JOSETE LEAL DIAS

A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO: uma visão diagnóstica do processo

BELÉM
2004

JOSETE LEAL DIAS

A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO: uma visão diagnóstica do processo

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação - PPGECM, Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do título de Mestre em educação em Ciências e Matemáticas na área de concentração em Educação Matemática.Orientador: Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva.

BELÉM
2004

JOSETE LEAL DIAS

A PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO: uma visão diagnóstica do processo

Comissão julgadora:

____
____
____

BELÉM
2004

DEDICATÓRIA

Em especial à memória de Rodolfo Chuva de Souza, meu companheiro, que sem explicações me fez sentir o peso da solidão, um barco sem rumo. Sem que eu esperasse me deixou sozinha nesta caminhada confundindo meu desejo com uma vontade de “não ser”...Porém, ao dedicar-lhe meus pensamentos não quero ficar presa à altura desse tombo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela sua presença em minha vida e por mais uma conquista nesta sociedade excludente. A meu filho pela minha ausência no seu cotidiano e pela sua compreensão e paciência de esperar minha atenção.

A meus pais e amigos que na luta do dia-a-dia estiveram presentes para que eu pudesse encaminhar minha vida acadêmica.

Ao professor Dr. Hermes Silva, meu orientador, co-partícipe na realização deste trabalho que se disponibilizou a atravessar esse caminho árduo, mas acima de tudo desejoso, depositando confiança, e estimulando-me para alcançar os objetivos propostos.

Às amigas Sonia, Andrela, Regina e Isabel pelo carinho e pela disponibilidade de me ouvir nas horas, e que foram muitas, que eu mais precisava. Pelas suas acolhidas que mesmo sem perceberem me tiravam dos momentos de profundas solidões. E aos demais colegas com os quais troquei idéias e risadas.

Aos sujeitos de pesquisa, pela oportunidade para a realização deste trabalho. E ao Núcleo Pedagógico Integrado por acreditar e incentivar a formação docente em serviço na defesa por uma escola de qualidade. E em especial ao professor Cícero Regis pela sua colaboração.

Aos professores do curso pela oportunidade de participar das discussões que ajudaram não só na minha formação profissional e pessoal, como também, na construção deste estudo. Em especial aos professores Moysés Alves e Celina Magalhães e Tadeu Oliver pelas contribuições.

Aos funcionários do NPADC que estiveram conosco nesta caminhada, em especial a bibliotecária, pelas orientações e descontrações vivenciadas.

Epígrafe

À PRIMEIRA VISTA

Quando não tinha nada, eu quis
Quando tudo era ausência, esperei
Quando tive frio, tremi
Quando tive coragem, liguei...

Quando chegou carta, abri
Quando ouvi Prince, dancei
Quando o olho brilhou, entendi
Quando criei asas, voei...

Quando me chamou, eu vim
Quando dei por mim, tava aqui
Quando lhe achei, me perdi
Quando vi você, me apaixonei...

Chico César, 1996

RESUMO

O objetivo deste estudo foi investigar a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação nos contextos, numérico, algébrico e na resolução de problemas por alunos da Educação Básica de uma escola pública de Belém averiguando em que medida a aplicação da propriedade distributiva relaciona-se a dificuldades na aprendizagem matemática. Destacamos nesta investigação a avaliação diagnóstica e o erro como estratégia didática, como contribuições hermenêuticas no que tange às formas de verificar o processo de apropriação do conhecimento matemático. O estudo envolveu sujeitos de quinta e sétima séries do Ensino Fundamental e alunos do primeiro ano do Ensino Médio, num universo de quarenta e cinco sujeitos. A coleta foi realizada em dois momentos através de um teste apresentando três blocos de questões num total de treze situações-problemas. Os procedimentos dos sujeitos quanto à aplicação da propriedade distributiva foram descritos em uma perspectiva de análise qualitativa. Os protocolos apresentados estiveram em função de buscar padrões de comportamento do entendimento dos sujeitos sobre a propriedade distributiva, bem como elucidar situações as quais denominamos de obstáculos didáticos. Como resultado, foi evidenciado que os alunos apresentaram dificuldade em trabalhar com a aplicação da propriedade distributiva quando esta se encontra no contexto de resolução de problemas, bem como, conteúdos como soma algébrica, estudos das variáveis, termos não semelhantes não são de domínio da maioria dos alunos.

Palavras-chave: propriedade distributiva; avaliação diagnóstica; processo ensino-aprendizagem, obstáculo didático.

ABSTRACT

The objective of this study is to investigate the application of the distributive property of multiplication in the numeric and algebaric contexts, and in the solution of problems carried out by students of Basic Education in a public school in Belém, examining in what measure the application of the distributive property is related to the difficulties found in the mathematics learning. In this investigation, we highlight the diagnostic evolutation and the error as a didactic strategy as well as hermeneutic contribution concerning the ways of assessing the process of acquiring the skills of math. The study inlued fifth and seventh grade students of basic course and the frist uear of high school, out of forty-five sibjects. The collection was carried out in two moments by applying a test presenting three sets of questions in a total of thirteen problem situations. The procedures of the subjects concerning the application of the distributive property were described in a perspective of qualitative analysis. The protocols presented were to look for behavior patterns in the understanding of the subjects on the distributive property, as well as to clarify situations which were entitled didactic obstacles. As a result, it was evident that the students presented some difficulty to work with the application of distributive property when the latest one is found in the context of problem solutions, as well as contents like algebraic sum, study of variables, non-similarterms are not in the domain of most of the students.

Key-words: distributive property; diagnostic evaluation; teaching-learning process; didactic obstacle.

SUMÁRIO

Palavras Iniciais

As mudanças pelas quais a sociedade sofre remetem aos educadores reverem, em cada momento histórico, os fins, métodos e a relevância social da educação no meio em que está inserida.

Podemos, assim dizer, que o modelo de ensino sofre influências das políticas públicas como um processo de formação que acompanha as mudanças sociais, com o objetivo de educar os sujeitos para a cidadania desejada.

Entre as mudanças políticas estabelecidas, a preocupação com o desenvolvimento de competências e habilidades na escola básica é hoje uma temática que está disponibilizada como elemento norteador dos saberes escolares.

Estando estes elementos ligados à socialização desses saberes, resguardando, tanto sua organização (lógica interna), como sua relação com as variadas linguagens, possibilitar ao educando a compreensão desses saberes de forma significativa é possibilitá-lo à leitura e escrita da linguagem matemática de tal forma que o aluno possa estabelecer relações entre significados diferentes que porventura estão traduzidos nos conceitos matemáticos.

Assim sendo, é mister, reconhecer o crescimento de trabalhos na área do ensino de matemática como os de (SISTO: 1999, KAMII et al: 1991, SMOLE et al: 2001), entre outros, apontando que os conteúdos da aprendizagem matemática devem ser mediados por atitudes que possibilitem no educando o desenvolvimento de habilidades de sua capacidade lógico-matemática, e que portanto, o ensino de matemática não pode estar preso ao didatismo que emprega a leitura algorítmica como um fim em si mesma.

Desse modo, a matemática escolar tem sido veiculada como uma disciplina com possibilidades de favorecer a formação de alunos para que esses sejam capazes de articular - de forma correta - as várias informações, conhecimentos e habilidades para enfrentar e resolver situações-problemas. Melhor dizendo, são contribuições que têm por objetivo proporcionar elementos para que o aluno desenvolva habilidades para a compreensão da linguagem abstrata e simbólica da matemática.

Mesmo com experiências que divulguem diferentes maneiras de ensinar matemática a fim de possibilitar uma aprendizagem eficaz, sabemos que nos estudos de avaliação de órgãos governamentais sobre a aprendizagem dos alunos do Ensino Fundamental, esta disciplina aparece adjetivada por uma forte afirmação de que os alunos, ao final da escolarização do Ensino Fundamental, não dominam os conceitos elementares da matemática.

Entre os objetos da aprendizagem matemática que constituem o arcabouço do desenho curricular desta disciplina, este estudo tem interesse em investigar a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação por alunos do Ensino Fundamental e iniciantes do Ensino Médio, com o intuito de averiguarmos em que medida a não compreensão da propriedade distributiva relaciona-se a dificuldades na aprendizagem matemática. Na busca desse objetivo, a avaliação da aprendizagem e o erro didático ocupam destaque como pontos que se inserem na construção de ambientes de aprendizagem onde o aluno possa, ao colocar seus procedimentos, perguntar as razões pelas quais os utilizam.

O estudo sobre a propriedade distributiva inicia-se nas séries iniciais. Nestas séries a ênfase recai na identificação dos tipos das propriedades tais como: propriedade do fechamento, comutativa, associativa, propriedade do elemento neutro referente ao estudo das operações fundamentais.

Elegemos a propriedade distributiva por ser ferramenta na compreensão e aplicação de conteúdos posteriores, como produtos notáveis, equação do primeiro grau, equação do segundo grau fracionária. Nesta perspectiva de ferramenta no campo da aplicação, a propriedade distributiva está presente tanto em conceitos de ordem numérica, quanto em conceitos de ordem algébrica, o que significa dizer que tal propriedade permite ao aluno trabalhar os conceitos das operações estabelecendo uma determinada condição tanto conteudista quanto cognitivista.

O estudo da aplicação da propriedade distributiva será apresentado aos sujeitos de pesquisa dentro de contextos matemáticos diferenciados como forma de se buscar identificar o raciocínio desses sujeitos sobre a propriedade distributiva. Isso se deve ao fato de que os sujeitos investigados já vivenciaram o estudo das propriedades, portanto, verificaremos se esses sujeitos consideram a aplicação da propriedade como elemento ligado não só às situações específicas, como também às situações amplas.

Temos também a intenção de tratar a temática articulando-a às questões, que mesmo não estando ligadas a fatores de ordem inerente a aprendizagem conceitual da propriedade distributiva, estarão como reflexão para compreensão de situações de aprendizagem como um todo.

Assim sendo, no primeiro capítulo, o foco será a avaliação da aprendizagem juntamente com a apresentação da propriedade distributiva. Elegemos a avaliação por acreditarmos que a verificação dos objetos de aprendizagem da matemática poderá se constituir como ponto de partida para suscitar novos “modelos” de ensino e aprendizagem, adequados à formação de sujeitos com vistas a dominar essa linguagem específica.

No segundo capítulo será apresentado o “Erro”, que nos moldes de Pinto (2000), poderá ser compreendido como uma estratégia didática, e para tal, sua compreensão estará sendo tratada como um fenômeno que sofre interferência das mais diversas ordens. Assim sendo, este será interpretado enquanto elemento indicativo de como os alunos estabelecem suas relações com os saberes escolares.

Nesse sentido, o erro será entendido como elemento capaz de indicar a lógica empregada pelo aluno numa determinada situação-problema, com possibilidades do aluno rever seus procedimentos e adquirir maneiras adequadas para resolver situações-problemas.

No terceiro capítulo, será apresentada a metodologia da investigação no sentido de possibilitar ao leitor aproximação da intenção do estudo, do instrumento de levantamento de dados e dos procedimentos dos sujeitos que possibilitaram a realização do presente trabalho.

No quarto capítulo teremos os resultados, as discussões, disponibilizando a forma como os alunos estabeleceram suas relações entre a aprendizagem que possuem da aplicação da propriedade distributiva e sua inserção em contextos matemáticos diferenciados. Bem como, as situações interpretadas nas resoluções das atividades propostas como obstáculos didáticos. Com isso, queremos socializar o que conseguimos obter da coleta de dados realizada nesta investigação.

No quinto capítulo, apresentaremos as considerações finais como síntese para novas teses. Estas, estão voltadas para o entendimento de que a aprendizagem escolar, seja em que nível for, é um fenômeno complexo. E que, portanto, a aprendizagem da aplicação da propriedade distributiva em variados contextos matemáticos poderá ter outras interferências além das aqui apresentadas.

Decerto, podemos inferir que o ensino, não só da aplicação da propriedade distributiva, como de qualquer outro objeto de aprendizagem, poderia estar a serviço do estímulo da atividade de pensamento, ou seja, que o ensino esteja articulado de uma maneira tal, que o aluno consiga elaborar suas hipóteses sobre o sistema notacional matemático de forma a compreendê-lo em variadas representações.

1. DUAS ÂNCORAS PARA A INICIAR A PESQUISA

Com o intuito de socializar algumas situações recortadas de um mundo de informações, nas páginas seguintes trataremos de possibilitar aos interessados algumas idéias sobre a propriedade distributiva da multiplicação e avaliação.

De início poderíamos estar perguntando o porquê de se pesquisar sobre essa temática quando a matemática escolar apresenta inúmeras situações que possuem um grau de abstração tal, que muitas vezes a compreensão lógica de seus significados é pouco assimilada.

Entre essas situações, os problemas aritméticos e a compreensão do sistema de numeração decimal, têm despertado interesse por concentrarem um esforço significativo para sua internalização.

Nosso interesse, parte da motivação de que na aprendizagem escolar todos os seus elementos carregam em si especificidades e possibilidades de desenvolver níveis cada vez maiores de abstração, que deverão ser alcançados pelos alunos no que diz respeito ao domínio da linguagem matemática.

Verificar a aprendizagem desse sistema conceitual ao longo da escolarização básica é desafiante por ser considerado como conteúdo elementar, o que muitas vezes pode até ser banalizado pelo professor.

Essa verificação nos remete a estudar um outro elemento que se bem trabalhado estará a serviço de uma dinâmica de reciprocidade, não só da troca de pontos de vista, como também, da construção de espaços de aprendizagem dialógicos: a avaliação, pois a percebemos como elemento possibilitador de reflexão sobre nossa prática, sendo capaz de desvelar tanto os mecanismos que influenciam na aprendizagem, ou não, dos objetos matemáticos, como os mecanismos presentes nas relações estabelecidas no interior da sala de aula.

1. 1. PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA COMO OBJETO DE ESTUDO

A Educação Matemática desponta hoje como um leque de alternativas para contribuir com a melhoria do ensino de matemática. O estudo da propriedade distributiva vai ao encontro dessas possibilidades buscando compreender melhor os processos cognitivos dos educandos no contexto da aprendizagem de conteúdos escolares, como é o caso da propriedade distributiva da multiplicação.

A aplicação da propriedade distributiva não encerra em si um fundamento que a destaque como objeto de estudos nas pesquisas em matemática escolar. Na busca de referências científicas no trato com a propriedade distributiva, nada foi encontrado, o que nos provoca o desafio de iniciar uma investigação neste sentido.

Por ser um elemento presente nos conteúdos de matemática, que tem despontado investigações como é o caso dos estudos algébricos e das operações aritméticas, a aplicação da propriedade distributiva aparece como forma de possibilitar aos educadores uma reflexão no que diz respeito ao tratamento dos objetos de aprendizagem, sejam eles entendidos como conteúdos complexos ou não.

Nesse sentido, inteiramos que no processo ensino-aprendizagem os conteúdos disciplinares, antes de serem considerados ou (des)considerados como elemento importante ou não, acreditamos que a ênfase no cotidiano da prática educativa deva estar na aprendizagem do que se está tratando.

Fazemos tal consideração por acreditarmos que entre os conteúdos da matemática escolar o estudo da propriedade distributiva pode ser por muitos considerado como uma questão elementar. No entanto, por não possuir uma certa complexidade, não significa que o estudo da propriedade distributiva não possa ser visto como uma das formas de possibilitar ao educando novas maneiras de pensar as operações, desenvolvendo assim sua capacidade de lidar com a matemática de variadas formas.

Assim sendo, podemos dizer que aprender esse conceito é compreender como usá-lo adequadamente em variados contextos matemáticos. Nesses termos, tanto este conteúdo, quanto outro que possa ser revelado como portador de uma certa complexidade, ambos deverão ser tratados como elementos de investigação na relação de aprendizagem estabelecida no interior da sala de aula.

Se por um lado devemos estar atentos aos objetos de aprendizagem que na história da matemática se apresentam como aqueles conteúdos (a exemplo a construção dos números negativos), que são “difíceis” não somente do ponto de vista de sua assimilação, mas também do ponto de vista da sua construção, por outro lado, podemos considerar que na aprendizagem da matemática escolar todo e qualquer elemento a ser apreendido pelo aluno deve ser anunciador de que esse elemento foi assimilado, bem como anunciar as variáveis que ora se apresentam como interferentes que dificultam a resolução de situações-problemas que o educando enfrenta.

Quanto ao estudo da propriedade distributiva na escola, esta aparece com ênfase na quarta e na sétima séries do Ensino Fundamental. No Ensino Fundamental de 1ª à 4ª séries, sua inserção é normativa, isto é, a aplicação deste conteúdo resume-se à identificação dos tipos de propriedades das operações fundamentais. Nesse sentido, podemos considerar que a aprendizagem da propriedade prende-se à repetição de estratégias, de exercícios, automatizando a informação. Esses procedimentos caracterizam-se como a única forma do sujeito se relacionar com a socialização do conhecimento, levando o aluno a conceber a aprendizagem como uma “cópia” da informação armazenada, o que para Coll et al (2000), é uma aprendizagem por fatos.

A título de contribuição de como a propriedade no Ensino Fundamental está mais diretamente ligada à aprendizagem por fatos, temos autores como Oliveira e Gonçalves (1995), Grasseschi et al (1995), Mori (2000), Reame (2000), Sarquis (1997), onde a propriedade distributiva aparece como já citado acima.

Na sétima série, esse conteúdo é preponderante na compreensão de polinômios, haja vista que é nesta série que se formaliza a álgebra no currículo da matemática escolar. Obviamente há estudos indicando a possibilidade do ensino da álgebra sem formalização antes desta série. Podemos dizer, que na terceira e quarta séries do Ensino Fundamental, a álgebra se apresenta no conteúdo intitulado termo desconhecido ou comumente denominado de achar o valor do “quadradinho”, isto é, há uma prática em simbolizar o termo desconhecido com a simbologia de um quadradinho.

Nesse sentido, a iniciação de ensino algébrico está ligada em dar conta de que as “letras” ou as incógnitas estão associadas a um valor numérico, e menos ligadas em fazer o aluno a vislumbrar que se pode operar com o pensamento matemático de outras maneiras, sem necessariamente a situação-problema estar expressa na simbologia numérica. Com isso, se reforça que no estudo da matemática escolar nas séries iniciais, a única possibilidade operatória está em o aluno poder operar com números, daí o estudo ter apontado para a necessidade que os sujeitos de quinta série apresentaram em transformar as variáveis em números.

De forma análoga, podemos dizer que se o ensino da propriedade distributiva se prender a uma aprendizagem descontextualizada em que os alunos passem a reconhecer seu uso de forma pontual, dificilmente o estudo das propriedades estará contribuindo para o desenvolvimento do pensamento do educando para situações complexas.

Nas séries seguintes, a álgebra se evidencia na aplicação e/ou resolução de equações do primeiro grau, proporcionalidade e questões de geometria como o cálculo de áreas e perímetros.

Propriedade é uma característica peculiar do pensamento lógico sobre um objeto de conhecimento, e a propriedade distributiva aparece na multiplicação e na decomposição de um número como formas diversificadas de uma operação.

O uso das propriedades, como recurso ao desenvolvimento do raciocínio lógico, possibilita ao aluno transitar pelos conteúdos elementares percebendo a reversibilidade de pensamento.

A exemplo temos 3 x 15 = 45. Tal exemplo pode ser também com centenas, como 7 x 243= 7 x (200 + 40 + 3) = (7 x 200) + (7 x 40) + (7 x 3) = 1400 + 280 + 21= 1701.

A propriedade distributiva também se aplica na explicação de alguns casos em divisão. Nesse sentido, a fração simples de inteiro (um meio, um terço, um quinto, até décimos), é um caso a se utilizar este recurso a saber: 780 : 3= (600 : 3) + (180 : 3)= 200 + 60 = 260. Parece não ser uma divisão, mas dividir por 3 é o mesmo que multiplicar por um terço, compreendendo que possamos utilizar como recurso o pensamento de que “eu posso falar” um terço de 600 é 200; um terço de 180 é 60. Logo, se somarmos tais resultados, temos como resposta, 260.

Notamos que o uso adequado da propriedade distributiva da multiplicação é uma excelente ferramenta para o cálculo mental, para o cálculo por estimativa. Mas é necessário que se dê a devida importância à estruturação da representatividade desses cálculos mentais quando se trata da escrita dos conceitos matemáticos.

Compreendendo que é importante que o sujeito organize seu pensamento representativo por meio da escrita, já que ele nem sempre estará utilizando somente a matemática oral, a distributividade pode auxiliá-lo na representação algébrica de alguns problemas, inclusive geométricos, a exemplo:

Para revestir um banheiro, gasto R$ 120,00 no piso, que é retangular e R$ 600,00 nas paredes. Quanto vou gastar para revestir 3 banheiros de mesmas dimensões?

Tal problema tem como uma das soluções o que consta abaixo

3 x(120 + 600) = (3 x 120) + (3 x 600) = 360 + 1800= 2160.

A representação acima se prende ainda nos moldes aritméticos, mas pode apresentar-se como solução algébrica, a exemplo:

Para um número qualquer de banheiros de áreas quaisquer para o piso e as paredes, podemos representar o custo de cada piso por P e das paredes de um banheiro por Q. Então, para um número qualquer de banheiros, vamos precisar de X x (P + Q)= XP + XQ reais para pagar o custo deste total de X banheiros.

Para tal situação, a aplicação de produtos notáveis se faz necessário. Conteúdo ministrado na sétima série, que a partir da aplicação da propriedade distributiva ele concebe que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, assim:

$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b) = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Por analogia, esta situação se aplica a outros produtos notáveis, como por exemplo:

$(a – b)^2$, $(a + b + c)^2$, $(a +b)^3$, $(a + b + c)^3$.

Tais procedimentos aparecem nas resoluções de produtos notáveis com regularidade e que são despercebidos pelo aluno, não como mera repetição, mas como um elemento preponderante no estudo deste conteúdo. Por conseguinte, estes produtos levam à fatoração de expressões algébricas, que em muitos casos, vem de produtos notáveis simples, muitas vezes se tratando de “pensar de trás pra frente”.

Por exemplo: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$, pois faz-se a multiplicação (x + 3) x (x + 3), e aplica-se a propriedade distributiva, que se chega ao polinômio dado.

Num nível de maior abstração, na oitava série teremos as equações do segundo grau, que podem ser introduzidas por meio de cálculos com áreas, e nessa abordagem, a propriedade distributiva é essencial. A exemplo:

Observe um pedaço de papel quadrado, do qual foram retirados outros quadrados menores dos quatro cantos (fig. a), com a finalidade de se montar uma caixa. Analisando a situação, independente das dimensões do papel ou dos cortes, seja possível determinar a área total, caso queiramos revestir a caixa com papel de presente e o volume da caixa, para sabermos qual a sua capacidade. Sendo o papel quadrado, de dimensões 40 cm, qual a área total para cortes de lado x? Com os cortes de lado x, os lados da caixa ficam medindo, cada um, 40 – x.

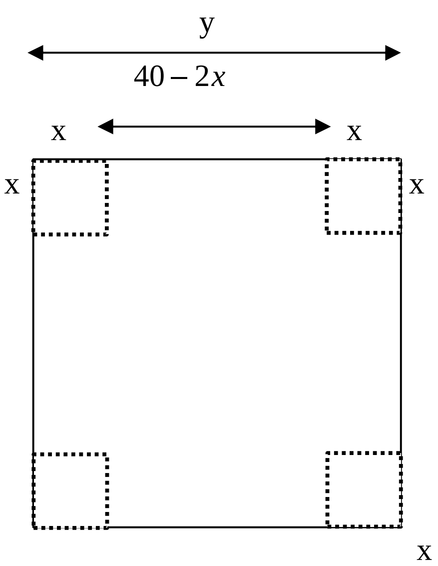


fig. a

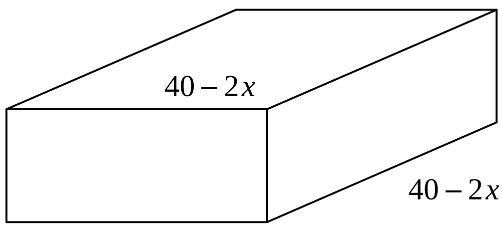


fig. b

A área total da caixa fechada é dada pela expressão { (40 – 2x) x (40 – 2x) x 2} + { (40 – 2x) x **x** x 4}, pois, ao multiplicarmos os dois primeiros fatores, estamos obtendo uma das áreas das tampas, que multiplicado por dois, dá a área das tampas superior e inferior (fundo). O segundo produto é para obtermos a área lateral da caixa que por serem 4 laterais, multiplicamos 4 por (40 – 2x) que é o comprimento e depois por x que é a altura da caixa [4 . (40 – 2x) . x].

Depois de dobrada, a caixa ficará com a aparência da fig. b. E a área total a ser cortada pelo papel de presente dependerá do tamanho do corte de x feito. Desenvolvendo a expressão acima, encontramos uma equação do segundo grau.

No Ensino Médio serão as manipulações do trabalho com álgebra que necessitarão do uso da propriedade distributiva.

Como podemos ver, a aplicação da propriedade distributiva se estende para outras aprendizagens matemáticas. Logo, o educando que demonstra saber “manipular” esse conceito em variadas situações de aprendizagem, manifesta compreensão sobre a tarefa que está realizando.

Para tal, se faz necessário o processo de verificação dessa aprendizagem. Na escola essa verificação é realizada através da avaliação. Como estamos tratando de compreender os processos cognitivos envolvidos no conteúdo desenvolvido em sala de aula, reconhecemos a avaliação como liame entre questões teóricas e situações concretas em sala de aula.

Ao pretendermos observar se os alunos fazem distinções entre a aplicação da propriedade distributiva em seus variados contextos, esta observação estará como indicativo de que é necessário se estabelecer no cotidiano escolar uma política de avaliação como forma de buscar superar os possíveis entraves que dificultam que a aprendizagem aconteça de forma eficaz.

1.2. AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

> Nem a educação nem a avaliação podem ser compreendidas como processos técnicos desligados de valores (Gómez, 1988).

A avaliação da aprendizagem não é uma temática nova nas pesquisas educacionais. Porém, é um tema que sempre arregimenta discussões para a (re)formulação de ações no campo educacional.

Quando pensamos em abordar questões no tocante à avaliação, não a pensamos em tratá-la de maneira a formalizar procedimentos utilitaristas para a aplicação da propriedade distributiva. A pretensão é trazer elementos para que se possa refletir sobre o potencial da avaliação na aprendizagem, e neste caso, sobre a aprendizagem da aplicação da propriedade distributiva.

Conceber a avaliação como um potencial para a promoção de aprendizagens, conseqüentemente nos leva a pensar nos meios que possam tornar evidentes as manifestações dos alunos em determinadas situações de aprendizagens.

Entendemos que pensar nos meios que evidenciam essas manifestações não pode estar desvinculado de se pensar num projeto maior de educação, pois a análise dos resultados do objeto estudado, seja ele que objeto for, terá fundamento se sua finalidade estiver voltada para se compreender/interferir nessa realidade (resultados).

Por isso, buscamos aliar o estudo da propriedade distributiva à avaliação, pois ao verificarmos as estratégias utilizadas pelos alunos para solucionarem as questões propostas, buscamos nesses procedimentos explicações que estão além da classificação dos procedimentos como sendo certo ou errado, mas compreendê-los numa visão ampla de que aquilo que parece estar errôneo suscinta investigação para melhor se compreender os porquês do caminho tomado pelo aluno.

Em busca dessa compreensão, acreditamos que a avaliação possa ser uma forte aliada na formação tanto do aluno como do professor. Assim acreditamos, porque se pensarmos em aprendizagem para além do domínio de conteúdos quando detectamos a maneira que o aluno pensa proceder sobre um determinado objeto de aprendizagem, deveríamos estar também pensando sobre as ferramentas que disponibilizamos para que ele compreenda esse objeto. E assim o professor também aprende, quando a avaliação envolve todos os sujeitos.

A avaliação, se pensada em seu sentido amplo, se estende para além dos muros escolares, ela está presente nas práticas mais informais, ou seja, a avaliação é um fenômeno humano não precisando nas práticas informais de instrumentos institucionalizados para sua efetivação.

O mesmo não pode ser dito sobre a avaliação no campo pedagógico, pois nesse contexto, a avaliação traz entre outros sentidos o seu caráter docimológico, isto é, tem relação com um sistema de atribuições de nota, de escores, como forma de verificar a aprendizagem dos conteúdos escolares.

Segundo Depresbiteris (1989), até as primeiras décadas do século XX, a avaliação da aprendizagem estava ligada à aplicação de testes, conferindo assim a forte marca das pesquisas no que tange ao aperfeiçoamento de testes caracterizando o processo avaliativo como eminentemente instrumental.

Vianna (1993), considera que a prática avaliativa do ensino de matemática encontra-se longe de uma prática possibilitadora para atender as exigências do mundo moderno. O autor considera importante que no ensino da matemática se repense a organização de seus conteúdos em que se dê ênfase na compreensão dos processos lógicos nos problemas matemáticos, e não na capacidade operacional. Para tal, o autor considera importante se rever a forma de avaliar a aprendizagem tendo os educadores que discutirem os princípios norteadores para se pensar uma nova prática avaliativa.

A avaliação para Mc Donald (2000), deveria estar mais voltada para a suas funções como formativas e diagnósticas que se limitar à atribuição de notas. Considera que notas, como fundamento científico, são insuficientes para se avaliar a aprendizagem do aluno. O autor, concordando com a citação de Pinto (apud Mc Donald, pg, 27), indaga sobre o quê de fato se pode inferir quando se recebe um boletim de um aluno com notas, bem como considera depreciativo e estigmatizantes conceitos como aprendizagem insuficiente, regular, entre outros.

Podemos então considerar que no fluxo das ações pedagógicas a avaliação é um tema que possui inúmeros olhares. Olhares estes, que não podem desenvolver-se sem que se possa olhar para dentro deles...Sem que se possa, dar o toque do valor humano, que entre tantos outros, vem a ser, o de emitir juízo de valor.

Esse juízo de valor se constrói, entre tantas influências, sobre as influências da nossa formação como um todo e sobre a temática em específico. No sentido de trazermos elementos sobre a avaliação da aprendizagem, primeiramente recorreremos aos Caminhos da avaliação, isto é, como os estudos sobre a avaliação foram entendidos por diversos olhares. Após, trataremos dos conceitos atribuídos à avaliação e a avaliação no Contexto da Educação Matemática.

Será tratada em particular a chamada avaliação diagnóstica. A intenção é chamar a atenção de que, mesmo o professor compreendendo o conteúdo a ser ensinado e sua natureza, a verificação do mesmo como material apreendido pelo aluno é fundamental no processo de aprendizagem, pois é muitas vezes na forma de avaliar, que reside um dos grandes entraves para a democratização do conhecimento.

1.3. CAMINHOS DA AVALIAÇÃO

No campo pedagógico a avaliação da aprendizagem vem se tornando foco de discussão como elemento fomentador para possíveis mudanças no cotidiano escolar. Nesse sentido, a assunção do processo avaliativo institucionalmente convive entre uma postura de mensurar a aprendizagem, exercitando-se a avaliação como instrumento de exclusão, com uma postura de avaliação para o acolhimento, que (re)signifique a aprendizagem, possibilitando a professores, alunos, pais e administradores refletirem sobre a avaliação.

Avaliar é um desafio, haja vista a necessidade de se desnudar do modelo do paradigma positivista que favorece uma matriz de avaliação da aprendizagem centrada na mensuração, na cognição propriamente dita, para assumir um “modelo” de avaliação onde se preconiza pensar sobre o que se pensa (metacognição), sobre a construção do conhecimento, sobre a prática docente/discente.

A busca da implementação de uma nova forma de avaliar a aprendizagem suscitou várias literaturas. Entre elas, os estudos de Elba Siqueira Sá e Regina Pinto (2001), “Avaliação na Educação Básica de 1990 a 1998”, sinalizando que o tema avaliação no ensino de primeiro grau (Ensino Fundamental a partir da Lei 9394/96), como objeto de investigação tinha, em sua maioria, um enfoque de avaliação centrado na elaboração de testagem, numa concepção eminentemente técnica de avaliação.

Para a realização do Estado do Conhecimento sobre avaliação, as autoras iniciam seus estudos na pesquisa de Souza (1994), que traça a trajetória da avaliação no período de 1980 a 1990, asseverando que nesse período as teses e dissertações sobre avaliação não apresentavam articulação em torno de princípios ou eixos temáticos que revelassem movimentos de continuidade ou aprofundamento entre essas pesquisas.

Para Souza (apud Sá e Pinto), as discussões sobre avaliação educacional recebem forte influência da Psicologia até os anos 50. Sá e Pinto referendam que, para Souza, a análise da problemática educacional no período é feita na perspectiva individual, e as diferenças de desempenho são explicadas no plano biopsicológico. Nesse sentido, a avaliação da aprendizagem é entendida como mensuração de capacidades e características individuais por meio de testes.

Como contraponto dessa matriz avaliativa (matriz individualista), encontra-se nos estudos de Sá e Pinto, autores que discutem avaliação em outra perspectiva, digamos uma matriz qualitativa de avaliação. Nessa matriz, a avaliação não se ocupa somente da coleta de dados (o que está sendo avaliado: conteúdo), mas seus fins (como e por quê avaliar e para quê avaliar), ou seja, sua finalidade está voltada também para o reconhecimento do aluno como sujeito histórico-cultural.

Entre esses autores, temos Candau e Oswaldo (1995), Viana (1992), Prado (1998), entre outros, para quem os estudos sobre avaliação até então no Brasil, tinham uma limitação: o modelo de homem e de sociedade, concebendo a prática avaliativa no contexto do rendimento escolar, no binômio aprovação/reprovação.

Mediante o exposto, podemos considerar que esses estudos trouxeram relevantes contribuições, no sentido de mostrar o pensamento acerca da avaliação e como eles apontavam para a necessidade de incorporar a dimensão política à prática avaliativa. Apresentaremos algumas contribuições, a partir de Sá e Pinto (op.cit).

Candau e Oswaldo (1995), ao registrarem considerações relevantes para a reflexão da prática avaliativa seus textos trazem um novo desejo: o de se avaliar além do interesse em classificar e quantificar. A seguir, suas considerações:

(I) A inclusão de que os estudos feitos em cunho quantitativo estavam ligados a avaliar programas de ensino e não práticas pedagógicas, uma vez que estas são objetos de estudos qualitativos;

(II) A presença pouco expressiva de teorias específicas, modelos, métodos e técnicas, indicando assim lacuna importante na produção de conhecimento no país; a falta, em particular, de instrumental que permita tratar aspectos técnico-pedagógicos do processo de avaliação sob a postura crítico-transformadora;

(III) A conclusão de que poucos artigos articulam avaliação do desempenho e formação docente ou focalizam a avaliação docente. A formação do professor sobre o tema é insuficiente a faltam-lhe critérios claros para orientar o processo de avaliação e permitir a escolha dos instrumentos mais adequados.

Vianna (1992), constata a carência de uma teoria geral de avaliação e identifica nos textos sobre avaliação as seguintes dimensões: (I) centrada no estudante; (II) a que focaliza a discussão no professor; (III) enfoque no material instrucional; (IV) centrada na instituição ou no sistema educacional. Para Vianna, ainda não se possui uma cultura avaliativa, mas que por pressão das autoridades e das agências financiadoras, ela vem sendo colocada em primeiro plano. No entanto, faltam elementos qualificados para o exercício da avaliação, pois não basta somente transpor modelos avaliativos de outros contextos.

Prado (1998), alinhava seus estudos realizando uma retrospectiva da história da avaliação no Brasil, passando pela tradição positivista dos anos 60 e 70, pelas teorias críticas dos anos 80 que substituem a base psicologizante pelos referenciais da filosofia e da sociologia para análise da avaliação escolar.

Podemos observar que o campo da avaliação começa a sofrer influências além da psicometria. Assim sendo, torna-se um campo inter/multidisciplinar, trazendo na década de 90 o desafio de: integrar as contribuições críticas das últimas décadas, com a necessidade de construir instrumentos que permitissem analisar o rendimento escolar como uma situação que também sofre influências dos processos de produção de desigualdades sociais.

A outra categoria que nos possibilitará melhor compreender a avaliação escolar é chamada de Referencial Filosófico, Social, Político e Pedagógico que segundo Sá e Pinto (2001) são textos que apresentam uma preocupação com a dimensão qualitativa de avaliação, ligada ao estatuto científico.

Nesse sentido, o processo avaliativo é discutido à luz de uma perspectiva dialógica e dialética voltado para a transformação social. A literatura enfatiza a necessidade de práticas que fomentem a superação da tradição das escolas crítico-reprodutivistas[1].

No que diz respeito ao caminho percorrido pela avaliação no campo educacional, nos estudos de Sá e Pinto (2001, p.18), são considerados que, as discussões não se traduziam em caminhos concretos para a criação de uma metodologia avaliativa que rompesse com o que estava posto, uma vez que para as autoras "a produção sobre o tema possuía uma acentuada conotação de denúncia, mas pouco esses enfoques alternativos subsidiaram a materialização de novas posturas propositivas", para a avaliação.

Sá e Pinto (ibidem), citam como exemplo do dito acima, os estudos de Franco, como sendo estudos norteados por uma visão abstrata de indivíduo, por este dar ênfase ao vínculo indivíduo/sociedade como objeto de análise na investigação sobre avaliação.

---

[1] As escolas pedagógicas referendadas como crítico-reprodutivistas possuem a concepção de que o papel da escola por ser Aparelho Ideológico do Estado tem como finalidade a reprodução do status-quo por reproduzir práticas alienante e discriminatória existentes na sociedade capitalista. (ARANHA: 1996).

Entendemos, por um lado, que esta observação não fere o mérito do desejo de mudança, uma vez que ao se desejar o novo, este se mostra como constructo, e com isso, a forma é delineada no caminhar. Portanto, prescrever o caminho com métodos e técnicas formalizantes, contrariaria os fins político-filosóficos de mudança. Por outro lado, o puro verbalismo deixa angústias, banaliza e esvazia o processo avaliativo de um instrumental capaz de se concretizar no movimento ambíguo das ações pedagógicas, uma prática avaliativa eficaz.

Assim, a avaliação da aprendizagem na perspectiva da matriz qualitativa, toma uma dimensão que (re)configura seu sentido. O sentido de avaliação nesta matriz não diz respeito somente ao ato de verificar se o aluno aprendeu, mas inclui o sentido de formação desse sujeito como cidadão crítico.

Nesses termos, a avaliação da aprendizagem é compreendida numa matriz teórica em que os aspectos políticos da educação têm a relação com a formação da cidadania, a formação dos sujeitos sociais como sujeitos participantes de sua emancipação histórica, que possuem papel nesta avaliação através do diálogo e analise crítica de situações e sujeitos que fazem parte do processo avaliativo.

Assim sendo, a aula e todo o Sistema Escolar não são neutros, são constituídos de representações ideológicas. Nesta perspectiva, à escola, cabe o papel de tornar-se centro de resistência dos efeitos simbólicos impostos. Esses efeitos têm na avaliação, podemos dizer, ou um instrumento divulgador dessas imposições, através de seus mecanismos de repressão, ou possui a possibilidade de ser instrumento de resistência e gerar contra-efeitos simbólicos, que em outras palavras seria a emancipação desse sujeito escolarizado.

Apresentaremos, a seguir, um quadro sinótico de alguns estudos, de acordo com o nosso entendimento, da classificação sugerida por Sá e Pinto da avaliação na perspectiva qualitativa.

QUADRO.1. AVALIAÇÃO NUMA PERSPECTIVA QUALITATIVA

Autor	Referencial	Objeto de estudo	Fins da avaliação
Franco 1996	Filosófico	Avaliação segundo modelo de ciências	Os estudos ora privilegiam uma matriz ligada ao objeto, ora no sujeito.
Luchesi 1996	Filosófico	A avaliação deve implicar "juízo" de valor.	Avaliação como fim e não como meio em si mesmo.
Saul 1998	Político	Avaliação no paradigma alternativo. (Avaliação Emancipatória)	Avaliação deve conceber três eixos Avaliação democrática, crítica institucional e construção coletiva
Lüdke 1991 e 1995	Social	Caráter Sociológico da avaliação. Desvelar os mecanismos de controle.	Avaliação com a concepção fortemente integrada ao próprio processo de ensino-aprendizagem, como base para o desenvolvimento de propostas do interesse de professores e alunos.Ressalta a importância das escolas como foco dos estudos sociológicos, levando em conta, que o que emana dos órgãos centrais não chega aos alunos senão pela via das escolas – tudo passa pelo crivo dos agentes escolares, que ampliam, reduzem ou alteram o escopo da mudança.
André 1990	Político e Social	Avaliação como transformação das relações de poder dos órgãos decisórios.	Avaliação com ênfase nos aspectos qualitativos da aprendizagem, buscando aprimorar o processo ensino-aprendizagem.
Luckesi 1991 e 1992	Pedagógico	Avaliação exercida como prática do exame Avaliação como prática coletiva.	Objetivo da avaliação é aprimorar a aprendizagem, e não a aferição. Deve ser definida pelo projeto pedagógico.

Os estudos de Sá e Pinto (2001), sobre a avaliação no contexto escolar permitem-nos perceber os caminhos percorridos pela avaliação e assim, mediante cada uma dessas contribuições, podemos vislumbrar que falar em avaliação não é falar somente de aferição de conceitos. Envolve, sobretudo, a capacidade de refletir sobre os meios, contextos, instrumentos, bem como refletir sobre a assunção político-ideológica-epistemológica que o avaliador, quer consciente ou inconscientemente, faz em sua prática pedagógica.

A avaliação, neste caso a da aprendizagem, terá mudanças na medida em que o avaliador se comprometa em utilizá-la como instrumento pedagógico capaz de assumir a função de observar/interferir na maneira como o aluno constrói seus mecanismos de pensamento, na capacidade que ele – o aluno, tem de explicar os fenômenos com os quais se depara, na possibilidade de resolver problemas, e na sua capacidade de argumentar.

Assim sendo, podemos inferir que a avaliação é um dos caminhos possíveis para que o professor proporcione condições em que o aprendente desenvolva sua capacidade de pensar. E mais ainda, a avaliação é uma tomada de decisão de comprometimento do professor com seu aluno, seja ele que sujeito for, com suas capacidades e limites.

Nos pressupostos descritos anteriormente sobre como se construiu a prática avaliativa, somos convidados a pensar a forma como desempenhamos o papel de avaliador. Como organizamos os conteúdos (estratégias de ensino, o currículo em ação), e de fato, em que consiste o nosso "labutar" em uma sala de aula. O que queremos desenvolver e que sociedade queremos formar, pois avaliar é uma maneira de "olhar". Maneira de olhar o aluno, o processo, as interações, a própria prática. Assim falando, comungamos do pensamento de Oliveira (apud FAZENDA: 2001, p. 217), para quem o olhar

> .. é um verbo que designa a função atribuída ao olho, órgão da visão, derivando do latim oculus. Cumpre atentar para a relevância da visão à percepção de mundo. Sua hegemonia é tão evidente que muitas vezes chega a arrefecer os demais sentidos. É, sobretudo pelo olhar que se constrói a cosmovisão; é pelo olhar que o sujeito ergue-se como realizador de sua própria história, como construtor de um mundo novo.

As contribuições sobre a prática da avaliação na perspectiva qualitativa, ou nos termos de Saul (1998), emancipatório, vêm no sentido de não se perceber a avaliação como mero indicador daquilo que o aluno não é capaz de fazer, mas daquilo que o aluno sabe e pode fazer. Melhor dizendo, é excludente a avaliação que nasce do pensamento de que ela - a avaliação - é uma “arma” a favor do professor que enfatiza na relação de ensinar e aprender a dimensão unidirecional da avaliação.

Dimensão em que o avaliador parece ter somente a visão do topo, que é uma visão vertical, quanto mais alto estiver menos “enxergará” as dificuldades do seu aluno, pois a altitude diminui a percepção das questões que ocorrem na base. Em sentido inverso, avaliar pode ser, nos dizeres de Luckesi (2000, p. 9 -10), “a disposição para acolher é o ponto de partida para qualquer prática de avaliação (...) o ato avaliativo só se completará com a tomada de decisão do que fazer com a situação diagnosticada”.

Como podemos ver, da prática do exame (avaliação no seu sentido psicométrico) à prática de uma avaliação inclusiva (avaliação no seu sentido qualitativo), a mudança depende dos objetivos em que se pensa a avaliação, e que segundo Ramos (2000, p.12), por muito tempo se teve como objetivo no processo avaliativo, “a nefasta associação entre avaliação e aprovação que fez da avaliação uma ferramenta para fins muito distintos de sua função genuína”.

Assim, a função da avaliação deveria ser a de orientar o aluno a ultrapassar seus limites através da iniciativa, da autonomia, da criatividade sem, contudo, o professor descuidar dos elementos formais da avaliação que possibilitam o aluno apossar-se de maneira significativa da produção cultural. Exige acompanhar novos conceitos e posições necessárias ao desafio a ser enfrentado: o de passar do desejo à prática uma avaliação que favoreça uma aprendizagem significativa.

1.4. AVALIAÇÃO: além do semântico, uma tomada de atitude

Se recorrermos a Bueno (1986), avaliar é expresso como verbo transitivo que indica “a qualidade de determinar o valor de, apreciar o merecimento de, fazer idéia de, estimar, aquilatar, aferir...”. Assim, o sentido atribuído à avaliação escolar, poderia estar resolvido se não envolvesse significados de sujeitos historicamente determinados.

Para Sobrinho (2002, p.15), avaliação é um termo “pluri-referencial, complexo, polissêmico, que tem múltiplas e heterogêneas referências (...), é um campo cujo domínio é disputado por diversas disciplinas e práticas sociais, de distintos lugares acadêmicos, políticos e sociais”.

Nesse sentido, apresentaremos alguns conceitos atribuídos por estudiosos da temática que dizem respeito às modalidades da avaliação, no sentido de localizar as discussões sobre a temática, pois sua institucionalização outorgou-lhe funções que, com o desenvolvimento da complexidade das sociedades, passou a desempenhar papéis e funções diferenciadas.

Como já colocado anteriormente, a avaliação escolar até 1960 era centralizada na mensuração do comportamento do aluno, portanto uma avaliação classificatória. A pesquisa de Nevo (apud SAUL 1998, p.26), registra que, em meados dos anos 70, os estudiosos da avaliação, começaram a ensaiar discussões acerca de outros objetos da prática avaliativa. Um desses objetos, por exemplo, é a avaliação de programas e projetos educacionais e materiais curriculares.

Na literatura sobre a avaliação Ralph W. Tyler e Smith (1949), em seu “Estudo dos Oito Anos” contribuíram significativamente para as discussões sobre a avaliação escolar brasileira. Estudos que tratavam de procedimentos avaliativos incluindo testes, escalas de atitude, inventários, questionários e fichas de registros de comportamento como medidas para mensurar a aprendizagem do aluno. Esses autores foram os primeiros a utilizarem a denominação avaliação educacional.

Nesses termos, a avaliação foi assumida com um caráter controlador, classificatório, como um instrumento de poder na ação pedagógica. A aprendizagem era pensada nos moldes do processo industrial e, como tal, o controle era função fundamental.

Esse enfoque é considerado por alguns autores, entre eles Saul (1988), com uma abordagem de cunho quantitativo, porque a avaliação está pautada em objetivos comportamentais, centrados na tomada de decisão.

Em contraposição aos pressupostos epistemológicos, metódico e teórico deste modelo, como exposto no quadro 1, a avaliação qualitativa aparece no cenário educacional como contra-resposta ao pensamento padronizado de avaliar.

O uso dos testes padronizados como um fim em si mesmo, não seriam suficientes para compreender o processo de ensino e de aprendizagem com a complexidade que este contempla. Entre as características desse modelo alternativo, Saul (op.cit) recorre a Gómez (1993), para quem a avaliação qualitativa tem como um dos propósitos:

> Compreender a situação - o objeto de estudo - mediante a consideração das interpretações e aspirações daqueles que nela atuam, para oferecer a informação de cada um dos participantes necessita a fim de entender, interpretar e intervir de modo mais adequado. A informação não é unívoca e nem monopólio de um grupo, é um instrumento válido para o contraste e a reformulação de interpretações e ações de cada indivíduo que participa da atividade educativa.

Passar para um enfoque dialético de avaliação entre outros fatores, pressupõe repensar a relação do conhecimento com a prática pedagógica. No enfoque dialético, essa relação deve ser assumida numa perspectiva de negociação dos significados da aprendizagem do conhecimento a ser construído, incide em repensar os instrumentos, o planejamento e os fins que se quer alcançar.

O desejo dessa passagem é marcada pela complexidade das relações sociais e pela comunicação interpessoal presente no cotidiano escolar. Envolve sujeitos que ocupam papéis diferentes no contexto da avaliação como cita Perrenoud (1990, p.18):

> Não existem medidas automáticas, avaliações sem avaliador nem avaliado; nem se pode reduzir um ao estado de instrumento e o outro ao de objeto. Trata-se de atores que desenvolvem determinadas estratégias, para as quais a avaliação encerra uma aposta, sua carreira escolar, sua formação.(...) Professor e aluno se envolvem num jogo complexo cujas regras não estão definidas em sua totalidade, que se estende ao longo de um curso escolar e no qual a avaliação restringe-se a um momento.

A avaliação, portanto, deve ser convertida muito mais em seta que num ponto determinado e determinista da prática educativa. Isto é, ser concebida como proposta do próprio educador, como prolongamento da consciência do seu papel como agente formador no tempo presente.

Por este, e por outros motivos, é que se incorpora o juízo de valor no momento de avaliar a aprendizagem do aluno. A avaliação se torna tão ampla que, concebê-la como um instrumento único, responsável por todas as mazelas da aprendizagem, é nomeá-la como algo que por si só se justifica, nos moldes de Luckesi, como "fetiche". Significa que não basta mudar formas e procedimentos, e nem tampouco endeusá-la. É necessária uma postura que a justifique como "uma nova racionalidade[2]", como uma vontade de construir cidadania.

Falar do processo avaliativo exige entendê-lo como processo amplo da problematização pedagógica, em que os resultados não se sobreponham ao processo. Assim sendo, a prática avaliativa não é elemento solto de um campo maior – dos objetivos da educação - ela não é construída no abstrato, é construída numa prática, se justificando no seu sentido mais restrito.

Acreditamos que nesse momento (século XXI), os conceitos de avaliação não se apresentam como algo novo, que venha causar "desocultação" de uma visão ingênua sobre o papel do educador no processo da avaliação da aprendizagem. Porém, ser informado a respeito desses conceitos, necessariamente, não garante a assunção de uma prática avaliativa democrática/emancipatória. Aproximar-nos das discussões sobre a avaliação em sua forma mais complexa, envolvendo todos os elementos presentes neste ato, é compreendê-la como método, método na compreensão de Morin e Moigne (2000,p.137),

> Trata-se, portanto, não de procurar leis ou um novo sistema, mas um método que permite ao mesmo tempo reunir e tratar a incerteza, um método que, ao mesmo tempo, que é integrado pelo espírito, permitia o desenvolvimento de um pensamento complexo. A reforma do método é inseparável de uma reforma do pensamento, ela própria inseparável de uma reforma do ensino.

---

[2] Racionalidade no sentido de Morrin (é o estabelecimento de adequação entre uma coerência lógica [descritiva, explicativa] e uma realidade empírica).

A reforma do pensamento é um convite à viagem da história dos pressupostos filosóficos que arregimentaram o percurso da avaliação escolar, e que nos possibilitará perceber que a concepção de homem, mundo e de sociedade, constituem, determinam e operacionalizam, e - em síntese - superam (podem superar), a prática avaliativa que se deseja modificar.

Superar a prática avaliativa da mensuração, da segregação em prol de uma prática pedagógica em que se busca a avaliação emancipatória[3] pressupõe romper com alguns vícios, uma vez que o princípio emancipatório não se constrói na ruptura entre o conhecimento (teoria) e a ação (prática), tanto na sua produção, como na socialização e transformação da realidade à qual se destina, mas se constrói pela intervenção na situação concreta, que num contínum, não dicotomiza ação-reflexão-ação.

Destacaremos alguns autores que discorrendo sobre a temática anunciam algumas modalidades de se realizar a avaliação na prática pedagógica.

Valadares e Graça (1998), entendem que a avaliação passa por um processo sistemático de acompanhar as mudanças ocorridas no campo cognitivo, afetivo e psicomotor do aluno. Para estes há fases diferenciadas para cada tipo de avaliação em sala de aula, a seguir:

(I) A avaliação formativa: acompanha o progresso da aprendizagem do aluno e está muito voltada para um uso pedagógico. Esta avaliação baseia-se não só nas respostas certas dos alunos como também nos seus erros. Estes são encarados como normais e característicos de determinado nível de desenvolvimento na aprendizagem, e devem ser explorados no sentido de dinamizarem e facilitarem a aprendizagem dos alunos;

(II) A avaliação formadora: quando valoriza a meta-aprendizagem ajudando o aluno a aprender a aprender;

(III) A avaliação diagnóstica: usada sempre que perceber alguma dificuldade por parte do aluno para se detectar onde reside esta dificuldade;

[3] Avaliação Emancipatória caracteriza-se como processo de descrição, análise e crítica de uma dada realidade, visando transformá-la. Está situada numa vertente político-pedagógico cujo interesse é a emancipação (Saul 1988. p, 61).

(IV) A avaliação sumativa[4]: para avaliar a consecução do estudante no final de uma fase de sua aprendizagem.

No universo da prática avaliativa, as modalidades não podem ser pensadas desarticuladas de um projeto maior, como faces separadas da mesma moeda, projeto que podemos chamar de projeto pedagógico. Não entendemos o processo ensino-aprendizagem como modelo atomizado, como uma receita que será empregada a cada dificuldade estabelecida. Mas um momento de diálogo de certezas e incertezas presentes no caminho das intenções previstas nas ações educativas.

Mediante o entendimento das modalidades pertencentes à avaliação, o olhar unidirecional das práticas avaliativas deve ceder lugar a um todo complexo vivido no cotidiano escolar, enfrentando limites e superando-os.

Esse todo complexo significa entender a avaliação como um fator pedagógico, e como tal, afirma D'Ambrosio (2001,p.98-99):

> (...) reconhece-se que ela está ligada a todo um processo que se desenvolve continuamente, (...) deve ser uma orientação para o professor na condução de sua prática docente e jamais um instrumento para reter o aluno na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático.

Para Depresbiteris (1991), a avaliação deve ser assumida como uma modalidade formativa. Entre as funções da avaliação formativa, Depresbiteris distingue-as entre perspectiva restrita e perspectiva ampla. Na primeira perspectiva classifica as seguintes funções: (I) recolher informações nos objetivos, utilizando instrumentos válidos e precisos; (II) interpretar as informações recolhidas com base em critérios preestabelecidos, identificando objetivos atingidos e não atingidos; (III) planejar atividades de recuperação para os alunos que não atingiram os critérios estabelecidos.

Na segunda perspectiva, a avaliação formativa buscaria compreender o funcionamento cognitivo do aluno em face da tarefa proposta. Os dados de

---

[4] Sumativa (súmula): sinônimo de somativa (soma), ambos empregados com a mesma conotação, designa o tipo de avaliação que: pretende ajuizar o progresso realizado pelo aluno no final de uma unidade de aprendizagem.

interesse prioritário são os que dizem respeito às representações da tarefa explicitadas pelos alunos e às estratégias ou processos que eles utilizam para chegar a certos resultados.

Quanto às etapas, a avaliação formativa - numa perspectiva restrita - será pontual, destinada a verificar o desempenho do aluno com relação aos objetivos. Assim, as informações serão recolhidas através de provas aplicadas após unidade de ensino e as atividades de recuperação serão dadas com base nos resultados, alcance dos objetivos apresentados.

Numa perspectiva ampla, a avaliação será contínua, visará a recuperação interativa, ou seja, todas as relações professor-aluno serão avaliações permitindo adaptações do ensino e da aprendizagem. A finalidade será oferecer uma orientação ao longo de todo o processo de aprendizagem, ao invés de atividades de recuperação a posteriori.

Observamos que esta autora coloca as discussões sobre as modalidades da avaliação em um contexto amplo, não se restringindo apenas a denominar as categorias que podem caracterizar a avaliação.

Depresbiteris (op.cit. p.66), reconhece que muito se tem discutido sobre as modalidades da avaliação. No entanto, pouco se sabe sobre seus efeitos na ação docente, na orientação do desenvolvimento do aluno. Quanto às funções da avaliação, a diagnóstica tem sido usada como finalidade de descobrir que tipo de tratamento os alunos merecem. E quanto à avaliação formativa, tem sido usada como um meio de indicar os objetivos que o aluno alcançou e os que deixou de alcançar. Segundo a autora, restringir o uso das funções da avaliação a essas finalidades como um fim em si mesma, é reduzir o ensino a uma pedagogia de maestria, assim cita Allal (1986):

> Para elaborar uma estratégia de avaliação formativa que cumpra realmente sua função de orientação, é preciso definir um quadro teórico que leve em conta os múltiplos aspectos (cognitivo, afetivo e social) da aprendizagem no interior de um sistema educativo.

Pais e Monteiro (2002), afirmam que nos programas educacionais em vigor, a tônica da avaliação está na função formativa. As mesmas acreditam que a avaliação pode ser praticada de forma integrada e contínua, numa perspectiva de regulação do ensino-aprendizagem. Recorrendo a Scriven e Nunziati (sd), as autoras distinguem avaliação formativa de avaliação formadora.

Avaliação formativa dirige-se mais ao professor porque o leva a atualizar seus conhecimentos didáticos, a procurar coerências em seus critérios e as escolhas didáticas, a relativizar o peso de sua pessoa no comportamento de avaliador. Isto é, o tipo de avaliação que assegura que os processos vão se adequando às diferenças individuais.

Avaliação formadora constitui um percurso de avaliação conduzido por aquele que aprende e é um instrumento de construção dos conhecimentos que o aluno precisa adquirir. Entre suas características temos: apropriação dos critérios de avaliação, discussão da finalidade dos trabalhos apresentados e criação de remediação do erro, onde o aluno tem papel fundamental, entre outros.

A avaliação Sumativa aparece como um modelo que busca o balanço dos resultados no final de um segmento de ensino-aprendizagem, acrescentando novos dados aos recolhidos pela avaliação formativa e contribuindo para uma apreciação mais equilibrada do trabalho realizado.

Essa modalidade completa um ciclo de avaliação em que já foram utilizadas as avaliações diagnóstica e a formativa. No entanto, no decurso do processo ensino-aprendizagem, ela tem uma função formativa, uma vez que permite adequar o ensino às necessidades de aprendizagem dos alunos.

Considerando a amplitude de enfoque para se discutir avaliação, as autoras acima consideram um processo difícil pelo fato de envolver juízo de valor, a privilegiar saberes, maneiras de ser e de estar, dependendo sempre de intervenientes dos momentos e das situações concretas.

Nesses termos, compreendemos que o processo de avaliar não pode ser asséptico, mecânico e diretivo, mas um fenômeno complexo, em que se precisa não só olhar de fora, mas, sobretudo, encontrar-se como avaliador, dentro do processo, como um antropólogo que investiga uma comunidade. Mais que classificar modelos, etapas, funções no processo avaliativo, o fundamental é “que se tenha em vista que qualquer que seja a modalidade de avaliação os critérios, as normas ou modelos os quais as aprendizagens vão ser apreciadas, que estes sejam explícitos" (ibidem. p,47).

Perrenoud (1993), considera que para se falar em avaliação, o professor deve assumir-se como um crítico do/no processo. Mudar a avaliação para o autor, significa "provavelmente mudar a escola". Mudar somente sistemas de notas, escalas, intervalo de testes, nada disso afeta de forma radical o funcionamento didático. É preciso a compreensão, por parte do professor, de que os instrumentos são apenas medidas que são utilizadas com os fins que este último lhe concede.

O autor chama atenção para a necessidade de se romper com a norma formal que rege a avaliação certificativa. Compreende que a avaliação formativa inscreve-se numa lógica de resolução de problemas e que, portanto, melhor acolhe a dinâmica do processo avaliativo.

Nessa lógica, a prática de uma avaliação formativa indaga o uso das avaliações acima citadas, questionando o porquê de se investir na observação intensiva e no diagnóstico instrumentado. Para o autor, essa postura é limitada para uma prática avaliativa eficaz, pois nestas condições, para quê se investir nesse tipo de observação, se "basta a intuição" para dizer que tal aluno está a progredir normalmente? Por isso, cita que é necessário uma articulação entre avaliação formativa e a diferenciação do ensino, porque,

> (...) é inútil insistir na avaliação formativa onde não existe nenhum espaço de manobra para os professores, onde a diferenciação não passa de um sonho nunca realizado, porque as condições de trabalho, o número de aluno nas turmas, a sobrecarga dos programas, a rigidez dos horários ou qualquer outra imposição fazem do ensino expositivo uma fatalidade ou quase. (ibdem.p,174)

Perrenoud (ibidem.), analisa a complexidade do sistema didático, colocando a avaliação no centro de um octógono estabelecendo inter-relação com os seguintes setores: Relações entre as famílias e escola; Organização das aulas, individualização; Didática, método de ensino; Contrato didático, relação pedagógica, profissão de aluno; Política de estabelecimento de ensino. Programas, objetivos, exigências; Sistema de seleção e orientação e satisfações pessoais e profissionais.

Mais que cumprir burocracia, a avaliação deve cumprir a função de mediadora de construção de novas práticas, novas aprendizagens, novas formas de organização de trabalho e novos processos interacionais, sem os quais toda intenção passa a ser isolada, e com isso, o desejo dessa mediação enfraquece-se no bojo das correlações de forças presentes no cotidiano escolar.

Sacristán (1998, p.331), considera que a função primordial que a avaliação deve cumprir no processo didático é a de informar ou dar consistência aos professores sobre como andam as coisas em sua classe, os processos de aprendizagem de cada um de seus alunos que se desencadeiam no ensino, etc.

Para o autor se uma proposta de avaliação não puder ser abordada pelos professores dentro do andamento normal de seu trabalho, é uma proposta inútil, ainda que do ponto de vista teórico seja correta. Portanto, a informação mais útil do ponto de vista didático, a atividade ou metodologia mais consistentemente possível, é aquela que ele mesmo pode manejar e integrar nas decisões que toma constantemente.

Entendemos que “saber manejar informações no processo avaliativo” não se limita a um entendimento reducionista e apriorístico sobre os discursos da avaliação. Implica em um entendimento de avaliação responsável com a mudança, bem como em estarmos atentos às condições objetivas, seja de condições de trabalho, seja de pressupostos político-filosófico-epistemológicos.

Compreender a avaliação no sentido de “saber manejar informação” é considerá-la como um campo resultante de processos conflituosos e de decisões negociadas, uma vez que “as crenças epistemológicas do professor, o currículo ponderado e oculto são componentes seletores, que estão presentes no momento de fechar o conteúdo da prova (..) ou no momento de fechar o juízo frente aos conteúdos de uma prova ou produção do aluno” Sacristán (Ibidem, p.334).

Portanto, ao detectar as dificuldades, que as intervenções resultem em objeto de estudo para sua minimização, com a ênfase de “fazer valer a capacidade de ajudar o aluno a compreender o mundo, sua realidade e a posicionar-se diante de seus problemas (LUDKE: 1994, p.39)”.

Pela nossa herança jesuítica, de uma educação enciclopedista, mensurar o conhecimento é uma prática que ainda assombra a sala de aula, reforçando a competição entre os sujeitos, contribuindo para um modelo de avaliação meritocrático.

Se a escola tem como finalidade socialização e produção de saberes, uma avaliação classificatória reduz o conhecimento à finalidade de reprodução. Logo, pouco acreditamos que esses fins avaliativos contribuirão para a formação de um cidadão crítico.

Avaliar para classificar como instrumento em si mesmo, esgota-se como ferramenta a serviço de práticas propositivas e dialogicizadas, tornando a aprendizagem como campo demarcado por certezas no uso de técnicas e estratégias para separar o “acerto do erro”, como se ambos negassem-se como constituintes do ato de aprender e da própria construção do saber científico.

Se entendermos que pela Educação podemos nos tornar mais habilidosos para “manipularmos” a produção de saberes, assumir esse entendimento exige uma averiguação processual da aquisição de conhecimento, melhor dizendo, uma avaliação que considere a cada “não-aprendizagem” uma tomada de consciência para (re)planejar a ação. O que significa entender a avaliação para além de seus conceitos.

Um replanejar, que junte os atores dessa relação no sentido de buscar caminhos, numa tomada de atitude compartilhada, uma vez que a Educação é um processo dialético e nessa relação, “Os homens interferem na natureza quando criam ferramentas para sua intervenção cultural, assim também esses instrumentos interferem em sua própria natureza (DUTRA: 2000,p.121).

Nessa relação homem-meio-outro, a ação avaliativa no campo pedagógico deve estar a serviço da construção desse homem que é criatura e criador. (Re)planejar em que esses atores assumam a avaliação resguardando seus papéis sociais, mas que sejam co-partícipes na construção de uma prática avaliativa que não seja autoritária e segregativa.

Co-partícipe de uma cultura avaliativa em que a ótica do professor não seja topográfica. É pensar a educação no entendimento de Santos (2003, p.10-11), em que pensar na avaliação significa pensá-la como “um rastro que nele nos projetamos (...) é crer nessa espantosa mistificação de que são os caminhantes que fazem caminhos e não o contrário”.

Podemos considerar que fazer o caminho está ligado em atuar diretamente no cotidiano da aula. Esse atuar necessariamente exige que se organize a aprendizagem e sua verificação de forma concomitante ao ato de ensinar. Entre as várias modalidades apresentadas pelos autores aqui citados, iremos fazer um destaque para a avaliação diagnóstica numa concepção ampla, ou seja, compreender esta modalidade avaliativa com vistas além de verificar resultados, mas inseri-la numa linha humanística de avaliação.

1.5. AVALIÇÃO DIAGNÓSTICA

Ao investigarmos sobre a propriedade distributiva e ao elaborarmos um teste como instrumento com possibilidades de “indicar” os elementos para se verificar o que o aluno aprendeu sobre este conteúdo, destacamos a avaliação diagnóstica como possibilidade de realizarmos este levantamento, sem, contudo, termos aplicado os princípios gerais de uma avaliação diagnóstica, uma vez que o levantamento dos dados ocorreu de forma bem pontual.

Um diagnóstico, ou mais precisamente uma avaliação diagnóstica, sugere tomar providências para se estabelecer novas metas de aprendizagem em relação às habilidades e aos conteúdos que se pretenda ensinar.

Nesse sentido, este estudo não se apresenta como uma avaliação diagnóstica propriamente dita, pois não retomamos as situações levantadas neste estudo de maneira a (re)orientar de forma imediata, as atividades de estudos para que os sujeitos pesquisados sanassem suas dificuldades.

De posse do levantamento dos dados, a partir de uma diagnose centrada no levantamento conceitual que os alunos possuíam do conteúdo da propriedade distributiva, a abordagem sobre a avaliação diagnóstica será assumida como perspectiva hermenêutica para a prática avaliativa no cotidiano escolar.

Sant'ana (1995), considera que avaliar é "conscientizar a ação educativa", assim, compreendemos que ao levantarmos elementos que estão dificultando que novas experiências de aprendizagem se desenvolvam, entre outras questões, estamos tornando conscientes alguns dos elementos da ação educativa.

Consciência no sentido de reconhecê-los como objetos de estudos para que a partir de sua investigação suscitem elementos para que nós _ educadores _ possamos (re)planejar ações para se promover a aprendizagem desejada.

Nestes termos, a avaliação diagnóstica deve estar além do seu entendimento na perspectiva de Bloom[5], que entre outras funções, visa detectar pré-requisitos para a ocorrência de novas aprendizagens, consideramos que esta avaliação tem papel de indagar outras questões.

Entre essas questões está se pensar como se configuram os conteúdos na vida social, institucional e pessoal do aluno, bem como, que conseqüências tais conteúdos acarretam ao ato educativo. Portanto, avaliar diagnosticamente sugere promover uma ação-reflexão-ação, para não reduzir o ensino ao cumprimento de meras formalidades institucionalizadas. Sugere assumir seu caráter filosófico em face de uma avaliação que segundo Hoffmann (2002a, p.145):

> (...) ultrapasse o controle para se proceder, efetivamente, a mediação da experiência educativa, no sentido de observar o aluno em atividade para ajustá-lo às suas possibilidades. O que significa ao professor ajustar tempo, materiais, recursos, fazer novas provocações ao longo da atividade, colocar-se à disposição dos alunos para perguntas, fazer notações sobre comentários e dúvidas sugeridas, jogar com eles, observá-los individualmente ou em grupo para acompanhar as discussões, acrescentar novos textos e materiais para uma nova discussão, levá-los a refletir sobre o que não fizeram, sobre o que não deu certo.

Uma avaliação que considere a aprendizagem como um processo de superação, possui uma matriz de verificação amiúde, ou seja, está atenta à construção que o educando realiza constantemente, ao confrontar-se com o conhecimento, reconhece tanto no ensino como na aprendizagem, elementos

---

[5] Bloom, pensador americano que defendia a idéia que para avaliar dever-se-ia configurar o ensino de tal forma a elaborar uma taxonomia de avaliação do sistema cognitivo. Para ele a aptidão determina a aprendizagem. E a avaliação diagnóstica são testes curtos para indicar se um estudante dominou ou não a unidade de ensino. (DEPRESBITERIS: 1989).

passíveis de revisão, de (re)construção, tanto de estratégias de conteúdo quanto de significados, como nos remete Fossa (2001. p,16):

> A avaliação é uma tentativa de vislumbrar as estruturas construídas pelo aluno (...), portanto avaliação não é algo que acontece depois do ato de conhecer, mas é uma parte integral do processo de conhecer, (...), assim, avaliação, é contínua e diária.

Por isso, consideramos que uma avaliação diagnóstica deve, de um lado estar atenta à organização de situações de veiculação do conhecimento construído em sala de aula, estratégias de ensino e aprendizagem utilizadas, e porque não, ao caráter que a avaliação assume no cotidiano escolar. Por outro lado, é pertinente que esteja atenta a outro fator de ordem profissional, que vem a ser os instrumentos que pretendem assumir a amplitude de diagnóstico ou avaliação diagnóstica.

Nessa pretensão, a incorporação ou exclusão de instrumentos, se não concebidos numa política avaliativa, podem esvaziar o sentido de avaliar diagnosticamente, mediante o uso de instrumentos que, na essência, são tão formalizantes quanto os testes.

A relevância da função diagnóstica está na capacidade que o professor atribui a essa modalidade para investigar situações de aprendizagens com possibilidades de desenvolver sua percepção para os diversos fatores que podem ter ocasionado tal dificuldade, e tomar uma atitude que favoreça uma aprendizagem progressiva.

Na verdade, diagnosticar relaciona-se com o olhar que desprendemos na aula. Assim, comungamos com Martins (1998, p. 117), sobre a percepção de que educar envolve outros sentimentos. Perceber o aluno como sujeito do processo, requer uma concepção de percepção para além de coletas de dados sensoriais.

> O corpo perceptivo entrelaça-se com o sensível do mundo, em significações do seu ser-no-mundo. Para isso, utilizam-se também das referências anteriores construídas em tantas outras percepções.

É nesse sentido, que ensinar-aprender-avaliar se inter-relacionam de forma cíclica, sensível, perceptível. A avaliação diagnóstica não é pontual encerrando em si um fundamento legalista, mas exige a possibilidade dos sujeitos estarem atentos a: reformular a hipótese empregada na resolução daquele problema, rever a metodologia empregada, a habilidade argumentativa e explicativa dada. Na verdade, é relevante quando mexe na realidade na qual acontece o processo avaliativo. É relevante por considerarmos o que Buriasco prescreve (2002, p.259):

> A avaliação deve ser vista, como uma atividade partilhada por professores e alunos, ter caráter sistêmico, dinâmico, contínuo e servir para subsidiar a aprendizagem (...), sendo assim, as tarefas de aprendizagem devem se constituir, também como tarefas de avaliação, uma vez que a avaliação é parte integrante da rotina de atividades escolares e não uma sua interrupção.

Entendemos por avaliação diagnóstica não apenas uma modalidade do processo de verificação dos conteúdos de forma estanque, mas uma prática avaliativa capaz de (re)significar as ações dos sujeitos envolvidos em situações de aprendizagens. Avaliação que possa não só conceber a matemática como elemento da prática, mas que se preocupe com a “posse” do conhecimento pelo aluno a partir do qual ele seja capaz de pensar matematicamente sobre situações dadas. Avaliação que implica nas palavras de Hoffmann: (op.cit, p.102) um:

> (...) processo de interação educador e educando, num engajamento pessoal a que nenhum educador pode se furtar sob pena de ver completamente descaracterizada a ação avaliativa em seu sentido dinâmico.

Nesse processo dinâmico, o ensino organiza-se em várias faces, melhor dizendo, em momentos de verificação, que se esvaziam, caso sejam somente a repetição da aula, de ações e verbos já empregados, bem como o emprego de concepções já cristalizadas sobre a aprendizagem e sobre o aluno, enfim, que se esvazia, caso a prática se reduza a um “ativismo pedagógico”. Por isso, a avaliação diagnóstica deve ser empregada como possibilidade de reconstrução do caminho percorrido.

Reconstrução que, por sua vez, pressupõe que se considere a prática, a relação social e a historicidade, como características fundamentais para a compreensão da realidade, que neste caso é a realidade de sala de aula. Do contrário, a avaliação diagnóstica reduzir-se-á a um mero instrumento presenteísta que ameaça qualquer possibilidade de mudança.

O valor/necessidade de educar deve ser a função primeira do ato educativo, pois o ser humano é por natureza aprendente, e a escola é o espaço organizado dessa produção humana. Neste espaço, a avaliação diagnóstica pode ser exercitada com perspectiva formadora, se a teoria que sustenta a ação docente se desnudar da divindade presente em muitas de nossas práticas. É divina a assunção de uma teoria que não se colocando como elemento passível de avaliação, julga dar conta de todos os acontecimentos da prática.

Assim sendo, a avaliação diagnóstica pode ser pensada numa prática avaliativa que converta as atividades de verificação para um processo reflexivo crescente, a considerar dúvidas, erros, interações, discussões dos significados aplicados nos objetos de aprendizagem (conteúdo).

Nesse sentido, os processos ensinar/avaliar são intrínsecos de uma mesma ação, a de ensinar/aprender. Conceber a avaliação, nesse caso a diagnóstica, como “um compromisso futuro, o olhar para trás deixa de ser explicativo ou comprobatório e transforma-se em ponto de partida para a ação pedagógica”.(HOFFMANN, ibidem, 39).

Diagnosticar implica consciência crítica do avaliador em relação ao seu aluno, bem como a clareza que essa consciência crítica incide em sua auto-crítica, como um dos sujeitos responsáveis pela aprendizagem discente.

O professor tem a função de promover o gosto do aluno por aprender uma vez que este também precisa se reconhecer como sujeito co-responsável pela construção do seu conhecimento. Com base nisso, proporem-se metas para superar as dificuldades, considerando o que para Sousa (2001. p 149),

> Essa não é uma tarefa que o aluno pode realizar sozinho. Essa é uma tarefa educativa que a avaliação pode realizar quando conduzida pelo professor tendo em vista a autonomia do aluno.

Nessa perspectiva, a avaliação diagnóstica, tomada em seu contexto amplo, identifica as dificuldades e (re)orienta o ensino, possibilitando ao educando ser sujeito de sua aprendizagem de forma socializadora, coletiva e autônoma.

Assim, as condições que arregimentam a tomada de atitude frente ao que se vai avaliar não poderá ser entendido, senão em seu conjunto. A qualidade de uma avaliação, nesse sentido, democrática/diagnóstica, só se justificará através de uma cultura que a torne possível.

Mudar o sentido da avaliação requer mudar sua forma e seu conteúdo. Falando de outra forma, é mudar o processo educativo, é mudar o próprio professor. É não estar imerso na “cegueira pedagógica,”como nos adverte Saramago (1995), “Se podes olhar, vê. Se podes ver repara”. Portanto, refinemos o olhar se queremos de fato avaliar.

Pensar em avaliar diagnosticamente, pressupõe assumir a responsabilidade de desenvolver um projeto civilizatório que norteie a ação de um julgamento ético, pois implica juízo de valor, de sujeitos que são co-partícipes do ato educativo, uma vez que os homens não aprendem sós, mas na interação.

Interação esta que implica uma cumplicidade, num contínum de aprender e (re)aprender, onde o caminho dessa construção não é ingênuo, homogêneo, solitário e individualizado, mas um caminho em rede, de planos e reorientações dos objetivos planejados.

Portanto, no ato avaliativo não há lados antagônicos, mas espaços mediatizados por vicissitudes humanas, temporárias e mutáveis. Nessa compreensão, a avaliação diagnóstica se confunde com o próprio compromisso dos sujeitos envolvidos, tornando-se uma dimensão avaliativa e não uma modalidade de avaliação com fim em si mesma.

Perceber a mudança de comportamento do educando frente ao objeto do conhecimento é fundamental tanto para nós professores, quanto para o aluno, pois é na “consciência” das situações de aprendizagens que se desenvolvem em sala de aula que se poderá (re)planejar as intenções, projetos, procedimentos, enfim, discutir os fenômenos que incidem sobre a aprendizagem.

Compreendemos, assim, que avaliação diagnóstica deve ser entendida como uma atividade objetiva em que é um saber/fazer, ao mesmo tempo político e pedagógico[6]. Como escreveu Paulo Freire (2002), “não acredito em uma avaliação que se julga emancipatória pensada para os alunos, mas fundamentalmente uma avaliação pensada, articulada com os alunos”.

Avaliar a propriedade distributiva, ou outro objeto de aprendizagem matemática, está relacionada com questões maiores que somente detectar as “lacunas” que o aluno possui. Sem dúvida, que a escola possui um papel que lhe é exigido: o de socializar o conhecimento de forma eficiente. E como tal, deve estabelecer instrumentos, ou melhor, deve fomentar práticas avaliativas que façam com que esse objetivo seja cumprido.

Entendemos que a avaliação da aprendizagem deve sim, zelar por questões de cunho restrito às situações que ocorrem em sala de aula, como pré-requisitos, organização curricular, metodologia, a validade dos instrumentos de avaliação, entre outros. Mas, deve conceber essas questões numa perspectiva ampla de avaliação onde se vise discutir os propósitos educacionais, políticos e filosóficos presentes na maneira como se estabelece o sistema de avaliação.

Ao analisarmos os procedimentos dos sujeitos no uso da aplicação da propriedade distributiva destacamos a avaliação como uma observação necessária para se compreender como os alunos pensam sobre determinadas situações.

Elencar os erros, as dificuldades, realizar variados instrumentos de verificação de aprendizagem só se justificam se o educador estabelecer um diálogo entre estas questões e a construção de um projeto societal.

Avaliar a propriedade distributiva como conteúdo possível de ser aprendido pelo educando é respeitar o princípio de educabilidade – potencial para aprender – quando se busca compreender os variados fatores que se instauram no momento em que o aluno se dispõe a enfrentar situações-problemas.

Este estudo, mesmo não tendo construído uma avaliação diagnóstica em toda sua extensão para trabalhar a aplicação da propriedade distributiva, consideramos crucial que o educador a conceba, não somente como indicadora

---

[6] Político e Pedagógico pode parecer redundante, mas a intenção é de reforçar estes como características do processo de avaliação.

dos conteúdos que precisam ser revistos, mas que a coloque numa relevância em que toda e qualquer situação que se apresente como um obstáculo pelo aluno seja uma situação para investigação com vistas à sua superação.

Discutir avaliação da aprendizagem como um viés desta pesquisa tem como fundamento acreditar que refletir sobre ensinar e aprender é uma premissa respeitosa ao educando quando, objetiva oportunizá-lo em todo momento apossar-se dos conhecimentos escolares de forma adequada.

Diante disto, preocupamo-nos em investigar como os sujeitos se comportam diante de um conteúdo fundamental na aplicação e/ou resolução de problemas do dia-a-dia escolar, com o objetivo de se averiguar em que medida a não compreensão da propriedade distributiva relaciona-se às dificuldades na aprendizagem matemática. Porém, é pertinente levantar alguns momentos do contexto do ensino de matemática para melhor compreender como se consolidou a avaliação nesta disciplina que em última instância se materializa na correção.

1.6. AVALIAÇÃO NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Destacamos a avaliação no contexto da educação matemática por considerar que os elementos da prática educativa não são exercidos fora de um contexto maior, bem como, por ser, a avaliação, o instrumento[7] legítimo de verificação do processo de apropriação do conhecimento escolar.

É na forma de organizar os conteúdos, de verificá-los, de estabelecer as relações no contexto da aprendizagem que o professor possibilitará que se interprete a concepção de ensino matemático que conduz sua prática.

Utilizar uma avaliação diagnóstica pressupõe utilizá-la como elemento motivador para se pensar sobre a prática docente e a construção de significados transmitidos nos objetos de aprendizagem matemática.

Analisar os procedimentos utilizados pelos alunos no cotidiano escolar, através de uma avaliação diagnóstica, significa discutir a aprendizagem

[7] A palavra instrumento neste contexto não tem a intenção de esvaziar o termo avaliação como política de emancipação (avaliação qualitativa)

matemática e seu ensino à luz de elementos além da avaliação das "capacidades" cognitivas que se pode esperar do aluno. Significa compreender as situações descritas acima como questões imersas num plano mais amplo, no contexto da concepção de matemática, contexto basilar que norteia os fazeres docentes.

Nesses fazeres, a socialização do conhecimento é o substrato da função da escola como Instituição formadora de cidadãos que aprendem na prática os objetos do conhecimento do passado com vistas a criações futuras.

Aprender e ensinar não são ações isoladas, soltas de questões macroestruturais, das formas como se produz, organiza, divulga e valoriza o conhecimento. Entre outros pensadores, Descartes (1596-1650), atribuiu à matemática um nobre caráter ao expressar,

> (...) eu sempre tive um imenso desejo de aprender a distinguir o verdadeiro do falso, para ver claro as minhas ações e caminhar com segurança nesta vida... Comprazia-me, sobretudo com as matemáticas, por causa da certeza e da evidência de suas razões.

Pensamentos que não são neutros, mas que definem uma visão de homem, mundo, de aprender e de ensinar. Que influenciam a pensar a aprendizagem da matemática como um quadro axiomático inquestionável ou a-temporal.

Lara (1996, p. 3,3), ao discorrer sobre a razão e a experimentação na busca pela objetividade do conhecimento, as coloca como uma perspectiva cultural, forma pela qual o homem concebe a si mesmo e a realidade.

Na busca pela objetividade, pela certeza do conhecimento temos por um lado, os racionalistas (como Descartes, Spinoza e Kante), que acreditavam na existência de um mundo de essência e de verdades puras, as quais, intuídas pela inteligência do homem, são o suporte de todo o conhecimento válido.

No entanto, segundo Kamii et al (2002, p. 16), os racionalistas não negavam a importância da experiência sensorial, mas acreditavam que a razão era mais poderosa que a observação sensorial no sentido de conhecer com certeza muitas verdades. Para esses pensadores, a própria experiência só adquire sentido à luz desse mundo racional.

Por outro lado, os empiristas (como Locke, Berkeley e Hume), argumentavam basicamente que o conhecimento tinha sua fonte fora do indivíduo e que ele era internalizado através dos sentidos. Para estes, o mundo existente, o mundo real, era o mundo dos fatos, mundo dos fenômenos. O conhecimento humano não tinha caráter absoluto, pois jamais se poderia atingir a verdade de maneira definitiva. Para os empiristas, o conhecimento humano se enraiza nos fatos, e a experiência é a atitude metodológica da leitura contínua da realidade.

A famosa frase de que o sujeito é uma “tábula rasa” marcou a forte influência dessa corrente de pensamento nas práticas educativas. Segundo Locke (1947, p. 22 apud Kamii ibdem), para os empiristas “Os sentidos, a princípio, deixam entrar idéias particulares e suprem a estante ainda vazia, e passo a passo a mente torna-se cada vez mais familiarizada com algumas dessas idéias sendo alojadas na memória”.

Essas influências estão sendo concebidas como potencial explicativo de que o processo avaliativo, bem como o ensino da matemática, possui uma história como campo de estudo, porém recebem influências de outras histórias, seja da filosofia, da psicologia, da didática, que influenciam as práticas escolares.

Se o objeto está na natureza e só pode ser compreendido através da experimentação, ou se esse objeto só pode ser compreendido porque são investidos da especulação racional, esse dilema de conceber o objeto tornar-se-á reflexivo se a concepção da natureza dos objetos de estudo matemático for problematizada a partir de sua constituição.

Nesse sentido, Miguel et al (1996, p. 50), propõe pensar o conteúdo matemático como de natureza histórica, logo temporal, seria no sentido de Lara (op.cit), uma perspectiva cultural. Os autores retratam que a concepção da natureza dos objetos matemáticos passou por quatro fases, as quais eles denominaram de crescimento qualitativo.

A fase chamada de matemática prático-empírica (V a. c), onde as noções e regras matemáticas eram obtidas diretamente da experiência, das técnicas de trabalho.

Fase da matemática das magnitudes constantes (V a .c até séc. XVII), momento em que a matemática começa a ser compreendida como ciência teórica, pelo surgimento do método dedutivo e da concepção axiomática de matemática, gerando, segundo os autores, um avanço no que hoje chama-se de matemática elementar.

Na fase da matemática das magnitudes variáveis (séc. XVII a XIX), em virtude dos desafios colocados pelas mudanças no campo da física, da mecânica e da tecnologia, passaram a fazer parte da matemática outros campos de domínios como as geometrias analíticas, o cálculo diferencial e integral, entre outros, como forma de responder aos problemas de incomensurabilidade não respondidos pela matemática prático-empírica. E por último, a fase da matemática abstrata ou moderna (desde séc. XIX ...), onde a matemática caracterizou-se, como disciplina de todas as possíveis relações e interdependências qualitativas entre as magnitudes, surgindo nessa etapa as geometrias não-euclidianas, noção de estrutura e da álgebra abstrata, entre outros.

Acreditamos que a concepção de matemática, de conhecimento, são um fortes aliados para a constituição das formas pelas quais as práticas pedagógicas (em seus desdobramentos), são inseridas e como influencia nos alunos uma forma de conceber a matemática.

Não obstante, a disciplinarização da matemática, com o pensamento da ciência moderna, contribuiu para sua divulgação como conhecimento dotado de verdade absoluta. Ou seja, a divulgação do conhecimento matemático escolar foi divulgado sem que possibilitasse ao aluno compreendê-lo como um movimento de injunções históricas.

Ao se tratar da concepção de matemática como referendada acima não se desconsideram seus processos lógicos, sua capacidade de desenvolver o pensamento abstrato, de generalização, e o rigor de seus objetos. No entanto, assim como outros campos de conhecimentos influenciaram na mudança qualitativa da matemática, a própria teoria que a sustenta produz mudanças qualitativas. A exemplo, Grabiner (1974), (apud Miguel 1996), demonstra o percurso da noção de rigor (tanto quanto rigor em si, quanto de sua importância), e de axiomatização como conceitos mutáveis na história da matemática.

Assim sendo, a matemática é uma maneira de explicar, de conhecer, representar, de lidar com os fatos da natureza e sociais, como tantas outras formas de conhecer a natureza. Para D'Ambrósio (1996), assim como a matemática, as demais áreas do conhecimento, ao lidarem com a natureza, também possuem seus critérios, seja de beleza, seu rigor e verdades. Porém, questiona o porquê da matemática ter sido concebida como disciplina por excelência desses critérios.

Essa indagação pode ter inúmeras respostas, porém discorremos a seguir alguns momentos que dão à matemática um destaque na sua organização como saber produzido culturalmente.

Em meados do século XII, a discussão pela hegemonia de um conceito que contemplasse a certeza do homem conhecer sua realidade, deu à matemática uma certa primazia. Entre seus defensores encontramos Bacon (apud Miorim: 1998, p.36), para quem esta disciplina era vista como ciência da verdade, assim considerou:

> O abandono da matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer outras ciências ou as coisas deste mundo.

Como já dito, não se trata de desconsiderar a importância da matemática ao progresso científico e tecnológico pelo qual passamos. O que estamos querendo demonstrar é que a concepção da matemática, que foi construída, nesse momento, como uma ciência que se justificava por si mesma, teve suas interferências nos desdobramentos do trabalho docente, pois esse pensamento, no sistema educacional, trabalhou o conteúdo matemático como produto, ou seja, trabalhou seus conceitos de forma "acabada", foi repassada ao aluno sem a elucidação dos processos de modificações que esses passaram.

Nesse sentido, uma pausa torna-se necessária. O exposto acima está no sentido de trazer reflexões para a forma como a matemática foi concebida nos cursos de formação de professores, e como essa ideologia é transportada para a prática pedagógica sem que se possa estar dando conta dessa nuança. Existe uma questão, no entanto, que precisa ser esclarecida.

Quando falamos que a matemática possuiu seus processos de modificações, não estamos com isso advogando que se substitua o conteúdo de aprendizagem matemática pela história da matemática no Ensino Básico. Porém, aprender matemática, no nosso entender tem a ver em compreendê-la como um empreendimento cultural e histórico. Para tal a historiografia desta disciplina nos parece importante.

Em se tratando do estudo da matemática no Brasil (Colônia/Império), à primeira vista, a educação das Ordens Jesuíticas preconizava a tradição clássico-humanista, momento em que a matemática não aparecia como componente privilegiado no currículo do que seria hoje a Educação Básica. Nesse período, o ensino da matemática estava destinado a ser estudado no Ensino Superior, sem contudo, possuir grandes atenções pelos jesuítas. Em 1814 (na Europa), a matemática era uma disciplina que vivia constantes mudanças, aumento e diminuição de carga-horária e conteúdo eram elementos vitais para se demonstrar que a matemática estava presente nos ensinos jesuíticos. Mas mesmo diante de um certo desprestígio, o Ratio Studiorum[8] de 1586 (Miorim,p.82), em algumas escolas jesuíticas lhe reservavam de forma oficiosa uma certa importância. Vejamos:

> Ensinam ao poeta o nascimento e o acaso dos astros; aos historiadores a situação e as dinâmicas de diversos lugares. (...) aos físicos os modos e a diversidade dos movimentos celestes, (...) É necessário, pois, esforçar-se para que as matemáticas floresçam em nossos colégios do mesmo modo que as demais disciplinas.

Esse desejo de dar à matemática o mesmo espaço na formação escolar do cidadão, como as disciplinas literárias (finalidade dos jesuítas), começa a ganhar corpo no sentido de congregar professores para a defesa do ensino da disciplina tornando-a parte de um núcleo obrigatório na escolarização.

Assim, a matemática encontrava-se na posição entre suplantar uma tradição que preconizava a retórica, as humanidades, e constituir-se em um

---

[8] Ratio Ataque Instituio Studiorum Societatis jesu: código educacional máximo da Companhia de Jesus. Companhia de Jesus foi um grupo religioso que difundiu o catolicismo no Brasil tendo a Educação com um dos caminhos para tal. Podemos dizer que o Ratio Studiorum foi uma espécie de currículo para as escolas. Ratio Studiorum contemplava os studia inferiora (hoje Educação Básica), e Stadia Superiora.

corpus de conhecimento que se justificasse como tal na formação do educando.

Segundo Miorim, para muitos jesuítas a matemática era considerada uma ciência vã. Para estes, a matemática era tida como disciplina essencialmente de uso prático, sem muita importância para a formação do cidadão, como podemos verificar na citação (p. 82),

> (...) todos esses conhecimentos, estéreis e infrutíferos são inúteis por si mesmos. Os homens não nasceram para medir linhas, examinar as relações entre os ângulos e perder todo o tempo em considerações sobre os distintos movimentos da matéria.

Tal pensamento nos coloca diante do ideário de formação pregada pelas escolas religiosas, o ideário de redenção dos homens pela fé. Nesse período a educação era segregativa, a exemplo Manacorda (1995,p,242), cita César Dumarsaias - um dos enciclopedistas - que acreditava que educar tinha como preceito diferentes objetivos   para diferentes cidadãos, a saber:

> (...) num Estado há um tipo próprio de educação para cada classe: educação para os filhos dos soberanos, para os filhos dos grandes, e para as crianças do campo. (...)

Pensar em matemática como uma disciplina sem muita importância, ou de que esta deveria estabelecer tratamentos diferenciados aos cidadãos encontrava resistência em poucos padres jesuítas. Das escolas jesuíticas, o Colégio de Roma, destacou-se na defesa pelo ensino das matemáticas (aritmética, geometria e álgebra), onde o padre Christopher Clavius (1537-1612), mostrou-se grande defensor deste ensino.

Com a expulsão dos Jesuítas (1759), com a criação das “Aulas-Régias”[9], e dos Liceus, entre outros movimentos pela busca para a organização do ensino, a discussão sobre a matemática culminou em vários encontros para se discutir o seu rumo à modernidade.

O primeiro passo aconteceu com a criação da primeira escola secundária

[9] Em 1772, Marquês de Pombal instituiu as Aulas-Régias ou Avulsas, uma espécie de currículo estruturado por disciplinas isoladas. Esse sistema foi implementado como forma de sistematizar o ensino após a saída dos padres Jesuítas do Brasil.

pública: O Colégio Pedro II, em 1837, e que foi inspirado nos moldes das escolas francesas sob a influência de Bernardo Pereira de Vasconcelos. Momento em que o ensino é formatado em séries, garantindo o ingresso do aluno no sistema formal de ensino sem necessidade de exame ao ensino superior. Para Miorim (op.cit), a luta pela inserção da matemática representou um avanço, mesmo havendo uma forte luta pela permanência de um currículo preso à escola clássico-humanista, e o ensino da matemática no ensino básico.

Discutir a disciplinarização da matemática estava aliada à luta pela organização do ensino brasileiro. Do Brasil Colônia ao início da República o ensino é marcado pela tentativa de ser sistematizado e, nesta tentativa, sua história mostra seu caráter ideológico tão marcado e ao mesmo tempo tão mascarado pelas forças existentes. Nesse contexto, avaliação é fundamentalmente um exame de caráter enciclopedista, em que o latim e a gramática são componentes fundamentais no currículo e acima de tudo, eram considerados como instrumentos imprescindíveis para aperfeiçoar a razão, ou seja, a avaliação era mero instrumento de investigar a capacidade cognitiva do aluno em memorizar conteúdos.

O marco desse momento é a presença da dualidade curricular: se para uma formação do cidadão numa perspectiva clássica-humanística, ou para a formação modernista em que se destacava não a retórica, a conversão dos cristãos pela fé, mas o ensino das ciências naturais e físicas, da matemática, e das línguas modernas.

Na tentativa de modernizar o ensino de matemática, os congressos de Zurique (1897) e de Roma (1908) aprovaram a Comission Internacionale de L'Enseignememt Mathématique, conhecida a partir de 1954 como ICMI-International Comission on Mathematical Instrucion.

Com o Brasil República, a luta por mudanças também impôs ao campo pedagógico, novos anseios. Entre as várias mudanças, a Reforma de Benjamin Constant (oito de novembro de 1890), que tratou do ensino secundário, à luz da filosofia de Augusto Comte, na busca pela ruptura com a tradição clássico-humanista, a matemática é assumida como ciência fundamental dentro do pensamento positivista. No entanto, essa importância não suprimiu as disciplinas tradicionais (latim e grego). A reforma de Constant se ocupou de aumentar o currículo com a inserção das disciplinas modernas, o que serviu para grandes críticas.

Em 1931, Euclides Roxo propôs um ensino de matemática baseada em métodos modernos do cálculo infinitesimal, mudança que se resguardava somente ao colégio D. Pedro II. Com a reforma de Francisco Campos (quatro de abril de 1932), apareceu a primeira tentativa de estruturar todo o curso secundário e introduzir as idéias modernistas no currículo de matemática em todas as escolas secundárias brasileiras. Nesta reforma as disciplinas matemáticas apareciam englobadas sob o título de Matemática.

Com o estabelecimento de política de educação em que Campos estabeleceu a proposta de Euclides Roxo como programa de ensino, nenhuma outra reforma trouxe grandes mudanças.

No campo educacional o grande movimento a surgir no Brasil após esta reforma foi o Movimento da Escola Nova com o propósito de trazer à educação uma didática em que os princípios da “atividade” e das situações “reais do aluno” fossem objetos de organização dos conteúdos escolares. Com isso, o ensino seria estruturado conforme o desenvolvimento mental do aluno, levando em consideração o seu interesse e partindo da intuição e aos poucos introduzindo o raciocínio lógico, enfatizando na aprendizagem por descoberta e não à memorização. O professor seria mero orientador da aprendizagem.

Questões como multiculturalismo, de gênero, etnia, entre outras, passam a ser bandeira de luta para a melhoria da qualidade do ensino. O caráter ideológico, presente nos saberes e práticas exercidas no interior da escola, passa também a ser visto como conteúdo na/para a formação do cidadão.

As mudanças ocorridas no ideário pedagógico dos anos sessenta, oitenta (Escola Nova e Ed. Popular), mudanças, sobretudo no aspecto interno do contexto escolar provocam em alguns pesquisadores, entre eles Saviani (2002), Libâneo (1983), o interesse de colocá-las em eixos norteadores no que diz respeito à relação escola-sociedade. Surgem entre esses eixos, as pedagogias denominadas em: tradicionais, crítico-social dos conteúdos, pedagogia libertadora, que tinham propósitos diferentes na organização e na avaliação das ações pedagógicas.

No Movimento pela Educação Matemática vale ressaltar um importante acontecimento para a história da matemática: a fundação da Universidade de São Paulo e a realização do Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática, em Poços de Caldas, MG. Segundo D'Ambrosio (1999), este fato revela um grande passo rumo à superação da matemática de cunho comteana/platônica[10].

No movimento em prol da Educação Matemática _ em 1970 _ inicia-se o Programa de Etnomatemática, com o 8º Congresso Internacional de Educação Matemática ICME-8, com o título "Aspectos sócio-filosóficos da Educação Matemática, com a palestra do professor Paulo Freire".

Nesse congresso toma assento o ideário pedagógico na perspectiva de uma Educação Libertadora em oposição a uma educação "bancária". Por educação bancária entendemos a educação em que sua organização e seus fins estão a serviço da manutenção da ordem vigente divulgando uma concepção eurocêntrica de homem e de sociedade.

Com isso, cresce a resistência a um currículo único e a maneira imposta de apresentar a matemática por todos os países (que tinham essa discussão como foco), fortalecendo o movimento pela etnomatemática. Esses educadores se sensibilizaram fazendo críticas ao descaso da escola pelo saber cultural trazido pela criança, bem como dos descasos dos outros saberes alijados pelo sistema formal.

Na luta para compreender a matemática como um fator cultural, alguns autores trabalharam no sentido de dar à disciplina, uma compreensão de contextualização. Nesse sentido, Sebastian (1997), aponta alguns educadores que buscaram compreender as variadas matemáticas existentes.

- Cláudia Zaslavski, em 1973, chama de sociomatemática as aplicações da matemática na vida dos povos africanos;

[10] Na concepção comteana o ensino da matemática era subordinado às leis morais (educar para a ordem, para a obediência). Na platônica o ensino era visto como pré-existente, sendo o seu ensino dedicado aos privilegiados para a compreensão da realidade abstrata.

- D’Ambrósio, em 1982, denominou de Matemática Espontânea os métodos matemáticos desenvolvidos por povos na sua luta de sobrevivência; Em 1995 o autor utiliza pela primeira vez o termo Etnomatemática em seu livro “Etnomathematics And Its Place In The History Of Matemátics”, onde insere o termo dentro da história da matemática;
- Mellin-Olsen, em 1986, chama de Matemática Popular aquela desenvolvida no dia-a-dia e que pode ser ponto de partida para o ensino acadêmico, Sebastian (op.cit), neste mesmo ano usa o termo Matemática Codificada no Saber-Fazer dentro do mesmo enfoque de Mellin-Olsen.

Nesse sentido, o movimento pela etnomatemática trouxe um grande avanço na forma de compreender matemática. Assim, esta passa a ser vista como produto cultural, como conhecimento não-linear, um modo de ver o mundo que incorpora ao currículo, habilidades e conhecimentos matemáticos vivenciados por comunidades.

Mendes e Fossa (1997), embora considerem a Matemática dotada de uma linguagem universal, entendem que cada grupo social interpreta e a utiliza de forma diferenciada, de acordo com suas necessidades, anseios e características culturais e históricas. Para estes, a Etnomatemática busca recuperar o fazer de cada grupo cultural e utilizá-lo no processo ensino-aprendizagem, superando a concepção tradicional de que o conhecimento só ocorre em sala de aula.

Assim sendo, ensinar/aprender matemática é adjetivado por uma dimensão Etna, por uma prática que coloca o aluno numa situação de vivência para “retirar do saber étnico o conteúdo necessário e modelá-lo em matemática em sala de aula” (SEBASTIAN:1997.p,09).

Nessa perspectiva, a educação é vista também como dimensão política, isto é, há uma preocupação com o ensino de matemática no que diz respeito à divulgação de saberes que, aparentemente neutros, referendavam uma ideologia. A etnomatemática é um esforço de traduzir em conteúdos, saberes de sujeitos até então alijados, como se reporta D’Ambrósio (1996:p,09),

> a etnomatemática está preocupada com a dimensão política, ao estudar história, filosofia e suas implicações pedagógicas investiga

> holisticamente a relação (cognição), organização intelectual (epistemologia), e social (história) e a difusão (educação) do conhecimento matemático particularmente em culturas marginais.

No movimento pela Educação Matemática, D'Ambrósio contribui significativamente para que os educadores pensem o ensino da matemática como um corpus de conhecimento constituído por dimensões culturais. Que a seleção dos objetos de aprendizagem matemática revela que saberes e práticas são historicamente construídos. Portanto, esse conhecimento só tem valor porque fora determinado por uma comunidade que o legitima.

Essa legitimidade acaba por selecionar certos conteúdos programáticos que representam valores da sociedade na qual está inserida. Seleção que expressa a relação de poder sobre o conhecimento a ser divulgado.

Por legitimidade, a Lei de Diretrizes e Bases Nacionais (LBD 9394/96), insere os PCN'S (1997- Parâmetros Curriculares Nacionais), como proposta para o Ensino Fundamental compreendendo que o ensino de matemática entre outras finalidades, (1997: p.29) deverá,

> Desempenhar de forma equilibrada e indissociavelmente seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio do aluno, na sua aplicação a problemas, a situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio na construção do conhecimento em outras áreas curriculares.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais o ensino de matemática é proposto como uma diretriz articuladora às questões sociais, culturais, ambientais, havendo preocupação com a transposição didática desse componente, para que o ensino não seja somente representacional, sem levar em consideração os conceitos prévios que esse educando possua. Neste documento, a aprendizagem é vista como objeto do conhecimento devendo o ensino ser dimensionado pelo uso de estratégias (resolução de problemas, transversalidade temática, jogos, etc) de ensino que trabalhem a matemática de forma contextualizada.

Quanto à avaliação, esta é apresentada dentro de duas vertentes: uma dimensão social e uma dimensão pedagógica. A primeira está voltada para a formação do aluno no convívio social, no mundo do trabalho. Tem como função fornecer aos educandos, informações sobre as capacidades e competências que lhes são exigidas socialmente, auxiliar os professores a perceberem que objetivos foram atingidos com vistas a reconhecer as capacidades matemáticas.

Quanto à segunda vertente, está relacionada em oferecer ao professor informações de como está ocorrendo a aprendizagem do aluno, chamando atenção para se levar em conta na avaliação, a estrutura organizacional dos conteúdos (conceituais, procedimentais e atitudinais). Por fim, a proposta indica uma preocupação na concepção de matemática e de resolução de problemas, sendo esta última o ponto crucial para se pensar a avaliação.

Nesse sentido, o ensino/avaliação de matemática são processos de causar a curiosidade, a investigação, com vistas a conceber que a atividade de avaliar é parte integrante da aula, da participação cotidiana do aluno em suas atividades, compreendendo não apenas a avaliação dos objetos conceituais, mas aspectos que dizem respeito à sua formação como cidadão.

A partir dos movimentos em busca da superação do conceito de ensino de matemática nos moldes clássico-humanístico-moderno, o ensino da matemática, vive um contexto de fronteira entre as contribuições paradigmáticas do século passado e as que estão postas pela contemporaneidade entre estas: reconhecer que o conhecimento é local/global; que o conhecimento é sistêmico, em rede e não linear, que as incertezas, a temporalidade, a diversidade, constituem a prática pedagógica, que o conhecimento necessariamente deve ser tratado numa visão inter/transdisciplinar, entre outros.

Esse talvez seja o maior desafio, pois ao mesmo tempo em que estamos constituídos pelo paradigma moderno, estamos vivendo no epicentro das questões da pós-modernidade, uma crise de fronteira. Viver na crise de fronteiras, é segundo Clareto (2002, p.36), uma constante para o sujeito de nosso tempo:

> (...) fronteira entre a alta tecnologia e a cotidianidade, entre o individual e o coletivo, entre o novo e as tradições culturais, entre o mundo da dominação espacial e o mundo das guerras étnicas, entre a manipulação genética e a fome que mata, entre o moderno e o pós-moderno(...).

Nesse sentido, o educador matemático é chamado a educar/educar-se no conhecimento-processo, isto é, no conhecimento que, por ser uma dimensão humana, não limita o processo de avaliar com critérios autoritários, arbitrários e punitivos. Mas que, ao utilizar os instrumentos avaliativos (provas, trabalhos, pôster, registros de atitudes), etc., os utilize a favor de um ensino de matemática como uma construção significativa. Para isso, só a correção da resposta e a prescrição do escore não bastam, é preciso, comungando com Aragão (2002,p. 22), se acreditar que na avaliação o fundamental é:

> A não averiguação de quem é capaz de fazer bem as coisas e quem não é, mas conseguir que a grande maioria possa fazer bem as coisas, (...) é acreditar que o papel fundamental da avaliação é incidir positivamente sobre o processo de ensino e de aprendizagem (...) adotando as medidas e os ajustes necessários.

Pensar os fins de uma avaliação que supere a formalidade até então estabelecida é pensar um projeto educativo que vise, segundo Hoffamann (2002, p. 53), "Levar educandos e educadores a discutir idéias sobre o objeto de conhecimento que deveria ser a finalidade primeira da educação".

Resolver uma listagem de exercícios como reforço da aprendizagem é questionável, quando se pensa em avaliar com critérios que envolvam habilidades e atitudes que favoreçam a formação cidadã, de um leitor crítico e propositivo, que tenha clareza das razões daquilo que aprende e dos caminhos percorridos para sua aprendizagem, segundo Fernandes (apud MIGUEL: 1996, p.57), é quando se pensa que:

> A matemática é comunicável com outros conhecimentos e com um mundo extra-escolar, quando se tornando co-autor, o homem necessita do produto de sua criação, conseqüentemente a avaliação matemática não pode ser estanque uma vez que o próprio desenvolvimento interno matemático é em si mesmo uma necessidade social.

A prática avaliativa para um (re)direcionamento de sua característica classificatória, no contexto da Educação Matemática pressupõe uma prática avaliativa no/do processo que oriente, tanto o ensino quanto a aprendizagem, rompendo com o interesse de mensurar apenas o grau em que se alcançou os objetivos propostos previamente, exige no pensar de Freire (2001, p.64),

> (...) ao se pensar sobre o dever que tenho, como professor, de respeitar a dignidade do educando, sua autonomia, sua identidade em processo, devo pensar também como ter uma prática educativa em que aquele respeito, que sei dever ter com o educando, se realize em lugar de ser negado. Isso exige de mim uma reflexão crítica permanente sobre a minha prática através da qual vou fazendo avaliação do meu próprio fazer com os educandos. (...). É que o trabalho do professor é o trabalho do professor com os alunos e não do professor consigo mesmo.

De acordo com o dito acima, avaliação nos parece ser um projeto de parceria. Um projeto de investigação para novas elaborações coletivas.

Na construção da disciplinarização da matemática, podemos dizer que cada contexto preconizou uma forma de avaliá-la. Se no contexto Jesuítico a avaliação estava voltada para interesses enciclopedistas, no contexto da inserção da matemática moderna os princípios do positivismo (matemática politicamente neutra), nortearam os elementos da didática, entre eles, a avaliação. No contexto atual, a LDB compreende a avaliação numa perspectiva de resolução de problemas. Uma maneira de realizar a atividade matemática com vistas a desenvolver habilidades para que o aluno utilize corretamente códigos e símbolos da linguagem matemática. Compreendendo que avaliar se relaciona com aspectos globais da formação da cidadania.

Compreendemos, portanto, que a avaliação, no contexto da educação matemática, possui implementadores externos e internos à escola, mas que é na prática, na mediação, nas relações no interior dela que o projeto proposto se materializará ou não. Avaliar tem a ver com a assunção do projeto que os sujeitos assumem no fazer pedagógico.

Sendo assim, a produção, a sistematização e a democratização do conhecimento estão intimamente ligadas à forma de validá-los. Processo este que está a serviço ou não de uma ação transformadora minimizando as dicotomias saber/fazer, corpo/mente, ensinar/aprender. Dicotomias que serviram para separar o que é inseparável: o conhecimento e as emoções desse homem-sujeito, mesmo no menor microespaço de produção do conhecimento sistematizado, que é a sala de aula.

Se ainda não conseguimos suplantar a prática de uma avaliação clássica, não podemos negar os esforços para tal desejo. A contribuição teórica no campo da Educação Matemática aponta para essa necessidade de nos tornarmos atentos aos nossos propósitos como educadores em sala de aula.

Essa construção exige compromisso profissional com a mudança. Um comprometimento com uma nova ordem “ordine nuovo”, nos termos de Gramsci (1891-1937), que suscitará na prática avaliativa um modo novo “o de constantemente perguntar/interrogar (pesquisar)” as situações que se apresentam e com isso os instrumentos serão mais que cumprimentos formais.

Essa nova ordem tem a ver com um outro elemento: o erro na aprendizagem que por muito tempo foi considerado vilão no contexto pedagógico. Quem de nós não passou por situações emocionais que ficaram gravadas feito tatuagem, quando por diversos motivos procedemos de modo “errado” sem darmos conta de que poderia haver uma pergunta que possibilitasse indicar ao professor a nossa dificuldade. Essa situação nos traz à lembrança, que aprender na escola tem (tinha) sabor da “solidão de um espinho”.

Tal solidão se faz porque a estrutura pedagógica não permite o diálogo, a não ser na hora do recreio. As atividades são planejadas em momentos de ensinar e momentos de aprender, dentro do quadro da solidão, pois aprendizagem e ensino não são empreendimentos coletivos. O ensino é tão estrutural que mesmo as salas ambientes ficam frias, porque tem hora para visitar cada caixinha (aula).

Não obstante, estas caixinhas têm especificidades tais que, ao entrar, os visitantes se desnudam para receber uma nova indumentária. A história parece amarela; a geografia, verde; a ciência, vermelha; a língua materna, marrom e a matemática? Ah! A matemática, para muitos, só pode ser negra!

O problema é que estes tons das caixas, não têm fixador. Ao sair de todas elas, o aluno vai para casa sem os matizes, por que o fixador (professor) não conseguiu imprimir-lhe seu tom. Talvez porque todos fizeram do erro, um diluente tão forte que se tornou um descolorante total.

2. PRESSUPOSTOS PARA (RE)PENSAR O ERRO NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

> Não existiria som, senão houvesse o silêncio. Não haveria luz, senão fosse a escuridão, a vida é mesmo assim dia, noite, não e sim (...)
>
> Lulu Santos

A dialética que pode ser interpretada no pensamento acima onde os contrários são constituintes de um fenômeno como um todo, na aprendizagem ao se tratar do acerto e erro, este último é visto como momento de anulação do progresso do primeiro.

Discutir avaliação, refletir sobre a compreensão que se tem sobre o ensino e aprendizagem da matemática remete a uma outra discussão: a do erro no contexto da aprendizagem.

Sem um olhar sobre os aspectos que ocorrem em sala de aula como os procedimentos, mesmo os errados, que o aluno dispensa na atividade de sala de aula, o professor terá poucos elementos para organizar sua aula de forma a atender as necessidades do aluno. O erro tem sido concebido no cotidiano escolar como a negação do certo propriamente dito resumindo aí sua compreensão chegando até ser vexatório assumi-lo.

No capítulo seguinte, estaremos de posse dos procedimentos que os sujeitos realizaram para solucionar as questões propostas. Mediante os escritos dos alunos, inferimos algumas observações sobre o que não deu certo nos caminhos por eles escolhidos.

Com isso, queremos dizer que a avaliação diagnóstica, numa perspectiva de avaliação qualitativa, poderá ser utilizada como um compromisso de investigar aquilo que do ponto de vista da linguagem matemática concorre para uma incongruência, e conseqüentemente está havendo um erro.

A averiguação da aplicação da propriedade distributiva nos variados contextos estará nos possibilitando observar atitudes dos educandos não somente neste conteúdo, mas atitudes frente a outros conteúdos que estão presentes nas situações apresentadas. As observações realizadas são produtos do alcance da nossa capacidade reflexiva e criatividade. Nesse sentido, assunção do erro como estratégia de aprendizagem nas situações do cotidiano escolar dependerá da compreensão deste no projeto educativo.

Pensar o "erro" no contexto escolar é pensar na expectativa em relação ao êxito do aluno, sua capacidade de generalizar, a docência, a complexidade e a natureza do conteúdo com vistas a estabelecer um ambiente escolar que possibilite ao educando desenvolvimento das habilidades de aprender, explicar e enfrentar novas situações de forma criativa.

Assim sendo, a visão de "erro" na aprendizagem passa por discussões como: seu entendimento na prática pedagógica, bem como as discussões de cunho sócio-epistemológico. É nesse pensamento que apontaremos alguns "links" para a discussão do erro na aprendizagem.

2.1. ERRO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

As discussões do erro nas estratégias discentes não são recentes. A seguir apresentaremos algumas compreensões sobre essa temática no processo de ensino e aprendizagem como resultado do esforço de analisar as atitudes de erro, sem necessariamente se fazer grandes referências ao termo que por muito tempo era visto como parceiro do erro, o fracasso escolar.

Pinto (2000, p.28), ao citar Rico (1995), aponta para a questão do erro como elemento presente em pesquisas educacionais especialmente na União Soviética e Estados Unidos. No entanto, os trabalhos até 1960 eram baseados nos erros advindos do uso da aritmética elementar com forte teor psicométrico.

Nos estudos sobre o erro no Brasil, Pinto (op.cit,p.32) reporta-se ao estudo de Fiorentini mostrando que apenas cinco trabalhos tratam das dificuldades cognitivas, lingüísticas e conceituais dos alunos, sendo que somente um trabalho analisou de forma sistemática, os erros cometidos por alunos de 3ª grau na aprendizagem de geometria plana. No Ensino Fundamental, temos o trabalho de Franci (1995), explicitando a compreensão de alunos de 4ª série sobre as operações multiplicação e divisão. E um estudo sobre a subtração envolvendo erros de escritas aditivas na compreensão de alunos de 1ª série.

Silva (1989), avaliando a compreensão de alunos de 1º grau, a respeito da resolução de problemas contendo fração, conclui que o erro é uma ferramenta útil ao princípio científico, uma vez que o aluno tem a possibilidade de analisar seu "fazer matemático", chamando atenção para as "falsas" generalizações conceituais dos alunos, o que conseqüentemente os levam ao erro. Segundo Silva (op.cit, p.33), "O melhor que se tem a fazer sobre os erros, é analisá-los com os alunos".

Pinto (2000: p.36), entende que o erro é um dos elementos mais arraigados da prática pedagógica. Porém, é exigida a correção deste, sem se questionar a adequação dos conhecimentos exigidos. Sua correção não implica que haja de fato melhora na aprendizagem. O erro, ao fazer parte das regras sociais implícitas, é assumido pela escola como princípio da conduta docente e a avaliação da aprendizagem torna-se uma prática habitual mediante a qualificação dos erros.

Pinto (op.cit), referenda que o "ato de explicar e dar sentido aos próprios erros é uma atividade altamente estimuladora e provocativa para os alunos". Porém, acrescenta que diagnosticar e corrigir os erros não é suficiente para a melhoria do ensino. Os erros contêm um potencial criativo que precisam ser mais bem explorados por professores e alunos.

Para tal explicitação, o ensino de matemática deverá possibilitar ao educando ter consciência de seu próprio ato de pensamento, bem como buscar compreender o erro dentro de questões amplas. A exemplo, abaixo, estarão apresentadas algumas questões sobre o erro no contexto pedagógico.

2.2. ERRO NA PERSPECTIVA CONSTRUTIVISTA

O construtivismo piagetiano ocupa-se com o sujeito epistêmico, preocupação central da epistemologia genética. Considera as seqüências do desenvolvimento como de origem endógena, sem que estas sejam pré-determinadas por fatores hereditários. No entanto, tal seqüência de desenvolvimento é vista, segundo Piaget (1976), como “a sucessão dos equilíbrios parciais, dos desequilíbrios e das reequilibrações majorantes (...) o caráter dialético dos passos do pensamento construtivo”.

O desenvolvimento, portanto, é resultante de uma equilibração progressiva, uma passagem de um menor equilíbrio para um equilíbrio superior. É um processo de organização das estruturas cognitivas num sistema coerente, interdependente, que possibilita ao indivíduo um tipo de adaptação à realidade. O desenvolvimento cognitivo ocorre pelas constantes desequilibrações e reequilibrações. Portanto, a natureza humana, na perspectiva piagetiana, tem uma condição ativa.

Ao se admitir o conflito cognitivo como possibilidade para a acomodação de novas aprendizagens, pode-se inferir que o “erro” para Piaget era uma possibilidade construtora, possibilidade necessária à construção do conhecimento desse sujeito ativo.

La Taille (1997, p. 37), atribui ao pensamento construtivista piagetiano a importância fundamental de perceber o “erro” como ferramenta na construção do conhecimento, pois tanto a evolução da inteligência como dos conhecimentos têm como fonte essencial as regulações advindas de situações perturbadoras. O autor indica algumas ponderações pedagógicas sobre o tratamento do erro, entre elas:

(I) pensar o erro a partir de sua qualidade intrínseca (o erro deve ser fonte observável para o aluno);

(II) respeitar suas concepções espontâneas como esforço de reflexão (o erro será observável levando em conta também o nível de desenvolvimento do educando, logo, este será profícuo dentro de sua zona de desenvolvimento), respeitando elementos afetivos (auto-estima) do educando;

(III) o professor deve ser consciente de suas limitações para avaliar o “erro”, pois há “erros” que advém do esquecimento, outros do manuseio da linguagem, outros ligados à ignorância a respeito de determinado tema sem, contudo, render-se à pedagogia do erro.

Discutir o erro na perspectiva construtivista não inclui assumir trocar de posições caricaturadas entre certo/errado, isto é, não se trata de passar de algo pejorativo, repulsivo, para algo que se configure como mito, o que, ao nosso ver, apenas mudaria a posição desses elementos. Continuaria uma estrutura tão alienante quanto é hoje o estatuto dado ao acerto. As contribuições na perspectiva construtivista proporcionam reflexão não só envolvendo o professor, mas como acrescenta Chevallard (2001, p. 79-81),

> A própria concepção de responsabilidade do aluno no processo de ensino e aprendizagem contribuindo para um contrato didático que de fato promulgue as ações necessárias para um ambiente de aprendizagem construtivista.

A ética, por um tratamento do erro numa perspectiva construtivista, não se fundamenta num fazer qualquer ou em “falsas verdades” que alimentem uma aprendizagem incipiente. Educar, pelo princípio da construção do conhecimento, sinaliza para a seriedade e complexidade em que se dá esse processo sem cairmos numa prática reducionista. Para melhor compreendermos o erro como perspectiva construtivista La Taille (op.cit. p.38), sugere que,

> Devemos encorajar as várias e inteligentes tentativas dos alunos em acharem a resposta certa (...). devemos dar valor aos erros (aqueles advindos de um processo legítimo de reflexão), mas (...) não iludirmos os alunos ou passarmos a idéia relativista de que todas as idéias têm o mesmo valor.

Em se tratando do erro numa perspectiva construtivista, os estudos de Kamii e Housman (2002. P, 80), ganham terreno no sentido de interrogar a formação da autonomia que os educandos possuem (ou não).

A educação moral é para os autores um fator que muito contribui para a forma de como se estabelece a relação aprendizagem/erro na sala de aula. Os autores chamam atenção para a prática pedagógica do prêmio e da punição nas atividades em sala de aula para se obter dos alunos a resposta certa.

Para os autores os alunos não são encorajados a pensar autonomamente. Tal postura, poderá prejudicar o desenvolvimento de um nível mais alto de lógica. Com essa prática heterônoma, o educando tem pouca possibilidade de ser agente construtor de conhecimento, restando uma vivência escolar em que, tanto o desenvolvimento sociomoral, quanto lógico, prendem-se à didática de recompensa. Para os autores, estabelecer o contrário significa realizar uma "mudança na forma como os educadores pensam que as crianças adquirem conhecimento e valores morais" (p.82).

Partindo destas premissas, Kamii e Housman (ibidem), consideram que o "erro' só pode ser profícuo do ponto de vista do diagnóstico, se o professor tiver instrumentos teóricos para avaliar sua qualidade".

Entendemos que o erro, como fonte deliberada para o entendimento de conjeturas que o aluno realiza, é fundamental para o desenvolvimento de certas habilidades. E para isso, Kamii e Joseph (1992, p.199), reconhecem que a sala de aula possa ser um espaço com função de possibilitar ao educando, habilidade para pensar, ou seja, "habilidade para inventar diversas maneiras de resolver problemas e julgar quais os procedimentos e respostas que façam sentido (...) obtendo mais cedo ou mais tarde a resposta certa".

Para caminharmos com vistas a uma educação autônoma e socializar os conhecimentos por conflitos cognitivos ou sóciocognitivos, devemos possibilitar ao educando um ensino crítico, partindo do princípio de "erro construtivo", e não de objetivos empiristas em que o conhecimento é visto somente na "real" condição que o professor julga poder o aluno alcançar. Assim, a escola terá menos esforço de recordar conteúdos disciplinares que como "bolinhas de sabão"[11] vão espocando, perdendo-se no ar, neste caso, no contexto escolar.

Macedo (2002), destaca que o professor evidencia mais o não-correto, que, o como e o porquê a criança "errou". A essa compreensão, o autor chama de visão formal do erro, uma vez que o professor concebe o ato de aprender como algo acabado, e está sempre em busca do culpado pelo aparecimento perverso do erro, uma grande preocupação naqueles que vêem o erro como algo ruim e como fenômeno a ser banido, e não como um "problema dinâmico e de co-responsabilidade" (MACEDO op.cit, p.70).

O erro no contexto escolar, ao ser abordado como acontecimento inerente ao processo de construção de conhecimento, será concebido como fonte

[11] Bolinhas de Sabão: expressão utilizada pelo Prof. Hermes Silva (NPADC/UFPA) para significar conhecimento divulgado ao aluno, mas não apreendido por este e, conseqüentemente, esquecido após a aula ou avaliação.

perturbadora na aprendizagem. Nesse sentido, o ato de conhecer, que é um ato interpretativo, não pode acontecer sem que o aprendente demonstre algumas inseguranças.

Davis e Espósito (1990), afirmam que o ensino deveria dar ênfase à maximização do desenvolvimento do conhecimento do aluno, ao invés de enfatizar os resultados. Podemos então dizer que o erro não deve ser banido, devendo o professor assumi-lo como postura de experimentação, onde o aluno levanta hipótese, planeja uma estratégia de ação e a põe à prova.

Para as autoras, nem todos os erros podem ser vistos como construtivos de estruturas cognitivas. Consideram que estes só são erros construtivos quando evidenciam progresso na atividade mental, que sinalizam avanços na forma de pensar. Como forma de nos aproximarmos de algumas sugestões para a compreensão alternativa do erro, as autoras nos possibilitam pensar no erro em situações de aprendizagem, levando em consideração:

(I) O aluno possui a estrutura de pensamento necessária à solução da tarefa, mas selecionou procedimentos inadequados;

(II) A existência de lacunas em sua estrutura de pensamento que dificultam a assimilação dos dados possíveis à mesma;

(III) O aluno errou porque não possui a estrutura de pensamento necessária à solução da tarefa, onde decorre uma impossibilidade de compreender o que lhe é possibilitado.

Com isso, podemos considerar que a aprendizagem, se compreendida como um processo, fomentará estratégias para que o aluno pense sobre suas explicações, suas hipóteses, refazendo caminhos. Refazer este, que não se configure como o ponto de chegada, ou seja, em que a ânsia da resposta correta oculte perceber os caminhos traçados pelo aluno. Mas que se configure em ponto de partida em que o erro possa ser retomado, como nos fala Macedo, em situação de aprendizagem.

2.3. CONTRIBUIÇÕES SOCIOLÓGICAS PARA A COMPREENSÃO DO ERRO

Na educação como campo fortemente influenciado pelas mudanças ocorridas nos vários campos do conhecimento, a noção de erro transcende o ponto de vista instrumental, e com isso o olhar sociológico se aproxima dessa compreensão. O erro tem dimensão didática, cognitiva e epistemológica, mas também de uma dimensão social.

Pinto (2000), propõe que as relações sociais sejam vistas como fatores interferentes na aprendizagem e, conseqüentemente, do erro. Isso demanda ao professor, mais experiências pedagógicas, mais oportunidade de análise para o erro e sua compreensão no ambiente social no qual acontece. Para a autora (ibidem, p.63), “muitas falhas não são resultados de uma aprendizagem deficiente, mas da relação social em que esta se desenvolve”.

Na visão sociológica, no processo de interação pedagógica, a compreensão de erro é de processo, e não apenas como aspecto da verificação. É uma compreensão que demanda perceber o ensino e aprendizagem como holos (todo), acompanhados de sucessivas retificações. Nas palavras de Pinto (op.cit.151),

> O erro faz parte das formas provisórias de conhecimento do real, ele é intrínseco ao ato de aprender. Como a aprendizagem é um ato dinâmico, decorrente da interação do sujeito que aprende com seu meio físico e social, o erro também passa por transformações, dependendo das situações conflitivas com que o sujeito se defronta ao longo do seu desenvolvimento.

Na perspectiva do erro numa visão sociológica, contamos também com as contribuições de Perrenoud (apud Pinto: 2000), que atribui ao “erro”, preocupações que extrapolam a visão comum de erro, como elemento singularmente proveniente da aprendizagem individual, ou seja, da visão de erro como expressão da impossibilidade de aprender sem se levar em conta outros fatores desta situação. Nesse sentido, Perrenoud (op.cit) discute as ações da escola na perspectiva da pedagogia da “excelência”. Excelência que diferencia, classifica e que no contexto escolar, decorre da forma como se trabalha a exclusão social em seu interior, poderíamos dizer, da forma como a escola reproduz as relações de poder.

Acredita, o autor, que essa exclusão não se origina da “vontade do professor”, mas de um elemento que de fato expressa e dá vida ao erro. A chamada avaliação, que está sempre atenta a verificar de forma estanque os momentos da aprendizagem e de consolidar o “escopo escolar - de transmitir[12] conhecimento”.

Outros estudos apontam para a questão da avaliação como um elemento modificador na forma de conceber o erro. Entre eles Luckesi (2001.p, 58), para quem “a questão do erro, da culpa e do castigo na prática escolar está bastante articulada com a questão da avaliação da aprendizagem”. Uma avaliação moldada na concepção de que o modelo (ensinado), é suficiente para que o aluno tenha desenvoltura na atividade”, conseqüentemente, conceberá o erro como insucesso.

Souza (apud Pinto, op.cit 1997: p.126), também atrela à avaliação um papel fundamental para o erro. Sua contribuição é no sentido de se pensar em minimizar a preocupação, a avaliação classificatória e se pensar a correção/entendimento do erro além das causas do que a escola validou, um tributo essencialmente cognitivo.

Carvalho (1997. p,17 apud Pinto, op.cit), considera que a avaliação que se faz da informação e das capacidades do aluno é de suma importância. Assim, o desempenho de capacidades não depende simplesmente da posse da informação, pois há uma série de exigências no desempenho de uma habilidade que nem sequer é passível de formulação explícita de regras. Quanto ao “erro” de informação, este pode ser corrigido quando o professor disponibilizar ao aluno, a informação que o mesmo não tinha anteriormente.

Dessa forma, o “erro” converte-se em pista de como os alunos estabelecem suas relações com os conceitos científicos. Ou seja, indica ao professor, se o

---

[12] Transmitir conhecimento: termo ligado às escolas para quem o erro é sinônimo de fracasso, uma vez que aprender é repetir a fala do professor.

aluno combina os conceitos, habilidades e conhecimentos que lhes são necessários para que este resolva a situação nova que lhe é apresentada. E a avaliação é um aliado a esta mudança.

Dentro de uma perspectiva ativa de aprendizagem, o erro deve ser a possibilidade de refazer percurso, uma vez que em experiências extra-escolares, os alunos assumem o percurso de sua história como aprendentes, desenvolvendo suas habilidades para construírem respostas, intervindo com seus próprios procedimentos em situações concretas, ainda melhor, lidando com a hipótese, com a possibilidade de refazer, de repensar a atitude tomada[13].

Trabalhar com o erro é, portanto, estabelecer a imprevisibilidade, a incerteza, a possibilidade como estratégia do pensamento reflexivo, estabelecendo uma caminhada que, segundo Morin (2000,p.212), consiste em reconhecer que,

> (...), todo conhecimento é uma reconstrução/tradução por um espírito/cérebro numa cultura e num tempo determinado Em uma caminhada de fazer um ir e um vir incessantemente, entre as certezas e as incertezas, entre o elementar e o global, entre o separável e o inseparável.

Articular o erro no âmbito sociológico é (re)colocá-lo no seio da prática pedagógica que articule um projeto que defina as intencionalidades dos agentes educativos. Nessa definição não cabem receitas ou propostas fechadas, rotuladas, como se as questões pertinentes a essa realidade fossem uma mera transferência direta de experiências que em outro ambiente tornou-se favorável. Contudo, é inegável a contribuição de vivências que estimulam a organização escolar com vistas a uma aprendizagem que considere as singularidades deste sujeito e evidencie a função do erro na socialização do saber.

Discutir o erro na perspectiva sociológica requer se pensar nas regras da educação moral estabelecida no interior da escola. Conceitos como reciprocidade,

---

[13] Não se trata de inverter o objeto de estudo. Sabe-se que o objeto da aprendizagem escolar não é o mesmo da aprendizagem das situações cotidianas, por isso a assertiva resguarda suas proporções. Na verdade o que se quer com essa chamada de atenção é denotar que o espaço de sala se aula deve ser um espaço possibilitador para o pensar, em que o aluno tenha o direito de praticar sucessivas retificações de procedimentos utilizados na resolução de problemas.

co-responsabilidade, coletividade, devem fazer parte de uma postura construtiva, adjetivando o erro didático. Do contrário, a avaliação do erro permanecerá uma via de mão única – como elemento inerente às dificuldades das capacidades cognitivas do educando.

Assim, a reflexão sobre o erro desencadeia uma outra preocupação que institucionaliza uma postura em relação a este: a organização do trabalho na escola. Este elemento deve ser tomado em sua concretude, em seu tempo e espaço. Ou seja, ser tomado na realidade social da escola, pois é nesta ”que se inicia a construção de sua singularidade, que se inicia a construção de sua identidade” (VEIGA:1996, p.157).

Portanto, é se pensando sobre a escola e na escola que as relações estabelecidas nesta instituição poderão contribuir para um trabalho docente em que o “erro” seja tido como um elemento didático. E assim, as explicações dos alunos tornam-se “travessias” para futuras construções, advindas de hipóteses testadas no contexto da resolução de situações-problemas.

Erro, neste entendimento, se converte em estratégia de uma pedagogia que visa a superação das dificuldades apresentadas na aquisição do conhecimento, bem como uma “janela” capaz de permitir que penetre no fazer pedagógico a dúvida como exercício de investigação.

Prigogini (1996, p.158), afirma estarmos num momento privilegiado da história das ciências, por discernimos novos horizontes e que ninguém havia pensado, a reversibilidade. Logo, é nesse pensamento que admitimos que a aprendizagem não é uma seta linear progressiva e evolutiva, mas (des)contínua, em que as aproximações da resolução das tarefas sejam possíveis, não por tentativa e erro, mas por ação reflexiva.

Se estivermos vivendo num universo em constante evolução em que as leis naturais assumem um novo caráter, em que “não se trata mais de ‘certezas’, mas sim de possibilidade, o devir (ibidem)”, nesse sentido, a sala de aula pode evitar as contradições e deslizes do passado na forma de conceber o “erro”. Assim, a compreensão do erro, como elemento do processo ensino-aprendizagem, não comporta mais a lógica da classificação.

2.4. ERRO DO PONTO DE VISTA EPISTEMOLÓGICO

> Nada prejudicou tanto o progresso do conhecimento científico quanto a falsa doutrina do geral (...), e que continua sendo, para muitos, uma doutrina fundamental do saber.
>
> Bachelard

No sistema formal o conhecimento ainda é visto como ontológico, como algo já construído, e o papel do aluno se resume em apossar-se desse “ser” de forma a não transgredir o progresso das atividades didáticas, isto é, não errar.

A descentração das experiências/conceitos cotidianos do aluno tem a escola como o local promissor para a abstração, que para Bachelard (2001),” é a maneira de tornar o espírito mais leve, mais dinâmico, sem contudo, ser uniforme, mas mediado por obstáculos”. Porém, o autor chama atenção para o fato de que os professores substituem as descobertas por aula[14], impedindo assim, a criatividade, o espírito investigativo dos alunos.

Por muito tempo se acreditou que o bom ensino era aquele em que pouco se perguntava, pois como afirma Macedo (2002 p.15), “a forma pedagógica tende a ser independente do conteúdo”, ou seja, a prática pedagógica é de tal maneira formalizante, que pouco resta para o aluno questionar, uma vez que existe um pensamento naturalizado no cotidiano escolar de que as aulas não possam ter espaço para a curiosidade. Para Bachelard, o “espírito científico deve formar-se enquanto se forma” (op.cit.p, 29).

Este é um dos grandes saltos para a compreensão do erro na perspectiva construtivista, pois, ao aprender, o aluno aprende a aprender, e com isso, o aluno percebe-se como construtor de conhecimento. Ao acenar para os obstáculos na construção do conhecimento científico, o estudo de Bachelard (2001) revela para o campo pedagógico a importância de se psicologizar o erro, ou seja, de se ter consciência (tanto professor quanto aluno) sobre as causas do erro na aprendizagem, para que se possa avaliar a mesma numa perspectiva inclusiva.

---

[14] Aulas: entendemos no sentido de um verbalismo vazio que torna o processo ensino-aprendizagem insípido. O autor chama atenção que para ensinar o aluno a descobrir é preciso ensiná-lo a inventar(p.303)

Na compreensão das condições psicológicas do progresso da ciência, segundo Bachelard (op.cit), o problema do conhecimento científico deve ser colocado em termos de obstáculos. Esses obstáculos, porém, não são de natureza externa e nem de natureza das fragilidades humanas, mas são obstáculos inerentes ao próprio ato de conhecer.

Por isso, os conflitos e anomalias (rupturas) existentes na história do conhecimento científico, devem ser evidenciados para que ocorra o progresso científico. Essas rupturas ocorrem através de perguntas (científicas), fenômeno fundamental para desobstruir o espírito científico, pois para Bachelard, "um obstáculo epistemológico se instala no conhecimento que não é questionado".

O autor chama atenção para a crença na experiência primeira, que fica acima da crítica, como um dos obstáculos epistemológicos ao desenvolvimento do espírito científico, pois o conhecimento do real é luz que sempre projeta alguma sombra. Ou seja, os dados, por mais que bem explicitados, encerram um fundamento: o da complexidade de dar conta de todo conhecimento contido no objeto, isto é, segundo Bachelard (2001,p.272), "na afirmação dos fenômenos estudados só se consegue demonstrar na cultura científica o possível daquilo que se demonstrou a possibilidade "

A noção de "obstáculos epistemológicos" extrapola o campo da ciência e adentra o discurso de sala de aula. Com isso, a visão de erro desloca-se do eixo baseado no ensino de matemática como um filtro seletivo, para o eixo da compreensão do ensino de matemática que vislumbre o "erro didático, como hipótese inerente à construção deste conhecimento".

Logo, a exigência da aprendizagem pretendida deve levar em consideração não só aspectos característicos da cognição, mas também a história da natureza de produção do sistema conceitual relativo a este saber e sua relação com a aprendizagem do aluno. Nessa relação entre a produção e assimilação do conhecimento é que muitas vezes poderá ocorrer a dificuldade de aprendizagem. Parafraseando Bachelard, o erro não pode mais ser visto como "fato" que traduz a naturalização do fracasso. Não pode ser banalizado, mas ser percebido como "idéia", sendo fundamental sua investigação.

Nesse contexto, o professor poderá também “estar epistemólogo”, discorre Bachelard, concebendo o erro como um contra-pensamento, sem se deixar envolver pela cultura do saber geral, ou seja, sem se envolver, na crença primeira de já saber categorizar/compreender o erro, com certezas indubitáveis.

No campo educacional, a noção de obstáculo aparece como um campo propício para investigações, pois como afirma Bachelard, segundo Rico (1995,p.74), poucos educadores se detiveram na “psicologia do erro, da ignorância ou da irreflexão”. De certa forma, podemos conferir estas citações como resultante da forte concepção de formação profissional que até então estava preso à didática de “repassar conhecimento”.

Bachelard (2001, p.23), adverte para a maneira como o professor se relaciona com o saber escolar e sua socialização, uma vez que o termo “mestre” acabou por distanciá-lo do senso de fracasso, imaginando os professores que:

> O espírito científico começa com uma aula, em que é sempre possível reconstruir uma cultura falha pela repetição da lição, que se pode fazer entender uma demonstração repetindo-a ponto por ponto (...), mas não levam em conta que os adolescentes entram na aula (...) com conhecimentos empíricos já construídos (...)

A aprendizagem, como produto das ações didáticas mediante as contribuições de Bachelard e outros pensadores, pressupõe a construção da ciência como conhecimento nutrido pelas rupturas, por sucessivas tentativas de elaboração conceitual e abre espaço para a compreensão sistemática de erro como parte legítima do conhecimento.

A conciliação entre o saber trazido pelo aluno e o saber a ser divulgado pela escola, mostra-se como chave-mestra para o desenvolvimento de situações didáticas para forjar uma nova prática do erro. Situações fundamentais para a compreensão de formação de conceitos em que o erro é uma possibilidade, um caminho na aquisição do conhecimento, para a compreensão dos significados dos símbolos e dos conceitos a serem trabalhados em sala de aula.

2.5. OBSTÁCULO DIDÁTICO E O ERRO NA APRENDIZAGEM

“Não há verdade sem erro retificado”.
(Bachelard)

O Sociólogo espanhol Enguita (1989) já advertia para o fato da escola agrupar os alunos por base em poucas características, tratados teoricamente de maneira uniforme. Nesse pensamento, não só agrupamento como outros elementos do processo ensino e aprendizagem passaram também a adotar essa concepção de uniformidade. Entre esses elementos, o erro foi compreendido como característica única: habilidades intelectuais. Pensou-se então, que a atividade única e “bem planejada com correção no binômio certo/errado tinha condições” de minimizar dúvidas sobre o que se está aprendendo sem, contudo, o aluno retificar de forma objetiva suas hipóteses.

Pensar sobre o quê e como se aprende, adquirir capacidade de relacionar-se com o outro, são elementos que (re)definem o papel da escola , que no sentido de Fonseca (1997, p.25), significa estabelecer uma reorganização de planejamento que proporcione ao aluno “a oportunidade de questionar, participar, cooperar, pensar, decidir e conseqüentemente assumir responsabilidade, de forma a instrumentalizá-lo para atuar como ser crítico, reflexivo e criativo”, transportando os procedimentos aprendidos em estratégias de pensamento.

Compreender um novo sistema conceitual com vista à análise do erro, a referência não está somente nas capacidades cognitivas que o aluno tem, implica também no fato do professor estar atento aos obstáculos apresentados nesta compreensão, que poderão ter como um dos fatores a história da produção de um determinado saber e sua relação com a aprendizagem do mesmo.

Guy Brousseau (apud Schubring: 2002), adotou a concepção de obstáculos, discutida por Bachelard para a didática da matemática, com o interesse de estudar uma teoria que facilitasse explicar os erros dos alunos como estratégias pessoais.

O termo obstáculo na área pedagógica recebe diferentes definições. Por obstáculo Brousseau (apud Chavallard:2001,p.223) define como “um conhecimento que tem seu próprio domínio de validade e que fora desse domínio é ineficaz e pode ser fonte de erros e dificuldades” Para Bachelard (2001), o termo obstáculo é polimorfo e para Chevallard (2001,p,223), é uma definição que carece de alguns cuidados, pois há uma ingênua comparação entre os termos “obstáculo e dificuldade”, uma vez que não há reciprocidade semântica entre ambos. Para Pais (2001, p. 44), obstáculos didáticos são “conhecimentos relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem”.

Diante do exposto, trabalhar na perspectiva de uma organização didática preocupada em estabelecer o limiar entre um erro didático e um outro tipo de erro remete ao professor ter uma maior clareza sobre a história da produção do conhecimento matemático, além de estar sensível às questões cognitiva-afetivo-sócio-emocionais que estejam presentes no momento da aprendizagem.

O maior cuidado, segundo os autores citados acima, é não tornar a idéia de obstáculo didático um discurso vazio de sentido, no sentido de Bachelard, embasado na “falsa teoria do conhecimento geral”, onde a certeza, a crença no saber existente é em si, um obstáculo ao tratamento da questão, impedindo uma maior racionalização no tratamento dos obstáculos didáticos.

Em termos bachellarianos, essa satisfação imediata pode ser um obstáculo à cultura científica, em que se substitui o conhecimento pela admiração. Ou seja, mais que estar preocupado em categorizar o erro no processo pedagógico o interesse deve ser o de estudá-lo. Em termos pedagógicos, podemos dizer que estudar o erro tem a ver com a mola propulsora para o desenvolvimento do espírito científico – a pergunta.

A pergunta, nesse sentido, é vista como pilar para melhor compreender os obstáculos didáticos apresentados. Ou seja, mais que corrigir de maneira mecânica os acertos e os erros, é mais prudente, do ponto de vista da pedagogia da práxis[15], que o professor questione o que levou o aluno a errar.

Por reconhecer que os obstáculos didáticos são inevitáveis, Brousseau

---

[15] Por pedagogia da práxis concebemos um trabalho didático que tem seu fundamento no princípio ação-reflexão-ação. Bem como, uma pedagogia na perspectiva transformadora de Paulo Freire. Nesta pedagogia o método dialético se faz presente na compreensão dos elementos envolvidos no ato pedagógico.

(apud: Schubring: 2002, p.32.), confere à história da matemática um papel fundamental, esclarecendo que:

> O conceito de obstáculo...pode provar-se proveitoso para o ensino na medida em que: Os obstáculos forem verdadeiramente identificados na história da matemática; Tiverem sido identificados nos modelos espontâneos dos estudantes; As condições pedagógicas para suas "derrotas" ou suas rejeições forem estudadas com uma exatidão tal que um projeto didático preciso pode ser proposto aos professores; A avaliação de um tal projeto puder ser considerada positiva.

Porém, antes que nos tomemos investidos de um espírito simplista da colocação de Brousseau, podemos nos questionar o que entendemos por concepção histórica, e quais nossas filiações teóricas para tal compreensão. Nesse estudo a concepção está nos moldes do entendimento do materialismo dialético, e assim, a história não é factual, mas um processo resultante da lógica intrínseca a sua própria historicidade.

No ensino de matemática, o estudo de Bittencourt (1998, p.2) de posse das considerações de Brousseau, indica três origens fundamentais para se compreender os obstáculos desta disciplina. Porém, segundo a autora, Brousseau (ibidem), considera haver uma preocupação quanto à questão de obstáculos, pois este não possui um tratamento universal que torne sua compreensão tão objetiva.

Assim, a autora, ao afirmar o postulado de Brousseau sobre o erro, prescreve que para este, o conflito cognitivo é uma estratégia para lidar com o erro, no entanto, tal conflito é uma técnica de difícil gerenciamento, pois envolve desde o comportamento social até o contrato didático estabelecido.

Com isso a validação de uma leitura sobre o erro/obstáculo na aula não se prende somente em sua identificação na história da formação do conhecimento, mas, sobretudo, na relação pedagógica estabelecida. Mesmo com alguns cuidados que possamos ter ao tratarmos o erro, apresentaremos as origens sugeridas por Brousseau e que têm sido reconhecidas por outros autores do ensino da matemática:

(I) Encontrar erros sistemáticos e concepções em torno dos quais esses erros se agrupam;

(II) Encontrar obstáculo na história da matemática;

(II) Confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem.

O trabalho deste autor marca, segundo Pinto (2000), o primeiro estudo sobre erro na didática da matemática. É remetido ao autor a idéia de mudança no status do erro no cotidiano escolar, assim Brousseau (apud Pinto: 2000.p 53), considera que,

> O erro e o fracasso não têm o papel simplificado que queremos lhe dar. O erro não é somente conseqüência da ignorância, da incerteza ou do acaso, como supõem as teorias empiristas ou behavioristas de aprendizagem: o erro é o resultado de um conhecimento anterior, que teve seu interesse e seu sucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são práticas errôneas imprevisíveis: eles são constituídos de obstáculos. Assim, tanto na prática do professor como na do aluno, o erro é constitutivo do conhecimento adquirido.

Na prática pedagógica onde professor e alunos estão envolvidos com o erro, a sala de aula é o espaço de vivências de aprendizagem, em que as rupturas no aprender fazem parte da construção do conhecimento numa teoria de ensino-aprendizagem que possibilite ao aluno desenvolver formas elaboradas de pensamento.

Perceber o erro no contexto escolar parece ser tarefa conhecida pelos professores. Discutir os obstáculos e analisá-los de modo a promover um ambiente de aprendizagem construtiva, é tarefa para muitas discussões. Para tal, a mudança na postura do professor/escola frente ao erro e ao saber, é fundamental.

Na perspectiva do erro como ferramenta de construção de conhecimento, a aprendizagem se afeiçoa com a negação da idéia de que o conhecimento é mera acumulação, com a negação da metáfora da construção civil na aprendizagem em que o assentamento de tijolo sobre tijolo ergue a construção e de forma análoga e harmoniosa se pensou que o ato de conhecer fosse um perfeito assentamento de um conhecer sobre o outro.

É nessa relação do sujeito com o objeto do conhecimento, que o professor poderá “identificar” os obstáculos epistemológicos (existentes na história da construção dos conceitos matemáticos) e os obstáculos didáticos (pré-conceitos ou conceitos existentes na estrutura cognitiva, que podem gerar conflitos no entendimento do novo conceito) como forma de compreender as facetas pelas quais a aprendizagem é dificultada.

Pais (2001, p.41), “Os obstáculos matemáticos aparecem mais na fase da aprendizagem que em seu registro histórico (...)”. Por apresentar-se mais na aprendizagem escolar, momento crucial para a identificação de obstáculos didáticos, reside justamente neste momento, a possibilidade do professor perceber como o aluno reage ao novo conhecimento, bem como, saber reconhecer à medida do possível, as diferentes fontes de origem dos erros na aprendizagem.

Obstáculo didático está, portanto, vinculado a fatores cognitivos na formação de conceitos matemáticos, pois o significado histórico da produção de um determinado conhecimento matemático, pode se mostrar, para o aluno, estar longe de ser entendido como tal.

Recorrendo a história da matemática, Pais (op.cit p.46) demonstra no ensino da aritmética os seguintes obstáculos: (I) que está relacionado à aprendizagem do produto de dois números inteiros positivos que é sempre maior do que cada parcela. Podendo ser um obstáculo à aprendizagem das propriedades do produto de dois números racionais, pois tal proposição nem sempre é verdadeira, como é o caso do produto de duas frações unitárias que é menor que cada parcela; (II) ainda quanto à operação dos números racionais, pode ser encontrado no caso da divisão de um número inteiro positivo por outro racional menor que um, cujo resultado é um número maior que o dividendo[16].

No ensino da geometria espacial, os estudos de Baldy (op.cit Pais, p.47), comprovam a existência de obstáculo de natureza didática, a exemplo, a constatação em sua pesquisa de que alunos de baixo nível de escolaridade, em curso para preparação para o trabalho, têm grandes dificuldades para reconhecer a terceira dimensão em representações planas, através de uma perspectiva paralela. Para o autor, quando se faz intervir a utilização de uma representação

[16] O autor chama atenção neste caso para a aprendizagem lógica até então desenvolvida de 1ª a 4ª série com os números naturais e sua aprendizagem não-escolar do aluno em que há um imaginário predominantemente intuitivo em relação a divisão em que o resultado (quociente) é sempre menor que o divisor.

por meio de uma perspectiva paralela, normalmente aparece com a face superior representada por um paralelogramo não quadrado, onde os ângulos não são retos quando medidos na superfície do papel, mas por outro lado, representam os ângulos retos da face superior do cubo dificultando a compreensão do aluno nas propriedades geométricas do sólido representado ao se fixar na leitura das particularidades do desenho.

Outro exemplo de obstáculo na história da matemática encontra-se na compreensão dos números relativos. Os números negativos formam alvo de ilustres matemáticos que, com todo destaque que tiveram na interpretação desta disciplina, alguns não demonstraram domínio para torná-los objetivos.

Silva (2000), apresenta em seu estudo sobre a epistemologia dos números relativos, seis obstáculos discutidos cronologicamente por dez matemáticos que se dedicaram sob esse foco. Os obstáculos foram assim definidos:

(I) inaptidão para manipular quantidades isoladas; (II) dificuldade em dar sentido à quantidades negativas isoladas; (III) dificuldade em unificar a escala numérica; (IV) ambigüidade dos dois zeros; Dificuldade em associar o zero absoluto com o zero origem de um eixo orientado; (V) estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais); (VI) busca por um modelo unificador que viesse a funcionar tanto em modelos aditivos como em modelos multiplicativos.

A partir dos dados de Silva (op.cit), apresentaremos um quadro com os estudiosos da época e sua relação com os obstáculos surgidos. Os obstáculos estarão em numeração arábica seguindo a ordem acima expressa, e serão identificados segundo a legenda abaixo:

(-) Obstáculo não assimilado; (?) Situação não definida por limitação nos textos pesquisados; (+) obstáculo ultrapassado; (/) obstáculo pesquisado, mas não ultrapassado pelo estudioso.

QUADRO. 2. OBSTÁCULOS NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

MATEMÁTICO	OBSTÁCULO					
	01	02	03	04	05	06
Diofanto	-					
Simon Stiven	+	-	-	-	-	-
Renée Descartes	+	?	-	?		
Colin Maclaurin	+	+	-	-	+	+
Leonardo Euler	+	+	+	?	-	-
Lazare Carnot	+	/	-	-	-	-
Pierre de Laplace	+	+	+	?	-	?
Augustin Cauchy	+	+	/	/	+	?
Jean D'Alambert	+	/	-	-	-	-
Herman Hankel	+	+	+	+	+	+

Durante séculos, diversos matemáticos, por visualizarem os números somente de forma quantitativa, constantemente esbarravam em paradoxos como: "Se $(-3) < (+2)$, por que haveria $(-3)^2 > (+2)$?".

Tais paradoxos limitavam alguns matemáticos na compreensão da noção de números relativos com exceção de Maclarin e Hankel. Essa limitação ocorria porque a maioria dos matemáticos analisava a matemática sob um sentido "concreto ou aplicativo". Esse pensamento era predominante na Idade Média e da Renascença. Nesse período, a noção de número relativo estava associada em dívidas e bens, o que dificultava a aceitação dos números negativos.

Podemos observar que o conhecimento _ ao ser concebido - apresenta suas retificações, tentativas e erros. No entanto, ao ser apresentado como saber escolar, sua apresentação parece ter uma nítida impressão que sua linguagem (conteúdo) é desprovida dessas retificações em sua construção.

No século dezoito havia uma rejeição aos números negativos, números falsos. Essa atitude ficou conhecida como fenômeno da "evitação".

Como expressão de impossibilidade da existência de números falsos de forma isolada, Silva (ibidem) cita um pensamento de D'Alembert (s/d) para quem o fenômeno da evitação é notório,

> Dizer que as quantidades negativas estão abaixo de nada é afirmar uma coisa que não se pode conceber. Quantidades negativas encontradas no cálculo algébrico indicam realmente quantidades positivas que supomos numa falsa posição. O sinal de menos que encontramos antes de uma quantidade serve para retificar o erro que cometemos na hipótese inicial.

Como demonstrado no quadro, Hankel foi o primeiro matemático a suplantar todos os obstáculos, segundo Silva, o desvelamento sobre os números relativos aconteceu, porque Hankel estava estudando os números complexos, o que resultou em reconhecer os números falsos. Hankel afirma, segundo Silva, que os números não são descobertos e sim inventados. Hankel abandonou o ponto de vista "concreto", baseado em exemplos práticos passando a adotar o "formal", pois era preciso um outro entendimento sobre a matemática, como afirma abaixo:

> Aqueles que se aventurarem em procurar todas as explicações lógicas na natureza, ou mundo real, jamais conseguirão adquirir maturidade em conceitos matemáticos, que outrora, são definidos para um mundo ideal.

Ao recusar a busca de um bom modelo, baseado na prática histórica, de seu tempo o uso do conhecimento matemático em atividades práticas comercial (dívidas e bens), e geométrico (produto equivalente a área), Hankel desobstrui o espírito das "experiências primeiras" daquilo que Bachelard (2001 p,68) considera um erro primeiro – a crença no pensamento dado, instaurado - na crença de conjeturas postas como verdades a serem reproduzidas.

A objetivação, ou melhor, a tomada de consciência sobre a formação desses saberes poderá possibilitar uma análise do erro como estratégia didática - expressão de Pinto (2000) - como pensamento norteado por obstáculos inerentes a um determinado saber. Com isso, queremos dizer que a compreensão dos conteúdos traz a marca dos obstáculos desse saber, e que, portanto, precisa de uma transposição didática[17] que possibilite ao aluno vivenciar situações que modifiquem o estatuto das aprendizagens que não dão conta da complexidade do novo saber.

Na visão de um ensino de matemática centrado na aprendizagem, isto é, no como o aluno compreende, utiliza determinados saberes, o erro é mais que uma ferramenta, é a possibilidade da negação da sujeição do aluno como ser passivo da aprendizagem, melhor dizendo, da rejeição da visão de se conceber o aluno como mero objeto do conhecimento.

Ruiz (2001,p.137), chama atenção para que pensemos em matemática com curiosidade, pois os números não falam sós. Mas para tal, acreditamos ser preciso descolonizar o conhecimento, e esse descolonizar, de forma análoga a Ruiz, podemos dizer que é,"compreender o espírito da matemática contemporânea, que é transitar pelo espírito das incertezas, que permite que o provável não seja entendido como determinado,(...) que o complexo não seja entendido como trivial".

Sendo assim, é importante um ensino de matemática como função mediadora no interior da prática político-pedagógica interna e global. Interna por conceber a aula como espaço micro desta função, e global, porque toda ação pedagógica é um ato político, e como tal, tem suas múltiplas relações, para que ensinar possa ser compreendido como uma prática essencialmente de fazer e responder perguntas, marca indelével da humanidade.

Avaliação e erro no contexto educacional se pensados como possibilidades de investigação, possibilitarão o desenvolvimento de ações que façam da escola um espaço para que a aprendizagem não seja, segundo Knijnik (2002), a repetição da aula que outrora o professor tenha aprendido.

A seguir, apresentaremos os procedimentos dos alunos sobre a aplicação da propriedade distributiva. Os procedimentos que não estão coadunados com o procedimento do conhecimento científico não serão tratados na perspectiva de identificar a origem do erro, e muito menos identificar práticas avaliativas subjacentes aos protocolos apresentados.

Avaliação e erro como estratégia didática estão aqui tratados como subsídios,

---

[17] Diz do objeto do saber, transformado em objeto de ensino. (CHEVALLARD: 1991)

como vieses pelos quais a capacidade reflexiva e criativa do professor poderá teorizar sobre os objetos de aprendizagem matemática como elementos cruciais para a objetivação de processos cognitivos construídos pelos alunos ao se apossarem dos conceitos científicos. Se na prática a avaliação da aprendizagem não se realiza de forma tão minuciosa quanto a descrição a seguir, que pelo menos no processo “avaliativo aconteça como orientação para o professor repensar a prática, e não que esta seja apenas um instrumento para aprovar ou reter os alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático” (SILVA: 2003, p. 48).

Mesmo não identificando de forma explícita, a relação dos procedimentos dos alunos ao resolverem as situações apresentadas com os obstáculos didáticos na história da construção de conceitos que porventura estarão presentes, e muito menos, ter construído uma investigação onde a avaliação diagnóstica fosse vivenciada na prática de investigação como uma atividade possibilitadora de (re)significar aprendizagens a partir da observação do que os alunos demonstraram saber, a compreensão pelo professor dessas temáticas são cruciais como reflexão para possibilitar ao educando entender o porquê fazer certos procedimentos.

São cruciais por possibilitar uma retroalimentação no processo pedagógico em que a aprendizagem conceitual significativa está ligada com uma observação sistemática das formas como o aluno expressa seu conhecimento, o que conhece, bem como a forma pela qual o educador verifica esse conhecimento. Antes de demonstrarmos as estratégias dos sujeitos na resolução das questões a eles apresentadas, discorreremos sobre como procedemos para realizar este estudo.

3. DELINEAMENTO DA PESQUISA

A investigação toma assento no que podemos chamar de matemática escolar, uma vez que trata da aplicação da propriedade distributiva, um dos elementos que diz respeito às atividades voltadas para o desenvolvimento conceitual de outros objetos de ensino e aprendizagem em matemática. Objetos trabalhados em contexto cultural específico, a sala de aula.

Para melhor atender aos objetivos da pesquisa, elaboramos um instrumento de coleta de dados conhecido como teste com questões cuja aplicação da propriedade distributiva estava presente.

Descrevemos os procedimentos dos sujeitos pesquisados como forma de buscar compreender como os sujeitos pensavam sobre determinadas situações. Com isso, buscamos verificar a freqüência dos sujeitos nas categorias eleitas para avaliarmos a aplicação da propriedade distributiva optando por disponibilizar os dados em tabelas, quantificando essa freqüência, comunicando assim, o comportamento dos sujeitos frente à situação apresentada.

De posse dessa comunicação, analisamos os dados numa perspectiva qualitativa como condição de estudar o objeto investigado num contexto amplo, onde a partir dos registros dos sujeitos, a mensagem lida possui inter-relações, além das de natureza do objeto em si.

OBJETIVO GERAL

Averiguar em que medida a não compreensão da propriedade distributiva relaciona-se a dificuldades na aprendizagem matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1- Analisar o desempenho dos alunos no uso da propriedade distributiva em séries diferenciadas;

2- Observar se os alunos fazem distinção entre aplicar a propriedade distributiva quando a situação envolve apenas “número” e quando envolve “variável”;

3- Observar se os alunos conseguem interpretar problemas cuja estrutura está pautada na aplicação da propriedade distributiva.

3.1. MÉTODO

3.1.1. Sujeitos da pesquisa

Participaram da pesquisa quarenta e cinco adolescentes, distribuídos na quinta e sétima séries e primeiro ano do Ensino Médio. Os alunos, quase em sua totalidade, estudam na escola pesquisada desde as séries iniciais. Esses, criam laços afetivos fortes, digamos extra-escolares, uma vez que a turma é formada nas séries iniciais e permanece, com poucas alterações, até a conclusão do Ensino Fundamental.

QUADRO.3. DISTRIBUIÇÃO DA AMOSTRA DE ADOLESCENTES POR IDADE E POR SÉRIE.

Nº DE SUJEITOS	IDADE	ESCOLARIDADE
15	10 ANOS	5ª SÉRIE E.F.
15	13 ANOS	7ª SÉRIE E.F.
15	15 ANOS	1º ANO E.M.

Ambiente Escolar

A escola é pública, situada no bairro da Terra Firme, atendendo a dois mil, cento e vinte e cinco alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio. Funciona em três turnos. Nesses níveis de ensino a escola oferece a Alfabetização de Adultos, chamado PRAP (Programa de Aceleração de Aprendizagem Progressiva), tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio. Abaixo, o quadro de matrículas.

QUADRO.4. DISTRIBUIÇÃO DE ALUNOS POR SÉRIE NOS NÍVEIS DE ENSINO

EDUCAÇÃO INFANTIL / ENSINO FUNDAMENTAL					
SÉRIE	Nº TURMAS	TOTAL	SÉRIE	Nº TURMAS	TOTAL
Jardim	03	59	4ª série	06	148
Alfa	04	76	5ª série	05	148
1ª	04	100	6ª série	07	209
2ª	05	122	7ª série	07	209
3ª	05	122	8ª série	06	187
Sub-total: 1.380 ALUNOS					
ENSINO MÉDIO					
SÉRIE	nº turma	TOTAL	SÉRIE	nº turma	TOTAL
1º ano	07	246	2º ano	04	130
3ª ano	01	24	_____	_______	_______
Sub-total: 400					
MAGISTÉRIO					
SÉRIE	nº turma	TOTAL	SÉRIE	nº turma	TOTAL
1º ano	01	28	2º ano	01	22
3º ano	014	15	4º ano	01	15
Sub-total: 77					
PROGRAMA DE ACELERAÇÃOD E APRENDIZAGEM PROGRESSIVA- PRAP					
SÉRIE	nº turma	TOTAL	SÉRIE	nº turma	TOTAL
1ª etapa E.F	01	24	2ª etapa E.F	01	29
3ªetapa E.F	01	27	4ª etapa E.F	01	34
1ªetapa E.M	02	67	2ª etapa E.M	03	87
Sub-total: 268					
TOTAL GERAL: 2.125					

fonte: secretaria geral da escola

A administração é eleita pela comunidade escolar para um período de quatro anos. O processo conta com a participação dos alunos com idade de dezesseis anos.

Atualmente a administração escolar está organizada dentro de um organograma que congrega os representantes dos variados segmentos da comunidade escolar. Entre esses, a administração está articulada à instâncias como Conselho escolar, Coordenações de Ensino, Coordenação Pedagógica, Coordenação de Serviços, Coordenação de Pesquisa e Extensão, Coordenação de Estágio Supervisionado e Programado que concentram esforços para tornar as decisões negociadas pelos representantes da comunidade escolar como um todo.Como se pode observar, a escola atende a uma clientela diversificada tanto circunvizinha, quanto a clientela das mais afastadas áreas da cidade de Belém como Outeiro, Cidade Nova, Ananideua, Icoaraci, entre outras localidades.

Sua estrutura física contempla, entre outras coisas, ginásio de esporte, pólo artístico, sala de vídeo, auditório, biblioteca - que funciona nos três turnos atendendo também alunos de outras escolas - lanchonetes, salas ambientes, TV escola. A administração estava revitalizando o parque infantil e malocas ao ar livre para que os alunos possam usufruir a imensa área livre da escola.

As Coordenações de Ensino mostram-se responsáveis pelo nível de ensino que assumem. A coordenação com a qual dialogamos mostrou-se autônoma perante a solicitação de se fazer a pesquisa nesta escola sem, contudo, centralizar decisões. Essa mesma autonomia foi percebida nos professores para decidirem sobre a possibilidade de se fazer uma pesquisa nesta escola. Ao manifestarem posicionamento positivo para o estudo, os mesmos foram cordiais colocando-se à disposição.

A coordenação colocou à disposição da pesquisadora uma sala de vídeo com ar condicionado para que pudéssemos aplicar os instrumentos. Era um local tranqüilo, conservando um ambiente calmo, sem interferência de barulhos externos. A sala contava com mais de vinte e cinco cadeiras o que favoreceu dispor os sujeitos distantes uns dos outros.

3.1.2. INSTRUMENTO

Foi elaborado um teste com um bloco de três questões totalizando treze exercícios. O instrumento possuía seis questões de nível numérico e sete questões de nível algébrico, em que a aplicação da propriedade distributiva perpassava por todos.

As questões de nível numérico são as seguintes: 1.a, 1.b, 1.c, 2.a, 2.b, 3.a, 3.c. As de nível algébrico são: 1.d, 1.e, 1.f, 2.c, 3.b, 3.d.

O teste foi apresentado numa folha de papel A4, mimeografado e contendo uma pequena mensagem de dessensibilização para que os sujeitos pudessem realizar a atividade sem constrangimento.

As questões foram pensadas a partir dos conteúdos que são ensinados nas séries e que pudessem indicar se os sujeitos, independente do grau de dificuldade do conteúdo apresentado nas questões, conseguiriam perceber a aplicação da propriedade distributiva como recurso de resolução na atividade proposta. Ressaltamos que os alunos de quinta série não possuem vivência nos conteúdos apresentados na maioria das questões.

Pensadas nas situações em que a aplicação da propriedade pudesse ser vislumbrada, passamos a considerar o grau e exigência de conhecimento das questões. Com isso, partimos da elaboração de questões menos complexas, para situações com um nível de exigência crescente.

No item 1. “Resolva as expressões abaixo” o teste apresentou inicialmente, uma expressão no nível totalmente “numérico” 1.a. [2 (1 + 4)], até propor uma expressão totalmente “algébrica”, como é o caso da expressão 1.f. [y (x + k)].

A partir da elaboração das expressões da primeira questão que apresentamos em dois contextos matemáticos (numérico e algébrico), a segunda questão constitui-se com três situações que estão próximas dos conteúdos das séries pesquisadas, a exemplo a expressão 2.a está próxima do nível dos sujeitos de quinta série, a 2.c podemos dizer que muito familiar a alunos de sétima série e a expressão 2.b próxima a alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Novamente apresentamos as questões em dois contextos matemáticos.

A terceira questão apresentada no campo da resolução de problemas também se assemelha às questões anteriores. Nos problemas 3.a, e 3.c manteve-se a mesma estrutura da expressão 1.a, [2 (1 + 4)]; no problema 3.b assemelha-se a mesma estrutura da expressão 1.d, [2 (x + 3)], e no problema 3.d, o segundo termo da equação possuía quase a mesma estrutura da expressão 1.e [5 (x – y)].

Assim, construímos o teste apresentando-o em três blocos de questões. Na primeira questão solicitou-se que os sujeitos resolvessem seis expressões. Na segunda, solicitou-se que os sujeitos observassem três expressões e simplificassem-nas. Na terceira questão solicitou-se que os sujeitos resolvessem os quatro problemas, sendo que o problema 3.d, não foi apresentado na mesma escrita dos problemas anteriores.

Como se pode ver, o trabalho necessita de estarmos visualizando a questão da avaliação no contexto da avaliação diagnóstica, observando os tipos específicos de solução individualizada, ou em outras situações grupais, os erros cometidos e obstáculos encontrados.

1. Resolva as expressões abaixo:		
1.a 2 (1 + 4)	1.b (1 – 4) 2	1.c 4(√2 – 1)
1.d 2(x + 3)	1.e 5 (x – y)	1.f y (x + k)

Fazem parte dessa questão seis expressões que foram montadas objetivando observar se os alunos demonstram conhecer a propriedade distributiva e sua aplicação imediata.

As expressões 1.a, 1.b. e 1.c. permitem observar se o aluno aplica a propriedade, independentemente de ser adição ou subtração, bem como da posição dos fatores. Além disso, esses exercícios podem ser resolvidos pelo caso genérico da propriedade, isto é, x (a + b) ou pelo caso particular, quando x, a e b assumem valores conhecidos no campo da aritmética.

Soluções da expressão 1.a.

Nível particular (chamado nas séries iniciais de eliminação de parênteses): 2(1+4) = 2. 5 = 10.

Nível genérico (aplicação da propriedade válida em todos os campos da matemática): 2(1+4) = 2 + 8 = 10.

Os exercícios 1.d., 1.e. e 1.f. permitem observar a aplicação da propriedade no campo da álgebra, onde a solução possível se dá pelo caso genérico.

No entanto, a semelhança estrutural de todas as expressões nos permitirá observar se os alunos que ainda não foram iniciados nos fundamentos da álgebra vislumbram a aplicação da propriedade. Os exercícios 1.d. e 1.e. apresentam-se mesclados de valores numéricos e algébricos e o exercício 1.f. é totalmente algébrico[18].

Solução 1.b. nível genérico: $(1 – 4)2 \Rightarrow 1.2 – 4.2 \Rightarrow 2– 8= - 6$.

Solução 1.c. nível genérico: $4(\sqrt{2} – 1) \Rightarrow 4\sqrt{2} – 4.1= 4\sqrt{2} – 4$.

Solução 1.d. nível genérico: $2(x + 3) \Rightarrow 2.x + 2.3 \Rightarrow 2x + 6$.

Solução 1.e. nível genérico: $5 (x – y) \Rightarrow 5.x – 5.y$.

Solução 1.f. nível genérico: $y (x + k) \Rightarrow y.x + y.k$.

Questão.2. Observe as expressões e simplifique-as:

2.a. $[2(1+4) – 9]5$ 2.b. $4(\sqrt{2} – 1) + 4(1-\sqrt{2})$ 2.c. $\frac{2 – x}{3} + \frac{x + 3}{2}$

A questão 2. apresenta três expressões com grau de complexidade maior em relação à primeira questão, pois envolvem várias operações com possibilidades de aplicação da propriedade distributiva repetidas vezes. Há uma semelhança estrutural desses exercícios por terem sido montados com expressões extraídas dos exercícios da primeira questão.

[18] Quando nos referimos a um exercício totalmente algébrico, queremos dizer que a expressão aparece unicamente com letras, embora saibamos que neste caso, o coeficiente das variáveis é 1, como no caso x + y em que os coeficientes são unitários, mas nem sempre os alunos percebem tal nuance.

Na expressão 2.a. todos os cálculos são possíveis no conjunto **N**. Nesta expressão sua resolução pode ser efetuada tanto pela aplicação da propriedade distributiva em seu nível particular, quanto seu nível genérico.

Solução algébrica: $[2.1 + 2.4 - 9].5 \Rightarrow [2 + 8 - 9].5 \Rightarrow [10 - 9].5 \Rightarrow 1.5 = 5$;

Solução particular: $[2(1 + 4) - 9].5 \Rightarrow [2.5 - 9].5 \Rightarrow [10 - 9].5 \Rightarrow 1.5 = 5$.

A expressão 2.b. a solução da expressão envolve conteúdo estudado no campo dos números reais, com aplicação no campo da aritmética.

Solução genérica: $4(\sqrt{2} - 1) + 4(1-\sqrt{2}) \Rightarrow \cancel{4\sqrt{2}} - \cancel{4.1} + \cancel{4}.1 - \cancel{4\sqrt{2}} = 0$.

Quanto à expressão 2.c. tem solução no campo da álgebra. Nesta questão os sujeitos deverão, para solucioná-la, reduzir as frações a um mesmo denominador comum, isto é, encontrar o m.m.c.(mínimo múltiplo comum).

Solução genérica: $\frac{2 - x}{3} + \frac{x + 3}{2} \Rightarrow \frac{2(2 - x)}{6} + \frac{3(x + 3)}{6} \Rightarrow \frac{4 - 2x}{6} + \frac{3x + 9}{6}$

$\Rightarrow \frac{-2x + 3x}{6} + \frac{4 + 9}{6} = \frac{x + 13}{6}$.

Questão 3. Resolva os problemas:

Problema 3.a. Lucas entrega "quentinhas" a duas famílias aos domingos, para ajudar nas despesas domésticas. Para cada família ele entrega um isopor contendo 1 "quentinha" com salada de camarão e 4 "quentinhas" com macarronada. Quantas "quentinhas" ao todo Lucas entrega aos domingos?

Problema 3.b. O produto de dois números inteiros, em que um tem 3 unidades a mais que o outro, é 40. Quais são esses números?

Problema 3.c. Uma mesa retangular possui 4m de comprimento e 2m de largura. Calcule o perímetro desta mesa considerando a expressão P= 2(c + l), em que P é o perímetro, C é o comprimento e l é a largura.

Problema 3d. Qual o valor de Y na equação 5y – 6 = 2(y - 9).

A solução do problema 3.a. é pautada na expressão da questão 1.a. As soluções abaixo são possíveis quando utilizados os procedimentos escolares envolvendo a aplicação da propriedade distributiva.

Solução: 2(1 + 4) = 2 . 5 (solução particular) ou 2. 1 + 2. 4 (solução genérica) = 10.

O problema 3.b tem solução por abstração no campo algébrico ou pode ser resolvido por tentativa e erro.

Solução algébrica: $x (x + 3) = 40 \Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0$

Esta solução necessita da aplicabilidade de procedimentos de resolução de equação do segundo grau que resultará nas soluções 5 e 8.

A solução por tentativa e erro consiste em o sujeito escolher dois números que satisfaçam as condições dadas no problema, isto é, dois números cuja diferença é 3 e o produto seja 40, o que vem a ser precisamente 5 e 8.

A questão 3c. exige como solução a substituição dos valores dados no problema e a partir daí solucionar uma expressão numérica.

Solução:

P= 2(c + l), sendo c=4m e l=2m, então:

P= 2(4 + 2) = 2.6 (solução particular) ou 2.4 + 2.2 (solução genérica) = 12m

Nota-se que a solução deste problema é muito semelhante às soluções da questão 1.a.

A questão 3.d. tem solução algébrica e, portanto, só pode ser resolvida pelo caso genérico da propriedade distributiva.

Solução: $5y - 6 = 2(y - 9) \Rightarrow 5y - 6 = 2y - 18 \Rightarrow 5y - 2y = -18 + 6 \Rightarrow 3y = -12 \Rightarrow y = -12/3 \Rightarrow y = -4$

3.1.3. PROCEDIMENTOS

Primeiramente foi realizada uma coleta piloto com alunos da escola pública de Belém que estavam de férias em Outeiro. Observamos o desempenho dos mesmos e a adequação do teste como instrumento de pesquisa. Num segundo momento, fomos ao local de pesquisa na intenção de dar ciência à comunidade dos procedimentos metodológicos da pesquisa.

Foram realizadas duas coletas em período diferentes. Na primeira coleta participaram cinco sujeitos da quinta e sétima séries do Ensino Fundamental e cinco sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio. A seguir, descrevemos os procedimentos de cada sujeito. Porém, não foi realizada uma análise longitudinal de cada sujeito nas três questões propostas.

Num terceiro momento, realizamos a segunda coleta, onde foi aplicado o teste para mais 10 alunos das mesmas séries sendo entrevistados sobre como resolveram cada um dos exercícios. A entrevista foi filmada e gravada. Utilizamos um período de dois dias para cada coleta, cerca de quatro horas em cada dia por coleta realizada. O tempo para a realização da tarefa teve um diferencial pequeno entre os sujeitos das séries estudadas, sendo que na segunda coleta houve um pequeno acréscimo de tempo em função da gravação em vídeo. Os sujeitos de quinta série permaneceram por mais tempo para realizar a tarefa.

A participação dos sujeitos foi autorizada pela própria escola uma vez que a mesma é campo de estágio, existindo assim, a prática de ser local de pesquisa.

Com isso, as Coordenações não fizeram exigências quanto à autorização para se realizar a pesquisa conforme o Comitê de Ética de Pesquisa recomenda.

Ao entrarmos em contato com a Coordenação de Ensino e com os professores de matemática marcamos uma data para a realização da pesquisa. Como a escola pratica a avaliação no processo, tivemos que averiguar a disponibilidade dos demais professores para podermos aplicar o teste e explicar a dinâmica e os objetivos da pesquisa.

Os alunos foram convidados a participar do estudo, e a maioria se manifestou positivamente o que permitiu uma escolha aleatória dos participantes. Os sujeitos pesquisados foram retirados dentre aqueles que realmente poderiam sair, uma vez que havia alunos em recuperação/reforço e em atividade de segunda chamada. Assim, contamos com a ajuda dos professores para nos indicarem os sujeitos que poderiam se ausentar da sala de aula.

No contato com os professores não houve nenhuma inferência sobre o perfil dos sujeitos, se deveriam ser os alunos com mais dificuldades, ou os que mais se destacavam. Solicitamos, na segunda coleta, que os sujeitos fossem de turmas diferentes das turmas da primeira coleta.

Ao chegarmos na sala de vídeo foi realizada uma conversa informal com o objetivo de explicitar o porquê da pesquisa, destacando a importância dos registros deles na atividade, bem como os mesmos seriam preservados como sujeitos de pesquisa. Na conversa, eles demonstraram-se preocupados com a possibilidade de não dominarem o(s) conteúdo(s) que porventura estivessem presentes nas questões. Então, solicitamos que eles registrassem a maneira que eles procederiam na resolução das questões, mesmo que não tivessem certeza de como chegar à resposta certa.

O teste foi mimeografado e na hora de sua aplicação foi lido os comandos somente para os alunos de quinta série, haja vista que estes não têm familiaridade com a maioria dos conteúdos abordados nas questões.

Nas duas coletas os sujeitos sentavam separados uns dos outros não podendo discutir suas dúvidas com os colegas em relação ao teste. Os alunos leram o teste e procederam sem solicitar explicações da pesquisadora ou do colega. Porém, para os alunos da quinta série, preferimos ler os problemas, como já observado anteriormente.

Os sujeitos do segundo grupo, por estarem sendo filmados o que lhes possibilitavam movimentos na sala, eram constantemente solicitados a não conversar com o colega. Neste grupo fez-se a dessensibilização para não ficarem constrangidos quando perguntássemos como fizeram e por que fizeram os procedimentos registrados. Nossa conversa foi no sentido de explicar aos sujeitos que ao perguntarmos como eles procediam nas questões, não estávamos indicando que o procedimento deles estava errado ou certo. E caso continuássemos a fazer perguntas, em nenhum momento era para indicar que eles deveriam refazer o que haviam feito, mas para que nós pudéssemos de fato ter certeza daquilo que eles estavam pensando.

Após a realização da filmagem da segunda coleta realizamos a transcrição das fitas para posteriormente analisarmos os protocolos. De posse dos registros dos procedimentos da primeira coleta, os quais foram disponibilizados na seção de resultados, buscamos na segunda coleta os protocolos que justificavam nossas inferências sobre as soluções dos sujeitos da primeira coleta.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise é de caráter qualitativo buscando padrões de comportamentos dos quinze sujeitos da primeira coleta nos vários tipos de soluções dadas.

Em primeiro lugar, analisaremos as soluções dos sujeitos, considerando as séries em estudo. Com isso, demonstraremos quais os procedimentos que eles utilizaram diante de cada situação-problema. Nesse momento serão inseridos os protocolos das entrevistas da segunda coleta, que foram escolhidos mediante a aproximação das respostas dos sujeitos da primeira coleta com as explicações procedimentais dos sujeitos da segunda coleta.

Em segundo lugar, serão quantificadas por série as respostas de todos os sujeitos investigados no que diz respeito à aplicabilidade da propriedade distributiva nos variados contextos matemáticos.

Em terceiro lugar, apreciaremos algumas situações, as quais foram consideradas como obstáculo didático nas resoluções das situações-problemas.

4.1. INTERPRETAÇÕES DAS RESOLUÇÕES DOS SUJEITOS POR SÉRIE

Questão:

Expressão: 1.a. 2 (1 + 4)

♥ **Sujeitos da quinta série**

Dos cinco sujeitos, três eliminam o parêntese efetuando corretamente a operação, mas deixam-na indicada com uma certa distância do fator 2 sem referência de que há uma nova operação. Enquanto isso, os outros dois também eliminam o parêntese semelhantemente aos anteriores, mas sentem a necessidade de que entre o fator 2 e o resultado do parêntese deve existir uma operação, mas não a reconhecem como uma multiplicação.

Isto vem do fato de que tais sujeitos quando estudaram as expressões numéricas, trabalharam sempre com os sinais operatórios explícitos (+ ; - ; x , :). Como o exercício foi feito sem a explicitação do sinal "x", isto é, 2 x (1 + 4), os sujeitos, nos parecem que, ou ignoraram a operação apresentando os valores 2( )5[19], ou resolveram forçar uma operação entre 2 e 5, mas optaram pela operação adição. Daí 2 + 5 = 7.

Esses resultados são sugestivos de que haja um obstáculo didático envolvendo a multiplicação antes do parêntese, sem sinal explícito.

Abaixo, apresentamos o protocolo que vem justificar nossa interpretação:

(SE) A letra "a," eu multipliquei um mais três que deu cinco, aí eu achei que o dois tava aqui pra gente baixar...
(P) Hum, rum...
(SE) ...ele, como não tinha sinal pra dividir ele por cinco, eu deixei ele aqui!
(SH) Eu baixei esse número aqui (referindo-se ao fator 2). Eu tentei, é, é... Eu repeti, esse...esse, mais. Coloquei aqui em baixo (referindo-se ao fator dois), e somei e somei esse daqui (referindo-se a operação do parêntese), e somei. (2 (1 + 4) =2 + 5=7).

♣ **Sujeitos da sétima série**

Todos os sujeitos apresentaram a mesma solução dada pela propriedade distributiva, isto é, 2 (1 + 4) = 2 + 8 =10.

Podemos inferir que no momento, os alunos dominam tal aplicação.

(SB) Eu multipliquei dois por um que deu um (isto é,na verdade o aluno se refere ao resultado dois), e dois por quatro que deu oito, somei...deu dez.

[19] O uso do parêntese aqui não faz parte da solução do sujeito, mas foi usado para caracterizar a ausência de uma operação. Daqui em diante, sempre que surgir tal simbologia, deve ser interpretado como tal.

- **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Os sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio solucionam o problema como os sujeitos da quinta série, isto é, eliminam primeiramente o parêntese e depois efetuam a multiplicação entre 2 e 5, dando a solução 10. Somente um sujeito parece confuso entre aplicar a eliminação do parêntese ou aplicar a propriedade distributiva. Daí que sua solução é tripla, como segue:

$2 (1 + 4) =$

$2 . 5 = 10$ (I)

$2 + 4 = 6$ (II)

$2 + 8 = 10$ (III)

A solução (I) dá conta de que o sujeito resolveu o problema pela eliminação do parêntese.

A solução (II) nos informa que o sujeito aplicou a propriedade distributiva de forma parcial, isto é, multiplicou 2 por 1, mas não o fez para 2 por 4, o que permitiu a solução 6.

A solução (III) nos dá conta de que a propriedade distributiva foi plenamente aplicada.

Mas é possível aventar que tal sujeito apresenta-se com este conhecimento em construção, o que lhe permite fazer tal "confusão", de tal forma que este não consegue definir qual a solução correta ou definitiva.

Uma questão interessante é sobre o porquê os sujeitos do primeiro ano optaram pela solução com eliminação dos parênteses, enquanto todos os sujeitos da sétima série aplicaram a propriedade distributiva na forma genérica.

Talvez essa situação seja para os alunos do primeiro ano apenas uma questão de opção, enquanto que para os sujeitos da sétima série, a aplicação da propriedade distributiva é inerente a quase todos os conteúdos estudados, haja vista que nesta série tais conteúdos são específicos da iniciação à álgebra, o que não comporta o uso da eliminação dos parênteses.

Sendo assim, podemos inferir que a maior ou menor ênfase num dado conteúdo, influencia a estratégia de solução do problema, mesmo que isso seja pontual e momentâneo.

Expressão: 1.b (1 – 4)2

♥ **Sujeitos de quinta série**

Os dois sujeitos que pareciam saber da necessidade da operação entre 2 e o parêntese, ratificaram essa necessidade ao efetuarem as operações: 3 + 2= 5; e a operação 5 –2 = 3. Para o primeiro, parecia existir uma diferença real que lhe permite subtrair 1 de 4, dando 3, mas sua conceituação lhe fazia desacreditar que esta solução deveria ser negativa, haja vista que no conjunto **N** essa solução não existe. O mesmo pôde ser observado na solução do segundo, porém com uma variante: Tal sujeito por não admitir a diferença entre 1 e 4 que resultaria em –3, preferiu somar, dando 5 e aí subtraiu do fator 2, o que resultou em 3.

As soluções dos sujeitos da quinta série na questão 1.b. reforçaram nossa interpretação da questão 1.a, pois suas respostas foram coerentes. Isto é, os mesmos sujeitos que deixaram o fator 2 e o resultado do parêntese sem operação na questão 1.a. repetem a situação na questão 1b, dando a solução 3( )2.[20]

(SF) Eu fiz praticamente a mesma coisa como na letra "a," só que eu fiz primeiro quatro menos um, deu três, aí baixei o dois. (1 – 4)2 = 3 ( ) 2.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Dos sujeitos pesquisados apenas um apresentou a resposta correta. Quatro sujeitos identificaram a propriedade distributiva e a usaram corretamente, sendo que três sujeitos não apresentaram domínio da soma algébrica apresentando a resposta (6) ao invés da solução (-6). Somente um sujeito

Lembrando que tal parêntese não faz parte da solução do sujeito.

procedeu corretamente com relação à soma algébrica, dando resultado (-6).

Um outro sujeito apresentou uma solução muito confusa, apesar de ter demonstrado domínio na questão 1.a. Esta expressão é uma operação semelhante à questão anterior, com a diferença de que nesta, a operação do parêntese é uma subtração, sendo 2 o segundo fator, quando na questão anterior ele era o primeiro fator. Talvez a posição do fator 2 e a soma algébrica tenham contribuído para essa confusão.

Este mesmo sujeito apresenta como resultado do parêntese o resultado igual a 1( )2 – 4. Esta solução é semelhante à solução (II) do sujeito analisado no item 1.a. onde aplica a propriedade parcialmente, mas "esquece" que existe uma multiplicação entre 1 e 2 e considera como resultado 12 que subtrai de 4 e comete novo equívoco (12 – 4 = 7) que multiplica pelo fator 2, resultando em 14.

Podemos, portanto, inferir que os quatro sujeitos acima dominam a aplicação da propriedade distributiva, mas que apresentam defasagem na compreensão dos números inteiros relativos.

(SB) A mesma coisa, só que menos, dando o dois aqui. Eu multiplico por um e por quatro. Só que aí deu seis. (2 – 8 = 6)

- **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Dos sujeitos do primeiro ano, quatro confirmaram o procedimento usado na questão 1.a, isto é, a resolução da questão através da eliminação do parêntese e, apenas um sujeito, resolveu pela aplicação direta da propriedade (solução genérica). Dos cinco sujeitos pesquisados, três demonstraram domínio tanto no uso da propriedade, quanto da soma algébrica. Um sujeito concluiu com a resposta (6), isto é, apresentou a dificuldade no uso do sinal no produto, mas aplicou a propriedade. Um outro sujeito não concluiu a sentença, mas indicou que há uma operação a ser feita quando registra (3) 2 apresentando dificuldade no conteúdo de soma algébrica, quando faz 1 – 4 = 3.

Quanto ao sujeito que aplicou a propriedade distributiva (solução genérica), é o mesmo que parece ter ficado confuso na solução da questão 1.a. dando três soluções (I, II e III). Porém, no exercício 1.b. optou pela solução (III) do problema anterior, a solução mais correta.

Os sujeitos na questão 1.a e 1.b aplicaram a mesma lógica: a eliminação do parêntese como procedimento mais "lembrado". Tal procedimento nos leva a pensar que a estrutura do problema influencia na estratégia a ser utilizada pelos sujeitos.

Vale ressaltar que havia uma semelhança quanto à resolução das expressões. Esta observação estava relacionada aos sujeitos de quinta série e de primeiro ano que utilizam a eliminação do parêntese na resolução da questão 1.a e 1.b. com exceção de um sujeito do primeiro ano, já explicado. Quanto aos alunos de sétima série, estes possuíam um diferencial em relação aos sujeitos anteriores mencionados, que vinha a ser o uso da aplicação da propriedade distributiva (solução genérica) propriamente dita, também já explicadas as razões deste comportamento.

Expressão: 1.c 4 (√ 2 – 1)

♥ **Sujeitos de quinta série**

Os sujeitos empregaram a eliminação do parêntese como procederam nas questões anteriores.

Dos cinco, quatro sujeitos acreditaram que a raiz de 2 é 1 e por isso efetuaram a operação 1 – 1. Isto é perfeitamente compreensível já que tais sujeitos não dominavam o conjunto dos números reais, **R,** e, por este motivo calculavam a raiz inteira de 2. Um desses sujeitos pareceu que se equivocou na solução de 1 – 1, pois colocou –2.

Podemos inferir que para esses sujeitos existe a "necessidade" da existência do sinal entre o fator quatro e o parêntese, uma vez que eles permanecem com a escrita afastada 4 ( ) 0. O sujeito que assim não procedeu considerou apenas o fator quatro como resultado.

(SF) Eu baixei o quatro, fiz a raiz quadrada de dois, aí, eu fiz um menos um, que deu zero. (4 (√ 2 – 1)= 4 ( ) 0.

♣ **Sujeitos de sétima série**

O sujeito que na questão 1.b resolveu-a de forma parcial 1( )2 e que utilizou o procedimento (II) dado por um sujeito do primeiro ano na questão 1.a., aplicou corretamente a propriedade nesta questão. Porém, efetua seus cálculos exatamente da mesma forma que os alunos da quinta série, isto é, considerou √2 inteira, dando como resultado: 4 (1 – 1) = 4 – 4 = 0. Um outro sujeito comportou-se da mesma maneira que este, porém, ao extrair a raiz de 2 afirmou ser –1 e calcula 4 (-1 –1) = - 4 - 4 = - 8.

Dois outros sujeitos apresentaram a mesma solução com uma variante. Um multiplicou 4 por 2 eliminando o radical e o outro faz o mesmo, conservando o radical. O primeiro apresentou o cálculo 8 – 4 = 4 e o segundo √8 – 4 = √4. Notou-se que este último procedeu de forma a não considerar o símbolo do radical semelhantemente ao primeiro, apenas o manteve.

Um outro sujeito aplicou a propriedade, mas parece conhecer a propriedade da introdução de um fator no radicando e o fez acreditando ter eliminado o radical.

Daí que seu resultado é 32 – 4 = 28 (32 é resultado de 4^2 x 2). Todos os sujeitos aplicaram a propriedade distributiva.

(SB) Eu peguei primeiro, tirei..eu, tirei...a raiz quadrada pra depois multiplicar os dois, que dá quatro, menos quatro, que dá oito. (4 – 4 = 8)

Isto parece indicar que há uma flutuação de procedimentos dependentes do tipo de conteúdo a ser trabalhado, como se o sujeito estivesse num estágio intermediário entre o procedimento correto e outros procedimentos.

Observamos que esse sujeito do depoimento acima apresentou dificuldades com a soma algébrica.

♦ Sujeitos do primeiro ano

O procedimento até então utilizado por estes sujeitos foi a eliminação do parêntese, procedimento utilizado pelos alunos de quinta série e repetido por um sujeito apenas. Esse sujeito se comportou exatamente igual aos da quinta série quando calculavam 4 x 0 (zero resultou de √2 – 1 = 1 – 1 = 0), o que dá zero no final.

Somente um sujeito aplicou a propriedade corretamente obtendo a resposta correta. Os três sujeitos restantes aplicaram a propriedade parcialmente, isto é, multiplicaram o fator somente em um dos termos do parêntese.

Mas suas soluções apresentaram diferenças. Um deles efetuou 4√2 (-1) que dá -3√2, porque subtraiu 1 de 4, considerando o resultado negativo. Um outro multiplicou 4 x √2 x (-1) que dá - 4√2. Um terceiro aplicou parcialmente a propriedade em 4 x √2, subtraindo –1, o que dá 3√2 (pois fez 4 – 1, ignorando totalmente √2. Mas tal sujeito riscou em cima dos escritos, indicando que o cálculo não estava correto. Em seguida, fez novo cálculo da seguinte maneira: manteve 4√2 – 1. A partir daí, resolveu dar uma conotação de equação à expressão, igualando a zero. Isolou raiz de 2, transferindo –1 e 4 para o "segundo membro", resultando em √2 =1/4.

Podemos inferir que nesta expressão ficou explícito que a solução do problema não dependeu da propriedade distributiva em si, mas de conteúdos inerentes ao problema, como a operação com radiciação. Conteúdos ainda não internalizados pelos sujeitos.

(SF) Aqui eu multipliquei os dois né (refere-se ao fator quatro e a operação do parêntese), que deu zero.
(P) E esse daqui? (apontando para a raiz quadrada de dois).
(SF) Esse aqui, ah, sabe, a raiz de dois é um.
(P) A raiz de dois é um?!
(SF) Isso (4 – 4= 0)

Expressão: 1.d. 2(x + 3)

- **Sujeitos de quinta série**

Um sujeito transformou o exercício em uma situação de termo desconhecido, substituindo o ”x” por um “ ”, porém ignorou o produto 2 por (x + 3) fazendo “ ” + 2 = 3 e resolveu, em seguida, a equação que encontrou. Mas nesta resolução, não dominou o processo: transportou o 2 para o segundo membro da expressão, sem considerar a operação inversa, um procedimento algorítmico resultante de um pensamento reversível. Este sujeito demonstrou problema de obstáculo didático na possibilidade de comparar a letra “x “ com o “ ” estudado a partir da quarta série.

Dois sujeitos escreveram que não tem solução, pois acharam impossível procederem matematicamente numa questão que não tem sinal entre o fator 2 e o parêntese, bem como, não era possível resolver uma expressão com letra. Isto é, a expressão não poderia ser resolvida porque não tinha número.

Dois outros sujeitos consideram também a impossibilidade de existir uma variável na expressão, mas substituíram “x” por valores numéricos. No entanto, um deles ao substituir “x” por três aplicou a eliminação de parêntese, resultando em 2 (3 + 3) = 2 x 6 = 12. Neste caso aconteceu um fato interessante: o sujeito ao resolver a operação do parêntese vislumbrou a multiplicação entre o fator dois e o resultado do parêntese tendo como resultado doze. O segundo, ao buscar solucionar a questão substituiu o “x”, por 1 e obteve o seguinte resultado: 2 ( ) 1 ( ) 3. Este sujeito não reconheceu a possibilidade de haver operatoriedade, pois sem sinal operatório entre o fator 2 e o parêntese, ou sem sinal explícito, é impossível qualquer operação.

Percebemos que apenas um sujeito, neste exercício, vislumbrou a aplicação da propriedade distributiva. Os demais, não conseguiram fazê-lo, o que é perfeitamente compreensível, uma vez que o conteúdo associado à solução deste problema estava muito além das experiências escolares desses alunos. Somente na sexta série é que esses alunos iniciarão os estudos de resolução de equações do primeiro grau, embora não se possa negar que as sentenças com quadradinhos, trabalhadas na terceira e quarta séries não deixem de ser uma iniciação do estudo das equações. Tanto que um dos sujeitos, vislumbrou tal possibilidade.

O protocolo abaixo refere-se à situação em que os sujeitos substituem “x” por valores numéricos, por não considerarem a variável como elemento para se realizar uma operação em matemática.

(P) E aqui. Como foi que você fez?
(SB) Eu peguei...Como aqui tinha o “x”, né, eu peguei...Aí o três e o mais...Aí eu peguei e fiz, três mais... peguei e fiz, três mais três, deu igual a seis. Aí eu peguei coloquei aqui o sinal de vezes, aí dois multiplicado por seis, que deuu doze.
(P) É né. E me diz aqui uma coisa, por que você disse que aqui é mais três?
(SB) Por causa, que aqui, tava o “x.” Aí tinha o três. Como ta o “x”, só podia ta substituindo algum número. Aí eu pensei em colocar o mesmo número.
(P) Certo! E por que tu resolveste multiplicar esse dois pelo resultado? (referi-me ao fator dois)?
(SB) Por causa desse “x” aqui, tentei baixar

♣ **Sujeitos de sétima série**

Estes sujeitos aplicaram corretamente a propriedade distributiva. No entanto, entre os cinco sujeitos, dois não consideraram a resposta 2x + 6, e prosseguiram com a resolução, obtendo o resultado 8x.

Tais sujeitos ainda não conseguiram compreender que não é possível somar termos não semelhantes, conteúdo que deve ter sido trabalhado no início da sétima série, ampliando assim o universo conceitual dos alunos.

Abaixo destacamos o protocolo do sujeito de sétima série como forma de demonstrar como este sujeito assimilou a questão.

(SB) É a mesma coisa (referindo-se a aplicação da propriedade). Eu multiplico dois por “x,” e dá dois “x”. Por três, que dá “x”, dá dois “x” mais seis dá oito “x”.

♦ **Sujeitos do primeiro ano**

Nessa questão, dos cinco sujeitos, quatro aplicaram a propriedade distributiva de forma análoga aos sujeitos de sétima série. Somente um sujeito resolveu pela eliminação do parêntese obtendo o resultado 2 (3x) = 6x. Esse sujeito procedeu de forma análoga aos da sétima quando não considerou a impossibilidade de somar termos não semelhantes.

Dos quatro sujeitos que aplicaram a propriedade distributiva, três transformam a expressão 2x + 6 (resultado) em uma equação, resolvendo-a em seguida.

(SF) Aqui eu fiz dois vezes “x,” que deu dois“x”. E dois vezes três, que deu seis. Aí eu fui fazendo a resolução chegando a essa resultado (x = - 4).
(P) Você colocou igual a zero. Por que você colocou a zero?
(SF) Eu acho que é pra mim saber o resultado de “x”.

Tal comportamento já se vislumbrou a partir da quinta série, com o sujeito do “ ”, mas parece ser mais forte com os sujeitos do primeiro ano, haja vista a incidência de três casos em cinco.

No entanto, o sujeito da quinta série apresentou tal comportamento como uma possibilidade e generalização, mas o comportamento dos sujeitos do primeiro ano é decorrente de um possível obstáculo didático, como se percebe na fala do sujeito “F”: “ Eu acho que é pra mim saber o resultado de x”?

Quanto ao resultado correto “2x + 6”. Somente um sujeito que resolveu corretamente as questões 1.a e 1.b, concebeu tal resultado como possível.

Quanto aos três sujeitos que transformaram a expressão 2 (x + 3) numa equação, temos a considerar que: Um desses sujeitos resolveu a equação 2x + 6 = 0 da seguinte maneira: 2x = 6 isolou os termos, passando então, a seguinte forma x = 6 / 2 tendo como resultado x = 3. Esse sujeito demonstrou não dominar a transposição dos termos para o segundo membro considerando a operação inversa, fazendo 2x = 6 ao invés de 2x = - 6.

Ainda nesse mesmo grupo um outro sujeito, aplicou a propriedade de forma parcial (conduta bastante comum até aqui), resultando a expressão 2 (x + 3) = 2x + 3 = 0. Ao proceder a resolução desta expressão como equação, isolou o termo 2x, fazendo 2x = 3, cometendo o mesmo "erro" do sujeito anterior com relação à operação inversa no transporte do termo 3. Novamente, ao transferir o fator 2 para o segundo membro, o faz somando ao termo 3 e não dividindo, obtendo como resultado x = 5. Tal sujeito demonstrou que de fato não domina a aplicação das operações inversas ao isolar a variável x de uma equação.

O outro sujeito que também transformou a expressão numa equação aplicou a propriedade corretamente, bem como ao isolar o seis, operou inversamente, mas ao concluir, esse sujeito considerou o resultado x = -3/1 demonstrando a necessidade do denominador unitário, o que neste caso não é necessário.

Assim, a maioria desses sujeitos apresentou dificuldades em trabalhar com expressões algébricas. Pareceu ser uma necessidade que, sempre que uma expressão apresenta variável, é por que ali tem uma equação e por inferência natural, deve ser igualado a 0 e dado uma solução para a variável "x" no caso em questão.

(SF) Aqui eu fiz dois vezes "x" que deu dois "x". E dois vezes três, que deu seis. Aí eu fui fazendo a resolução chegando a esse resultado(x =- 4)
(P) Você colocou igual a zero, por que você colocou igual a zero?
(SF) Eu acho que é pra mim saber o resultado de "x".

Os resultados até aqui observados, nos levaram a inferir que um dado conteúdo ensinado parece provocar na mente dos sujeitos, algumas barreiras que, não sendo devidamente transpostas com a ajuda dos professores das séries seguintes, levarão tais sujeitos a terem maiores dificuldades de assimilação de novos conteúdos, principalmente se considerarmos que a cada ano o acúmulo de novos conteúdos se avoluma consideravelmente.

Expressão: 1.e. 5(x – y)

♥ **Sujeitos de quinta série**

Três sujeitos desconsideraram o parêntese e mantêm o cinco como resultado. Talvez pelo fato de já terem se manifestado a respeito da ausência de operação e de número.

Um sujeito respondeu que o resultado é 5/5 e um outro conservou o fator cinco, iguala o “x” a um e o “y” a cinco reservando espaço entre os números 5 ( ) 1 ( ) 5 como vem acontecendo, de forma recorrente, para indicar a impossibilidade de operar.

Para tais sujeitos é fácil perceber que as variáveis não fazem parte do seu cotidiano, como também que é necessário um sinal operatório entre os números ou nada pode ser feito a não ser buscar a existência de números ou considerar apenas os números que, porventura, aparecem na expressão.

(S.A) Aí ... aqui... Eu também (apontando para o “x”) percebo que é zero, né.
(P) AH! Tá. Essas letras aqui (x-y), são a mesma coisa que zero. Por isso você repete o cinco é isso?
(S.A) É.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Dos cinco sujeitos deste grupo, 100% aplicaram a propriedade distributiva, mas, com exceção de dois, os demais deram novas interpretações ao problema. Desses, um somou 5x - 5y, dando 10xy, não considerando que termos não semelhantes não podem ser somados. Um outro, multiplicou 5 por x e y, sem considerar o sinal operatório “+” entre x e y, resultando em 5xy. O último deles simplificou a expressão 5x – 5y, dando “0” como resultado (efetuou 5 – 5 desconsiderando as variáveis), também demonstrando não saber operar com termos não semelhantes.

Como exemplo, o protocolo apresentado na página seguinte.

(SI) É a mesma coisa. Eu fiz cinco vezes “x”, dá cinco “X”, menos, cinco vezes “y”. Aí cinco “x,” menos cinco “y,” é igual “xy”.

- **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Os procedimentos desses sujeitos nessa situação foram muito parecidos com os procedimentos utilizados pelos alunos de sétima série. Um deles procedeu exatamente como o último sujeito da sétima série analisado: aplicou corretamente a propriedade obtendo a expressão 5x – 5y, mas operou a subtração dando zero como resultado, não considerando que os termos não são semelhantes.

Um sujeito aplicou parcialmente a propriedade distributiva dando como resposta 5x – y. Em seguida parece tentar juntar as variáveis xy, mas no momento seguinte, pareceu tomar consciência do procedimento correto e dá a resposta final correta, isto é: 5x – 5y.

Um terceiro sujeito aplicou a propriedade distributiva, mas acreditou de novo que quando têm variáveis deve ser igualado a zero, dando como solução um valor para a variável. Porém, desta vez inovou, dando à expressão uma interpretação de um sistema de duas equações com duas variáveis. A “primeira equação” é dada por 5 (x – 5y) = 0 que soluciona dando 5 como resultado de x (não explícito porque o aluno não iguala x =5). A “segunda equação” foi dada por x (5 – 5y) = 0 cuja solução acaba sendo y = 5/5 = 1.

Por fim, dois sujeitos aplicaram a propriedade distributiva corretamente obtendo 5x – 5y.

(SI) Aqui é 5xy igual a xy. Primeiro, igualei a zero, só que aí, eu depois vendo,o achei que não tinha porquê igualar a zero. Sendo que x e y tem valores.
Aí coloquei igual a xy. E diminui isso aqui (referindo-se a 5 - 5).

A solução dada pelo aluno no que diz respeito a pensar na expressão como um sistema indica o quanto o processo ensino-aprendizagem dos conteúdos é complexo, pois parece haver uma necessidade de que determinados problemas suscitem determinadas soluções, isto é, no caso presente, uma variável suscita uma equação e duas variáveis, um sistema. Eis um caso de obstáculo didático ou um problema decorrido dos registros de representação semióticos.

Segundo Raymond Durval (apud MACHADO, 2003, p.13), o tratamento dos objetos matemáticos recebe possibilidades variadas de serem representadas semioticamente. Ou seja, um componente curricular pode ser representado por uma linguagem matemática diferenciada. A exemplo, a representação dos números que de acordo com o conjunto ao qual pertencem (1/4, 0,25), são representados em signos diferentes, conservando a referência dos objetos denotados, o que Durval chama de conversão.

Apesar da transposição do conteúdo matemático não transitar nessas representações dentro de um "modelo" de ensino, na realidade da Educação Básica, os alunos em séries avançadas vão vivenciar as diferentes formas de registros. E é aí que estamos assentando a teoria das representações de registros semióticos. No sentido de que essa vivencia, ou melhor, esses registros não sejam trabalhados de forma linear, mas como elemento facilitador na aprendizagem do aluno, no "desenvolvimento de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização" Durval, (apud. MACHADO, 2003, p. 11).

Expressão: 1.f. y (x + k)

- ♥ **Sujeitos de quinta série**

Dois sujeitos responderam 5/5, parecendo copiar soluções anteriores. Um acreditou que não tem resultado e coloca zero. Um outro repetiu o fator 2, substituindo x e y por 2 e substitui K por 9. A letra K é substituída por 9 porque para o aluno, K é a nona letra do alfabeto. Por fim deixou tudo indicado como já proposto outras vezes, isto é: 2 ( ) 2 ( ) 9. Um outro sujeito substituiu Y por 1 e colocou a solução 1 (x + K).

Os procedimentos desses sujeitos deixaram claro que a questão é muito abstrata para qualquer possibilidade de se considerar a aplicação da propriedade distributiva. Para estes, a letra não dá a condição operatória, tudo indica que estes sujeitos não possuíam vivências escolares que lhes possibilitassem condições para tais abstrações. A exemplo, pela busca de aproximações dentro das possibilidades dos alunos, temos o protocolo do sujeito ”B”.

(SB) Aqui como tinha um monte de letra eu fiz... eu fiz... a mesma coisa (se referindo ao exercício 1.e) só, só que com o "K" eu lembrei do quatro aí eu coloquei o quatro.

(P) Por que tu achas que o "K" é igual a quatro?
(SB) Porque faz o mesmo som, qua...qua... Parece com o som do "k" da letra.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Três sujeitos apresentaram a aplicação da propriedade e dão como resultado yx + yk. Um aplicou corretamente a propriedade, mas acreditou ser possível juntar as variáveis obtendo o resultado yxk.

Apenas um aluno não aplicou a propriedade distributiva escrevendo x + k como resultado.

Notamos mais uma vez que nesta série o assunto, por ser muito explorado, permite aos sujeitos dar soluções corretas, deixando alguns "erros" acontecerem por conta de outros conteúdos ainda não internalizados.

(SH) Aqui eu juntei todos.
(P) Como é juntar todos?
(SH) Porque eu... fizer "y" com "x" aí vai ter que juntar porque eles, eles não são iguais. Só se eles fossem iguais aqui e dava para multiplicar, aí eu juntei.

(P) E seu juntar, você fala em somar, é isso.
(SH) Isso.

♦ **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Somente dois sujeitos aplicaram corretamente e aceitaram o resultado yx + yk. Um aplicou parcialmente yx (+K). Um outro sujeito responde de forma parecida com um sujeito da sétima, isto é, efetua o produto de y por x e k, dando y.x.k. Um último sujeito interpretou a expressão como uma equação produto na qual a condição é que um dos fatores seja zero. Desta forma igualou y a zero, o que seria uma solução. Em seguida igualou o fator do parêntese a zero, dando x + k =0. Resolvendo a equação resultante, a resposta é x = - k.

Esse mesmo sujeito é o mesmo que acreditou ser o exercício 1.e, um sistema de equações do primeiro grau e na questão 1.d, interpreta o resultado 2x + 6 como uma equação do primeiro grau, obtendo o resultado x = – 3/4.

De forma que, tal sujeito é o exemplo mais forte do que já afirmamos anteriormente: parece que cada tipo de problema suscita uma solução específica.

Corroborando com este resultado e os demais casos analisados, vemos assim que os obstáculos didáticos são muitos e, não considerar isto é negligenciar a aprendizagem dos alunos e assim contribuir para que cada vez mais em nossos alunos aumente o fosso entre o que os professores desejam que eles aprendam e o que de fato suas experiências escolares lhes possibilitam aprender.

(SI) Aqui é y vezes x mais y vezes k que dá igual a 2y, aqui tem um e aqui tem um e um do x e um do k aí deu 2yxk.

Como podemos ver, a aplicação da propriedade distributiva nesta questão mesmo sendo algébrica, alberga a mesma lógica da questão 1.a. Porém, alunos já iniciados na álgebra demonstram dificuldades com a representação da questão.

A passagem de uma linguagem matemática à outra, conservando as mesmas referências, nos parece, se não possibilitada ao aluno para que este possa transitar nessa significação e compreendê-la, que dificultará sua aprendizagem matemática.

Durval (apud MACHADO 2003 p.15), assevera que quando se descreve (avalia) a resolução dos alunos não distinguimos os tipos de transformações de representações semióticas que estamos analisando, se de transformação[21] ou de conversão. Para o autor é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão.

Neste bloco de questões apresentamos expressões nos dois níveis (particular e genérico), de aplicação da propriedade distributiva. Podemos inferir que de acordo com as experiências escolares os sujeitos vislumbram a possibilidade de aplicá-la.

Observamos nas hipóteses_ dos alunos ao solucionarem as expressões _ que os sujeitos procediam de forma parecida em relação ao conteúdo presente na expressão. A radiciação foi um desses conteúdos interpretados numa mesma linha de raciocínio, ou seja, a extração da raiz de dois, teve pelos sujeitos o mesmo tratamento, como se o algarismo dois estivesse no conceito de número natural. Os sujeitos vislumbravam que na estrutura da expressão 1.c, havia a possibilidade de empregar a propriedade distributiva, porém o que ficou notório foi que a presença da radiciação gerou conflito no entendimento do aluno. E assim, a eliminação do parêntese foi interpretada de forma análoga à eliminação do parêntese quando se estuda esse assunto no campo da aritmética (das expressões numéricas das séries iniciais). Por isso que os sujeitos buscavam dar como resultado da raiz de dois o resultado igual a um, ou seja, raiz de dois menos um, dá um.

Os sujeitos _ nesta questão _ apresentaram elementos nas suas resoluções que indicam que há uma desarticulação quanto à informação recebida no cotidiano escolar e à compreensão de como empregá-las em situações que são comuns da aprendizagem matemática neste nível de ensino (ressalva-se em algumas situações o aluno de quinta série).

Do ponto de vista de uma avaliação tradicional, elencar os dados como dificuldades a serem ultrapassadas, levando em consideração basicamente a

---

[21] Tratamento: são transformações de representação dentro de um mesmo registro (ex: resolver um sistema de equação). Conversão: consiste em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados. Durval (op.cit,p.16).

repetição da aula dada, o erro e acerto propriamente ditos, estariam no centro das atenções do processo pedagógico como fenômenos isolados de outras questões.

Do ponto de vista de uma avaliação diagnóstica - numa perspectiva qualitativa - os erros e acertos seriam concebidos numa visão sistêmica, os dados suscitariam reflexões para se recriar relações de socialização do saber no interior de sala de aula, de se rever a concepção em que o ensino estava pautado, verificar a possibilidade de se perceber os sistemas cognitivos desprendidos e/ou necessários para a resolução da situação-problema, bem como, utilizar as pistas dos registros deixadas pelos alunos como elementos para buscar novas formas de comunicar e compreender a linguagem matemática.

Assim sendo, na avaliação diagnóstica, o central é buscar informações no que o aluno demonstra compreender dos objetos de aprendizagem matemática, e caso essa compreensão esteja afastando-se dos procedimentos aceitos pela comunidade científica, buscar um planejamento para a promoção de atividades potencialmente ricas para que o aluno consiga interpretar conceitos específicos de forma favorável.

2ª. Questão:

Expressão: 2.a. [2 (1 + 4) – 9]. 5

♥ Sujeitos de quinta série

Dos cinco sujeitos quatro aplicaram a eliminação do parêntese obtendo a resolução parcial [2 ( ) 5 – 9] . 5. Após esse primeiro procedimento, dois desses quatro sujeitos somaram todos os termos do colchete obtendo como resultado o total 16. A partir daí, um deles multiplicou 16 por 5 e encontrando 85 que simplificando por 5 e por 7, obteve 1. O outro deixou o produto 16 x 5 indicado.

Um outro, resumiu os termos do colchete a 6 resultante de 5 - 9 = 4 + 2 = 6. Este resultado, multiplicou por 5, dando 30.

Um quarto sujeito necessitou somar 2 com 5 que dá 7 que subtraiu de 9, mas descarta o sinal “-“ (esta operação ainda não é possível para alunos da quinta série), dando 2 multiplicado por 5, obtendo o resultado igual a 10.

Apenas um sujeito eliminou o parêntese sem somar 1 com 4 deixando a expressão do jeito [2 ( ) 1 ( ) 4 –9] x 5. Em seguida, obteve o número 6 aparentemente multiplicando 2 por 1 e somando com 4. Subtraiu 6 – 9 dando 3 (descarta o sinal “ - “) que multiplicou por 5, obtendo 15 como resultado.

Novamente podemos perceber que a aplicação da propriedade não é o problema, mas sim outros conteúdos ainda não estudados ou não internalizados pelos sujeitos.

(SG) É aqui... eu fiz o dois (quer dizer repetir o dois) aí eu somei um e quatro deu cinco. Baixei o nove e o sinal de menos. Aí baixei o cinco, e aí esse negócio aqui a chave, o colchete aí eu fiz... eu juntei os dois deu vinte e cinco. Aí eu baixei o nove, deu dezesseis, e aí veio o cinco daqui... não tinha sinal, (16 ( )5) aí eu simplifiquei, (165) deu um.
(SI) (Inaudível)... deu cinco então aí como não tinha nenhum sinal aí eu juntei vinte e cinco menos nove ai (rir..) deu dezesseis. E eu juntei com cinco deu cento e sessenta e cinco aí eu simplifiquei.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Dos cinco sujeitos, dois aplicaram diretamente a propriedade distributiva concluindo a questão com êxito. Os outros três aplicaram a eliminação do parêntese sendo que um desses conclui a sentença procedendo à eliminação do colchete aplicando corretamente as regras de operações existentes. Um segundo sujeito desse grupo somou 2 com 5 e subtraiu 9, mas desconsiderou o sinal “-“, chegando ao produto 2 x 5 = 10. Um terceiro sujeito, também desse mesmo grupo, aplicou a eliminação do parêntese obtendo [2 ( ) 5 – 9].5. Após esse procedimento, aplicou a propriedade entre os termos 2 e 5 e entre –9 e 5 encontrando a expressão 10 – 45 que não efetua.

Curiosamente este é o primeiro exercício em que os alunos da sétima série parecem “preferir” a solução por eliminação do parêntese, contrariando o que vinha acontecendo onde optavam pela aplicação da propriedade distributiva.

Talvez essa situação seja a confirmação do que vem se mantendo até aqui, isto é, há exercícios que parecem suscitar um tipo de solução específica. É bom lembrar que os cinco sujeitos deste grupo, dois ainda preferiram aplicar a propriedade distributiva em seu nível genérico.

Quanto ao “preferir” a eliminação do parêntese, talvez seja pelo fato de que a expressão da questão 2.a é do tipo numérica e, podemos aventar que essa expressão (dado na quarta e quinta séries de forma expressiva), suscite o processo de eliminação dos parênteses como aconteceu com os sujeitos da quinta série que se manifestaram de duas maneiras: ou resolveram por eliminação do parêntese ou não resolveram, como mostrado acima.

(SL) Primeiro somei o parêntese aqui. (P) Hum,rum... (SL) Aí eu somei tudo da chave (colchete), somei com cinco deu três (- 2 + 5 = 3).

♦ **Sujeitos do primeiro ano do ensino Médio**

Todos os sujeitos desse grupo aplicaram a eliminação do parêntese. Porém um deles pareceu aplicar o que os alunos costumam dizer “fazer a conta direto”, isto é, calculou a soma 1 + 4 = 5 e multiplicou por 2 dando o resultado 10 que, subtraindo 9 dá 1 que multiplicado por 5 encontrou como solução o valor 5.

Um outro calculou a soma 1 + 4 que dá 5 e escreveu a expressão [2 (5) – 9] x 5. Mas retirou o 5 do parêntese e escreveu [2 + 5 – 9] . 5 (transformou o produto em soma). Dessa expressão resultou [-2] .5 = -10. Os demais sujeitos eliminaram o parêntese corretamente bem como o colchete, encontrando a solução 5. Porém, que o sujeito que preferiu as equações ainda ensaia algo parecido, mas que não comprometeu seus resultado.

Novamente o tipo de exercício sugeriu o tipo de solução a ser efetuada. Os alunos do primeiro ano, tendo já passado pela quinta série e pela sétima série, demonstraram preferir a solução por eliminação do parêntese, pois o tipo de exercício lhes suscitou tal solução, como já exposto anteriormente, são expressões do tipo numéricas, muito exercitadas na quarta e quinta séries com a utilização do processo de eliminação do parêntese.

(SG) Eu só somei os parênteses depois diminui cada vez mais, depois cheguei a esse resultado (10 - 9) e multipliquei cinco com um que deu um (se refere a cinco como resultado, mas fala um).

Expressão: 2.b. 4 (√ 2 – 1) + 4 (1 - √ 2)

♥ **Sujeitos de quinta série**

Dois dos sujeitos atribuem valor 1 à √ 2 e fazem a seguinte representação: 4 (1 – 1)+ 4 (1 – 1) para eliminarem o parêntese. No entanto, um deles ao invés de subtrair os termos do parêntese acabou somando obtendo o resultado 4 -2 + 4 – 2 = 2 + 2 = 4. O outro procedeu a subtração existente no parêntese dando “0”. A expressão resultante é 4( )0 + 4( )0 = 8. Notamos que o sujeito não efetuou a operação entre 4 e 0 porque não existia sinal. Em decorrência disso, somou os fatores 4, que estão fora do parêntese, obtendo 8 como resultado.

Um dos sujeitos fez uma seta na √ 2 igualando a zero desconsiderando os parênteses. Na verdade, o zero significa que a raiz de 2 é 1 e que 1 – 1 = 0, o que levou a zero os dois parênteses, como no caso dos dois sujeitos acima. Após, o sujeito procedeu somando os fatores 4 obtendo como resultado 8.

Um outro sujeito igualou a raiz a “1” conservando apenas o sinal de subtração do primeiro parêntese. Este sujeito mantém o espaço entre os números como ocorreu anteriormente nos sujeitos de quinta série. Com o procedimento para eliminar os parênteses, o sujeito deu o seguinte resultado: 4 – 1 +4( )1= 3 + 4( )1= 7 ( )1.

Um outro sujeito somou os fatores 4 e considerou as operações dos parênteses substituindo-as em –2, transformando a questão em (4 + 4 –2) obtendo o resultado 8 – 2 = 6.

O que se observou é que novamente a ausência do sinal operatório entre o número e o parêntese é um obstáculo didático muito forte para os alunos da quinta série, impedindo-os de efetuarem a operação necessária.

(SI) baixei o quatro fiz o mesmo esquema daqui (se referindo à questão 2.a), baixei o um, aí fiz um menos um, baixei o quatro, aí a mesma coisa... Aí quatro menos zero, mais quatro menos zero ... aí eu coloquei quatro mais quatro, que deu oito. Aí simplifiquei.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Um dos sujeitos subtraiu do fator 4 o valor de “1” existente no parêntese. Porém, ao proceder com a mesma lógica para os dois parênteses o valor da soma algébrica apareceu diferente. Ao operar com o primeiro parêntese, o sujeito realizou uma subtração entre o fator 4 e termo (-1), e repetiu o fator 4, obtendo como resultado 4.3 e ao operar com o segundo parêntese subtraiu os valores já citados conservando o sinal do parêntese, assim registrou sua hipótese: 4.3 + 4 – 3,obtendo como resultado 12 + 7.

Um segundo sujeito desconsiderou a √ 2 e operou com os fatores 4 e (1) existentes nos parênteses Prosseguiu realizando as operações 4 - 1 + 4 –1 = 3 + 3 = 6 . Dois sujeitos procederam de forma muito parecida com os sujeitos da quinta série, quanto à raiz de dois. Consideram-na como sendo igual a 1. Em seguida aplicaram a propriedade distributiva, mas, enquanto um constrói o seguinte pensamento “4 (-1 –1) + 4 (1 + 1)” (o que denota um agrupamento em função dos sinais “-“ e “+”), o outro considera “4(1 –1) + 4 (1 – 1)”. Ambos efetuaram as operações de somas algébricas indicadas, obtendo zero como resultado.

Um outro sujeito aplicou a propriedade distributiva. No entanto, como forma de eliminar o radical, o sujeito multiplicou 4. √ 2 obtendo √ 8. Tal procedimento pareceu denotar que o sujeito já considerou o número com radical, mas não soube proceder à introdução do fator no radicando, chegando à seguinte conclusão: √ 8 – 4 + 4 - √ 8 = 4 + 4 = 8. No entanto, seu procedimento nos fez inferir que aplicou corretamente a propriedade distributiva.

Portanto, referendamos que este tipo de expressão sugere aos sujeitos desta série a aplicação da propriedade distributiva.

(SI) Fiz quatro... não, repeti o quatro, aí eu fiz dois menos um que é igual um, aí repeti o mais quatro e fiz dois menos um de novo.
(P) Certo...
(SI) Aí, quatro menos um, três, mais... quatro, menos um, é três, e três mais três, é seis.

♦ **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Três sujeitos aplicaram corretamente a propriedade distributiva, mas somente dois deles operaram com os termos semelhantes dando como resultado “0”. O outro sujeito considerou que é possível a simetria somente entre operações com números inteiros. Assim, concluiu com o seguinte resultado: 4 √ 2 - 4 √ 2.

Um sujeito obteve como resultado “0” após subtrair as operações dos parênteses e, posteriormente, multiplicou o resultado obtido pelos fatores 4 obtendo zero.

Um outro sujeito considerou a expressão 4(√2 –1) como um produto só e efetuando-o obteve o resultado - 4√2. Para a segunda expressão 4(1 -√ 2) considerou a propriedade distributiva parcialmente obtendo 4 + √2. Desta forma a solução parcial ficou -4 √2 +4 - √2. O aluno procedeu então a um cancelamento das raízes de 2 de forma não apropriada sobrando os números – 4 + 4 = 0.

Podemos observar que o conceito de radical ainda não é forte entre os alunos do primeiro ano, levando-os a equívocos como os observados acima. A radiciação apresentou-se como um obstáculo à resolução da questão para os dois últimos sujeitos analisados. Estes, também apresentaram dificuldades na questão 2.a. Podemos considerar que para este sujeito só é possível a simetria entre operações com números inteiros. Assim, conclui com o seguinte resultado: √ 2.

(SI) Eu fiz quatro vezes raiz quadrada de dois que vai dá quatro raiz de dois. Aí quatro vezes uma, quatro, mais, quatro vezes uma, quatro, vezes quatro raiz de dois. Aí fica 4 √ 2 – 4 + 4 - 4 √ 2, Aí eu continuei, eu cortei o parêntese, porque eles são simétricos, mais quatro, menos quatro... Aqui eu continuei também -4 √ 2, aí mais quatro, com menos quatro, vai dá zero. Aí eu deixei √ 2. (resolução: 4 √ 2 – 4 + 4 - 4 √ 2 =4 √ 2 - 4 √ 2 = √ 2).

Expressão: 2.c. $\frac{2 - x}{3} + \frac{x + 3}{2}$

♥ **Sujeitos de quinta série**

Dois dos sujeitos operaram somente com os números do conjunto **Q** desconsiderando a incógnita e obtendo resultado igual a 5/5. Um desses sujeitos utilizou no exercício 2.a o processo de simplificação, e, no entanto, na fração inteira o aluno deixou permanecer esse resultado.

Um outro sujeito procedeu de forma não compreensível, mas pareceu considerar uma diferença entre os denominadores. Daí que 3 –2 = 1. Um outro sujeito achou o m.m.c. igual a 6, mas não fez mais que isso. Um quinto sujeito substituiu de forma incompreensível as expressões dos numeradores por 8 e 13, respectivamente e conclui por uma fração de numerador 21 (8 + 13) e denominador 5 (somou os denominadores sendo pois 21/5).

É notório que o exercício foi muito difícil para estes sujeitos não permitindo que estes pudessem vislumbrar a aplicação da propriedade distributiva.

(SI) Ri... Essa daqui... eu fiz dois, menos três, (refere-se aos denominadores). Coloquei o um (1x/3). Aqui, a mesma coisa só que inverso (se referindo ao segundo parêntese), dois, dois vezes o três, coloquei aqui né. Aí um vezes três, dá três. Aí dois, mais seis dá, oito. Mas eu coloquei em forma de fração.
(P) Por que você fez como fração?
(SI)... (Ri) é... (ri) prá continuar como aqui. (referindo-se à fração da questão).
(SJ) Multipliquei três, pelo dois, e, somei. (referindo-se à soma de três e o dois que são os denominadores da questão. O sujeito dá como resultado 5).

♣ **Sujeitos de sétima série**

Essa expressão é típica de sétima série. No entanto, nenhum dos sujeitos conseguiu resolvê-la a contento. Um deles operou nos numeradores somando os números aos coeficientes da variável x. Daí que (2 – x) /3 dá –1/3 e (x + 3)/ 2 dá 4/2. O aluno continuou operando numerador com numerador e denominador com denominador como se fosse uma multiplicação, obtendo 3/1.

Esse aluno demonstrou não dominar as operações com frações e apresentando dificuldades com os fundamentos da álgebra que começou a estudar.

Os demais sujeitos demonstraram uma aprendizagem em processo de aquisição dos fundamentos da álgebra, pois tentaram a solução do problema. Todos demonstraram que para a solução devia-se recorrer ao cálculo do m.m.c. que calcularam corretamente. Porém, dois deles acreditaram que uma vez calculado esse m.m.c. e multiplicado-os pelos numeradores, estes deveriam ser cancelados como é comum na solução de equações com termos fracionários. Um desses não aplicou corretamente a propriedade, mas tinha claro que não se soma termo não semelhante, enquanto que o outro efetuou a aplicação da propriedade corretamente, mas efetuou a operação entre os termos independente de serem semelhantes ou não.

Um outro sujeito procedeu à soma algébrica entre os termos dos numeradores. Daí que 2 – x = 2x e x + 3 = 3x, ficando a expressão 2x/3 + 3x/2. Em seguida achou o m.m.c. = 6 que dividiu pelos denominadores e multiplicou pelos numeradores dando a expressão (4x + 9x)/ 6. Mas o aluno efetuou a soma e descartou a variável resultando no número 13/6.

Um último sujeito aplicou o algoritmo da transformação ao mesmo denominador de forma equivocada. Ao invés de proceder ao produto cruzado (o denominador de uma fração multiplicando o numerador da outra), efetuou o produto do denominador da fração pelo seu próprio numerador. Além disso, efetuou o produto parcialmente, indicando utilizar a propriedade de forma parcial. Posteriormente foi efetuando operações entre os termos do numerador de forma a não considerar que alguns não são semelhantes. O resultado final foi 10x/6.

> (SI) Fiz dois menos “x”, coloquei dois, dois “x” sobre três, mais, aí ...“x” mais três, coloquei aqui três “x” sobre dois, que tirei o m.m.c. Três e dois que ficava seis, por três, dá dois, vezes dois, é quatro “x”. Seis, dividido por dois, é três, que vezes três, três... é nove ”x”. Aí somei os de cima treze “x” sobre seis. (2x/3 + 3x/2= 4x/6 + 9x/6 = 13x/6)

O exercício demonstrou que os alunos buscaram seus conhecimentos prévios para solucionar o problema, mas como cada um tem dificuldades com esses conhecimentos prévios (ainda não internalizados de forma definitiva) os aplicaram segundo o que conseguiram internalizar. Daí uma solução diferente para cada sujeito.

Percebemos, porém, que os obstáculos didáticos revelados neste exercício foram múltiplos, provocando uma série de “erros”. Isto nos fez pensar sobre a necessidade do professor considerar, que a falta de internalização dos conceitos anteriores impede o aluno de resolver os atuais exercícios da série.

♦ **Sujeitos do Primeiro ano do Ensino Médio**

Os sujeitos do primeiro ano pareceram avançar um pouco mais na compreensão sobre a simplificação deste tipo de expressão. Mas novos obstáculos surgiram em função de novos conteúdos já abordados. Um dos sujeitos resolveu o exercício de maneira correta obtendo a solução (13 + x)/6.

Um outro sujeito, apresentou comportamento igual a dois dos sujeitos da sétima série. Primeiramente soma algebricamente os termos dos numeradores das frações (sem considerar o sinal negativo na primeira) obtendo –2x/3 + 3x/2. Em seguida somou os numeradores e os denominadores obtendo x/5. Este sujeito, como um dos alunos da sétima série, demonstrou total desconhecimento dos conteúdos introdutórios da álgebra e sobre as operações com frações.

Os outros três pareceram ter o mesmo tipo de problema, qual foi: expressões com letras devem ser resolvidas como uma equação. Os três aplicaram a propriedade característica, mas desses, dois a aplicaram parcialmente, obtendo (4 – x + 3x + 3)/6. Após, eliminaram o denominador 6 e igualaram o numerador a zero. Daí a expressão 4 –x + 3x + 3 = 0, o que, resolvido corretamente (esta expressão) encontraram a “solução” x = -7/2. Outro sujeito aplicou a propriedade em toda a sua extensão, mas ao multiplicar 3 por 3, encontrou 6, ficando o resultado assim: (4 –2x + 3x + 6)/6. Mas, da mesma forma que seus dois outros parceiros, eliminaram o denominador e igualou o numerador a zero, obtendo a expressão 4 - 2x + 3x + 6 = 0 que resolvida “corretamente” (esta expressão) encontrou como “ resultado” x = -10.

Podemos dizer que nesta expressão os sujeitos do primeiro ano pareciam acreditar que quando uma expressão apresenta variável, devia-se igualar a zero e encontrar uma solução para aquela variável. Este procedimento já foi observado pelo último sujeito analisado acima, mas tornou-se mais forte neste exercício nos demais sujeitos do primeiro ano.

Uma das coisas que nos chamou atenção foi o entendimento de um dos alunos de quinta série para a expressão “simplifique”, presente na segunda questão do teste. Para esse sujeito o termo foi marcante na medida em que busca resolver a expressão 2.a nos moldes da simplificação de frações, buscando reduzir ao menor resultado possível, embora a expressão 2.a não contemple _ em sua estrutura _ a escrita fracionária.

Neste bloco de expressão que configura a questão 2, os sujeitos apresentaram melhor desempenho na expressão 2.a, expressão do nível numérico muito comum na iniciação dos estudos de seqüência de sinais.

Nas demais a compreensão dos números relativos concentram muitas dificuldades, e, os sujeitos demonstram inseguranças. A aprendizagem de fração tem relação _ entre outros atributos _ com a aprendizagem de medidas e grandezas fundamentais para a otimização do domínio numérico e a compreensão dos números negativos.

Os sujeitos, apesar de em sua maioria sentirem a necessidade de encontrar na expressão 2.c, o m.m.c, ficaram sem saber distinguir quando somar a variável; se transformavam a expressão em uma equação, ou se conservavam ou eliminavam os denominadores.

Resguardando algumas singularidades os sujeitos de sétima série e primeiro ano construíram hipóteses muito próximas indicando que a aprendizagem desses conceitos (fração, radiciação, soma algébrica), não estão devidamente representados em um sistema cognitivo em que o aluno possa compreender a representação que neles estão designados.

Mediante os erros percebidos nos apontamentos dos sujeitos, compreendemos que a aula e seus desdobramentos devem possibilitar ao aluno o acesso com qualidade do saber cultural com base numa prática avaliativa emancipatória. Nesta, a essência poderia ser os desequilíbrios cognitivos, e as transformações dos procedimentos utilizados em situações de aprendizagem para possibilitar ao educando avançar em seu conhecimento teórico e prático.

Questão 3

Problema 3.a Lucas entrega “quentinhas” a duas famílias aos domingos, para ajudar nas despesas domésticas. Para cada família ele entrega um isopor contendo 1 “quentinha” com salada de camarão e 4 “quentinhas” com macarronada. Quantas “quentinhas” ao todo, Lucas entrega aos domingos?

♥ **Sujeitos de quinta série**

Um dos sujeitos considerou que o número de “quentinhas” oferecidas aos domingos são apenas 2, que veio a ser justamente o número de famílias. O sujeito não compreendeu a estrutura do problema não considerando os valores atribuídos às quentinhas. Demonstrando assim, desconhecimento na resolução de problemas.

Dois dos sujeitos interpretaram corretamente o problema e o solucionaram segundo o procedimento de eliminação dos parênteses, isto é, somaram as quentinhas encomendadas (1 + 4) e multiplicaram o resultado por 2 obtendo a entrega de 10 “quentinhas”.

Um outro sujeito somou todos os dados numéricos do problema, montando um esquema e concluindo que foram entregues 7 “quentinhas”. O esquema apresentado foi 2 (valor do isopor) + 1 (primeira quentinha) + 4 (segunda quentinha).

Um quinto sujeito somou 1 + 4 = 5, ou seja, percebeu apenas o valor de “quentinhas” de apenas um isopor, não vislumbrando a possibilidade de multiplicar esse resultado por 2, concluindo que foram entregues 5 quentinhas.

(S.A) É porque eu somei aqui e só fiz botar a resposta.
(P) Então, você somou quem com quem?
(S.A) Eu fiz um mais quatro.

Esta é uma situação que reforçou a análise da questão 1.a. dos sujeitos da quinta série. Lembremos que o problema 3.a, foi montado segundo a expressão da questão 1.a. e, portanto, sua solução deveria ser igual. Pois bem, embora os sujeitos da quinta série não tenham encontrado a solução 2. 5 = 10 ou 2 + 8 = 10, na questão 1.a, dois deles conseguiram solucionar o problema 3.a. Um deles havia dado a solução 2 + 5 = 7, isto é, por não ter o sinal operatório entre 2 e o parêntese na expressão 2 (1 + 4), “considerou” o sinal “+” e operou, dando 7, e o outro preferiu deixar a expressão 2( )5, pois não tinha sinal operatório. Quando interpretaram o problema 3.a, estes alunos, não tinham mais o obstáculo “falta de sinal”, resolveram o problema a contento.

(P) E como resolveu essa aqui?
(SH) Como ele falou aqui, olhe.... Eu peguei um né, aqui. Eu peguei um né, que ele levava a salada de camarão. Aí eu peguei um mais quatro, que deu cinco. Como eram duas casas, aí eu só fiz duas vezes cinco que deu dez.
(S.A) É porque eu somei aqui e só fiz botar a resposta.
(P) Então, você somou quem com quem?
(S.A) Eu fiz um mais quatro.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Dois sujeitos aplicaram a propriedade distributiva na resolução do problema e concluíram com êxito. Um deles não formalizou a expressão 2 (1 + 4), mas seu procedimento indicou que o fez mentalmente colocando a soma 2 + 8 = 10. O outro formalizou a expressão obtendo o mesmo resultado.

Um dos sujeitos chegou à resposta do problema utilizando procedimentos de maneira análoga aos alunos de quinta série que solucionaram o problema concluindo que duas famílias recebendo 5 quentinhas cada, recebem 10 quentinhas ao todo. Este procedimento é um caso particular da eliminação de parênteses.

Um outro sujeito raciocinou como um da quinta série, somando as quentinhas de uma só família, não conseguindo vislumbrar que o problema pedia o total das duas famílias. Um outro, pareceu equivocar-se na soma de 1 + 4, dando 8 e, por isso, "erra" a solução fazendo o seguinte "esquema":

1 isopor 1 + 4 = 8 | → $\boxed{8 + 8 = 16}$
1 isopor 1 + 4 = 8

Ao que tudo indica, o sujeito considerou as duas famílias com aquele que somou 5 + 5 = 10, só equivocou-se com a soma, dando 8.

Este problema pareceu mostrar situações contraditórias entre os sujeitos da quinta e da sétima séries. Enquanto os primeiros não solucionaram a questão 1.a. por causa da "falta de sinal operatório", mas pelo menos dois solucionaram o problema 3.a., todos os segundos resolveram a expressão 1.a, mas pelo menos dois desses, não interpretaram o problema 3.a.

Isto corrobora com o que já aventamos acima, que o tipo de exercício parece levar o sujeito a dar uma resposta específica.

(SE) ....Eu entendo que pra duas famílias né, ele entrega, ele entrega uma quentinha com salada de camarão, e, quatro de maniçoba né. Então, seria cinco no total: uma com salada de camarão e quatro com maniçoba. (P) Então se você fosse escrever essa resolução como você faria? (SE) cinco mais cinco. Ele entregava pra duas pessoas, famílias.

♦ **Sujeitos de primeiro ano do Ensino Médio**

Todos os sujeitos interpretaram o problema corretamente, aplicando o procedimento da eliminação do parêntese. Mas apenas um formalizou a solução do problema de forma explícita, isto é, escrevendo 2 (1 + 4) = 2. 5 = 10. Os demais utilizaram outros procedimentos que não a formalização, mas que deixaram claro qual a opção de solução (a eliminação de parêntese).

(SD) Eu... é.. eu vi que ele deu, que ele dava para cada família um isopor, que cada isopor continha uma quentinha de salada e quatro quentinhas com maniçoba. Então eu somei cada quentinha, aí deu dez. resolução: 1 f. 1 isopor 1q + 4q (f: família; q: quentinha) 1 f. 1 isopor 1q + 4q = 10

Problema 3.b. O produto de dois números inteiros, em que um tem 3 unidades a mais que o outro, é 40. Quais são esses números?

♥ **Sujeitos de quinta série**

Os sujeitos não conseguiram interpretar o problema, assim, davam soluções que “combinam” os dados numéricos segundo suas condições de entendimento. Dois deles multiplicaram 40 (que é o produto) por 2 (dois da expressão assim indicando: os dois números), obtendo 80.

Um outro escreveu que 40 é o valor do primeiro número e pareceu que queria multiplicar 40 por 3, que afirmando (sem multiplicar) que é o valor do segundo número. Um quarto colocou apenas um número (37) que pareceu ser o resultado de 40 –3 (dados do problema). Um quinto escreveu: um produto é 40 e dois produtos é 43 (soma os dados 40 com 3).

O problema foi de difícil solução para um aluno da quinta série, pois se devidamente interpretado, recai numa equação do segundo grau cuja solução ainda tinha que ser interpretada dando dois pares de números (-5 e –8 ou 5 e 8). Logo, não se podia exigir que tal solução pudesse ser encontrada pelos alunos da quinta série. Mas poderia ser que algum deles pudesse encontrar a solução por tentativa e erro, o que não aconteceu.

(SE) Porque aqui, tá dizendo, primeiro né, quarenta. Não é verdade! E como o outro tem três unidades, e cada unidade é, é... significa um, então. Eu tive que somar quarenta e mais três, deu quarenta e três.
(P) Essa palavra produto quando você lê, você lembra de alguma coisa?
(SE) Ah! de muitas coisas.
(P) Me dá um exemplo?
(SE) Produto ?...., bicicleta, uma casa...

♣ **Sujeitos de sétima série**

Os sujeitos de sétima série pareciam que estavam no mesmo nível dos sujeitos de quinta série. Apenas um sujeito encontrou a solução, porém acreditamos que por tentativa e erro, haja vista que apresentou apenas os números 5 e 8 que multiplicou para dar 40. Dos demais, dois apresentaram a solução 23 e 17, dando uma solução por adição.

Um outro apresentou a solução 40 e 37, pois fez a diferença entre 40 e 3 (dados numéricos do problema, isto é, a diferença de três unidades).

Um último colocou três números quais sejam (37, 38, e 39) sugerindo que fossem as soluções.

Podemos aventar que esse tipo de problema foi de nível muito complexo para os alunos de sétima e de quinta séries, mesmo com diferença de dois anos de escolaridade. Como se pôde ver, a interpretação é aditiva, apesar de o problema falar explicitamente em produto.

Na verdade, nossos alunos apresentaram sérias dificuldades sobre interpretação de problemas, o que pode ser explicado por Durval (apud MACHADO:2003, p. 34), quando afirma que os “obstáculos de natureza cognitiva podem estar sendo criados se os fenômenos intrínsecos aos registros de representação e à sua mobilização não forem levados em conta”.

(P) E aqui. Como foi que você pensou?
(SF) Essa daí, eu não sei. Eu botei esses daí (referindo-se ao resultado 23 e 17). Então... um tem que ter três unidades né. Então tem que ser o vinte e três, aí para ficar quarenta, é dezessete.
(SD) Porque tá dizendo que o produto entre dois números em que um tem três unidades a mais que outro. Aí eu coloquei...é quarenta...trinta e sete. Porque o trinta e sete, o quarenta, tem três unidades, a mais, que o trinta e sete.

Esses registros dizem respeito as formas pelas quais a linguagem matemática podem ser apresentadas aos alunos e a compreensão dessa linguagem quando conserva o objeto denotado em linguagem diferenciada, portanto, a interpretação do erro deve levar em consideração quando se tem instrumental para tal a natureza de sua “origem”.

- **Sujeitos de primeiro ano do Ensino Médio**

Dois dos sujeitos encontram a solução 5 e 8, mas da mesma maneira que um dos sujeitos da sétima série. Um outro deu a solução 40 e 43, pois considerou que o produto 40 já é um dos números, que somado a 3 dá o segundo número (combinação de dados).

Um quarto sujeito fez o contrário, isto é subtraiu 3 de 40, dando os valores 37 e 40, como um dos sujeitos da sétima série. Um outro sujeito pareceu tentar encontrar os números somando de três em três, a começar de 6 indo até ao 39.

As soluções desses sujeitos se apresentaram semelhantes às soluções dos demais da quinta e da sétima séries, indicando que o problema pareceu ser de total desconhecimento dos alunos do Ensino Fundamental e dos iniciantes do Médio. Tal situação nos preocupa, haja vista que o resultado indica, no que diz respeito à resolução de problemas, que os alunos estão apresentando dificuldades, uma vez que entre a quinta série e o primeiro ano do Ensino Médio há uma diferença de 4 anos letivos e, portanto, entende-se que deveria haver uma diferença qualitativa entre as soluções dos sujeitos.

(SF) Eu fui resolvendo de duas maneiras, certo! Foi, duas vezes vinte igual quarenta, e a outra, eu fiz cinco mais três igual a oito, vezes cinco deu quarenta que deu o mesmo resultado (referindo-se a primeira tentativa).
(P) Você foi tentando fazer..., como é que é?

(SF) Eu fui tentando né, pra ver quantos números dava esse resultado.

A expectativa em relação a solução desses alunos estava em levarmos em consideração que o problema é comum nas turmas de 8ª série. Logo, pelo menos os alunos do primeiro ano deveriam solucioná-los a contento. Assim, os sujeitos do primeiro ano não se diferenciam dos sujeitos de quinta e de sétima séries, a não ser, talvez, por uma leve possibilidade de solução por tentativa e erro.

Problema 3.c: Uma mesa retangular possui 4m de comprimento e 2m de largura. Calcule o perímetro desta mesa considerando a expressão P= 2(c + l), em que P é o perímetro, C é o comprimento e l é a largura.

♥ **Sujeitos de quinta série**

Dos sujeitos de quinta série, apenas um substituiu corretamente os dados do problema na expressão representativa do perímetro, mas não foi adiante. Dois dos demais sujeitos interpretaram o problema como área e multiplicam 4 por 2 obtendo o resultado 8.

Um sujeito somou os dados do problema e encontrou 8 como solução. Um outro apenas escreveu “6 perímetros”, sugerindo que apenas somou o valor do lado com o da altura.

Novamente o problema indica que os sujeitos da quinta série não consideram a possibilidade da aplicação da propriedade distributiva, até mesmo porque desconsideram a expressão dada como possibilidade de auxílio na solução do problema. Mas um dos sujeitos vislumbrou a solução o que sugere ser menos difícil do que o problema anterior.

(SC) Aqui tem P, é igual (se referindo a fórmula existente no problema). Então, não tem que fazer nada com eles. Aí eu fiz dois aí..., eu, eu..., baixei o dois, aqui pra baixo. Eu fiz “C” mais um, o “C” como se ele fosse três. Aí eu, então, é, três mais um é quatro, aí eu fiz duas vezes quatro, deu oito.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Dois sujeitos substituem corretamente os dados na expressão, mas param na aplicação da expressão, procedendo de forma análoga a alguns dos sujeitos de quinta série.

Um outro sujeito substitui os dados da expressão, mas cometeu um equívoco: ao resolver pela propriedade distributiva, eliminando o parêntese, obteve o resultado P= 6m + 4m. Tal procedimento indicava que o sujeito repetiu o quatro, pertencente à operação do parêntese. Este resultado não nos possibilitou compreender o resultado encontrado. O sujeito não efetuou a soma final.

Pelo menos no que diz respeito à substituição dos valores na expressão, os sujeitos pareceram aptos, mas ainda haviam aqueles que se equivocavam na solução do problema.

O diferencial entre esses sujeitos em relação aos sujeitos de quinta série, estava na utilização da expressão. Não é difícil inferir que isso ocorra porque os sujeitos de sétima série já estudaram o conteúdo de valor numérico, o que facilitou sua aplicação nesta expressão. Como podemos ver no protocolo abaixo.

(SD) Perímetro eu multipliquei aqui no caso eu..., eu, é, eu dividi aqui que tinha que fazer igual a essa questão aqui (referindo-se a fórmula). Aí eu fiz, duas, ô,ô quatro metros de “c” e dois metros de “l”. Aí quatro metros eu fiz, fiz duas vezes quatro, que é o quatro do comprimento, e mais dois da largura. Aí duas vezes quatro deu oito, e, duas vezes duas, deu..., e deu oito, mais quatro...

Todos os sujeitos da sétima série entenderam que a expressão deveria ser usada na solução do problema. Mas somente dois deles o resolveram a contento utilizando a propriedade distributiva.

♦ **Sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio**

Todos o fizeram com sucesso e solucionaram a questão com êxito total. A diferença ficou por conta da opção entre solucionar por processo de eliminação do parêntese ou pela aplicação da propriedade em seu nível genérico. Três solucionaram pela aplicação da propriedade e dois por eliminação do parêntese.

Os sujeitos do primeiro ano pareceram dominar bem a questão da substituição dos dados na expressão. A exemplo, destacamos o protocolo da página seguinte.

(SA) Eu fiz pelo método da distribuição. Perímetro, é igual a duas vezes quatro, mais dois que é a largura. Aí duas vezes quatro, oito. E duas vezes duas, igual a quatro. E que dá doze.

Problema 3.d: Qual o valor de Y na equação 5y – 6 = 2(y - 9)

♥ **Sujeitos de quinta série**

Apenas dois sujeitos ao resolverem o produto 2(y –9), descartaram o y e multiplicaram o 2 pelo 9 (desconsiderando também o sinal negativo. A expressão ficou 5y –6 = 18, sem continuidade de solução (porque tem Y).

Os outros três sujeitos descartaram por completo a variável. Um deles substituiu o y de 5y por zero e obtendo o número 50 que subtraindo 6, dá 46 e no segundo membro da equação descartou o y e o sinal de –9 e ficou como 2( )9 (não é possível operar, porque não tem sinal.

Outro desconsiderou o primeiro membro da equação, bem como o y do segundo membro e o sinal de –9. Resultado: 2 x 9 = 18.

Um outro eliminou y do primeiro membro da equação, ficando com 5 –6 e substituiu y do segundo membro por 5. Multiplicou 2 por 9 e ficou com a expressão 5-6 = 2 (5 –18) que não concluiu a operação do parêntese.

Como já referendado, na questão 1.e, sobre o tratamento desses sujeitos, quanto às variáveis, nesta questão, as mesmas receberam o mesmo tratamento. Isto é, as resoluções expressaram que a matemática é somente uma linguagem numérica.

Observamos, porém, que dois sujeitos consideraram somente o segundo membro, aplicaram parcialmente a propriedade ao multiplicar o fator dois, por nove.

Até então, o procedimento era a eliminação do parêntese, através da soma ou da subtração. Bem como, o reconhecimento da soma como operação real entre o fator e o parêntese. Neste caso, esses dois sujeitos mudaram o procedimento utilizando o recurso multiplicativo entre o fator e o nove do parêntese do segundo membro.

Os sujeitos, em função da série, não reconheceram as variáveis como possibilidade operatória, pois descartam-nas como se elas não existissem no exercício.

(SA) Primeiro, ele me pergunta qual é o valor de “Y” na equação? È... eu acho que “Y” é zero. Eu fiz aqui (se referindo ao fato de repetir o cinco) cinco, aqui, zero né (se referindo a “Y”) né é cinqüenta menos seis (referindo-se a 5y-6), baixei, deu quarenta e quatro e do outro lado, né, igual. Eu fiz aqui, abaixei o dois de novo, fiz aqui, é, zero (referindo-se a “Y”), baixei o nove, aí nove, menos dois, igual a sete.

♣ **Sujeitos de sétima série**

Um sujeito aplicou a propriedade distributiva corretamente e isolou a variável y corretamente, mas ao subtrair 6 -18, diz que deu doze, ficando com a expressão 3y = 12, que não conclui. .

Um outro sujeito, procedeu como os sujeitos de quinta série. Descartou o primeiro membro da equação e aplicou parcialmente a propriedade distributiva no segundo membro, ficando com a expressão = 2y – 9. Daí conclui que y=9/2.

Outro sujeito separou os membros da equação como se fossem duas e dá uma solução baseada em sistemas de equações. A “primeira” também é “ajeitada”, ficando y= (2 –9) que ele conclui ser y= 7 (não considerou o sinal “-“).

Depois multiplicou 2 por 7 e colocou como resultado a ser igualado com o primeiro membro, ficando 5y – 6 = 14, que não concluiu (coloca por fim y = 7).

Um outro, aplicou parcialmente a propriedade no segundo membro, ficando com a equação 5y – 6 = 2y – 9. Em seguida, isolou a variável y, mas demonstra desconhecer o procedimento com os sinais, pois manteve o 9 no segundo membro, tirou o sinal, e, transportou o menos 6, manteve o sinal. A expressão ficou então 5y – 2y = 9 – 6 que ficou 3y = 3, que não concluiu.

Finalmente um outro aplicou corretamente a propriedade, ficando com a equação 5y – 6 = 2y – 18, mas somou os termos não semelhantes do segundo membro dando 16y. A equação ficou 5y – 6 = 16y. Daí em diante não se conseguiu entender a lógica do aluno, pois ele deu valores arbitrários e efetua operações incompreensíveis.

Os alunos de sétima série nesta expressão tinham vivências escolares no que diz respeito a equação do primeiro grau estudada na sexta série, o que nos possibilitou a pensar que a resolução deste tipo de equação ainda necessita de melhor compreensão e internalização deste processo.

Assim, indicamos que os sujeitos de sétima série demonstraram conhecer equação, mas estavam em processo, pois nenhum chegou ao resultado esperado.

(SD) Ah! Essa daí, eu não sabia fazer, aí saiu isso daí. (y= 16)
(P) Isso daí, veio de onde?
(Rir)
(SD) Veio da conta!
(P) Qual é a conta? Mostra!(o sujeito aponta para 2 (y – 9)).
(P) E essa conta aqui? O que você fez com ela?(refiro-me ao primeiro membro)
(Rir)
(SD) Eu não sabia fazer essa. Eu não entendi a pergunta.

♦ **Sujeitos de primeiro ano do Ensino Médio**

Dos cinco sujeitos do primeiro ano um aplica a propriedade distributiva desenvolve o procedimento da equação e no resultado não executa 3y = -12, e um outro sujeito soma –18 + 6, encontrando 12 que dividiu por 3 e deu 6. Esses sujeitos apresentaram dificuldades com a soma algébrica.

Um outro sujeito demonstrou que estava no nível dos sujeitos da quinta série, pois descartou o parêntese do segundo membro e ficou com a equação 5y – 6 = 2 que a resolveu e obteve 8/5.

Os sujeitos do primeiro ano em sua maioria pareceram ter adquirido o processo de solução de uma equação do primeiro grau. Os sujeitos resolveram a equação com pequenas diferenças, mas somente dois concluíram com êxito a equação.

No contexto da resolução de problemas, no problema 3.a, percebemos que os sujeitos traduziram para a linguagem matemática a ordem dos fatos/dados apresentados no problema por sujeitos das três séries, podemos inferir que esses sujeitos, assim procedendo, apontam elementos para se deduzir que as habilidades de pensamento na resolução deste problema precisam ser maximizadas.

Quanto ao problema 3.b a linguagem matemática pareceu ser distante do domínio que as experiências escolares poderiam provocar nos educandos. Mesmo nos sujeitos que já passaram por estas situações, o pensamento abstrato exigido neste problema pode indicar que as generalizações necessárias para tal problema precisariam ser potencializadas.

Esta situação de erro no contexto escolar se provocasse um certo "estranhamento" no processo ensino-aprendizagem poderia se constituir como uma rica possibilidade para o aluno avaliar tanto as hipóteses empregadas, quanto seu raciocínio, bem como servir para motivar os aprendentes a repensar seu engajamento na atividade pedagógica.

A aplicação da propriedade distributiva no contexto da resolução de problemas quando vislumbrada nas resoluções traziam situações que dificultavam o êxito das questões do terceiro bloco. Essas situações as quais podemos chamar de erros também possuem significados diversos que somente um estudo bem próximo poderia desprender maiores elementos analíticos. E como a avaliação se insere neste contexto?

Insere-se, entre outros elementos, no contrato didático e social estabelecido nas relações de aprendizagens sejam tácitos ou não. Com a leitura sobre os procedimentos dos alunos, ou seja, a avaliação, não deve ser um "andar em torno de", mas buscar um rigor explicativo, reflexivo no que está sendo observado para poder compreendê-lo melhor. Bem como, se insere na compreensão da resolução de problemas como uma estratégia metacognitiva, estratégia que se refere ao processo de reflexão do sujeito na construção de sua aprendizagem para tornar objetivo, consciente, tanto seus processos cognitivos, quanto a "regulação" desses processos.

4.2. APLICAÇÃO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO

Com a intenção de elucidarmos como os sujeitos vislumbravam a aplicação da propriedade distributiva, apresentaremos os resultados quanto à freqüência dos sujeitos, lavando em consideração quatro categorias:

(1) Nível particular - nível que satisfaz no contexto numérico – é a eliminação do parêntese, quando "x", "a" e "b" assumem valores conhecidos no campo da aritmética.

(2) Nível genérico - nível que satisfaz tanto no contexto numérico, quanto no algébrico, isto é, x (a + b) válidos em todos os campos da matemática.

(3) Parcial, quando sua aplicação não se desenvolvia a contento - os sujeitos só empregavam a distributividade em apenas um dos termos do parêntese.

(4) Em outras categorias, agrupamos as resoluções com as quais a aplicabilidade da propriedade não fora vislumbrada.

O instrumento foi elaborando levando em consideração a aplicação da propriedade distributiva em três contextos: numérico, algébrico e na resolução de problemas, assim, a freqüência da aplicação da propriedade distributiva realizada pelos sujeitos foi observada levando em consideração os contextos matemáticos em que a questão estava mais ligada. Na tabela 1, abaixo, apresentaremos a freqüência dos sujeitos.

TABELA.1. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS DE QUINTA SÉRIE

Categorias	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	3.c	3.d
Nível particular	5	5	4	1	-	-	4	5	-	2	-	-	-
Nível genérico	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Parcial	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4
Outras categorias	-	-	1	4	5	5	1	-	5	-	5	5	1
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

O nível particular, resolução através da eliminação do parêntese, foi o nível que apresentou maior freqüência desses sujeitos. Essa freqüência está em função do contexto matemático no qual as expressões foram elaboradas, ou seja, as expressões 1.a, 1.b, 1.c, 2.a, e 3.a estão no contexto numérico numa estrutura próxima das situações que esses alunos têm quando estudam expressões numéricas nas terceira e quarta séries do Ensino Fundamental. Porém, há interferências que precisam ser consideradas.

Primeiramente que a familiaridade do sujeito de quinta série com o conteúdo, no caso específico, com a expressão numérica, o leva a aventar-se em solucionar problemas semelhantes.

Nossa inferência vem do fato de que as expressões 1.a e 1.b, são do domínio do aluno de quinta série, resguardando a soma algébrica na expressão 1.b. A expressão 1.c, contém noções de números com radicais ($\sqrt{2}$), noções apresentadas somente na oitava série. Porém, isso não impediu que os sujeitos vislumbrassem a solução do problema.

Na análise, não estamos interessados em averiguar a solução correta, mas tão somente em saber se nossos sujeitos reconhecem a necessidade da aplicação da propriedade distributiva.

Aventamos outras interpretações expressão 1.d 2 (x + 3), qual seja, a pseudonecessidade (PIAGET: 1976), do sujeito em dar uma resposta numérica, quando este sujeito substituiu a variável "x" por três, transformando a expressão algébrica para o campo da expressão numérica, aplicando assim, a propriedade distributiva em nível particular. Para isso, o sujeito transportou a expressão algébrica para o campo da expressão numérica, ou seja, o sujeito quando substituiu a incógnita pelo valor três [2 (3 + 3)], conseguiu vislumbrar a aplicação da propriedade distributiva através da eliminação do parêntese, uma vez que passou a expressão para o contexto no qual possuía experiências escolares.

A expressão 2.a é muito familiar dos sujeitos de quinta série, o que a coloca no mesmo patamar das expressões 1.a e 1.b

Quanto ao problema 3.a, pelo menos dois sujeitos vislumbraram aplicação da propriedade distributiva, levando-nos à inferência de que a aproximidade das questões levou-os à possibilidade de solução. Referendamos que a solução do problema 3.a, se configurou na mesma estrutura da expressão 1.a. No entanto, na expressão 1.a, todos apresentam a aplicação da propriedade distributiva em seu nível particular, enquanto que no problema 3.a, três sujeitos não conseguiram interpretá-lo.

Esse contexto nos chamou atenção para certas situações no cotidiano escolar, entre elas a forma como se apresentam as questões nas situações de aprendizagem ou mais específico, na avaliação do rendimento escolar, interfere na habilidade necessária para a sua solução. Problemas, mesmo contextualizados como foi o caso, não nos pareceu ser de muita familiaridade de nossos alunos de quinta série.

Finalmente, podemos dizer que as expressões 1.a, 1.b, 2.a e 3.a são familiares de nossos alunos, mas pelo menos o problema 3.a nos mostrou que essa familiaridade não garante o sucesso do sujeito. Porém, as expressões 1.c e 2.b, não são familiares dos sujeitos, mas guardam semelhanças estruturais com as expressões 1.a, 1.b, e 2.a podendo sugerir o sucesso alcançado.

Das questões de cunho algébrico, em que a aplicação da propriedade ocorre pela aplicação em seu nível genérico, na equação 3.d. 5y – 6 = 2 (y – 9), quatro sujeitos aplicaram a propriedade distributiva de forma parcial, isto é, multiplicaram o fator dois pelo termo nove, obtendo como resposta dezoito.

Com isso, podemos inferir que mesmo na tentativa desses sujeitos vislumbrarem a aplicação da propriedade distributiva no contexto algébrico, o contexto numérico é expressivo na compreensão desses sujeitos. Isto porque foi marcante os sujeitos isolarem o primeiro membro que possuía a variável ‘y”, e a mesma variável do segundo membro, para resolverem a equação.

Nos procedimentos descritos por questões e por série esses sujeitos operavam com a soma algébrica [(1 – 4)2], acreditando haver uma subtração real, como acontece no conjunto dos números naturais. Porém, nesta equação os sujeitos não se detiveram nessa situação. Nossa consideração ficou, portanto, em acreditar que a incógnita e a estrutura da equação tenham contribuído para isso uma vez que as vivências escolares desses sujeitos não lhes possibilitavam compreender a expressão.

Uma outra situação também ficou evidenciada com essa equação, foi o fato de os sujeitos não permanecerem com a distância ente o fator dois e a operação do parêntese. Nos procedimentos dos sujeitos por séries, essa distância foi o diferencial no sentido de ter sido interpretado como o não reconhecimento da multiplicação entre o fator e o parêntese, o que nesta expressão aconteceu o inverso: os sujeitos multiplicaram o fator por um dos termos do parêntese.

Em outras categorias, chamou-nos atenção às questões 1.c, 1.d, 1.e, 1.f porque os sujeitos procuravam transformar as incógnitas em valores numéricos, ou consideravam somente os valores numéricos. Os sujeitos não reconheciam as incógnitas porque suas experiências dão contas de uma aprendizagem mais ligada ao campo aritmético, como já foi colocado. A expressão 2.b também possui conteúdo que os mesmos não vivenciaram, que foi a radiciação. No entanto, consideramos que o fato da radiciação conter explicitamente a simbologia numérica, os sujeitos buscavam eliminar o parêntese como se a radiciação não existisse, e assim vislumbravam a aplicação da propriedade distributiva, o que não aconteceu com as questões de cunho algébrico.

Assim sendo, consideramos que a aplicação da propriedade distributiva foi vislumbrada pelos sujeitos no contexto numérico, contexto em que os mesmos possuem vivências, e que a aprendizagem da matemática escolar desses sujeitos aproximou-se do que podemos chamar de estudo aritméticos.

TABELA.2. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS DE SÉTIMA SÉRIE

Categorias	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	3.c	3.d
Nível particular	-	-	-	-	-	-	3	2	-	1	-	-	-
Nível genérico	5	4	5	5	5	4	1	3	4	2	-	2	2
Parcial	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2
Outras categorias	-	-	-	-	-	1	1	-	1	2	5	3	1
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Os sujeitos de sétima série, como já fora colocado na interpretação das resoluções por série,utilizaram o nível genérico com mais ênfase. Principalmente nas questões um e dois do instrumento aplicado.

Os sujeitos variavam os tipos de procedimentos quanto ao uso do nível de propriedade (particular ou genérica), sem que se pudesse afirmar que esta mudança estivesse em função do contexto numérico que os faziam tender a usar mais o nível particular como faziam os sujeitos de quinta série. Porém, observamos que no bloco das primeiras expressões o nível genérico foi mais usado, mesmo nas expressões de nível numérico. No bloco da segunda questão a expressão 2., que está no nível numérico, há uma inversão na freqüência dos sujeitos, quanto ao nível utilizado.

Como já observado, na tabela 2, no que diz respeito à expressão 2.a (ser uma expressão numérica), de certa forma, o tipo de exercício poderia ter influenciado o procedimento da aplicação da propriedade distributiva no nível particular. Na expressão 2.b, seu registro pôde ter contribuído para a aplicação da propriedade em seu nível genérico. Portanto, a escolha do nível de aplicação da propriedade poderia estar em função das formas pelas quais as expressões se apresentaram.

Em se tratando do contexto numérico na expressão 2.a e no problema 3.a, os sujeitos participaram de forma diferente. Na expressão 2.a, a concentração estava no nível particular, e o problema 3.a, apesar de na resolução os sujeitos se apresentarem dispersos, houve a presença de dois alunos no nível genérico.

Ressaltamos que o problema 3.a está na mesma estrutura da expressão 1.a, expressão em que os sujeitos desta série foram unânimes em utilizar o nível genérico. Mesmo com a semelhança de estrutura entre essas questões, os sujeitos não vislumbraram a aplicação da propriedade no problema 3.a com a mesma ênfase que resolveram a expressão 1.a.

Essa oscilação de procedimentos, entre vários fatores, poderia ser compreendida, ou estudada à luz da teoria de registros de representação de Durval (apud MACHADO, 2003, p.22), em que "o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado". Isto é, poderíamos inferir que a aprendizagem da propriedade distributiva, nos moldes de Durval, teria mais sentido, se sua aprendizagem estivesse se dando nas variadas formas de registros em que fosse possível que fazer da aprendizagem, e neste caso da propriedade distributiva, um fim em si mesma.

No contexto da resolução de problemas os sujeitos apresentaram maior dificuldade para o emprego da aplicação da propriedade. Na questão 3.a os sujeitos tiveram procedimentos iguais aos alunos de quinta série, ou seja, somavam os dados “um mais quatro”, sem fazer referência ao fator dois, que representavam as duas famílias. Na situação 3.b, o termo produto pouco facilitou a compreensão dos sujeitos para o que se pedia no problema, assim como os alunos de quinta série somavam, subtraíam ou faziam uma seqüência numérica para acharem os valores, os sujeitos de sétima também assim procederam. Enfim, na resolução de problemas, ao olharmos para outras categorias (nos registros), foi possível verificar como os sujeitos dessas duas séries estão próximos em termos de compreensão, no que diz respeito à resolução de problemas.

Por fim, se compararmos quantitativamente as soluções dos sujeitos de quinta série com os sujeitos de sétima série, podemos afirmar que a aplicação da propriedade distributiva de fato é, contextualmente, um conteúdo de sétima série, pois enquanto houve trinta soluções com aplicação da propriedade na quinta série (envolvendo os níveis particular e genérico), na sétima série houveram cinqüenta e uma aplicações.

Esse resultado de sétima série não depende apenas de um excessivo uso da aplicação da propriedade em seus conteúdos. Os sujeitos de sétima série possuíam vivências escolares no campo da aplicação da propriedade distributiva que os alunos de quinta série ainda não vivenciaram, como é o caso das expressões 1.d, 1.e, 1.f e 2.c, porém, não se pode negar o “salto” dos alunos de sétima série em relação aos alunos de quinta série.

TABELA. 3. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS DE PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Categorias	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	3.c	3.d
Nível particular	5	5	1	-	-	-	5	1	-	5	-	2	-
Nível genérico	-	-	1	4	5	2	-	3	3	-	-	3	4
Parcial	-	-	3	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-
Outras categorias	-	-	-	1	-	3	-	1	1	-	5	-	1
Total	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Nas expressões de nível numérico, 1.a, 1.b, 2.a, e 3.a os sujeitos utilizaram o recurso de aplicação da propriedade em seu nível particular, eliminando o parêntese. Nessas questões os sujeitos mantiveram o mesmo procedimento, demonstrando que a aplicação da propriedade foi vislumbrada independente do contexto.

Nas questões que traziam a radiciação, expressões de contexto numérico, observamos que os alunos foram mais dispersos (1.c e 2.b), sendo que na expressão 1.c os sujeitos manifestaram maior dificuldade. A expressão 1.c se repete na 2.b, porém esta, congregava uma nova operação em que no parêntese havia uma operação inversa à primeira operação. Na expressão 1.c, os sujeitos pareciam não saber o que fazer com a operação com radiciação, daí a dificuldade de vislumbrarem a aplicação da propriedade distributiva. Na questão 2.b essa dificuldade minimizou e três sujeitos que operaram com a radiciação, como se esta estivesse no conjunto dos números naturais **N**, na expressão 2.b conseguiram vislumbrar a aplicação da propriedade em toda sua extensão.

Se as duas expressões estavam no contexto numérico e as duas possuíam como conteúdo a radiciação, dentro dos elementos disponibilizados (registros) para análise, ficou difícil atribuir os motivos em que se pautavam tais procedimentos.

Nesse caso, podemos levantar a conjectura de que, uma vez que os sujeitos já trabalharam esse conteúdo na oitava série, havia a possibilidade destes demonstrarem a necessidade de um certo tempo para que seu sistema cognitivo pudesse dar conta do conteúdo.

Com isso, queremos dizer que, como na maioria das vezes, a aprendizagem se dá por memorização, os sujeitos precisariam relembrar o conteúdo da oitava série ausente, o que poderia explicar o não reconhecimento do exercício 1.c e o pleno reconhecimento da expressão 2.c, notadamente mais complexa.

No contexto algébrico somente a expressão 1.f [y (x + k)], encontrava-se totalmente neste contexto. Mesmo levando em consideração que a expressão 1.e [5 (x – y)], trazia indicativos para a resolução da expressão 1.f, isso não foi possibilitador para que a maioria dos sujeitos vislumbrasse a aplicação da propriedade distributiva.

Nesta série observamos que os sujeitos participaram da aplicação da propriedade distributiva, embora com procedimentos oscilantes em função do tipo de exercício adequado ao nível de aplicação da propriedade distributiva.

As situações em que sugerem a aplicação da propriedade no seu nível particular, na sua maioria foram resolvidas assim, enquanto que, as situações que sugerem a aplicação no nível genérico, assim foram resolvidas.

Isso pode se revelar como um avanço significativo na compreensão dos sujeitos sobre a aplicação da propriedade distributiva.

Os sujeitos de quinta série demonstraram habilidades em aplicar a propriedade distributiva no nível particular, pois é esse o procedimento aprendido nas séries anteriores, uma vez que para esses sujeitos aplicarem a propriedade distributiva em nível genérico, precisariam de mais abstração.

Já os sujeitos de sétima série estavam, em termos de conteúdo, no momento de aplicarem a propriedade distributiva utilizando o nível genérico e, momento do conteúdo algébrico que é por excelência abstrato, daí a concentração no nível genérico.

Na terceira questão os sujeitos do primeiro ano do Ensino Médio apresentaram maior desenvoltura nas questões.

Finalmente, podemos indicar que, embora os sujeitos do primeiro ano superem em conceituação de aplicação da propriedade, os demais sujeitos, não conseguiram superar os sujeitos de sétima série em quantidade de soluções.

Diante do exposto, como uma das possibilidades de interpretação, apresentamos na folha a seguir os gráficos quanto à freqüência dos sujeitos no que diz respeito à aplicação da propriedade distributiva nos variados contextos matemáticos. Freqüência que se refere aos aspectos quantitativo e qualitativo da aplicação da propriedade distributiva.

Gráfico 1.A freqüência quantitativa da aplicação da propriedade distributiva

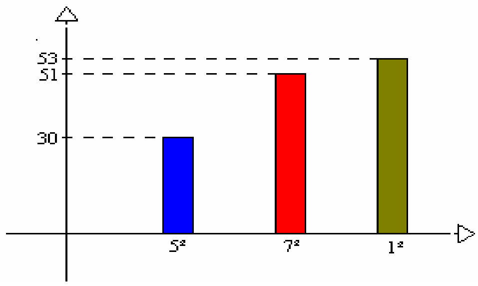
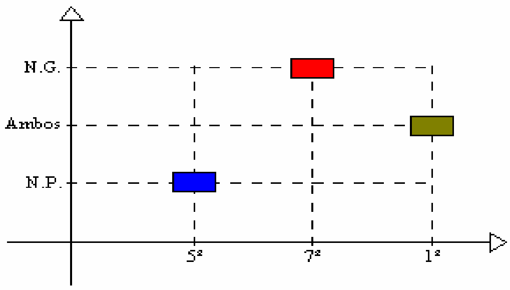


Gráfico 1.B freqüência qualitativa da aplicação da propriedade distributiva



Segundo o gráfico I.A, podemos inferir que, quantitativamente, houve diferenças reais entre os sujeitos de quinta série e de sétima série, mas não entre os sujeitos de sétima série e primeiro ano.

Os sujeitos de quinta série tiveram trinta aplicações da propriedade distributiva, sendo quatro do tipo parcial, vinte e seis no que denominamos de nível particular (resolução pela eliminação do parêntese).

Os sujeitos de sétima série tiveram cinqüenta e uma aplicações, sendo seis do tipo particular, três do tipo parcial e quarenta e duas no que denominamos no nível genérico (aplicação da propriedade no campo algébrico).

Quanto aos sujeitos do primeiro ano, tiveram cinqüenta e três aplicações da propriedade distributiva. Desse total, vinte e quatro foram aplicadas no nível particular, vinte e cinco no nível genérico e quatro do tipo parcial.

Deste resultado podemos inferir que há diferenças quantitativas e qualitativas entre os sujeitos de quinta e sétima série. Quantitativamente porque existe uma diferença numérica de vinte e uma aplicações da propriedade distributiva, e, qualitativamente porque os sujeitos de quinta série aplicaram predominantemente a propriedade no nível particular, enquanto que os sujeitos de sétima série aplicaram a propriedade no seu nível genérico.

Essa diferença pode ser assim explicada: primeiramente porque o nível genérico não é contextual para os alunos de quinta série, mas é contextual e necessário para os alunos de sétima série pelo o tipo de conteúdo abordado nesta série. Outra possibilidade era o conhecimento da natureza dos conteúdos presentes nas questões do teste que para os sujeitos de quinta série eram novos.

Quanto às diferenças entre sétima série e primeiro ano não existiu diferença quantitativa (51 aplicações de sétima a 53 aplicações de primeiro ano), mas houve diferença qualitativa. Segundo as tabelas apresentadas podemos inferir que os sujeitos do primeiro ano estavam “livres” do “contexto forçado”, isto é, os alunos de primeiro ano não estavam presos ao contexto em que a propriedade distributiva da multiplicação pode ser aplicada. Se os alunos de quinta série atinham-se no contexto particular (suscitado pelo contexto numérico), os de sétima atinham-se no nível genérico (suscitado pelo contexto genérico), enquanto que, os alunos de primeiro ano parecem optar por ambos os níveis (particular e genérico), conforme suscite a natureza do problema. Problemas de ordem numéricos pedem soluções no nível particular, os de ordem algébrica, pedem soluções em nível genérico.

O gráfico II.A, explica essa situação, pois indica os sujeitos de quinta série como sendo predominantemente como sendo de nível particular, os de sétima série como sendo predominantemente de nível genérico e os de primeiro ano, podemos considerar como os de “meio termo” quanto à aplicação da propriedade distributiva da multiplicação, entre os níveis particular e o genérico.

TABELA.4. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS QUANTO A APLICAÇÃO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA NAS TRÊS SÉRIES ESTUDADAS.

Categorias	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	3.c	3.d
	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Nível particular	10	10	5	1	-	-	12	8	-	8	-	2	-
%	66,7	66,7	33,4	6,6	-	-	80,0	53,3	-	53,4	-	13,3	-
Nível genérico	5	4	6	9	10	6	1	6	7	2	-	5	6
%	33,3	26,7	40,0	60,0	66,7	40,0	6,7	40,0	46,7	13,3		33,3	40,0
Parcial	-	1	3	-	-	-	-	-	1	-	-	-	6
%	-	6,6	20,0	-	-	-	-	-	6,6	-	-	-	40,0
Outras categorias	-	-	1	5	5	9	2	1	7	5	15	8	3
%	-	-	6.7	33,4	33,3	60,0	13,3	6,7	46,7	33,3	100	53,4	20,0
Total N	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
Total %	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Para efeito de estudo, iremos considerar inicialmente a primeira e segunda questão desta tabela, no que tange aos contextos numérico e algébrico. Quanto à terceira questão será apresentada separadamente, por contemplar os dois contextos citados anteriormente.

Levando em consideração a participação dos sujeitos da pesquisa, quanto à participação no nível de aplicabilidade da propriedade podemos dizer que:

(I) das questões de nível numérico 1.a, 1.b, 1.c, 2.a, 2.b destas, quatro foram solucionadas através da aplicação da propriedade no nível particular. Quais foram (1.a, 1.b e 2.a e 2.b). E resolvidas com a aplicação da propriedade distributiva no contexto numérico, no nível genérico tivemos a questão 1.c.

(II) quanto às questões de nível algébrico (1.d, 1.e,1.f, 2.c), a incidência da aplicabilidade da propriedade foi o nível genérico, isto é, foi utilizada com mais ênfase, a aplicação da propriedade assumida na forma x (a + b), válido em todos os campos da matemática.

Tal nível responde de forma satisfatória a contextos algébricos e numéricos. O que não acontece com a aplicabilidade da propriedade distributiva no nível particular. Sua aplicação é mais restrita, e, se utilizado em contextos não numéricos, poderá ocorrer a impossibilidade de sua aplicação e/ou do seu não reconhecimento. Nesse sentido, consideramos que os sujeitos vislumbraram a aplicação da propriedade distributiva aparentando uma compreensão de que os procedimentos (níveis particular e algébrico), possuem sua empregabilidade de acordo com o contexto matemático.

Quanto à terceira questão que trata do contexto de resolução de problemas, tivemos como resultado:

Na questão 3.a aplicação da propriedade em seu nível particular. Mesmo considerando os sujeitos iniciados na álgebra, poucos sistematizaram esta questão na sua forma mais elaborada, que vem a ser o nível genérico. Assim sendo, os sujeitos apresentaram-se nesta questão num mesmo patamar de compreensão para resolução da expressão 1.a, que é a solução do problema 3.a.

Na questão 2.b não foi possível qualquer inferência, pois a questão não foi compreendida pelos sujeitos.

Nas questões 3.c e 3.d tivemos o uso da propriedade no nível genérico o que, de certa forma, pode ter ocorrido em função de sua estrutura, pois esta sugere a aplicação da propriedade distributiva neste nível. Porém, no problema 3.d houve a mesma freqüência entre nível genérico e aplicação parcial, indicando que nesse problema reside dificuldades.

Portanto, do ponto de vista da compreensão da aplicabilidade da propriedade neste contexto, podemos dizer que os sujeitos apresentaram dificuldades em vislumbrar a aplicação da propriedade distributiva.

Tal dificuldade pode ter ocorrido em função de outras questões, que não necessariamente, tenha que ser o uso da propriedade distributiva em si.

Em se tratando das questões de contexto numérico que foram solucionadas no nível genérico, há um ponto a considerar: ambas estão na mesma estrutura de elaboração. Isto é, as mesmas possuem em comum o radical: 1.c. $4 (\sqrt{2} – 1)$, e 2.b. $4 (\sqrt{2} – 1) + 4 (1 - \sqrt{2})$. Entre os sujeitos, os de primeiro ano, contribuíram significativamente para esse resultado. Talvez porque o estudo da radiciação na oitava série sugere aos sujeitos vislumbrarem a aplicação da propriedade. Ou porque, os estudos nesta série não são contundentes na iniciação algébrica como ocorre na sétima série. Com isso podemos inferir novamente que a compreensão da propriedade está ligada a uma aprendizagem eventual.

Assim sendo, podemos considerar que _ no contexto numérico _ os participantes da pesquisa possuíam a tendência de utilizar como recurso de resolução a aplicação da propriedade no nível particular.

Mediante o estudo, podemos inferir que a aplicabilidade da propriedade distributiva tem uma probabilidade de ser aplicada de acordo com a estrutura da questão, e com isso o estudo deste conteúdo quando formalizado em contextos mais complexos, distancia-se da possibilidade do uso deste recurso com uma compreensão significativa.

Em suma, observando a tabela. 5, verificamos que há conteúdos de difícil compreensão, mesmo considerando que os sujeitos de quinta série não poderiam solucionar todos os exercícios. Foi o caso da expressão 1.f que obteve solução por apenas 40% dos sujeitos, e em especial o problema 3.b que não foi compreendido por 100% dos sujeitos.

No geral, a aplicação da propriedade distributiva, em que se pese seu conteúdo já iniciado nas terceira e quarta séries do Ensino Fundamental, e mesmo no Ensino Médio, sugere que cada conteúdo a ser estudado, exija do professor uma retomada nos conteúdos anteriores, no sentido de dar a estes um tratamento de “ferramentas” na compreensão de novos conteúdos escolares.

Por fim, se observarmos o quantitativo de cada nível (particular, genérico e outras categorias), podemos concluir que o montante das soluções se distribuem eqüitativamente entre os três níveis (51, 67 e 61 soluções) aproximadamente e quase não existindo soluções no nível particular (11 soluções).

4.3. SITUAÇÕES AVALIADAS COMO OBSTÁCULOS DIDÁTICOS

Dentre os obstáculos que avaliamos, elegemos aqueles que denotaram maior recorrência quanto à compreensão dos sujeitos dos conteúdos apresentados na aplicação da propriedade distributiva com vistas à sua resolução.

Entre esses obstáculos consideramos: (1) O não reconhecimento da multiplicação entre o fator e o parêntese; (2) operação com soma algébrica; (3) Operação com termos não semelhantes; (4) operação com fração heterogênea e (5) Tratamento dado à expressão.

Analisamos esses obstáculos separadamente, porém, em alguns casos, à medida que os sujeitos deveriam demonstrar maiores informações para resolverem as questões, detectamos a presença de mais de um obstáculo na mesma questão ocorrendo com isso dificuldade para a realização da atividade.

4.3.1. Obstáculo: O não reconhecimento da Multiplicação como operação entre o fator e o parêntese

TABELA. 5. SUJEITOS QUE NÃO RECONHECERAM A MULTIPLICAÇÃO COMO OPERAÇÃO ENTRE O FATOR E O PARÊNTESE

SÉRIE / QUESTÃO	N	1.a	1.b	1.c	1.d	1.e	1.f
5ª SÉRIE/ TOTAL	5	5	5	4	1	2	2
7ª SÉRIE/ TOTAL	5	-	1	-	-	-	-

Os sujeitos de quinta série, como já descrito nos procedimentos de resolução por série, deixavam um espaço entre o fator e o parêntese. Segundo nosso entendimento, isso indicava que, para estes sujeitos, entre o fator e o parêntese não havia uma operação. Tendo em vista que a propriedade distributiva se apresenta a esses sujeitos numa linha de raciocínio em que a aplicação no caso genérico não é apresentada nas séries iniciais do Ensino Fundamental, compreender a presença da multiplicação como operação, torna-se difícil.

Mas em que medida poderíamos aventar que essa situação se estabelece como um obstáculo didático? Na medida em que o ambiente de aprendizagem não exige vivenciar essa experiência. A leitura da idéia multiplicativa só aparece nas operações de forma explícita, e a aprendizagem da propriedade distributiva nas expressões numéricas pressupõe a eliminação do parêntese. Com isso, exigir outras aprendizagens neste conteúdo vai além da realidade destes alunos. Este problema decorre do tipo de abordagem dada às expressões numéricas pelos professores das séries iniciais. Estes, comumente trabalham com essas expressões evidenciando os sinais operatórios das operações fundamentais. Somente na quinta ou sexta série é que os professores passam a utilizar o sinal de multiplicação em forma de ponto (.) ou no caso de parênteses, sem ser evidenciado.

De forma menos freqüente, tivemos um sujeito de sétima série nesta situação, nos fazendo inferir que as experiências escolares pelas quais esse sujeito passou, ainda não foram suficientes para considerar essa forma de se apresentar a multiplicação numa dada expressão.

Com isso, não estamos advogando que todos os sujeitos devam aprender em um mesmo ritmo, e sim, compreendendo que no processo de apropriação do conhecimento social, as hipóteses empregadas pelos estudantes devem ser compreendidas como pistas para que a avaliação da aprendizagem ocorra como perspectiva de possibilitá-lo a rever o significado que construiu para determinados objetos de aprendizagem.

Os sinais operatórios são elementos do conhecimento social inserido na aprendizagem da matemática e, portanto, devem ser explicitados pelos professores.

A não compreensão da existência da multiplicação entre o fator e o parêntese, pode ser entendida, de forma mais ampla, como um exemplo de que no conhecimento científico para algumas aprendizagens há a exigência que se rompa com o modelo de conhecimento até então estabelecido, pois implica o aluno a desprender um outro raciocínio.

O protocolo na página seguinte demonstra como o sujeito de sétima série procedeu na resolução da expressão 1.b, no entanto, não procedeu assim nas demais. Talvez a comutatividade existente nesta operação tenha contribuído para que isso ocorresse.

(P) E na letra 1.b, como foi que você fez?
(SJ) Eu fiz..., eu multipliquei também, dois vezes um!
(P) Onde você achou essa menos três? (referi-me ao resultado do sujeito: (-3 + 2).
(SJ) Aqui, eu fiz o seguinte... Eu multipliquei, também aí..., é...dois vezes um dois. Mais... aí..., 2 – 3..., eu fiz....aí eu diminui.
(P) Pera lá, você achou primeiro o parêntese, na letra b. De onde vem esse menos três?!
(SJ) Menos três..?
(P) sim.
(SJ) Vem daqui, (apontando para a expressão (1 – 4). Eu somei aqui. (na verdade o sujeito subtraiu, e não, somou!).
(P) Tá, você resolveu o parêntese né, e depois você somou com o dois que tava aqui fora...?! (P/SJ)*.
(SJ) È. Aí menos três com mais dois dá um (o sujeito registra –1).
R= (1 – 4)2 = 1 – 3 ( ) + 2 = -1.

(P/SJ)* significa que pesquisador e sujeito falaram concomitante.

4.3.2. Obstáculo: Operação com Frações Heterogêneas

TABELA .6. SUJEITOS QUE APRESENTARAM DIFICULDADES COM FRAÇÕES HETEROGÊNEAS : questão 2.C. $\frac{(2 - X)}{3} + \frac{(X + 3)}{2}$

SÉRIE/QUESTÃO	N	2.C
5ª SÉRIE/TOTAL	5	4
7ª SÉRIE/TOTAL	5	3
1º ANO/TOTAL	5	4

A questão (2.c), foi uma situação-problema de pouca compreensão por todos os sujeitos investigados.

Quanto aos alunos de quinta série, levando em consideração a dificuldade do uso das variáveis, apenas um utilizou o recurso de redução de denominadores, atividade vivenciada na quarta série do Ensino Fundamental em operações com frações heterogêneas.

Os sujeitos investigados, em sua maioria, operavam como se a questão tratasse de soma ou subtração com frações homogêneas. Isto é, como se os denominadores fossem o mesmo, restando assim, somá-los.

Quando referendamos que os sujeitos já vivenciaram situações tratadas acima (como operação com frações), não estamos pensando a socialização do conhecimento atrelada a um momento único e pontual para aprender, ou seja, não é porque estes alunos viram este conteúdo e passaram por uma avaliação que a mediação pedagógica posterior a este momento, não deva estar atenta a estas questões, ou o fato do aluno ter passado por experiências tais, estas lhes permitiria não mais “errar” quando deparar como a situação já estudada.

Podemos chamar essa imprecisão (na redução de denominadores) na resolução como lacuna. E não entendemos essas lacunas somente como de natureza cognitiva e/ou didática, elas advém, também, do próprio conhecimento dos números. Lembramos, por exemplo, que foi preciso séculos para que a compreensão do conjunto **Z**[22] fosse devidamente entendida entre os próprios matemáticos. Mas nem por isso sua “não aprendizagem” deve ser naturalizada por estar na história da matemática como um obstáculo epistemológico.

Mas fica patente que, se o professor não considerar essas questões, não haverá como os alunos superarem tais obstáculos.

A exemplo quando, nas séries iniciais no estudo da comparação de fração, se compara 1/9 com 1/3, pode parecer muito simples, quando se registra no quadro o procedimento, mas à luz da compreensão desta operação, a aula precisa ser mais que local de inclusão. Isso porque quando se solicita que o aluno nas séries iniciais identifique qual das frações acima é menor, a tendência é o aluno desta fase indicar que a menor fração é 1/3 (um terço).

Isso porque no conjunto **N,** na relação de quantidade, três é menor que nove. Mas as frações pertencem ao conjunto **Q**[23], não cabendo o uso do mesmo raciocínio desprendido para as relações de quantidades inteiras naturais. Por isso, a tendência é o aluno comparar essas situações no valor absoluto dos

---

[22] Z indica números inteiros positivos e negativos. Este contém o conjunto dos números naturais: sistema de base dez.

[23] Q indica conjunto dos números racionais. Todo número que pode ser escrito na forma a/b. O conjunto z é subconjunto do conjunto Q. Q significa quociente. Bongiovani (1991). Ed.Ática.

denominadores, e assim identificarem 1/3 menor que 1/9.

Essa dificuldade em operar com frações heterogêneas alia-se a outros obstáculos didáticos como, por exemplo, o tratamento dado à expressão, entre outros, e, por conseguinte, essas dificuldades vão se avolumando. Eis aí um caso para se pensar a organização didática na perspectiva da teoria dos registros de representação semióticas de Durval (apud MACHADO: 2003). Perspectiva que aponta para que a linguagem matemática e seus códigos não sejam divulgados de forma descontextualizadas. Descontextualização aqui tratada na relação do próprio saber matemático.

Ao avolumar dificuldades, o pensamento _ metaforicamente _ se torna uma “caixinha”, em que as informações vão se engrenando. E se engendram, não por estabelecer relações lógicas e/ou contextuais, mas por não se saber como empregá-las.

Vejamos os protocolos abaixo de alunos de sétima série e primeiro ano na questão demonstrando que possuem informações sobre redução de denominadores de fração heterogênea. No entanto, as informações estão desarticuladas do contexto necessário para seu uso.

Protocolo do sujeito de sétima série.

(P) E aqui? (referindo-me à questão 2.c).
(SC:) Aqui eu tirei o m.m.c. pelo método tudinho, né. Aqui dois vezes, ... é 2 –x + 3, vezes mais x, mais três e cortei (cortar, refere-se, a eliminação dos denominadores), e igualei a zero.
(P) E por que você cortou?
(SC) Bom, eu cortei, porque o que me ensinaram foi a cortar.
(...)

Protocolo do Sujeito do primeiro ano

(P) E igualou a zero por quê?
(SC) Porque aí vai se tornar, se tornar uma equação.
(P) E porque vai se tornar uma equação/
(SC) Pra mim poder solucionar o problema?
(P) E o que é pra você solucionar o problema?
(SC) A solução do problema, pra mim é dá a solução, o resultado dele, o resultado final.
(P) E qual é esse resultado final?
(SC) È encontrar o valor de “X”.

Como se pôde perceber, esses sujeitos não diferenciam o algoritmo de solução de adição de frações heterogêneas do algoritmo de resolução de equações. Na verdade, este último se configura como um obstáculo didático em relação ao primeiro.

4.3.3. Obstáculo: Operação com Soma Algébrica

TAB.7. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS QUE TIVERAM DIFICULDADES EM OPERAR COM SOMA ALGÉBRICA.

SÉRIE/ QUESTÃO	N	1.b	1.c	1.d	1.e	2.a	2.b	2.c	3.d
7ª SÉRIE	5	4	4	-	2	2	4	3	5
1º ANO	5	2	3	2	2	1	2	1	2
TOTAL	10	6	7	2	4	3	6	4	7

Pudemos observar na tabela 7 que a dificuldade em operar com soma algébrica é forte, inclusive em alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Uma dificuldade que parece atravessar anos de escolarização. Esta inferência vem do fato de que a soma algébrica é decorrente do surgimento na escola do estudo dos números inteiros, e isto se dá na sexta série. Ora, os dados apontam que os sujeitos de sétima série tiveram 24 situações de dificuldades com este conteúdo e os de primeiro ano (dois anos depois da sétima e três anos depois de iniciados os estudos sobre números negativos) apresentaram 15 dessas situações, o que não é muito diferente.

Encontramos procedimentos, os quais davam indícios de que para os alunos, havia apenas uma informação a ser empregada, ou seja, existia uma subtração real a ser feita como acontece na aritmética. Assim, os procedimentos denotaram o uso de um mesmo tratamento, tanto para os números negativos, quanto para os números naturais, sem levar em conta a soma algébrica.

Entre estas questões destacamos 1.b: (1 – 4) 2, por estar no nível numérico, e por não concentrar outros conceitos que poderiam ocasionar esta dificuldade.

Porém, mesmo admitindo que esta questão poderia ser mais bem trabalhada, é uma das que os sujeitos mais incidem em não considerar a operação 1 – 4 = -3, realizando a operação no campo natural, ou seja 1 – 4 = (4 – 1) = 3

Além das questões de natureza teórica como é o caso da construção da idéia e aceitação dos números negativos e que podem explicar esse “equívoco” dos alunos, inferimos também que isto pode resultar da forte ênfase da precisão dos conceitos do ensino de matemática nas séries iniciais. A exemplo, os estudos de Lesley e Booth (1995), concluem que no ensino e aprendizagem de matemática neste nível há uma forte cristalização de conceitos matemáticos como, por exemplo, a idéia difundida de que só se pode dividir o maior número pelo menor.

Para esses autores, a precisão conceitual pode interferir em estudos algébricos, pois aritmeticamente o aluno pode escrever 12 ÷ 3 ou 3 ÷ 12, contanto que a resposta esteja certa. Porém, os autores advertem que na álgebra p ÷ q e q ÷ p assumem conceitos diferenciados. Esta situação é um dos obstáculos mais fortes na aprendizagem de divisão e que implica no conceito de fração.

Essa implicação, estando diretamente ligada ao fator posto acima, de forma genérica poderíamos estar aventando que essa rigidez possibilitaria uma forma linear de conceber a matemática e que ao chegar nos estudos da álgebra, propriamente dita, a visão dos conceitos matemáticos, baseados no entendimento linear da quantificação, poderia causar uma certa impossibilidade para generalizações necessárias nos estudos tanto da álgebra, quanto dos números negativos.

Generalizações que devem ser contempladas desde as séries iniciais. Se para o ensino da álgebra, o aluno precisa generalizar; na aritmética, a assertiva também é verdadeira, uma vez que para saber interpretar situações-problema, o aluno precisa de um pensamento reversível. Uma outra situação imprescindível para a compreensão de simbologia matemática, poderia-se aventar, seria o uso adequado dos parênteses na resolução de situações-problema. Os alunos nas series iniciais conseguiriam transitar na estruturação de um problema sem que o parêntese estivesse explícito? Como possibilitar aos educandos essa abstração? Nos parece, no mínimo, inquietador tais questões.

Abaixo, foram destacados os protocolos que demonstram que a soma algébrica não foi interpretada por alguns sujeitos.

Protocolo de sujeitos de sétima série.

Sétima Série (SE) Eu subtraí, né, o que ta no parêntese, e multipliquei por dois que deu seis.

Protocolo de sujeito do primeiro ano.

(SF) Eu fiz praticamente como a letra “a” (1.a), só que eu fiz primeiro quatro menos um, que deu três, aí eu baixei o dois.

4.3.4. OBSTÁCULO: Operação com Termos Não Semelhantes

TABELA. 8. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS QUE APRESENTARAM DIFICULDADES EM OPERAR COM TERMOS NÃO SEMELHANTES

SÉRIE/QUESTÃO	N	1.D	1.E	1.F
7ª SÉRIE	5	2	3	2
1º ANO	5	3	4	3
TOTAL	10	5	7	5

Os sujeitos que apresentaram dificuldades em operar com termos não semelhantes foram assim categorizados porque na resposta apresentavam uma “junção” das variáveis, como se estivessem multiplicando.

Quando eles operavam sem considerar essas nuanças, procederam analogamente às crianças de Ensino Fundamental quando não conseguem classificar objetos por categorias. Assim como somar pêras e maçãs se obterá frutas, e nunca pêras ou maçãs; também não se pode operar com a aplicabilidade da propriedade distributiva envolvendo a soma algébrica de termos não semelhantes como, por exemplo 5(x + y) = 5xy.

Nas expressões acima citadas as resoluções se satisfaziam a partir da aplicação da propriedade distributiva, sem efetuar a soma obtendo como resultado a seguinte representação 1.e. 5x - 5y; e 1.f. yx + yk.

Pudemos observar nos registros dos sujeitos, que nas expressões 1.c 4(√2 – 1), 1.e 5(x – y) e expressão 1.f y (x + k), que os sujeitos somente admitiam respostas se houvesse uma simplificação ainda maior, é como se houvesse a presença do sinal de igualdade para que eles considerassem ter chegado ao resultado, o que nos levou a inferir que estes sujeitos admitiam a necessidade de se dar uma resposta mais simplificada. Talvez isso tivesse influenciado os alunos a somarem termos não semelhantes. O que nas séries iniciais seria a necessidade “divulgada pela opção metodológica de ensino” de que todo problema necessariamente possui uma única resposta, uma resposta numérica. Na expressão 1.e ficou patente essa observação.

Nesse sentido, inferimos que nos procedimentos dos sujeitos categorizados na tabela acima, reside um obstáculo didático que pode ter ocorrido entre outros motivos pelo: acúmulo de informações que este sujeito não conseguiu resignificar e/ou, pela concepção de que num problema deve-se dar uma resposta que evidencie uma comutação em virtude da igualdade.

Outro fator que poderíamos estar aventando para esta situação, pode vir a ser a internalização dos conceitos das operações multiplicativas com termos não semelhantes. Quando existe a multiplicação com termos não semelhantes, a resposta pode ser registrada de forma que todos os termos aparecem agrupados por justaposição, como fez o sujeito do primeiro ano do Ensino Médio ao ter dado na expressão 1.f. a resposta y.x.k, o que não poderia ter acontecido, visto que havia o emprego da propriedade distributiva implícita pelo parêntese.

A oscilação de procedimento (ora solucionando como se estivesse envolvendo uma multiplicação, ora solucionando envolvendo a propriedade), envolvendo a mesma variável (neste caso a soma de termos semelhantes) evidencia a dificuldade dos sujeitos em aplicar um conhecimento matemático em seus variados contextos, bem como fica evidente que o acúmulo de conteúdo não internalizado vai agravando a compreensão dos sujeitos em questões nas quais os mesmos deveriam apresentar domínio.

O protocolo do sujeito de sétima série apresentado abaixo diz respeito ao fato de como o sujeito compreende a resolução desta expressão.

4.3.5. 0BSTÁCULO: Tratamento dado pelos sujeitos à Expressão, tornando-a Equação

(P) E aqui como foi que você fez essa questão? (1.e)
(SH) Eu multipliquei cinco por x e cinco por y.
(P) Aqui no final você diz que dá xy. Por quê dá xy?
(SH) Porque aqui é menos (refere-se à operação do parêntese), e cinco menos cinco não pode.(refere-se ao resultado 5x – 5y igual xy; onde 5 – 5 igual a zero, resultando xy).
(SC) Eu fiz cinco vezes x, cinco vezes y.
(P) E esse x – y aqui embaixo? Como foi que deu isso?
(SC) EU cortei o cinco com o cinco e ficou x – y.

TABELA. 9. FREQÜÊNCIA DOS SUJEITOS QUE INTERPRETARAM A EXPRESSÃO COMO EQUAÇÃO

SÉRIE QUESTÃO	N	1.C	1.D	1.E	1.F	2.A	2.C
1º ANO	5	1	3	1	1	1	3

Consideramos como obstáculo didático, o entendimento empregado pelos sujeitos, no que diz respeito à compreensão das expressões com variáveis. Neste caso, tivemos a presença de sujeitos de sétima e primeiro ano que igualavam a expressão a zero na tentativa de encontrar um valor para “x”.

Como já citada na descrição dos procedimentos dos sujeitos por série, a presença da variável é um conceito em construção para o aluno, assim como este pode denotar ser uma equação, pode, também ser tratado como um sistema, de acordo com o número de equações e variáveis.

Com isso nos causou um estranhamento. Que significado tem a noção de variável para esses sujeitos. Achar o valor de ”x” poderia ser um resquício da aprendizagem das equações, mas também poderia ser a presença do pensamento aritmetizado muito forte no aluno. Achar o valor da variável pode estar ligado à idéia de que na aprendizagem matemática, a resposta numérica é a provável.

Apresentaremos os protocolos de dois sujeitos nas questões: 1.d [2 (x + 3)) e questão 2.c (2 – x)/3 + (x + 3)/2, em relação ao tratamento da variável.

Protocolo do sujeito de primeiro ano.

(SA) Igualei a zero.
(P) Pra quê?
(SA) É uma equação do primeiro grau

Protocolo do sujeito de sétima série.

(SB) Aqui eu fiz pelo método da distribuição e igualei a zero, e..., e..igualei a zero para ser uma equação do primeiro grau. Porque tem um x e não é elevado ao quadrado. Porque aqui (refere-se ao resultado da aplicabilidade da propriedade resultando 2x), não pode somar o x, menos, da expressão, porque o x está com o dois.

(P) Então, como não pode somar, você igualou o zero, e, calculou o valor da variável x. É isso?
(SB) Hum, rum.

Dos protocolos e registros dos sujeitos investigados nos propomos a tornar explícito situações as quais possibilitavam demonstrar as estratégias que os educandos utilizavam para registrarem sua compreensão matemática.

E essas situações, chamadas de obstáculos didáticos, assim os são concebidos por se apresentarem como elementos conceituais impregnados na forma de pensar desses indivíduos, impedindo-os de desenvolver atitudes matemáticas rumo à expansão de proposições válidas.

Na perspectiva de levantar algumas situações que possibilitassem aos sujeitos repensarem suas atitudes frente aos erros na aprendizagem matemática, se buscou chamar atenção para o fato de que é imprescindível a observação particularizada dos procedimentos do aluno.

Essa observação tem a ver com a avaliação, com a forma de como se concebem as estratégias de resolução em contextos de aprendizagens, em aproveitar as "lacunas" para se construir espaços pedagógicos em que os processos mentais sejam, na medida do possível, objeto de observação consciente. Isto é, levar os alunos a tomarem consciência de seus erros numa perspectiva construtiva de seus conhecimentos escolares e, como conseqüência, levá-los a uma atitude de aprender a aprender.

A literatura sobre obstáculo didático reserva algumas cautelas quanto ao seu "enquadramento" nas práticas pedagógicas, uma vez que sua origem pode congregar fatores de variadas ordens. Para La Taille (apud: Pinto, 1997), o relativismo em relação aos erros dos alunos deve ser levado em consideração.

Possibilitar espaços de aprendizagens construtivas tem a ver com a observação dos erros como elementos legítimos de reflexão

De posse dos obstáculos didáticos concebidos na aplicação da propriedade distributiva, ficou evidenciado que é de fundamental importância estabelecer uma aproximação real entre o professor e o educando, buscando o professor, compreender nas atitudes procedimentais dos alunos se seus erros advém de seleção de procedimentos errados, da cognição, ou de fatores afetivo-emocionais, como forma de encontrar nestes, a possibilidade de revertê-lo em situações que o aluno possa avançar em sua forma de pensar.

Visto as inúmeras construções que os sujeitos realizavam na tentava de buscarem a resposta certa, é de crucial importância a reconstrução de situações de aprendizagem para que o aluno consiga superar conhecimentos que estão "estabilizados" no plano intelectual e que os impedem de dominar a linguagem matemática de forma adequada.

Os obstáculos didáticos aqui tratados possuem a limitação que nossa criatividade e crítica pôde estabelecer. Vimos que os sujeitos agrupavam informações utilizando-as de forma indevida, mesmo que busquemos explicar o princípio que gerou o erro, a validade de diagnosticá-lo está em tê-los como pistas das suas condições “reais” de aprendizagem como forma de potencializá-la.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ainda que a divulgação do saber seja a função da escola, sua socialização necessita de averiguações que estejam além da transmissão propriamente dita.

Trabalhar de forma a possibilitar que os objetos de aprendizagem matemática sejam significativos, implica em tornar os significados que estão presentes na cultura individual do aluno em ancoragem a outros significados conceituais.

Nesse sentido, vale ressaltar que a verificação da aprendizagem desempenha papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem, pois é através desta, que o professor poderá observar como os sujeitos se apropriam e elaboram significados. De posse dessas informações é que será possível possibilitar ao educando atitudes matemáticas construtivas. Para tal, tanto os processos de interação, como as construções individuais que os alunos realizam estarão a favor desse desenvolvimento.

A avaliação da aprendizagem, embora busque sinalizar para o professor, para a escola, pais e os próprios alunos sobre a aprendizagem escolar, sua abrangência esteve voltada para a observação do que Hiebrt (1992) chama de inteligência reflexiva, ou seja, na aprendizagem formal a verificação do rendimento escolar esteve voltada para os processos mentais que são passíveis de observação. Porém, é mister não tomar essa assertiva para a promoção da avaliação como prática do exame.

Esta investigação teve como objeto de estudo analisar a atitude matemática dos alunos frente à aplicação da propriedade distributiva da multiplicação em três séries diferentes com a intenção de tomar a avaliação diagnóstica como atividade mediadora entre o desejo de ensinar por parte do professor e o que os alunos demonstram compreender dos conceitos a eles divulgados.

De um modo geral, pela tabela 4. os alunos aplicaram a propriedade distributiva nos variados contextos, sendo que no contexto de resolução de problemas, os alunos possuíram maior dificuldade de interpretar a linguagem natural (3.a e 3.b), para a linguagem matemática.

Em outras categorias e na aplicação da propriedade de forma parcial a freqüência dos alunos na medida em que a questão envolvia conceitos mais complexos, mesmo os alunos que poderiam operar com mais desenvoltura, apresentaram descompasso entre os conceitos necessários para a resolução a contento das questões (concluintes do Ensino Fundamental e alunos iniciantes do Ensino Médio), e o que eles demonstraram compreender da questão como um todo. Observou-se que o domínio dos conceitos dos objetos de aprendizagem matemática apresenta-se em construção, necessitando serem internalizados. Ressalvam-se os alunos de quinta série no que diz respeitos a certos conteúdos.

Nos obstáculos didáticos, inferimos que se não dificultaram de forma considerável (ver tabelas 5,6,7,8 e 9) a aplicação da propriedade distributiva, contribuíram para a dispersão dos sujeitos nas categorias de análise apontando para situações que precisam ser retomadas.

A relação da não compreensão da aplicação da propriedade distributiva com as dificuldades na aprendizagem matemática esteve ligada às situações em que os alunos não “sabiam” como proceder quando esta envolvia conteúdos como radiciação, termos não semelhantes, entre outros. Notadamente, tal fato ocorria quando o conteúdo ainda não fazia parte do cotidiano do aluno, isso se tratando de alunos de quinta série não iniciados na álgebra, o que já era esperado em função das experiências escolares. Porém, essa mesma conduta foi observada nos alunos que já haviam vivenciado a aprendizagem dos conteúdos apresentados.

Nesta relação também esteve presente o modelo de aprendizagem sobre a matemática. Mais precisamente, para os sujeitos de quinta série, interpretamos que a matemática é concebida como relação de quantidade. Inferimos, portanto, que esses alunos nas séries iniciais do Ensino Fundamental receberam uma aprendizagem presa à aritmetização dos conteúdos. A exemplo nos registros, um dos sujeitos escreveu que não poderia resolver a expressão 1.d. porque, segundo o aluno, a expressão “não tem número”. Conclui-se, portanto, que o excessivo processo de aritmetização dos conteúdos nas séries iniciais poderá ser um fator limitante na aprendizagem da álgebra.

Para os sujeitos de sétima série e primeiro ano do Ensino Médio a dificuldade ficou por conta de certos conhecimentos que ainda pareciam ser muito recentes como, por exemplo, a radiciação e a soma algébrica, que albergaram um índice considerável de dificuldades.

Assim sendo, a preocupação fica por conta de que a avaliação da aprendizagem necessariamente precisa ser assumida como um projeto possibilitador de situações de aprendizagens em que o exercício do raciocínio lógico promova a organização do pensamento do aluno com vistas a dominar os códigos culturalmente elaborados. Ser assumida no sentido de Perrenoud (2000), como prática que pretende romper com a exclusão.

Do ponto de vista do desempenho dos alunos quanto à aplicação da propriedade distributiva nos níveis particular ou genérico, tinha a ver com os estudos que os sujeitos haviam vivenciado. Os sujeitos de quinta série apresentaram mais ousadia quanto à aplicação da propriedade distributiva. Talvez pelo fato dos conteúdos serem tão distantes da sua realidade que os alunos prenderam-se no que era mais próximo de suas experiências escolares sem, contudo, haver grandes preocupações em dominar os conteúdos desconhecidos.

Em relação à aplicação da propriedade distributiva quanto aos contextos matemáticos, a própria estrutura da questão muitas vezes possibilitava a aplicação da propriedade. E mais uma vez, a série em que se encontra esse sujeito lhe resguardava certas atitudes matemáticas perante a propriedade distributiva.

O teste, quando pensado em três contextos diferenciados para a utilização da aplicação da propriedade distributiva, contemplou a resolução de problemas como contexto que se insere em um maior grau de abstração.

Esse contexto, embora contemplando questões pautadas na estrutura das questões anteriores, apresentou-se como um contexto não muito familiar aos alunos. Para resolver um problema o aluno deve ter a habilidade de combinar a representação semiótica, transformando-a de linguagem natural para linguagem matemática, bem como possuir uma regulação sobre a ação mental que está operacionalizando.

Dos problemas apresentados, os problemas 3.c e 3.d estão registrados de forma semelhante aos contextos das questões anteriores. No 3.c o contexto envolve situação geométrica, o perímetro, estudado nas séries iniciais. O que não foi suficiente para que os sujeitos não se concentrassem em outras categorias. Demonstrando assim, inabilidade em trabalhar a propriedade distributiva envolvendo essa situação. De acordo com a tabela 1.4 houve uma freqüência de 53,3% dos sujeitos na categoria acima citada. Quanto ao problema 3.d a ênfase esteve na aplicação genérica da propriedade distributiva; para os sujeitos de primeiro ano o conteúdo deste problema esteve mais próximo de suas vivências escolares que o conteúdo de perímetro. Nesses problemas, a estrutura dos mesmos expressa - com notoriedade _ a necessidade do uso da aplicação da propriedade distributiva principalmente por alunos de sétima série e primeiro ano, e mesmo assim, a assimilação esteve por conta do momento de aprendizagem vivenciada pelos alunos, muito mais que pela compreensão da aplicação da propriedade distributiva da multiplicação.

Mediante os procedimentos dos sujeitos, uma preocupação toma assento: a formalização dos conteúdos. Quando se apresenta o conhecimento matemático ao aluno como se este fosse uma síntese a ser consumida, sem concebê-lo como uma história construída, a ênfase na formalização acaba por interferir na construção dos conceitos e tornar-se um obstáculo didático onde o educando não percebe a necessidade de construir um outro sistema conceitual que venha dar conta do novo material a ser compreendido.

Entre inúmeros caminhos que o professor poderia oferecer ao aluno com vistas a dominar o conteúdo matemático, apontamos a avaliação diagnóstica, como elemento cultivador de uma organização didática onde a formalização esteja a serviço da potencialização de conceitos.

Esse cultivo tem a ver com a idéia de erro no fazer pedagógico, onde os procedimentos errados que expressam o pensamento do aluno passam a ser um motivo para pesquisá-lo. Para tal, escreve Schubring (1998, p.16), o importante é:

> Que seja não simplesmente declarado defeituoso o processo de pensamento do aluno, mas antes pesquisar as estratégias dos alunos (...), corre-se o risco de excluir e declarar como objetivo algo que pode ser uma variável dos erros dos alunos: o conhecimento em si.

Ao pesquisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas, o processo de ensino aprendizagem passa a ser envolvido por questões além da mera correção, e com isso o próprio ensino também se avalia.

Levando-se em consideração que as estratégias didáticas motivam uma maneira dos educandos utilizarem certos procedimentos, concebemos que as dificuldades dos alunos em dominarem certos códigos pode muitas vezes estar em função das noções da disciplina que se passa nas atividades de sala de aula.

As pesquisas de Lins (2003), Lesley e Booth (1995), sobre o ensino da álgebra, incluem alunos do Ensino Fundamental nos estudos algébricos, apontando para a importância deste ensino como elemento propício para a abstração em séries futuras. Ressaltamos que seus estudos não primam pela antecipação da formalização, e tampouco acrescentam conteúdos.

Em seus estudos a intenção é discutir um ensino que se preocupe com a formulação lógica do aluno, com possibilidades deste alcançar outros níveis de compreensão, onde a vivência algébrica seja possibilitada às crianças. É possibilitar ao aluno transitar pela linguagem matemática em diferentes registros, num processo de ensino dialógico. Nessa perspectiva, uma das contribuições para que o aluno seja numeralizado pode ser o educador ocupar-se de verificar a divulgação do conhecimento social com as relações lógicas que o educando tem desenvolvido ou a desenvolver no cotidiano escolar.

Compreender um ensino para o desenvolvimento do raciocínio lógico para Machado (1990), não significa utilizar um discurso que endeuse a matemática como disciplina por excelência para tal. O autor chama atenção para o fato de que não se conceba esta linguagem como gênese para o desenvolvimento lógico, e sim uma das fontes para tal.

Podemos, a partir da tabela 4, inferir que apesar dos sujeitos vislumbrarem a aplicação da propriedade distributiva, estes não transitam nos conceitos matemáticos com vista ao desenvolvimento da flexibilidade de pensamento, o que pode ser traduzido em autonomia intelectual. Isso só será possível quando a aula for um espaço de construção, implicando na “capacidade” do professor saber “ler” nos escritos do aluno, seu nível de compreensão do conteúdo abordado e daqueles que, como ferramenta, apresentam-se na solução de um dado problema/exercício.

Capuchinho (2000), considera flexibilidade de pensamento a capacidade que os alunos têm em lidar com o simbolismo matemático, ora relacionado com um procedimento, ora relacionado com um conceito. Ou seja, que o aluno seja capaz de lidar nas diversas linguagens e contextos matemáticos, ou seja, entre outros aspectos, é tornar-se numeralizado[24].

No desenvolvimento dessas habilidades, a escola se encontra como espaço de excelência, pois sua função é maximar o aprendizado dos sistemas de notações simbólicas hierarquizadas, utilizando para tal o raciocínio lógico, não se esquecendo, porém, de que há simbolismos que não dependem de conhecimento lógico matemático, mas de conhecimento social.

Assim sendo, é fundamental o professor perceber que tipo de ajuda o aluno mais precisa em determinada situação. Com isso, há a possibilidade de uma reorganização pedagógica que leve em conta as relações interpessoais, o tipo de atividade empregada, a forma de exercer a prática avaliativa, bem como proporcionar ao educando enfrentar situações-problemas testando estratégias como forma de provocar reflexão e o estabelecimento de relações lógicas.

As informações, sejam na educação elementar ou em outro nível, devem resguardar, como objetivo maior, que o conteúdo seja significativo.

O erro, como estratégia didática e a avaliação diagnóstica, devem ter como fim último uma intervenção em que se pesquise, avalie e que se conheça quais

---

[24] No sentido de Nunes e Bryante (1997), ser numeralizado significa ser capaz de entender algumas das formas pelas quais a matemática pode ser usada como meio de comunicação.

são os possíveis conhecimentos e esquemas presentes nos educandos, como forma de contribuir para sua formação de sujeito numeralizado, compreendendo aí a importância de um pensamento flexibilizado para o entendimento da matemática.

O que queremos dizer, é que, mesmo a avaliação ainda utilizando instrumentos ditos “tradicionais” (como os testes), assumirá seu caráter emancipatório quando o “olhar” para a produção do educando for um olhar com olhos de garimpeiro. Garimpando o conhecimento do sujeito em cada traço de papel, levantando as hipóteses sobre os porquês daqueles escritos, tanto certos, quanto errados, e, a partir daí, avaliar o processo e seus sujeitos.

O que ficou notório é que mesmo os conteúdos mais elementares (como a aplicação da propriedade distributiva), precisam ser contemplados com uma didática que possibilite o avanço cognitivo do aluno com uma aprendizagem em que os conceitos sejam objetos mentais.

No entanto, deve-se considerar na compreensão da aprendizagem matemática, incluindo aí os erros/obstáculos didáticos, o que Bogayanlensky e Menchinskaya (apud Moysés: 2001, p.48), dizem sobre o “fenômeno de regressão”. Moysés considera que para os autores, este fenômeno acontece quando o aluno, após passar uma certa etapa de aprendizagem, pode descender em uma certa habilidade mental aprendida anteriormente, isto é, que o aluno após um determinado tempo pode demonstrar inabilidade em um certo conceito já estudado. Inferimos, portanto, que essa regressão pode não ser uma volta a patamares anteriores de compreensão, mas uma tentativa de articular o conteúdo aprendido com o conteúdo a aprender, sobretudo se o aprendido é ferramenta para o novo.

Piaget (1965), analisou as estruturas de conservação em vários aspectos (conservação de massa, número, peso, comprimento, área e volume), admitindo que estas estruturas iniciam-se em torno dos cinco anos e vai até os doze anos, sobretudo, porque, embora seja a mesma estrutura, o conteúdo que se aplica, altera o comportamento do sujeito, o que fez Piaget levantar a hipótese das décalagens ou defasagens que classificou de horizontal e vertical.

O que se verificou é que enquanto a conservação de massa surge em sujeitos em torno de cinco anos; a conservação de peso só se verifica em torno dos sete ou oito anos e a conservação de área e volume, somente após nove a doze anos.

Isto reforça a hipótese de que o tipo de conteúdo interfere na estrutura de pensamento do aluno produzindo o fenômeno de regressão. Assim sendo, a avaliação diagnóstica é de fundamental importância para que o professor tome decisões pedagógicas necessárias para reforçar uma aprendizagem do conteúdo. E assim, quando nos propomos a corrigir com a intencionalidade de intervenção emancipatória, "erro" torna-se ponto de reflexão, tanto para quem ensina, quanto para quem aprende. O "erro", então, é compreendido como elemento que possui uma marca, parafraseando Chevellard (2000), possui, um habitat epistémico.

A avaliação da aplicação da propriedade distributiva neste estudo não cerra outras possibilidades de investigação. Como já fora colocado, seu valor acadêmico envolve-se por ser hermenêutico, como passagem para novas investigações.

Enfim, o estudo da aplicação da propriedade distributiva nos possibilitou perceber que o processo de produção e negociação dos significados dos saberes escolares é muito mais complexo, deixando-nos como um dos pontos para reflexão: como proporcionar aos educandos espaços de aprendizagens construtivas com vista a formação de cidadãos críticos e numeralizados?

Como forma de elaborações provisórias poderíamos estar verificando entre outras questões: Como o ensino das demais propriedades poderia contribuir para o desenvolvimento do pensamento flexibilizado? Como o ensino dos sinais operatórios nas séries iniciais do Ensino Fundamental favoreceriam a aprendizagem algébrica? De que forma o conhecimento físico nas séries iniciais possibilitaria o desenvolvimento da capacidade de abstração do educando com vista aos estudos algébricos? Em que medida a utilização de conflitos cognitivos/ sóciocognitivos favoreceriam uma aprendizagem matemática duradoura? Como a avaliação da aprendizagem tem colaborado para a verificação dos fatores que afetam o processo de aprendizagem?

Como síntese provisória deste estudo, que não é o fim, mas o começo de uma nova caminhada, aproveitamos as palavras de Rabelo (1998, p. 49) que nos diz que:

> Quando a escola organiza o ensino num nível meramente representacional, comete o erro de não considerar as categorias conceituais, que as crianças já possuem, sobre os objetos de conhecimento; deixa-as sem oportunidades de interação com eles, de explicarem fenômenos que entendem, de exporem e reelaborarem conceitos que já possuem.

Assim sendo, este trabalho vem contribuir para que essa assertiva de Rabelo seja verdadeira, pois o que ficou patente neste estudo é que os alunos demonstram uma mente criativa e viva quando aplicam o conceito corretamente, quando o aplicam parcialmente e quando, apesar da novidade de um conteúdo não compreendido ou ainda não estudado, corajosamente se lançam a especular o que pode ser verdade. Cabe, portanto, a nós professores, aproveitarmos essa coragem camuflada de erro para encorajá-los mais ainda a acreditarem que de uma hipótese levantada pode-se chegar a uma verdade, não antes de se ter a coragem de tentar prová-la.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAGÃO, Rosalia Maria Ribeiro. Aspectos Teórico-Metodológicos Fundamentais para compreender a dimensão processual do Ensino em curso Profissionais Universitários de graduação. In: Aragão et al. Tratando a Indissociabilidade Ensino Pesquisa e Extensão. São Bernardo do Campo: UMESP/SP, pp, 11-25, 2002.

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. Filosofia da Educação. São Paulo: Moderna, 1996.

BACHELARD, Gaston. A Formação do Espírito Científico: contribuições para a psicanálise do conhecimento. Rio de Janeiro: Ed.Contraponto, 2001.
BACON, Francis. Coleção Os Pensadores. São Paulo-SP: Ed. Nova Cultura Ltda, 1999.

BIRUASCO, Regina. Sobre Avaliação Matemática: uma reflexão. In: Educação em Revista, Belo horizonte, nº 36, dez. pp, 256-263, 2002.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculo Epistemológicos e a pesquisa em Didática da Matemática. In: Educação Matemática em Revista, nº 6, Ano 5,pp 13-27, maio de 1998.

BUENO,Francisco da Silveira. Dicionário Escolar da Língua Portuguesa. 11ªed. Rio de Janeiro: FAE. Ministério da Educação. pp,154, 1986.

COLL, César et al. Os Conteúdos na Reforma Ensino e aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

CAPUCHINHO, Denise S. R. Fatores que Influenciam na Aquisição da Flexibilidade do pensamento Matemático pelos Alunos. IV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em educação Matemática. UNESP- Rio Claro,SP. 2000.

CARVALHO, José Sérgio Fonseca de. As Noções do Erro e do Fracasso Escolar algumas considerações preliminares. In: AQUINO, Julio Groppa (Org.). Erro e Fracasso na Escola: Sp: Summus, pp, 11-24, 1997.

CHEVALLARD, Yves et.al. Esboço da Teoria das Situações Didáticas. In:Estudar Matemáticas o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: ArtMed, pp, 213-225, 2000.

______________ A "Irresponsabilidade Matemática" do Aluno. In: Estudar Matemáticas o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, pp, 79-81, 2001.

CHEVALLARD, Y. La Transposition Didatique. Paris. La Pensée Sauvage, 1999.

CLARETO, Sônia Maria Educação Matemática e Contemporaneidade: Enfrentando discursos Pós-Moderno. In: Revista Bolema, Ano 15, nº 17, jan-jun, pp, 20-39, 2002.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan História da Educação matemática. In: Cadernos do centro de Estudos Educação E Sociedade (CEDES), Campinas: Papirus, nº 40, pp 7-17,1996.

_____________ História da Matemática no Brasil uma visão panorâmica até 1950 Etnomatemática http:// www.matemáticahoje.com.br/telas/mat_educ.asp. 20/10/03 às 10:43, 1999.

_____________. Educação para uma Sociedade em Transição. Campinas-SP: Papirus, 2001.

__________. Educação Matemática da Teoria à prática. Campinas: Papirus,1998.

DAVIS, Cláudia e ESPÓSITO, Yara Lúcia. Papel e Função do Erro na Avaliação Escolar. Caderno de Pesquisa. Nº 74, agosto, pp, 71-75,1990.

DEPRESBITERIS, Lea. O desafio da Avaliação da Aprendizagem dos fundamentos a uma proposta inovadora. São Paulo: EPU, 1989

DESCARTES, René Coleção Os Pensadores. São Paulo: Ed. Nova Cultura Ltda, 1999.

DEMANA. Franklin, LEITZEL, Joan. Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas. In: COXFORD, Arthur F. & SCHULT, Albert (Orgs.). As idéias da algébra. São Paulo: Atual, pp. 23-35, 1995.

DURVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão Matemática. In: MACHADO, Silvia Alcântara (Org.). APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA Registro de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, pp.11-33, 2003.

DUTRA, Luiz Henrique de A. Epistemologia da Aprendizagem. Rio de Janeiro: DP & A, 2000.

ENGUITA, M.Fernández. A face oculta da escola. Porto Alegre: Artes Médicas,1989.

FONSECA, Maria da Conceição Fereira et al. Dossiê: A Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. In: Educação em Revista, Belo Horizonte, nº 63,dez, pp131-135,1997.

FOSSA, Jonh. Ensaio sobre a Educação matemática. Belém: EDUPA, 2001.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 27ª ed. 2001.

_____________. Por Uma Pedagogia da Pergunta. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002

GARCIA, N.A.P.Da dúvida... a contradição. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 1990.

GRASSESCHI, Andretta Santos. Projeto OFICINA de Matemática. Vol. 4. São Paulo: FTD,1995.

HOFFMANN. Jussara e LERCH, Maria. Avaliação Mitos e Desafios. Porto Alegre:

Mediação, 30ª ed. Revisada, 2002a.

____________ Avaliar para promover: as setas do caminho. Porto Alegre Mediação, 2002.

KAMII, Constance e HOUSMAN, Leislie Baker. Crianças Pequenas Reinventam a Aritmética implicações da Teoria de Piaget. São Paulo: Artmed, 2002.

KAMII, Constance e JOSEPH, Linda Leslie. O Ponto de vista do Professor e a Avaliação. São-SP: Papirus, pp, 199-220, 1992.

KNIJNIK, Gelsa. Intenerários da Etnografia: Questões e Desafios sobre o Cultural, o Social e o Político na Educação Matemática. Educação em Revista, Belo Horizonte, nº 36,dez. pp, 163-203, 2002.

LARA , Tiago Adão. A Filosofia Ocidental do Renascimento aos nossos dias. Petrópolis: Vozes,1996.

LEITE, Siomara Borba. Considerações em torno do significado do Conhecimento. In: Moreira, Antônio Flávio (Org.) Conhecimento Educacional e Formação do Professor. São Paulo: Papirus, pp, 11-23, 2002.

LESLEY, R. & BOOT. Dificuldades das crianças que iniciam em algébra. In: COXFORD, Arthur F. & SCHULT, Albert (Orgs.). As idéias da algébra. São Paulo: Atual, pp. 23-35, 1995.

LIBÂNEO, José Carlos. Tendências Pedagógicas na Prática Escolar. Revista ANDES- Associação Nacional de Educação. V.03, nº 6, dezembro de 1983, pp, 11 -19, 1983.

LINS, Rômulo. Á-bê-cê da álgebra. Revista Nova Escola, ano 166, outubro, 2003.

LUCKESI, Carlos Cipriano. Avaliação da Aprendizagem Escolar: apontamentos sobre a pedagogia do exame. In: LUCHESI, Cipriano Carlos. Avaliação e

Aprendizagem Escolar: estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 2001.

_______________. O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem. Revista Pátio. Ano 3, Nº 12, fev/abr, 2000.

LÜDKE, Menga e MEDIANO, Zélia (Coords.). Avaliação na Escola de 1º Grau uma análise sociológica. Campinas: Papirus, 1994.

MACEDO, Lino de. Ensaios Construtivistas. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

Mc DONALD, Brendan Coleman. Problemas na Avaliação da Aprendizagem escolar. in Revista em Educação em Debate, ano 21,v.1,nº 26-85, 2000.

MANACORDA, Mario Alighiero. História da Educação da Antiguidade aos nossos dias. São Paulo: Cortez,1995.

MARTINS, M. Anita Viviane. Pedagogo artesão construindo a trama no cotidiano da escola. São Paulo: EDUC, 1998.

MENDES, Iran Abreu e FOSSA, John. Tendências Atuais em educação Matemática: Experiências e Perspectivas.. XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste – Natal-RN: EDUF/RN, 1997.

MIGUEL, Antônio. A História da Matemática na Formação do Professor. In: Caderno de Estudos Educação e Sociedade. Campinas: Papirus, nº 40, pp, 47-61, 1996.

MIORIN, Maria Ângela (1998) Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo –SP. Atual.

MOYSÉS, Lúcia. Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática. Campinas: SP: Papirus, 4ª edição, 2001.

MORI, Iracema. Viver e aprender 4ª série. São Paulo: Saraiva, 2000.

MORIN E MOIGNE MORIN, Edgar e MOIGNE, Jean Louis. A Inteligência da Complexidade. .Perinópolis-SP: Perinópolis, 2000.

NUNES, Terezinha e BRYANT, Peter. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Lucila M. Pesce de. Olhar. in: FAZENDA, Ivani (Org.) Interdisciplinaridade Dicionário em Construção. São Paulo: Cortez: 2001.pp, 217-221, 2001.

OLIVEIRA, Emmanuel e GONÇALVES, Maria Penha. Matemática 4ª série. Coleção Rosa dos Ventos. São Paulo: Moderna, 1995.

PAIS, Ana e MONTEIRO, Manuela. Avaliação uma prática diária. Lisboa: Editorial Presença, pp, 43 a 55, 2002.

PAIS, Luiz Carlos.Didática da Matemática uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autentica, 2001.

PIAGET, Jean. A Equilibração das Estruturas Cognitivas problema central do Desenvolvimento. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

____________The child's Conception of number. New York: Norton. 1965.

Parâmetros Curriculares Nacionais (1997). Vol.03
Matemática. Secretaria de Educação Fundamental – Brasília-Df: MEC/SEF.

PERRENOUD, Phelipe. Não Mexam na Minha Avaliação! para uma abordagem sistêmica de mudança pedagógica. In: Avaliação em Educação Novas Perspectivas. Portugal: Ed. Porto, pp, 173-191, 1993.

____________. Avaliação da Excelência à Regulação da Aprendizagem: entre duas lógicas. Tradução de Patrícia Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas. 1999

____________. Pedagogia diferenciada: das intenções à ação. Porto Alegre: ArtMed, 1990.

PINTO, Neuza Bertoni. O Erro como Estratégia Didática. Campinas: Papirus, 2000.

PRIGOGINE,Ilya. O Fim das Certezas. São Paulo: UNESP, 1996.

RAMOS, Rafael Yus. Avaliar conforme um currículo integrado com temas Transversais. In: Revista Pátio.Ano 3,nº 13.pp, 12-16, 2000.

REAME, Eliane. Matemática Criativa. São Paulo: Saraiva, 2000.

RABELO, Edmar Henrique. Avaliação: novos tempos, novas práticas. Petrópolis, RJ: Vozes. 1998

RICO, Luis et al. Educación Matemática Errores y dificultades de los estudiantes. México: Iberoamérica, 1995.

RUIZ, Adriano Rodrigues. Matemática, matemática Escolar e o Nosso Cotidiano. Revista Teoria e Prática da educação. V.04, (8): março/2001, pp, 125-138, 2001.

SÁ, Elba Siqueira e PINTO, Regina Pahin (Coords). Avaliação na Educação Básica. (1990-1998) Brasília-DF: MEC/NEPCOMED, 2001.

SACRISTÁN, J. Gimeno. O Currículo uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANT'ANA, Ilza Martins. Por que avaliar? Como Avaliar? Critérios e Instrumentos. Petrópolis-RJ: Vozes, 1995.

SANTOS, Ademar Ferreira As Lições de uma Escola: Uma Ponte para Muito

Longe. In: ALVES, Rubem. A Escola que Sempre sonhei Sem Imaginar Que Pudesse Existir. Campinas: Papirus 5ª ed, 2003.

SARAMARGO, José. Ensaio sobre a Cegueira. Rio de Janeiro: Companhia das Letras, 1995.

SAUL, Ana Maria. Avaliação Emancipatória: Desafio à Teoria e à Prática de Avaliação e de Reformulação de Currículo. São Paulo: Cortez. Autores Associados. 1998.

SAVIANI, Demerval. Escola e Democracia polêmicas de nosso tempo. Campinas: Autores associados, 35ª ed, 2002.

SCHUBRING, Gert. A Noção de Multiplicação: Um Obstáculo desconhecido na História da Matemática. In: Revista Bolema, Ano 15, nº 18, pp 26-52, 2002.

_____________. Desenvolvimento Histórico do conceito e do Processo Aprendizagem, a partir de recentes concepções matemáticas. Revista Zetetiké-CEMPEM, FE-UNICAMP, v.06, nº10, jul-dez, 1998.

SEBASTIAN, Eduardo Ferreira. Etnomatemática: uma proposta metodológica. Rio de Janeiro: Universidade de santa Úrsula (USA), 1997.

SILVA, Clóvis Pereira. Sobre a História da Matemática no Brasil. Boletim de Educação Matemática, Bolema – Especial. N º 02, Unesp Rio Claro, pp, 61 – 83. 1992.

SILVA, Denivaldo Pereira. Epistemologia dos Números Naturais. http://orbita.starmeia.com/~historia da matemática/store/epistemologia.htm. às 03:01 matinal, 28/09/03, 2000.

SILVA, Miriam Godoy Penteado da. Resolução de Problemas uma Perspectiva de Trabalho em Sala de Aula. Dissertação. Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”- UNESP- Campus Rio Claro-SP, 1989.

SILVA, Inês Regina. Avaliar ou Medir? Novos Tempos, Novas Práticas. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Ano 10, nº 13, mar. pp 40-48, 2003.

SMOLE, Kátia Stocco e DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

SOUSA, Clarilza Prado (Org,) at.al. Avaliação do Rendimento escolar. Campinas: Papirus. 9ª ed, 2001.

SOUZA, Sandra Maria Zákia Lian. Avaliação Escolar e Democratização: o direito de errar. In: AQUINO, Julio Groppa (Org.). Erro e Fracasso na Escola. São-Paulo: Summus, pp 125-137, 1997.

TAILLE, Yves de Taille. O Erro na Perspectiva Piagetiana. In: AQUINO, Julio Groppa (Org.). Erro e Fracasso na Escola. São Paulo: Summus.pp,25-44, 1997.

TYLER, W. Ralph. Príncipios Básicos de currículo e Ensino. Tradução: Leonel Vallandro. Rio de Janeiro: Globo. 1ª edição 1949.

VALADARES, Jorge e GRAÇA, Margarida. Avaliando para melhorar a aprendizagem. Coleção Platino Universitária. Ed. Plátano: Edições Técnicas, dezembro de 1998.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro. Ensino e Avaliação: Uma Relação intrínseca à Organização do Trabalho Pedagógico. In: VEIGA, Didática: O Ensino e Suas Relações. Ilma Alencastro (org.). Campinas: Papirus.pp,149-169, 2001.

VIANNA, Heraldo Marelim. Análise Crítica de Abordagens do Rendimento Escolar: o caso da Matemática. In: Estudos em Avaliação Educacional. Fundação Carlos Chagas. Nº 8, pp 57-63, Jul-dez/1993.

ANEXO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO-NPADC - MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Teste Diagnóstico de Matemática

Caro aluno!

Gostaríamos que você nos ajudasse a compreender melhor como você está pensando sobre alguns exercícios de matemática. Sendo assim, pedimos que você resolva os exercícios abaixo, evitando apagar o que você escrever e se for possível, não deixando questões sem soluções. Lembre-se: não queremos que você faça o exercício certo ou errado, mas que você nos mostre como pensa que seria sua solução.

Muito obrigado.

QUESTÃO 1. Resolva as expressões abaixo:

a) $2\,(1 + 4)$ b) $(1 - 4)2$ c) $4\,(\sqrt{2} - 1)$

d) $2(x + 3)$ e) $5(x - y)$ d) $y\,(x + k)$

QUESTÃO 2: Observe as expressões e simplifique-as:

a) $[2\,(1 + 4) - 9]\,5$ b) $4\,(\sqrt{2} - 1) + 4\,(1 - \sqrt{2})$ c) $(\underline{2 - x}) + (\underline{x + 3})$

3 2

QUESTÃO 3. Resolva os problemas abaixo:

a) Para ajudar nas despesas domésticas Lucas entrega “quentinhas” a duas famílias aos domingos. Para cada família ele entrega um isopor contendo 1 quentinha com salada de camarão e 4 quentinhas com maniçoba. Quantas quentinhas ao todo Lucas entrega aos domingos?

b) O produto de dois números inteiros, em que um tem 3 unidades a mais que o outro, é 40. Quais são esses números?

c) Uma mesa retangular possui 4m de comprimento e 2m de largura. Calcule o perímetro desta mesa considerando a expressão P= 2 (c + l), em que, P é o perímetro, C é o comprimento e l é a largura.

d) Qual o valor de y na equação: 5y – 6 = 2 (y – 9)