



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE DE SEÇÕES SÍSMICAS
EMPILHADAS POR RAIOS IMAGEM E RAIOS NORMAIS**

DIOGO PENA REZENDE

BELÉM – PARÁ
2014

Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Geociências/UFPA

Rezende, Diogo Pena, 1986-

Conversão tempo-profundidade de seções sísmicas empilhadas por raio
imagem e raio normal / Diogo Pena Rezende. – 2014.

87 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de
Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2014.

1. Prospeção sísmica. 2. Método de reflexão sísmica. 3. Conversão
tempo-profundidade. I. Título.

CDD 22. ed. 622.1592

DIOGO PENA REZENDE

**CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE DE SEÇÕES SÍSMICAS
EMPILHADAS POR RAIOS IMAGEM E RAIOS NORMAIS**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para a obtenção do título de mestre em Geofísica.

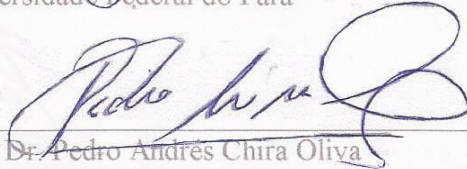
Área de Concentração: Métodos Sísmicos.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz.

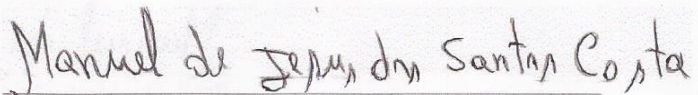
Banca Examinadora:



Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz (Orientador)
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Pedro Andrés Chira Oliva
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa
Universidade Federal do Pará

BELÉM - PARÁ
2014

*À memória de
Airton Mauro Rezende, meu pai.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, fonte de todas as oportunidades e possibilidades de sucesso as quais foram colocadas em meu caminho.

À minha mãe pela força e incentivo nos momentos mais difíceis e encorajamento para continuar seguir em frente.

Ao Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz pela paciência de disponibilidade para orientação na confecção deste trabalho.

Aos membros da banca Professor Dr. Pedro Andrés Chira Oliva e Professor Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa pela disponibilidade, conselhos, ajustes e dicas para o melhoramento do trabalho.

Ao corpo administrativo do CPFPG, formado pelas secretárias e todos os demais funcionários no auxílio às questões burocráticas e conversas agradáveis.

Aos colegas Rizimar Cunha, Alexandre Sodré, Wildney Wallacy, Glauco Lira, e todos os outros que estiveram ao meu lado nesta caminhada.

Ao CNPQ pela bolsa e incentivo ao seguimento na pós-graduação.

RESUMO

A conversão de seções sísmicas tempo em profundidade vem sendo cada vez mais realizada na indústria do petróleo pelo método do traçado de raio imagem. Este método converte do tempo para a profundidade, ponto a ponto, as amplitudes da seção sísmica migrada no tempo. Para cada ponto da seção migrada é traçado um raio, perpendicular a superfície. Ao fim deste, a amplitude do ponto da seção migrada é colocada em profundidade.

O método de migração sísmica pré ou pós-empilhamento consiste em colocar os eventos sísmicos nas posições mais próximas das reais em seções em tempo ou em profundidade. Seções sísmicas em profundidade fornecem uma imagem aproximada da subsuperfície, de modo a facilitar a identificação de possíveis estruturas geológicas acumuladoras de petróleo. A conversão de seções do domínio do tempo para o domínio da profundidade é considerada uma etapa intermediária do processo de construção de imagens sísmicas em profundidade.

Neste trabalho é desenvolvido e testado o método de conversão tempo para profundidade de seções sísmicas afastamento-nulo. A construção de seções em profundidade é feita pelo traçado do raio normal. Este método utiliza como dado de entrada seções afastamento-nulo no domínio $\tau - p$ (tempo de interseção versus vagarosidade). Cada ponto neste domínio fornece as condições iniciais para o traçamento do raio normal: a posição inicial de partida dos raios e os ângulos iniciais formados com a normal à superfície, ou seja, os parâmetros de vagarosidades iniciais. Diferente do método do raio imagem, vários raios são traçados para um mesmo tempo de trânsito e uma mesma posição inicial, definindo uma curva isócrona. A amplitude de cada ponto da seção afastamento-nulo é convertida para a profundidade a partir da distribuição destas ao longo de cada isócrona em profundidade.

A conversão por raio imagem tem boa recuperação da profundidade dos refletores com curvatura suave além de baixo custo computacional, pois apenas um raio é traçado para cada ponto da seção em tempo. Porém a continuidade dos refletores pode ser prejudicada no caso de refletoras com curvaturas acentuadas. Por sua vez, a conversão por raios normais recupera a profundidade e continuidade dos refletores de modo satisfatório, já que um mesmo ponto em tempo é convertido varias vezes em profundidade. Entretanto, possui um custo computacional mais alto, pois vários raios devem ser traçados para um mesmo ponto em tempo além de converter os artefatos inerentes do *Slant Stack*.

Palavras chave: Migração, Conversão Tempo-Profundidade, Raio Imagem, Raio Normal.

ABSTRACT

In general, the oil industry makes the time-to-depth conversion of seismic data by the image ray tracing method. This method takes time into the depth, point to point, the amplitudes of the time migrated seismic section. For each point of the migrated time section, it is necessary to trace a ray perpendicular to the surface. After this, the amplitude of the migrated point of the section takes place in depth.

The seismic migration method pre- or post-stack consists of placing seismic events in the correct positions in time or depth sections. Seismic depth sections provide an image near of the subsurface, in order to facilitate the identification of possible oil accumulating geological structures. The conversion of sections from the time to the depth domain is an intermediate step in the construction of seismic images in depth.

This work developed and tested a method of converting time to depth the zero-offset seismic sections. In this case, the construction of sections in depth uses normal ray tracing method. The proposed method makes use of the $\tau - p$ (slowness versus time of intersection) transformation on the zero-offset section. Each point in the $\tau - p$ domain provides initial conditions for the normal ray tracing: a start position of the initial rays and initial angles formed with the normal to the surface, i.e., the slowness initial parameter. Unlike ray image method, several rays use the same travel time and the same initial position, defining an isochronous curve. The amplitude of each point in the zero-offset section takes place to depth from the distribution of values along each isochronous curve in depth.

The image ray based time-to-depth conversion has good recovery of the depths of reflectors as well as low computational cost, since it is necessary only one ray to convert each point of the section in time. However, the reflector continuity may be damaged in case of sharpened curvature. In turn, by normal ray the time-to-depth conversion correctly approximate the depth of the reflectors, since the same point in time assigns several times in depth. However, it has a higher computational cost, because it is necessary many rays to convert one point in time.

Keywords: Migration, Time-Depth Conversion, Image Ray, Normal Ray.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Análise da geometria dos eventos sísmicos para o caso de um modelo de uma camada plana-horizantal: (a) modelo; b) ondas diretas e refletidas; c) ondas diretas e refração total. Por simplicidade, é assumido $V_2 > V_1$	18
Figura 02 – Uma família de tiro comum (<i>common shot gather</i>) para o modelo da Figura 01, sem nenhum tipo de ruído. Na ilustração, (a) denota a onda direta (linha tracejada), (b) a onda refletida (linha cheia), e (c) a onda para refração total (linha pontilhada). As distâncias críticas $xc1$ e $xc2$ determinam o início das refrações (também indicado pela seta) e o ponto a partir do qual esses eventos são registrados antes das ondas diretas, respectivamente	20
Figura 03 – Ondas e efeitos gerados pela propagação de ondas sísmicas em um meio geológico	21
Figura 04 – Esquema de um levantamento sísmico com uma fonte e cinco receptores. Ao se transladar esse arranjo ao longo da linha sísmica planejada, vemos a repetição da iluminação de pontos do refletor, o que provocará uma melhora na razão sinal-ruído	23
Figura 05 – Geometrias de aquisição <i>end-one split spread</i>	24
Figura 06 – Percurso do raio para um ponto médio fonte - receptor em um refletor horizontal com camada homogênea	25
Figura 07 – Representação de correções NMO. CDP original, CDP sobrecorrigido, correção NMO com velocidade real (estiramento) e CDP subcorrigido, respectivamente.	26
Figura 08 – Fluxograma com as etapas do processamento utilizadas neste trabalho.	29
Figura 09 – Situação hipotética mostrando (a) a onda NIP produzida por um ponto difrator R sobre o refletor (em azul) e (b) a onda N gerada por um experimento de refletor explosivo. As frentes de onda (em laranja) correspondentes ao raio normal (em vermelho) em R propagam-se de forma ascendente até atingir o ponto de emergência em Xo	34
Figura 10 – Representação de um raio normal. O é simulado em um experimento de afastamento nulo, o qual fonte e receptor estão no mesmo ponto. Este raio incide perpendicular ao refletor R, no ponto D, sob a condição inicial de um ângulo inicial específico para tal situação.	35

Figura 11 – Relação entre o ângulo de emergência e o mergulho aparente do evento na seção *zero-offset* $\frac{dt_0}{dx}$. Este mergulho é igual ao parâmetro do raio normal que chega a superfície. O ângulo de emergência pode, deste modo, ser inferido a partir do mergulho da seção *zero-offset* se a velocidade da superfície é conhecida V_{surf} . Esta equação é a base para a conversão tempo-profundidade. 36

Figura 12 – O raio normal é retropropagado a partir da superfície, no ponto de incidência X_0 . O raio inicia com ângulo de mergulho obtido da seção empilhada $\frac{dt_0}{dx}$. O raio é calculado incremento a incremento utilizando a lei de Snell, com incremento de tempo Δt . O raio é traçado até que metade do tempo duplo de transito seja atingida $t_0/2$. O último ponto do raio é o ponto de reflexão sobre o refletor, sendo o refletor perpendicular ao raio. 38

Figura 13 – Esquema da conversão tempo-profundidade por raio normal. Seção no domínio $\tau - \rho$ fornece o parâmetro inicial do raio. Pela equação do *Slant Stack* o tempo a ser consumido no traçado do raio e a posição inicial são conhecidos para cada ponto da seção $\tau - \rho$. O raio normal é traçado e o valor da amplitude da seção empilhada em tempo é colocado em profundidade. 41

Figura 14 – Modelo heterogêneo com velocidade variando nas direções do eixo x e eixo z . O raio imagem é o único que forma um ângulo perpendicular com a superfície de medida, partindo de um ponto difrator D em profundidade. Este ponto gera inúmeros raios os quais formam frentes de onda. Estas frentes de onda seriam hiperbólicas para modelos homogêneos, e curvas para heterogêneos. 43

Figura 15 – Representação de um raio central (em vermelho) entre um refletor (em azul) no ponto R de incidência normal, juntamente com um raio $SR'G$ na sua vizinhança, esquematizando uma reflexão primária. As frentes de onda NIP e N (pontilhadas) chegam a superfície no ponto X_0 com um ângulo de emergência β_0 45

Figura 16 – Modelo sintético composto de 3 camadas homogêneas com um raio de afastamento nulo ou incidência normal (em vermelho), parte inferior. Superfície de cobertura múltipla (curvas em azul) correspondente às reflexões da segunda interface. As curvas em

vermelho definem a superfície de empilhamento CRS, correspondente ao ponto R de reflexão 47

Figura 17 – Modelo composto por três camadas homogêneas e um raio de afastamento nulo ou de incidência normal (em verde) – Parte Inferior. Superfície de cobertura múltipla (curvas em azul) correspondente às reflexões da segunda interface. As curvas em verde definem a superfície de empilhamento CDS, correspondente ao ponto R de reflexão (supostamente um difrator). 48

Figura 18 – Modelo com três camadas homogêneas e um raio de afastamento nulo (em vermelho) – Parte inferior. A curva (em azul) corresponde aos tempos de trânsito de afastamento nulo das reflexões normais da segunda interface. A curva (em vermelho), chamada curva de empilhamento, corresponde ao ponto de reflexão R , e é calculada pela expressão (4.3). 49

Figura 19 - Uma trajetória curva no domínio $x - t$ (à direita) e sua transformada $\tau - p$ (à esquerda). Para dados discretizados $x - t$, o *aliasing* no domínio $\tau - p$ estará presente na região listrada. Esta região é definida pelo lugar geométrico formado por todas as tangentes da curva $\tau - p$ ou equivalente a todas as linhas tangentes a curva no domínio $x - t$. A abertura formada mergulhos das direções em $\tau - p$ formam a região a qual o *aliasing* está presente. Com o aumento da diferença entre a maior e menor direção de empilhamento em $x - t$, aumenta a região de *aliasing* em $\tau - p$ 53

Figura 20 – Seção 2D migrada em tempo e seção de *zero-offset*. O campo de velocidade é variável na vertical definida pela velocidade *rms*, sem variação lateral. A função do tempo de trânsito tem a forma aproximada de uma hipérbole, que é válida para uma abertura de migração limitada. O resultado desta soma é atribuído ao ápice desta curva de empilhamento, considerando $t_{vert} = t_{apex}$ 57

Figura 21 – Modelo 1 composto de seis camadas com velocidades constantes e interfaces curvas. $v_1=1508\text{m/s}$, $v_2=1581\text{m/s}$, $v_3=1690\text{m/s}$, $v_4=1826\text{m/s}$, $v_5=2000\text{ m/s}$, $v_6=2236\text{ m/s}$ 61

Figura 22 – Modelo 1, seção empilhada obtida após correção NMO.	62
Figura 23 – Modelo 1, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.	62
Figura 24 – Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no <i>software Seismic Unix</i>	62
Figura 25 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.	63
Figura 26 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da Figura 22.	63
Figura 27 – Seção $\sigma\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da Figura 23.	63
Figura 28 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 24.	64
Figura 29 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 25.	64
Figura 30 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 26.	64
Figura 31 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 27.	65
Figura 32 – Modelo 2 composto de três camadas com velocidades constantes e interfaces curvas. $v_1=1508\text{m/s}$, $v_2=1826\text{m/s}$, $v_3=2000\text{m/s}$	65
Figura 33 – Modelo 2, seção empilhada obtida após correção NMO.	66
Figura 34 – Modelo 2, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.	66

Figura 35 - Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no <i>software Seismic Unix</i>	66
Figura 36 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.	67
Figura 37 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da Figura 33.	67
Figura 38 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da Figura 34.	67
Figura 39 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 35.	68
Figura 40 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 36.	68
Figura 41 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 37.	68
Figura 42 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 38.	69
Figura 43 – Modelo 3 composto de três camadas com velocidades constantes e interfaces retas e curvas. $v_1=1508\text{m/s}$, $v_2=1581\text{m/s}$, $v_3=1690\text{m/s}$, $v_4=1826\text{m/s}$, $v_5=2000\text{m/s}$	70
Figura 44 – Modelo 3, seção empilhada obtida após correção NMO.	70
Figura 45 – Modelo 3, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.	70
Figura 46 - Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no <i>software Seismic Unix</i>	71
Figura 47 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.	71

Figura 48 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da Figura 44.	71
Figura 49 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da Figura 45.	72
Figura 50 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 46.	72
Figura 51 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 47.	72
Figura 52 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 48.	73
Figura 53 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 49.	73

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	16
2 – SÍSMICA DE REFLEXÃO	18
2.1 – AQUISIÇÃO DE DADOS: A TÉCNICA CDP	21
2.2 – PROCESSAMENTO SÍSMICO	23
2.2.1 – FLUXOGRAMA DO PROCESSAMENTO	23
3 – TEORIA DO RAIO	30
3.1 – EQUAÇÕES DA ONDA ELÁSTICA	30
3.2 – EQUAÇÕES CINEMÁTICAS DO RAIO	33
3.3 – LEIS DE CURVATURAS	34
3.4 – RAIO NORMAL	35
3.4.1 – ESTIMANDO O PARÂMETRO DO RAIO NORMAL	35
3.4.2 – CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE POR RAIO NORMAL	36
3.5 – RAIO IMAGEM	41
4 - O MÉTODO CRS (COMMON REFLECTION SURFACE)	44
4.1 – ATRIBUTOS CINEMÁTICOS CRS	44
4.2 – APROXIMAÇÃO DE TEMPO DE TRÂNSITO CRS	45
4.3 – O OPERADOR CDS	47
4.4 – ALGORÍTMO DE EMPILHAMENTO CRS	49
4.4.1 – MEDIDA DE COERÊNCIA OU “SEMBLANCE”	50
5 – MÉTODO <i>SLANT STACK</i>	52
6 – MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO E SUPERFÍCIE DE DIFRAÇÃO COMUM	54
6.1 – MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO	54
6.2 – ALGORITMO DE MIGRAÇÃO EM TEMPO	55
6.3 – MIGRAÇÃO USANDO A SUPERFÍCIE CDS	58
7 – RESULTADOS	60
7.1 – MODELO 1	61
7.2 – MODELO 2	65
7.3- MODELO 3	69
8 – CONCLUSÕES	75
REFERÊNCIAS	77
APÊNDICE	80

APÊNDICE A - O MÉTODO RUNGE-KUTTA	81
CONTROLE DO PASSO NO ALGORITMO RUNGE-KUTTA	81
SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS SIMULTÂNEAS	82
APÊNDICE B – VELOCIDADE MÉDIA, VELOCIDADE INTERVALAR, VELOCIDADE DE EMPILHAMENTO, VELOCIDADE <i>RMS</i>	84
B.1 – VELOCIDADE MÉDIA	84
B.2 – VELOCIDADE INTERVALAR	84
B.3 – VELOCIDADE DE EMPILHAMENTO	85
B.4 – VELOCIDADE <i>RMS</i>	85
APÊNDICE C – INTERPOLAÇÃO BILINEAR	87

1 – INTRODUÇÃO

Vários são os métodos geofísicos utilizados no tratamento de dados com o objetivo de obter uma imagem da subsuperfície. Dentre eles, o mais utilizado na indústria do petróleo é o método sísmico. Os dados obtidos em levantamentos sísmicos são submetidos a vários tipos de tratamentos digitais de modo a gerar ou recuperar a melhor resposta possível da geologia. Este tratamento é dividido em várias etapas, sendo estas conhecidas como um conjunto de procedimentos para o tratamento dos dados, denominado como processamento do dado sísmico. Dentre os vários passos do processamento, os principais são a deconvolução, empilhamento e migração. A migração sísmica tem como objetivo a geração de uma imagem da subsuperfície, a mais próxima possível da real, a partir dos dados medidos nos levantamentos. Como uma alternativa a migração sísmica o traçamento de raios normais e raios imagens geram seções sísmicas em profundidade, assim como a migração convencional. Além disso, o método *Slant Stack*, o qual utiliza o parâmetro do raio normal para decomposição do dado sísmico em ondas planas, pode ser utilizado como uma importante ferramenta para converter seções sísmicas em profundidade.

A migração pode ser realizada a partir de seções pré-empilhadas ou pós-empilhadas. Migração pós-empilhamento (realizada neste trabalho) coloca os dados sísmicos nas suas posições corrigidas em tempo (migração em tempo) ou convertem o dado sísmico em profundidade (migração em profundidade). Paralelamente a esta aplicação, o traçado de raios, também, converte seções sísmicas migradas do domínio do tempo e seções no domínio $\tau - p$ para o domínio da profundidade, não sofrendo algumas limitações da migração, mas sendo sensíveis a outras inerentes ao método. O objetivo deste trabalho é a conversão de seções do domínio do tempo para o domínio da profundidade, utilizando o traçamento de raios a partir de seções migradas em tempo e seções afastamento nulo no domínio $\tau - p$, além de comparação da eficácia entre elas.

O traçado de raios não constitui uma etapa do processamento sísmico, mas uma ferramenta de fundamental importância para realização de inúmeros procedimentos. O traçado de raio pode ser cinemático ou dinâmico. O traçado cinemático de raios tem como objetivo a determinação das coordenadas espaciais de pontos e o tempo de trânsito ao longo da trajetória de um raio. O traçado dinâmico envolve o cálculo da propagação da energia por meio da equação do transporte (ČERVENÝ, 1987; ČERVENÝ, 2001 e POPOV, 2002).

O raio imagem é construído com condição inicial perpendicular à superfície de medida, sendo traçado até que o tempo da seção migrada seja consumido. O raio é chamado normal quando ele incide perpendicularmente ao refletor (ČERVENY, 1987; ČERVENY, 2001; POPOV, 2002). Os raios normais são construídos variando o ângulo inicial com que o raio parte da superfície. Este ângulo varia dentro dos limites dos parâmetros do raio. O raio imagem converte seções migradas pós-empilhadas em tempo para seções em profundidade. O raio normal, neste trabalho, converterá seções sísmicas no domínio $\tau - p$ para o domínio da profundidade.

A conversão de seções do domínio $t - x$ para $\tau - p$ organiza o dado sísmico do domínio tempo duplo de trânsito para o tempo de interseção e parâmetro do raio. Esta organização permite que as condições iniciais do raio normal sejam satisfeitas: ângulo inicial com a vertical, vagarosidade inicial, posição de partida do raio e quantidade de tempo que o raio será traçado (HARLAN, 1984; STOFFA, 1981; DIEBOLD, 1981). A transformação para o domínio $\tau - p$ é usada no processamento convencional para supressão de múltiplas além de filtrar ondas guiadas e refrações (STOFFA, 1981).

O capítulo 2 faz uma revisão do método sísmico de reflexão bem como a aquisição de dados sísmicos e as etapas básicas do processamento. Além disso, mostra o fluxograma utilizado neste trabalho como alternativa ao processamento sísmico convencional.

O capítulo 3 faz uma análise breve da teoria do raio além das equações cinemáticas do raio. Exemplifica a diferença entre raio normal e raio imagem assim como o algoritmo dos passos para realização de ambos.

O capítulo 4 mostra o método CRS de empilhamento. É feita uma análise dos parâmetros do método, do operador de empilhamento CRS e CDS, o algoritmo de empilhamento e busca dos parâmetros ótimos, e a migração baseada nos atributos CRS.

O capítulo 5 fala do método *Slant Stack* e da transformação para o domínio $\tau - p$, além da utilização no processamento convencional e neste trabalho.

O capítulo 6 mostra a migração Kirchhoff em tempo e seu algoritmo. É mostrada, também, a superfície de difração comum, método que utiliza os parâmetros do CRS para gerar imagens em tempo.

O capítulo 7 mostra os resultados e comparações entre os resultados obtidos pelo fluxograma no capítulo 2.

No capítulo 8 são feitas as considerações entre a conversão em profundidade utilizando raios imagem e normal, com vantagens e desvantagens destes.

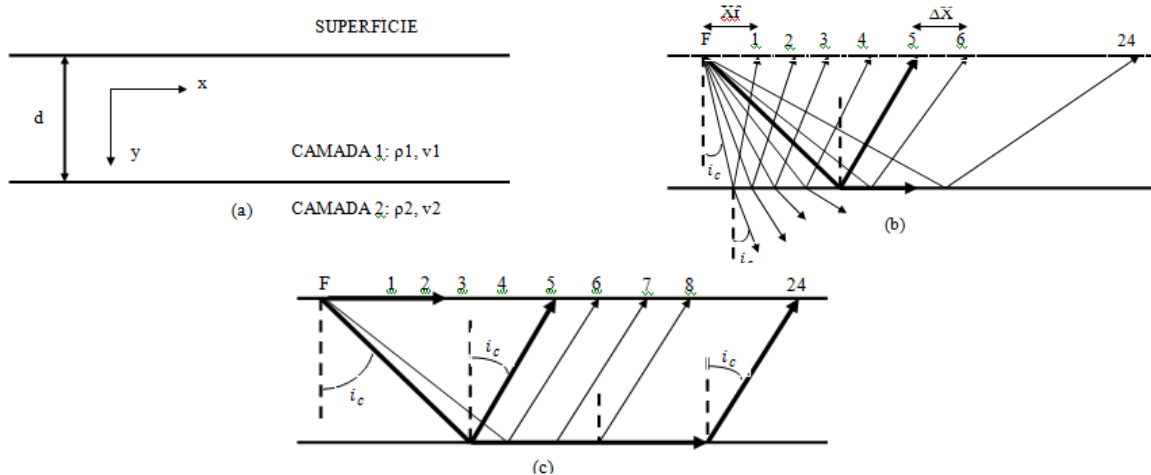
2 – SÍSMICA DE REFLEXÃO

O objetivo do método sísmico de reflexão é fornecer uma imagem da geologia em subsuperfície a partir de dados de multi-cobertura. Esta imagem é obtida por meio do processamento de dados sísmicos dividido em vários passos. O processamento sísmico aumenta a relação sinal/ruído do dado coletado pelos receptores e atenua a energia de sinais indesejáveis, como ruídos coerentes e aleatórios. Isto é conseguido por meio de vários passos que constituem o processamento sísmico.

O método sísmico é descrito, basicamente, pelo conjunto: (1) fonte (explosão e seu acoplamento); (2) meio (geologia); (3) receptores (parâmetros da geometria, arranjo de geofones, eletrônica, sensores); e (4) presença de ruídos diversos, tudo descrito pelo modelo convolucional (YILMAZ 1987). Um ponto importante a se ressaltar é que o sinal captado de interesse é chamado de reflexão primária, e os sinais de não interesse são reconhecidos como ruídos como, por exemplo, múltiplas, conversão de onda P em outros tipos de onda, ondas de superfície, etc.

O método sísmico de reflexão emprega os princípios da ótica geométrica que regem a reflexão de ondas planas incidentes numa superfície refletora. A maneira mais simples de analisar os aspectos geométricos das ondas registradas nesse método é através do modelo esquematizado na Figura (1a). O modelo em questão apresenta uma interface que delimita dois pacotes de rochas com contraste de impedância acústica. Ambas são caracterizadas pela densidade e velocidade das ondas P, cujo produto é definido como impedância acústica ($I = \rho V$). É exatamente o contraste de impedância acústica que determina o espalhamento da energia sísmica na forma de reflexão e refração de ondas elásticas.

Figura 1 – análise da geometria dos eventos sísmicos para o caso de um modelo de uma camada plana-horizantal: (a) modelo; b) ondas diretas e refletidas; c) ondas diretas e refração total. Por simplicidade, é assumido $V_2 > V_1$.



Fonte: Autor

Considere a Figura 1b, onde uma fonte é posicionada no ponto F. Ondas acústicas são injetadas no solo a partir desse ponto, através da liberação brusca de alguma forma de energia mecânica ou explosiva. Conforme mencionado anteriormente, uma parte dessas ondas sofre reflexão ao atingirem o refletor que delimita os dois pacotes rochosos em questão. Quando retornam à superfície, as ondas refletidas são captadas por receptores conectados a uma unidade central de registro denominada sismógrafo. Na aquisição de dados terrestres esses receptores são conhecidos como geofones e, em operações de aquisição de dados marítimos, chamam-se hidrofones.

Ainda observando a Figura 1b, nota-se que as ondas incidentes sofrem refração total a partir de um ângulo definido como ângulo de incidência crítico (i_c). A caracterização desse ponto permite identificar o início das refrações críticas (refrações para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico), e delimita as reflexões subcríticas e supercríticas (reflexões associadas a ângulos de incidência menores e maiores, respectivamente, que o ângulo crítico). Na prática, os arranjos fonte-receptores são projetados para detalhar o registro das reflexões na região subcrítica. Esses eventos caracterizam-se pela onda que se propaga diretamente da fonte até o receptor, e cuja expressão matemática é (YILMAZ, 2001):

$$t_d = \frac{x}{V_1} \quad (2.1)$$

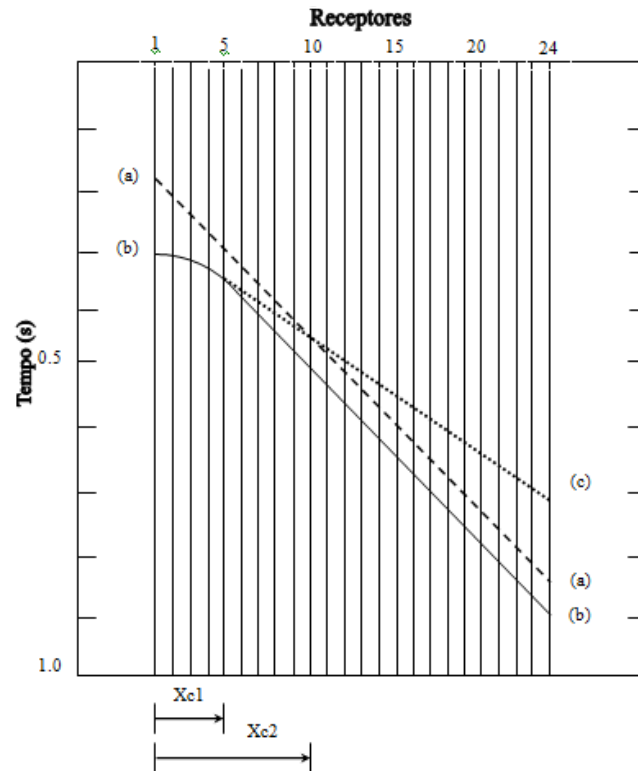
A equação anterior define uma reta que passa pela origem do plano cartesiano (x,t). O eixo horizontal x define o eixo dos afastamentos (offsets), e o eixo vertical t caracteriza os tempos de trânsito. Assim, na equação (2.1), x é a distância entre a fonte e o receptor, e t_d é o tempo de trânsito da onda direta medido no receptor.

Por outro lado, isolando-se um dos raios refletidos, deduz-se facilmente que o tempo de percurso desde a fonte até um dado receptor será expresso por (YILMAZ, 2001):

$$t_r^2 = t_0^2 + \left(\frac{x}{V_1}\right)^2 \quad (2.2)$$

na qual $t_0 = 2d/V_1$ é o tempo duplo para incidência normal, e d é a espessura da camada que compõe o modelo em análise. É possível concluir, após um rearranjo dos termos, que a expressão (2.2) é a equação de uma hipérbole. Apenas um dos ramos dessa curva será observado no registro de campo quando do emprego da geometria de aquisição *end-one* estipulada na Figura 1b. A geometria em que a fonte se posiciona simetricamente em relação aos receptores (*split spread*) conduziria ao mapeamento do ramo negativo da hipérbole de reflexão representada por 2.2. Essa peculiaridade fica mais clara quando se analisa a Figura 2.

Figura 02 – uma família de tiro comum (*common shot gather*) para o modelo da Figura 01, sem nenhum tipo de ruído. Na ilustração, (a) denota a onda direta (linha tracejada), (b) a onda refletida (linha cheia), e (c) a onda para refração total (linha pontilhada). As distancias críticas x_{c1} e x_{c2} determinam o inicio das refrações (também indicado pela seta) e o ponto a partir do qual esses eventos são registrados antes das ondas diretas, respectivamente.



Fonte: Autor

A fonte do sinal sísmico gera, em meios geológicos, vários tipos de ondas, as quais podem ser classificadas como ondas do ar, de volume, e de superfície terrestre ou da água (figura 03). As ondas de interesse são conhecidas como ondas de volume (se propagam pelo interior do corpo geológico), e a análise é feita no efeito da transmissão e na reflexão através das interfaces em subsuperfície. As ondas refletidas e refratadas que emergem nos receptores são registradas com relação ao tempo total de trânsito, ou tempo-duplo. Cada canal registra um traço sísmico ou sismograma, e este traço pode ser descrito matematicamente por uma equação que comporta de duas partes: uma determinística e uma não- determinística na forma (YILMAZ, 2001):

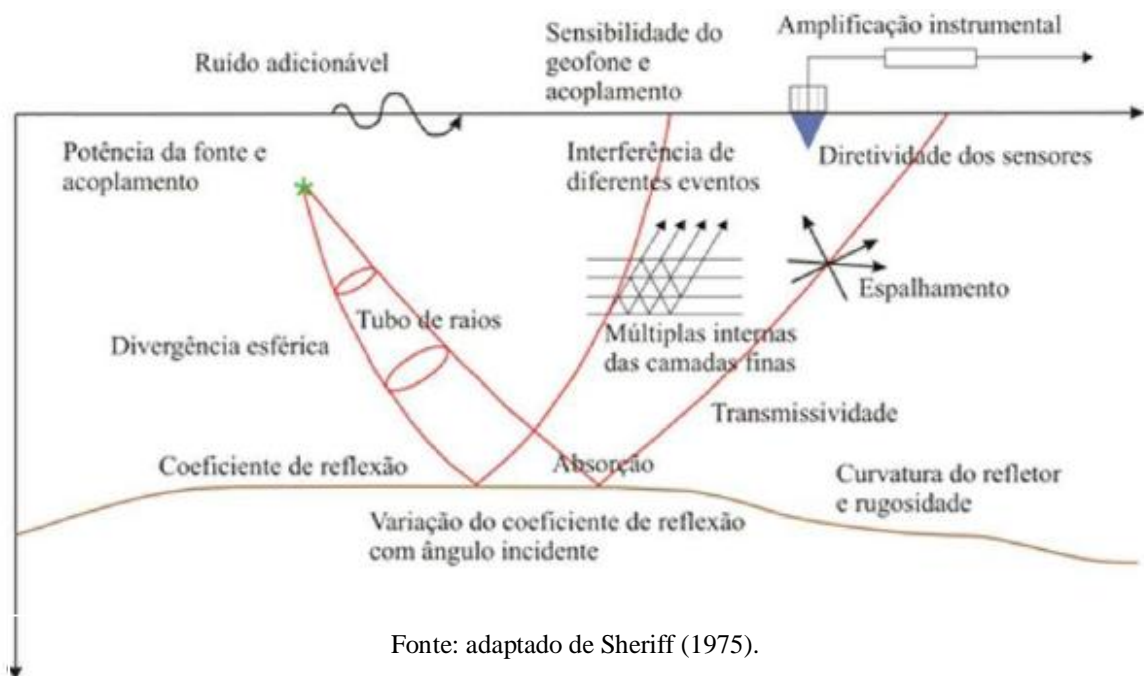
$$s(t, x) = m(t, x) + r(t, x) = w(t, x) * R(t, x) + r(t, x) \quad (2.3)$$

A componente $m(t, x)$ representa o sinal de interesse ao imageamento. A componente não-determinística $r(t, x)$ representa o ruído e deve ser excluída (YILMAZ, 1987), tais como: produzidos pela fonte, geológicos, locais correlacionáveis e instrumental. A parte determinística se caracteriza por ser escrita como o resultado de uma convolução entre a

função meio, $R(t,x)$, definida como a refletividade, e a função pulso-fonte efetivo, $w(t,x)$. (ROBINSON; SILVA 1979).

A deconvolução comprime a *wavelet* (pulso sísmico) do sismograma medido, atenua reverberações e múltiplas de período curto, além de aumentar a resolução temporal da seção sísmica e fornecer uma função refletividade da subsuperfície. Normalmente ela é aplicada antes da etapa de empilhamento. O empilhamento sísmico convencional tem como objetivo somar o dado sísmico organizado em CMP (*commom mid point*), após a correção NMO (*normal moveout*), para a construção de uma seção sísmica ZO (*zero offset*) com razão sinal/ruído elevada (YILMAZ, 1987; YILMAZ, 2001; CLAERBOUT, 1993). O dado sísmico é reorganizado segundo a configuração CMP (fonte e receptor a mesma distância do ponto médio). Deste modo, pontos em profundidade são iluminados várias vezes trazendo redundância de informações dos mesmos. Os eventos sísmicos no domínio CMP possuem *moveout* hiperbólico (curva do tempo de trânsito) o qual são horizontalizados após a correção NMO. Após correção NMO, a seção é empilhada de modo que todos os traços de uma família CMP são somados, aumentando a razão sinal ruído e gerando uma seção ZO.

Figura 3 – Ondas e efeitos gerados pela propagação de ondas sísmicas em um meio geológico.



2.1 – AQUISIÇÃO DE DADOS: A TÉCNICA CDP

As operações de campo para aquisição dos dados sísmicos seguem determinados procedimentos que são executados pela equipe sísmica. No caso de aquisição terrestre, a

demarcação dos pontos de tiro (PT) e das estações receptoras ao longo da linha sísmica é a primeira etapa para a execução da aquisição dos dados. Em seguida, efetua-se o posicionamento do sistema de registro (sismógrafo, cabos e receptores); cada estação receptora corresponde a um arranjo de receptores que se conecta ao sismógrafo através de um canal de registro. Um traço sísmico na família de tiro comum representa, na realidade, a resposta de um conjunto de receptores às vibrações que chegam à superfície. Ocorre que determinados eventos indesejáveis sempre estarão presentes nesses registros. Minimizar a presença dessa energia indesejável (ruídos), a qual interfere destrutivamente com o sinal, é tarefa a ser executada durante a aquisição dentro de um procedimento de controle de qualidade dos dados. Com essa finalidade, os sismógrafos fornecem a opção dos chamados filtros digitais. Nota-se atualmente que a filtragem dos ruídos está sendo realizada durante o processamento dos dados e não mais na etapa de aquisição.

As reflexões são os sinais desejados; os eventos que interferem de forma destrutiva com o sinal são os chamados ruídos. Classificam-se em ruídos coerentes (possuem uma lei de formação) e ruídos incoerentes (apresentam-se de forma aleatória no registro, pois não possuem nenhuma lei de formação). O traço sísmico é registrado através da digitalização dos eventos que chegam aos receptores. As amplitudes são amostradas a intervalos de tempo constantes denominados intervalo de amostragem. O valor padrão para o intervalo de amostragem é 1 milissegundo (ms). Define-se $f_N = 1/2\Delta t$ frequência de Nyquist, como sendo a frequência dominante a ser encontrada no traço sísmico após o registro dos dados.

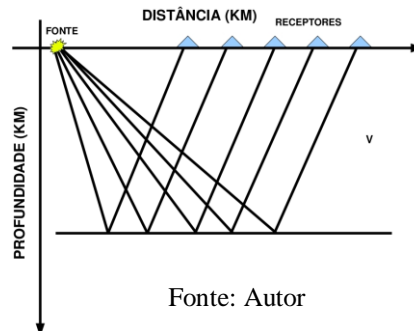
O processo de filtragem é muito simples, e visa ao registro dos dados dentro de uma banda de frequências diferente daquela em que os ruídos incoerentes se encontram. Um filtro corta-baixa, por exemplo, elimina todas as frequências do traço sísmico abaixo de uma frequência de corte estipulada. Os arranjos de receptores, por outro lado, constituem os filtros espaciais, e tem a finalidade de atenuar as ondas superficiais (ruído coerente) e amplificar a componente vertical das vibrações que chegam à superfície.

A geometria para aquisição dos dados sísmicos obedece a um padrão pré-definido. A finalidade é registrar as informações de um mesmo ponto no horizonte refletor conforme estabelece a técnica CDP. Para tal, após o registro de uma família de tiro comum, a fonte sofre um deslocamento constante até o PT seguinte. O registro é então executado para um novo grupo de estações receptoras, preestabelecido pela geometria de aquisição. Esse procedimento pode ser ilustrado na Figura 4 para o caso de 1 fonte e 5 estações receptoras. Ao se transladar esse conjunto de fonte-receptores pelos pontos previstos na aquisição, notaremos que pontos do refletor estão localizados na mediana entre os pares fontes-receptores (*common*

mid point - CMP) e, além disso, vários pontos são iluminados mais de uma vez por um par fonte-receptor ao longo do levantamento. Nesta situação, um CMP corresponde a um CDP no caso de camadas planas horizontais e essa aproximação é assumida ao longo do processamento de dados sísmicos, mesmo não refletindo a maioria dos casos geológicos.

A principal vantagem da redundância da técnica CDP, na amostragem dos pontos de um refletor, é a melhoria da razão sinal-ruído.

Figura 4 – esquema de um levantamento sísmico com uma fonte e cinco receptores. Ao se transladar esse arranjo ao longo da linha sísmica planejada, veremos a repetição da iluminação de pontos do refletor, o que provocará uma melhora na razão sinal-ruído.



2.2 – PROCESSAMENTO SÍSMICO

Neste segmento trata-se dos princípios básicos do processamento dos dados. É válido porém ressaltar alguns pontos. Primeiro, o processamento dos dados sísmicos de reflexão será referenciado sempre através do termo processamento de dados. Segundo, por questões de simplificação, focalizar-se-ão as etapas básicas do processamento bidimensional (2D). Por último, mas não menos importante, as rochas são consideradas meios acústicos. A seção sísmica é o produto final do processamento dos dados. Pode-se defini-la como o mapeamento em tempo das feições geológicas da subsuperfície ao longo de um perfil (linha sísmica). A estimativa das impedâncias acústicas dos principais pacotes rochosos ao longo desse perfil, através da aplicação de técnicas de inversão, é um subproduto do processamento dos dados. No entanto, para execução do processamento, é necessário conhecer os parâmetros empregados na aquisição dos dados. De maior importância ainda é o conhecimento da técnica CDP, sobre a qual está fundamentado todo o processamento.

2.2.1 – FLUXOGRAMA DO PROCESSAMENTO

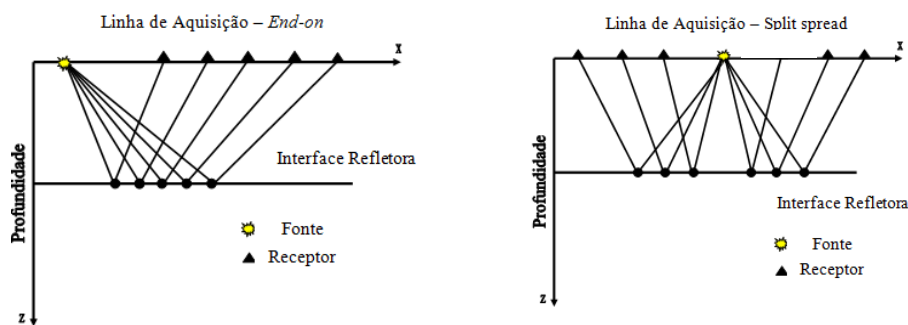
A seção sísmica é o produto final do processamento dos dados. Trata-se de uma imagem das feições geológicas em subsuperfície obtida após a aplicação de várias

metodologias cuja seqüência básica, utilizada neste trabalho, pode ser observada na tabela abaixo.

Neste momento comentaremos sobre as etapas convencionais, ou seja, as etapas da coluna esquerda do fluxograma. Após esse breve comentário será feita uma explanação sobre as etapas da coluna à direita.

Edição e Geometria – nesta etapa, os dados são inspecionados visualmente (normalmente no domínio do tempo), visando à eliminação de traços ruidosos e de registros acima da reflexão do fundo do mar (em levantamentos marinhos) que possam vir a comprometer a qualidade dos resultados. Normalmente a edição é realizada antes ou logo após a montagem da geometria. A geometria do levantamento é também outro modo de melhorar o dado sísmico medido em campo. Baseado nas informações do levantamento para dados terrestres ou marinhos, as coordenadas dos tiros e dos receptores, para todos os traços, são gravadas no cabeçalho de cada traço. Mudanças na posição dos tiros ou receptores são tratadas adequadamente baseadas nas informações disponíveis nos relatórios de campo. As duas geometrias mais utilizadas são *end-one* e *split spread*. A geometria *end-one* é caracterizada pela fonte se deslocando com um conjunto de receptores apenas em um dos lados da mesma, já a *split spread* a fonte se desloca juntamente com um conjunto de receptores em ambos os lados da mesma. A geometria usada foi a *split spread*.

Figura 5 – Geometrias de aquisição *end-one split spread*.



Fonte: Autor

Ordenação em famílias CDP - Os registros selecionados na etapa de edição, e que agora possuem a informação da geometria de aquisição gravada nos *headers*, sofrem uma ordenação. Os dados podem ser ordenados de várias maneiras, mas a ordenação CDP (*common depth point*) é a mais utilizada. O objetivo é agrupar os dados em famílias CDP uma vez que todo o processamento tem por base a técnica CDP. Ao final da ordenação, cada grupo de traços, assim composto, contém informações (reflexões) de um mesmo ponto (CMP

– ponto médio) dos refletores iluminados pela geometria de aquisição (descritas neste trabalho como *end-one* e *split spread*). A visualização de uma família CDP revela que os eventos sísmicos apresentam a mesma geometria observada nas famílias de tiro comum da figura 2.02. Nota-se, também, que para camadas plano-horizontais, o CDP coincide com o CMP.

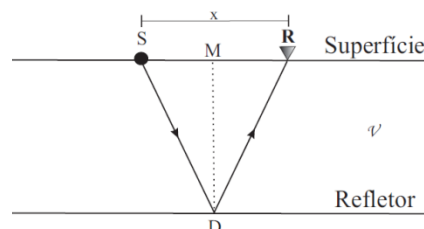
Análise de velocidades e Correções de NMO: Conforme visto anteriormente, os traços que compõem uma família CDP representam, na verdade, informações acerca de um ponto ao longo de um mesmo refletor. O objetivo é gerar um único traço sísmico a partir desses dados, o qual posteriormente comporá a seção sísmica. Em consequência, as hipérboles de reflexão presentes nas famílias CDP devem ser corrigidas em relação ao tempo t_0 (correções de normal *move-out*). Ou seja, as posições das reflexões em relação à t_0 existentes nos traços mais afastados precisam ser corrigidas, a fim de que cada reflexão encontre coerência traço a traço. Isto só é possível quando a função velocidade inerente ao grupo de traços CDP é conhecida.

A etapa de análise de velocidades tem por objetivo estimar a função velocidade para empilhamento dos dados. As velocidades de empilhamento (V_{NMO}) são determinadas de maneiras distintas, conforme o ambiente de aquisição dos dados. É comum, no caso terrestre, executar a análise de velocidades para vários CDP's estrategicamente escolhidos. Um intervalo de trabalho e um incremento para as velocidades são adotados. O incremento é aplicado ao CDP a partir do valor inicial do intervalo escolhido até o valor final, executando-se as correções através de (2.4) e t_0 é extraído diretamente do CDP. A visualização lado a lado dos vários CDP's originados ao longo desse procedimento fornece a posição em tempo das reflexões alinhadas na horizontal. Gráficos das velocidades de empilhamento em função do tempo são construídos para os CDP escolhidos. Esses dados são empregados para execução de interpolações para as velocidades entre CDP's intermediários.

Considerando um evento de reflexão numa família CDP em uma camada horizontal (Figura 6), o tempo de transito $t(x)$ da onda, usando o teorema de Pitágoras, em função do espaçamento fonte-receptor x é dado por (YILMAZ, 2001):

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x^2}{v^2} \quad (2.4)$$

Figura 6 – Percurso do raio para um ponto médio fonte-receptor em um refletor horizontal com camada homogênea.



Fonte: Autor

na qual v é a velocidade do meio acima do refletor e t_0 é o tempo de trânsito para um afastamento nulo (também chamado de tempo duplo de reflexão com afastamento nulo), ou seja, o tempo de trânsito medido para fonte e receptor coincidentes ($x = 0$). A equação anterior apresenta matematicamente uma hipérbole no plano *tempo x afastamento*.

A correção NMO (*normal moveout*) é dada pela diferença entre t e t_0 (YILMAZ, 2001):

$$\Delta t_{NMO} = t - t_0 \quad (2.5)$$

ou,

$$\Delta t_{NMO} = \sqrt{t_0^2 + \left(\frac{x^2}{v^2}\right)} - t_0 \quad (2.6)$$

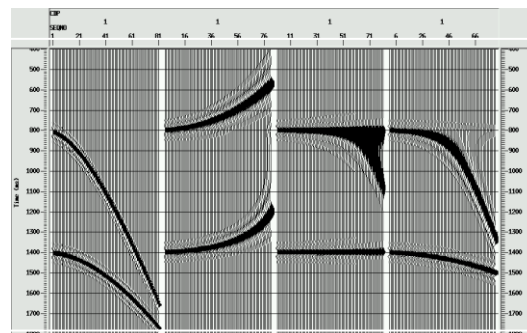
que implica em trazer os eventos de tempo de trânsito $t(x)$ para tempos de trânsito com um afastamento nulo (t_0).

Após a correção NMO ser aplicada nas famílias CDP's, os eventos hiperbólicos associados aos refletores em subsuperfície ficaram horizontalizados. A velocidade utilizada na correção de NMO, é chamada de velocidade de NMO (V_{NMO}), como mencionado.

Quando a velocidade escolhida para a correção NMO é maior que a velocidade do meio, dizemos que o evento está subcorrigido. O efeito contrário é observado quando a velocidade escolhida é menos que a velocidade do meio e dizemos que o evento está sobrecorrigido.

Além disso, observa-se que a correção NMO, mesmo quando bem aplicada (reflexão horizontalizada), distorce o dado, principalmente em reflexões próximas a superfície e para afastamentos mais longos. Esse efeito é conhecido por estiramento do traço (*stretching*) e deve ser retirado do CDP para não prejudicar o empilhamento do mesmo.

Figura 7 – Representação de correções NMO. CDP original, CDP sobrecorrigido, correção NMO com velocidade real (estiramento) e CDP subcorrigido, respectivamente.



Fonte: modificado NOVAES, 2007.

Ao se empilhar, traços muito estirados não devem fazer parte desta soma para que não comprometam a qualidade dos traços com sinal de interesse, devendo esses traços estirados serem silenciados visualmente ou automaticamente.

Empilhamento - É uma operação simples executada depois da aplicação das correções estáticas e das correções de NMO. O somatório de um grupo de traços CDP é executado respeitando-se as posições das amostras em tempo. Um único traço sísmico é gerado para cada CDP empregado. Os traços resultantes compõem a seção sísmica bruta, isto é, a seção sísmica sem as correções devido às inclinações dos refletores em subsuperfície. No entanto, procedimentos mais sofisticados como migração pré-empilhamento são capazes de, após o empilhamento propriamente dito, gerar seções sísmicas com os refletores mais corretamente posicionados em subsuperfície. A atenuação dos ruídos incoerentes pelas interferências destrutivas representa uma vantagem do empilhamento CDP. Eventos que possuem coerência nos traços laterais têm a amplitude reforçada após o empilhamento; os eventos incoerentes são atenuados. Em dados marítimos, é importante diferenciar a múltipla (classe de ruídos coerentes que possuem a mesma forma hiperbólica das reflexões) do fundo do mar e a reflexão do fundo do mar. Basicamente, o NMO da múltipla é maior que o da reflexão, o que fica bem evidente numa família CDP quando há traços com grandes afastamentos fonte-receptores), principalmente as causadas pela lâmina d'água em dados marítimos, são parcialmente atenuadas com o empilhamento. A melhoria da razão sinal-ruído é evidente, mas uma parcela significativa das amplitudes das reflexões é distribuída em face de uma estimativa pobre das velocidades de NMO.

Migração - Os traços sísmicos gerados após o empilhamento podem ser imaginados como se fonte e receptores de uma família CDP estivessem posicionados num mesmo ponto na superfície. As reflexões contidas nesses traços estão, a princípio, associadas a uma propagação puramente vertical no caso de superfície e refletores horizontais, e a seção sísmica assim gerada teria o nome próprio de seção sísmica *zero-offset* (afastamento nulo). No entanto, a posição temporal das reflexões na seção sísmica deve ser corrigida em virtude da presença de camadas inclinadas em subsuperfície. A migração dos dados é o procedimento que corrige os efeitos das feições geológicas (inclinação de camadas, falhas, sinclinais, etc.) no posicionamento das reflexões mapeadas na seção sísmica não-migrada (seção sísmica bruta).

Deve salientar nesse ponto que os fundamentos matemáticos da migração são complexos. Em síntese, o método visa o colapso das difrações em um ponto (ápice da hipérbole de difração) que, teoricamente, pertence a um dado refletor. O processo requer o

prévio conhecimento da distribuição das velocidades nas rochas, fato que representa um sério problema em regiões inexploradas ou estruturalmente complexas. Com o intuito de contornar tais situações, opta-se pelo emprego do processo de migração pré-empilhamento. Embora consuma bastante tempo de computação, trata-se de um procedimento capaz de fornecer seções sísmicas com os refletores mais corretamente posicionadas em subsuperfície, e pode ser executado tanto em tempo como em profundidade. O método de migração utilizado neste trabalho foi a migração Kirchhoff em tempo, a qual será comentada posteriormente em uma seção mais detalhada.

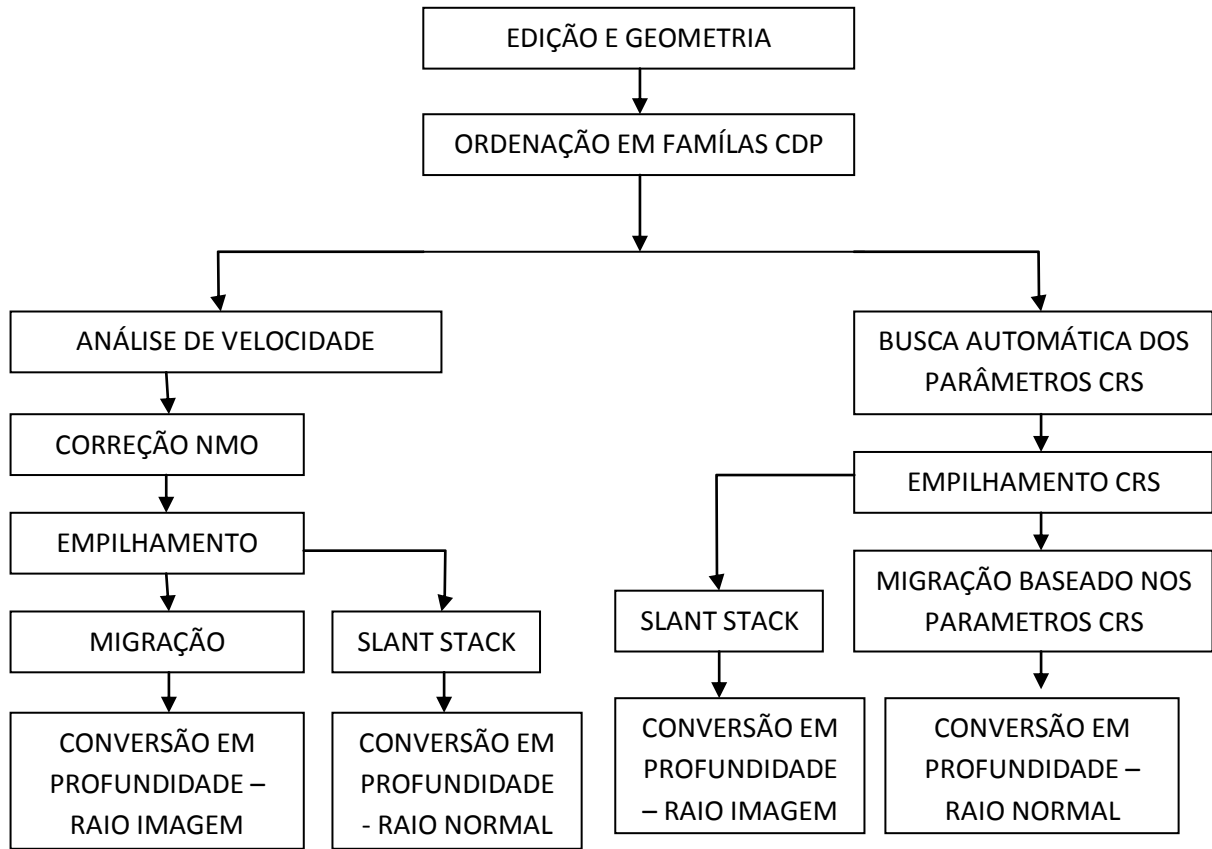
Slant Stack – A transformada $\tau - p$ é um caso especial do *slantstack* na qual o dado sísmico é decomposto em séries de linhas retas as quais iram mapear uma seção no domínio $\tau - p$. Este processo é chamado de *slantstack* de modo que o dado no domínio $\tau - p$ seja obtido por meio de somas ao longo de linhas retas do domínio $t - x$. Normalmente este procedimento é usado para filtrar ondas guiadas, reflexões indesejadas e ruídos. Este processo será mais detalhado posteriormente.

Conversão tempo-profundidade: raio normal e raio imagem – os raios são elementos matemáticos os quais tentam descrever a trajetória da energia propagada através de um meio. Neste trabalho, estes serão a ferramenta utilizada para conversão da seção sísmica de tempo em profundidade e serão abordados em uma seção posterior específica para tal.

Os passos utilizados neste trabalho foram modificados da linha mostrada nos itens anteriores. Alguns passos foram mantidos, mas outros foram realizados como *Slant Stack*, etapas do empilhamento e migração CRS, e conversão tempo-profundidade por traçamento de raios normal e imagem, os quais serão explicados nos capítulos seguintes.

O fluxograma da figura 8 mostra todas as etapas realizadas neste trabalho.

Figura 8 – Fluxograma com as etapas do processamento utilizadas neste trabalho.



Fonte: Autor

3 – TEORIA DO RAIOS

A teoria do raio constitui, de forma matemática, uma importante ferramenta do método sísmico, pois por meio da mesma são realizadas várias etapas importantes no modelamento e processamento sísmico. Além disso, podem-se simular as possíveis trajetórias da onda sísmica através da subsuperfície assim como embasar vários métodos de migração (YILMAZ, 1987). Será apresentado, o desenvolvimento teórico básico da teoria do raio e as equações que regem o mesmo de forma cinemática, sua solução assintótica (resultando na equação eiconal), além do sistema de equações cinemáticas do raio.

O imageamento e até mesmo a etapa de aquisição sísmica, de forma sintética, podem ser realizados computacionalmente simulando, numericamente, uma fonte de energia sísmica a qual se propaga através da geologia em subsuperfície. Esta simulação é construída por meio do traçamento de raios, os quais permitem a construção das frentes de onda por todo o seu trajeto, desde a fonte até os receptores.

Para um bom entendimento dos raios, deve-se realizar um estudo da teoria do raio, a qual leva em consideração dois aspectos básicos: o cinemático, que trata das trajetórias dos raios, determinando os tempos de trânsito ao longo delas, e o dinâmico, que lida com a distribuição espacial da energia propagada no meio, determinando a amplitude dos eventos sísmicos. Neste trabalho será abordado apenas o traçamento cinemático dos raios (HUBRAL, 1980 e CERVENY, 2001).

Além da teoria do raio normal, temos algumas situações particulares para a propagação dos mesmos. Dentre estas situações, encontra-se o raio normal, o qual incide com um ângulo normal ao refletor em profundidade, e o raio imagem, o qual se propaga na subsuperfície partindo com um ângulo normal a superfície. Estes raios têm fundamental importância na conversão de seções sísmicas do domínio do tempo para o domínio da profundidade.

3.1 – EQUAÇÕES DA ONDA ELÁSTICA

Considerando a estrutura geológica da Terra como um meio elástico bidimensional, então, em um sistema de coordenadas Cartesiano, no qual um vetor posição $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ é descrito pelas coordenadas (x_1, x_2) , a equação da onda elástica por ser obtida combinando-se a equação do movimento (relaciona as derivadas no tempo do vetor deslocamento $\mathbf{u} = (\mathbf{x}, t)$) de uma partícula (um corpo de dimensões desprezíveis em relação ao meio) às derivadas

esaciais do vetor tensor de tensão σ com a Lei de Hooke (que relaciona o tensor de tensão às derivadas esaciais do vetor deslocamento), logo:

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (3.1)$$

em que u_i e σ_{ij} são as componentes cartesianas do vetor deslocamento e do tensor de tensão, respectivamente, e ρ é a densidade do meio. A equação homogênea (3.1) descreve a propagação da onda elástica no meio solido no instante em que a fonte sísmica deixa de atuar no meio. Em um meio isotrópico e heterogêneo, o tensor de tensão e a deformação sofrida por uma partícula no meio estão relacionados através da expressão (CERVENY, 2001):

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.2)$$

em que δ_{ij} representa a função delta de Kronecker, definida como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ij} = 1, \text{ se } i = j \\ \delta_{ij} = 0, \text{ se } i \neq j \end{array} \right. \quad (3.3)$$

sendo $\lambda = \lambda(\mathbf{x})$ e $\mu = \mu(\mathbf{x})$ os parâmetros de Lamé que, juntamente com a densidade ρ , determinam as propriedades físicas do meio.

A forma final da equação da onda elástica pode ser obtida inserindo a expressão (3.2) em (3.1), que resulta em (CERVENY, 2001):

$$(\lambda + \mu) u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} + \lambda_{,i} u_{j,j} + \mu_{,j} (u_{i,j} + u_{j,i}) = \rho \ddot{u}_i \quad (3.4)$$

a qual reescrita na forma vetorial:

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \nabla \lambda \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \mu \times (\nabla \times \mathbf{u}) + 2(\nabla \mu \nabla) \mathbf{u} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

e no domínio da frequência, a expressão (3.5) se torna:

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \hat{\mathbf{u}}) + \mu \Delta \hat{\mathbf{u}} + \nabla \lambda \nabla \cdot \hat{\mathbf{u}} + \nabla \mu \times (\nabla \times \hat{\mathbf{u}}) + 2(\nabla \mu \nabla) \hat{\mathbf{u}} = -\rho \omega^2 \hat{\mathbf{u}} \quad (3.6)$$

Nas equações (3.1) a (3.4) é utilizada a convenção de Einstein para somatórios, isto é, índices repetidos implicam em somatório sobre os mesmo. A vírgula entre índices indica diferenciação em relação às coordenadas indicadas pelos índices e o ponto indica diferenciação em relação ao tempo. (CERVENY, 2001).

Na expressão (3.6) o tempo ω é a frequência angular e os operadores ∇ e Δ representam o gradiente e o laplaciano, respectivamente, de uma função $f(x_1, x_2)$, sendo definidos por (CERVENY, 2001):

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2} \right) \quad (3.7)$$

$$\Delta f = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \right) \quad (3.8)$$

Os vetores \mathbf{u} e $\hat{\mathbf{u}}$ estão ligados pelo par de transformada de Fourier, no domínio do tempo e da frequência, respectivamente (CERVENY, 2001):

$$\mathbf{u}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{u}}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.9)$$

$$\hat{\mathbf{u}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{u}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3.10)$$

Realizando aproximações assintóticas no domínio da frequência, utilizando a expressão (3.6), permite uma aproximação da solução da equação da onda elástica. Esta aproximação é feita através da utilização de series assintótica, a qual será solução do problema de propagação de ondas (CERVENY, 1985), e é aproximada pela expressão:

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau) \approx e^{-i\omega\tau(\mathbf{x})} \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{x}) (-i\omega)^{-n}, \quad i^2 = -1 \quad (3.11)$$

também chamada série assintótica do raio. Na expressão (3.11), \sum é o somatório das infinitas parcelas, variando seus índices de $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$, $\mathbf{U}^{(n)}(\mathbf{x})$ representa os coeficientes da serie e estão relacionados com o valor da amplitude, $\tau(\mathbf{x})$ é a função do tempo de transito ao longo do raio. A precisão desta aproximação será melhor quanto maior for a frequência do campo de onda observado, em outras palavras, o comprimento de onda deve ser pequeno quando comparado às dimensões características do meio.

Levando em conta a aproximação de ordem zero da expressão (3.11), ou série do raio, consideramos apenas o primeiro termo da serie assintótica, obtendo uma solução para a equação da onda dada por (CERVENY, 1985):

$$\hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau) = \mathbf{U}^{(0)}(\mathbf{x}) e^{-i\omega\tau(\mathbf{x})} \quad (3.12)$$

a qual a função vetorial $\mathbf{U}^{(0)}(\mathbf{x})$ representa a amplitude, juntamente com a função $\tau(\mathbf{x})$, que dependem das coordenadas espaciais e independem da frequência ω .

3.2 – EQUAÇÕES CINEMÁTICAS DO RAI0

Inserindo a equação (3.12) na expressão (3.5) e levando em conta as altas frequências apenas, a equação do eiconal tem a forma (CERVENY, 1987; CERVENY, 2001):

$$(\nabla\tau(\mathbf{x}))^2 = \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} \quad (3.13)$$

Esta expressão representa a função tempo de transito (ou função fase) $\tau = \tau(\mathbf{x})$, que é o eiconal, e $v = v(\mathbf{x})$ que é a velocidade de propagação da onda no meio. Esta equação calcula o tempo de transito para um dado conjunto de raios, permitindo a construção de frentes de onda por meio do calculo dos tempos de transito ao longo de cada raio, calculado pela mesma.

A expressão (3.13), conhecida como equação eiconal, é uma equação diferencial parcial (EPD) não linear de primeira ordem e pode ser resolvida utilizando o método das características (BRONSTEIN; SEMENDJAJAEW, 1991), o que resulta em um sistema não linear de 4 equações diferenciais ordinárias (EDOs), para o caso 2D, e 6 equações EDOs para o caso 3D. Estas EDOs são chamadas de equações cinemáticas do raio, que parametrizando pelo tempo de transito assumem a forma:

$$\frac{dx_i}{d\tau} = v^2 p_i, \quad i = 1,2 \quad (3.14)$$

$$\frac{dp_i}{d\tau} = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dx_i}, \quad i = 1,2 \quad (3.15)$$

nas quais, x_i representa as coordenadas do vetor posição \mathbf{x} ao longo do raio, e o parâmetro p_i as componentes do vetor vagarosidade, sendo expresso por $\mathbf{p} = \nabla\tau(\mathbf{x})$, com $|\mathbf{p}| = 1/v$.

Os raios (ou características) surgem como solução do sistema de equações diferenciais ordinárias (expressões (3.14) e (3.15)), chamadas equações características, ou do raio. Portanto, ao longo de cada raio, os tempos de trânsito são determinados pela equação eiconal. O sistema (3.14) e (3.15) é resolvido matematicamente pelo método Runge-Kutta de 4ª ordem, descrito no apêndice A.

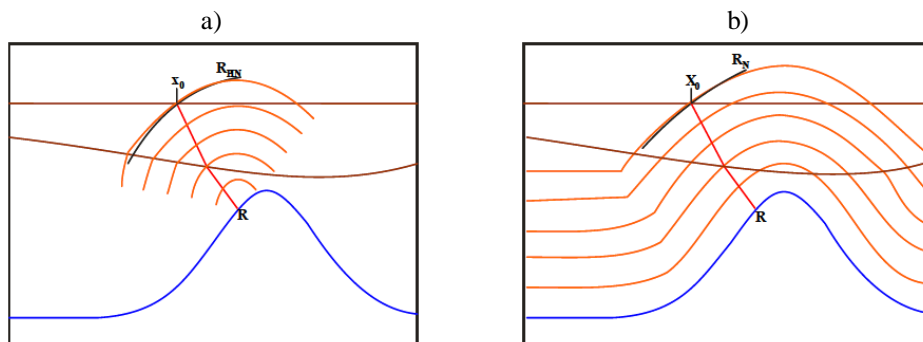
Tendo introduzido a idéia sobre a teoria do raio, será comentado a teoria do raio normal e raio imagem, ferramentas as quais realizarão a conversão dos dados sísmico do domínio tempo X espaço para o domínio profundidade X espaço.

3.3 – LEIS DE CURVATURAS

O ângulo de partida do raio em relação ao refletor constrói alguns tipos teóricos de frentes de onda. Dois tipos são de extrema importância, denominadas frente de onda N (normal) ou NIP (ponto de incidência normal).

Estas frentes de ondas hipotéticas são produzidas em situações hipotéticas especiais, considerando um dado refletor. O primeiro caso ocorre como ilustrado na Figura 9a. Nesta situação o ponto R sobre o refletor (em azul) é um ponto de incidência normal (NIP – *ponto de incidência normal*) de um raio (em vermelho) *zero-offset* com origem no ponto X_0 na superfície. Este ponto pode ser comparado a um ponto de difração no refletor, o qual simula a onda denominada NIP (onda de incidência normal), que se propaga até o ponto X_0 , do refletor à superfície.

Figura 9 – Situação hipotética mostrando (a) a onda NIP produzida por um ponto difrator R sobre o refletor (em azul) e (b) a onda N gerada por um experimento de refletor explosivo. As frentes de onda (em laranja) correspondentes ao raio normal (em vermelho) em R propagam-se de forma ascendente até atingir o ponto de emergência em X_0 .



.Fonte: modificado MANN, 2001.

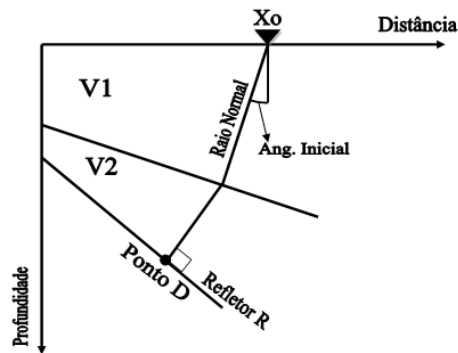
No segundo caso (Figura 9b), considera-se o ponto do refletor como um ponto difrator, simulando a situação de refletor explosivo. Nesta situação, esses pontos funcionam como fontes sísmicas que são acionadas ao mesmo tempo, gerando uma frente de onda que se propaga do refletor ao ponto X_0 , na superfície. Essas frentes de onda carregam a curvatura do refletor em R produzindo, assim, a onda N (onda normal).

Dentre os raios que formam a frente de onda NIP, um deles incide perpendicularmente com a superfície, conhecido como raio imagem, e os demais incidindo com ângulos diferentes conhecidos como raios normais. Para a frente de onda N, todos os raios que partem do refletor, do ponto considerado, formam ângulos diferentes de 90° com a superfície. Estes raios conhecidos como raios normais.

3.4 – RAIOS NORMAIS

Como mencionado anteriormente, o raio é a solução das EDO's que fornecem o lugar geométrico pelo qual a energia possivelmente se propaga através de um meio considerado (subsuperfície). Dentre os raios temos o raio normal, sendo este ilustrado na figura 10. O raio normal incide perpendicularmente em um ponto sobre um refletor considerado, em profundidade. Mas para que o raio seja traçado, precisamos fornecer suas condições iniciais, das quais são: a posição de onde este raio será traçado, a velocidade inicial no ponto de onde o raio partirá e o parâmetro do raio, conhecido como vagarosidade. Este último, de fundamental importância, fornecerá o ângulo inicial que o raio fará com a vertical, fazendo com que ele incida perpendicularmente ao refletor, sendo esse parâmetro conhecido como “parâmetro do raio”.

Figura 10 – Representação de um raio normal. O é simulado em um experimento de afastamento nulo, o qual fonte e receptor estão no mesmo ponto. Este raio incide perpendicular ao refletor R, no ponto D, sob a condição inicial de um ângulo inicial específico para tal situação.



Fonte: modificado ROBEIN, 2003.

3.4.1 – ESTIMANDO O PARAMETRO DO RAIOS NORMAIS

O parâmetro do raio p pode ser estimado a partir de seção *zero-offset*. A frente de onda gerada pelo refletor explosivo (cada ponto do refletor é considerado uma fonte que gera uma frente de onda) toca a superfície nos pontos de tangência da mesma, fornecendo o ângulo de emergência θ_{emerg} , após um tempo t_0 , em um ponto infinitesimalmente próximo ao ponto de medida, $Xo + dx$, para o tempo $t = t_0 + dt_0$. O ângulo de emergência θ_{emerg} (ângulo inicial da figura 10) normalmente não é conhecido no levantamento sísmico, devido apenas ser registrada a componente vertical do campo de ondas. Devido à razão dt_0/dx poder ser mensurada, o parâmetro do raio passa a ser conhecido e, deste modo, este parâmetro pode ser calculado ao longo de cada ponto que compõe o raio, de acordo com a lei de Snell.

Deste modo, o parâmetro do raio para o caso do raio normal será a vagariedade aparente, considerando um refletor numa seção empilhada. Este resultado permite que a técnica de “migração por raios” seja definida para este refletor, e irá envolver o *picking* ao longo do refletor na seção empilhada fornecendo, assim, o tempo t_0 e a razão dt_0/dx .

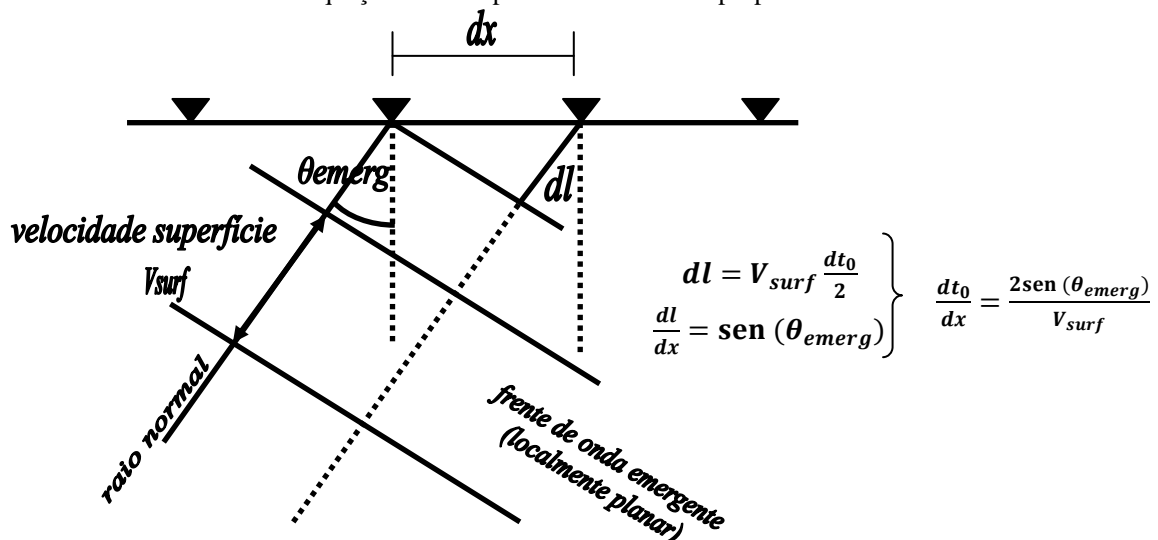
3.4.2 – CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE POR RAIOS NORMAL

O traçamento de raios é regido, em pontos de variação abrupta de velocidade, pela lei de Snell. Esta lei diz que a projeção do vetor vagariedade na direção normal do gradiente da velocidade de propagação é constante, ou seja, a lei de refração para uma interface plana é dada por (ROBEIN, 2003):

$$\frac{\text{sen}\theta}{v} = \text{const.} \quad (3.16)$$

Tendo conhecimento da geometria do refletor e da velocidade do meio (por meio da razão dt_0/dx na seção empilhada) é possível realizar o traçamento do raio normal, para o qual é conhecido o parâmetro do raio (Figura 11).

Figura 11 – Relação entre o ângulo de emergência e o mergulho aparente do evento na seção *zero-offset* $\frac{dt_0}{dx}$. Este mergulho é igual ao parâmetro do raio normal que chega a superfície. O ângulo de emergência pode, deste modo, ser inferido a partir do mergulho da seção *zero-offset* se a velocidade da superfície é conhecida V_{surf} . Esta equação é a base para a conversão tempo-profundidade.



Fonte: modificado ROBEIN, 2003.

Com as condições iniciais conhecidas, o raio normal pode começar a ser traçado, utilizando intervalos de tempo constantes, até que metade do tempo de transito t_0 seja consumida e a informação da seção sísmica seja colocada em profundidade, no fim deste raio.

O traçado convencional do raio normal é feito através dos seguintes passos:

- 1) Aplicar a lei de Snell que inicia o processo do traçado fornecendo o ângulo de emergência θ_{emerg} na superfície, considerando a velocidade V_{surf} conhecida na superfície (ROBEIN, 2003):

$$\text{sen}(\theta_{emerg}) = \frac{V_{surf}}{2} \frac{dt_0}{dx} \quad (3.17)$$

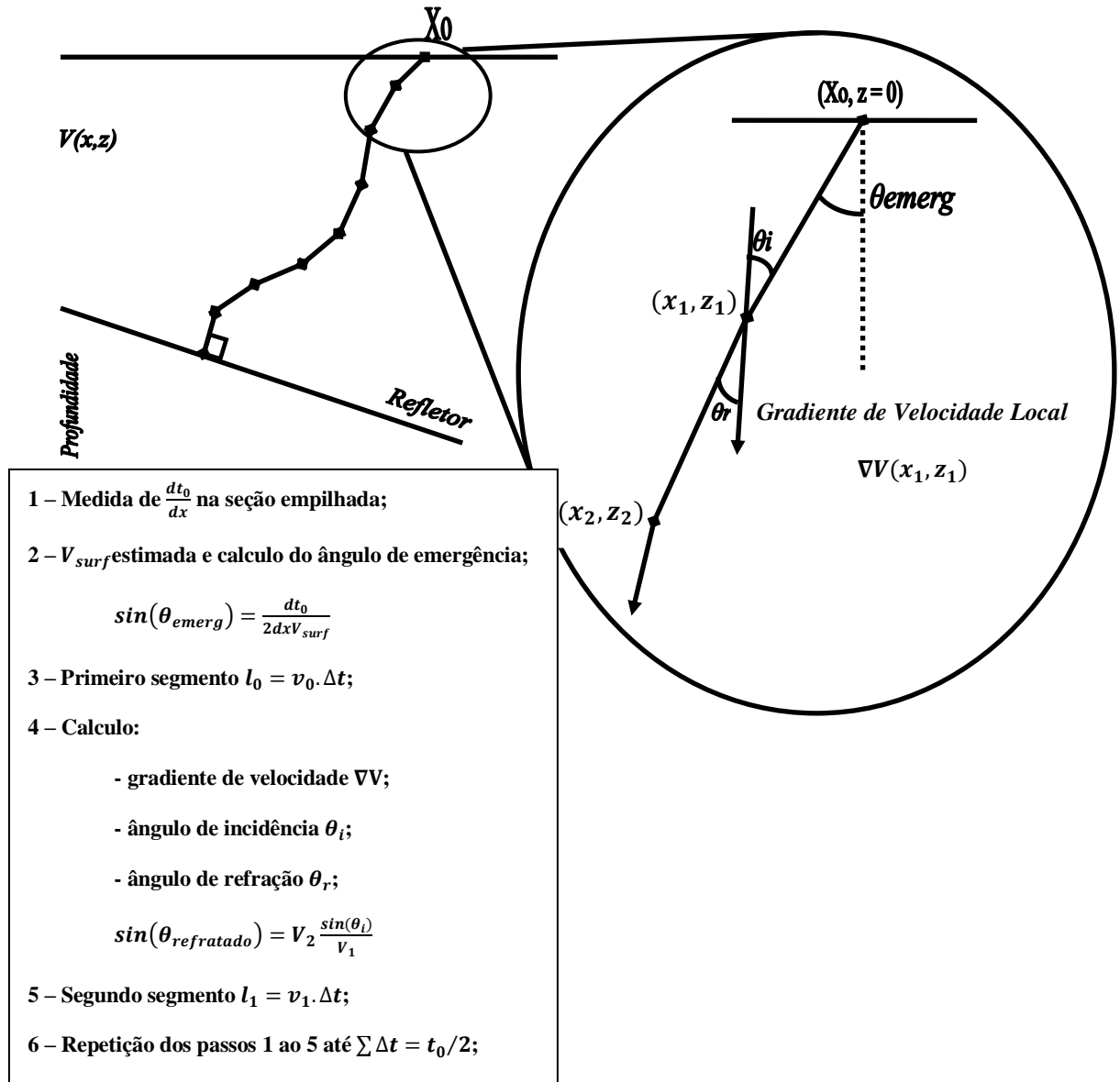
- 2) Levando em conta esta relação, o raio pode ser retropropagado a partir da sua posição inicial ($x_0 = X_0, z_0 = 0$) com direção $\theta_0 = \theta_{emerg}$ retropropagado durante o tempo Δt de duração infinitésima, de modo que obedeça a relação $\Delta l = V_{surf} \cdot \Delta t$. A partir dessa idéia, uma nova posição do raio será obtida, na qual terá velocidade $V(x_1, z_1)$.
- 3) Esta mudança de velocidade, definida como gradiente $\nabla V(x, z)$ (figura 12), refrata o raio de acordo com a lei de Snell. A curvatura do raio, para pequenos incrementos Δl é ignorada, de modo que a relação é empregada para a mudança de velocidade (ROBEIN, 2003):

$$\text{sin}(\theta_1) = \text{sin}(\theta_0) \cdot \frac{V(x_1, z_1)}{V_{surf}} \quad (3.18)$$

- 4) O raio é, então, retropropagado, nesta nova direção durante o incremento de tempo Δt , fornecendo o novo ponto (x_2, z_2).
- 5) o processo é repetido até que o tempo total de propagação t_0 seja atingido.
- 6) Baseando-se na condição de imagem, o ponto final será o ponto D no refletor, onde a reflexão registrada no tempo t_0 para o traço X_0 , com mergulho $\frac{dt_0}{dx}$. Observa-se que o refletor neste ponto deve ser ortogonal ao raio, para modelos isotrópicos.

Os passos acima são mostrados na Figura 12.

Figura 12 – O raio normal é retropropagado a partir da superfície, no ponto de incidência X_0 . O raio inicia com ângulo de mergulho obtido da seção empilhada $\frac{dt_0}{dx}$. O raio é calculado incremento a incremento utilizando a lei de Snell, com incremento de tempo Δt . O raio é traçado até que metade do tempo duplo de transito seja atingida $t_0/2$. O último ponto do raio é o ponto de reflexão sobre o refletor, sendo o refletor perpendicular ao raio.



Fonte: modificado ROBEIN, 2003.

A seqüência de passos acima mencionados constitui o algoritmo convencional de traçamento de raios normal para a conversão de seções sísmicas do domínio do tempo para o domínio da profundidade. A seguir será utilizada uma organização diferente dos passos que constituem o traçamento de raios normais para a conversão tempo-profundidade.

Como foi mencionado, os raios normais precisam de condições iniciais para iniciar seu algoritmo de traçamento. Dentre essas condições iniciais são a velocidade no ponto em

superfície V_{surf} , a coordenada do ponto em superfície ($X_0, Z_0 = 0$) e o ângulo que este raio sairá, ou ângulo de emergência θ_{emerg} . O ângulo de emergência está relacionado com a vagarosidade ou parâmetro do raio pela lei de Snell (ROBEIN, 2003):

$$\frac{dt_0}{dx} = p \quad (3.19)$$

$$\theta_{emerg} = \text{asen}\left(\frac{p}{2V_{surf}}\right) = \theta_0 \quad (3.20)$$

A equação (3.19) representa o parâmetro do raio ou a inclinação do evento na seção sísmica empilhada, também conhecida como vagarosidade. Já a equação (3.20) fornece o ângulo, com a vertical, com que o raio normal partirá da superfície, sendo este ângulo o ângulo inicial, dependente do valor do parâmetro do raio e da velocidade neste ponto. Como mencionado no capítulo 4, a seção sísmica pode ser organizada em parâmetro do raio/vagarosidade versus tempo por meio da transformada $\tau - \rho$. De posse da seção empilhada no domínio $t - x$ e da seção no domínio $\tau - \rho$, temos todos os parâmetros iniciais para o traçamento de raios normais, e deste modo, conversão desta seção $\tau - \rho$ para o domínio da profundidade.

De forma simplificada, esta conversão é realizada do seguinte modo:

- 1) De posse da seção $\tau - \rho$, várias retas com inclinação (x_1, x_2, \dots, x_n) são traçadas nesta seção interceptando os traços. O sub-índice n indica a quantidade de traços da seção $t - x$ e as variáveis x indicam a localização de cada traço na sua posição *zero-offset* em superfície;
- 2) As n retas são traçadas, para cada ponto τ da seção $\tau - \rho$, formando um leque de retas.
- 3) Cada reta intercepta os n traços da seção $\tau - \rho$ (a qual, neste trabalho, tem o mesmo número de traços da seção $t - x$), sendo que o eixo horizontal desta seção refere-se a cada parâmetro do raio (o qual fornece o ângulo θ_0 pela relação (3.20)).
- 4) Cada ponto de interseção representa a amplitude que tem seu ponto correspondente na seção em tempo. Este ponto é indexado pelo parâmetro ρ e o valor τ da seção $\tau - \rho$, além da posição x que fornece a direção da reta que o intercepta. Pela relação:

$$t = \tau + \rho x \quad (3.21)$$

calcula-se o tempo de transito duplo t , o qual será consumido até sua metade para que o raio seja traçado.

- 5) A cada reta com no máximo n pontos interceptados no domínio $\tau - \rho$, irá converter estes n pontos em profundidade utilizando os quatro parâmetros iniciais $(x, \rho, \tau, t/2)$. (Ao variar todas as inclinações x , teremos um leque de retas para cada τ ; este leque de retas é feito em todos os τ 's da seção, de modo a cobrir toda a seção).
- 6) A cada reta com inclinação x , como dito anteriormente, interceptará no máximo n pontos, e para cada ponto será feito o traçado de raios descrito abaixo:

- o raio começa na sua posição x , com ângulo de inclinação θ_0 ($\theta_0 = \text{asin}\left(\frac{p_0}{2V_{surf}}\right)$)

- é utilizado o método Runge-Kutta (apêndice A) para resolver as equações cinemáticas (3.14) e (3.15), com intervalo de tempo dt (intervalo de amostragem da seção sísmica), obtendo o próximo ponto do raio.

- se houver variação de velocidade, a lei de Snell é utilizada, de modo a obter o próximo ângulo do raio para a próxima velocidade;

- quando a lei de Snell não é usada, ela extraída do modelo por meio de uma interpolação bilinear (apêndice C);

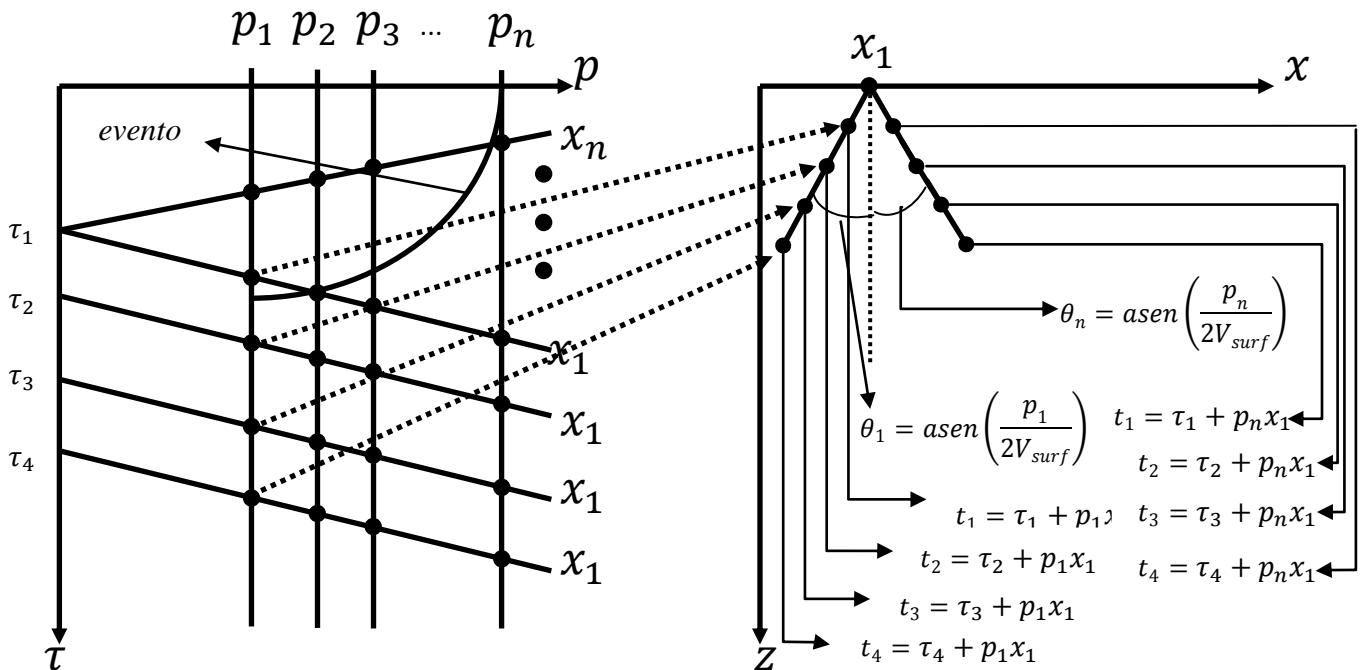
- são repetidos os passos até que metade do tempo de transito duplo seja consumida (obtido pela relação (3.21)).

- o valor da amplitude do ponto da seção $\tau - \rho$ é colocado no local em que o raio terminar.

- todos os passos anteriores são feitos para todas as inclinações x , para todos os pontos τ , de todos os pontos de interseção, criando assim uma nova seção, em profundidade, a qual a cada raio traçado, o valor da amplitude é somado a seção.

Ao final de todo este procedimento teremos a seção sísmica em profundidade.

Figura 13 – Esquema da conversão tempo-profundidade por raio normal. Seção no domínio $\tau - \rho$ fornece o parâmetro inicial do raio. Pela equação do *Slant Stack* o tempo a ser consumido no traçado do raio e a posição inicial são conhecidos para cada ponto da seção $\tau - \rho$. O raio normal é traçado e o valor da amplitude da seção empilhada em tempo é colocado em profundidade.



Fonte: Autor.

3.5 – RAIOS IMAGEM

Diferentemente do raio normal, o raio imagem não precisa que seu parâmetro inicial relacionado ao ângulo de partida seja calculado. Este parte perpendicularmente a superfície, se propagando em profundidade até que o tempo total, ou no caso da conversão tempo-profundidade, metade do tempo duplo de trânsito seja consumido, colocando em profundidade a amplitude sísmica da seção migrada em tempo.

Se considerarmos um ponto difrator D , em profundidade, espalhando energia até a superfície, teríamos inúmeros raios em varias direções se propagando ascendentemente. Para um determinado ponto na superfície, incidiria um raio com um mergulho aparente $\frac{dt_0}{dx} = 0$, ou em outras palavras, existe um raio o qual parte do ponto D e chega a um ponto X_0 , em superfície, ortogonalmente (HUBRAL, 1977). A este raio é dado o nome de raio imagem. Se considerarmos que o meio é heterogêneo (propriedade física velocidade variando com a direção vertical, ou mesmo com a horizontal), nota-se que o ponto X_0 não corresponde a projeção vertical do ponto D .

Como o meio é heterogêneo, a frente de onda não se comporta de forma hiperbólica,

mas na vizinhança do ponto X_0 , a frente de onda devido ao ponto D pode ser considerada hiperbólica, respeitando o operador de empilhamento de difração da migração em tempo Kirchhoff (CLAERBOUT, 1976; CLEARBOUT, 1985). A velocidade que define a forma da hipérbole é aproximada a velocidade *rms* (apêndice B), para esta posição, e focalizará a imagem no ponto D para uma dada abertura desta hipérbole. Assim, a migração kirchhoff (capítulo 6) em tempo terá como papel focalizar a informação espalhada pelo ponto difrator aproximadamente no ponto D .

Para o meio heterogêneo, como dito anteriormente, a frente de onda gerada pelo ponto difrator não é uma hipérbole, mas uma curva, e ao utilizar a migração kirchhoff em tempo, a imagem não focalizaria no ponto do ápice da hipérbole de difração, mas em uma posição a qual seria o ápice da hipérbole aproximada ao ponto X_0 , o qual tangencia a frente de onda gerada no ponto D (Figura 14).

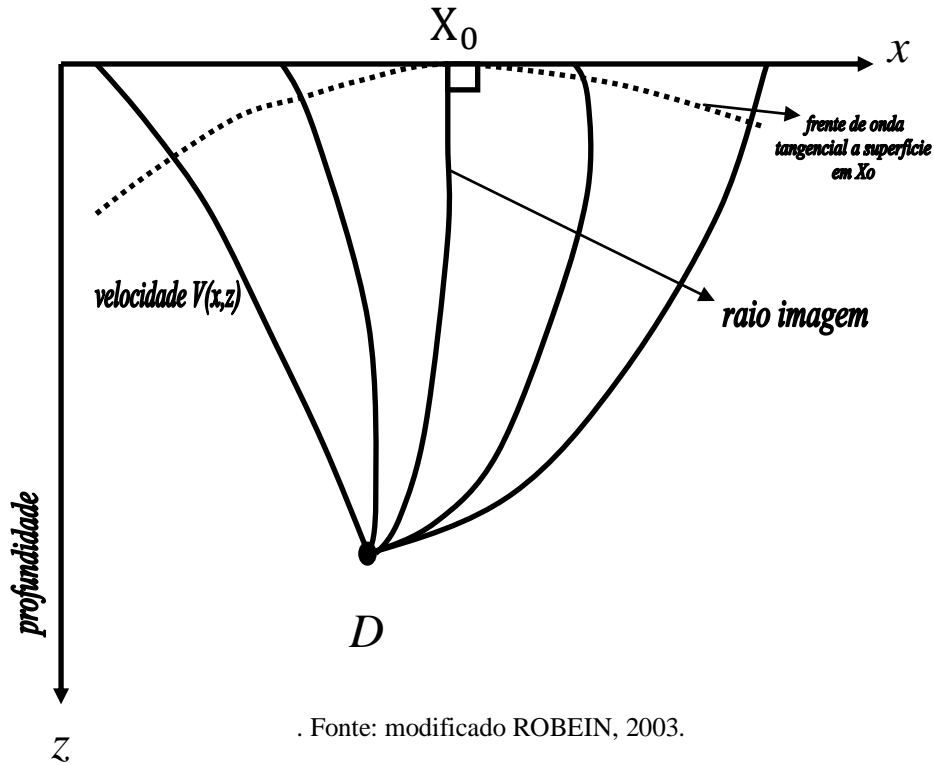
A partir de variações laterais de velocidade, nota-se que a migração em tempo não focaliza o ponto difrator em sua posição correta na vertical e horizontal. Ao invés disso o ponto é colocado diretamente abaixo do ponto de emergência do raio imagem, e em um tempo igual ao de propagação deste raio.

A esse respeito, HUBRAL (1977) empregou o raio imagem, o qual permite corrigir este erro, de modo a migrar a informação do domínio do tempo para o domínio da profundidade na correta posição da amplitude.

A conversão utilizando raios imagem é semelhante à conversão por raios normais, com a diferença que aquela não necessita que o parâmetro do raio seja medido. Isto é possível, pois o ângulo de emergência θ_{emerg} é nulo, ou seja, o raio imagem tem ângulo de emergência perpendicular à superfície. Este raio é, então, retro-propagado do mesmo modo que o raio normal, obedecendo a lei de Snell, até que metade do tempo duplo de transito da seção migrada seja atingido, considerando o modelo de velocidade conhecido para o caso sintético.

A conversão tempo-profundidade por meio do raio imagem converte uma seção migrada no domínio do tempo para profundidade, de modo que para cada ponto desta seção um raio imagem é traçado até que metade do tempo duplo de trânsito da seção migrada seja consumida. No final do raio é colocada a amplitude do respectivo ponto da seção migrada, criando, assim, uma seção em profundidade, a qual é somada as parcelas de cada raio traçado. Após a conversão de todos os pontos da seção migrada em tempo para profundidade, teremos a seção sísmica em profundidade.

Figura 14 – Modelo heterogêneo com velocidade variando nas direções do eixo x e eixo z . O raio imagem é o único que forma um ângulo perpendicular com a superfície de medida, partindo de um ponto difrator D em profundidade. Este ponto gera inúmeros raios os quais formam frentes de onda. Estas frentes de onda seriam hiperbólicas para modelos homogêneos, e curvas para heterogêneos.



Apesar de corrigir o problema da focalização errada da imagem na seção migrada em tempo, o método do raio imagem proposto por Hubral (1977) não é dependente do modelo de velocidade utilizado e nem do mergulho dos refletores em tempo, permitindo uma correção aproximada destas situações de falha na migração convencional em tempo, sem ser corrigido pela variação dos ângulos durante o traçamento do raio imagem.

4 - O MÉTODO CRS (COMMON REFLECTION SURFACE)

Neste capítulo será abordado o método de empilhamento por superfície de reflexão comum ou CRS. Este método é uma diferente metodologia dos métodos aplicados na etapa de empilhamento para gerar seções com afastamento-nulo ou *zero-offset*, as quais simulam a situação de fonte-receptor com afastamento nulo, visando a um aumento da razão sinal/ruído. Esse empilhamento é feito por uma aproximação de tempos de trânsito CRS, baseado nos atributos cinemáticos de ondas hipotéticas NIP e N, o qual pode ser construído em duas situações: simulando tempos de reflexões ou simulando tempos de difrações para um ponto em um refletor. Este é resolvido com um conjunto de parâmetros ótimos, os quais irão fornecer uma resposta *zero-offset* com alta razão sinal/ruído e, conseqüentemente, uma melhor seção processada.

A etapa de empilhamento no processamento sísmico tem como principal técnica na indústria do petróleo a metodologia CMP (ponto-médio-comum), que compreende as correções *normal-moveout* e *dip-moveout* (MAYNE, 1962; HALE, 1991; YILMAZ, 1987). Esta técnica é usada para simulação de seções com offset-nulo (fonte-receptor coincidentes) com o objetivo de aumentar a razão sinal/ruído. Ela se baseia no somatório dos eventos de reflexão, difração, dentre outros, ao longo de trajetórias de empilhamento. Apesar de simples, esta técnica tem pouca eficiência em meios com grandes variações laterais de velocidade, e nesta situação novas técnicas de empilhamento se tornaram necessárias, dentre elas o método JCRS (GARABITO, 2001; HUBRAL, 1999; MÜLLER, 1999; JÄGER, 1999).

O método CRS baseia-se em uma aproximação hiperbólica paraxial de segunda ordem dos tempos de transito de reflexão na vizinhança de um raio central, com o objetivo de simular uma seção *zero offset*, além de seção dos atributos cinemáticos utilizados no operador de empilhamento com esta finalidade. Estes atributos cinemáticos podem, também, ser obtidos a partir do dado sísmico de cobertura múltipla, por meio de processos de busca destes parâmetros usando a análise de coerência (GARABITO, 2001; JAGER, 1999).

4.1 – ATRIBUTOS CINEMÁTICOS CRS

Além da seção simulada *zero-offset*, o método de empilhamento CRS fornece um conjunto de parâmetros cinemáticos do campo de onda, sendo eles: o ângulo de emergência β_0 com a normal na superfície, o raio normal a um ponto R no refletor, e dois raios de

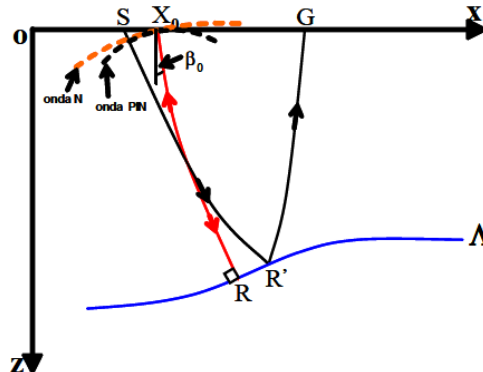
curvatura de frente de ondas hipotéticas definidas detalhadamente em HUBRAL (1983). Estas ondas hipotéticas são produzidas em situações hipotéticas especiais, considerando um dado refletor.

Os parâmetros R_{NIP} e R_N são os raios de curvaturas das ondas NIP e N, respectivamente, associadas ao raio normal, sendo estas curvaturas medidas em X_0 , e o ângulo β_0 , comum as duas ondas, de emergência coincidindo com o ângulo de emergência do raio normal em R.

4.2 – APROXIMAÇÃO DE TEMPO DE TRÂNSITO CRS

O CRS permite o cálculo do tempo de transito correspondente a reflexões de raios vizinhos a um raio central. Este é uma expansão hiperbólica de segunda ordem em série de Taylor a partir da função de tempo de trânsito de reflexão para o raio normal.

Figura 15 – Representação de um raio central (em vermelho) entre um refletor (em azul) no ponto R de incidência normal, juntamente com um raio SR'G na sua vizinhança, esquematizando uma reflexão primária. As frentes de onda NIP e N (pontilhadas) chegam a superfície no ponto X_0 com um ângulo de emergência β_0 .



Fonte: GARABITO, 2001.

A Figura 15 ilustra o raio normal a uma superfície, no ponto R, representado pelo segmento X_0RX_0 , com afastamento fonte-receptor nulo (*zero-offset*). Observa-se que este raio é normal ao refletor no ponto R. O segmento SR'G representa um raio de reflexão primária no refletor Λ , sendo que as reflexões primárias são descritas matematicamente pela expressão do operador de empilhamento CRS. Este segmento tem como fonte S e receptor G, e está localizado na vizinhança do ponto de emergência X_0 .

A aproximação do tempo de raios na vizinhança do raio central é dada pela expansão hiperbólica de segunda ordem em série de Taylor e obtida por meio da teoria paraxial do raio (SCHLEICHER, 1993). Para meios 2D, uma aproximação em função dos parâmetros

cinemáticos das ondas NIP e N pode ser estabelecida (TYGEL, 1997). Tomando como base o esquema da Figura 16, temos o refletor curvo Λ e um raio central X_0RX_0 *zero offset*, onde R é o ponto NIP. A aproximação hiperbólica do tempo de transito de raios na vizinhança do raio central, para um par fonte receptor (S,G) vizinho a X_0 simulando uma reflexão primária, aplicáveis para configurações irregulares de fontes e receptores é dada por (TYGEL, 1997):

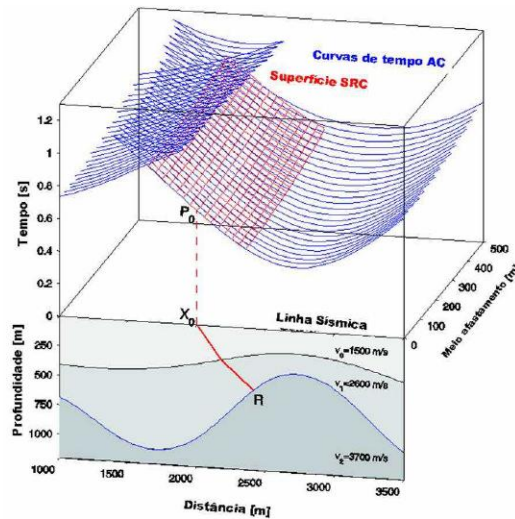
$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2\sin\beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2t_0\cos^2\beta_0}{v_0} \left(\frac{(x_m - x_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{NIP}} \right) \quad (4.1)$$

na qual t_0 é o tempo duplo do raio central de afastamento nulo e v_0 a velocidade próxima a superfície, tomada do ponto de emergência do raio central. As coordenadas $x_m = (x_G + x_S)/2$ e $h = (x_G - x_S)/2$ representa, respectivamente, o ponto médio e o meio-afastamento entre fonte e o receptor, sendo x_S e x_G as coordenadas horizontais do par fonte-receptor (S,G). A coordenada $X_0=(x_0, h = 0)$ sobre a linha sísmica é o ponto de emergência do raio central com fonte e receptor coincidentes.

A expressão (4.1) mostra que o CRS depende dos parâmetros cinemáticos do raio (β_0, R_{NIP}, R_N) e da velocidade próxima a superfície. Deste modo, percebe-se que este operador não depende do modelo de velocidade e que pode ser aplicado a modelos heterogêneos.

Analisando a Figura 16 constata-se que o operador de empilhamento CRS, dado pela expressão (4.1), simula uma superfície (em vermelho) de empilhamento em relação ao ponto $P_0(t_0, x_0)$ na seção *zero offset*, referente a uma reflexão primária no ponto de incidência normal R no segundo refletor. A superfície em azul representa as curvas de tempos de trânsito de reflexões primárias correspondentes ao segundo refletor, medidas na superfície (ao longo da linha sísmica) com geometria de fonte-receptor comum. Observa-se, também, a presença do raio central normal (em vermelho) através de 3 camadas homogêneas, emergindo, a partir refletor em R, no ponto X_0 na superfície. As duas superfícies descritas estão no domínio do tempo (parte superior da figura), enquanto a parte inferior mostra o modelo sintético de camadas em profundidade.

Figura 16 – modelo sintético composto de 3 camadas homogêneas com um raio de afastamento nulo ou incidência normal (em vermelho), parte inferior. Superfície de cobertura múltipla (curvas em azul) correspondente às reflexões da segunda interface. As curvas em vermelho definem a superfície de empilhamento CRS, correspondente ao ponto R de reflexão.



Fonte: GARABITO, 2001.

O operador de empilhamento descrito na expressão (4.1) soma (ou empilha) todas as amplitudes dos eventos sísmicos ao longo dessa superfície e o resultado é atribuído a cada ponto de amostragem P_0 , construindo a seção de afastamento nulo.

A superfície a qual serve como trajetória de empilhamento dada pela expressão (4.1) é definida pelos parâmetros cinemáticos do raio (β_0, R_{NIP}, R_N), sendo que estes parâmetros definem a melhor superfície de empilhamento para um dado ponto de amostragem. Ao empilhar o dado, para o ponto em questão (P_0), utilizando o trio de parâmetros que melhor ajusta superfície de empilhamento as curvas de tempos de transito de reflexão primária, teremos a seção empilhada *zero offset* melhor ajustada aos parâmetros cinemáticos do meio.

Os parâmetros que melhor desempenham este ajuste podem ser extraídos diretamente do dado sísmico por meio de algoritmos de busca multiparamétrica, os quais utilizam a função *semblance* como função objeto para o critério de escolha (GARABITO, 2001; JAGER, 1999). O empilhamento CRS fornece, além da seção empilhada *zero offset*, a seção de coerência de cada parâmetro para cada amostra no tempo.

4.3 – O OPERADOR CDS

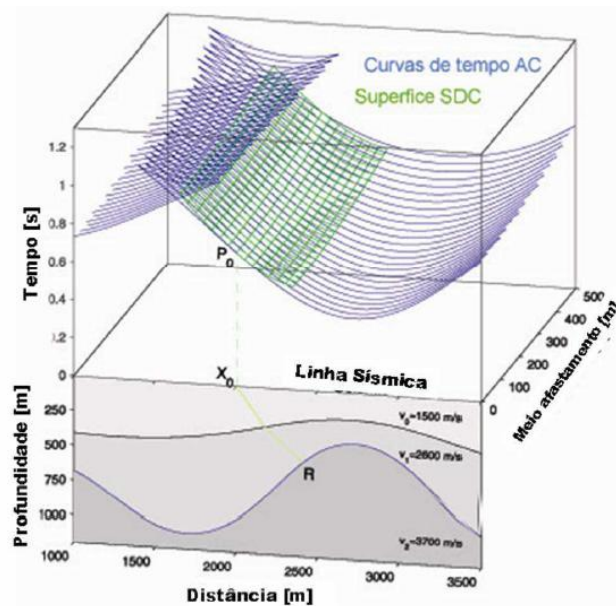
O empilhamento CRS, sob certas considerações, pode se comportar como um operador de empilhamento de difrações, muito semelhante ao operador de migração Kirchhoff. As informações dadas pelos parâmetros cinemáticos do raio (β_0, R_{NIP}, R_N) estão

ligadas à orientação angular do refletor no ponto de incidência normal, a posição do ponto de reflexão na subsuperfície e a curvatura do refletor respectivamente. Com essa idéia, ao substituímos R_{NIP} no lugar de R_N na expressão (4.1), nota-se que o raio de curvatura da onda N não fornece mais a informação da curvatura do refletor no ponto de incidência normal. Aplicando esta substituição, $R_{NIP} = R_N$, na expressão (4.1), obtemos (TYGEL, 1997):

$$t^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2\sin\beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2t_0\cos^2\beta_0}{v_0 R_{NIP}} ((x_m - x_0)^2 + h^2) \quad (4.2)$$

expressão a qual depende dos parâmetros (β_0, R_{NIP}) associados a onda NIP. O par β_0 e R_{NIP} fornecem informações sobre a posição de um ponto em subsuperfície o que leva a dizer que os tempos de trânsito calculados na expressão (4.2) podem ser interpretados como aproximações dos tempos de transito de difração. Outra forma de dizer seria que a expressão (4.2) é uma aproximação na vizinhança do raio central do operador de migração pré-empilhamento. Por outro lado, como mostrado na parte superior da figura 18, mesmo dependendo de dois parâmetros cinemáticos, a superfície de empilhamento (cor verde) definida em (4.2) também é uma aproximação dos tempos de trânsito associados à reflexão em R . Deste modo, a superfície de empilhamento descrita pela expressão (4.2) é conhecida como operador de empilhamento CDS (*common diffraction surface*/superfície de difração comum). (GARABITO, 2001).

Figura 17 – Modelo composto por três camadas homogêneas e um raio de afastamento nulo ou de incidência normal (em verde) – Parte Inferior. Superfície de cobertura múltipla (curvas em azul) correspondente às reflexões da segunda interface. As curvas em verde definem a superfície de empilhamento CDS, correspondente ao ponto R de reflexão (supostamente um difrator).



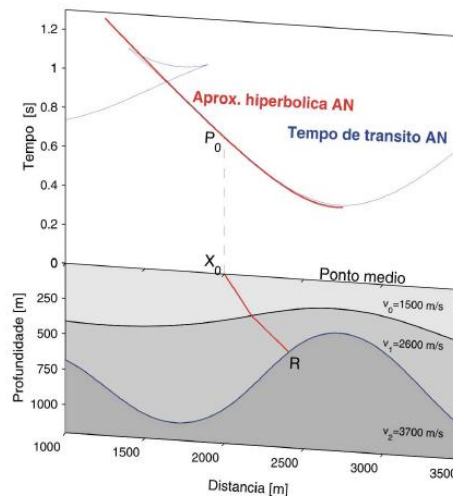
Fonte: GARABITO, 2001.

Um ponto a ser mencionado é que a expressão do operador de empilhamento CRS pode ser utilizada para as mais variadas configurações de fontes e receptores usadas nos passos do processamento sísmico convencional, dentre elas as configurações de afastamento comum e afastamento nulo (*zero-offset*). Para a condição de $h = 0$, para a condição de afastamento nulo, descrevendo a aproximação hiperbólica dos tempos de transito de reflexões normais, temos (TYGEL, 1997):

$$t^2(x_m) = \left(t_0 + \frac{2\sin\beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2t_0\cos^2\beta_0}{v_0 R_{NIP}} (x_m - x_0)^2 \quad (4.3)$$

O operador de empilhamento (4.3) é ilustrado na figura 18, na parte superior, representado pela curva em vermelho, para o ponto de amostragem P_0 na seção de afastamento nulo, correspondente à reflexão primária em um ponto em profundidade R . Os tempos de trânsito de afastamento nulo das reflexões primárias normais do segundo refletor são representados pela linha em azul, na parte inferior da figura.

Figura 18 – Modelo com três camadas homogêneas e um raio de afastamento nulo (em vermelho) – Parte inferior. A curva (em azul) corresponde aos tempos de trânsito de afastamento nulo das reflexões normais da segunda interface. A curva (em vermelho), chamada curva de empilhamento, corresponde ao ponto de reflexão R , e é calculada pela expressão (4.3).



Fonte: GARABITO, 2001.

4.4 – ALGORÍTMO DE EMPILHAMENTO CRS

O empilhamento CRS consiste na soma das amplitudes dos eventos sísmicos de dados de múltipla cobertura compreendidos em uma superfície de empilhamento, sendo essa superfície de empilhamento definida como ótima para os três parâmetros cinemáticos (β_0, R_{NIP}, R_N) , considerados ótimos para um ponto de amostragem $P_0(t_0, x_0)$, gerando uma seção *zero offset*.

Existem alguns métodos de busca dos parâmetros para que o empilhamento gere a melhor seção possível. Os três parâmetros podem ser determinados simultaneamente, a partir de dados de múltipla cobertura, por processo de busca global (ou otimização global) multidimensional, usando como função objeto a medida de coerência ou *semblance* do sinal sísmico. Deste modo, o problema de otimização é baseado na estimativa dos parâmetros ótimos os quais maximizam (ou minimizam), e o intervalo definido para cada parâmetro é: $-\pi/2 < \beta_0 < +\pi/2$ e $-\infty < R_{NIP}, R_N < +\infty$.

Após determinado o trio ótimo de parâmetros para um ponto P_0 , um ponto da seção *zero offset* ou empilhada é produzido somando todos os eventos sísmicos contidos no operador CRS construído com este trio. Os parâmetros ótimos são determinados quando o valor do *semblance* é máximo. Deste modo a seção afastamento nulo é determinada repetindo este processo para todos os pontos da seção.

Várias são as estratégias de otimização e busca destes parâmetros as quais podem ser encontradas em GARABITO (2001), JÄGER (1999), MULLER (1999), BIRGIN (1999), dentre as quais será usada a estratégia proposta em GARABITO (2001) neste trabalho.

4.4.1 – MEDIDA DE COERÊNCIA OU “SEMBLANCE”

Como mencionado anteriormente, os trio de parâmetros ótimos que constroem a superfície de empilhamento que melhor empilha o dado para, no método CRS, é encontrado com base na medida de coerência, também conhecida com *semblance*. O *semblance* é uma medida de coerência, a qual produz resultados que podem ser mais bem interpretados de forma visual (MAURCH, 1999), além de melhorar (ou aumentar) a coerência em eventos de reflexões, quando comparados a outras medidas de coerência provenientes de sinal que não reflexão. Com esta finalidade, a medida de *semblance* é utilizada em algoritmos de otimização global e local objetivando avaliar a qualidade dos parâmetros do operador CRS testados. Tomando como base nos dados sísmicos de múltipla cobertura, o coeficiente de *semblance* é calculado para escolha do trio ótimo de parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) . Este coeficiente é uma medida da razão entre a energia do sinal depois do empilhamento dos traços e a energia de todos os traços envolvidos na somatória, sendo expresso por (MAURCH, 1999):

$$S_e = \frac{\sum_t (\sum_{i=1}^M U_{i,t(i)})^2}{M \sum_t \sum_{i=1}^M U_{i,t(i)}^2} \quad (4.4)$$

em que $U_{i,t(i)}$ representa a amplitude do sinal sísmico indexado pelo número de traços sísmicos, $i = 1, \dots, M$, é a trajetória de empilhamento, $t(i)$. O sobrescrito M indica o número de traços e \sum_t significa que o empilhamento é realizado em uma janela temporal definida em relação à trajetória de empilhamento central. Para a expressão (4.4), esta trajetória de empilhamento é a própria superfície de empilhamento definida pela expressão hiperbólica dos tempos de trânsito definida pelos parâmetros (β_0, R_{NIP}, R_N) . O valor do *semblance* é uma medida de coerência normalizada, variando entre 0 e 1, atingindo o valor próximo a 1 quando todos os valores do sinal sísmico são idênticos. O algoritmo de empilhamento descrito neste trabalho considera o problema de minimização, onde é usado o valor de coerência negativo.

5 – MÉTODO *SLANT STACK*

O experimento sísmico é baseado na excitação da subsuperfície a qual é registrada, normalmente, por um conjunto de receptores. Em função disto, vários métodos têm sido implementados acerca dos parâmetros do dado medido como: *offset* fonte-receptor e duplo tempo de transito $x - t$, assim como as variáveis da Transformada de Fourier $k_x - w$. Geralmente, assumimos o meio estratificado com camadas plano paralelas horizontais, com parâmetro físico variando apenas na vertical. Mesmo para estes casos mais simples, o conjunto de parâmetros propagados na onda são analisados, na maioria dos casos, separadamente. Por exemplo, para estudos profundos relacionados à crosta a ênfase principal é dada em relação à observação, inversão e modelamento do dado sísmico refratado (CHAPMAN, 1978; ORCUTT et. al., 1976; MÜLLER, 1971). Para a exploração de hidrocarbonetos, a ênfase é dada a reposta de incidência vertical a sub-vertical.

O dado sísmico normalmente é mapeado e medido no domínio $x - t$. Se este dado for mapeado no domínio de tempo de interseção τ e o parâmetro horizontal do raio ρ (BENESSOVA et. al., 1974; CHAPMAN, 1978), os eventos de reflexão determinarão parâmetros do raio conhecidos como vagarosidade, do meio acima da interface refletora, e o tempo de interseção do raio/onda refratada será o da camada acima desta interface. O conhecimento destes dois parâmetros que constituem o domínio $\tau - \rho$, em qualquer ponto deste domínio, fornece informações suficientes para o calculo da espessura da camada assim como a velocidade. Isto sugere que reflexão e refração podem ser analisadas simultaneamente neste domínio.

Em um meio homogêneo e estratificado por camadas plano paralelas, o tempo de interseção τ pode ser geometricamente interpretado como contribuição do tempo de transito total t a partir da componente vertical de propagação.

O significado físico de ρ é o mergulho da curva de tempo de transito a qual depende da geometria do levantamento (experimento). Para levantamentos de fonte ou receptor fixo, o mergulho do tempo de trânsito é igual à componente horizontal da vagarosidade, na superfície, para raios partindo do ponto médio comum (CMP). Para o CMP, onde fonte e receptor são deslocados igualmente em relação a ele, o mergulho da curva do tempo de trânsito é uma media da vagarosidade horizontal (DIEBOLD and STOFFA, 1981).

Bem definido cada parâmetro do domínio $x - t$ e domínio $\tau - \rho$, podemos realizar a conversão do primeiro para o segundo domínio por meio da soma ao longo de retas definidas pelo parâmetro do raio ou vagarosidade, e então reduzir o tempo de empilhamento para cada

parâmetro do raio e *offset*. Assim, o tempo de interseção τ é dado por (DIEBOLD and STOFFA, 1981):

$$\tau = t - px \quad (5.1)$$

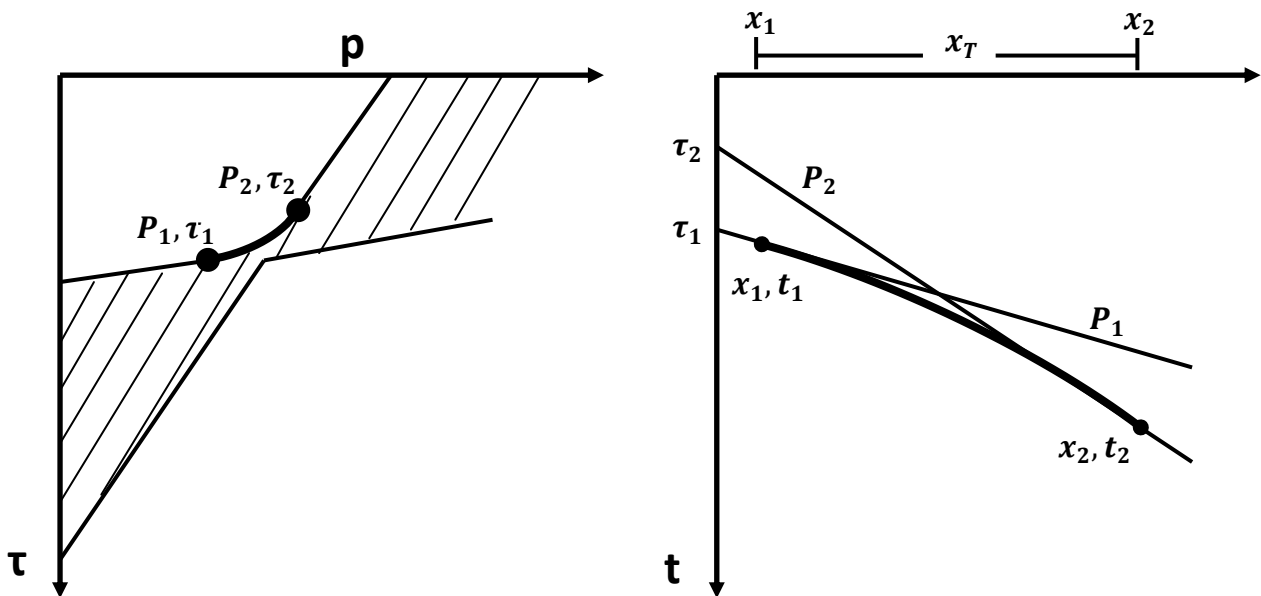
$$F(\tau, \rho) = \int f(\tau + px, x) dx \quad (5.2)$$

para a definição discreta com dado de abertura definida, a expressão (5.2) é substituída pelo somatório:

$$F(\tau_i, p_j) = \sum_{k=1}^N f(\tau_i + p_j x_k, x_k) \quad (5.3)$$

O dado discretizado na expressão 5.3 representa uma versão amostrada do campo de onda observado na superfície de medida. Para evitar *aliasing* no tempo, filtros analógicos *anti-aliasing* são aplicados aos dados antes da digitalização. O intervalo de amostragem espacial Δx é a distancia entre os geofones ou grupo de hidrofones. Evitar *aliasing* espacial requer um intervalo de amostragem espacial de $\Delta x \leq V/2f_{max}$, na qual V é a mais baixa velocidade de fase horizontal no dado e f_{max} é a máxima freqüência. Conseqüentemente, o parâmetro de Nyquist do raio p_N é igual a $1/\Delta x 2f_{max}$. A Figura 19 mostra o *aliasing* presente no *Slant Stack*.

Figura 19 - uma trajetória curva no domínio $x - t$ (à direita) e sua transformada $\tau - p$ (à esquerda). Para dados discretizados $x - t$, *aliasing* no domínio $\tau - p$ estará presente na região listrada. Esta região é definida pelo lugar geométrico formado por todas as tangentes da curva $\tau - p$ ou equivalente a todas as linhas tangentes a curva no domínio $x - t$. A abertura formada mergulhos das direções em $\tau - p$ formam a região a qual o *aliasing* está presente. Com o aumento da diferença entre a maior e menor direção de empilhamento em $x - t$, aumenta a região de *aliasing* em $\tau - p$.



Fonte: STOFFA, 1981.

6 – MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO E SUPERFÍCIE DE DIFRAÇÃO COMUM

A migração sísmica constitui uma das últimas etapas do processamento sísmico convencional. Ela tem como objetivo a construção de imagens da subsuperfície mais próximas o possível da geologia real. Vários são os métodos de migração sísmica, a qual pode ser em tempo ou em profundidade, e encontram-se bem descritas na literatura (YILMAZ, 1987; YILMAZ, 2001; CLAERBOUT, 1993). Esta etapa pode ser feita no domínio do tempo ou no domínio da profundidade. O método de migração em tempo mais rápido e com resultados satisfatórios é o método Kirchhoff em tempo. Ele utiliza curvas de tempo de trânsito de difração sobre a qual é feita um empilhamento de amplitudes, e o resultado colocado no ponto corrigido da seção sísmica. Este método foi o utilizado neste trabalho.

6.1 – MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM TEMPO

A etapa de migração constitui uma das mais importantes etapas do processamento sísmico, pois nessa etapa é construída uma seção sísmica em tempo, apresentando um posicionamento “correto” dos eventos sísmicos em suas posições, aproximadamente reais, em tempo (HUBRAL, 1977). Vários são os métodos de migração encontrados na literatura, com até mesmo algoritmos e códigos-fontes, com boas referências em YILMAZ (1987) e CLAERBOUT (1993).

Dentre os métodos de migração, temos os métodos pré- e pós-empilhado, além de migração em tempo e em profundidade. O método de migração em tempo baseia-se na curva que representa a frente de onda gerada em um ponto difrator em profundidade, somando todas as amplitudes ao longo desta curva e atribuindo o valor final atribuído ao ápice da mesma.

A curva, a qual é feita o empilhamento das amplitudes, é definida pela função de tempo de transito, e requer o conhecimento do campo de velocidade na subsuperfície na qual ocorreu a propagação do campo de onda. Esse modelo geralmente não é conhecido, mas considera-se que não há variação lateral de velocidade. Adotando estas considerações, chegamos a uma expressão analítica que descreve geometricamente a forma da frente de onda que se propaga em subsuperfície, definida pelo tempo de trânsito, utilizando princípios da equação de *Dix* (B.2.3) (ROBEIN, 2003):

$$t^2(x) = \left(\frac{2.Z}{V_{ave}}\right)^2 + \left(\frac{2.x}{V_{rms}}\right)^2 + O(x^4) \quad (6.1)$$

nesta equação, $t(x)$ é a função tempo de trânsito para uma distância x relacionada a uma posição, em superfície, diretamente acima do ponto imagiado em profundidade Z . V_{ave} e V_{rms} são as velocidades media e *rms* para este ponto Z (apêndice B). Observa-se que t_{vert} representa o duplo tempo de trânsito vertical, e é dado por (ROBEIN, 2003):

$$t_{vert}(Z) = 2 \int_0^Z \frac{dz}{v(z)} = \frac{Z}{V_{ave}} \quad (6.2)$$

o que, em outras palavras, representa a velocidade media entre o ponto Z e o ponto x em superfície.

A relação anterior permite a utilização da migração Kirchhoff de modo a criar uma imagem no ponto D na profundidade Z simplesmente sabendo as velocidades V_{ave} e V_{rms} . Além disso, a consideração que $V_{rms}(t_{vert})$ é dada a partir da análise de velocidade de empilhamento, embora V_{ave} não seja conhecida quando usado apenas o dado sísmico.

Conclui-se que a relação entre o tempo vertical t_{vert} e a profundidade Z não é conhecida. Para contornar este problema, na prática, observa-se que o ponto D não representa a real posição (X_0, Z) da amplitude do dado para uma possível “migração em profundidade”, mas uma posição no domínio (X_0, t_{apex}) (X_0 - ponto em superfície diretamente acima do ponto D ; t_{apex} - tempo localizando o vértice da hipérbole na componente vertical da seção). A imagem criada é chamada de imagem migrada em tempo, com o eixo vertical sendo o tempo vertical, admitindo que todas as considerações anteriores foram satisfeitas. O tempo é conhecido também como tempo migrado, que apesar de não ser igual ao tempo t_{vert} , será chamado de t_{mig} .

6.2 – ALGORITMO DE MIGRAÇÃO EM TEMPO

Para realizar o método de migração em tempo, apenas a velocidade V_{rms} é necessária, assumindo que todos os termos maiores que x^2 são desprezados na expressão (6.1). Deste modo, a velocidade V_{rms} pode ser obtida diretamente da análise de velocidade.

A figura 21 mostra os passos do método de migração Kirchhoff em tempo. Um dado ponto com coordenadas (X, t_{mig}) na seção migrada é calculado pela soma ponderada das amostras que estão na seção empilhada, utilizando a função do tempo de transito hiperbólica descrita por $V_{mig}(X_0, t_{mig})$. A partir da relação (6.1) podemos dizer que V_{mig} é igual a velocidade $rms V_{rms}(X, t_{vert})$. Assim (ROBEIN, 2003):

$$\Delta p(X_0, t_{mig}) = \sum_{abertura} w_x \cdot \Delta p(X_0 - x, t(x)) \quad (6.3)$$

$$t^2(x) = t_{mig}^2 + \left(\frac{2x}{V_{mig}(X, t_{mig})} \right)^2 \quad (6.4)$$

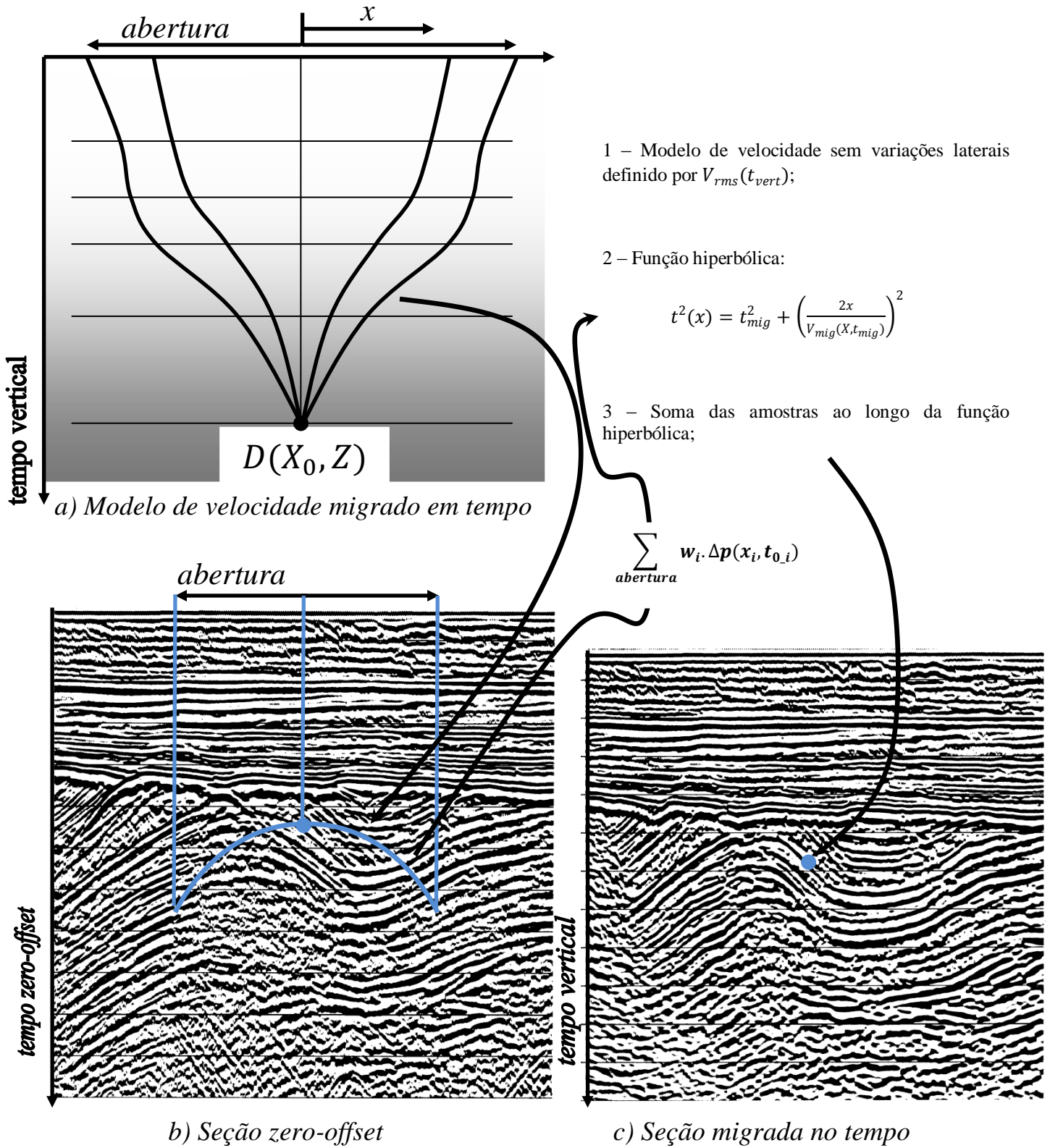
A imagem migrada completa é obtida através do cálculo ponto-a-ponto nas amplitudes da seção empilhada, com os pesos w_x na equação (6.3) do mesmo tipo utilizado na migração em profundidade. Com base na literatura já mencionada sobre migração, estes pesos não são calculados de forma precisa e necessitam do modelo de velocidade de propagação. Na prática, este termo é negligenciado.

Um ponto a se frisar é que a velocidade de migração V_{mig} usada para imaginar o ponto de coordenadas (X, t_{mig}) é definida nesta posição, ou seja, na posição do ponto migrado.

Levando em consideração tudo o que foi dito sobre a migração em tempo, notamos que o procedimento para construção da imagem migrada em tempo é realizado tendo apenas um conjunto limitado de informações sobre o campo de velocidades, o que foi conseguido após várias considerações. Esta seção terá como eixo vertical o tempo vertical de propagação.

Uma das principais vantagens da migração em tempo é que uma imagem “migrada” da subsuperfície pode ser obtida a partir de um conjunto limitado de informações de velocidade de propagação. A velocidade é, em primeiro caso, a mesma resultante a partir da análise de velocidade usada na correção NMO-DMO (YILMAZ, 1987). Esta consideração é uma vantagem importante para migração em tempo e de longe uma importante ferramenta na interpretação. Apesar da simplificação das informações necessárias para migração em tempo, temos que levar em consideração algumas restrições: o modelo de velocidade de propagação não pode ter variação lateral; a curva de tempo de trânsito é hiperbólica e com abertura limitada de modo que se a abertura foi muito grande o resultado será cada vez menos preciso; a velocidade de empilhamento é uma aproximação da velocidade *rms* e esta aproximação é cada vez menor com o aumento da complexidade do meio geológico; e formações com velocidades maiores aparecem mais “finas” do que são na realidade, além de regiões com variação lateral de velocidade poder gerar mergulhos aparentes na seção migrada em tempo conhecidos como “artefatos”.

Figura 20 – Seção 2D migrada em tempo e seção de *zero-offset*. O campo de velocidade é variável na vertical definida pela velocidade *rms*, sem variação lateral. A função do tempo de trânsito tem a forma aproximada de uma hipérbole, que é válida para uma abertura de migração limitada. O resultado desta soma é atribuído ao ápice desta curva de empilhamento, considerando $t_{vert} = t_{apex}$.



6.3 - SUPERFÍCIE DE DIFRAÇÃO COMUM

A aproximação CDS, como dito anteriormente, simula o método de migração kirchhoff, empilhando amplitudes de pontos difratores ao longo de superfícies.

Conceitualmente, se um refletor se reduz a um ponto difrator, o raio de curvatura da onda normal (R_N) é reduzido ao raio de curvatura da onda NIP (R_{NIP}), ou seja, $R_N \rightarrow R_{NIP}$. Como consequência, o operador de migração Kirchhoff, em tempo, resume-se a um caso particular do operador de empilhamento CRS. Deste modo, o tempo de trânsito de reflexão se transforma em um tempo de trânsito de difração, dado por (TYGEL, 1997):

$$t_D^2(x_m, h) = \left(t_0 + \frac{2\sin\beta_0}{v_0} (x_m - x_0) \right)^2 + \frac{2t_0\cos^2\beta_0}{v_0R_{NIP}} ((x_m - x_0)^2 + h^2) \quad (6.5)$$

que é análogo a expressão (4.2). Embora o operador CRS aproxime melhor os eventos de reflexão, a resposta aproximada à difração pode ser usada como uma alternativa do operador de empilhamento para simular uma seção afastamento nulo como um operador do tipo Kirchhoff. Uma aplicação apresentada por MANN ET. AL. (2000), onde o ápice da resposta apropriada da difração também oferece a localização aproximada da imagem de uma migração. Devido à simetria dos eixos, este conceito é aplicado no plano de afastamento nulo, $h = 0$, onde $\frac{\partial t_D(x_m, h=0)}{\partial x_m=0}$ resulta na localização do ápice:

$$x_{\acute{a}pice} = x_0 - \frac{R_{NIP}t_0v_0\sin\beta_0}{2R_{NIP}\sin^2\beta_0 + t_0v_0\cos^2\beta_0} \quad (6.6)$$

$$t_{\acute{a}pice}^2 = \frac{t_0^3v_0\cos^2\beta_0}{2R_{NIP}\sin^2\beta_0 + t_0v_0\cos^2\beta_0} \quad (6.7)$$

A resposta aproximada da seção afastamento nulo para a difração, parametrizada em termos da localização do ápice ($x_{\acute{a}pice}, t_{\acute{a}pice}$), em vez da localização na seção afastamento nulo (x_0, t_0), e com $h = 0$, é escrita como (MANN ET. AL., 2000):

$$t_D^2(x) = t_{\acute{a}pice}^2 + \frac{4(x - x_{\acute{a}pice})^2}{v_c^2} \quad (6.8)$$

$$v_c^2 = \frac{2v_0^2R_{NIP}}{2R_{NIP}\sin^2\beta_0 + t_0v_0\cos^2\beta_0} \quad (6.9)$$

O somatório (empilhamento) é feito ao longo da resposta aproximada da difração, com seu resultado colocado no ápice da hipérbole, de modo a aproximar ao resultado da migração Kirchhoff em tempo, como velocidade constante v_c , no qual todos os atributos contribuem.

Nesta estratégia, o empilhamento é realizado ao longo do operador CRS (expressão (4.1)), em vez do operador de difração (expressão (6.5)), e se atribui o resultado ao ápice ($x_{ápice}, t_{ápice}$).

A velocidade de migração v_c é dada em função dos atributos CRS na posição afastamento nulo (x_0, t_0). Na migração convencional em tempo, a velocidade de migração é definida no ápice (expressões (6.6) e (6.7)) do operador de migração.

7 – RESULTADOS

Os resultados deste trabalho foram obtidos a partir de três modelos sintéticos gerados pelo e processados pelo *software Seismic Unix*. O processo de empilhamento CRS foi realizado pelo *software* escrito em C++, feito na Universidade de Karlsruhe (Alemanha), versão 5.1. O traçamento de raios, normal e imagem, foi realizado utilizando algoritmos escritos em Fortran e Matlab.

Cada modelo é constituído de camadas com velocidade constante, limitadas por interfaces curvas e suaves. Em cada um destes modelos foi realizado um levantamento sísmico *split spread*, com os seguintes parâmetros:

PARÂMETROS DA GEOMETRIA DO LEVANTAMENTO	
Extensão do levantamento	14km
Número de tiros	12000
Número de posições da fonte	200
Número de receptores igualmente espaçados em relação a fonte	60
Espaçamento entre receptores	50m
Espaçamento entre tiros	50m
Taxa de amostragem	0.002s
Janela de tempo	3s
Número de amostras por traço	1502
Localização do primeiro/ultimo receptor	525m/13425m
Número de CDP's	458
Frequência Pico da wavelet usada	$0.1/dt = 0.1/0.002$

Tabela 7.01 – tabela contendo os parâmetros referente a geometria de todos os modelos apresentados.

Para a conversão tempo em profundidade alguns importantes critérios devem ser respeitados. Estes estão relacionados aos espaçamentos escolhidos nas direções x e z , que definirá a malha que constituirá a seção convertida. Estes espaçamentos devem ser escolhidos de modo a respeitar alguns critérios para que a seção em profundidade tenha boa qualidade. Os espaçamentos em x e z estão relacionados à velocidade mínima do meio v , o ângulo de inclinação máxima θ do refletor e a frequência f do sinal, definidos pelas expressões (YILMAZ 1987):

$$\text{Espaçamento em } x: \quad \Delta x \leq \frac{v}{4f \sin \theta} \quad (7.1)$$

$$\text{Espaçamento em } z: \quad \Delta z \leq \frac{v}{2f} \quad (7.2)$$

Para o modelo 1 apresenta camadas curvas, com inclinação máxima de $3,81^\circ$, e possui critério de discretização de $\Delta x \leq 11,33\text{m}$ e $\Delta z \leq 15,08\text{m}$.

Para o modelo 2, com camadas curvas e ângulo de inclinação máximo de $4,76^\circ$, possui o critério de discretização de $\Delta x \leq 9.0$ m e $\Delta z \leq 15.08$ m.

Para o modelo 3, com camadas curva e horizontais, ângulo de inclinação máximo de 4.28° , possui critério de discretização de $\Delta x \leq 10$ m e $\Delta z \leq 15,08$ m.

Com base nas considerações anteriores foram feitos obtidos os seguintes resultados: 2 seções empilhadas *zero offset* (uma para o dado empilhado CMP e outra para o dado empilhado CRS), 2 seções $\tau - \rho$ (uma obtida da seção empilhada CMP e a outra a partir da seção empilhada CRS), 2 seções migradas (uma obtida da seção empilhada CMP e a outra a partir da seção empilhada CRS), 2 seções convertidas em profundidade pelo raio imagem e 2 seções convertidas em profundidade pelo raio normal.

O modelo 1 (Figura 21) é constituído de cinco camadas e um semi-espaço. A primeira camada tem velocidade $v_1=1508$ m/s, segunda camada $v_2=1581$ m/s, terceira camada $v_3=1690$ m/s, quarta camada $v_4=1826$ m/s, quinta camada $v_5=2000$ m/s e o semi-espaço $v_6=2236$ m/s.

O modelo 2 é similar ao modelo de talude continental e está constituído de duas camadas e um semi-espaço com interfaces curvas. A primeira camada tem velocidade $v_1=1508$ m/s, segunda camada $v_2=1826$ m/s e o semi-espaço $v_3=2000$ m/s.

O modelo 3 é composto de quatro camadas, contendo interfaces curvas e interfaces planas horizontais, e um semi-espaço. A primeira camada tem velocidade $v_1=1508$ m/s, segunda camada $v_2=1581$ m/s, a terceira camada $v_3=1826$ m/s, quarta camada $v_4=2000$ m/s e o semi-espaço $v_5=2000$ m/s.

Nas figuras que seguem são apresentados os modelos e resultados para cada um deles.

7.1 – MODELO 1

A seguir serão mostrados as seções empilhadas, migradas, $\tau - \rho$ e convertidas em profundidade para o modelo 1.

Figura 21 – Modelo 1 composto de cinco camadas e um semi-espaço com velocidades constantes e interfaces curvas. $v_1=1508$ m/s, $v_2=1581$ m/s, $v_3=1690$ m/s, $v_4=1826$ m/s, $v_5=2000$ m/s, $v_6=2236$ m/s.

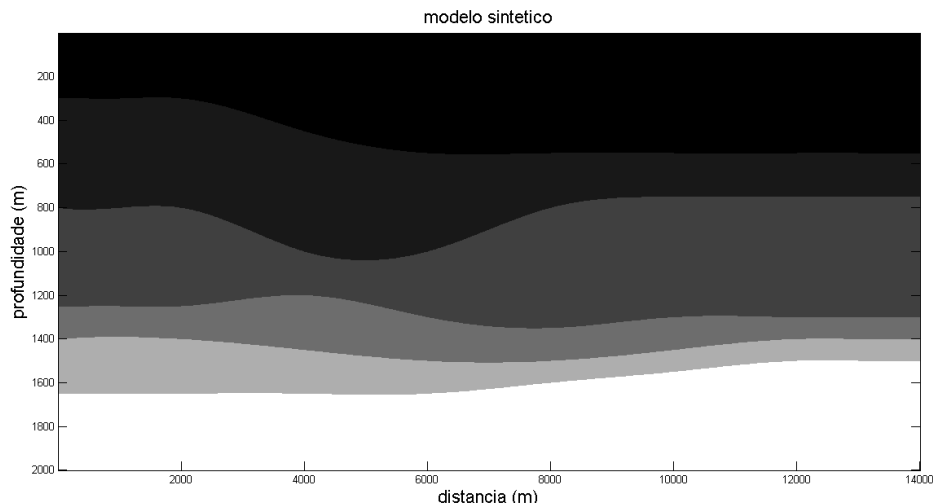
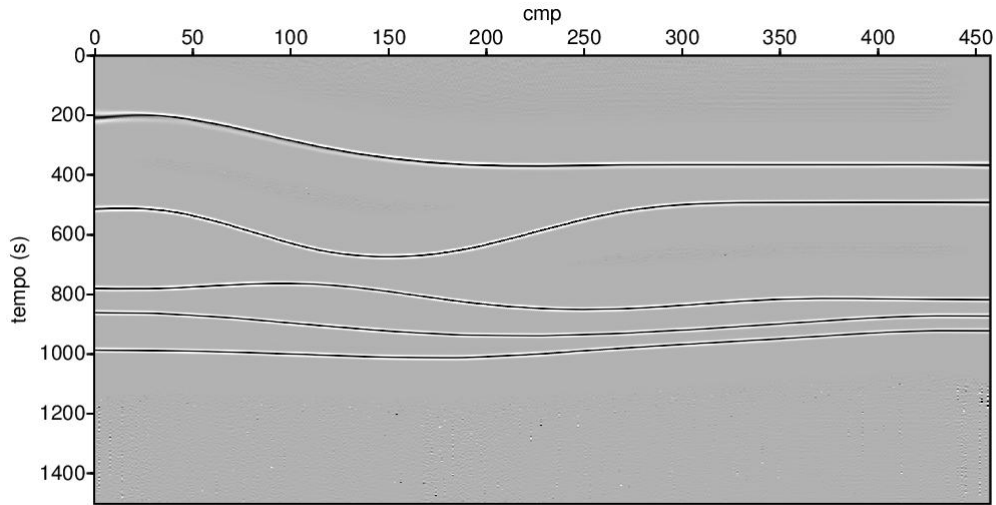
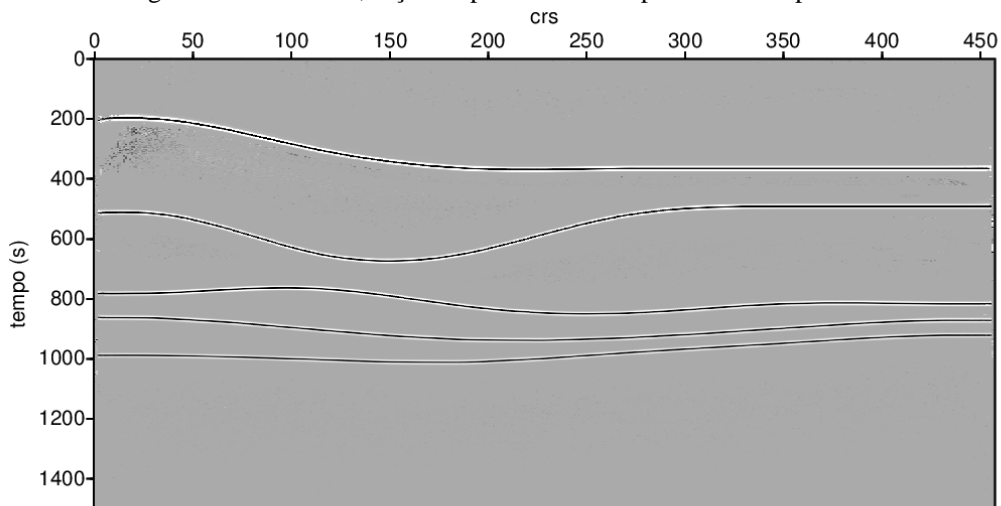


Figura 22 – Modelo 1, seção empilhada obtida após correção NMO.



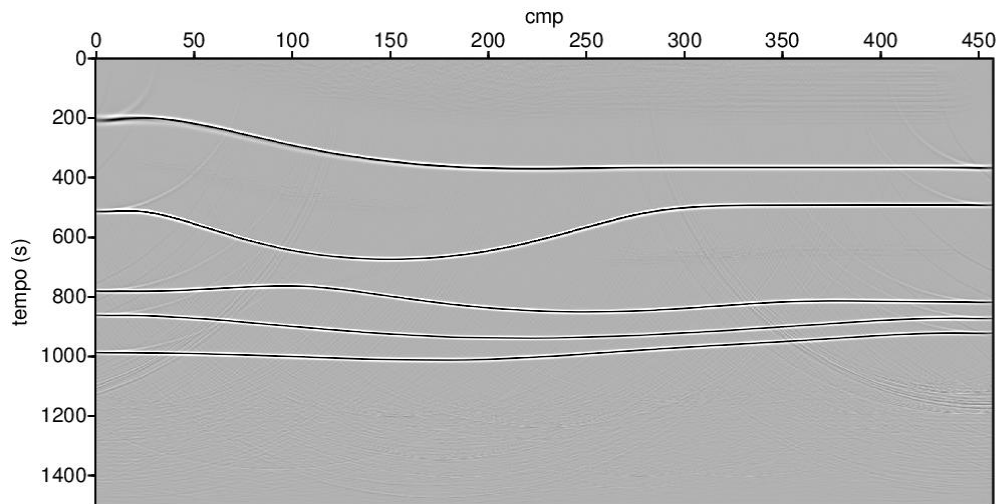
secao empilhada cmp

Figura 23 – Modelo 1, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.



secao empilhada crs

Figura 24 – Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no *software Seismic Unix*.



secao migrada cmp

Figura 25 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.

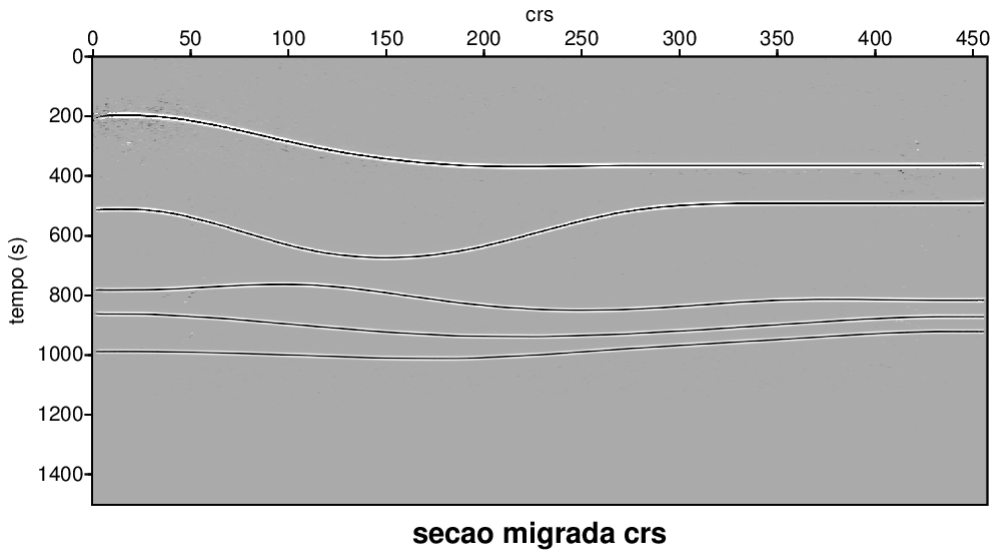


Figura 26 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da Figura 22

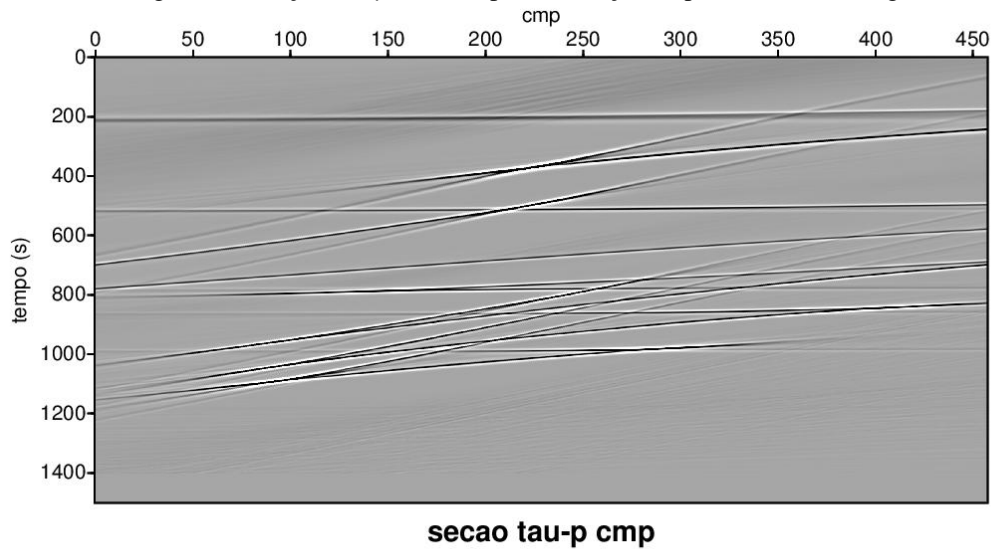


Figura 27 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da Figura 23

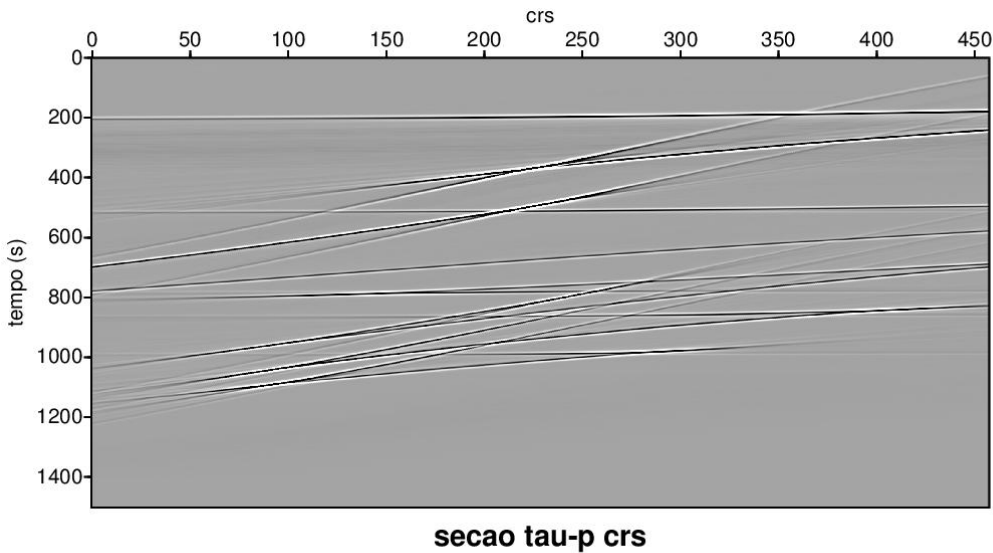


Figura 28 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 24.

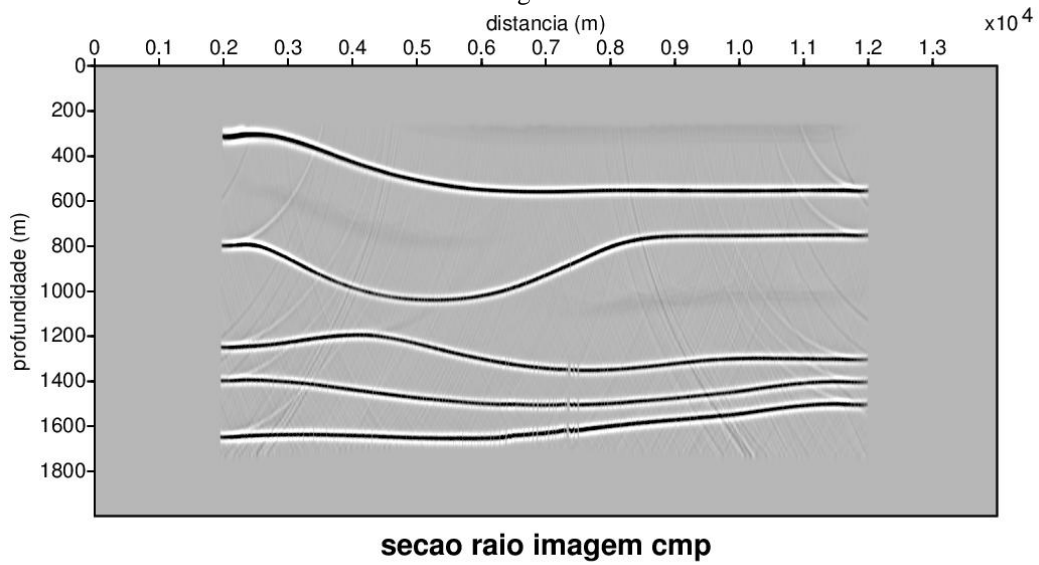


Figura 29 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 25.

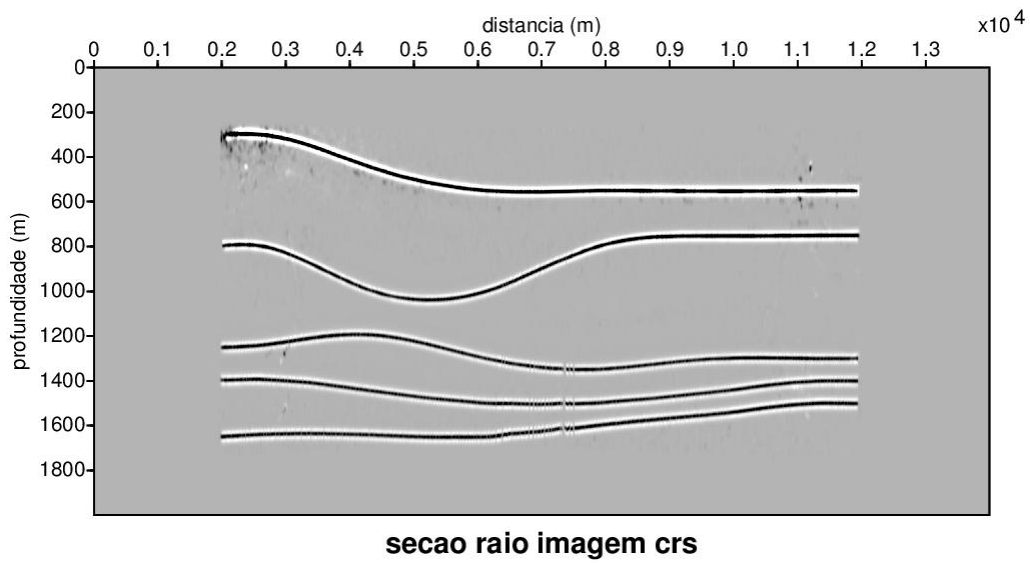


Figura 30 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 26.

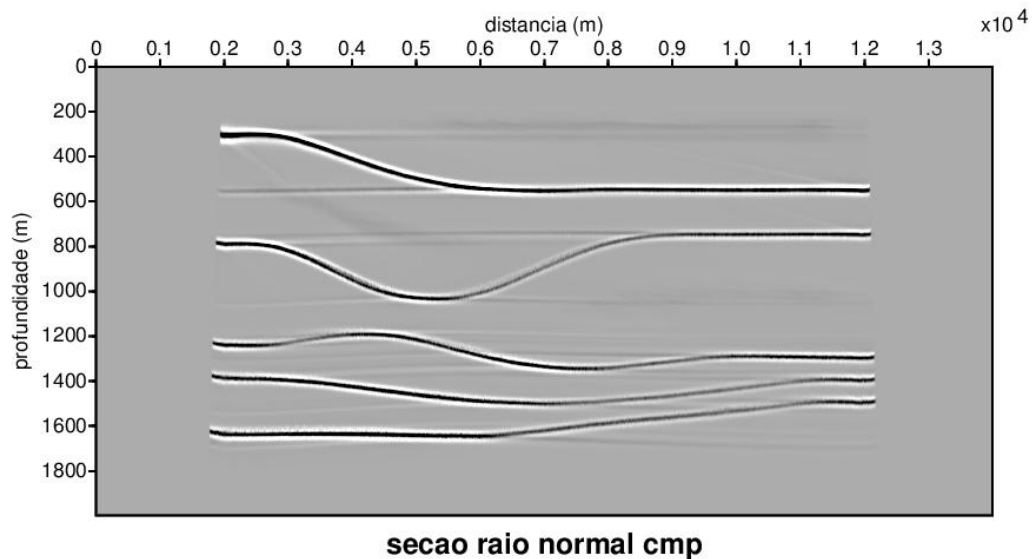
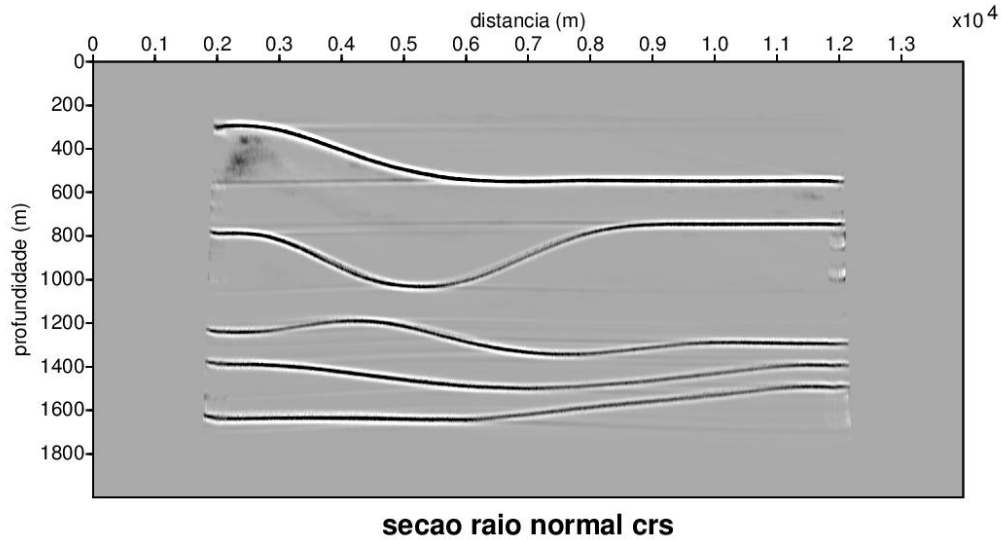


Figura 31 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 27.



As figuras 28 a 31 mostram o resultado obtido a partir do método de raio imagem e raio normal. A figura 28 e 29 foram convertidas em profundidade a partir das seções migradas CMP e CRS, respectivamente, por meio dos raios imagens. Observamos uma satisfatória recuperação da feição dos refletores assim como a profundidade dos mesmos. Para as figuras 30 e 31, obtidas a partir das seções $\tau - \rho$ do método CMP e CRS, respectivamente, notamos que há uma melhor recuperação da continuidade dos refletores devido o número de raios traçados ser maior que no método do raio imagem. Em contrapartida, estas seções sofrem com os efeitos dos artefatos inerentes da conversão $\tau - \rho$.

7.2 – MODELO 2

A seguir serão mostradas as seções empilhadas, migradas, $\tau - \rho$ e convertidas em profundidade para o modelo 2.

Figura 32 – Modelo 2 composto de duas camadas e um semi-espaço com velocidades constantes e interfaces curvas. $v_1=1508\text{m/s}$, $v_2=1826\text{m/s}$, $v_3=2000\text{m/s}$.

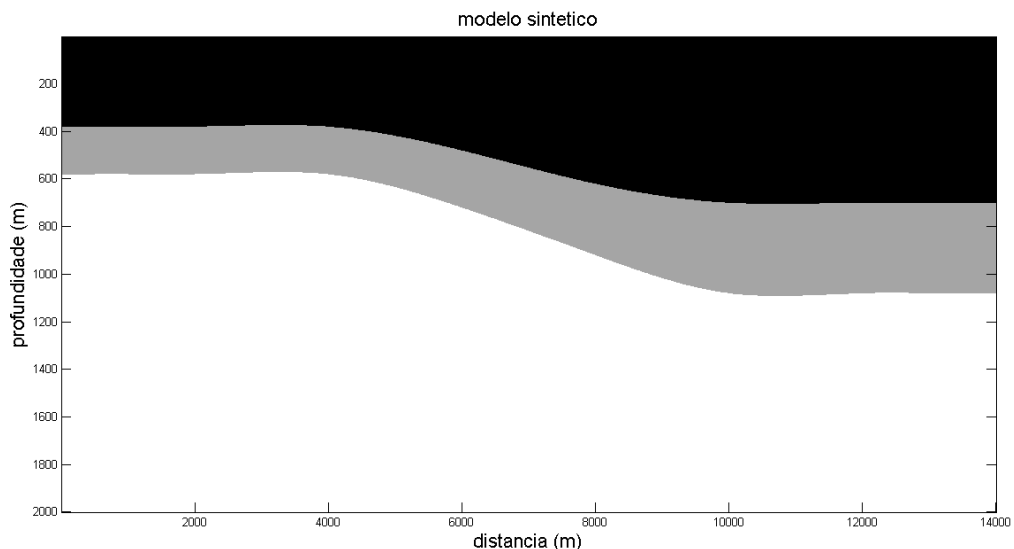
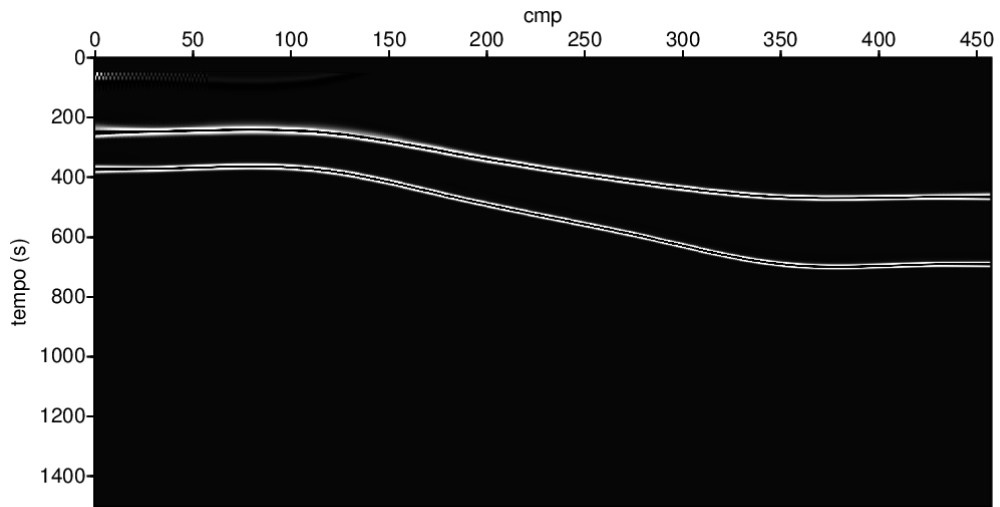
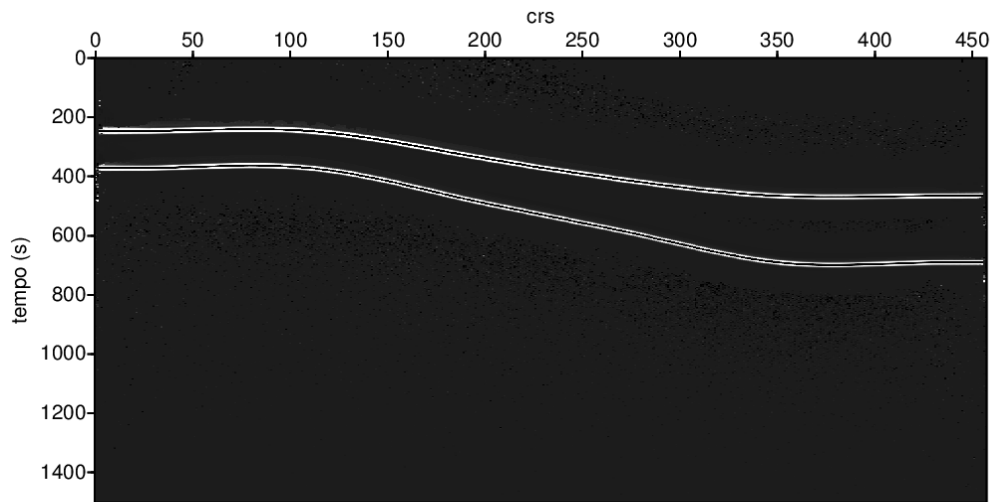


Figura 33 – Modelo 2, seção empilhada obtida após correção NMO.



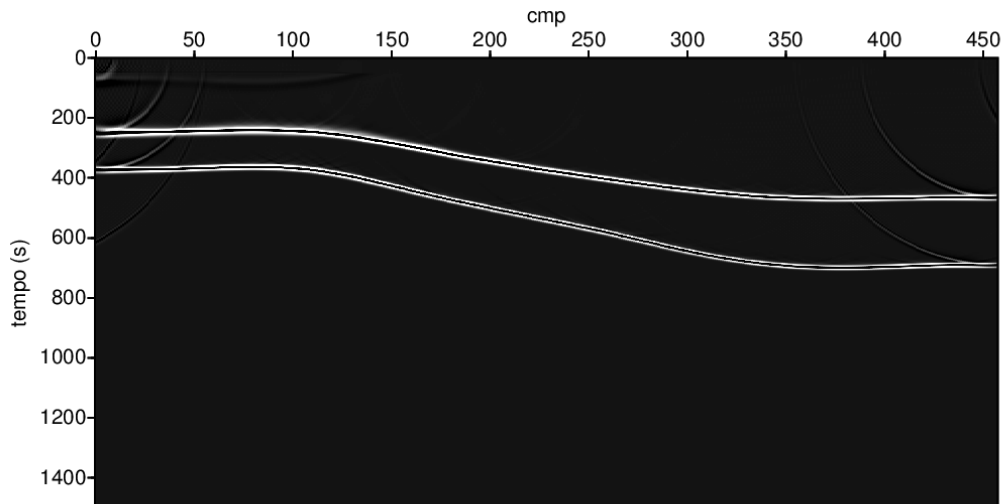
secao empilhada cmp

Figura 34 – Modelo 2, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.



secao empilhada crs

Figura 35 - Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no *software Seismic Unix*.



secao migrada cmp

Figura 36 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.

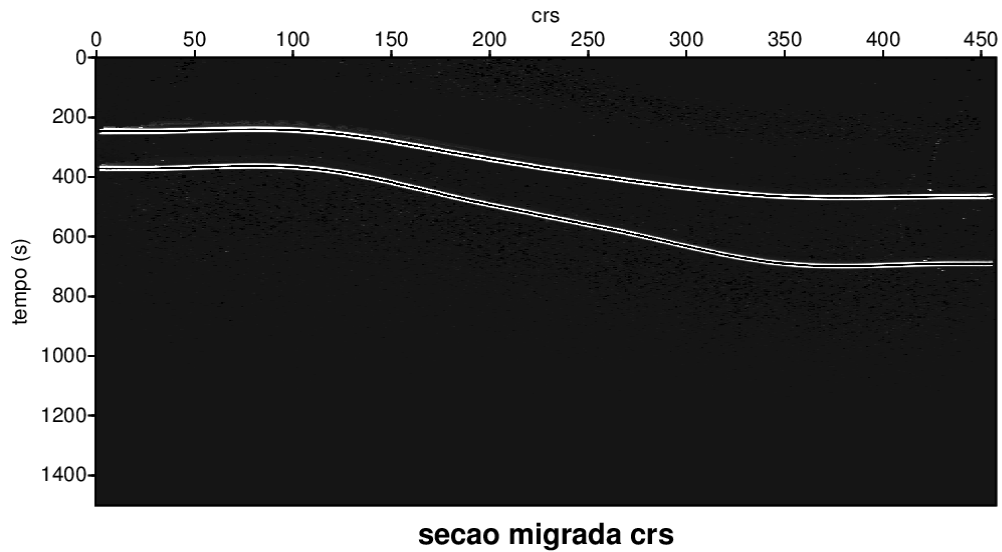


Figura 37 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da figura 33.

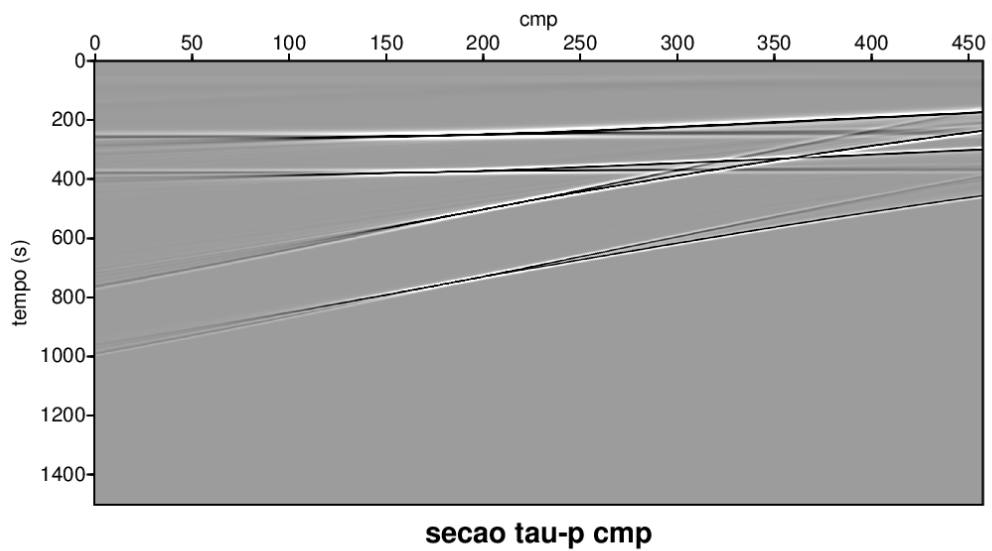


Figura 38 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da figura 34

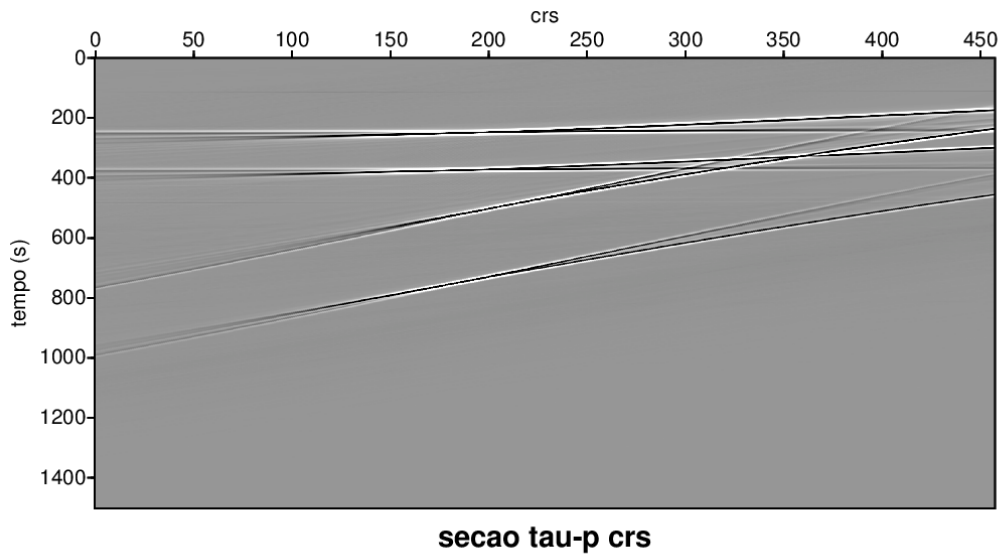


Figura 39 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 35.

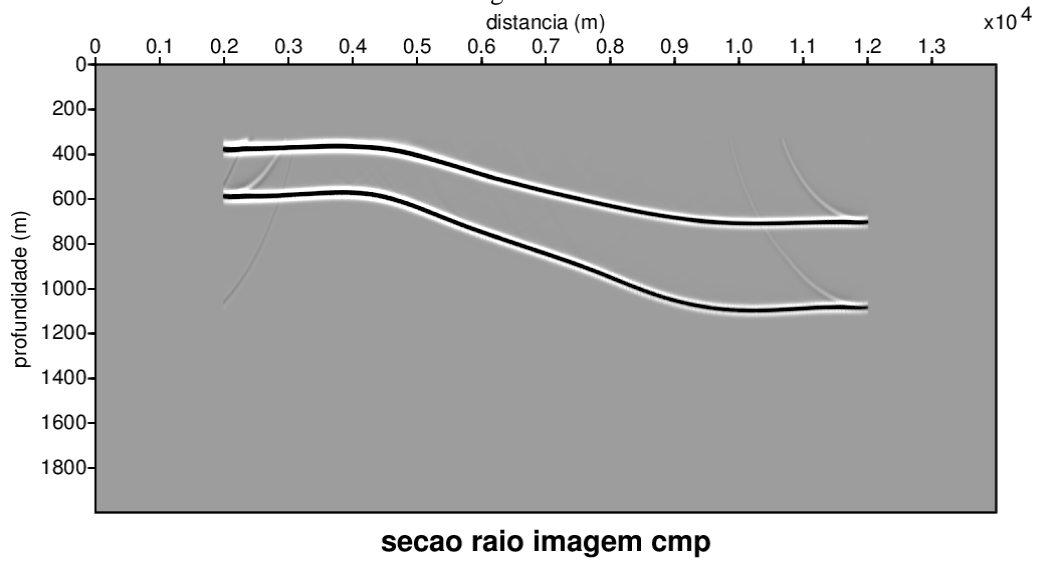


Figura 40 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 36

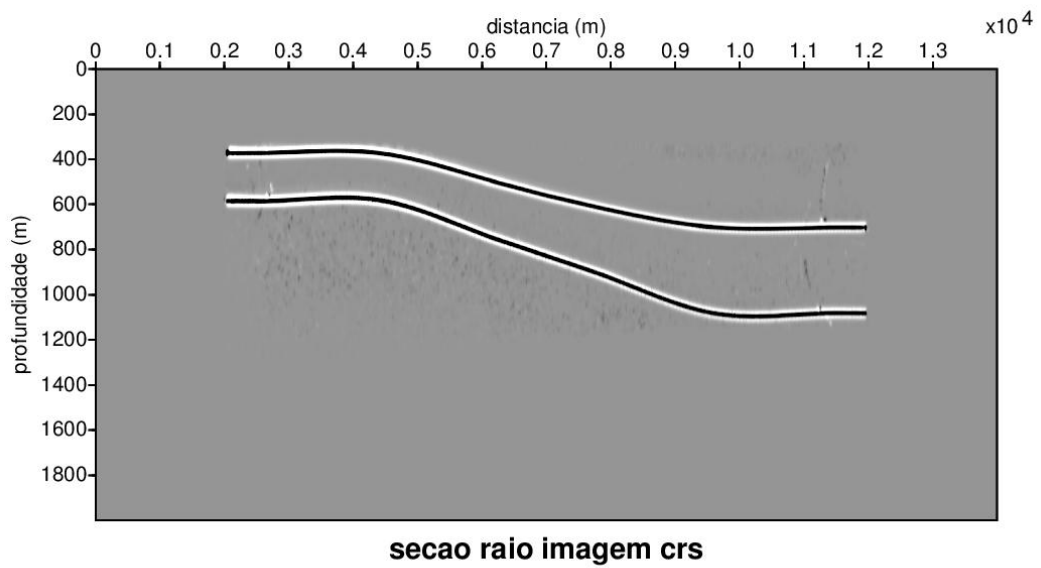


Figura 41 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da figura 37.

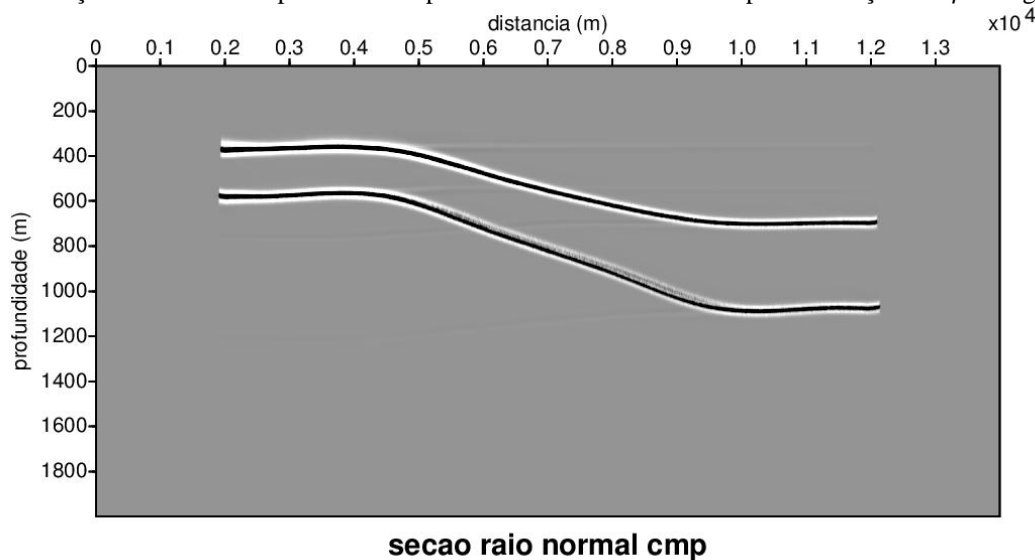
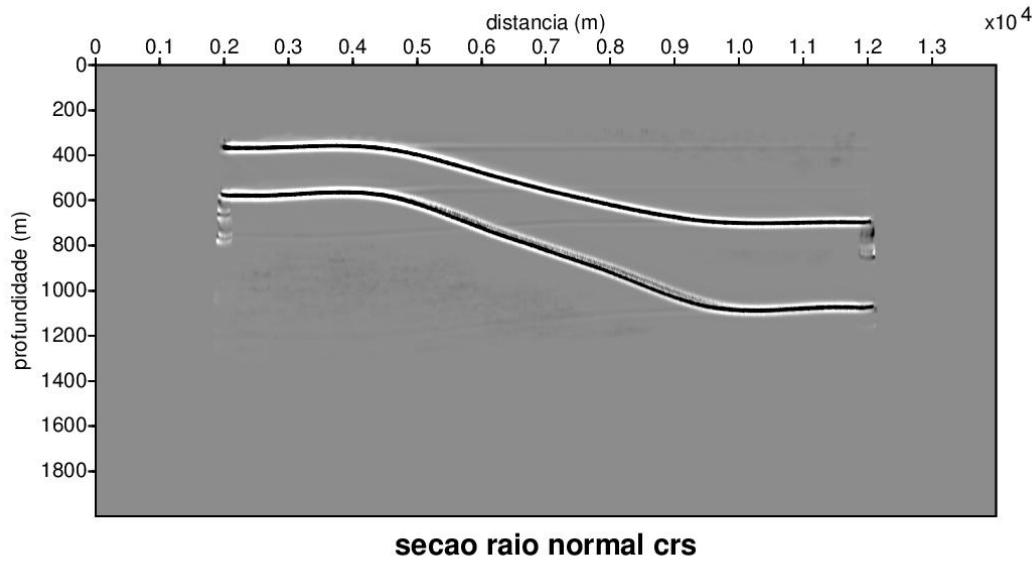


Figura 42 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 38.



O modelo 2 é constituído de 2 camadas e um semi-espaco com interfaces curvas, representando o talude continental. As figuras 39 e 40 foram convertidas em profundidade a partir das seções migradas CMP e CRS, respectivamente, por meio dos raios imagens. Observamos que houve recuperação satisfatória da profundidade das interfaces para cada uma destas camadas juntamente com suas feições. Para as figuras 43 e 44, obtidas a partir das seções $\tau - \rho$ do método CMP e CRS, respectivamente, obtidas pelo método do raio normal. Obteve-se, novamente, um resultado satisfatório como no modelo 01. Novamente observa-se que nas seções obtidas pelo raio normal há artefatos inerentes da transformada $\tau - \rho$. Estes artefatos podem ter a amplitude atenuada, mas não completamente eliminados na transformação, sendo inseridos devido ao incremento da variação das direções de empilhamento do *Slant Stack*.

7.3- MODELO 3

A seguir serão mostradas as seções empilhadas, migradas, $\tau - \rho$ e convertidas em profundidade para o modelo 3.

Figura 43 – Modelo 3 composto de quatro camadas e um semi-espaco com velocidades constantes e interfaces retas e curvas. $v_1=1508\text{m/s}$, $v_2=1581\text{m/s}$, $v_3=1690\text{m/s}$, $v_4=1826\text{m/s}$, $v_5=2000\text{m/s}$.

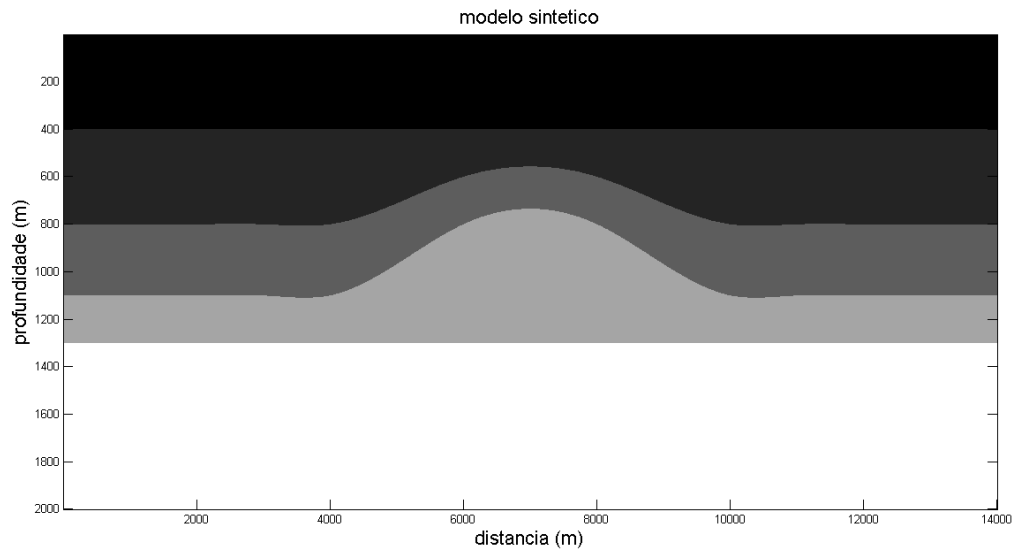


Figura 44 – Modelo 3, seção empilhada obtida após correção NMO.

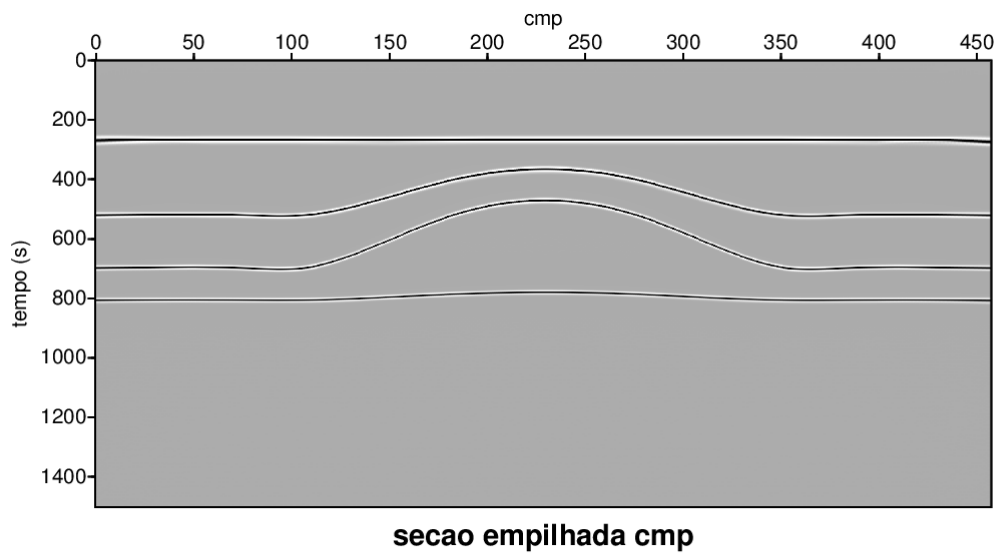


Figura 45 – Modelo 3, seção empilhada obtida após busca dos parâmetros CRS.

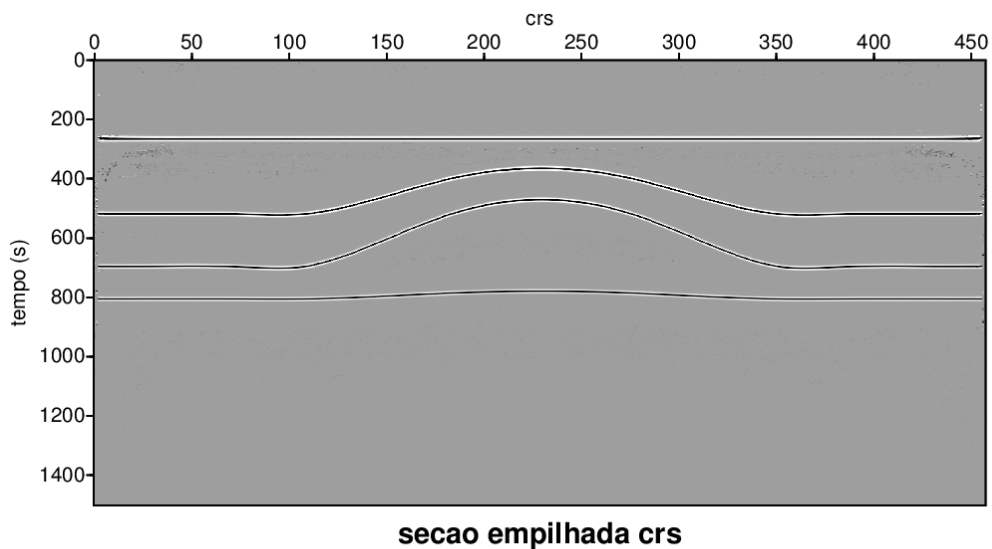


Figura 46 - Seção migrada a partir da seção empilhada CMP. Esta seção foi obtida utilizando a migração Kirchhoff em tempo, no *software Seismic Unix*.

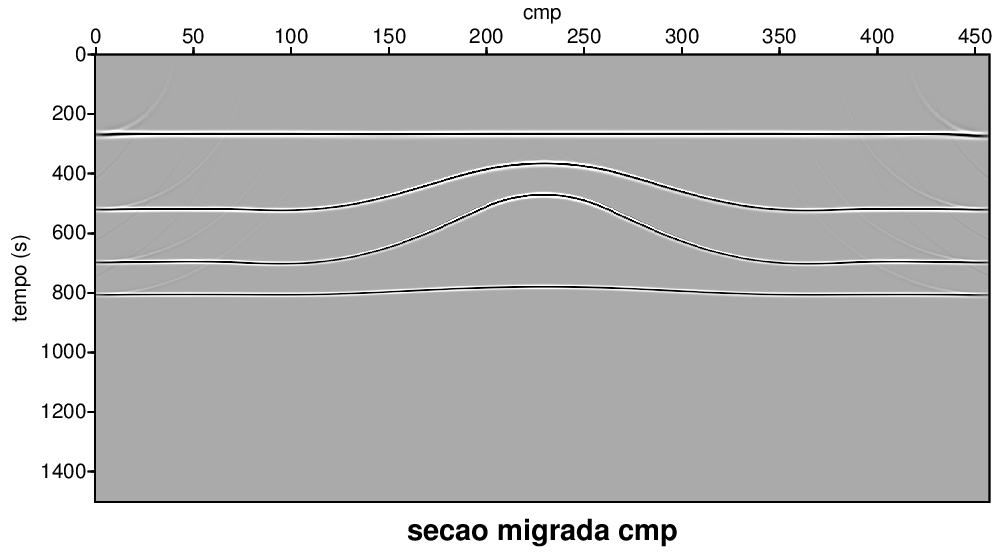


Figura 47 – Seção migrada a partir da seção empilhada CRS. Esta seção foi obtida pelo método de empilhamento de difrações CDS.

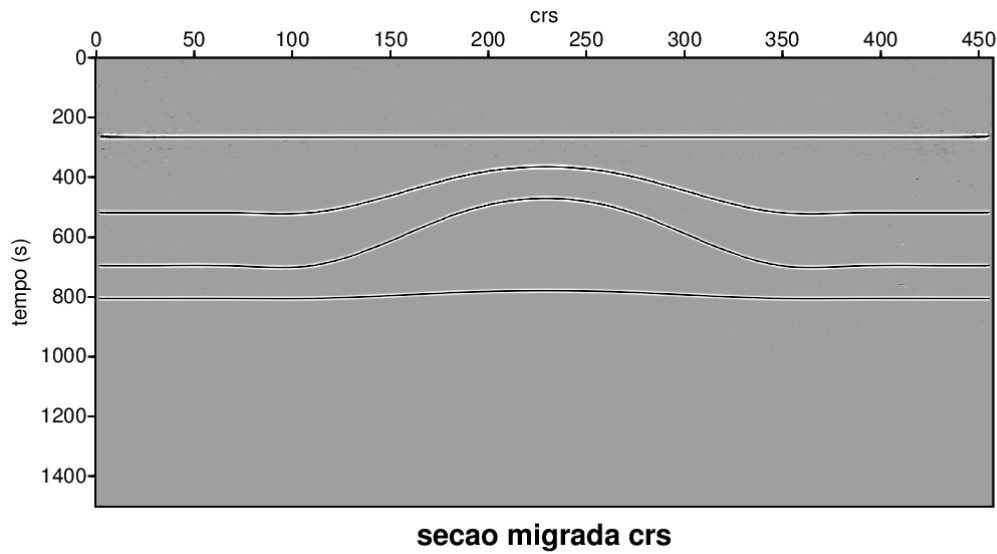


Figura 48 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CMP da Figura 44

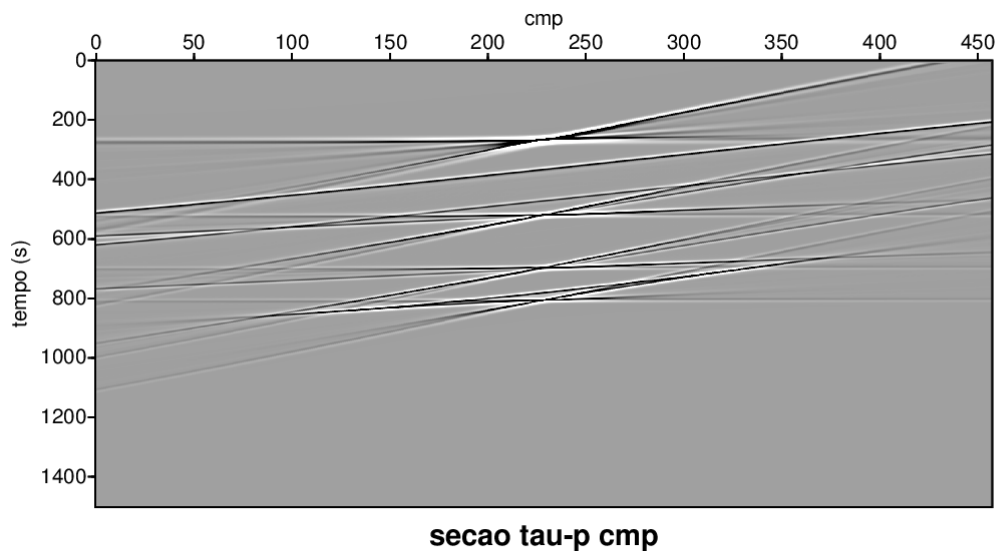


Figura 49 – Seção $\tau - \rho$ obtida a partir da seção empilhada CRS da Figura 45.

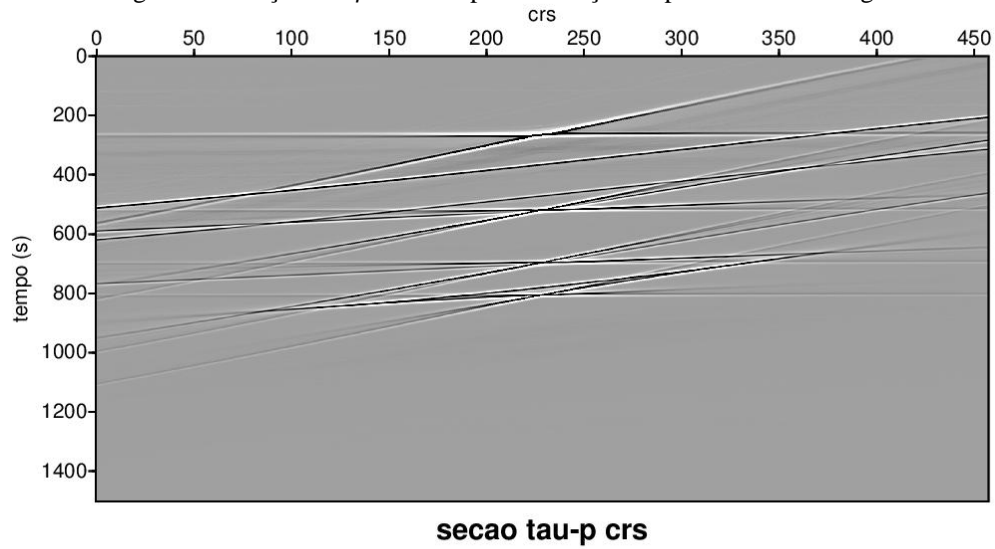


Figura 50 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CMP da Figura 46.

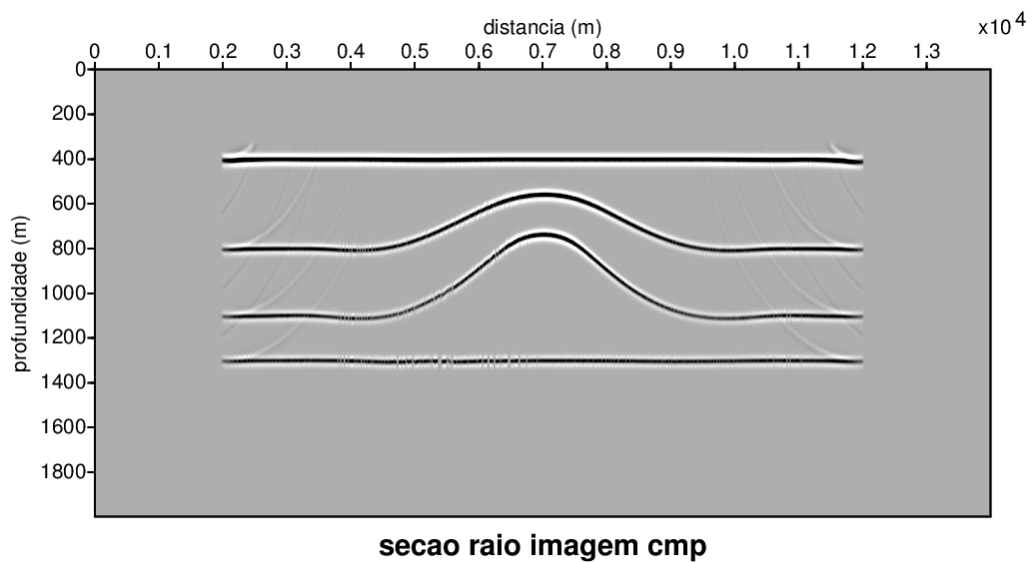


Figura 51 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio imagem a partir da seção migrada CDS da Figura 47.

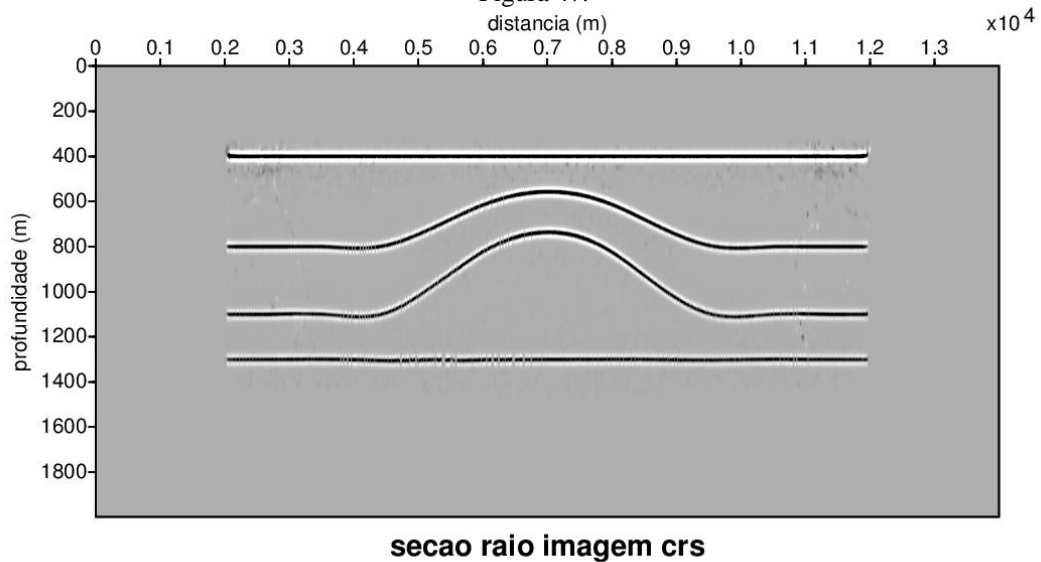


Figura 52 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 48.

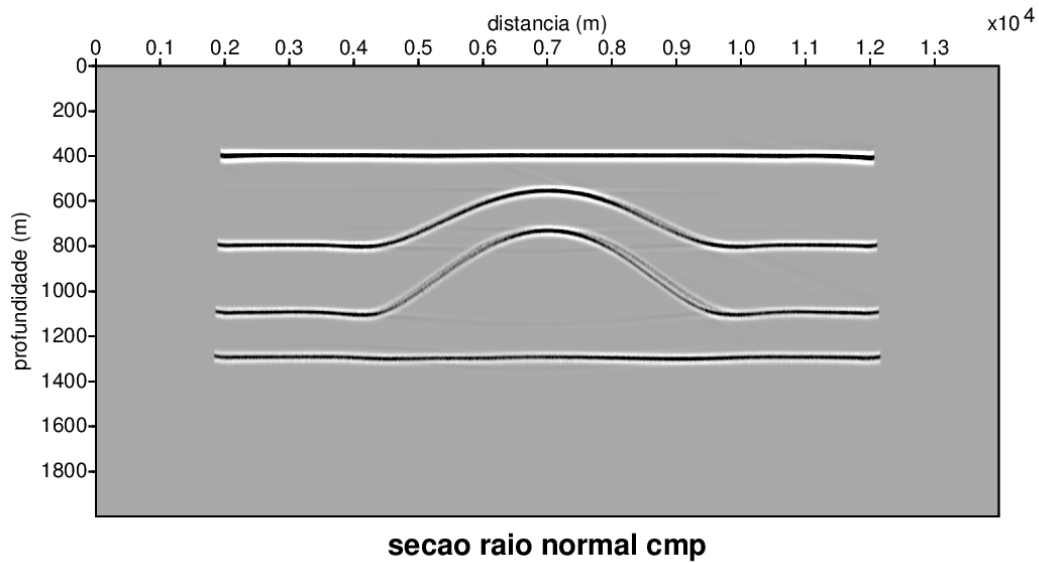
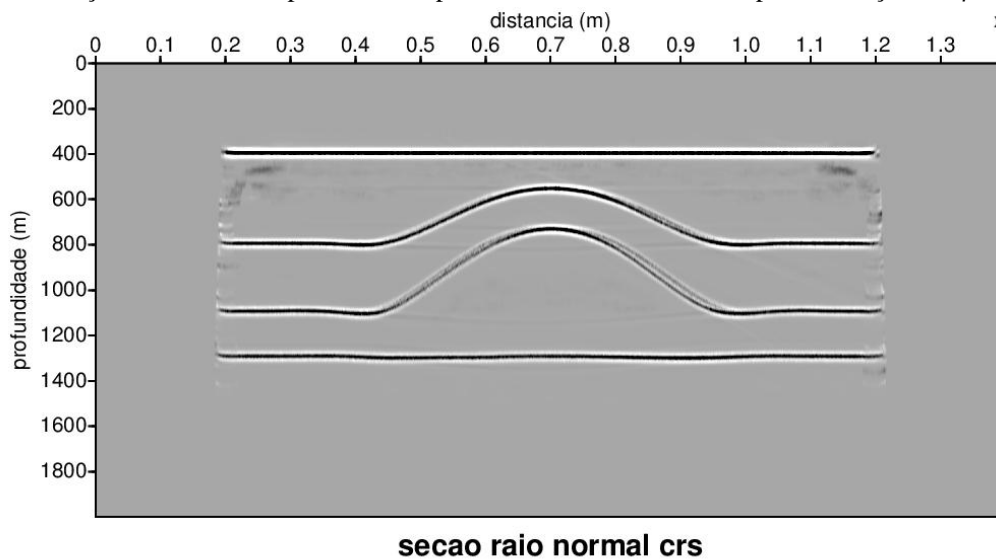


Figura 53 – Seção convertida em profundidade pelo método de raio normal a partir da seção $\tau - \rho$ da Figura 49.



O modelo 3 é constituído de 4 camadas com interfaces curvas e planas sobre um semi-espaço. As Figuras 50 e 51 foram convertidas em profundidade a partir das seções migradas CMP e CRS, respectivamente, por meio do raio imagem. Observamos que houve recuperação satisfatória da profundidade das interfaces para cada uma destas camadas juntamente com suas feições. Para as Figuras 52 e 53, que foram obtidas a partir do *Slant Stack* realizado nas seções empilhadas CMP e CRS, respectivamente, pelo raio normal, obteve-se um resultado também satisfatório com relação à profundidade e a recuperação da feição das interfaces, com melhora da continuação dos refletores quando comparado ao método do raio imagem. Observa-se, entretanto, que algumas regiões diminuíram a amplitude do dado na conversão, devido à fraca existência de sinais que compõem os refletores. Esse efeito se dá pela superposição de amplitudes no traçamento de raios normais, a usando os parâmetros iniciais

fornecidos pela seção $\tau - \rho$, no qual haver artefatos inerentes a esta transformação. Estes artefatos são visíveis na seção convertida em profundidade, por raios normais.

8 – CONCLUSÕES

A metodologia de conversão tempo-profundidade utiliza um raio imagem para converter a informação sísmica da seção migrada em tempo para a seção em profundidade, sendo este raio inicialmente perpendicular a superfície de medida. Por outro lado, a metodologia de conversão tempo-profundidade por raios normais traça um número de raios igual ao número de direções de empilhamento do *SlantStack*. Cada uma dessas direções tem um valor de vagarosidade que define sua inclinação, sendo esta inclinação o valor que definirá o ângulo inicial do raio normal traçado. Por esse motivo, a conversão utilizando raios normais converte um mesmo sinal sísmico várias vezes para a seção sísmica em profundidade.

O raio normal, como dito anteriormente, converte a informação sísmica para a profundidade várias vezes. Esta redundância permite uma melhor continuidade na reconstrução do refletor. Entretanto, este dado, a partir da seção $\tau - \rho$, carrega consigo os artefatos provenientes do *Slant Stack*. Como esta transformada, em alguns casos, pode não ter uma direção tangente ao refletor em um ponto, este refletor pode ser reconstruído com a presença de artefatos nas seções em profundidade, como visto nas figuras 30 e 31. Estes refletores têm amplitude menor nas seções das figuras 41, 42, 52 e 53.

Observou-se que a seção convertida pelo método do raio imagem forneceu uma recuperação de profundidade e feição dos refletores de forma satisfatória, mas apresentando problemas na reconstrução da continuidade dos mesmos. A conversão em profundidade utilizando o método do raio normal, usando como dado de entrada a seção $\tau - \rho$, recuperou, também de forma satisfatória, a profundidade das interfaces. Além disso, mostrou melhor recuperação da continuidade dos refletores. Entretanto nota-se que há a presença de artefatos nas seções convertidas em profundidade por raio normal. Estes artefatos são visíveis nas regiões de curvatura dos refletores.

O método de conversão por raios normais recupera de forma satisfatória todos os refletores das geometrias utilizadas, respeitados os limites do traçamento de raio. O método de conversão por raios normais possui a limitação do próprio *Slant Stack*. Esta limitação se dá quando nenhuma direção de empilhamento intercepta tangentemente o evento sísmico em algum ponto, construindo uma seção $\tau - \rho$ sem determinada informação, a qual é convertida em profundidade com esta “falha” na informação. Adicional a isso, o *Slant Stack* possui erros numéricos inerentes ao método, e mesmo respeitando os critérios para não inserir *aliasing*, artefatos são inseridos. A conversão utilizando raios normais traça muito mais raios que a

conversão por raios imagem, o que permite uma redundância de dados assim como a superposição destrutiva de informações (nitidamente visíveis nos refletores mais profundos da seção em profundidade do modelo 01). Deste modo a continuação dos refletores é mais bem definida por este método, no entanto, a amplitude do sinal é diminuída em algumas regiões devido à superposição dos dados, além dos artefatos estarem presentes.

Outro ponto a ser considerado é que o tempo computacional para conversão por raios imagens é menor em relação aos raios normais. Na conversão por raios imagem apenas um raio é traçado para cada amostra da seção migrada. Na conversão por raios normais o número de raios traçados é igual ao número de direções de empilhamento *Slant Stack* utilizados. Cada raio tem ângulo inicial dado pelo parâmetro do raio da seção $\tau - \rho$, obtido pela lei de Snell, da seção $\tau - \rho$.

Outro ponto observado é que os refletores horizontais em profundidade foram corrigidos de modo a manter sua geometria plana. Este problema é notável na migração em tempo, a qual transmite a curvatura das interfaces mais rasas aos refletores planos mais profundos. Com a conversão tempo-profundidade por traçado de raio imagem e normal este problema foi contornado.

Por fim, a conversão por raio imagem traça apenas um raio para conversão ponto-a-ponto tempo-profundidade, consumindo um tempo computacional menor, recuperando de forma satisfatória a profundidade e feição dos refletores. Entretanto a continuidade do refletor pode ser prejudicada para refletores de curvatura não suaves e profundos. A conversão por raio normal consome um tempo computacional maior, recupera de forma satisfatória continuidade, feição e profundidade do refletor. Além disso, converte os artefatos inerentes devido ao *Slant Stack*, além de poder ocorrer a diminuição da amplitude do refletor em profundidade devido uma mesma informação ser convertida várias vezes.

As perspectivas para trabalhos futuros são de conversão tempo-profundidade utilizando dados reais, com camadas com campo de velocidade heterogêneo ou até mesmo com anisotropia, além de tentar alternativas à diminuir o tempo computacional gasto na conversão por raio normal.

REFERÊNCIAS

- BARD, Y. **Nonlinear parameter estimation**. New York: Academic Press, 1974. 302p.
- BESSONOVA, E. N., FISHMAN, V. M., RYABOYI, V. A., and SITNIKOVA, G. A., 1974, The tau method for inversion of traveltimes – 1: Deep seismic sounding data: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, v. 36, p. 377-398.
- BIRGIN, E. G. et al. Restricted optimization: a clue to a fast and accurate implementation of the Common Reflection Surface Stack method. **Journal of Applied Geophysics**, v. 42, p. 143-155, 1999.
- BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A. **Taschenbuch der mathematic**: [S.I.]: B. G. TeubnerVerlagsgesellschaft, 1991.
- BUTCHER, John. Runge–Kutta methods for ordinary differential equations. The University of Auckland New Zealand. COE Workshop on Numerical Analysis Kyushu University May 2005. 208p.
- ČERVENÝ, V. **Ray methods for three-dimensional seismic modeling**. Norwegian Institute for Technology, 1987.(Petroleum Industry Course).
- ČERVENÝ, V. **Seismic ray theory**. 1st ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 722 p.
- CHAPMAN, C. H., 1978, A new method for computing synthetic seismograms: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **54**, 481-518.
- CLAERBOUT, J. F. **Basic earth imaging**; Stanford: Exploration Project, United States of America. [S.I.: s.n.], 1993.
- CLAERBOUT, J. F., *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill Book Co. Hightstown. 1976.
- CLAERBOUT, J. F., *Imaging the Earth's Interior*. Blackwell Scientific Publications, Oxford. 1985.
- CLEARBOUT, J. F. **Basic earth imaging**: Stanford: Exploration Project, United States of America. [S.I.: s.n.], 1993.
- DIEBOLD, J. B. and STOFFA, P. L., 1981, The traveltime equation, tau-p mapping and inversion common midpoint data: *Geophysics*, **46**, 238-254.
- FUCHS, K., and G. MÜLLER, 1971, Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, v. 23, p. 417-433.
- GARABITO, G. et al. **Common reflection surface stack: a new parameter search strategy by global optimization**: Expanded abstracts. Texas: SEG, 2001.

- GILL, P.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. **Practical optimization**. New York: Academic Press, Inc. 1981. 401p.
- HALE, D. **Dip moveout processing**: [S.I.]: Society of Exploration Geophysicists, 1991. (Course Notes Series, 5).
- HARLAN, W. S., Claerbout, J. F., and Rosca, F., 1984, **Signal-noise separation and velocity estimation**: *Geophysica*, 49, 1869-1880.
- HUBRAL, P. (Ed). Macro-modeling dependent seismic reflection imaging, **Journal of Applied Geophysics**, v. 42, n.3,4, 1999.
- HUBRAL, P. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth: **Geophysics**, v, 48, n.8, p. 1051-1062, 1983.
- HUBRAL, P. Time migration: some ray theoretical aspects. *Geophysical Prospecting*, **25**, 738-745.
- JÄEGER, R. **The Common Reflection Surface Stack**: Theory and application., Germany: University of Karlsruhe, 1999. Dissertation.
- MANN, J. **Extensions and applications of the Common Reflection Surface Stack Method**. Berlin: Logos Verlag, 2002.
- MANN, J. **Extensions and applications of the Common-Reflection-Surface Stack method**. Berlin: Logos Verlag, 2002.
- MAURCH, R. **Coherency analysis of seismic data**. Karlsruhe: University of Karlsruhe, 1999. Dissertation.
- MAYNE, W. H. Common reflection point horizontal data stacking techniques. **Geophysics**, v. 27, n.6, p. 927-938, 1962
- MÜELLER, T. **The Common Reflection Surface Stack Method** - Seismic imaging without explicit knowledge of the velocity model.Karlsruhe: University of Karlsruhe, Jul. 1999. Thesis (Ph.D).
- NOVAES, F. Processamento de Dados Sísmicos da Bacia de Campos Utilizando Deconvolução Multicanal para a Supressão de Múltiplas. Salvador, Bahia. 2007
- ORCUTT, J. A., KENNETT, B., and DORMAN, L., 1976, Structure of the East Pacific rise from an ocean bottom seismometer survey: *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, v. 45, p. 305.
- POPOV, M. M. *Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists*. 1. ed. Salvador: EDUFBA, 2002. 172 p.
- ROBEIN, Etienne. *Velocities, Time-imaging and Depth-imaging in Reflection Seismics. Principles and Methods*. EAGE Publications 2003. Houten, Netherlands. 464 p.

- ROBINSON, E. A.; SILVIA, M. T. *Deconvolution of geophysical time series in the exploration for oil and natural gas*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier Scientific Publishing Company, 1979.
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 3-D true-amplitude finite-offset migration. **Geophysics**, v. 58: p. 1112-1126, 1993.
- SEM, M.; STOFFA, L. P. **Global optimization methods in geophysical inversion**. Netherlands: Elsevier Science, 1995.
- SHERIFF, T. Factors affecting seismic amplitudes. *Geophysical Prospecting*, Amsterdam, v. 23, n. 1, p. 125–138, 1975.
- STOFFA, P. L.; BUHL, P.; DIEBOLD, J. B. and WENZEL, F., 1981, Direct mapping of seismic data to the domain of intercept time and ray parameter. *Geophysics*, **46**, 233-267.
- TYGEL, M. Eigenwave based multiparameter travelttime expansions. In: ANNUAL INTERNAT. MTG., SOC. EXPL.GEOPHYS., 67, 1997. **Expanded Abstracts**. [S.I.]: SEG, 1997. p. 1770-1773
- YILMAZ, O. **Seismic data analisys**. [S.I.]: Soc. Exp. Geophys., 2001.
- YILMAZ, O. *Seismic data processing*. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 1987.

APÊNDICE

APÊNDICE A - O MÉTODO RUNGE-KUTTA

O método de Runge-Kutta é um método matemático de passo simples que requer apenas as derivadas de primeira ordem, e pode fornecer aproximações precisas com erros de truncamento da ordem de h^2 , h^3 , h^4 , etc. Ele fornece soluções de equações diferenciais de primeira ordem, como as equações referentes ao traçamento cinemático do raio. Todos os métodos de Runge-Kutta tem a seguinte forma geral (BUTCHER, 2005):

$$y_{i+1} = y_i + h\phi(x_i, y_i, h) \quad (\text{A.1})$$

onde ϕ , chamado de função incremento, é uma aproximação conveniente para $f(x,y)$ no intervalo $x_i \leq x \leq x_{i+1}$.

Neste trabalho foi utilizado apenas o método Runge-Kutta de 4ª ordem.

O método Runge-Kutta de 4ª ordem é dado pelas formulas abaixo:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{k}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{A.2})$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (\text{A.3})$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_1) \quad (\text{A.4})$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2}k_2) \quad (\text{A.5})$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3) \quad (\text{A.6})$$

CONTROLE DO PASSO NO ALGORITMO RUNGE-KUTTA

O algoritmo Runge-Kutta de ordem $m \rightarrow$ expandindo em Taylor com termo até h^m , representando o erro local de truncamento, tem-se:

$$e_t = Kh^{m+1} + O(h^{m+2}) \quad (\text{A.7})$$

no qual:

m = ordem do método (4ª ordem utilizado neste trabalho)

K = função matemática a depender de $f(x, y)$ e suas derivadas.

Para a escolha de h , dado um certo e_t , considerando:

a) erro local de truncamento $e_t = Kh^{m+1}$ (supondo K constante);

b) erro local de truncamento sendo a contribuição mais importante para o erro global.

Assumindo y_{n+1}^* como solução exata, uma estimativa do erro local de truncamento pode ser obtida integrando-se o método entre x_n e x_{n+1} com dois passos diferentes, h_1 e h_2 , obtendo-se duas estimativas de y_{n+1} , $y_{n+1,1}$ e $y_{n+1,2}$.

Utilizando a extrapolação de Richardson:

$$y_{n+1}^* - y_{n+1,1} = Kh_1^{(m+1)} \frac{(x_{n+1} - x_n)}{h_1} \quad (\text{A.8})$$

$$y_{n+1}^* - y_{n+1,2} = Kh_2^{(m+1)} \frac{(x_{n+1} - x_n)}{h_2} \quad (\text{A.9})$$

nos quais $x_{n+1} - x_n$ equivale ao numero de passos.

Dividindo (A.8) por (A.9), temos:

$$y_{n+1}^* = \frac{y_{n+1,1} - y_{n+1,2} \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^m}{1 - \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^m} \quad (\text{A.10})$$

e substituindo $h_2 = \frac{h_1}{2}$ temos:

$$y_{n+1}^* = \frac{y_{n+1,1} - y_{n+1,2} 2^m}{1 - 2^m} \quad (\text{A.11})$$

Deste modo, é feita uma estimativa para o erro local de truncamento com relação a solução $y_{n+1,1}$, assumindo $(x_{n+1} - x_n) = h_1$, sendo a mesma dada por:

$$e_t = Kh_1^{(m+1)} = \frac{(y_{n+1,2} - y_{n+1,1}) 2^m}{2^m - 1} \quad (\text{A.12})$$

Como estamos tratando do algoritmo Runge-Kutta de 4ª ordem ($m = 4$)

$$e_t = Kh_1^5 = \frac{16}{15} (y_{n+1,2} - y_{n+1,1}) \quad (\text{A.13})$$

Este procedimento permite monitorar o erro, mas o numero de cálculos aumenta.

Outro critério usado para determinar o tamanho do passo h , conhecido como critério de Collatz, é feito através de avaliação da relação $\left| \frac{k_3 - k_2}{k_2 - k_1} \right|$ após cada passo de integração. Se esta relação se torna maior que alguns centésimos, o passo h deve ser diminuído.

SOLUÇÃO DE EDO SIMULTÂNEAS

Seja o seguinte sistema com n EDOs:

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \quad \text{ou} \quad \left[\frac{dy}{dx} \right] = [f] \quad (\text{A.14})$$

Com condições iniciais:

$$\begin{aligned} y_1(x_0) &= y_{1_0} \\ y_2(x_0) &= y_{2_0} \\ y_n(x_0) &= y_{n_0} \end{aligned} \quad \text{ou} \quad [y] = [y_0] \quad (\text{A.15})$$

Deve-se aplicar, qualquer um dos métodos apresentados, em paralelo em cada passo.

Por exemplo, o método de Euler modificado:

$$\begin{aligned} y_{1_{i+1}} &= y_{1_i} + hk_{2_1} \\ y_{2_{i+1}} &= y_{2_i} + hk_{2_2} && \text{ou } [\mathbf{y}_{i+1}] = [\mathbf{y}_i] + h[\mathbf{k}_2] \\ y_{n_{i+1}} &= y_{n_i} + hk_{2_n} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

no qual:

$$\begin{aligned} k_{1_1} &= f_1(x_i, y_{1_i}, y_{2_i}, \dots, y_{n_i}) \\ k_{1_2} &= f_2(x_i, y_{1_i}, y_{2_i}, \dots, y_{n_i}) \text{ ou } [\mathbf{k}_1] = [\mathbf{f}(x_i, [\mathbf{y}_i])] \\ k_{1_n} &= f_n(x_i, y_{1_i}, y_{2_i}, \dots, y_{n_i}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} k_{2_1} &= f_1\left(x_i + \frac{h}{2}, y_{1_i} + \frac{h}{2}k_{1_1}, y_{2_i} + \frac{h}{2}k_{1_2}, \dots, y_{n_i} + \frac{h}{2}k_{1_n}\right) \\ k_{2_2} &= f_2\left(x_i + \frac{h}{2}, y_{1_i} + \frac{h}{2}k_{1_1}, y_{2_i} + \frac{h}{2}k_{1_2}, \dots, y_{n_i} + \frac{h}{2}k_{1_n}\right) \text{ ou } [\mathbf{k}_2] = \left[\mathbf{f}\left(x_i + \frac{h}{2}, [\mathbf{y}_i] + \frac{h}{2}[\mathbf{k}_1]\right) \right] \end{aligned}$$

$$k_{2_n} = f_n\left(x_i + \frac{h}{2}, y_{1_i} + \frac{h}{2}k_{1_1}, y_{2_i} + \frac{h}{2}k_{1_2}, \dots, y_{n_i} + \frac{h}{2}k_{1_n}\right) \quad (\text{A.18})$$

Deste modo obtemos a resolução da função matemática descrita pelas EDOs a ser implementada.

APÊNDICE B – VELOCIDADE MÉDIA, VELOCIDADE INTERVALAR, VELOCIDADE DE EMPILHAMENTO, VELOCIDADE *RMS*.

B.1 – VELOCIDADE MÉDIA

A velocidade média é um parâmetro sísmico o qual relaciona a distância total percorrida pelo raio com o tempo total gasto para percorrê-lo, o que não ocorre para casos reais. Esta velocidade não necessita do conhecimento de todos os pontos de discretização do raio a qual será calculada e nem das velocidades individuais do meio, sendo que depende, apenas, da distancia percorrida pelo raio e do tempo gasto para percorrê-lo. Este parâmetro é utilizado, normalmente, para relacionar um específico ponto em profundidade com um dado tempo de transito para conversões tempo-profundidade.

A expressão abaixo representa a velocidade média V_{ave} :

$$V_{ave}(T) = \frac{\text{distância total}}{\text{tempo gasto}} = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{t=T} V_{inst}(t) dt \cong \frac{\sum_{n=0}^{n=N} V_{inst}(n)t_n}{\sum_{n=0}^{n=N} t_n} \quad (\text{B.1})$$

na qual V_{inst} é a velocidade instantânea, ou seja, a velocidade da onda acustica no ponto considerado, que para casos reais é retirado diretamente do well-log, mas para o caso sintético é dado pela razão $\frac{dx}{dt} = \frac{\text{menor incremento do espaço}}{\text{incremento do tempo}}$; o índice n do somatória varia de 0 a N o qual são os n -ésimos pontos que constituem a trajetória do raio.

B.2 – VELOCIDADE INTERVALAR

A velocidade intervalar combina a velocidade instantânea em um intervalo definido. A definição de velocidade intervalar depende da sua aplicação. Se aplicada no tempo para calcular profundidade, então a velocidade media para o dado intervalo de tempo $t_{1,2}$, de t_1 até t_2 é usada:

$$V_{interv}(t_{1,2}) = \frac{\text{distância específica}}{\text{tempo gasto}} = \frac{1}{t_{1,2}} \int_{t_1}^{t_2} V_{inst}(t) dt \quad (\text{B.2.1})$$

Quando a velocidade intervalar é associada com a correção NMO ou aplicações em migrações, a definição de velocidade *rms* é utilizada:

$$V_{interv}^2(t) = \frac{1}{t_{1,2}} \int_{t_1}^{t_2} V_{interv}^2(t) dt \quad (\text{B.2.2})$$

A velocidade intervalar pode ser obtida no processamento sísmico por meio da equação de Dix e da velocidade *rms*, os quais são obtidos a partir das velocidades empilhadas. A equação de Dix, para um intervalo n , pode ser obtida ajustando a expressão B.4:

$$V_{interv}(n) = \left(\frac{V_{rms}^2(n)t_n - V_{rms}^2(n-1)t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right)^{1/2} \quad (\text{B.2.3})$$

Deste modo, as velocidades intervalares derivadas desta expressão tendem a ser continuas ao longo dos eventos e melhorar o processo de análise de velocidade.

Quando a velocidade intervalar é obtida a partir da velocidade de empilhamento de um dado com mergulho, erros nos resultados podem acontecer. A velocidade de empilhamento para um dado com mergulho é dado pela expressão:

$$V_{stk} = \frac{V_{rms}}{\cos(\text{mergulho})} \quad (\text{B.2.4})$$

Usando a velocidade de empilhamento, na expressão acima, como a velocidade *rms* resultará em velocidades intervalares que vão variar de dois modos: ou variam para valores elevados, ou para valores muito baixos os quais podem ser até negativos.

B.3 – VELOCIDADE DE EMPILHAMENTO

Velocidades de empilhamento são escolhidas de modo obter o melhor ajuste visual na seção empilhada com a equação NMO (B.3). Nesta equação t e t_{NMO} são o duplo tempo de transito e h o meio afastamento fonte-receptor. Vale ressaltar que a velocidade de empilhamento não necessariamente é igual a velocidade *rms*, a não ser em refletores horizontais.

$$t_{NMO}^2 = t_0^2 + \frac{4h^2}{V_{stk}^2(t_0)} \quad (\text{B.3})$$

O uso da palavra robusto é muito aplicado para as velocidades de empilhamento. Isso deve-se pois esta velocidade alcança várias aproximações que são realizadas no processamento sísmico e permitem o processamento de dados de estruturas complexas tomando como base as considerações feitas pela V_{stk} . Um exemplo é a anisotropia a qual é aproximada para variações suaves da velocidade de empilhamento.

Outra consideração poderosa é que a velocidade de empilhamento permite melhorar a imagem do refletor com mergulho variando segundo a expressão (B.2.4).

A expressão (B.2.4) permite o empilhamento das amplitudes que compõem um evento com mergulho para um dado CMP. Entretanto este processo diminui a resolução do dado ao longo deste evento com mergulho, borrando-o.

B.4 – VELOCIDADE RMS

A velocidade *rms* é uma velocidade aparente a qual leva em conta a lei de Snell, para os casos de refração, e permite uma simplificação do cálculo da velocidade para *moveout* normal e difrações. A sigla *rms* deriva de “*root meansquare*” e a velocidade $rmsV_{rms}$ é definida pela fórmula B.3 abaixo:

$$V_{rms}^2(T) = \frac{1}{T} \int_{t=0}^{t=T} V_{rms}^2(t) dt = \frac{\sum_{n=0}^{n=N} V_{interv}^2(n)t_n}{\sum_{n=0}^{n=N} t_n}$$

$$V_{rms}(n) = \left(\frac{V_{interv}^2(0)t_0 + V_{interv}^2(1)t_1 + V_{interv}^2(2)t_2 + \dots + V_{interv}^2(n)t_n}{t_0 + t_1 + t_2 + \dots + t_n} \right)^{1/2} \quad (B.4)$$

na expressão B.3, a variável V_{interv} representa a velocidade intervalar.

A velocidade *rms* é bem aproximada a velocidade média para pequenos *offset's*, quando calculadas após a correção NMO. Para *offset's* grandes, mais termos da formula de tempo de transito hiperbólico podem ser necessários. Esta velocidade será utilizada de modo a realizar aproximações no que se refere à:

- melhor ajuste de velocidades para refletores horizontais, $V_{rms} \approx V_{stk}$ (meio isotrópico);
- velocidade obtidas a partir da velocidade de empilhamento, as quais dependem do mergulho do evento sísmico, serão ajustadas, ou seja, $V_{rms} \approx V_{stk} \cos(\text{mergulho})$;
- aproximação à velocidade NMO usada para a correção de mergulho ou *dipmoveout* (DMO).

Deve-se lembrar que, normalmente, usamos a velocidade V_{stk} no lugar de V_{rms} para estruturas horizontais e deste modo assumimos que não há anisotropia no dado sísmico. Quando a anisotropia esta no dado, V_{rms} é obtido a partir do dado de poço e não é equivalente a V_{stk} .

APÊNDICE C – INTERPOLAÇÃO BILINEAR

No campo da matemática, a interpolação bilinear é uma extensão da interpolação linear para funções interpoláveis de duas variáveis (x e y) em um grid regular.

A interpolação bilinear é realizada com a idéia da linear. A interpolação é realizada em uma direção e depois na outra direção. Embora cada passo seja de uma interpolação linear, amostrando dados em suas posições, a interpolação como um todo não é linear, mas sim uma aproximação quadrática no local da amostra.

O algoritmo é descrito como segue. Supondo que queiramos achar os valores de uma função desconhecida f em um ponto $P=(x,y)$. Considera-se que a função f seja conhecida em quatro pontos: $Q_{11} = (x_1, y_1)$, $Q_{12} = (x_1, y_2)$, $Q_{21} = (x_2, y_1)$ e $Q_{22} = (x_2, y_2)$. Procedemos com a interpolação linear da direção x expressa por:

$$f(R_1) \approx \frac{x_2-x}{x_2-x_1} f(Q_{11}) + \frac{x-x_1}{x_2-x_1} f(Q_{21}) \quad (C.1)$$

na qual $R_1 = (x, y_1)$.

$$f(R_2) \approx \frac{x_2-x}{x_2-x_1} f(Q_{12}) + \frac{x-x_1}{x_2-x_1} f(Q_{22}) \quad (C.2)$$

na qual $R_2 = (x, y_2)$. Após a interpolação na direção x , procede-se com a interpolação da direção y .

$$f(P) \approx \frac{y_2-y}{y_2-y_1} f(R_1) + \frac{y-y_1}{y_2-y_1} f(R_2) \quad (C.3)$$

Assim, a estimativa da função f no ponto desejado (x, y) é dada por:

$$\begin{aligned} f(x, y) &\approx \frac{f(Q_{11})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)} (x_2 - x)(y_2 - y) + \\ &\quad \frac{f(Q_{21})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)} (x - x_1)(y_2 - y) + \\ &\quad \frac{f(Q_{12})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)} (x_2 - x)(y - y_1) + \\ &\quad \frac{f(Q_{22})}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)} (x - x_1)(y - y_1) \\ &= \frac{1}{(x_2-x_1)(y_2-y_1)} (f(Q_{11})(x_2 - x)(y_2 - y) + \\ &\quad f(Q_{21})(x - x_1)(y_2 - y) + \\ &\quad f(Q_{12})(x_2 - x)(y - y_1) + \\ &\quad f(Q_{22})(x - x_1)(y - y_1)) \end{aligned}$$

Nota-se que chegaríamos ao mesmo resultado se a interpolação fosse feita primeiro na direção y e depois ao longo da direção x .