer linearmente a largura  $b_w$ , o incremento do momento de inércia será constante em torno do eixo  $x$ , deste modo, nota-se uma pequena variação de rigidez vista pelos ângulos das retas na Figura 5.5.

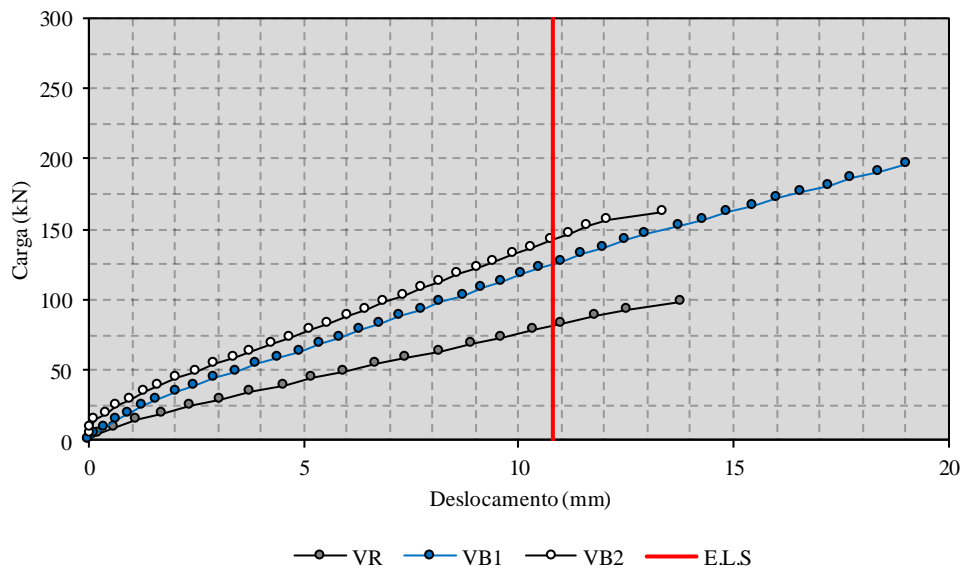


Figura 5.5 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VB1 e VB2)

Como assinalado anteriormente, as parcelas para os estados limites últimos e serviço são ilustrados na Figura 5.6.

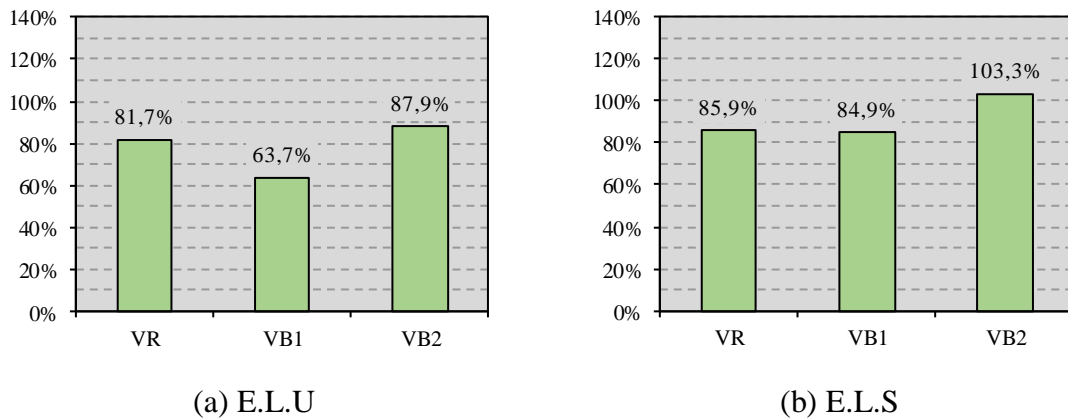


Figura 5.6 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo

Fomentando o descrito anteriormente, a série analisada a seguir com a mudança da altura útil das peças segue a mesma lógica em torno da variação do momento de inércia, porém uma seção transversal retangular, a altura com relação ao eixo  $x$  tem uma mudança exponencial, tornando a peça mais rígida com pequenos incrementos como visto na Figura 5.7.

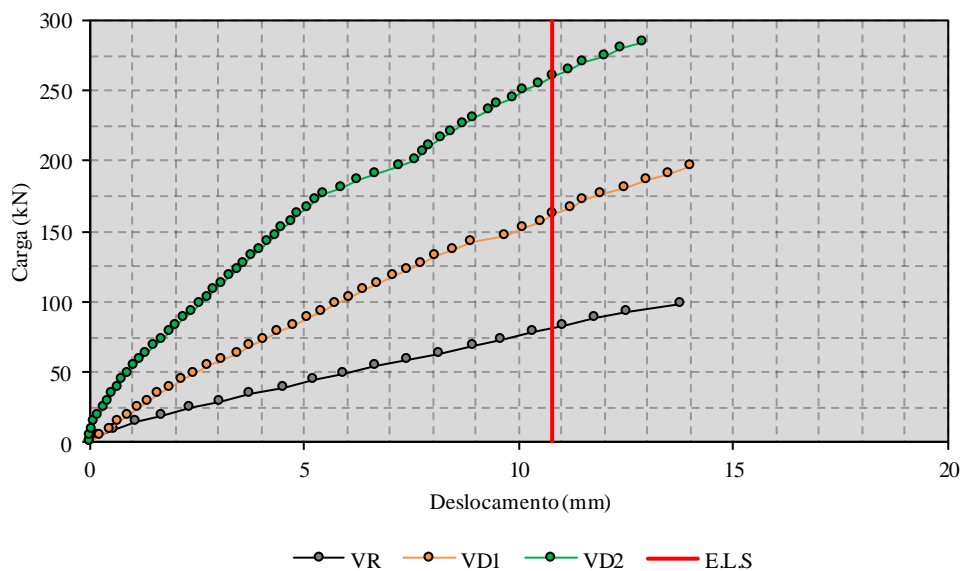


Figura 5.7 – Diagrama carga – deslocamento (VR, VD1 e VD2)



Analogamente ao visto nas outras séries analisadas, as peças tiveram aproximadamente a mesma deflexão, porém com incrementos maiores de carga, como ilustrado na Figura 5.7, as vigas VD1 e VD2 tem a deformação limite após 26,9% e 39,5% da carga do estado limite de serviço.

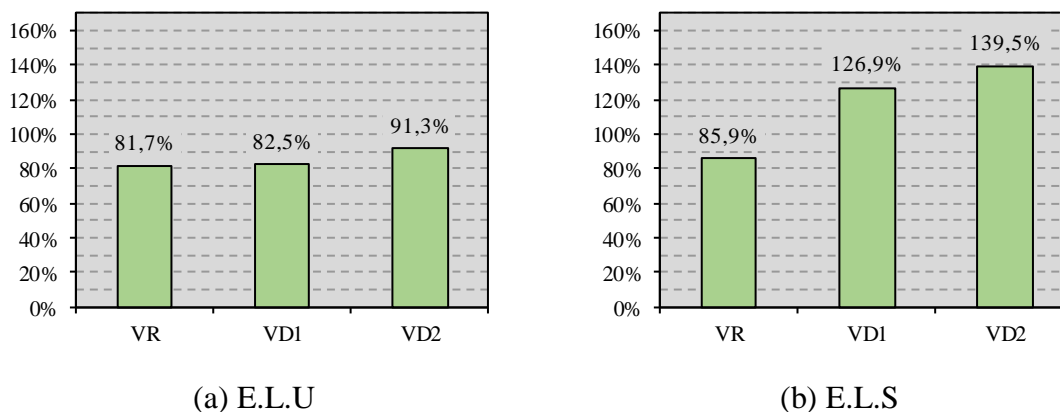


Figura 5.8 – Parcela das cargas limites para o deslocamento máximo normativo

### 5.3 Deformações

#### 5.3.1 Armadura longitudinal

Neste tópico será apresentado os resultados obtidos pelo sistema de aquisição de dados através do extensômetros elétricos de resistência para a obtenção das deformações axiais em torno dos esforços de tração nas armaduras longitudinais. É visível o aumento da capacidade em absorção de cargas quando aumenta-se a rigidez da peça, ou seja, é análogo a comparação dos deslocamentos verticais em relação as armaduras de flexão, porém o nível de ductilidade é relativamente diferente pois as armaduras tiveram solicitações diferentes com relação ao momento solicitante quanto maior foi a carga de ruptura.

A integridade das armaduras foi garantida, pois apresentou-se um comportamento linear de carga e deformação, todas as peças submetidas a flexão não tiveram escoamento do aço com uma deformação máxima de 2,3 %, garantindo a ruptura ao cisalhamento, a partir das análises posteriores como projetado, não houveram fissuras de flexão visíveis de acordo com o estágio II da NBR 6118 (2014), pois as deformações não foram excessivas. A viga de referência com relação as suas variações de taxa de armadura transversal, Figura 5.9, largura, Figura 5.10 e altura útil, Figura 5.11 obtiveram variação máxima em suas deformações de 9,7%, 7,7% e 13,8% respectivamente.

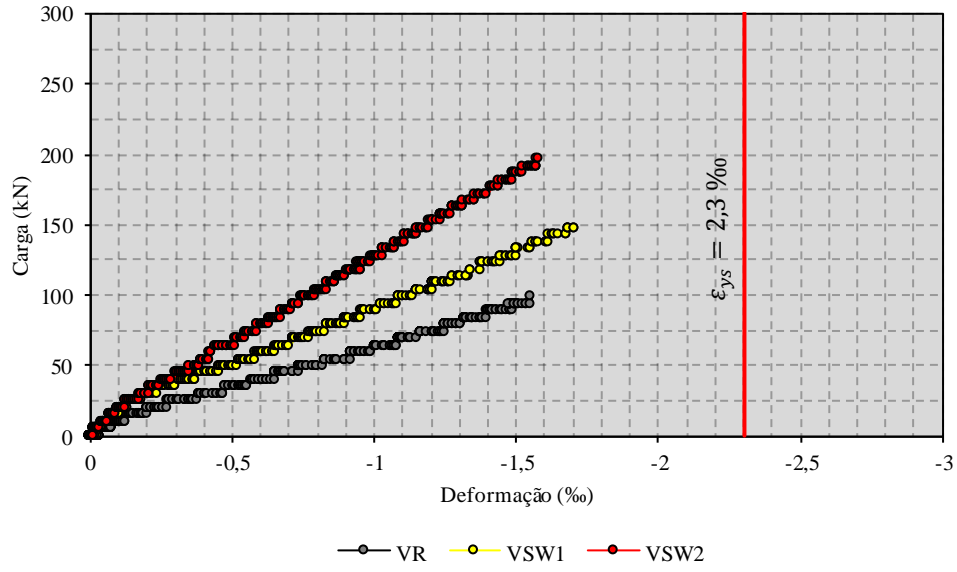


Figura 5.9 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2)

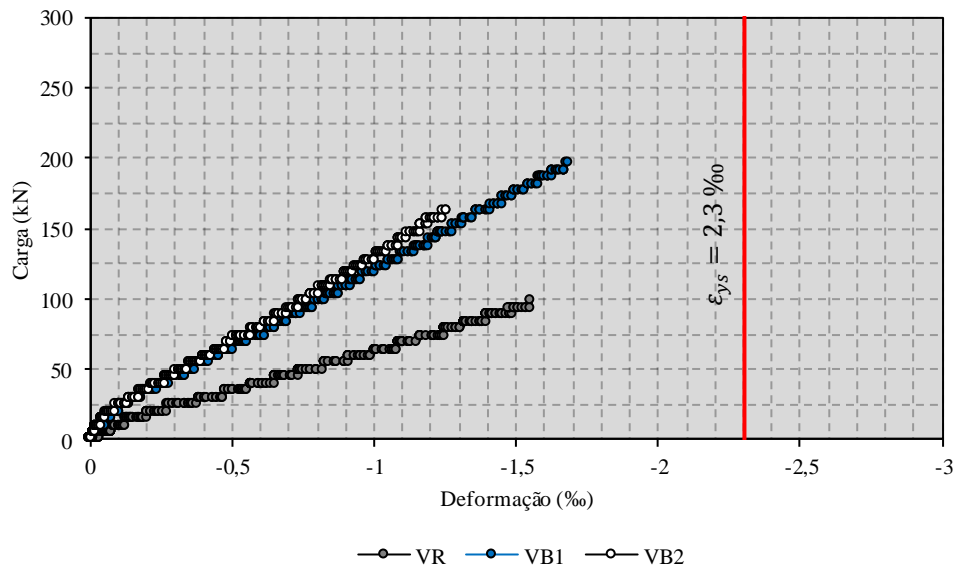


Figura 5.10 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2)

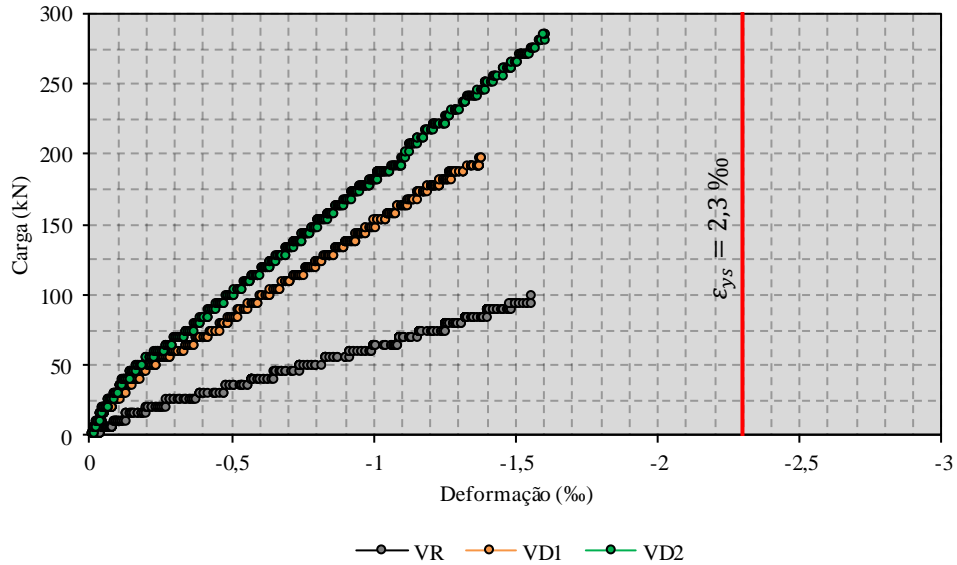


Figura 5.11 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2)

### 5.3.2 Concreto

Os esforços de compressão nos elementos ensaiados são derivados das deformações perpendiculares do corpo em relação ao seu eixo longitudinal perpendicular aos pontos de aplicação de força, resultando em tensões de compressão e tração. Sendo o concreto na extremidade superior da peça um material menos elástico que as armaduras de tração, sua deformação torna-se inferior e limitada pela NBR 6118 (2014) em 3,5 ‰. Deste modo, analogamente ao discutido em outros tópicos para as deformações nas vigas, o concreto deteve-se no regime linear até o colapso ao cisalhamento, variando as deformações de acordo com a rigidez do corpo, portanto, como visto nos diagramas de carga e deformação. Através do uso dos extensômetros elétricos de resistência e conseqüentemente o uso da central de aquisição de dados para interpretação e verificação das deformações, houve a constatação da integridade da zona comprimida do concreto como ilustrado nas Figuras 5.12, Figura 5.13 e Figura 5.14.

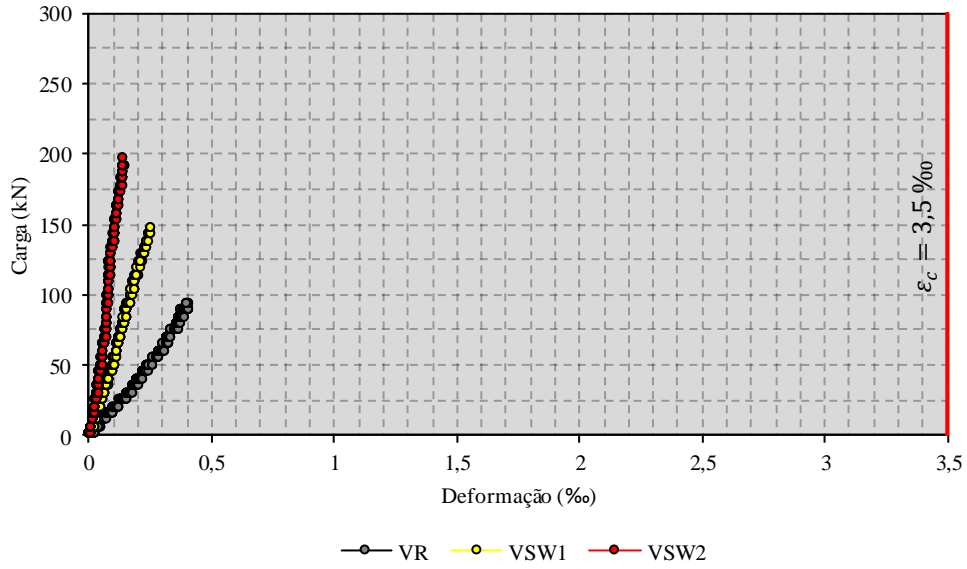


Figura 5.12 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2)

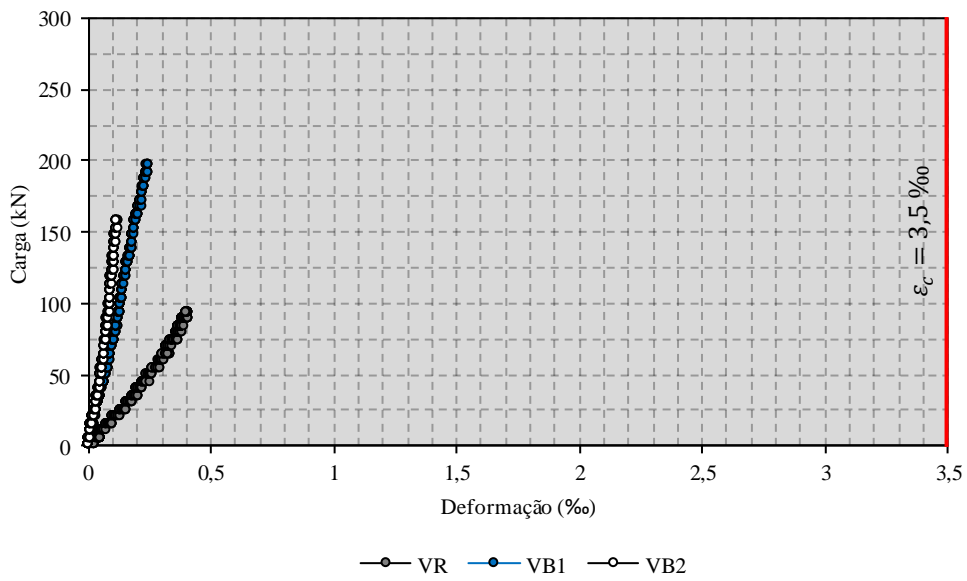


Figura 5.13 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2)

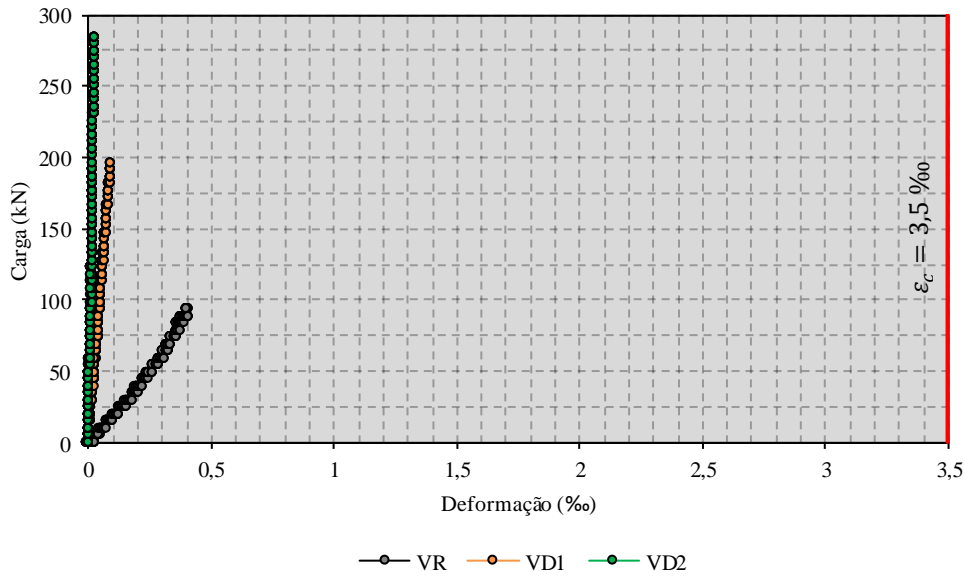


Figura 5.14 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2)

### 5.3.3 Armadura transversal

A mobilização das armaduras transversais tem por objetivo evidenciar o modo de colapso ao cisalhamento das peças ensaiadas, caracterizando e delimitando as fases lineares e não-lineares de deformação, segmentando os estados limites de serviço e últimos de carga-deformação ao longo do ensaio. Conseqüente, observa-se o crescente reforço da parcela contribuinte do concreto ao cisalhamento ao passo que é alterado as dimensões transversais, o ingresso de 50% a 100% das taxas de reforço foi semelhante ao incremento de 33% a 66% da largura, teoriza-se que se deve ao engrenamento entre as interfaces de concreto ao longo do deslizamento dentre o plano de cisalhamento que será comentado posteriormente. Ao analisar o acréscimo da armadura útil, a contribuição do concreto ainda mais ascendente, desenvolvendo incrementos as cargas últimas de 94% e 190% respectivamente ao acréscimo de 56% e 114% na altura útil.

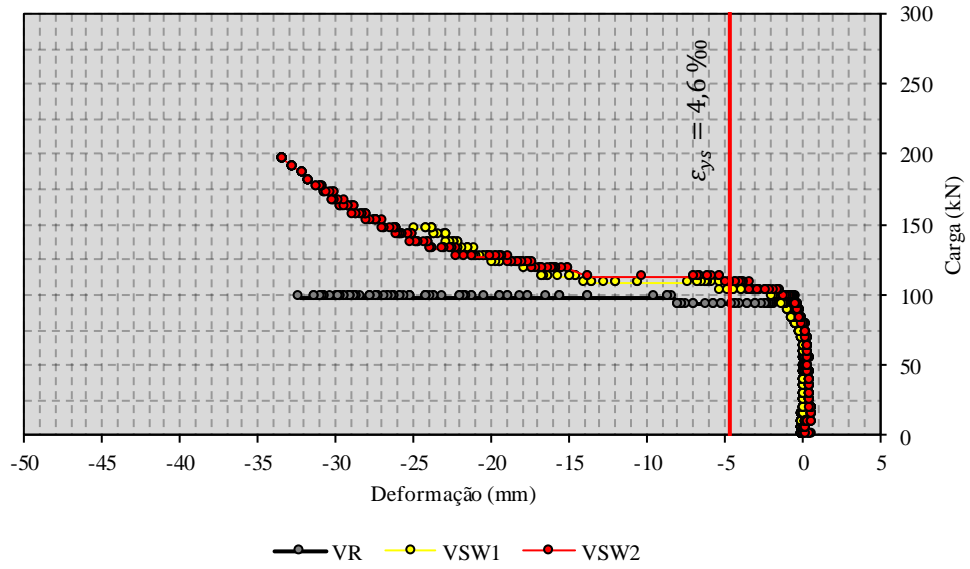


Figura 5.15 – Diagrama carga – deformação (VR, VSW1 e VSW2)

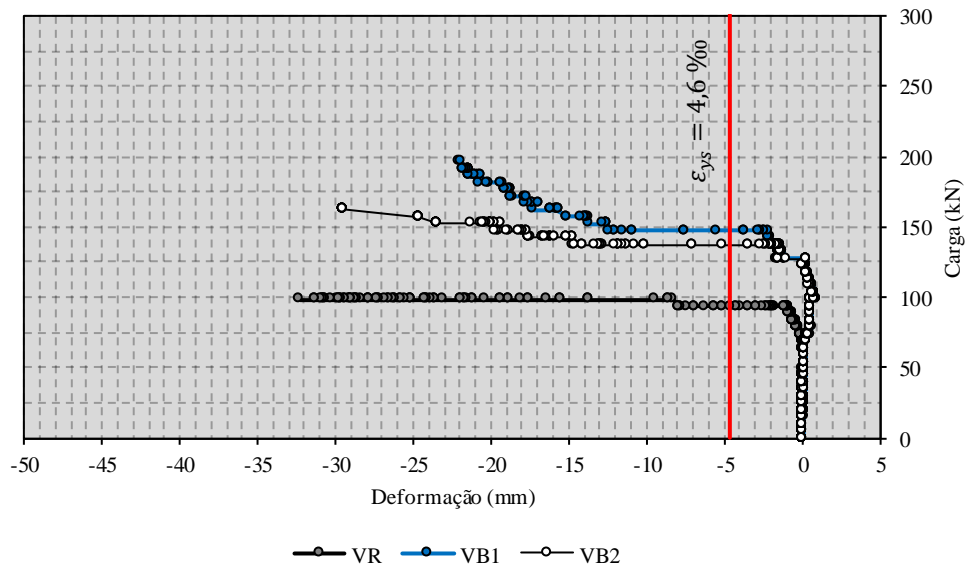


Figura 5.16 – Diagrama carga – deformação (VR, VB1 e VB2)

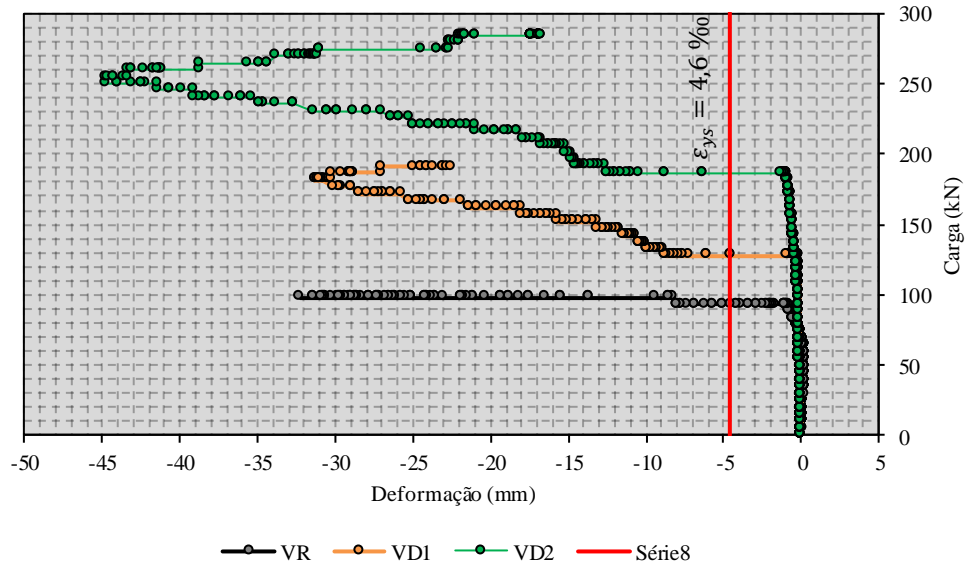


Figura 5.17 – Diagrama carga – deformação (VR, VD1 e VD2)

## 5.4 Modo de ruptura e fissuração

Os modelos de fissuração ao longo das seções longitudinais de cada viga originaram-se de forma semelhante, diferenciando de acordo com o início do escoamento das barras de aço transversal, onde delimita-se o estado limite de serviço até o colapso, o qual é apresentado na Tabela 5.5. Analisando o grau de ductilidade das peças ao inibir a ruptura frágil e brusca de vigas sem armadura transversal, é importante definir e correlacionar as cargas de fissuração ( $P_{cr}$ ), que coincidem com as cargas respectivas ao escoamento da armadura transversal neste trabalho e as cargas últimas ( $P_u$ ). Com base nas variáveis do programa experimental para avaliação do grau de deformação dos elementos estruturais, é evidente que o aumento dos reforços das armaduras transversais torna-se mais eficiente em aumentar as deformações excessivas antes da ruína, porém, impossibilitando a mesma conclusão pelas diferentes dimensões transversais, que será discutida a partir das áreas mobilizadas através do deslizamento de interfaces das vigas em seus respectivos vãos de cisalhamento.

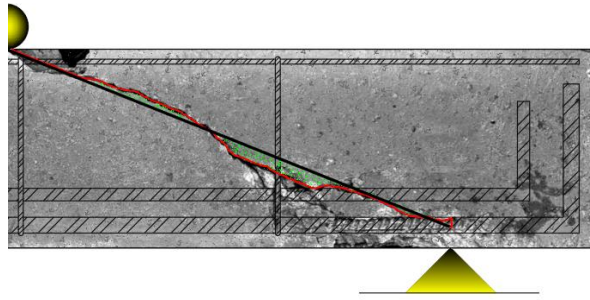
Tabela 5.5 – Cargas de fissuração, última e modo de ruptura

Peça	$P_{cr}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$P_{cr} / P_u$	Modo de ruptura
VR	93,2	98,1	0,95	C
VSW1	102,9	147,1	0,70	C
VSW2	108,0	196,1	0,55	C
VB1	147,1	196,1	0,75	C
VB2	137,8	161,8	0,85	C
VD1	127,5	196,1	0,65	C
VD2	186,3	284,4	0,66	C

Modo de ruptura: C (cisalhamento por tração da diagonal)

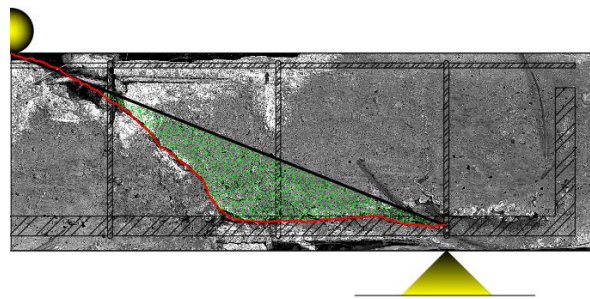
É notável através da análise de todos os tópicos apresentados nos resultados experimentais, que foi mantido a integridade de todos os elementos suscetíveis ao colapso das peças, definindo a ruptura por cisalhamento a partir da diagonal tracionada. O modelo de fissuração definiu-se apenas pelos esforços cortantes, ocorrendo apenas em um vão de cisalhamento, onde se encontrava o apoio de 2º gênero e desenvolvendo apenas uma fissura que se prolongava até seu colapso. Consequentemente, não foi presenciado o surgimento de fissuras por flexão, justificado pela baixa deformação em torno das armaduras longitudinais. Deste modo, é ilustrado abaixo em escala o mapa de fissuração, mostrando as cargas de fissuração de cada viga ensaiada.





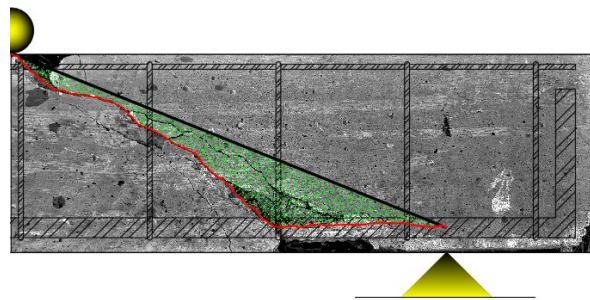
Carga:  $0,95 \cdot P_u = 93,2 \text{ kN}$

Figura 5.18 - Mapa de fissuração da viga VR



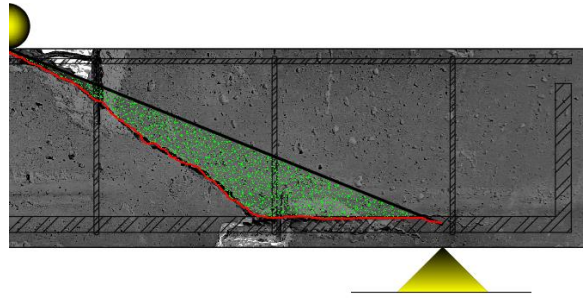
Carga:  $0,7 \cdot P_u = 102,9 \text{ kN}$

Figura 5.19 - Mapa de fissuração da viga VSW1



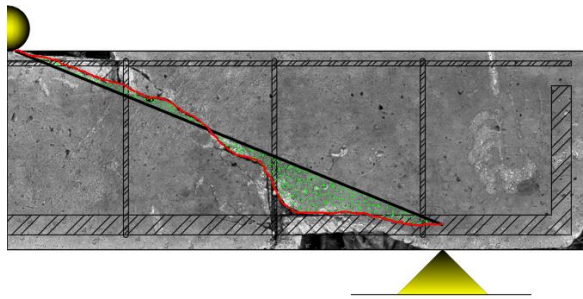
Carga:  $0,55 \cdot P_u = 108,0 \text{ kN}$

Figura 5.20 - Mapa de fissuração da viga VSW2



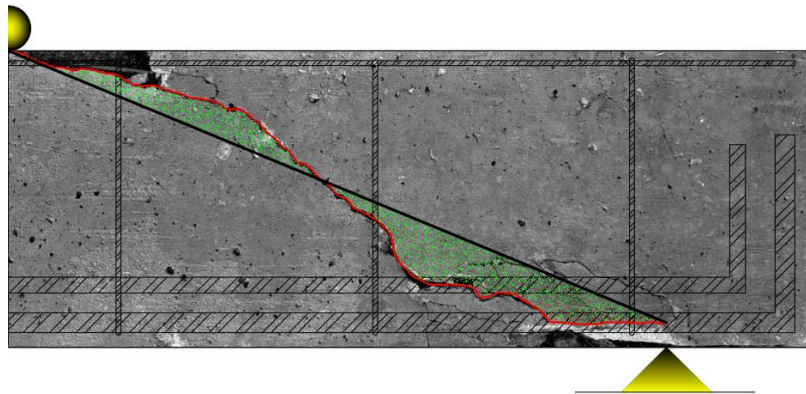
Carga:  $0,75 \cdot P_u = 147,1 \text{ kN}$

Figura 5.21 - Mapa de fissuração da viga VB1



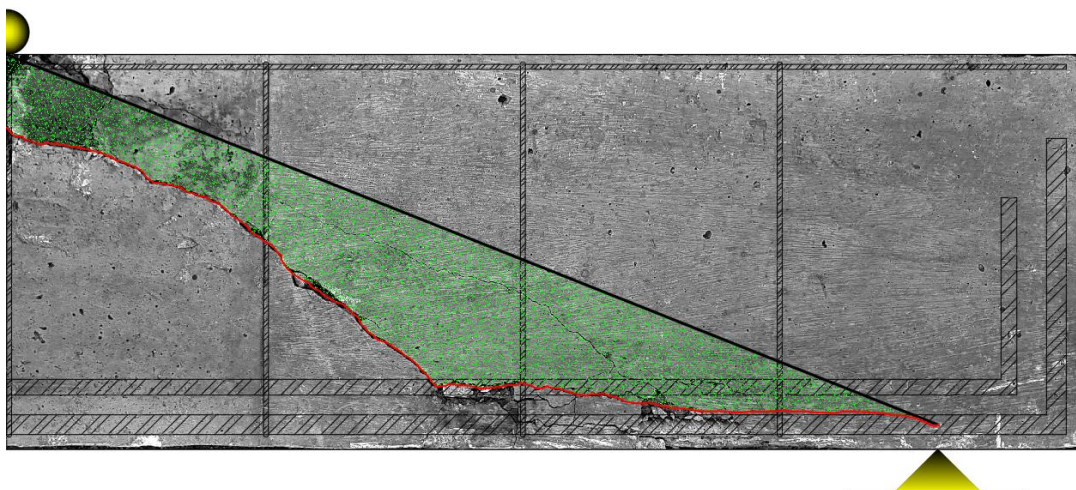
Carga:  $0,85 \cdot P_u = 137,8 \text{ kN}$

Figura 5.22 - Mapa de fissuração da viga VB2



Carga:  $0,65 \cdot P_u = 127,5 \text{ kN}$

Figura 5.23 - Mapa de fissuração da viga VD1



Carga:  $0,66 \cdot P_u = 186,3 \text{ kN}$

Figura 5.24 - Mapa de fissuração da viga VD2

De acordo com o mapa de fissuração dos elementos ensaiados, é visível a mobilização de um volume de concreto que distorce do plano convencional de cisalhamento em vigas homogêneas, dificultando o deslizamento e aumentando gradativamente a resistência última de acordo com a área distorcida. Na Tabela 5.6 é apresentado as tensões últimas teóricas do modelo proposto e experimentais. Consequente a Tabela 5.7 destaca a correlação da área distorcida ( $A_d$ ) e o perímetro que a engloba pela fissura de cisalhamento ( $P_d$ ) para a diagonal ( $D$ ) do triangulo que envolve a interface que desliza sobre o plano cortante convencional  $\left(\frac{a \cdot d}{2}\right)$ .

Tabela 5.6 – Estimativa do modelo proposto para tensão cisalhante e momento solicitante

Peças	Momento (kN.m)	$\tau_{exp}$ (MPa)	$\tau_{teo}$ (MPa)	$\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$
VR	43,86	3,65	3,66	1,00
VSW1	64,31	5,60	4,49	1,25
VSW2	85,79	7,47	5,44	1,37
VB1	86,16	5,50	3,45	1,59
VB2	70,63	3,69	3,20	1,15
VD1	130,45	4,60	3,34	1,38
VD2	266,31	5,05	3,11	1,62

Tabela 5.7 – Caracterização do plano fissurado

Peça	$\lambda$	$A_d$ (mm <sup>2</sup> )	$P_d$ (mm)	$D$ (mm)	$\varepsilon_d$ (%)	$a \cdot d / 2$ (mm <sup>2</sup> )	$A_d / \varepsilon_d$
VR	1,00	2834	21,1	484,3	4,36	39939	65036
VSW1	1,25	13203	36,8	473,5	7,77	38281	169886
VSW2	1,37	12256	31,6	474	6,67	38281	183836
VB1	1,59	13287	31,5	474,3	6,64	39161	200068
VB2	1,15	6445	31,9	465,9	6,85	38281	94130
VD1	1,38	17375	59,0	721,2	8,18	94531	212390
VD2	1,62	79913	110,7	1014,3	10,91	175781	732206

Partindo do modelo de correlacionar a deformidade do plano de cisalhamento como principal causa de resultados conservadores ao modelo proposto, é evidente a familiaridade dessas variáveis de acordo com as regressões univariáveis de potência de acordo com a Figura 5.25, Figura 5.26 e Figura 5.27 relativa aos grupos avaliados respeitando suas determinadas peculiaridades.

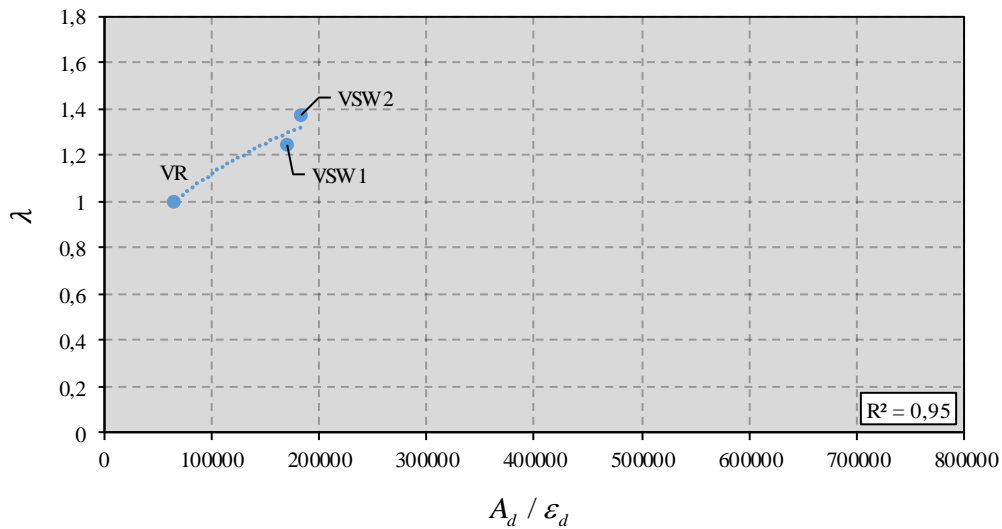


Figura 5.25 – Relação entre  $\lambda$  e  $A_d / \varepsilon_d$  para  $\rho_w$ .

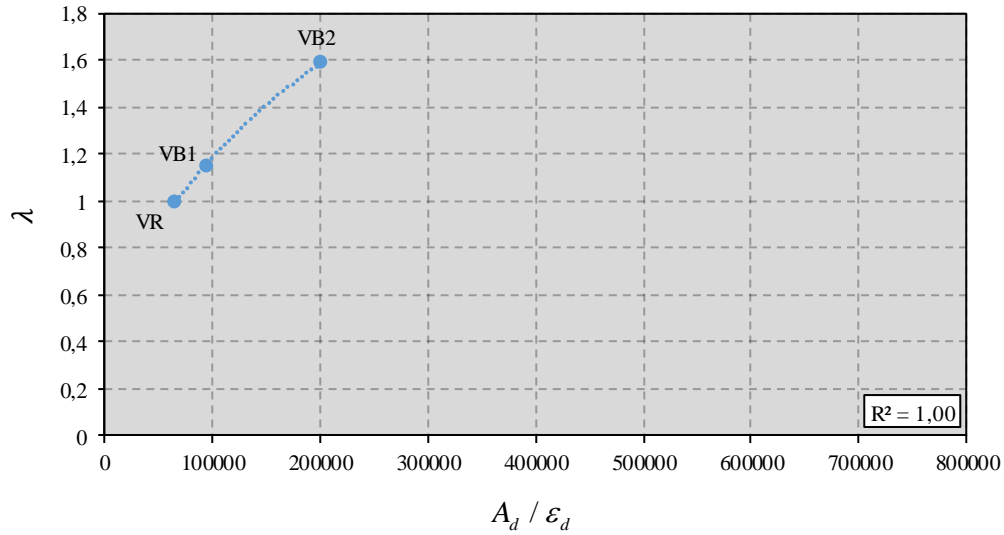


Figura 5.26 – Relação entre  $\lambda$  e  $A_d / \varepsilon_d$  para  $b_w$ .

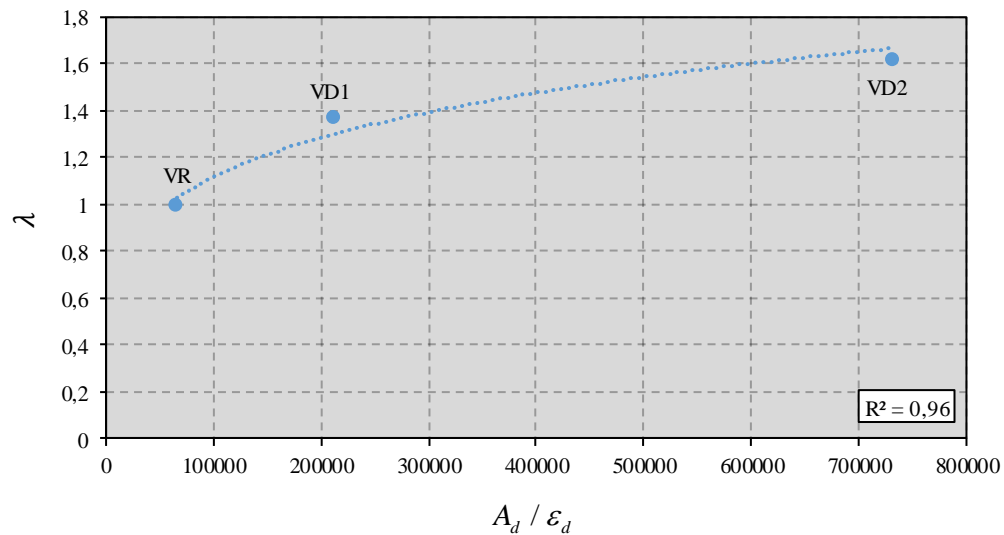


Figura 5.27 – Relação entre  $\lambda$  e  $A_d / \varepsilon_d$  para  $d$ .

Destacando alguns esclarecimentos para os resultados experimentais, ao analisar o grupo de vigas com variação na largura da seção transversal, a viga intermediária (VB1) obteve a maior tensão cisalhante, porém os contornos das fissuras de cisalhamento detiveram uma área que detém maior dificuldade ao deslizar os contornos do plano convencional, por isso, ao usar a área mobilizada relativa ( $A_d / \varepsilon_d$ ) verifica-se que a o acúmulo de tensões envolta de uma área em relação a distorção de seu plano convencional acumula maiores cargas ao

colapso da peça, ou seja a diferença de 113% dessa razão deteve aproximadamente 49% de acréscimo na tensão última em relação a viga (VB2).

Analogamente, ao se variar a altura útil existiu uma ascensão elevada dos valores estimados para carga última da viga (VD2), com a detenção de maiores áreas mobilizadas relativas. Deste modo, o acréscimo de 50% e 100% as dimensões da viga (VD1) e viga (VD2) para a viga (VR) houve a detenção de 2,27 vezes e 10,25 vezes a mais para tensões 26% e 38,3% maiores respectivamente.

Quando se considera a variação da taxa de armadura transversais para as peças ensaiadas o incremento de reforço ao cisalhamento não foi o único a se destacar para o aumento das tensões últimas como visto na Figura 5.25, teoriza-se que o responsável para distorção e maior mobilização da área de concreto foram as armaduras longitudinais, pois modificam a rigidez em torno do plano de cisalhamento e desenvolvem maior dificuldade do corte no plano convencional de cisalhamento.

Por outro ponto é importante ressaltar que o cisalhamento em vigas de concreto armado se deriva pela múltipla interação de esforços de tração e compressão que inclinam o corte das seções transversais, portanto o momento solicitante interage de indefinidas formas, como o vão de cisalhamento, taxa de armadura longitudinal e descompressão dos tirantes de acordo com a linha neutra. Então a Figura 5.28 ilustra a familiaridade do momento solicitante na distorção do plano de cisalhamento e disponibilizando futuras discursões para estipular a geometria de planos equivalentes de cisalhamento.

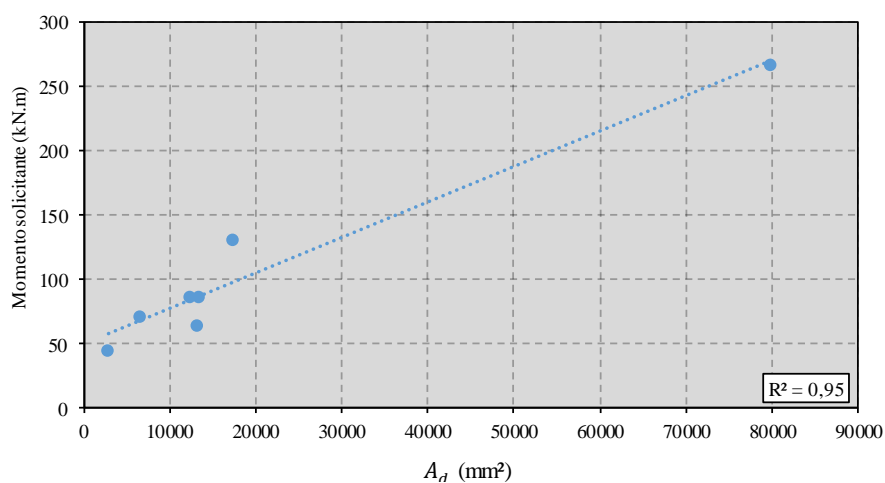


Figura 5.28 – Relação momento solicitante e  $A_d$

## 6 Análise dos resultados do programa experimental

De forma macro, será discutido nesse tópico os resultados experimentais com relação aos códigos normativos NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014), modelos empíricos e semi-empíricos de ZSUTTY (1971), GAETANO *et al.* (2013) e a expressão teórica proposta nesse trabalho (Mod.) conforme a Equação 3.16. Consequente será relacionado as razões entre esses valores referentes aos resultados experimentais para os estados limites de serviço e último.

### 6.1 E.L.U

Tabela 6.1 – Estimativas para as tensões limites últimas

Peça	Modelo proposto	NBR (1)	NBR (2)	ACI	Zsuty	Russo
VR	3,66	3,03	2,96	2,14	2,57	3,73
VSW1	4,49	2,95	3,45	2,49	3,05	4,20
VSW2	5,44	3,29	3,89	2,80	3,64	5,04
VB1	3,45	3,60	3,00	2,16	2,53	3,57
VB2	3,20	2,98	2,96	2,14	2,46	3,46
VD1	3,34	2,95	2,96	2,14	2,50	3,30
VD2	3,11	2,95	2,96	2,14	2,53	3,15

Tabela 6.2 – Razão entre resultados experimentais e estimativas (E.L.U)

Peça	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{mod}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{NBR(1)}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{NBR(2)}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{ACI}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{Zsuty}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{Russo}}$
VR	1,00	1,24	1,23	1,71	1,42	0,98
VSW1	1,25	1,70	1,62	2,25	1,84	1,33
VSW2	1,37	2,08	1,92	2,67	2,05	1,48
VB1	1,59	1,85	1,83	2,54	2,18	1,54
VB2	1,15	1,25	1,25	1,73	1,50	1,07
VD1	1,38	1,56	1,55	2,15	1,84	1,39
VD2	1,62	1,71	1,70	2,36	2,00	1,60
Média	1,34	1,63	1,59	2,20	1,83	1,34
Desvio padrão	0,21	0,31	0,27	0,37	0,28	0,24
Coefficiente de variação	15,66%	18,76%	16,89%	16,89%	15,36%	17,67%

Quando estipula-se o estado limite último e comparando os valores com o banco de dados neste trabalho é visível o conservadorismo nos modelos experimentais, pois, principalmente as normas, tendem a cobrir a maior abrangência possível de dados a favor da segurança, para resguardar-se de vários modelos construtivos e evitar o colapso bruto das peças. Devido ao pequeno espaço amostral em torno do programa experimental além da hipótese do plano de cisalhamento distorcido as razões experimentais e teóricas obtiveram médias acima de 1, porém o modelo proposto obteve a menor média dentre os modelos com acréscimo de 34% na média, comparando-se como a melhor acurácia em determina as tensões últimas juntamente com RUSSO *et al.* (2013) com aumento de aproximadamente 23% na média. Paralelamente ZSUTTY (1971) deteve alta variabilidade em relação a média com 54% acima do estipulado e pequena queda de 19% no coeficiente de variação, porém é importante ressaltar que os valores não detém unicamente a resolução da problemática, pois a precisão em determinar a tensão última é baixo. Ressalta-se que os modelos normativos obtiveram altos valores de média pelos motivos mencionados anteriormente, destacando a ACI 318 (2014) com variabilidade de 71,9% e seguindo com o decréscimo de 62% no coeficiente de variação. Seguindo-se entre os modelos I e II da NBR 6118 (2014) com valores aproximados, destaca-se o modelo II com melhor proximidade garantido pelo programa experimental e banco de dados.

Subseguindo as análises, o desempenho do modelo proposto foi avaliado a partir *DPC – Demerit Points Classification* modificado com o objetivo de classificar as razões entre valores experimentais do ensaio e valores teóricos e segmentar entre zonas de segurança conforme a Tabela 6.3, posteriormente é ilustrado as pontuações conforme Figura 6.1 e a Figura 6.2 segmenta os valores de  $\lambda > 1$  e  $\lambda < 1$ .

Tabela 6.3 – Resultado da avaliação do Critério de demérito (E.L.U)

$\lambda = \tau_{exp} / \tau_{teo}$	Penalidade	Mod.	NBR (1)	NBR (2)	ACI	Zsutty	Russo
<0,5	10	0	0	0	0	0	0
[0,5–0,85[	5	0	0	0	0	0	0
[0,85–1,15[	0	2	0	0	0	0	2
[1,15–2,00[	1	5	6	7	2	4	5
$\geq 2,00$	2	0	1	0	5	3	0
Total		5	8	7	12	10	5



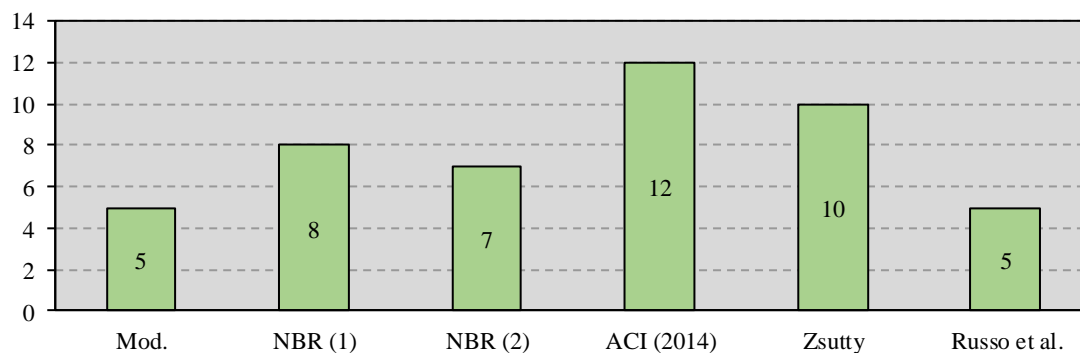


Figura 6.1 – Pontuação pelo critério de COLLINS (2001)

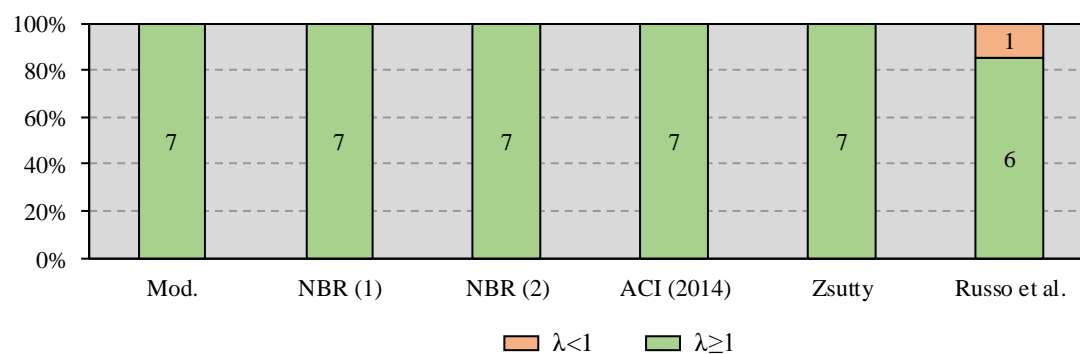


Figura 6.2 – Proporção das peças favoráveis a segurança

## 6.2 E.L.S

Tabela 6.4 – Estimativas para as tensões limites de serviço.

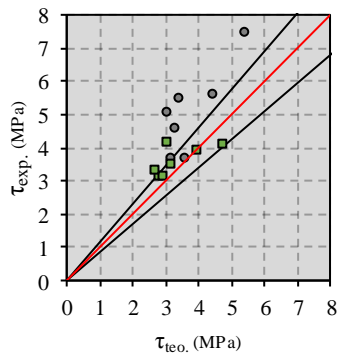
Peça	Modelo proposto	NBR (1)	NBR (2)	ACI	Zsutty	Russo
VR	3,20	2,11	2,11	1,60	2,54	2,17
VSW1	4,00	2,35	2,47	1,87	3,00	2,38
VSW2	4,80	2,57	2,77	2,10	3,58	2,85
VB1	3,10	2,11	2,11	1,62	2,50	2,06
VB2	2,80	2,11	2,11	1,60	2,43	2,00
VD1	3,00	2,11	2,11	1,60	2,48	1,90
VD2	2,80	2,11	2,11	1,60	2,50	1,80

Tabela 6.5 – Razão entre resultados experimentais e estimativas (E.L.S)

Peça	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{mod}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{NBR(1)}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{NBR(2)}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{ACI}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{Zsutty}}$	$\frac{\tau_{exp}}{\tau_{Russo}}$
VR	1,07	1,64	1,64	2,17	1,37	1,61
VSW1	0,99	1,67	1,59	2,10	1,31	1,65
VSW2	0,85	1,60	1,48	1,96	1,15	1,44
VB1	1,36	1,97	1,97	2,56	1,66	2,02
VB2	1,11	1,49	1,49	1,96	1,29	1,58
VD1	1,05	1,47	1,47	1,93	1,25	1,64
VD2	1,20	1,56	1,56	2,06	1,32	1,83
Média	1,09	1,63	1,60	2,11	1,34	1,68
Desvio padrão	0,16	0,17	0,18	0,22	0,16	0,19
Coefficiente de variação	14,66%	10,32%	10,96%	10,40%	12,01%	11,23%

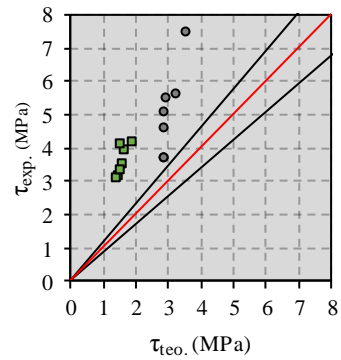
Ao averiguar as tensões limites de serviço, no qual foi delimitado no escoamento da armadura transversal e coincidiu-se com a aparição da primeira fissura nas peças, é clara a maior facilidade em determinar as tensões, pois os elementos estão no contorno do estado linear de deformações e as tensões estão distribuídos de modo mais homogêneo ao longo da seção longitudinal. Nesse ponto, o modelo proposto tem maior acurácia dentre todos os modelos, pois as razões detêm proximidades ao valor unitário e menor média dentre as demais expressões. As normas continuam conservadoras de acordo com os mesmos motivos relatados anteriormente, com destaque para a ACI 318 (2014) com média 211% acima do valor unitário, RUSSO *et al.* (2013) tende, assim como os códigos normativos, resguardar o maior número possível de valores do banco de dados usado em sua pesquisa, detendo uma média próxima a NBR 6118 (2014).

Concluindo esse tópico, a Figura 6.3, mostra como os resultados teóricos e experimentais se comportam em cada modelo expresso nesse trabalho de acordo com as retas que delimitam a classificação de COLLINS (2001) com segurança apropriada. Assegurando o modelo proposto como o mais próximo do valor unitário.



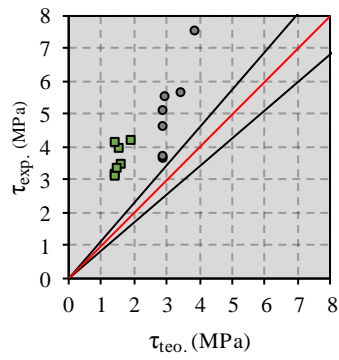
• E.L.U. ■ E.L.S

a)  $\tau_{exp} / \tau_{mod}$



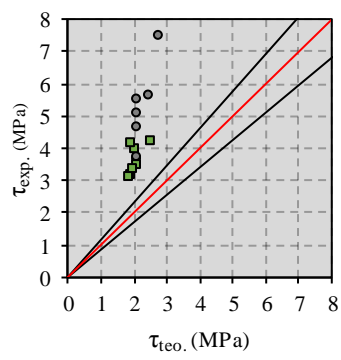
• E.L.U. ■ E.L.S

b)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(1)}$



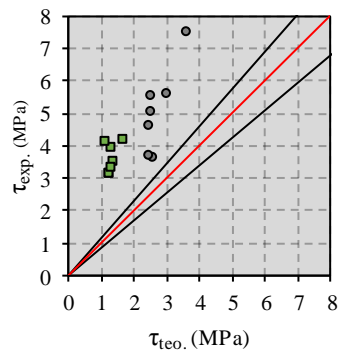
• E.L.U. ■ E.L.S

c)  $\tau_{exp} / \tau_{NBR(2)}$



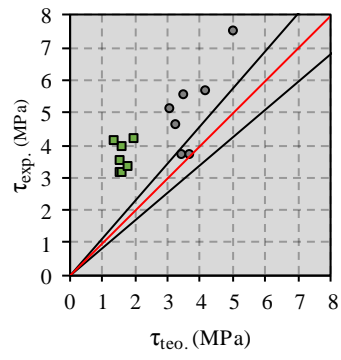
• E.L.U. ■ E.L.S

d)  $\tau_{exp} / \tau_{ACI}$



• E.L.U. ■ E.L.S

e)  $\tau_{exp} / \tau_{Zsutty}$



• E.L.U. ■ E.L.S

f)  $\tau_{exp} / \tau_{Russo}$

Figura 6.3 – Correlação da relação  $\tau_{exp} / \tau_{teo}$

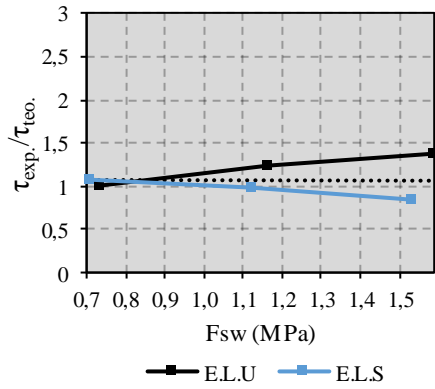
## 6.3 Parâmetros avaliados

### 6.3.1 Tensão contribuinte da armadura transversal ( $\rho_w \cdot f_y$ )

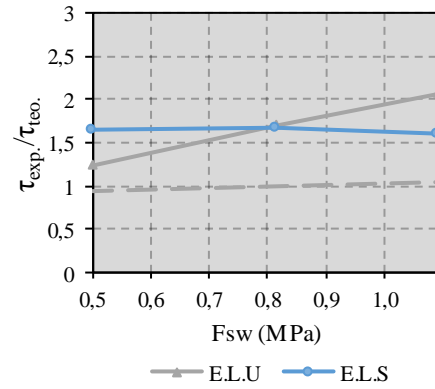
Quando se variou a taxa de reforço transversal das peças, foi notável a constância do modelo proposto em torno da sua tendência e conseqüentemente a média unitária para todos os estágios de carregamento, pois o aço tem uma relação linear ascendente com o incremento de resistência ao passo que a taxa de armadura transversal aumenta. Nesse ponto a armadura longitudinal foi a principal variável que tornou a expressão conservadora devido ao efeito de pino, onde o reforço a flexão tende a distorcer o plano principal de cisalhamento, fomentado pelas taxas crescentes de reforço longitudinal de 4,3% e 39% respectivamente as vigas VSW1 e VSW2 relativos a peça de referência VR, que deteve melhor acurácia em determinar teoricamente os valores para o estado limite último e estado limite de serviço para o estágio II.

Ao tocante as normas, a tensão de escoamento da NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014) são limitados concomitantemente a 500 MPa e 420 MPa, modificando desse modo os valores para o eixo  $x$  da Figura 6.4b, Figura 6.4c e Figura 6.4d, quando analisado o modelo I e II, a NBR 6118 (2014) os resultados são aproximadamente equivalentes e tem uma ascendência no conservadorismo em relação ao estado limite último para inibir a ruptura frágil, porém o estado limite de serviço permaneceu constante e em ambos estágios diferenciando-se da tendência especulada pelo banco de dados. Ao comparar a ACI 318 (2014) o comportamento foi similar ao apresentado na norma brasileira, entretanto é clara que os valores foram superdimensionados, com aumento da média e distanciando-se mais do valor unitário e a tendência da norma americana.

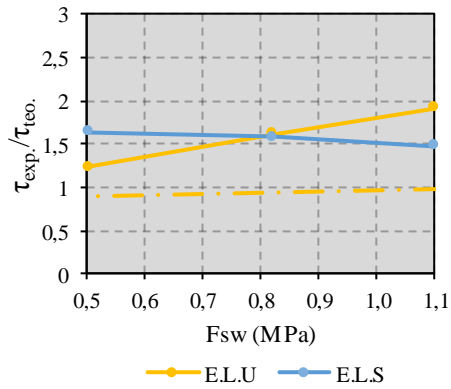
As expressões usadas por ZSUTTY (1971) e RUSSO *et al.* (2013) obtiveram boa precisão nos estágios de carregamento de pré-fissuração, com destaque para a permanência dos resultados dentre a tendência de cada autor, sendo ZSUTTY (1971) o mais conservador. Ao determinar os carregamentos de colapso da peça, nota-se maior constância em determinar os valores teóricos para RUSSO *et al.* (2013) e conseqüentemente melhor exatidão.



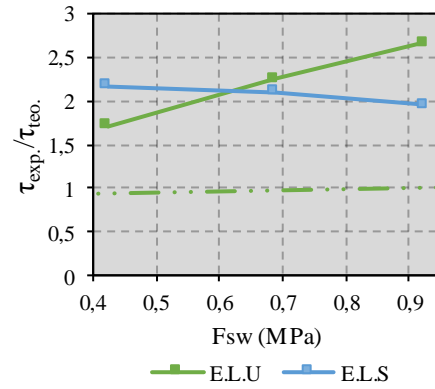
a) Modelo proposto



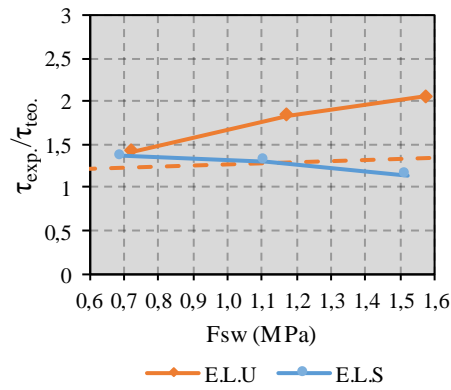
b) NBR 6118 (2014) Mod. I



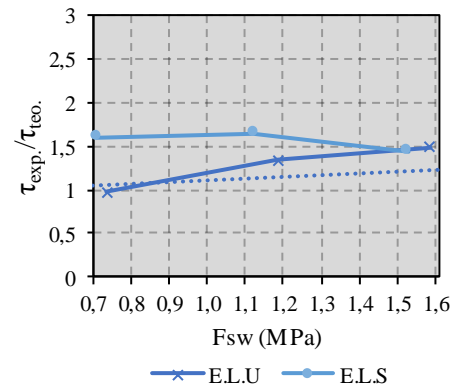
c) NBR 6118 (2014) Mod. II



d) ACI 318 (2014)



e) ZSUTTY (1971)



f) RUSSO *et al.* (2013)

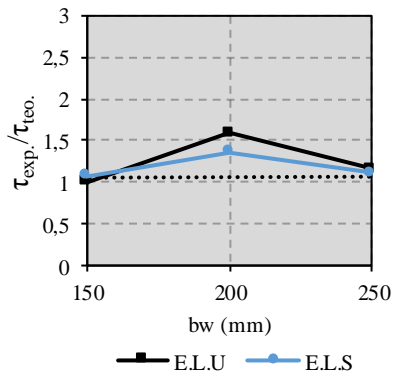
Figura 6.4 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $\rho_w \cdot f_y$ )

### 6.3.2 Largura ( $b_w$ )

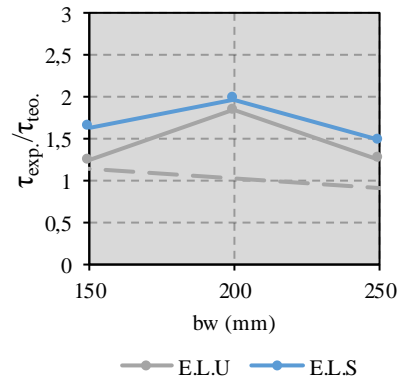
As larguras das peças ensaiadas foram determinantes em estabelecer os questionamentos relativos ao pico de resistência alcançado pela peça intermediária VB2, o qual deteve a maior tensão experimental em torno desse grupo, equivalente a viga VSW1, é importante mencionar que pelo modelo proposto, essa peça tinha tensão maior, porém é evidente o acúmulo de tensões na área mobilizada no seu plano de cisalhamento como mencionado anteriormente, sendo assim, todas as normas e expressões estudadas nesse trabalho tiveram picos para relação experimental e teórico. Sendo assim, a fórmula sugerida alcança mais afinidade para a tendência da expressão em relação aos outros, assim como sua proximidade do valor unitário para relação experimental e teórico, detendo a melhor precisão para todos os estágios de carregamento.

Comparando-se as normas, a NBR 6118 (2014) continua similar aos dois modelos previstos, seguindo a mesma tendência que o banco de dados de regressão a confiabilidade da norma conforme o aumento da dimensão analisada, desta forma, conclui-se a melhor precisão da norma em estimar os valores teóricos em seu estado linear de deformações e tensões em relação ao estado limite de serviço. Seguindo, a norma ACI 318 (2014) continua a mais conservadora e com regressão mais descendente com pior estimativa para a viga intermediária, concluindo valores distanciando até o E.L.S de 103%, 88% e 77% e para E.L.U de 71%, 60% e 50% respectivamente as vigas VR, VB1 e VB2 comparando-se ao modelo proposto.

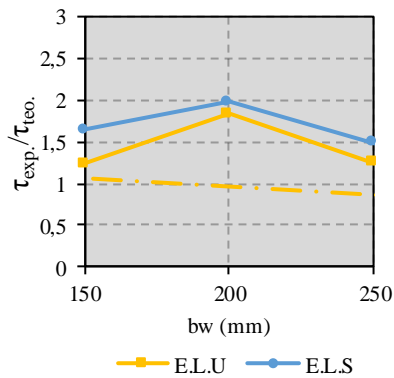
Subseguindo, os autores tiveram relativa facilidade relativo as normas, porém com resultados que estiveram conservadores por ZSUTTY (1971) e próximo da tendência para RUSSO *et al.* (2013), fomentando uma pequena vantagem para esse autor quando estipula os valores de colapso para VB1 e VB2 em relação a expressão sugerida com diferenças de 3,2% e 7,5% respectivamente.



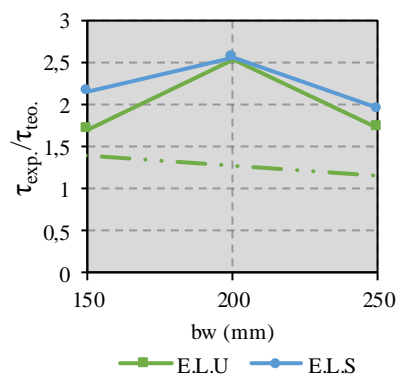
a) Modelo proposto



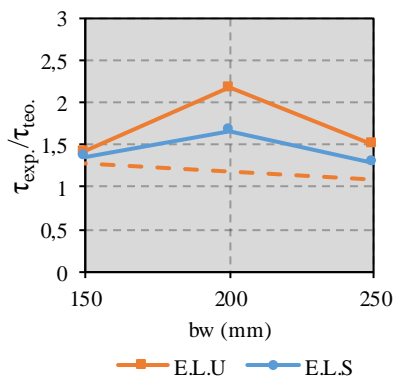
b) NBR 6118 (2014) Mod. I



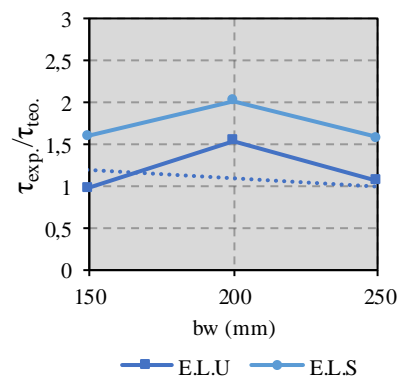
c) NBR 6118 (2014) Mod. II



d) ACI 318 (2014)



e) ZSUTTY (1971)



f) RUSSO *et al.* (2013)

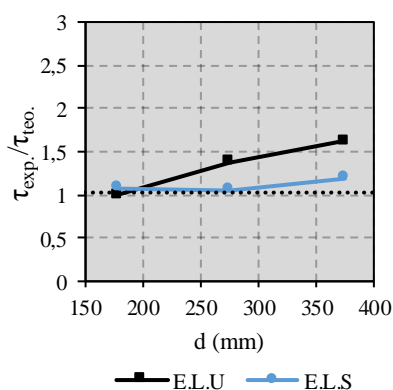
Figura 6.5 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $b_w$ )

### 6.3.3 Altura útil ( $d$ )

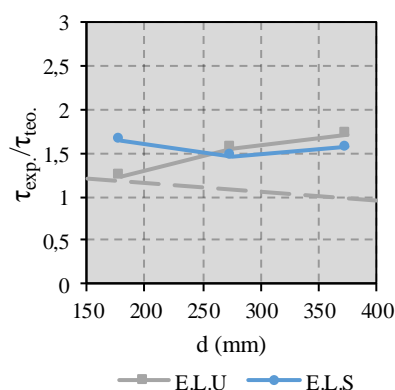
Considerando a variação da altura útil, ressalta-se o rigor ao qual o modelo proposto define o E.L.S no estágio II, comparando da melhor exatidão das equações no regime elástico de deformação, contudo, no E.L.U a equação proposta tem uma leve queda na precisão para RUSSO *et al.* (2013) relacionado a viga VD2 com diferença de aproximadamente de 1,25%, definindo o modelo deste trabalho com melhor acurácia e variações que acompanham crescentemente a relação experimental e teórico com o passo de incremento na altura útil, devido em grande parte pela distorção do plano de cisalhamento mencionado anteriormente, ou seja, subseguindo o acréscimo de momento na zona de cisalhamento.

A NBR 6118 (2014) tem uma pequena diferença entre os modelos, no qual o modelo II detém uma pequena tendência a subdimensionar as peças com relação ao banco de dados, porém em ambos os modelos a tendência para os espécimes são a acompanhá-la, deste modo, configurando uma imprecisão em relação aos ensaios por não seguir a tendência. Com relação a norma americana ACI 318 (2014), continua o mesmo resguardo para definir os valores nos diversos estados limites.

Consequente, ZSUTTY (1971) acompanha a tendência com relação ao E.L.S, seguido de um acréscimo a sua resistência ao cisalhamento quando se aumenta a rigidez da peça, enquanto RUSSO *et al.* (2013) tende a aproximar-se do valor unitário e definindo-se com boa acurácia ao longo do campo amostral ensaiado.



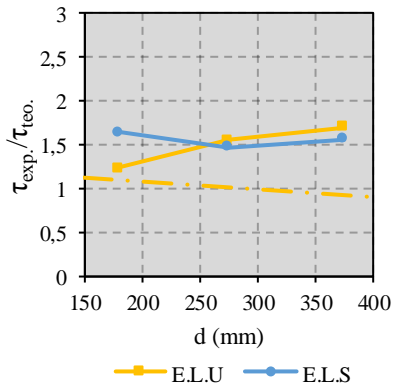
a) Modelo proposto



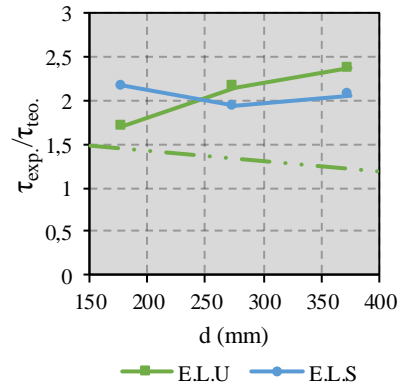
b) NBR 6118 (2014) Mod. I

Figura 6.6 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $d$ )

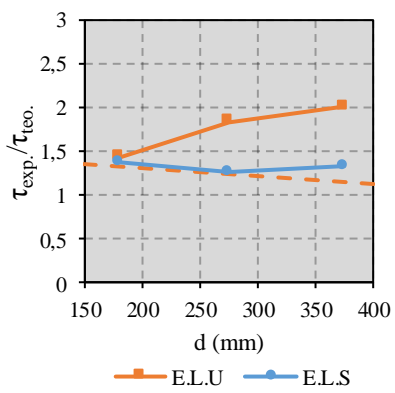




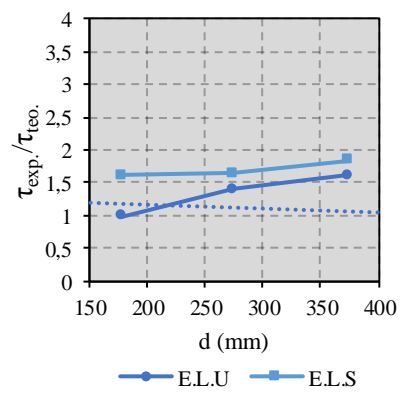
c) NBR 6118 (2014) Mod. II



d) ACI 318 (2014)



e) ZSUTTY (1971)



f) RUSSO *et al.* (2013)

Figura 6.7 – Correlação entre acurácia e a tendência dos modelos ( $d$ ) (Cont.)

## **7 Conclusões**

### **7.1 Considerações gerais**

Neste capítulo são deliberadas algumas sugestões para trabalhos futuros, assim como algumas considerações a respeito dos resultados experimentais como deformações, deslocamentos e análise desses parâmetros relacionados as cargas de colapso e estado de limite de pré-fissuração, agregando comentários e perspectivas relacionadas a expressão proposta, definido parâmetros, delimitações e aos quais a norma brasileira, americana e os autores tendem a desvirtuar nos resultados.

### **7.2 Resultados experimentais**

#### **7.2.1 Deslocamentos verticais**

Partindo do parâmetro determinado na NBR 6118 (2014) para deflexão em vigas simples biapoiadas não poderem ultrapassar a relação de 0,4% do vão útil por desconforto e insegurança, houve a análise das condições e características intrínsecas ao programa experimental, nota-se que o grupo onde variou-se a taxa de armadura transversal deteve um comportamento dúctil, fornecendo deformações lineares e ascendentes com o aumento do reforço, delimitando maiores parcelas dessa deformação excessiva até seu colapso, ocasionando melhores condições de, nessas especificidades, determinar uma intervenção ao reparo em condições normais de estruturas.

Comparando as diferentes dimensões para largura das peças, notou-se comportamento equivalente ao discutido anteriormente, porém com destaque para viga intermediária, o qual deteve mais área de contato ao cisalhamento, dessa forma mais carga e maior deformação até sua resistência última e tendo, entre elas, o maior intervalo para intervenção de reparo.

Diferente do relatado anteriormente, a altura teve deflexões similares, porém com cargas maiores ao passo que sua dimensão aumentava, sendo facilmente concluído a influência do momento de inercia nos deslocamentos verticais com a deformação limite após 26,9% e 39,5% do estado limite de serviço para o estágio II respectivos as vigas VD1 e VD2.

### 7.2.2 Deformações das armaduras longitudinais

Ao analisar as armaduras tracionadas, é importante garantir a integridade dos espécimes a ruptura por flexão, nesse caso foi atendido esse critério ao longo de todo o programa experimental, sendo limitado a deformação máxima das barras em 2,3 ‰, por seguir seu comportamento linear-elástico, determinado por meio do ensaio de tração axial. Com limites mínimo e máximo de 83% e 37% respectivamente as vigas VB2 e VB1 como parcela para o escoamento da armadura. Não foi possível determinar fissuras visíveis de flexão e impossibilitando o colapso de nenhuma viga por esse tipo de esforço.

### 7.2.3 Deformação do concreto

Quando se verifica a condição de deformações à compressão do programa experimental, é nítido a conservação da integridade do bloco de compressão de concreto, delimitado pela NBR 6118 (2014) em 3,5 ‰, concluindo que a ausência de fissuras, deslocamentos excessivos, além de valores máximos distantes 775% do patamar último de deformação referente a viga VR evidencia-se que não houve o colapso a flexão do concreto.

### 7.2.4 Deformações das- armaduras transversais

Através da aquisição de dados dos extensômetros de resistência elétrica, foi possível apontar todos os estádios limites de serviço e últimos das vigas ao cisalhamento, definido a ruptura por tração na diagonal, com patamares diferentes de contribuição das variáveis preponderantes ao deslizamento da diagonal tracionada, entre eles a resistência à compressão do concreto, taxa de armadura longitudinal e engrenamento dos agregados.

### 7.2.5 Padrão de fissuração e modo de ruptura

Como foi assegurado e dimensionado os demais modos de ruptura para haver o colapso por cisalhamento dos tirantes em todas as vigas, é possível verificar que houve apenas fissura em torno de apenas um lado do vão de cisalhamento. Subsequindo, as fissuras distorcem para os planos convencionais de deslizamento entre interfaces, desse modo dificultando a ruptura correlacionado diretamente com a área e a distorção da fissura em relação ao plano de corte.

## 7.3 Resultados teóricos

### 7.3.1 Análise dos resultados teóricos

A partir dos resultados experimentais, observou-se dois padrões máximos de cargas, seguido de limites já condicionados, como a tensão última pré-fissuração (estádio II) e a tensão última, designada ao colapso das peças. Desse modo, os códigos normativos, americano e brasileiro, tiveram um padrão conservador e pouco preciso para delimitar os valores reais de tensões das peças, corroborando por terem parâmetros insuficientes a serem avaliados e preponderantes aos modelos, sendo válido basicamente a resistência à compressão do concreto e a tensão contribuinte do reforço transversal das vigas. Subsequindo, o autor ZSUTTY (1971), obteve resultados conservadores, porém com maior acurácia relacionando-se a NBR 6118 (2014) e ACI 318 (2014), obtendo, apesar da longa data de sua publicação, resultados mais realísticos, pois propunha em seu modelo parâmetros relacionados a esbeltez da peça e a ação do efeito pino. Apesar de RUSSO *et al.* (2013) ter um espaço amostral maior na concepção da sua fórmula para vigas com estribo, nota-se uma média alta em relação ao E.L.S acima 54% do modelo proposto, tendo melhores resultados relacionados a expressão determinada nesse trabalho apenas no E.L.U para VB1 e VB2 e VD2 com margens muito baixas de 3,2%, 7,4% e 1,12% respectivamente, dado a grande complexidade na designação dos parâmetros que RUSSO *et al.* (2013) utiliza-se e a dificuldade de manipular os dados a serem usados, define-se como pouco usual para dimensionamentos. Quando analisado o modelo proposto, é notório a precisão relacionada a outros autores, pois obteve os melhores resultados em todos os parâmetros pertinente ao banco de dados e ao programa experimental para E.L.S, quando posto ao E.L.U, uma das propostas para melhor precisão é importante a verificação da peça fissurada e relacionar ao plano secundário de deslizamento entre as interfaces, porém, o modelo proposto obteve folga de 2%, 6,4%, 8% e 0,7% relacionado a RUSSO *et al.* (2013) respectivamente para viga VR, VSW1, VSW2 e VD1, definindo a melhor proposta para estabelecer o esforço último e serviço das vigas em seu respectivo espaço amostral.

## 7.4 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas algumas contribuições para prosseguir alguns estudos relacionados ao tema de cisalhamento em vigas de concreto que possam colaborar com o tema desta dissertação

- Definir a hipótese da área mobilizada e distorcida do plano de cisalhamento;
- Quantificar a contribuição do efeito pino em distorcer o plano usual de cisalhamento;
- Modificar a relação  $\left(\frac{a}{d}\right)$  e definir a um maior campo amostral maior para a fórmula proposta;
- Definir diferentes dimensões transversais para viga e medir o *Size Effect*;
- Modificar os tipos de agregado;
- Induzir o plano de cisalhamento através de fusos e verificar a influência do momento em distorcer o plano pré-estabelecido;
- Quantificar a contribuição das camadas de armadura longitudinal para avaliar o efeito de pino na resistência última das peças.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHARYA, D. N.; KEMP, K. O. *Significance of dowel forces on the shear failure of rectangular reinforced concrete beams without web reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 62, nº 10, p. 1265-1280, 1965.

ACI 318. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.

ACI 445R. Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 1999.

AMERICAN SOCIETY CIVIL ENGINEERS/ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. The shear strength of reinforced concrete members – Chapters 1 to 4. ASCE-ACI Committee 426, Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division. Vol. 99, nº ST6, p. 1091-1187, 1973.

AMERICAN SOCIETY CIVIL ENGINEERS/ AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Recent approaches to shear design of structural concrete. ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion, Journal of Structural Engineering. Vol. 124, nº 12, p. 1375-1417, 1998

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NB 1: Projeto e execução de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738: Procedimento para Moldagem e Cura de Corpos de Prova. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739: Concreto – Ensaio de Compressão de Corpos-de-Prova Cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6152: Materiais Metálicos – Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração. Rio de Janeiro, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222: Concreto e Argamassa – Determinação da Resistência à Tração por Compressão Diametral de Corpos de Prova Cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7480: Aço Destinado a Armaduras para Estruturas de Concreto Armado - Especificação. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Concreto – Determinação do Módulo Elástico de Elasticidade à Compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ADEBAR, P.; COLLINS, M. P.; *Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement*, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 23, nº 02, p. 297-305, 1996.

ANGELAKOS, D.; *The Influence of the Concrete Strength and Longitudinal Reinforcement ratio on the Shear Strength of Large-size Reinforced Concrete Beams with and without Transverse Reinforcement*. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Toronto, 1999.

BAZANT, Z. P.; KAZEMI, M. T.; *Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams Without Stirrups*, ACI Structural Journal, Vol. 88, nº 3, p. 268-276, 1991.

BAZANT, Z. P.; YU, Q.; *Minimizing Statistical Bias to Identify Size Effect from Beam Shear Database*, ACI Structural Journal, Vol. 105, nº 6, p. 685-691, 2008.

BELARBI, A.; HSU, T. T. C.; *Stirrups Stresses in Reinforced Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 87, nº 5, p. 530-538, 1990.

BENTZ, E. C.; *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members*, Tese de Doutorado, Department of Civil Engineering, University of Toronto. Toronto, 2000.

BENTZ, E. C.; *Empirical Modeling of Reinforced Concrete Shear Strength Size Effect for Members without Stirrups*, ACI Structural Journal, Vol. 102, nº 2, p. 232-241, 2005.

BENTZ, E. C.; VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P.; *Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements*, ACI Structural Journal, Vol. 103, nº 4, p. 614-624, 2006.

BORIS BRESLER; SCORDELIS, A. C. *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 60, nº 1, p. 51-74, 1963.

BRANCO, V. H. L. Resistencia ao Cisalhamento de Vigas “T” de Concreto Armado: Verificação das Longarinas da Ponte Sobre o Rio Sororó, Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. Belém, 2011.

CARELLI, J. A.; *Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado com Estribos Autotravantes*, Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002.

CASTRO, F. A. B.; *Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado Estudo Paramétrico*, Dissertação de Mestrado. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1997.

CLADERA, A.; *Shear Design of Reinforced High-Strength Concrete Beam*, Tese de doutorado. Departamento d'Enginyeria de la Construcció, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, 2002.

CLADERA, A.; MARÍ, A. R.; *Experimental Study on High-Strength Concrete Beams Failing in Shear*, Engineering Structures, Vol. 27, p. 1519-1527, 2005.

COLLINS, M. P.; KUCHUMA, D.; *How Safe are our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs and Footings?*, ACI Structural Journal, Vol. 96, nº 4, p. 482-490, 1999.

COLLINS, M. P.; *Evolution of Shear Design Procedures for Concrete Structures*. A Report Prepared for the CSA Technical Committee on Reinforced Concrete Design, 2001.

COLLINS, M. P.; BENTZ, E. C.; SHERWOOD, E. G.; XIE, L. *An Adequate Theory for the Shear Strength of Reinforced Concrete Structures*, Magazine of Concrete Research, Vol. 60, nº 9, p. 635-650, 2008.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D.; ADEBAR, P.; VECCHIO, F. J.; *A General Shear Design Method*, ACI Structural Journal, Vol. 93, nº 5, p. 36-60, 1996.

CONFORTI, A.; MINELLI, F.; PLIZZARI, G. A.; *Influence of Width-to-Effective Depth Ratio on Shear Strength of Reinforced Concrete Elements without Web Reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 114, nº 4, p. 995-1006, 2017.



EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules for Buildings, London, 2014.

ETXEBERRIA, M.; MAMÍ, A. R.; VÁZQUEZ, E.; *Estudio Experimental de la Resistência a Cortante em Vigas de Hormigón de Áridos Reciclados*, Tese de Doutorado, ETSECCPB, UPC, 2002.

FENWICK, R. C.; PAULAY, S. R. T.; *Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams*, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 94, nº 10, p. 2325-2350, 1968.

FERNANDES, G. B.; *Cisalhamento em Vigas de Alta Resistência*, *Revista Técnica*, nº 13, p. 27-30, 1994.

GONZALEZ, F. B.; *Hormigones com Áridos Reciclados Procedentes de Demoliciones, Propiedades Mecánicas e Comportamento Estructural a Cortante*, Tese de doutorado, ETSECCP de la Coruña, Universidad de la Coruña, 2002.

HADDADIN, H. J.; HONG, S.; MATTOCK, A. H.; *Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams with Axial Force*, *Journal of Structural Division Proceedings of the ASCE*, Vol. 97, nº 9, p. 2277-2297, 1971.

HASSAN, A.; A.; A.; HOSSAIN, K.; M.; A.; LACHEMI, M.; *Strength, Cracking and Deflection Performance of Large-Scale Self-Consolidating Concrete Beams Subjected to Shear Failure*, *Engineering Structures*, Vol. 32, nº 5, p. 1262-1271, 2010.

ISMAIL, K. S.; GUADAGNINI, M.; PILAKOUTAS, K.; *Shear Behavior of Reinforced Concrete Deep Beams*, *ACI Structural Journal*, Vol. 114, nº 1, p. 87-99, 2017.

JOHNSON, M. K.; RAMIREZ, J. A.; *Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete*, *ACI Structural Journal*, Vol. 86, nº 4, p. 376-382, 1989.

KANI, G.; *How Safe are our Large Reinforced Concrete Beams*, *ACI Structural Journal*, Vol 63, nº 6, p. 675-692, 1967.

KIM, D.; KIM, W.; WHITE, R. N.; *Arch Action in Reinforced Concrete Beams—A Rational Prediction of Shear Strength*, *ACI Structural Journal*, Vol. 96, nº 4, p. 586-593, 1999.

KONG, P. Y. L.; RAGAN, B. V.; *Shear Strength of High-Performance Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 95, nº 6, p. 677-688, 1998.

KREFELD, W. J.; THURSTON, C. W.; *Contribution of Longitudinal Steel to Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 63, nº 3, p. 325-342, 1966.

LACHEMI, M.; HOSSAIN, K.; M.; A.; LAMBROS, V.; *Shear Resistance of Self-Consolidating Concrete Beams — Experimental Investigations*, Engineering Structures, Vol. 21, nº 10, p. 937-944, 1999.

LEONHARDT, N. M.; MÖNNING, E.; *Construções de concreto – Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. Vol 1, Rio de Janeiro, Editora interciência, 1994.

LIM, D. H.; OH, B. H.; *Experimental and Theoretical Investigation on the Shear of Steel Fibre Reinforced Concrete Beam*, Engineering Structures, Vol. 21, nº 10, p. 937-944, 1999.

LUBELL, A. S.; BENTZ, E. C.; COLLINS, M. P.; *Headed Shear Reinforcement Assemblies for One-Way Shear*, ACI Structural Journal, Vol. 106, nº 6, p. 878-886, 2009.

MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K.; *Reinforced Concrete – Mechanics and Design*. 4 ed., Upper Saddle River, Prentice Hall, 2005.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. *Concreto: Microstructure, Properties and Materials*. 4 ed. McGraw-Hill Professional Publishing, 1994.

MITCHELL, D.; COLLINS, M. P.; *Diagonal Compression Field Theory*. ACI Structural Journal, Vol. 71, nº 8, p. 496-408, 1974.

MONTOYA, E.; VECCHIO, F. J.; SHEIKH, S. A.; Numerical Evaluation of The Behaviour of Steel- And FRP-Confined Concrete Columns Using Compression Field Modelling, Engineering Structures, Vol. 26, p. 1535-1545.

MÖRSCH, E.; *Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete Construction) – Theory and Application*. Wittwer, Vol. 1, Part 1, Stuttgart, 1920

MÖRSCH, E.; *Der Eisenbetonbau-Seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete Construction) – Theory and Application*. Wittwer, Vol. 1, Part 2, Stuttgart, 1922

MPHONDE, A. G.; FRANTZ, G. C.; *Shear Test of High and Low-Strength Concrete Beams without Strirrups*, ACI Structural Journal, Vol. 81, n° 4, p. 350-357, 1984.

OZCEBE, G.; ERSOY, U.; TANKUT, T.; *Evaluation of Minimum Shear Reinforcement Requirements for Higher Strength Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 96, n° 3, p. 361-368, 1999.

PANDA, S. S.; GANGOLU, A. R.; *Study of Dowel Action in Reinforced Concrete Beam by Factorial Design of Experiment*, ACI Structural Journal, Vol. 114, n° 6, p. 1495-1505, 2017.

PENDYALA, R. S.; MENDIS, P.; *Experimental Study on Shear Strength of High-Strength Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 97, n° 4, p. 564-571, 2000.

PLACAS, A.; REGAN, P. E.; *Shear Failure of Reinforced Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 68, n° 10, p. 763-773, 1971.

POLI, S.; D.; GAMBAROVA, P. G.; KAKAKOÇ, C.; *Aggregate Interlock role in RC Thin-Webbed Beam in Shear*, ASCE, American Society of Civil Engineers, Vol. 113, n° 1, p. 1-19, 1987.

POLI, S.; D.; PRISCO, M.; D.; GAMBAROVA, P. G.; *Shear Response, Deformations, and Subgrade Stiffness of a Dowel Bar Embedded in Concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 89, n° 6, p. 665-675, 1992.

RAJAGOPALAN, K. S.; FERFUSON, P. M.; *Exploratory Shear Tests Emphasizing Percentage of Longitudinal Steel*, ACI Structural Journal, Vol. 65, n° 8, p. 634-638, 1968.

REINECK, K. H.; *Shear Design Based on Truss Models with Crack-Friction*. Comité Euro-International du Béton, CEB, Bulletin d' Information n° 223 – Ultimate Limit State Design Models – A State-of-the-art report, p. 137-157, 1995.

ROLLER, J. J.; RUSSEL, H. G.; *Shear Strength of High Strength Concrete Beams with Web Reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 87, n° 2, p. 191-198, 1990.

RÜSCH, H.; *Concreto Armado e protendido, Propriedades dos Materiais e Dimensionamento*, Rio de Janeiro, Editora Campus, 1994.

RUSSO, G.; MITRI, D.; PAULETTA, M.; *Shear Strength Design Formula for RC Beams with Stirrups*, Engineering Structures, Vol. 51, p. 226-235, 2013.

SAGASETA, J. The Influence of Aggregate Fracture on the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Tese de Ph. D, Imperial College, London, 2008.

SHIN, SUNG-WOO; LEE, KWANG-SOO; MOON, JUNG-III; GHOSH, S. K.; *Shear Strength of Reinforced High-Strength Concrete Beams with Shear Span-to-Depth Ratios between 1.5 and 2.5*, ACI Structural Journal, Vol. 96, nº 4, p. 549-556, 1999.

SNEED, L. H.; RAMIREZ, J. A.; *Influence of Cracking on Behavior and Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*, ACI Structural Journal, Vol. 111, nº 1, p. 157-166, 2014.

SWAMY, R. N.; ANDRIOPOULOS, A. D.; *Contribution of Aggregate Interlock and Dowel Forces to the Shear Resistance of Reinforced Beams with Web Reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 42, nº 6, p. 129-168, 1974.

TAYLOR, H. P. J.; *Shear Stregth of Large Beams*, Journal of The Structural Division, Vol. 98, nº 11, p. 2473-2490, 1972.

TAN, K. H.; KONG, K. F.; WENG, L. W.; *High-Strength Reinforced Concrete Deep and Short Beams: Shear Design Equations in North American and UK Practice*, ACI Structural Journal, Vol. 95, nº 3, p. 318-328, .1998

TEOH, B. K.; MANSUR, M. A.; WEE, T. H.; *Behavior of High-Strength Concrete I-Beams with Low Shear Reinforcement*, ACI Structural Journal, Vol. 99, nº 3, p. 299-307, 2002.

TOMPOS, E. J.; FROSCH, R. J.; *Influence of Beam Size, Longitudinal Reinforcement, and Stirrup Effectiveness on Concrete Shear Strength*, ACI Structural Journal, Vol. 99, nº 5, p. 559-567, 2002.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P.; *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*, ACI Structural Journal, Vol. 83, nº 2, p. 219-231, 1986.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P.; *Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory*, ACI Structural Journal, Vol. 85, n° 3, p. 258-268, 1988.

WANG, T.; DAI, J. G.; ZHENG, J. J.; *Multi-Angle Truss Model for Predicting the Shear Deformation of RC Beams with low Span-Effective Depth Ratios*, Engineering Structures, Vol. 91, n° 15, p. 85-95, 2015.

WALRAVEN, J. C. *The Influence of Depth on the Shear Strength of Lightweight Concrete Beams without Shear Reinforced*, Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, 1984.

YOON, Y. S.; COOK, W. D.; MITCHELL, D.; *Minimum Shear Reinforcement in Normal, Medium and High-Strength Concrete Beams*, ACI Structural Journal Vol. 93, n° 5, p. 576-584, 1996.

ZHANG, J. P.; *Diagonal Cracking and Shear Strength of Reinforced Concrete Beams*, Magazine of Concrete Research Vol. 49, n° 178, p. 55-65, 1997.

ZSUTTY, T.; *Shear Strength Prediction fo Separate Categories of Simple Beam Tests*, ACI Structural Journal Vol. 68, n° 2, p. 138-143, 1971.

## ANEXOS

### ANEXO A: BANCO DE DADOS

Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal.

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
Adebar & Collins (1996)	ST4	290	278	49	1,95	0,11	0,59	2,88	2,2
	ST5	290	278	49	1,95	0,18	0,96	2,88	2,4
	ST6	290	278	49	1,95	0,28	1,50	2,88	3,2
	ST18	290	278	50	1,95	0,20	1,07	2,88	3,5
	ST7	290	278	49	1,95	0,36	1,93	2,88	3,9
	ST19	290	278	50	1,95	0,20	1,07	2,88	2,8
Angelakos (1999)	DB165M	300	925	65	1,01	0,08	0,40	2,92	1,6
	DB180M	300	925	80	1,01	0,08	0,40	2,92	1,4
Belarbi & Hsu (1990)	T1	152	559	32	1,68	0,37	1,49	3,7	3,0
	T2	152	559	36	1,68	0,35	1,38	3,7	3,3
Carelli (2002)	VC2	150	325	22	1,24	0,18	1,40	2,5	3,1
	VC4	150	325	26	1,24	0,18	1,40	2,5	3,0
Cladera (2002)	H50/2	200	353	50	2,28	0,11	0,60	3,06	2,5
	H50/3	200	351	50	2,29	0,24	1,30	3,08	3,4
	H50/4	200	351	50	2,99	0,24	1,30	3,08	3,5
	H60/2	200	353	61	2,28	0,14	0,75	3,06	2,5
	H60/3	200	351	61	2,29	0,24	1,27	3,08	3,7
	H60/4	200	351	61	2,99	0,24	1,27	3,08	4,4
	H75/2	200	353	69	2,28	0,14	0,75	3,06	2,9
	H75/3	200	351	69	2,29	0,24	1,27	3,08	3,8
	H75/4	200	351	69	2,99	0,24	1,27	3,08	3,6
	H100/2	200	353	87	2,28	0,17	0,91	3,06	3,2
	H100/3	200	351	87	2,29	0,24	1,29	3,08	3,6
	H100/4	200	351	87	2,99	0,24	1,29	3,08	3,8
Collins & Kuchuma (1999)	BM100	300	925	47	0,76	0,08	0,40	2,92	1,2
Etxeberria (2004)	HC-2	200	304	42	2,97	0,21	1,18	3,3	3,5

Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal (Cont).

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
Etxeberria (2004)	HC-3	200	304	42	2,97	0,16	0,90	3,3	2,9
	HC-4	200	304	42	2,97	0,12	0,63	3,3	3,1
Fernandes (1994)	1	50	280	67	4,39	0,25	2,14	3,57	6,9
	3	50	280	61	6,62	0,25	2,14	3,57	8,9
	4	50	280	67	6,62	0,38	3,21	3,57	9,0
	6	50	280	71	6,62	0,25	2,14	5,36	6,0
González (2002)	V13HC	199	307	38	2,9	0,18	1,05	3,25	3,1
	V17HC	199	306	39	2,92	0,14	0,80	3,27	2,5
	V42HC	195	306	39	2,99	0,11	0,60	3,27	2,1
	V13HCS	200	308	43	2,9	0,18	1,05	3,25	3,6
	V17HCS	200	312	45	2,86	0,14	0,80	3,21	3,2
	V24HCS	200	302	44	2,95	0,11	0,60	3,3	2,5
	V13HR	200	307	41	2,9	0,18	1,05	3,26	3,8
	V17HR	200	306	42	2,91	0,14	0,80	3,27	2,9
	V24HR	201	306	39	2,9	0,11	0,60	3,27	2,7
	V13HRS	199	305	41	2,93	0,18	1,05	3,28	3,3
	V17HRS	199	305	45	2,93	0,14	0,80	3,28	3,2
V24HRS	199	307	43	2,91	0,11	0,60	3,25	2,4	
Haddadin <i>et al.</i> (1971)	A2	178	381	29	3,79	0,19	0,68	2,5	2,9
	A3	178	381	30	3,79	0,42	1,45	2,5	4,3
	B3	178	381	28	3,79	0,42	1,45	3,38	4,0
	C2	178	381	28	3,79	0,19	0,68	4,25	2,6
	C3	178	381	24	3,79	0,42	1,45	4,25	3,8
	D3	178	381	29	3,79	0,42	1,45	6	3,6
	F3	178	381	45	3,79	0,28	1,45	2,5	4,9
	G3	178	381	26	3,79	0,42	1,91	2,5	4,9
	H1	178	381	29	1,89	0,42	1,45	2,5	4,2
H2	178	381	28	5,68	0,42	1,45	2,5	4,7	
Jonhson & Ramirez (1989)	3	305	539	72	2,41	0,07	0,34	3,1	1,6
Kong Rangan (1998)	S1-1	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	3,1
	S1-2	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	2,9
	S1-3	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	2,8

Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal (Cont.).

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
	S1-4	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	3,8
	S1-5	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	3,5
	S1-6	250	292	64	2,8	0,16	0,89	2,5	3,1
	S2-1	250	292	73	2,8	0,11	0,64	2,5	3,6
	S2-2	250	292	73	2,8	0,13	0,72	2,5	3,2
	S2-3	250	292	73	2,8	0,16	0,89	2,5	3,5
	S2-4	250	292	73	2,8	0,16	0,89	2,5	3,0
	S2-5	250	292	73	2,8	0,21	1,19	2,5	3,9
	S3-1	250	297	67	1,66	0,10	0,64	2,49	2,8
	S3-2	250	297	67	2,8	0,10	0,64	2,49	2,4
	S3-3	250	293	67	2,8	0,10	0,64	2,49	3,1
	S3-4	250	293	67	2,8	0,10	0,64	2,49	2,4
	S4-4	250	292	87	2,8	0,16	0,89	2,5	3,5
	S4-6	250	198	87	2,8	0,16	0,89	2,53	4,1
Kong &Rangan (1998)	S5-1	250	292	89	2,8	0,16	0,89	3,01	3,3
	S5-2	250	292	89	2,8	0,16	0,89	2,74	3,6
	S5-3	250	292	89	2,8	0,16	0,89	2,5	3,3
	S6-3	250	293	69	2,8	0,10	0,64	2,73	2,4
	S6-4	250	293	69	2,8	0,10	0,64	2,73	2,9
	S6-5	250	299	69	3,69	0,10	0,63	2,64	4,0
	S6-6	250	299	69	3,69	0,10	0,63	2,64	3,8
	S7-1	250	294	75	2,8	0,11	0,64	3,3	3,0
	S7-2	250	294	75	2,8	0,13	0,72	3,3	2,8
	S7-3	250	294	75	2,8	0,16	0,89	3,3	3,4
	S7-4	250	294	75	2,8	0,20	1,12	3,3	3,7
	S7-5	250	294	75	2,8	0,22	1,27	3,3	4,1
	S7-6	250	294	75	2,8	0,26	1,49	3,3	4,2
	S8-1	250	292	75	2,8	0,11	0,64	2,5	3,7
	S8-2	250	292	75	2,8	0,13	0,72	2,5	3,4
	S8-3	250	292	75	2,8	0,16	0,91	2,5	4,2
S8-4	250	292	75	2,8	0,16	0,91	2,5	3,6	



Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal (Cont.).

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
Kong & Rangan (1998)	S8-5	250	292	75	2,8	0,20	1,12	2,5	4,0
	S8-6	250	292	75	2,8	0,22	1,27	2,5	3,9
Lim & oh (1999)	S0.50V0	100	150	34	2,68	0,71	2,55	2,66	5,4
	S0.75V0	100	150	34	2,68	0,94	3,38	2,66	6,4
	S1.00V0	100	150	34	2,68	1,41	5,06	2,66	7,0
Mphonde & Frantz (1984)	B50-11-3	152	298	60	3,36	0,11	0,34	3,6	2,2
	B50-15-3	152	298	83	3,36	0,11	0,34	3,6	2,5
	B50-3-3	152	298	22	3,36	0,11	0,34	3,6	1,7
	B50-7-3	152	298	40	3,36	0,11	0,34	3,6	2,1
	B100-3-3	152	298	28	3,36	0,26	0,69	3,6	2,1
	B100-7-3	152	298	47	3,36	0,26	0,69	3,6	2,7
	B100-11-3	152	298	69	3,36	0,26	0,69	3,6	3,3
	B100-15-3	152	298	82	3,36	0,26	0,69	3,6	2,5
	B150-3-3	152	298	29	3,36	0,38	1,03	3,6	3,1
	B150-7-3	152	298	47	3,36	0,38	1,03	3,6	2,9
	B150-11-3	152	298	70	3,36	0,38	1,03	3,6	3,6
B150-15-3	152	298	83	3,36	0,38	1,03	3,6	3,3	
Ozcebe <i>et al.</i> (1999)	ACI56	150	310	58	3,46	0,14	0,36	5	2,0
	TH56	150	310	63	3,46	0,17	0,43	5	2,2
	TS56	150	310	61	3,46	0,24	0,61	5	2,8
	ACI59	150	310	82	4,43	0,14	0,36	5	2,1
	TH59	150	310	75	4,43	0,19	0,48	5	2,6
	TS59	150	310	82	4,43	0,28	0,71	5	2,7
	ACI36	150	310	75	2,59	0,14	0,36	3	2,3
	TH36	150	310	75	2,59	0,17	0,43	3	3,0
	TS36	150	310	75	2,59	0,24	0,61	3	3,4
	ACI39	150	310	73	3,08	0,14	0,36	3	2,4
	TH39	150	310	73	3,08	0,17	0,43	3	3,1
TS39	150	310	73	3,08	0,28	0,71	3	3,9	
Placas & Regan (1971)	R8	152	254	27	1,46	0,09	0,58	3,36	2,1
	R9	152	254	30	1,46	0,19	1,15	3,36	2,8

Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal (Cont.).

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
	R10	152	254	30	0,98	0,09	0,58	3,36	1,9
	R11	152	254	26	1,95	0,09	0,58	3,36	2,3
	R12	152	254	34	4,16	0,09	0,58	3,6	2,8
	R13	152	254	32	4,16	0,19	1,15	3,6	3,9
	R14	152	254	29	1,46	0,06	0,38	3,36	2,3
	R15	152	254	30	4,16	0,19	1,15	3,6	3,6
	R16	152	254	32	4,16	0,19	1,15	3,6	3,6
	R20	152	254	43	1,46	0,09	0,58	3,36	2,3
	R21	152	254	48	4,16	0,19	1,15	3,6	3,9
	R22	152	254	30	1,46	0,09	0,58	4,5	2,1
	R24	152	254	31	4,16	0,09	0,58	5,05	2,4
	R25	152	254	31	4,16	0,09	0,58	3,6	2,7
	R28	152	254	32	4,16	0,36	2,25	3,6	4,6
	T1	152	254	28	1,25	0,09	0,58	3,36	2,8
	T3	152	254	28	1,46	0,09	0,58	3,36	2,7
Placas & Regan (1971)	T4	152	254	32	1,95	0,09	0,58	3,36	2,8
	T5	152	254	34	1,46	0,19	1,15	3,36	3,6
	T6	152	254	26	4,16	0,36	2,25	3,6	5,3
	T7	152	254	27	3	0,09	0,58	3,46	2,8
	T8	152	254	31	4,16	0,09	0,58	3,6	3,2
	T9	152	254	20	4,16	0,19	1,15	3,6	4,0
	T10	152	254	28	1,46	0,06	0,38	3,36	2,2
	T15	152	254	33	4,16	0,09	0,58	7,2	2,7
	T16	152	254	33	4,16	0,06	0,38	7,2	2,4
	T17	152	254	33	4,16	0,19	1,15	7,2	3,5
	T19	152	254	30	4,16	0,09	0,58	5,4	2,9
	T20	152	254	32	4,16	0,19	1,15	5,4	4,0
	T25	152	254	54	1,46	0,09	0,58	3,36	3,0
	T26	152	254	57	4,16	0,19	1,15	3,6	4,6
	T31	152	254	31	1,46	0,09	0,58	3,36	2,4
	T32	152	254	28	4,16	0,36	2,25	3,6	5,6

Tabela A. 1 – Características das vigas com ruptura por tração na diagonal (Cont.).

Autor	Peças	bw (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ <sub>l</sub> (%)	ρ <sub>w</sub> (%)	F <sub>sw</sub> (MPa)	a/d	τ <sub>exp</sub> (MPa)
Placas & Regan (1971)	T34	152	254	34	4,16	0,09	0,58	5,4	2,9
	T35	152	254	34	4,16	0,09	0,58	5,4	3,0
	T36	152	254	24	4,16	0,19	1,15	3,6	4,6
	T37	152	254	32	4,16	0,36	2,25	3,6	5,4
	T38	152	254	30	4,16	0,36	2,25	3,6	6,2
Roller & Russell (1990)	1	355	559	120	1,59	0,08	0,34	3	1,5
	8	457	762	125	1,82	0,08	0,36	3	1,4
Teoh <i>et al.</i> (2002)	A0-12	150	657	100	2,99	0,12	0,44	2,69	3,1
	A0-8	150	657	89	2,99	0,12	0,44	2,69	2,6
	B0-8	150	657	92	2,99	0,18	0,64	2,69	2,7
Yoon <i>et al.</i> (1996)	N1-N	375	655	36	2,8	0,08	0,40	3	1,9
	N2-S	375	655	36	2,8	0,08	0,30	3	1,5
	N2-N	375	655	36	2,8	0,12	0,50	3	2,0
	M2-S	375	655	67	2,8	0,12	0,50	3,3	2,2
	M2-N	375	655	67	2,8	0,16	0,71	3,3	2,8
	H1-N	375	655	87	2,8	0,08	0,35	3,3	2,0
	H2-S	375	655	87	2,8	0,14	0,60	3,3	2,4
	H2-N	375	655	87	2,8	0,24	1,02	3,3	2,9
	M1-N	375	655	67	2,8	0,08	0,35	3,3	1,6

## ANEXO B: RAZÃO EXPERIMENTAL E TEÓRICO ENTRE TENSÕES

Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas.

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
Adebar & Collins (1996)	ST4	0,75	0,75	1,01	1,05	0,89	0,94
	ST5	0,73	0,70	0,94	0,99	0,86	0,84
	ST6	0,85	0,77	1,02	1,11	1,01	0,93
	ST18	1,03	0,97	1,30	1,39	1,21	1,17
	ST7	0,93	0,83	1,09	1,20	1,14	1,02
	ST19	0,82	0,78	1,04	1,11	0,97	0,94
Angelakos (1999)	DB165M	0,52	0,53	0,71	0,89	0,99	1,13
	DB180M	0,43	0,43	0,61	0,74	0,80	0,97
Belarbi & Hsu (1990)	T1	0,88	0,77	0,93	1,11	1,37	0,93
	T2	0,96	0,86	1,04	1,25	1,48	1,05
Carelli (2002)	VC2	1,32	1,22	1,53	1,42	1,43	1,00
	VC4	1,20	1,11	1,42	1,34	1,31	0,96
Cladera (2002)	H50/2	0,83	0,82	1,14	1,11	1,00	0,96
	H50/3	0,92	0,84	1,17	1,15	1,09	0,95
	H50/4	0,94	0,87	1,20	1,13	1,05	0,93
	H60/2	0,75	0,73	0,99	0,99	0,88	0,87
	H60/3	0,96	0,87	1,20	1,22	1,11	1,03
	H60/4	1,14	1,04	1,43	1,37	1,23	1,16
	H75/2	0,84	0,81	1,10	1,12	0,97	1,00
	H75/3	0,95	0,87	1,19	1,22	1,09	1,05
	H75/4	0,90	0,82	1,13	1,10	0,96	0,94
	H100/2	0,83	0,78	1,14	1,10	0,93	1,00
	H100/3	0,85	0,77	1,13	1,10	0,93	0,97
H100/4	0,89	0,82	1,19	1,10	0,92	0,97	
Collins & Kuchuma (1999)	BM100	0,45	0,46	0,63	0,80	0,93	0,95
Etxeberria (2004)	HC-2	1,06	0,98	1,34	1,23	1,17	1,00
	HC-3	0,96	0,91	1,24	1,13	1,04	0,93
	HC-4	1,12	1,09	1,48	1,35	1,22	1,15

Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas. (Cont.)

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
Fernandes (1994)	1	1,72	1,56	2,14	1,61	1,41	0,99
	3	2,27	2,06	2,84	1,96	1,69	1,18
	4	1,90	1,65	2,28	1,58	1,44	1,00
	6	1,47	1,33	1,85	1,38	1,23	0,85
González (2002)	V13HC	1,03	0,96	1,29	1,17	1,09	0,94
	V17HC	0,89	0,86	1,15	1,03	0,94	0,85
	V42HC	0,81	0,79	1,06	0,94	0,83	0,79
	V13HCS	1,13	1,06	1,45	1,32	1,21	1,09
	V17HCS	1,07	1,03	1,41	1,28	1,14	1,08
	V24HCS	0,90	0,89	1,21	1,09	0,96	0,94
	V13HR	1,22	1,14	1,55	1,41	1,31	1,15
	V17HR	1,00	0,96	1,30	1,18	1,06	0,98
	V24HR	1,04	1,02	1,37	1,22	1,08	1,03
	V13HRS	1,06	0,99	1,35	1,22	1,13	0,99
	V17HRS	1,07	1,03	1,41	1,28	1,14	1,07
	V24HRS	0,88	0,86	1,17	1,06	0,92	0,91
Haddadin <i>et al</i> (1971)	A2	1,19	1,13	1,36	1,18	1,02	0,92
	A3	1,31	1,15	1,37	1,34	1,30	1,01
	B3	1,25	1,10	1,29	1,33	1,52	1,01
	C2	1,08	1,03	1,23	1,20	1,30	0,92
	C3	1,26	1,10	1,27	1,36	1,68	1,02
	D3	1,09	0,96	1,14	1,29	1,48	1,00
	F3	1,29	1,16	1,59	1,40	1,17	1,11
	G3	1,35	1,15	1,41	1,37	1,35	1,04
	H1	1,29	1,13	1,34	1,48	1,62	1,14
	H2	1,46	1,29	1,51	1,37	1,24	1,02
Jonhson & Ramirez (1989)	3	0,52	0,52	0,72	0,72	0,70	0,96
Kong Rangan (1998)	S1-1	0,89	0,85	1,16	1,05	0,82	0,93
	S1-2	0,83	0,79	1,08	0,98	0,77	0,87
	S1-3	0,81	0,76	1,05	0,95	0,74	0,84
	S1-4	1,09	1,04	1,42	1,29	1,01	1,15
	S1-5	1,01	0,96	1,31	1,19	0,93	1,06

Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas. (Cont.)

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
Kong Rangan (1998) (Cont.)	S1-6	0,89	0,85	1,16	1,05	0,82	0,93
	S2-1	1,08	1,06	1,46	1,29	0,98	1,23
	S2-2	0,93	0,90	1,24	1,11	0,85	1,04
	S2-3	0,97	0,92	1,28	1,15	0,89	1,05
	S2-4	0,83	0,79	1,09	0,99	0,76	0,90
	S2-5	1,00	0,93	1,29	1,17	0,92	1,03
	S3-1	0,88	0,87	1,18	1,17	0,96	1,10
	S3-2	0,75	0,74	1,01	0,88	0,67	0,94
	S3-3	0,97	0,96	1,30	1,13	0,87	1,07
	S3-4	0,75	0,74	1,01	0,88	0,67	0,83
	S4-4	0,92	0,87	1,28	1,10	0,84	1,03
	S4-6	1,07	1,02	1,50	1,30	0,93	1,14
	S5-1	0,86	0,82	1,20	1,08	0,88	1,01
	S5-2	0,94	0,89	1,31	1,15	0,91	1,08
	S5-3	0,86	0,82	1,20	1,04	0,78	0,97
	S6-3	0,74	0,73	1,00	0,89	0,72	0,84
	S6-4	0,90	0,89	1,21	1,08	0,87	1,02
	S6-5	1,24	1,22	1,66	1,38	1,06	1,33
	S6-6	1,18	1,16	1,58	1,31	1,00	1,26
	S7-1	0,89	0,87	1,22	1,15	0,98	1,04
	S7-2	0,80	0,78	1,09	1,04	0,88	0,92
	S7-3	0,93	0,89	1,24	1,19	1,01	1,03
	S7-4	0,96	0,89	1,25	1,19	1,03	1,02
	S7-5	1,03	0,95	1,33	1,26	1,10	1,07
	S7-6	1,00	0,91	1,27	1,21	1,06	1,02
	S8-1	1,10	1,08	1,50	1,32	1,00	1,26
	S8-2	0,98	0,94	1,32	1,18	0,90	1,11
	S8-3	1,15	1,09	1,53	1,36	1,05	1,24
	S8-4	0,99	0,94	1,31	1,17	0,90	1,06
	S8-5	1,03	0,96	1,35	1,22	0,95	1,09
S8-6	0,98	0,90	1,27	1,13	0,90	1,01	

Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas. (Cont.)

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
Lim & oh (1999)	S0.50V0	1,15	0,96	1,14	1,29	1,30	0,87
	S0.75V0	1,15	0,93	1,10	1,28	1,40	0,92
	S1.00V0	0,95	0,74	0,87	1,05	1,32	0,86
Mphonde & Frantz (1984)	B50-11-3	0,76	0,77	1,01	0,98	0,87	0,93
	B50-15-3	0,77	0,78	1,09	1,02	0,88	1,03
	B50-3-3	0,97	0,98	1,14	1,00	0,98	0,77
	B50-7-3	0,86	0,88	1,13	1,05	0,97	0,91
	B100-3-3	0,88	0,84	1,00	0,97	0,97	0,70
	B100-7-3	0,87	0,84	1,08	1,09	1,00	0,85
	B100-11-3	0,96	0,93	1,20	1,24	1,08	1,03
	B100-15-3	0,69	0,66	0,90	0,90	0,76	0,77
	B150-3-3	1,11	1,02	1,21	1,23	1,29	0,87
	B150-7-3	0,85	0,79	1,00	1,05	0,99	0,79
	B150-11-3	0,93	0,86	1,10	1,18	1,03	0,94
	B150-15-3	0,82	0,76	1,03	1,05	0,89	0,86
Ozcebe <i>et al</i> (1999)	ACI56	0,69	0,70	0,92	0,97	0,87	0,89
	TH56	0,72	0,72	0,94	1,01	0,89	0,90
	TS56	0,87	0,85	1,10	1,20	1,06	0,99
	ACI59	0,64	0,65	0,90	0,87	0,73	0,86
	TH59	0,79	0,78	1,04	1,04	0,89	0,94
	TS59	0,74	0,71	0,97	0,97	0,81	0,83
	ACI36	0,73	0,73	0,99	0,98	0,83	0,96
	TH36	0,92	0,92	1,24	1,24	1,05	1,16
	TS36	0,99	0,96	1,28	1,31	1,10	1,14
	ACI39	0,77	0,77	1,03	0,98	0,82	0,97
	TH39	0,96	0,96	1,28	1,23	1,03	1,15
	TS39	1,11	1,06	1,39	1,39	1,16	1,18
Placas & Regan (1971)	R8	1,00	0,99	1,25	1,23	1,20	0,88
	R9	1,03	0,95	1,24	1,21	1,27	0,88
	R10	0,86	0,85	1,09	1,19	1,18	0,89
	R11	1,12	1,10	1,39	1,27	1,22	0,90

Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas. (Cont.)

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
	R12	1,19	1,17	1,54	1,24	1,08	0,91
	R13	1,39	1,29	1,70	1,39	1,33	0,96
	R14	1,15	1,17	1,49	1,50	1,41	1,14
	R15	1,32	1,22	1,59	1,30	1,26	0,96
	R16	1,29	1,19	1,57	1,29	1,23	1,13
	R20	0,86	0,86	1,16	1,21	1,10	0,93
	R21	1,16	1,09	1,51	1,28	1,14	0,94
	R22	0,95	0,94	1,21	1,28	1,29	0,93
	R24	1,07	1,05	1,37	1,18	1,11	1,01
	R25	1,20	1,18	1,54	1,22	1,08	1,06
	R28	1,22	1,05	1,40	1,18	1,29	1,04
	T1	1,31	1,29	1,65	1,68	1,66	1,21
	T3	1,26	1,25	1,59	1,57	1,53	1,12
	T4	1,22	1,21	1,58	1,48	1,37	1,07
	T5	1,25	1,16	1,54	1,52	1,55	1,11
Placas & Regan (1971) (Cont.)	T6	1,50	1,29	1,68	1,40	1,61	1,00
	T7	1,34	1,32	1,67	1,40	1,28	0,98
	T8	1,42	1,40	1,82	1,45	1,28	1,04
	T9	1,72	1,58	1,97	1,56	1,62	1,02
	T10	1,12	1,14	1,44	1,45	1,37	1,08
	T15	1,16	1,15	1,50	1,42	1,25	1,01
	T16	1,11	1,14	1,48	1,41	1,21	1,07
	T17	1,23	1,14	1,51	1,41	1,36	0,99
	T19	1,31	1,29	1,67	1,46	1,38	1,03
	T20	1,43	1,32	1,74	1,54	1,56	1,07
	T25	1,00	1,00	1,40	1,50	1,31	1,19
	T26	1,31	1,22	1,68	1,46	1,26	1,09
	T31	1,07	1,05	1,37	1,36	1,31	0,99
	T32	1,55	1,33	1,75	1,46	1,65	1,05
	T34	1,23	1,22	1,60	1,41	1,31	1,02
	T35	1,27	1,26	1,65	1,46	1,35	1,06
	T36	1,85	1,70	2,16	1,74	1,75	1,15



Tabela B. 1 – Razão entre as tensões experimentais e tensões calculadas. (Cont.)

Autor	Peça	NBR 6118 (2014)		ACI 318 (2014)	Zsutty (1971)	Russo (2013)	Proposta analítica
		Modelo I	Modelo II				
Placas & Regan (1971) (Cont.)	T37	1,44	1,24	1,64	1,38	1,51	1,01
	T38	1,68	1,45	1,91	1,60	1,78	1,16
Roller & Russell (1990)	1	0,45	0,45	0,65	0,65	0,61	0,90
	8	0,42	0,42	0,61	0,57	0,57	0,89
Teoh <i>et al</i> (2002)	A0-12	0,90	0,90	1,27	1,10	1,00	1,28
	A0-8	0,75	0,75	1,07	0,95	0,87	1,08
	B0-8	0,73	0,71	1,00	0,91	0,82	0,96
Yoon <i>et al</i> (1996)	N1-N	0,82	0,83	1,07	0,97	1,06	1,10
	N2-S	0,65	0,66	0,84	0,77	0,84	0,88
	N2-N	0,81	0,80	1,00	0,95	1,04	1,01
	M2-S	0,69	0,68	0,89	0,89	0,91	1,10
	M2-N	0,82	0,79	1,03	1,05	1,06	1,20
	H1-N	0,60	0,61	0,87	0,80	0,81	1,10
	H2-S	0,67	0,65	0,91	0,87	0,86	1,09
	H2-N	0,72	0,67	0,91	0,92	0,88	1,07
M1-N	0,53	0,53	0,71	0,69	0,72	0,94	