

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENDIDO
BASEADA NO PID PARA UM SISTEMA MULTIVARIÁVEL

JAHYRAHÃ LEAL DOS SANTOS CRUZ

DM 37/2019

UFPA / ITEC / PPGEE
CAMPUS UNIVERSITÁRIO GUAMÁ
BELÉM - PARÁ - BRASIL
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JAHYRAHÃ LEAL DOS SANTOS CRUZ

AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENDIDO
BASEADA NO PID PARA UM SISTEMA MULTIVARIÁVEL

Dissertação submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia.

UFPA / ITEC / PPGEE
CAMPUS UNIVERSITÁRIO GUAMÁ
BELÉM - PARÁ - BRASIL
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JAHYRAHÃ LEAL DOS SANTOS CRUZ

AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENDIDO
BASEADA NO PID PARA UM SISTEMA MULTIVARIÁVEL

Dissertação submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Sistemas de Energia.

UFPA / ITEC / PPGEE
CAMPUS UNIVERSITÁRIO GUAMÁ
BELÉM - PARÁ - BRASIL
2019



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“AUGUMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO DE
LONGO ALCANCE BASEADA NO PID PARA UM SISTEMA
MULTIVARIÁVEL”**

AUTORA: JAHYRAHÁ LEAL DOS SANTOS CRUZ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO
COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO
JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA EM ENGENHARIA
ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA.

APROVADA EM: 25/10/2019

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Antonio da Silva Silveira

(Orientador – PPGEE/UFPA)

Prof. Dr. Carlos Tavares da Costa Júnior

(Avaliador Interno – PPGEE/UFPA)

Prof. Dr. Walter Barra Júnior

(Avaliador Interno – PPGEE/UFPA)

Prof. Dr. José Augusto Furtado Real

(Avaliador Externo – UNAMA)

Prof.ª Dr.ª Rejane de Barros Araújo

(Avaliadora Externa – IFPA)

VISTO:

Prof.ª Dr.ª Maria Emilia de Lima Tostes

(Coordenadora do PPGEE/ITEC/UFPA)

Dedicatória

*Dedico este trabalho a Deus,
A minha Querida Mãe,
Ao meu Querido Pai,
A minha Querida Irmã,
A minha Querida Avó,
A todos aqueles que possuem uma
paixão por sistema de controle!*

Agradecimentos

A Deus, toda Honra, toda Glória e todo o Louvor. Agradeço o seu infinito Amor, a sua infinita misericórdia, por sempre está ao meu lado em todos os momentos e em todas as batalhas. Sou grata por todo o refrigério e paz de espírito, os quais sempre encontrei na sua palavra da verdade.

Gratidão por todo o AMOR da minha família, por sempre estarem ao meu lado com todo AMOR incondicional, apoio emocional. Por me ensinarem os valores que carrego até hoje, por me inspirarem a ser uma pessoa melhor todos os dias, por me ensinarem a não desistir, mas sempre a perseverar para conquistar os meus sonhos.

Agradeço a minha MÃE por sempre ser a MULHER que me inspira a ser uma pessoa forte, determinada e sábia. Todos os dias me ensina a não desistir, sempre falando que as **batalhas são temporárias, mas as vitórias são eternas**. Agradeço a minha vizinha por todo amor incondicional e por ser um exemplo de mulher forte e determinada. Agradeço ao meu Pai, por sempre me incentivar e me ensinar a persistir em concretizar os meus sonhos e por todo amor incondicional.

Agradeço todas as pessoas que estenderam a sua mão amiga para me ajudar nesse momento importante, com palavras de apoio, ânimo, encorajamento e que doaram um pouco do seu tempo para explicações. Sempre terão a minha eterna GRATIDÃO e estarão em minhas orações.

Agradeço aos meus professores do ensino médio, da Escola de Aplicação da UFPA (NPI), por toda dedicação, inspiração e excelência como profissionais. Por me influenciarem no caminho da ciência e a ser uma excelente profissional.

Agradeço aos meus professores de Graduação do curso de Engenharia de Controle e Automação do IESAM, por todo ensinamento e por toda a dedicação, durante os cinco anos de convívio.

Agradeço ao Orientador, Prof. Dr. Antonio Silveira, por todos os ensinamentos, conversas e dedicação nessa caminhada do mestrado e por me receber no LACOS.

Agradeço ao Prof. Dr. Real, por ser Coorientador, por todo ensinamento desde a graduação e por toda a paciência nessa caminhada do mestrado.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ pelo apoio financeiro e por continuar investindo em pesquisas nas Universidades.

E mais uma vez Agradeço a DEUS por me permitir viver essa experiência e concretizar mais um sonho!

Epígrafe

E formou o Senhor Deus o homem do pó da terra e soprou em seus narizes o fôlego de vida; e o homem foi feito alma vivente. (Genesis 2:7).

Não fui eu que lhe ordenei? Seja forte e corajoso! Não se apavore, nem se desanime, pois o Senhor, o seu Deus, estará com você por onde você andar. (Josué 1:9).

Ao vencedor darei o direito de sentar-se comigo em meu trono, assim também como eu venci e sentei-me com o meu Pai em seu trono. (Apocalipse 3:21).

Lista de Figura

Figura 1- Estrutura do controlador GMV Incremental com modelo ARIX	29
Figura 2- Estrutura do controlador PID com modelo ARIX	32
Figura 3- Diagrama de Bloco do Controlador AEHP.	40
Figura 4- Movimentos do Helicóptero	44
Figura 5- Helicóptero 2DOF. Fonte: Autoria própria	45
Figura 6- Encoder de Arfagem na lateral do garfo e Encoder de guinada abaixo da polia.	46
Figura 7- Helicoptero Anti-Torque	46
Figura 8- Eixos de movimentação do H2DOF.....	47
Figura 9- Diagrama de corpo livre do helicóptero 2DOF	49
Figura 10 - Localização de polos e zeros do sistema H2DOF.	54
Figura 11- Caso Sistema Multivariável com acoplamento representado na forma entrada e saída em malha fechada.....	60
Figura 12- Controlador Preditivo AEHP em malha fechada com o sistema H2DOF.	60
Figura 13- Controlador PID em Malha Fechada com o sistema H2DOF.	61
Figura 14 - Círculo Unitário do Plano-Z.....	63
Figura 15- Mapeamento de polos e zeros em Malha Aberta do sistema Centralizado do H2DOF..	63
Figura 16- Mapeamento de polo e zero em Malha Aberta do Ângulo de Arfagemdo H2DOF	64
Figura 17- Mapeamento de polo e zero em Malha Aberta do Ângulo de Guinada do H2DOF.....	64
Figura 18 – Gráficos do teste de desempenho dos horizontes de previsão $N_y=1$ e $N_y=10$	66
Figura 19- Regulação do sistema de arfagem e rastreamento do sistema de guinada, $K_p = 1$, $K_{pboost} = 1.01$	68
Figura 20- Rastreamento do sistema de arfagem e regulação do sistema de guinada $K_p = 1$, $K_{pboost} = 1.01$	70
Figura 21- Gráfico de Robustez do sistema de arfagem e guinada para o teste de regulação e rastreamento.	72
Figura 22- Polos e Zeros do Controlador PID do sistema de arfagem e guinada para o teste desempenho do horizonte com $N_y= 1$ e $N_y=10$ de previsão e acoplamento do sistema	75
Figura 23- Polos e Zeros do Controlador Preditivo AEHP para o teste de desempenho do horizonte de previsão, para o horizonte $N_y=1$ e $N_y=10$	76
Figura 24–Diagrama de bloco malha fechada para um caso geral.....	77
Figura 25-Teste de perturbação de carga na saída, para o sistema de arfagem e guinada $K_p = 7$, $K_{pboost} = 1.01$	77
Figura 26-Gráfico de robustez para o sistema de arfagem e guinada do teste de perturbação de carga na saída.	78
Figura 27- Teste de perturbação gaussiana no sistema de arfagem e guinada $K_p = 7$, $K_{pboost} = 1.01$	80
Figura 28- Gráfico de robustez para o sistema de arfagem e guinada do teste de perturbação gaussiana.	81
Figura 29- Polos e Zeros em Malha Fechada do Controlador PID para o sistema de arfagem e guinada para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.....	83
Figura 30- Polos e Zeros em Malha Fechada do Controlador AEHP do sistema de arfagem e guinada para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.....	84

Lista de Tabelas

Tabela 1- Parâmetros da planta do Helicóptero com dois graus de liberdade.....	52
Tabela 2 –Teste de desempenho dos Horizontes de Predição.....	66
Tabela 3- Parâmetros dos controladores PID e AEHP em malha fechada para o teste de horizonte de predição e acoplamento do sistema.	73
Tabela 4- Polos e Zeros de Malha Fechada dos sistemas de arfagem e guinada dos controladores PID e AHEP nos testes de desempenho e acoplamento do sistema para o horizonte $N_y = 1$	74
Tabela 5- Polos e Zeros de malha fechada do sistema de Arfagem e Guinada dos controladores PID e AHEP nos testes de desempenho e acoplamento do sistema para o horizonte $N_y = 10$	74
Tabela 6- Parâmetros dos controladores PID e AEHP para o teste de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.....	82
Tabela 7- Polos e Zeros em Malha Fechada dos sistemas de Arfagem e Guinada dos controladores PID e AEHP para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.	82
Tabela 8 - Pontos de Equilíbrio da Linearização	94

Lista de Siglas

AE	Augmentação Estocástica
AEHP	Controlador da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição.
H2DOF	Helicóptero com dois graus de liberdade.
SISO	<i>Single Input-Single-Output</i>
MIMO	<i>Multiple Input- Multiple Output</i>
GMV	<i>Generalized Minimum Variance</i>
MV	<i>Minimum Variance</i>
MVP	<i>Minimum Variance Predictor</i>
MBPC	<i>Model Based Predictive Control</i>
PID	Proporcional – Integral - Derivativo
IS_w	Integral do Sinal Quadrático
ISE	Integral do Erro Quadrático
ISU	Integral do sinal de Controle Quadrático
RGA	<i>Relative Gain Array</i>
Ms	Ganho Máximo da Função de Sensibilidade
Mt	Ganho Máximo da Função de Sensibilidade Complementar
MG	Margem de Ganho
MF	Margem de Fase
$S_{\theta\psi}$	Função de Sensibilidade
$T_{\theta\psi}$	Função de Sensibilidade Complementar
$S_{pid_{\theta\psi}}$	Função de Sensibilidade do controlador PID
$T_{pid_{\theta\psi}}$	Função de Sensibilidade Complementar do Controlador PID
$S_{AEHP_{\theta\psi}}$	Função de Sensibilidade do Controlador AEHP
$T_{AEHP_{\theta\psi}}$	Função de Sensibilidade Complementar do Controlador AEHP

Lista de Símbolos

θ	Ângulo de Arfagem
ϕ	Ângulo de guinada
F_p	Força no Eixo de Arfagem
F_y	Força no eixo de Guinada
T_p	Torque de Carga
V_p	Tensão de Arfagem
V_y	Tensão de Guinada
Λ	Matriz <i>Relative Gain Array</i> (RGA)
ΔA	Polinômio do Modelo ARIX
B	Polinômio do Modelo ARIX
Δu	Sinal de Controle Incremental
d	Atraso de Tempo Discreto
ξ	Sequência Aleatória de ruído Branco
k	Instante de Tempo Atual
P	Polinômio $P(z^{-1})$ do controlador GMV Incremental
T	Polinômio $T(z^{-1})$ do controlador GMV Incremental
Q	Polinômio $Q(z^{-1})$ do controlador GMV Incremental
y	Sinal de Saída
y_r	Sinal de Referência
J	Função Custo
$E[.]$	Esperança Matemática
ϕ	Saída Generalizada
$\hat{\phi}$	Saída Generalizada Estimada
E	Polinômio $E(z^{-1})$ da Equação Diofantina
F	Polinômio $F(z^{-1})$ da Equação Diofantina
\hat{y}	Saída estimada
n_f	Ordem do Polinômio $F(z^{-1})$
n_p	Ordem do Polinômio $P(z^{-1})$
n_c	Ordem do Polinômio $C(z^{-1})$
$n_{\Delta a}$	Ordem do Polinômio $\Delta A(z^{-1})$
n_e	Ordem do Polinômio $E(z^{-1})$

N_y	Horizonte de Predição
Δu_{GMVINC}	Lei de Controle do Controlador GMV Incremental
k_p	Ganho Proporcional
T_i	Constante de Tempo Integral
T_d	Constante de Tempo Derivativo
T_s	Período de Amostragem
e	Erro
s_0	Parâmetro do Controlador PID discreto
s_1	Parâmetro do Controlador PID discreto
s_2	Parâmetro do Controlador PID discreto
G_{mf}	Função de Transferência em Malha Fechada
C_{pid}	Função de Transferência do Controlador PID
G_{H2DOF}	Função de Transferência do Processo H2DOF
z_d	Polo Discreto desejado em Malha Fechada
τ_{mf}	Constante de Tempo em Malha Fechada
Δu_{PID}	Lei de Controle do Controlador PID
λ	Parâmetro de Ponderação do Esforço de Controle
k_p	Parâmetro do Controlador Preditivo AEHP
k_{pboost}	Parâmetro de ajuste fino da Augmentação Estocástica
$n_{f\{AE\}}$	Ordem do Polinômio $F(z^{-1})$ para o controlador Preditivo AEHP
$n_{p\{AE\}}$	Ordem do Polinômio $P(z^{-1})$ para o Controlador Preditivo AEHP
$n_{c\{AE\}}$	Ordem do Polinômio $C(z^{-1})$ para o Controlador Preditivo AEHP
$n_{\Delta A\{AE\}}$	Ordem do Polinômio $\Delta A(z^{-1})$ para o Controlador Preditivo AEHP
$n_{e\{AE\}}$	Ordem do Polinômio $E(z^{-1})$ para o Controlador Preditivo AEHP
Δu_{AEHP}	Lei de Controle do Controlador Preditivo AEHP
σ_ϕ^2	Variância da Saída Generalizada
σ_u^2	Variância do Sinal de Controle
K_{PP}	Constante de força impulso do motor de guinada
K_{yy}	Constante de torque atuando no eixo da guinada pelo motor da guinada
K_{Py}	Constante de torque atuando no eixo da arfagem pelo motor da guinada
K_{yp}	Constante de torque atuando no eixo da guinada pelo motor da arfagem
B_p	Atrito Viscoso do motor de arfagem
B_y	Atrito Viscoso do motor de guinada
m_{heli}^l	Massa do corpo do helicóptero

l	Centro de massa do corpo do helicóptero do eixo da arfagem
J_{ep_p}	Momento total de Inércia do ângulo de arfagem
J_{ep_y}	Momento total de Inércia do ângulo de guinada
x^T	Vetor de Estado
y^T	Vetor de Saída
$G(s)$	Matriz de Função de Transferência do processo H2DOF
$G_{foptd}(s)$	Função de Transferência aproximada de 1ª ordem
τ_{apx}	Conste de Tempo aproximada de 1ª ordem
$\lambda_{RGA_{ij}}$	Elementos da matriz de ganhos RGA
θ_{apx}	Atraso de Tempo aproximado de 1ª ordem
τ_{10}	Primeiro valor de maior ordem dos polos
τ_{20}	Segundo valor de maior ordem dos polos
τ_{i0}	Primeiro valor de maior ordem dos zeros
τ_{j0inv}	Segundo valor de maior ordem dos zeros
u_1	Tensão de Entrada de Arfagem
u_2	Tensão de Entrada de Guinada
y_1	Ângulo de Arfagem
y_2	Ângulo de Guinada
G_{11}	Função de Transferência do Ângulo de Arfagem
G_{12}	Função de Transferência de Influência do acoplamento no sistema de Arfagem
G_{21}	Função de Transferência de Influência do acoplamento no sistema de Guinada
G_{22}	Função de Transferência do Ângulo de Guinada
C_o	Matriz de Controlabilidade
ρ_{C_o}	Índice de Controlabilidade
O_b	Matriz de Observabilidade
ρ_{O_b}	Índice de Observabilidade
S_p	Polos do sistema H2DOF no domínio contínuo
Z_{px}	Polos do sistema H2DOF no domínio discreto

Sumário

<i>Dedicatória</i>	6
<i>Agradecimentos</i>	7
<i>Epígrafe</i>	8
Lista de Figura	9
Lista de Tabelas	10
Lista de Siglas	11
Lista de Símbolos	12
RESUMO	17
ABSTRACT	18
CAPÍTULO 1	19
1.1 INTRODUÇÃO	19
1.2 JUSTIFICATIVA	20
1.3 OBJETIVO GERAL	20
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
1.5 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS	22
CAPÍTULO 2	23
2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
CAPÍTULO 3	28
TEORIA DE CONTROLE	28
3.1 CONTROLADOR GMV	28
3.2 CONTROLADOR PID	31
3.3 AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENDIDO.	34
3.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ E DESEMPENHO	40
3.4.1 ROBUSTEZ	40
3.4.2 DESEMPENHO	43
CAPÍTULO 4	44
ESTUDO DE CASO: SISTEMA MULTIVARIÁVEL COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE - HELICÓPTERO 2DOF	44
4.1 HELICÓPTERO	44
4.2 DESCRIÇÃO DA PLANTA: HELICÓPTERO 2DOF	45
4.3 FUNCIONAMENTO DO HELICÓPTERO 2DOF	46
4.4 DIAGRAMA DE CORPO LIVRE	48

4.5	MODELO DO SISTEMA MULTIVARIÁVEL.....	50
4.6	ANÁLISE DO SISTEMA MULTIVARIÁVEL	52
4.6.1	CONTROLABILIDADE	52
4.6.2	OBSERVABILIDADE.....	53
4.6.3	ESTABILIDADE.....	53
4.7	MATRIZ MULTIVARIÁVEL.....	54
4.8	MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS: RGA	56
4.9	SISTEMA MULTIVARIÁVEL	59
4.9.1	ESTABILIDADE.....	62
	CAPÍTULO 5.....	65
5.1	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	65
5.1	TESTES DE DESEMPENHO DOS HORIZONTES DE PREDIÇÃO	65
5.2.	TESTE DE ACOPLAMENTO DO SISTEMA H2DOF	68
	• PARÂMETROS DOS CONTROLADORES PID E AEHP PARA O SISTEMA DE ARFAGEM E DE GUINADA NOS TESTES DE DESEMPENHO DOS HORIZONTES DE PREDIÇÃO E ACOPLAMENTO DO SISTEMA.....	73
5.3.	TESTE DE PERTURBAÇÃO DE CARGA NA SAÍDA	76
5.4	TESTE DE PERTURBAÇÃO GAUSSIANA	79
	• PARÂMETROS DOS CONTROLADORES PID E AEHP PARA O SISTEMA DE ARFAGEM E DE GUINADA NOS TESTES DE PERTURBAÇÃO DE CARGA NA SAÍDA E PERTURBAÇÃO DE CARGA GAUSSIANA.....	82
5.5	CONCLUSÃO DOS RESULTADOS	84
	CAPÍTULO 6.....	87
6.1	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	87
6.2	PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES.....	87
6.3	PUBLICAÇÕES.....	88
6.4	PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS	88
	REFERÊNCIAS	89
	APÊNDICE 1 - LINEARIZAÇÃO	93
	APÊNDICE 2 – CÁLCULO DO ATRASO DE TEMPO	95
	APÊNDICE 3 – APROXIMAÇÃO PARA SISTEMA DE 2ª ORDEM.....	97
	APÊNDICE 4 – CÁLCULO DA FUNÇÃO DE SENSIBILIDADE COMPLEMENTAR $T\theta\psi z - 1$.....	98
	APÊNDICE 5 – ALGORITMO DO PROJETO DA AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENTIDO.	100

RESUMO

Esta pesquisa objetiva investigar e projetar um sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido com 10-passos à frente, em que a agumentação consiste na junção das características de um controlador linear com um controlador preditivo estocástico, resultando em um sistema de controle com garantias de robustez com características preditiva, linear e estocástica. Para aplicação da Augmentação Estocástica, os controladores escolhidos são, o controlador PID clássico e o controlador GMV incremental, os quais são aumentados, resultando em um controlador com horizonte de predição estendido, o controlador AEHP. De modo que, o controlador PID clássico no domínio de tempo discreto é comparado com o controlador preditivo AEHP. Ambos os controladores são testados em um processo de bancada, por simulação, que representa a dinâmica de um helicóptero, sendo este denominado Helicóptero 2DOF (H2DOF), fabricado pela empresa Quanser. O H2DOF é um sistema multivariável, cujo modelo no espaço de estado é transformado para a forma de função de transferência, gerando dois sistemas SISO, um para o ângulo de arfagem e outro para o ângulo de guinada, em que as influências do acoplamento são consideradas para o sistema. A transformação para função de transferência reduz a complexidade do sistema multivariável, permitindo a utilização de uma lei de controle mais simples. Além disso, é realizado o empareiramento de entrada e saída, para verificar qual entrada é mais sensível a uma determinada saída, por meio do método da matriz de ganhos relativos. E para a comprovação da eficiência do sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido, são realizados testes por simulação no ambiente de software da MathWorks®, sendo estes, teste de desempenho dos horizontes de predição, acoplamento do sistema, perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana. Em que, os testes são avaliados por meio de índices de desempenho e robustez. De forma que, o controlador preditivo AEHP, obteve os melhores resultados para maioria dos índices de desempenho com garantias de robustez, se comparado com o controlador PID clássico no domínio de tempo discreto.

Palavras-chave: Controlador GMV, Augmentação Estocástica, Horizonte de Predição Estendido, Controle Preditivo, Controlador PID.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate and design a control system based on the Stochastic Augmentation with Extended Prediction Horizon using 10-steps ahead, consisting of the union of characteristics of a linear deterministic controller with a stochastic predictive controller, resulting in a control system with guaranteed robustness and with predictive, linear, and stochastic characteristics. For the application of the Stochastic Augmentation, the chosen controllers were the classic PID and the GMV in its incremental form, where the former was augmented resulting in a controller with extended prediction horizon, the AEHP. The classic PID controller in the discrete time domain is compared to AEHP. Both controllers were tested in simulations with a process model that represents the dynamics of a helicopter, denominated 2DOF Helicopter (H2DOF), produced by the Quanser company. The H2DOF is a multivariable system, whose model in the state space is transformed to the transfer function form, generating two coupled subsystems, one for the pitch angle and other to the yaw angle, in which the couplings influence were considered as disturbances in the controllers design stage. The transformation of the system model to the transfer function form reduced the complexity of multivariable system in the state space, allowing the use of a more simple control law. Furthermore, it was performed the pairing of input and output, to verify what output was more sensible the one specific input, by means of Relative Gain Array. And to prove the control system efficiency based in the Stochastic Augmentation with extended prediction horizon, simulations were realized using the software Matlab®, assessing the performance of extended prediction horizon, enduring the coupled dynamics, facing load disturbances and Gaussian disturbances. The essays were evaluated by robustness and performance indices. The predictive AEHP controller obtained better results for most indices with guaranteed robustness, compared to the discrete-time PID controller.

Keywords: GMV control, Stochastic Augmentation, Extended Prediction Horizon, Predictive Control, PID Control.

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUÇÃO

A principal contribuição da pesquisa realizada nesta dissertação é a investigação da técnica da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido (AEHP) até 10-passos à frente que, neste trabalho é investigado como o preditor estendido influencia no desempenho e robustez do sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica e qual a vantagem de utilizar um horizonte de até 10-passos à frente. Dessa forma, o objetivo da pesquisa deve responder a seguinte pergunta: O que acontece com um sistema que é predito a 10-passos à frente para um controlador preditivo-estocástico-linear? De modo que, a análise desta influência é apresentada diante dos testes realizados no sistema do helicóptero 2DOF(H2DOF) (QUANSER, 2011).

A técnica da AEHP é aplicada, por simulação, em um processo multivariável no qual o modelo representa a dinâmica de um helicóptero, o H2DOF. Com este modelo são realizados vários testes de simulação como: teste de desempenho do horizonte de predição, teste de acoplamento entre os sistemas de arfagem e guinada, teste de perturbação gaussiana e teste de perturbação de carga na saída com perturbação gaussiana, com o intuito de comprovar a eficiência do controlador AEHP, por meio dos índices de desempenho, parâmetro de robustez e seguimento de referência (CRUZ et al., 2018; PATEL et al., 2017; RAMALAKSHIMI; MANOHARAN, 2012).

A Augmentação Estocástica (AE) advém do controlador de variância mínima generalizado (GMV), proposto por Clarke e Gawthrop em 1975, o qual surgiu a partir do regulador de variância mínima (MV), proposto por Aström e Wintermark em 1970. A técnica da Augmentação Estocástica refere-se à junção de um controlador determinístico, o PID (Proporcional – Integral – Derivativo), com um controlador preditivo-estocástico (GMV), de modo que as propriedades estocásticas-preditiva são adicionadas ao controlador determinístico, resultando em um controlador mais robusto devido as características preditivas e de variância mínima do controlador GMV, que é baseado no controle ótimo para garantir menor consumo de energia do processo (CRUZ et.al., 2018; SILVA, 2017; RICHALET; O'DONOVAN, 2009).

O controlador GMV pertence à família de controladores preditivos baseado em modelo (*Model Based Predictive Control*, MBPC), o qual deriva a lei de controle por meio da minimização da função de custo que está associada ao conceito de sistemas generalizados,

para garantir o menor consumo de energia na presença de perturbações. Além disso, possui um preditor que calcula a ação de controle atual por meio do modelo do processo para permitir que as saídas futuras sigam a trajetória desejada. A escolha do GMV justifica-se, por suas características preditivas, garantias de rejeição de perturbação e robustez (CAMACHO; BORDONS, 1997; ARAÚJO, 2017). A estrutura do controlador GMV aplica-se para o caso SISO (*Single-Input, Single-Output*) (DOI; MORI, 2002) para o caso MIMO (*Multiple-Input-Multiple-Output*) (MEJÍA, 2003). No presente trabalho, o GMV é abordado em sua forma SISO na estrutura incremental.

No que diz respeito ao controlador PID, este, é conhecido por ser um controlador de 3 termos (proporcional-integral-derivativo), sendo uma estrutura de controlador muito usada por causa de sua simplicidade, simples compreensão e simples adaptação com outras técnicas de controle e inteligência computacional. Entretanto, nem sempre o controlador PID terá um resultado satisfatório para processos mais complexos. Com isso, buscou-se por uma adaptação deste controlador com uma técnica mais avançada, a qual denomina-se Augmentação Estocástica, em que esta técnica realiza a fusão de características do PID com GMV (RICHALET; O'DONOVAN, 2009; CRUZ et al., 2018).

Em relação a contribuição da presente pesquisa, pode-se afirmar que este trabalho contribuiu para a técnica da Augmentação Estocástica com a implementação de horizontes de predição estendido de até 10-passos à frente. De forma que o controlador preditivo AEHP obteve elevadas margens de ganho e margens de fase.

1.2 JUSTIFICATIVA

O objetivo da pesquisa é desenvolver um sistema de controle com redução de custo energético na variável de controle, redução de variância do sinal de saída, sinal de controle e da saída generalizada, com garantias de robustez para rejeição de perturbação de carga ao sistema H2DOF. De modo que, os controladores escolhidos para essa pesquisa (PID clássico e GMV Incremental) sejam de simples compreensão e simples integração com a técnica da Augmentação Estocástica com horizonte de predição Estendido (AEHP).

1.3 OBJETIVO GERAL

Investigar e projetar o sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica com horizonte de predição estendido, em que o controlador preditivo AEHP, é comparado com o controlador PID Clássico. De forma que, o controlador AEHP projetado apresente

robustez com margens de ganho e margem de fase elevadas, diante da rejeição de perturbações no sistema.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar pela primeira vez a técnica da Augmentação Estocástica com horizonte de predição Estendido.
- Apresentar o primeiro teste da técnica da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido de até 10-passos à frente, em um sistema do tipo integrador, para o processo de simulação do H2DOF.
- Apresentar as características da Augmentação Estocástica, de predição de respostas futuras com base em informações passadas, resultando em um sistema antecipativo com capacidade de otimização para redução de custos energético e de variância e robustez diante de perturbações externas ao sistema.
- Apresentar o aumento dos parâmetros de robustez para o controlador preditivo AEHP, diante dos testes realizados.
- Apresentar a análise de robustez por meio de funções de sensibilidade ($S_{\theta\psi}$) e sensibilidade complementar ($T_{\theta\psi}$), com os parâmetros de margem de ganho (MG) e margem de fase (MF).
- Apresentar a análise dos controladores quanto aos índices de desempenho: ISE (Integral do erro quadrático), ISU (Integral da lei de controle quadrático), σ_u^2 (Variância do sinal de controle) e σ_ϕ^2 (Variância da saída generalizada do GMV).
- Apresentar os testes realizados nos controladores, sendo estes, o teste de desempenho dos horizontes de predição, teste de acoplamento, rejeição de perturbação na saída e rejeição de perturbação gaussiana;
- Apresentar o emparelamento de entra/saída por meio do método RGA (*Relative Gain Array*), para o sistema de arfagem e guinada.
- Apresentar a influência do horizonte de predição estendido no controlador da Augmentação Estocástica e na dinâmica do processo; de forma que esta técnica comprove a sua eficiência para redução de custos energéticos, robustez, rejeição de perturbação e rastreamento de referência.
- Implementar os sistemas de controle baseados na AEHP, por meio de simulação no software da MathWorks®.

1.5 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

O trabalho está organizado da seguinte forma:

Capítulo 2: Resumo teórico dos principais trabalhos que são usados como base para o desenvolvimento da dissertação de mestrado.

Capítulo 3: Apresenta-se o resumo teórico dos seguintes controladores no domínio do tempo discreto: GMV incremental, PID discreto e Augmentação Estocástica com Horizonte de previsão Estendido. Além disso, apresenta-se os índices de desempenho, funções de sensibilidade e sensibilidade complementar e os parâmetros de robustez, os quais são usados para avaliar o desempenho dos controladores quanto a redução de custo energético e robustez.

Capítulo 4: Aborda-se sobre as características de funcionamento e dinâmica da planta H2DOF. Apresenta-se também as características do sistema multivariável do H2DOF, quanto a controlabilidade, observabilidade e estabilidade. Além disso, apresenta-se o emparelhamento, para verificar qual entrada é mais sensível a uma determinada saída, por meio do método RGA.

Capítulo 5: Expõe-se os resultados obtidos nos testes por simulação com os controladores AEHP e PID, apresentando-se as análises dos resultados em relação ao consumo energético e de variância mínima por meio dos índices de desempenho e da análise de robustez por meio dos parâmetros margem de ganho e margem de fase.

Capítulo 6: Apresenta-se a conclusão da pesquisa, publicação realizada e propostas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vaz (1999) abordou sobre a teoria de controle adaptativo apresentando os controladores baseado na variância mínima, como a variância mínima generalizada e Dahlin-variância mínima, de modo que, na pesquisa foi apresentada a estrutura matemática de cada controlador com as suas devidas características de estabilidade e a garantia de erro médio nulo para cada estrutura de controle.

Mejía (2003) abordou o controlador de variância mínima generalizado e comparou a estrutura de controle centralizada com a estrutura descentralizada, em que o GMV foi baseado no modelo e na matriz interactor. Na estrutura centralizada foi compara os seguintes controladores: GMV posicional, GMV incremental, GMV-PID e PID. E na estrutura descentralizada de controle MIMO, foram comparados os seguintes métodos de desacoplamento, sendo estes: Boksenbom e Hood, Zalkind e Luyben, Yamamoto e Shah.

Silveira (2012) apresentou um novo método para o controlador GMV no espaço de estado, baseado na filtragem de Kalman, em que o GMVSS obteve o mesmo resultado do GMV proposto por Clarke e Gawthrop, onde este novo método não faz uso da equação Diofantina, tornando o preditor de variância mínima bem mais simples. E para o GMVSF foi obtido um projeto com mais graus de liberdade para a sintonia do controlador, devido a relação entre o Preditor de Variância Mínima (*Minimum Variance Predictor, MVP*), e o filtro de Kalman.

Araújo (2017), abordou sobre os controladores GMV e GPC, com objetivo de gerar novos controladores do tipo MBPC, com garantia de eliminação do erro em regime permanente, rejeição de perturbações de cargas, seguimento de referência e com robustez, para sistemas do tipo SISO e MIMO. Esses novos controladores implementados foram inseridos ao modelo do processo, função custo na forma posicional, com filtros de ponderação polinomial e integral na referência e saída do processo, obtendo os seguintes controladores: *Indirect Filtered Positional GMV (I-FPGMV)* e o *Filtered Positional GPC (FPGPC)*, além disso, estes controladores foram combinados com a estrutura de controle repetitivo, de modo que obtiveram os seguintes controladores: *Repetitive I-FPGMV (RIFPGMV)* e *Adaptive Repetitive FPGPC (AR-FPGPC)*. Os controladores foram

avaliados em relação a: constante de tempo do filtro, rastreamento de referência, rejeição de perturbação, esforço de controle e robustez.

Silva (2017) abordou o controlador GMV por meio da Augmentação Estocástica baseado na estrutura RST, aplicado em um regulador de ângulo de passo de uma turbina eólica, para minimizar o consumo de energia do sistema e reduzir a quantidade de manutenção dos atuadores. Além disso, comparou o desempenho dos controladores GMV, RST e PID, em relação ao consumo de energia do sistema.

Silveira et al. (2016) abordaram acerca do controlador de variância mínima generalizado com horizonte de predição de longo alcance, em que o projeto investigou como a ordem elevada do horizonte de predição pode influenciar o controlador, o processo, a diminuição de distúrbio e a diminuição de oscilação de sistemas. Para realizar a predição de longo alcance, o GMV utilizou o método que dispensa a solução da equação Diofantina. O preditor de longo alcance de variância mínima foi comparado com o controlador GPC, que usou o método do horizonte retrocedente. Diante dos resultados, foi observado que o controlador de variância mínima generalizado, com predição estendida, obteve o menor gasto de energia nos índices de desempenho do que o controlador GPC.

Trentini et al. (2016) apresentou-se a Augmentação Estocástica do controlador linear com o controlador preditivo estocástico, no qual o projeto abordou o controlador preditivo GMV escrito na forma RST, para simplificar a estrutura do controlador. Nesse aspecto, o controlador GMV foi baseado na estrutura do controlador PI, resultando em um controlador preditivo estocástico com características lineares. Esse novo controlador foi baseado na técnica da Augmentação Estocástica, a qual atribuiu uma característica de eficiência energética e robustez no sistema. O GMV foi baseado na estrutura do controlador por realimentação de estado. Dessa forma, ambos os controladores, GMV vs PI e GMV vs Realimentação, foram analisados quanto ao índice de desempenho de variância mínima do sinal de controle.

Cruz e Simão (2016), os autores apresentaram um protótipo de baixo custo que representa um helicóptero com dois graus de liberdade. Neste trabalho foi realizada a etapa da identificação multivariável do processo por meio da função *serial port* (porta serial) do *software* Matlab. Para obtenção do modelo do processo, foi utilizado o *toolbox Ident* do Matlab, em que a estrutura escolhida para representar a dinâmica da planta foi o modelo ARMAX. O projeto de sistema de controle foi baseado na técnica do Lugar Geométrico das Raízes, o LGR, para obter o controlador PID discreto, o qual foi sintonizado por tentativa e erro. O PID discreto foi embarcado no hardware de programação ARDUINO para ser testado

na planta física e para analisar o comportamento do controlador quanto ao controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada de forma desacoplada.

Cruz et al. (2018), os autores apresentaram um processo de bancada por simulação que representa um helicóptero com dois graus de liberdade, fabricado pela empresa Quanser. Nesse artigo, a técnica de controle empregada no processo foi a Augmentação Estocástica, a qual foi baseada na estrutura determinística do controlador PID clássico, resultando em um controlador linear, estocástico e preditivo, o GMV-PID. Para aplicação do sistema de controle no processo multivariável, o sistema H2DOF no espaço de estado foi transformado para forma de entrada e saída, resultando em dois sistemas SISO, um para o ângulo de arfagem e outro para o ângulo de guinada, sendo que, nesta transformação, considera-se as influências de acoplamento entre as informações dos eixos de arfagem e guinada. Em relação aos resultados, o controlador PID foi comparado com o GMV-PID, os quais foram avaliados por meio dos índices de desempenho (ISE, ISu, ISy, σ_u^2 e σ_y^2), e parâmetros de robustez (MF e MG) e seguimento de referência. Sendo que neste artigo não foi usado o horizonte de longo alcance, em que neste presente trabalho de dissertação apresenta uma continuação dos resultados do artigo.

Rodrigues et al. (2012) apresentaram o controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada de um helicóptero com dois graus de liberdade, fabricado pela empresa Quanser. O modelo MIMO linearizado do processo foi desacoplado para aplicação do sistema de controle, diante disso foram apresentados os seguintes casos de controladores: PID SISO, PID centralizado e PID descentralizado, os quais foram comparados com o controlador LQR, em relação ao melhor seguimento de referência e desempenho para o ângulo de arfagem e guinada.

Barbosa et al. (2016) apresentaram um controlador LQG/LTR no domínio discreto, na forma aumentada por meio da adição de integradores às entradas do processo. Os autores desenvolveram um protótipo físico de um helicóptero com dois graus de liberdade em que o processo foi identificado de forma fenomenológica, resultando em um modelo não-linear, o qual foi linearizado e representado por um sistema de 4ª ordem. Para análise, o sistema foi testado quanto ao seguimento de referência do tipo degrau e senoidal, para o ângulo de arfagem e para o ângulo de guinada.

Patel et al. (2017), apresentaram o projetado de um controlador não-linear, denominado: Adaptativo *Backstepping*, que foi comparado com um controlador ótimo, o LQR; ambos os controladores foram testados no projeto que simula a dinâmica de um helicóptero com dois graus de liberdade, fabricado pela empresa Quanser. Os testes foram

realizados quanto ao seguimento de referência, para as entradas do tipo quadrada, senoidal, triangular, testes de compensação do controlador quanto a incertezas paramétricas devido a alteração de massa e momento de inércia do motor.

Ramalakshmi e Manoharan (2012), apresentaram um controlador PID, que foi aplicado em um sistema multivariável e não-linear, denominado *Twin Rotor MIMO System*, o qual simula a dinâmica de um helicóptero com dois graus de liberdade, em que o sistema de controle é projetado para um PID descentralizado e um PID centralizado, tais controladores foram testados para três tipos de entrada: entrada degrau, senoidal e quadrada. Além disso, o projeto foi analisado quanto aos parâmetros de erro estacionário e sinal de controle, para os ângulos de arfagem e guinada.

Raghavan e Thomas (2016), apresentaram um sistema de controle preditivo (GPC) que foi aplicado em um processo multivariável e não-linear, denominado de *Twin Rotor Motor System* (TRMS), que simula a dinâmica de helicóptero com dois graus de liberdade. O controlador GPC foi aplicado de forma centralizada para o controle do ângulo de arfagem e guinada, para análise de desempenho do GPC. Foram realizados testes para três tipos de entrada: entrada degrau, quadrada e senoidal e testes para perturbação externa na saída e variação paramétrica do momento de inércia do motor, porém não houve teste com perturbações do tipo gaussiana.

Ji et al. (2013), apresentaram o controlador descentralizado robusto para um sistema multivariável, por simulação, que representa a dinâmica de um helicóptero com dois graus de liberdade, da empresa Quanser. Para realizar a desacoplamento, foi usado o método do diagrama do coeficiente para obter dois sistemas SISO, um para o ângulo de arfagem e outro para o ângulo de guinada. O sistema foi testado quanto ao seguimento de seguimento de referência e a robustez, quanto à variação do momento de inércia do motor, porém não foi realizado teste de perturbação do tipo gaussiana.

Khalid et al. (2017), abordaram sobre um processo multivariável que representa a dinâmica de um helicóptero com dois graus de liberdade, sendo este denominado, *Twin Rotor MIMO System* (TRMS). Este sistema MIMO foi desacoplado em dois sistemas SISO, um para o ângulo de arfagem e outro para o ângulo de guinada, considerando que o empareiramento do sistema foi realizado por meio do método RGA. O sistema de controle aplicado no processo, foi do tipo H_∞ , de forma que o sistema foi comparado no domínio contínuo com o domínio discreto, quanto aos testes de mudança de referência de entrada do tipo quadrada e Gaussiana e rejeição de perturbação de carga para os sistemas dos ângulos de arfagem e do ângulo de guinada.

Cabe salientar que as pesquisas correlatas serviram de apoio para construção deste projeto, pois, por meio dela, foi possível observar qual contribuição realizar e o nível desta contribuição.

A seguir serão citadas as contribuições realizadas, na presente pesquisa de mestrado:

- Aumento Estocástico com Horizonte de Predição Estendido.
- Aplicação da AEHP no processo de simulação do H2DOF.
- Análise dos índices de desempenho ($\sigma_u^2, \sigma_\phi^2, IS_e$ e IS_u).
- Análise de robustez por meio de funções de sensibilidade e sensibilidade complementar e parâmetros de robustez (MG e MF).
- Testes: desempenho dos horizontes de predição, acoplamento entre os sistemas de arfagem e de guinada, rejeição de perturbação de carga na saída, rejeição de perturbação gaussiana.
- Primeira vez que a Aumento Estocástico, baseada no PID sintonizada por cancelamento dinâmico é testada para um sistema do tipo 1 ou sistema integrador.
- Todos os cálculos da equação Diofantina do preditor foram realizados para os horizontes de $N_y=1$ até $N_y=10$.

CAPÍTULO 3

TEORIA DE CONTROLE

3.1 CONTROLADOR GMV

O controlador GMV foi apresentado por Clarke e Gawthrop em 1975, o qual surge a partir da teoria de controle estocástica baseada no regulador de variância mínima proposta por Aström e Wittermark em 1973. Além disso, o GMV pertence à família de controladores do tipo MBPC, que herdam as características do modelo do processo, em que a complexidade do controlador está relacionada a dinâmica da planta, pois, por meio do modelo do processo é possível prever a saída futura a cada instante de tempo (CAMACHO; BORDONS, 1999).

O controlador GMV comumente é apresentado com base em duas estruturas: uma no caso posicional e outra no caso incremental; de modo que, no presente trabalho, o GMV será abordado na estrutura SISO incremental.

Para representação da dinâmica do processo H2DOF, o modelo escolhido foi o ARIX (*Auto-Regressive Integrated with Exogenous inputs*). No caso do ARIX a variável do erro de estimação ($\xi(k)$) que engloba os efeitos do ruído, perturbação e incerteza da planta (AGUIRRE, 2004; CRUZ et al., 2018; SILVA et al., 2015).

A partir do modelo ARIX, representado por

$$\Delta A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k) + \xi(k) \quad (1)$$

em que $\Delta = (1 - z^{-1})$ é o operador de diferença discreto, que leva a forma incremental do modelo aumentado no projeto GMV, onde $d \in \mathbb{N}^*$ é o atraso de tempo discreto, $y(k)$ é a saída, $u(k)$ é a entrada e $\xi(k)$ é uma sequência aleatória do tipo ruído branco de variância σ_ξ^2 . Com isso, o comportamento dinâmico do sistema é definido pelos polinômios $A(z^{-1})$ e $B(z^{-1})$ no domínio do operador de atraso de tempo discreto z^{-1} , como:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}. \quad (2)$$

O problema de otimização do controlador GMV pode ser resolvido por meio da saída generalizada a d-passos à frente (CLARKE; GAWTHROP, 1975):

$$\phi(k+d) = P(z^{-1})y(k+d) - T(z^{-1})y_r(k+d) + Q(z^{-1})\Delta u(k) \quad (3)$$

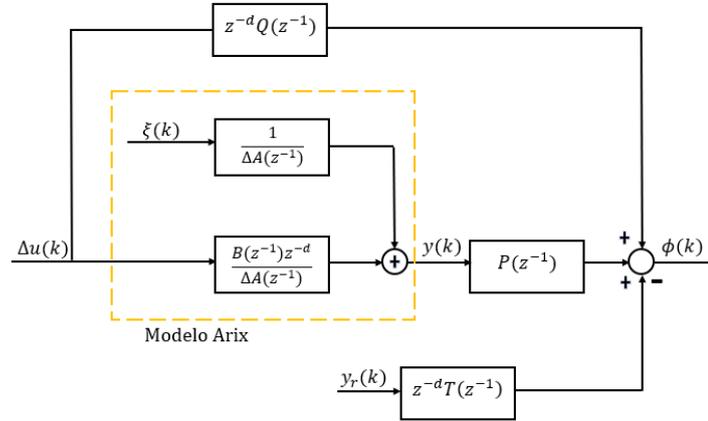


Figura 1- Estrutura do controlador GMV Incremental com modelo ARIX

Na Figura 1, tem-se o diagrama de bloco que representa o controlador GMV incremental com um processo ARIX, onde na equação (3), tem-se os polinômios, $P(z^{-1})$, $T(z^{-1})$ e $Q(z^{-1})$ os quais filtram a saída $y(k+d)$, a sequência de referência $y_r(k+d)$ e a variação do sinal de controle $\Delta u(k)$, respectivamente. Esses filtros ponderam a saída generalizada em (3) e o problema de otimização do GMV, podendo-se descrevê-los da seguinte forma (CLARKE; GAWTHROP, 1975; SILVEIRA, 2012):

$$P(z^{-1}) = p_0 + p_1z^{-1} + \dots + p_{n_p}z^{-n_p} \quad (4)$$

$$T(z^{-1}) = t_0 + t_1z^{-1} + \dots + t_{n_t}z^{-n_t} \quad (5)$$

$$Q(z^{-1}) = q_0 + q_1z^{-1} + \dots + q_{n_q}z^{-n_q}. \quad (6)$$

A Eq. (3) tende a um valor mínimo de acordo com a minimização do índice de desempenho quadrático, $J = E[\phi^2(k+d)]$, em que $E[.]$ representa a esperança matemática. Derivando J em função de $\Delta u(k)$,

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u(k)} = 0 \quad (7)$$

obtem-se a lei de controle ótima para $\Delta u(k)$, sendo que se aplica ao processo controlado a forma incremental, dada por $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$.

Na equação (3), os dados de referência são conhecidos; porém, para a saída futura em $y(k+d)$, os dados não estão disponíveis. Com isso, é necessário prever a saída do sistema a d -passos à frente para que o controlador GMV possa compensar o atraso de maneira intrínseca (SILVEIRA, 2012).

Sendo assim, para resolver o problema do Preditor de Variância Mínima (MVP, *Minimum Variance Predictor*), o filtro $P(z^{-1})$ deve ser inserido na equação do modelo do processo conforme a equação (1) e deve ser deslocado a d-passos à frente,

$$P(z^{-1})y(k+d) = \frac{P(z^{-1})B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \Delta u(k) + \frac{P(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \xi(k+d) \quad (8)$$

de forma que o processo apresentado neste trabalho se enquadra no caso simplificado e parcialmente generalizado, onde $C(z^{-1}) = 1$ (CRUZ et al., 2018).

Na equação (8) nota-se a influência do ruído branco $\xi(k+d)$ na saída futura $y(k+d)$. Desse modo a solução do caso do MVP é elaborada por meio da melhor informação disponível do ruído branco nas informações medidas até o instante k e separando a parcela de dados presentes e dados futuros, de acordo com Silveira (2012),

$$\frac{P(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \xi(k+d) = \underbrace{\frac{F(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \xi(k)}_{\text{presente}} + \underbrace{E(z^{-1}) \xi(k+d)}_{\text{futuro}} \quad (9)$$

em que $E(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$ são polinômios desconhecidos, os quais explicam a relação $\frac{P(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \xi(k+d)$ e que aderem a característica de filtragem do polinômio $P(z^{-1})$. Com as devidas substituições apresentadas em Silveira (2012), tem-se a equação modificada em (8), com informações disponíveis no instante k , a saída predita é,

$$\hat{y}(k+d|k) = \frac{B(z^{-1})E(z^{-1})\Delta u(k) + F(z^{-1})y(k)}{\Delta A(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-d}F(z^{-1})}. \quad (10)$$

De acordo com a equação (9), verifica-se que,

$$P(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})E(z^{-1}) + z^{-d}F(z^{-1}). \quad (11)$$

A partir da equação (9) tem-se a equação do preditor:

$$\hat{y}(k+d|k) = \frac{B(z^{-1})E(z^{-1})\Delta u(k) + F(z^{-1})y(k)}{P(z^{-1})}. \quad (12)$$

Com isso, para solução do MVP deve-se calcular os polinômios $E(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$ da equação (11), a qual é uma identidade polinomial denominada Equação Diofantina (CLARKE; GAWTHROP, 1975; SILVEIRA, 2012). A equação Diofantina pode ser solucionada, por meio de seus polinômios $E(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$ que podem ser obtidos da seguinte equação:

$$E(z^{-1}) = e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{n_e} z^{-n_e} \quad (13)$$

$$n_e = d - 1 \quad (14)$$

$$F(z^{-1}) = f_0 + f_1 z^{-1} + \dots + f_{n_f} z^{-n_f} \quad (15)$$

$$n_f = \max [(n_p + n_c), (n_{\Delta A-1} + n_e)] - d \quad (16)$$

onde, $n_p, n_c, n_{\Delta A}, n_e$ e d são respectivamente, a ordem do polinômio $P(z^{-1})$, a ordem do polinômio $C(z^{-1})$, a ordem do polinômio $\Delta A(z^{-1})$, a ordem do polinômio $E(z^{-1})$ e o atraso de tempo discreto. Deve-se destacar que no projeto preditivo da Augmentação Estocástica com horizonte de predição estendido ao invés de usar d , será usado um horizonte de predição (N_y), onde $N_y > d$.

Para obter a lei de controle do GMV na sua forma incremental, deve-se substituir a equação do preditor (12) na equação da saída generalizada (3), de maneira que a equação da saída generalizada seja escrita na forma estimada, como na equação (17), a partir de informações disponíveis até o instante k ,

$$\hat{\phi}(k + d|k) = P(z^{-1})\hat{y}(k + d|k) - T(z^{-1})y_r(k + d) + Q(z^{-1})\Delta u(k). \quad (17)$$

Substituindo a equação (17) na equação do desempenho quadrático ($J = E[\phi^2(k + d)]$), e derivando-se conforme (7), encontra-se a lei de controle do GMV incremental, dada por,

$$\Delta u_{GMVINC}(k) = \frac{T(z^{-1})y_r(k + d) - F(z^{-1})y(k)}{B(z^{-1})E(z^{-1}) + Q(z^{-1})}. \quad (18)$$

3.2 CONTROLADOR PID

O Controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo) é um controlador clássico, devido a sua simplicidade estrutural e a sua capacidade de implementação com técnicas mais avançadas como a AE, o qual também representa mais de 90% das malhas de controle industrial. É conhecido como o controlador de três termos que é baseado no passado (I), no presente (P) e futuro (D) do erro de controle (ASTROM; HAGGLUND, 2001), em que cada ação desta influencia de forma diferente a saída do sistema.

Existem vários métodos de sintonização que podem ser usados para encontrar os parâmetros (K_p, K_i e K_d) do controlador, como: método do Ziegler e Nichols, cancelamento dinâmico, Método do Modelo Interno, Síntese Direta, Algoritmo Genético, algoritmos

evolutivos, entre outros (COELHO; MARIANI, 2006). Com isso, pode-se concluir que o PID é um controlador bem disseminado na teoria de controle e em outras áreas (CAMPOS; TEXEIRA, 2010).

Por essa simplicidade de implementação com técnicas mais avançadas, o PID tornou-se um forte candidato para realização da Augmentação Estocástica; pois, um dos motivos da pesquisa também é que a técnica apresentada, neste projeto, possa ser implementada tanto no meio acadêmico quanto no setor industrial e para que isso aconteça, os algoritmos de controle devem ser de simples compreensão e implementação.

Sendo assim, na Figura 2 é apresentado o controlador PID clássico na forma Paralela,

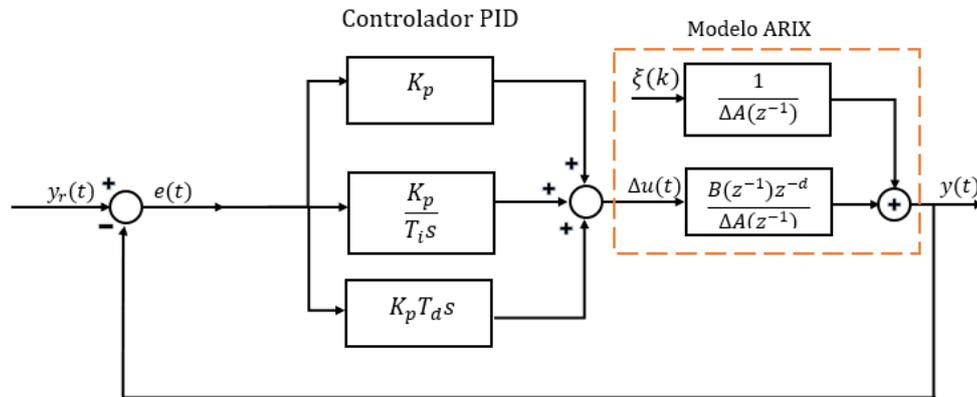


Figura 2- Estrutura do controlador PID com modelo ARIX

que evidencia os ganhos K_p , K_i e K_d e o PID clássico ideal, o qual evidencia os períodos T_i e T_d , assim como a sua discretização para a implementação na forma digital. Logo, tem-se a lei de controle do PID no domínio do tempo contínuo,

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (19)$$

em que a lei de controle do PID em (19) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) E(s) \quad (20)$$

em que K_p é o ganho proporcional, T_i é a constante de tempo integral e T_d é a constante de tempo derivativo e $E(s) = Y_r(s) - Y(s)$ é o erro de seguimento de referência, $Y_r(s)$ é o sinal de referência e $Y(s)$ é o sinal de saída, definido no domínio s de Laplace.

Para obter o PID digital, optou-se por realizar a aproximação através do método *Backward Difference*, o qual realiza um mapeamento aproximando do Plano- s com o

Plano-z, resultando em um equivalente discreto do PID contínuo (20), em que s da lei de controle em (20) é substituído por:

$$s := \frac{1}{T_s} \left(\frac{z-1}{z} \right). \quad (21)$$

Com isso, obtém-se a lei de controle do PID clássico,

$$\Delta u_{PID}(k) = K_p \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right) e(k) + K_p \left(-1 - 2 \frac{T_d}{T_s} \right) e(k-1) + \frac{K_p T_d}{T_s} e(k-2) \quad (22)$$

em que $\Delta = (1 - z^{-1})$ é o operador de diferença discreta e T_s é o período de amostragem.

Reescrevendo a lei de controle do PID digital (22), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{1}{k_p} \Delta u_{PID}(k) = s_0 e(k) + s_1 e(k-1) + s_2 e(k-2) \quad (23)$$

que para obter os parâmetros (s_0, s_1 e s_2) do controlador PID digital, este foi sintonizado pelo método de cancelamento dinâmico de polos, em que o método cancela os polos da planta em malha fechada para impor a dinâmica desejada, da seguinte forma:

$$G_{mf}(z^{-1}) = \frac{C_{pid}(z^{-1})G_{H2DOF}(z^{-1})}{1 + C_{pid}(z^{-1})G_{H2DOF}(z^{-1})} = \frac{(1 - z_d)z^{-1}}{1 - z_d z^{-1}}. \quad (24)$$

em que,

$$C_{pid}(z^{-1}) = \frac{(s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2})}{\Delta} \quad (25)$$

$$G_{H2DOF}(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})z^{-1}}{A(z^{-1})} = \frac{(b_0 + b_1 z^{-1})z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (26)$$

onde, $C_{pid}(z^{-1})$ é a função de transferência discreta do controlador PID clássico digital (23), $G_{H2DOF}(z^{-1})$ é a função de transferência discreta de uma planta de segunda ordem do processo H2DOF e z_d é o polo discreto desejado do sistema em malha fechada e τ_{MF} é a constante de tempo de malha fechada,

$$z_d = e^{-\frac{T_s}{\tau_{MF}}}. \quad (27)$$

Com isso, conforme o cálculo do método de sintonia do controlador em (23), tem-se os parâmetros do PID digital (ZANELLA; SILVEIRA; NIED, 2017):

$$s_0 = \frac{(1 - z_d)}{(b_0 + b_1)} \quad (28)$$

$$s_1 = a_1 s_0 \quad (29)$$

$$s_2 = a_2 s_1 \quad (30)$$

Após a sintonização do controlador PID clássico digital, é realizada uma analogia entre o controlador PID em (23) e o controlador GMV (3), para poder obter o método da Augmentação Estocástica, o qual é apresentado na próxima seção.

3.3 AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENDIDO.

A Augmentação Estocástica é baseada no controle de variância mínima proposto por Aström e Wittermark em 1973 e no controle GMV, proposto por Clarke e Gawthrop em 1975. Com isso, pode-se afirmar que a técnica da Augmentação Estocástica tem os seus fundamentos na teoria de controle estocástica e preditiva (TRENTINI et al., 2016; SILVA, 2017).

Diante disso, afirma-se que a Augmentação Estocástica é uma técnica que adiciona características preditivas e estocásticas a controladores determinísticos, em que esta transferência de característica pode ser realizada por meio do *loop-shaping* do controlador determinístico (PID), para o controlador estocástico (GMV), de forma que o controlador GMV baseia-se na forma do controlador PID, resultando em um controlador aumentado com características aprimoradas em termos de eficiência em relação aos índices de desempenho e maior robustez, do que o controlador determinístico. De maneira que a confirmação dessa expectativa é apresentada nos resultados do projeto, no Capítulo 5.

Além da pesquisa abordar sobre a Augmentação Estocástica, está também investiga, pela primeira vez, a aplicação do Horizonte de Predição Estendido para o controlador da Augmentação Estocástica aplicado no processo H2DOF, e de qual forma este horizonte de predição (N_y) pode influenciar no controlador e na dinâmica do processo, em que o horizonte de predição estendido para AE, foi de até 10-passos à frente. Pois, pela complexidade do aumento da ordem do controlador preditivo AEHP para 9ª ordem e a

complexidade da resolução da equação Diofantina, optou-se por até $N_y=10$, para este trabalho. Vale ressaltar que a técnica da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido com garantias de robustez, é a principal contribuição deste trabalho de pesquisa.

Durante a pesquisa, por meio do desenvolvimento matemático com a resolução das equações Diofantinas e dos algoritmos de controle para cada horizonte de predição ($N_y=1, \dots, 10$), pode-se observar que existe uma relação inversamente proporcional do horizonte de predição com o parâmetro de robustez na Margem de Ganho (MG) e nos índices de desempenho, ou seja, quanto maior o horizonte de predição, ocorre uma pequena diminuição na MG e nos índices de desempenho; entretanto, isso acontece de forma gradativa com valores muito pequenos.

Além do horizonte de predição, o parâmetro de ponderação do esforço de controle ($\lambda = \frac{1}{K_p K_{pboost}}$) também exerce influência na robustez, acarretando diminuição de margem de ganho e margem de fase, devido o aumento da banda proporcional gerada por K_p . Entretanto, mesmo com o aumento do horizonte de predição é possível elevar o valor de K_p com o controlador AEHP e ainda garantir a robustez ao sistema, o mesmo não ocorre com o controlador PID clássico que originou o AEHP.

O parâmetro de ponderação de esforço de controle, faz uso de uma variável heurística *ad hoc* denominada K_{pboost} , a qual é um fator de correção usada para corrigir a deficiência do desempenho do controlador AEHP, além de realiza um ajuste fino na variável K_p , para aperfeiçoar a ideia da Augmentação Estocástica, em que o controlador AEHP realiza a mesma tarefa do PID, porém com menos consumo de energia, variância e maior robustez.

Deve-se considerar que, para um horizonte de predição muito grande, as curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar sofrem uma defasagem, em que estas são corrigidas com o uso do atraso de tempo, o qual funciona como um fator de correção para as curvas de robustez. Ademais, deve-se ter cautela quanto ao valor do horizonte de predição, pois horizontes muito longos, para o controle GMV, podem acarretar erros de predição elevados, consequentes oscilações na saída controlada e defasagem nas curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar.

Diante disso, algumas considerações devem ser analisadas para realização da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido:

- Projetar um controlador AEHP com um horizonte que garanta robustez ao sistema.

- Para $K_p < 1$, o sistema de controle se torna conservador, com aumento da margem de ganho e margem de fase constante.
- Para $K_p = 1$, o sistema de controle é definido como nominal, onde os controladores aproximam os seus resultados, em que $AEHP \approx PID$, entretanto o AEHP é mais econômico que o PID, em termos de menor consumo de energia do sinal de controle e menor variância.
- Para $K_p > 1$, o sistema de controle terá um aumento de banda proporcional, causando a diminuição na robustez, até o que o sistema deixe de ser robusto. Com isso, deve-se aumentar o valor de K_p , de modo que, os parâmetros de robustez M_s , M_t , MG e MF estejam dentro do valor exigido pela literatura de controle, caso contrário o sistema será sensível às perturbações.
- O parâmetro K_p deve ser ajustado de modo que este tenha um valor mínimo, a partir da entrada de regime permanente do sistema. E um valor máximo, em que K_p deve levar em consideração a robustez, apresentando os parâmetros MG e MF dentro do intervalo de robustez definido por Steven, Lewis e Johnson (2016) para sistemas aeroespaciais, em que a análise de robustez será detalhada na seção 3.4.1.
- A variável $K_{pboost} \geq 1$, deve ser ajustada, por tentativa e erro de acordo com os resultados desejados pelo projetista para equiparar o desempenho do controlador AEHP com o PID clássico, de modo que, para $K_{pboost} = 1$ não influencia no sistema e para $K_{pboost} > 1$ tem-se o aumento do efeito de desempenho para o controlador preditivo AEHP.
- Parâmetros de ajuste da Projeto: Período de amostragem (T_s), constante de tempo de malha fechada (τ_{mf}), K_p e K_{pboost} . De modo que, os parâmetros são escolhidos por apresentar uma “suavização” no sistema, resultando nos melhores índices de desempenho, com menor consumo de energia e menor variância e com garantias de robustez.
- Para chegar nos valores dos parâmetros de ajuste do projeto foram realizados vários testes por tentativa e erro, considerando a melhor resposta nos índices de desempenho, sinal de saída, sinal de controle e gráficos de robustez.
- Os parâmetros T_s , τ_{mf} , K_p e K_{pboost} , influenciam em ambos os controladores, de modo que, para uma comparação justa entre o controlador PID clássico e o

controlador preditivo AEHP, é considerado a adição de referências preditivas em ambos os controladores, da seguinte forma:

$$\bullet \quad e_{r_pid} = \left(y_r(k + N_y) - y(k) \right) ; \quad e_{r_AEHP} = \left(y_r(k + N_y) - y(k) \right)$$

Sendo assim, tem-se os seguintes parâmetros de ajuste do projeto:

- $T_s=0,05s$, o valor é definido a partir do manual da Quanser.
- $\tau_{mf}=3,5s$, é escolhido por apresentar a melhor resposta nos índices de desempenho, com menor consumo de energia e menor variância, além de apresentar robustez ao sistema.
- $K_p=1$, é usado para o teste de desempenho do horizonte de predição e no teste de acoplamento, considerando que o PID e o AEHP, estão no estado nominal, com respostas bem próximas entre si.
- $K_p=7$, é escolhido para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana, devido ao aumento da banda proporcional gerar uma diferença de robustez entre o controlador PID e AEHP.
- $K_{pboost}=1.01$, é escolhido por apresentar o melhor resultado para a Augmentação Estocástica.

A Augmentação Estocástica é realizada através de uma analogia entre a lei de controle do PID, mostrada em (23), com a saída generalizada do GMV em (3), (CRUZ et al., 2018), dada por

$$\frac{1}{K_p} \Delta u_{PID}(k) = s_0 e(k) + s_1 e(k-1) + s_2 e(k-2) \quad (31)$$

em que

$$e(k) = y_r(k) - y(k) \quad (32)$$

Com isso, a lei de controle do PID pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{K_p} \Delta u_{PID}(k) = (s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}) y_r(k) - (s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2}) y(k) \quad (33)$$

Sendo assim, a equação da saída generalizada do GMV é reescrita de forma que tenha similaridade com a equação (33), isto é,

$$Q(z^{-1}) \Delta u(k) = T(z^{-1}) y_r(k+d) - P(z^{-1}) y(k+d) \quad (34)$$

resultando na seguinte analogia entre a estrutura determinística do PID e preditiva do GMV,

$$T(z^{-1}) = P(z^{-1}) = (s_0 + s_1z^{-1} + s_2z^{-2}) \quad (35)$$

$$Q(z^{-1}) = \lambda = \frac{1}{K_p K_{pboost}} \quad (36)$$

Onde, λ é o fator escalar de ponderação de energia do controlador GMV e PID, o qual influencia a dinâmica do processo controlado. Os efeitos deste parâmetro de sintonia podem ser observados no sinal de saída, sinal de controle, índices de desempenho e nas margens de robustez.

Para encontrar a lei de controle da Augmentação Estocástica, é necessário obter os polinômios $E(z^{-1})$ e $F(z^{-1})$ a partir da solução da equação Diofantina mostrada em (11), seguindo-se com o projeto de controle GMV conforme se mostrou na seção 3.1.

No presente trabalho, os resultados dos testes realizados por tentativa e erro, de variação do horizonte de predição, culminaram na decisão de explorar as soluções da equação Diofantina até $N_y=10$, pois se observou que, além deste valor, para o H2DOF, não havia melhoria significativa que justificasse o aumento da complexidade e ordem do projeto. Sendo assim, para $N_y=10$ o seguinte projeto foi desenvolvido:

$$n_{e_{\{AE\}}} = N_y - 1 \quad (37)$$

$$n_{e_{\{AE\}}} = 10 - 1 \quad (38)$$

$$n_{e_{\{AE\}}} = 9$$

Para o polinômio $E(z^{-1})$ verificou-se que:

$$E(z^{-1}) = e_0 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + e_3z^{-3} + e_4z^{-4} + e_5z^{-5} + e_6z^{-6} + e_7z^{-7} + e_8z^{-8} + e_9z^{-9} \quad (39)$$

e o polinômio $F(z^{-1})$ de ordem 2:

$$n_{f_{\{AE\}}} = \max \left[\left(n_{p_{\{AE\}}} + n_{c_{\{AE\}}} \right), \left(n_{\Delta A_{\{AE\}}-1} + n_{e_{\{AE\}}} \right) \right] - N_y \quad (40)$$

$$n_{f_{\{AE\}}} = \max [(2 + 0), (3 + 9)] - 10$$

$$n_{f_{\{AE\}}} = 2$$

$$F(z^{-1}) = f_0 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2}. \quad (41)$$

Com as estruturas dos polinômios obtidos, pode-se resolver a equação Diofantina

(11) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 (s_0 + s_1z^{-1} + s_2z^{-2})1 \\
 &= (a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + a_3z^{-3})(e_0 + e_1z^{-1} + e_2z^{-2} + e_3z^{-3} + e_4z^{-4} \\
 &+ e_5z^{-5} + e_6z^{-6} + e_7z^{-7} + e_8z^{-8} + e_9z^{-9}) + z^{-10}(f_0 + f_1z^{-1} + f_2z^{-2})
 \end{aligned} \tag{42}$$

Com base na equação em (42), os elementos dos polinômios E(z) e F(z) resultam nos seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned}
 e_0 &= s_0 \\
 e_1 &= s_1 - a_1e_0 \\
 e_2 &= s_2 - a_2e_0 - a_1e_1 \\
 e_3 &= -a_3e_0 - a_2e_1 - a_1e_2 \\
 e_4 &= -a_3e_1 - a_2e_2 - a_1e_3 \\
 e_5 &= -a_3e_2 - a_2e_3 - a_1e_4 \\
 e_6 &= -a_3e_3 - a_2e_4 - a_1e_5 \\
 e_7 &= -a_3e_4 - a_2e_5 - a_1e_6 \\
 e_8 &= -a_3e_5 - a_2e_6 - a_1e_7 \\
 e_9 &= -a_3e_6 - a_2e_7 - a_1e_8 \\
 f_0 &= -a_3e_7 - a_2e_8 - a_1e_9 \\
 f_1 &= -a_3e_8 - a_2e_9 \\
 f_2 &= -a_3e_9.
 \end{aligned} \tag{43}$$

Após obter os coeficientes, estes devem ser substituídos na lei de controle aumentada, baseada na equação (18) para o controlador AEHP (CRUZ et al., 2018),

$$\Delta u_{AEHP}(k) = \frac{P(z^{-1})y_r(k+d) - F(z^{-1})y(k)}{B(z^{-1})E(z^{-1}) + \frac{1}{K_p K_{pboost}}} \quad (44)$$

Na Figura 3 tem-se o diagrama de bloco do controlador da Augmentação Estocástica com Horizonte de predição Estendido, como apresentado na equação (44).

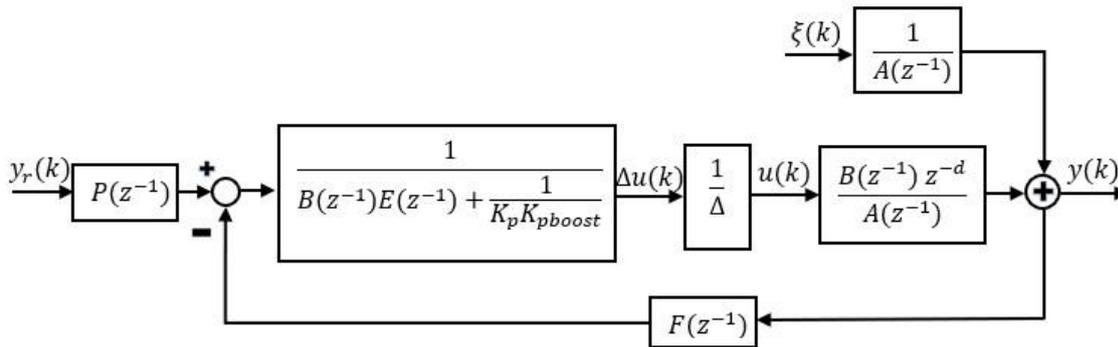


Figura 3- Diagrama de Bloco do Controlador AEHP.

3.4 ANÁLISE DE ROBUSTEZ E DESEMPENHO

3.4.1 ROBUSTEZ

Para que o sistema de controle em malha fechada seja considerado robusto este deve atender o intervalo de margem de ganho (MG) e margem de fase (MF) dentro do intervalo exigido pela literatura de controle. Para o presente projeto no intervalo de robustez considera-se os autores Steven, Lewis e Johnson (2016), os quais definem $MG = 6$ dB a 15 dB e $MF = 30^\circ$ a 60° , para sistemas aeroespaciais. De modo que, a MG está relacionada com a frequência crítica e quanto o sistema pode obter em ganho até que se torne instável e a MF está relacionada com a frequência de corte e a quantidade de atraso que pode ser inserido no sistema até que se torne instável. Diante disso, pode-se considerar que para grandes ganhos de MG e MF as malhas de controle são consideradas robustas, porém possuem baixo desempenho e para pequenas margens de MG e MF as malhas de controle não são consideradas robustas, porém possuem alto desempenho (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2003).

Sendo assim, diante disso, o método de sintonização dos parâmetros do controlador PID clássico, o cancelamento dinâmico, já proporciona ao controlador PID uma robustez com $MG \geq 6dB$ e MF com 60° , com isso, as expectativas de robustez do projeto, com a implementação da técnica da Augmentação estocástica com horizonte de predição estendido, deve resultar em um controlador preditivo AEHP mais robusto do que o controlador PID clássico que o originou, com $MG > 15 dB$ e $MF \geq 60^\circ$.

Além disso, na análise de robustez foram utilizadas as funções de sensibilidade $S_{\theta\psi}(z^{-1})$ e de sensibilidade complementar $T_{\theta\psi}(z^{-1})$, as quais estão relacionadas com as características de malha fechada do sistema. Em que $S_{\theta\psi}(z^{-1})$ está relacionada com o distúrbio de saída do sistema e $T_{\theta\psi}(z^{-1})$ está relacionada com o seguimento de referência e rejeição de perturbação em alta frequência. De forma que, $S_{\theta\psi}(z^{-1})$, seja pequeno nas baixas frequências e seja $|S_{\theta\psi}| = 0 dB$ nas altas frequências e $T_{\theta\psi}(z^{-1})$, seja $|T_{\theta\psi}| = 0 dB$ nas baixas frequências e seja menor nas altas frequências (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; STEVEN; EDGAR; JOHNSON; 2016; ARAÚJO, 2017).

Para encontrar as equações de sensibilidade ($S_{\theta\psi}(z^{-1})$) e sensibilidade complementar ($T_{\theta\psi}(z^{-1})$), considera-se a equação de malha fechada, onde $\left(\frac{y(k)}{y_r(k)}\right)$, em que considera-se uma planta (1) controlada pela lei de controle do PID (24) e lei de controle do AEHP (46)(SILVEIRA; 2012). De modo que, para cada controlador PID e AEHP, existe uma função do tipo $S_{\theta\psi}(z^{-1})$ e $T_{\theta\psi}(z^{-1})$, para mais detalhes do cálculo das funções de sensibilidade, verificar o Apêndice 4.

Com isso, para obter as funções de sensibilidade do controlador PID determinístico, é necessário substituir a equação da lei de controle (23) e a equação da analogia (35) no modelo ARIX na equação (1), obtendo a seguinte função de sensibilidade complementar:

$$T_{pid_{\theta\psi}}(z^{-1}) = \frac{K_p P(z^{-1}) B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1}) + K_p P(z^{-1}) B(z^{-1}) z^{-d}} \quad (45)$$

e a partir da função $T_{pid_{\theta\psi}}(z^{-1})$ é calculada a função $S_{pid_{\theta\psi}}(z^{-1})$, considerando que:

$$S_{pid_{\theta\psi}}(z^{-1}) = 1 - T_{pid_{\theta\psi}}(z^{-1}). \quad (46)$$

Da mesma forma, as substituições foram feitas para o controlador AEHP, substituindo a lei de controle em (44) no modelo ARIX na equação (1) obtém-se a seguinte função de sensibilidade complementar,

$$T_{AEHP_{\theta\psi}}(z^{-1}) = \frac{P(z^{-1})B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})E(z^{-1})B(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}} + F(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}} \quad (47)$$

e a partir da função $T_{AEHP_{\theta\psi}}(z^{-1})$, é calculada a função $S_{AEHP_{\theta\psi}}(z^{-1})$, considerando que

$$S_{AEHP_{\theta\psi}}(z^{-1}) = 1 - T_{AEHP_{\theta\psi}}(z^{-1}). \quad (48)$$

Sendo assim, para a análise de robustez nas equações (45) e (47) deve-se considerar atraso de tempo na variável (z^{-d}), onde este atraso deve ser calculado de acordo com a Apêndice 2, pois, para cada tipo de processo existe um valor máximo de atraso de tempo (θ_{max}). Além disso, deve-se lembrar que atraso de tempo corrige as defasagens causadas pela predição de longos horizontes.

Com isso, a partir das funções de sensibilidade e sensibilidade complementar de ambos os controladores, é possível obter valores de MG e MF. Em que a escolha da margem de ganho e margem de fase deve ser realizada de acordo com a necessidade de cada projeto, para que haja um equilíbrio entre desempenho e robustez.

O cálculo dos parâmetros de robustez pode ser realizado a partir das equações a seguir:

$$M_s = \max_{\omega} |S_{\theta\psi}(e^{-j\omega T_s})| \quad (49)$$

$$M_t = \max_{\omega} |T_{\theta\psi}(e^{-j\omega T_s})| \quad (50)$$

$$GM_s \geq \frac{M_s}{M_s - 1} \quad (51)$$

$$PM_s \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_s} \right) \left(\frac{180}{\pi} \right) \quad (52)$$

$$GM_t \geq 1 + \frac{1}{M_t} \quad (53)$$

$$PM_t \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2M_t} \right) \left(\frac{180}{\pi} \right) \quad (54)$$

em que M_s é o ganho máximo da função de sensibilidade, M_t é o ganho máximo da função de sensibilidade complementar, GM_s é a margem de ganho da função de sensibilidade, PM_s é a margem de fase da função de sensibilidade, GM_t é a margem de ganho da função de sensibilidade complementar e PM_t é a margem de fase da função de sensibilidade

complementar (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2003 ;CRUZ et al., 2018).

3.4.2 DESEMPENHO

O sistema de controle também será analisado por índices de desempenho, os quais quantificam o desempenho do sistema, por meio do “tamanho” da energia consumida em uma sequência discreta. Pode-se afirmar que, por meio dos índices de desempenho, obtém-se uma leitura numérica das informações contidas nos gráficos, tanto para sinal de saída quanto para o sinal de controle (SILVEIRA et al., 2016; ARAÚJO, 2017). Com isso, o desempenho foi avaliado a partir do índice de uma aproximação discreta da integral de um sinal quadrático, conforme a equação a seguir:

$$IS_w = (w^T w)T_s \quad (55)$$

onde, IS_w representa potência ou energia. Para os casos do sinal de controle e do sinal de erros, os seguintes índices são utilizados, respectivamente: IS_u e IS_e . Em que, IS_u quantifica o consumo de energia do sinal de controle do sistema e o IS_e quantifica o erro do sistema.

Além disso, um outro índice a ser analisado foi o de variância do sinal, dada pela equação,

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=0}^N (x_i - x_m)^2}{N - 1} \quad (56)$$

onde N é o número de amostras, x_i é o elemento do vetor de dados e x_m é a média de valores. E o índice σ^2 representa a variância do sinal de controle (σ_u^2) e variância do sinal da saída generalizada (σ_ϕ^2). Diante disso, para que o índice de desempenho seja satisfatório no projeto, este deve obter o menor valor, no sentido de otimização, de modo que, o sistema seja considerado econômico através do menor consumo de energia, por meio dos índices IS_w e com a menor variância, por meio dos índices σ^2 .

CAPÍTULO 4

ESTUDO DE CASO: SISTEMA MULTIVARIÁVEL COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE - HELICÓPTERO 2DOF

4.1 HELICÓPTERO

O helicóptero é um tipo de aeronave de asas rotativas que pode ser classificada como um Aeródino, ou seja, uma aeronave mais pesada que o ar e que obtém movimentos relativos entre a massa de ar e as hélices de sustentação, para que possa levantar e deslocar-se com os seus movimentos como apresentado na Figura 4, levantando voo na vertical, movimentando-se para direita, para esquerda, para frente, para trás, para cima, para baixo e pairar no ar. Com isso, por ser uma aeronave de movimentos versáteis, essa está presente em diversas situações como: salvamento em áreas isoladas, combate a incêndio, remoções hospitalares, fiscalização de grandes áreas, filmagem e fotografia aéreas, combate em guerras e conflitos, taxi aéreo etc. Isso é possível devido o helicóptero se movimentar mais rápido do que uma aeronave de asas fixas, como o avião (SILVA, 2000).

Do ponto de vista da área de Sistema de Controle, o helicóptero pode ser classificado como um sistema multivariável, não-linear, com grande acoplamento de variáveis devido ao cruzamento entre os eixos e instabilidade em malha aberta. A maioria dos problemas relacionados à dinâmica do helicóptero são os distúrbios externos, incertezas paramétricas e dinâmicas não modeladas (PATEL et al., 2017; ARAS; KAYNAK, 2014).

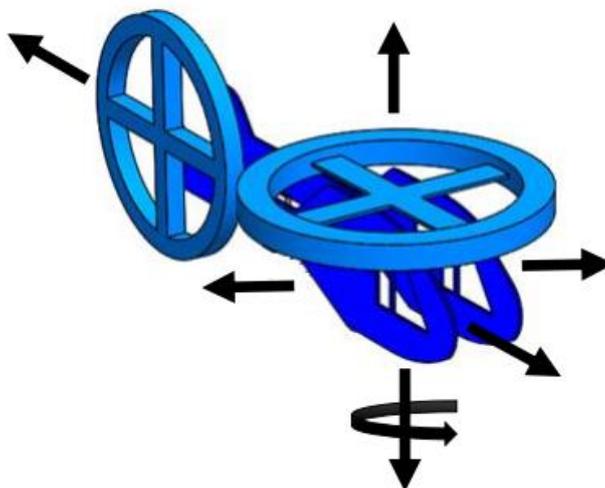


Figura 4- Movimentos do Helicóptero

Como abordado no capítulo 1, no presente trabalho, é usado o processo por simulação da planta didática do helicóptero 2DOF, em que todo o ambiente de simulação é realizado na plataforma do software Matlab.

4.2 DESCRIÇÃO DA PLANTA: HELICÓPTERO 2DOF

O helicóptero 2DOF apresentado na Figura 5, possui duas hélices que são controladas por motores de corrente contínua, em que a hélice do rotor principal controla o movimento de inclinação (do nariz) do eixo de arfagem, com uma angulação de $\pm 45^\circ$ e a hélice de cauda controla o movimento lateral (direita e esquerda) do eixo da guinada, com uma angulação de 360° . O processo é fixo em um garfo que está em uma base mecânica com anéis deslizantes, em que o ângulo de arfagem e guinada são medidos por encoders de alta resolução, sendo que o primeiro encoder, na Figura 6, é fixo na lateral do garfo para capturar o movimento de arfagem e o segundo encoder, na Figura 6, é fixo na base do eixo da vertical para capturar o movimento de guinada. Assim, o processo busca representar a dinâmica de um helicóptero em escala real, do tipo rotor anti-torque, presente na Figura 7; entretanto, dos três graus de liberdade do helicóptero, é estudado apenas dois: o movimento de arfagem e o movimento de guinada (QUANSER, 2011; CAZOLATO, 2006).

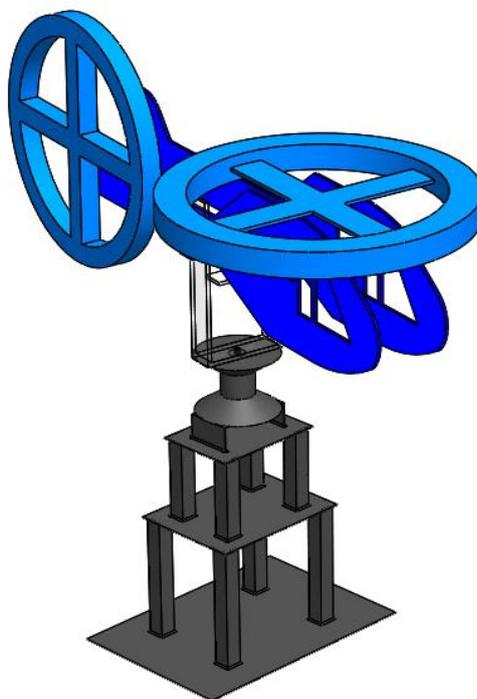


Figura 5- Helicóptero 2DOF. Fonte: Autoria própria

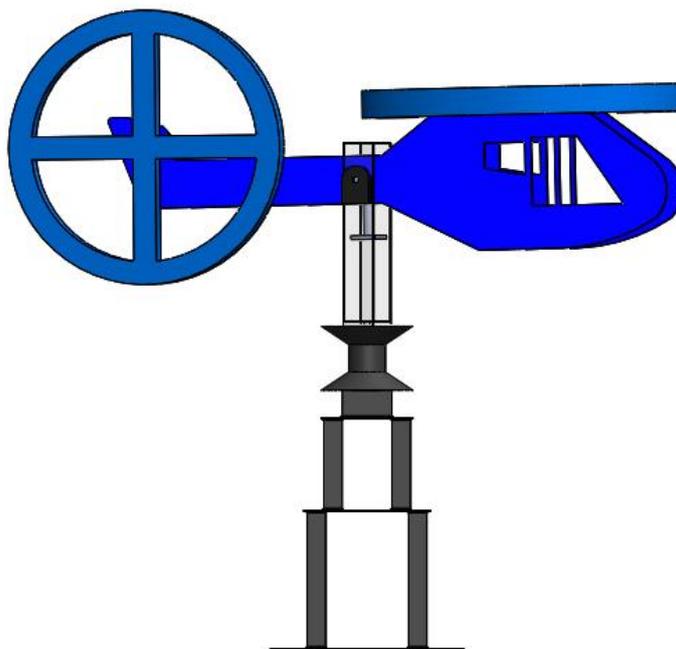


Figura 6- Encoder de Arfagem na lateral do garfo e Encoder de guinada abaixo da polia.
Fonte: Autoria própria



Figura 7- Helicóptero Anti-Torque

4.3 FUNCIONAMENTO DO HELICÓPTERO 2DOF

Antes de abordar sobre o funcionamento do H2DOF, são apresentados conceitos básicos da dinâmica da aeronave para melhor compreensão do leitor (SILVA, 2000; PARRA, [s.d]; ARAS; KAYNAK, 2014; SANTOS, 2005). Sendo estes:

- **Rotor principal:** é o rotor que realiza a sustentação da maior parte da estrutura da aeronave, permitindo que esta realize o voo pairado, voo para os lados e voo para trás.
- **Rotor de cauda:** é um rotor menor do que o rotor principal que está localizado na parte traseira da aeronave; além disso, é responsável pela ação anti-torque, a qual

evita que o corpo da aeronave gire em sentido oposto ao rotor principal. O sentido do rotor de cauda é anti-horário e gira mais rápido do que o rotor principal.

- **Eixo Lateral:** está relacionado com as hélices do helicóptero. Este eixo vai de uma ponta a outra da hélice; além disso, está relacionado ao movimento de arfagem, em que a arfagem realiza o movimento de inclinação em torno do eixo y, tal movimento de inclinação está restrito ao intervalo de -45° e 45° na vertical, de acordo com a Figura 8.
- **Eixo Vertical:** é paralelo ao eixo de acionamento do rotor principal, está relacionado ao movimento de guinada, em que, a guinada realiza o movimento de rotação em torno do eixo z e o helicóptero pode se deslocar para direita ou para esquerda no ângulo de 360° na horizontal, de acordo com a Figura 8.

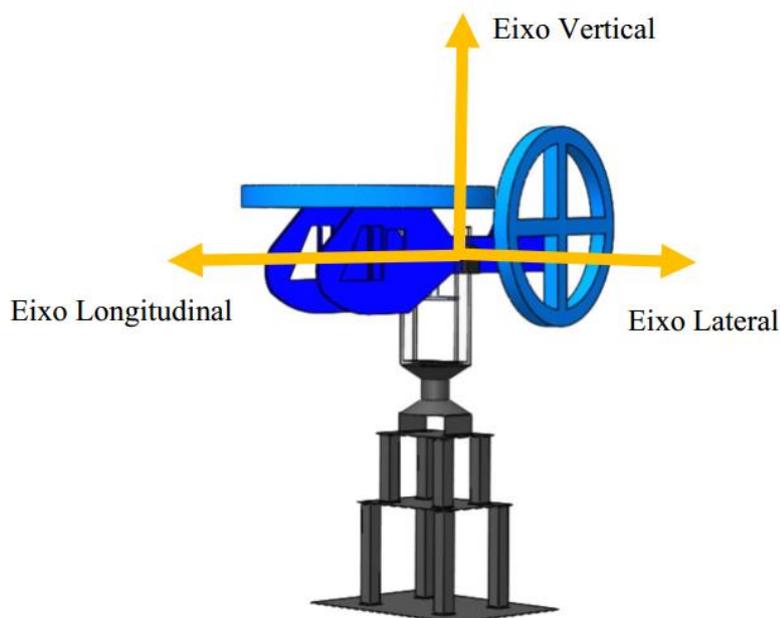


Figura 8- Eixos de movimentação do H2DOF

Cabe mencionar que o processo do helicóptero 2DOF inicia o seu movimento com pulsos de tensão que podem representar uma entrada ao degrau, em que esses pulsos acionam o rotor principal e o rotor de cauda. Para a aeronave entrar em movimento, o usuário deve inserir o set point desejado e, com isso, o H2DOF executará movimentos de arfagem e movimentos de guinada da seguinte forma: quando o motor principal é acionado o helicóptero executa movimento de arfagem com inclinação de 45° e quando o motor principal perde tensão, este executa a arfagem de -45° em torno do eixo y; quando o motor de guinada é acionado, o “corpo” do helicóptero executa o movimento de rotação para direita

ou para esquerda, com uma rotação de 360° em torno do eixo z, de modo que os movimentos de arfagem e guinada podem ser executados ao mesmo tempo, em que estes movimentos são coordenados por um sistema de controle, o qual objetiva realizar o controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada, até que estes alcancem o equilíbrio.

É válido pontuar que o equilíbrio ao qual se discute ocorre quando o corpo do helicóptero estiver na horizontal e a guinada apenas mantendo a direção do corpo do helicóptero, com um ângulo entre 0° e 360° . Além disso, deve ser considerado que, durante a execução de movimentos do helicóptero, existe o efeito *cross-coupled*, o qual é causado pelo acoplamento entre as variáveis do sistema, devido às informações cruzadas entre os eixos de arfagem (eixo lateral) e o eixo de guinada (eixo vertical) (QUANSER, 2011; CRUZ et al., 2018; CRUZ; SIMÃO, 2016; SANTOS, 2005; SILVA, 2000).

4.4 DIAGRAMA DE CORPO LIVRE

Através do diagrama de corpo livre na Figura 9, é possível entender de forma simplificada as forças que atuam no processo do Helicóptero 2DOF. Nesse sentido, o diagrama de corpo livre ajuda na exposição das forças físicas que atuam no sistema, as quais são usadas para realizar a modelagem fenomenológica do processo, baseada nas forças físicas presentes no sistema. Além das forças atuantes, existem as grandezas que foram medidas, como na Tabela 1, de cada componente do processo, para poder obter o modelo matemático do helicóptero 2DOF (QUANSER, 2011; CAMPOS; TEXEIRA, 2010).

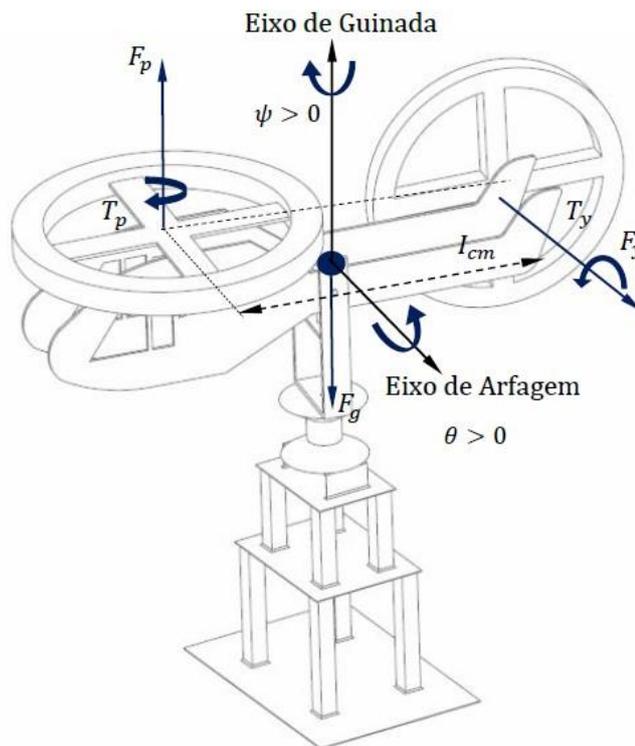


Figura 9- Diagrama de corpo livre do helicóptero 2DOF

De acordo com o diagrama de corpo livre, tem-se as seguintes observações:

- Para o helicóptero entrar em equilíbrio na horizontal, o ângulo de arfagem deve ser igual a zero (θ);
- O ângulo de arfagem (θ) aumenta positivamente quando o “nariz” do helicóptero é movido para cima (o corpo gira no sentido anti-horário);
- O ângulo de guinada (ψ) aumenta positivamente quando o corpo gira no sentido horário;
- O aumento do ângulo de arfagem ocorre quando o empuxo (F_p) é positivo;
- A velocidade de rotação do rotor gera força no eixo de arfagem (F_p) e no eixo de guinada (F_y), onde a rotação causa um torque de carga (T_p) no eixo do motor;
- O rotor de guinada é acionado por uma tensão (V_y) gerando uma força (F_y) e um torque (T_y) causado pela rotação do motor;
- O rotor da arfagem é acionado por uma tensão (V_p), causando uma força (F_p) e um torque (T_p) pela rotação do rotor (QUANSER,2011; CAZOLATO,2006).

4.5 MODELO DO SISTEMA MULTIVARIÁVEL

A modelagem fenomenológica tem por objetivo representar a dinâmica de um processo real por meio de um modelo matemático, a qual considera as leis físicas e as correlações que atuam no processo. Este processo pode ser caracterizado por suas variáveis de estado que descrevem a quantidade de massa, energia e momento linear do sistema (CAMPOS; TEIXEIRA, 2010). Tal tipo de modelagem pode ser também denominado modelagem caixa branca, em que o sistema a ser modelado deve ser bem conhecido pelo projetista (AGUIRRE, 2004). Com isso, o processo do helicóptero 2DOF tem o seu modelo matemático por meio de uma modelagem fenomenológica, em que os parâmetros usados são apresentados na Tabela 1, obtidos do manual do usuário do H2DOF, disponível no site da empresa Quanser. Sendo assim, o método de identificação não é usado no presente trabalho, pois este é mais recomendável para sistemas do tipo caixa-preta, em que o usuário não tem conhecimento algum do processo (AGUIRRE, 2004).

Vale salientar que o sistema do Helicóptero 2DOF pode ser representado por um modelo matemático que pode ser classificado como não-linear, em que este é linearizado por meio do toolbox Simulink do Matlab, gerando uma matriz linear multivariável de ordem 2×2 , em que o processo da linearização pode ser consultado no Apêndice 1, em que a matriz linearizada é apresentada a partir da equação (61) a (73). Logo, a matriz gerada pela linearização apresenta algumas diferenças de ganho, se comparada a matriz disponível no manual da empresa Quanser.

O Helicóptero 2DOF é uma planta didática bem conhecida nas aplicações de sistema de controle. Alguns autores optam por trabalhar com o modelo não-linear da planta para aplicação de sistema de controle, como: Patel et al., (2010), Aras e Kaymak (2014) e Ramalakshimi e Manoharan (2012), enquanto outros autores optam por trabalhar com o modelo linearizado, como: Kalid et al., (2017), Raghavan e Thomas (2016), Ji et al., (2013), Barbosa et al., (2016) e Rodrigues et al. (2016). Com isso, tanto o modelo não-linear quanto o modelo linearizado são utilizados para aplicação de sistema de controle, de modo que para cada modelo, há uma análise e um resultado diferente.

No presente trabalho, é utilizado o modelo linearizado, para o uso da Augmentação Estocástica, baseada no PID e no GMV SISO, como apresentado no capítulo 3, seção 3.1. A aplicação do sistema de controle para o modelo não linear do H2DOF é abordada em uma pesquisa futura, devido à complexidade dos algoritmos para este modelo. Sendo assim, apresenta-se o modelo linearizado multivariável do processo do Helicóptero 2DOF, o qual é

utilizado para aplicação das técnicas de controle, sendo este representado no espaço de estado.

A partir do modelo apresentado, considera-se que (θ) é o ângulo de arfagem e (ψ) é o ângulo de guinada.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (57)$$

$$y = Cx + Du \quad (58)$$

Em que x^T é o vetor de estado definido como:

$$x^T = [\theta(t), \psi(t), \dot{\theta}(t), \dot{\psi}(t)] \quad (59)$$

E o vetor y^T de saída definido por:

$$y^T = [\theta(t) \ \psi(t)]. \quad (60)$$

As matrizes (61) a (64) representam o modelo matemático do sistema H2DOF (Quanser, 2011).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -B_p & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J_{eq_p} + m_{heli}l_{cm}^2}{0} & \frac{-B_y}{J_{eq_y} + m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \quad (61)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J_{eq_p} + m_{heli}l_{cm}^2} & \frac{K_{py}}{J_{eq_p} + m_{heli}l_{cm}^2} \\ \frac{K_{yp}}{J_{eq_y} + m_{heli}l_{cm}^2} & \frac{K_{yy}}{J_{eq_y} + m_{heli}l_{cm}^2} \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Tabela 1- Parâmetros da planta do Helicóptero com dois graus de liberdade

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Constante de força impulso do motor de guinada	K_{pp}	0,204	N.m/V
Constante de torque atuando no eixo da guinada pelo motor da guinada	K_{yy}	0,072	N.m/V
Constante de torque atuando no eixo da arfagem pelo motor da guinada	K_{py}	0,0068	N.m/V
Constante de torque atuando no eixo da guinada pelo motor da arfagem	K_{yp}	0,0219	N.m/V
Atrito Viscoso do motor de arfagem	B_p	0,800	N/V
Atrito Viscoso do motor de guinada	B_y	0,318	N/V
Massa do corpo do helicóptero	m_{heli}^l	1,3872	kg
Centro de massa do corpo do helicóptero do eixo da arfagem	l	0,186	m
Momento total de Inércia do ângulo de arfagem	J_{eq_p}	0,0384	kg.m ²
Momento total de Inércia do ângulo de guinada	J_{eq_y}	0,0432	kg.m ²

4.6 ANÁLISE DO SISTEMA MULTIVARIÁVEL

Algumas características do sistema multivariável devem ser analisadas antes da realização do projeto de controle para observar se é realizável ou não a aplicação de controle, em que o sistema deve ser testado, quanto à sua controlabilidade, à sua observabilidade e à sua estabilidade, no espaço de estado, para o sistema MIMO.

4.6.1 CONTROLABILIDADE

Considerando um sistema no espaço de estado,

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

onde, A e B são as matrizes relacionadas a controlabilidade.

Tem-se a matriz de controlabilidade, em que neste trabalho a ordem do sistema é $n = 4$:

$$C_o = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (65)$$

onde C_o é a matriz de controlabilidade, A e B serão substituídos pela matriz do processo H2DOF em (61) e (62).

Com isso, o sistema será completamente controlável se e somente se o índice de controlabilidade (ρ_{C_o}) for igual a ordem do sistema, como na equação (66)

$$\rho\{C_o\} = n = 4 \quad (66)$$

4.6.2 OBSERVABILIDADE

Considerando um sistema no espaço de estado,

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

onde, A e C são as matrizes relacionadas com a observabilidade.

Tem-se a matriz de observabilidade

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (67)$$

onde, O_b é a matriz de observabilidade, C e A são as matrizes do processo H2DFO em (61) e (62) que são substituídos na equação (67).

Com isso, o sistema será completamente observável se e somente se o índice de observabilidade (ρ_{O_b}) for igual a ordem do sistema, como na equação (68)

$$\rho\{O_b\} = n = 4 \quad (68)$$

4.6.3 ESTABILIDADE

O sistema H2DOF pode ser classificado como um sistema Marginalmente Estável e como um sistema integrador, ou seja, um sistema do tipo 1, devido a localização de polos, representados na Figura 10, em que estes apresentam os seguinte valores:

$$S_{p1} = -9,28 + j0; S_{p2} = -4,49 + j0; S_{p3} = 0 + j0; S_{p4} = 0 + j0.$$

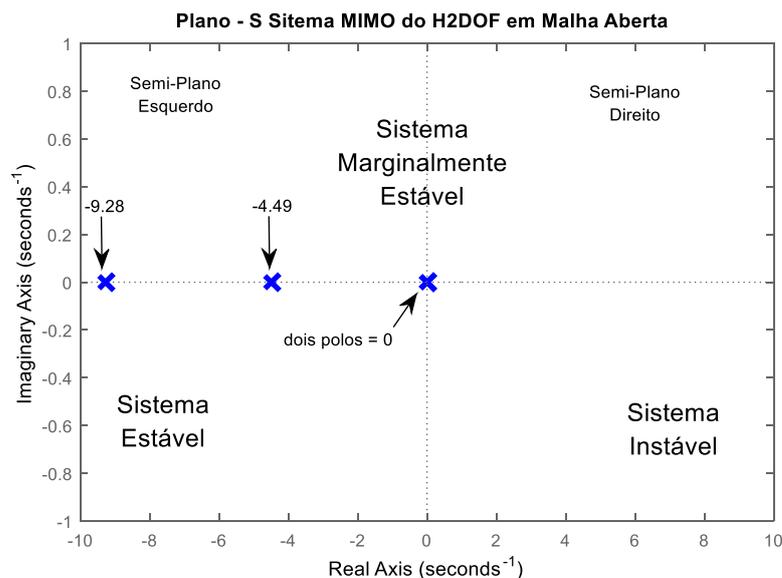


Figura 10 - Localização de polos e zeros do sistema H2DOF.

4.7 MATRIZ MULTIVARIÁVEL

Os sistemas multivariáveis apresentam fortes interações entre as malhas, que são denominadas de acoplamento. De modo que os sistemas de controle centralizados usam todas as entradas e saídas ao mesmo tempo para poder obter respostas das variáveis manipuladas. Com isso, os controladores centralizados se tornam complexos para aplicação de sistema de controle e para realização de análises no processo (CRUZ, 1996; SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; MEJÍA, 2003).

Diante disso, para reduzir a complexidade da lei de controle, o sistema MIMO do processo H2DOF é transformado do espaço de estado para forma de função de transferência, gerando assim, dois sistemas SISO, um para o ângulo de arfagem e outro para o ângulo de guinada, considerando os acoplamentos existente na dinâmica do sistema. Além disso, é realizado o empareiramento para verificar qual saída é mais sensível a uma determinada entrada, por meio do método da matriz de ganhos relativos (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; MEJÍA, 2003; KALID et al., 2017);

Assim, tem-se a matriz do sistema multivariável H2DOF, representada no espaço de estado, em que neste primeiro momento a matriz no domínio de tempo contínuo é usada apenas para obtenção da matriz do ganho relativo (RGA). Entretanto, para aplicação do sistema de controle da Augmentação Estocástica, a matriz do H2DOF é abordada no domínio discreto, como na seção 4.10.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9.275 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.491 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.367 & 0.079 \\ 0.3097 & 1.017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (70)$$

Com isso, para realizar a transformação do espaço estado para representação para a forma de função de transferência (entrada/saída), é utilizada a seguinte equação,

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (71)$$

de modo que, por meio da equação (71), é obtida uma matriz com quatro funções de transferência em (72), a qual representa o modelo multivariável com acoplamentos em (69) e (70) na forma entrada e saída. Além do mais, no processo H2DOF é inserido um atraso de tempo de $\theta_{at} = 0,05$ considerando duas amostras discretas, para gerar um descasamento entre planta e modelo, de modo que o cancelamento entre controlador e planta não seja ideal, para o caso do controlador PID clássico, onde o cálculo do atraso de tempo, pode ser conferido na Apêndice 2 (GOMEZ, 2016; OH-RAHA; URANO; MATSUNO, 2007; AILON; AROGETI, 2014, SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001).

Com isso, tem-se a seguinte matriz em (72), a qual representa o sistema multivariável com acoplamento na forma de funções de transferência, onde a partir desta, é realizado o cálculo da matriz de ganhos relativos, para obtenção do melhor empareiramento entrada/saída, onde a equação (72.1) representa de forma genérica uma função de transferência para o modelo ARIX em (1):

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (72)$$

∴

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{B_{11} 10^{-0.05s}}{\Delta A_{11}} & \frac{B_{12} 10^{-0.05s}}{\Delta A_{12}} \\ \frac{B_{21} 10^{-0.05s}}{\Delta A_{21}} & \frac{B_{22} 10^{-0.05s}}{\Delta A_{22}} \end{bmatrix} \quad (72.1)$$

4.8 MATRIZ DE GANHOS RELATIVOS: RGA

A matriz de ganhos relativos foi apresentada por Bristol em 1996 e definida como uma forma de medir a interação entre as variáveis do sistema MIMO. Além disso, o RGA analisa o sistema em regime estacionário, em que este pode ser projetado para frequência $\omega = 0 \text{ rad/s}$, ou, para frequências próximas as frequências de corte do sistema. Todavia o empareiramento de entrada e saída, serve para verificar qual entrada é mais sensível a uma determinada saída, pois empareiramentos incorretos podem comprometer a estabilidade do sistema (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; BRISTOL, 1996; CASTRO; ARAÚJO, 2008).

Com isso, para obter um bom empareiramento deve-se considerar:

- Deve-se empareirar saídas/entradas com elementos RGA ($\lambda_{RGA_{ij}}$) próximo de 1.
- Deve-se evitar empareiramentos com elementos RGA ($-\lambda_{RGA_{ij}}$) negativos, para evitar instabilidade.
- Deve-se empareirar elementos RGA ($\lambda_{RGA_{ij}}$) de ganhos pequenos, na região da frequência de corte e evitar empareiramentos de elementos com ganhos elevados.

É imperativo pontuar, então, que as funções de transferência obtidas na matriz da equação (72) devem ser aproximadas para um sistema de 1ª ordem, para que seja possível a aplicação do método RGA, em que estas são aproximadas por meio do método *Half-Rule* (Regra do meio), pois para um sistema de 2ª ordem o sistema tenderia ao infinito, já que o processo H2DOF é um sistema integrador (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001).

As funções de 1ª ordem são representadas pela seguinte equação, em (73):

$$G(s)_{foptd} = \frac{k e^{-\theta_{apx}s}}{\tau_{apx}s + 1} \quad (73)$$

em que,

$$\tau_{apx} = \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2} \quad (74)$$

$$\theta_{apx} = \theta_{at} + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{io} + \sum \tau_{j_{oinv}} \quad (75)$$

em que $G(s)_{foptd}$ representa a aproximação da função de transferência de 1ª ordem, k é o ganho aproximado, θ_{apx} é o atraso de tempo aproximado de 1ª ordem, τ_{apx} é a constante de tempo do sistema de 1ª ordem, τ_{10} é o primeiro valor de maior ordem dos polos, τ_{20} é o segundo valor de maior ordem dos polos, θ_{at} é o atraso do sistema H2DOF, τ_{io} é o primeiro

valor de maior ordem dos zeros e $\tau_{j_{o_{inv}}}$ é o segundo valor de maior ordem dos zeros (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001).

Sendo assim, realizando as devidas substituições dos elementos da matriz (72) com as equações da Regra do meio de (73) a (75), tem-se as seguintes matrizes de funções de transferência de 1ª ordem:

$$G(s)_{f_{optd}} = \begin{bmatrix} \frac{2.36710^{-0.05s}}{9.275s + 1} & \frac{0.07910^{-0.05s}}{9.275s + 1} \\ \frac{0.309710^{-0.05s}}{3.49s + 1} & \frac{1.01710^{-0.05s}}{3.49s + 1} \end{bmatrix} \quad (76)$$

Para realizar o empareiramento, deve-se ter para $s = 0$, nas baixas frequências, para poder obter uma matriz apenas com escalares, com isso, tem-se a seguinte matriz,

$$G(s) = G(0) = \begin{bmatrix} 2.367 & 0.079 \\ 0.3097 & 1.017 \end{bmatrix} \quad (77)$$

que, a partir desta, obtém-se a matriz inversa $G(0)^{-1}$,

$$G(0)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.4268 & -0.0332 \\ -0.1300 & 0.9934 \end{bmatrix}. \quad (78)$$

Assim, tem-se a matriz RGA, dada por:

$$[\lambda_{RGA_{ij}}] = [G_{ij}][G_{ij}^{-1}] \quad (79)$$

em que $\lambda_{RGA_{ij}}$, i-ésima saída em relação a j-ésima entrada, representam os elementos da matriz RGA, G_{ij} é a matriz nominal e G_{ij}^{-1} é a matriz inversa da matriz nominal. Assim, tem-se a seguinte equação:

$$[\lambda_{RGA_{ij}}] = [G(0)][G(0)^{-1}] = \Lambda \quad (80)$$

obtendo assim a matriz RGA,

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (81)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1.0102 & -0.0103 \\ -0.0103 & 1.0103 \end{bmatrix}. \quad (82)$$

Sendo assim, conforme a matriz RGA em (82), observa-se que os elementos da diagonal principal são próximos de 1. Desse modo, a 1ª regra é atendida, já os elementos da diagonal secundária são negativos e de acordo com a 2ª regra, não é recomendável

emparelhamento com elementos negativos, concluindo-se que o melhor emparelhamento é:

$$u_1 \rightarrow y_1 \quad (83)$$

$$u_2 \rightarrow y_2 \quad (84)$$

em que u_1 é a tensão de entrada da arfagem, y_1 é o ângulo de arfagem, u_2 é a tensão de entrada da guinada e y_2 é o ângulo de guinada.

Enquanto as demais entradas e saídas representam a influência do acoplamento do sistema (informações cruzadas entre os eixos de arfagem e de guinada), onde a tensão de arfagem (u_1) influencia na saída do ângulo de guinada (y_2) e a tensão de guinada (u_2) influencia na saída do ângulo de arfagem (y_1), com isso, pode-se afirmar que o sistema é acoplado, ou seja, considera as influências de ambas as entradas e saídas.

$$u_1 \rightarrow y_2 \quad (85)$$

$$u_2 \rightarrow y_1 \quad (86)$$

Dessa forma, relacionando a matriz do processo H2DOF em (72), com a matriz RGA em (82), pode-se afirmar uma equivalência de proporcionalidade.

$$G(s) = \Lambda \quad (87)$$

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad (88)$$

o emparelhamento ($u_1 \rightarrow y_1$) é representado pela função de transferência (G_{11}) e o emparelhamento ($u_2 \rightarrow y_2$) representado pela função de transferência (G_{22}), em que estas funções de transferência representam o ângulo de arfagem (G_{11}) e o ângulo de guinada (G_{22}) a serem controlados. Enquanto, o segundo emparelhamento é referente as influências de acoplamento do sistema, em que ($u_1 \rightarrow y_2$) é representado pela função de transferência (G_{21}) e ($u_2 \rightarrow y_1$) é representado pela função de transferência (G_{12}). Estas funções de transferência representam o efeito *cross-coupled* para o ângulo de arfagem (G_{12}) e para o ângulo de guinada (G_{21}), como definido na seção 4.3, sobre a dinâmica do processo.

Com isso, a aplicação do método RGA é também utilizada em processos como coluna de destilação, processos petroquímicos e processos de ordem mais elevadas, para verificar qual o melhor emparelhamento de uma determinada saída com uma determinada entrada, com o objetivo de informar ao projetista quais elementos podem ser emparelhados para resultar em um controlador estável (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 2001; MEJÍA, 2003).

4.9 SISTEMA MULTIVARIÁVEL

Apresenta-se o sistema H2DOF no espaço de estado no domínio do tempo discreto, em que o modelo discretizado em (89) e (90) é utilizados para o projeto de sistema de controle, onde as matrizes são um equivalente discreto de (69) e (70) obtidas pelo método do segurador de ordem zero, com $T_s = 0,05$ s.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.04001 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.04478 \\ 0 & 0 & 0.6289 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7989 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00255 & 8.510^{-05} \\ 0.0003597 & 0.001181 \\ 0.09469 & 0.003161 \\ 0.01387 & 0.04553 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} \quad (90)$$

Após o cálculo da matriz RGA, com os devidos empareiramentos realizados, sabe-se que, G_{11} representa o ângulo de arfagem e G_{22} representa o ângulo de guinada, a serem controlados, enquanto as funções de transferência G_{12} e G_{21} representam efeito de acoplamento cruzado do sistema. De modo que, o modelo discretizado em (89) e (90) é aproximado para um sistema de 2ª ordem em (92) considerando o atraso de tempo ($\theta_{at} = 0.05$) de duas amostras discretas, em que esta aproximação tem por objetivo de facilitar os demais cálculos para o projeto de sistema de controle, sendo assim, para mais detalhes dessa aproximação deve-se verificar o Apêndice 3.

$$G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} G_{11}(z^{-1}) & G_{12}(z^{-1}) \\ G_{21}(z^{-1}) & G_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} \quad (91)$$

$$G(z^{-1}) = \begin{bmatrix} \frac{(0.00255 + 0.002185 z^{-1})z^{-2}}{1 - 1.629 z^{-1} + 0.6289 z^{-2}} & \frac{(8.51e^{-5} + 7.29310^{-5} z^{-1})z^{-2}}{1 - 1.629 z^{-1} + 0.6289 z^{-2}} \\ \frac{(0.0002844 + 0.0002683 z^{-1})z^{-2}}{1 - 1.84 z^{-1} + 0.8396 z^{-2}} & \frac{(0.009339 + 0.0008811 z^{-1})z^{-2}}{1 - 1.84 z^{-1} + 0.8396 z^{-2}} \end{bmatrix} \quad (92)$$

Na Figura 11, observa-se a estrutura de um caso geral do sistema multivariável acoplado representado na forma entrada e saída, no qual é possível verificar as interações entre as malhas de cada subsistema SISO, em que uma malha SISO ($C_1(z^{-1})$) é designada para o ângulo de arfagem e a segunda malha SISO ($C_2(z^{-1})$) para o ângulo de guinada. Com isso na Figura 12 tem-se a estrutura do controlador preditivo AEHP e na Figura 13 tem-se a estrutura do controlador PID, em que ambos são aplicados no processo H2DOF na estrutura

entrada e saída, sendo que para cada subsistema (arfagem e guinada) existe um controlador SISO, como foi proposto no Capítulo 3 (CRUZ et al., 2018).

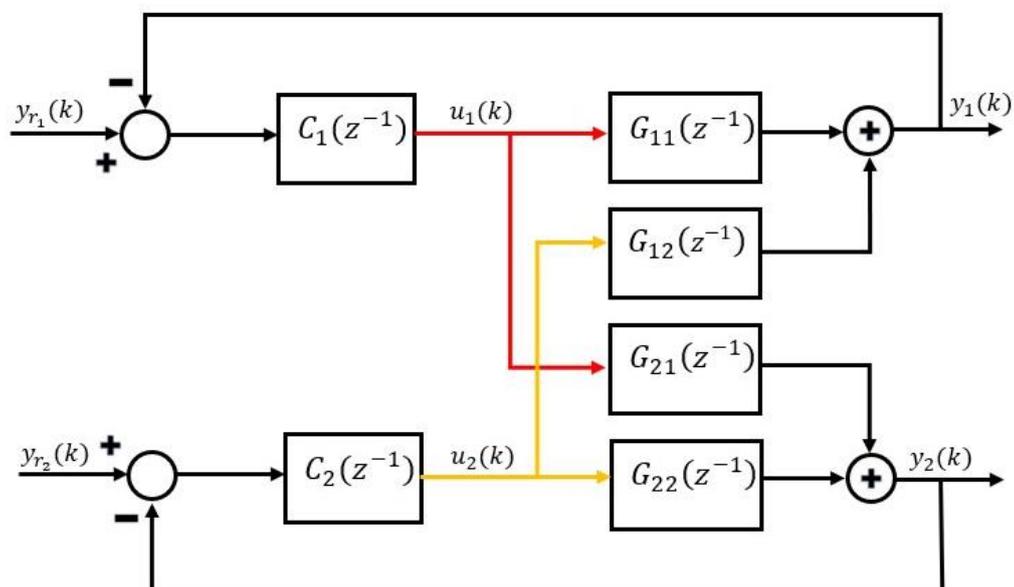


Figura 11- Caso Sistema Multivariável com acoplamento representado na forma entrada e saída em malha fechada

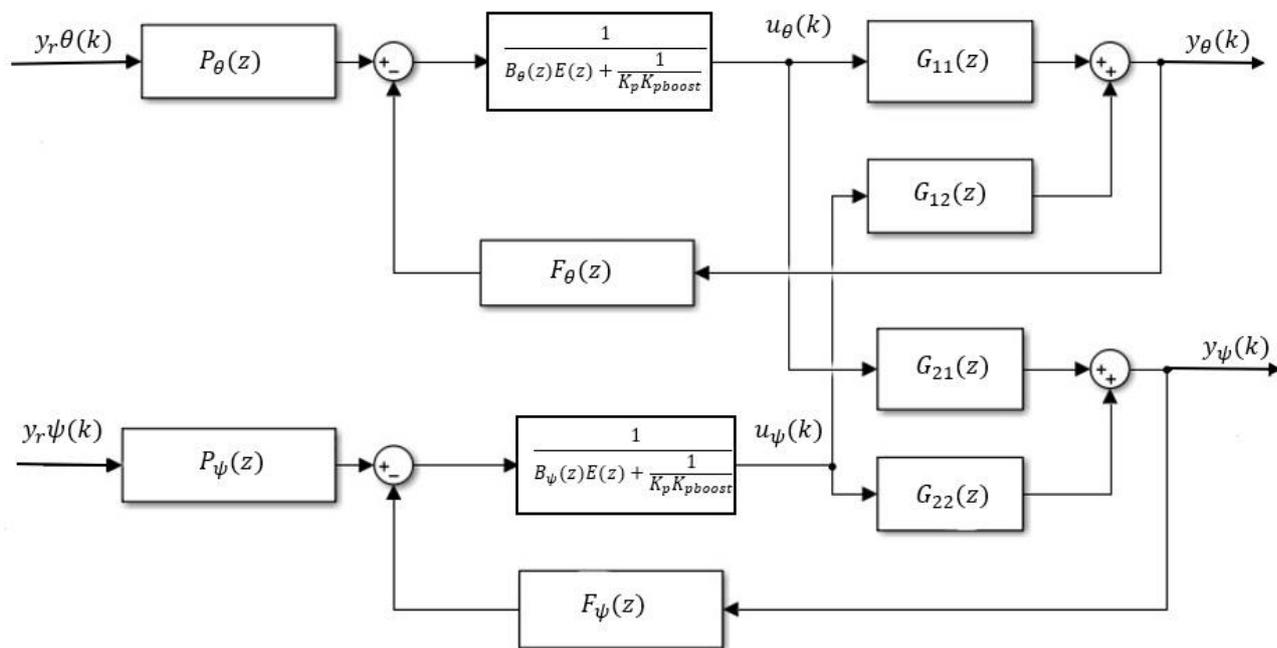


Figura 12- Controlador Preditivo AEHP em malha fechada com o sistema H2DOF.

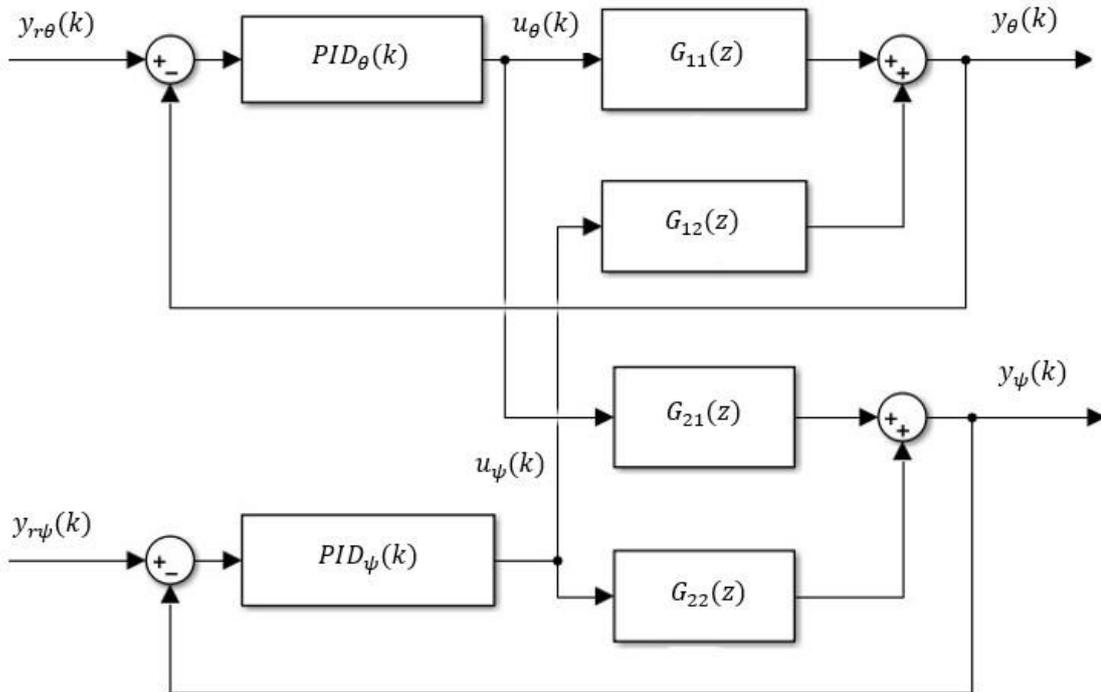


Figura 13- Controlador PID em Malha Fechada com o sistema H2DOF.

Com isso, por meio do diagrama de blocos da Figura 11, é possível apresentar as equações de saída que representam a dinâmica do sistema H2DOF, as quais são descritas da seguinte forma:

$$y_1(k) = G_{11}(z^{-1})u_1(k) + G_{12}(z^{-1})u_2(k) \quad (93)$$

$$y_2(k) = G_{22}(z^{-1})u_2(k) + G_{21}(z^{-1})u_1(k) \quad (94)$$

onde, $y_1(k)$ é o sinal de saída do ângulo de arfagem, $u_1(k)$ é o sinal de controle do ângulo de arfagem, $y_2(k)$ é o sinal de saída do ângulo de guinada e $u_2(k)$ é o sinal de controle do ângulo de guinada.

A lei de controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada podem ser representadas na seguinte forma, respectivamente:

$$u_1(k) = C_1(z^{-1})y_{r1}(k) - C_1(z^{-1})y_1(k) \quad (95)$$

$$u_2(k) = C_2(z^{-1})y_{r2}(k) - C_2(z^{-1})y_2(k) \quad (96)$$

em que $C_1(z^{-1})$ é o controlador do ângulo de arfagem, $C_2(z^{-1})$ é o controlador do ângulo de guinada. Estes são aplicados de forma SISO, considerando as influências de acoplamentos do sistema; de modo que os sinais $u_1(k)$ e $u_2(k)$ presentes, na segunda parcela das equações (93) e (94), representam as influências de acoplamento para ambas as saídas. No momento

em que o motor de arfagem entrar em movimento, o sinal de saída de arfagem $y_1(k)$ gera uma influencia $u_1(k)$ para o sinal de saída de guinada $y_2(k)$ e quando o motor de guinada entrar em movimento, o sinal de saída de guinada $y_2(k)$ gera uma influencia $u_2(k)$ para o sinal de saída de arfagem $y_1(k)$.

Sendo assim, as influências de acoplamentos são consideradas, para que a dinâmica do helicóptero 2DOF possa ser representada. De forma que, os acoplamentos representam o efeito de eixos cruzados (*cross-coupled effect*) entre o ângulo de arfagem e o ângulo de guinada para o funcionamento correto do helicóptero, como apresentado no capítulo 4, seção 4.3; por isso, não é viável projetar os controladores SISO totalmente independentes, pois, quando estes forem testados em um sistema físico, possivelmente, podem entrar em conflito e levar o sistema à instabilidade. Com isso, a proposta da pesquisa é projetar um controlador que seja estável, eficiente e robusto para o processo do Helicóptero 2DOF, mesmo diante do efeito *cross-coupled* presente no sistema (SILVA, 2000; QUANSER, 2011; CRUZ et al., 2018; MEJÍA, 2003).

4.9.1 ESTABILIDADE

Em relação a estabilidade do sistema H2DOF, tem-se na Figura 14 uma representação no domínio de tempo discreto dos polos e zeros do sistema discretizado nas equações (93), (94) e (96), de modo que, o círculo unitário representa o Plano – z, onde na região marcada dentro do círculo unitário representa o sistema estável, na região em cima do círculo unitário representa o sistema marginalmente estável e na região fora do círculo unitário o sistema é instável.

Para que um sistema seja considerado estável no domínio discreto, este deve apresentar as seguintes condições (NISE; 2012):

1. O sistema será estável se todos os polos apresentarem magnitude menor que 1.
2. O sistema será instável se um ou mais polos apresentarem magnitude maior que 1.
3. O sistema será marginalmente estável se os polos estiverem sobre o círculo unitário.

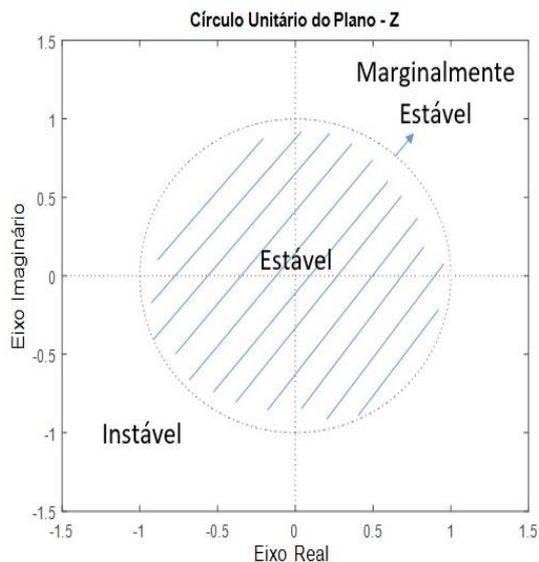


Figura 14 - Círculo Unitário do Plano-Z

Diante das propriedades de estabilidade apresentadas, observa-se, nas Figura 15, Figura 16 e Figura 17, que o sistema H2DOF é considerado, marginalmente estável, pois, possui polos dentro do círculo unitário ($z_{p_{x_1}} = 0,629$ e $z_{p_{x_2}} = 0,799$) e dois polos sobre o círculo unitário ($z_{p_{x_3}} = 1$ e $z_{p_4} = 1$) e dois zeros ($z_{o_1} = -0,928$ e $z_{o_2} = -0,857$).

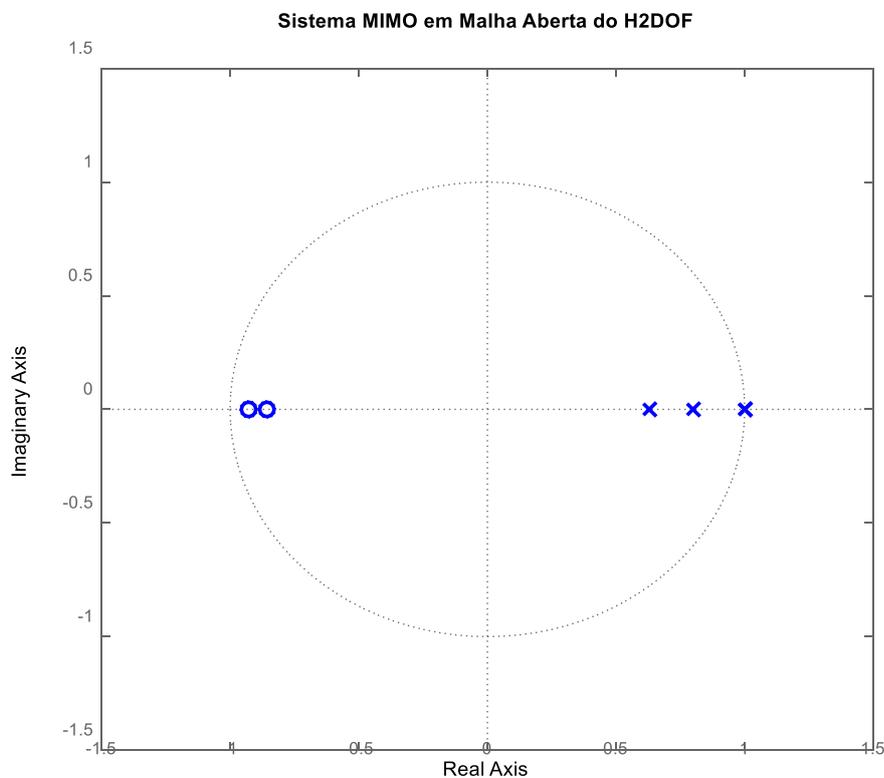


Figura 15- Mapeamento de polos e zeros em Malha Aberta do sistema Centralizado do H2DOF

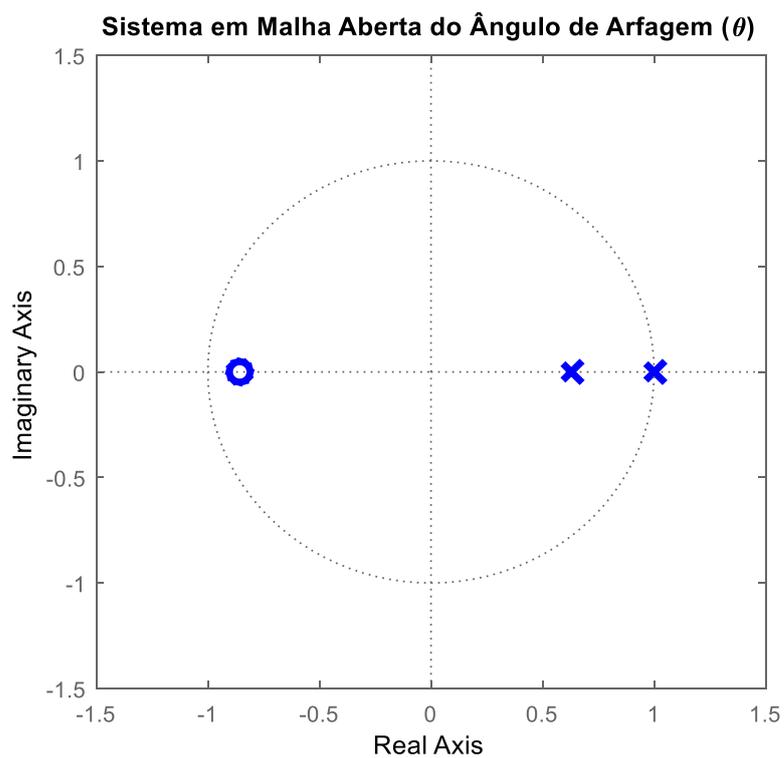


Figura 16- Mapeamento de polo e zero em Malha Aberta do Ângulo de Arfagem do H2DOF

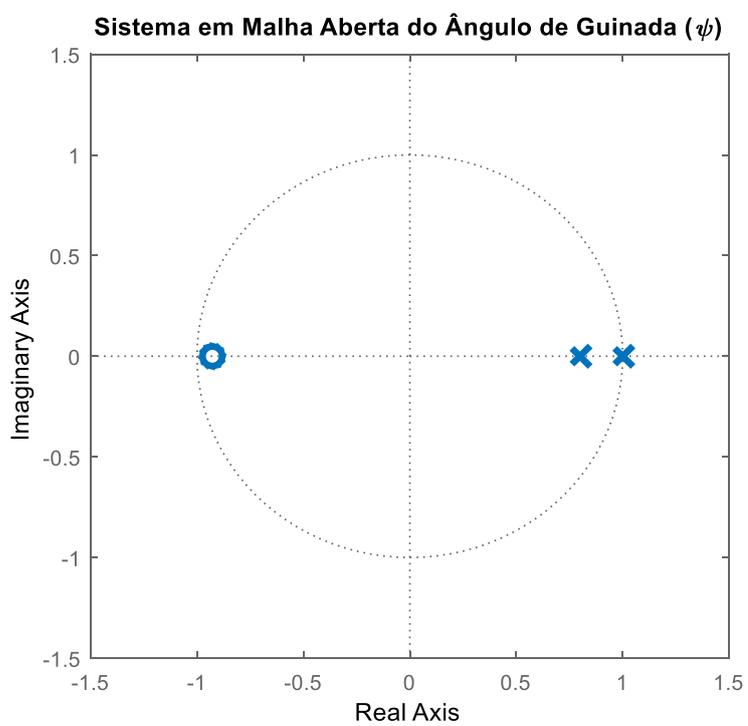


Figura 17- Mapeamento de polo e zero em Malha Aberta do Ângulo de Guinada do H2DOF

CAPÍTULO 5

5.1 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados dos testes realizados, em que o algoritmo da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido é simulado no processo H2DOF para o controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada. De forma que, os controladores PID clássico e o controlador Preditivo AEHP, são testados quanto ao: **i)** desempenho dos horizontes de predição; **ii)** acoplamento do sistema H2DOF; **iii)** perturbação de carga na saída; **iv)** perturbação gaussiana. Em que os controladores são avaliados quanto ao menor consumo de energia, menor variância e maior robustez ao sistema, através dos índices de desempenho e dos parâmetros MG e MF, respectivamente.

Para os testes são usados os seguintes valores de K_p :

- Para o teste i) e ii), o valor de K_p é $K_p = 1$, pois, este é definido em seu estado nominal, onde não existe influência de perturbações na saída, gaussiana e nem aumento da banda proporcional. De modo que, para $K_p = 1$, os controladores PID e AEHP, apresentam respostas bem próximas, entre si.
- Para o teste iii) e iv) o valor de K_p é igual a $K_p = 7$, pois, neste caso, ocorre o aumento da banda proporcional, gerando uma diferença de robustez entre o controlador PID e o AEHP.
- E os demais parâmetros usados nos testes: i), ii), iii) e iv) são, $T_s = 0,05s$; $\tau_{mf} = 3,5$; $K_{pboost} = 1.01$, onde as justificativas da escolha desses parâmetros são apresentadas na seção 3.3, do capítulo 3. De uma forma geral, todos os parâmetros são escolhidos por tentativa e erro, de modo que, durante os testes realizados para escolha desses parâmetros, foram analisados os gráficos de robustez, de modo que cada parâmetro foi definido baseando-se na robustez do sistema, diante de todos os testes realizados.

5.1 TESTES DE DESEMPENHO DOS HORIZONTES DE PREDIÇÃO

O primeiro teste foi realizado para escolher qual horizonte de predição apresenta o melhor resultado para o controlador AEHP, em relação aos índices de desempenho, pois, o objetivo do sistema de controle baseado na variância mínima, deve ser um controlador que apresente o menor consumo de energia (IS_u e IS_e) e de variância (σ_u^2 e σ_ϕ^2) para o controle

do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada do H2DOF, além de garantir robustez e seguimento de referência.

Para o presente teste, o parâmetro de ponderação do esforço de controle K_p , terá o valor fixo em $K_p = 1$, pois nesse valor o sistema é denominado como: sistema nominal, em que considera-se os ângulos de arfagem, ângulo de guinada e as influências de acoplamento, com as perturbações gaussianas e perturbação na saída iguais a zero. Nesse caso, tem-se os seguintes parâmetros: $T_s = 0,05s$, $K_p = 1$, $\tau_{mf} = 3,5$ e $K_{pboost} = 1.01$.

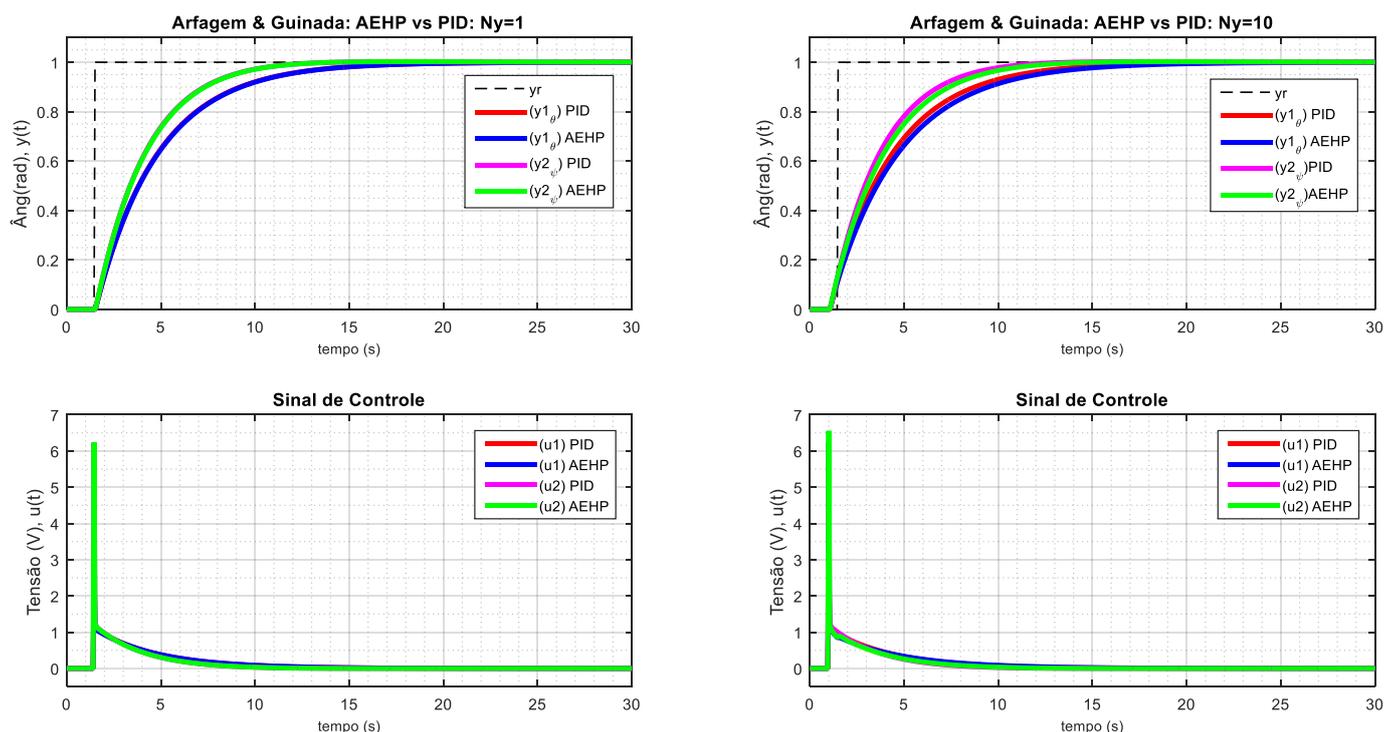


Figura 18 – Gráficos do teste de desempenho dos horizontes de predição $Ny=1$ e $Ny=10$.

Tabela 2 – Teste de desempenho dos Horizontes de Predição.

Ângulo	CRTL	Índices de desempenho				Parâmetros de Robustez			
		σ_u^2	σ_ϕ^2	IS_e	IS_u	MG	MF	Mt	Ms
θ	$AEHP_{Ny=1}$	0,02992	0,024007	1,7635	2,4361	38,18 dB	60°	1	1,0125
	PID	0,03011	0,023959	1,7525	2,4504	31,93 dB	60°	1	1,0260
ψ	$AEHP_{Ny=1}$	0,048446	0,12504	1,4246	3,7725	38,04 dB	60°	1	1,0127
	PID	0,048657	0,12476	1,4156	3,7883	31,85 dB	60°	1	1,0262
θ	$AEHP_{Ny=10}$	0,026943	0,016715	1,9632	2,2129	37,58 dB	60°	1	1,0134
ψ	$AEHP_{Ny=10}$	0,045522	0,084931	1,4222	3,5533	37,41 dB	60°	1	1,0137

Na Figura 18, apresenta-se os gráficos dos controladores PID e AEHP para o testes de desempenho dos horizontes de predição, em que todos os horizontes foram testados de $N_y=1$ a $N_y=10$, entretanto neste teste será apresentado os horizontes $N_y=1$ e $N_y=10$. Sendo assim, observa-se na Tabela 2, que à medida que ocorre o aumento do horizonte de predição os valores dos índices de desempenho sofrem uma redução nos índices de variância e nos índices de consumo de energia. De modo que, nos índices de desempenho da Tabela 2 observa-se uma redução do horizonte $N_y = 1$ para o horizonte $N_y = 10$ tanto no sistema de arfagem quanto para o sistema de guinada, com isso, no índice de variância do sinal de controle (σ_u^2) houve uma redução de 9% para arfagem e de 6% para guinada e para o índice da saída generalizada(σ_ϕ^2), ocorreu uma redução de 30% para arfagem e de 32% para guinada. Já nos índices de consumo de energia, para o índice de erro (IS_e) houve uma redução de 11% para arfagem e de 0,16% para guinada e para o índice de consumo de energia do sinal de controle (IS_u) ocorreu uma redução de 9% para arfagem e 5% para guinada.

Além disso, na Tabela 2, também se observa o desempenho entre os controladores PID e AEHP, os quais possuem resultados muito próximos devido estarem no estado nominal ($K_p = 1$), de modo que, o controlador preditivo AEHP, apresentou os melhores resultados nos os índices de variância do sinal de controle (σ_u^2) com uma redução de 0,63% em θ e 0,43% em ψ e no índice de consumo de energia do sinal de controle (IS_u) com uma redução de 0,58% em θ e 0,41% em ψ , entretanto o controlador PID apresentou os melhores resultados para os índices de variância do saída generalizada (σ_ϕ^2) com uma redução de 0,2% para ambos os subsistemas (θ e ψ) e para o índice de erro ISe, apresentou uma redução de 0,6% para ambos os subsistemas (θ e ψ).

E por meio da Tabela 2 observa-se que o controlador AEHP obteve uma pequena redução no parâmetro de robustez, na margem de ganho de aproximadamente -0.6dB para ambos os subsistemas (θ e ψ). Diante disso, um sistema deve ser predito até um horizonte de predição (N_y) que possa garantir robustez ao sistema, caso contrário este se torna perigoso de ser implementado, podendo causar danos ao processo. Além disso, o excesso de predição pode causar o efeito da superparametrização, gerando oscilações no sinal de saída do sistema. Apesar do horizonte de predição com 10-passos à frente, ser considerado logo, este não apresentou o efeito da superparametrização.

Após a análise da Tabela 2, o critério de escolha do horizonte de predição foi o melhor resultado obtido nos índices de desempenho, pois todos os horizontes de predição de $N_y=1$ a $N_y=10$, apresentam robustez. De modo que, o horizonte de predição de $N_y=10$ obteve

resultados com os menores valores dos índices de desempenho, por isso, este foi escolhido para aplicação do sistema de controle e realização dos demais testes na presente pesquisa. Este resultado confirma uma expectativa da área de controle de variância mínima com previsão de horizonte estendido (SILVEIRA et al, 2016).

5.2. TESTE DE ACOPLAMENTO DO SISTEMA H2DOF

Neste teste foi verificado o efeito do acoplamento no sistema, por meio do efeito da mudança de referência com ambas as malhas fechadas. Em que a mudança de referência foi realizada para caso de rastreamento e regulação para os sistemas do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada, ambos em malha fechada. Para o teste de acoplamento, a variável K_p , foi definida no estado nominal, onde $K_p = 1$, $\tau_{mf} = 3,5$, $K_{pboost} = 1,01$ e $T_s = 0,05$.

CASO 1: Regulação do sistema de Arfagem ($y_{r1} = 0$) e Rastreamento do sistema de Guinada ($y_{r2} = 1$).

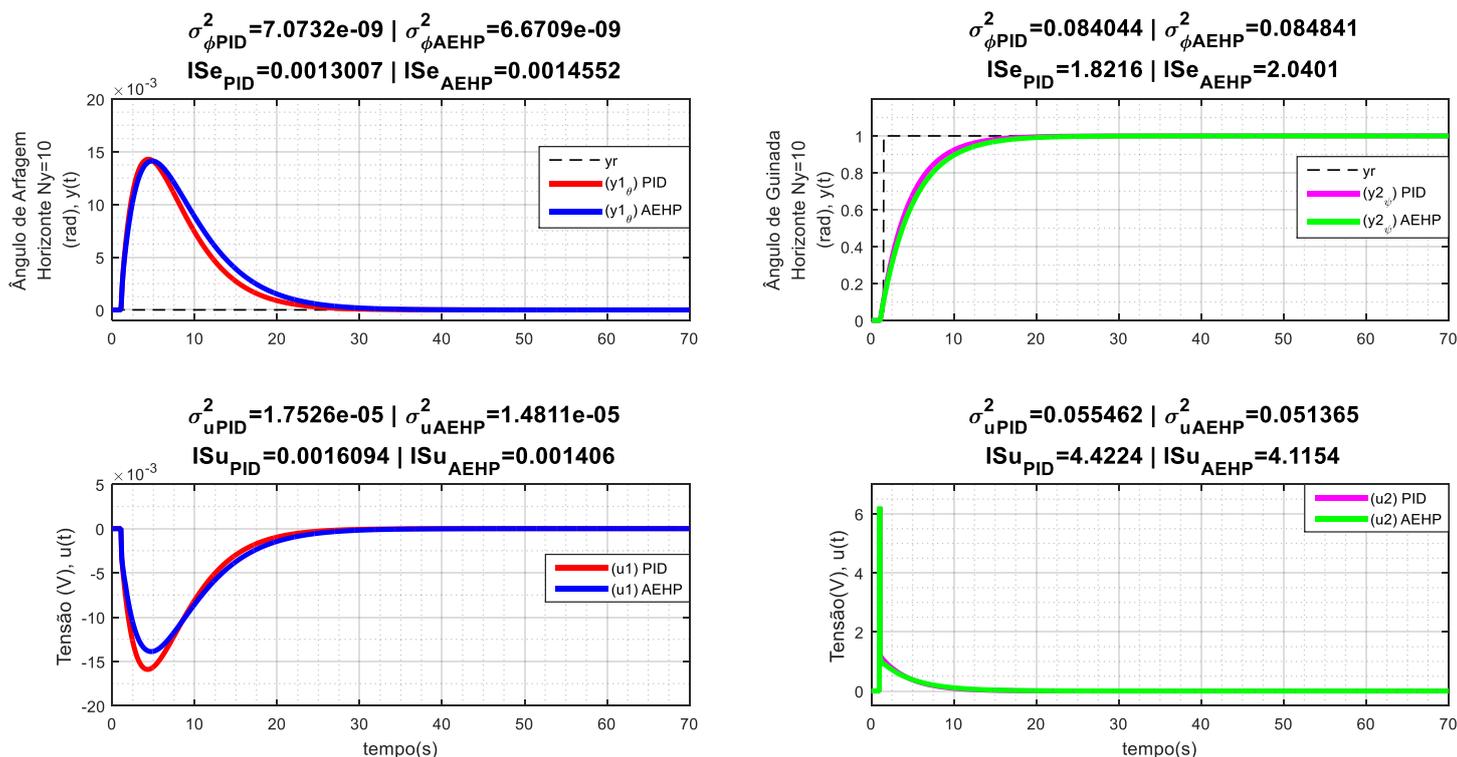


Figura 19- Regulação do sistema de arfagem e rastreamento do sistema de guinada, $K_p = 1$, $K_{pboost} = 1.01$

Para o caso de regulação do ângulo de arfagem com $y_{r1} = 0$ e rastreamento do ângulo de guinada $y_{r2} = 1$, para o processo do H2DOF, isso representa que o “corpo” do helicóptero entrou em equilíbrio, pois de acordo com o diagrama de corpo da Figura 9,

o sistema de arfagem entra em equilíbrio quando $\theta = 0^\circ$ e o rotor de guinada se mantém em movimento, ajudando a manter o equilíbrio do “corpo” do helicóptero na horizontal. Sendo assim, para o caso de regulação do ângulo de arfagem, o sinal de controle deste não será nulo, mas estará em um valor próximo de zero, como pode ser observado na Figura 19. Além disso, no presente teste observa-se o efeito do emparceiramento realizado pela matriz RGA, em que a mudança de referência da arfagem, gerou maior efeito na saída de arfagem, de modo que confirma que a alteração na entrada u_1 sensibiliza mais a saída y_1 ($u_1 \rightarrow y_1$), mas também influencia de forma sutil a saída da guinada (y_2) com uma redução nos índices de desempenho se comparado com a Figura 16, confirmando assim a presença do acoplamento no sistema.

Ademais, observa-se que no caso de regulação do ângulo de arfagem o controlador preditivo AEHP apresentou os melhores resultados para os índices de variâncias do sinal de controle (σ_u^2 de 15,49% menos variância), variância da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 5,68% menos variância) e o menor consumo de energia do sinal de controle (ISu de 12,63% menos consumo) se comparado com o controlador PID clássico. Entretanto, o controlador preditivo foi penalizado no índice (ISe com 10,61 % menos erro), o qual obteve o melhor resultado para o controlador PID clássico.

E para o caso de rastreamento do ângulo de guinada, o controlador preditivo obteve os melhores resultados para o índice de variâncias do sinal de controle (σ_u^2 de 7,3% menos variância) e o menor consumo de energia do sinal de controle (ISu de 6,94% menos consumo) se comparado com o controlador PID clássico. Entretanto o controlador AEHP foi penalizado nos índices de variâncias da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 0,94% menos variância) e no índice de erro (ISe de 10,71 % menos erro), os quais apresentaram os melhores resultados para o controlador PID clássico.

CASO 2: Regulação do sistema de Guinada ($y_{r2} = 0$) e Rastreamento do sistema de Arfagem ($y_{r1} = 1$).

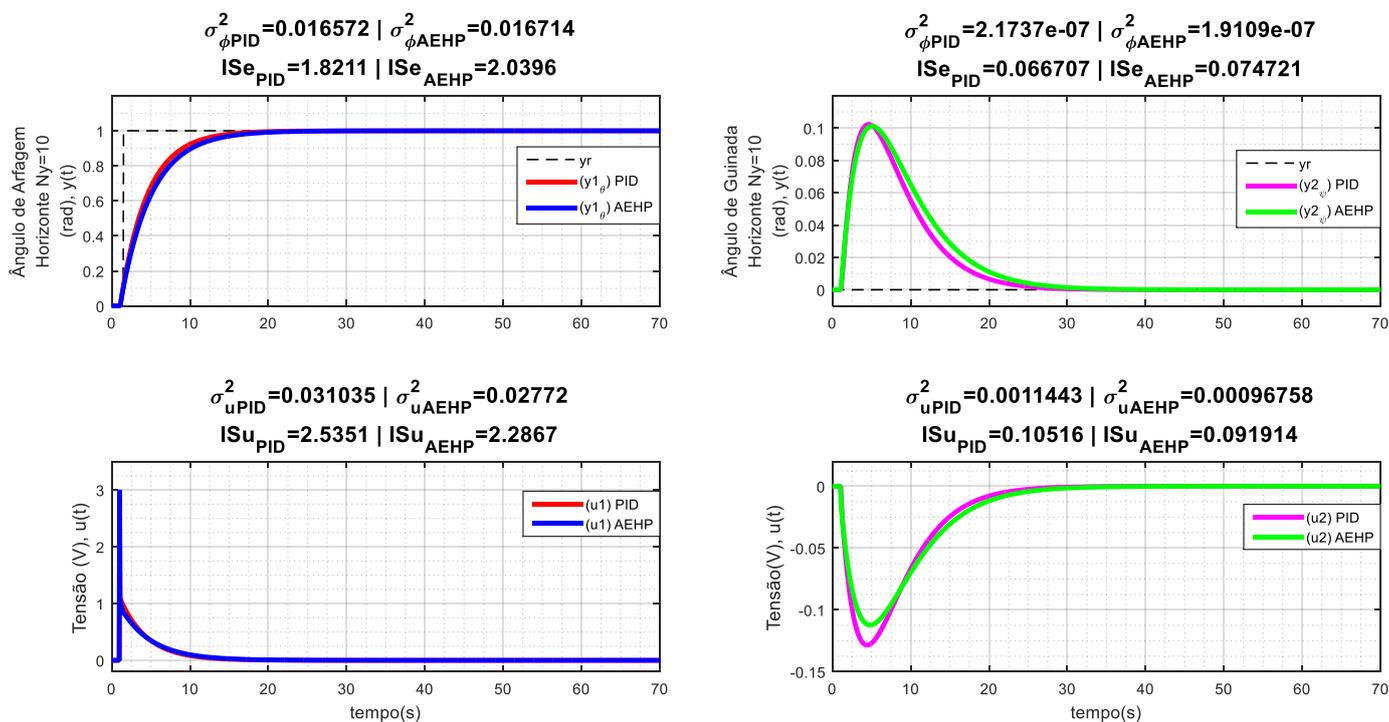


Figura 20- Rastreamento do sistema de arfagem e regulação do sistema de guinada $K_p = 1$, $K_{pboost} = 1.01$.

No teste de regulação do ângulo de guinada com $y_{r2} = 0$ e rastreamento do ângulo de arfagem $y_{r1} = 1$, o deslocamento do ângulo de guinada foi muito pequeno, próximo de zero, da mesma forma que a sua variação de tensão no gráfico do sinal de controle na Figura 20, isso ocasionou a redução na velocidade do rotor de guinada, fazendo com que o rotor de arfagem deslocasse o corpo do helicóptero em sentido contrário aos movimentos do rotor de arfagem, o qual gira em sentido anti-horário. Sendo assim, o corpo do helicóptero se desloca para direita e rotaciona em torno do seu próprio eixo. Além disso, no presente teste observa-se o efeito do empareiramento realizado pela matriz RGA, em que a mudança de referência da guinada, gerou maior efeito na saída de guinada, de modo que confirma que a alteração na entrada u_2 sensibiliza mais a saída y_2 ($u_2 \rightarrow y_2$), mas também influencia de forma sutil a saída de arfagem (y_1) com uma redução nos índices de desempenho se comparado com a Tabela 2 do caso nominal, confirmando assim a presença do acoplamento no sistema.

Em relação aos índices de desempenho para o caso de regulação do ângulo de guinada, o controlador preditivo AEHP obteve os melhores resultados para os índices de

variâncias do sinal de controle (σ_u^2 de 15,44 % menos variância), para o índice de variância da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 12,8% menos variância) e também para índice de consumo de energia do sinal de controle (ISu de 12,59% menos variância) se comparado com o controlador PID clássico. Entretanto o controlador preditivo AEHP foi penalizado no índice de erro, o qual obteve o melhor resultado (ISE de 10,72 % menos erro) para o controlador PID clássico.

Já no caso de rastreamento do ângulo de arfagem o controlador preditivo obteve os melhores resultados para os índices de variâncias do sinal de controle (σ_u^2 com 10,68% menor) e para o índice de consumo de energia do sinal de controle (ISu de 9,78% menos consumo), se comparado com o controlador PID clássico. Entretanto o controlador preditivo AEHP foi penalizado nos índices de variâncias da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 0,85% menos variância) e no índice de erro (ISE de 10,71 % menos erro), os quais obtiveram os melhores resultados para o controlador PID clássico.

Com isso, pode-se concluir para ambos os casos 1 e 2 do teste de rastreamento e regulação no sistema de arfagem e guinada, o sistema de controle apresenta o acoplamento entre os subsistemas, de acordo com as equações (93) e (94), na Figura 11.

Diante disso, pode-se concluir que, no teste de rastreamento do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada, o controlador preditivo AEHP obteve os melhores resultados apenas nos índices de variâncias do sinal de controle (σ_u^2) e para o índice de consumo de energia do sinal de controle (IS_u), sendo penalizado nos índices de variâncias da saída generalizada (σ_ϕ^2) e no índice de erro (ISE), os quais apresentaram os melhores resultados para o controlador PID. E no teste de regulação do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada, o controlador preditivo AEHP, obteve o melhor desempenho nos índices de variâncias do sinal de controle (σ_u^2), variância da saída generalizada (σ_ϕ^2) e no consumo de energia do sinal de controle (IS_u), sendo penalizado no índice de erro IS_e , o qual apresentou o melhor resultado para o controlador PID.

Robustez para de Regulação e Rastreamento do Ângulo de Arfagem e do Ângulo de Guinada

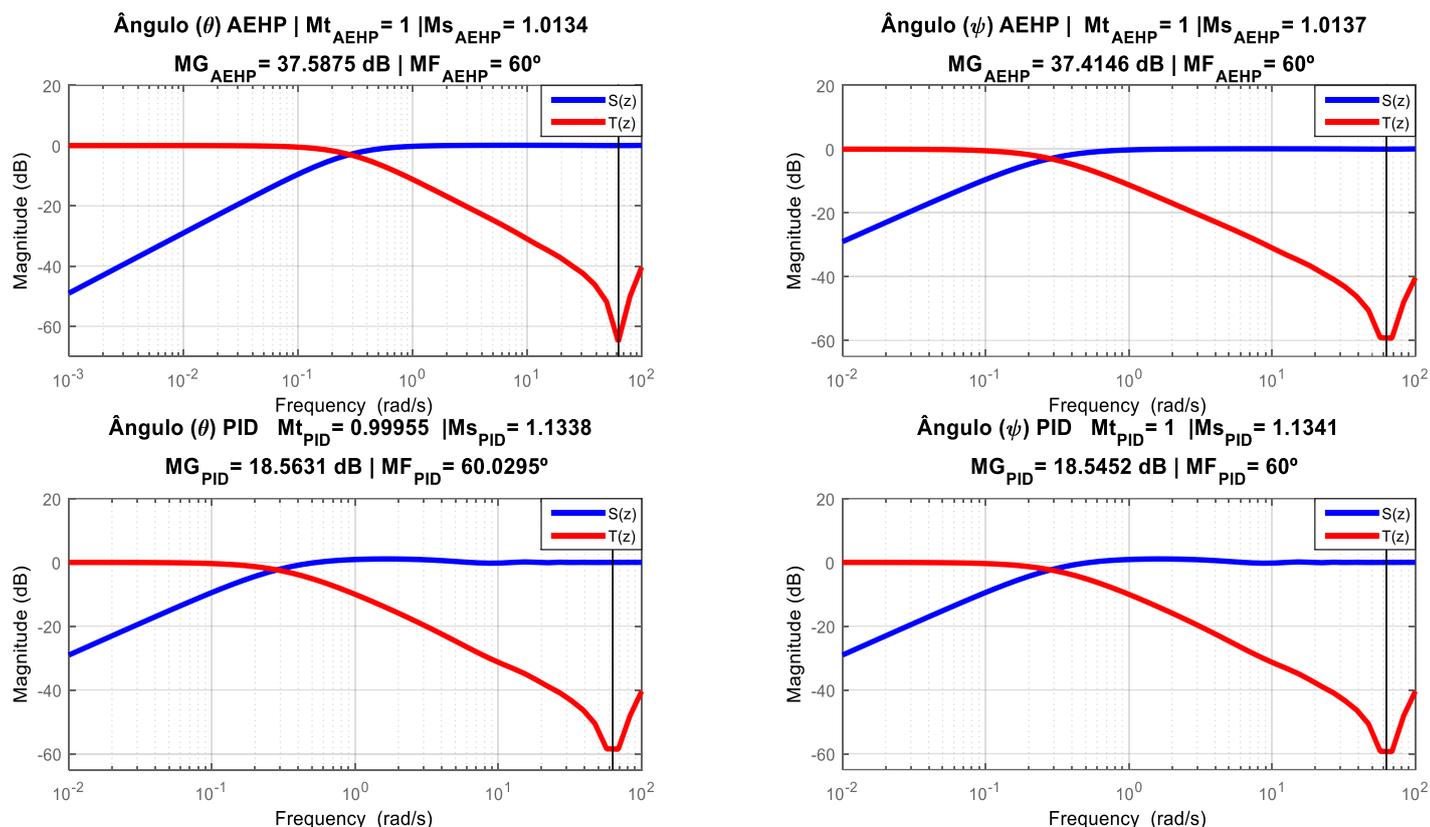


Figura 21- Gráfico de Robustez do sistema de arfagem e guinada para o teste de regulação e rastreamento.

Em relação a robustez, para ambos os casos de teste (caso 1 e 2) os parâmetros Ms , Mt , MG e MF se mantiveram constantes, pois, não houve alteração na variável K_p , a qual influencia na mudança de robustez, devido a largura de banda do sistema. Dessa forma, pode-se afirmar que, de acordo com a Figura 21, ambos os controladores podem ser considerados robustos, já que os parâmetros de robustez Ms , Mt , MG e MF apresentaram os resultados dentro do intervalo exigido pela literatura de controle de Stevens, Lewis e Johnson (2016). Entretanto o controlador preditivo, obteve maior robustez do que o controlador PID, para ambos os casos de testes, em que a margem de ganho do AEHP foi maior se comparado com o controlador PID clássico, para ambos os testes.

- **PARÂMETROS DOS CONTROLADORES PID E AEHP PARA O SISTEMA DE ARFAGEM E DE GUINADA NOS TESTES DE DESEMPENHO DOS HORIZONTES DE PREDIÇÃO E ACOPLAMENTO DO SISTEMA.**

A partir das Tabelas pode-se observar os parâmetros utilizado nos testes para os controladores PID clássico e o controlador preditivo AEHP. De modo que, na Tabela 3 apresenta-se os valores dos parâmetros s_0 , s_1 e s_2 do controlador PID, diante dos testes de desempenho dos horizontes de predição e do teste de acoplamento do sistema, de forma que, os parâmetros permanecem constantes nos dois testes, devido o valor de $K_p = 1$ em ambos os testes. Além disso, observa-se que os parâmetros K_p e K_{pboost} do controlador AEHP, também foram constantes durante os testes. Pois os testes foram realizados no estado nominal do sistema.

Tabela 3- Parâmetros dos controladores PID e AEHP em malha fechada para o teste de horizonte de predição e acoplamento do sistema.

Ângulo	Parâmetros dos Controladores				
	PID			AEHP	
	s_0	s_1	s_2	K_p	K_{pboost}
$\theta_{N_y=1}$	2,9960	-4,8802	1,8842	1	1,01
$\psi_{N_y=1}$	6,2305	-11,2078	4,9773	1	1,01
$\theta_{N_y=10}$	2,9960	-4,8802	1,8842	1	1,01
$\psi_{N_y=10}$	6,2305	-11,2078	4,9773	1	1,01

Além dos parâmetros são apresentados também os polos e zeros de malha fechada dos controladores PID clássico e preditivo AEHP dos testes de desempenho dos horizontes de predição (Horizontes $N_y = 1$ e $N_y = 10$) e acoplamento do sistema. De modo que por meio das Tabelas 4 e Tabela 5, observa-se que ambos os controladores, foram considerados estáveis, pois apresentam polos dentro do círculo unitário do plano-z, de acordo com as Figuras 22 e Figura 23.

Tabela 4- Polos e Zeros de Malha Fechada dos sistemas de arfagem e guinada dos controladores PID e AHEP nos testes de desempenho e acoplamento do sistema para o horizonte $N_y=1$.

Controlador	Polos	Zeros
PID_θ	$-0,5436 \pm 18,2461j$ $1 + 0j$ $0,4296 \pm 0,2336j$	0 0 -0,8570 1 0,6289
PID_ψ	$-0,5292 \pm 17,0667j$ $1 + 0j$ $0,4647 \pm 0,2637j$	0 0 -0,9279 1 0,7989
$AEHP_\theta$ $N_y=1$	$-0,5014 \pm 0j$ $-0,4294 \pm 0,2342j$	0 0 -0,8570
$AEHP_\psi$ $N_y=1$	$-0,5046 \pm 0j$ $-0,4641 \pm 0,2647j$	0 0 -0,9279

Tabela 5- Polos e Zeros de malha fechada do sistema de Arfagem e Guinada dos controladores PID e AHEP nos testes de desempenho e acoplamento do sistema para o horizonte $N_y=10$

Controlador	Polos	Zeros
PID_θ	$1.0000 + 0.0000j$ $0.4311 \pm 0.2361j$	-0.8570 1.0000 0.6289
PID_ψ	$1.0000 + 0.0000i$ $0.4659 \pm 0.2682i$	-0.9279 1.0000 0.7989
$AEHP_\theta$ $N_y=10$	$0.6481 \pm 0.2736j$ $0.3267 \pm 0.5617j$ $0.4194 \pm 0.2134j$ $-0.0734 \pm 0.6174j$ $-0.3943 \pm 0.4097j$ $-0.5042 \pm 0.1315j$	$0.0000 + 0.0000j$ $-1.0000 + 0.0000j$ $-0.8570 + 0.0000j$ $0.5000 \pm 0.8660j$ $1.0000 + 0.0000j$ $0.6289 + 0.0000j$
$AEHP_\psi$ $N_y=10$	$-0.5063 \pm 0.1321j$ $-0.3984 \pm 0.4116j$ $-0.0720 \pm 0.6239j$ $0.3319 \pm 0.5643j$ $0.6484 \pm 0.2801j$ $0.4534 \pm 0.2284j$	$0.0000 + 0.0000j$ $-1.0000 + 0.0000j$ $-0.9279 + 0.0000j$ $0.5000 \pm 0.8660j$ $1.0000 + 0.0000j$ $0.7989 + 0.0000i$

Nas Figuras 22 e Figura 23 são apresentadas os polos e zeros do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada dos controladores PID clássico e do Controlador Preditivo AEHP, respectivamente. Sendo que para o controlador PID os polos permanecem constantes mesmo diante da mudança de horizonte de predição e para o teste de acoplamento, pois, o controlador PID não é um controlador preditivo. Para o caso do controlador AEHP, a mudança de horizonte de predição altera a localização dos polos e zeros, de acordo com a Tabela 5, por isso na Figura 23 foi apresentado os polos e zeros dos horizontes $N_y=1$ e $N_y=10$.

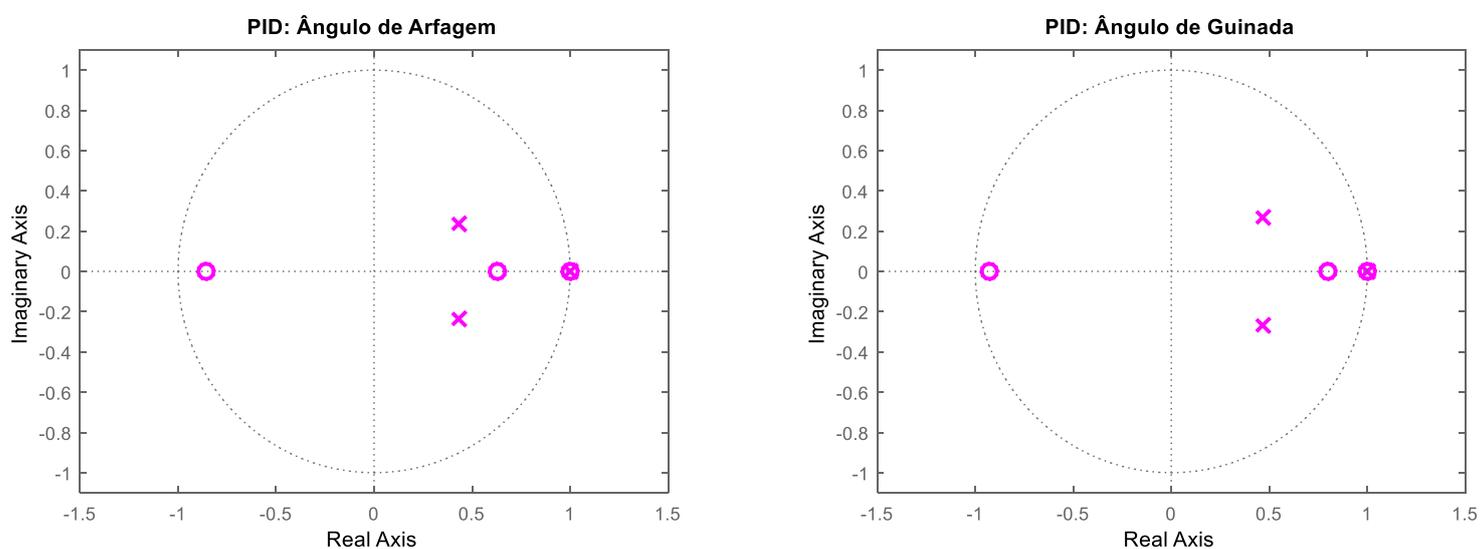


Figura 22- Polos e Zeros do Controlador PID do sistema de arfagem e guinada para o teste desempenho do horizonte com $N_y= 1$ e $N_y=10$ de predição e acoplamento do sistema

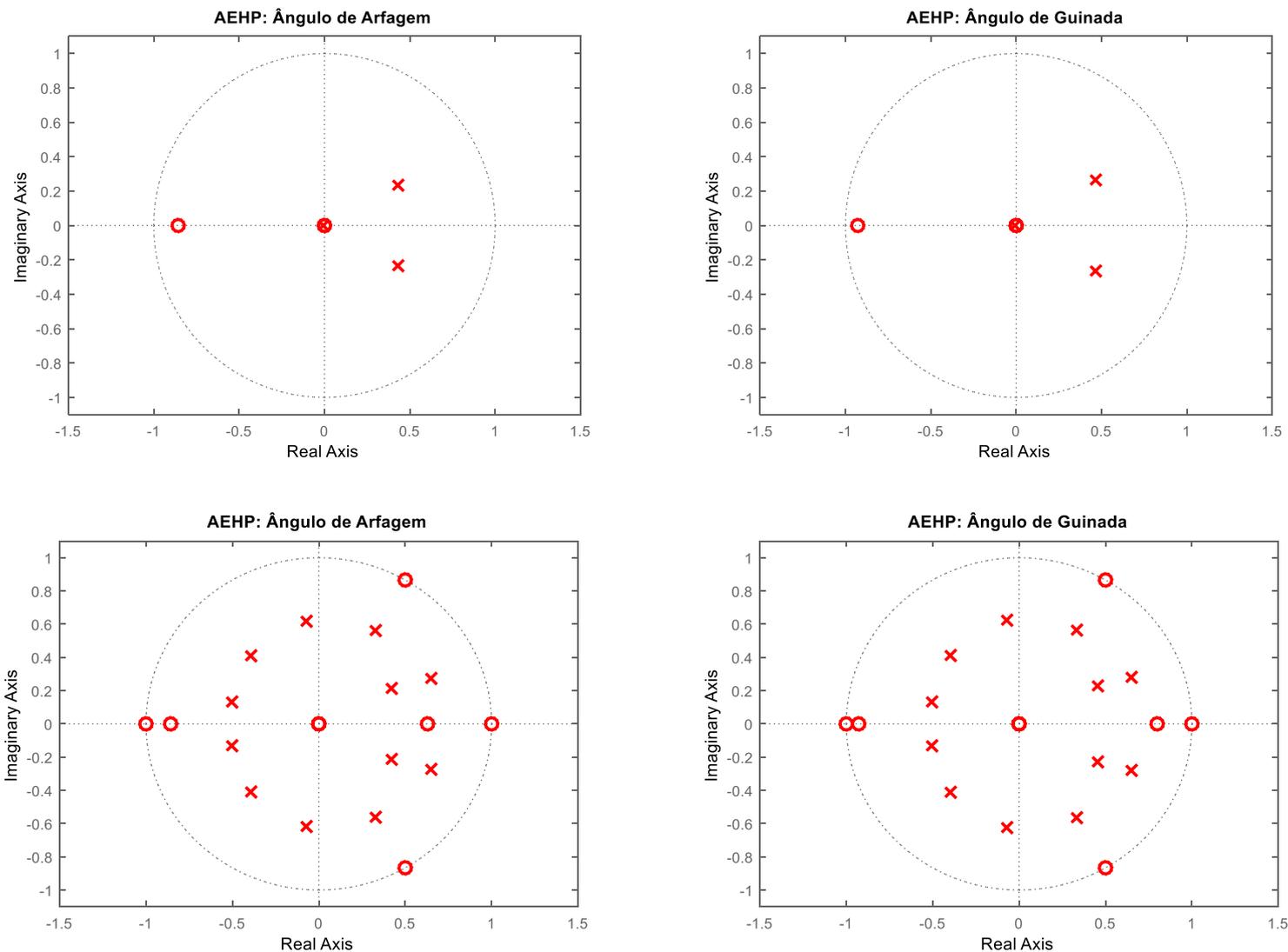


Figura 23- Polos e Zeros do Controlador Preditivo AEHP para o teste de desempenho do horizonte de previsão, para o horizonte $N_y=1$ (na parte superior) e $N_y=10$ (na parte inferior) para o teste de acoplamento do sistema.

5.3. TESTE DE PERTURBAÇÃO DE CARGA NA SAÍDA

Para o caso do teste da perturbação de carga na saída do sistema, foi analisado uma perturbação com o seguinte valor: $d_{o(k)} = 30\%$ e $d_{o(k)} = 60\%$, do valor de referência, em que o parâmetro de ponderação do esforço de controle $k_p = 7$. Além disso, o teste foi analisado quanto ao segmento de referência, à eficiência do controlador quanto aos índices de desempenho e à robustez do sistema de controle. Assim, as perturbações em malha fechada podem ser representadas no diagrama de bloco, para o modelo ARIX, de acordo com a Figura 24, para o teste tem-se os seguintes parâmetros $k_p = 7$, $k_{pboost} = 1,01$,

$$\tau_{mf} = 3,5 \text{ e } T_s = 0,05.$$

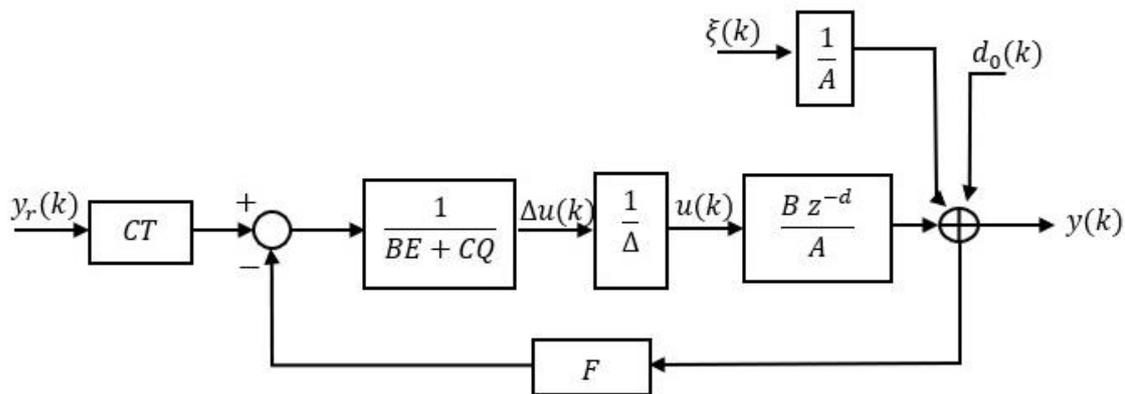


Figura 24–Diagrama de bloco malha fechada para um caso geral do controlador preditivo.

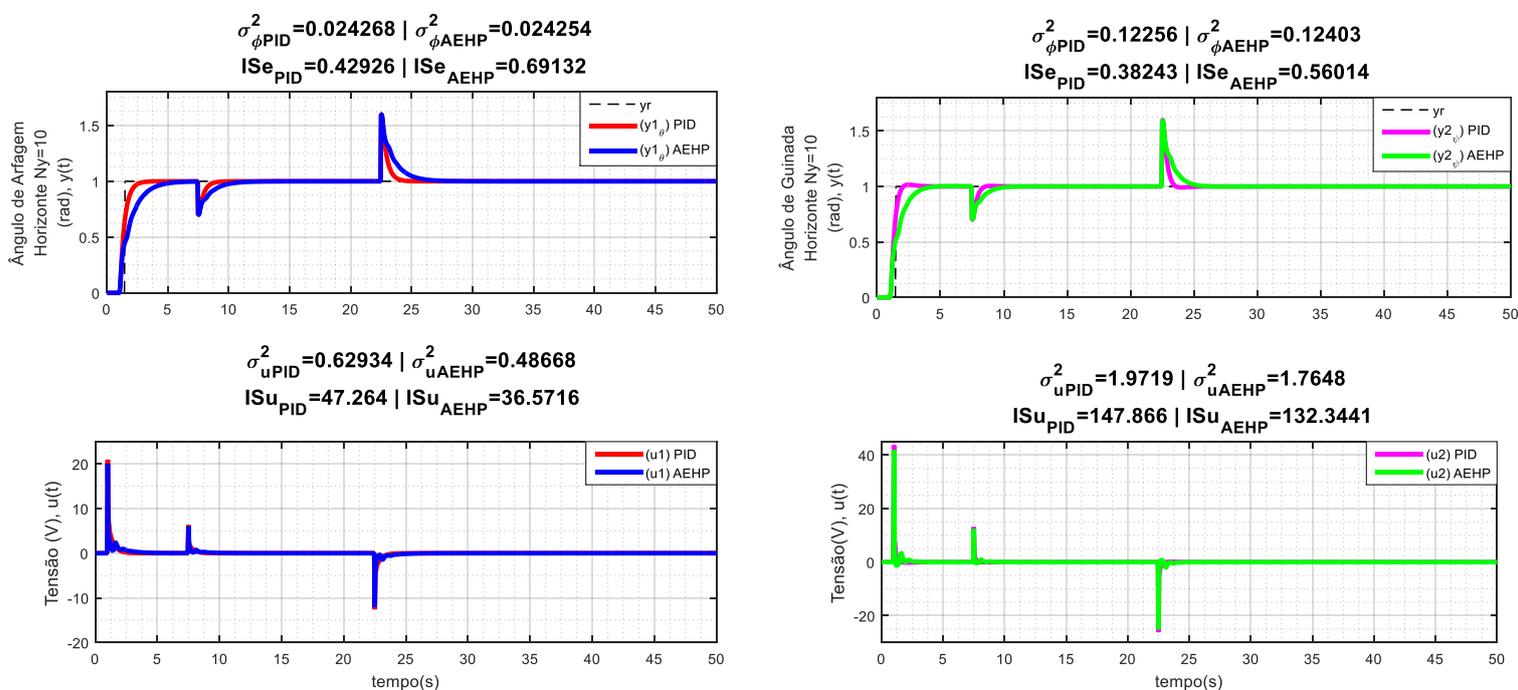


Figura 25–Teste de perturbação de carga na saída, para o sistema de arfagem e guinada $K_p = 7$, $K_{pboost} = 1.01$.

Diante das perturbações de carga na saída, como apresentado na Figura 25, ambos os controladores realizaram um seguimento de referência satisfatório, em que o controlador PID apresentou uma velocidade de resposta mais rápida ($t_r = 3s$) do que o controlador AEHP, entretanto o controlador PID foi penalizado na maioria dos índices de desempenho, exceto para o índice de erro (ISe de 37,90% menos de erro), no qual obteve o melhor resultado. O controlador preditivo AEHP compensou a sua resposta lenta ($t_r = 5s$), mostrando-se mais econômicos na execução da mesma tarefa do controlador PID,

apresentando os melhores índices de desempenho, para variância do sinal de controle (σ_u^2 de 22,66% menos de variância), variância da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 0,05% menos de variância) e consumo de energia do sinal de controle (ISu de 22,66% menos de consumo) para o caso de controle do ângulo de arfagem.

No caso da perturbação de carga na saída para o ângulo de guinada, o controlador preditivo obteve os melhores resultados para os índices de variância do sinal de controle (σ_u^2 de 10,50% menos de variância) e consumo de energia do sinal de controle (ISu de 10,49% menos consumo), entretanto foi penalizado nos demais índices, onde a variância da saída generalizada (σ_ϕ^2 de 1,18% menos de variância) e o índice de erro (ISE de 31,72% menos de erro) apresentaram os melhores resultados para o controlador PID.

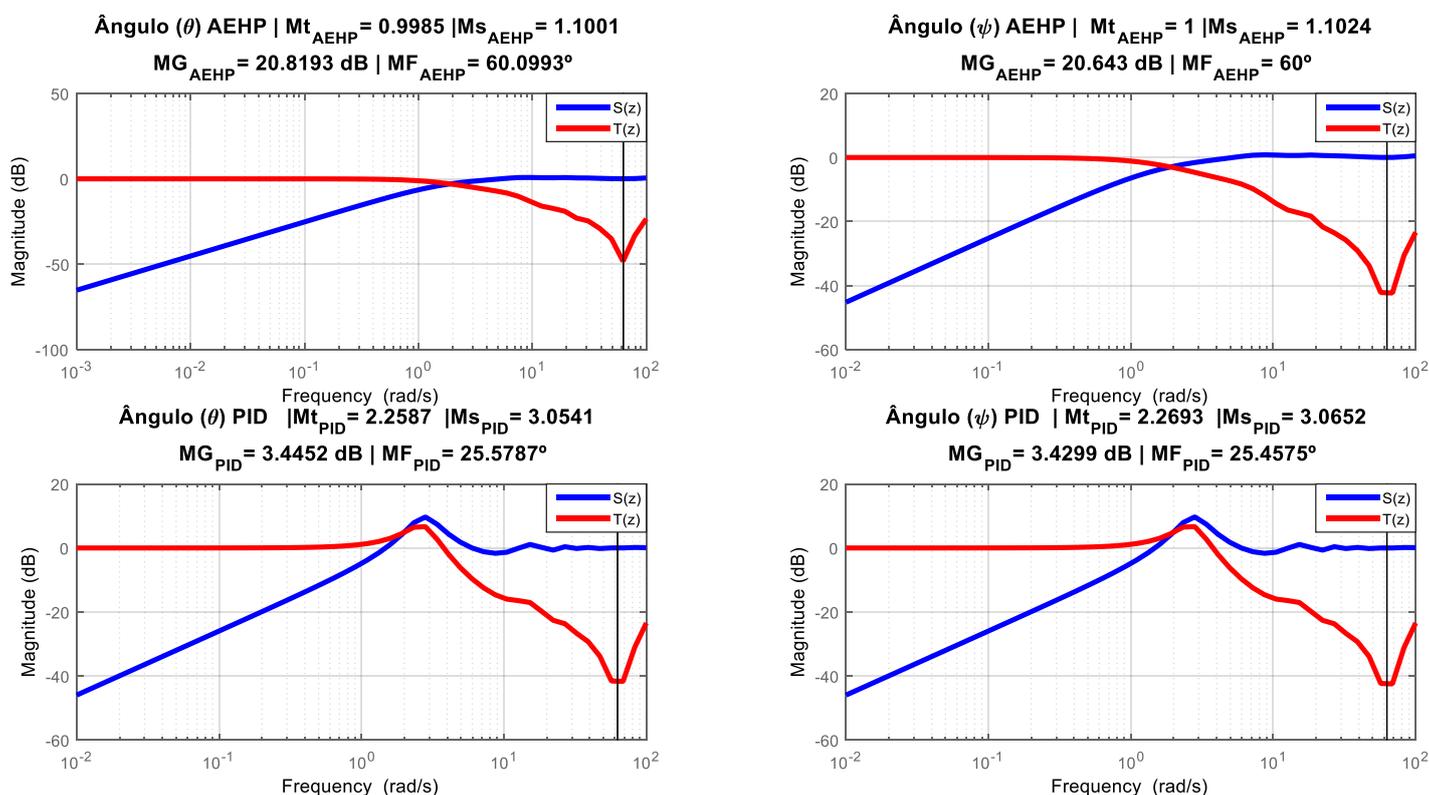


Figura 26-Gráfico de robustez para o sistema de arfagem e guinada do teste de perturbação de carga na saída.

Em relação a robustez, na Figura 26, o controlador PID mostrou-se sensível a perturbação de carga na saída, em que seus parâmetros de robustez Mt , Ms , MG e MF ficaram abaixo do valor exigido pela literatura de controle. Já o controlador AEHP, apresentou maior robustez diante da perturbação, com valores de Mt , Ms , MG e MF acima

do intervalo exigido pela literatura de controle. Com isso, pode-se afirmar que o controlador preditivo AEHP compensa a sua resposta lenta em regime permanente com mais economia no consumo de energia (ISu), além de garantir robustez diante da perturbação para o controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada.

5.4 TESTE DE PERTURBAÇÃO GAUSSIANA

O teste de perturbação gaussiana ($\sigma_{xi(k)} = 10^{-3}$) simula a influência do ar na dinâmica do sistema do Helicóptero 2DOF, pois as rajadas de vento são fatores que influenciam diretamente, de forma realística, o desempenho da aeronave durante o voo, quanto à sua estabilidade e à sua eficiência. Essas perturbações podem ser consideradas como fatores climáticos que definem se um helicóptero irá realizar o seu voo ou não, pois, diante de fatores climáticos, como rajadas de ventos, chuvas, neblina, a aeronave pode ter a sua estabilidade comprometida durante o voo e até mesmo, ocasionar acidentes (SILVA, 2000; PARRA, [s.d]). Em que a perturbação gaussiana pode ser representada no diagrama de bloco para o modelo ARIX, na Figura 24. Tem-se os seguintes parâmetros do presente teste parâmetros $k_p = 7$, $k_{pboost} = 1,01$, $\tau_{mf} = 3,5$; $T_s = 0,05$ e $\sigma_{xi(k)} = 10^{-3}$

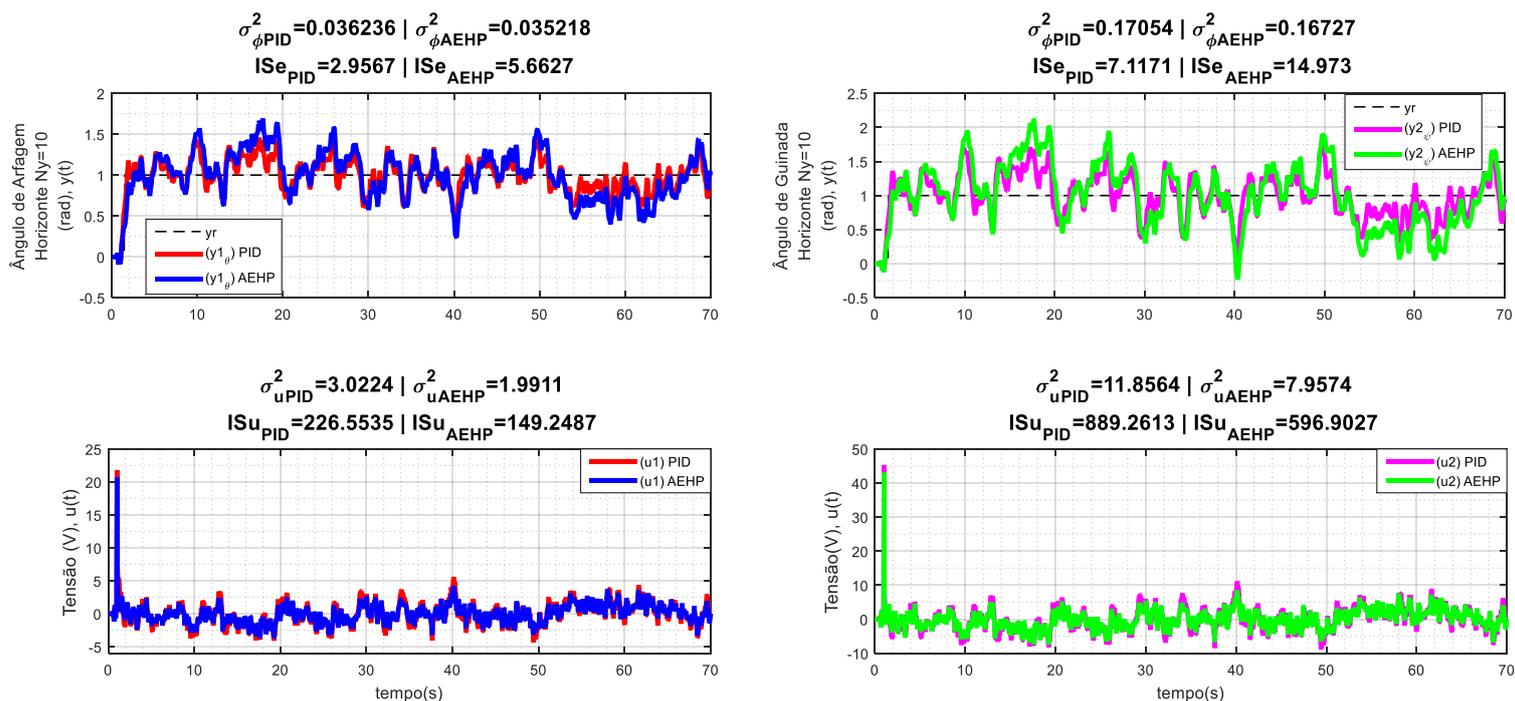


Figura 27- Teste de perturbação gaussiana no sistema de arfagem e guinada $K_p = 7$, $K_{pboost} = 1.01$

Na Figura 27 observa-se que o controlador PID obteve uma resposta mais rápida em regime permanente ($t_r = 2s$) se comparado com o AEHP ($t_r = 5s$), isso ocorre devido ao aumento da largura de banda (ocasiona o aumento da velocidade de resposta no sistema), ocasionado pelo parâmetro K_p , o qual foi aumentado 7x, entretanto apesar do controlador PID apresentar maior velocidade, este foi penalizado na maioria dos índices de desempenho, exceto no índice de erro (ISE), no qual obteve o melhor resultado. Já o controlador preditivo AEHP compensou a sua resposta lenta para o sistema de arfagem com os melhores resultados dos índices de variância do sinal de controle (σ_u^2 de 37,33% menos variância), variância da saída generalizada (σ_{ϕ}^2 de 3,17% menos variância) e consumo de energia do sinal de controle (ISu de 36,89% de variância).

No caso do controle do ângulo de guinada, o controlador PID também obteve uma resposta mais rápida do que o controlador preditivo AEHP, entretanto o PID foi penalizado na maioria dos índices de desempenho, exceto no índice de erro (ISE de 43,9% menos erro). Já o controlador preditivo foi compensado com os melhores resultados dos índices de desempenho para variância do sinal de controle (σ_u^2 de 35,78% menos variância), variância da saída generalizada (σ_{ϕ}^2 de 2,24% menos variância) e consumo de energia do sinal de controle (ISu de 35,49% menos de variância). Com isso, mesmo diante de uma resposta

lenta, o controlador preditivo AEHP mostrou-se mais econômico na realização da mesma tarefa do controlador PID.

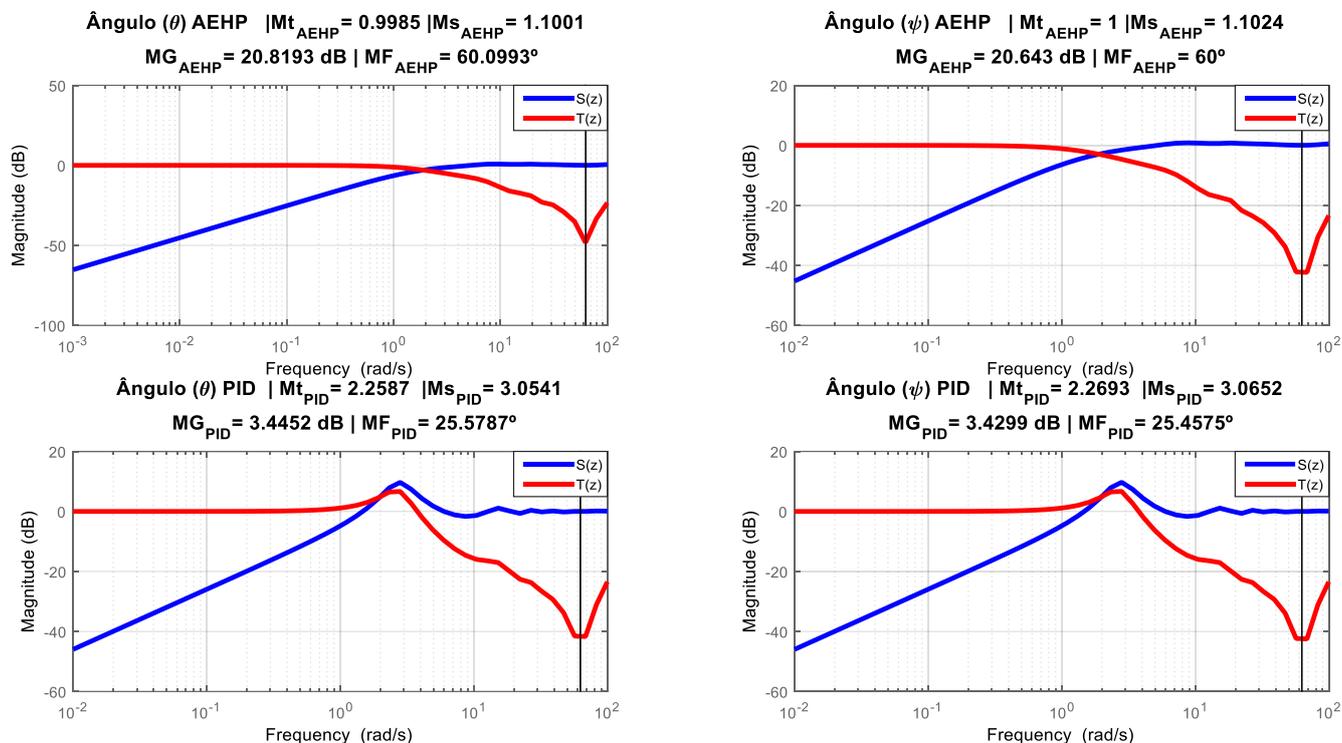


Figura 28- Gráfico de robustez para o sistema de arfagem e guinada do teste de perturbação gaussiana.

Em relação a robustez, o controlador preditivo AEHP mostrou-se menos sensível as perturbações estocásticas, pois na Figura 28, pode-se observar que as curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar não apresentaram grandes oscilações, mesmo diante de uma resposta lenta em regime permanente e do aumento do valor de K_p . Sendo assim, o controlador AEHP apresentou parâmetros de Mt , Ms , MG e MF dentro da faixa de robustez exigida pela literatura de controle, diante da perturbação gaussiana. Já o controlador PID, apresentou parâmetros Mt , Ms , MG e MF abaixo dos intervalos de robustez exigido, o que gerou picos de magnitude em suas curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar, indicando que o controlador foi sensível as perturbações de alta frequência. Com isso, o controlador AEHP foi o mais robusto diante da perturbação gaussiana, no controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada.

- **PARÂMETROS DOS CONTROLADORES PID E AEHP PARA O SISTEMA DE ARFAGEM E DE GUINADA NOS TESTES DE PERTURBAÇÃO DE CARGA NA SAÍDA E PERTURBAÇÃO DE CARGA GAUSSIANA.**

Na Tabela 6 apresenta-se os parâmetros do controlador PID clássico e o do controlador preditivo AEHP, para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana, de forma que, ambos os testes foram realizados com o valor de $K_p = 7$, sendo assim, os parâmetros de PID e AEHP permaneceram constantes diante dos testes, pois não houve alteração em K_p e nem na banda proporcional no sistema.

Tabela 6- Parâmetros dos controladores PID e AEHP para o teste de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.

Ângulo	Parâmetros dos Controladores				
	PID			AEHP	
	s_0	s_1	s_2	K_p	K_{pboost}
$\theta_{N_y=10}$	2,9960	-4,8802	1,8842	7	1,01
$\psi_{N_y=10}$	6,2305	-11,2078	4,9773	7	1,01

Além dos parâmetros são apresentados também os polos e zeros de malha fechada dos controladores PID clássico e preditivo AEHP do sistema de arfagem e de guinada, para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana. De modo que, por meio das Tabelas 7, observa-se que ambos os controladores, foram considerados estáveis, pois apresentam polos dentro do círculo unitário do plano-z, de acordo com a Figura 29 e Figura 30. Além disso, o parâmetro K_p permaneceu constante para os dois testes, sem alteração da banda proporcional, devido a isto os valores de polos e zeros permanecem constantes para os dois testes.

Tabela 7- Polos e Zeros em Malha Fechada dos sistemas de Arfagem e Guinada dos controladores PID e AEHP para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.

Controlador	Polos	Zeros
PID_θ	1.0000 + 0.0000j 0.4411 ± 0.2477j	-0.8570 1.0000 0.6289
PID_ψ	1.0000 + 0.0000j 0.4771 ± 0.2882j	-0.9279 1.0000 0.7989

$AEHP_{\theta}$ $N_y=10$	$-0.4962 \pm 0.4712j$	$0.0000 + 0.0000j$
	$-0.5918 \pm 0.1438j$	$-1.0000 + 0.0000j$
	$-0.1033 \pm 0.7609j$	$-0.8570 + 0.0000j$
	$0.3775 \pm 0.6921j$	$0.5000 + 0.8660j$
	$0.7766 \pm 0.3780j$	$0.5000 - 0.8660j$
	$0.4190 \pm 0.2139j$	$1.0000 + 0.0000j$
	$0.6289 \pm 0.0000j$	$0.6289 + 0.0000j$
$AEHP_{\psi}$ $N_y=10$	$-0.5033 \pm 0.4720j$	$0.0000 + 0.0000j$
	$-0.5934 \pm 0.1453j$	$-1.0000 + 0.0000j$
	$-0.1011 \pm 0.7712j$	$-0.9279 + 0.0000j$
	$0.3828 \pm 0.6945j$	$0.5000 + 0.8660j$
	$0.7793 \pm 0.3816j$	$0.5000 - 0.8660j$
	$0.4521 \pm 0.2299j$	$1.0000 + 0.0000j$
	$0.7989 \pm 0.0000j$	$0.7989 + 0.0000j$

Nas Figuras 29 e Figura 30, tem-se os polos (x) e zeros (o) dos controladores PID e do controlador preditivo AEHP, respectivamente, para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação de carga gaussiana, em que $K_p = 7$.

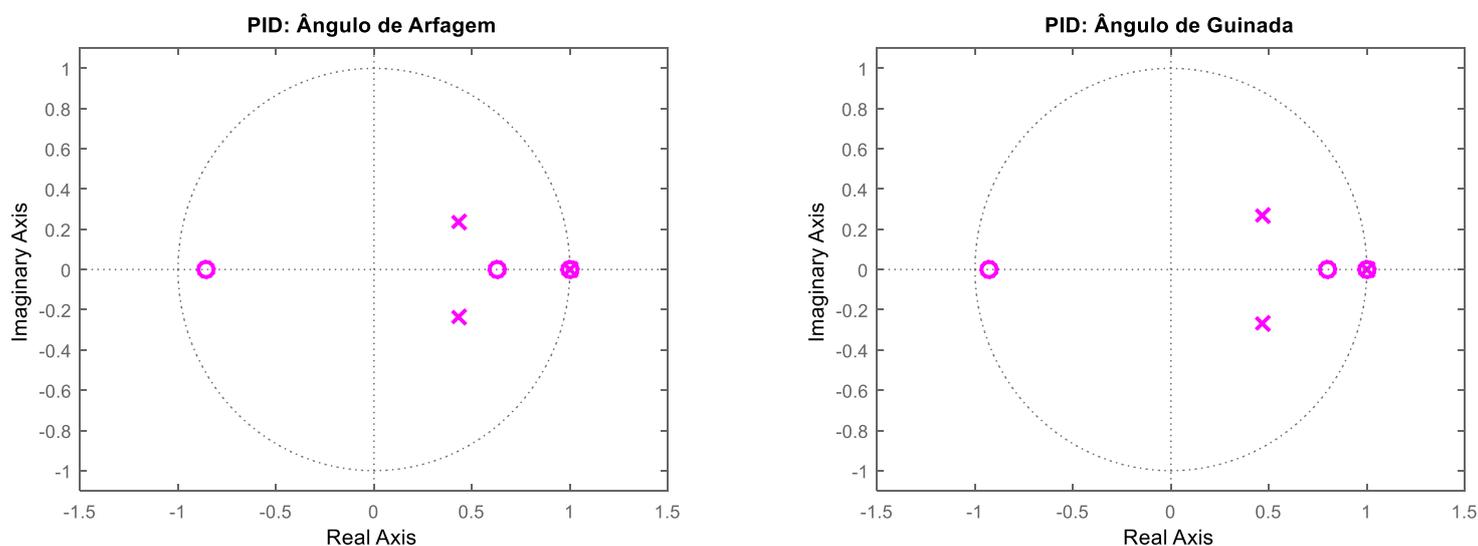


Figura 29- Polos e Zeros em Malha Fechada do Controlador PID para o sistema de arfagem e guinada para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.

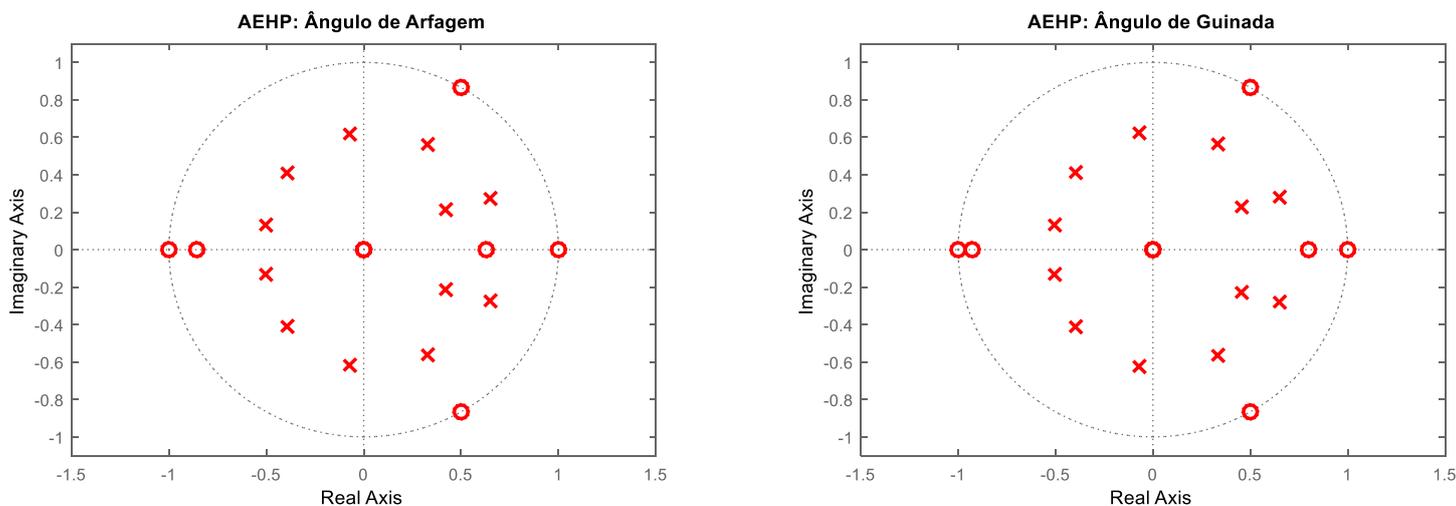


Figura 30- Polos e Zeros em Malha Fechada do Controlador AEHP do sistema de arfagem e guinada para os testes de perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.

5.5 CONCLUSÃO DOS RESULTADOS

Para o teste de desempenho dos horizontes de predição, foi analisado qual horizonte apresentou os melhores índices de desempenho, sendo assim, foram comparados os horizontes de $N_y = 1$ até o horizonte $N_y = 10$, de forma que o horizonte $N_y = 10$ apresentou os melhores índices de desempenho e por isso foi escolhido para aplicação de sistema de controle para o ângulo de arfagem e guinada.

No teste de acoplamento do sistema observou-se que no caso de regulação do sistema de arfagem e do sistema de guinada o controlador preditivo AEHP, obteve os melhores resultados para os índices σ_u^2 , σ_ϕ^2 e IS_u , sendo penalizado no índice de erro IS_e . Já no caso de rastreamento do sistema de arfagem e guinada o AEHP obteve os melhores resultados para os índices σ_u^2 e IS_u , sendo penalizado nos índices IS_e e σ_ϕ^2 .

No teste de perturbação de carga na saída para o sistema de arfagem, o controlador preditivo AEHP obteve os melhores resultados para os índices σ_u^2 , σ_ϕ^2 e IS_u , sendo penalizado no índice IS_e e no sistema de guinada o AEHP obteve os melhores resultados apenas para os índices σ_u^2 e IS_u , sendo penalizado nos índices σ_ϕ^2 e IS_e .

Para o teste de perturbação gaussiana, tanto para o sistema de arfagem, quanto para o sistema de guinada, o controlador preditivo AEHP, obteve os melhores resultados para os índices σ_u^2 , σ_ϕ^2 e IS_u sendo penalizado no índice IS_e .

Diante dos resultados dos testes de acoplamento no sistema, perturbação na saída e perturbação gaussiana, pode-se afirmar de um modo geral que o índice de erro (IS_e) obteve o melhor resultado para o controlador PID clássico, em todos os testes realizados. Entretanto o controlador preditivo AEHP de uma forma geral obteve os melhores resultados para os índices σ_u^2 e IS_u , os quais indicam quando um controlador é mais econômico. Além do controlador AEHP ser mais econômico no sinal de controle este também foi o mais robusto em todos os testes realizados, se comparado com controlador PID clássico, sendo que, através dos gráficos de robustez, foi possível observar, que o controlador AEHP não sofreu o impacto dessas perturbações, visto que não foram observadas oscilações nas curvas de sensibilidade e sensibilidade complementar nos gráficos de robustez.

Cabe pontuar que o sistema de controle baseado na técnica Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido, deve obter uma faixa de operação definida pelo projetista, informando os valores mínimos e máximos, no qual o sistema pode atuar com economia e garantias de robustez. Pois, deve-se lembrar que a variável K_p influencia na escolha desta faixa de operação, em que o aumento de K_p está relacionado com o aumento da banda proporcional do sistema, a qual influencia nas curvas $S_{\theta\psi}(z^{-1})$ e $T_{\theta\psi}(z^{-1})$, de forma que, o aumento demasiado em K_p , pode causar oscilações no sinal de saída, perda de robustez, aumento de consumo de energia e variância ao sistema, resultando em um sistema não realizável. Além disso, o parâmetro K_p conta com a eficiência da variável K_{pboost} , na realização de ajuste fino da Augmentação Estocástica, pois essa variável, equipara os resultados dos índices de desempenho do controlador AEHP e PID, de modo que, o controlador AEHP ainda foi mais econômico e robusto na realização da mesma tarefa que o controlador PID.

Além disso, vale ressaltar que diante dos testes realizados, os índices de desempenho com maior diferença entre os controladores AEHP e PID foram, os índices de variância do sinal de controle (σ_u^2) e o índice de consumo de energia do sinal de controle (IS_u), os quais apresentaram um resultado bem mais econômico para o controlador preditivo AEHP, do que o controlador PID, em ambos os sistemas de arfagem e de guinada.

Diante disso, as expectativas do projeto de sistema de controle deveriam apresentar os melhores resultados de todos os índices de desempenho para o controlador preditivo

AEHP, entretanto isto não ocorreu como o desejado, devido ao controlador PID realizar o cancelamento ideal entre controlador e planta, além de ser um controlador de ordem menor (2ª ordem) se comparado com o controlador AEHP de 9ª ordem. Com isso, o controlador AEHP obteve um resultado satisfatório econômico apenas nos índices de desempenho de variância do sinal de controle (σ_u^2) e no consumo de energia do sinal de controle (IS_u), porém o AEHP apresentou garantias de robustez elevadas, diante de todos os testes realizados no sistema.

Sendo assim, o sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido de até 10-passos à frente, apresentou o melhor resultado para aplicação do sistema de controle, se comparado com os demais horizontes de predição de $N_y=1$ até $N_y=10$. Com isso, a contribuição da presente pesquisa foi a implementação do horizonte de predição na técnica da Augmentação Estocástica, que resultou no controlador preditivo AEHP com elevadas margens de robustez, diante das perturbações de carga na saída, perturbação gaussiana e acoplamento no sistema, se comparado com o controlador PID.

CAPÍTULO 6

6.1 CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente dissertação, foi investigado sobre a técnica da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido com 10-passos à frente. Para o sistema de controle, foi escolhido o controlador PID clássico, o qual foi augmentado resultando, em um controlador com características preditivas e estocásticas, o AEHP. Este foi comparado com o controlador PID clássico, em que ambos os sistemas de controle foram implementados por simulação na planta H2DOF, sendo este um sistema multivariável que foi transformado para forma de função de transferência para ser implementado na Augmentação Estocástica, realizando o controle do ângulo de arfagem e do ângulo de guinada.

A ideia da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido foi obter um sistema de controle que otimize, no sentido da variância mínima, os índices de desempenho, para que estes sejam mais econômicos para o processo aplicado, resultando no menor consumo de energia e variância para o sistema, além de garantir robustez.

Por meio dos resultados obtidos durante os testes realizados, o controlador preditivo AEHP, mostrou-se mais lento em regime permanente, mais econômico no consumo de energia e variância do sinal de controle, de modo que, compensou a sua resposta lenta e perda de desempenho em alguns índices com elevadas margens de robustez. E em relação ao controlador PID, pode-se afirmar que este obteve uma resposta mais rápida em regime, obteve o melhor resultados para o índice de erro ISE em todos os testes, entretanto foi penalizado nos demais índices e na perda de robustez.

Diante disso, pode-se concluir que a técnica da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição Estendido, apresentou um controlador preditivo AEHP, resultante da Augmentação Estocástica entre o controlador PID e GMV incremental, com resultados mais satisfatórios em relação a robustez, do que no desempenho, com isso, pode-se afirmar que o controlador AEHP foi o mais robusto e econômico para o sinal de controle do sistema de arfagem e de guinada no H2DOF, se comparado com o controlador PID.

6.2 PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES

- Apresentação pela primeira vez da Augmentação Estocástica para um horizonte de predição de 10-passos à frente.

- Resolução da equação da Diofantina (à mão), para o modelo ARIX e para horizonte de predição de 10-passos à frente.
- Augmentação Estocástica testada para modelo ARIX e sistema do tipo 1.
- Testes realizados para vários cenários como: teste de desempenho de horizonte de predição, acoplamento do sistema, perturbação de carga na saída e perturbação gaussiana.
- Análise de robustez para controle preditivo com horizonte de predição de 10-passos à frente, por meio das funções de sensibilidade e sensibilidade complementar; parâmetros de robustez, margem de ganho e margem de fase e gráfico de bode.
- Controlador Preditivo AEHP com elevadas margens robustez.

6.3 PUBLICAÇÕES

Cruz, J.L.; Silveira, A.S.; Real, J.A.; Dutra, B.G.; Souza, L.P.B.; Controlador de Variância Mínima Generalizado baseado no PID através da Augmentação Estocástica para um sistema Multivariável. Internacional Conference on Industry Applications, INDUSCON. São Paulo, SP, Brasil, 2018.

6.4 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

Para continuação de Pesquisa na área de controle preditivo, baseado na Augmentação Estocástica para o processo do Helicóptero 2DOF ou demais processos do setor aeroespacial, tem-se as seguintes propostas para trabalhos futuros:

- Desenvolvimento de uma planta física do Helicóptero 2DOF para realização de Identificação e levantamento do modelo MIMO.
- Aplicação do Sistema de controle baseado na Augmentação Estocástica com horizonte de predição com 10-passos à frente em uma planta física do Helicóptero 2DOF.
- Aplicação da Augmentação estocástica com horizonte de predição de 10-passos à frente para o modelo não-linear do processo H2DOF.
- Análise de Incertezas Paramétricas.
- Aplicação de controladores Não-lineares para o H2DOF.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L.A. **Introdução a Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. 2ª ed. Belo Horizonte: UFMG, 2004.

AILON, A.; AROGETI, S. **Study on the effects of time-delays on Quadrotor-type Helicopter dynamics**. Mediterranean Conference on Control and Automation. University of Palermo. Palermo, Italy, 2014. ISBN 978-4799-5901-3.

ALMEIDA, G.M.; SALLES, J.L. **Controle Preditivo: Sintonia e aplicações na siderurgia**. 1ª ed. Curitiba: Appris, 2016.

ARAS, C.A.; KAYNAK, O. **Trajectory Tracking of 2-DOF Helicopter System using Neuro-Fuzzy System with Parameterized Conjunctors**. IEEE/ ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Besançon, França, 2014. ISBN 978-1-4799-5736-1.

ARAÚJO, R.B. **Controladores Preditivos Filtrados utilizando Otimização Multiobjetivo para garantir Offset-free e Robustez**. 2017. Tese (Doutorado em Engenharia de Automação e Sistemas) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

ASTRÖM, K.J. **Introduction to Stochastic Control Theory**. 1ª ed. New York: Academic Press, 1970.

ASTRÖM, K.J.; HÄGGLUND, T. **The Future of PID Control**. Control Engineering Practice, v. 9, n. 11, p. 1163-1175, 2001.

ASTRÖM, K.J.; WITTENMARK, B. **On self-tuning Regulators**. Automatica, v.9, p.195-199, 1973.

BARBOSA, F.S.; NEVES, G.P.; ANGÉLICO, B.A. **Discrete LQG/LTR Control Augmented by Integrators Applied to a 2-DOF Helicopter**. IEEE Conference on Control Applications (CCA). Buenos Aires, Argentina, 2016. ISBN 978-1-5090-0755-4.

BISTROL, E. H. **On a New Measure of Interaction For Multivariable Process Control**. IEEE Trans. Automat. Control v.11, p.133-134, 1966.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C.A. **Model Predictive Control in the Process Industry**. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 1997. ISBN 3540199241.

CAMPOS, M.C.; TEIXEIRA, H.C.; **Controles Típicos de equipamentos e processos industriais**. 2ª ed. São Paulo: Edgar Blücher Ltda, 2010.

CASTRO, A.C; ARAÚJO, C.S; **Análise de Sistemas para Controle Descentralizado em Sistemas de Potência**. Congresso Brasileiro de Automática, Natal, Dezembro, 2008.

CAZZOLATO, B. **Automatic Control II- 2DOF Helicopter Tutorial &LAB**. 2006.

CLARKE, D.W.; GAWTHROP, P.J. **Self-Tuning Controller**. Proceeding of the Institution of Electrical Engineers. [S.l.:s.n.], 1975. V.122, n.9, p. 929-934.

COELHO, L.S.; MARIANI, V.C. **Sistema Híbrido Neuro-Evolutivo aplicado ao controle de um processo multivariável**. Revista de Controle & Automação, v.17, n.1, janeiro, fevereiro e Março, 2006.

CRUZ, J. J. **Controle Robusto Multivariável**. São Paulo, Brasil: Editora da Universidade de São Paulo, 1996.

CRUZ, J.L.S.; SIMÃO, R. **Controle de Posição de um Helicóptero 2DOF**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Controle e Automação), Estácio – IESAM, Belém, 2016.

CRUZ, J.L.S.; SILVEIRA, A.; REAL, J.A.; DUTRA, B.G.; SOUSA, L.P.B. **Controlador de Variância Mínima Generalizado baseado no PID através da Augmentação Estocástica para um Sistema Multivariável**. 13th IEEE/ International Conference on Industry Applications, INDUSCON, São Paulo, 2018.

DOI, M.; MORI, Y. **A study on robust asymptotic tracking property for generalized minimum variance control**. In: Proc. of the American Control Conference. [S.l: s.n.], 2002. p. 1472-1477.

GOMEZ, R.C. **Controlo of Pitch-Flap Instabilities in Helicopter Rotors using Delayed Feedback**. Elsevier, ScienceDirect, International Federation of Automatic Control- IFAC, Germany, 2016. ISBN 2405-8963.

JI, KE.; WEI, W; AIJUN, L.; CHANGQUING, W. **Robust Decentralized Control for a Two DOF Helicopter Using Coefficient Diagram Method**. Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference. Xi'na, China, 2013. ISBN 978-9-8815-6383-5.

KHALID, M.U.; FAISAL, S.; SHAIKH, I.U.H; ALI, A. **Decentralized 2 Degree of Freedom loop shaping H_{∞} Controller for Twin Rotor Aerodynamic System**. 13th International Conference on Emerging Technologies (ICET). Islamabad, Pakistan: IEEE, 2017. ISBN 978-1-5386-2260-5.

KWOK, K.; SHAH, S. **Long-Range Predictive Control with a terminal matching Condition**. Chemical Engineering Science, v.49, n.9, p. 1287-1300, 1994.

MATLAB M. The language of technical computing. The MathWorks, Inc, 2015. Disponível em: <http://www.mathworks.com>

MEJÍA, R.I.G. **Controle Preditivo Multivariável: Aspectos de Projeto e Simulação**. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidades Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003.

MENDEIROS, R.L.P. **Investigação de estratégia de Controle Robusto Multivariável Descentralizado aplicadas a melhoria do desempenho de um conversor de potência CC/CC do tipo Buck com estrutura Single Inductor Multiple Output**. 2018. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

NISE, S.N. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

OH-RAHA, S.; URANO, Y.; MATSUNO, F. **The controlo of Constrained Sustum with time-delay and its Experiment Evaluation Using RC Model Helicopter**. International Conference on Control, Automation and System, Seoul, Korea, 2007. ISBN 978-89-950038-6-2-98560.

PARRA, R.B. **Teoria de Voo e Aerodinâmica de Helicópteros**: Notas de Aula, [s.d].

PATEL, R. DEB, D; MODI, H; SHAH, S. **Adaptive backstepping control scheme with integral action for quanser 2-dof helicopter**. International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI). Udupi, India, 2017. ISBN 978-1-5090-6367-3

QUANSER. **Aerospace Plant: 2-DOF Helicopter**: Position Control Reference Manual. 2011.

QUANSER. **2-DOF Helicopter**: Laboratory Manual, 2011.

RAGHAVAN, R.; THOMAS, S. **MIMO Model Predictive Controller Design for a Twin Rotor Aerodynamic System**. IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). Taipei, Taiwan, 2016. ISBN 978-1-4673-8075-1.

RAMALAKSHMI, A.P.S.; MANOHARAN, P.S. **Non-Linear Modeling and PID Control of Twin Rotor MIMO System**. IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT). Ramanathapuram, India, 2012. ISBN 978-1-4673-2048-1.

RICHALET, J.; O'DONOVAN, D.; **Predictive Functional Control**: Principles and Industrial Application.[S.e]: Springer-Verlag New York, 2009. ISBN 978-7-84882-493-5.

RODRIGUES, C.Y.A.C.; SANTOS, E.H.; CUNHA, E.C. **Controle Automático de altitude de um Helicóptero com dois graus de liberdade**. XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA. Campina Grande, 2012. ISBN 978-85-8001-069-5.

SANTOS, W.V. **Modelagem, Identificação e Controle de Altitude de um Helicóptero em escala reduzida**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Elétrica), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

SCATTOLINI, R.; BITTANTI, S. **On the Choice of the Horizon in Long-range Predictive Control – Some Simple Criteria**. Automática, v. 26, n. 5, p. 915-917, 1990.

SILVA, A.F. **Controlador GMV aplicado a regulação do ângulo de passo de um sistema de conversão de energia eólica: uma abordagem Linear Preditiva e Estocástica**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

SILVA, M.J.G.; ARAÚJO, C.S; BEZERRA, S.T.M; SOUTO, C.R; SILVA, S.A; GOMES, H.P. **Generalized Minimum Variance Control for Water Distribution System**. IEEE Latin America Transactions, v. 13, n. 3, 2015.

SILVA, P.R. **Helicóptero conhecimentos técnicos noções fundamentais**. São Paulo: Editora ASA. ISBN 85-86262-19-6.

SILVEIRA, A.S. **Contribuições ao Controle de Variância Mínima Generalizado: Abordagem de Projeto no Espaço de Estado**. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia de Automação e Sistemas) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

SILVEIRA, A.S.; COELHO, A.A.R.; **Generalised minimum variance control state-space design**. IET Control Theory and Applications, v. 5, n. 15, 2011. ISSN 1751-8644.

SILVEIRA, A.S.; COELHO, A.A.R. **GENERALIZED MINIMUM VARIANCE CONTROL WITH ESTIMATED STATE-FEEDBACK**. XIX Congresso Brasileiro de Automática, 2012.

SILVEIRA, A.S.; TRENTINI, R.; COELHO, A.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **Generalized minimum variance control under long-range prediction horizon setups**. ISA Transactions, v 62, p. 325–332, 2016.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process Dynamics and Control**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003. ISBN 9780471000778.

SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I.; **Multivariabel Feedback Control Analysis and Design**. 2ª ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.

STEVEN, B.L.; LEWIS, F.L.; JOHNSON, E.N.; **Aircraft Control Simulation: Dynamics Control Design and Autonomous Systems**. 3ª ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016. ISBN-10: 1118870980; ISBN-13: 978-1118870983.

TRENTINI, R. **Contributions to the damping of interarea modes in extended power systems: A turbine governor approach with the help of the Unrestricted Horizon Predictive Controller**. 2017. Thesis (Doctoral in Electrical Engineering and Information Technology), University of Applied Sciences and Arts Hannover, Hannover, 2017.

TRENTINI, R. SILVEIRA, A.; BARTSCH, M.T.; KUTZNER, R.; HOFMANN, L. **On the design of stochastic RST controllers based on the Generalized Minimum Variance**. UKACC 11th International Conference on Control (CONTROL). Belfast, UK, 2016. ISBN 978-1-4673-9891-6.

VAZ, G.L.F. **Controladores Adaptativos de Variância Mínima e Dahlin: Uma revisão e novas concepções de projeto**. 199. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

ZANELLA J.A.; SILVEIRA, A.S.; NIED, A. **Asymptotic Reference Tracking Analysis of Model-Free and Model-Adaptive Control Methods**. Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente –SBAI, Porto Alegre – RS, 2017.

APÊNDICE 1 - LINEARIZAÇÃO

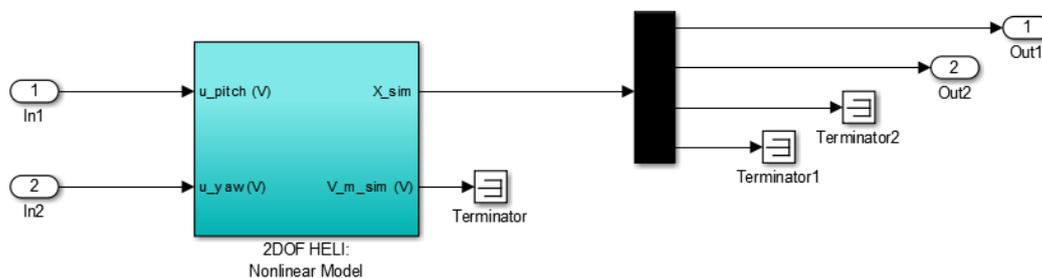


Figura 21 – Linearização do Modelo Não linear do Helicóptero 2DOF, Fonte: Qunaser,2011

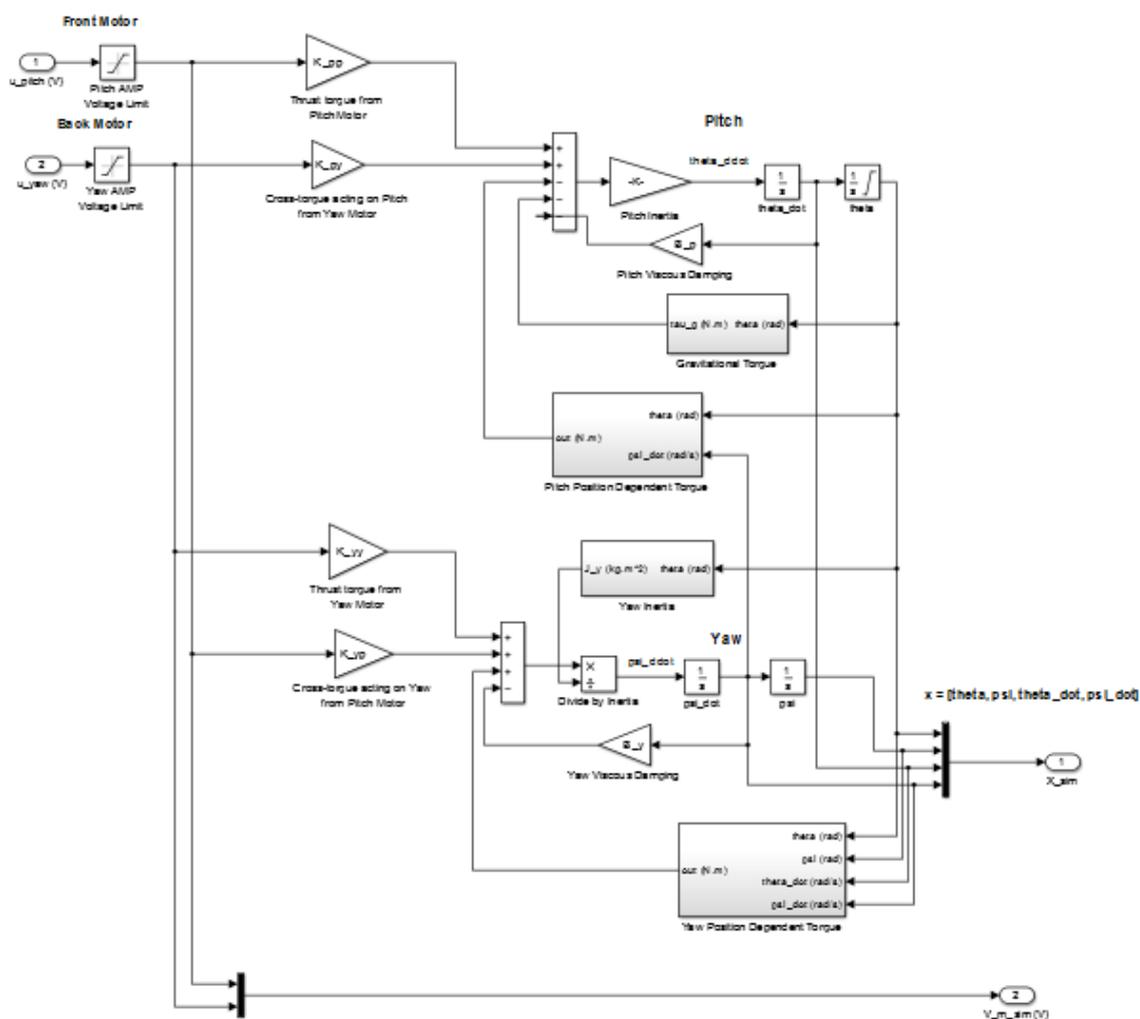


Figura 22 -Modelo não linear do Helicóptero 2DOF, Fonte: Quanser (2011)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -9.275 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.491 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2.367 & 0.079 \\ 0.3097 & 1.017 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

Figura 23 - Linearização do modelo Não Linear do Helicóptero 2DOF

Tabela 8 - Pontos de Equilíbrio da Linearização

Estados (X)	Entrada (U)	Saída (Y)	Derivadas (Dx)
-0.7069	$\theta = 9.5086$	$\theta = -0.7069$	-2.8515e-23
-0.0000	$\psi = -2.8964$	$\psi = -0.0000$	9.4851e-24
-0.0000			-8.2920e-12
-0.0000			-1.2152e-14

APÊNDICE 2 – CÁLCULO DO ATRASO DE TEMPO

De acordo com Skogestad e Postlethwaite (2001), o sistema possui um valor máximo de atraso de tempo, de acordo com a fórmula:

$$\theta_{max} = \frac{PM}{W_c}$$

onde PM é a margem e fase em rad e W_c é a frequência de corte em rad/s. De forma que a frequência de corte e a margem de fase do sistema de arfagem e de guinada foram obtidos em malha aberta, por meio das funções de transferência da matriz (96), com isso tem-se as seguintes curvas de bode de arfagem e de guinada,

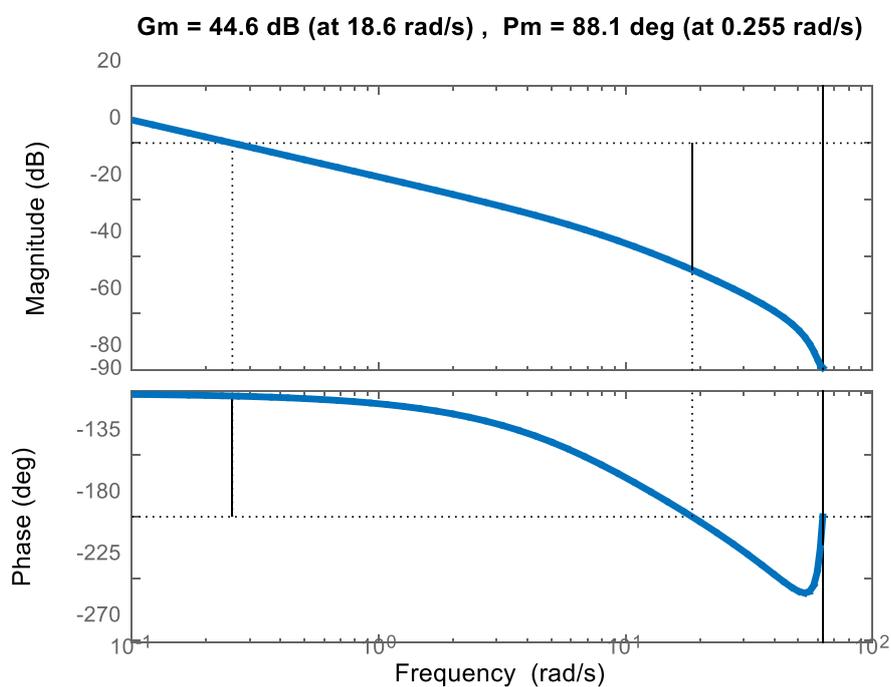


Figura 24 - Diagrama de Bode do Ângulo de Arfagem

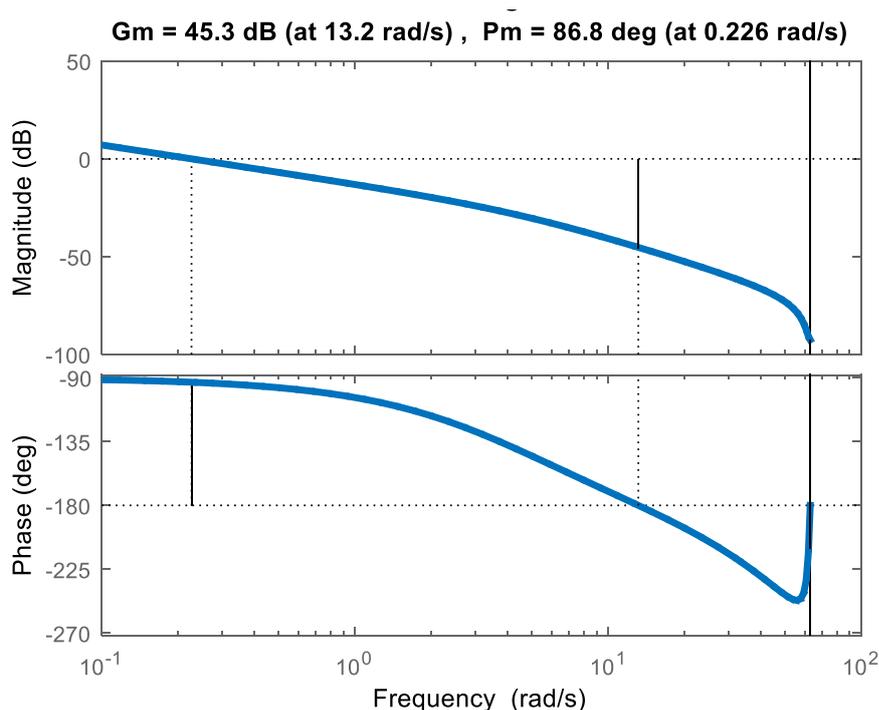


Figura 25- Diagrama de Bode de Guinada

em malha aberta, o sistema de arfagem possui uma margem de fase $PM_{\theta} = 88,05^{\circ} = 1.5369$ rad com uma frequência de corte $W_{c\theta} = 0,2551$ rad/s e para o sistema de guinada uma margem de fase $PM_{\psi} = 86,8^{\circ} = 1.5149$ rad e uma frequência de corte $W_{c\psi} = 0,226$ rad/s, com isso tem-se:

$$\theta_{max\theta} = \frac{PM_{\theta}}{W_{c\theta}} = \frac{1.5369}{0.2551} \therefore \theta_{max} = 6,0247 \text{ s}$$

$$\theta_{max\psi} = \frac{PM_{\psi}}{W_{c\psi}} = \frac{1.5149}{0.226} \therefore \theta_{max} = 6,7031 \text{ s}$$

em que o atraso de tempo máximo ($\theta_{max\theta}$) do ângulo de arfagem possui um valor próximo do atraso de tempo de guinada ($\theta_{max\psi}$), considerou-se : $\theta_{max\theta} \sim \theta_{max\psi} = 6s$, ou seja, seis amostras discretas, entretanto o atraso de tempo no sistema será de $\theta_{max\theta} \sim \theta_{max\psi} = 2s$, para que o sistema não seja comprometido com deterioração e instabilidade.

APÊNDICE 3 – APROXIMAÇÃO PARA SISTEMA DE 2ª ORDEM

Matriz do processo H2DOF, no domínio de tempo contínuo, rotina do software Matlab

```
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 0 -9.2751 0;0 0 0 -4.4913];
B=[0 0; 0 0;2.3667 0.0790; 0.3097 1.0167];
C=[1 0 0 0;0 1 0 0];
D=[0 0;0 0];
```

Transformação do sistema no espaço de estado para função de transferência:

```
[n1,d1]=ss2tf(A,B,C,D,1); %linha 1
[n2,d2]=ss2tf(A,B,C,D,2); % linha 2
```

Sistema do H2DOF na forma de função de transferência

```
G11=tf(n1(1,:),d1); % ângulo de arfagem
G12=tf(n2(1,:),d2); % influência de acoplamento
G21=tf(n1(2,:),d1); % ângulo de guinada
G22=tf(n2(2,:),d2); % influência de acoplamento
```

$$G(s)_{H2DOF} = \begin{bmatrix} \frac{2.367 s^2 + 10.63 s}{s^4 + 13.77 s^3 + 41.66 s^2} & \frac{0.079 s^2 + 0.3548 s + 1.26110^{-15}}{s^4 + 13.77 s^3 + 41.66 s^2} \\ \frac{0.3097 s^2 + 2.872 s}{s^4 + 13.77 s^3 + 41.66 s^2} & \frac{1.017 s^2 + 9.43 s}{s^4 + 13.77 s^3 + 41.66 s^2} \end{bmatrix} \quad (97)$$

Colocando os elementos da matriz $G(s)_{H2DOF}$ no formato de polos e zeros, para realizar o cancelamento dinâmico, sendo assim, tem-se:

$$G(s)_{H2DOF} = \begin{bmatrix} \frac{2.3667 s (s + 4.491)}{s^2 (s + 9.275) (s + 4.491)} & \frac{0.079 s (s + 4.491)}{s^2 (s + 9.275) (s + 4.491)} \\ \frac{0.3097 s (s + 9.275)}{s^2 (s + 9.275) (s + 4.491)} & \frac{1.0167 s (s + 9.275)}{s^2 (s + 9.275) (s + 4.491)} \end{bmatrix} \quad (98)$$

Após o cancelamento de polos e zeros, tem-se a seguinte matriz com funções de transferência de 2ª ordem:

$$G(s)_{H2DOF} = \begin{bmatrix} \frac{2.3667}{s^2 + 9.275s} & \frac{0.079}{s^2 + 9.275s} \\ \frac{0.3097}{s^2 + 4.491s} & \frac{1.0167}{s^2 + 4.491s} \end{bmatrix} \quad (99)$$

Para o projeto de sistema de controle, a matriz $G(s)_{H2DOF}$ é discretizada, obtendo assim as equações (89),(90) e (92).

APÊNDICE 4 – CÁLCULO DA FUNÇÃO DE SENSIBILIDADE COMPLEMENTAR $T_{\theta\psi}(z^{-1})$.

O cálculo da função de sensibilidade complementar ($T_{\theta\psi}(z^{-1})$) foi baseado na equação de malha fechada do sistema, com $\frac{y(k)}{y_r(k)}$, de acordo com os cálculos apresentados a seguir,

Com isso tem-se o modelo ARIX (1),

$$\Delta A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k) + \xi(k) \quad (100)$$

e a lei de controle da Augmentação Estocástica com Horizonte de Predição de Estendido em (44),

$$\Delta u_{AEHP}(k) = \frac{P(z^{-1})y_r(k+d) - F(z^{-1})y(k)}{B(z^{-1})E(z^{-1}) + \frac{1}{K_p K_{pboost}}} \quad (101)$$

Sendo assim, o $\Delta u(k)$ do modelo ARIX (1), deve ser substituído pela lei de controle da Augmentação Estocástica (44) por, $\Delta u_{AEHP}(k)$, considerando $\xi(k) = 0$, da seguinte forma:

$$y(k) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \left(\frac{P(z^{-1})y_r(k+d) - F(z^{-1})y(k)}{B(z^{-1})E(z^{-1}) + \frac{1}{K_p K_{pboost}}} \right) \quad (102)$$

Realizando as devidas operações matemática, tem-se:

$$y(k) = \left(\frac{z^{-d}B(z^{-1})P(z^{-1})y_r(k+d) - z^{-d}B(z^{-1})F(z^{-1})y(k)}{\Delta A(z^{-1})B(z^{-1})E(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}}} \right) \quad (103)$$

onde, $z^{-d} * y_r(k+d) = y_r(k)$, com isso, tem-se

$$y(k) = \left(\frac{B(z^{-1})P(z^{-1})y_r(k) - z^{-d}B(z^{-1})F(z^{-1})y(k)}{\Delta A(z^{-1})B(z^{-1})E(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}}} \right) \quad (104)$$

$$\left(\Delta A(z^{-1})B(z^{-1})E(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}} + F(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d} \right) y(k) = P(z^{-1})B(z^{-1})y_r(k) \quad (105)$$

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \left(\frac{P(z^{-1})B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})B(z^{-1})E(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}} + F(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}} \right) \quad (106)$$

Com isso, tem-se a função de sensibilidade complementar para o sistema de arfagem e o sistema de guinada, para o controle preditivo AEHP.

$$T_{\theta\psi_{AEHP}} = \left(\frac{P(z^{-1})B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})B(z^{-1})E(z^{-1}) + \Delta A(z^{-1})\frac{1}{K_p K_{pboost}} + F(z^{-1})B(z^{-1})z^{-d}} \right) \quad (107)$$

E para função de sensibilidade complementar do controlador PID tem-se, o modelo ARIX (1):

$$\Delta A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(k) + \xi(k) \quad (108)$$

e a lei de controle do PID na equação (33),

$$\frac{1}{K_p} \Delta u_{PID}(k) = (s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2})y_r(k) - (s_0 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2})y(k) \quad (109)$$

a qual pode ser reescrita da seguinte forma levando consideração a equação (35) da analogia da augmentação estocástica:

$$\Delta u_{PID}(k) = k_p P(z^{-1})y_r(k+d) - k_p P(z^{-1})y(k) \quad (110)$$

Substituindo a lei de controle do PID $\Delta u_{PID}(k)$, na lei de controle do modelo ARIX (1), tem-se:

$$y(k) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1})} \left(k_p P(z^{-1})y_r(k+d) - k_p P(z^{-1})y(k) \right) \quad (111)$$

em que,

$$y(k) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})k_p P(z^{-1})y_r(k+d) - z^{-d}B(z^{-1})k_p P(z^{-1})y(k)}{\Delta A(z^{-1})} \quad (112)$$

$$\left(\Delta A(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})k_p P(z^{-1}) \right) y(k) = B(z^{-1})k_p P(z^{-1})y_r(k) \quad (113)$$

$$\frac{y(k)}{y_r(k)} = \left(\frac{B(z^{-1})k_p P(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1}) + k_p P(z^{-1})z^{-d}B(z^{-1})} \right) \quad (114)$$

Sendo assim, tem-se a equação de sensibilidade Complementar do controlador PID

$$T_{\theta\psi_{pid}} \left(\frac{B(z^{-1})k_p P(z^{-1})}{\Delta A(z^{-1}) + k_p P(z^{-1})z^{-d}B(z^{-1})} \right) \quad (115)$$

APÊNDICE 5 – ALGORITMO DO PROJETO DA AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA COM HORIZONTE DE PREDIÇÃO ESTENTIDO.

```

clc,clear all,close all
disp(['UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ'])
disp(['LABORATÓRIO DE CONTROLE E SISTEMAS - LACOS'])
disp(['PROJETO AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA PID & GMV-PID'])
disp(['HELICOÓPTERO 2DOF - QUANSER '])
disp(['AUTOR: JAHYRAHÃ LEAL S.CRUZ','jahyleal@gmail.com'])
disp(['DM-LINHA DE PESQUISA: CONTROLE E AUTOMAÇÃO-PPGEE 2019 '])
disp(['-----'])

clc,clear all,close all

disp(['AUGMENTAÇÃO ESTOCÁSTICA d=10'])

%matriz linearizada
A=[0 0 1 0;0 0 0 1;0 0 -9.2751 0;0 0 0 -4.4913];
B=[0 0; 0 0;2.3667 0.0790; 0.3097 1.0167];
C=[1 0 0 0;0 1 0 0];
D=[0 0;0 0];

sys=ss(A,B,C,D); % matriz continua
sysd=c2d(sys,0.05); % matriz discreta

%Descentralização da Matriz do H2dof
[n1,d1]=ss2tf(A,B,C,D,1);
G11=tf(n1(1,:),d1); g11min=minreal(G11);
G21=tf(n1(2,:),d1); g21min=minreal(G21);
Ts1=0.05;
Ts=Ts1;

%Discretizando G11 e G21
Gz11=c2d(G11,Ts1,'zoh'); zero(Gz11); pole(Gz11); % FT de 4ª ordem
Gz21=c2d(G21,Ts1,'zoh'); zero(Gz21); pole(Gz21);

% Reduzindo as funcoes de transferencia para 2 ordem dominio discreto.
G11m=minreal(Gz11);
G21m=minreal(Gz21);

```

```

%Modelo de Processo G11 (Pitch)
Bz=G11m.num{1}; Az=G11m.den{1};
a1=Az(2); a2=Az(3); b0=Bz(2); b1=Bz(3);

% Sistema de Guinada
[n2,d2]=ss2tf(A,B,C,D,2);
G12=tf(n2(1,:),d2);
G22=tf(n2(2,:),d2);

%Redução do sistema para 2ª ordem domínio contínuo
g12min=minreal(G12);
g22min=minreal(G22);
Ts2=Ts;Tsg=Ts2;

%Discretizando G12 e G22
Gz12=c2d(G12,Ts2,'zoh');zero(Gz12); pole(Gz12);
Gz22=c2d(G22,Ts2,'zoh');zero(Gz22); pole(Gz22);

% Reduzindo as funções de transferência para 2 ordem domínio discreto.
G12m=minreal(Gz12);
G22m=minreal(Gz22);

%Modelo de Guinada (Yaw)
Bzg=G22m.num{1}; Azg=G22m.den{1};
a1g=Azg(2); a2g=Azg(3); b0g=Bzg(2); b1g=Bzg(3);

%Distúrbios de Acoplamento,
%informações cruzadas entre os eixos (PITCH E
% YAW)
b12_1=G12m.num{1}(2); b12_2=G12m.num{1}(3); %dist. arfagem
b21_1= G21m.num{1}(2); b21_2=G21m.num{1}(3); %dist. Guinada

figure;pzmap(sys) %polos/zeros do sistema contínuo no espaço estado
figure;pzmap(sysd) %polos/zeros do sistema discreto no espaço estado
figure;pzmap(G11m) %polos/zeros do sistema de Arfagem no modelo de FT
figure;pzmap(G22m) %polos/zeros do sistema de Guinada no modelo de FT

%Cálculo do valor máximo do atraso de tempo (SKOGESTAD,2001).

%Sintonia do PID Ideal
%Sintonia: Cancelamento Dinâmico

at=2; %atraso de tempo

%Parâmetro Kp
kp = 1;

%PID ARFAGEM
tau_mf=3.5;

% tau mais lento consome menos energia no sistema
zd = exp(-Ts/tau_mf);
s0 = ((1-zd)/(b0+b1));
s1 = s0*a1;
s2 = s0*a2;

%PID GUINADA
kpg = kp;%
zdg = exp(-Tsg/tau_mf);

```

```
s0g = ((1-zdg)/(b0g+b1g));
s1g = s0g*a1g;
s2g = s0g*a2g;
```

```
%Lambda: fator de ponderação do sistema
%Kpboost: variavel de ajuste fino de Kp e da AE.
```

```
kpboost=1.01;
lam=1/(kpboost*kp);
```

```
% ARFAGEM
```

```
%Sistema Aumentad0
```

```
daz=conv([1 -1],Az);
da1=daz(2); da2=daz(3); da3=daz(4);
```

```
%Polinomio PC(z) ; %T(z)=P(z)=s0+s1+s2
Pz=[s0 s1 s2];
Cz=1; %Modelo Arix
PC=conv(Pz,Cz);
pc0=PC(1); pc1=PC(2); pc2=PC(3);
```

```
%polinômio F(z) % Resultado da Diofantina de horizonte Ny=10
```

```
e0=pc0;
e1=pc1-da1*e0; e2=pc2-da2*e0-da1*e1; e3=-da3*e0-da2*e1-da1*e2;
e4=-da3*e1-da2*e2-da1*e3; e5=-da3*e2-da2*e3-da1*e4;
e6=-da3*e3-da2*e4-da1*e5; e7=-da3*e4-da2*e5-da1*e6;
e8=-da3*e5-da2*e6-da1*e7; e9=-da3*e6-da2*e7-da1*e8;
f0=-da3*e7-da2*e8-da1*e9; f1=-da3*e8-da2*e9; f2=-da3*e9;
```

```
be0=b0*e0+lam; be1=b1*e0+b0*e1; be2=b1*e1+b0*e2; be3=b1*e2+b0*e3;
be4=b1*e3+b0*e4; be5=b1*e4+b0*e5; be6=b1*e5+b0*e6; be7=b1*e6+b0*e7;
be8=b1*e7+b0*e8; be9=b1*e8+b0*e9; be10=b1*e9;
```

```
% GUINADA
```

```
%Sistema Aumentadp
```

```
dazg=conv([1 -1],Azg);
da1g=dazg(2); da2g=dazg(3); da3g=dazg(4);
%T(z)=P(z)=s0+s1+s2
```

```
%polinomio PC(z)
```

```
Pzg=[s0g s1g s2g];
Czg=1;
PCg=conv(Pzg,Czg); pc0g=PCg(1); pc1g=PCg(2); pc2g=PCg(3);
```

```
%Equações Diofantinas com horizonte de Ny=10
```

```
e0g=pc0g;
e1g=pc1g-da1g*e0g; e2g=pc2g-da2g*e0g-da1g*e1g;
e3g=-da3g*e0g-da2g*e1g-da1g*e2g; e4g=-da3g*e1g-da2g*e2g-da1g*e3g;
e5g=-da3g*e2g-da2g*e3g-da1g*e4g; e6g=-da3g*e3g-da2g*e4g-da1g*e5g;
e7g=-da3g*e4g-da2g*e5g-da1g*e6g; e8g=-da3g*e5g-da2g*e6g-da1g*e7g;
e9g=-da3g*e6g-da2g*e7g-da1g*e8g; f0g=-da3g*e7g-da2g*e8g-da1g*e9g;
f1g=-da3g*e8g-da2g*e9g; f2g=-da3g*e9g;
```

```
be0g=b0g*e0g+lam; be1g=b1g*e0g+b0g*e1g; be2g=b1g*e1g+b0g*e2g;
be3g=b1g*e2g+b0g*e3g; be4g=b1g*e3g+b0g*e4g; be5g=b1g*e4g+b0g*e5g;
```

```

be6g=b1g*e5g+b0g*e6g; be7g=b1g*e6g+b0g*e7g; be8g=b1g*e7g+b0g*e8g;
be9g=b1g*e8g+b0g*e9g; be10g=b1g*e9g;

%Lambda de guinada
%Q(z)=lambda;
lamg=1/(kpboost*kp);

%Horizonte de predição Ny=d
d=10;

%Sequência de referência
nit = 1500;
%maior número de amostras torna o sistema mais suave para o sist. De
controle
yr(1:30)=0; yr(31:nit+10)=1;
yr2(1:30)=0; yr2(31:nit+10)=1;

%Perturbação de Carga na saída
do = zeros(nit,1); %
do(1:round(0.10*nit)) = 0*yr(100); %30% da referencia
do(round(0.30*nit)+1:nit) =0*yr(100); %60% da referencia

%perturbação tipo ruído gaussiano
xi=0*wgn(1,nit,1e-3,'linear'); %rajada de vento
variancia=var(xi);

for k=1:11,
    %ARFAGEM
    % (GMV)
    y1(k)=0; u1(k)=0; er1(k)=0; du1(k)=0; phi1(k)=0;

    % (PID)
    y2(k)=0; u2(k)=0; er2(k)=0; du2(k)=0; phi2(k)=0;

    %GUINADA
    % (GMV)
    y3(k)=0; u3(k)=0; er3(k)=0; du3(k)=0; phi3(k)=0;

    % (PID)
    y4(k)=0; u4(k)=0; er4(k)=0; du4(k)=0; phi4(k)=0;
end

for k=12:nit,

    % _____ ARFAGEM _____ %

    %%% AEHPA %%%
    % atraso deve ser considerado em todas as entradas do sistema
    y1(k) = -a1*y1(k-1) -a2*y1(k-2) +b0*u1(k-at) +b1*u1(k-at-1) ...
            +b12_1*u3(k-at) +b12_2*u3(k-at-1) ...
            +do(k) +a1*do(k-1) +a2*do(k-2) ... % pertb. saída
            +xi(k);

```

```

du1(k)=(1/be0)*(-be1*du1(k-1)-be2*du1(k-2)-be3*du1(k-3)-be4*du1(k-4)...
          -be5*du1(k-5)-be6*du1(k-6)-be7*du1(k-7)-be8*du1(k-8)-be9*du1(k-9)
-be10*du1(k-10)+pc0*yr(k+d)+pc1*yr(k+d-1)+pc2*yr(k+d-2)-f0*y1(k)-f1*y1(k-
1)-f2*y1(k-2));

```

```

er1(k)= yr(k+d)-y1(k);
u1(k)= u1(k-1)+du1(k);
phi1(k)= -pc0*er1(k)-pc1*er1(k-1)-pc2*er1(k-2)+lam*du1(k-10);
var_phi1_gmv = num2str(var(phi1));

```

```

%% PID ARFAGEM %%

```

```

y2(k)=-a1*y2(k-1)-a2*y2(k-2)+b0*u2(k-at)+b1*u2(k-at-1)...
      +b12_1*u4(k-at)+b12_2*u4(k-at-1)...
      +do(k)+a1*do(k-1)+a2*do(k-2)...
      +xi(k);

```

```

er2(k)= yr(k+d)-y2(k); % PID com referências preditivas
du2(k)=(kp)*(s0*er2(k)+s1*er2(k-1)+s2*er2(k-2));
u2(k)= u2(k-1)+ du2(k);

```

```

phi2(k)= -pc0*er2(k)-pc1*er2(k-1)-pc2*er2(k-2)+lam*du2(k-10);
var_phi2_pid = num2str(var(phi2));

```

```

% _____ GUINADA _____ %

```

```

%% AEHP GUINADA %%

```

```

y3(k)= -a1g*y3(k-1)-a2g*y3(k-2)+b0g*u3(k-at)+b1g*u3(k-at-1)...
      +b21_1*u1(k-at)+b21_2*u1(k-1)...
      +do(k)+a1g*do(k-1)+a2g*do(k-2)...
      +xi(k)...

```

```

du3(k)= (1/be0g)*(-be1g*du3(k-1)-be2g*du3(k-2)-be3g*du3(k-3)-
be4g*du3(k-4)-be5g*du3(k-5)...
          -be6g*du3(k-6)-be7g*du3(k-7)-be8g*du3(k-8)-be9g*du3(k-9)-
be10g*du3(k-10)...
          +pc0g*yr2(k+d)+pc1g*yr2(k+d-1)+pc2g*yr2(k+d-2)...
          -f0g*y3(k)-f1g*y3(k-1)-f2g*y3(k-2));

```

```

er3(k)= yr2(k+d)-y3(k); %PID com referências Preditivas
u3(k)= u3(k-1)+du3(k);
phi3(k)= -pc0g*er3(k)-pc1g*er3(k-1)-pc2g*er3(k-2)+lam*du3(k-10);
var_phi3_gmv = num2str(var(phi3));

```

```

%% PID GUINADA %%

```

```

y4(k)= -a1g*y4(k-1)-a2g*y4(k-2)+b0g*u4(k-at)+b1g*u4(k-at-1)...
      +b21_1*u2(k-at)+b21_2*u2(k-at-1)...
      +do(k)+a1g*do(k-1)+a2g*do(k-2)...
      +xi(k);

```

```

er4(k)= yr2(k+d)-y4(k); % PID com referências preditivas
du4(k)= (kp)*(s0g*er4(k)+s1g*er4(k-1)+s2g*er4(k-2));
u4(k)= u4(k-1)+ du4(k);

```

```

%u4(k)=0;
phi4(k)= -pc0g*er4(k)-pc1g*er4(k-1)-pc2g*er4(k-2)+lam*du4(k-10);
var_phi4_pid = num2str(var(phi4));
end

%GRÁFICOS

t=0:Ts:nit*Ts-Ts;
figure;% subplot(5,2,10)
subplot(2,2,1)
plot(t,yr(1:nit),'k--','linewidth',1);hold;
plot(t,y2,'r','linewidth',3);hold on;
plot(t,y1(1:nit),'b','linewidth',3);hold on;
grid on;grid minor
legend('yr','(y1_{\theta}) PID','(y1_{\theta}) AEHP');
%title('ARFAGEM: AEHP vs PID Ny=10')
title([
' | \sigma^2_{\phi_{PID}}=' num2str(var(phi2)) ...
' | \sigma^2_{\phi_{AEHP}}=' num2str(var(phi1)) ...
' | ISe_{PID}=' num2str(er2*er2'*Ts) ...
' | ISe_{AEHP}=' num2str(er1*er1'*Ts)]);
ylabel({'Ângulo de Arfagem';'Horizonte Ny=10';'(rad), y(t)'});

subplot(2,2,3)
plot(t,u2,'r','linewidth',3);hold on;
plot(t,u1,'b','linewidth',3);hold on;
grid on;grid minor
legend('(u1) PID','(u1) AEHP')
title([
' | \sigma^2_u_{PID}=' num2str(var(u2)) ...
' | \sigma^2_u_{AEHP}=' num2str(var(u1)) ...
' | ISu_{PID}=' num2str(u2*u2'*Ts) ...
' | ISu_{AEHP}=' num2str(u1*u1'*Ts)]);
ylabel('Tensão (V), u(t)', 'FontSize',12);xlabel('tempo(s)')

subplot(2,2,2)
plot(t,yr2(1:nit),'k--','linewidth',1);hold;
plot(t,y4,'m','linewidth',3);hold on;
plot(t,y3,'g','linewidth',3);hold on;
grid on;grid minor
legend('yr','(y2_{\psi}) PID','(y2_{\psi}) AEHP');

title([
' | \sigma^2_{\phi_{PID}}=' num2str(var(phi4)) ...
' | \sigma^2_{\phi_{AEHP}}=' num2str(var(phi3)) ...
' | ISe_{PID}=' num2str(er4*er4'*Ts) ...
' | ISe_{AEHP}=' num2str(er3*er3'*Ts)]);
ylabel({'Ângulo de Guinada';'Horizonte Ny=10'; '(rad), y(t)'});

subplot(2,2,4)
plot(t,u4,'m','linewidth',3); hold on;
plot(t,u3,'g','linewidth',3);hold on;
grid on;grid minor
legend('(u2) PID','(u2) AEHP');
title([
' | \sigma^2_u_{PID}=' num2str(var(u4)) ...
' | \sigma^2_u_{AEHP}=' num2str(var(u3)) ...
' | ISu_{PID}=' num2str(u4*u4'*Ts) ...
' | ISu_{AEHP}=' num2str(u3*u3'*Ts)]);
ylabel('Tensão (V), u(t)', 'FontSize',12);xlabel('tempo(s)')

```