



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS  
UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO COM  
PILARES RETANGULARES AO PUNÇONAMENTO**

**ENG<sup>o</sup> CIVIL LINS SANDRO RESQUE DAMASCENO**

Belém

2007



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS  
UNIDIRECIONAIS DE CONCRETO ARMADO COM  
PILARES RETANGULARES AO PUNÇONAMENTO**

**ENG<sup>o</sup> CIVIL LINS SANDRO RESQUE DAMASCENO**

Dissertação de mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

**Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira**

Belém

2007

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Biblioteca Central UFPA**

---

Damasceno, Lins Sandro Resque.

Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento / Lins Sandro Resque Damasceno; orientador, Dênio Ramam Carvalho de Oliveira. — 2007

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2007.

1. Lajes de concreto. I. Título.

CDD - 22. ed. 624.1834

---



**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS UNIDIRECIONAIS DE  
CONCRETO ARMADO COM PILARES RETANGULARES AO  
PUNCIONAMENTO.**

AUTOR:

**LINS SANDRO RESQUE DAMASCENO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A BANCA EXAMINADORA  
APROVADA PELO COLEGIADO DO CURSO DE  
MESTRADO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO  
DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ,  
COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE  
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA EM: 20 / 12 / 2007

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. DENIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA  
Orientador

Prof. Dr. GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO  
Membro

Prof. Dr. RONALDSON JOSÉ DE FRANÇA MENDES CARNEIRO  
Membro

Visto:

Prof. Dr. ALCEBÍADES NEGRÃO MACÊDO  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

*Dedico a DEUS, meus pais, minhas irmãs e em especial a Elem  
pela compreensão, carinho e incentivo durante todo o  
período de desenvolvimento deste trabalho*

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dênio Ramam Carvalho de Oliveira pela valiosa orientação, incentivo e dedicação dispensados para realização deste trabalho.

Ao Professor Alcebíades Macêdo, pelo apoio demonstrado ao longo deste mestrado.

Ao Professor Bernardo Pompeu Neto, pelo apoio e incentivos constantes durante o curso.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, que em muito contribuíram para o meu aprendizado. A todos os funcionários do Laboratório de Engenharia Civil, em especial aos técnicos Urbano e Maneca, pela valiosa colaboração nos ensaios e em todas as atividades realizadas durante o ano de 2006.

Aos vários amigos do laboratório que contribuíram para a realização deste trabalho: Mikhail Luczynski, Alexandre Vilhena, Israel Baltazar.

Aos amigos especiais Amaury Aguiar, Bernardo Neto e Shirley, por suas presenças, apoio e dedicação constantes em toda a fase experimental.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro e por viabilizar o desenvolvimento científico e tecnológico deste país.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho.

## RESUMO

Foram analisadas experimentalmente 8 (oito) lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, variando-se a taxa de armadura de flexão secundária e a maior dimensão dos pilares ( $c_{\max}$ ). As lajes de dimensões (1.800 x 1.800 x 110) mm, mesma armadura flexão principal, menor dimensão dos pilares ( $c_{\min}$ ) constante e igual a 85 mm, resistência à compressão do concreto em torno de 40 MPa foram submetidas à carga no centro (punção simétrica), que simula um pilar interno de um pavimento.

A aplicação da carga foi realizada em trechos de pilares moliticamente ligados às lajes com 150 mm de altura, com índices de retangularidade ( $r = c_{\max}/c_{\min}$ ) variando de 1 a 7. O objetivo foi avaliar a influência do índice de retangularidade, que neste caso refletiu no aumento do perímetro de controle, no comportamento das lajes sob flexão, e possivelmente uma ruptura mais dúctil. O objetivo foi também analisar as cargas de ruptura estimadas a partir das recomendações de seis códigos de projeto nacionais e internacionais, comparando com os resultados experimentais obtidos e avaliando as estimativas ao puncionamento, uma vez que, quando as dimensões dos pilares são substancialmente diferentes pode ocorrer a polarização de tensões e o ganho de resistência não ocorre de forma diretamente proporcional ao aumento do perímetro dos pilares.

Após analisar as influências do índice de retangularidade dos pilares e as contribuições da taxa de armadura de flexão secundária nas cargas últimas das lajes e nos modos de ruptura, observou-se que os resultados experimentais indicaram que essas variáveis além de elevar a resistência da ligação podem fornecer certa ductilidade à ruptura da laje. Observou-se também que a taxa de crescimento das resistências obtidas nos ensaios diminui com incrementos no perímetro de controle. Das observações referentes à comparação entre os valores de resistências das lajes, obtidas nos ensaios, verificou-se que o aumento da carga de ruptura experimental não se apresentou de forma linear, indicando que a taxa de crescimento da carga diminui com o aumento do perímetro do pilar ou da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  quando se mantém constante a menor dimensão do pilar ( $c_{\min}$ ).

**Palavras Chaves:** Concreto armado, Lajes lisas, Puncionamento, Pilar Retangular.

## ABSTRACT

They were analyzed 8(eight) experimentally one-way flat slabs of reinforced concrete, without punching shear reinforcement, for that the reinforcement rate in secondary direction and the largest dimension of the pillars ( $c_{max}$ ). The flat slab were dimensions of (1.800 x 1.800 x 110) mm, same flexing reinforcement, to smallest dimension of the columns ( $c_{min}$ ) constant and equal to 85 mm, resistance to the compression of the concrete around 40 MPa and submitted to the load in the center (symmetrical punching shear), that it simulates an internal column of a pavement.

The application of the load was accomplished in passages of columns linked moliticamente to the flat slab with height 150 mm, with retangularidade rate ( $r = c_{max}/c_{min}$ ) varying from 1 to 7. The objective was to evaluate the influence of the retangularidade rate, that contemplated in the increase of the control perimeter in this case, in the behavior of the slabs under flexing, and possibly a more ductile failure. The objective went to also analyze the dear rupture loads starting from the recommendations of six national and international project codes, comparing with the obtained experimental results and evaluating the estimates to the punching shear, once, when the dimensions of the pillars are substantially different can happen the polarization of tensions and the resistance earnings doesn't happen in way directly proportional to the increase of the perimeter of the columns.

After analyzing the influences of the retangularidade rate of the columns and the contributions that the reinforcement rate in secondary the last loads of the flats slabs and in the failure modes, it was observed that the experimental results indicated that those varied besides elevating the resistance of the connection can supply certain ductility to the failure of the slabs. It was observed that the rate of growth of the resistances obtained in the rehearsals decreases with increments in the control perimeter. Of the observations regarding the comparison among the values of resistances of the flats slabs, it was verified that the increase of the load of experimental rupture didn't come in a lineal way, indicating that the rate of growth of the load decreases with the increase of the perimeter of the column or of the rate  $c_{max}/c_{min}$  when stays constant to smallest dimension of the column ( $c_{min}$ ).

**Keywords:** Reinforced concrete, Flat slab, Punching, Rectangular Colum.



# SUMÁRIO

Capítulo	Página
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICATIVAS.....	5
1.2 OBJETIVOS.....	7
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	8
<b>2 RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO.....</b>	<b>9</b>
2.1 INTRODUÇÃO.....	9
2.2 TRABALHOS REALIZADOS SOBRE PUNÇIONAMENTO EM LAJES LISAS.....	9
2.3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS PARA O CÁLCULO DE LAJES LISAS 26	
2.3.1 Considerações Iniciais.....	26
2.3.2 ACI 318: 2002, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2002).....	27
2.3.3 BS 8110: 1997, Structural use of concrete. British Standards. (BS, 1997).....	30
2.3.4 CEB-FIP: 1993, Model Code 1990. Comité Euro-Internacional du Béton. (MC90, 1993).....	31
2.3.5 EUROCODE 2: 2002, Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization. (EC 2, 2002).....	33
2.3.6 NBR 6118: 1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978).....	35
2.3.7 NBR 6118: 2003, Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003).....	36
2.4 RESISTÊNCIA DAS LAJES.....	38
2.4.1 Resistência ao Puncionamento.....	38

2.4.2	Resistência à Flexão .....	39
2.4.3	Resistência última pela Teoria das Linhas de Ruptura .....	39
2.4.4	Resistência pela Teoria das Placas .....	40
2.4.4.1	Estimativa da primeira fissura das lajes .....	44
2.4.4.2	Determinação da carga para início do escoamento da armadura ( $P_{ys}$ ) .....	47
2.4.5	Avaliação do Modo de Ruptura .....	49
<b>3</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>51</b>
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	51
3.2	LAJES.....	51
3.2.1	Descrição das lajes .....	51
3.2.2	Armadura de Flexão.....	54
3.2.3	Armadura dos Pilares .....	57
3.2.4	Instrumentação .....	59
3.2.4.1	Deslocamentos Verticais .....	59
3.2.4.2	Concreto .....	60
3.2.4.3	Armadura de Flexão .....	63
3.2.5	Sistema de Ensaio e Equipamentos.....	68
3.2.6	Processo de Montagem e Carregamento.....	69
3.3	MATERIAIS.....	74
3.3.1	Concreto .....	77
<b>4</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>78</b>
4.1	MATERIAIS.....	78
4.1.1	Concreto .....	78
4.1.2	Aço.....	81
4.1.2.1	Armadura de Flexão .....	81
4.2	DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES .....	83
4.3	DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO.....	100

4.4	DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO .....	107
4.5	MAPAS DE FISSURAÇÃO .....	122
4.6	CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS.....	133
4.6.1	Cargas Últimas.....	133
4.6.2	Modos de Ruptura Observados.....	136
4.6.3	Modelo de previsão dos modos de ruptura de lajes unidirecionais.....	139
4.6.4	Superfícies de Ruptura.....	151
<b>5</b>	<b>COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E AS ESTIMATIVAS NORMATIVAS .....</b>	<b>155</b>
5.1	RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO .....	155
5.1.1	ACI 318:2002.....	155
5.1.2	BS 8110:1997.....	157
5.1.3	CEB-FIP MC90:1993 .....	159
5.1.4	EUROCODE 2:2002.....	160
5.1.5	NBR 6118:1978 .....	162
5.1.6	NBR 6118:2003 .....	163
<b>6</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....</b>	<b>169</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS... 188</b>	
7.1	CONCLUSÕES .....	188
7.1.1	Programa Experimental.....	188
7.1.1.1	Lajes .....	188
7.1.1.2	Deslocamentos verticais das lajes .....	188
7.1.1.3	Deformações na superfície do concreto .....	189
7.1.1.4	Deformações da armadura de flexão .....	189
7.1.1.5	Mapas de Fissuração .....	190
7.1.1.6	Cargas últimas observadas .....	191
7.1.1.7	Modos de ruptura observados.....	192

7.1.1.8	Modelo de previsão dos modos de ruptura das lajes .....	193
7.1.1.9	Análise das normas.....	193
7.1.1.10	Análise numérica.....	195
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	196
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>198</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>		<b>203</b>
A.1	DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	203
A.2	DEFORMAÇÕES NO CONCRETO E NAS ARMADURAS DE FLEXÃO.....	207
A.3	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO.....	211

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 – Propriedades das lajes ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971) .....	10
Tabela 2.2 – Resultados experimentais das lajes ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971) .....	11
Tabela 2.3 – Características das lajes ensaiadas por Teng <i>et al.</i> (2000).....	12
Tabela 2.4 – Características das lajes ensaiadas Borges (2003).....	14
Tabela 2.5 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes de Borges (2003) .....	14
Tabela 2.6 – Cargas e modos de ruptura observados nas lajes de Borges (2003).....	15
Tabela 2.7 – Características das lajes ensaiadas por Mouro <i>et al.</i> (2005).....	18
Tabela 2.8 – Características das lajes ensaiadas por Carvalho (2006) .....	19
Tabela 2.9 – Propriedades mecânicas dos aços das lajes ensaiadas por Carvalho (2006) .....	20
Tabela 2.10 – Modos de ruptura observados por Carvalho (2006) .....	22
Tabela 2.11 – Características das lajes ensaiadas por Vilhena <i>et al.</i> (2006).....	22
Tabela 2.12 – Cargas e modos de ruptura das lajes ensaiadas por Vilhena <i>et al.</i> (2006).....	25
Tabela 2.13 – Cargas previstas pelas normas para a ruptura por punção e viga-chata .....	38
Tabela 2.14 – Valores de $\alpha$ segundo a NBR 6118 (ABNT 2003) .....	45
Tabela 2.15 – Valores de $\alpha_x$ e $\alpha_y$ obtidos para momento fletor em lajes unidirecionais.....	46
Tabela 2.16 – Estimativa da 1ª fissura das lajes .....	47
Tabela 2.17 – Resistência à flexão das lajes pelas Linhas de Ruptura e Teoria das placas .....	48
Tabela 2.18 – Coeficientes $\alpha_x$ para momento fletor máximo $M_x$ para vãos quadrados de laje unidirecional e coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$ .....	48
Tabela 2.19 – Coeficientes $\alpha_x$ para momento fletor máximo $M_x$ para vãos retangulares de laje unidirecional com $L_y/L_x = 1,125$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$ .....	48
Tabela 2.20 – Coeficientes $\alpha_y$ para momento fletor máximo $M_y$ para vãos retangulares de laje unidirecional com $L_y/L_x = 1,125$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$ .....	49
Tabela 2.21 – Modos de ruptura das lajes .....	49
Tabela 3.1 – Características das lajes .....	52
Tabela 4.1 – Resistências à compressão e à tração do concreto.....	79
Tabela 4.2 – Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade (CEB-FIP MC90).....	81
Tabela 4.3 – Resultados dos ensaios para determinação do módulo de elasticidade .....	81

Tabela 4.5 – Propriedades mecânicas dos aços .....	82
Tabela 4.6 – Deformações máximas de compressão no concreto .....	101
Tabela 4.7 – Cargas correspondentes ao início do escoamento do aço nos pontos monitorados da armadura de flexão principal .....	107
Tabela 4.8 – Cargas em que foram observadas as primeiras fissuras.....	123
Tabela 4.9 – Comparação entre as cargas experimentais e teóricas para o surgimento das primeiras fissuras.....	124
Tabela 4.10 – Cargas últimas das lajes.....	133
Tabela 4.11 – Modos de ruptura das lajes .....	137
Tabela 4.12 – Parâmetros de cálculo .....	141
Tabela 4.13 – Características das lajes .....	144
Tabela 5.1 – Resultados obtidos com a ACI 318:2002 .....	156
Tabela 5.2 – Resultados obtidos com a BS 8110:1997 .....	158
Tabela 5.3 – Resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993 .....	159
Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002 .....	161
Tabela 5.5 – Resultados obtidos com a NBR 6118 (ABNT 1978) .....	162
Tabela 5.6 – Resultados obtidos com a NBR 6118 (ABNT 2003) .....	164
Tabela 5.7 – Resultados da NBR 6118 (ABNT 2003) corrigidos pelo fator de flexão ( $\lambda$ ) sugerido por Oliveira (2003) .....	165
Tabela 5.8 – Comparação entre os resultados estimados pelas normas e os experimentais... 167	
Tabela 6.1 – Forças nas armaduras principal e secundária (L1A, L1B, L2A e L2B) .....	180
Tabela 6.2 – Forças nas armaduras principal e secundária (L3A, L3B, L4A e L4B) .....	180
Tabela 6.3 – Índice de polarização elástico .....	183
Tabela A1 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1A.....	203
Tabela A2 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1B .....	203
Tabela A3 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2A.....	204
Tabela A4 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2B .....	204
Tabela A5 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3A.....	205
Tabela A6 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3B .....	205
Tabela A7 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4A.....	206
Tabela A8 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4B .....	206
Tabela A9 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L1A.....	207
Tabela A10 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L1B.....	207
Tabela A11 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L2A.....	208

Tabela A12 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L2B .....	208
Tabela A13 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L3A.....	209
Tabela A14 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L3B .....	209
Tabela A15 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L4A.....	210
Tabela A16 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L4B .....	210
Tabela A17 – Resistência à compressão do concreto.....	211
Tabela A18 – Resistência à tração do concreto.....	212
Tabela A19 – Módulo de elasticidade do concreto .....	213

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figuras</b>	<b>Página</b>
Figure 1.1 – Ruptura por puncionamento .....	2
Figure 1.2 – Colapso parcial da laje do quarto andar de um estacionamento em Wolverhampton, Inglaterra (Wood, 1997) .....	2
Figura 1.3 – Sistemas estruturais em lajes lisas (esquerda) e cogumelo (direita) .....	3
Figura 2.1 – Dimensões e padrões de carregamento das lajes unidirecionais ensaiadas por ... Hawkins <i>et al.</i> (1971) .....	10
Figura 2.2 – Dimensões e padrões de carregamento das lajes bidirecionais ensaiadas por .... Hawkins <i>et al.</i> (1971) .....	11
Figura 2.3 – Modelo das lajes sem furos ensaiadas por Teng <i>et al.</i> (2000) .....	13
Figura 2.4 – Modelo das lajes ensaiadas por Borges (2003) .....	14
Figura 2.5 – Modelo e sistema de ensaio das lajes da pesquisa de Mouro <i>et al.</i> (2005) .....	17
Figura 2.6 – Armaduras das lajes da pesquisa de Mouro <i>et al.</i> (2005) .....	17
Figura 2.7 – Modelo das lajes ensaiadas por Carvalho (2006) .....	19
Figura 2.8 – Posição dos extensômetros nas armaduras das lajes de Carvalho (2006) .....	20
Figura 2.9 – Deformações na armadura de flexão principal das lajes L1, L2 e L3 de Carvalho (2006) .....	21
Figura 2.10 – Modelo das lajes de Vilhena <i>et al.</i> (2006) .....	23
Figura 2.11 – Armadura das lajes L1a, L3a e L5a de Vilhena <i>et al.</i> (2006) .....	23
Figura 2.12 – Armadura das lajes L1b, L3b e L5b de Vilhena <i>et al.</i> (2006) .....	24
Figura 2.13 – Modos de ruptura das lajes ensaiadas por Vilhena <i>et al.</i> (2006) .....	25
Figura 2.14 - Seção crítica considerando-se a laje rompendo por cisalhamento constante ao longo de toda a largura segundo a ACI 318 ( <i>wide beam</i> ) .....	28
Figura 2.15 - Seção crítica considerando-se a laje rompendo por cisalhamento nas duas direções segundo a ACI 318 ( <i>wide beam</i> ) .....	29
Figura 2.16 – Perímetros de controle (ACI, 2002) .....	30
Figura 2.17 – Perímetros de controle (BS, 1997) .....	30
Figura 2.18 – Perímetros de controle em pilares internos (MC90, 1993) .....	32
Figura 2.19 – Perímetros de controle (EC2, 2002) .....	34
Figura 2.20 – Perímetros de controle (NBR 6118, 1978) .....	36
Figura 2.21 – Perímetros críticos em pilares (NBR 6118, 2003) .....	36
Figura 2.22 – Configuração das linhas de ruptura adotadas na pesquisa .....	40



Figura 2.23 – Variação dos fatores $\alpha_x$ em função da relação $c_{\max}/L_y$ e $c_{\min}/L_x$ .....	43
Figura 2.24 – Avaliação dos modos de ruptura.....	50
Figura 3.1 – Dimensões das lajes e pilares.....	52
Figura 3.2 – Seção transversal da laje ilustrando-se as alturas úteis.....	53
Figura 3.3 – Armaduras de flexão utilizadas nas lajes L1A, L2A, L3A e L4A.....	55
Figura 3.4 – Armaduras de flexão utilizadas nas lajes L1B, L2B, L3B e L4B.....	55
Figura 3.5 – Armaduras da laje L1A posicionada na fôrma.....	56
Figura 3.6 – Armaduras da laje L2B posicionada na fôrma.....	56
Figura 3.7 – Armadura utilizada nos pilares (dimensões em mm).....	57
Figura 3.8 – Armadura utilizada nos pilares (dimensões em cm).....	58
Figura 3.9 – Armadura dos pilares das lajes L1A e L3B.....	58
Figura 3.10 – Detalhe da instalação dos deflectômetros nas lajes.....	59
Figura 3.11 – Posicionamento dos deflectômetros na laje L3A.....	60
Figura 3.12 – Pontos de instalação dos extensômetros na superfície do concreto das lajes com pilares de índices 1 e 3.....	61
Figura 3.13 – Pontos de instalação dos extensômetros na superfície do concreto das lajes com pilares de índices 5 e 7.....	61
Figura 3.14 – Instalação de extensômetros na superfície do concreto da laje L1A.....	62
Figura 3.15 – Instalação de extensômetros na superfície do concreto da laje L4A.....	62
Figura 3.16 – Detalhe da instalação de extensômetros nas armaduras das lajes.....	63
Figura 3.17 – Colagem de extensômetro com colocação e solda dos condutores.....	64
Figura 3.18 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L1A e L1B.....	65
Figura 3.19 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L2A e L2B.....	65
Figura 3.20 – Posicionamento de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L3A e L3B.....	66
Figura 3.21 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L4A e L4B.....	66
Figura 3.22 – Instalação de extensômetros nas armaduras das lajes com pilares de índice 1 e 7.....	67
Figura 3.23 - Ilustração do sistema de ensaio.....	68

Figura 3.24 – Equipamentos que compuseram o sistema de ensaio: cilindro hidráulico (1), célula de carga (2) e placas metálicas (3).....	69
Figura 3.25 - Marcação da projeção do pilar, dos pontos para obtenção dos deslocamentos verticais e colocação da estrutura independente para a fixação dos deflectômetros (laje L1B).....	70
Figura 3.26 – Sistema de ensaio das lajes – Vista Superior .....	71
Figura 3.27 – Sistema de ensaio das lajes – Corte 01.....	72
Figura 3.28 – Sistema de ensaio das lajes – Corte 02.....	72
Figura 3.29 – Sistema de ensaio típico das lajes .....	73
Figura 3.30 – Sistema de aplicação de carregamento típico das lajes.....	73
Figura 3.31 – Armadura disposta na laje com pilar de índice de retangularidade 1 .....	74
Figura 3.32 – Armadura disposta na laje com pilar de índice de retangularidade 5 .....	75
Figura 3.33 – Procedimento de vibração do concreto efetuado nas lajes.....	75
Figura 3.34 – Aspecto da concretagem final das lajes .....	76
Figura 3.35 – Moldagem dos corpos de prova para os ensaios de resistência do concreto.....	76
Figura 3.36 – Etapa de cura das lajes .....	77
Figura 4.1 – Ensaio típico de um corpo de prova utilizado para determinação da resistência à compressão do concreto .....	79
Figura 4.2 – Ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto.....	80
Figura 4.3 – Curvas tensão-deformação dos aços utilizados na armadura de flexão .....	82
Figura 4.4 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L1A e L1B.....	84
Figura 4.5 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L2A e L2B.....	84
Figura 4.6 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L3A e L3B.....	85
Figura 4.7 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L4A e L4B.....	85
Figura 4.8 – Deslocamentos verticais observados na laje L1A.....	86
Figura 4.9 – Deslocamentos verticais observados na laje L1B .....	86
Figura 4.10 – Deslocamentos verticais observados na laje L2A.....	87
Figura 4.11 – Deslocamentos verticais observados na lajeL2B .....	87
Figura 4.12 – Deslocamentos verticais observados na laje L3A.....	88
Figura 4.13 – Deslocamentos verticais observados na lajeL3B .....	88
Figura 4.14 – Deslocamentos verticais observados na laje L4A.....	89
Figura 4.15 – Deslocamentos verticais observados na laje L4B .....	89
Figura 4.16 – Deslocamentos verticais observados na laje L1A nas direções $x$ e $y$ .....	92
Figura 4.17 – Deslocamentos verticais observados na laje L1B nas direções $x$ e $y$ .....	93

Figura 4.18 – Deslocamentos verticais observados na laje L2A nas direções $x$ e $y$ .....	94
Figura 4.19 – Deslocamentos verticais observados na laje L2B nas direções $x$ e $y$ .....	95
Figura 4.20 – Deslocamentos verticais observados na laje L3A nas direções $x$ e $y$ .....	96
Figura 4.21 – Deslocamentos verticais observados na laje L3B nas direções $x$ e $y$ .....	97
Figura 4.22 – Deslocamentos verticais observados na laje L4A nas direções $x$ e $y$ .....	98
Figura 4.23 – Deslocamentos verticais observados na laje L4B nas direções $x$ e $y$ .....	99
Figura 4.24 – Pontos de monitoramento do concreto.....	100
Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje L1A.....	102
Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje L1B.....	102
Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje L2A.....	103
Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje L2B.....	103
Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje L3A.....	104
Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje L3B.....	104
Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje L4A.....	105
Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje L4B.....	105
Figura 4.33 – Observação do esmagamento do concreto da laje L4A.....	106
Figura 4.34 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L1A.....	109
Figura 4.35 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L1A.....	110
Figura 4.36 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L1B.....	110
Figura 4.37 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L1B.....	111
Figura 4.38 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L2A.....	111
Figura 4.39 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L2A.....	112
Figura 4.40 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L2B.....	112
Figura 4.41 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L2B.....	113
Figura 4.42 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L3A.....	113
Figura 4.43 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L3A.....	114
Figura 4.44 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L3B.....	114
Figura 4.45 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L3B.....	115
Figura 4.46 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L4A.....	115
Figura 4.47 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L4A.....	116
Figura 4.48 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L4B.....	116
Figura 4.49 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L4B.....	117
Figura 4.50 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L1A.....	118
Figura 4.51 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L1B.....	118

Figura 4.52 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L2A .....	119
Figura 4.53 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L2B.....	119
Figura 4.54 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L3A .....	120
Figura 4.55 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L3B.....	120
Figura 4.56 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L4A .....	121
Figura 4.57 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L4B.....	121
Figura 4.58 - Marcação da primeira fissura das lajes L1B, L2A, L3A e L4A .....	123
Figura 4.59 – Mapa de fissuração da laje L1A.....	125
Figura 4.60 – Mapa de fissuração da laje L1B.....	126
Figura 4.61 – Mapa de fissuração da laje L2A.....	127
Figura 4.62 – Mapa de fissuração da laje L2B.....	128
Figura 4.63 – Mapa de fissuração da laje L3A.....	129
Figura 4.64 – Mapa de fissuração da laje L3B.....	130
Figura 4.65 – Mapa de fissuração da laje L4A.....	131
Figura 4.66 – Mapa de fissuração da laje L4B.....	132
Figura 4.67 – Resistência das lajes após minimizar a influência da variação da resistência do concreto .....	134
Figura 4.68 – Resistência das lajes após minimizar a influência da variação da resistência do concreto e da altura útil .....	135
Figura 4.69 – Contribuição da armadura de flexão secundária nas resistências das lajes.....	135
Figura 4.70 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L1A, L1B e L2B que romperam por puncionamento .....	138
Figura 4.71 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L3A e L4A que romperam por flexão .....	138
Figura 4.72 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L2A, L3B e L4B que romperam por flexo-puncionamento.....	139
Figura 4.73 – Identificação de alguns parâmetros geométricos das lajes e armaduras de flexão .....	142
Figura 4.74 – Avaliação do modo de ruptura da laje L1A .....	144
Figura 4.75 – Avaliação do modo de ruptura da laje L1B .....	145
Figura 4.76 – Avaliação do modo de ruptura da laje L2A .....	145
Figura 4.77 – Avaliação do modo de ruptura da laje L2B .....	146
Figura 4.78 – Avaliação do modo de ruptura da laje L3A .....	146
Figura 4.79 – Avaliação do modo de ruptura da laje L3B .....	147

Figura 4.80 – Avaliação do modo de ruptura da laje L4A .....	147
Figura 4.81 – Avaliação do modo de ruptura da laje L4B .....	148
Figura 4.82 – Avaliação dos modos de ruptura de todas as lajes .....	148
Figura 4.83 – Modos de ruptura com os fatores de flexão $\lambda$ de Oliveira (2003).....	150
Figura 4.84 – Curvas modos de ruptura para diferentes resistências do concreto.....	150
Figura 4.85 – Curvas para diferentes resistências do concreto e $f_{ys} = 500$ MPa.....	151
Figura 4.86 – Superfícies de ruptura das lajes L1A e L1B na direção $x$ .....	152
Figura 4.87 – Superfícies de ruptura das lajes L2A e L2B na direção $x$ .....	152
Figura 4.88 – Superfícies de ruptura das lajes L3A e L3B na direção $x$ .....	153
Figura 4.89 – Superfícies de ruptura das lajes L4A e L4B na direção $x$ .....	153
Figura 4.90 – Superfícies de ruptura das lajes L1A e L1B na direção $y$ .....	153
Figura 4.91 – Superfícies de ruptura das lajes L2A e L2B na direção $y$ .....	154
Figura 4.92 – Superfícies de ruptura das lajes L3A e L3B na direção $y$ .....	154
Figura 4.93 – Superfícies de ruptura das lajes L4A e L4B na direção $y$ .....	154
Figura 5.1 – Comparação entre a estimativa da ACI 318 e os resultados experimentais.....	157
Figura 5.2 – Comparação entre a estimativa da BS 8110 e os resultados experimentais.....	158
Figura 5.3 – Comparação entre a estimativa da MC 90 e os resultados experimentais .....	160
Figura 5.4 – Comparação entre a estimativa da EUROCODE 2:2002 e os resultados experimentais.....	161
Figura 5.5 – Comparação entre a estimativa da NBR 6118 (ABNT 1978) e os resultados experimentais.....	163
Figura 5.6 – Comparação entre a estimativa da NBR 6118 (ABNT 2003) e os resultados experimentais.....	164
Figura 5.7 – Influência da variação da relação $c_{max}/c_{min}$ na variação das cargas últimas das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 1,16\%$ ) .....	166
Figura 5.8 – Influência da variação da relação $c_{max}/c_{min}$ na variação das cargas últimas das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 0,29\%$ ).....	167
Figura 5.9 – Comparação entre os resultados estimados e os experimentais .....	168
Figura 5.10 – Influência da variação da taxa de armadura de flexão secundária na variação das cargas últimas das lajes .....	168
Figura 6.1 – Estrutura em lajes lisas com dois pavimentos.....	169
Figura 6.2 – Deformada da estrutura em lajes lisas.....	170

Figura 6.3 – Tensões máximas no pavimento caracterizando situação de laje lisa unidirecional .....	170
Figura 6.4 - Elemento finito hexagonal trilinear com seus graus de liberdade .....	172
Figura 6.5 - Elemento finito de placa com seus graus de liberdade .....	172
Figura 6.6 – Modelo das lajes L1A e L1B ( $c_{\max}/c_{\min} = 1$ ) .....	173
Figura 6.7 – Modelo das lajes L2A e L2B ( $c_{\max}/c_{\min} = 3$ ) .....	174
Figura 6.8 – Modelo das lajes L3A e L3B ( $c_{\max}/c_{\min} = 5$ ) .....	174
Figura 6.9 – Modelo das lajes L4A e L4B ( $c_{\max}/c_{\min} = 7$ ) .....	175
Figura 6.10 – Armadura das lajes por elementos finitos .....	175
Figura 6.11 – Deformada das lajes L1A, L1B, L2A e L2B .....	176
Figura 6.12 – Deformada das lajes L3A, L3B, L4A e L4B .....	177
Figura 6.13 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L1A e L1B .....	177
Figura 6.14 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L2A e L2B .....	178
Figura 6.15 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L3A e L3B .....	178
Figura 6.16 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L4A e L4B .....	179
Figura 6.17 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 1 .....	181
Figura 6.18 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 3 .....	181
Figura 6.19 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 5 .....	182
Figura 6.20 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 7 .....	182
Figura 6.21 – Pontos avaliados na análise pelo Método dos Elementos Finitos .....	183
Figura 6.22 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L1A .....	184
Figura 6.23 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L1B .....	184
Figura 6.24 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L2A .....	185
Figura 6.25 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L2B .....	185
Figura 6.26 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L3A .....	186
Figura 6.27 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L3B .....	186
Figura 6.28 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L4A .....	187
Figura 6.29 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L4B .....	187

## LISTA DE SÍMBOLOS

Nesta listas estão inclusos alguns dos principais símbolos utilizados neste trabalho. Os símbolos que não estiverem presentes nesta lista são apresentados e tem seu significado explicado ao longo do texto da dissertação.

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$A_s$	Área da seção transversal das armaduras de flexão
$A_c$	Área de concreto
$b_o$	Perímetro de controle de acordo com a ACI 318:2002
CV	Coefficiente de variação
$d$	Altura útil da laje
DP	Desvio padrão
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto
$E_s$	Módulo de elasticidade das armaduras de flexão
$f'_c$	Resistência à compressão do concreto
$f'_{ct}$	Resistência à tração do concreto obtida através de ensaios de compressão diametral em corpos de prova cilíndricos
$f'_{ctk}$	Resistência à tração do concreto estimada segundo as normas brasileiras
$f_u$	Tensão de ruptura das armaduras de flexão
$f_{ys}$	Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão
$f_{ys,l}$	Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão principal
MA	Média aritmética
$P_{flex,l}$	Resistência à flexão estimada
$P_{ys}$	Carga experimental correspondente a início do escoamento da armadura de flexão
$P_{yst}$	Carga teórica correspondente a início do escoamento da armadura de flexão
$P_u$	Resistência ao puncionamento verificada em ensaio

$V_{wb}$	Força resistente para ruptura por viga chata com carregamento simétrico
$P_{ps}$	Força resistente para punção simétrica
$u$	Perímetro de controle segundo as normas BS 8110:1997, NBR 6118 (ABNT 1978), NBR 6118 (ABNT 2003)
$u_1$	Perímetro de controle segundo as normas CEB-FIP MC90:1993 e EUROCODE 2:2002
$V$	Força solicitante para punção assimétrica
$\varepsilon_{ys}$	Deformação observada no aço das armaduras de flexão em ensaio de tração correspondente a tensão de ruptura
$\phi$	Diâmetro nominal da barra
$\gamma_m$	Coefficiente de minoração de resistência
$\rho$	Taxa geométrica de armadura de flexão
$\rho_x$	Taxa da armadura transversal ou secundária
$\rho_y$	Taxa da armadura principal ou longitudinal
$\tau_{sd}$	Tensão solicitante no caso de punção simétrica
$V_{wb}$	Tensão resistente para ruptura por viga chata com carregamento simétrico
$V_r$	Tensão resistente no caso de punção simétrica
$\alpha$	Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência a tração direta definido pela NBR 6118 (ABNT 2003)
$y_c$	Distância do centro de gravidade da seção de concreto à fibra mais tracionada
$\alpha_x$	Coefficiente que correlaciona carga e momento fletor na direção $x$ pela Teoria das Placas
$\alpha_y$	Coefficiente que correlaciona carga e momento fletor na direção $y$ pela Teoria das Placas



# 1 INTRODUÇÃO

Dentre as soluções disponíveis para a elaboração de um projeto estrutural, uma alternativa vem sendo cada vez mais utilizada nos projetos de construção civil, trata-se da laje lisa de concreto armado. Esta alternativa ainda é pouco difundida no Brasil, mas sua utilização vem aumentando em determinadas cidades, devido, principalmente, às exigências de “lay outs” flexíveis, facilidade na montagem e economia de fôrmas, redução do pé-direito, detalhamento mais simplificado das armaduras e facilidade na concretagem, reduzem ocorrência de nichos de concretagem, área de exposição ao vento reduzida, redução na altura da edificação e conseqüentemente, cargas menores nas fundações, entre outras.

Lajes lisas são placas estruturais moldadas “in loco”, apoiadas diretamente sobre os apoios, e que sofrem, portanto, o efeito de punção. Trata-se de um efeito que promove uma ruptura frágil na ligação laje-pilar, além da possibilidade, segundo Melo (2005), da ocorrência de colapso progressivo, que pode levar toda a estrutura à ruína. Cabe ressaltar que a propagação do colapso pode ser vertical ou horizontal. No primeiro caso, uma laje cai sobre a outra, enquanto no segundo um pilar adjacente é sobrecarregado. A Figura 1.1 mostra uma ruptura típica por punção.

Cargas excessivas, retirada precipitada do escoramento, posicionamento incorreto da armadura negativa, aberturas na laje, utilização de materiais de baixa qualidade ou erro de projeto são algumas das causas que podem resultar numa ruptura por puncionamento e, eventualmente, levar ao colapso generalizado da estrutura.

A Figura 1.2 mostra uma ruptura ocorrida por puncionamento que levou ao colapso progressivo de parte de um pavimento com rupturas nas colunas adjacentes. Neste caso, a corrosão, que danificou a armadura da laje sobre um pilar, desencadeou o acidente. O prédio em lajes lisas, construído na Inglaterra durante a década de 1960, funcionava como estacionamento. O colapso aconteceu em 20 de março de 1997 e a foto da figura foi tirada cinco dias depois.

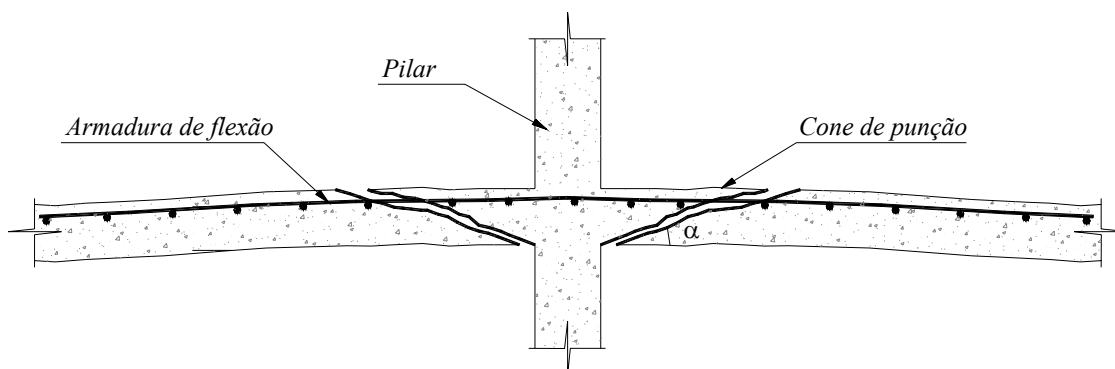


Figure 1.1 – Ruptura por punçonnemento



Figure 1.2 – Colapso parcial da laje do quarto andar de um estacionamento em Wolverhampton, Inglaterra (Wood, 1997)

A armadura das lajes lisas é basicamente composta por uma armadura principal de flexão (nas duas direções) acompanhada ou não por uma de punção, sendo esta última composta por elementos verticais ou inclinados, concentrados nas regiões em torno dos pilares ou áreas carregadas. Dentre estes elementos, segundo Oliveira (1998), destacam-se os estribos inclinados que, além de fácil instalação, podem ser capazes de evitar o punçonnemento com baixas taxas de armadura.

A norma brasileira (NBR 6118, ABNT 2003) define lajes lisas como sendo aquelas diretamente apoiadas em pilares sem a presença de capitéis, enquanto lajes-cogumelo são

aquelas apoiadas em pilares com a presença de capteis, estes últimos sendo utilizados com objetivo de aliviar a grande concentração de tensões cisalhantes. O capitel consiste em aumentar a seção transversal dos pilares, que pode ser em tronco de pirâmide ou de cone, ou podendo ainda ser mantida sua espessura constante fora da região do pilar. A presença de cabos protendidos devidamente posicionados também aumenta a resistência ao puncionamento. A Figura 1.3 mostra alguns exemplos de edificações construídas no Brasil com o sistema estrutural de lajes lisas, assim como pilares com capitel em sistemas estruturais com lajes-cogumelo.



Figura 1.3 – Sistemas estruturais em lajes lisas (esquerda) e cogumelo (direita)

Todos os sistemas estruturais citados estão sujeitos à punção, entretanto, o problema do puncionamento não deve ser encarado como uma limitação a sua utilização, pois, como mencionado, estes sistemas apresentam uma série de vantagens em relação ao sistema convencional.

Como desvantagens, os sistemas estruturais com lajes lisas apresentam outras além do puncionamento. Um problema que se enfrenta diz respeito à estabilidade global da estrutura,

principalmente em se tratando da sua suscetibilidade à carga horizontal, onde a estabilização lateral é essencial. A ausência de vigas torna a edificação, evidentemente, menos rígida alterando a estabilidade da mesma. Esta estabilidade perante a ação dos ventos diminui, pois a parcela de contribuição das vigas para o contraventamento deixa de existir. Entretanto, podem ser tomadas algumas medidas para assegurar certa rigidez à estrutura como, por exemplo: vigas de bordo contornando todo o perímetro da edificação; as áreas reservadas aos poços de elevadores e/ou escadas sendo constituídas por estruturas inteiramente monolíticas e a disposição dos pilares também confere à estrutura uma maior ou menor rigidez.

A ruptura das lajes lisas geralmente ocorre por punção, com tensões cisalhantes elevadas em torno dos pilares ou áreas carregadas. Entretanto, há de se destacar o fato das lajes sofrerem influência dos momentos fletores, em ambas as direções, que atuam conjuntamente modificando grande parte da resistência. Assim, para lajes que possuem certas dimensões e determinadas condições de carregamento (bidirecionais ou unidirecionais), o tamanho dos pilares tem grande influência nos modos de rupturas. Pode haver determinada dimensão do maior lado de um pilar retangular que provocará uma ruptura por flexo-puncionamento ou, ainda, por flexão.

Existem prescrições normativas para dimensionamento deste tipo de laje em diversas normas para projeto, entretanto, há certas divergências nos resultados, pois algumas são bastantes conservadoras enquanto outras possibilitam resistências bem elevadas, comprometendo a segurança da estrutura. Algumas não consideram a influência da armadura de flexão e outras sim, como por exemplo, o ACI 318 e o CEB-FIP MC90:1993, respectivamente.

A atual norma brasileira, NBR 6118 (ABNT 2003), com recomendações bastante semelhantes as do CEB-FIP MC90, considera as influências da armadura de flexão e da ligação laje-pilar, sem fazer qualquer referência sobre a influência da retangularidade do pilar no comportamento das lajes lisas, com ou sem armadura e cisalhamento. A versão anterior desta norma, a NBR 6118 (ABNT 1978), considera apenas as influências do índice de retangularidade dos pilares e da resistência do concreto no comportamento das lajes lisas, além do que seus resultados são considerados conservadores. Nenhuma das normas citadas considera as condições de carregamento das lajes em suas estimativas, sendo válidas tanto para lajes bidirecionais quanto unidirecionais.

## 1.1 Justificativas

Os resultados experimentais encontrados na literatura indicam que a resistência ao puncionamento das lajes lisas é influenciada por vários fatores. Para *Li et al.* (2006), a resistência ao puncionamento na ligação de laje-pilar é influenciada pelo tamanho do pilar, altura útil, resistência à compressão do concreto, etc.. Na opinião de *Ferreira e Oliveira* (2005), em lajes com pilares de relação entre os lados maior que 2 ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) têm-se grande influência das condições de carregamento, que configuram as lajes como bi ou unidirecionais.

De acordo com *Xiao e O'Flaherty* (2000), a ligação laje-pilar de uma estrutura em laje lisa, freqüentemente está sujeita a combinação de momentos fletores e tensões cisalhantes altas, que podem produzir uma ruptura por punção. Diferentemente da ruptura por flexão, a ruína por punção é frágil e pode se torna catastrófica, devido à incapacidade do concreto suportar as grandes tensões de tração que se desenvolvem, principalmente, após o escoamento da armadura de flexão. O ângulo de inclinação da superfície de ruptura depende da laje e da quantidade de armadura. Os pesquisadores destacam ainda que em projetos deva ser dada atenção à resistência e ductilidade quando a ruptura por punção está sendo considerada.

Dentre as várias pesquisas realizadas sobre puncionamento em lajes lisas, parte apresenta técnicas para aumento de resistência última e/ou ductilidade com a incorporação de estribos, sejam eles retos ou inclinados, pela introdução de cabos protendidos, fibras e entre outras. *HOLANDA* (2002) destaca que no caso das armaduras empregadas para combate à punção, na prática elas podem trazer alguma dificuldade durante a execução, especialmente em lajes de espessura reduzida, além de, eventualmente, aumentar o congestionamento de armaduras na região próxima do pilar.

Em pesquisas com lajes sem essas técnicas, o aumento do índice de retangularidade dos pilares que acarrete em dimensões substancialmente diferentes, proporciona também o aumento de resistência à punção, já que reflete no aumento do perímetro crítico, porém as expressões normativas não associam os efeitos da flexão que são desenvolvidos (*OLIVEIRA*, 2003). Por outro lado, é importante que não seja dada ênfase somente à resistência, mas também à ductilidade proporcionada na ligação laje-pilar, uma vez que permite o

desenvolvimento de mecanismos que promovem o escoamento das armaduras e de ruína por flexão, considerada dúctil.

Elevar a resistência da laje ao nível da resistência última à flexão, a partir do aumento das dimensões dos pilares e também pelo aumento da taxa da armadura de flexão secundária em lajes unidirecionais, pode favorecer a ocorrência de uma ruptura mais dúctil.

HOLANDA (2002) destaca que a ruína da laje pode ocorrer antes ou depois do desenvolvimento de sua capacidade resistente à flexão. No caso da utilização de alta taxa de armadura, a ruína pode ocorrer por punção com ou sem escoamento da armadura de flexão. A utilização da taxa baixa de armadura de flexão possibilita o escoamento da armadura, que inicia na região próxima da aplicação da carga e se propaga gradualmente por toda a armadura tracionada. Ainda de acordo com a autora, após a formação de charneiras plásticas ocorre ruína dúctil por flexão, sendo possível uma ruptura secundária por punção.

No concerne aos códigos de projeto, normalmente as recomendações normativas consideram que a resistência última à punção é diretamente proporcional à tensão resistente ao cisalhamento, altura útil da laje e perímetro da seção crítica adotada como referência, sendo, portanto, pouco abrangentes e em determinadas condições podem conduzir a resultados elevados, superestimando as resistências. Várias pesquisas realizadas sobre puncionamento em lajes lisas apresentam técnicas para aumento de resistência última com a incorporação de estribos, sejam eles retos ou inclinados, pela introdução de cabos protendidos, fibras e entre outras. Em lajes sem estas técnicas, o aumento do índice de retangularidade dos pilares (relação entre o maior e o menor lado,  $c_{\max}/c_{\min}$ ) que acarrete em dimensões substancialmente diferentes, proporciona também o aumento de resistência à punção, já que reflete no aumento do perímetro crítico, porém as expressões normativas não associam os efeitos da flexão que são desenvolvidos (Oliveira, 2003). Ressalta-se que a maioria das edificações utiliza pilares demasiadamente retangulares. Assim, torna-se necessário um estudo para avaliação do comportamento, resistência e modo de ruptura das lajes sob a influência de pilares alongados.

## 1.2 Objetivos

A realização desta pesquisa foi analisar o comportamento de 8 (oito) lajes lisas unidirecionais de concreto armado, sem armadura de cisalhamento, variando-se a taxa de armadura de flexão secundária (transversal ou direção  $x$ ) e a maior dimensão dos pilares ( $c_{\max}$ ). As lajes possuíam dimensões de (1.800 x 1.800 x 110) mm, mesma armadura flexão principal (longitudinal ou direção  $y$ ), a menor dimensão dos pilares ( $c_{\min}$ ) constante e igual a 85 mm, resistência à compressão do concreto em torno de 40 MPa e submetidas à carga no centro (punção simétrica), que simula um pilar interno de um pavimento.

A aplicação da carga foi realizada em trechos de pilares moliticamente ligados às lajes com 150 mm de altura, com índices de retangularidade ( $r = c_{\max}/c_{\min}$ ) variando de 1 a 7. O objetivo foi avaliar a influência do índice de retangularidade, que neste caso **refletiu no aumento do perímetro de controle**, no comportamento das lajes sob flexão, e possivelmente uma ruptura mais dúctil. Outro objetivo também foi analisar as cargas de ruptura estimadas a partir das recomendações de seis códigos de projeto nacionais e internacionais, comparando-as com os resultados experimentais obtidos e avaliando as estimativas ao funcionamento, uma vez que, quando as dimensões dos pilares são substancialmente diferentes pode ocorrer a polarização de tensões e o ganho de resistência não ocorre de forma diretamente proporcional ao aumento do perímetro dos pilares.

Também foi avaliada a influência da armadura secundária na resistência das 8 lajes lisas unidirecionais, na formação e desenvolvimento da fissuras, deslocamentos verticais (flechas) e inclinação das superfícies de ruptura. As taxas de armadura de flexão secundária ( $\rho_x$ ) variaram em média de 0,30% a 1,15%, experimentando cada índice de retangularidade.

Por fim, esta pesquisa também objetiva apresentar um modelo para previsão do modo de ruptura de lajes lisas unidirecionais, sem armadura de cisalhamento, desenvolvido por Ferreira e Oliveira (2005), que poderá servir de suporte aos projetistas deste tipo de estrutura e possibilitar mais uma alternativa simplificada para auxiliar a verificação dos pavimentos de edificações construídas em lajes lisas de concreto armado. Além de prever o modo de ruptura das lajes, esse modelo também permite determinar o valor mínimo ( $c_{flex}$ ) da dimensão maior do pilar ( $c_{\max}$ ) que pode promover a ruptura da laje por flexão.

### 1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está estruturado com apresentação de conteúdo teórico e experimental, cujo objetivo mais importante, é adicionar conhecimentos referentes ao comportamento de lajes lisas, sem armadura de cisalhamento, permitindo futuras análises sobre o desempenho das mesmas à punção.

No *Capítulo 2* foi realizada pesquisa bibliográfica em obras direcionadas ao tema que apresentam conteúdo teórico e experimental substancial para a compreensão do assunto, além da apresentação de seis códigos de projeto para estimativa das resistências últimas de lajes lisas de concreto armado sujeitas à punção centrada.

No *Capítulo 3* descrevem-se as características do programa experimental que foi realizado, inclusive as propriedades e características importantes de todos os materiais componentes que foram utilizados nas lajes ensaiadas.

São apresentados no *Capítulo 4* os resultados experimentais dos ensaios dos materiais utilizados, bem como dos ensaios das lajes, como: deslocamentos verticais, deformações no concreto, deformações nas armaduras de flexão, formação e desenvolvimento das fissuras, modos de ruptura, etc.

O *Capítulo 5* apresenta uma comparação entre as estimativas normativas com os resultados obtidos experimentalmente, avaliando-se a eficiência das normas.

Uma análise linear-elástica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) com a simulação das lajes e comparação com os resultados experimentais é apresentada no *Capítulo 6*.

No *Capítulo 7* são apresentadas as conclusões desta pesquisa bem como sugestões para a realização de trabalhos futuros.

No *Apêndice* são apresentadas as leituras registradas durante os ensaios das lajes, bem como os resultados dos ensaios para a determinação das propriedades mecânicas do concreto e aços utilizados nas lajes.



## 2 RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO

### 2.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados alguns trabalhos com significativas contribuições para o melhor entendimento dos mecanismos que influenciam no comportamento estrutural das lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, apoiadas em pilares retangulares. Em geral, as pesquisas que investigam o comportamento das lajes lisas relacionam a variação da taxa de armadura transversal com o do índice de retangularidade dos pilares. Estes dois parâmetros são fatores ligados à resistência ao punçionamento, embora a resistência do concreto, mesmo como maior responsável pela resistência da laje, não seja o único fator.

### 2.2 Trabalhos Realizados sobre Punçionamento em Lajes Lisas

Um dos trabalhos de grande importância para a compreensão do comportamento das lajes lisas de concreto armado sob a influência das dimensões dos pilares é o de *Hawkins et al.* (1971). No trabalho, percebe-se a influência significativa das dimensões dos pilares nos modos de ruptura com a variação da relação  $c_{\max} / c_{\min}$  e das relações destas dimensões com os vãos  $l_x$  e  $l_y$ , dependendo das condições de contorno das lajes. *Hawkins et al.* estudaram o comportamento de 9 (nove) lajes lisas submetidas a carregamento no centro. As principais variáveis foram a adoção de diversos índices de retangularidade, taxa de armadura de flexão e a posição de  $c_{\max}$  em relação às bordas carregadas.

As lajes dos pesquisadores possuíam dimensões de (2.100 x 2.100 x 152) mm com resistência a compressão em torno de 30 MPa. Os pilares foram executados juntamente com as lajes, de acordo com as diversas dimensões, mantendo-se constante o perímetro dos mesmos, cerca de 1.219 mm, com exceção da laje 9 (914 mm). Características das lajes de *Hawkins et al.* são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Propriedades das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971)

Laje	Pilar		Concreto	Armadura				
	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	Espaçamento (mm)	Área $\phi$ (mm <sup>2</sup> )	$f_{ys}$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)
1	305	305	31	152	2800	419	117	1,12
2	406	203	27	152	2800	419	117	1,12
3	457	152	31	152	2800	419	117	1,12
4	495	114	32	152	2800	419	117	1,12
5	457	152	28	65-152	3600	419	117	-
6	152	457	25	152	2800	419	117	1,12
7	457	152	27	196	2141	419	117	0,87
8	495	114	27	133	2064	422	121	0,81
9	305	152	30	139	1948	422	121	0,77

O padrão de carregamento das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* pode ser visualizado nas Figuras 2.1 e 2.2. As lajes 1, 2, 3, 4, 5 e 6 foram tratadas como lajes unidirecionais e as lajes 7, 8 e 9 como bidirecionais, com os pilares devidamente posicionados em relação a aplicação do carregamento. As lajes 2, 3, 4 e 5, com pilares retangulares, tiveram carga aplicada paralelamente aos menores lados dos pilares. Já na laje 6, a carga foi aplicada paralelamente ao maior lado.

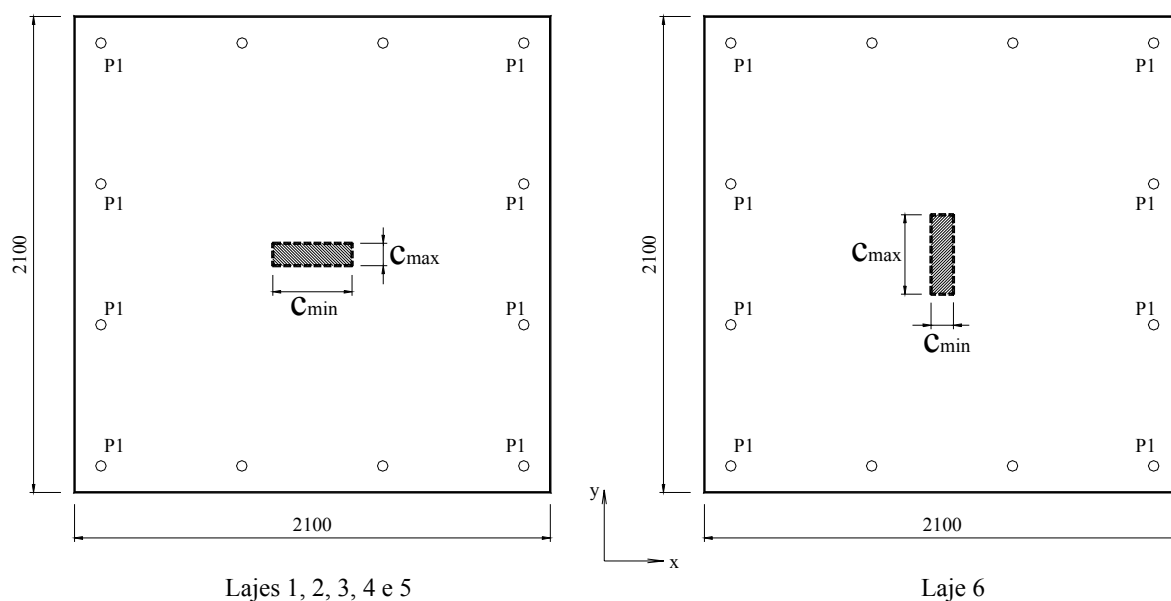
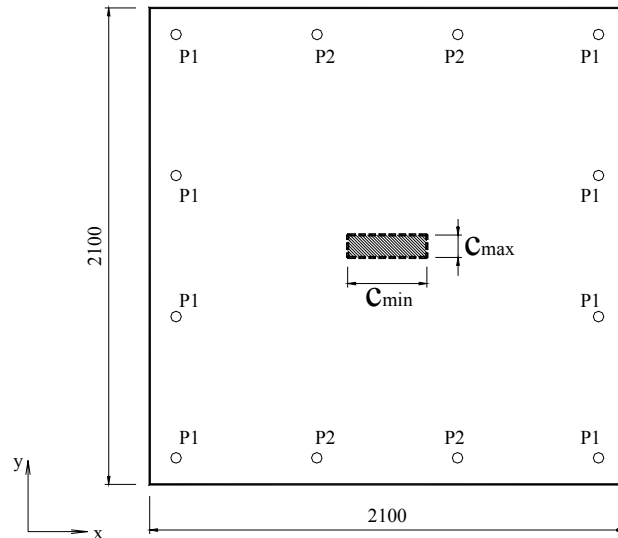


Figura 2.1 – Dimensões e padrões de carregamento das lajes unidirecionais ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971)



Lajes 7, 8 e 9

Figura 2.2 – Dimensões e padrões de carregamento das lajes bidirecionais ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971)

A Tabela 2.2 apresenta os resultados dos ensaios, a posição do carregamento e o modo ruptura observado nas lajes unidirecionais e bidirecionais ensaiadas por Hawkins *et al.*.

Tabela 2.2 – Resultados experimentais das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971)

Laje	$c_{\max} / c_{\min}$	Carregamento	$V_{\text{exp}}$ (kN)	Modo de Ruptura
1	1,00	P1	391	Flexão
2	2,00	P1	358	Puncionamento
3	3,00	P1	340	Puncionamento
4	4,33	P1	337	Puncionamento
5	3,00	P1	362	Puncionamento
6	3,00	P1	342	Flexão
7	3,00	P1 e P2	326	Puncionamento
8	4,33	P1 e P2	321	Puncionamento
9	2,00	P1 e P2	322	Puncionamento

O trabalho de Hawkins *et al.* apresenta resultados interessantes sobre o comportamento das lajes em função dos diversos índices de retangularidade dos pilares. Verifica-se que nas lajes 1 e 6, com o mesmo padrão de carregamento, a mesma taxa de armadura de flexão, pouca diferença entre as resistências dos concretos, mesmo perímetro, mas apoiadas em pilares com índice de retangularidade diferentes (1 e 3, respectivamente), as rupturas foram por flexão.

Observa-se ainda na Tabela 2.2 que as resistências ao puncionamento nas lajes carregadas em duas bordas opostas (unidirecionais), diminuíram à medida que o índice de retangularidade dos pilares aumentou. Comparando-se as lajes 1 e 4, com pilares de índices de retangularidade 1 e 4,33, respectivamente, verificou-se uma redução de 16% nas resistências das lajes.

*Teng et al.* (2000) investigaram o comportamento de 20 lajes, com e sem furos, apoiadas em pilares retangulares monoliticamente ligados às lajes. Todas as lajes ensaiadas eram quadradas apresentando dimensão lateral de 2.200 mm e espessura de 150 mm. A resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento das armaduras utilizadas no ensaio das lajes ficaram em torno de 40 MPa e 460 MPa, respectivamente.

Dentre as 20 lajes, 5 não possuíam furos. O modelo das lajes ensaiadas pode ser observado através da Figura 2.3. Como variáveis da pesquisa, *Teng et al.* utilizaram diferentes índices de retangularidade que foram conferidos aos pilares. Os índices das colunas variaram de 1, 3 e 5 e dimensões de (200 x 200) mm, (200 x 600) mm e (200 x 1.000) mm, respectivamente, que foram também moldados monoliticamente às lajes e todos possuíam altura de 200 mm. No sistema de ensaio as lajes foram carregadas de cima para baixo. A aplicação do carregamento foi realizada em oito pontos mediante vigas metálicas de reação. As principais características das lajes sem furos, como as propriedades dos materiais e carga de ruptura são apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Características das lajes ensaiadas por *Teng et al* (2000)

Laje	Pilar		Concreto		Armaduras		$V_{exp}$ (kN)
	$c_{min}$ (mm)	$c_{min}$ (mm)	$d$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$\rho$ (%)	
OC11	200	200	105	36	452	1,81	423
OC13	200	600	107	36	452	1,71	568
OC13 <sub>0,63</sub>	200	600	111	40	470	1,65	455
OC13 <sub>1,6</sub>	200	600	110	33	470	1,67	508
OC15	200	1000	103	40	452	1,76	649

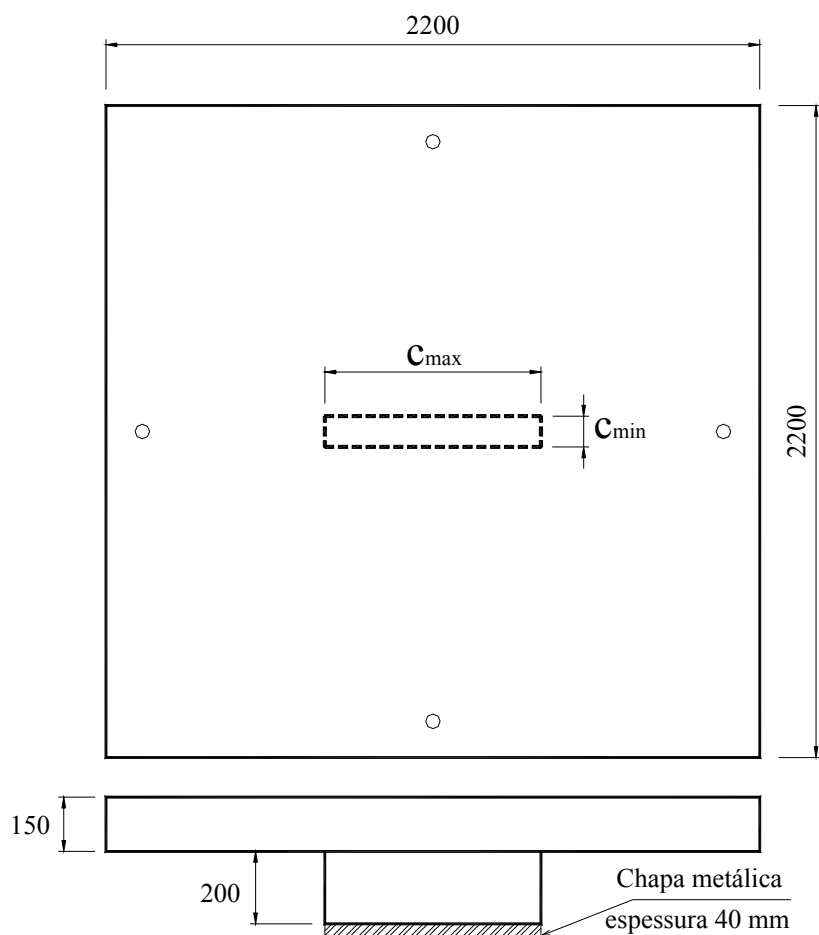


Figura 2.3 – Modelo das lajes sem furos ensaiadas por Teng *et al* (2000)

Os resultados experimentais de Teng *et al* mostraram a tendência de aumento da resistência das lajes com o aumento do índice de retangularidade. Neste caso, o aumento de índice de retangularidade dos pilares, refletiu no aumento do perímetro de controle, ao contrário do trabalho de Hawkins *et al.*, que mantiveram o mesmo perímetro dos pilares.

Borges (2003) investigou o comportamento de 8 lajes sem armadura de cisalhamento mantendo a dimensão menor ( $c_{min}$ ) do pilar constante e variando-se a maior dimensão ( $c_{max}$ ). A relação  $c_{max}/c_{min}$  variou de 2 a 4 para cinco lajes com do pilar que possuía a menor dimensão ( $c_{min}$ ) de 200 mm. Para as outras quatro lajes, a menor dimensão do pilar foi de 150 mm e a relação  $c_{max}/c_{min}$  variou de 1,67 a 4. As lajes foram carregadas nas quatro bordas e possuíam dimensões de (3.000 x 3.000) mm com resistência a compressão do concreto em torno de 40 MPa. As principais características das lajes ensaiadas por Borges pode ser observada através da Tabela 2.4. A Figura 2.4 apresenta o modelo das lajes ensaiadas por Borges e a Tabela 2.5 mostra as propriedades dos aços utilizados nas lajes.

Tabela 2.4 – Características das lajes ensaiadas Borges (2003)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	Pilar (mm)	
				$c_{min}$	$c_{max}$
L42	139	1,53	43,2	200	400
L42A	164	1,15	36,2	200	400
L45	154	1,29	42,0	200	600
L46	164	1,15	39,3	200	800
L41	139	1,39	44,7	150	250
L41A	164	1,24	38,9	150	250
L43A	164	1,24	38,7	150	450
L44	164	1,18	40,0	150	600

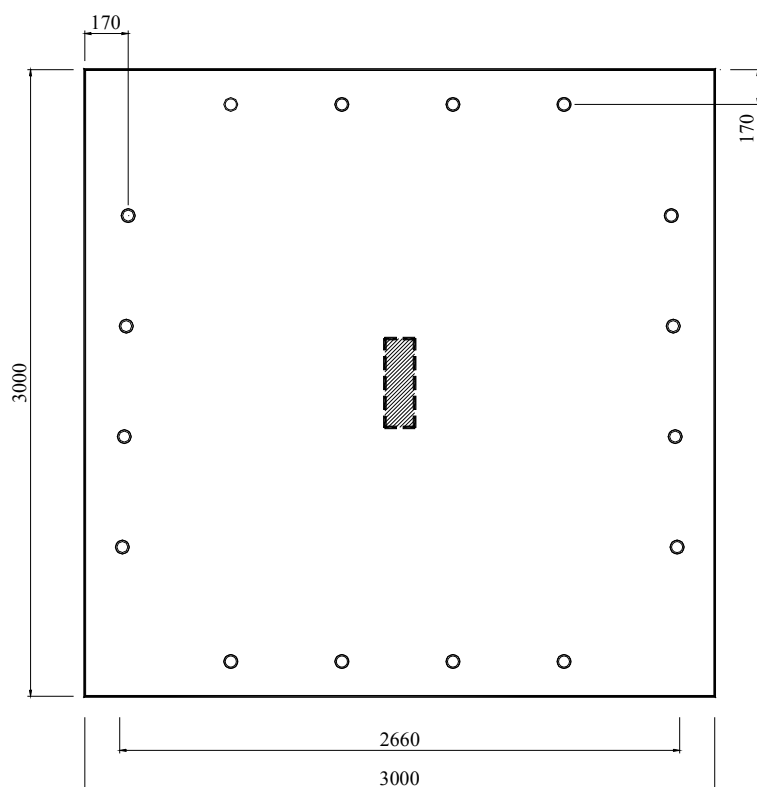


Figura 2.4 – Modelo das lajes ensaiadas por Borges (2003)

Tabela 2.5 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes de Borges (2003)

$\phi$ (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ (%)	$f_u$ (MPa)	$E$ (GPa)	Utilização das barras
8,0	674	4,7	814	215	Armadura inferior de flexão
12,5	617	4,0	748	214	Ancoragem da armadura superior de flexão
16,0	604	4,6	757	229	Armadura superior de flexão

Após os ensaios, Borges avaliou que todas as lajes romperam por puncionamento inclusive aquelas que possuíam índice de retangularidade maiores (L45, L46, L43A e L44). Observou-

se também um aumento das resistências das lajes, obviamente mais elevadas para as lajes com índices de retangularidade maiores, já que refletiu no aumento do perímetro de controle. A Tabela 2.6 apresenta os resultados observados por Borges. A autora fez uma comparação utilizando os resultados experimentais da sua pesquisa com a laje L1 (laje com pilar de dimensões de 200 mm x 200 mm), ensaiada por Gomes (1991), já que apresentavam características idênticas.

Borges observou que um acréscimo de 50% no perímetro do pilar entre as lajes L1 (Gomes) e L42, acarretou um aumento de aproximadamente de 44% na carga de ruptura. Porém, o mesmo acréscimo de perímetro, entre as lajes L1 e L42A (similar à L42), conduziu a um aumento de 29% na carga de ruptura. Ressalta-se que o perímetro considerado pela autora não foi o referente à seção crítica situada entre 0,5 e 2 vezes a altura útil da laje recomendado por alguns códigos de projeto. Quando comparou as lajes L1 (Gomes) e L45, observou que o aumento de 100% do perímetro do pilar, produziu um aumento de 55% na resistência da laje. Observou também que quando comparou as laje L1 de Gomes e a Laje L46, verificou que o aumento de 150% no perímetro do pilar, elevou em 64% a carga de ruptura.

Tabela 2.6 – Cargas e modos de ruptura observados nas lajes de Borges (2003)

Laje	$d$ (mm)	$\rho(\%)$	$f'_c$ (MPa)	Pilar (mm)		$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$P_u$ (kN)	Modo de ruptura
				$c_{min}$	$c_{max}$			
L42	139	1,53	43,2	200	400	2	703	Punção
L42A	164	1,15	36,2	200	400	2	743	Punção
L45	154	1,29	42,0	200	600	3	843	Punção
L46	164	1,15	39,3	200	800	4	947	Punção
L41	139	1,39	44,7	150	250	1,67	600	Punção
L41A	164	1,24	38,9	150	250	1,67	650	Punção
L43A	164	1,24	38,7	150	450	3	776	Punção
L44	164	1,18	40,0	150	600	4	814	Punção

Com relação às lajes que possuíam pilares com a menor dimensão de 150 mm, as lajes L41 e L41A, ambas com pilares de (150 x 250) mm, a primeira apresentou a carga de ruptura superior em 9% à da L41A. Quando comparou as lajes L41A e L43, observou que um aumento de 50% no perímetro do pilar provocou um acréscimo de 19% na resistência, e um aumento no perímetro de 88%, comparando as lajes L41A e L44, produziu um acréscimo de resistência de 25%.

Borges também observou que ocorreu uma redução na taxa de crescimento da carga de ruptura experimental quando se elevou o perímetro do pilar em incrementos iguais, concomitante da relação entre os lados do pilar, a partir da relação  $c_{\max}/c_{\min} = 3$ . A autora também compara as lajes testadas por Teng *et al.* (2000), Silva (2003) e Oliveira (2003), que também apresentaram aumento da relação  $c_{\max}/c_{\min}$ , mantendo constante a menor dimensão do pilar, concluindo que o aumento da carga de ruptura não se apresentou linear, de forma que a taxa de crescimento da carga diminuiu com o aumento, em incrementos iguais, do perímetro do pilar e da relação  $c_{\max}/c_{\min}$ .

*Mouro et al.* (2005) investigou o comportamento à punção de lajes lisas de concreto armado submetidas ao carregamento no centro da laje, com índice de retangularidade variando entre 1 a 4, permanecendo sempre constante o perímetro dos pilares.

Foram ensaiadas até a ruptura 8 (oito) lajes quadradas com 1.800 mm de lado e 130 mm de espessura. A principal característica das lajes ensaiadas foi a variação das dimensões do lado do pilar, com perímetro igual a 1.000 mm. A Figura 2.5 apresenta as características geométricas das lajes. A armadura de flexão foi dimensionada de modo a evitar a ruptura por flexão, sendo a mesma para todas as lajes.

A armadura de flexão negativa (malha superior) foi composta por 19 barras de 12,5 mm de diâmetro em cada direção. A ancoragem desta armadura foi feita por 19 ganchos de 6,3mm de diâmetro, em forma de “U”, em cada lado da laje. Já a armadura de flexão positiva (malha inferior) foi composta por 11 barras de 6,3 mm de diâmetro em cada direção. A Figura 2.6 apresenta as armaduras das lajes utilizadas no trabalho experimental de *Mouro et al.*.



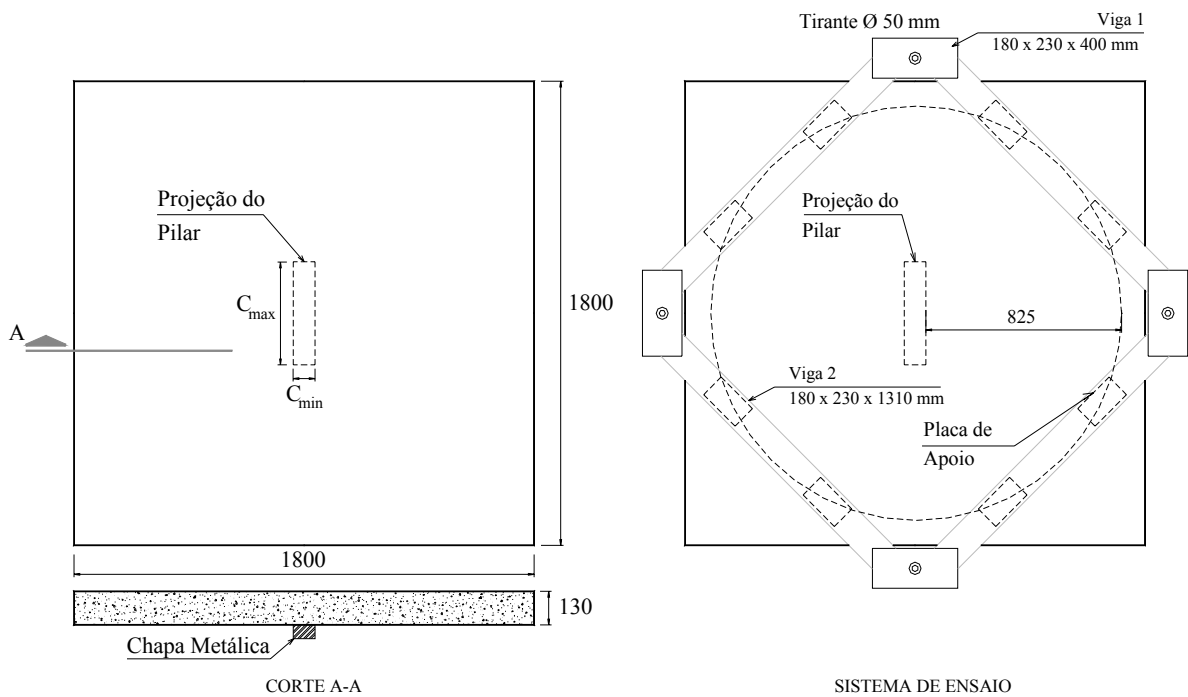


Figura 2.5 – Modelo e sistema de ensaio das lajes da pesquisa de Mouro *et al.* (2005)

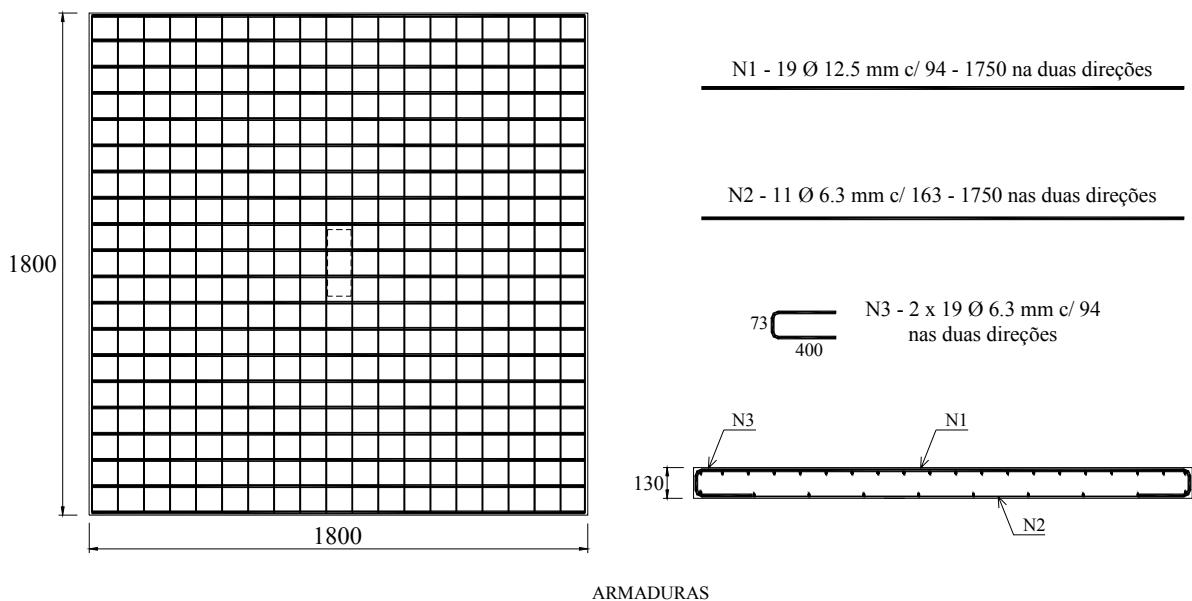


Figura 2.6 – Armaduras das lajes da pesquisa de Mouro *et al.* (2005)

O concreto utilizado para todas as lajes foi dosado para atingir uma resistência à compressão em torno de 25 MPa aos 28 dias. A Tabela 2.7 apresenta os resultados da carga de ruptura, da deformação central máxima do aço e da flecha central máxima das 8 lajes ensaiadas. Todas as lajes romperam por punção. Verifica-se que com os índices de retangularidade entre 1 e 2,03

não ocorreu grande variação na carga de ruptura e, a partir daí houve um decréscimo significativo.

Tabela 2.7 – Características das lajes ensaiadas por Mouro *et al.* (2005)

Laje	Dimensões do pilar (mm)		$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$f'_c$ MPa	$V_u$ (kN)	$\epsilon_{max(x)}$ (mm/m)	$\epsilon_{max(y)}$ (mm/m)	$\delta_{max}$ (mm)
	$c_{min}$	$c_{max}$						
L1	250	250	1,00	28	375	2,60	0,63	7,15
L2	230	270	1,17		390	1,44	1,99	6,74
L3	215	285	1,33		375	1,38	1,42	8,32
L4	200	300	1,50		395	2,01	2,16	6,79
L5	165	335	2,03	23	385	1,89	1,43	7,47
L6	125	375	3,00		350	0,88	2,09	8,47
L7	100	400	4,00		275	3,36	2,05	9,05
L8	110	390	3,55		300	2,19	2,04	8,30

Observações:  
 Todas as lajes romperam por punção.  
 A altura útil para todas as lajes foi de 90 mm.  
 A taxa de armadura ( $\rho$ ) foi de 1,38% para todas as lajes.  
 Os valores  $\epsilon_{max}$  e  $\delta_{max}$  foram obtidos na carga de 250 kN.

Mouro *et al.* concluíram que a medida que o índice de retangularidade aumenta há uma redução na resistência ao puncionamento de lajes lisas de concreto armado, mesmo para pequenas diferenças na resistência do concreto.

Ressalta-se que a redução da resistência ao puncionamento das lajes do trabalho de Mouro *et al.* foi semelhante ao comportamento das lajes de Hawkins *et al.*, pois a medida que a menor dimensão dos pilares era reduzida, mantendo-se a mesma dimensão do perímetro do pilar, ocorria uma intensificação das tensões cisalhantes em torno das menores faces dos pilares, conduzindo ao aparecimento da concentração de tensões (polarização).

Carvalho (2006) analisou experimentalmente 10 lajes lisas de concreto de alta resistência ( $f'_c = 60$  MPa), dosado com metacaulim, submetidas a carregamento simétrico, com o objetivo de analisar a influência da variação do índice de retangularidade dos pilares ( $c_{max} / c_{min} = 1, 3$  e  $5$ ) e de armaduras de cisalhamento na resistência ao puncionamento das mesmas. Dentre as 10 lajes, 3 (L1, L2 e L3) foram ensaiadas sem armadura de cisalhamento e com pilares de índice de retangularidade 1, 3 e 5, com o menor lado ( $c_{min}$ ) igual a 85 mm e o maior ( $c_{max}$ ) igual a 85, 255 e 425 mm, respectivamente. A Tabela 2.8 apresenta as características das lajes

ensaiadas por Carvalho. As lajes tinham dimensões de (1.800 x 1.800 x 110) mm e foram ensaiadas de acordo com a condição de lajes unidirecionais, conforme a Figura 2.7, com armadura principal sendo disposta na direção perpendicular às bordas carregadas das lajes.

Tabela 2.8 – Características das lajes ensaiadas por Carvalho (2006)

Laje	$c_{\min}$ (mm)	$c_{\max}$ (mm)	$c_{\max} / c_{\min}$	$f'_c$ (MPa)	$d$ (mm)
L1	85	85	1	52	85
L2	85	255	3	52	86
L3	85	425	5	50	85

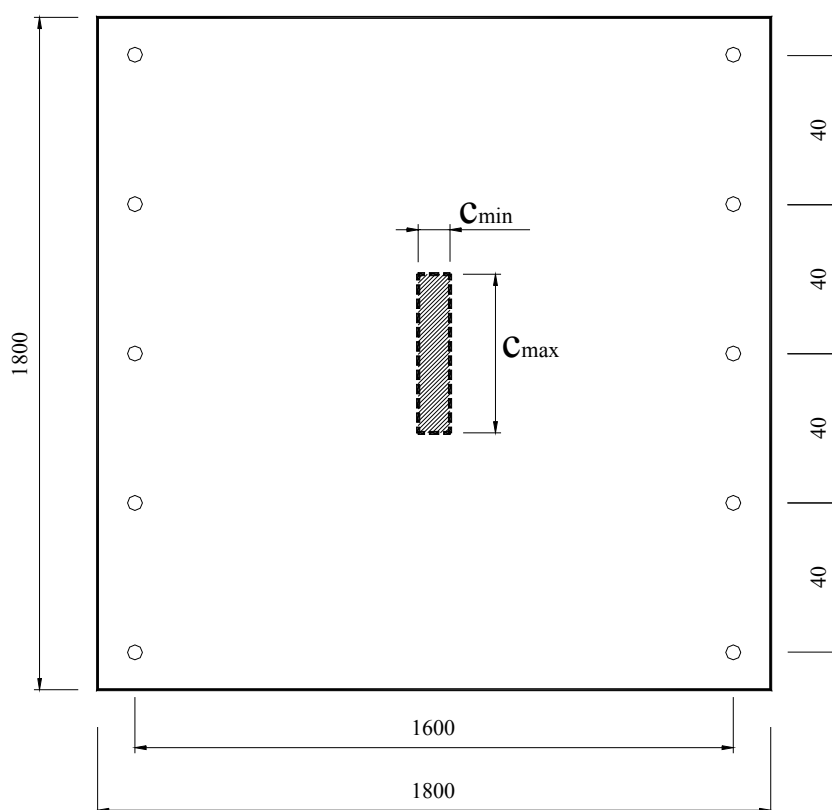


Figura 2.7 – Modelo das lajes ensaiadas por Carvalho (2006)

A taxa da armadura de flexão foi de 1,32 %, composta de 32 barras de 12,5 mm em duas direções, ou seja, 16 barras em cada direção espaçadas a cada 118 mm. A ligação entre a ancoragem das barras da armadura de flexão foi feita através de 64 ganchos com diâmetro de 6,3 mm sendo 32 em cada direção medindo (300 x 300 x 91,2) mm cada. O cobrimento das armaduras foi de aproximadamente 13 mm. A Tabela 2.9 apresenta as propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes.

Tabela 2.9 – Propriedades mecânicas dos aços das lajes ensaiadas por Carvalho (2006)

$\phi$ (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$\varepsilon_{ys}$ (‰)	$f_u$ (MPa)	$\varepsilon_u$ (‰)	$E$ (Gpa)
12,5	530	2,82	676	-	646
6,3	680	3,80	770	-	377

Foram monitoradas 8 barras por laje, sendo 4 na direção principal e 4 na direção secundária. Os extensômetros EA1, EA2, EA3 e EA4 foram colocados nas barras perpendiculares à maior dimensão do pilar, como apresentado na Figura 2.8. As posições desses extensômetros variaram de acordo com os índices de retangularidade dos pilares, pois a primeira barra instrumentada foi a mais próxima da face menor do pilar ( $c_{min}$ ), já que o índice de retangularidade variou na direção paralela às bordas carregadas. Os extensômetros EA5, EA6, EA7 e EA8 foram colocados nas barras da armadura secundária. A diferença de deformação entre as duas direções não foi significativa para as lajes L1 e L2, mas os extensômetros nas barras da armadura principal registraram maiores deformações. Na Figura 2.9 é observada a deformação dos extensômetros das lajes de Carvalho.

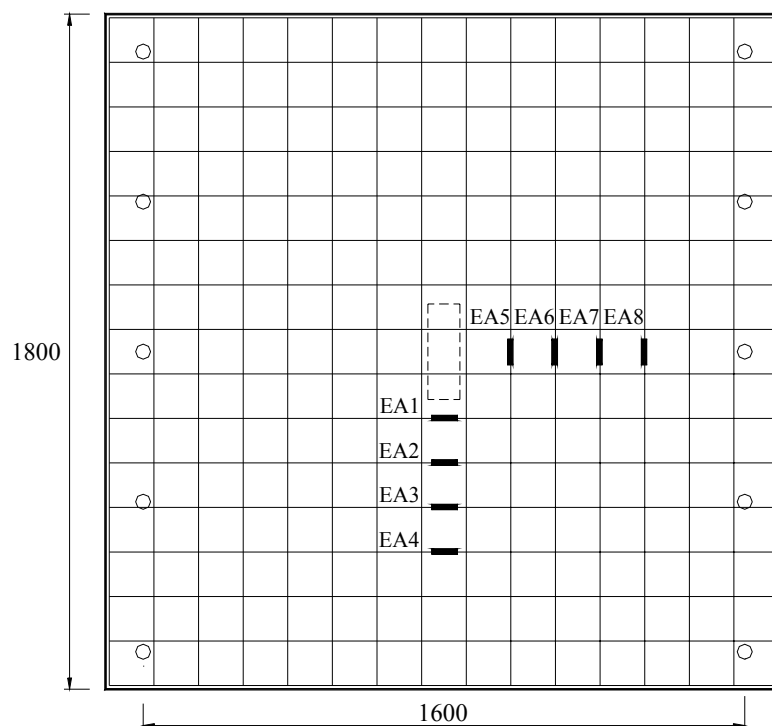


Figura 2.8 – Posição dos extensômetros nas armaduras das lajes de Carvalho (2006)

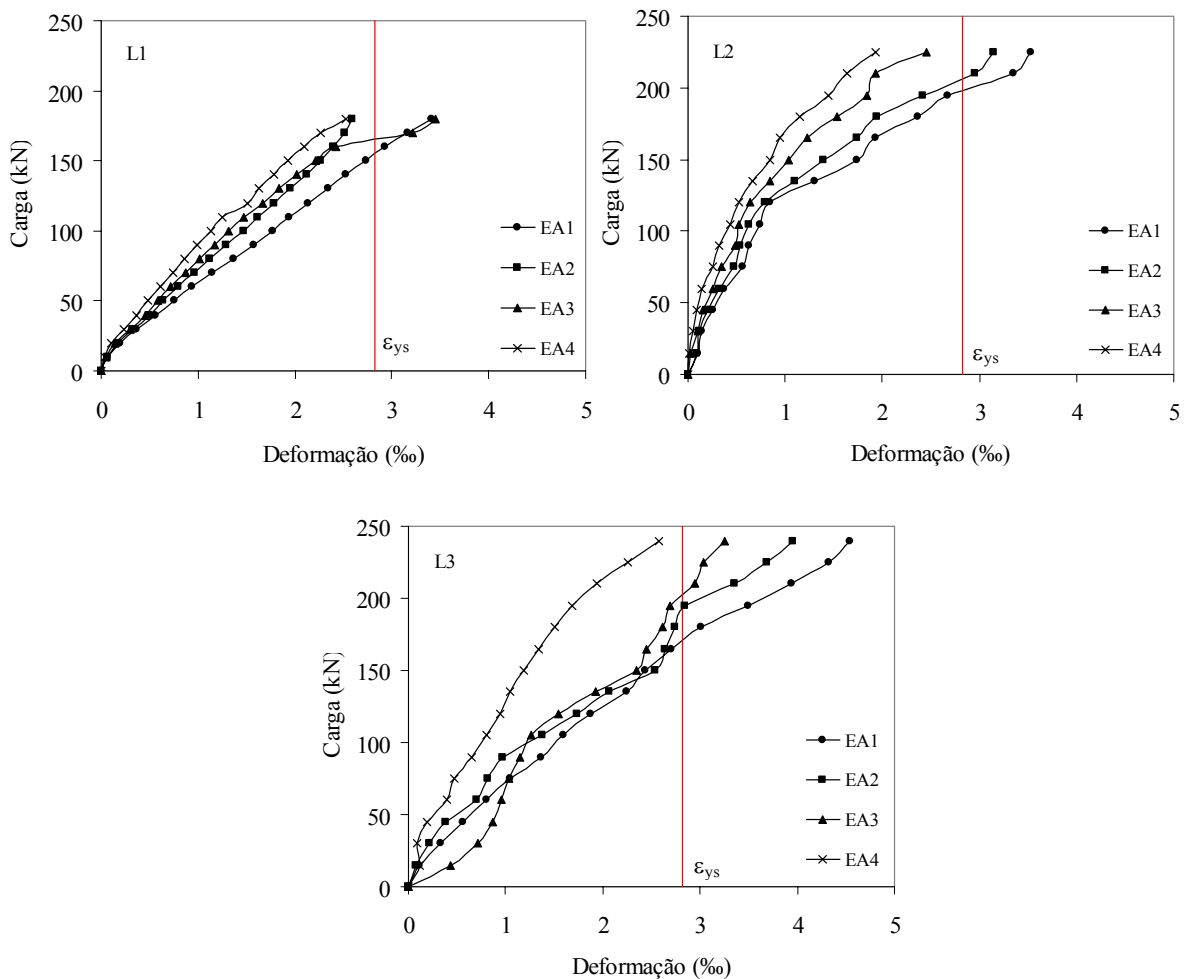


Figura 2.9 – Deformações na armadura de flexão principal das lajes L1, L2 e L3 de Carvalho (2006)

Percebe-se pela Figura 2.9, que a medida que o índice de retangularidade aumentava, mantendo a menor dimensão constante, houve um maior número de barras da armadura principal que escoaram, indicando tendência a uma ruptura por flexão. Apesar de Carvalho ter observado uma ruptura por punção na laje L3, acredita-se que esta laje poderia ter seu modo de ruptura caracterizado como flexo-puncionamento, já que das quatro barras da armadura principal que foram monitoradas, em três foram observadas o escoamento, fora aquelas não instrumentadas que se localizavam antes da face do pilar. Por simetria do carregamento tem-se que 10 barras apresentaram escoamento, das 16 que compõe a armadura principal. Os modos de ruptura podem ser visto na Tabela 2.10.

Tabela 2.10 – Modos de ruptura observados por Carvalho (2006)

Laje	$f'_c$ (MPa)	$A_{sv}/Cam.$ (mm <sup>2</sup> )	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura observado
L1	52	-	185	220	0,84	Puncionamento
L2	52	-	226	222	1,01	Puncionamento
L3	50	-	239	219	1,09	Puncionamento

Vilhena *et al.* (2006) estudaram 6 lajes lisas unidirecionais de concreto armado de alta resistência ao puncionamento simétrico. As lajes possuíam dimensões de (1.400 x 1.000 x 80) mm e resistência à compressão do concreto ficou em torno de 55 MPa. As principais variáveis foi a taxa de armadura secundária (1,2% (a) e 1,9% (b)) e o índice de retangularidade dos pilares ( $r = c_{max}/c_{min}$ ), de 1, 3 e 5, conforme a Tabela 2.11. Para cada taxa de armadura secundária variou-se o índice de retangularidade dos pilares. A taxa de armadura principal foi mantida constante e igual a 1,2%. Todas as barras das armaduras secundária e principal tinham diâmetro  $\phi = 10,0$  mm com tensão de escoamento de 773 MPa. A Figura 2.10 mostra o modelo das lajes do trabalho experimental de Vilhena *et al.*.

Tabela 2.11 – Características das lajes ensaiadas por Vilhena *et al.* (2006)

Laje	$d$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\rho$	$\rho_x$	$r$	Pilar (mm)	
						$c_{max}$	$c_{min}$
L1a	65	51,2	0,012	0,012	1	85	85
L1b	65		0,014	0,019	1	85	85
L3a	65	53,6	0,012	0,012	3	255	85
L3b	67		0,014	0,018	3	255	85
L5a	65	55,2	0,012	0,012	5	425	85
L5b	65		0,012	0,019	5	425	85

$\rho = (\rho_x \cdot \rho_y)^{1/2}$  é a taxa geométrica média das armaduras de flexão de acordo com a norma CEB-FIP MC90;

$d$  é a altura útil da laje;

$r$  é o índice de retangularidade dos pilares.

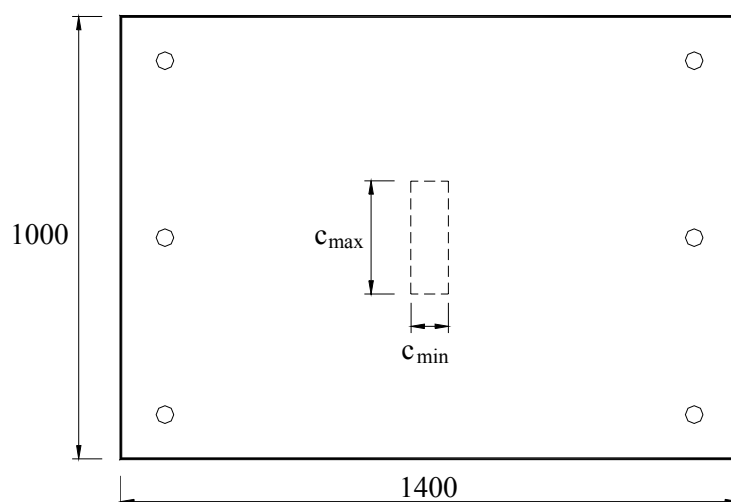


Figura 2.10 – Modelo das lajes de Vilhena *et al.* (2006)

As armaduras principais foram compostas por 10 barras de 10,0 mm espaçadas de 109 mm. Para as armaduras secundárias foram utilizadas 13 barras de 10,0 mm espaçadas de 115 mm (taxa a) e 20 barras de 10,0 mm espaçadas de 73 mm (taxa b). Nas Figuras 2.11 e 2.12 podem-se visualizar as características das armaduras utilizadas nas lajes de Vilhena *et al.* As armaduras de distribuição, posicionadas na superfície inferior das lajes, foram constituídas por 7 barras de 5,0 mm espaçadas 228 mm na direção secundária e 5 barras de 5,0 mm espaçadas 245 mm na direção principal. As armaduras principais apresentaram ganchos nas extremidades das barras para melhorar a ancoragem das mesmas, entretanto, este procedimento não foi adotado para as armaduras secundárias.

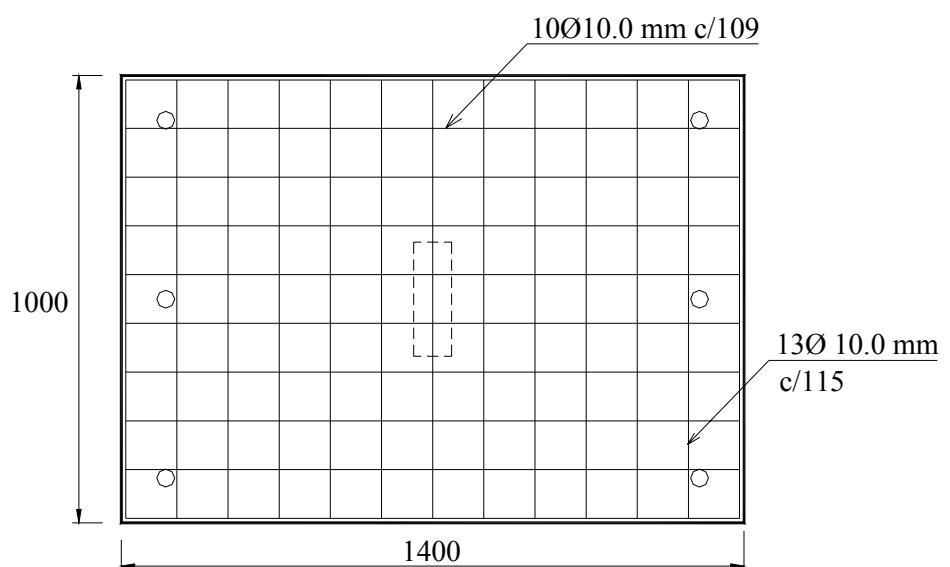


Figura 2.11 – Armadura das lajes L1a, L3a e L5a de Vilhena *et al.* (2006)

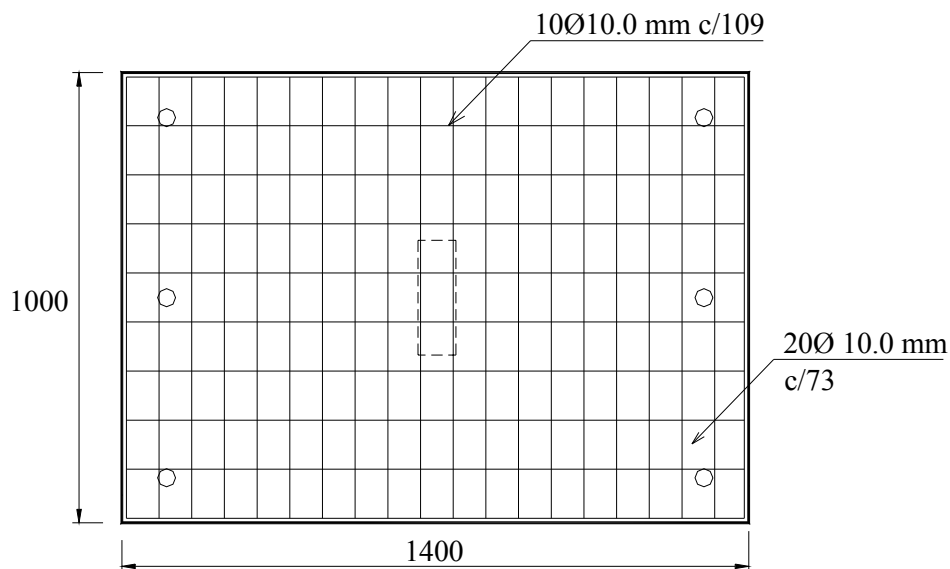


Figura 2.12 – Armadura das lajes L1b, L3b e L5b de Vilhena *et al.* (2006)

O sistema de ensaio e aplicação de carga foi constituído de 2 vigas metálicas, utilizadas para distribuir o carregamento nas bordas das lajes, simulando apoios contínuos, mas de segundo gênero; 6 tirantes de aço com  $\phi = 25,4$  mm e  $f_{ys} = 400$  MPa, com a função de transmitir os esforços gerados durante o ensaio das lajes para a laje de reação; 3 placas de aço medindo (85 x 85 x 50) mm, (85 x 255 x 50) mm e (85 x 425 x 50) mm para simular os pilares com os respectivos índices de retangularidade.

Os resultados indicaram que à medida que o índice de retangularidade das lajes aumentava a ruptura por flexão era iminente. Observou-se que as resistências das lajes não se alteraram significativamente com o incremento da taxa de armadura, para o mesmo índice de retangularidade, conforme mostra a Tabela 2.12. Os valores estimados pelas normas NBR 6118 (ABNT 2003) e CEB-FIP MC90 tenderam a superestimar as resistências à medida que os índices de retangularidade aumentavam. Este comportamento deve-se ao fato das normas não considerarem as condições de carregamento das lajes em suas estimativas.

O autor verificou que a baixa resistência à flexão de todas as lajes reduziu a capacidade resistente ao puncionamento. Foram observadas diferenças de até 50% para as lajes com pilares de índice de retangularidade 5. Vilhena *et al.* ressaltam ainda que este elevado índice tende a dissipar as tensões de cisalhamento, fazendo com que um comportamento de viga seja predominante, porém avaliam que o mesmo não se aplica às lajes com pilares de menores



índices, como as lajes L1a e L1b, onde foram observadas diferenças de até 23% entre as estimativas normativas e os resultados experimentais.

Segundo os autores, os puncionamentos registrados nas lajes com pilares de índice 3 ocorreram dentro de um regime claro de ruptura por flexão, com as fissuras que caracterizam as linhas de ruptura demasiadamente abertas. A Figura 2.13 mostra, dependendo da proximidade das lajes com a curva, os modos característicos de ruptura observados nas lajes de Vilhena *et al.*.

Tabela 2.12 – Cargas e modos de ruptura das lajes ensaiadas por Vilhena *et al.* (2006)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$r$	$P_{NB1}$ (kN)	$P_{CEB}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$P_{ys}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{NB1}}$	$\frac{P_u}{P_{CEB}}$	$\frac{P_{ys}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura
L1a	65	1,2	1	147	146	80	83	123,0	0,83	0,84	1,04	punção
L1b	65	1,4	1	158	157	80	82	122,0	0,77	0,78	1,03	punção
L3a	65	1,2	3	194	192	80	70	134,5	0,69	0,70	0,88	flexão-punção
L3b	67	1,4	3	214	211	83	72	134,0	0,63	0,63	0,87	flexão-punção
L5a	65	1,2	5	240	237	81	65	122,0	0,51	0,51	0,80	flexão
L5b	65	1,4	5	258	255	81	68	124,5	0,48	0,49	0,84	flexão

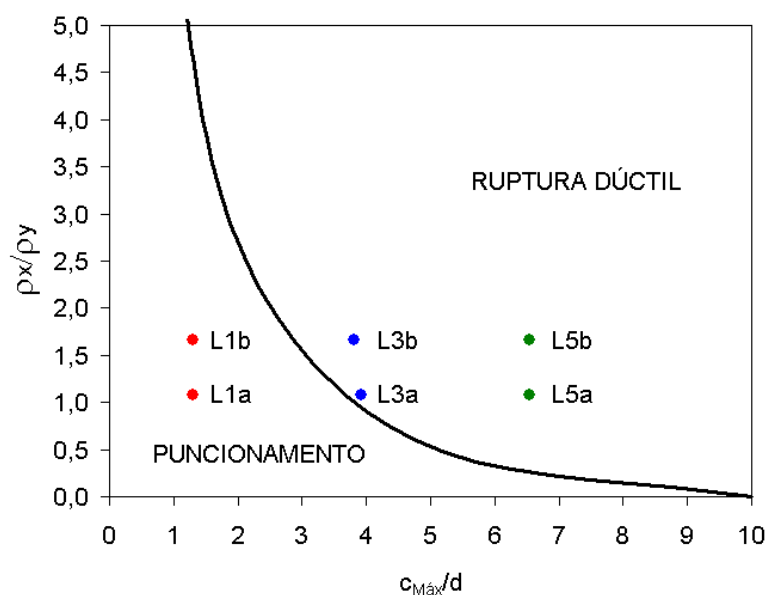


Figura 2.13 – Modos de ruptura das lajes ensaiadas por Vilhena *et al.* (2006)

Os resultados mostraram que as estimativas normativas são semelhantes e tendem a superestimar a resistência média ao puncionamento das lajes em até 52%, quando a resistência à flexão é significativamente reduzida. O emprego da taxa geométrica média superestima a resistência ao puncionamento, uma vez que a baixa capacidade resistente à

flexão antecipou a ruptura por punção em até 25%. Este efeito é claro em lajes com pilares de baixos índices de retangularidade, onde o modo de ruptura foi puncionamento frágil.

## **2.3 Recomendações Normativas para o Cálculo de Lajes Lisas**

### **2.3.1 Considerações Iniciais**

Diversos códigos de projeto de normas nacionais e internacionais serão utilizados para estimar a resistência à punção em placas lisas de concreto armado.

- ACI 318-02, *American Building Code Requirements for Reinforced Concrete*. American Concrete Institute. (ACI, 2002)
- BS 8110, *Structural use of concrete*. British Standards. (BS, 1997)
- CEB-FIP, *Model Code 1990*. Comitee Euro-Internacional du Beton. (CEB-FIP, 1993)
- EUROCODE 2, *Design of Concrete Structures*. European Committee for Standardization. (EC2, 2002)
- NBR 6118, *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978)
- NBR 6118, *Projeto de Estruturas de Concreto*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003)

Cada norma em geral possui sua particularidade embora algumas sejam semelhantes em certas recomendações e divergentes em outras. Algumas reconhecem o mesmo parâmetro como fundamental para resultados satisfatórios. Destaca-se, como exemplos, a taxa de armadura de flexão e o índice de retangularidade do pilar como fatores que influenciam nas resistências das lajes lisas de concreto armado submetidas à puncionamento simétrico.

### 2.3.2 ACI 318: 2002, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. (ACI, 2002)

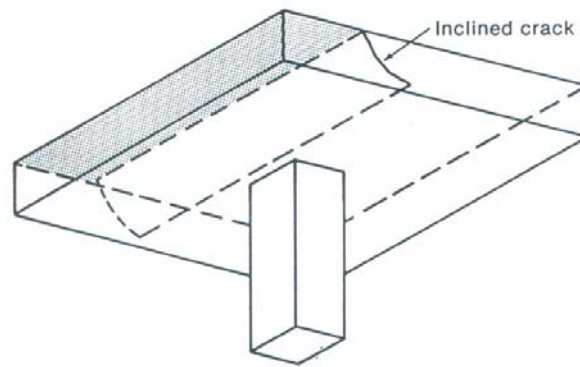
Esta Norma estabelece que:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad (2.1)$$

$V_u$  é o esforço cisalhante na seção considerada e  $V_n$  é a resistência nominal ao cisalhamento que é dada pela Equação 2.2, sendo  $\phi$  admitido como valor unitário para trabalhos de caráter experimental.

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.2)$$

As parcelas do lado direito da equação correspondem à resistência devida ao concreto ( $V_c$ ) e resistência proveniente da armadura de cisalhamento ( $V_s$ ). A verificação da resistência ao funcionamento das lajes lisas sem armadura de cisalhamento deverá ser avaliada respeitando-se duas condições. A primeira é do cisalhamento ocorrendo em uma direção, com a ruptura da laje comportando-se como uma viga-chata (*wide beam*), que é avaliada pela Equação 2.3. Neste caso, uma seção crítica tomada a uma distância  $d$  da área carregada ou apoio sob a laje, que se estende por toda a largura da mesma deve ser utilizada para a verificação da ruptura por viga-chata, considerando-se como mostrado na Figura 2.14.



(a) One-way shear.

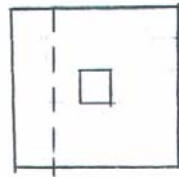


Figura 2.14 - Seção crítica considerando-se a laje rompendo por cisalhamento constante ao longo de toda a largura segundo a ACI 318 (*wide beam*)

$$V_c = \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \right) \cdot b \cdot d \quad (2.3)$$

A segunda verificação é referente ao cisalhamento ocorrendo nas duas direções, como mostra a Figura 2.15. Para esta situação, a verificação terá que considerar um perímetro crítico ( $b_0$ ) afastado  $d/2$  da área carregada ou reação de apoio. A Equação 2.4 deve utilizada para a laje trabalhando nas duas direções e permite considerar a influência das dimensões da área carregada ou dos apoios ( $c_{\min}$  e  $c_{\max}$ ).

$$V_c = \left( 1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \right) \cdot b_0 \cdot d \quad (2.4)$$

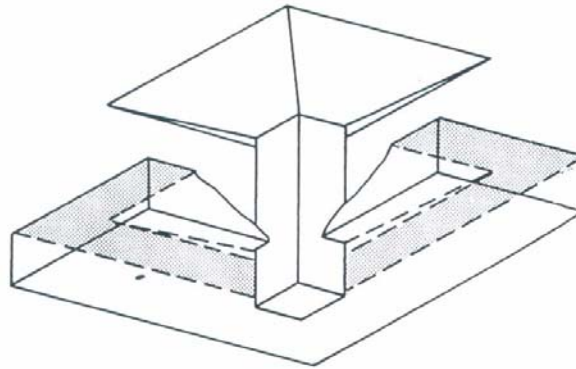
onde

$f'_c$  : resistência do concreto obtida em ensaios com corpos de prova cilíndricos

$\beta_c$  : razão entre o lado maior e menor da área carregada

$b_0$  : perímetro crítico =  $4 \cdot (c + d)$

$d$  : Altura útil da laje



(b) Two-way shear.



Figura 2.15 - Seção crítica considerando-se a laje rompendo por cisalhamento nas duas direções segundo a ACI 318 (*wide beam*)

Ressalta-se que o resultado da equação 2.4 não deverá ser superior a  $\left(\frac{\sqrt{f'_c}}{3}\right) \cdot b_0 \cdot d$ . Este código também avalia a contribuição do perímetro crítico ( $b_0$ ) e fornece uma expressão para o cálculo da resistência a punção através da Equação 2.5.

$$V_c = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c}}{6} \cdot b_0 \cdot d \quad (2.5)$$

O fator  $\alpha_s$  deve ser igual a 3,32, correspondendo ao valor indicado para pilares localizados no interior do pavimento. A Figura 2.16 mostra os perímetros de controle recomendados pela ACI 318 para o caso de lajes trabalhando nas duas direções.

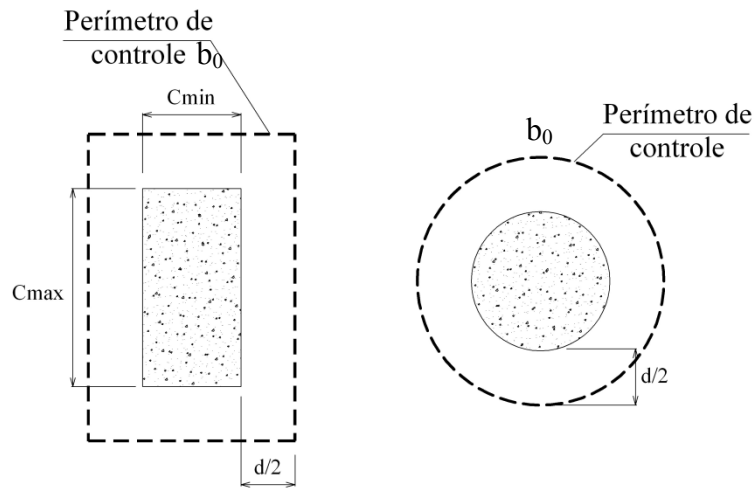


Figura 2.16 – Perímetros de controle (ACI, 2002)

### 2.3.3 BS 8110: 1997, Structural use of concrete. British Standards. (BS, 1997)

Este código prescreve que a ruptura por punção se dá entorno de faces inclinadas na forma de tronco de cone ou de pirâmide, dependendo da forma da área carregada. No entanto, para tornar prática esta verificação, é aceitável considerar um perímetro de controle retangular afastado  $1,5 \cdot d$  da face do pilar, inclusive pilares ou áreas carregadas de formas circulares, conforme a Figura 2.17.

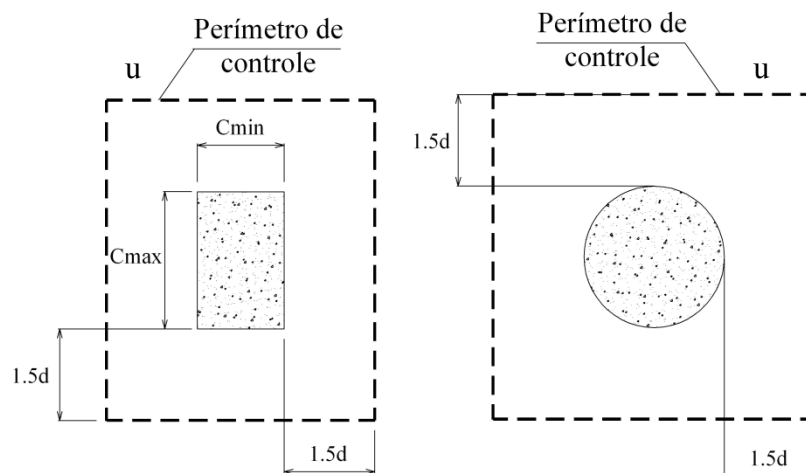


Figura 2.17 – Perímetros de controle (BS, 1997)

A tensão máxima de cisalhamento não deverá exceder a tensão máxima de resistência dada por  $0,89 \cdot \sqrt{f'_c}$  ou  $5 \text{ N/mm}^2$ . A tensão de cisalhamento deverá ser calculada pela Equação 2.6.

$$\tau_{sd} = \frac{V_{sd}}{u \cdot d} \quad (2.6)$$

A capacidade resistente ao cisalhamento na zona ruptura considerada sem a utilização de armadura de punção deve ser calculada de acordo com a Equação 2.7.

$$V_r = \xi \cdot v_r \cdot u \cdot d \quad (2.7)$$

onde

$$\xi = (400 / d)^{1/4} \geq 1,0$$

$$v_r = 0,29 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3}$$

Observando que a taxa de armadura de flexão  $\rho$  não poderá exceder o valor de 3. Para o caso de ruptura por viga-chata esta norma não fornece recomendações. No entanto, para a estimativa da carga para uma ruptura por viga-chata utiliza-se neste trabalho a mesma equação para estimativa de punção, modificando-se o perímetro de controle pela largura da laje.

#### **2.3.4 CEB-FIP: 1993, Model Code 1990. Comitê Euro-Internacional do Beton. (MC90, 1993)**

Para lajes sem armadura de punção, a resistência ao cisalhamento proveniente de cargas concentradas ou reações de apoio pode ser verificada tomando-se o esforço cortante nominal no perímetro de controle. Os perímetros de controle recomendados por esta norma são apresentados na Figura 2.18.

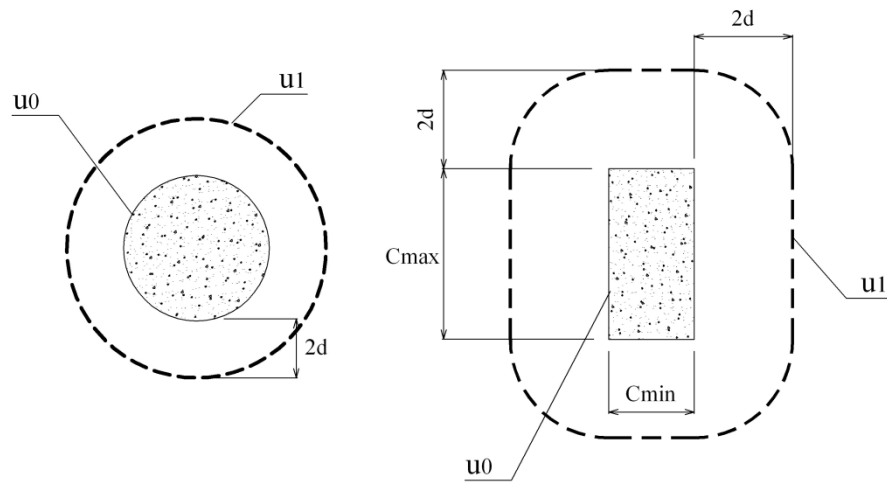


Figura 2.18 – Perímetros de controle em pilares internos (MC90, 1993)

Segundo esta norma a distribuição da força concentrada ocorre de forma polar-simétrica e pode ser calculada de acordo com a Equação 2.8.

$$\tau_{sd} = \frac{V}{u_1 \cdot d} \quad (2.8)$$

onde

$V$  : força concentrada aplicada à laje

$u_1$  : comprimento do perímetro de controle

$d$  : altura útil efetiva da laje tomada como  $(d_x + d_y)/2$

A estimativa da resistência ao cisalhamento de lajes de concreto armado sem armadura cisalhamento sobre o perímetro de controle poderá ser avaliada pela Equação 2.9.

$$v_r = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \quad (2.9)$$

onde

$\xi = 1 + \sqrt{200/d}$ , com  $d$  em mm

$\rho$  : taxa de armadura de flexão dada por  $\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$



Em cada direção a taxa de flexão deve ser calculada por  $\frac{A_s}{b \cdot d}$  estendendo-se de uma distância  $3 \cdot d$  das extremidades da área carregada, assim obtendo-se  $\rho_x$  e  $\rho_y$  nas duas direções ortogonais. A MC90 não apresenta recomendações para a estimativa da resistência para ruptura por viga chata em lajes. Porém, baseando-se nas suas recomendações para punção, a resistência para a ruptura por viga chata foi estimada através da Equação 2.10.

$$V_{wb} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot I_y \cdot d \quad (2.10)$$

### 2.3.5 EUROCODE 2: 2002, Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization. (EC 2, 2002)

Segundo esta norma, na verificação ao esforço de punção deve-se usar o perímetro de controle  $u_1$  para o cálculo da resistência limite. O perímetro de controle deverá ser tomado a uma distância de  $2 \cdot d$  da carga atuante ou reação de apoio conforme a Figura 2.19. A máxima tensão solicitante deverá ser obtida por pela Equação 2.11.

$$\tau_{sd} = \beta \cdot \frac{V}{u_1 \cdot d} \quad (2.11)$$

sendo

$u_1$ : o comprimento do perímetro de controle sendo considerado

$V$ : o esforço aplicado à laje

Para pilares retangulares e quadrados,  $\beta$  é dado por:

$$\beta = 1 + K \cdot \frac{M}{V} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad (2.12)$$

Para o caso de punção simétrica, sem a existência de momentos desbalanceados, o valor de  $\beta$  resultará em 1 ( $\beta = 1$ ).

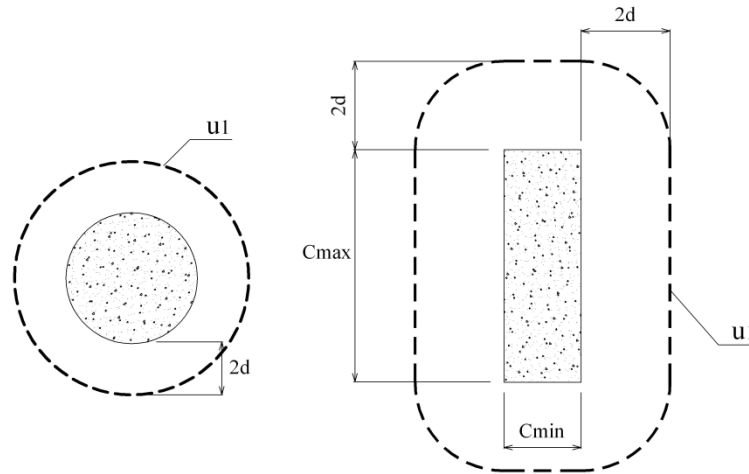


Figura 2.19 – Perímetros de controle (EC2, 2002)

A força solicitante não deverá ultrapassar o valor da resistência limite dada pela Equação 2.13 ( $V < V_r$ ).

$$V_r = v_r \cdot \xi \cdot u_1 \cdot d \quad (2.13)$$

onde

$$v_r = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3}$$

$f'_c$  em MPa

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ com } d \text{ em mm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$\rho_x$  e  $\rho_y$ : são as taxas de armadura de flexão nas duas direções ortogonais, que deverão ser calculadas considerando como comprimento da laje as dimensões do pilar acrescida de  $3 \cdot d$  para cada lado.

Sendo  $d$  a altura laje deverá ser tomada como indicado pela Equação 2.14:

$$d = \frac{d_y + d_x}{2} \quad (2.14)$$

Onde  $d_y$  e  $d_x$  representam as alturas efetivas nas duas direções ortogonais da laje. A norma recomenda que  $v_{ps}$  seja tomado como  $\frac{0,18}{\gamma_c}$ , onde  $\gamma_c$  é o coeficiente de segurança da norma que é igual a 1,50. Dispensa-se a utilização de armadura de cisalhamento caso  $V < V_r$ . Apesar desta norma não possuir recomendações para a estimativa de ruptura por viga-chata, será considerada a mesma equação para a estimativa por punção, modificando-se também o perímetro de controle pela largura da laje ( $L_y$ ).

### **2.3.6 NBR 6118: 1978, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 1978)**

A NB1:78 recomenda que o cálculo da tensão tangencial uniformemente distribuída no perímetro de controle deve obedecer a forma deste e ter certas limitações de acordo com os comprimentos dos lados do pilar ou carregamento atuando sobre a laje. O cálculo desta tensão a partir da reação de apoio ou carga é determinado pela Equação 2.15.

$$\tau_{sd} = \frac{V}{u \cdot d} \quad (2.15)$$

Esta norma estabelece um valor limite para a tensão sendo calculada pela Equação 2.16:

$$\tau_{lim} = 0,63 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.16)$$

No caso do valor da tensão solicitante seja metade da tensão limite, dispensa-se a colocação de armadura de cisalhamento. Para verificação de ruptura por viga-chata esta norma não faz recomendações e a estimativa das cargas será feita também em função da Equação 2.16. Esta norma diferencia perímetros de controle dependendo das dimensões do pilar ou carga atuando sobre a laje. Para índices de retangularidade menores ou iguais a 3 ( $r = c_{max}/c_{min}$ ), as tensões cisalhantes mantêm-se distribuídas em um perímetro de controle contínuo. No caso de pilares ou cargas com  $c_{max}/c_{min} > 3$ , as tensões cisalhantes são consideradas distribuídas a determinada área, limitada em torno das faces mais afastadas do pilar ou carga, como indicado na Figura 2.20.

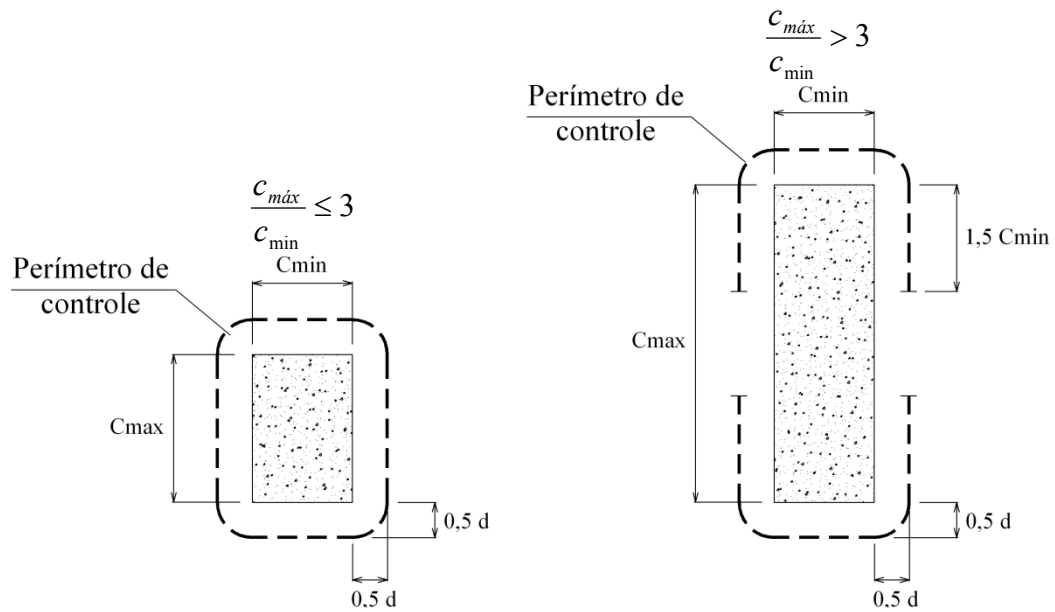


Figura 2.20 – Perímetros de controle (NBR 6118, 1978)

### 2.3.7 NBR 6118: 2003, Projeto de Estruturas de Concreto. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (NBR 6118, 2003)

A formulação apresentada por esta norma é semelhante à apresentada pelas proposições do CEB-FIP:1993. A NBR 6118:2003 recomenda a utilização de um modelo de cálculo correspondente à verificação ao cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas dependendo da forma do pilar ou carga concentrada, fornecendo critérios e orientações para a sua aplicação prática. Para o caso de punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento, as definições das superfícies críticas  $C$  e  $C'$  podem ser obtidas baseando-se pela Figura 2.21.

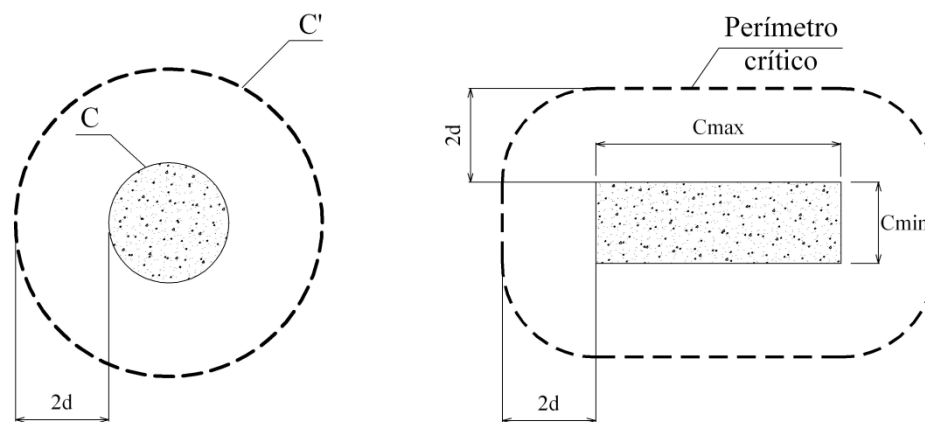


Figura 2.21 – Perímetros críticos em pilares (NBR 6118, 2003)

A tensão solicitante nas superfícies críticas considerando-se o efeito do carregamento como simétrico, deverá ser obtida pela Equação 2.17.

$$\tau_{sd} = \frac{V}{u \cdot d} \quad (2.17)$$

onde

$d$  : altura útil da laje ao longo do contorno crítico

$d_x$  e  $d_y$  : alturas úteis nas duas direções ortogonais

$u$  : perímetro do contorno crítico  $C'$

$P$  : é a força ou a reação concentrada

Para verificação da tensão resistente nas duas seções críticas  $C$  e  $C'$ , a tensão solicitante deverá ser inferior a tensão limite. A verificação no perímetro crítico  $C$  deverá obedecer a Equação 2.18, recomendada por esta norma.

$$\tau_{sd} \leq \tau_r = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f'_c \quad (2.18)$$

onde

$\alpha_v = (1 - f'_c / 250)$ , com  $f'_c$  em MPa;

A verificação da tensão no perímetro crítico  $C'$ , a norma estabelece a Equação 2.19. Esta expressão é semelhante à do CEB-FIP MC 90 e é dada por:

$$\tau_{sd} \leq \tau_r = 0,182 \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (2.19)$$

com

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2}$$

onde

$d$  : altura útil ao longo do contorno crítico em cm

$\rho$  : taxa geométrica de armadura de flexão aderente

$\rho_x$  e  $\rho_y$  : taxas de armadura nas duas direções ortogonais

Embora a atual norma brasileira considere a influência da taxa de armadura de flexão, esta por outro lado, não considera o efeito das dimensões da área carregada ou dos apoios sob as lajes. A ruptura por viga chata não é considerada pela NBR 6118 (ABNT 2003), no entanto, para esta pesquisa foram utilizadas as mesmas equações de ruptura por punção para estimar as cargas de ruptura por viga-chata, mudando-se o perímetro de controle pela largura da laje ( $L_y$ ).

## 2.4 Resistência das Lajes

### 2.4.1 Resistência ao Puncionamento

A estimativa das cargas de rupturas das 8 lajes lisas unidirecionais de concreto armado desta pesquisa foi feita pelas recomendações normativas dos seis códigos anteriormente comentados. Algumas delas consideram a influência das dimensões dos pilares, assim como a taxa de armadura existente. A Tabela 2.13 apresenta a estimativa das cargas de ruptura das lajes.

Tabela 2.13 – Cargas previstas pelas normas para a ruptura por punção e viga-chata

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	ACI		BS 8110		CEB-FIP		EC2		NB1/78		NB1/03	
			$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$V$ (kN)
L1A	89,3	1,22	172,2	134,1	250,6	196,6	267,1	217,3	213,8	173,8	269,9	113,1	269,9	219,3
L2A	89,3	1,22	169,5	163,6	248,0	241,3	264,3	265,0	211,6	211,9	267,0	175,0	267,0	267,4
L3A	99,7	1,09	188,5	209,1	258,9	318,9	274,7	347,4	227,1	286,8	277,4	202,0	277,4	350,3
L4A	98,6	1,10	187,9	236,6	259,2	366,1	275,0	397,3	226,7	327,2	277,8	198,3	277,8	401,1
L1B	98,1	0,56	189,3	154,8	207,5	174,9	220,2	192,6	181,3	158,4	222,5	129,3	222,5	194,4
L2B	90,5	0,60	175,9	170,6	201,7	197,8	214,8	217,3	172,6	174,3	217,0	177,5	217,0	219,1
L3B	92,7	0,59	179,3	194,9	203,0	240,4	216,1	262,8	174,8	212,1	218,2	183,0	218,2	264,8
L4B	98,1	0,56	187,3	235,6	206,0	290,4	218,6	315,1	179,9	259,2	220,9	197,1	220,9	318,1

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$  e  $d = (d_x + d_y)/2$   
 $V$  : Ruptura por punção  $V_{wb}$  : Ruptura por viga chata

Ressalta-se que as recomendações de todas as normas em nenhum momento consideraram a influência das condições de carregamento das lajes. Estas estimativas normativas seriam as mesmas no caso de lajes carregadas nas quatro bordas, isto é, em situação de lajes bidirecionais.

#### 2.4.2 Resistência à Flexão

Os momentos resistentes das lajes foram calculados a partir da Equação 2.20. De acordo com Oliveira (1998), a avaliação teórica do momento fletor resistente baseia-se nas recomendações do CEB-FIP MC90, onde o valor pode ser obtido através da análise do diagrama simplificado representando os principais esforços atuantes em uma seção retangular de concreto armado à flexão.

$$m_u = A_s \cdot f_{ys} \cdot \left( d - 0,59 \cdot A_s \cdot \frac{f_{ys}}{f'_c} \right) \quad (2.20)$$

onde

$A_s$  : área de aço da armadura de flexão por unidade de comprimento

$f_{ys}$  : tensão de escoamento da armadura de flexão

$d$  : altura útil da seção transversal

$f'_c$  : resistência característica do concreto à compressão

#### 2.4.3 Resistência última pela Teoria das Linhas de Ruptura

De acordo com o método das linhas de ruptura, para estimar a resistência última à flexão é admitido que as lajes sob ação da carga de ruptura dividem-se em painéis que giram em torno de “linhas” de plastificação das quais atua, perpendicularmente, o momento resistente. Neste método é necessário admitir uma possível configuração para as linhas de ruptura nas quais deverá atuar o momento resistente. A configuração das linhas de ruptura consideradas para as lajes desta pesquisa pode ser visualizada na Figura 2.22 e a carga de ruptura à flexão, como resultado da configuração adotada, pode ser calculada pela Equação 2.21.

$$P_{flex,l} = \frac{4 \cdot L_y \cdot m_{ul}}{L_x - c_{min}} \quad (2.21)$$

Este processo também é conhecido como método das Charneiras Plásticas e é amplamente utilizado, já que fornece resultados satisfatórios. Conforme *Langendonck* (1970), a ruína por flexão da laje ocorrerá com o surgimento das linhas de plastificação formadas pela fissuração do concreto e quando a tensão de escoamento das barras que compõem as armaduras é atingida.

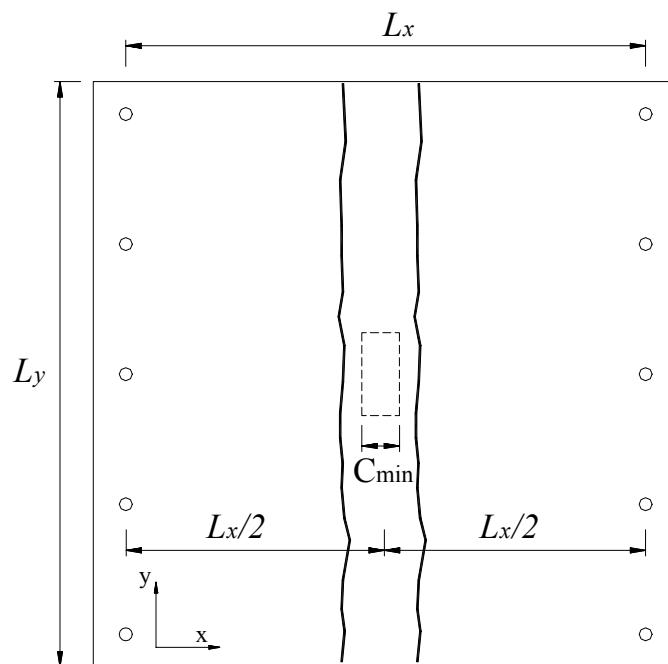


Figura 2.22 – Configuração das linhas de ruptura adotadas na pesquisa

#### 2.4.4 Resistência pela Teoria das Placas

A Teoria das Placas é outro procedimento que pode ser utilizado para avaliar o comportamento à flexão em placas de concreto armado. O emprego deste método tem como objetivo considerar a real influência das áreas dos pilares sobre as lajes. Ressalta-se que a abordagem por Teoria das Placas leva em consideração o comportamento linear-elástico dos materiais. Fazendo-se uma analogia com o comportamento de viga, onde a verificação da capacidade resistente é realizada através da comparação do momento solicitante com o



resistente, deduz-se a possibilidade de se empregar este procedimento para lajes. As Equações 2.22 e 2.23 fornecem os momentos fletores nas direções x e y segundo a Teoria das Placas.

$$M_x = -D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.22)$$

$$M_y = -D \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (2.23)$$

O momento de torção é dado pela Equação 2.24:

$$M_{xy} = -M_{yx} = D \cdot (1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.24)$$

Assim, a equação geral da placa é dada pela conhecida Equação de *Lagrange*:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad (2.25)$$

$D$  é a rigidez à flexão da laje que é dada pela Equação 2.26.

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2.26)$$

onde

$E$  : módulo de elasticidade do material

$h$  : espessura da laje

$\nu$  : coeficiente de Poisson

A solução da equação diferencial da superfície deformada da placa para as condições de contorno de uma laje unidirecional, simplesmente apoiada em duas bordas e livres nas outras duas, é dada pela Equação 2.27.

$$w(x, y) = \sum_{m=1,3,5,\dots} \left[ a_m + A_m \cdot \cosh\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{L_x}\right) + B_m \cdot \frac{m \cdot \pi \cdot y}{L_x} \cdot \sinh\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{L_x}\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{L_x}\right) \quad (2.27)$$

Onde  $a_m$ ,  $A_m$  e  $B_m$  são parâmetros que dependem das condições de contorno, dimensões da placa, dimensões da área carregada e propriedades do material da placa, como o coeficiente de *Poisson*. Para determinação dos momentos solicitantes, a Equação 2.27 deverá ser substituída nas Equações 2.22, 2.23 e 2.24.

A utilização da Teoria das Placas com objetivo de apresentar uma análise mais precisa do comportamento das lajes lisas de concreto para levar em consideração as dimensões dos pilares. O procedimento consistiu em se determinar os momentos solicitantes fornecidos por uma análise teórica linear-elástica, que combinados com os momentos resistentes ou de fissuração, estima-se o valor provável da carga aplicada capaz de promover o escoamento da armadura, bem como aquela que pode originar a primeira fissura na laje, respectivamente.

Apresenta-se em seguida uma análise realizada a partir da Teoria das Placas para verificar a influência dos momentos fletores que atuam nas lajes dependendo do índice de retangularidade dos pilares. Para isso, foram utilizadas as lajes 1, 2, 3, 4 5 e 6 de Hawkins *et al* (1971), L1, L2 e L3 de Carvalho (2006). O resultado da análise pode ser observado na Figura 2.55.

A Figura 2.23 mostra a influência da flexão em função da relação  $c_{\max}/L_y$  para diversas relações  $c_{\max}/L_x$ . Os valores da ordenada correspondem aos fatores  $\alpha_x$  que correlacionam carga e momento fletor no centro das lajes ( $M_{\max} = \alpha_x \cdot P$ ) na direção  $x$ , obtidos a partir da Teoria das Placas, enquanto o eixo das abscissas corresponde à relação  $c_{\max}/L_y$ . Dentro da mesma figura existem curvas com várias relações de  $c_{\max}/L_x$  e outras que representam diferentes situações de retangularidade dos pilares, 1, 3 e 5.

Observa-se pela Figura 2.23 que para uma relação  $c_{\max}/L_x$  qualquer, a tendência do momento fletor é diminuir com o aumento de  $c_{\max}$ , ou seja, o aumento do índice de retangularidade conduz a redução não somente das tensões cisalhantes que normalmente aparecem acentuadas em pilares com dimensões muito pequenas, mas também das de flexão, com tendência para predominância de comportamento de viga, no caso de uma laje unidirecional. Entretanto, para um  $c_{\max}/L_y$  qualquer, o aumento do índice de retangularidade eleva os momentos, já que se diminui o valor de  $c_{\min}$ , como é o caso das lajes 2, 3, 4 e 5 de Hawkins *et al.* que romperam por punção, cujo trabalho os autores mantiveram o perímetro do pilar constante.

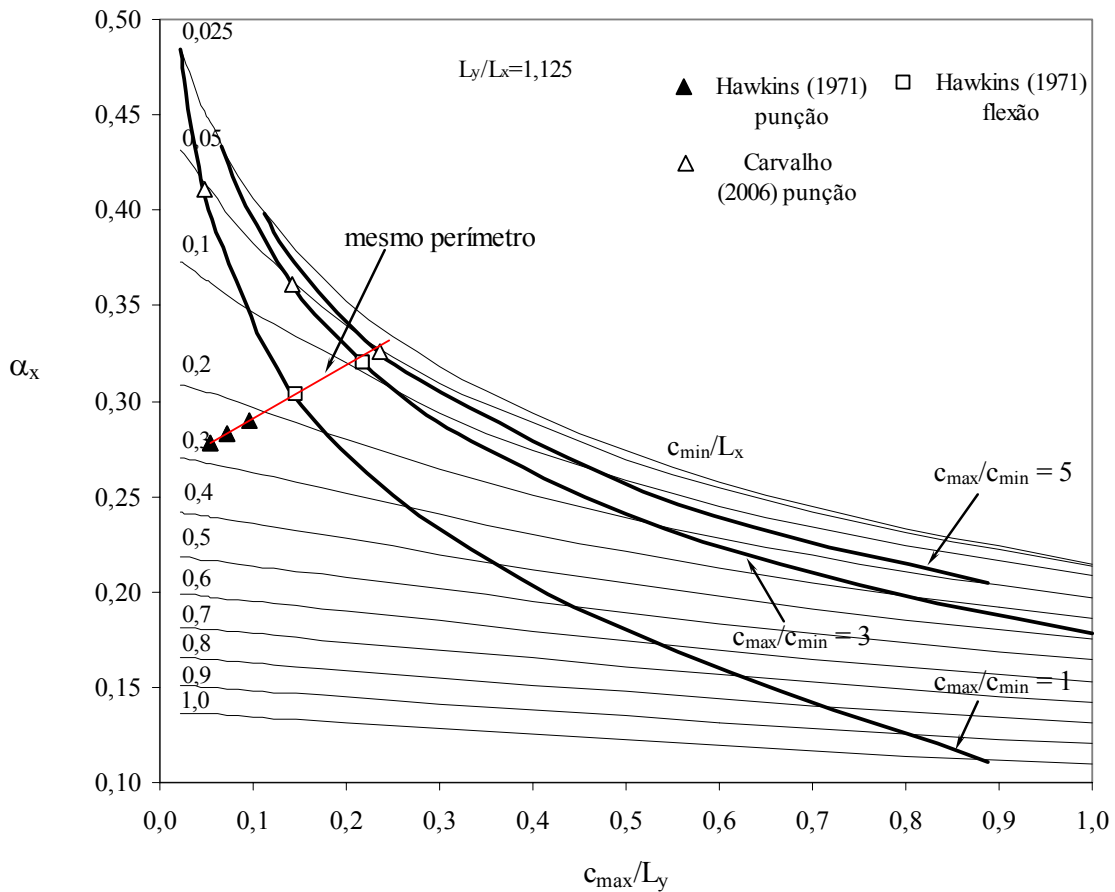


Figura 2.23 – Variação dos fatores  $\alpha_x$  em função da relação  $c_{\max}/L_y$  e  $c_{\min}/L_x$

Igualmente, seguindo uma curva de retangularidade qualquer dos pilares, a tendência dos efeitos de flexão é diminuir com o aumento de  $c_{\max}$ , como pode ser observado na figura com a redução do momento fletor máximo no centro das lajes em função do fator  $\alpha_x$ , pois, para

manter a mesma retangularidade, o aumento de uma das dimensões do pilar condiciona o aumento da outra, dissipando as tensões de cisalhamento na laje provenientes da punção. Na Figura 2.23 também são comparadas as lajes de Carvalho (2006), mostrando a contribuição dos momentos fletores sob as mesmas, com a variação do índice de retangularidade dos pilares.

O que pode ser dito sobre puncionamento é que haverá uma determinada combinação de tensões de flexão e de cisalhamento superiores às resistentes que ocasionam a ruptura da laje, que dependerá de vários fatores, entre eles às dimensões dos vãos e das condições de carregamento das lajes.

#### 2.4.4.1 Estimativa da primeira fissura das lajes

De acordo com *Silvany e Pinheiro (2005)*, um ponto muito importante é a determinação da rigidez, que está bastante interligada com o problema da fissuração do concreto. A fissuração tem influência sobre a rigidez do elemento e determinar o grau de fissuração da peça é uma tarefa difícil, mesmo porque a fissuração é um fenômeno que ocorre progressivamente, dependendo dos momentos fletores e, à medida que ocorre, há uma redistribuição de momentos.

Com base no momento de fissuração ( $M_r$ ), definido pela NBR 6118 (ABNT 2003), pode-se trabalhar com o regime elástico do concreto, já que nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I, em que os momentos solicitantes são inferiores ao de fissuração, e parcialmente no estágio II. A separação entre esses dois estágios é definida pelo momento de fissuração. O cálculo do momento de fissuração segundo a NBR 6118 (ABNT 2003) é dado pela Equação 2.28.

Nas estruturas trabalhando no estágio I, as tensões normais atuantes que surgem são de baixa intensidade, cujo estágio corresponde às etapas iniciais do carregamento onde o concreto consegue resistir às tensões de tração. Nesta fase, ao longo da seção transversal da laje, tem-se uma linearidade entre tensões e deformações, garantido, desta forma, a validade da Lei de Hooke.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_c} \quad (2.28)$$

onde

$\alpha$  : é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência a tração direta.

$I_c$  : momento de inércia da seção bruta de concreto

$y_c$  : distância do centro de gravidade da seção de concreto à fibra mais tracionada

$f_{ct}$  : resistência à tração direta do concreto

A resistência à tração direta do concreto ( $f_{ct}$ ) é obtida conforme o item 8.2.5 da NBR 6118 (ABNT 2003). Para determinação de  $M_r$ , no estado limite de formação de fissuras, a norma recomenda usar o  $f_{ctk,inf}$ , e no estado limite de deformação excessiva, o  $f_{ctm}$ . O cálculo dessas resistências pode ser realizado através das Equações 2.29a e 2.29b.

$$f_{ct} = \begin{cases} f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} & (2.29a) \\ f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} & (2.29b) \end{cases} \quad \text{em MPa}$$

A Tabela 2.14 fornece os valores do coeficiente  $\alpha$  recomendados pela NBR 6118 (ABNT 2003) de acordo com o tipo de seção transversal do elemento estrutural.

Tabela 2.14 – Valores de  $\alpha$  segundo a NBR 6118 (ABNT 2003)

	Seções T ou duplo T	Seções retangulares
$\alpha$	1,2	1,5

A estimativa da carga para o aparecimento da 1ª fissura no concreto, será realizada com base na expressão do momento de fissuração combinado com as expressões dos momentos fletores

atuantes nas lajes nas duas direções,  $M_x$  e  $M_y$ . Assim, os momentos atuantes em qualquer estágio de carregamento para uma análise linear-elástica serão dados pelas Equações 2.30 e 2.31.

$$M_x = \alpha_x \cdot P \quad (2.30)$$

$$M_y = \alpha_y \cdot P \quad (2.31)$$

onde

$P$  : é a carga atuante

$\alpha_x$  : é o coeficiente que correlaciona carga e momento fletor na direção longitudinal

$\alpha_y$  : é o coeficiente que correlaciona carga e momento fletor na direção transversal

Para este trabalho os coeficientes  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  foram calculados a partir das expressões fornecidas pela Teoria das Placas, cujos cálculos foram realizados de acordo com as características de cada pilar e dimensões das lajes, sendo apresentados na Tabela 2.15.

Tabela 2.15 – Valores de  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  obtidos para momento fletor em lajes unidirecionais

Dimensões do Pilar (mm)	Valores de $\alpha$ no centro do pilar		Valores de $\alpha$ na face do pilar	
	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\alpha_x$	$\alpha_y$
85 x 85	0,4110	0,2934	0,3594	0,2658
85 x 255	0,3603	0,2083	0,3304	0,1986
85 x 425	0,3262	0,1634	0,3055	0,1580
85 x 595	0,3008	0,1335	0,2851	0,1297

Como a intensidade dos esforços na direção  $x$  (longitudinal ou principal) é maior para a configuração de lajes lisas unidirecionais, pode-se desprezar os resultados na direção  $y$  (transversal ou secundária), já que o momento fletor  $M_x$  rege o aparecimento das primeiras fissuras, por ser superior ao  $M_y$ . A Tabela 2.16 apresenta a estimativa das cargas que conduzem o aparecimento das primeiras fissuras nas lajes.

Tabela 2.16 – Estimativa da 1ª fissura das lajes

Laje	$f'_c$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$I_c$ (cm <sup>4</sup> )	$y_c$ (cm)	$M_r$ (kN.m/m)	Estimativa 1ª fissura (kN)
L1A	41,3	3,58	11091,67	5,50	10,84	30,17
L2A	40,0	3,51	11091,67	5,50	10,61	32,12
L3A	39,7	3,49	11091,67	5,50	10,56	34,57
L4A	40,4	3,53	11091,67	5,50	10,68	37,47
L1B	41,4	3,59	11091,67	5,50	10,86	30,22
L2B	42,0	3,62	11091,67	5,50	10,97	33,18
L3B	41,6	3,60	11091,67	5,50	10,90	35,66
L4B	40,5	3,54	11091,67	5,50	10,70	37,53

#### 2.4.4.2 Determinação da carga para início do escoamento da armadura ( $P_{ys}$ )

O critério para se determinar a carga de escoamento da armadura da laje considera como o valor que promoverá a deformação de escoamento ( $\varepsilon_{ys}$ ) da primeira barra registrada pelos extensômetros instalados nas lajes, por tratar-se que até imediatamente antes do início do escoamento pode ser considerado ainda uma fase linear-elástica, apesar de se ter algum nível de fissuração do concreto na região próxima ao carregamento. A Equação 2.32 pode ser utilizada na determinação da carga teórica para início do escoamento da armadura.

$$P_{yst} = \frac{m_u}{\alpha_x} \quad (2.32)$$

onde

$m_u$ : é o momento resistente da seção calculado de acordo com a expressão do CEB-FIP MC90

$\alpha_x$ : é o coeficiente que correlaciona carga e momento fletor na direção longitudinal obtido por Teoria das Placas

Na Tabela 2.17 são apresentados os valores estimados de  $P_{flex}$  pela Teoria das Linhas de Ruptura e  $P_{yst}$  por Teoria das Placas. As Tabelas 2.18, 2.19 e 2.20 apresentam os valores de  $\alpha_x$  e  $\alpha_y$  para lajes quadradas e lajes retangulares com relação  $L_y / L_x = 1,125$ .

Tabela 2.17 – Resistência à flexão das lajes pelas Linhas de Ruptura e Teoria das placas

Laje	$d_l$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$A_{sl}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$f_{ys,l}$ (MPa)	$m_u$ (kN.m/m)	$a_x$	$P_{flex}$ (kN) Linhas de Ruptura	$P_{yst}$ (kN) Teoria das Placas
L1A	89,3	41,3	0,1091	600	56,0	0,36	266,4	155,9
L2A	89,3	40,0	0,1091	600	55,6	0,33	265,4	169,0
L3A	99,7	39,7	0,1091	600	64,0	0,31	304,1	209,4
L4A	98,6	40,4	0,1091	600	62,4	0,29	296,8	219,0
L1B	98,1	41,4	0,1091	600	61,9	0,36	294,4	172,4
L2B	90,5	42,0	0,1091	600	57,8	0,33	274,6	174,9
L3B	92,7	41,6	0,1091	600	60,0	0,31	285,2	196,4
L4B	98,1	40,5	0,1091	600	61,8	0,29	293,8	216,7

Tabela 2.18 – Coeficientes  $\alpha_x$  para momento fletor máximo  $M_x$  para vãos quadrados de laje unidirecional e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.2$

$M_x = \alpha P$	$c_{min}/l_x$									
$c_{max}/l_y$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,10	0,3658	0,3135	0,2781	0,2508	0,2283	0,2087	0,1909	0,1746	0,1591	0,1444
0,20	0,3384	0,2989	0,2686	0,2440	0,2229	0,2043	0,1872	0,1713	0,1563	0,1419
0,30	0,3160	0,2849	0,2592	0,2369	0,2174	0,1998	0,1835	0,1681	0,1534	0,1393
0,40	0,2978	0,2723	0,2499	0,2300	0,2120	0,1953	0,1797	0,1649	0,1506	0,1367
0,50	0,2827	0,2611	0,2414	0,2234	0,2067	0,1910	0,1760	0,1617	0,1478	0,1342
0,60	0,2704	0,2512	0,2336	0,2172	0,2016	0,1867	0,1724	0,1586	0,1450	0,1317
0,70	0,2594	0,2426	0,2266	0,2114	0,1969	0,1827	0,1690	0,1556	0,1424	0,1294
0,80	0,2498	0,2347	0,2203	0,2062	0,1924	0,1790	0,1658	0,1528	0,1399	0,1271
0,90	0,2418	0,2279	0,2146	0,2014	0,1884	0,1755	0,1628	0,1501	0,1375	0,1250
1,00	0,2346	0,2222	0,2095	0,1991	0,1847	0,1723	0,1600	0,1477	0,1353	0,1233

Tabela 2.19 – Coeficientes  $\alpha_x$  para momento fletor máximo  $M_x$  para vãos retangulares de laje unidirecional com  $L_y/L_x = 1,125$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.2$

$M_x = \alpha P$	$c_{min}/l_x$									
$c_{max}/l_y$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,10	0,3468	0,2965	0,2621	0,2356	0,2138	0,1949	0,1781	0,1626	0,1481	0,1344
0,20	0,3196	0,2800	0,2513	0,2277	0,2077	0,1899	0,1738	0,1588	0,1448	0,1314
0,30	0,2932	0,2646	0,2405	0,2177	0,2013	0,1847	0,1695	0,1551	0,1415	0,1284
0,40	0,2741	0,2509	0,2303	0,2118	0,1951	0,1796	0,1651	0,1513	0,1381	0,1254
0,50	0,2584	0,2388	0,2209	0,2043	0,1890	0,1745	0,1608	0,1476	0,1348	0,1225
0,60	0,2451	0,2282	0,2124	0,1974	0,1832	0,1696	0,1566	0,1439	0,1316	0,1196
0,70	0,2341	0,2190	0,2047	0,1910	0,1778	0,1650	0,1526	0,1405	0,1285	0,1168
0,80	0,2244	0,2108	0,1978	0,1852	0,1729	0,1608	0,1489	0,1372	0,1256	0,1141
0,90	0,2159	0,2035	0,1917	0,1799	0,1683	0,1568	0,1454	0,1341	0,1228	0,1117
1,00	0,2086	0,1972	0,1862	0,1752	0,1642	0,1532	0,1422	0,1312	0,1203	0,1094



Tabela 2.20 – Coeficientes  $\alpha_y$  para momento fletor máximo  $M_y$  para vãos retangulares de laje unidirecional com  $L_y/L_x = 1,125$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.2$

$M_y = \alpha P$	$c_{min}/l_x$									
$c_{max}/l_y$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,10	0,2251	0,1999	0,1785	0,1604	0,1450	0,1315	0,1195	0,1087	0,0988	0,0895
0,20	0,1724	0,1592	0,1462	0,1340	0,1227	0,1123	0,1027	0,0938	0,0855	0,0775
0,30	0,1385	0,1299	0,1211	0,1123	0,1038	0,0957	0,0880	0,0806	0,0736	0,0668
0,40	0,1134	0,1075	0,1010	0,0944	0,0878	0,0814	0,0751	0,0690	0,0630	0,0572
0,50	0,0945	0,0897	0,0846	0,0794	0,0741	0,0689	0,0638	0,0587	0,0537	0,0488
0,60	0,0789	0,0750	0,0708	0,0666	0,0624	0,0581	0,0538	0,0496	0,0454	0,0413
0,70	0,0659	0,0625	0,0591	0,0556	0,0521	0,0485	0,0450	0,0415	0,0380	0,0346
0,80	0,0546	0,0517	0,0488	0,0459	0,0430	0,0400	0,0371	0,0342	0,0314	0,0285
0,90	0,0446	0,0420	0,0396	0,0372	0,0348	0,0324	0,0300	0,0277	0,0253	0,0230
1,00	0,0356	0,0334	0,0313	0,0293	0,0272	0,0253	0,0234	0,0215	0,0197	0,0179

#### 2.4.5 Avaliação do Modo de Ruptura

Para avaliação dos modos de ruptura das 8 lajes lisas desta pesquisa, utilizou-se o mesmo procedimento que foi realizado no trabalho de Vilhena *et al.* (2006), onde os modos foram avaliados em função da relação  $c_{max}/d$  e das taxas de armaduras de flexão existentes nas lajes nas duas direções ortogonais ( $\rho_x$  e  $\rho_y$ ). A Tabela 2.21 apresenta a estimativa dos modos de ruptura para as lajes desta pesquisa. Verifica-se pela Figura 2.24 que algumas lajes estão próximas à curva, podendo indicar uma ruptura por flexo-punção ou flexão, dependendo dessa proximidade.

Tabela 2.21 – Modos de ruptura das lajes

Lajes	$\rho$ (%)	d (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	Modo de Ruptura
L1A	1,22	89,3	41,3	1	Punção
L2A	1,22	89,3	40,0	3	Flexo-Punção
L3A	1,09	99,7	39,7	5	Flexão
L4A	1,10	98,6	40,4	7	Flexão
L1B	0,56	98,1	41,4	1	Punção
L2B	0,60	90,5	42,0	3	Punção
L3B	0,59	92,7	41,6	5	Flexo-Punção
L4B	0,56	98,1	40,5	7	Flexo-Punção

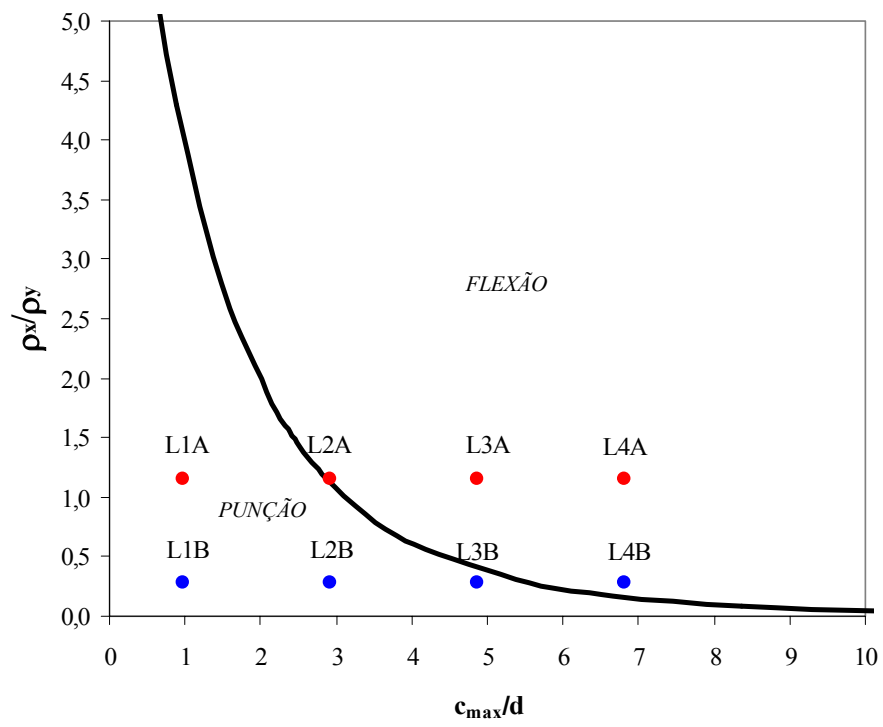


Figura 2.24 – Avaliação dos modos de ruptura

## 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 3.1 Considerações Iniciais

O programa experimental objetivou reproduzir uma região em torno do pilar de um pavimento de uma edificação em laje lisa, a partir da confecção de 8 modelos de lajes com (1.800 x 1.800 x 110) mm que simularam a ligação laje-pilar interna de pavimento com geometria simétrica. O momento fletor na direção radial, segundo Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), no caso de painéis das lajes serem quadrados e para pequenos valores da relação entre a dimensão da seção do pilar e a distância entre os mesmos, praticamente desaparece ao longo de um círculo de raio igual a  $0,22 \cdot l$ , onde  $l$  é a dimensão dos vãos dos painéis da laje. Polak (2005), por exemplo, ensaiou 16 lajes das quais 6 simularam regiões em torno de um pilar interno com dimensões de (1.500 x 1.500) mm que eram equivalentes a porção típica de um painel de laje com (3.750 x 3.750) mm. Além de Polak, vários autores, entre eles Ferreira (2006), Soares (2004) e Shehata (1990), realizaram pesquisas experimentais levando em consideração as dimensões dos modelos das lajes com valor aproximado de  $0,44 \cdot l$ , portanto, tornando-se possível que as dimensões das lajes desta pesquisa representassem adequadamente regiões com momentos fletores negativos em torno de pilares internos.

### 3.2 Lajes

#### 3.2.1 Descrição das lajes

O programa experimental compôs-se de dois grupos de lajes de concreto armado, com as mesmas dimensões, tamanhos dos pilares e armadura de flexão principal, todas sem armadura de cisalhamento. Foram analisadas experimentalmente 8 (oito) lajes de concreto armado possuindo basicamente características semelhantes aos modelos adotados por Carvalho (2006) e Ferreira (2006). As lajes ensaiadas possuíam dimensões padronizadas de (1.800 x 1.800 x 110) mm com resistência à compressão do concreto em torno de 40 MPa, tendo como variáveis as diferentes aplicações de carregamento e 2 diferentes valores de taxas de armadura de flexão secundária, conforme a Tabela 3.1. As 8 lajes foram divididas em 2 grupos de 4, sendo um com taxa de armadura de flexão secundária baixa (em torno de 0,30%) e a outra

com taxa de armadura de flexão secundária alta (em torno de 1,25%). Na Figura 3.1 podem-se visualizar as dimensões das lajes e seus respectivos pilares.

Tabela 3.1 – Características das lajes

Laje	$d$ (mm)	Armadura ( $\emptyset$ )		$\rho_y$ (%)	$\rho_x$ (%)	$f'_c$ (MPa)	Pilar (mm)	
		Principal (mm)	Secundária (mm)				$c_{min}$	$c_{max}$
L1A	89,3	12,5	12,5	1,22	1,22	41,3	85	85
L2A	89,3	12,5	12,5	1,22	1,22	40,0	85	255
L3A	99,7	12,5	12,5	1,09	1,09	39,7	85	425
L4A	98,6	12,5	12,5	1,11	1,11	40,4	85	595
L1B	98,1	12,5	6,3	1,11	0,28	41,4	85	85
L2B	90,5	12,5	6,3	1,21	0,31	42,0	85	255
L3B	92,7	12,5	6,3	1,18	0,30	41,6	85	425
L4B	98,1	12,5	6,3	1,11	0,28	40,5	85	595

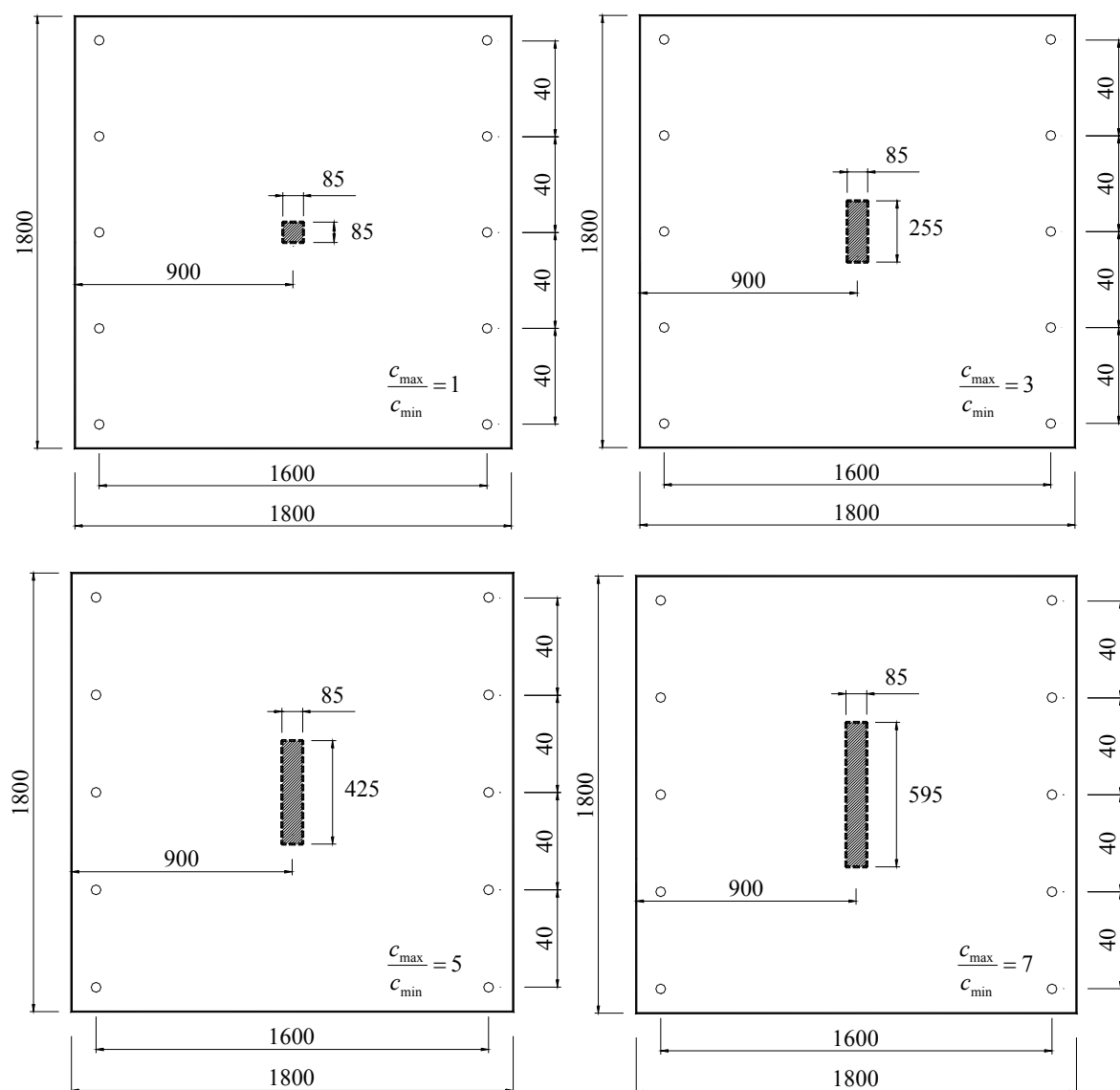


Figura 3.1 – Dimensões das lajes e pilares

A variação da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  determinou a intensidade dos esforços cortantes e momentos fletores atuantes que influenciam no comportamento e nas resistências das lajes. O ensaio foi realizado aplicando-se o carregamento de baixo para cima, nos trechos dos pilares monoliticamente ligados às lajes, com índices de retangularidade variando de 1, 3, 5 e 7, de acordo com as dimensões estabelecidas para a pesquisa experimental.

A altura útil ( $d$ ) é um dos principais fatores responsáveis pela resistência ao puncionamento das lajes lisas. Em todas as lajes foram feitas medições das alturas, da superfície inferior das placas, especificamente da fibra mais comprimida do concreto até próximo do centro de gravidade da barra tracionada. A Figura 3.2 ilustra um corte na seção transversal de uma laje na direção  $x$  identificando-se as alturas úteis e o cobrimento aproximado.

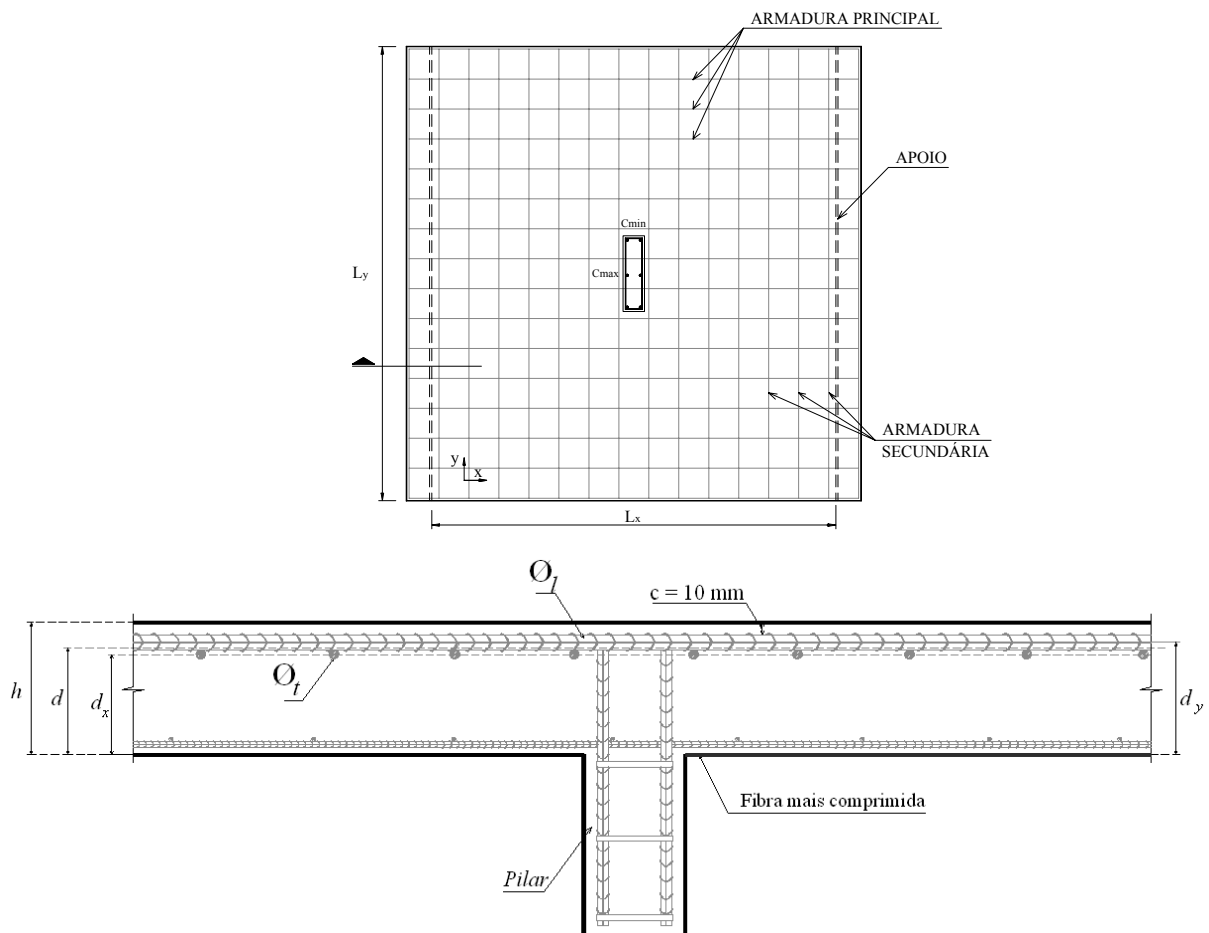


Figura 3.2 – Seção transversal da laje ilustrando-se as alturas úteis

onde

$\varnothing$ : diâmetro das barras da armadura principal

$\varnothing$ : diâmetro das barras da armadura secundária

$d_y$ : distância do centro de gravidade da armadura principal até a fibra mais comprimida do concreto

$d_x$ : distância do centro de gravidade da armadura secundária até a fibra mais comprimida do concreto

O cálculo da taxa de armadura de flexão, em cada direção, baseou-se nas expressões

$\rho_x = \frac{A_{sx}}{b \cdot d}$  e  $\rho_y = \frac{A_{sy}}{b \cdot d}$ , onde  $A_{sx}$  e  $A_{sy}$  são as áreas de aço correspondentes às armaduras principal e secundária e  $b$  a largura do bordo da laje.

### 3.2.2 Armadura de Flexão

Todas as lajes foram compostas por uma armadura de flexão principal (dispostas ao longo da direção  $y$ ) com barras de aço tipo CA 50 de diâmetros de 12,5 mm espaçadas a cada 119 mm e posicionadas na parte superior da laje, isto é, na superfície tracionada. Para melhorar a ancoragem destas armaduras, foram feitos ganchos nas extremidades das barras. Na superfície comprimida do concreto foi colocada uma armadura composta de 10 barras com diâmetros de  $\varnothing = 6,3$  mm, espaçadas a cada 198 mm e distribuídas em cada direção, sem ganchos nas extremidades. Ressalta-se que durante a concretagem as armaduras de flexão principal e secundária das lajes foram posicionadas de modo que fossem dispostas no fundo das fôrmas, afastadas apenas para garantir o cobrimento necessário.

As armaduras de flexão secundárias, também foram posicionadas na superfície tracionada das lajes, porém perpendicularmente às bordas livres e sem ganchos nas extremidades. As lajes L1A, L2A, L3A e L4A possuíam taxas de armadura de flexão secundária ( $\rho_x$ ) de aproximadamente 1,30% e armadura foi composta de 16 barras de 12,5 mm espaçadas de 119 mm. As lajes L1B, L2B, L3B e L4B possuíam taxa de armadura secundária ( $\rho_x$ ) de 0,30% sendo constituídas por 16 barras de 6,3 mm espaçadas também a cada 119 mm. O detalhe das armaduras das lajes pode ser visualizado nas Figuras 3.3 e 3.4. As armaduras foram executadas fora das fôrmas e a fixação entre as diferentes barras de aço foi feita com arame recozido, sendo posteriormente colocadas com as armaduras negativas (principal e secundária) posicionadas no fundo das mesmas, conforme as Figuras 3.5 e 3.6.

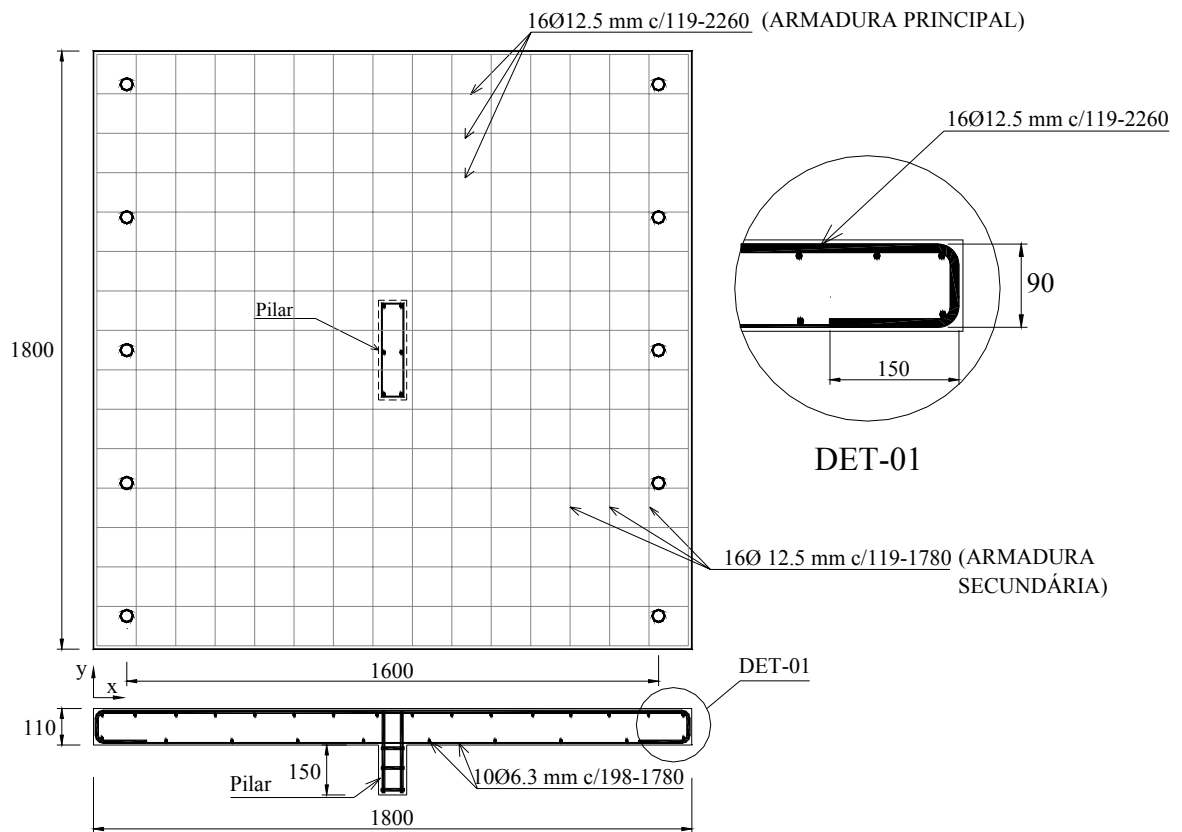


Figura 3.3 – Armaduras de flexão utilizadas nas lajes L1A, L2A, L3A e L4A

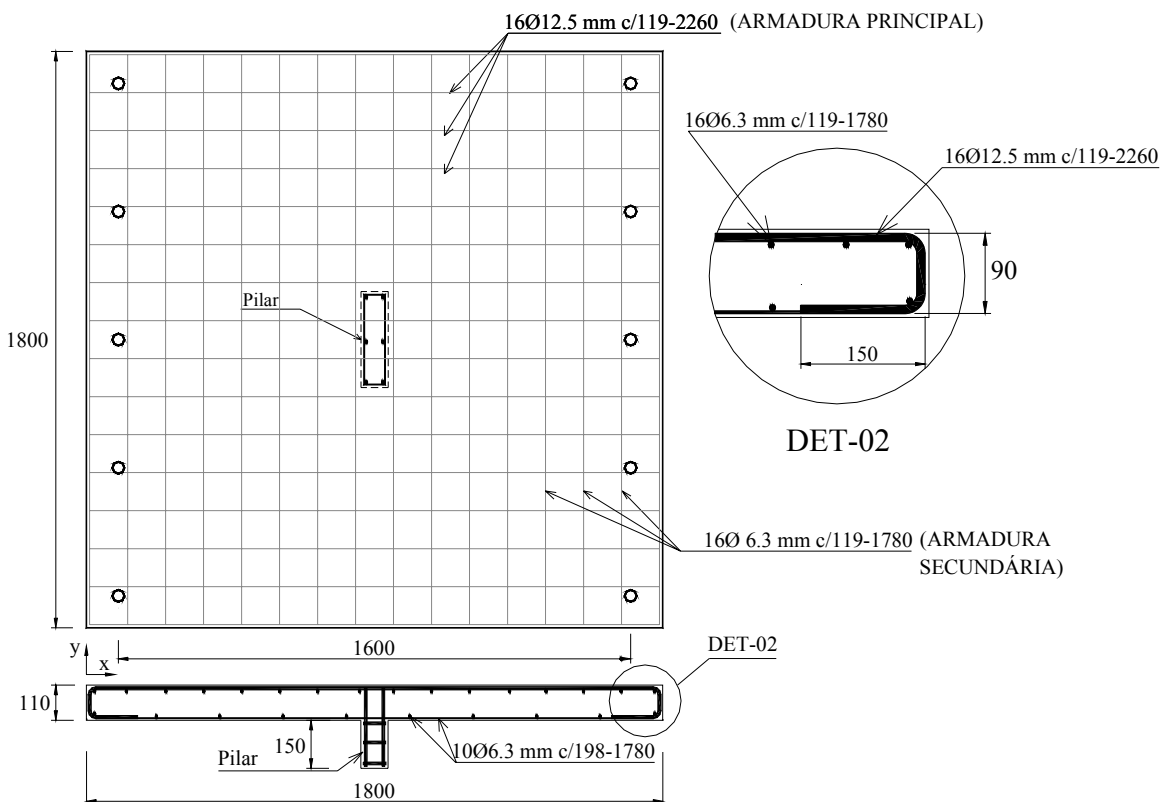


Figura 3.4 – Armaduras de flexão utilizadas nas lajes L1B, L2B, L3B e L4B



Figura 3.5 – Armaduras da laje L1A posicionada na fôrma



Figura 3.6 – Armaduras da laje L2B posicionada na fôrma



### 3.2.3 Amadura dos Pilares

Os pilares foram moldados e monoliticamente ligados às lajes durante a etapa da concretagem, diferentemente de outros trabalhos que simularam os pilares mediante placas metálicas com grande rigidez à flexão. Com esse procedimento tentou-se considerar a influência da rigidez na ligação dos pilares com as lajes, pois conforme Timoshenko e Woinowsky-Krieger (1959), lajes de concreto são rigidamente conectadas com os pilares,. Para cada grupo de laje com taxa de armadura de flexão secundária A e B, experimentou os 4 tipos de índices de retangularidade (1, 3, 5 e 7). Foram utilizadas barras de aço tipo CA-50 com ganchos em uma das extremidades de aproximadamente 120 mm de comprimento. As configurações das armaduras dos pilares podem ser visualizadas nas Figuras 3.7 e 3.8.

Dependendo das dimensões de cada pilar, foram utilizadas na armadura do pilar de 4 a 10 barras de aço de 10.0 mm com 35 cm de comprimento e 3 estribos de 5.0 mm com comprimento variável espaçados a cada 7 cm, como mostra a Figura 3.9. Desta forma, a taxa de armadura dos pilares variou de 1,55% a 4,35% ( $\rho = A_s/A_c$ ).

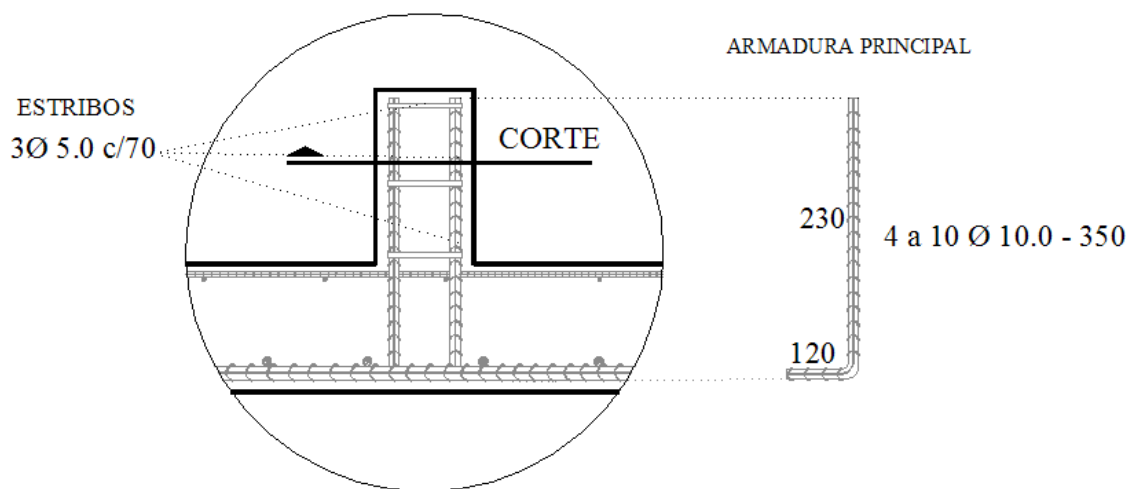


Figura 3.7 – Armadura utilizada nos pilares (dimensões em mm)

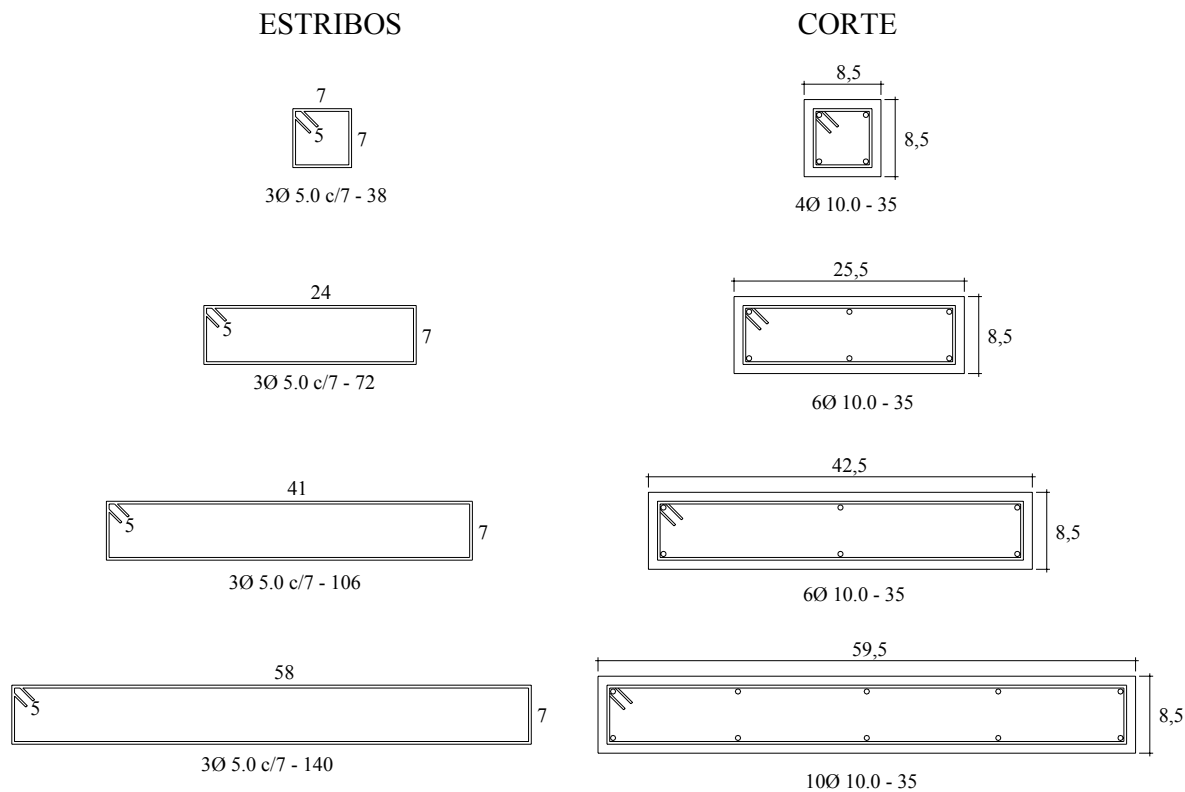


Figura 3.8 – Armadura utilizada nos pilares (dimensões em cm)

Nos pilares com maiores índices de retangularidade, não houve necessidade de colocação de ganchos para evitar a possibilidade de flambagem lateral da armadura ou o afastamento dos painéis laterais das fôrmas dos pilares pelo peso de concreto, pois os pilares com a altura de 15 cm foram considerados curtos e os painéis rígidos o suficiente para suportar a pressão do concreto.

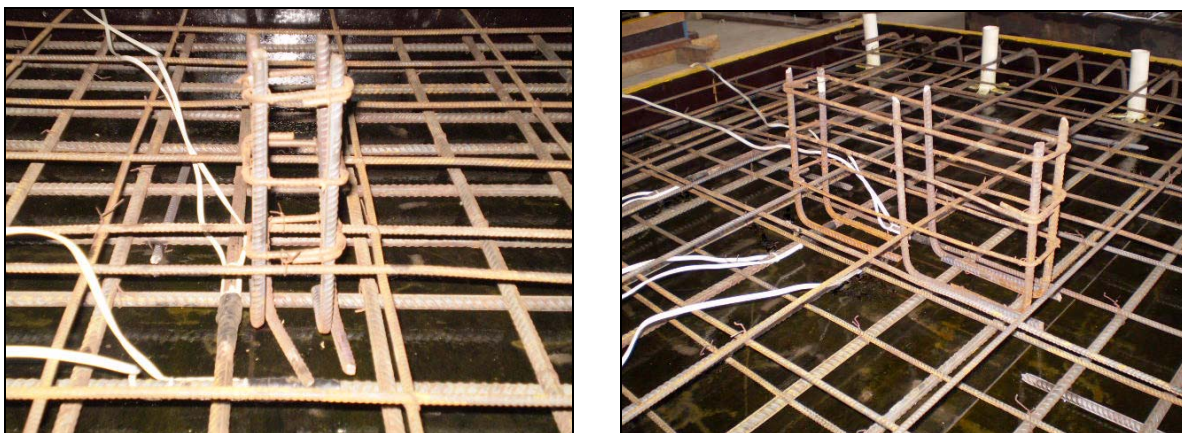


Figura 3.9 – Armadura dos pilares das lajes L1A e L3B

### 3.2.4 Instrumentação

A instrumentação permitiu observar o comportamento das lajes em todas as etapas de aplicação do carregamento. Durante todo o experimento as lajes foram monitoradas com a utilização de extensômetros elétricos de resistência (EER), instalados para obter as deformações tanto do aço quanto do concreto. Estas medições de deformações permitiram acompanhar os comportamentos dos materiais verificando-se pontos relevantes, como o escoamento do aço e esmagamento do concreto. Os deslocamentos verticais das lajes (flechas) também foram monitorados a partir da instalação de deflectômetros mecânicos.

#### 3.2.4.1 Deslocamentos Verticais

Foram utilizados 5 deflectômetros, sendo 3 na direção  $x$  e 3 na direção  $y$ , já que o deflectômetro posicionado no centro (D3) da placa de concreto pôde ser utilizado nas duas direções, como pode ser observado na Figura 3.10. Os relógios comparadores foram posicionados nos eixos de simetria (eixos  $x$  e  $y$ ), podendo-se visualizar o padrão adotado através da Figura 3.11. Os deflectômetros mais externos (D1 e D5) ficaram posicionados a 210 mm das bordas das lajes, enquanto os demais (D2, D3, e D4) afastados 345 mm entre si.

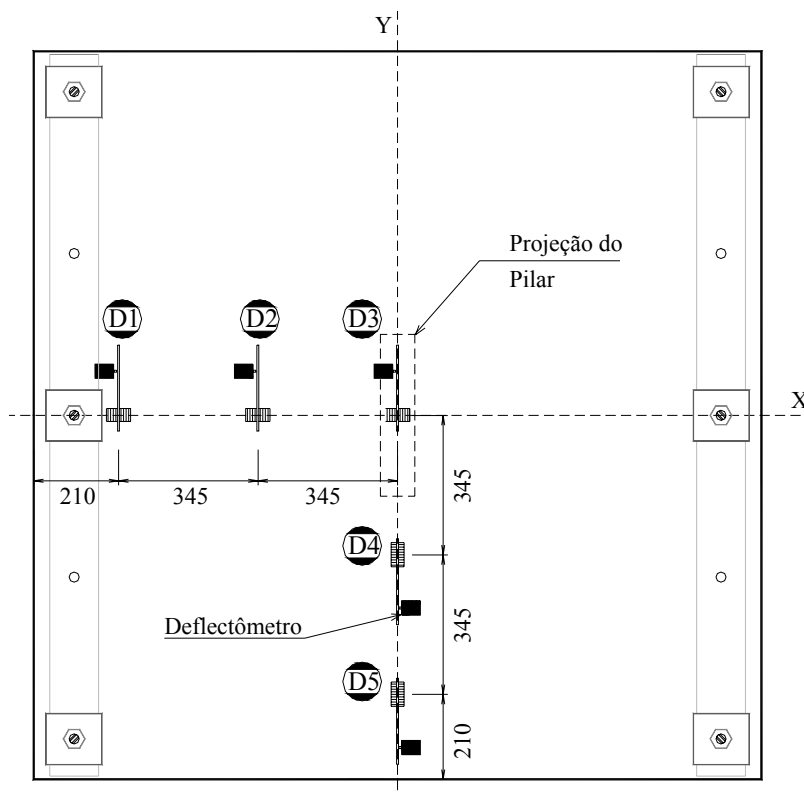


Figura 3.10 – Detalhe da instalação dos deflectômetros nas lajes

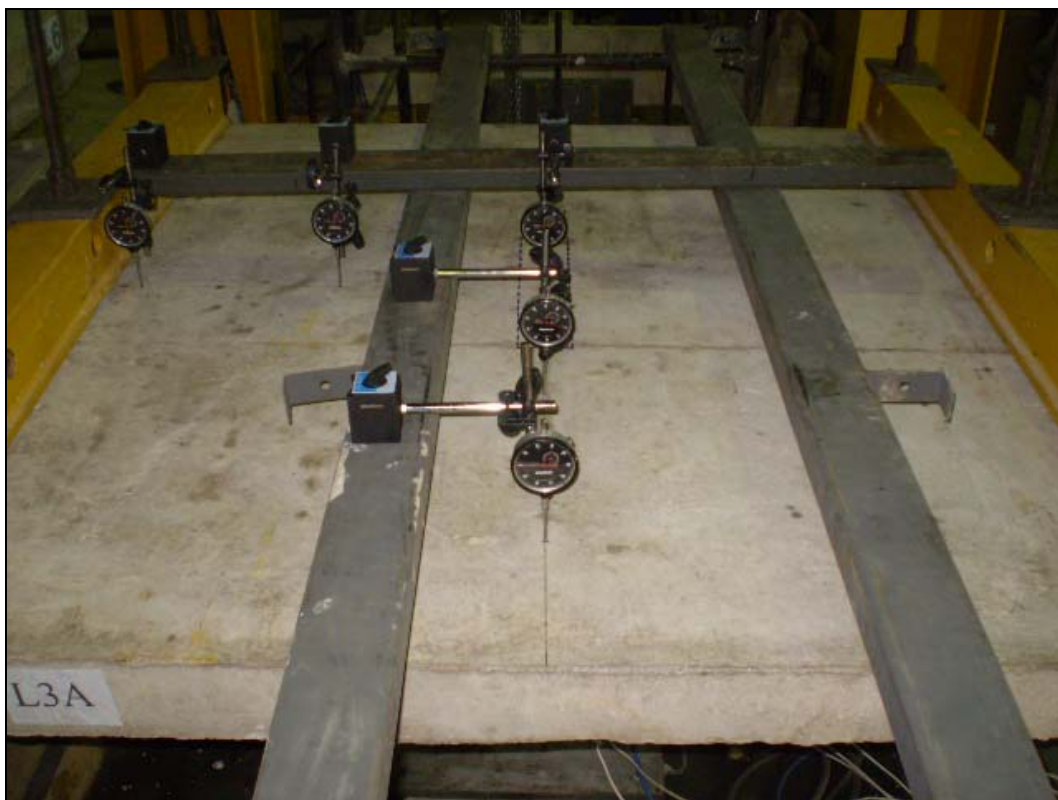


Figura 3.11 – Posicionamento dos deflectômetros na laje L3A

#### 3.2.4.2 Concreto

Extensômetros elétricos foram instalados próximo ao centro da placa de concreto e posicionados na superfície inferior das mesmas, na superfície comprimida, com o intuito de medir as deformações no concreto nas proximidades do pilares. Foram instalados extensômetros do tipo PA-06-201BA-120L, fabricados pela empresa EXCEL SENSORES INDÚSTRIA COMÉRCIO EXP. LTDA. Antes da fixação dos extensômetros, o local foi limpo e depois a superfície regularizada com resina epóxi (ARALDITE). A definição da posição desses extensômetros foi obtida de acordo com os resultados de alguns trabalhos de pesquisadores, que identificaram na região próxima das faces do pilar uma elevada concentração de tensões, além da própria recomendação do CEB-FIP MC90.

De acordo com as variáveis da pesquisa (taxa de armadura secundária  $\rho_x$  e índice de retangularidade dos pilares,  $r = c_{max}/c_{min}$ ) foram analisadas as evoluções das deformações do concreto com as leituras sendo registradas e simultaneamente repassadas a um sistema eletrônico de aquisição de dados. Os E.E.R. foram instalados a uma distância aproximada de  $d/2$  das dimensões  $c_{max}$  e  $c_{min}$ , cerca de 45 mm a partir das faces do pilar. As Figuras 3.12 e

3.13 indicam os pontos monitorados na superfície do concreto e as Figuras 3.14 e 3.15 mostram alguns dos extensômetros que foram instalados nas lajes ensaiadas.

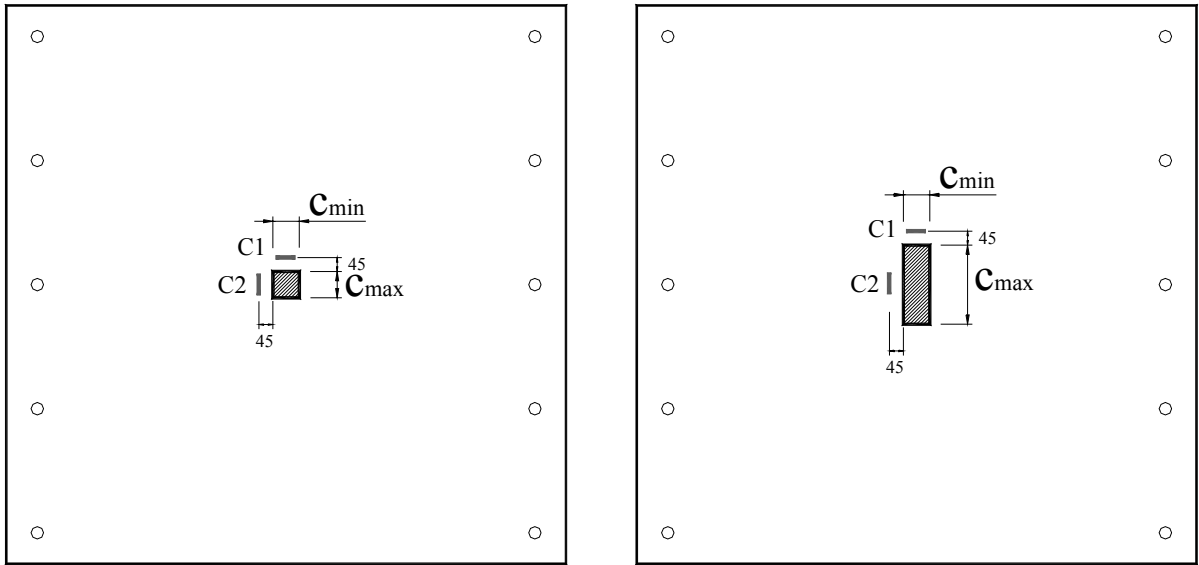


Figura 3.12 – Pontos de instalação dos extensômetros na superfície do concreto das lajes com pilares de índices 1 e 3

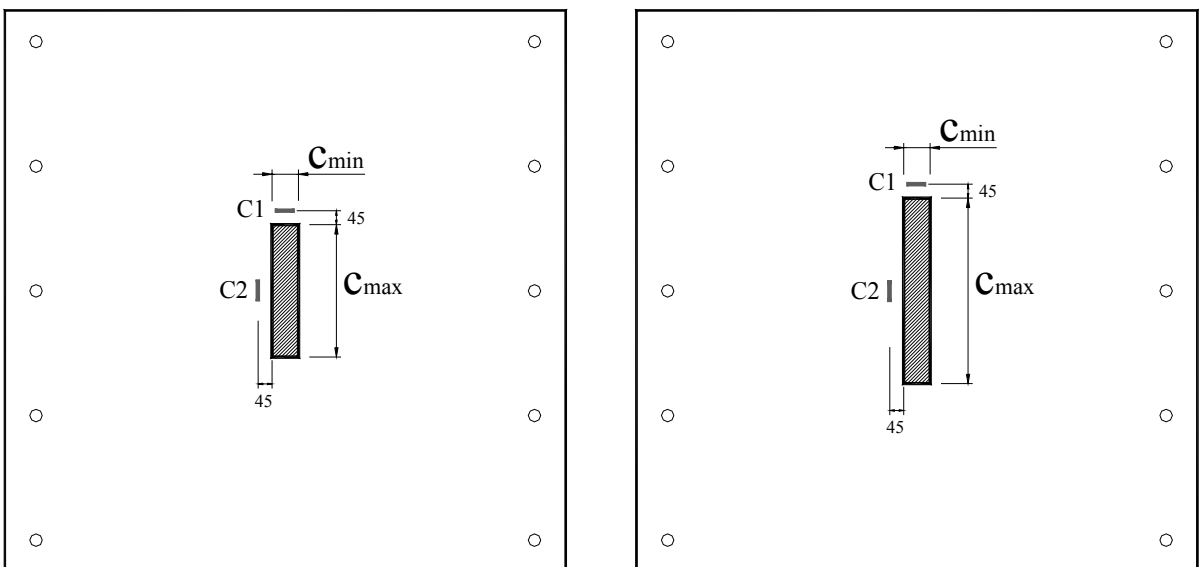


Figura 3.13 – Pontos de instalação dos extensômetros na superfície do concreto das lajes com pilares de índices 5 e 7



Figura 3.14 – Instalação de extensômetros na superfície do concreto da laje L1A



Figura 3.15 – Instalação de extensômetros na superfície do concreto da laje L4A

### 3.2.4.3 Armadura de Flexão

Extensômetros elétricos do modelo tipo PA-06-125AA-120L também fabricados pela empresa EXCEL SENSORES INDÚSTRIA COMÉRCIO EXP. LTDA. foram posicionados através de colagem nas armaduras de flexão para medir as deformações específicas no aço. Estas deformações também foram registradas por meio de leituras dos extensômetros instalados em pontos da armadura de flexão principal (E1, E2 e E4) bem como da armadura de flexão secundária (E3) e simultaneamente repassadas durante os ensaios ao sistema de aquisição de dados. A instalação típica dos extensômetros nas armaduras das lajes pode ser visualizada através da Figura 3.16.

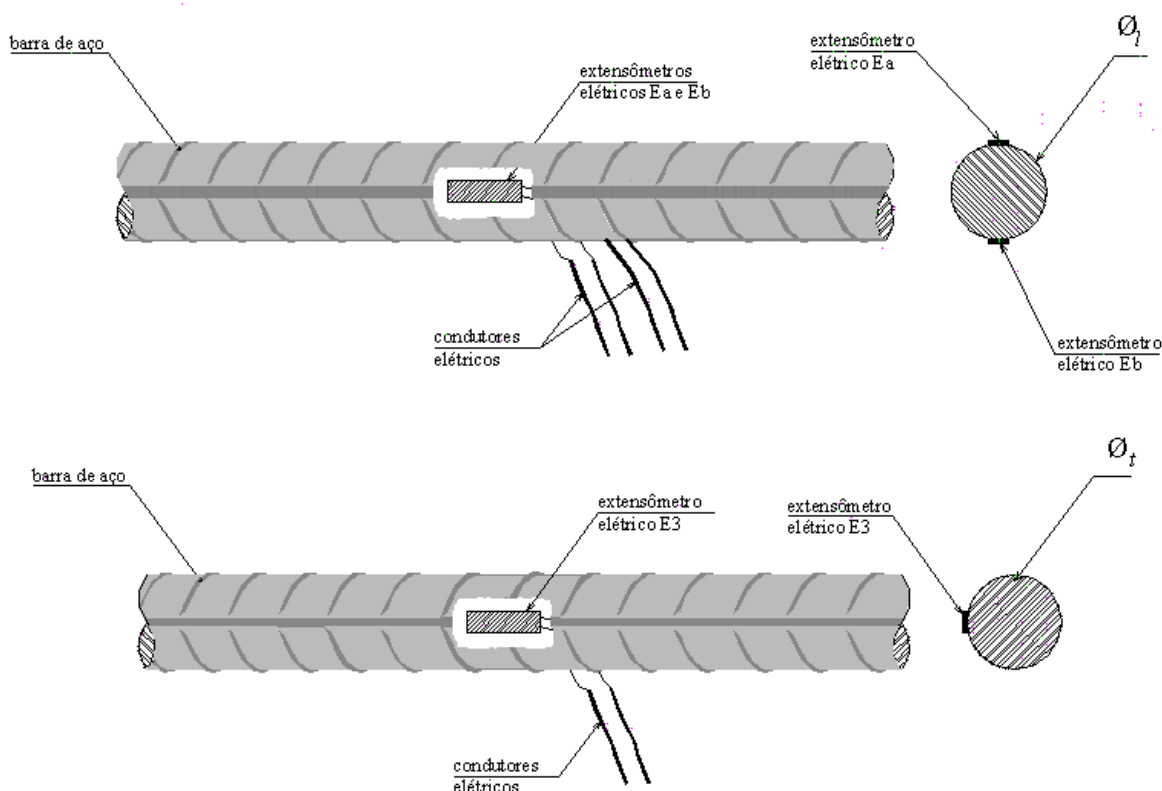


Figura 3.16 – Detalhe da instalação de extensômetros nas armaduras das lajes

A seqüência do procedimento de colagem dos extensômetros nas barras das armaduras pode ser observada na Figura 3.17. O local onde foram fixados os extensômetros nas armaduras foi limado e lixado para a remoção das nervuras e posteriormente limpos.

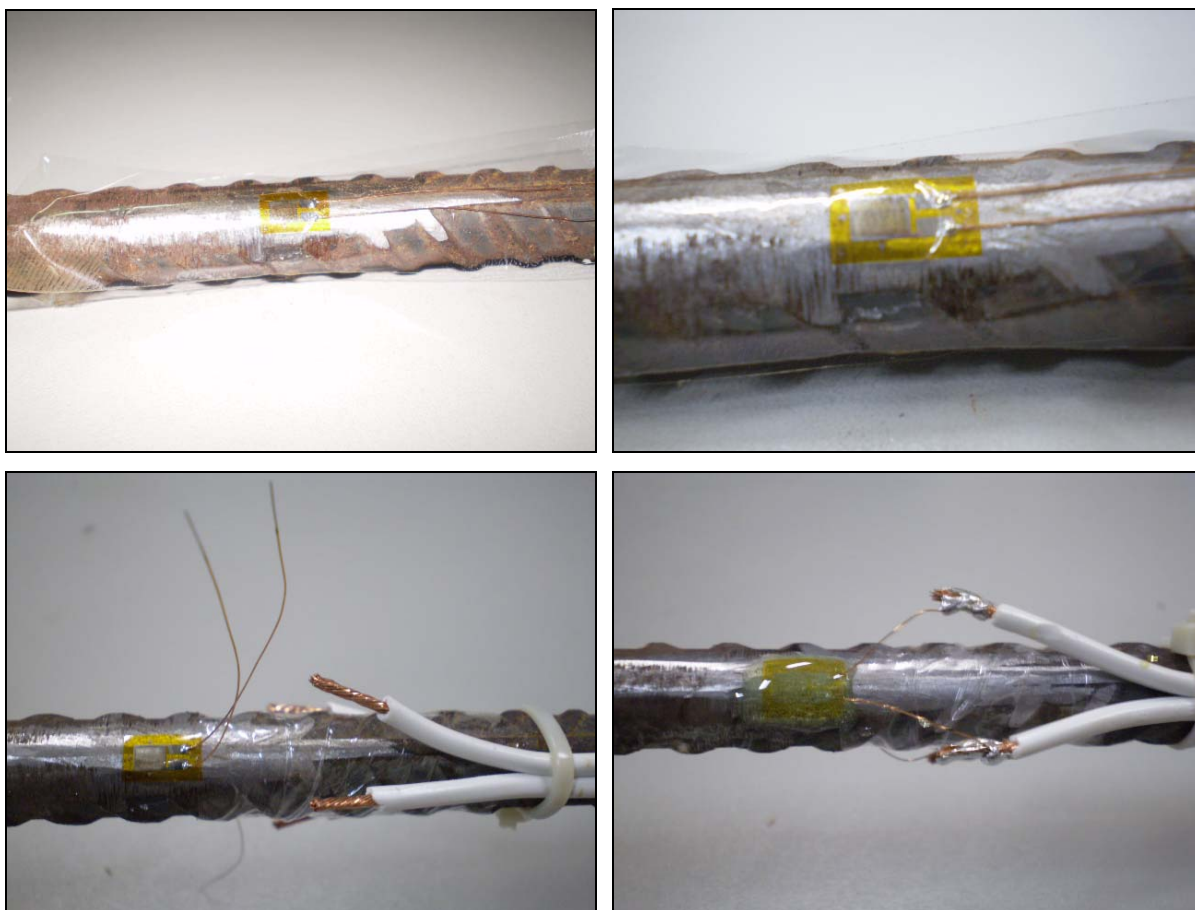


Figura 3.17 – Colagem de extensômetro com colocação e solda dos condutores

A armadura principal das lajes com pilares de índice 1 (L1A e L1B) foi monitorada em dois pontos (E1 e E2). Para as demais lajes, com pilares de índices 3, 5 e 7 (L2A, L2B, L3A, L3B, L4A e L4B), foram monitorados três pontos (E1, E2 e E4). Em todas as lajes, somente o ponto E3 correspondeu ao monitoramento da armadura secundária. Os pontos E1 (a ou b), E2 (a ou b) e E3 (a ou b) foram monitorados com dois extensômetros cada, um posicionado na superfície superior da barra e outro na superfície inferior da mesma, de modo a eliminar o efeito proveniente das flexões locais. Somente os pontos E4 foram monitorados com um extensômetro, desta maneira, optou-se por posicioná-los à meia altura das barras para se obter um valor médio aproximado da deformação neste ponto. O posicionamento dos extensômetros nas armaduras das lajes pode ser visualizado nas Figuras 3.18 a 3.22.



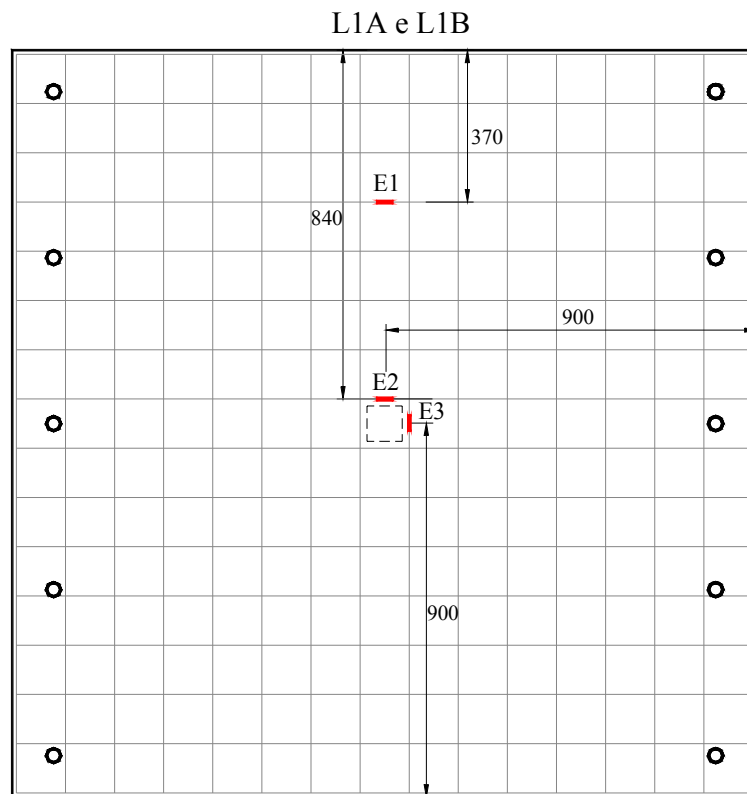


Figura 3.18 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L1A e L1B

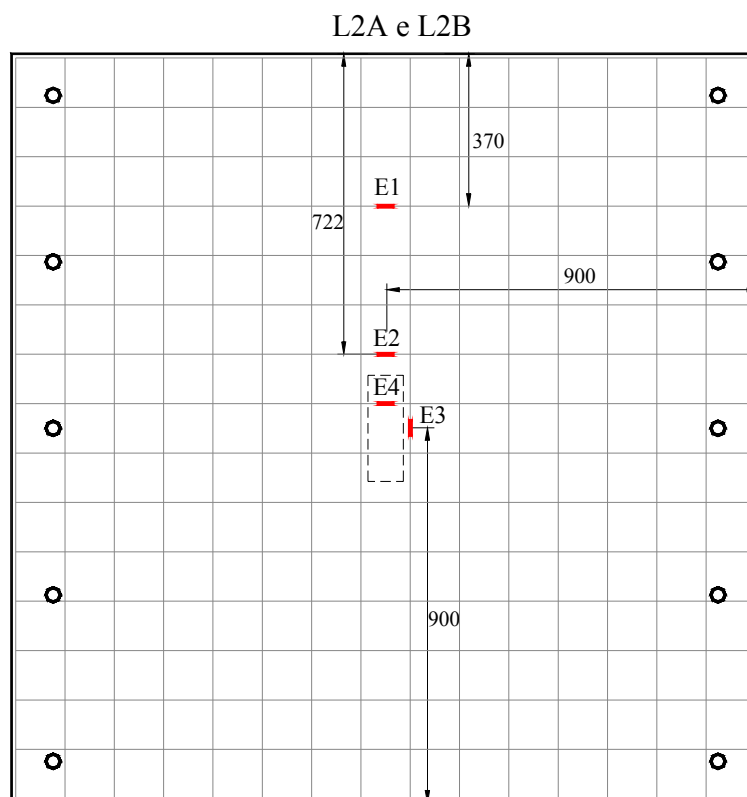


Figura 3.19 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L2A e L2B

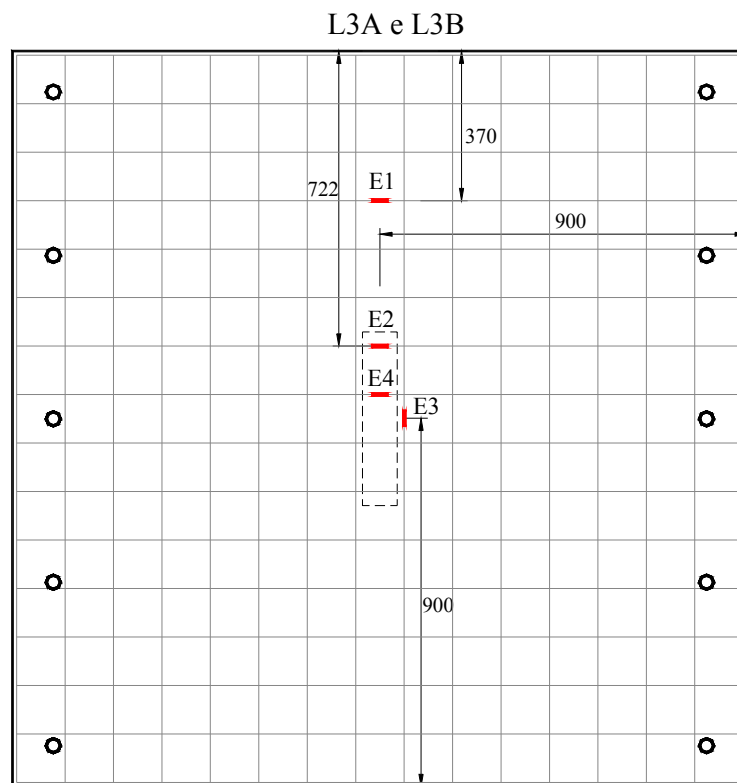


Figura 3.20 – Posicionamento de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L3A e L3B

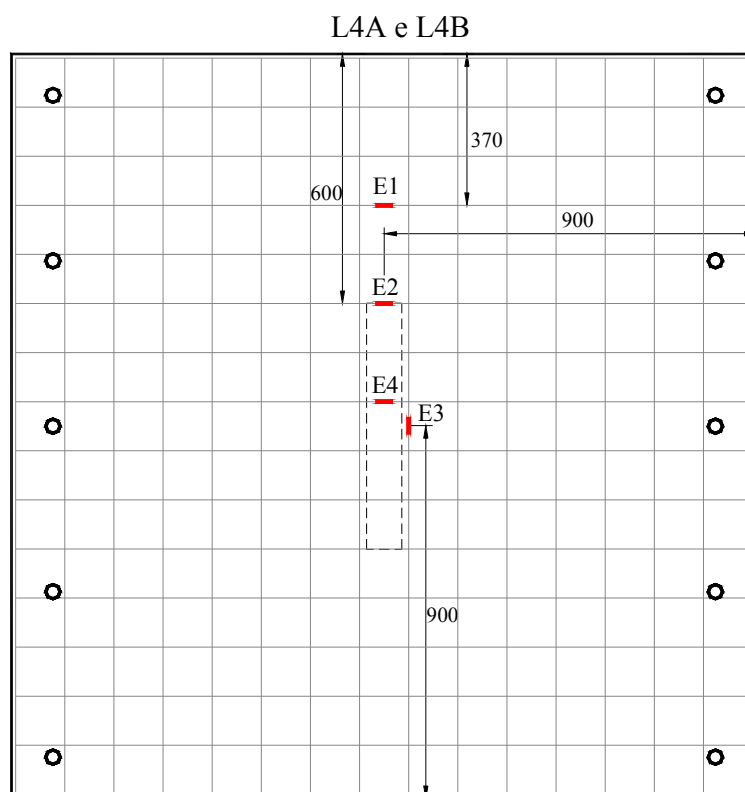


Figura 3.21 – Instalação de extensômetros nas armaduras principal e secundária das lajes L4A e L4B

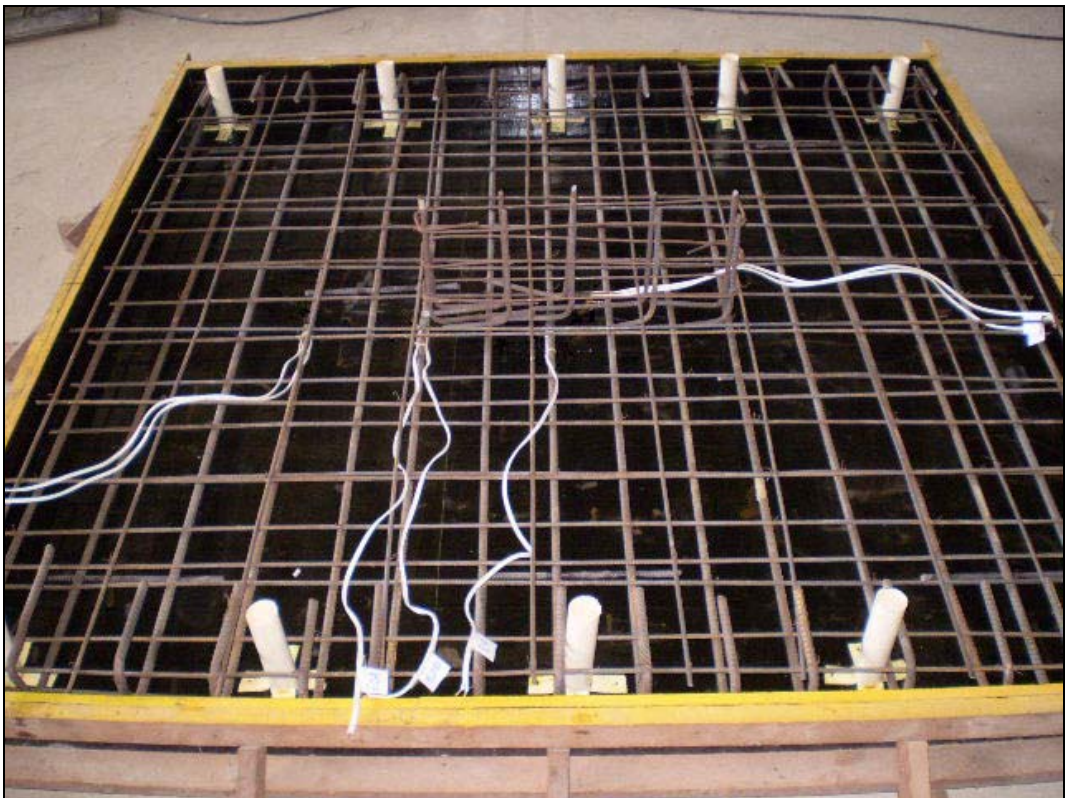
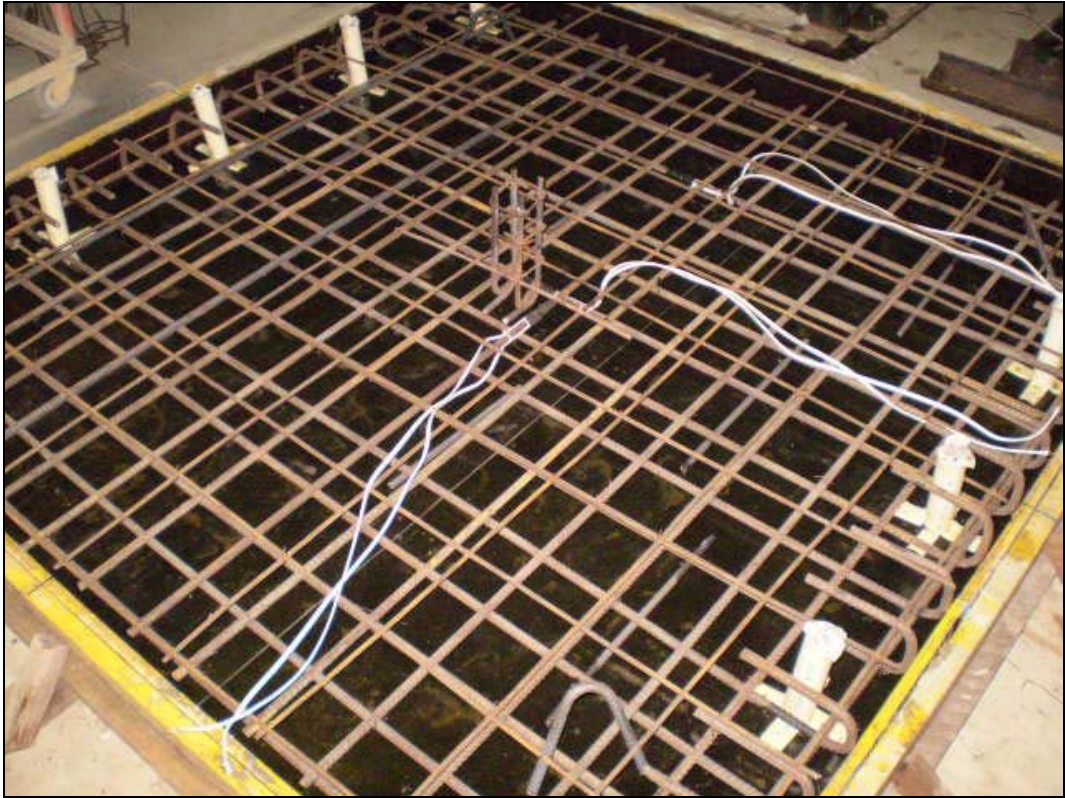


Figura 3.22 – Instalação de extensômetros nas armaduras das lajes com pilares de índice 1 e 7

### 3.2.5 Sistema de Ensaio e Equipamentos

O sistema de ensaio efetuado nesta pesquisa foi realizado de acordo com as condições de laje unidirecional, para isso a estrutura montada para realização dos ensaios foi composta por duas vigas metálicas de reação dispostas em duas bordas opostas das lajes, apoiadas cada uma sobre 3 (três) tirantes de aço com  $\phi = 25,4$  mm e  $f_{ys} = 400$  MPa, que transmitiram as reações das vigas metálicas para a laje de reação do laboratório, além da utilização de 3 placas de aço com dimensões de (85 x 85 x 50) mm, (85 x 255 x 50) mm e (85 x 425 x 50) mm para distribuir a carga transmitida pelo cilindro hidráulico para os trechos de pilares monoliticamente ligados à superfície inferior das lajes. O esquema do sistema de ensaio adotado para as lajes desta pesquisa pode ser observado na Figura 3.23.

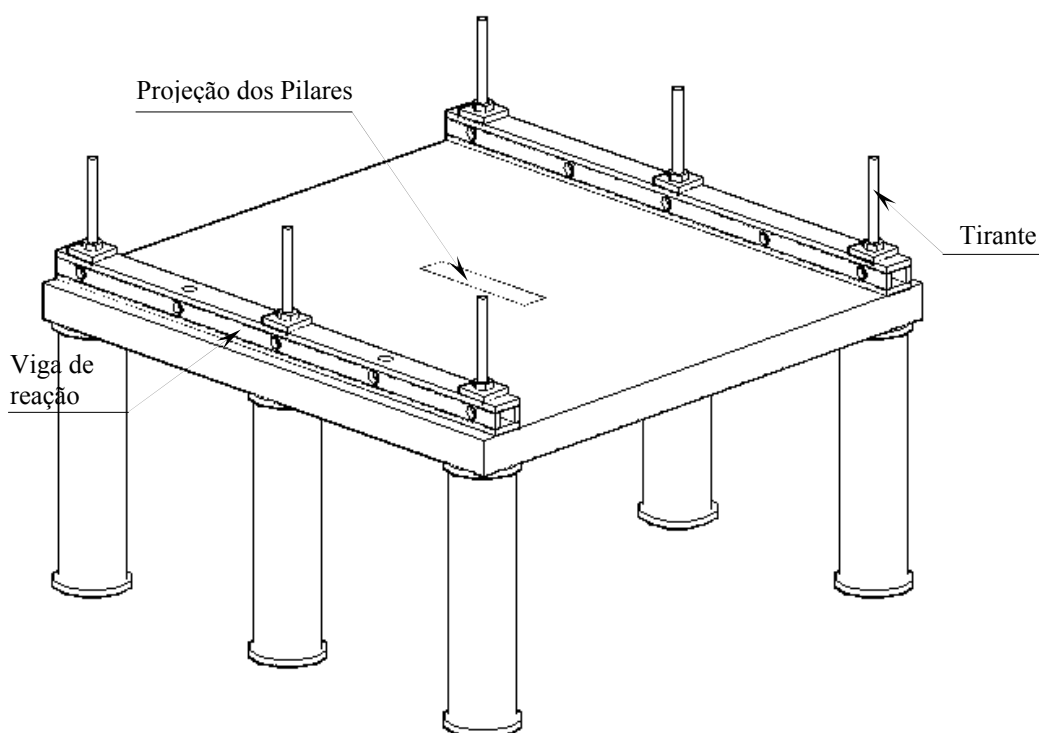


Figura 3.23 - Ilustração do sistema de ensaio

A aplicação do carregamento foi realizada pela instalação de um cilindro hidráulico com capacidade de carga de 1.000 kN controlado por uma bomba hidráulica para acionar, ambos posicionados na superfície inferior das lajes. Foram utilizados ainda uma leitora digital com precisão de 1 kN, para medir a intensidade do carregamento aplicado pelo cilindro hidráulico e uma rótula que foi posicionada entre o cilindro e a célula de carga para garantir a distribuição da carregamento de maneira uniforme. Utilizou-se também 2 módulos do sistema de aquisição de dados *Spider 8*, para a leitura dos extensômetros elétricos instalados nas

armaduras de aço e na superfície de concreto. A Figura 3.24 mostra alguns equipamentos que foram utilizados durante a etapa de ensaio das lajes desta pesquisa.

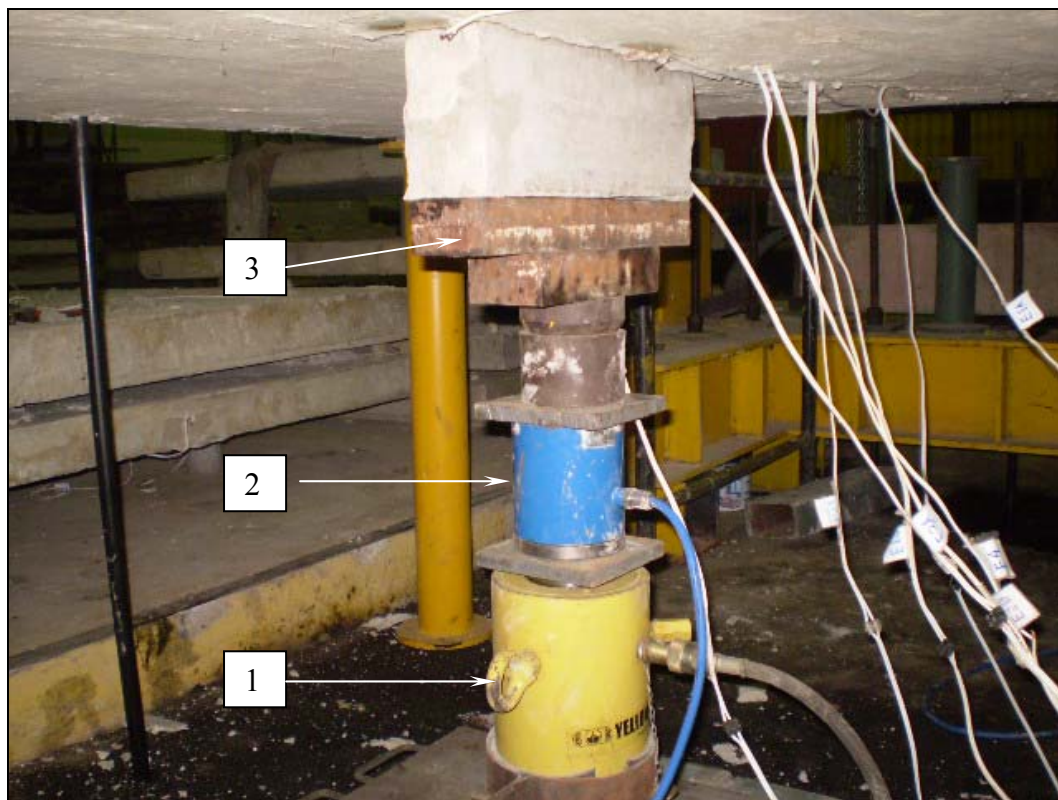


Figura 3.24 – Equipamentos que compuseram o sistema de ensaio: cilindro hidráulico (1), célula de carga (2) e placas metálicas (3)

### 3.2.6 Processo de Montagem e Carregamento

Primeiramente, após o içamento das lajes por meio do pórtico de transporte, as placas foram transportadas e posicionadas sobre os tirantes e gradativamente foi efetuada a descida das mesmas, mediante os próprios tirantes que serviram como guias. Imediatamente foram colocadas opostamente 2 vigas metálicas de reação, deixando as duas outras bordas livres, cuja disposição foi empregada para simular a condição de laje lisa unidirecional. Posteriormente, foi feita a marcação da projeção do pilar e dos pontos para obtenção dos deslocamentos verticais; colocação da estrutura independente para a fixação dos deflectômetros, exatamente nos pontos marcados para a leitura dos deslocamentos e, por fim, a conexão da célula de carga e dos condutores dos extensômetros elétricos ao sistema de aquisição de dados. O resultado dos procedimentos realizados pode ser observado através da Figura 3.25.



Figura 3.25 - Marcação da projeção do pilar, dos pontos para obtenção dos deslocamentos verticais e colocação da estrutura independente para a fixação dos deflectômetros (laje L1B)

Placas metálicas com 25 mm de espessura foram dispostas sobre as vigas para que se mantivesse o sistema travado, seguramente. Duas porcas foram colocadas em cada tirante para fixarem as placas, impedindo a movimentação vertical do sistema nas bordas apoiadas. Após esta fase o próximo passo foi posicionar os equipamentos que promoveram a aplicação do carregamento às lajes, isto é, que simularam a carga de reação do apoio. Os equipamentos foram posicionados sob as lajes gerando carga na direção vertical, no sentido de baixo para cima, em intervalos de carga com cerca de 10 kN, sempre controlando-se a velocidade de aplicação da carregamento até que a ruptura fosse alcançada. No início de cada ensaio, foi aplicado o equivalente a aproximadamente 0,5% do valor da carga de ruptura das lajes. Tal procedimento objetivou a acomodação do sistema, bem como a marcação do ponto zero das deformações específicas e regulagem dos relógios comparadores para o início do ensaio.

Durante os intervalos de carga era efetuado o registro do comportamento das lajes do ensaio mediante a tomada de alguns parâmetros como: deformações das armaduras de aço das direções principal e secundária, deformações na superfície comprimida do concreto e observações do desenvolvimento das fissuras. Ainda durante as primeiras aplicações do

carregamento, foi registrada a carga para o início das primeiras fissuras, e com a evolução da carga, o aspecto da formação e propagação das mesmas nas lajes. Cada ensaio teve uma duração aproximada de duas horas e meia. O modelo do sistema de ensaio pode ser visto nas Figuras 3.26 a 3.30.

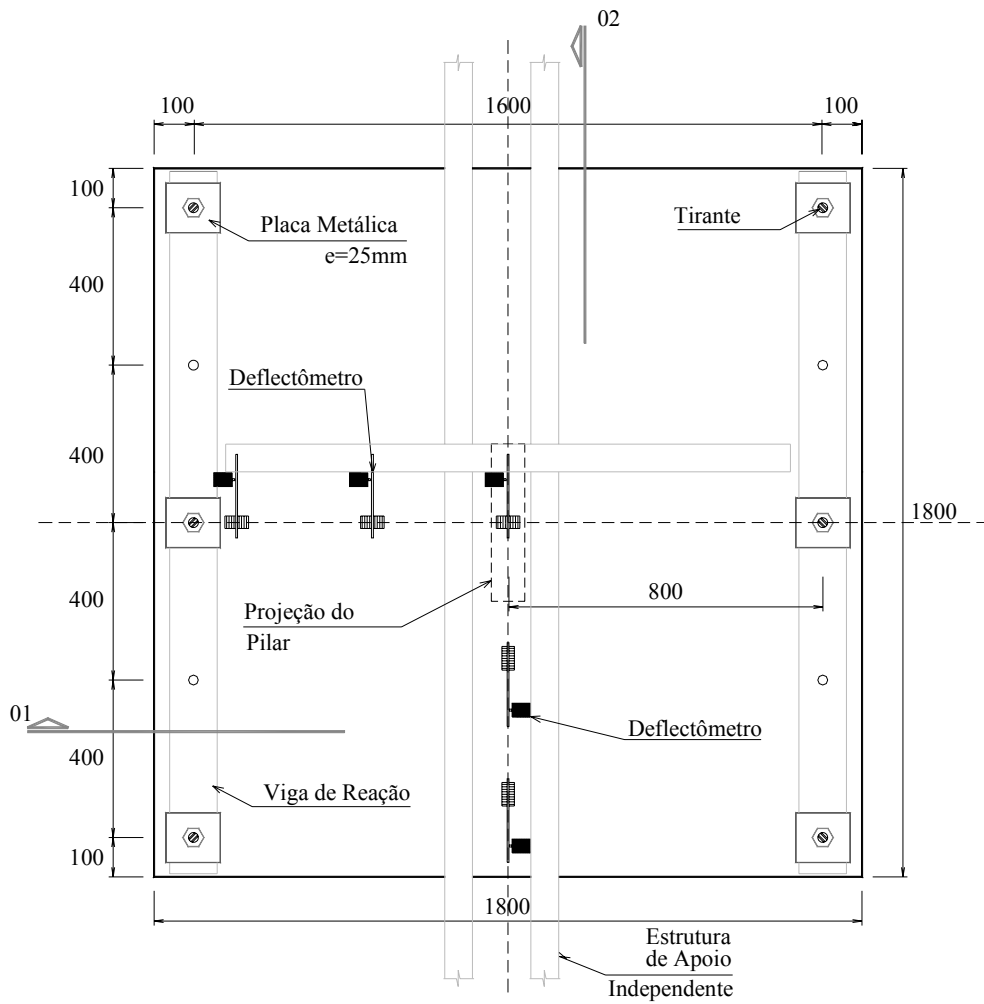
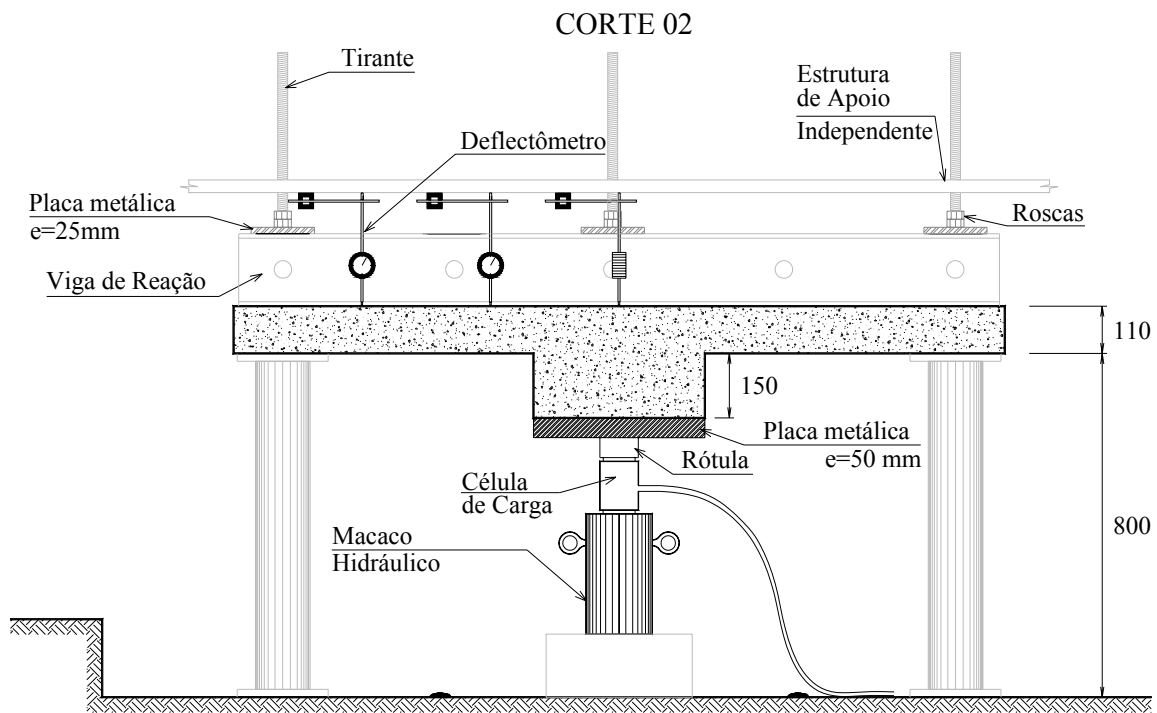
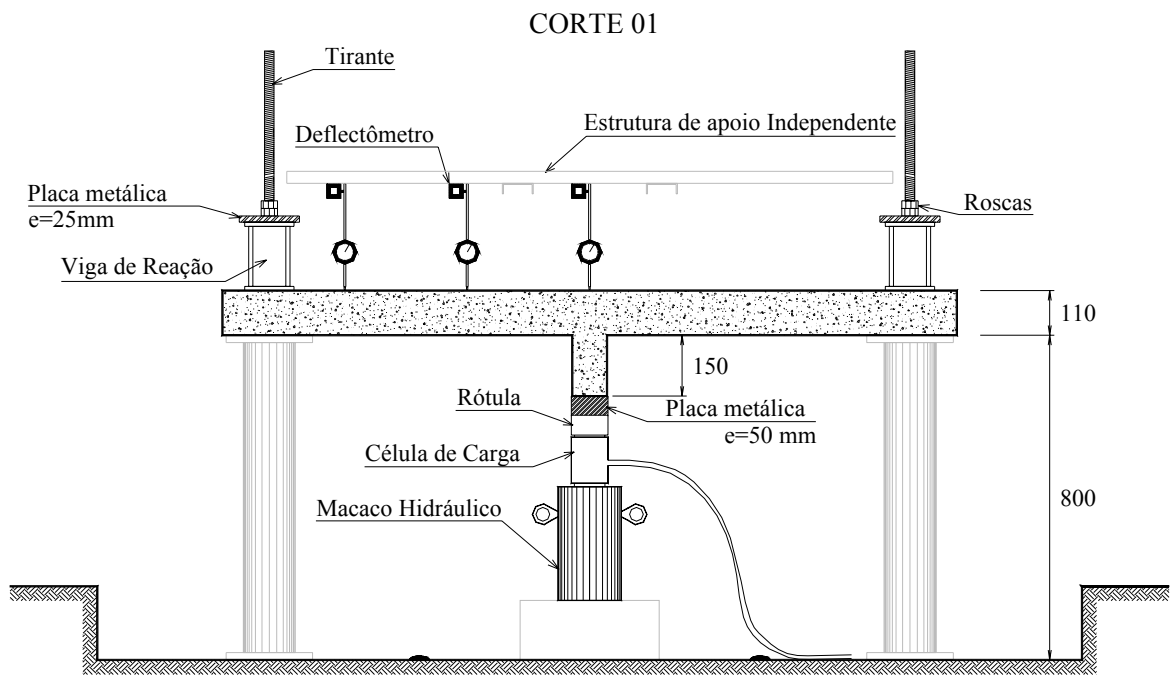


Figura 3.26 – Sistema de ensaio das lajes – Vista Superior





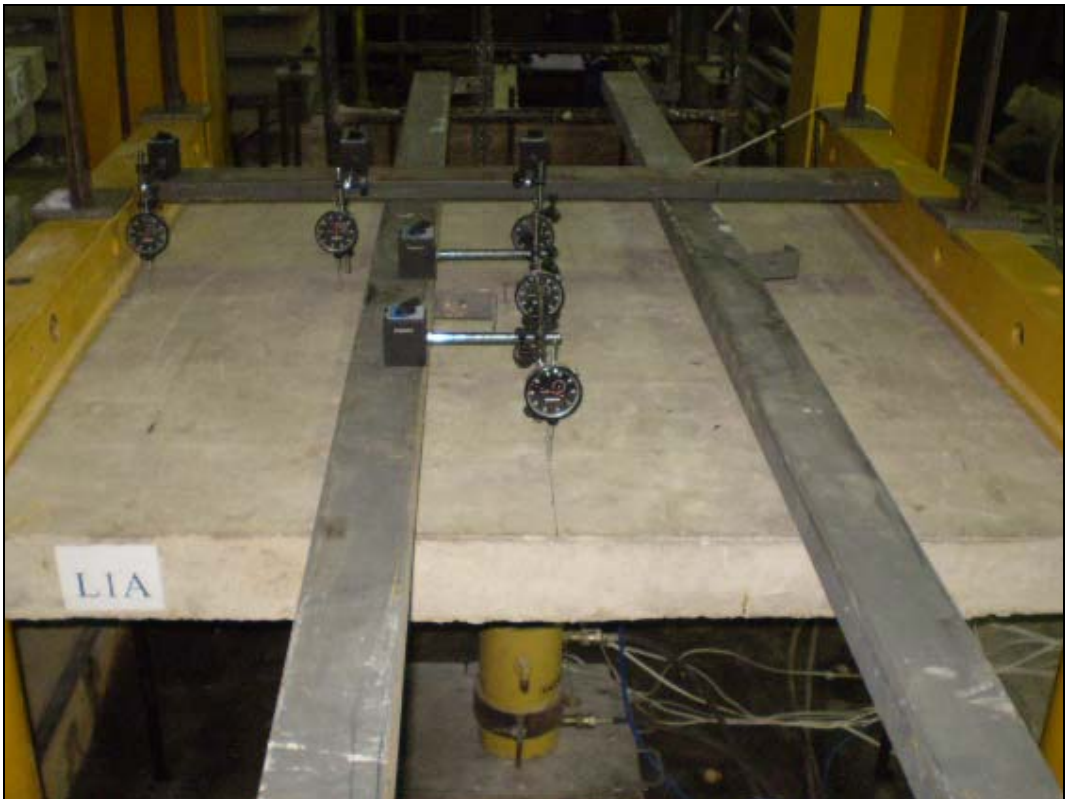


Figura 3.29 – Sistema de ensaio típico das lajes



Figura 3.30 – Sistema de aplicação de carregamento típico das lajes

### 3.3 Materiais

Para execução das lajes foram utilizadas fôrmas montadas com a utilização de placas de compensado resinado de 18 mm de espessura, fixadas sobre uma estrutura rígida de caibros, conforme as Figuras 3.31 e 3.32, onde o concreto foi lançado e adensado. Antes de iniciar a moldagem, as fôrmas e os moldes metálicos dos corpos de prova foram limpos e lubrificados com óleo para que a etapa de desforma fosse facilitada. O transporte do concreto do caminhão-betoneira até as fôrmas localizadas no interior do laboratório foi realizado com carrinhos de mão basculantes, onde o concreto foi lançado e adensado. Após a etapa de cura das lajes, estas foram desformadas, empilhadas e posteriormente ensaiadas. Foram feitos corpos de prova tanto do concreto como do aço para obtenção das propriedades mecânicas dos materiais, tais como: resistência característica à compressão, resistência à tração por ensaio de compressão diametral e o módulo de elasticidade do concreto, seguindo as recomendações das normas NBR 5739 (ABNT 1994), NBR 7222 (ABNT 1994) e NBR 8522 (ABNT 1984), respectivamente. A etapa de concretagem, acabamento final das lajes e o procedimento para moldagem dos corpos de prova cilíndricos são apresentados nas Figuras 3.33 a 3.35.



Figura 3.31 – Armadura disposta na laje com pilar de índice de retangularidade 1



Figura 3.32 – Armadura disposta na laje com pilar de índice de retangularidade 5



Figura 3.33 – Procedimento de vibração do concreto efetuado nas lajes



Figura 3.34 – Aspecto da concretagem final das lajes



Figura 3.35 – Moldagem dos corpos de prova para os ensaios de resistência do concreto

### 3.3.1 Concreto

#### 3.3.1.1 Composição

O concreto estrutural foi adquirido de uma empresa local (Supermix Concreto S.A.), tendo sido solicitado para que alcançasse resistência à compressão ( $f_c$ ) em torno de 40 MPa aos 28 dias. Durante o recebimento do concreto, foi realizado ensaio para determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone, conhecido como *slump test*, conforme a NBR 7223 (ABNT, 1992), que apresentou consistência do concreto de  $10 \pm 1$  cm. Na composição do concreto foi utilizado como agregado miúdo areia natural, enquanto como agregado graúdo foi utilizado seixo rolado de granulometria fina. O cimento empregado foi o CII-Z 32.

#### 3.3.1.2 Cura

Após a etapa de concretagem das lajes iniciou-se o processo de cura do concreto depois de aproximadamente 6 horas a ocorrência daquela fase. Os corpos de prova foram mantidos também em cura para garantir as mesmas condições ambientais existentes nas lajes. No caso destas, a utilização de sacos de aniagem, que eram molhados periodicamente, possibilitou que se mantivesse uma umidade adequada, enquanto os corpos de prova foram curados imersos em água até dois dias antes do ensaio. A moldagem e cura de todos os corpos de prova cilíndricos foi realizada em conformidade com a NBR 5738 (ABNT 1984). A Figura 3.36 mostra o procedimento de cura de algumas lajes.

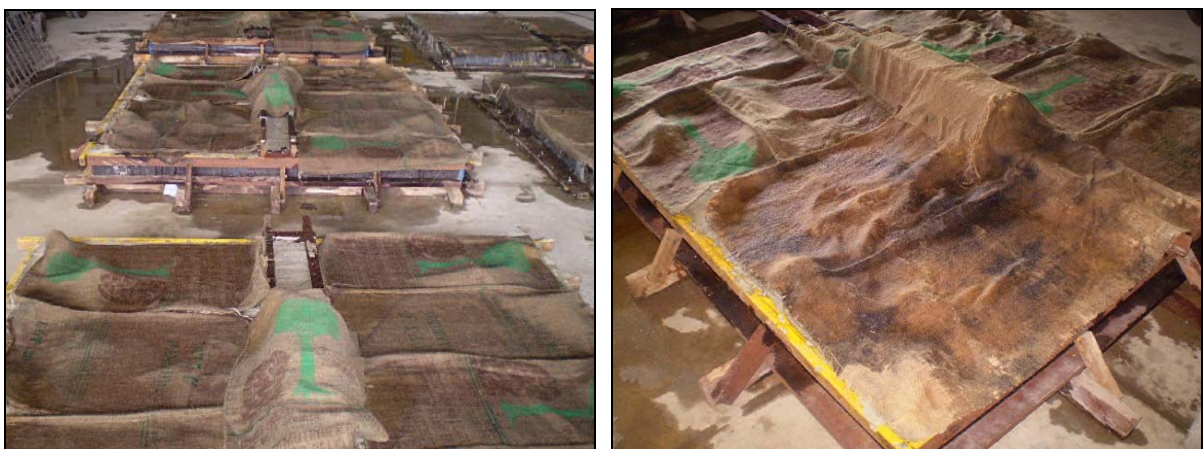


Figura 3.36 – Etapa de cura das lajes

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios realizados para determinação das propriedades mecânicas do concreto e do aço empregadas para os cálculos das resistências das lajes. São também apresentados e analisados os resultados dos ensaios das 8 lajes, tais como: deslocamentos verticais, deformações nas armaduras de flexão e no concreto, desenvolvimento de fissuras, além de cargas últimas e modos de ruptura observados.

### 4.1 Materiais

#### 4.1.1 Concreto

##### 4.1.1.1 Resistências à compressão e tração

Em cada concretagem foram moldados corpos de prova para obtenção das resistências à compressão. Para cada laje concretada, foram moldados 3 corpos de prova cilíndricos com 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura, totalizando 24 corpos de prova, seguindo o procedimento de ensaio recomendado pela NBR 5739 (ABNT 1994). Antes do ensaio, os corpos de prova cilíndricos foram capeados com fluido quente de enxofre no lado que aparentava superfície mais irregular. A espessura do capeamento não foi superior a 3 mm. A Figura 4.1 mostra um ensaio típico resistência à compressão de um corpo de prova utilizado para determinação da resistência do concreto.

Nos ensaios de resistência à tração também foram confeccionados corpos de prova com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, sendo rompidos na idade da data do ensaio. A avaliação da resistência à tração pela ruptura dos corpos de prova seguiu as recomendações da NBR 7222 (ABNT 1994) com o cálculo da resistência através da Equação 4.1. A Tabela 4.1 apresenta os resultados dos ensaios para determinação das resistências à compressão e tração do concreto.

$$f'_{ct} = \frac{2 \cdot P}{\pi \cdot l \cdot d} \text{ (MPa)} \quad (4.1)$$

onde

$P$ : carga máxima obtida no ensaio

$d$ : diâmetro do corpo de prova

$l$ : altura do corpo de prova



Figura 4.1 – Ensaio típico de um corpo de prova utilizado para determinação da resistência à compressão do concreto

Tabela 4.1 – Resistências à compressão e à tração do concreto

Laje	Idade (dias)	Nº CPs	$f'_c$ (MPa)	$f'_{ct}$ (MPa)
L1A	63	3	41,3	2,2
L2A	65	3	40,0	2,4
L3A	67	3	39,7	2,1
L4A	55	3	40,4	2,9
L1B	57	3	41,4	3,4
L2B	61	3	42,0	3,4
L3B	70	3	41,6	2,5
L4B	72	3	40,5	2,8

#### 4.1.1.2 Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade foi obtido a partir das recomendações da NBR 8522 (ABNT 1984), para isso, também foram moldados 3 corpos de prova cilíndricos com 150 mm de diâmetro e

300 mm de altura para cada laje concretada. Além dos resultados experimentais obtidos, estes foram comparados com os fornecidos pelas recomendações propostas pela NBR 6118 (ABNT 2003) e pelo CEB-FIP MC90. Esta última apresenta uma abordagem diferente à medida que prescreve para cada tipo de agregado utilizado na composição do concreto, um coeficiente ( $\alpha_\beta$ ) na expressão de cálculo definido em função das características do agregado. A Figura 4.2 mostra um ensaio típico para determinação do módulo de elasticidade do concreto.



Figura 4.2 – Ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto

A Tabela 4.2 apresenta os valores de  $\alpha_\beta$  para diferentes tipos de agregados, recomendados por esta norma. As Equações 4.2 e 4.3 apresentam as expressões normativas para estimar o módulo de elasticidade segundo o CEB-FIP MC90 e a NBR 6118 (ABNT 2003), respectivamente. A Tabela 4.3 mostra os resultados do módulo de elasticidade e ressalta-se que foi adotado o valor de  $\alpha_\beta$  igual a 0,7 na expressão do CEB-FIP MC90.

$$E_c = 5.600 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (4.2)$$

$$E_c = \alpha_\beta \cdot 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f'_c}{10}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ (MPa)} \quad (4.3)$$



Tabela 4.2 – Efeito do tipo de agregado no módulo de elasticidade (CEB-FIP MC90)

Tipo de agregado	$\alpha_\beta$
Basalto, calcário denso	1,2
Quartzo	1,0
Calcário	0,9
Arenito	0,7

Tabela 4.3 – Resultados dos ensaios para determinação do módulo de elasticidade

Laje	Idade (dias)	$f'_c$ (MPa)	Nº de CPs	$E_{c\text{Exp}}$ (GPa)	$E_{c\text{MC90}}$ (GPa)	$E_{c\text{NB103}}$ (GPa)	$\frac{E_{c\text{MC90}}}{E_{c\text{Exp}}}$	$\frac{E_{c\text{NB103}}}{E_{c\text{Exp}}}$
L1A	63	41,3	3	26,5	24,15	35,99	0,91	1,36
L2A	65	40,0	3	27,3	23,89	35,42	0,88	1,30
L3A	67	39,7	3	27,8	23,83	35,28	0,86	1,27
L4A	55	40,4	3	22,5	23,97	35,59	1,07	1,58
L1B	57	41,4	3	24,9	24,17	36,03	0,97	1,45
L2B	61	42,0	3	25,3	24,28	36,29	0,96	1,43
L3B	70	41,6	3	21,6	24,20	36,12	1,12	1,67
L4B	72	40,5	3	23,3	23,99	35,64	1,03	1,53
<b>MA</b>							0,97	1,45
<b>DP</b>							0,09	0,14
<b>CV (%)</b>							9,55	9,68

De acordo com a tabela, as estimativas da MC90 foram satisfatórias, apresentando resultados em média 3% menores que os experimentais, enquanto que a expressão recomendada pela NBR 6118 (ABNT 2003) superestimou em média 45% os resultados experimentais, uma vez que desconsidera na sua expressão qualquer parâmetro relacionado ao tipo de agregado utilizado do concreto.

## 4.1.2 Aço

### 4.1.2.1 Armadura de Flexão

As características dos aços empregados na confecção das armaduras das lajes foram determinadas a partir da realização do ensaio de tração axial, seguindo as recomendações da norma NBR 6152 (ABNT 1992). Foram extraídas propriedades mecânicas dos aços com diâmetro de 12.5 (CA-50 A), 10.0 mm (CA-50 A) e 6.3mm (CA-50 B), como tensão de escoamento ( $f_{ys}$ ), deformação de escoamento ( $\varepsilon_s$ ) e tensão de ruptura ( $f_u$ ). Os aços foram fabricados pela empresa Gerdau S.A e apresentaram as características conforme Tabela 4.5. A Figura 4.3 mostra as curvas tensão-deformação típicas dos ensaios de tração das barras de

12.5 mm e 6.3 mm, utilizados na armadura de flexão, cujos comportamentos médios estão representados pela linha vermelha.

Tabela 4.5 – Propriedades mecânicas dos aços

$\varnothing$ (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$\varepsilon_{ys}$ (‰)	$f_u$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
12,5	600	2,50	740	240
10,0	549	2,45	685	224
6,3	505	4,15	661	236

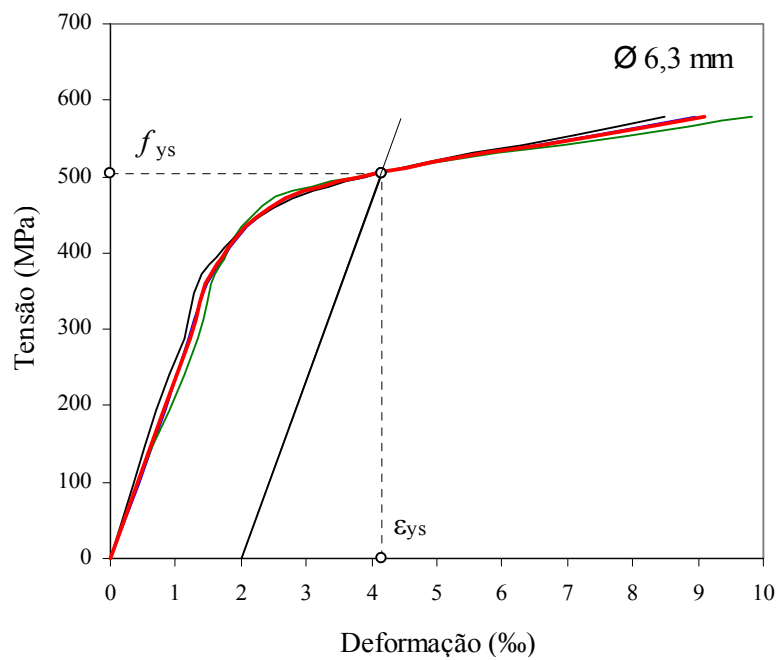
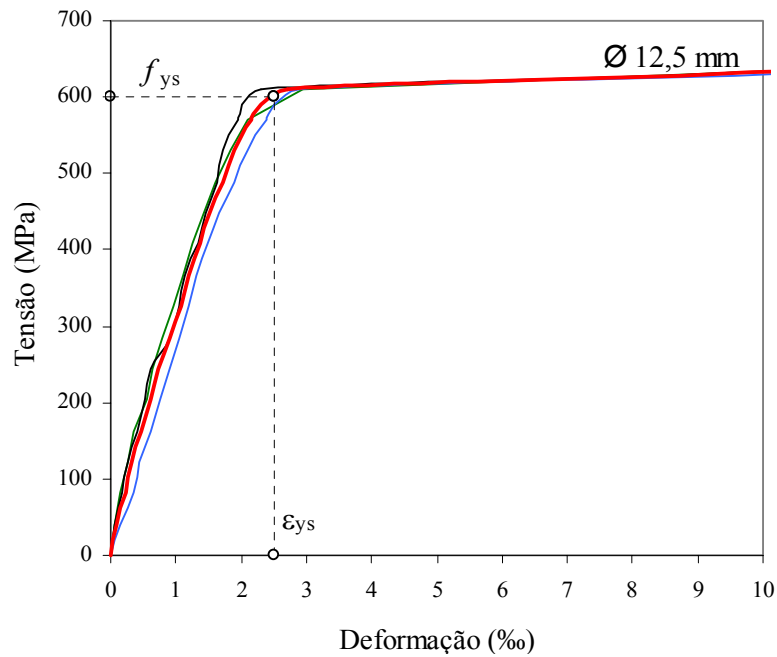


Figura 4.3 – Curvas tensão-deformação dos aços utilizados na armadura de flexão

## 4.2 Deslocamentos Verticais das Lajes

Os deslocamentos verticais durante os ensaios foram obtidos a partir da instrumentação em 5 pontos pré-estabelecidos para medição das flechas, sendo 3 na direção paralela aos apoios carregados ( $y$ ) e 3 na direção perpendicular aos apoios carregados ( $x$ ), ressaltando-se o deflectômetro posicionado no centro da placa de concreto (D3) pôde ser utilizado nas duas direções, posicionados conforme apresentado no Capítulo 3. Os relógios comparadores (deflectômetros) foram dispostos na superfície superior das lajes e as leituras dos aparelhos foram efetuadas visualmente até cerca de 80% da carga de ruptura das placas.

Como era de se esperar, as lajes com pilares de maiores índices de retangularidade apresentaram os maiores valores de deslocamentos verticais na última leitura dos relógios, uma vez que o tamanho dos pilares contribuiu para que as lajes suportassem uma maior carga. Em geral, as lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 0,30\%$ ) apresentaram as maiores flechas durante o ensaio. Foram verificadas diferenças nos valores das flechas no centro (D3) das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária, para o mesmo passo de carregamento e mesmo índice de retangularidade, de até 48% maiores que aqueles das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ). Na última leitura destes relógios posicionados no centro, observaram-se diferenças nas flechas do grupo das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A) de 18%, 6%, 13% e 23% maiores que as flechas das lajes com menor taxa (L1B, L2B, L3B e L4B, respectivamente), dada a maior carga de ruptura. Os deslocamentos registrados no centro das lajes podem ser observados a partir da Figura 4.4.

Os deslocamentos verticais foram ligeiramente parabólicos na direção  $x$  das lajes com pilares de retangularidade igual a 1, possivelmente decorrente do nível de fissuração observada visualmente, que por sua vez foi influenciado pela variação da taxa de armadura de flexão secundária. Para as lajes com pilares de índices maiores (3, 5, e 7), observou-se um comportamento predominantemente parabólico dos deslocamentos na direção  $x$ , ocorrendo o mesmo na direção  $y$ , independente do valor da taxa de armadura de flexão secundária. Para as lajes L1A, L2A, L3A e L4A, observou-se que os deslocamentos verticais foram praticamente lineares, até o carregamento aplicado de 40 kN, 60 kN, 50kN e 70 kN, respectivamente, cujas

cargas corresponderam ao surgimento das fissuras nas lajes. A partir destes níveis de cargas, os deslocamentos ampliaram-se a cada passo do carregamento.

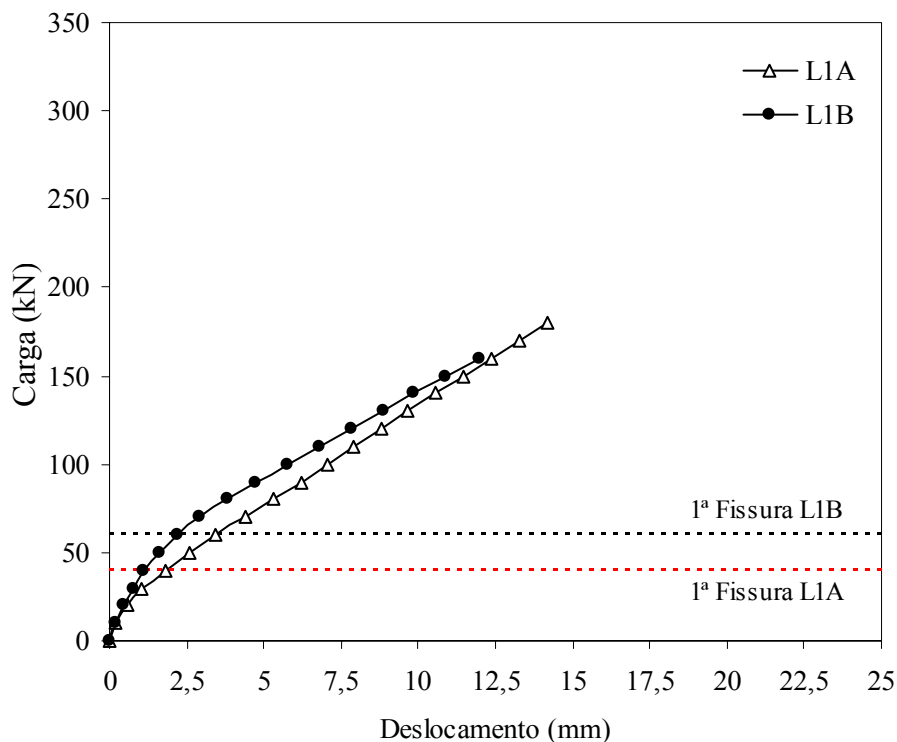


Figura 4.4 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L1A e L1B

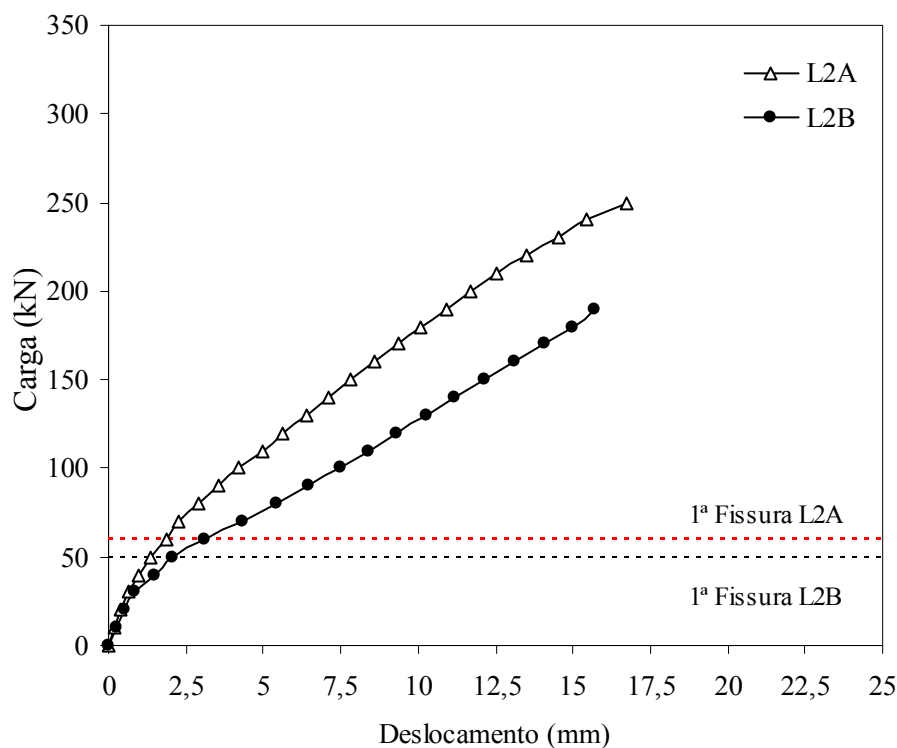


Figura 4.5 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L2A e L2B

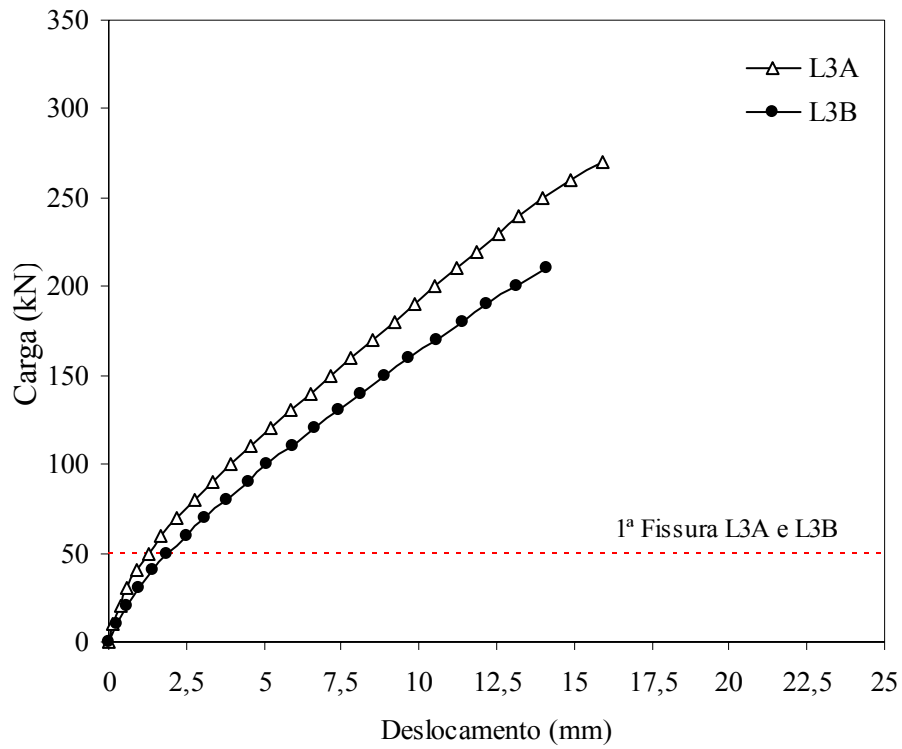


Figura 4.6 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L3A e L3B

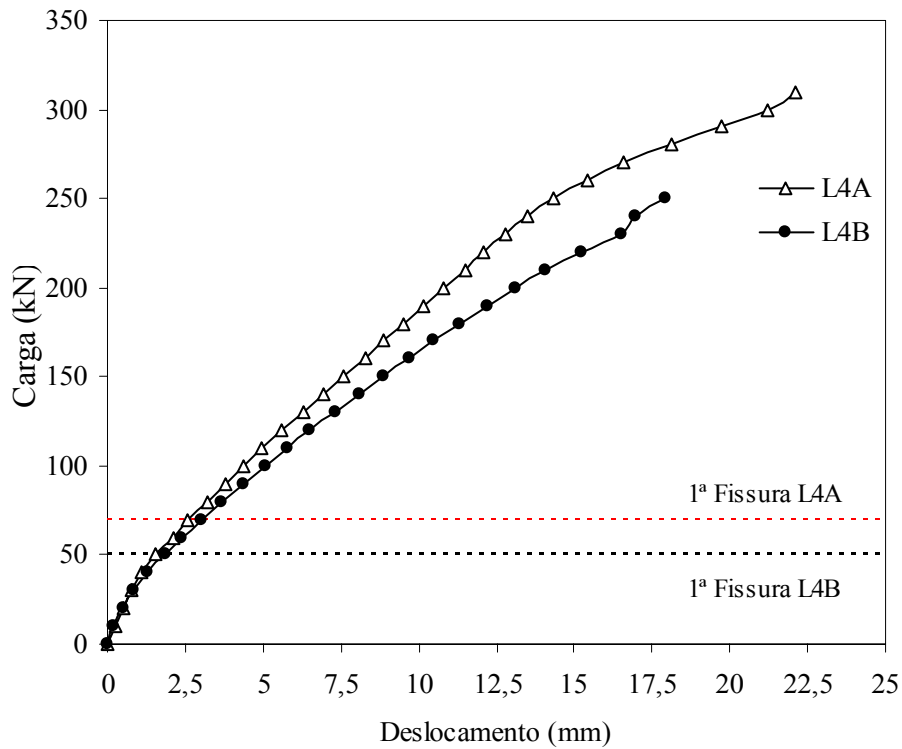


Figura 4.7 – Deslocamentos verticais observados nos centros das lajes L4A e L4B

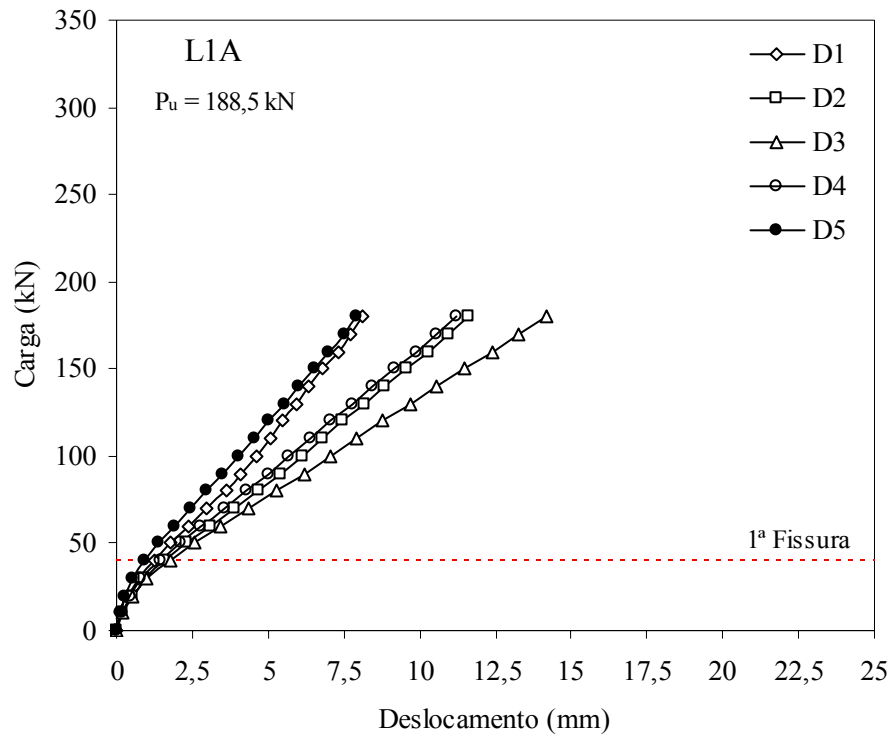


Figura 4.8 – Deslocamentos verticais observados na laje L1A

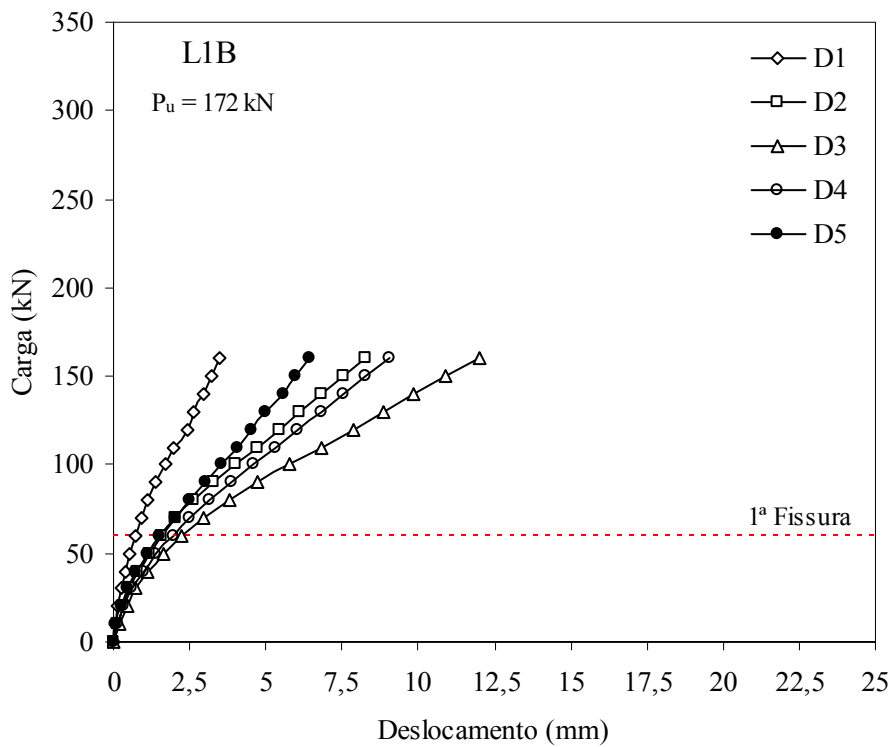


Figura 4.9 – Deslocamentos verticais observados na laje L1B

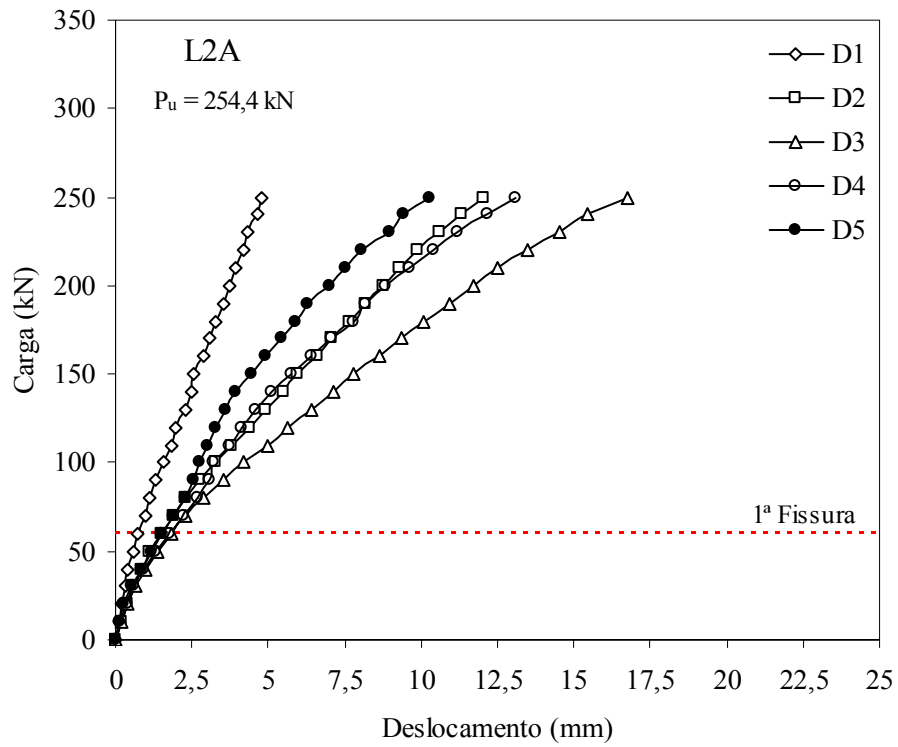


Figura 4.10 – Deslocamentos verticais observados na laje L2A

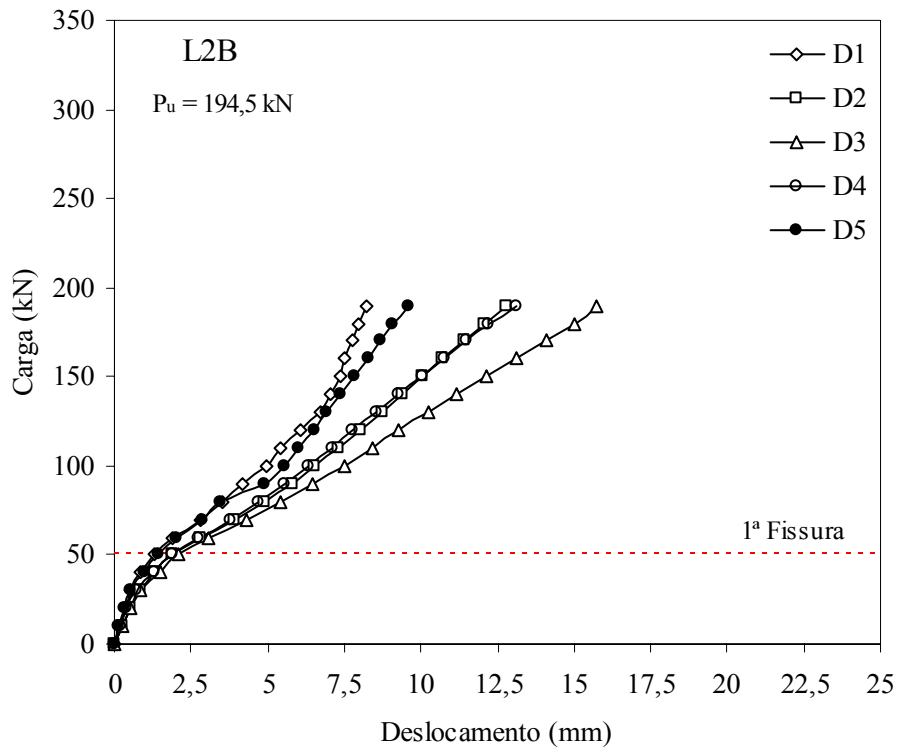


Figura 4.11 – Deslocamentos verticais observados na laje L2B

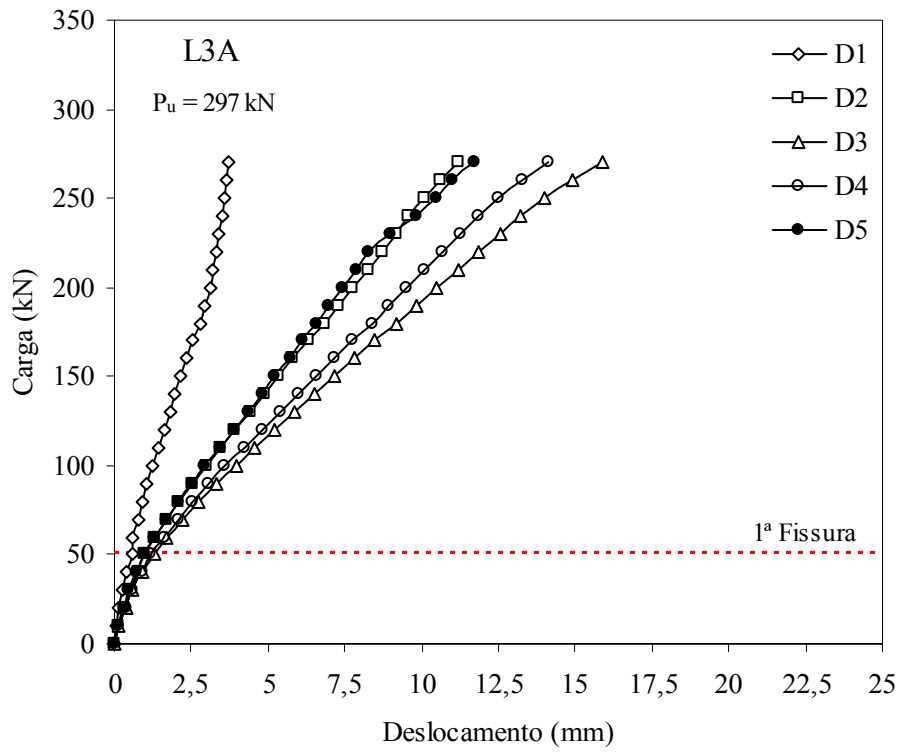


Figura 4.12 – Deslocamentos verticais observados na laje L3A

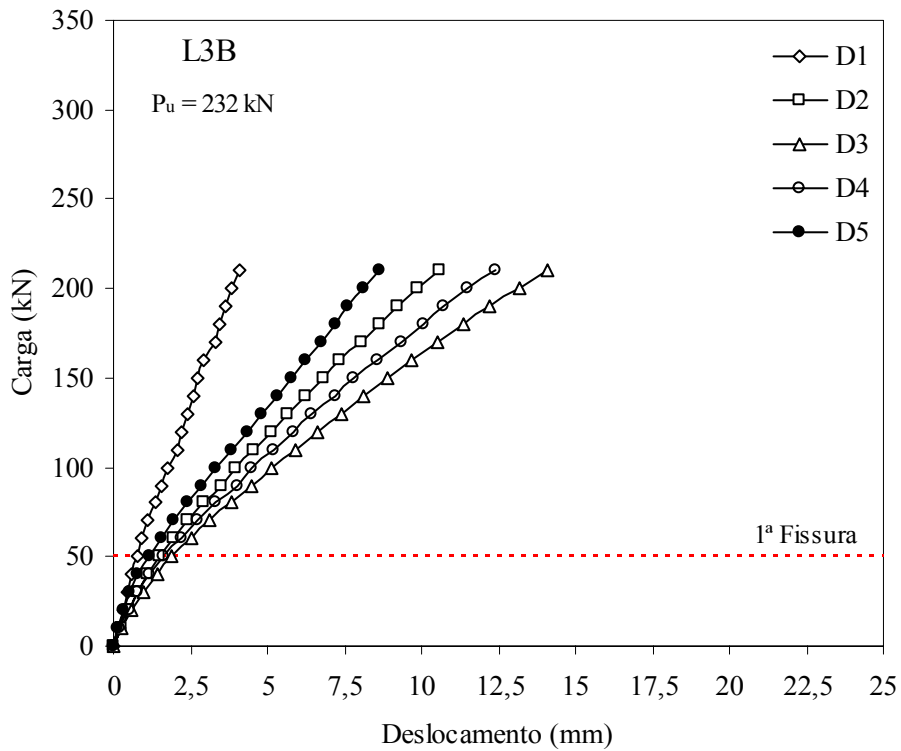


Figura 4.13 – Deslocamentos verticais observados na laje L3B



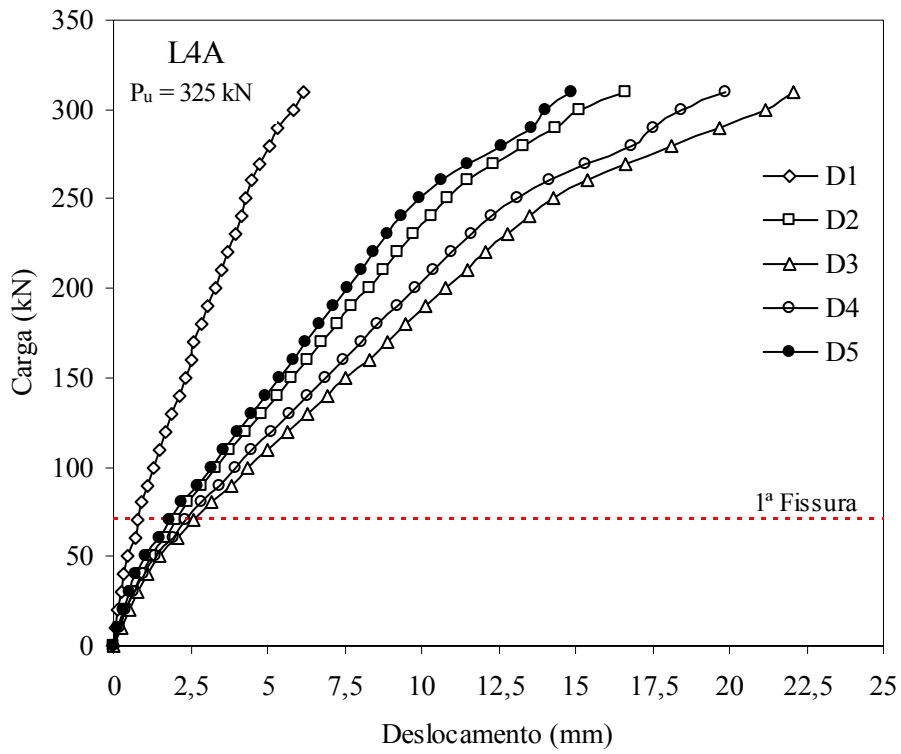


Figura 4.14 – Deslocamentos verticais observados na laje L4A

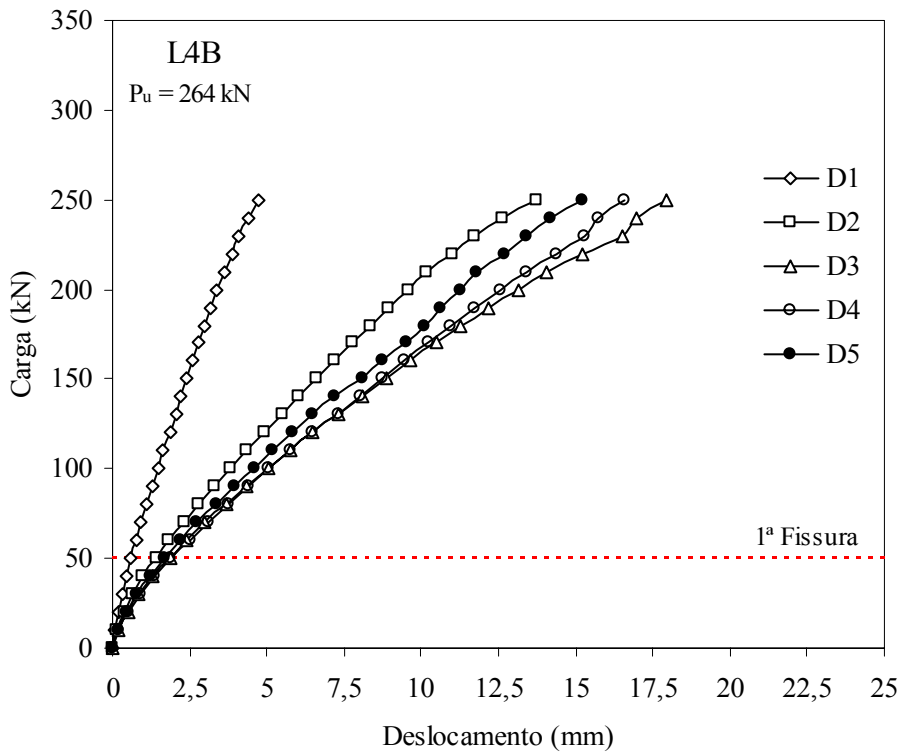


Figura 4.15 – Deslocamentos verticais observados na laje L4B

Os resultados dos ensaios das lajes L1A e L1B indicaram que os deslocamentos verticais na direção  $x$  variaram de forma ligeiramente parabólica. Contudo, o comportamento dos deslocamentos nestas lajes na direção  $y$ , mostrou-se com variação linear, provavelmente devido às bordas livres não apresentarem restrições. A laje L1A apresentou em todos os passos de carregamento do relógio posicionado no centro (D3), valores dos deslocamentos superiores àqueles observados na laje L1B, atingindo uma diferença de 18% maior na última leitura do deflectômetro da laje L1B. A maior diferença entre deslocamentos verticais das lajes L1A e L1B, foi verificada quando as lajes atingiram 42% e 46% (80 kN) das respectivas cargas de ruptura, onde observou-se 40% de diferença entre deslocamentos.

Esse comportamento dos deslocamentos verticais das lajes com pilares de índices de retangularidade iguais a 1 foi semelhante àquele observado por Ferreira (2006), que avaliou 12 (doze) lajes unidirecionais com diferentes taxas de armadura de flexão secundária ( $a$ ,  $b$  e  $c$ ) e as posições de aplicação do carregamento, mantendo as mesmas dimensões dos pilares ((85 x 85) mm). O autor percebeu que nas lajes com taxas maiores de armadura de flexão secundária (taxa  $c$ ), para qualquer posição do carregamento, os deslocamentos foram superiores àqueles das lajes com taxas menores de armadura de flexão secundária (taxas  $a$  e  $b$ ). Portanto, também concorda-se com o autor pelo fato de que o comportamento descrito anteriormente vai de encontro ao conceito de que em elementos de concreto armado submetidos à flexão normalmente quanto maior for a taxa de armadura, menor será o deslocamento vertical, podendo indicar que lajes com pilares quadrados apresentam comportamento diferenciado quando se tratar de dimensões pequenas dos mesmos.

Com relação às lajes com pilares de índice de retangularidade igual a 3, as lajes L2A e L2B apresentaram diferenças significativas nos deslocamentos verticais, com valores atingindo até 48% de diferença para um mesmo passo de carregamento. A laje com maior taxa de armadura de flexão secundária (L2A,  $\rho_x = 1,22\%$ ) apresentou deslocamentos verticais do relógio central (D3) inferiores aos da laje com taxa menor (L2B,  $\rho_x = 0,31\%$ ), em todos os passos de carregamento antes da ruptura. Acredita-se que este comportamento distinto daquele que ocorreu nas lajes com pilares de índice 1, se deve a maior sollicitação dos esforços atuando na direção  $x$ , já que a tendência da laje unidirecional quando se aumenta a dimensão do pilar paralela às bordas carregadas, é possuir comportamento de viga. Apesar da laje L2A ter apresentado valores dos deslocamentos sempre inferiores aos da laje L2B, o valor da última leitura do deflectômetro (D3) foi 6% maior que o da laje L2B, devido a maior carga.

Comparando a laje L3A com a L3B, observa-se um acréscimo de 13% no valor do deslocamento vertical medido na última leitura do defletoômetro central (D3) da laje L3A em relação ao da laje L3B. Em ambas as lajes, os deslocamentos nas duas direções apresentaram comportamento parabólico. Nestas lajes, semelhante aos comportamentos das lajes L2A e L2B, também observou-se que a laje com maior taxa de armadura de flexão secundária, apresentou deslocamentos inferiores aos da laje com menor taxa, porém, novamente a última leitura do defletoômetro central foi maior. Verificaram-se nestas lajes que após o escoamento da armadura de flexão principal, as rotações ao longo da direção  $y$ , a partir das menores faces dos pilares, foram maiores do que àquelas observadas para níveis inferiores do carregamento.

As lajes com os pilares de maiores índices de retangularidade ( $c_{max}/c_{min} = 7$ ) L4A e L4B apresentaram comportamento semelhante aos das lajes com pilares de índices 3 e 5. Igualmente, a laje com maior taxa (L4A) teve os valores de deslocamentos na posição central (D3) inferiores aos da laje com taxa menor (L4B), entretanto, na última leitura observou-se mais uma vez que o deslocamento máximo na L4A foi maior. As últimas leituras dos aparelhos foram de 22,1 mm (L4A) e 17,95 mm (L4B), correspondendo a uma diferença de 23% e de 24% entre as cargas no momento desta leitura. Os deslocamentos verticais dessas lajes nas duas direções, ao longo das linhas em que foram realizadas as leituras, apresentaram comportamentos que descreveram parábolas. Assim como as lajes L3A e L3B, verificou-se que após o escoamento da armadura de flexão principal, as rotações ao longo da direção  $y$ , a partir das menores faces dos pilares, foram maiores do que àquelas observadas para níveis inferiores de carga.

Segundo *Polak* (2005), uma laje lisa sem armadura de cisalhamento, rompendo por flexão, ainda será dúctil após alcançar a carga correspondente ao escoamento da armadura de flexão. Porém, após o escoamento da armadura na ligação laje-pilar, as rotações na ligação e as fissuras de flexão reduzem a capacidade ao cisalhamento do concreto, que eventualmente pode conduzir a uma ruptura por punção. Essas condições explicam a penetração de parte dos trechos dos pilares sob as lajes L3A e L4A, que tiveram uma ruptura por flexão. Os comportamentos dos deslocamentos verticais medidos experimentalmente em cada um dos pontos estabelecidos ao longo das direções  $x$  e  $y$  podem ser visualizados nas Figuras 4.16 a 4.23.

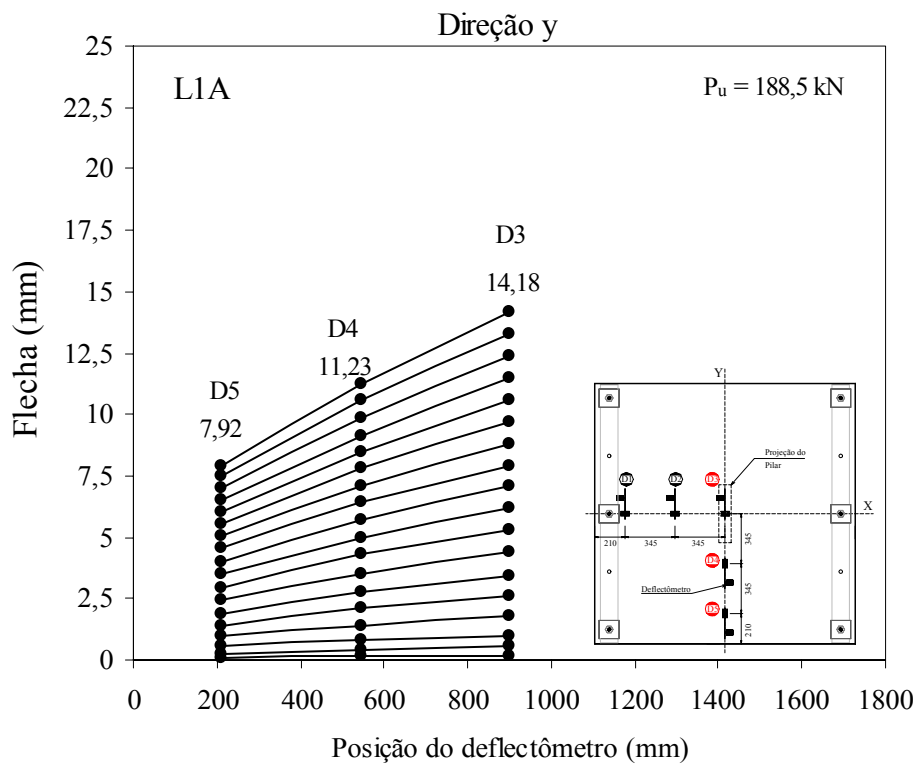
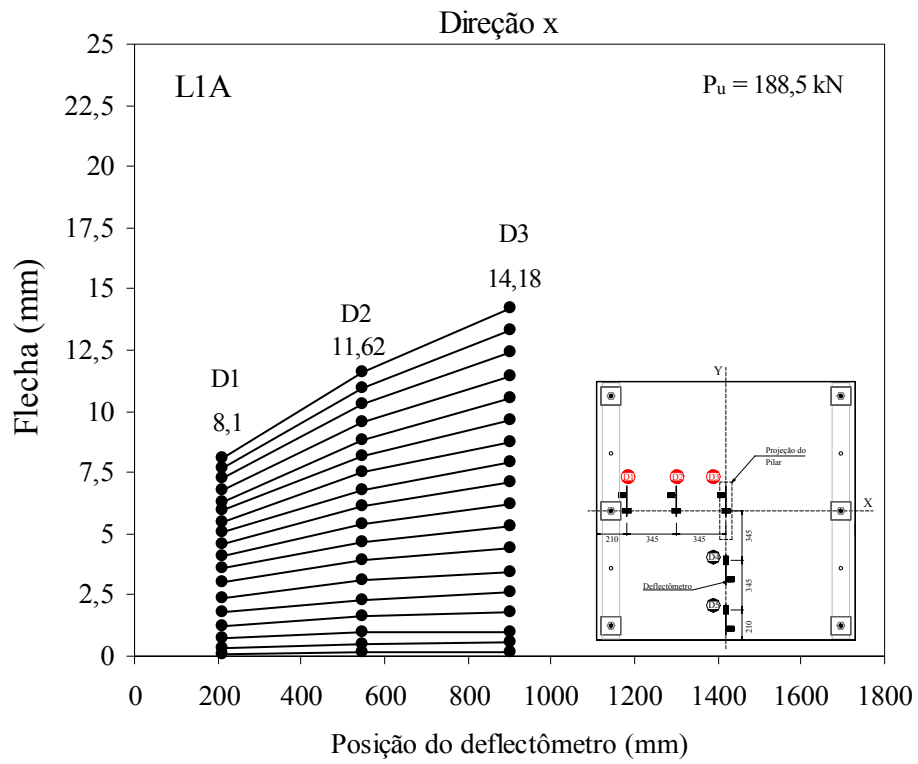


Figura 4.16 – Deslocamentos verticais observados na laje L1A nas direções  $x$  e  $y$

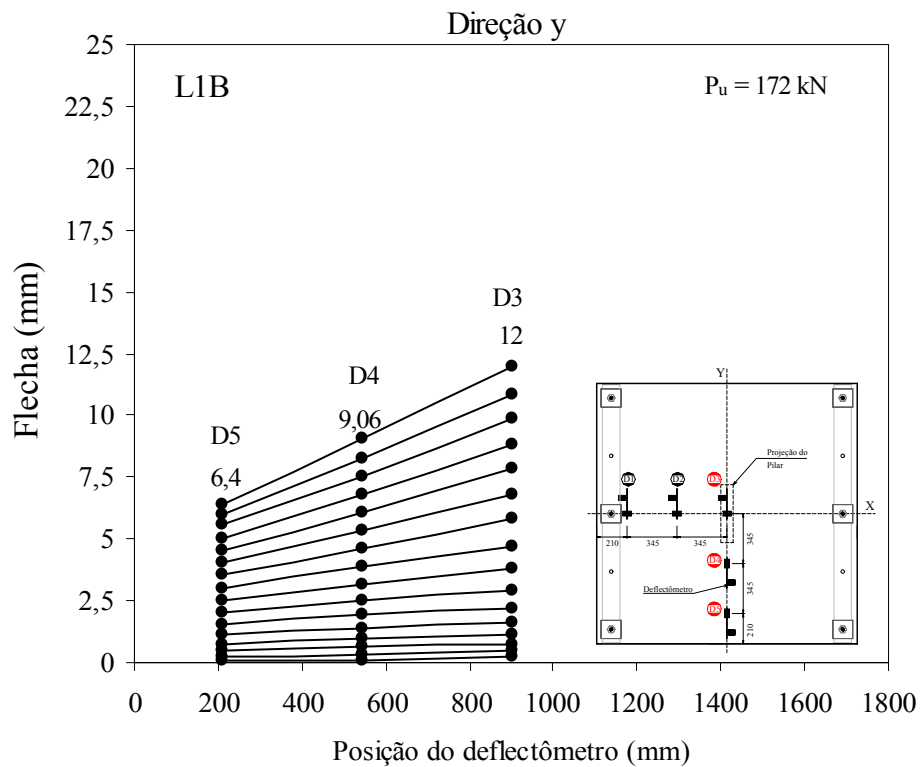
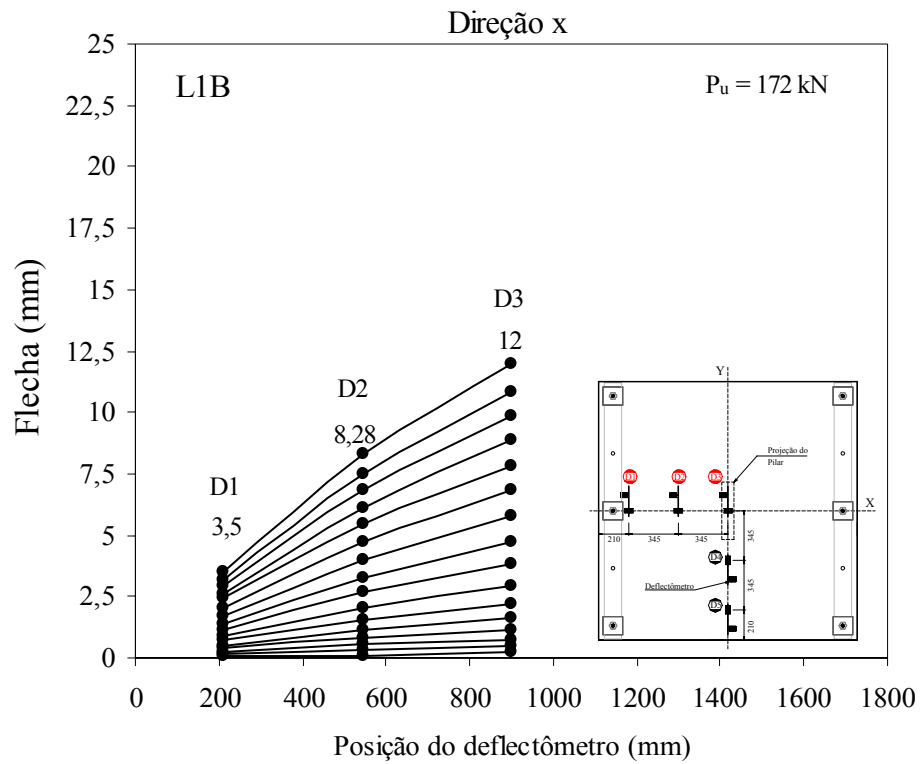


Figura 4.17 – Deslocamentos verticais observados na laje L1B nas direções  $x$  e  $y$

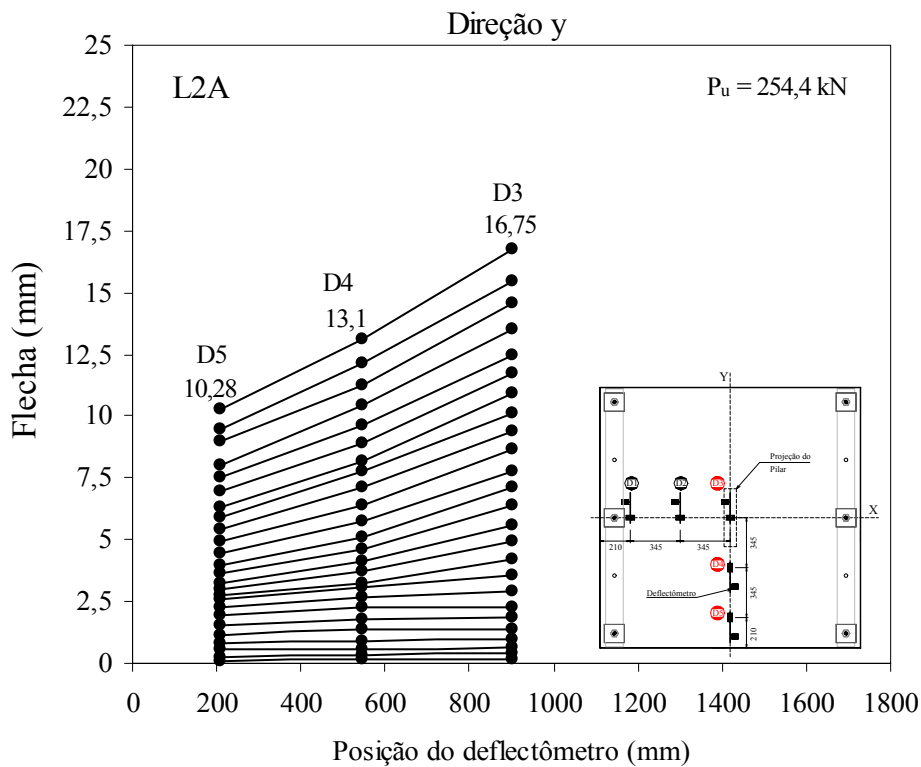
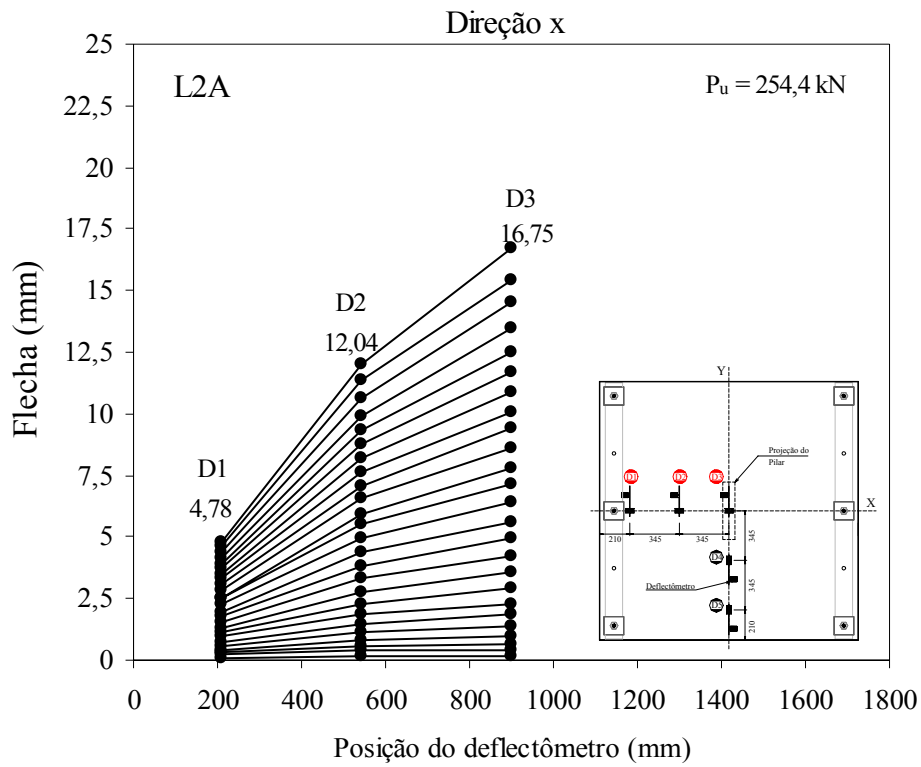


Figura 4.18 – Deslocamentos verticais observados na laje L2A nas direções  $x$  e  $y$

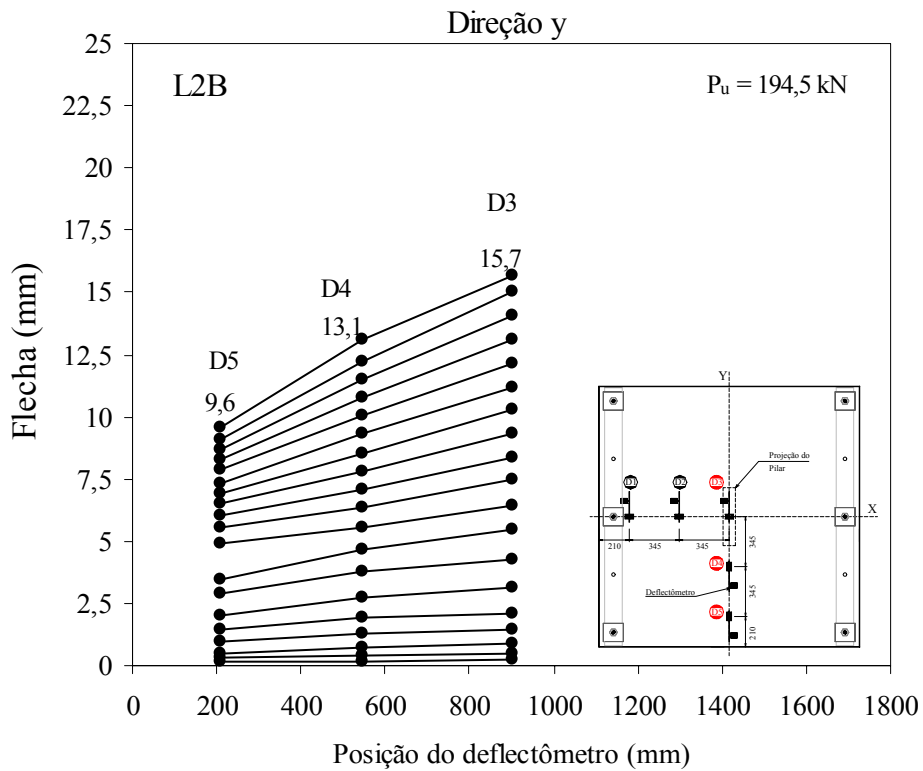
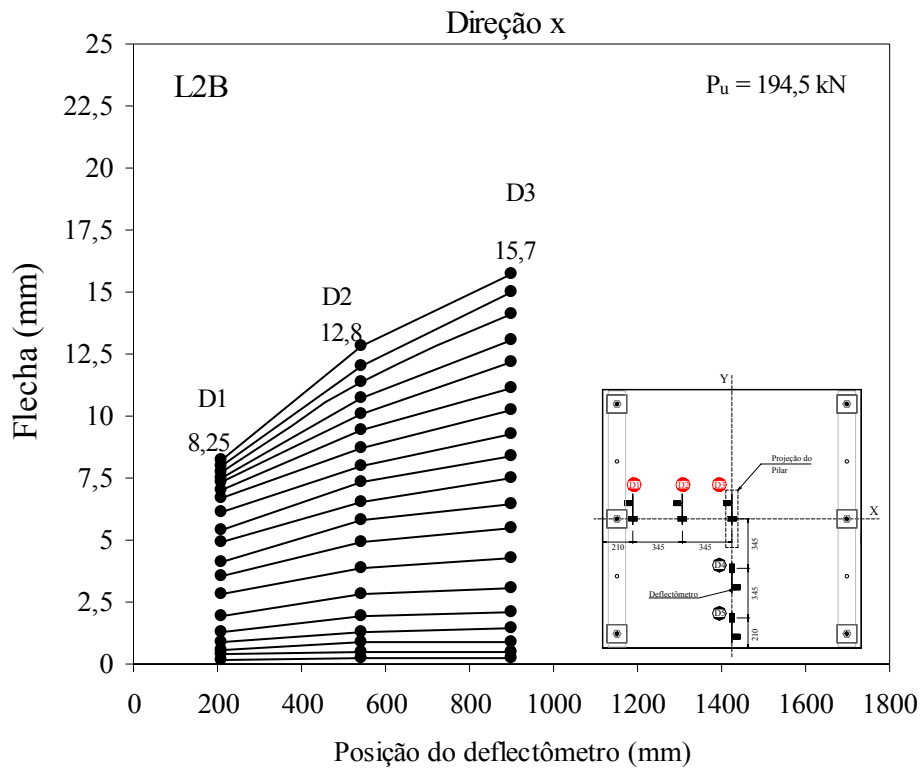


Figura 4.19 – Deslocamentos verticais observados na laje L2B nas direções  $x$  e  $y$

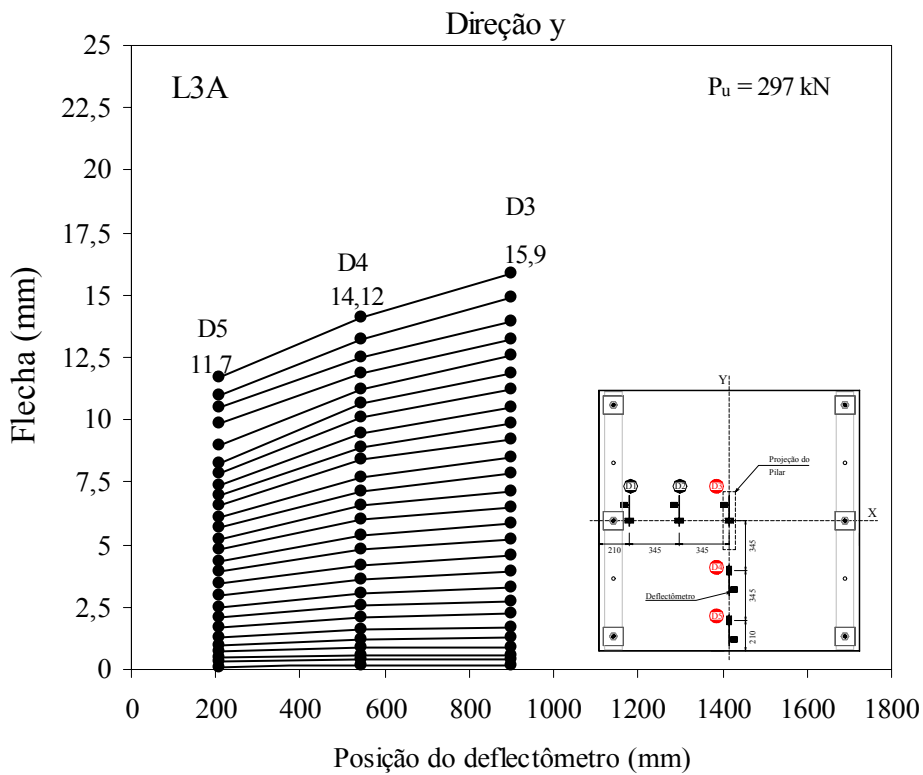
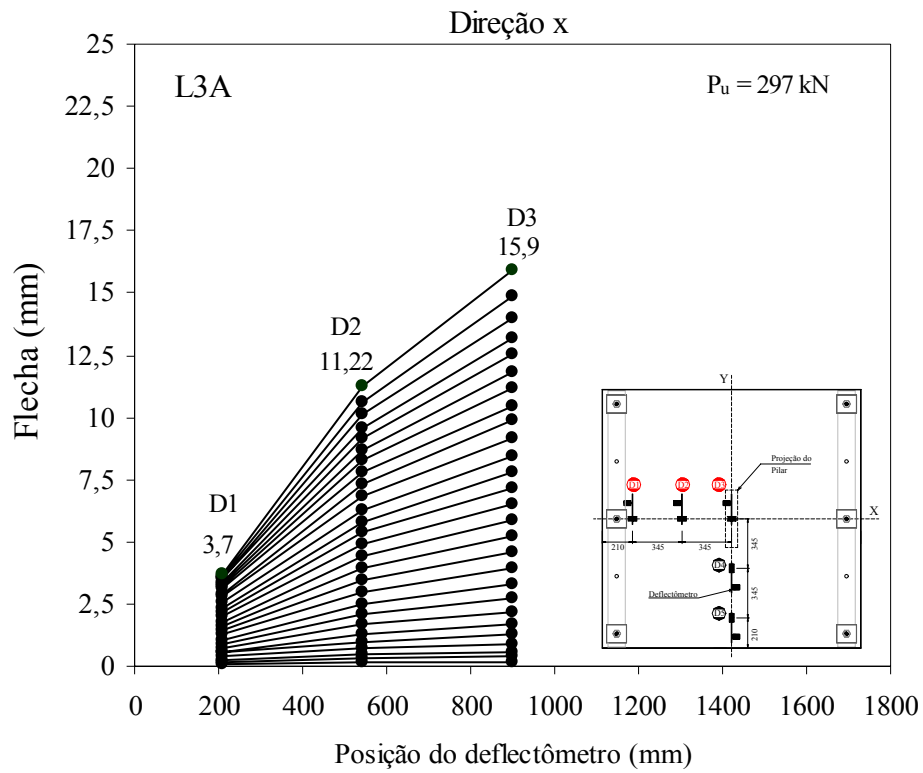


Figura 4.20 – Deslocamentos verticais observados na laje L3A nas direções  $x$  e  $y$



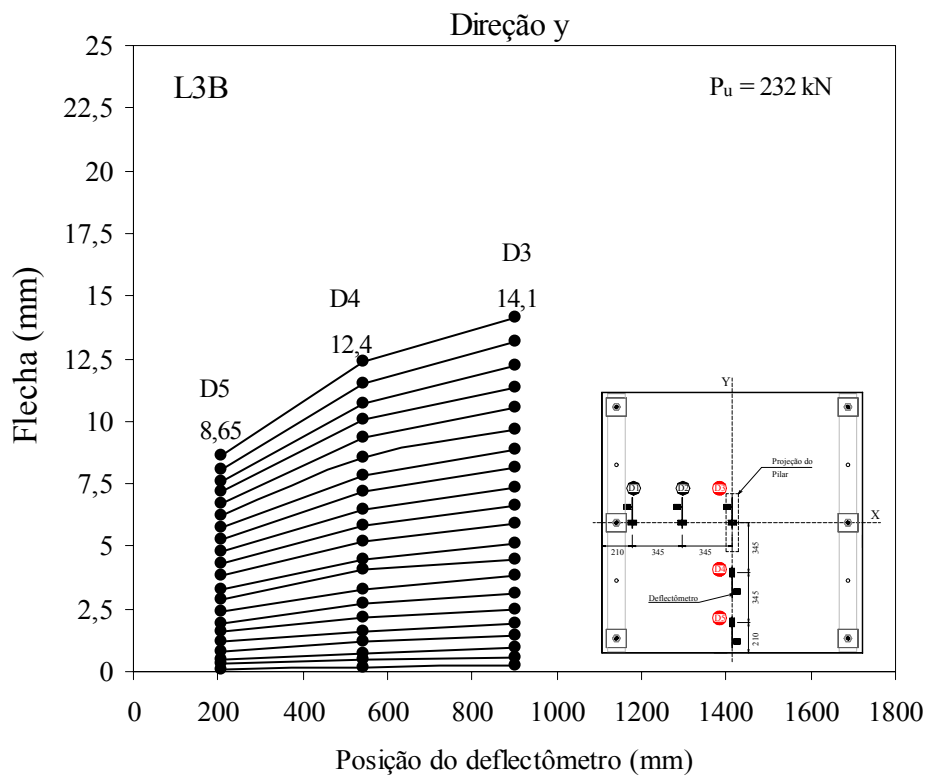
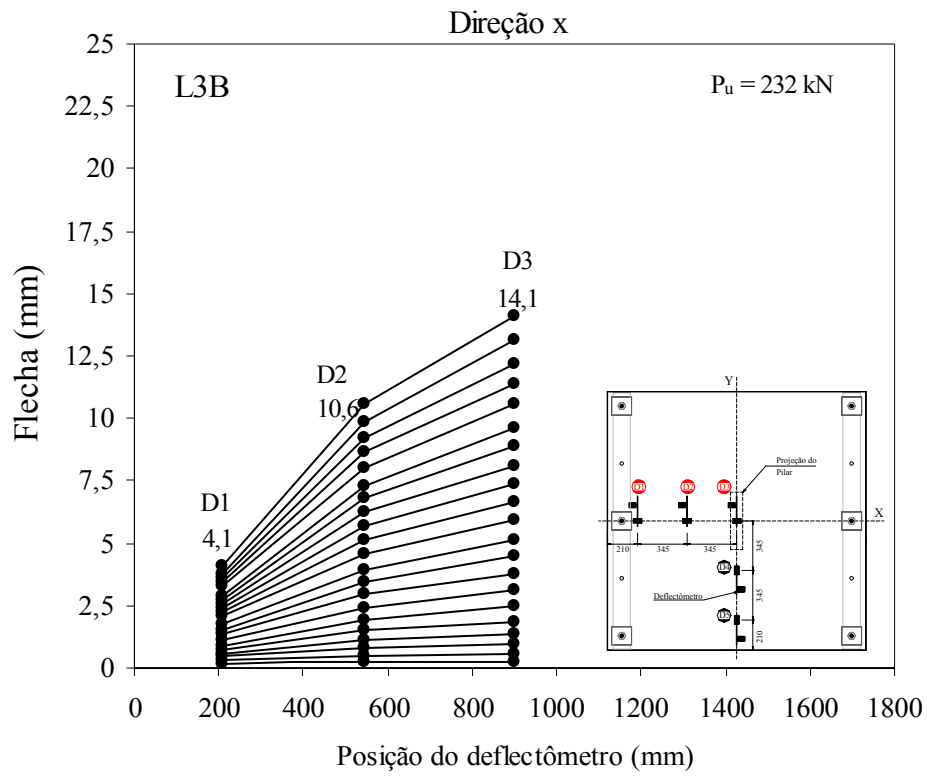


Figura 4.21 – Deslocamentos verticais observados na laje L3B nas direções  $x$  e  $y$

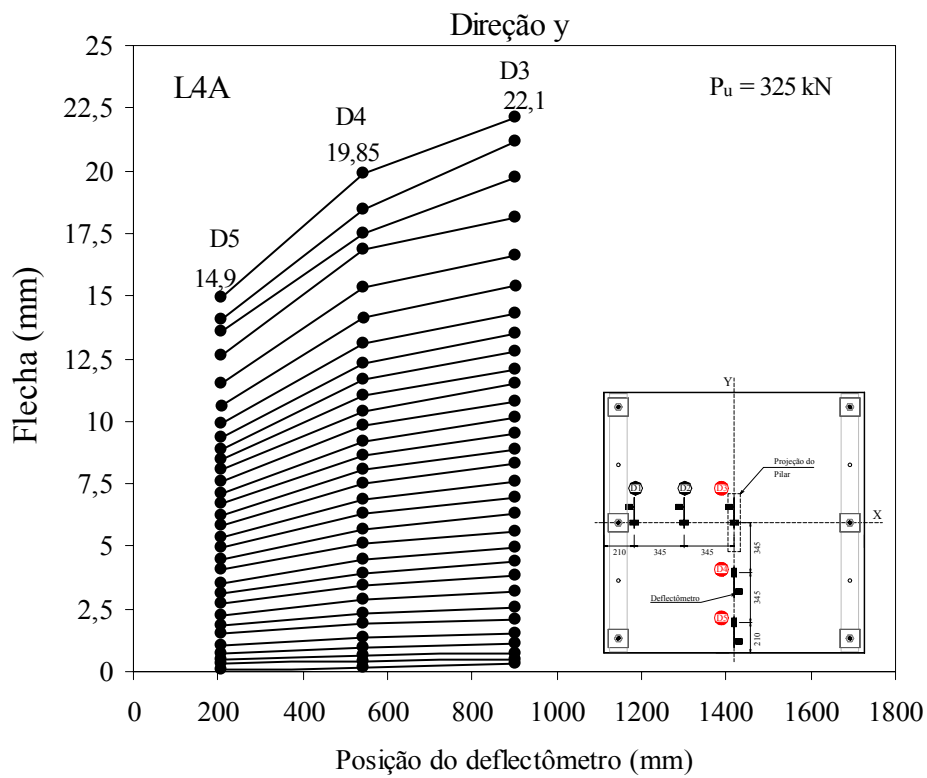
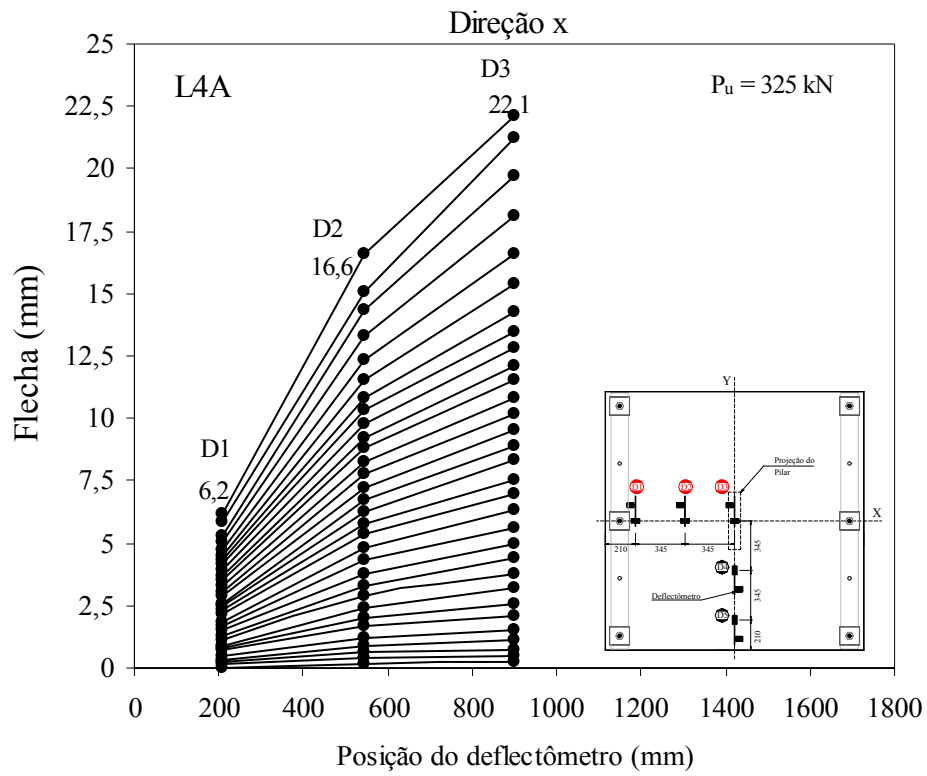


Figura 4.22 – Deslocamentos verticais observados na laje L4A nas direções  $x$  e  $y$

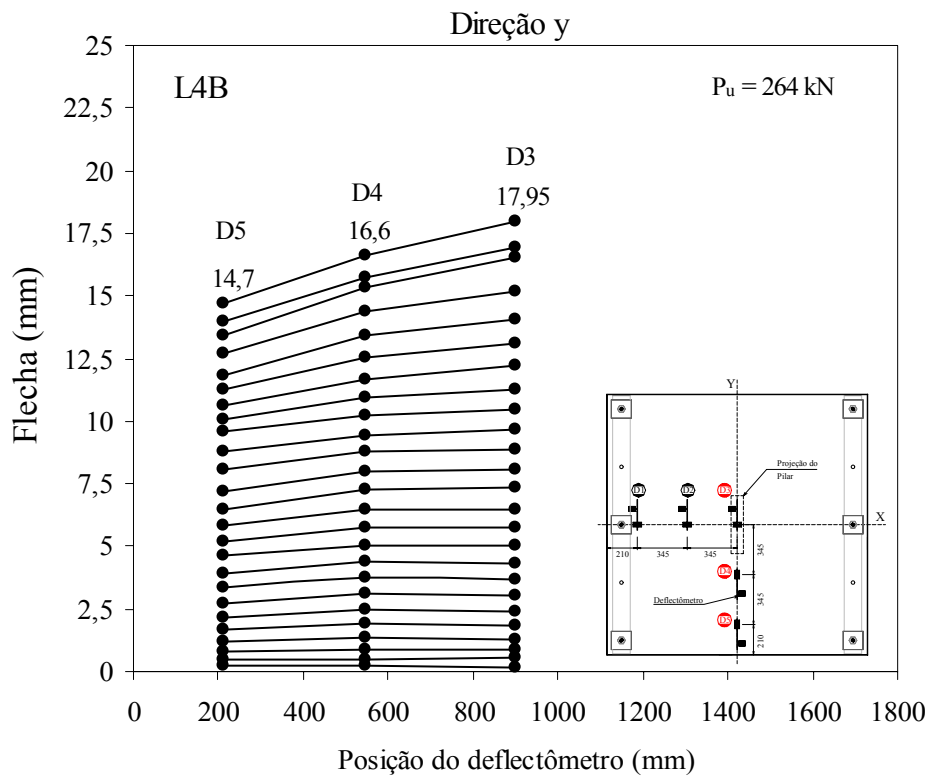
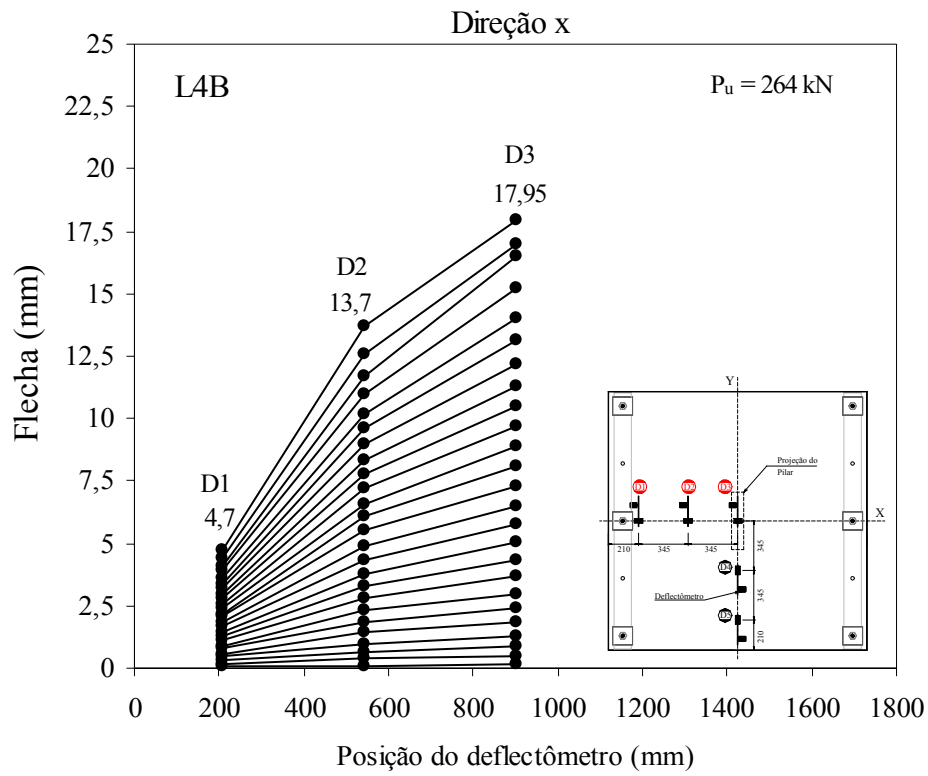


Figura 4.23 – Deslocamentos verticais observados na laje L4B nas direções  $x$  e  $y$

### 4.3 Deformações na Superfície do Concreto

As deformações no concreto foram registradas com dois extensômetros elétricos (C1 e C2) posicionados paralelamente às faces dos pilares, dispostos a uma distância de aproximadamente  $0,5 \cdot d$ , na superfície comprimida das lajes, como mostra a Figura 4.24. O extensômetro C1 foi colocado próximo a menor face, enquanto o extensômetro C2 da maior, conforme apresentado no Capítulo 3.

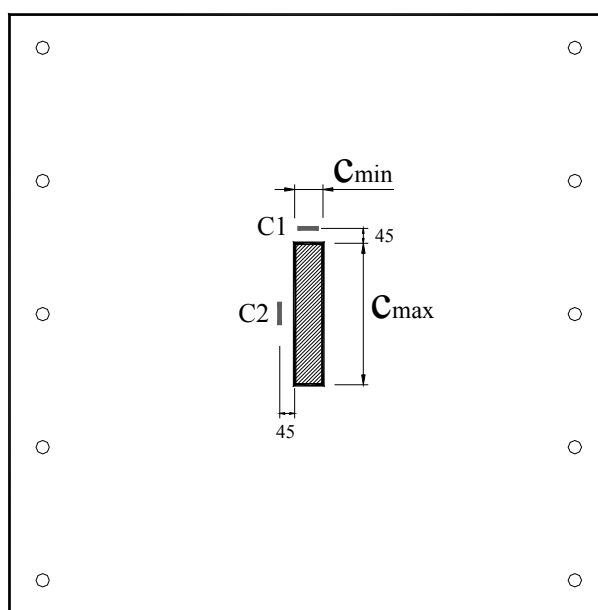


Figura 4.24 – Pontos de monitoramento do concreto

Em quase todas as lajes, foi observado que as deformações na superfície do concreto com valores mais significativos ocorreram próximas à menor face do pilar, no extensômetro C1, cujo ponto monitorado acompanhou a variação do índice de retangularidade dos pilares. As deformações no ponto C1 comprovam a ocorrência do efeito de polarização próximo as menores faces dos pilares, com exceção das laje L3B e L4B, que apresentaram deformações quase desprezíveis, provavelmente devido a problemas nos extensômetros, pois não há motivo para as baixas deformações observadas. Ressalta-se ainda que o extensômetro C2 da laje L1A apresentou deformação quase nula para a carga de 150 kN, provavelmente devido a problemas no mesmo. Para lajes com pilares de mesmo índice de retangularidade, as deformações foram mais acentuadas naquelas em que a taxa de armadura de flexão secundária foi maior ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ), principalmente com relações entre os lados  $c_{max}/c_{min}$  dos pilares iguais a 5 e 7.

Com a modificação do índice de retangularidade, os valores das últimas leituras das deformações no ponto C1 variaram de -2,06‰ (L1A) a -4,74‰ (L4A) para o grupo das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ). Para as lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 0,30\%$ ), as deformações do concreto variaram de -1,47‰ (L1B) a -0,62‰ (L4B). Com relação ao ponto C2, as últimas leituras registradas para lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária foram -0,11‰; -1,06‰; -0,30‰ e -0,09‰, das L1A, L2A, L3A e L4A, respectivamente. Nas lajes L1B, L2B, L3B e L4b, isto é, com menores taxas de armadura de flexão secundária, as últimas leituras foram -1,90‰; -0,53‰; -0,16‰ e -0,002‰, respectivamente. A Tabela 4.6 apresenta os valores máximos observados das deformações do concreto e as Figuras 4.25 a 4.32 apresentam curvas carga-deformação do concreto para todas as lajes.

Verificou-se na laje L4A ( $\rho_x = 1,10\%$ ), que a deformação do concreto ultrapassou o limite convencional de ruptura na flexão estabelecido pela NBR 6118 (ABNT 2003), que é de 3,5‰, com o valor da última leitura atingindo -4,74‰, observando-se visualmente o esmagamento do concreto na região próxima à face menor do pilar, como mostra a Figura 4.33. Desta forma, sugerindo que a taxa de armadura de flexão secundária influencia sobremaneira no comportamento da laje, podendo até contribuir no aumento da resistência ao puncionamento, já que, na prática, durante a execução deste sistema estrutural com lajes lisas unidirecionais, esta armadura, geralmente, não existe (Oliveira *et al.*, 2005). Os resultados ainda sugerem que houve melhor aproveitamento dos materiais com o esmagamento do concreto e escoamento do aço, tornando o dimensionamento mais econômico.

Tabela 4.6 – Deformações máximas de compressão no concreto

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$P_u$ (kN)	$\epsilon_{c,1}$ (‰)	$\epsilon_{c,2}$ (‰)	$\epsilon_{c,1}/\epsilon_{c,2}$
L1A	89,3	1,22	41,3	188,5	-2,06	-0,11	18,73
L2A	89,3	1,22	40,0	254,0	-1,98	-1,06	1,87
L3A	99,7	1,09	39,7	297,0	-2,43	-0,30	8,10
L4A	98,6	1,10	40,4	325,0	-4,74	-0,09	52,67
L1B	98,1	0,56	41,4	172,0	-1,47	-1,90	0,77
L2B	90,5	0,61	42,0	194,5	-2,88	-0,53	5,43
L3B	92,7	0,59	41,6	232,0	-0,29	-0,16	1,81
L4B	98,1	0,56	40,5	254,5	-0,62	-0,01	310,00

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$d = (d_x + d_y)/2$$

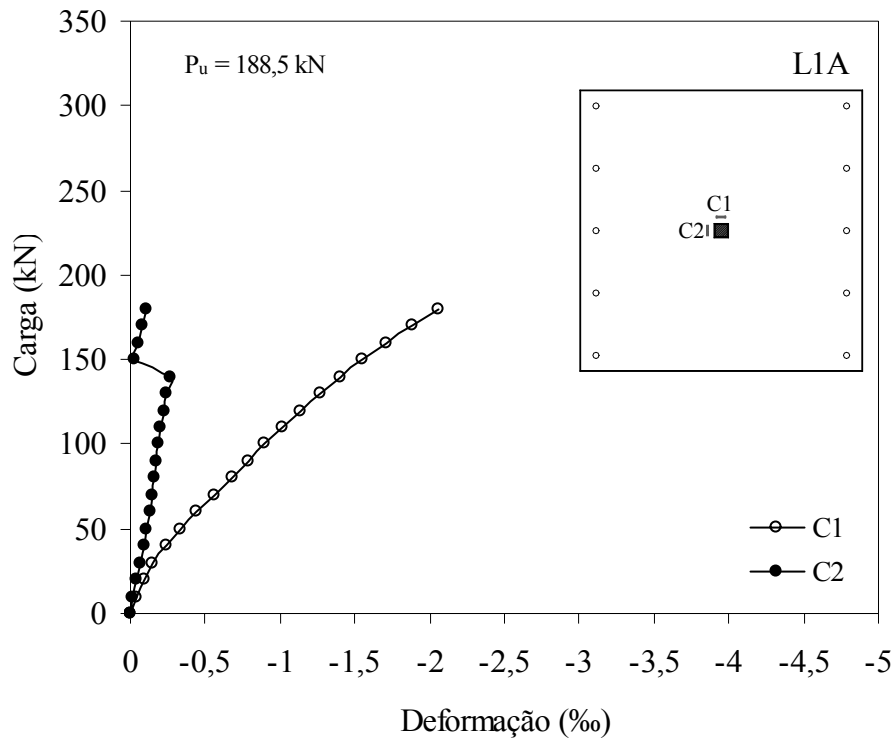


Figura 4.25 – Deformações na superfície do concreto da laje L1A

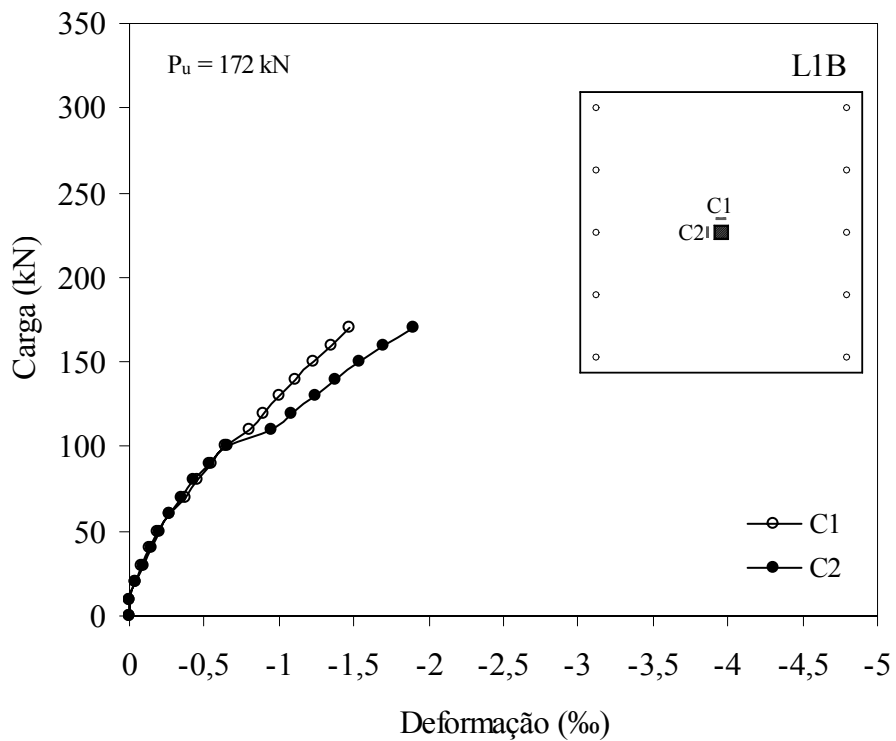


Figura 4.26 – Deformações na superfície do concreto da laje L1B

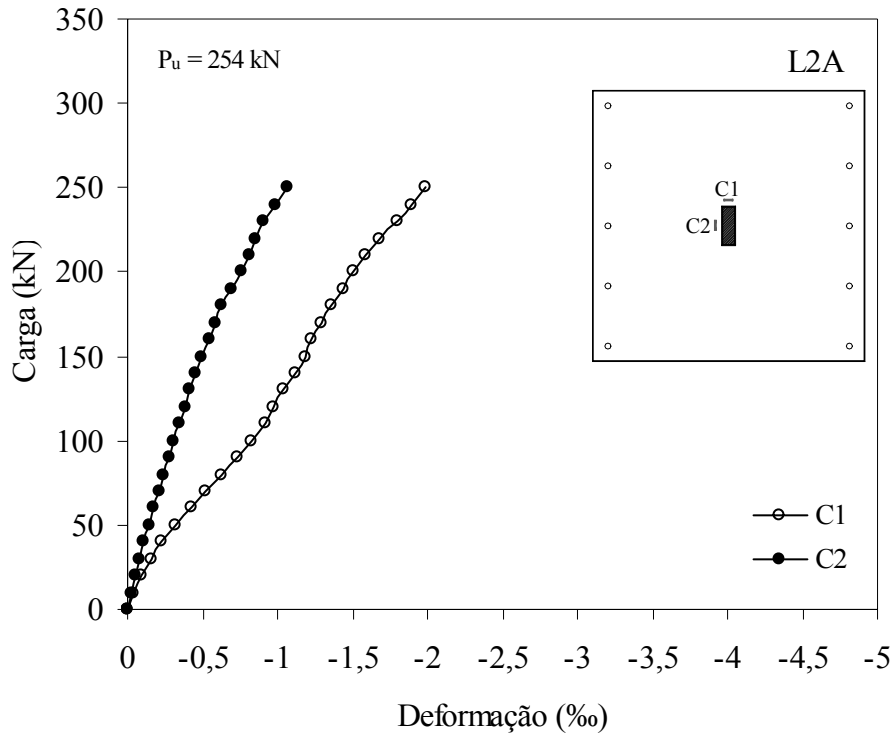


Figura 4.27 – Deformações na superfície do concreto da laje L2A

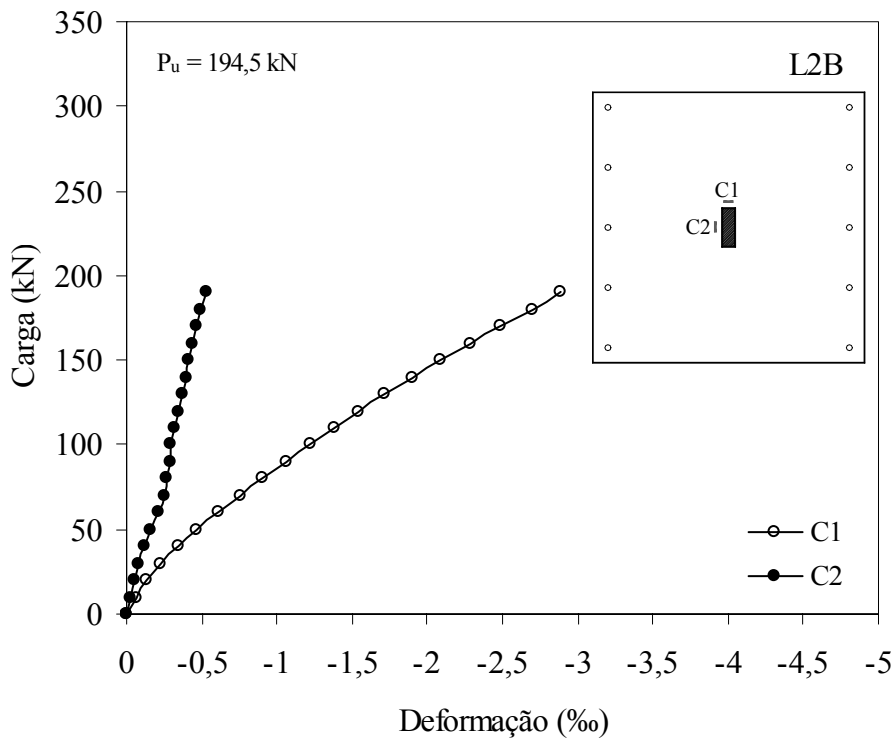


Figura 4.28 – Deformações na superfície do concreto da laje L2B

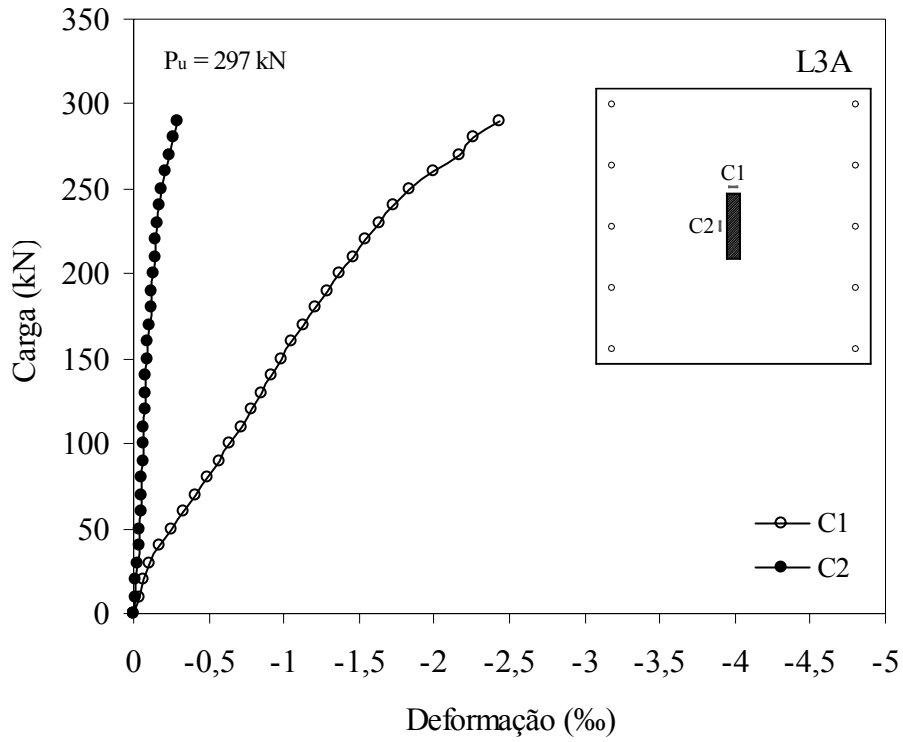


Figura 4.29 – Deformações na superfície do concreto da laje L3A

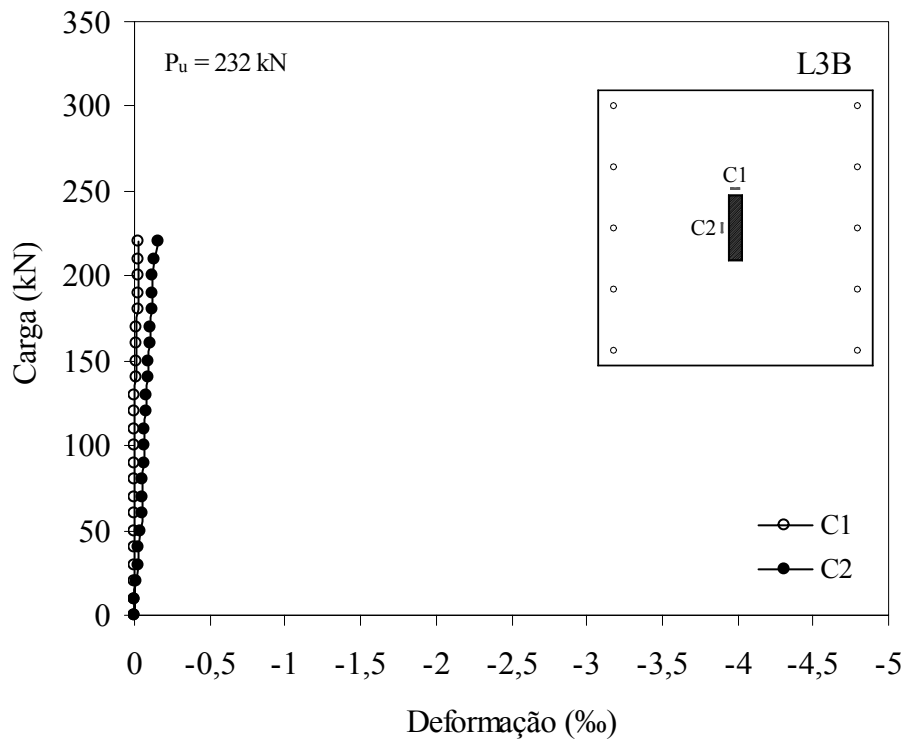


Figura 4.30 – Deformações na superfície do concreto da laje L3B



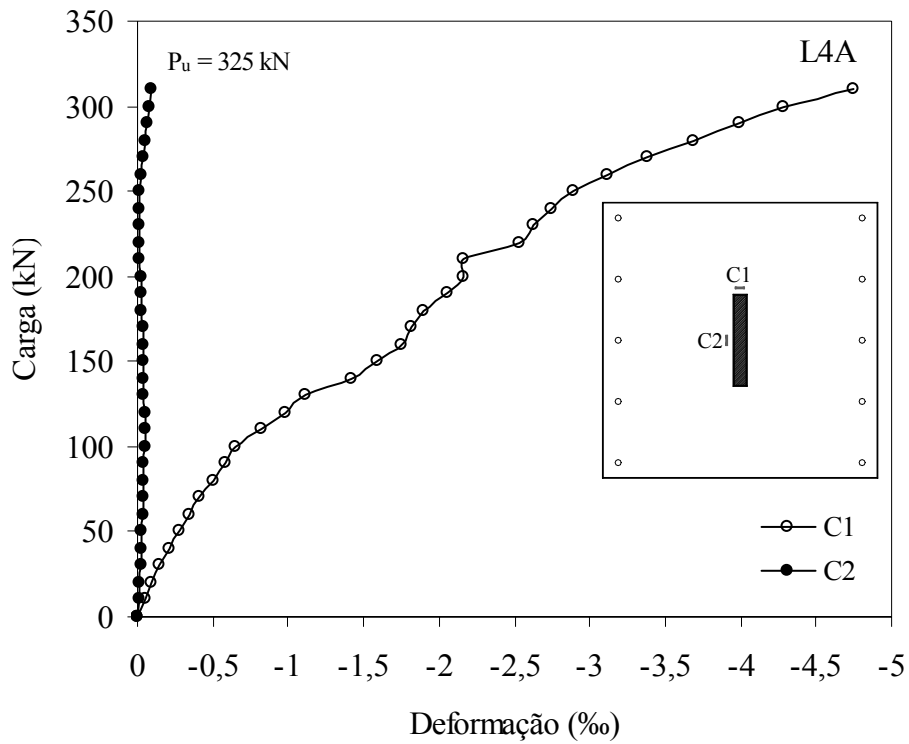


Figura 4.31 – Deformações na superfície do concreto da laje L4A

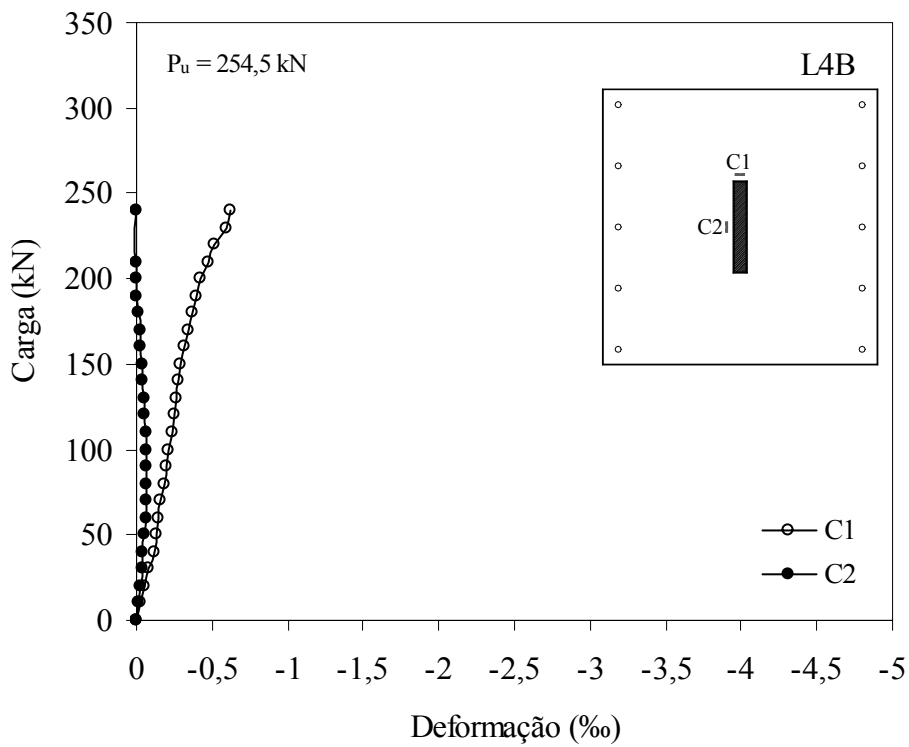


Figura 4.32 – Deformações na superfície do concreto da laje L4B



Figura 4.33 – Observação do esmagamento do concreto da laje L4A

## 4.4 Deformações da Armadura de Flexão

Dependendo do índice de retangularidade, foram monitoradas de 3 a 4 barras por laje, sendo 2 ou 3 barras da armadura de flexão principal e apenas 1 barra da armadura de flexão secundária. As lajes L2A, L3A, L4A, L2B, L3B e L4B tiveram o monitoramento em 3 barras da armadura principal, enquanto as lajes L1A e L1B em 2 barras. Esta diferença se deve ao fato da necessidade de monitorar barras da região central das lajes, já que o ponto E2 do monitoramento acompanhou a menor face do pilar ( $c_{\min}$ ), pois esta apresentou diferentes posições com a variação do índice de retangularidade.

O ponto E4 correspondeu às deformações da armadura principal situado na região central das lajes L2A, L3A, L4A, L2B, L3B e L4B. No caso das lajes L1A e L1B, o ponto E2 foi suficiente para representar as deformações da região central sujeita ao carregamento, pois sua posição também permitiu o monitoramento próximo da dimensão  $c_{\min}$  do pilar. Em todos os casos os extensômetros E2 e E4 foram os que apresentaram as maiores deformações, sendo ligeiramente maiores para o ponto E4. A Tabela 4.7 apresenta as cargas experimentais correspondentes ao início do escoamento do aço ( $P_{ys}$ ) nos pontos monitorados da armadura de flexão principal, assim como a relação entre a carga de escoamento e a carga de ruptura das lajes.

Tabela 4.7 – Cargas correspondentes ao início do escoamento do aço nos pontos monitorados da armadura de flexão principal

Laje	$P_{ys}$ (kN)			$P_{yst}^{****}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$P_{flex}^{***}$ (kN)	$P_{ys}/P_u$	$P_{ys}/P_{flex}$
	E1	E2	E4					
L1A	*	*	**	155,9	188,5	266,4	-	-
L2A	250	180	170	169,0	254,0	265,4	0,67	0,64
L3A	270	210	200	209,4	297,0	304,1	0,67	0,66
L4A	240	190	180	219,0	325,0	296,8	0,55	0,61
L1B	*	160	**	172,4	172,0	294,4	0,93	0,54
L2B	*	170	125	174,9	194,5	274,6	0,64	0,46
L3B	*	170	160	196,4	232,0	285,2	0,69	0,56
L4B	200	160	165	216,7	254,5	293,8	0,63	0,54

$P_{ys}/P_u$ : relação entre o menor valor de  $P_{ys}$  e  $P_u$   
 \*Ponto sem escoamento  
 \*\*sem monitoramento  
 \*\*\* $P_{flex}$ : carga de flexão estimada pela Teoria das Linhas de Ruptura  
 \*\*\*\*  $P_{yst}$ : carga teórica para o início do escoamento da armadura de flexão principal

Observa-se na tabela que a carga de escoamento da armadura de flexão ficou em média 68% da carga de ruptura das lajes ensaiadas, o que poderia indicar que o estado limite último de resistência à flexão nas lajes havia sido atingido antes da ruptura por punção, principalmente para as lajes com outros pontos de escoamento da armadura distantes da carga.

Observou-se que quanto maior o índice de retangularidade, obviamente, maior o número de barras da armadura de flexão principal que foram solicitadas, tendo em vista que geralmente pilares alongados (índice 5 e 7) conduzem ao escoamento de maior número de barras da armadura por proporcionar às lajes unidirecionais um comportamento de viga. Para as lajes com taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x$ ) em torno de 1,22% (L1A, L2A, L3A e L4A) registrou-se o escoamento da armadura principal a partir da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  igual a 3. Enquanto que nas lajes com taxa de armadura de flexão secundária de 0,30% (L1B, L2B, L3B e L4B), verificou-se o escoamento a partir da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  igual a 1. Os comportamentos das deformações nas armaduras de flexão principal e secundária de todas as lajes podem ser observados nas Figuras 4.34 a 4.49, as linhas em azul, vermelho e verde representam as médias dos valores das deformações dos pontos E1, E2 e E3 monitorados.

Também observou-se que a laje L3B, com pilar de índice 5, não apresentou escoamento da armadura de flexão principal no ponto mais afastado da menor face do pilar (E1), diferente da L3A que apresentou escoamento, ocorrendo comportamento semelhante às lajes L2B e L2A, com pilares de índices 3. As lajes L2A, L3A e L4A apresentaram cargas 38%, 23% e 25%, maiores que as cargas necessárias para promover o início de escoamento da armadura principal das lajes L2B, L3B, e L4B, respectivamente. No caso das lajes L1A e L1B, somente a última apresentou escoamento da armadura, com carga equivalente a 93% da carga de ruptura observado no ensaio. Portanto, o comportamento da armadura flexão principal das lajes foi bastante influenciado pela variação da armadura de flexão secundária, que no caso de uma taxa baixa, a resistência ao puncionamento é menor, deixando de mobilizar parte da resistência à flexão na principal direção ( $y$ ) de algumas lajes ensaiadas.

Comparando-se as lajes L2A e L2B, observou-se na primeira (L2A) que as deformações nas barras das armaduras principal (ponto E2) e secundária (ponto E3) no momento em que o concreto apresentou a primeira fissura, foram de 0,58‰ e 0,19‰, respectivamente, enquanto na segunda (L2B), as deformações foram 0,56‰ e 0,26‰. Na última leitura do ponto E2, foram verificadas deformações nas barras da armadura de flexão principal das lajes L2A e

L2B, de 3,74‰ e 2,78‰, respectivamente, esta última correspondendo apenas 74% da primeira. Já na última leitura do ponto E3, as deformações foram de 1,7‰ (L2A) e 3,0‰ (L2B).

As lajes L4A e L4B apresentaram escoamento em todos os pontos monitorados da armadura de flexão principal, porém, em ambas o ponto E3 de monitoramento da armadura de flexão secundária não apresentou escoamento. Acredita-se que este resultado foi decorrente da predominância de esforços em uma direção. Embora a variação da taxa de armadura de flexão secundária não ter indicado sua influencia nos valores das deformações da armadura secundária para estas lajes, por outro lado, ressalta-se que ela possibilitou comportamentos diferentes no que diz respeito ao padrão de fissuração e resistências últimas, como será visto adiante.

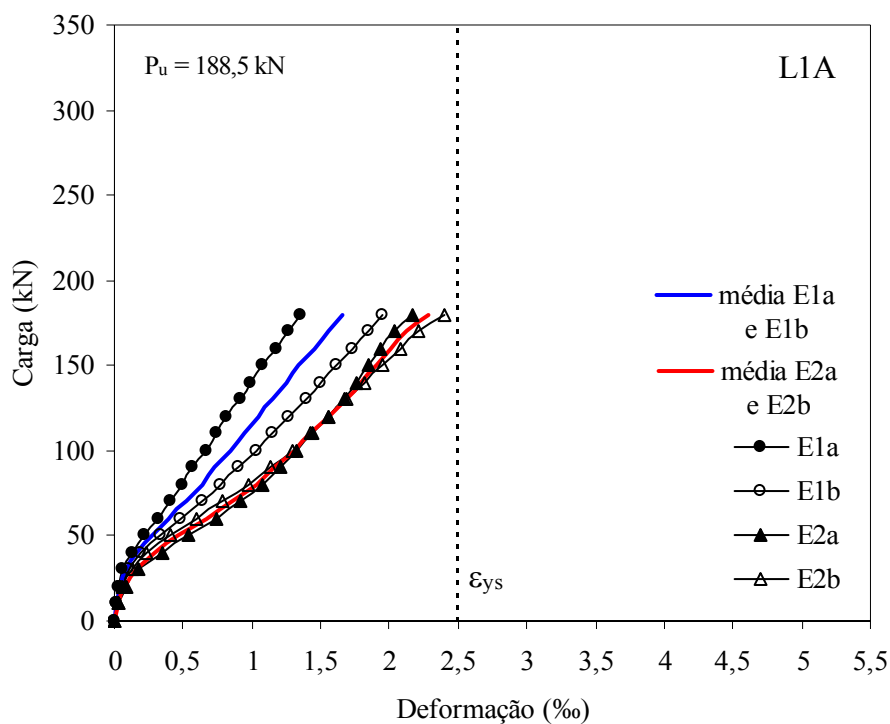


Figura 4.34 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L1A

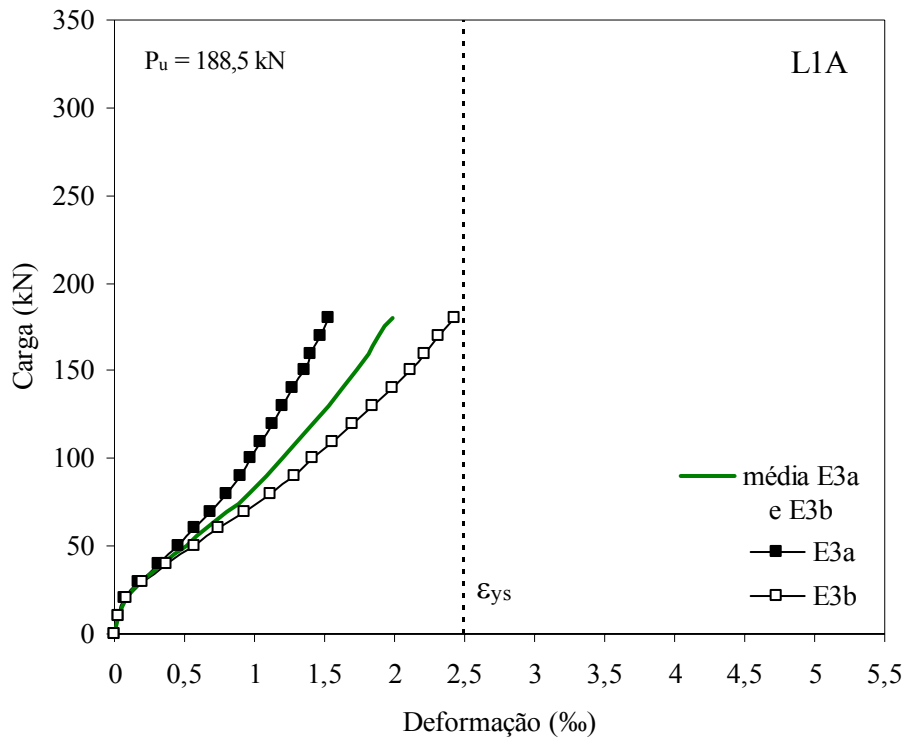


Figura 4.35 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L1A

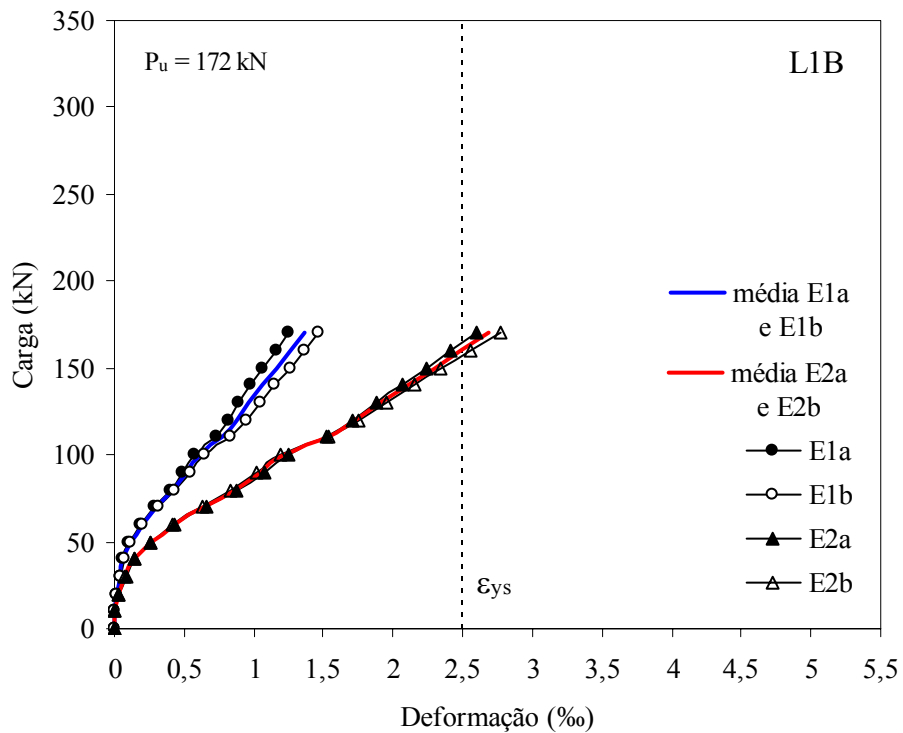


Figura 4.36 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L1B

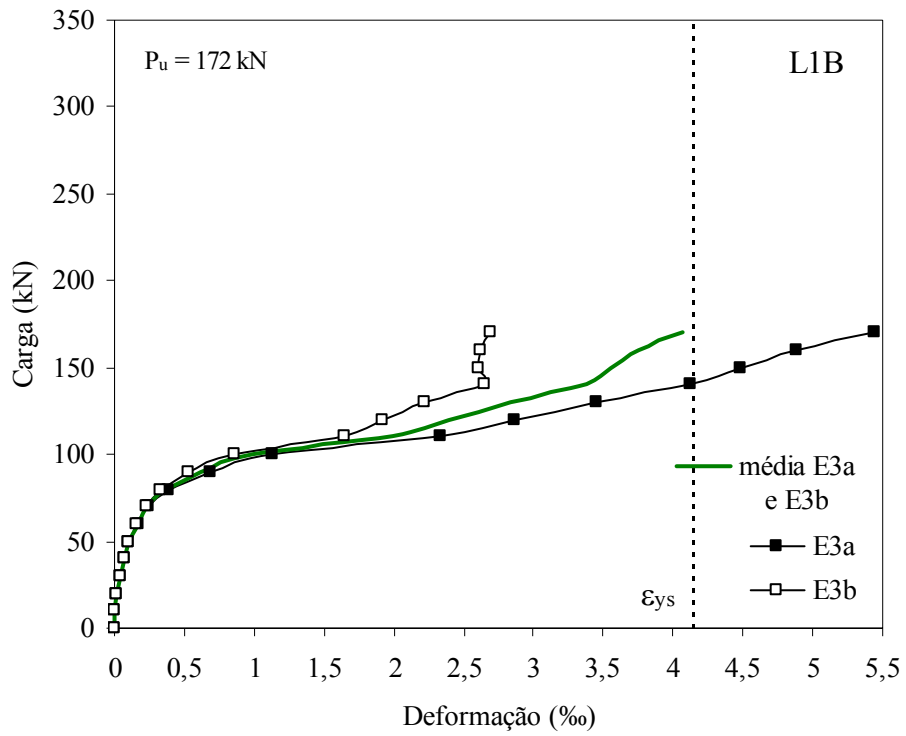


Figura 4.37 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L1B

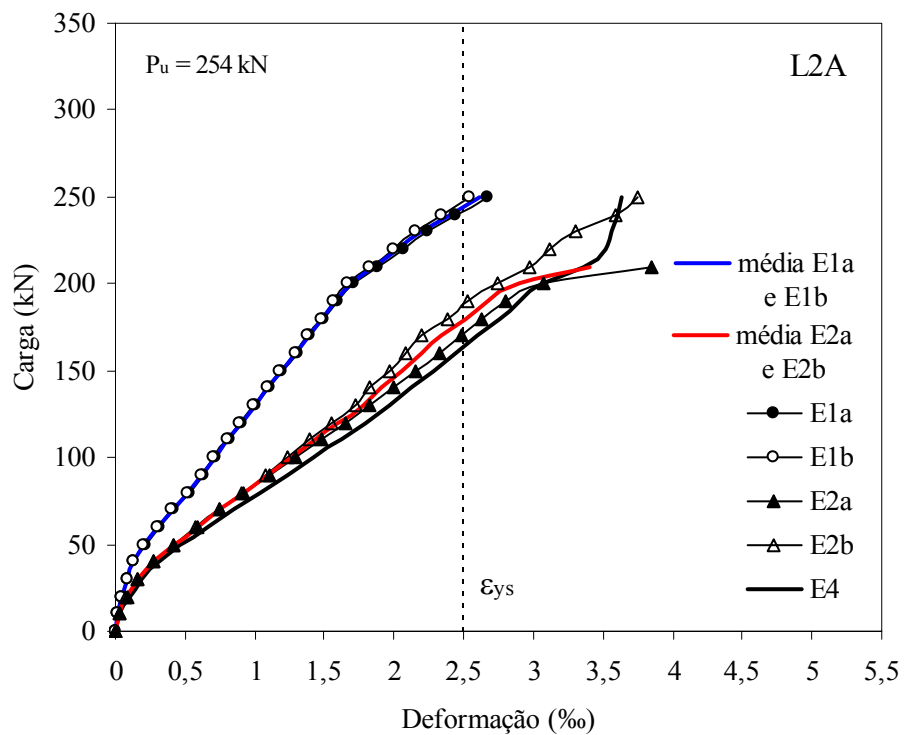


Figura 4.38 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L2A

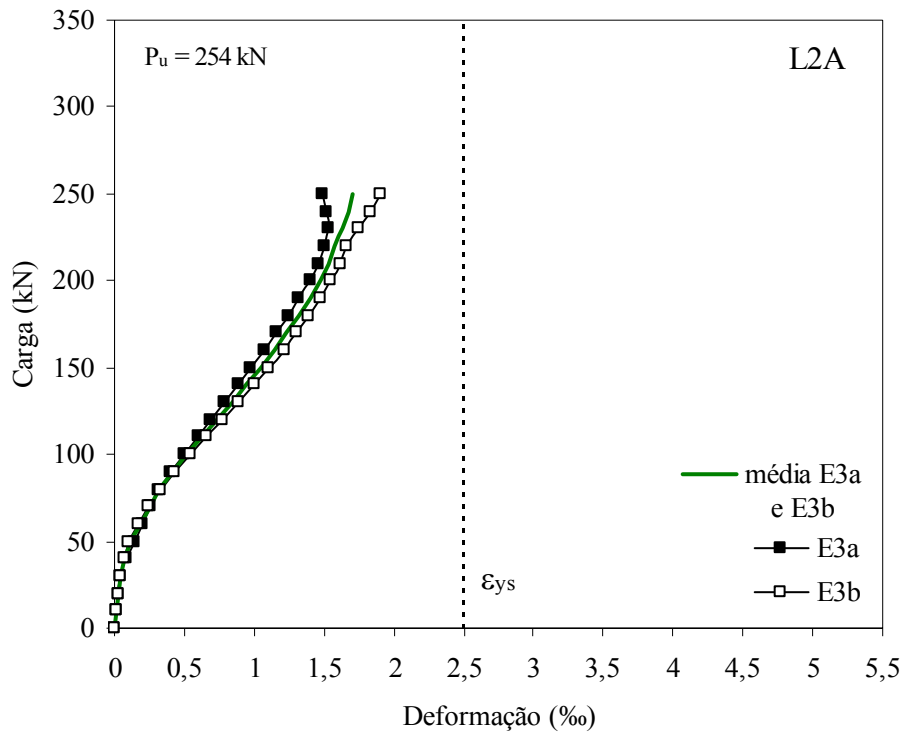


Figura 4.39 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L2A

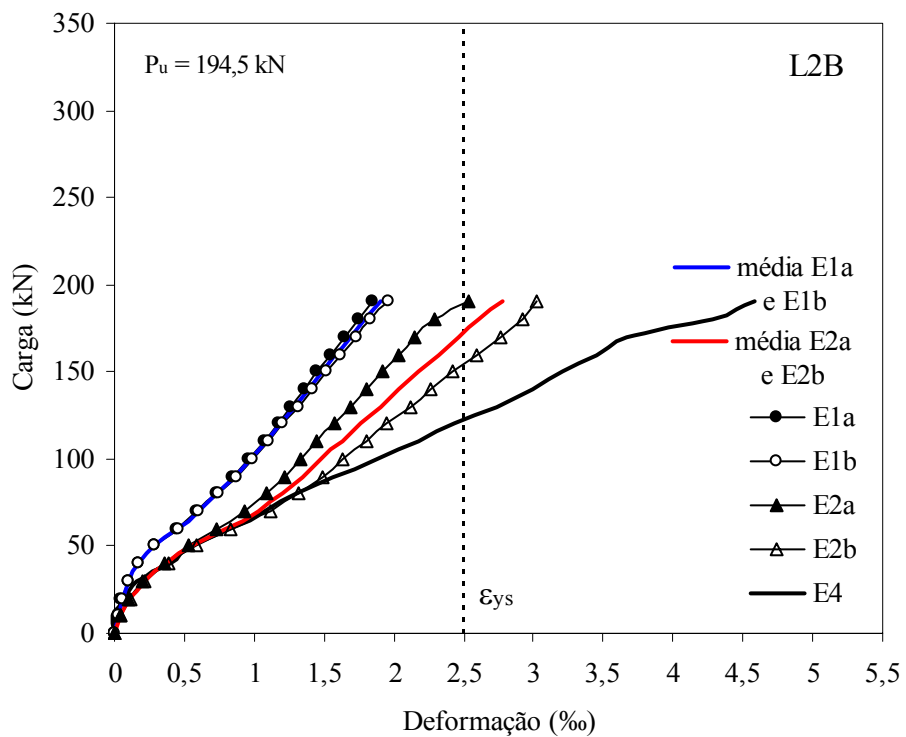


Figura 4.40 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L2B



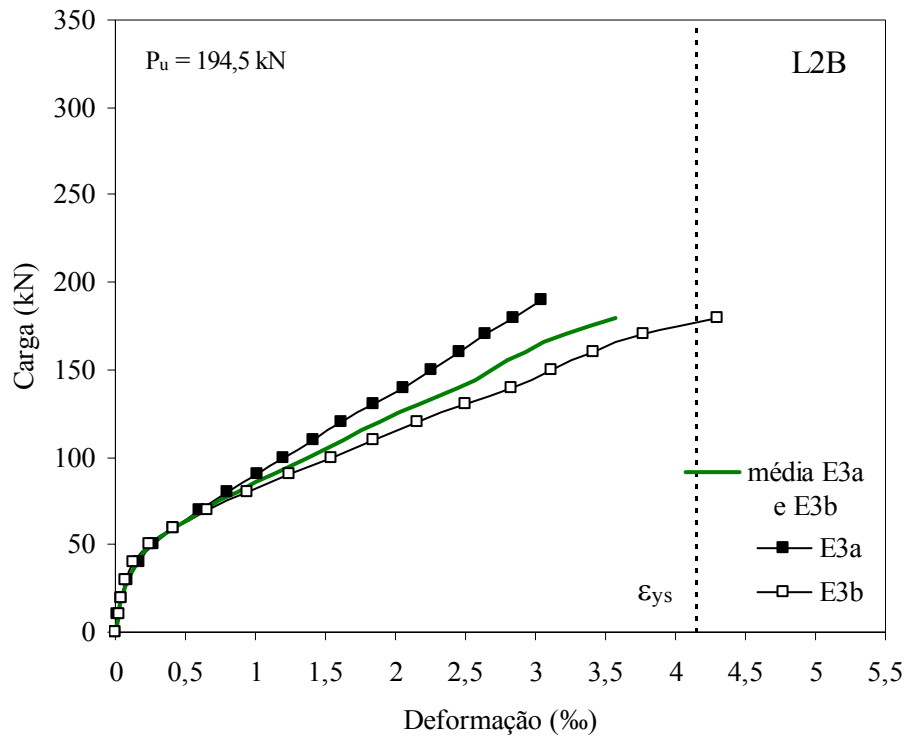


Figura 4.41 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L2B

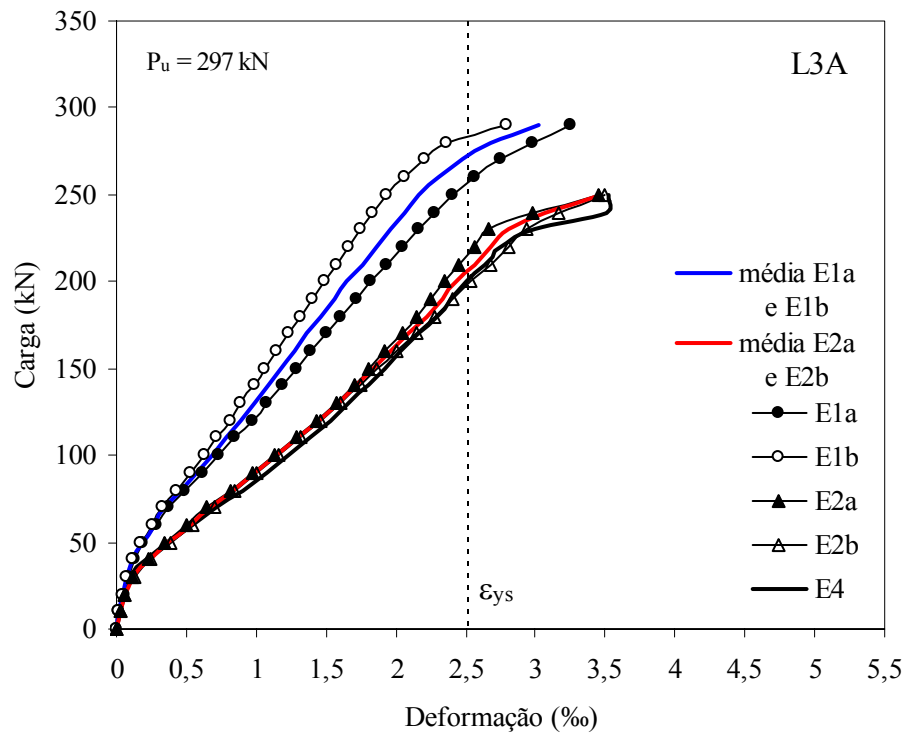


Figura 4.42 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L3A

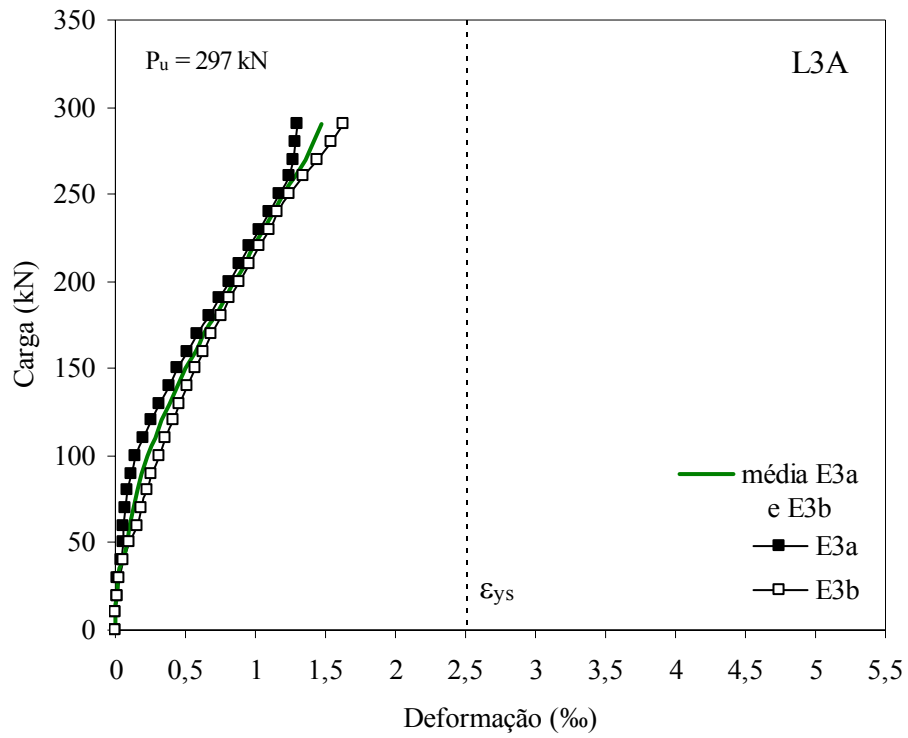


Figura 4.43 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L3A

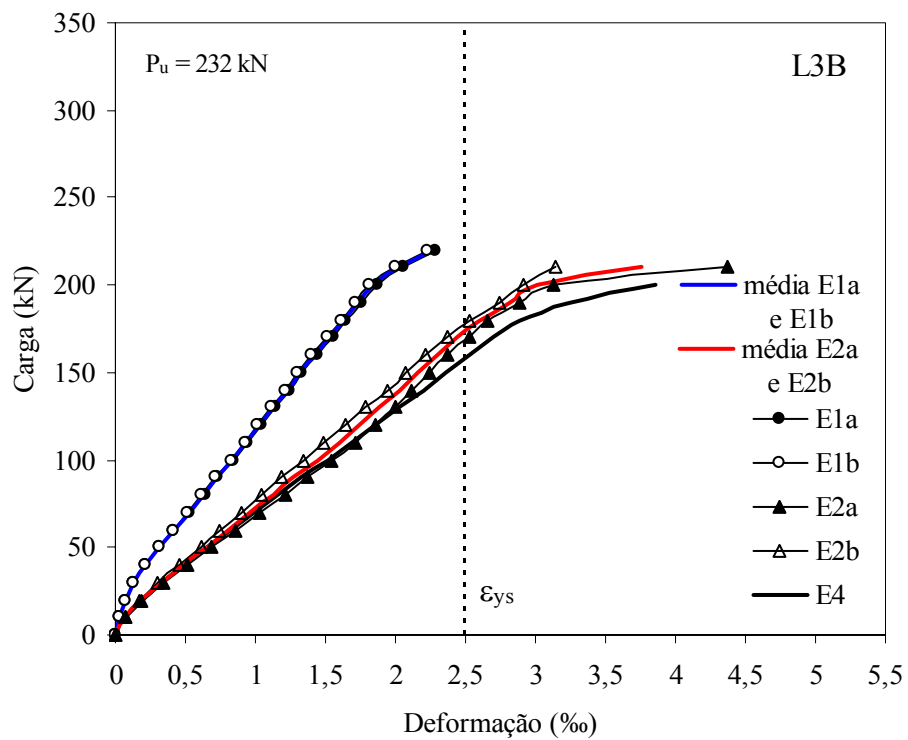


Figura 4.44 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L3B

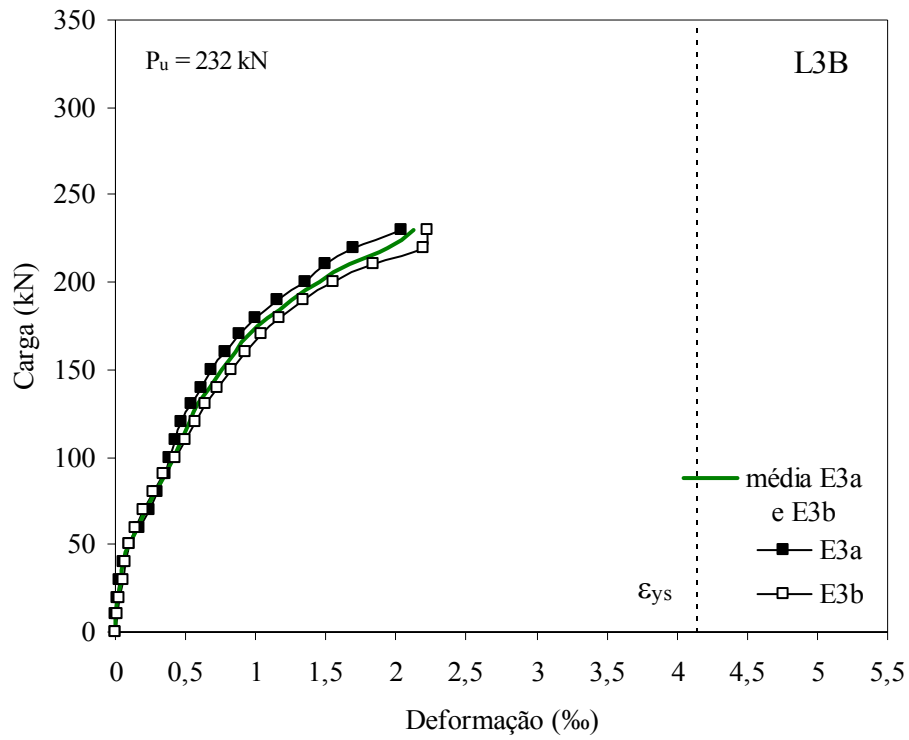


Figura 4.45 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L3B

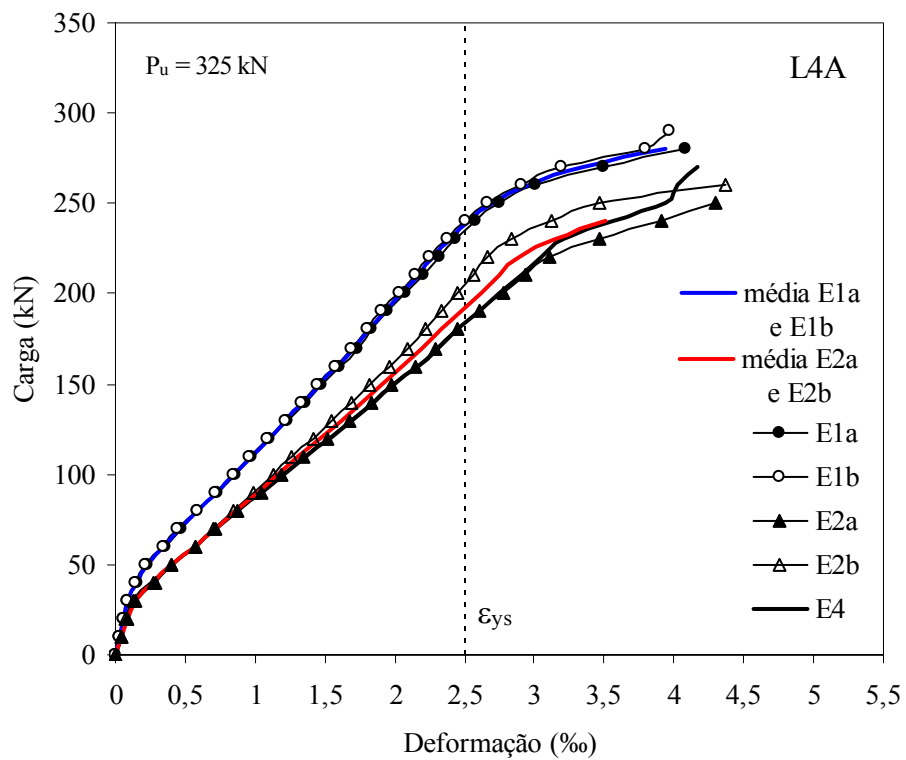


Figura 4.46 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L4A

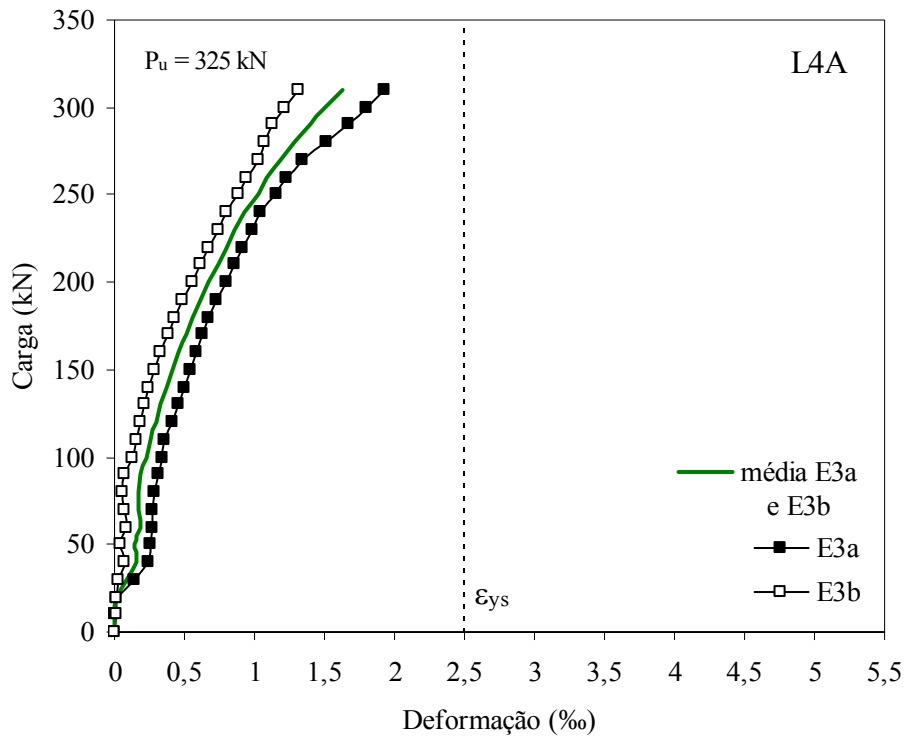


Figura 4.47 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L4A

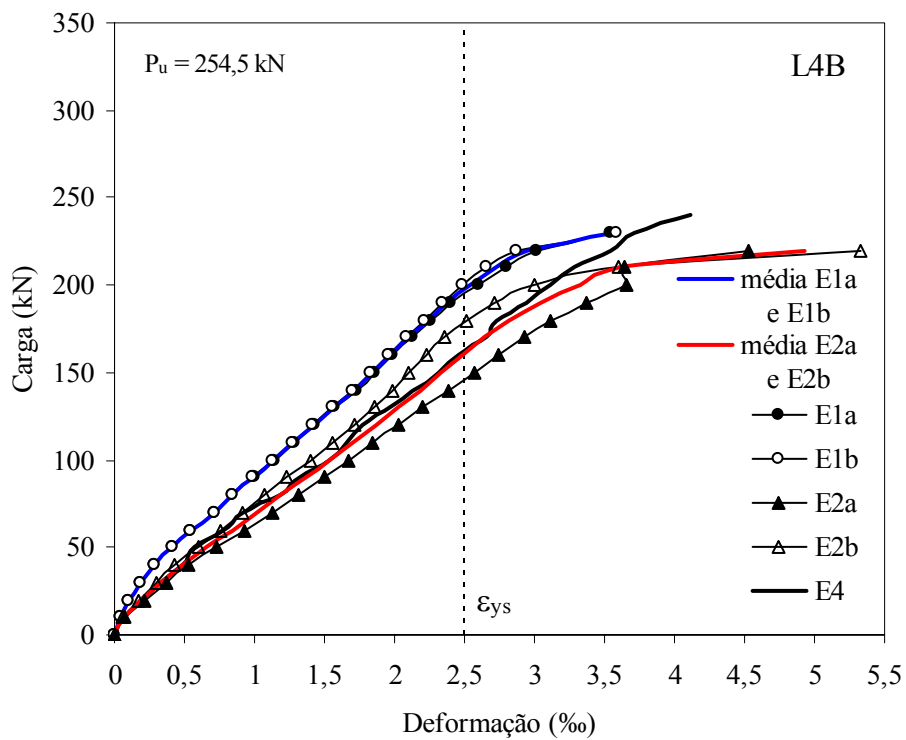


Figura 4.48 – Deformações da armadura de flexão principal da laje L4B

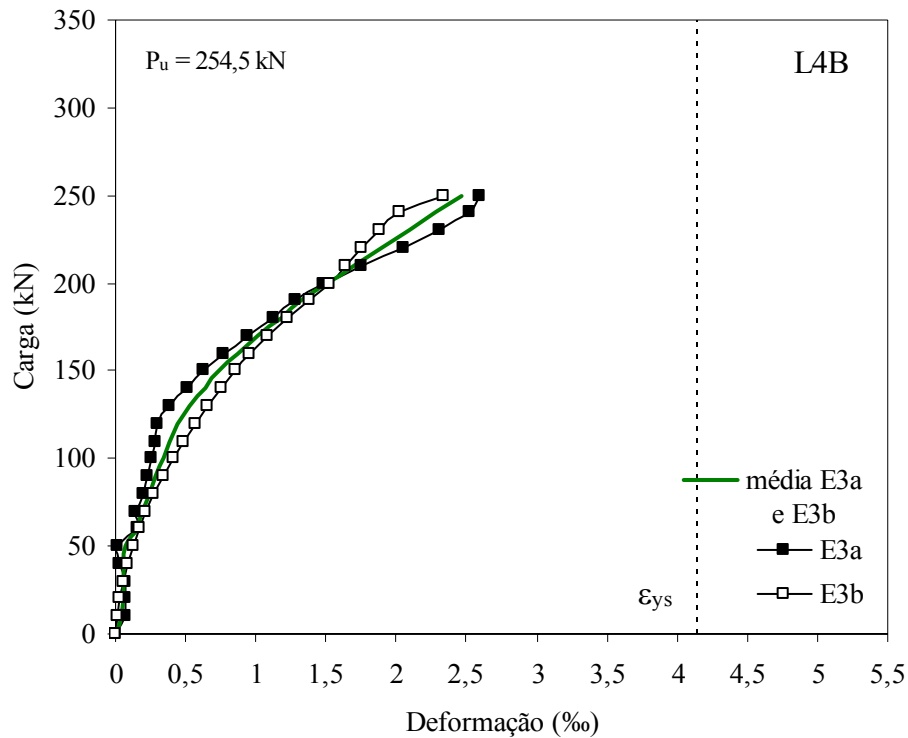


Figura 4.49 – Deformações da armadura de flexão secundária da laje L4B

As Figuras 4.50 a 4.57 mostram o comportamento das deformações nos pontos monitorados da armadura de flexão principal das lajes, de acordo com a posição dos extensômetros, que como mencionado variou em função do índice de retangularidade dos pilares. Observaram-se deformações acentuadas sobre algumas barras da armadura de flexão principal, próximo as menores faces dos pilares das lajes L2A, L2B, L3A, L3B, L4A e L4B, principalmente a partir do início da fissuração das lajes. Nas lajes L4A e L4B constatou-se que após o escoamento da armadura nos pontos monitorados, o valor da deformação no ponto (E2) mais próximo da menor face do pilar superou a do ponto (E4) localizado próximo ao centro da laje.

As lajes L2A e L3A apresentaram comportamentos semelhantes, pois em ambas também se observou a concentração de deformação em torno das menores faces dos pilares, sendo mais evidentes a partir do escoamento da armadura. Destaca-se que as lajes L2B e L3B seguiram o mesmo comportamento, porém como parábolas invertidas, principalmente após o escoamento do aço.

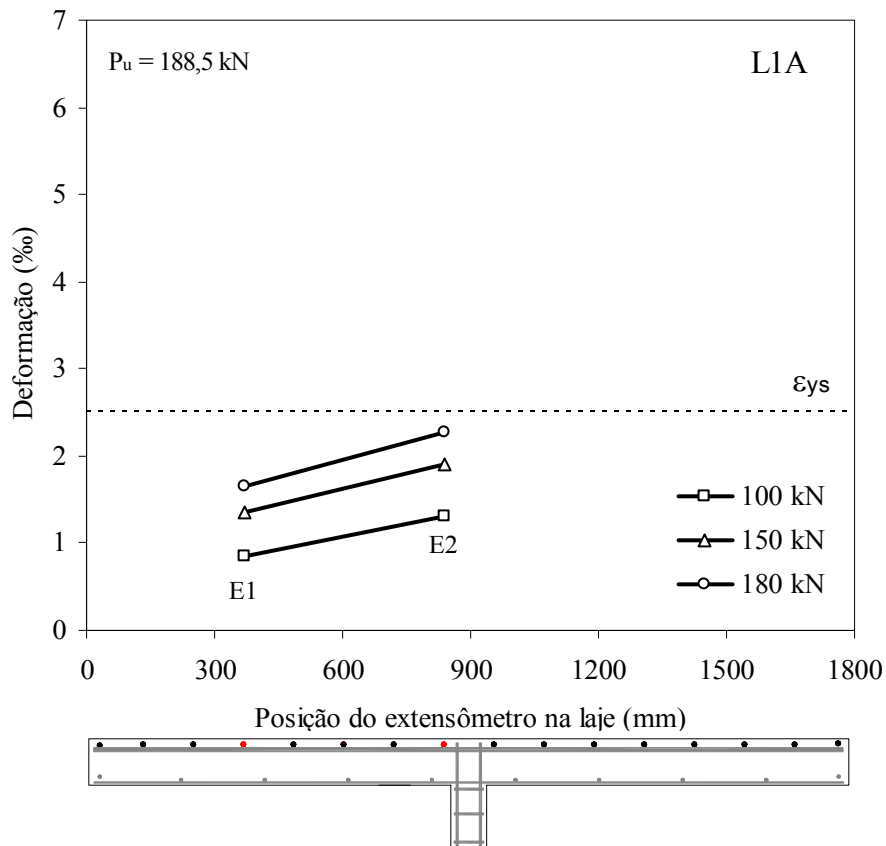


Figura 4.50 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L1A

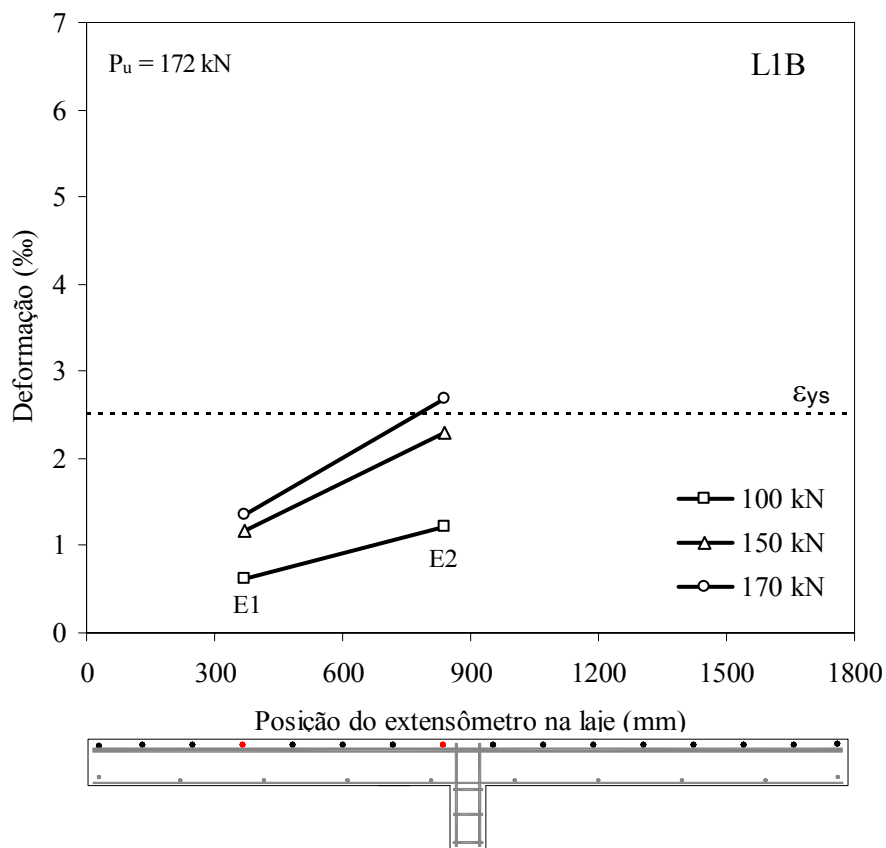


Figura 4.51 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L1B

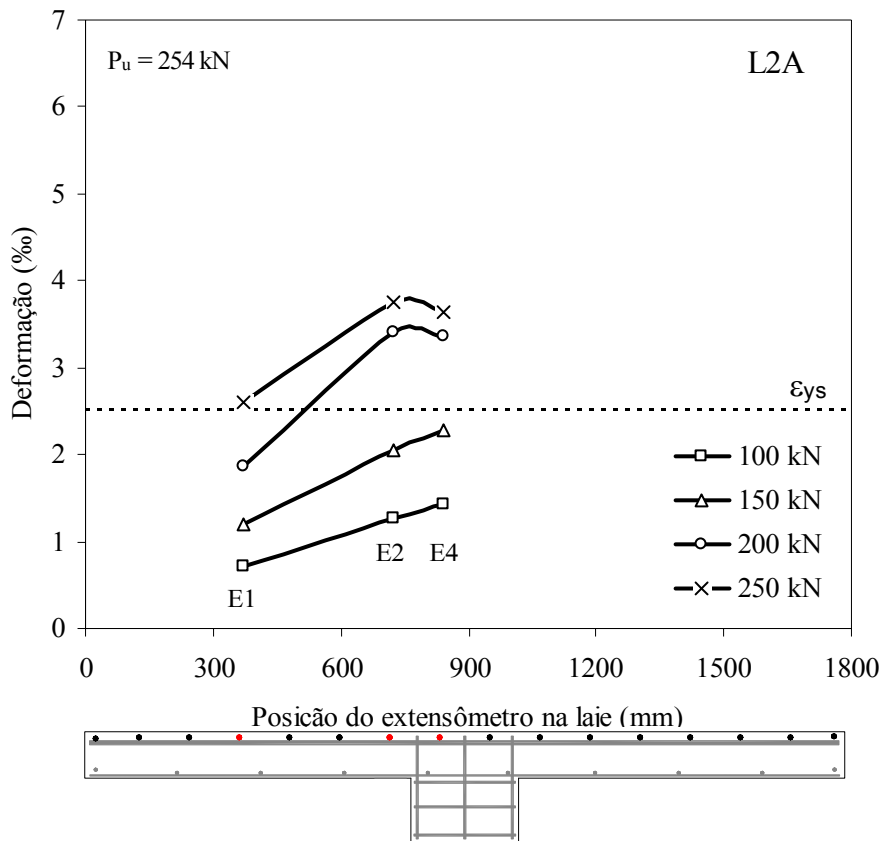


Figura 4.52 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L2A

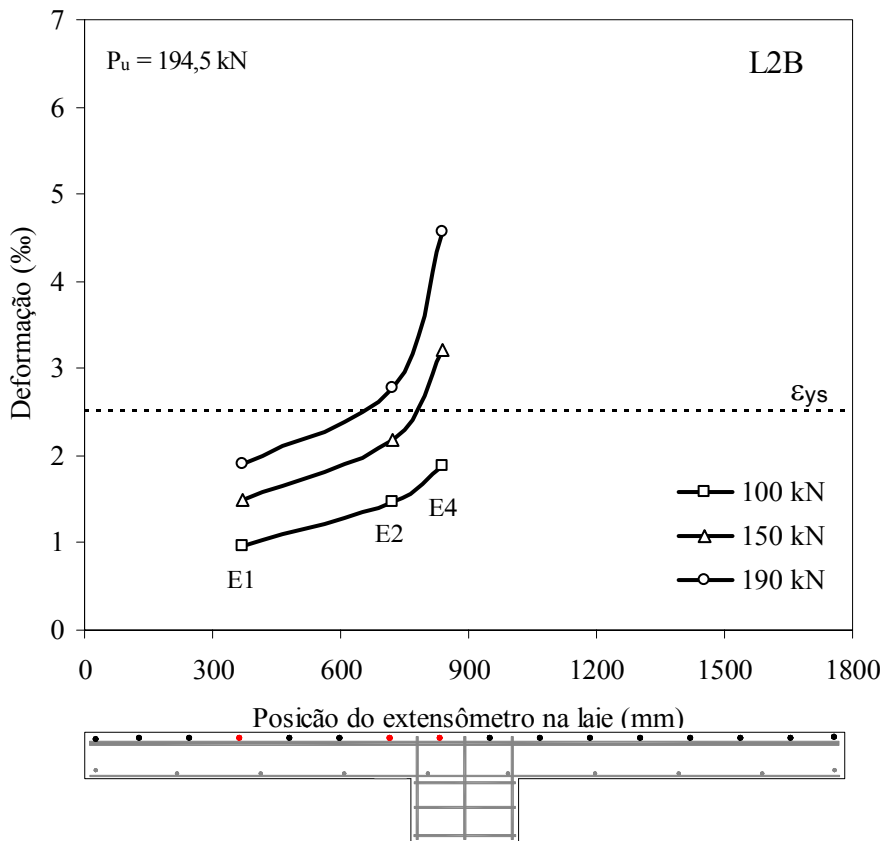


Figura 4.53 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L2B

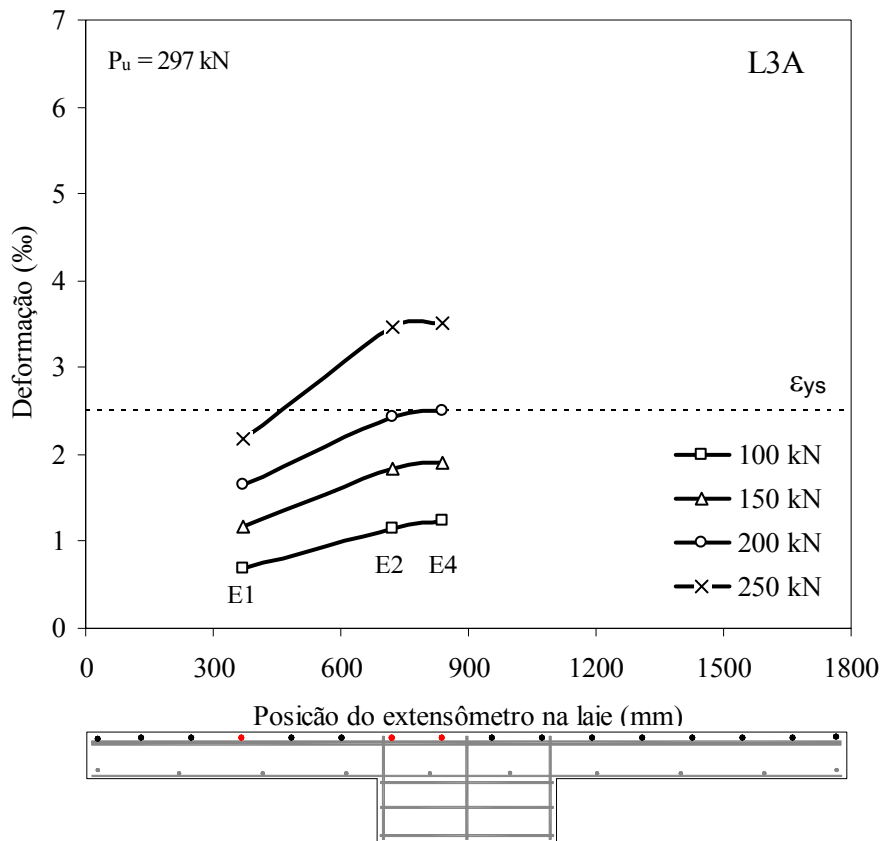


Figura 4.54 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L3A

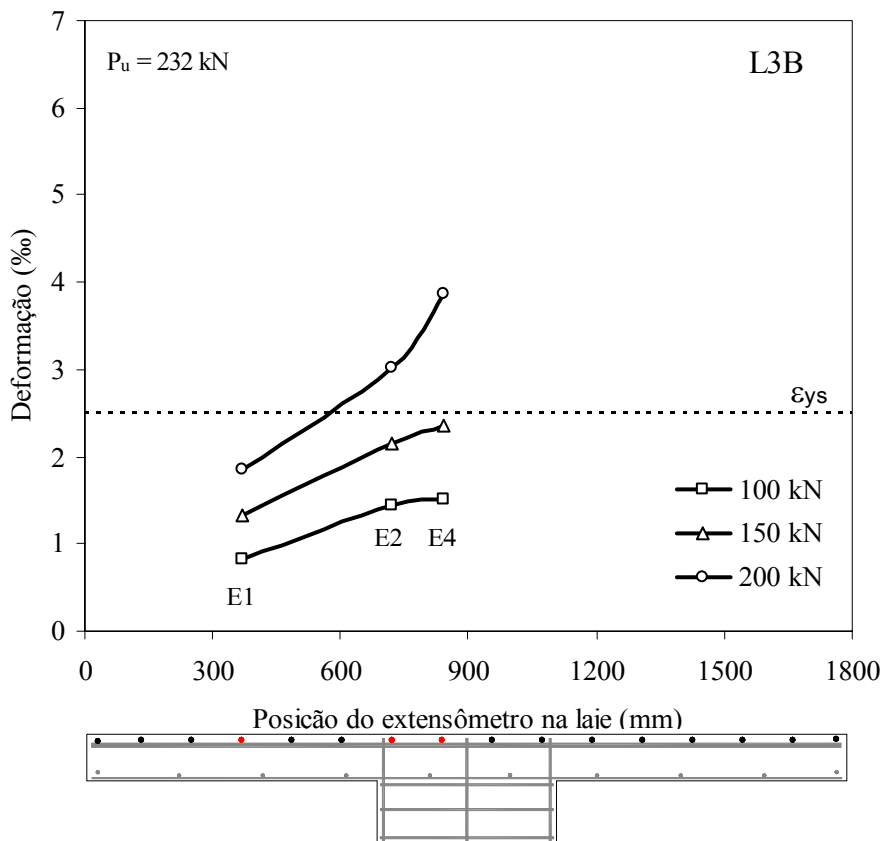


Figura 4.55 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L3B



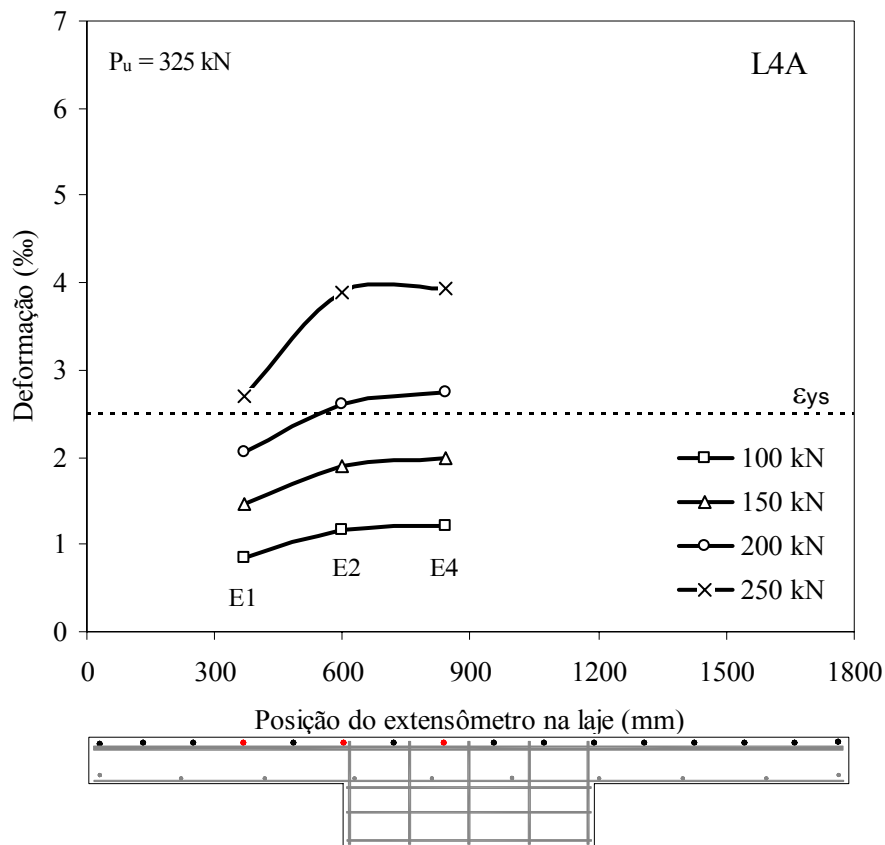


Figura 4.56 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L4A

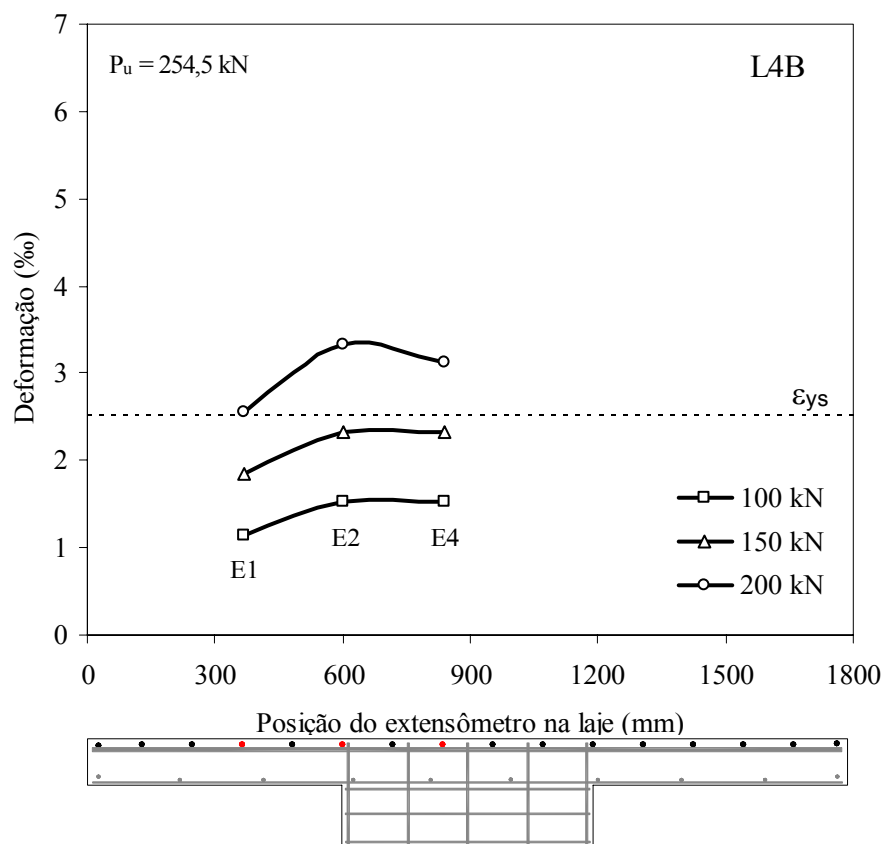


Figura 4.57 – Deformações nos pontos monitorados da armadura da laje L4B

## 4.5 Mapas de Fissuração

A formação e desenvolvimento das fissuras foram registrados a partir da marcação à tinta de seus traçados que foram realizados na superfície superior das lajes. As primeiras fissuras em todas as lajes surgiram para cargas que variaram aproximadamente de 40 kN a 70 kN, iniciando-se geralmente na região central da placas, manifestado-se sob a forma de fissuras radiais ou paralelas às bordas carregadas, além de fissuras tangenciais para cargas acima de 140 kN. Observou-se que com o aumento do carregamento as primeiras fissuras foram se propagando às bordas livres ou aos cantos da laje e com o avanço da carga aplicada uma série de fissuras surgiu próximo à região central, sendo que parte destas seguiu o mesmo caminho iniciado pelas primeiras. De forma geral, observou-se que a configuração das fissuras variou substancialmente em função da taxa de armadura de flexão secundária das lajes e do índice de retangularidade dos pilares.

As fissuras radiais apresentaram-se mais visíveis nas lajes com taxa de armadura de flexão secundária menor ( $\rho_x \approx 0,30\%$ ), sendo mais intensas naquelas com pilares de índices ( $r = c_{\max}/c_{\min}$ ) iguais a 1 e 3. Nas lajes com maior taxa de armadura secundária ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ), predominou as fissuras de flexão paralelas às bordas carregadas, destacando-se nas lajes com pilares de índices 5 e 7. O grupo das lajes com baixa taxa apresentou menor resistência ao funcionamento, que, obviamente, permitiu que as ruínas fossem antecipadas e as fissuras radiais mais evidentes antes da ruptura, com destaque para as lajes com pilares índices de retangularidade iguais a 1 e 3.

Por volta de 60% a 70% das cargas de ruptura das lajes não ocorria mais o surgimento de novas fissuras, observando-se que as primeiras apenas aumentavam suas aberturas até a ruptura das lajes. Todos os ensaios do grupo das lajes com taxa alta romperam com cargas superiores àquelas com taxa menor, o que permitiu o aparecimento de outras fissuras com o incremento de carga durante os ensaios, uma vez que as lajes apresentavam maior resistência à flexão na direção da armadura secundária, que por sua vez contribuiu para a resistência a punção. No caso das lajes com pilares de índices 5 e 7, a maior predominância dos esforços numa direção possibilitou que as fissuras paralelas às bordas carregadas fossem também predominantes nestas lajes.

Apesar da maior rigidez conferida às lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária, a variação desta taxa de armadura não possibilitou diferenças acentuadas no comportamento das fissuras a ponto se estabelecer uma relação entre esta taxa e o surgimento das fissuras. É importante destacar que foram percebidas diferenças na configuração das fissuras, que pôde indicar uma ruptura tendendo para punção ou flexão, ou para um modo de ruptura combinado pelas duas anteriores. A Tabela 4.8 indica as cargas em que surgiram as primeiras fissuras nas lajes e na Figura 4.58 pode-se visualizar o registro das primeiras fissuras de algumas lajes.

Tabela 4.8 – Cargas em que foram observadas as primeiras fissuras

Laje	1ª Fissura		Tipo de fissura	Localização
	$P_{fiss}$ (kN)	$\% P_u$		
L1A	40	21	radial	centro
L2A	60	24	transversal	centro
L3A	50	17	transversal	centro
L4A	70	22	radial	canto do pilar
L1B	60	35	radial	centro
L2B	50	26	radial e transversal	centro e canto do pilar
L3B	50	22	transversal	centro
L4B	50	20	radial	canto do pilar

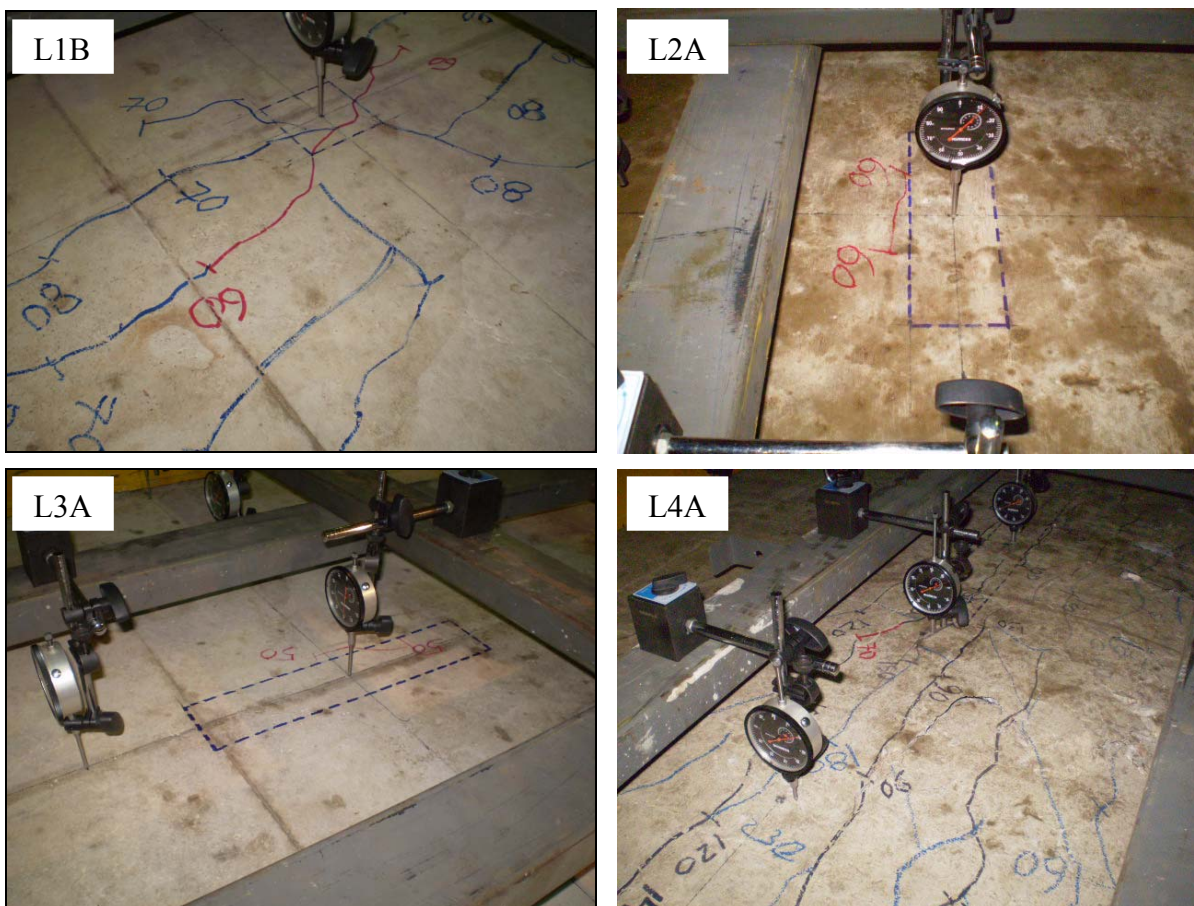


Figura 4.58 - Marcação da primeira fissura das lajes L1B, L2A, L3A e L4A

Também foi efetuado procedimento para estimativa das primeiras fissuras nas lajes, cujo método baseou-se na combinação entre os momentos solicitantes determinados pela Teoria das Placas e os momentos de fissuração ( $M_r$ ) recomendados pela NBR 6118 (ABNT 2003), conforme visto no Capítulo 2. A comparação entre os resultados experimentais e teóricos é apresentada na Tabela 4.9. Observou-se que as cargas experimentais foram superiores às cargas teóricas das primeiras fissuras, porém como o registro das fissuras é tradicionalmente efetuado através da observação visual e verificado seu surgimento após a aplicação da carga (passo de 10 kN), consideram-se os resultados satisfatórios.

Tabela 4.9 – Comparação entre as cargas experimentais e teóricas para o surgimento das primeiras fissuras

Laje	$f'_c$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$I_c$ (cm <sup>4</sup> )	$y_c$ (cm)	$M_r$ (kN.m/m)	Estimativa da 1ª fissura (kN)	
						Experimental	Teórica
L1A	41,3	3,58	11091,67	5,50	10,84	40	30,17
L2A	40,0	3,51	11091,67	5,50	10,61	60	32,12
L3A	39,7	3,49	11091,67	5,50	10,56	50	34,57
L4A	40,4	3,53	11091,67	5,50	10,68	70	37,47
L1B	41,4	3,59	11091,67	5,50	10,86	60	30,22
L2B	42,0	3,62	11091,67	5,50	10,97	50	33,18
L3B	41,6	3,60	11091,67	5,50	10,90	50	35,66
L4B	40,5	3,54	11091,67	5,50	10,70	50	37,53

Comparando-se o nível de fissuração da laje L1A com o da L1B, percebeu-se que a primeira apresentou-se bem mais fissurada que a segunda. Além das fissuras radiais, observaram-se ainda fissuras ligando às bordas carregadas que indicaram a contribuição da armadura de flexão secundária na laje L1A, ao contrário da laje L1B que praticamente não apresentou esta configuração de fissuras. Adicionalmente, ressalta-se que os valores das alturas úteis das lajes L1A e L1B, foram ligeiramente diferentes, sendo maior para a segunda, porém, a carga de ruptura da L1B foi menor, indicando que a configuração das fissuras radiais influenciou nas resistências das lajes, que por sua vez foi influenciada pela baixa taxa de armadura de flexão secundária a qual não apresentou rigidez adequada para contribuir na resistência da laje. Nas Figuras 4.59 a 4.66 são apresentados os mapas de fissuração das lajes ensaiadas.

L1A

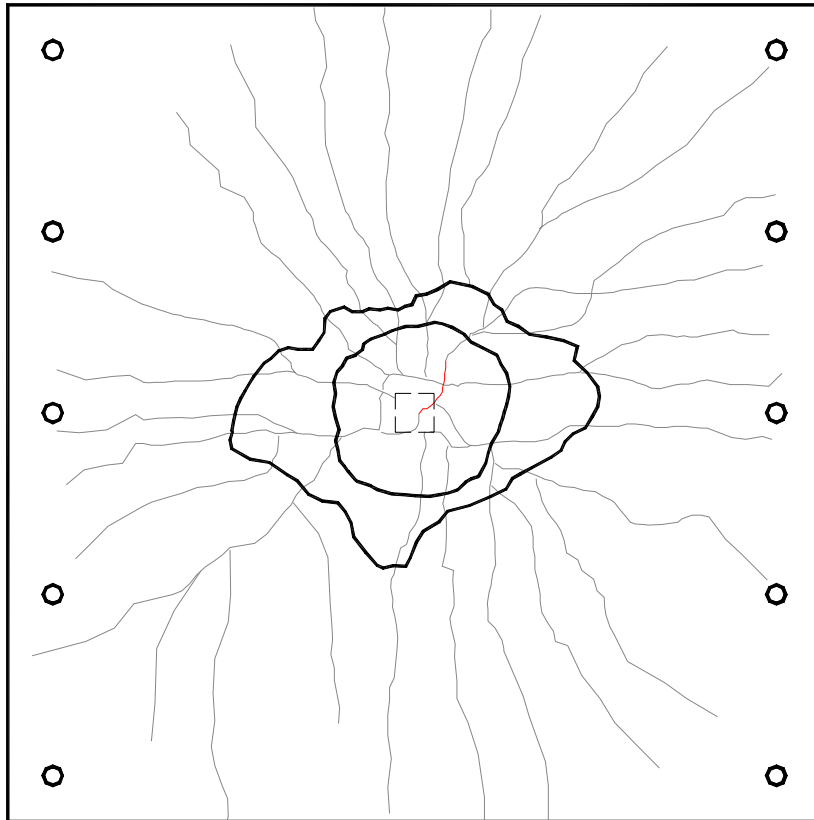


Figura 4.59 – Mapa de fissuração da laje L1A

L1B

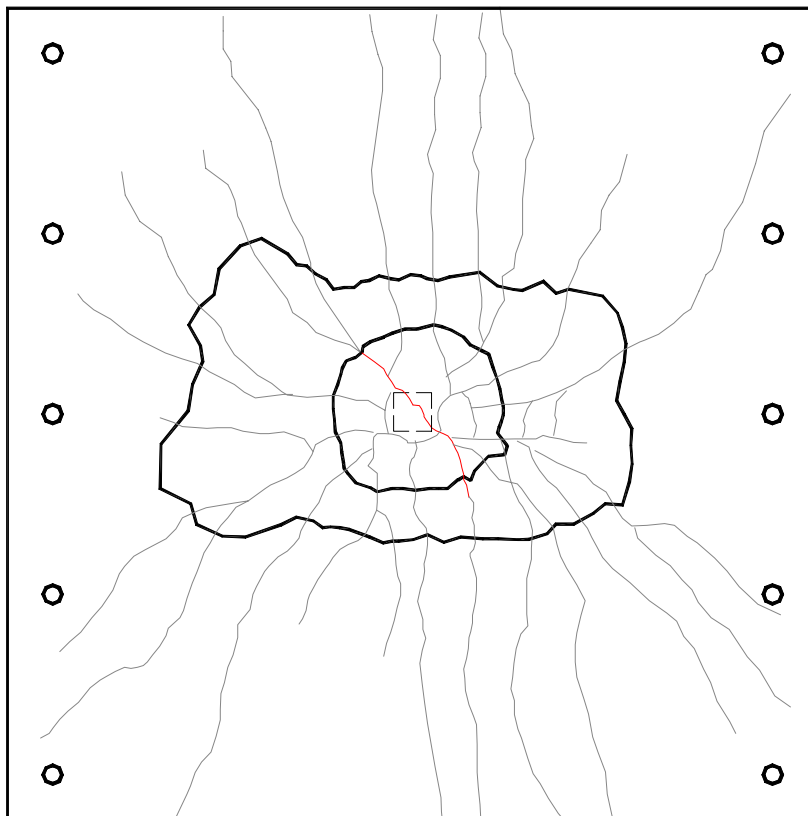


Figura 4.60 – Mapa de fissuração da laje L1B

L2A

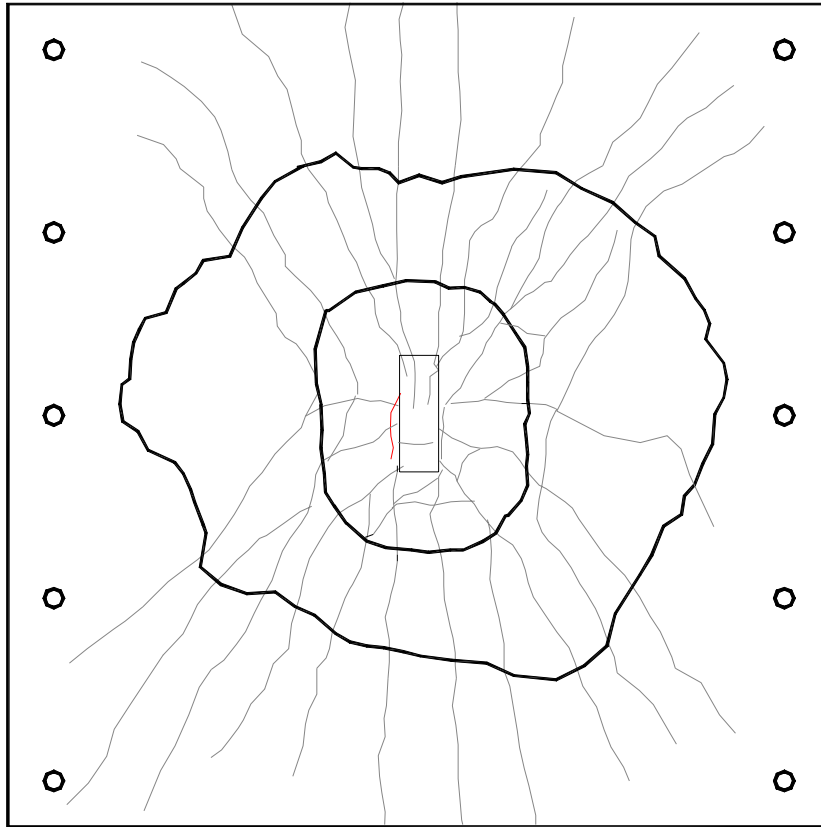


Figura 4.61 – Mapa de fissuração da laje L2A

L2B

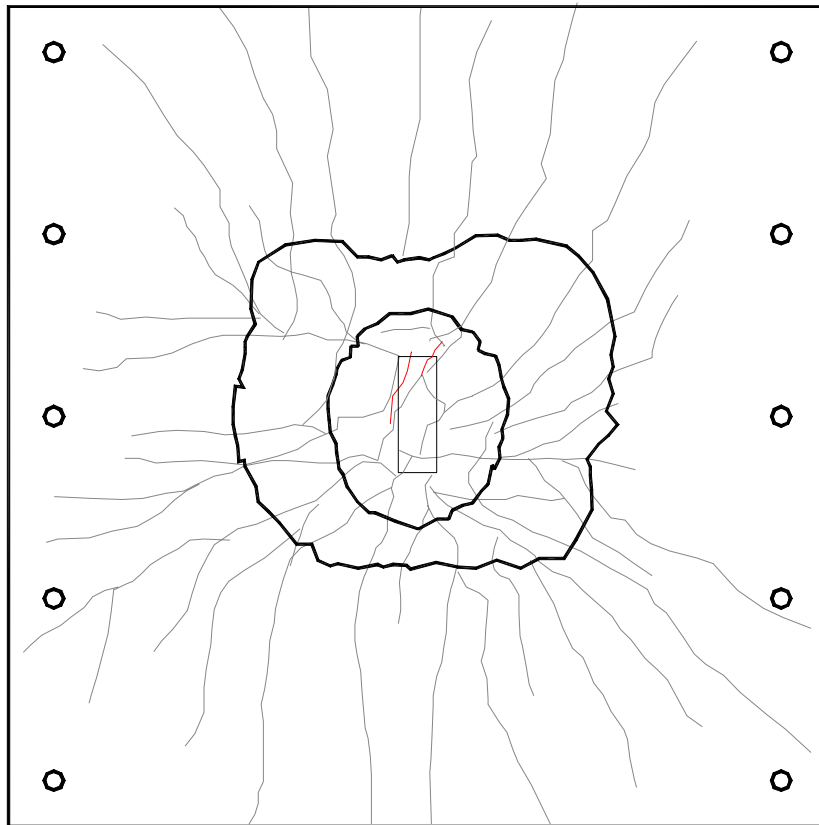


Figura 4.62 – Mapa de fissuração da laje L2B



# L3A

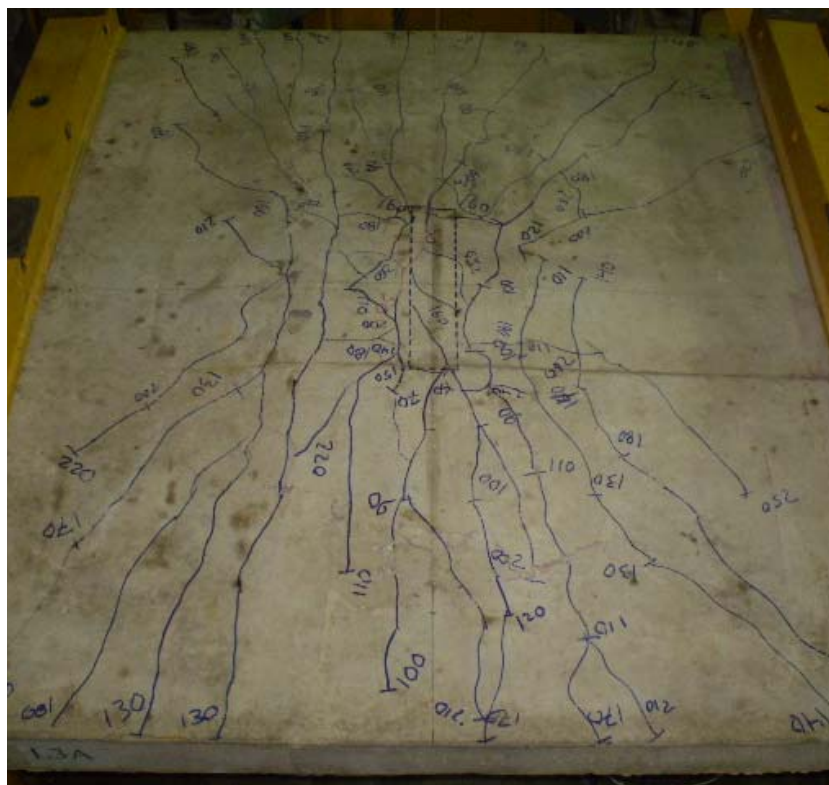
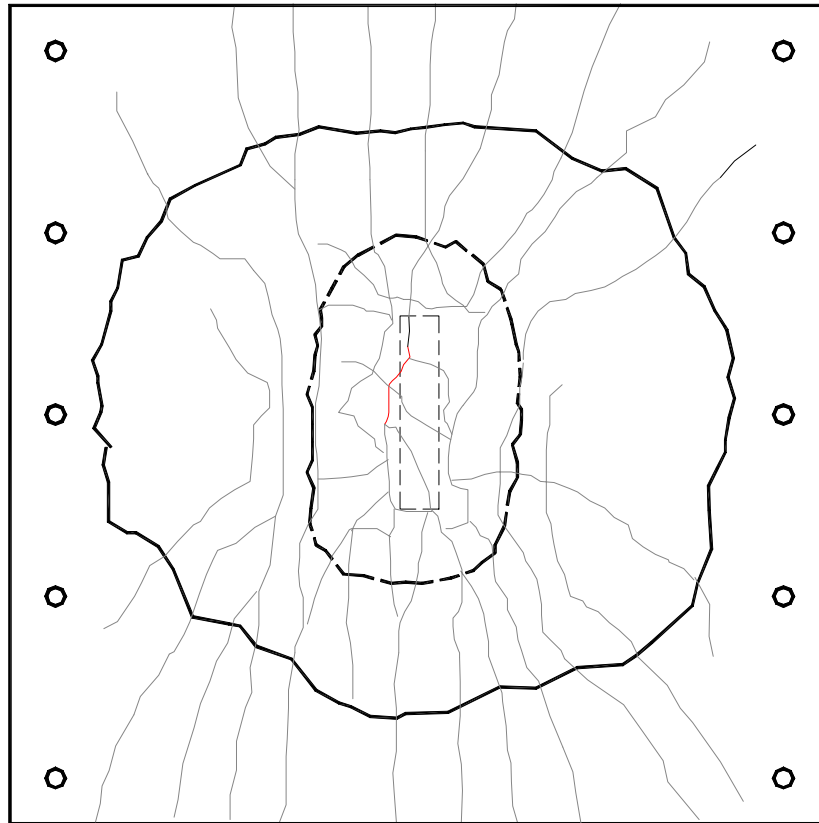


Figura 4.63 – Mapa de fissuração da laje L3A

L3B

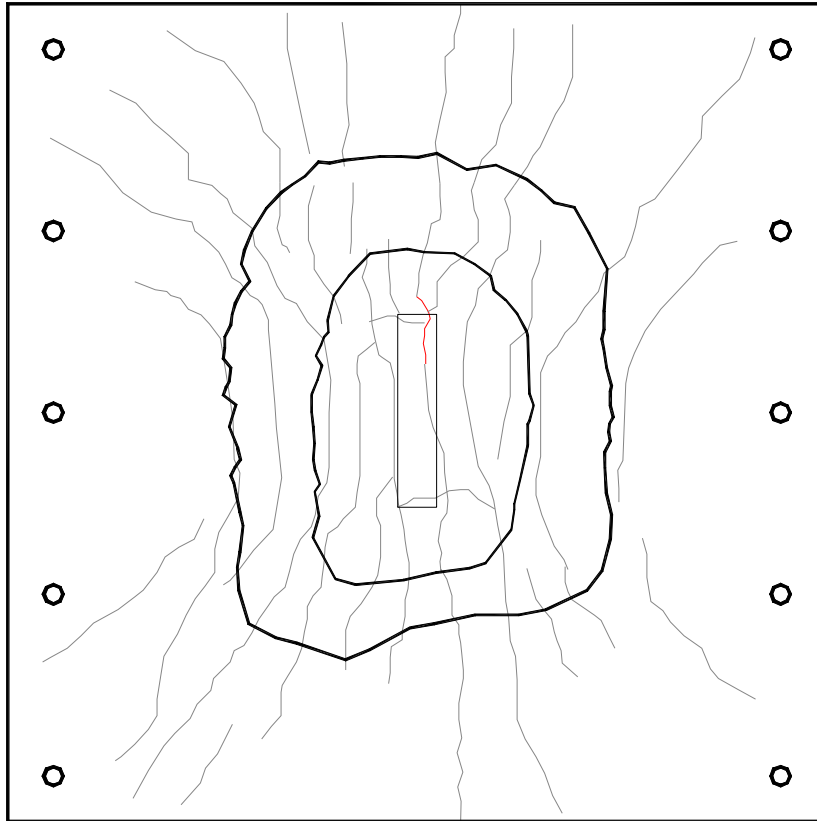


Figura 4.64 – Mapa de fissuração da laje L3B

L4A

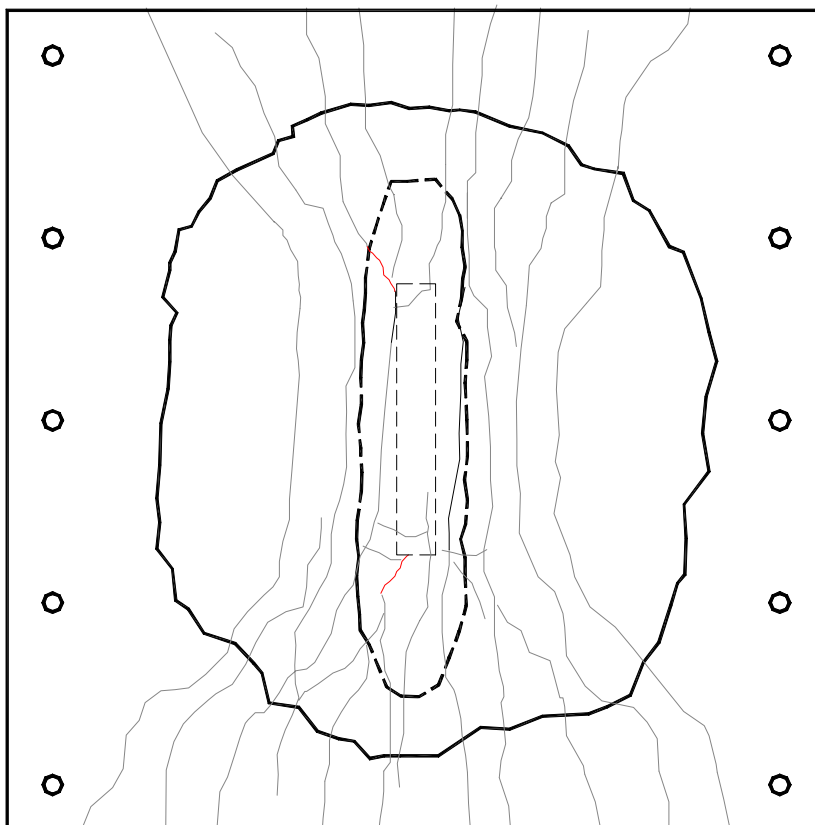


Figura 4.65 – Mapa de fissuração da laje L4A

L4B

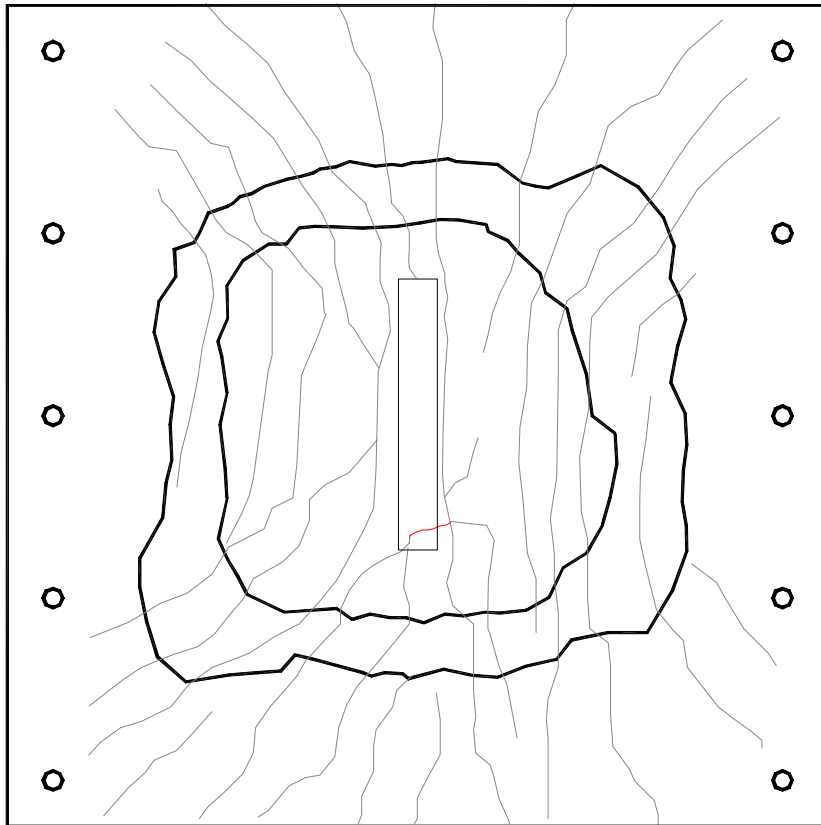


Figura 4.66 – Mapa de fissuração da laje L4B

## 4.6 Cargas Últimas e Modos de Ruptura Observados

### 4.6.1 Cargas Últimas

As cargas de ruptura foram maiores para as lajes com taxa alta de armadura de flexão secundária (taxa A). Nestas lajes, as cargas variaram de 188,5 kN (L1A) a 325 kN (L4A), enquanto naquelas com menores taxas as cargas variaram de 172 kN (L1B) a 254,5 kN (L4B), como pode ser observado através da Tabela 4.10. Verificaram-se diferenças entre as cargas de ruptura de lajes com pilares de mesmo índice de retangularidade, mas com diferentes taxas de armadura de flexão secundária, variando de 10% a 31%, resultando em uma diferença média de resistência de 24%. As lajes L1A, L2A, L3A e L4A apresentaram cargas de ruptura com diferenças de 10%, 31%, 28% e 28% maiores, respectivamente, que as das lajes L1B, L2B, L3B e L4B. É importante destacar que a diferença entre as resistências das lajes com pilares extremamente alongados (L4A e L4B,  $c_{\max}/c_{\min} = 7$ ), onde se admite uma predominância de momentos fletores em uma direção, foi de 28%.

Tabela 4.10 – Cargas últimas das lajes

Lajes	$\rho$ (%)	d (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$
L1A	1,22	89,3	41,3	1	188,5	266,4	0,71
L2A	1,22	89,3	40,0	3	254,0	265,4	0,96
L3A	1,09	99,7	39,7	5	297,0	304,1	0,98
L4A	1,10	98,6	40,4	7	325,0	296,8	1,10
L1B	0,56	98,1	41,4	1	172,0	294,4	0,58
L2B	0,60	90,5	42,0	3	194,5	274,6	0,71
L3B	0,59	92,7	41,6	5	232,0	285,2	0,81
L4B	0,56	98,1	40,5	7	254,5	293,8	0,87

Com base nos resultados dos ensaios dos corpos de prova, a resistência à compressão do concreto empregado na moldagem das lajes apresentou variações, que por sua vez influenciou nas resistências das lajes. Diante disso, efetuou-se uma análise tentando minimizar a influência da resistência do concreto, dividindo-se a carga pelo fator  $(f'_c)^{1/3}$  do código CEB MC90, cuja expressão considera a resistência ao puncionamento como diretamente proporcional a esse fator. Ressalta-se que este procedimento também foi realizado por Ferreira (2006), que conseguiu avaliar com melhor precisão o comportamento da resistência das lajes devido à influência da taxa de armadura de flexão secundária.

Os resultados indicaram que as diferenças entre as cargas de ruptura das lajes com pilares de índices de retangularidade 1, 3, 5 e 7, sem a influência das resistências dos concretos, foram 10%, 33%, 30% e 28%, isto é, muito semelhantes àquelas anteriores em que foram consideradas as resistências do concreto. Destaca-se que a diferença de 10% entre as lajes com índice 1, foi semelhante àquela encontrada por Ferreira (2006) entre as lajes L1a e L1c, que foi de 8%. No geral, a taxa maior influenciou significativamente nas resistências das lajes com pilares de índices de retangularidade 3, 5 e 7, como pode ser observado na Figura 4.67.

Esperava-se que o aumento do índice de retangularidade influenciasse bem mais nas resistências das lajes do que a taxa de armadura de flexão secundária, já que reflete no perímetro de controle e resultaria, proporcionalmente, no aumento da resistência da laje, porém isto não ocorreu, uma vez que a variação das taxas de armadura flexão secundária foi em média de 397%. A carga última da laje L1A foi apenas 3% menor que a da L2B, a da laje L2A foi 10% maior que a da L3B, por fim a da laje L3A foi 18% maior que a da L4B. Esses resultados mostraram que o uso de alta taxa de armadura de flexão secundária pode representar uma maneira de aumentar a resistência ao puncionamento em lajes lisas unidirecionais, sem armadura de cisalhamento. Este aumento pode até ser superior quando comparado com determinados aumentos dos índices de retangularidade dos pilares.

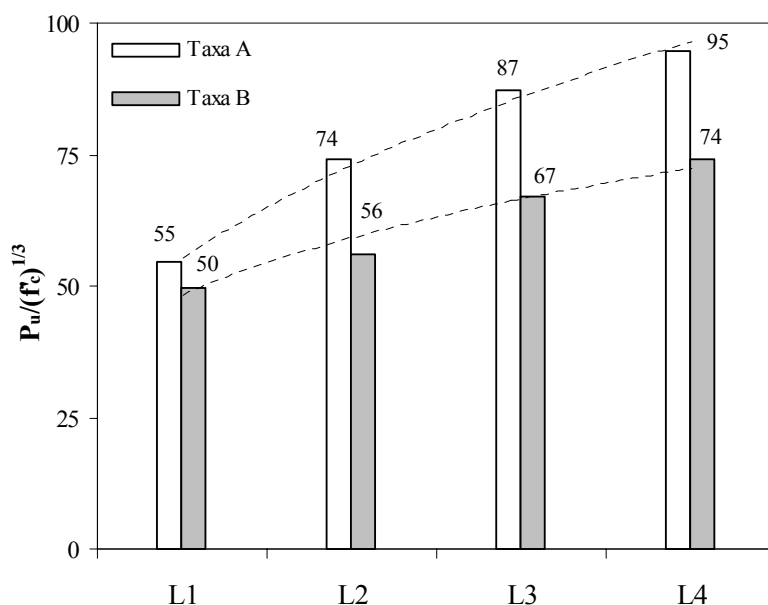


Figura 4.67 – Resistência das lajes após minimizar a influência da variação da resistência do concreto

Também se tentou minimizar a influência da altura útil, já que esta também foi diferente em todas as lajes. Na Figura 4.68 podem-se observar os resultados das resistências das lajes, constatando uma média de 25% de diferença. Verificou-se que a diferença entre as resistências das lajes L1A e L1B que era de 10%, foi ampliada para 20%. As resistências das lajes L2A, L3A e L4A foram 34%, 21% e 26% maiores que as das lajes L2B, L3B e L4B, respectivamente. A contribuição da armadura de flexão secundária nas resistências das lajes em função da relação  $c_{max}/c_{min}$  pode ser observada na Figura 4.69.

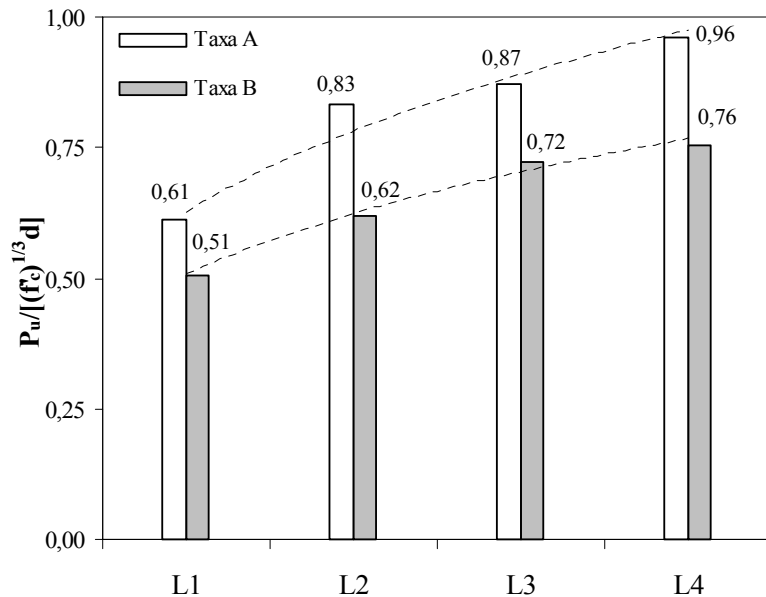


Figura 4.68 – Resistência das lajes após minimizar a influência da variação da resistência do concreto e da altura útil

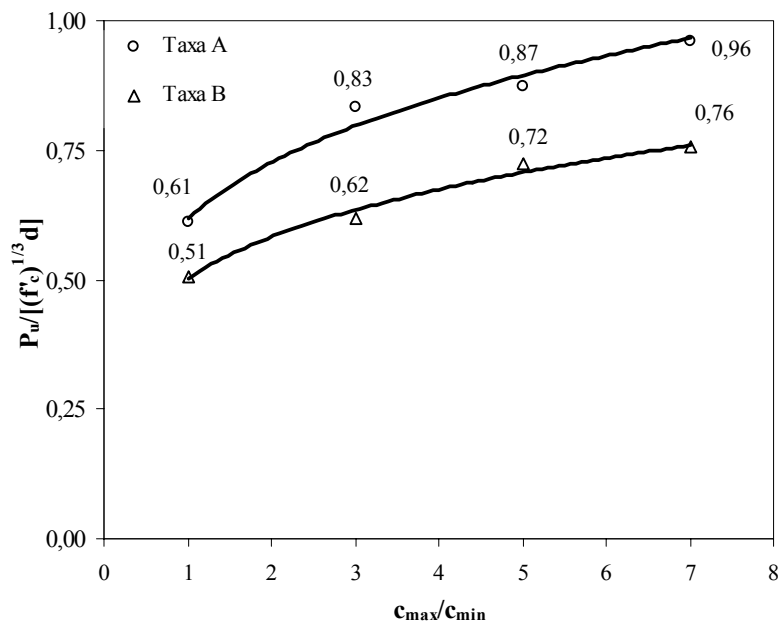


Figura 4.69 – Contribuição da armadura de flexão secundária nas resistências das lajes

#### 4.6.2 Modos de Ruptura Observados

Os modos de ruptura observados foram puncionamento, flexão e ainda outro formado pela combinação destes, considerado como flexo-puncionamento, como pode ser observado na Tabela 4.11. No caso das lajes com pilares alongados, observou-se a tendência da redução dos efeitos do puncionamento à medida que o índice de retangularidade aumentou, principalmente em razão do aumento do perímetro de controle. Nas lajes L1A, L1B e L2B, os modos de ruptura foram caracterizados como puncionamento, com duas destas lajes apresentando escoamento da armadura, com exceção da laje L1A que não apresentou escoamento nos pontos monitorados. Cabe ressaltar que o escoamento verificado nas armaduras das lajes L1B e L2B ficaram restritos aos pontos E2 e E4, isto é, em regiões muito próximas à carga aplicada, além do que as cargas de ruptura dessas lajes corresponderam a 71% (L1A), 58% (L1B) e 71% (L2B) das respectivas cargas de flexão, deixando de mobilizar outras parcelas desta resistência. Adicionalmente, percebeu-se nos ensaios que as rupturas ocorreram subitamente.

As lajes L3A e L4A tiveram os modos de ruptura caracterizados como flexão, pois além das armaduras terem se deformado bastante, apresentaram o padrão das fissuras com configuração predominantemente paralela às bordas carregadas, estendendo-se de um bordo livre ao outro, com aberturas razoáveis chegando a 4 mm antes da ruptura, e no caso da L4A com esmagamento do concreto. Embora estas lajes terem apresentado modo de ruptura por flexão, observou-se a formação dos cones de punção promovidos pelo adiantado estado de fissuração que se encontravam as lajes imediatamente antes do colapso, que diminuiu consideravelmente a rigidez das seções transversais, resultando na penetração de parte dos pilares na face inferior das lajes.

Isto indica que mesmo depois de ocorrer uma ruptura por flexão, deve ser dada atenção para garantir a estabilidade da estrutura e evitar o colapso progressivo da edificação ou parte dela. Neste caso, uma armadura com barras situadas no bordo inferior da laje e que passa por dentro da armadura do pilar, ancorando-se dentro dos dois lados da laje, no caso de pilar interno, aumentaria, de acordo com Lima Neto (2003), a ductilidade na fase de pós-puncionamento. Porém, a não propagação de uma ruptura por puncionamento com a generalização do colapso em toda a estrutura ou parte desta, não é garantida.



Tabela 4.11 – Modos de ruptura das lajes

Lajes	$\rho_y$ (%)	$\rho_x$ (%)	d (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura
L1A	1,22	1,22	89,3	41,3	1	188,5	266,4	0,71	Punção
L2A	1,22	1,22	89,3	40,0	3	254,0	265,4	0,96	Flexo-Punção
L3A	1,09	1,09	99,7	39,7	5	297,0	304,1	0,98	Flexão
L4A	1,11	1,11	98,6	40,4	7	325,0	296,8	1,10	Flexão
L1B	1,11	0,28	98,1	41,4	1	172,0	294,4	0,58	Punção
L2B	1,21	0,31	90,5	42,0	3	194,5	274,6	0,71	Punção
L3B	1,18	0,30	92,7	41,6	5	232,0	285,2	0,81	Flexo-Punção
L4B	1,11	0,28	98,1	40,5	7	254,5	293,8	0,87	Flexo-Punção

$\rho_y$  : taxa da armadura principal  $\rho_x$  : taxa da armadura secundária

As lajes L2A, L3B e L4B apresentaram rupturas caracterizadas pela combinação de punção e flexão. O enquadramento da laje L4B no modo flexo-puncionamento justifica-se pelos resultados das cargas últimas, deformações nas armaduras e deformações do concreto, sendo este o principal parâmetro que definiu o modo. Como a ruptura da laje L3A ocorreu por flexão, levaria a interpretação de que a ruptura da L4B deveria ser também definida por este modo, já que os resultados experimentais indicaram escoamento da armadura principal em todos os pontos monitorados nas duas lajes, além do que a L4B possuía pilar com maior dimensão e tenderia solicitar a laje predominantemente em uma direção. As fissuras também tiveram importância na confirmação do modo de ruptura da laje L4B, pois apresentaram configuração ligeiramente diferente das duas lajes que romperam por flexão (L3A e L4A).

Avaliando as cargas de ruptura da L3A com 297,0 kN e L4B com 254,5 kN, observou-se que a primeira foi 17% superior a segunda. Em ambas, a resistência à flexão na direção principal foi semelhante (L3A com 304,8 kN e L4B com 293,7 kN), com apenas 4% de diferença, destacando-se que a resistência do concreto em todas as lajes foi praticamente a mesma, porém, os valores máximos das deformações no concreto no ponto próximo a menor face do pilar (C1) foram -2,43‰ e -0,62‰, respectivamente, confirmando-se maior sollicitação do concreto na laje L3A. No que se refere ao escoamento das armaduras, na laje L3A ocorreu o escoamento com 200 kN, enquanto a L4B com 160 kN. O estado limite último da laje L4B ficou caracterizado por um padrão intenso de fissuração convergindo para os cantos da laje. Portanto, acredita-se que estas observações confirmam a hipótese de que a laje não rompeu por flexão, mas por flexo-puncionamento. As Figuras 4.70, 4.71 e 4.72 mostram comparações entre os deslocamentos verticais das lajes por cada modo de ruptura.

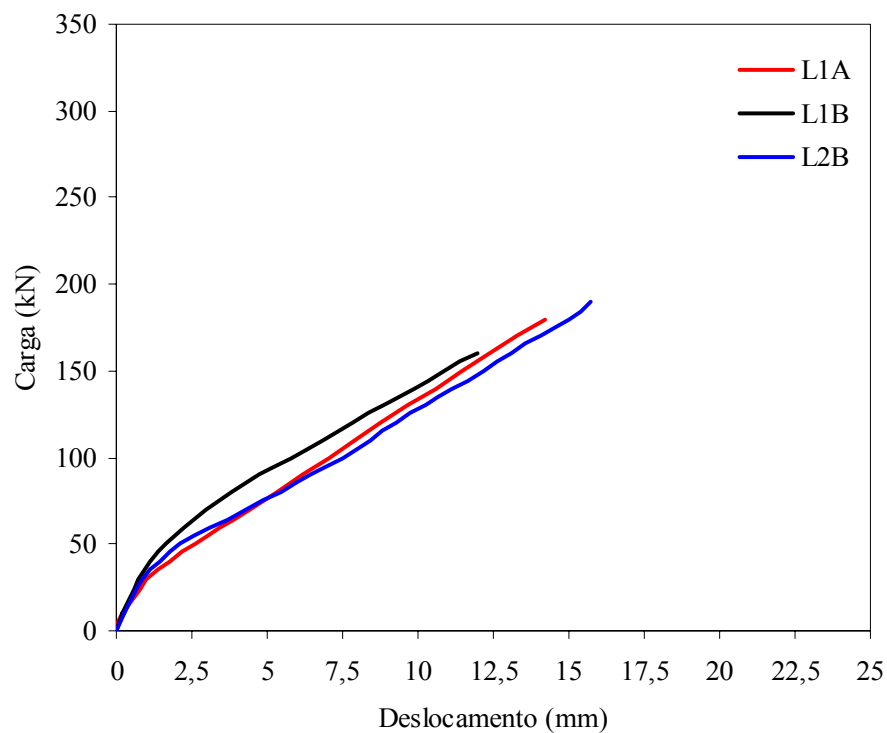


Figura 4.70 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L1A, L1B e L2B que romperam por puncionamento

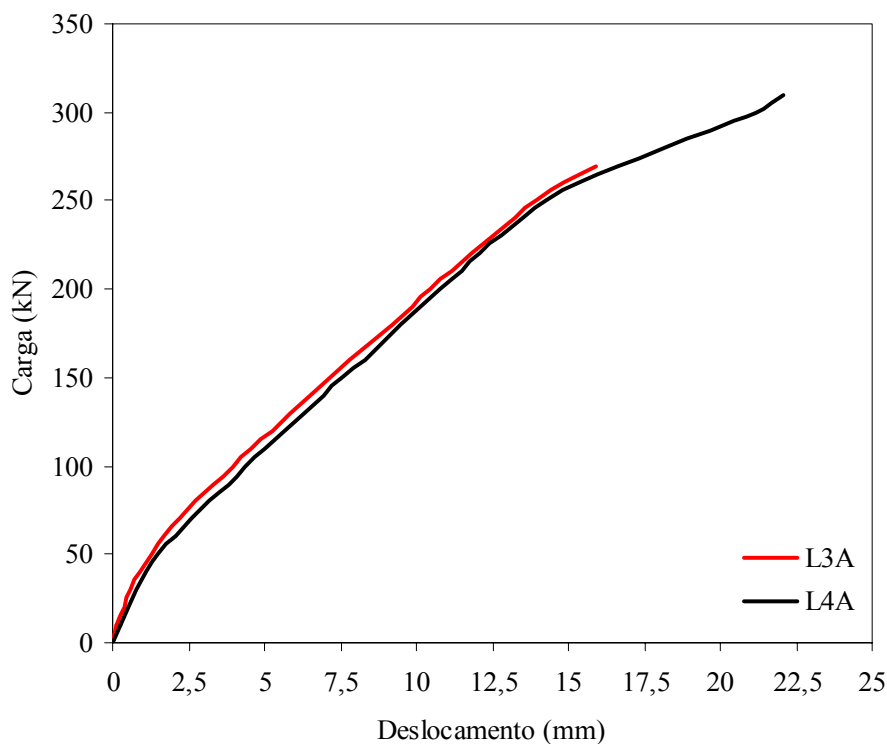


Figura 4.71 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L3A e L4A que romperam por flexão

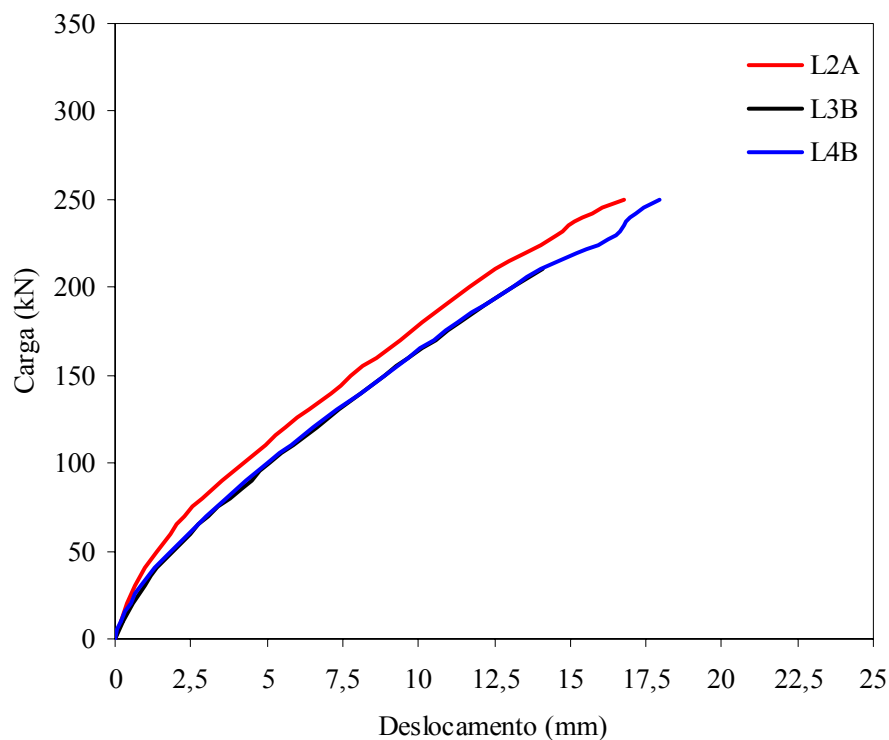


Figura 4.72 – Deslocamentos verticais máximos das lajes L2A, L3B e L4B que romperam por flexo-puncionamento

#### 4.6.3 Modelo de previsão dos modos de ruptura de lajes unidirecionais

Nesta pesquisa, também espera-se contribuir para o desenvolvimento de um modelo simples para análise do modo de ruptura de lajes lisas unidirecionais sem armadura de cisalhamento, servindo de suporte aos projetistas deste tipo de estrutura e possibilitando mais uma alternativa para auxiliar a verificação dos pavimentos de edificações construídas em lajes lisas de concreto armado.

O modelo de previsão do modo de ruptura de lajes lisas unidirecionais sem armadura de cisalhamento adotado neste trabalho se originou de um primeiro modelo proposto por Ferreira e Oliveira (2005), cujo trabalho objetivou avaliar a influência do índice de retangularidade dos pilares ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) no comportamento das lajes sob flexão, e possivelmente uma ruptura mais dúctil. Segundo o modelo dos autores, procura-se estabelecer as dimensões mínimas dos maiores lados dos pilares retangulares ( $c_{\text{flex}}$ ) para que a resistência ao puncionamento seja elevada ao nível da resistência última de flexão. Equações empíricas encontradas em códigos de projetos foram empregadas para instituir um modo de ruptura dúctil em lajes lisas

unidirecionais ao puncionamento. O modelo basicamente consiste em admitir que as resistências à punção e flexão atinjam o mesmo nível, e, no caso de lajes com pilares retangulares, fixa-se uma das dimensões, assim, poderá existir uma determinada dimensão para a outra que promova o início da ruptura por flexão na laje, reduzindo a condição de uma ruptura súbita, como ocorre no caso da punção em lajes sem armadura de cisalhamento.

De acordo com a avaliação dos pesquisadores, a ruptura frágil pode dar lugar à ruptura dúctil por flexão, alterando-se a relação  $c_{\max}/d$ . Os autores utilizaram as equações empíricas dos códigos de projetos CEB-FIP MC90 (1993) e NBR 6118 (ABNT 2003) e conceitos da Teoria das Linhas de Ruptura, que estima com razoável precisão as cargas últimas de flexão. Estudos realizados posteriormente por Vilhena *et al.* (2006), mostraram que a previsão do modo de ruptura utilizando-se a norma brasileira conduziu a resultados próximos dos obtidos experimentalmente. Cabe ressaltar, que no presente trabalho utilizou-se a norma CEB-FIP MC90, tendo em vista se verificar apenas uma diferença nas expressões dos códigos de projetos descritos anteriormente, onde ao se retirar o coeficiente de segurança da expressão da norma brasileira, o coeficiente 0,180 da MC90 passa para 0,182 na NBR 6118 (ABNT 2003).

Tendo a configuração da linha de ruptura adequada para as condições de apoio e carregamento da laje, posteriormente, aplica-se o procedimento realizado por Ferreira e Oliveira (2005). A partir da combinação das resistências à flexão e punção chega-se na Equação 4.4, cuja expressão fornece o valor mínimo da dimensão do pilar ( $c_{\text{flex}}$ ) posicionada perpendicularmente ao vão de uma laje unidirecional, teoricamente necessário para que ocorra o início de uma ruptura por flexão, favorecendo a ocorrência de uma ruptura dúctil. A Equação 4.4 é direcionada para lajes unidirecionais com pilares quadrados ou retangulares ao puncionamento simétrico, sem armadura de cisalhamento, mas os conceitos que originaram a mesma podem ser estendidos para lajes com pilares circulares. Os parâmetros envolvidos no cálculo de  $c_{\text{flex}}$ , que resulta valores em mm, são apresentados na Tabela 4.12.

$$c_{\text{flex}} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot m_u \cdot L_y}{0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot (L_x - c_{\text{min}})} - c_{\text{min}} - 2 \cdot \pi \cdot d \quad (\text{mm}) \quad (4.4)$$

Para previsão do modo de ruptura, a Equação 4.4 também é utilizada para obter, a partir da razão  $c_{\max}/d$ , o valor mínimo da relação  $\rho_x/\rho_y$  que poderá contribuir para uma ruptura por

flexão. Como Ferreira e Oliveira (2005) não apresentaram uma equação da curva para avaliação do modo de ruptura, achou-se necessário determinar a expressão que relacionasse os fatores  $c_{\max} / d$  e  $\rho_x / \rho_y$ , proposto pelos autores. Através da Equação 4.5, que descreve o comportamento da curva, torna-se possível avaliar o modo de ruptura de uma laje lisa unidirecional. A curva possui parâmetros definidos conforme a Tabela 4.12, que levam em consideração as propriedades mecânicas do aço e concreto da laje. A expressão possibilita que o modo de ruptura seja avaliado quando  $\Psi \geq \rho_x / \rho_y$ , podendo a ruptura ocorrer por punção e se  $\Psi \leq \rho_x / \rho_y$ , indica que a laje pode romper por flexão.

$$\Psi(\beta) = \frac{1}{(100 \cdot \rho_y \cdot f_c)^2} \cdot \left[ \frac{2 \cdot 10^3 \cdot m_u \cdot L_y}{d^2 \cdot (L_x - c_{\min}) \cdot 0,18 \cdot \xi} \cdot \frac{1}{\beta + \Delta} \right]^6 \quad (4.5)$$

Tabela 4.12 – Parâmetros de cálculo

Parâmetros de Cálculo	
$c_{flex}$ resulta em mm	$\rho_y$ : taxa da armadura principal
$\Psi(\beta) = \rho_x / \rho_y$	$\rho_x$ : taxa da armadura secundária
$\beta = c_{\max} / d$	$f_c$ : resistência do concreto (MPa)
$\Delta = \frac{c_{\min}}{d} + 2 \cdot \pi$	$d$ : altura útil (mm), $\frac{d_x + d_y}{2}$
$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ (d em mm)	$L_x$ : dimensão da laje entre os apoios (mm)
$m_u = A_s \cdot f_{ys} \cdot \left( d_y - 0,59 \cdot A_s \cdot \frac{f_{ys}}{f_c} \right) \cdot 10^{-3}$ (kN · mm / mm)	$L_y$ : dimensão da laje paralela aos apoios (mm)
	$c_{\min}$ : menor dimensão do pilar (mm)

As unidades da tabela 4.12 devem ser empregadas em mm e MPa. Cabe salientar que os momentos resistentes das lajes são obtidos sem considerar a presença da armadura comprimida. A Figura 4.73 mostra alguns parâmetros geométricos das lajes e a orientação das armaduras de flexão.

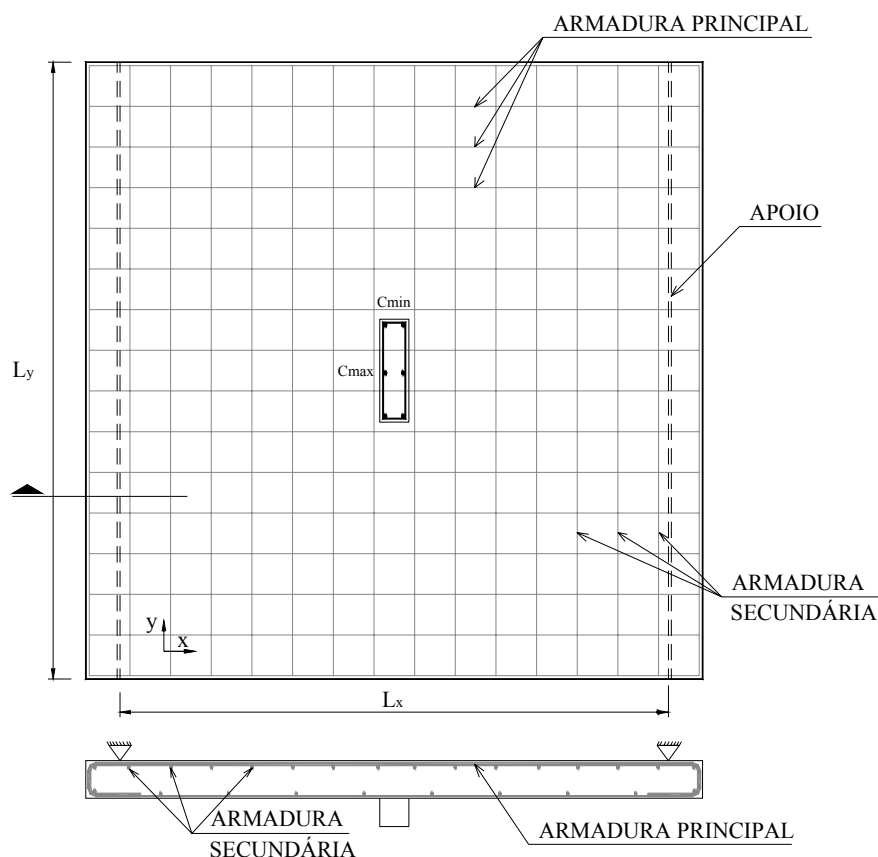


Figura 4.73 – Identificação de alguns parâmetros geométricos das lajes e armaduras de flexão

Uma vez ocorrido o escoamento de barras da armadura de flexão, existe possibilidade de acontecer um modo de ruptura combinado, manifestando-se por flexão seguida de punção. Para essa situação, a Equação 4.5 necessita de uma variação para mais e para menos ( $\pm 10\%$ ) para permitir o enquadramento desse modo de ruptura, já que a mesma foi obtida a partir das expressões dos códigos de projeto, que estimam, na maioria das vezes, resistências ao puncionamento para lajes unidirecionais diferentes dos resultados experimentais.

Essa variação busca refletir as incertezas quanto às resistências estimadas pelas normas de projeto, inclusive da teoria das linhas de ruptura. Dessa forma, a partir do modelo considerado por Ferreira e Oliveira (2005), a proposta de previsão do modo de ruptura foi também ajustada levando-se em consideração o critério alternativo (Oliveira (2003)), que consiste na razão entre a resistência última observada e a resistência à flexão estimada pela Teoria das Linhas de Ruptura ( $P_u/P_{flex} = \phi$ ). O critério alternativo sugere que dependendo do valor de  $\phi$ , a ruptura pode ser por flexão ( $\phi > 1$ ), por punção ( $\phi < 1$ ), ou ainda por flexão e punção ( $\phi \cong 1 \pm 10\%$ ).

Com o modelo de previsão desenvolvido, os modos estimados a partir deste critério foram comparados com os resultados experimentais obtidos dos ensaios das lajes desta pesquisa, como deformações nas armaduras de flexão, deformações do concreto, configuração das fissuras, forma da superfície de ruptura, além do acompanhamento das curvas carga-deslocamento vertical. A comparação efetuada mostrou resultados satisfatórios, indicando que a hipótese foi adequada para prever o modo de ruptura das lajes lisas ensaiadas.

Cabe ressaltar que as lajes ensaiadas apresentaram características ligeiramente diferentes, tais como: alturas úteis, resistência do concreto e taxas das armaduras de flexão principal e secundária, cuja situação se assemelha àquela encontrada na prática, durante a construção dos pavimentos, onde as lajes estão sujeitas a desvios em relação ao projeto e, conseqüentemente, podem apresentar características diferentes. Em função disso teve-se necessidade de construir curvas para análise do modo de ruptura de cada laje, entretanto, procurou-se também estabelecer uma característica comum para todas, com base na média aritmética das características das lajes, tendo em vista facilitar a avaliação do modo de ruptura a partir de uma curva única para as lajes.

A Tabela 4.13 apresenta as principais características das lajes deste trabalho com os valores experimentais obtidos e as Figuras 4.74 a 4.81 mostram as curvas individuais que avaliaram os modos de ruptura das mesmas considerando as propriedades físicas de cada laje. A Figura 4.82 apresenta uma única curva de ductilidade para todas as lajes, para isso tendo considerado a média aritmética das propriedades das mesmas ( $\rho_y$ ,  $f'_c$ ,  $d_l$  e  $d$ ). Observam-se nos eixos que os valores são adimensionais, onde os valores de entrada ( $c_{\max}/d$  e  $\rho_x/\rho_y$ ) são dependentes apenas das propriedades geométricas, com o eixo das abscissas correspondente à relação  $c_{\max}/d$  e o eixo das ordenadas à relação  $\rho_x/\rho_y$ .

Tabela 4.13 – Características das lajes

Lajes	$\rho_y$ (%)	$\rho_x$ (%)	$\rho_x/\rho_y$	$f_c$ (MPa)	$c_{max}$ (mm)	d (mm)	$c_{max}/d$
L1A	1,22	1,22	1,00	41,3	85	89,3	0,95
L2A	1,22	1,22	1,00	40,0	255	89,3	2,85
L3A	1,09	1,09	1,00	39,7	425	99,7	4,26
L4A	1,10	1,10	1,00	40,4	595	98,6	6,04
L1B	1,11	0,28	0,25	41,4	85	98,1	0,87
L2B	1,20	0,31	0,26	42,0	255	90,5	2,82
L3B	1,17	0,30	0,25	41,6	425	92,7	4,59
L4B	1,11	0,28	0,25	40,5	595	98,1	6,07

$\rho_y$  : taxa da armadura principal  $\rho_x$  : taxa da armadura secundária  $d = (d_x + d_y)/2$

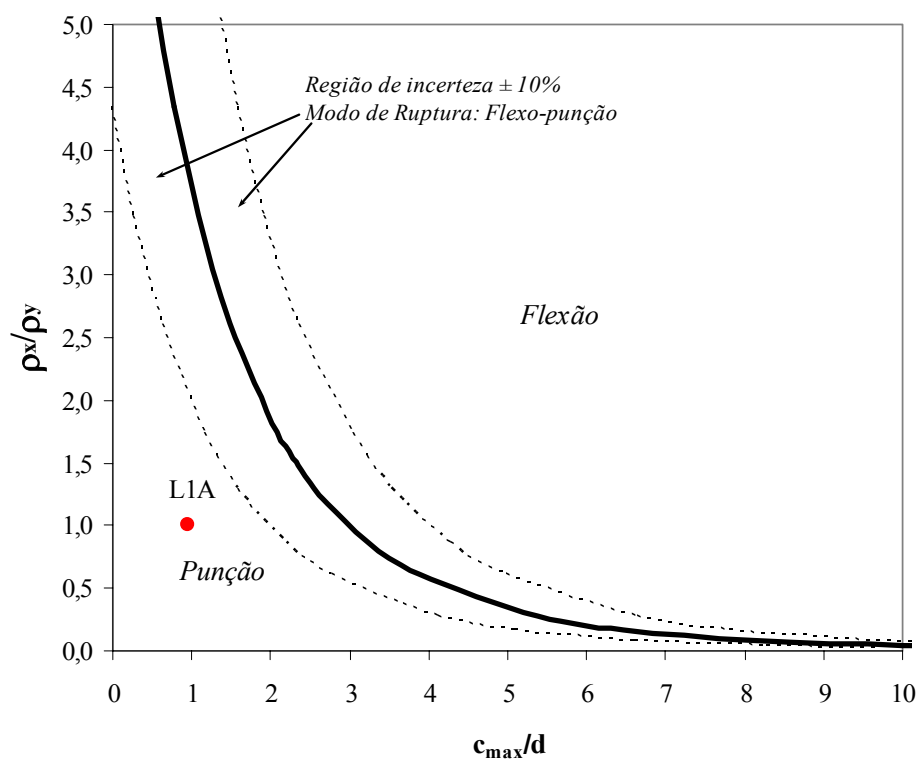


Figura 4.74 – Avaliação do modo de ruptura da laje L1A



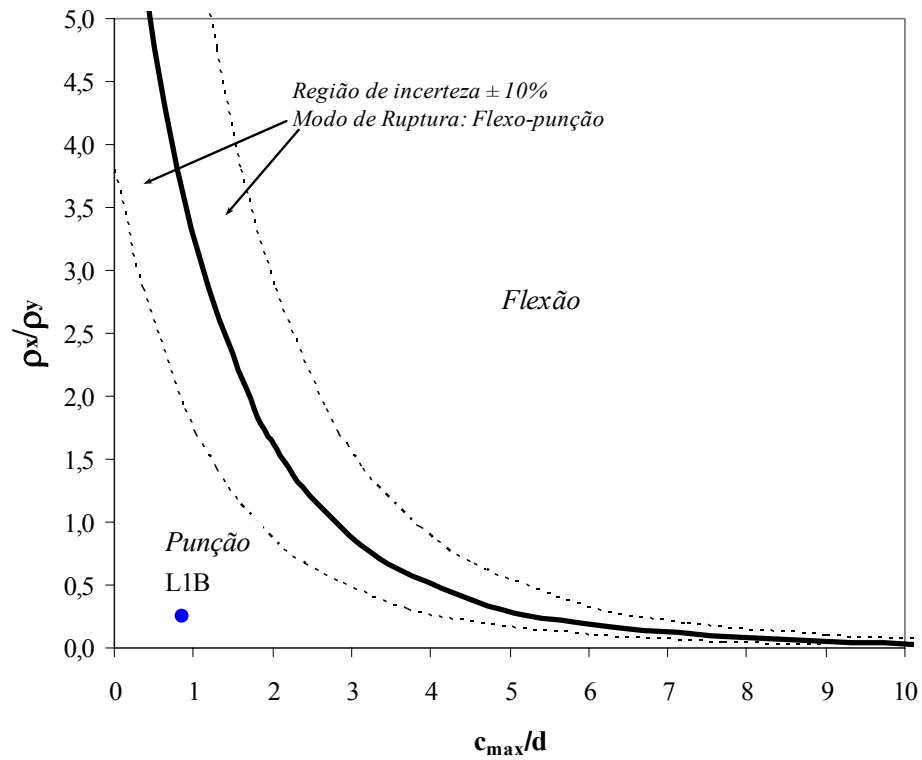


Figura 4.75 – Avaliação do modo de ruptura da laje L1B

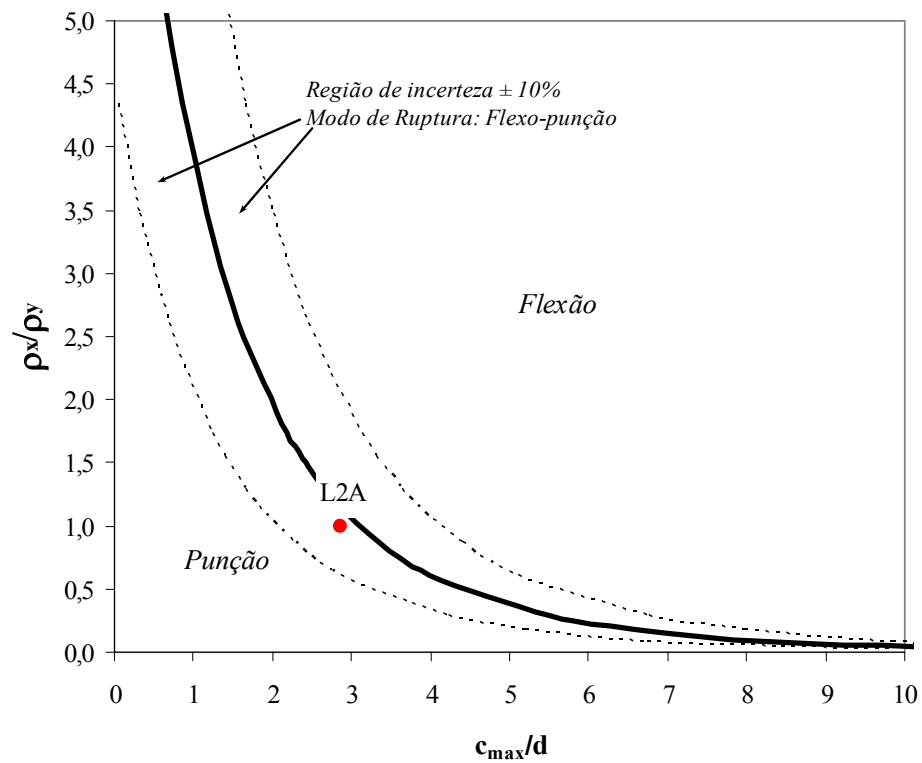


Figura 4.76 – Avaliação do modo de ruptura da laje L2A

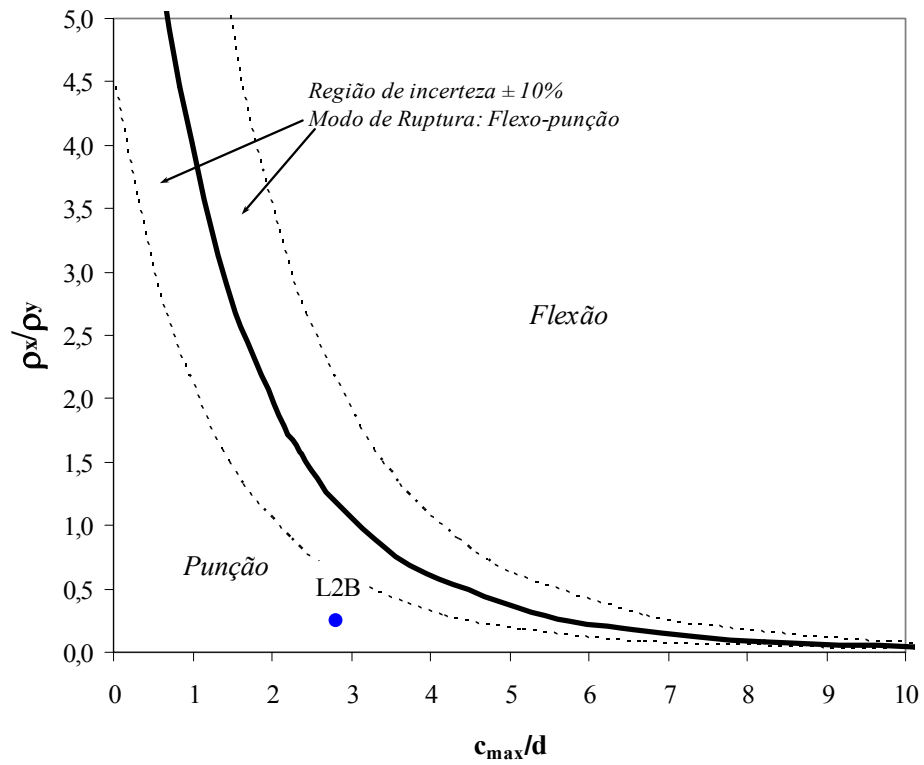


Figura 4.77 – Avaliação do modo de ruptura da laje L2B

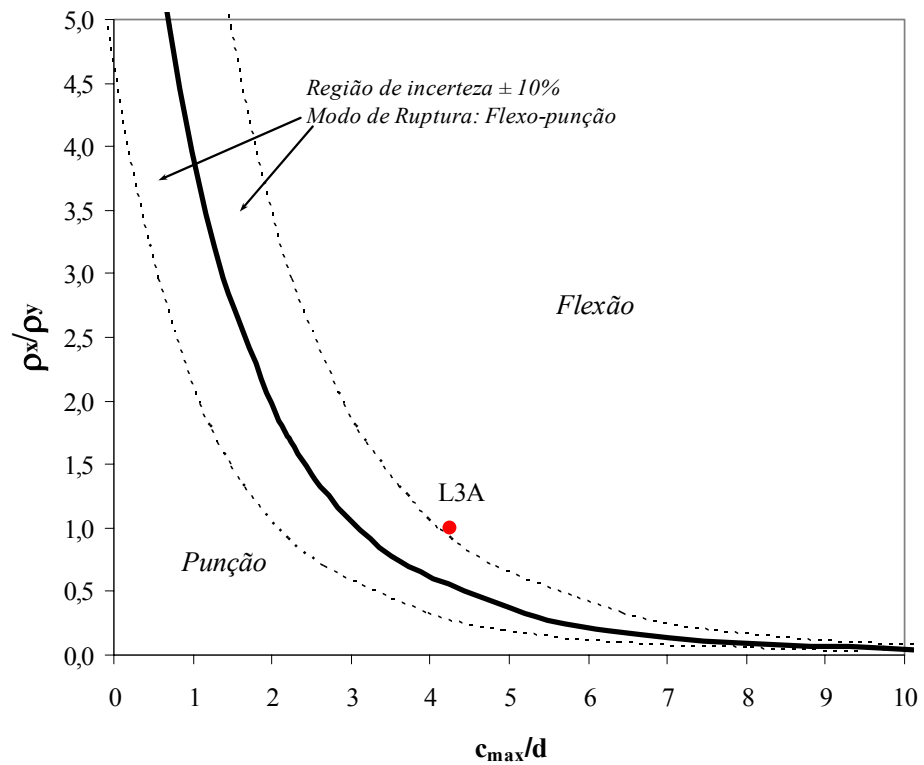


Figura 4.78 – Avaliação do modo de ruptura da laje L3A

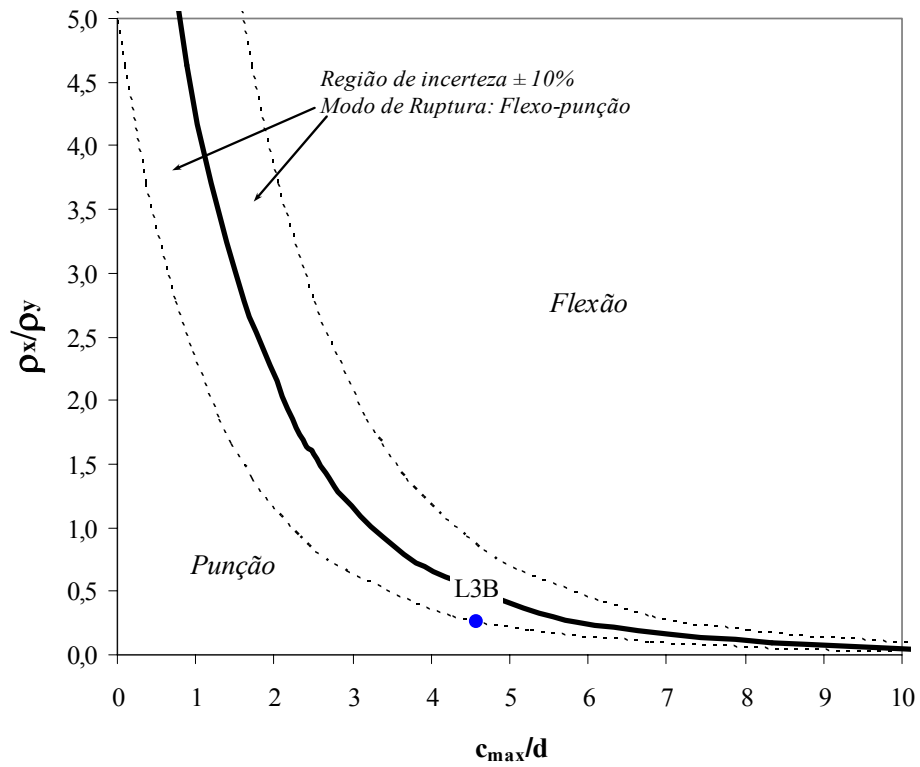


Figura 4.79 – Avaliação do modo de ruptura da laje L3B

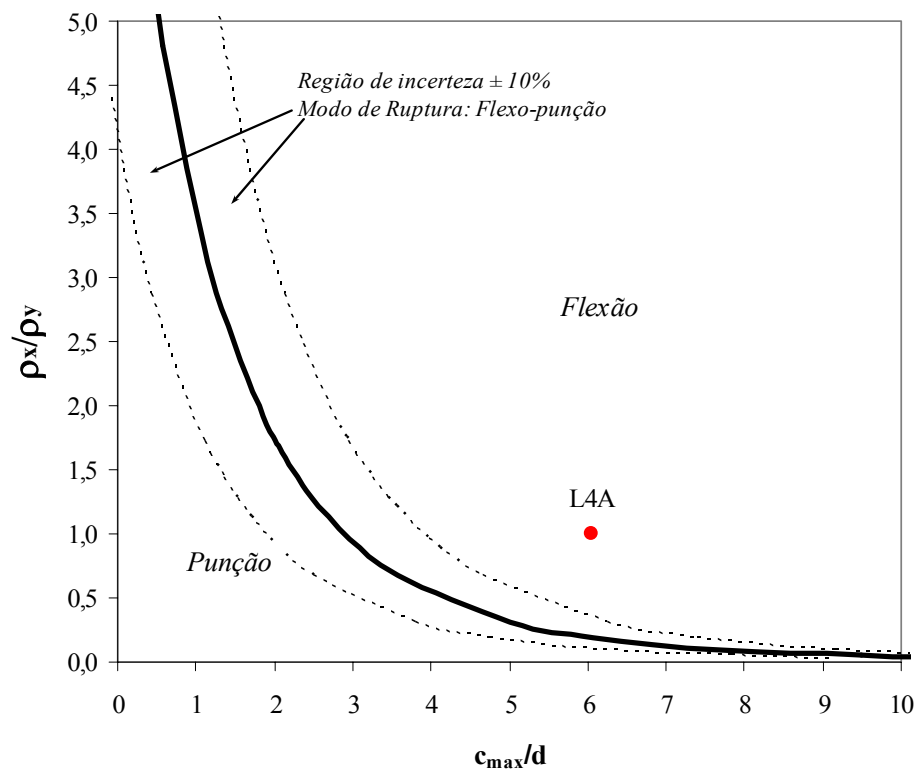


Figura 4.80 – Avaliação do modo de ruptura da laje L4A

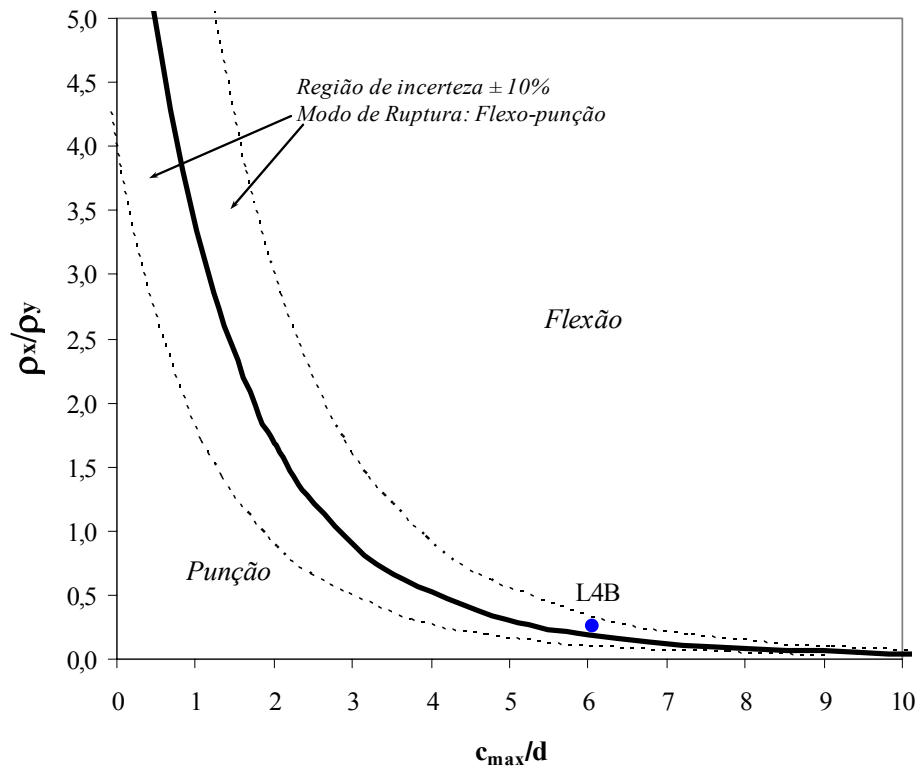


Figura 4.81 – Avaliação do modo de ruptura da laje L4B

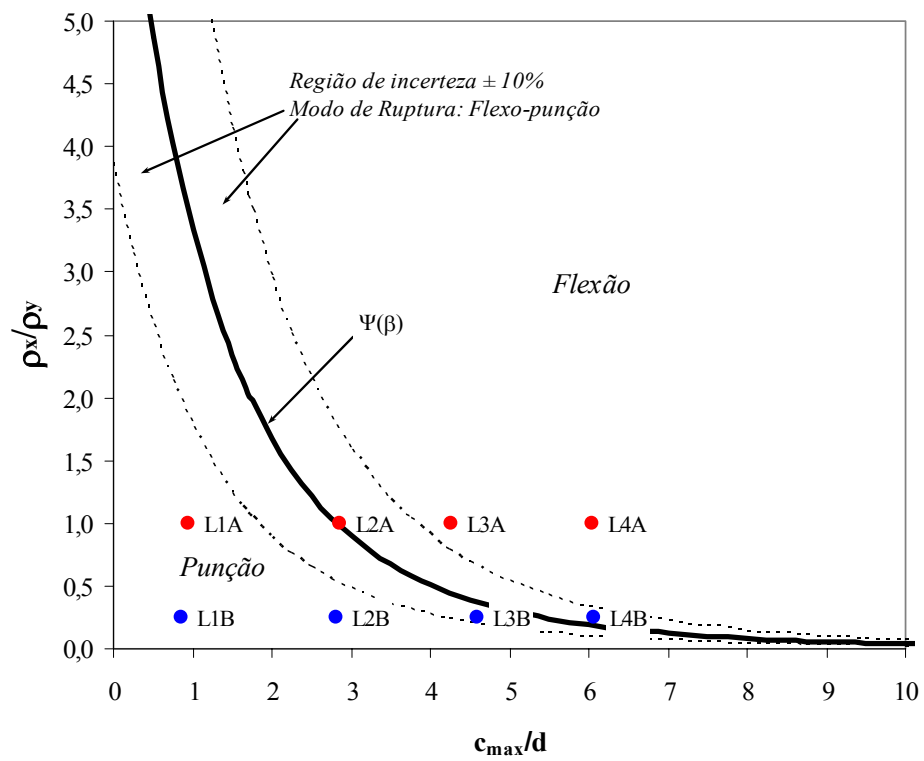


Figura 4.82 – Avaliação dos modos de ruptura de todas as lajes

Visando corrigir a tendência dos resultados estimados tanto pela norma CEB-FIP MC90 quanto pela NBR 6118 (ABNT 2003), Oliveira (2003) propôs fatores de flexão nas expressões dos códigos, cujos fatores foram recomendados para o caso de lajes unidirecionais e bidirecionais. Para lajes unidirecionais com vãos perpendiculares ao maior lado do pilar, estabeleceu-se uma relação com o parâmetro  $c_{\max}/d$  e, assim, um coeficiente a ser inserido nas expressões dos códigos, correspondente a  $\lambda = 0,93 \cdot (c_{\max}/d)^{0,14}$ . Dessa maneira, a Equação 4.5 foi ajustada levando-se em consideração esse fator, resultando na Equação 4.6, onde os parâmetros são definidos conforme a Tabela 4.12. A Figura 4.83 mostra as curvas com as características médias das lajes, ajustadas sem e com os fatores de flexão, que foram construídas a partir das Equações 4.5 e 4.6, respectivamente. Quanto ao modo de ruptura por flexo-puncionamento, a região entre a curva ajustada com os fatores de flexão ( $\Psi(\beta)_\lambda$ ) e aquela tracejada, abaixo da curva sem os fatores de flexão ( $\Psi(\beta)$ ), indica esse modo.

$$\Psi(\beta)_\lambda = \frac{1}{(100 \cdot \rho_y \cdot f_c)^2} \cdot \left[ \frac{1,86 \cdot 10^3 \cdot m_u \cdot L_y}{d^2 \cdot (L_x - c_{\min}) \cdot 0,18 \cdot \xi} \cdot \frac{\beta^{0,14}}{\beta + \Delta} \right]^6 \quad (4.6)$$

A partir da curva média das lajes, ajustada com os fatores de flexão, para uma resistência média do concreto de 40,9 MPa, os modos de ruptura das lajes L3A e L4A, que romperam por flexão, ficaram mais evidentes. A Figura 4.84 mostra outras curvas construídas simulando diferentes valores da resistência do concreto (20 MPa, 60 MPa e 80 MPa). Observa-se que as curvas atingiram valores limites (picos) para a razão  $\rho_x/\rho_y$ , porém este limite tem de ser menor, pois a relação acima do valor unitário representaria uma condição inadequada em se tratando de lajes armadas em uma direção, pois na prática não há motivos para se colocar uma armadura maior na direção em que a laje trabalha sob solicitações inferiores.

Verificou-se também que os pontos de interseção entre as curvas ajustadas pelos fatores de flexão ( $\Psi(\beta)_\lambda$ ) com aquelas sem os fatores ( $\Psi(\beta)$ ), permaneceram para a relação  $c_{\max}/d \cong 1,70$ , inferindo-se, assim, que os efeitos da flexão foram mais evidentes a partir desta relação, ou seja, para índice de retangularidade ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) dos pilares próximo de 1,90. A Figura 4.85 mostra que uma resistência do aço de  $f_{ys} = 500$  MPa, por exemplo, influencia também no comportamento das curvas, sem praticamente alterar o ponto de interseção entre as mesmas.

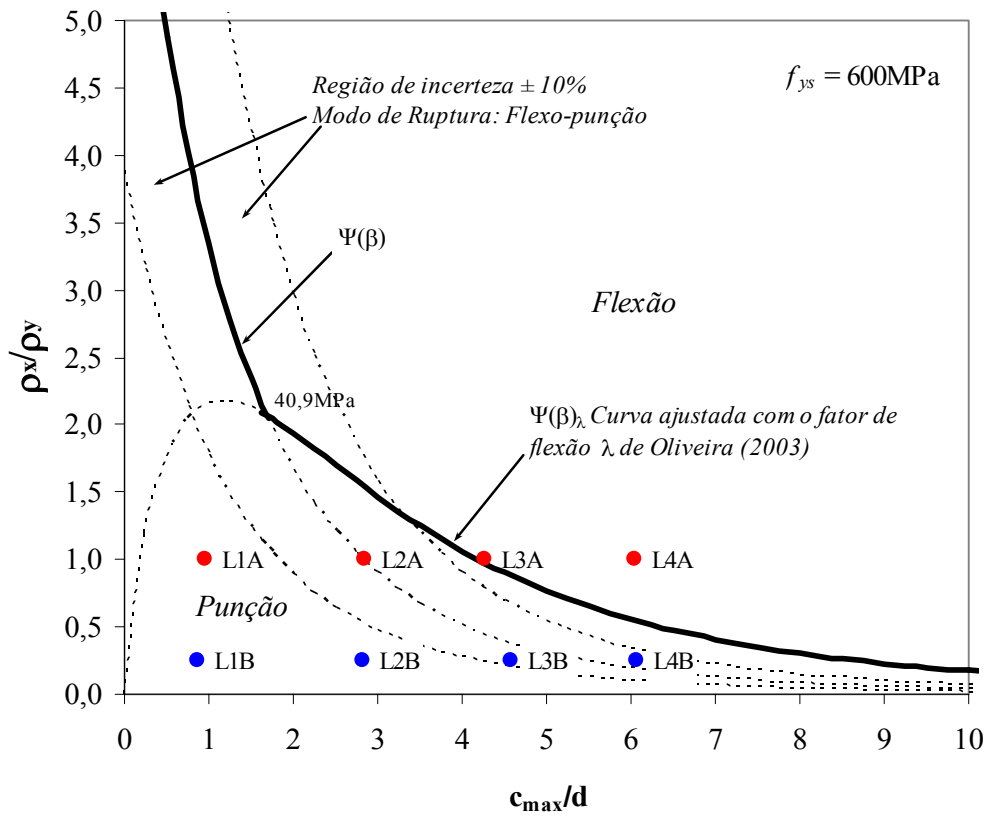


Figura 4.83 – Modos de ruptura com os fatores de flexão  $\lambda$  de Oliveira (2003)

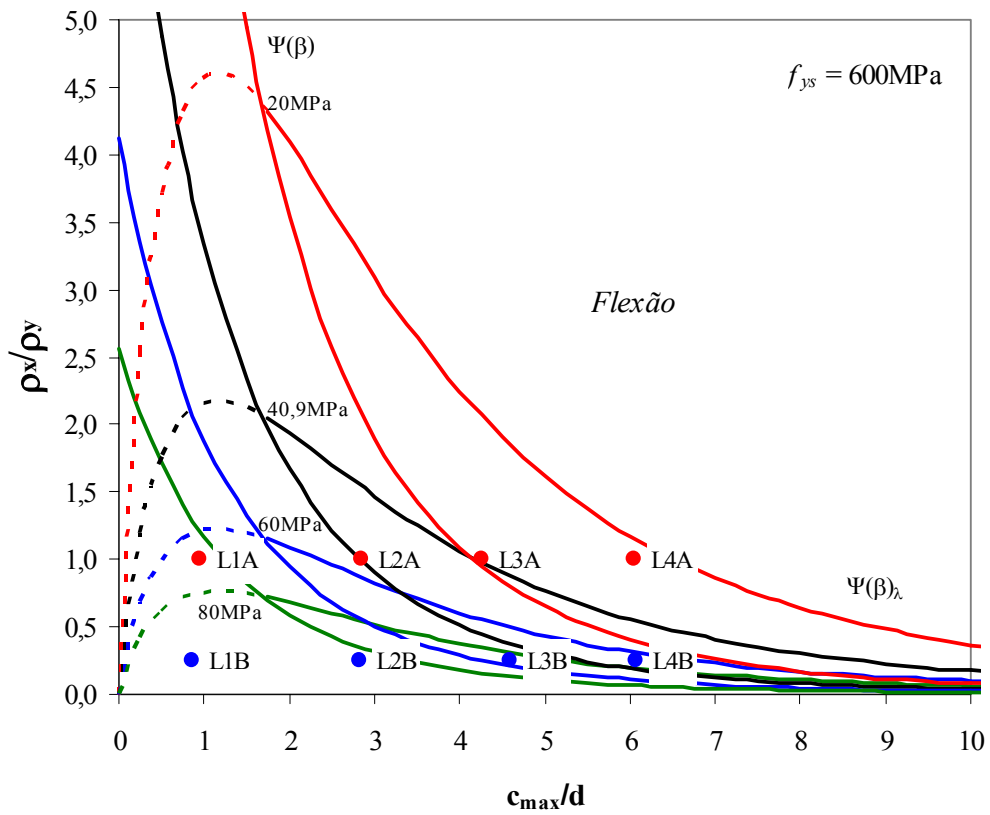


Figura 4.84 – Curvas modos de ruptura para diferentes resistências do concreto

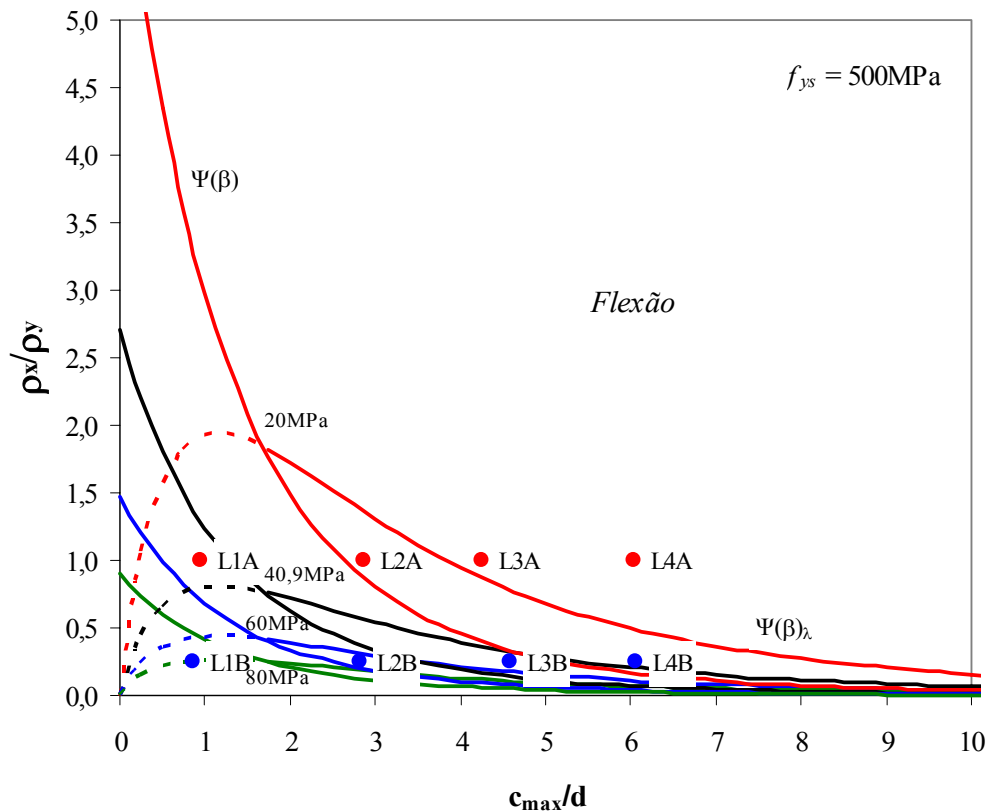


Figura 4.85 – Curvas para diferentes resistências do concreto e  $f_{ys} = 500 \text{ MPa}$

#### 4.6.4 Superfícies de Ruptura

A localização das superfícies de ruptura foi determinada de forma aproximada através de medições da geometria dos cones de punção após os ensaios, cujas dimensões foram observadas até o ponto em que a fissura inclinada de ruptura atingiu a altura útil da laje e a partir deste ponto a sua continuidade até a superfície superior da mesma. Ressalta-se que o aparecimento dos cones de ruptura nas lajes que romperam por flexão (L3A e L4A), levando a penetração de parte dos pilares na superfície inferior das mesmas, foi decorrente da perda de rigidez acentuada em torno da região dos pilares que reduziu as alturas úteis das mesmas.

Nas Figuras 4.86 a 4.93 pode-se observar que as inclinações médias dos cones de ruptura para as lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária foram de  $34^\circ$  (L1A),  $27,5^\circ$  (L2A),  $28,5^\circ$  (L3A) e  $65,5^\circ$  (L4A) na direção  $x$ , enquanto nas lajes com menor taxa verificaram-se inclinações médias de  $24,5^\circ$  (L1B),  $30^\circ$  (L2B),  $25^\circ$  (L3B) e  $15^\circ$  (L4B). Com relação à direção  $y$ , a primeira série de lajes apresentou em média  $30^\circ$  (L1A),  $28^\circ$  (L2A),  $29,5^\circ$  (L3A) e  $20^\circ$  (L4A), enquanto a segunda série de lajes apresentou inclinações médias de  $34,5^\circ$  (L1B),  $33,5^\circ$  (L2B),  $31,5^\circ$  (L3B) e  $35,5^\circ$  (L4B). Verificou-se que os ângulos das superfícies de ruptura na

direção  $x$  das lajes, apresentaram tendência de serem maiores para aquelas com maior taxa de armadura, em decorrência da maior rigidez que contribuiu para que a curvatura das lajes fosse ligeiramente restringida, com exceção da laje L2A. Na direção  $y$  das lajes, os ângulos das superfícies de ruptura foram maiores em todas as lajes com taxa de armadura de flexão secundária menor.

Ressaltar que a laje L4A apresentou um modo de ruptura por flexão com escoamento do aço e esmagamento do concreto, simultaneamente, forçando a mudança da inclinação da superfície de ruptura para um aspecto de superfície por corte puro, tendo apresentado ângulo médio de  $65,5^\circ$ , pois a seção ficou bastante reduzida em decorrência da intensa fissuração e as dimensões da abertura na região central da laje, favorecendo a penetração do pilar na laje.

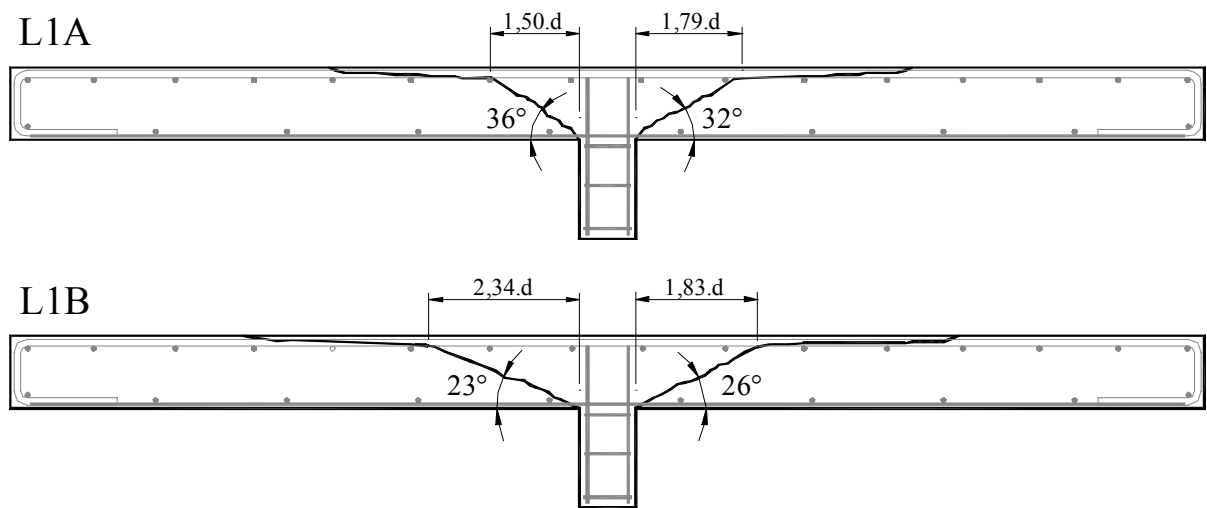


Figura 4.86 – Superfícies de ruptura das lajes L1A e L1B na direção  $x$

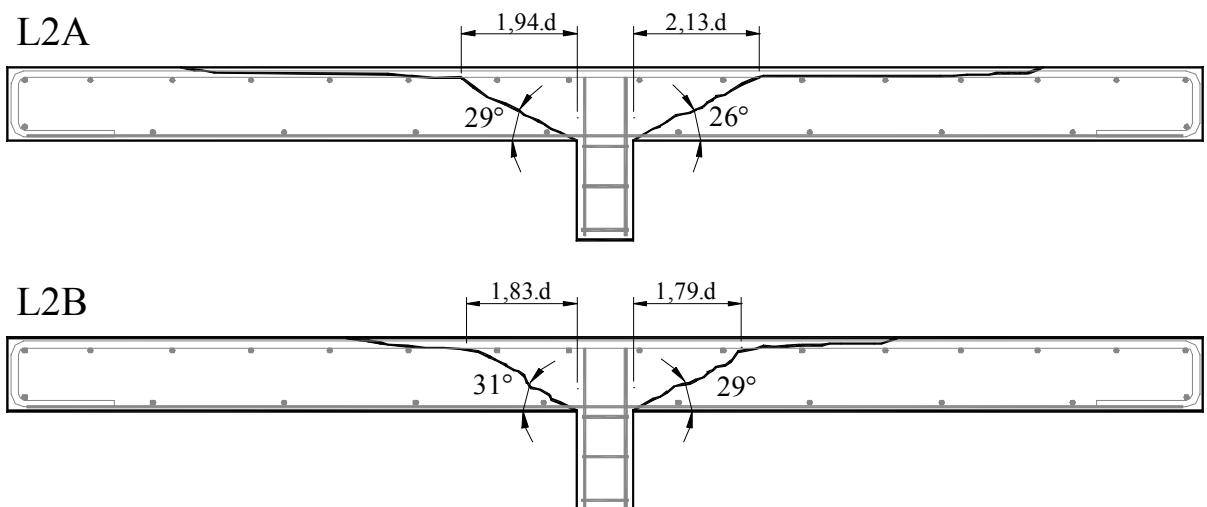


Figura 4.87 – Superfícies de ruptura das lajes L2A e L2B na direção  $x$



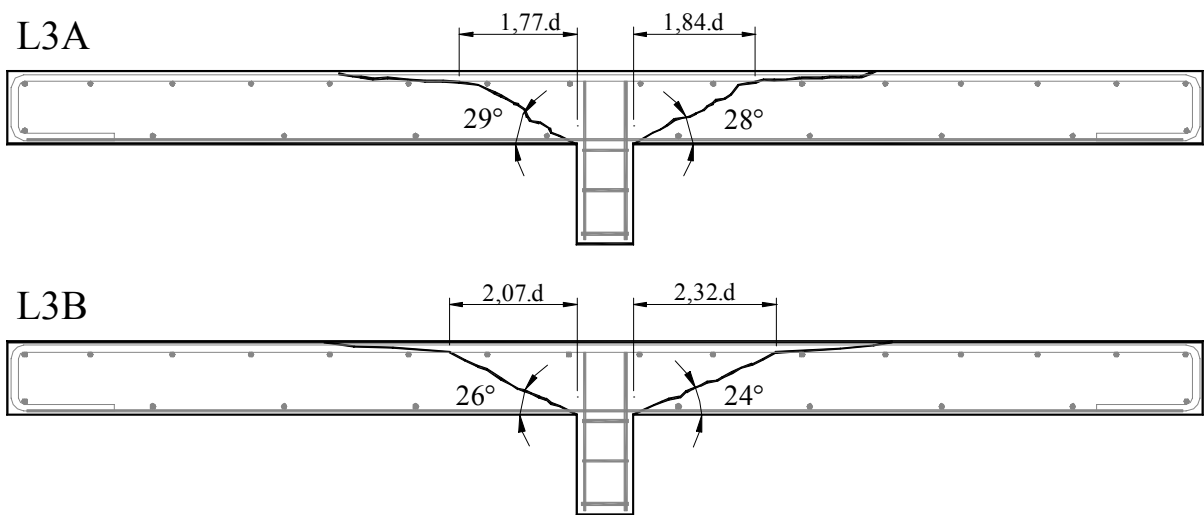


Figura 4.88 – Superfícies de ruptura das lajes L3A e L3B na direção  $x$

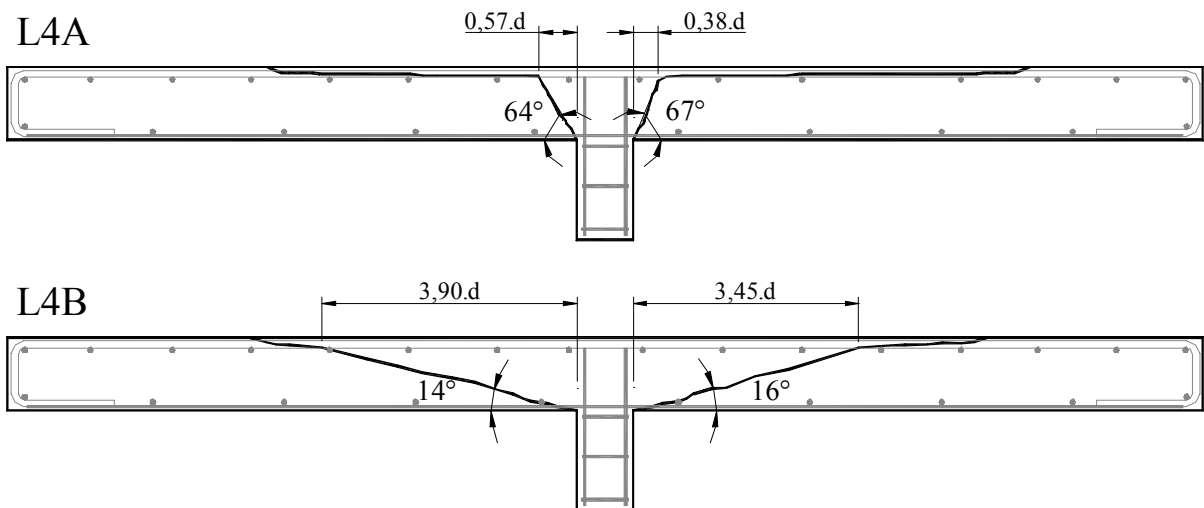


Figura 4.89 – Superfícies de ruptura das lajes L4A e L4B na direção  $x$

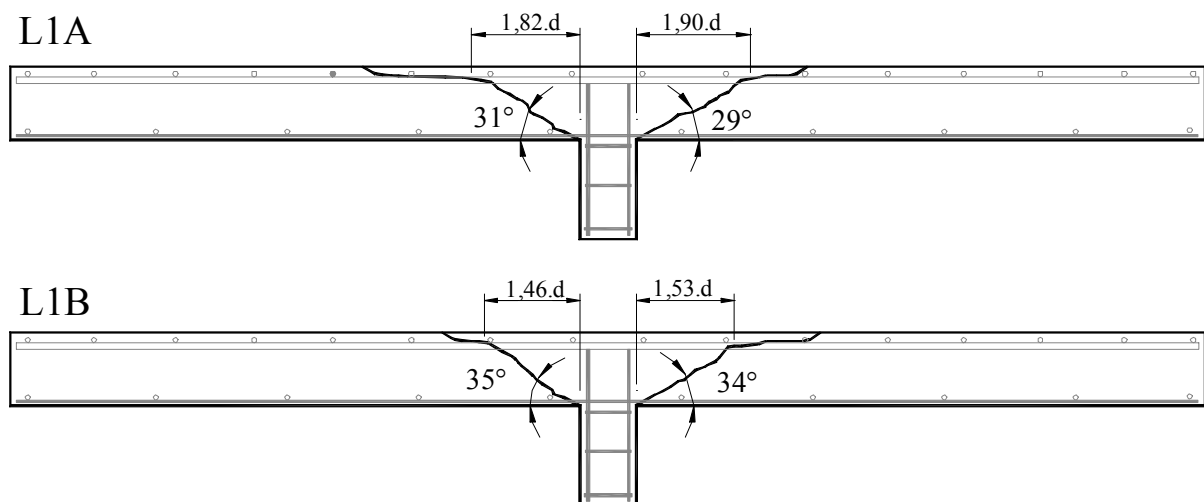


Figura 4.90 – Superfícies de ruptura das lajes L1A e L1B na direção  $y$

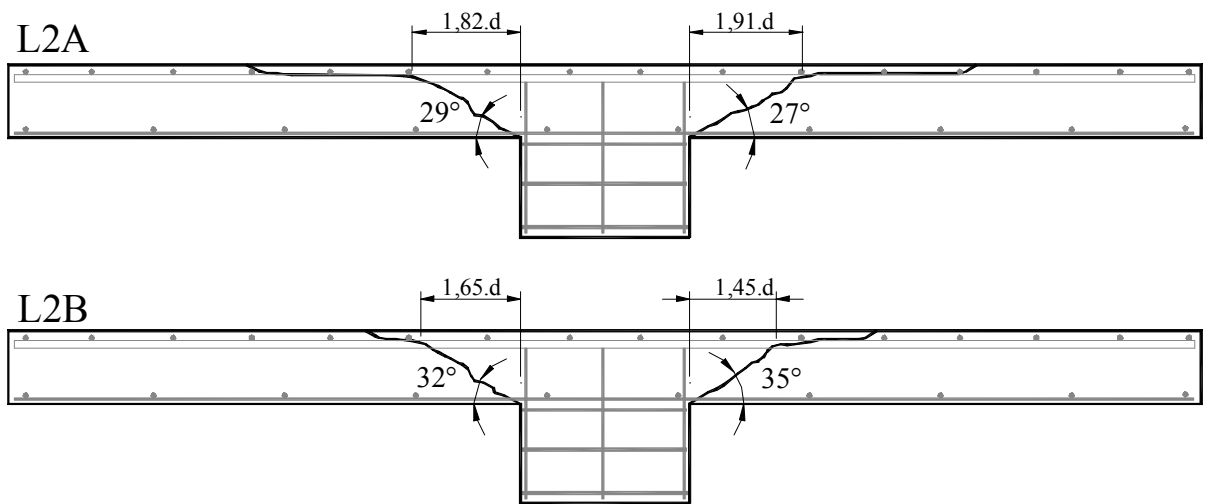


Figura 4.91 – Superfícies de ruptura das lajes L2A e L2B na direção  $y$

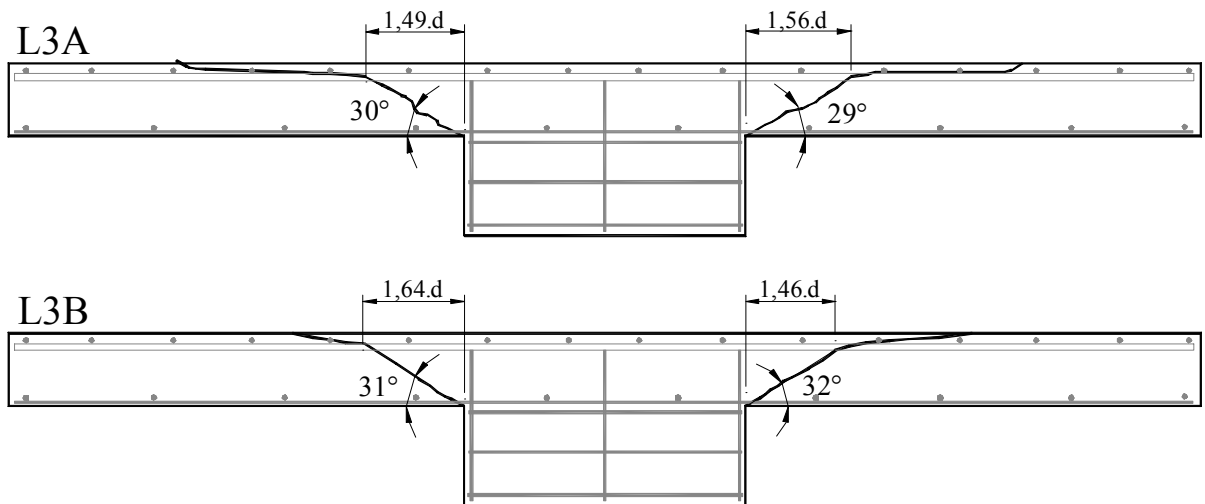


Figura 4.92 – Superfícies de ruptura das lajes L3A e L3B na direção  $y$

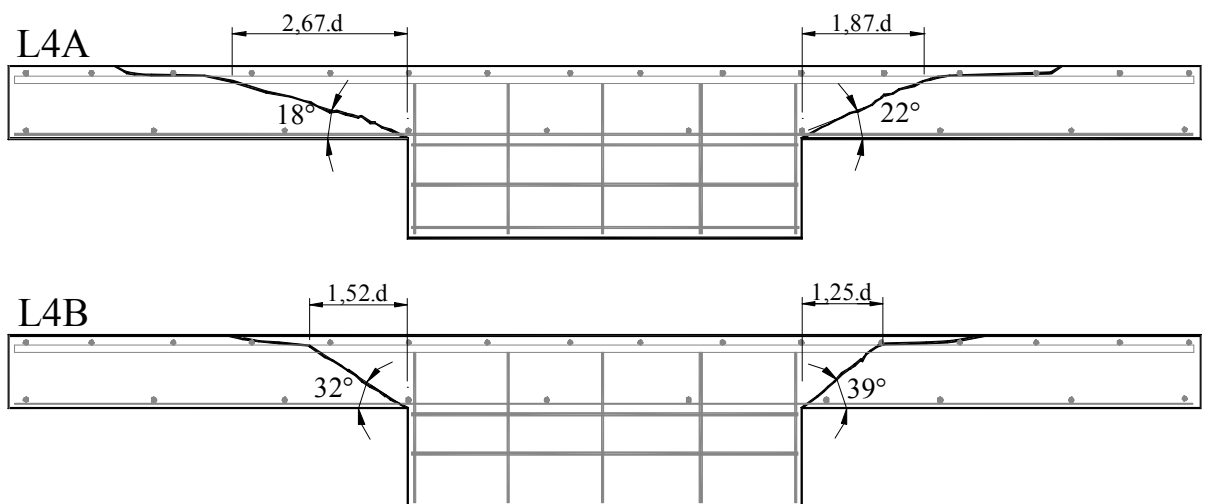


Figura 4.93 – Superfícies de ruptura das lajes L4A e L4B na direção  $y$

## 5 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E AS ESTIMATIVAS NORMATIVAS

Neste capítulo são comparados os resultados obtidos experimentalmente com as estimativas dos seis códigos de projeto apresentados no Capítulo 2, para o cálculo da resistência ao puncionamento de lajes sem armadura de cisalhamento. Avalia-se também a influência da taxa de armadura de flexão secundária e do índice de retangularidade dos pilares, que por sua vez reflete na variação do perímetro de controle, no comportamento das lajes.

### 5.1 Resistência ao Puncionamento

A estimativa da resistência ao puncionamento em lajes sem armadura de cisalhamento de acordo com as normas de projeto (ACI 318, BS 8110, CEB-FIP MC90, EUROCODE 2, NBR 6118 (ABNT 2003) e NBR 6118 (ABNT 1978) é realizada considerando que a resistência última é diretamente proporcional ao produto da tensão resistente, altura útil ( $d$ ) e perímetro da seção crítica, sendo este contínuo e distanciado das faces dos pilares de 0,5 a 2 vezes a altura útil da laje, com exceção da NBR 6118 (ABNT 1978) que considera um perímetro seccionado no caso de pilares com índices de retangularidade ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) acima de 3. No entanto, algumas normas fornecem resultados a favor da segurança, enquanto outras contra a segurança. Tuan Ngo (2001) descreve que os códigos não refletem a realidade física do fenômeno da punção, mas podem, na situação em que considera corretamente calibrados, conduzir a estimativas razoáveis.

#### 5.1.1 ACI 318:2002

Os resultados estimados ( $V$  e  $V_{wb}$ ), experimentais ( $P_u$ ) e a relação entre eles são apresentados na Tabela 5.1. No geral, observou-se que esta norma apresentou-se como conservadora em média 21% abaixo das cargas experimentais, sendo menos conservadora para o grupo das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária (L1B, L2B, L3B e L4B), com média de 11%. No grupo das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A), esta norma foi ainda mais conservadora, com diferença média de 30%. As diferenças se devem pelo fato norma não considerar em suas estimativas a influência da armadura de flexão, e por outro lado considerar a seção crítica afastada  $0,5 \cdot d$  das faces dos

pilares, além de limitar a tensão em  $\left(\frac{\sqrt{f'_c}}{3}\right)$ . Com estas análises, observou-se que a armadura de flexão desempenha uma parcela importante de resistência que deixa de ser considerada na expressão da ACI 318, bem como na da NBR 6118 (ABNT 1978), analisada posteriormente.

Com relação à influência do índice de retangularidade dos pilares nas resistências das lajes, de acordo com os resultados, a norma apresentou-se ligeiramente menos conservadora para as lajes com índices de retangularidade 7 do que aquelas com índice 3 e 5. No caso das lajes com pilares de índice 1, a estimativa da L1A foi mais conservadora que a da L1B. Quanto às estimativas da ACI 318:2002 para o caso das lajes apresentarem uma ruptura do tipo viga chata (*wide-beam*), a norma foi também em média 21% menor que as cargas experimentais, fornecendo média de 30% para as lajes com maior taxa de armadura e 12% para aquelas com menor taxa, com exceção da laje L1B que ficou contra a segurança apresentando-se 10% acima da carga experimental.

Tabela 5.1 – Resultados obtidos com a ACI 318:2002

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	134,1	172,2	188,5	0,71	0,91
L2A	89,33	1,22	40,0	3	163,6	169,5	254,0	0,64	0,67
L3A	99,72	1,09	39,7	5	209,1	188,5	297,0	0,70	0,63
L4A	98,55	1,11	40,4	7	236,6	187,9	325,0	0,73	0,58
L1B	98,08	0,56	41,4	1	154,8	189,3	172,0	0,90	1,10
L2B	90,50	0,61	42,0	3	170,6	175,9	194,5	0,88	0,90
L3B	92,66	0,59	41,6	5	194,9	179,3	232,0	0,84	0,77
L4B	98,08	0,56	40,5	7	235,6	187,3	254,5	0,93	0,74
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$ $V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							MA	0,79	0,79
							DP	0,11	0,17
							CV(%)	13,45	22,08

Na Figura 5.1 podem ser visualizadas as tendências das estimativas da ACI 318 bem como dos resultados experimentais, com o aumento do perímetro de controle decorrente do aumento do índice de retangularidade dos pilares. Observa-se que as estimativas da norma praticamente mantiveram-se na mesma tendência independente da taxa de armadura de flexão secundária, ao contrário dos resultados experimentais que demonstram a influência da taxa de armadura nas resistências das lajes.

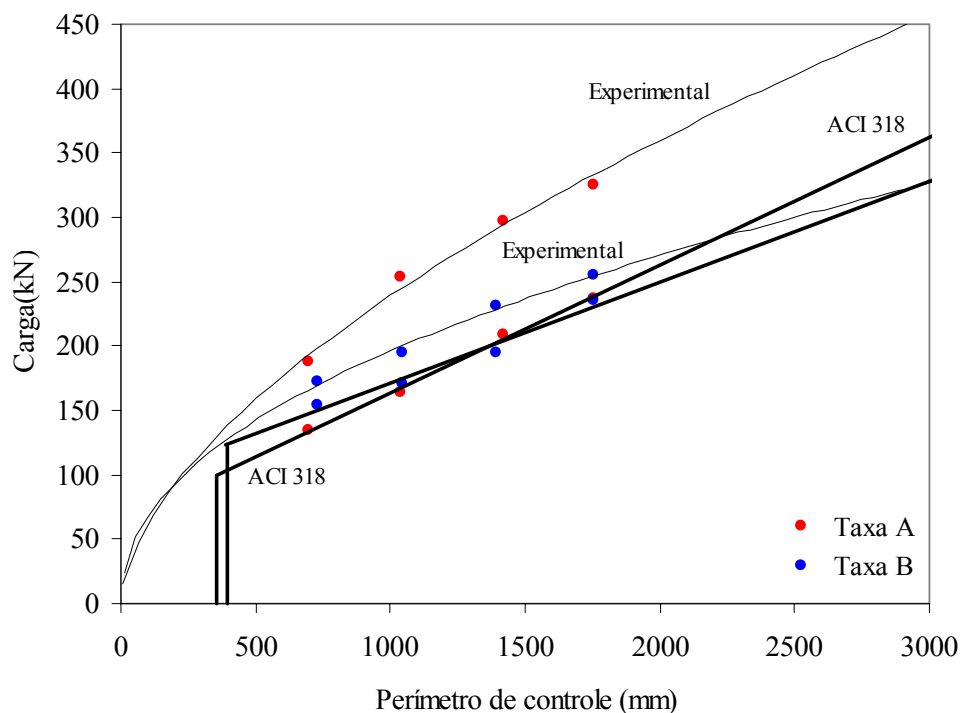


Figura 5.1 – Comparação entre a estimativa da ACI 318 e os resultados experimentais

### 5.1.2 BS 8110:1997

Esta norma apresentou estimativas que em geral foram superiores às cargas experimentais, com resultados variando entre 2% a 14% acima das cargas de rupturas observadas, com exceção da laje L2A onde a estimativa ficou a favor da segurança, com 5% abaixo do resultado experimental. A Tabela 5.2 apresenta o comparativo entre as estimativas das resistências da norma e os resultados experimentais.

Verificou-se que a norma superestimou em 13% e 14% as cargas das lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (L4A e L4B). As estimativas com resultados mais satisfatórios foram para as lajes L1B e L2B, com diferença de 2% acima das cargas de ruptura. As estimativas para rupturas por cisalhamento constante ao longo da laje (*wide-beam*) foram satisfatórias para as lajes com pilares de índice 3, 5 e 7, entretanto, este tipo de ruptura não foi observado.

Tabela 5.2 – Resultados obtidos com a BS 8110:1997

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	196,6	250,6	188,5	1,04	1,33
L2A	89,33	1,22	40,0	3	241,3	248,0	254,0	0,95	0,98
L3A	99,72	1,09	39,7	5	318,9	258,9	297,0	1,07	0,87
L4A	98,55	1,10	40,4	7	366,1	259,2	325,0	1,13	0,80
L1B	98,08	0,56	41,4	1	174,9	207,5	172,0	1,02	1,21
L2B	90,50	0,61	42,0	3	197,8	201,7	194,5	1,02	1,04
L3B	92,66	0,59	41,6	5	240,4	203,0	232,0	1,04	0,87
L4B	98,08	0,56	40,5	7	290,4	206,0	254,5	1,14	0,81
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$							MA	1,05	0,99
$V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							DP	0,06	0,19
							CV(%)	5,92	19,56

Com relação à influência do índice de retangularidade, as estimativas das lajes L1B, L2B e L3B foram satisfatórias, apresentando 2%, 2% e 4%, respectivamente, acima das cargas de ruptura observadas. Por outro lado, a estimativa da L4B (índice 7) aumentou para 14%. Para as lajes L1A e L3A as estimativas foram de 4% e 7%, respectivamente, superiores aos resultados experimentais, enquanto a laje L4A o aumento foi de 13%. Portanto, percebeu-se que nas lajes com pilares mais alongados, a norma apresentou resultados mais desfavoráveis do que aquelas com pilares de índices de retangularidade menores, como pode ser observado na Figura 5.2.

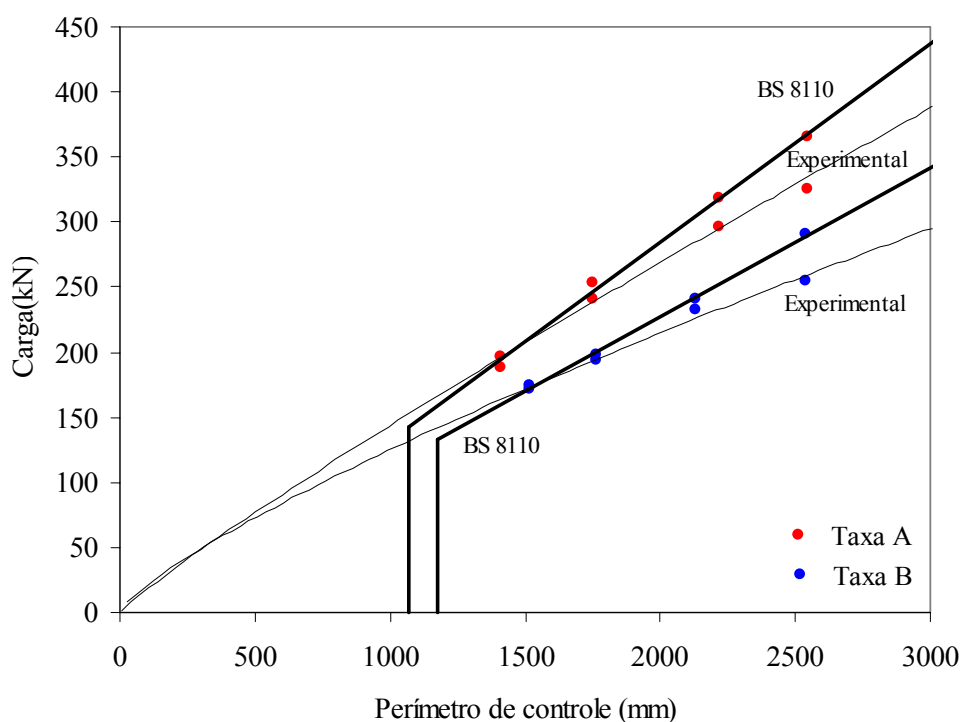


Figura 5.2 – Comparação entre a estimativa da BS 8110 e os resultados experimentais

### 5.1.3 CEB-FIP MC90:1993

A estimativa desta norma para todas as lajes foi acima dos valores experimentais, superestimando em média 15% as cargas obtidas, com resultados ainda mais desfavoráveis para as lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (L4A e L4B). A laje L2A foi a que apresentou estimativa menos desfavorável, com apenas 4% acima da carga de ruptura. A Tabela 5.3 apresenta o comparativo das estimativas da MC90 com os resultados experimentais. Comparando-se as estimativas das lajes com pilares de mesmo índice de retangularidade, a norma superestimou em 15% a laje L1A e a L1B em 12%. A estimativa da L2A foi de 4% e a da L2B de 10%, da L3A foi de 17% e a da L3B de 13%. Por fim, as estimativas das lajes L4A e L4B foram de 22% e 24%, respectivamente, acima das cargas experimentais.

Tabela 5.3 – Resultados obtidos com a CEB-FIP MC90:1993

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	217,3	267,1	188,5	1,15	1,42
L2A	89,33	1,22	40,0	3	265,0	264,3	254,0	1,04	1,04
L3A	99,72	1,09	39,7	5	347,4	274,7	297,0	1,17	0,92
L4A	98,55	1,10	40,4	7	397,3	275,0	325,0	1,22	0,85
L1B	98,08	0,56	41,4	1	192,6	220,2	172,0	1,12	1,28
L2B	90,50	0,61	42,0	3	217,3	214,8	194,5	1,12	1,10
L3B	92,66	0,59	41,6	5	262,8	216,1	232,0	1,13	0,93
L4B	98,08	0,56	40,5	7	315,1	218,6	254,5	1,24	0,86
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$ $V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							MA	1,15	1,05
							DP	0,06	0,21
							CV(%)	5,41	19,66

Para variação média de aproximadamente 4,0 vezes que ocorreu na taxa de armadura de flexão secundária, a estimativa média da MC90 do grupo das lajes com taxa alta (L1A, L2A, L3A e L4A) foi de 15% acima das cargas últimas. Para o grupo com taxa baixa (L1B, L2B, L3B e L4B), a estimativa média também foi 15% acima. Estes resultados indicam que as estimativas desta norma apresentaram uniformidade adequada para taxas de armadura significativamente diferentes, apesar de serem acima dos resultados experimentais. A Figura 5.3 mostra a tendência das estimativas da MC90 e dos resultados experimentais. Observa-se que a proporção é diferente daquela sugerida pela expressão da MC90, onde qualquer aumento no perímetro de controle se tem o mesmo incremento de resistência.

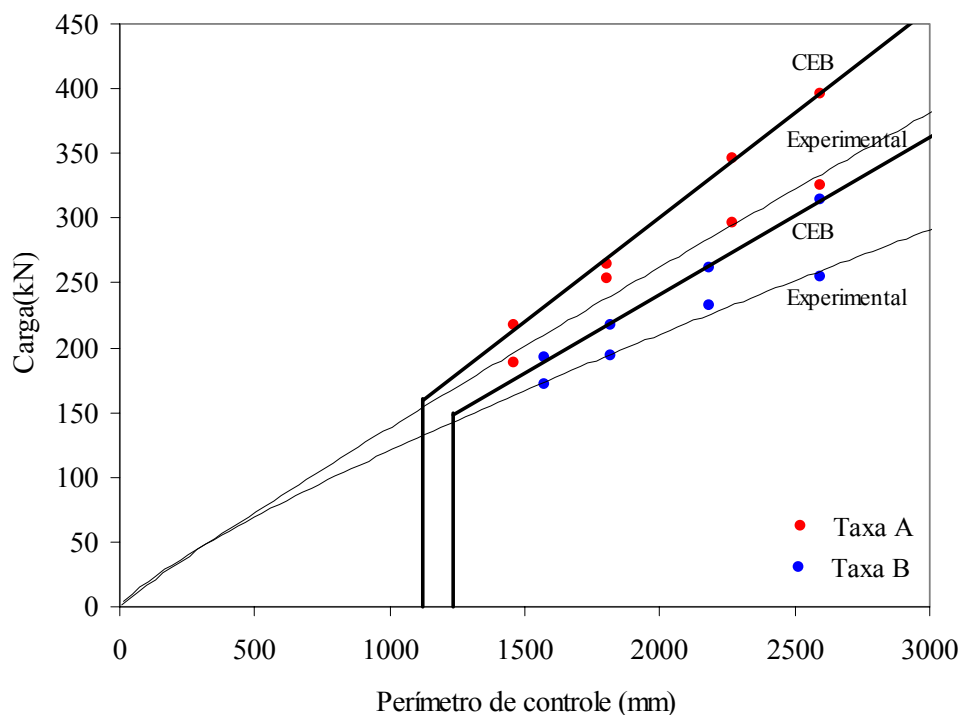


Figura 5.3 – Comparação entre a estimativa da MC 90 e os resultados experimentais

#### 5.1.4 EUROCODE 2:2002

Os resultados deste código foram bastante satisfatórios, pois no geral as estimativas ficaram a favor da segurança, subestimando as resistências das lajes em 7%, tanto para as lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária como para àquelas com menor taxa. A estimativa menos favorável foi para laje L4B, que ultrapassou apenas 2% a carga de ruptura. A comparação entre as estimativas da EUROCODE 2:2002 são apresentadas na Tabela 5.4.

Com relação à influência do índice de retangularidade, perceberam-se algumas diferenças nas estimativas da norma dependendo do índice, subestimando em média de 8% as cargas das lajes L1A e L1B, 13% para as lajes L2A e L2B, 6% para a L3A e L3B. Porém, as resistências estimadas para as lajes L4A e L4B foram muito próximas das obtidas nos ensaios, com média de apenas 1% acima das cargas experimentais. A Figura 5.4 apresenta um gráfico comparativo entre os resultados estimados pela EUROCODE 2:2002 e os obtidos experimentalmente.



Tabela 5.4 – Resultados obtidos com a EUROCODE 2:2002

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	173,8	213,8	188,5	0,92	1,13
L2A	89,33	1,22	40,0	3	211,9	211,6	254,0	0,83	0,83
L3A	99,72	1,09	39,7	5	286,8	227,1	297,0	0,97	0,76
L4A	98,55	1,11	40,4	7	327,2	226,7	325,0	1,01	0,70
L1B	98,08	0,56	41,4	1	158,4	181,3	172,0	0,92	1,05
L2B	90,50	0,61	42,0	3	174,3	172,6	194,5	0,90	0,89
L3B	92,66	0,59	41,6	5	212,1	174,8	232,0	0,91	0,75
L4B	98,08	0,56	40,5	7	259,2	179,9	254,5	1,02	0,71
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$ $V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							MA	0,93	0,85
							DP	0,06	0,16
							CV(%)	6,46	19,01

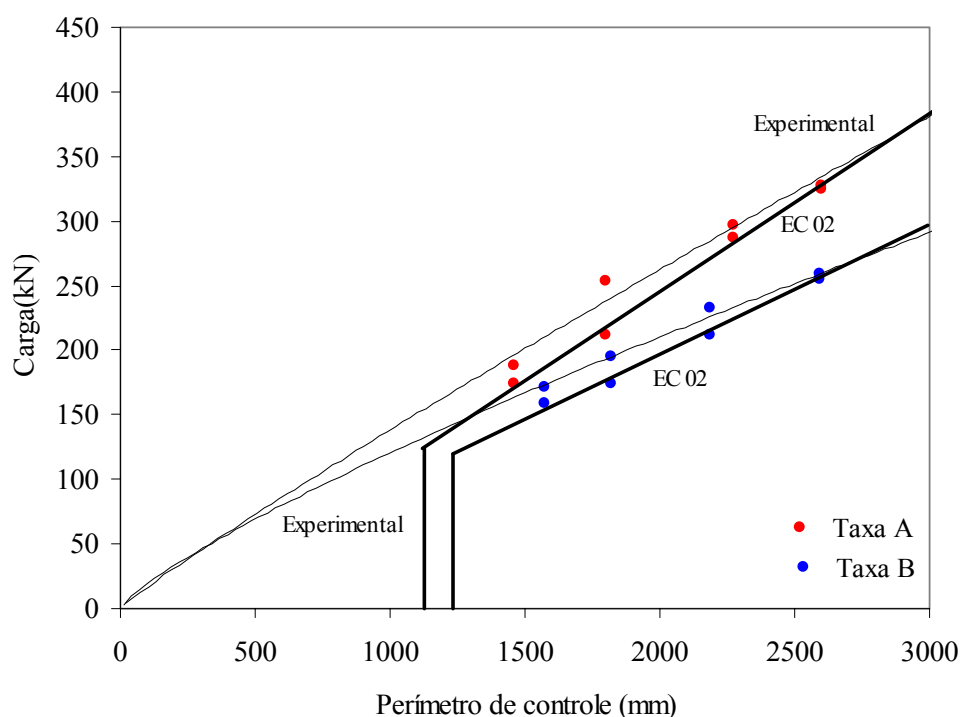


Figura 5.4 – Comparação entre a estimativa da EUROCODE 2:2002 e os resultados experimentais

Na figura observar-se que a tendência das estimativas da EUROCODE 2:2002 com o aumento do índice de retangularidade dos pilares, que refletiu no aumento do perímetro de controle, foi satisfatória, principalmente para as lajes com pilares de índice 7. Constata-se também que as estimativas foram mais conservadoras para lajes com pilares de índice 1, 3 e 5, que basicamente foram devido ao fato da norma limitar em 2,0 o valor de  $\xi$  (*size effect*).

### 5.1.5 NBR 6118:1978

A Tabela 5.5 apresenta a comparação entre as estimativas obtidas com a utilização da NBR 6118 (ABNT 1978) e os resultados experimentais. No geral, observou-se que os resultados foram demasiadamente a favor da segurança, subestimando em até 40% as cargas experimentais. As estimativas das resistências das lajes variaram de 9% (L2B) a 40% (L1A). Verificou-se que a norma brasileira apresentou uma estimativa média de 27% abaixo dos resultados das cargas obtidas experimentalmente, sendo ainda mais conservadora que a ACI 318 que apresentou média de 21%.

Para as lajes com maiores taxas de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A), a estimativa média foi de 36% menor que os resultados. Para as lajes com menores taxas de armadura de flexão secundária (L1B, L2B, L3B e L4B), a estimativa foi menos conservadora, subestimando em 19%. Com mencionado, estas baixas estimativas verificadas na NBR 6118 (ABNT 1978), assim como na ACI 318, indicam que a armadura de flexão secundária contribuiu com uma parcela importante de resistência que não é considerada nas expressões destas normas. Vale ressaltar que as cargas estimadas pela NBR 6118 (ABNT 1978) para as lajes com pilares de mesmo índice de retangularidade e taxas de armadura de flexão secundária diferentes, foram semelhantes, e quando dividi-se a resistência da norma pela obtida no ensaio, os resultados para as lajes com taxa de armadura de flexão menor aparentam estimativas menos conservadoras.

Tabela 5.5 – Resultados obtidos com a NBR 6118 (ABNT 1978)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	113,1	327,9	188,5	0,60	1,74
L2A	89,33	1,22	40,0	3	175,0	327,9	254,0	0,69	1,29
L3A	99,72	1,09	39,7	5	202,0	366,1	297,0	0,68	1,23
L4A	98,55	1,11	40,4	7	198,3	360,8	325,0	0,61	1,11
L1B	98,08	0,56	41,4	1	129,3	359,0	172,0	0,75	2,09
L2B	90,50	0,61	42,0	3	177,5	331,3	194,5	0,91	1,70
L3B	92,66	0,59	41,6	5	183,0	339,2	232,0	0,79	1,46
L4B	98,08	0,56	40,5	7	197,1	359,0	254,5	0,77	1,41
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$ $V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							MA	0,73	1,50
							DP	0,10	0,32
							CV(%)	14,21	21,32

A Figura 5.5 mostra uma comparação entre as estimativas da NBR 6118 (ABNT 1978) com os resultados obtidos dos ensaios, ambos em função do perímetro de controle admitido pela norma. Observa-se que como a norma limita o perímetro de controle para pilares com índices acima de 3, as resistências não expressaram comportamentos que condizem com os experimentais.

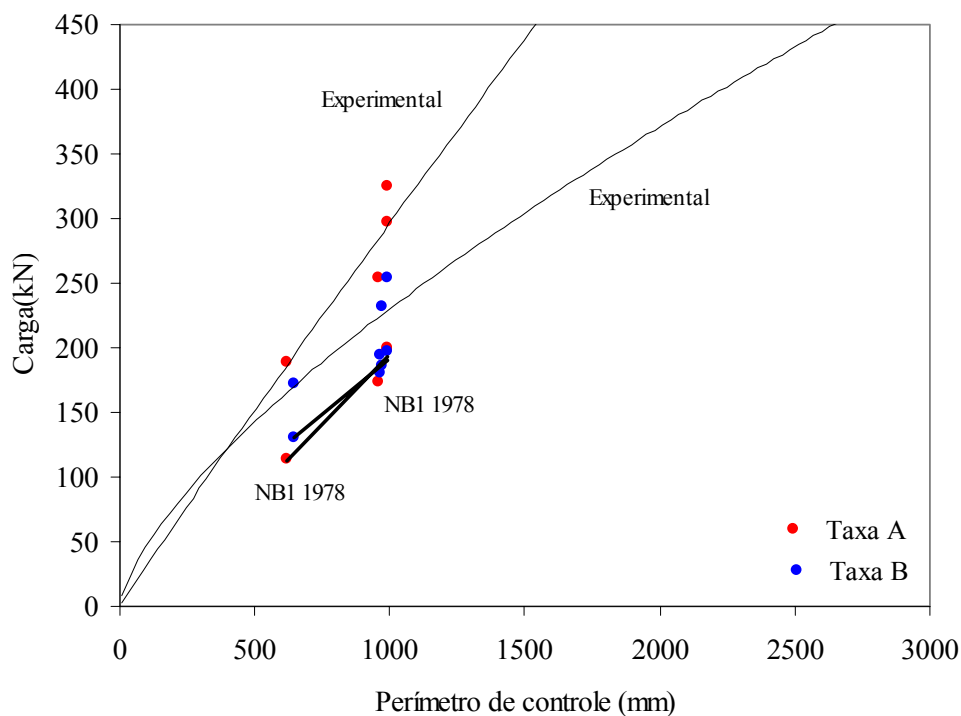


Figura 5.5 – Comparação entre a estimativa da NBR 6118 (ABNT 1978) e os resultados experimentais

### 5.1.6 NBR 6118:2003

As cargas últimas experimentais obtidas nos ensaios foram inferiores às estimativas para uma ruptura por puncionamento de todas as lajes. De uma forma geral, a estimativa média desta norma foi bastante semelhante àquela encontrada através da MC90, apresentando resultados também desfavoráveis para todas as resistências das lajes, exceto da L2A que pode ser considerada aceitável, já que apresentou uma resistência estimada 5% acima daquela obtida experimentalmente. Na Tabela 5.6, apresenta a comparação dos resultados observados com os estimados pela NBR 6118 (ABNT 2003). Observou-se que esta norma, assim como a MC90, superestimou as resistências das lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (índice 7), sendo de 23% e 25% para as lajes L1A e L4B, respectivamente.

Tabela 5.6 – Resultados obtidos com a NBR 6118 (ABNT 2003)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{max}}{c_{min}}$	$V$ (kN)	$V_{wb}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V}{P_u}$	$\frac{V_{wb}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	219,3	269,9	188,5	1,16	1,43
L2A	89,33	1,22	40,0	3	267,4	267,0	254,0	1,05	1,05
L3A	99,72	1,09	39,7	5	350,3	277,4	297,0	1,18	0,93
L4A	98,55	1,11	40,4	7	401,1	277,8	325,0	1,23	0,85
L1B	98,08	0,56	41,4	1	194,4	222,5	172,0	1,13	1,29
L2B	90,50	0,61	42,0	3	219,1	217,0	194,5	1,13	1,12
L3B	92,66	0,59	41,6	5	264,8	218,2	232,0	1,14	0,94
L4B	98,08	0,56	40,5	7	318,1	220,9	254,5	1,25	0,87
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$ $V$ : Ruptura por punção $V_{wb}$ : Ruptura por viga chata							MA	1,16	1,06
							DP	0,06	0,21
							CV(%)	5,44	19,67

Para as lajes com pilares de índice 1, 3 e 5, as estimativas mantiveram-se com média de 13% acima das cargas experimentais, mostrando uniformidade nas estimativas tanto para as lajes com maiores taxas de armadura de flexão secundária como aquelas com menores taxas. Os resultados apresentados na Tabela 5.6 mostram ainda que pelas estimativas a ruptura do tipo viga chata poderia ter ocorrido nas lajes L3A, L4A, L3B e L4B, já que as cargas últimas destas foram superiores as estimativas, o que de fato não ocorreu. A Figura 5.6 mostra a comparação entre as estimativas desta norma e os resultados obtidos experimentalmente.

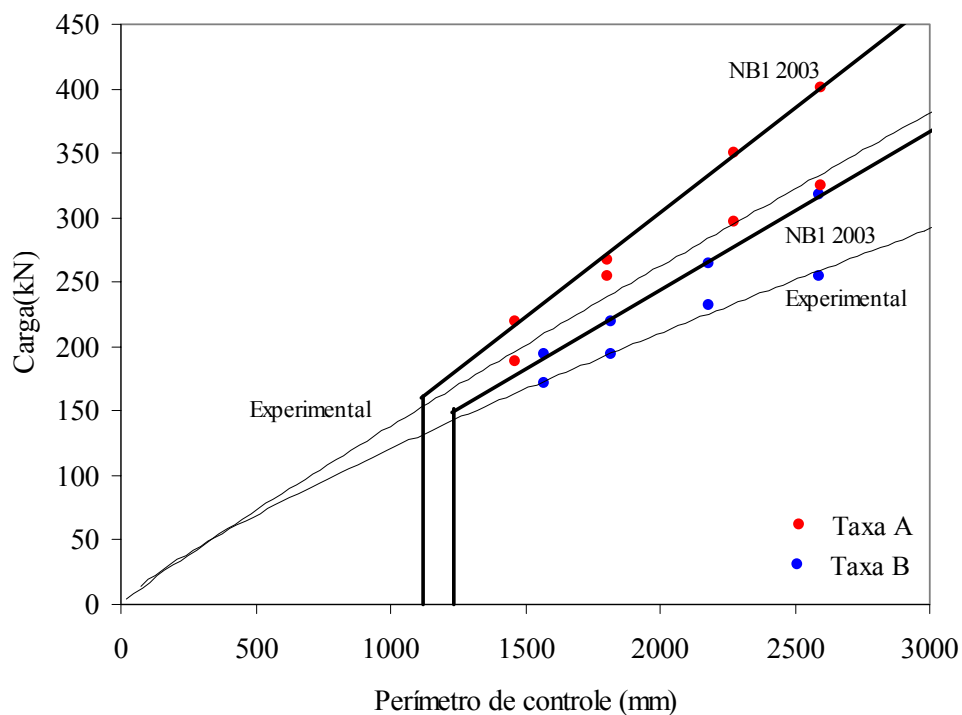


Figura 5.6 – Comparação entre a estimativa da NBR 6118 (ABNT 2003) e os resultados experimentais

Como já comentado no Capítulo 4, Oliveira (2003) apresentou um método para considerar os efeitos da flexão em lajes lisas, a partir de fatores ( $\lambda$ ) que dependem da posição dos lados dos pilares em relação aos vãos das lajes. Esses fatores, que visam corrigir os resultados estimados pela NBR 6118 (ABNT 2003), são introduzidos na expressão para o cálculo da resistência à punção, conforme a Equação 5.1.

$$V_{\lambda} = \frac{0,182}{\lambda} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \cdot d \cdot u_1 \quad (5.1)$$

O autor propôs fatores para três situações dentre as quais uma representa a situação de estudo deste trabalho, onde as lajes são predominantemente solicitadas em uma direção e a maior dimensão do pilar ( $c_{\max}$ ) está posicionada perpendicularmente ao vão da laje. Para esta situação, o fator de flexão recomendado assume o valor de  $\lambda = 0,93 \cdot (c_{\max} / d)^{0,14}$ . Na Tabela 5.7 são apresentados os resultados das NBR 6118 (ABNT 2003) corrigidos pelo fator de flexão sugerido. Os resultados da tabela indicaram que estimativas corrigidas da NBR 6118 (ABNT 2003) para as lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (3, 5 e 7) ficaram próximas dos resultados experimentais, porém, para as lajes com pilares de menores índices de retangularidade (1), observou-se que as estimativas corrigidas superestimaram as resistências das lajes observadas nos ensaios, que era de 14,5%, em média de 25%. Portanto, verificou-se que os fatores de flexão melhoraram as estimativas das lajes unidirecionais com pilares de índices de retangularidade superiores a 1.

Tabela 5.7 – Resultados da NBR 6118 (ABNT 2003) corrigidos pelo fator de flexão ( $\lambda$ ) sugerido por Oliveira (2003)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$V_{\lambda}$ (kN)	$V_{wb\lambda}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{V_{\lambda}}{P_u}$	$\frac{V_{wb\lambda}}{P_u}$
L1A	89,33	1,22	41,3	1	237,4	292,2	188,5	1,26	1,55
L2A	89,33	1,22	40,0	3	248,3	247,9	254,0	0,98	0,98
L3A	99,72	1,09	39,7	5	307,5	243,5	297,0	1,04	0,82
L4A	98,55	1,11	40,4	7	335,3	232,3	325,0	1,03	0,71
L1B	98,08	0,56	41,4	1	213,2	244,1	172,0	1,24	1,42
L2B	90,50	0,61	42,0	3	203,8	201,8	194,5	1,05	1,04
L3B	92,66	0,59	41,6	5	230,0	189,6	232,0	0,99	0,82
L4B	98,08	0,56	40,5	7	265,8	184,5	254,5	1,04	0,73
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ e $d = (d_x + d_y)/2$							MA	1,08	1,01
$V_{\lambda}$ : Ruptura por punção $V_{wb\lambda}$ : Ruptura por viga chata							DP	0,10	0,30
							CV(%)	9,42	29,37

As Figuras 5.7 e 5.8 mostram a influência da variação da relação do perímetro de controle na variação das cargas últimas das lajes. Observa-se que a taxa de crescimento das resistências obtidas nos ensaios diminui com incrementos no perímetro de controle, diferente da tendência normativa que sugere comportamento linear, sempre resultando no aumento de resistência. O aumento da carga de ruptura experimental não se apresentou de forma linear com o aumento do perímetro de controle, indicando que a taxa de crescimento da carga diminui com o aumento do perímetro de controle do pilar ou da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  quando se mantém constante a menor dimensão do pilar ( $c_{\min}$ ).

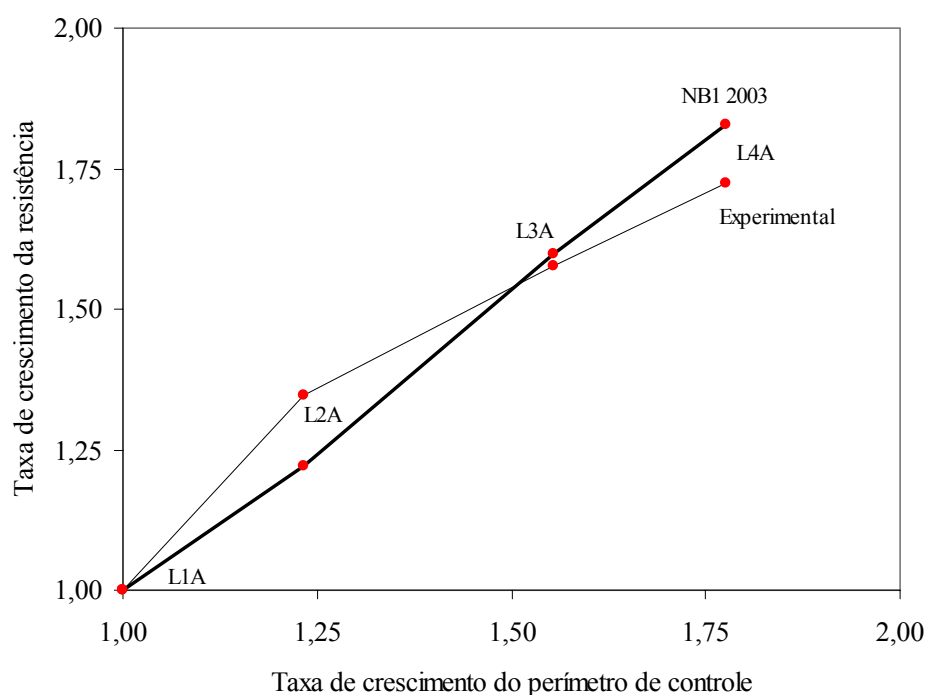


Figura 5.7 – Influência da variação da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  na variação das cargas últimas das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 1,16\%$ )

Observa-se que a norma estimou taxas de crescimento das resistências semelhantes aos incrementos verificados nos resultados experimentais, apresentando valores satisfatórios para as lajes com pilares de índices de retangularidade até 5 (L1A, L2A, L3A, L1B, L2B e L3B), porém os resultados experimentais das lajes com pilares de índices de retangularidade 7 (L4A e L4B) foram menores que as estimativas de crescimento de resistência sugeridas pela NBR 6118 (ABNT 2003).

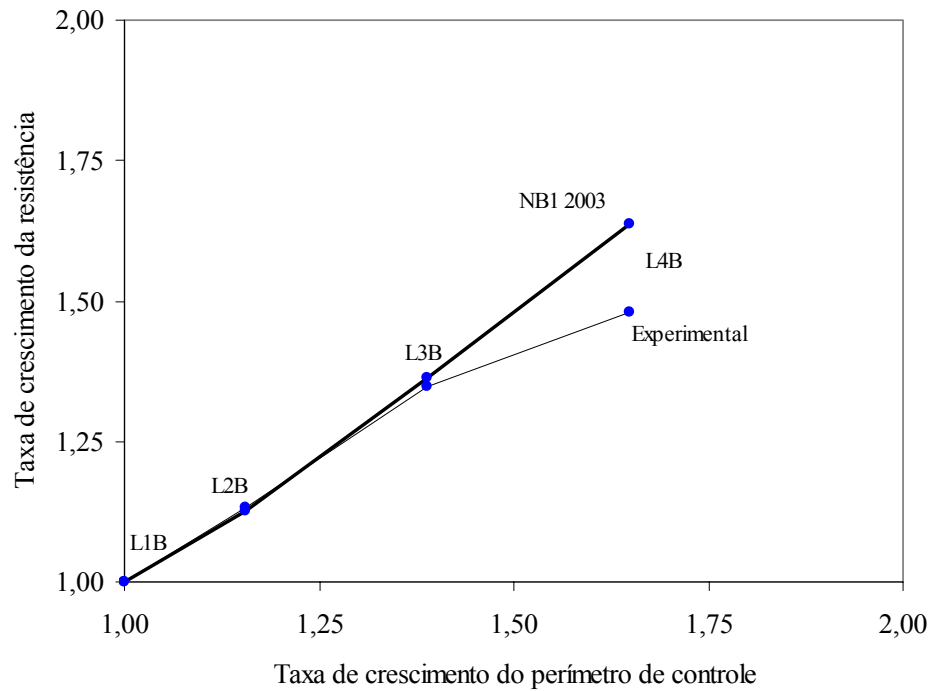


Figura 5.8 – Influência da variação da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  na variação das cargas últimas das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 0,29\%$ )

A Tabela 5.8 apresenta um resumo da relação entre as estimativas normativas e os resultados experimentais desta pesquisa. Na Figura 5.9 apresenta-se o comparativo entre as resistências estimadas e as observadas experimentalmente. A influência da variação da taxa de armadura de flexão secundária na variação das cargas últimas das lajes pode ser observada na Figura 5.10.

Tabela 5.8 – Comparação entre os resultados estimados pelas normas e os experimentais

Laje	$P_u$ (kN)	$\rho$ (%)	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$\frac{V_{ACI}}{P_u}$	$\frac{V_{BS}}{P_u}$	$\frac{V_{CEB}}{P_u}$	$\frac{V_{EC}}{P_u}$	$\frac{V_{NB178}}{P_u}$	$\frac{V_{NB103}}{P_u}$
L1A	188,5	1,22	1	0,71	1,04	1,15	0,92	0,60	1,16
L2A	254,0	1,22	3	0,64	0,95	1,04	0,83	0,69	1,05
L3A	297,0	1,09	5	0,70	1,07	1,17	0,97	0,68	1,18
L4A	325,0	1,11	7	0,73	1,13	1,22	1,01	0,61	1,23
L1B	172,0	0,56	1	0,90	1,02	1,12	0,92	0,75	1,13
L2B	194,5	0,61	3	0,88	1,02	1,12	0,90	0,91	1,13
L3B	232,0	0,59	5	0,84	1,04	1,13	0,91	0,79	1,14
L4B	254,5	0,56	7	0,93	1,14	1,24	1,02	0,77	1,25
$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$			MA	0,79	1,05	1,15	0,93	0,73	1,16
			DP	0,11	0,06	0,06	0,06	0,10	0,06
			CV(%)	13,45	5,92	5,41	6,46	14,21	5,44

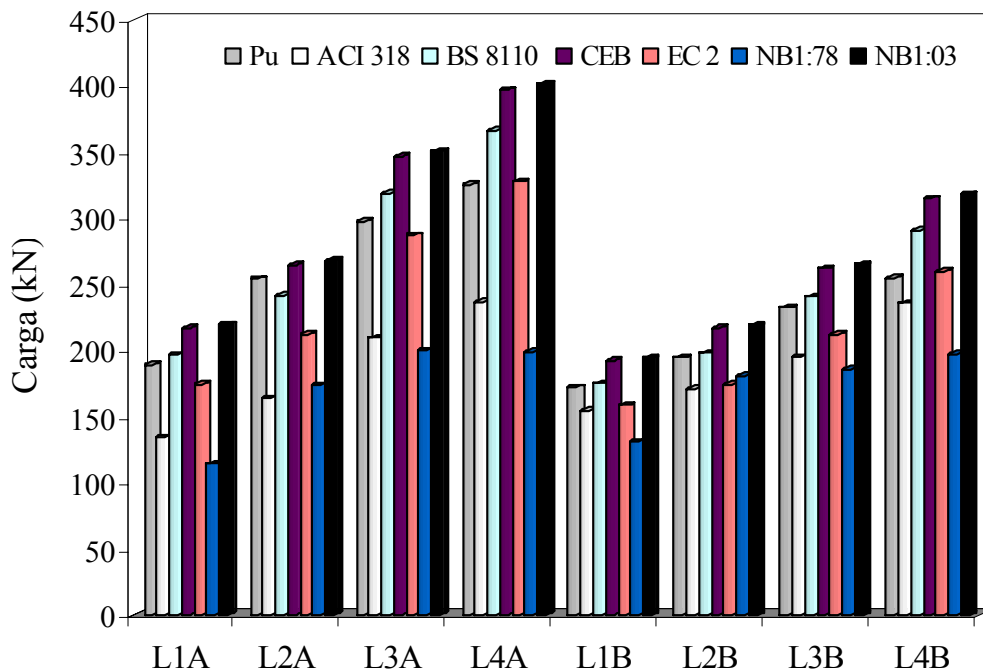


Figura 5.9 – Comparação entre os resultados estimados e os experimentais

Observa-se na Figura 5.10 que as normas estimaram os incrementos de resistências das lajes semelhantes aos incrementos verificados experimentalmente, com exceção das normas ACI 318 e NBR 6118 (ABNT 1978), já que ambas não consideram em suas estimativas a influência da armadura de flexão, mostrando-se conservadoras.

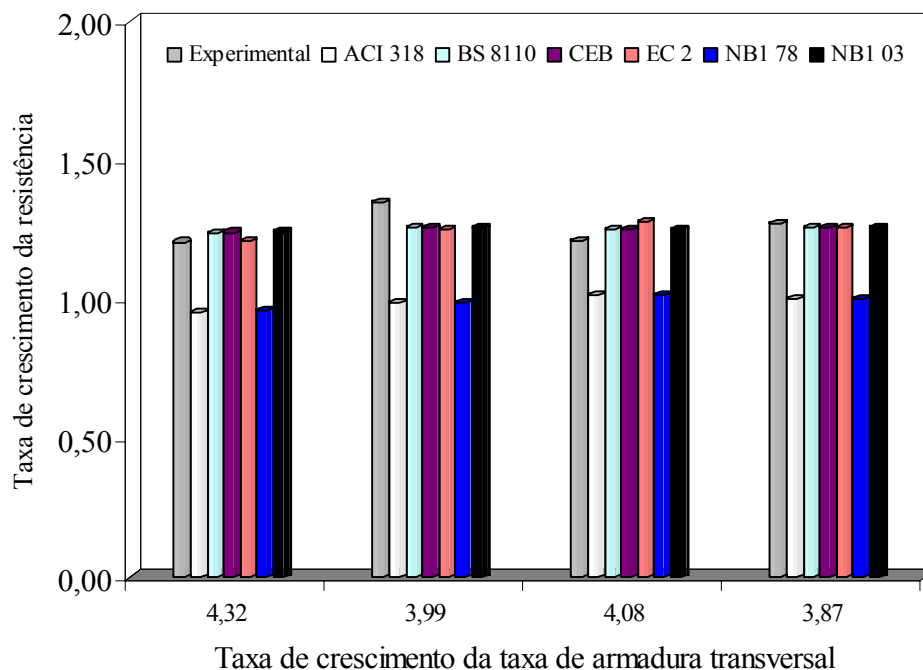


Figura 5.10 – Influência da variação da taxa de armadura de flexão secundária na variação das cargas últimas das lajes



## 6 ANÁLISE NUMÉRICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Neste capítulo são apresentados os resultados da análise numérica linear-elástica das 8 lajes lisas de concreto armado ensaiadas nesta pesquisa. A modelagem das lajes foi realizada a partir da simulação de modelos tridimensionais das lajes e da armadura de flexão por uma malha com o mesmo número de barras em cada direção. A influência de parâmetros como a resistência à compressão do concreto, resistência do aço, variação da armadura de flexão secundária, também foram consideradas na análise. Os valores obtidos numericamente como deslocamentos, tensões no concreto e forças nas barras das armaduras de flexão, foram comparados com os resultados experimentais. A Figura 6.1 mostra um exemplo de estrutura em laje lisa implementada numericamente no *Software SAP 2000 (Non Linear)* e as Figura 6.2 e 6.3 mostram a deformada da estrutura e a distribuição das tensões máximas em torno dos pilares com a indicação da região que foi representada pelas lajes desta pesquisa.

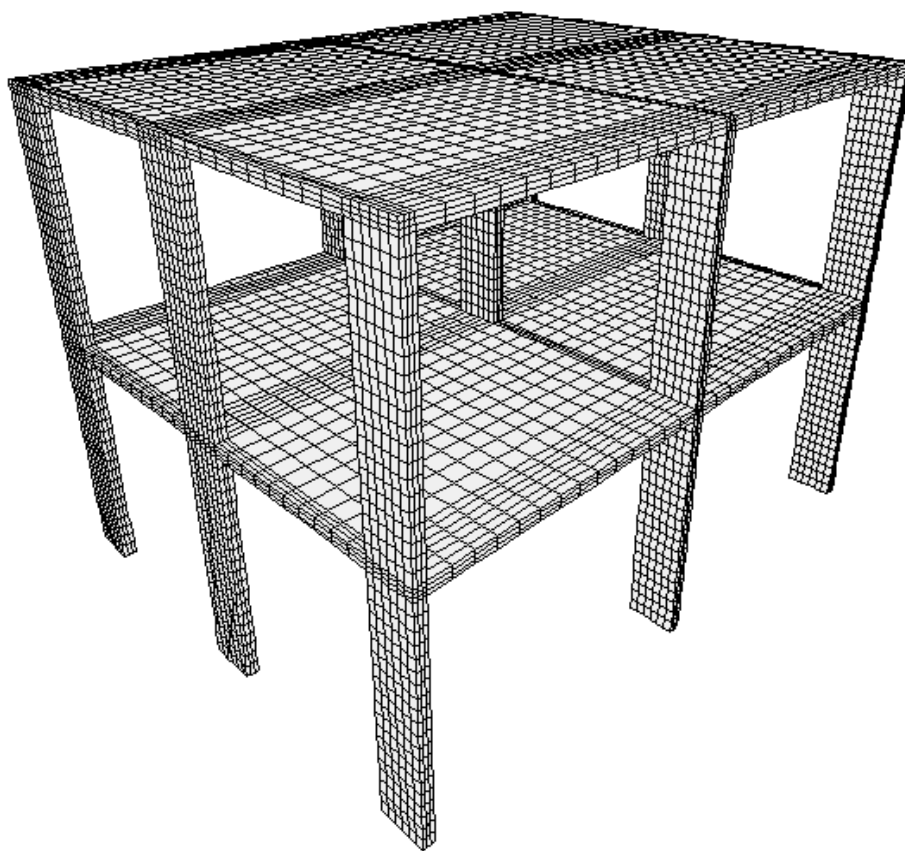


Figura 6.1 – Estrutura em lajes lisas com dois pavimentos

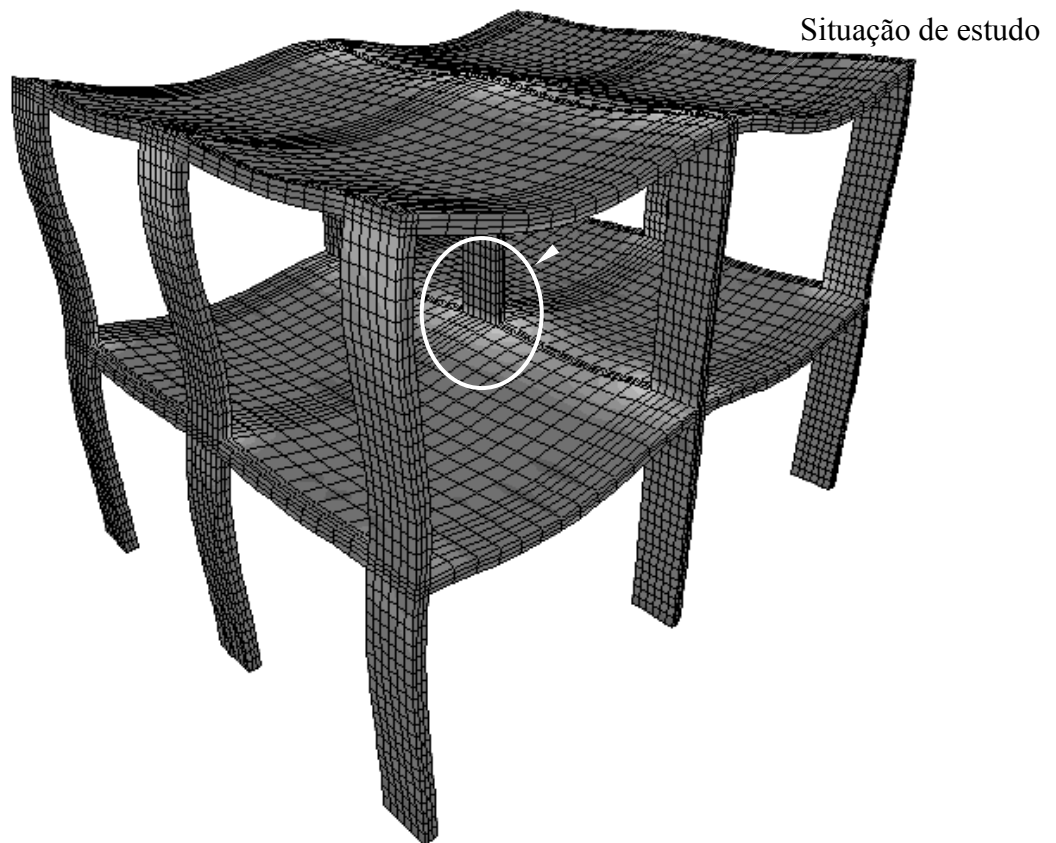


Figura 6.2 – Deformada da estrutura em lajes lisas

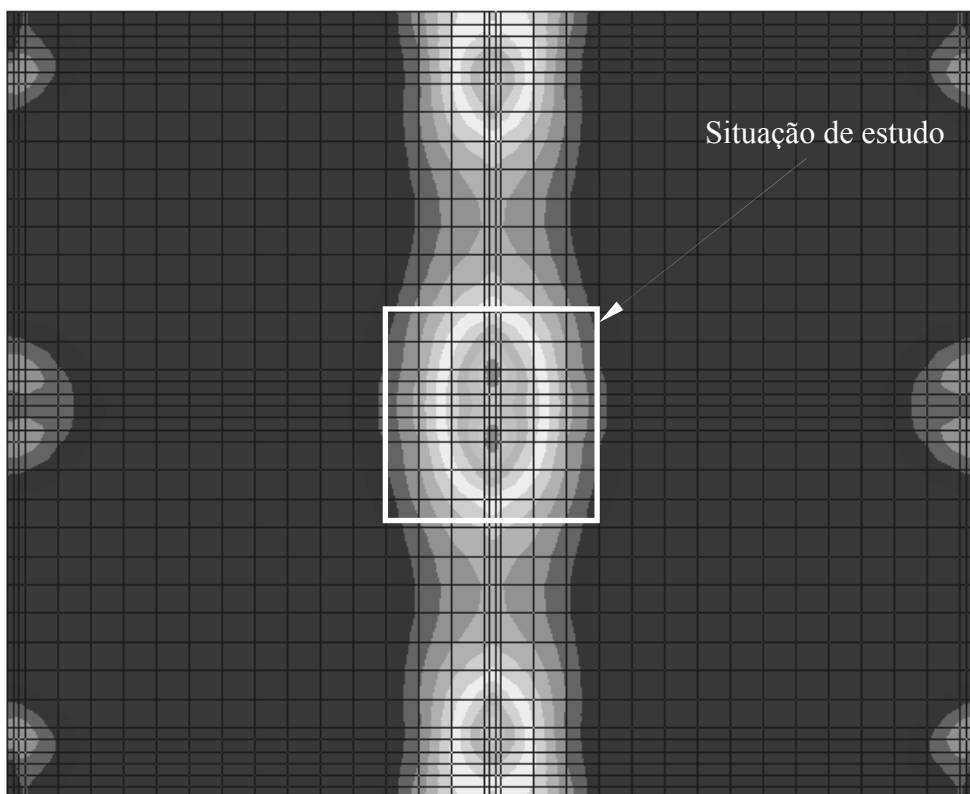


Figura 6.3 – Tensões máximas no pavimento caracterizando situação de laje lisa unidirecional

## 6.1 Modelos das Lajes

A modelagem numérica foi conduzida por uma análise que considera a variação do índice de retangularidade do pilar e a variação da taxa de armadura secundária das lajes, através da simulação de modelos numéricos das lajes que foram ensaiadas no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará - UFPa. Optou-se pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), que é amplamente utilizado. Foi levada em consideração a geometria das lajes, propriedades dos materiais, condições de apoios da laje, carregamentos e dimensões dos pilares. A análise pelo MEF foi desenvolvida com o auxílio de um programa comercial, o *SAP 2000 Nonlinear*, onde a partir de análises dos resultados fornecidos obteve-se a distribuição das tensões cisalhantes e de flexão, deslocamentos verticais e forças normais.

Segundo Trautwein *et al.* (2007), o melhor modelo numérico para simular um modelo experimental submetido a carregamento simétrico sem a presença de uma coluna, é através da aplicação de carregamento por incrementos de deslocamentos por meio de um pilar de concreto e altura igual a da laje, pois, conforme os autores, em estudos numéricos realizados com a altura do pilar variando de  $h$  (altura da laje) a  $2 \cdot h$ , e aplicação do carregamento por incrementos de deslocamentos ou pressão, os resultados obtidos foram bem coerentes com os experimentais. Como as lajes da presente pesquisa foram moldadas com trechos de pilares de 150 mm de altura, decidiu-se modelar também os pilares para reproduzir o modelo numérico das lajes o mais próximo do modelo experimental.

Nas lajes foram basicamente utilizados elementos tridimensionais, que foram simuladas no programa através de uma malha desses elementos denominados como *Solid*, que por sua vez trata-se de um elemento finito hexagonal com oito nós e três graus de liberdade por nó, ou seja, três deslocamentos em relação aos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , resultando num total de 24 graus de liberdade. A Figura 6.4 mostra um elemento finito considerado na modelagem numérica das lajes.

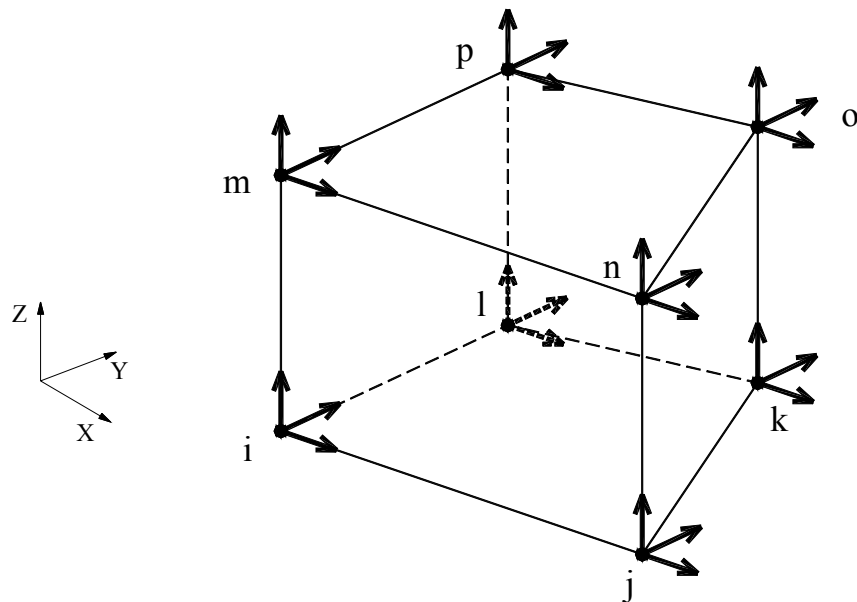


Figura 6.4 - Elemento finito hexagonal trilinear com seus graus de liberdade

As placas de aço que transmitem o carregamento para os trechos de pilares das lajes foram modeladas por elementos finitos de placa que consistem em elementos bidimensionais com quatro nós e três graus de liberdade por nó, duas rotações e um deslocamento transversal, resultando num total de doze graus de liberdade por elemento. A Figura 6.5 mostra o modelo de elemento finito de placa utilizado para as chapas metálicas com espessura de 50 mm.

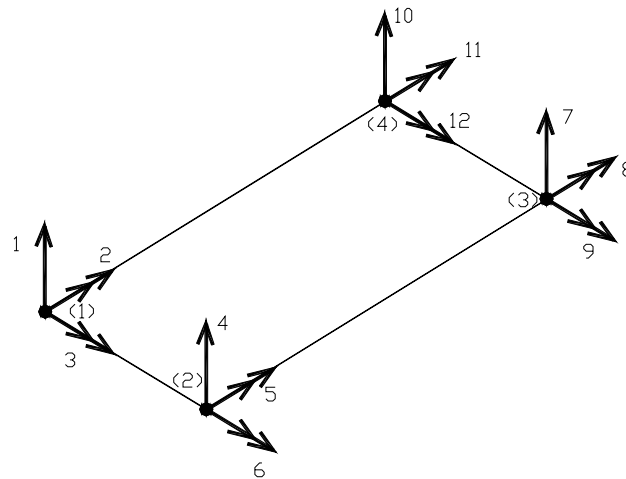


Figura 6.5 - Elemento finito de placa com seus graus de liberdade

Quanto à discretização dos modelos, para representação do material concreto foi utilizado o elemento *Solid* com oito nós e para o aço, o elemento finito de barra tipo *Frame* com dois nós. Vale salientar que a simulação numérica considera o concreto e o aço perfeitamente

aderentes. Nas Figuras 6.6 a 6.9 está representada a malha de elementos finitos com os trechos dos pilares monoliticamente ligados às lajes. A malha de elementos finitos no plano  $xy$  obedece a uma configuração padrão que seguiu o espaçamento das barras de aço, que compuseram as armaduras nas duas direções, dispostas internamente no concreto. Reduziu-se a dimensão dos elementos apenas na região central das lajes, de acordo com as dimensões do pilares. Essas dimensões dos elementos nas regiões próximas à aplicação da carga são sempre as mesmas variando-se apenas a quantidade. Também foram considerados nos modelos numéricos das lajes os cobrimentos superior, inferior e lateral. O cobrimento superior e o inferior ficaram com de 10 mm, enquanto os laterais em torno de 15 mm.

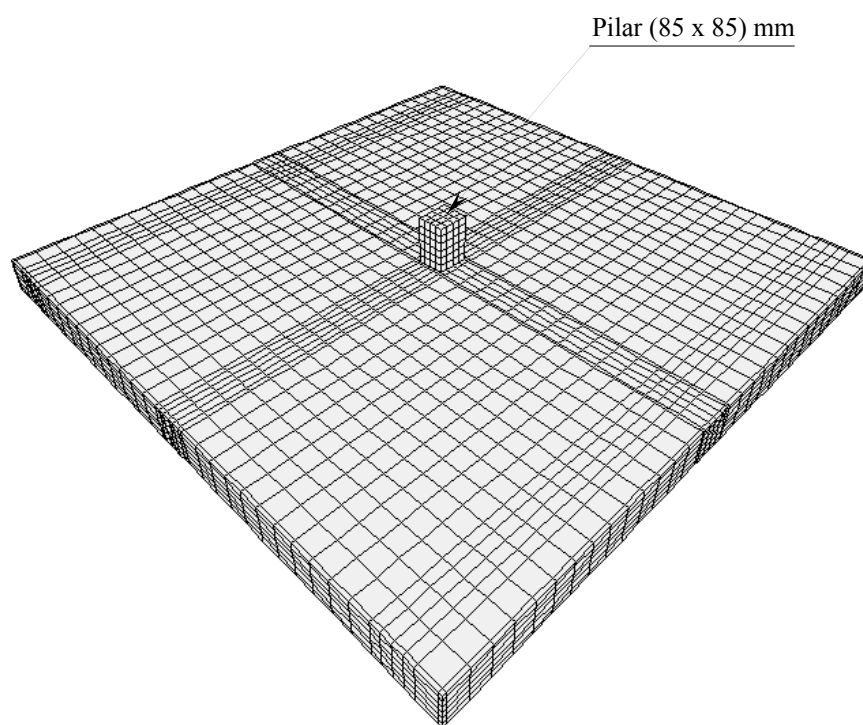


Figura 6.6 – Modelo das lajes L1A e L1B ( $c_{\max}/c_{\min} = 1$ )

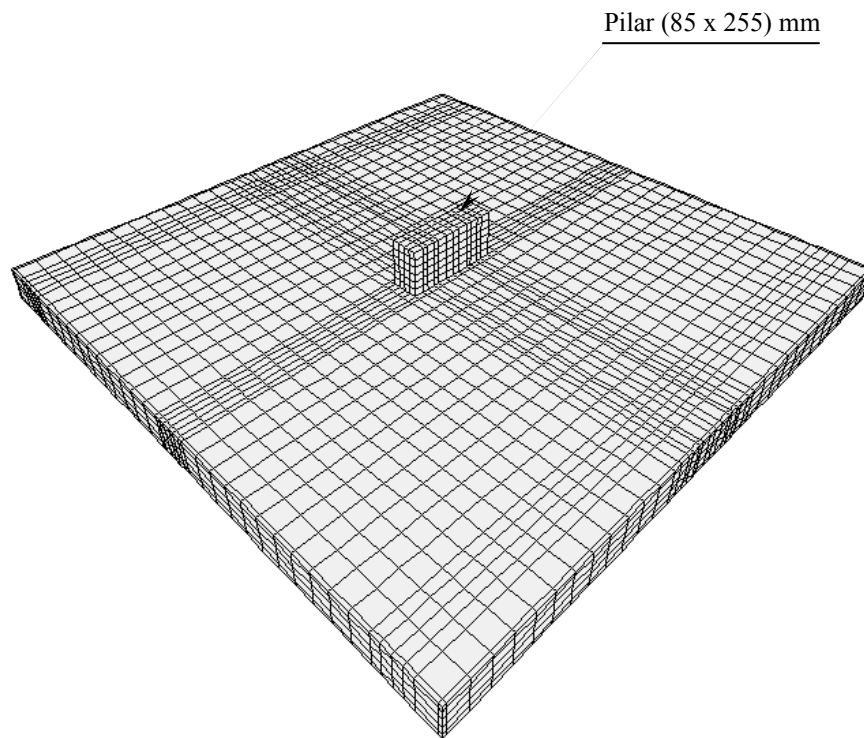


Figura 6.7 – Modelo das lajes L2A e L2B ( $c_{\max}/c_{\min} = 3$ )

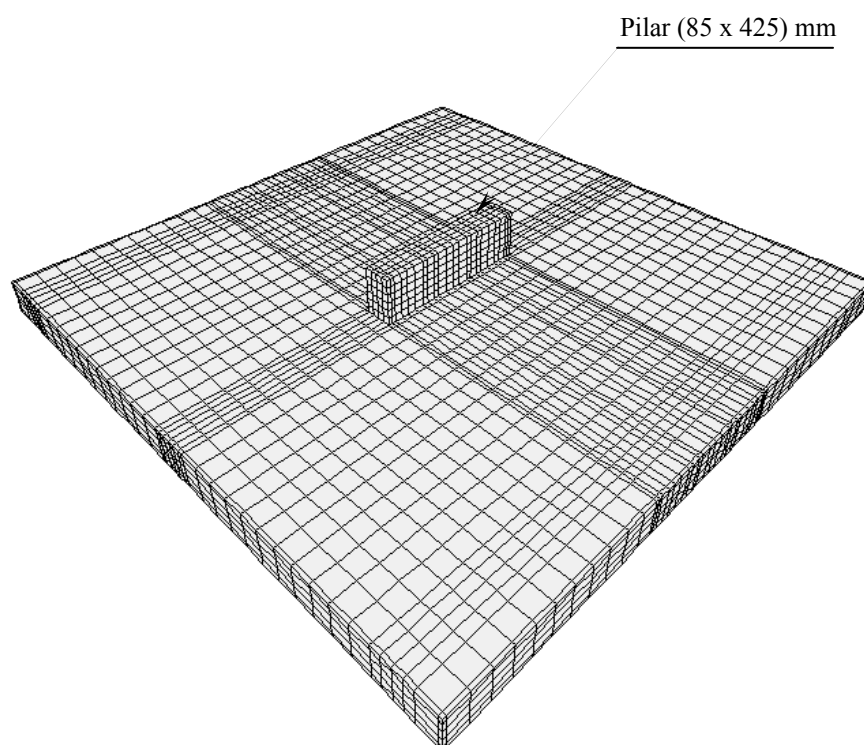


Figura 6.8 – Modelo das lajes L3A e L3B ( $c_{\max}/c_{\min} = 5$ )

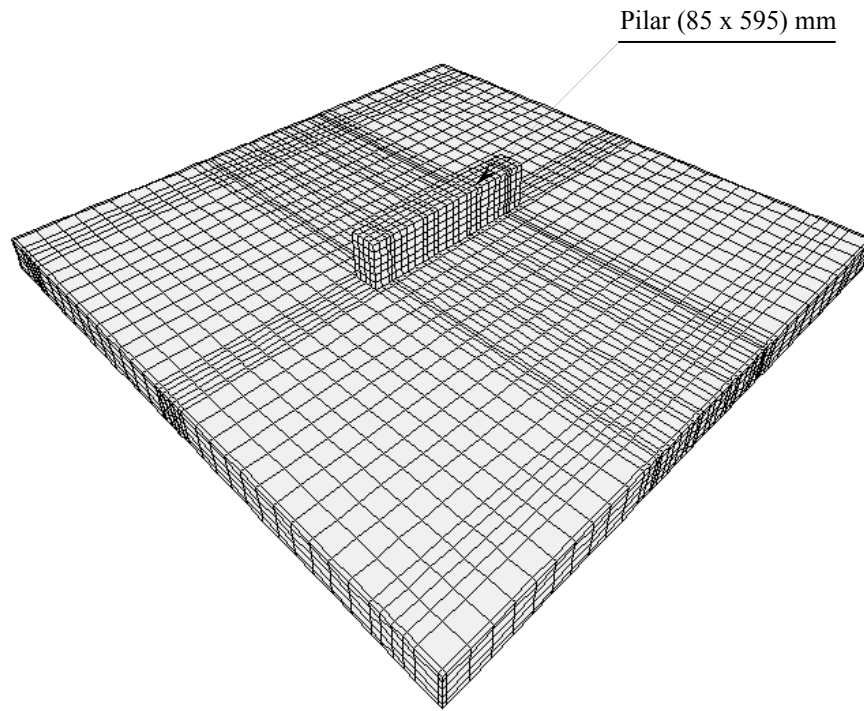


Figura 6.9 – Modelo das lajes L4A e L4B ( $c_{\max}/c_{\min} = 7$ )

A armadura das lajes pode ser observada na Figura 6.10 onde se visualiza inclusive os ganchos nas barras da armadura de flexão principal, que foram feitos na pesquisa experimental para garantir ancoragem adequada à armadura. Os módulos de elasticidade adotados para as barras de aço foram aqueles os obtidos experimentalmente, sendo de 240 GPa e 236 GPa para as barras de aço com diâmetros de 12,5 mm e 6,3 mm, respectivamente.

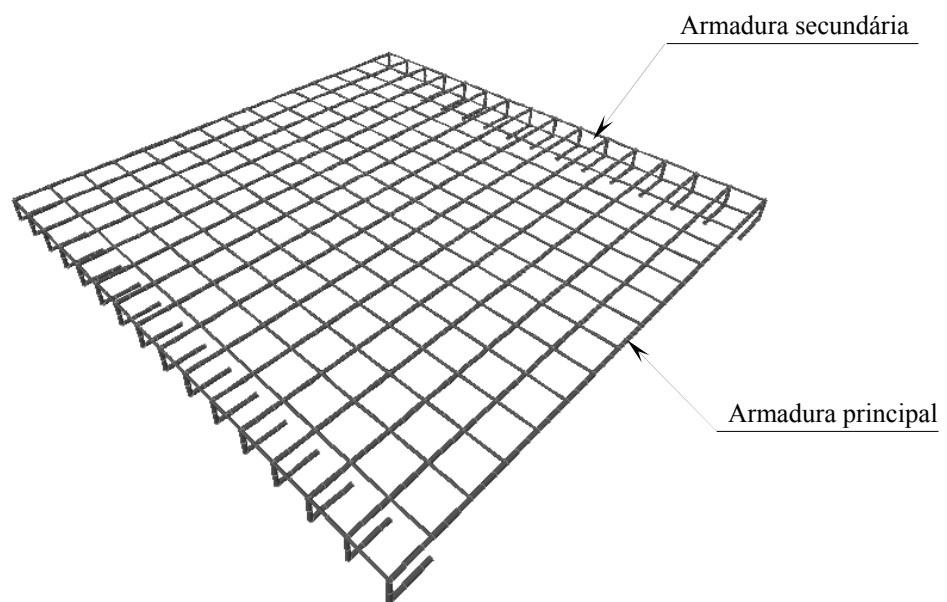


Figura 6.10 – Armadura das lajes por elementos finitos

Os carregamentos aplicados aos modelos numéricos das lajes corresponderam às cargas últimas obtidas nos ensaios, que foram transmitidas aos trechos de pilares através das placas de aço. Os elementos finitos de placa que representaram estas placas metálicas receberam valores de carga distribuídos por unidade de área ( $\text{kN/mm}^2$ ) sob a forma de uma tensão atuando. O peso próprio de todos os tipos de elementos finitos foi considerado automaticamente no programa, sendo necessário apenas estimar os valores dos pesos específicos dos materiais como do concreto ( $\gamma_{\text{esp}} = 25 \text{ kN/m}^3$ ) e o aço ( $\gamma_{\text{esp}} = 78,75 \text{ kN/m}^3$ ). As condições de contorno das lajes foram consideradas como apoios de segundo gênero ao longo da borda direita e apoios de primeiro gênero ao longo da borda esquerda, na superfície superior das lajes, enquanto nas outras duas bordas da laje, não foram considerados quaisquer tipo de restrição, permanecendo livres e, assim, configurando a condição de lajes unidirecionais.

## 6.2 Resultados da Análise Numérica

Após completar a análise pelo método dos elementos finitos, obtiveram-se os valores aproximados dos deslocamentos e esforços nas lajes. Com a visualização das Figuras 6.11 e 6.12 é possível ter-se uma percepção imediata dos locais em que os deslocamentos verticais (flechas) nas lajes com índice retangularidade 1, 3, 5 e 7, apresentam os maiores valores.

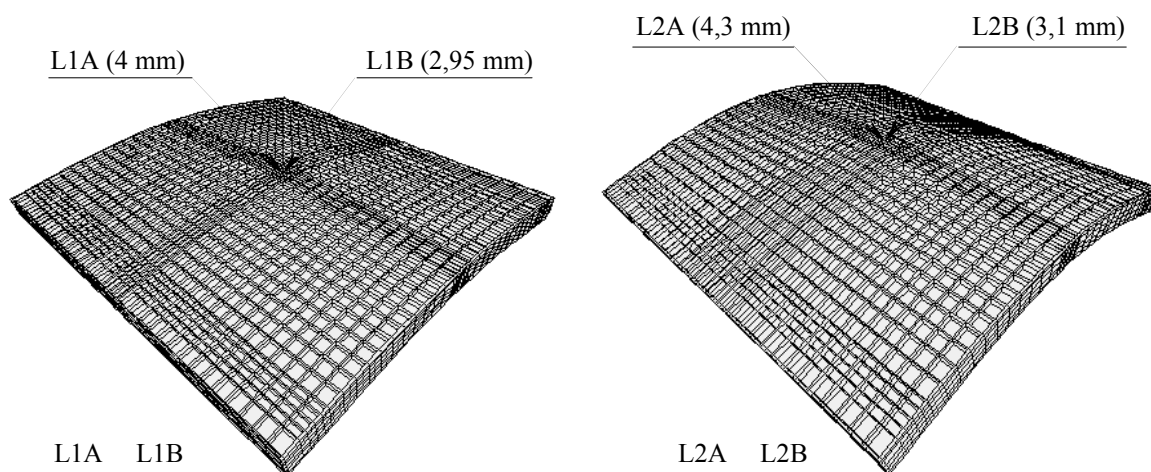


Figura 6.11 – Deformada das lajes L1A, L1B, L2A e L2B



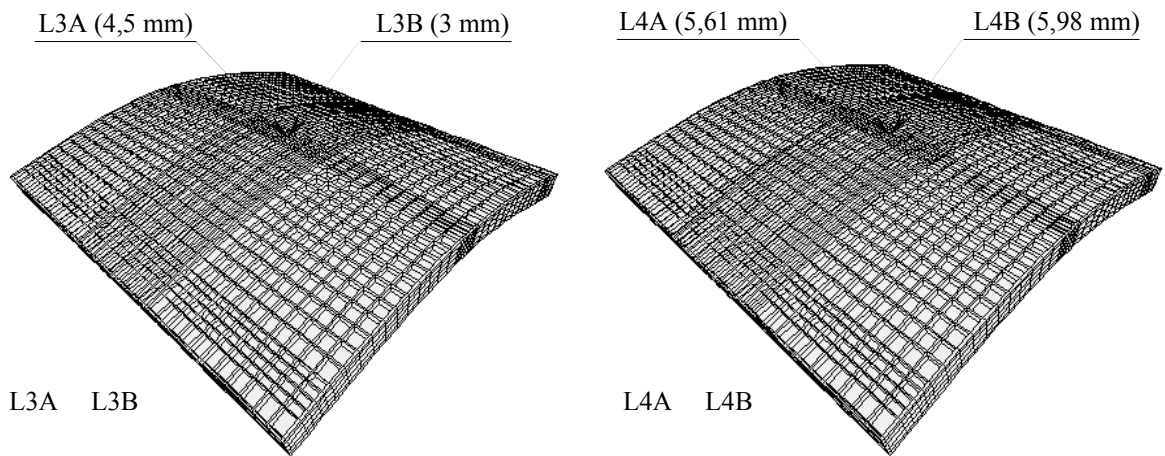


Figura 6.12 – Deformada das lajes L3A, L3B, L4A e L4B

Como as duas diferentes taxas de armadura secundária (A e B) utilizadas nas lajes foram atribuídas na modelagem numérica para verificar a influência delas no comportamento das lajes, foram tomados como referência para avaliação dos deslocamentos verticais os mesmos pontos de instrumentação utilizados no ensaio experimental. As Figuras 6.13 a 6.16 apresentam os resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes (deflectômetro D3). Destaca-se que as armaduras modeladas não influenciaram nos deslocamentos verticais, pois foi efetuada outra análise que desconsiderou as armaduras e constatou-se que os valores foram os mesmos. As diferenças nos resultados numéricos das flechas foram decorrentes do módulo de elasticidade que foi ligeiramente diferente em todas as lajes.

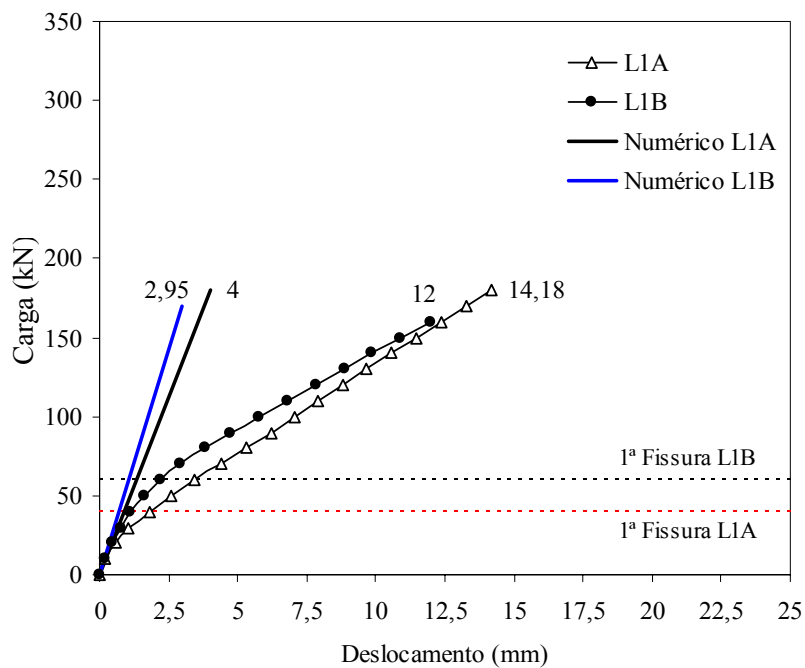


Figura 6.13 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L1A e L1B

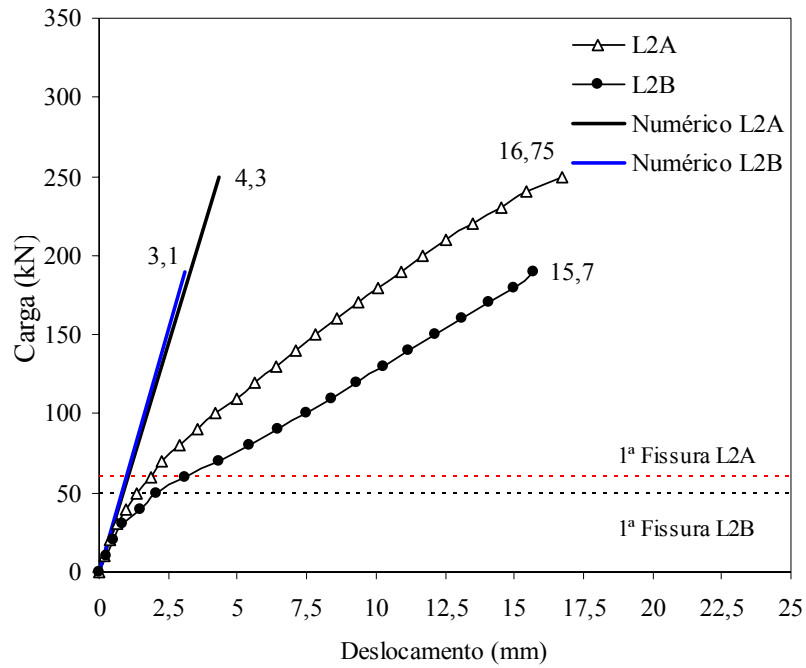


Figura 6.14 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L2A e L2B

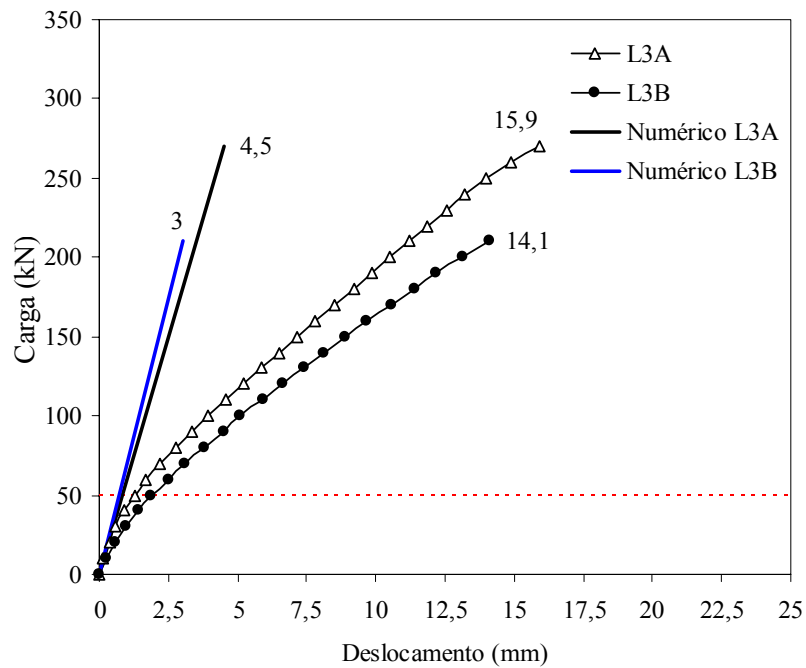


Figura 6.15 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L3A e L3B

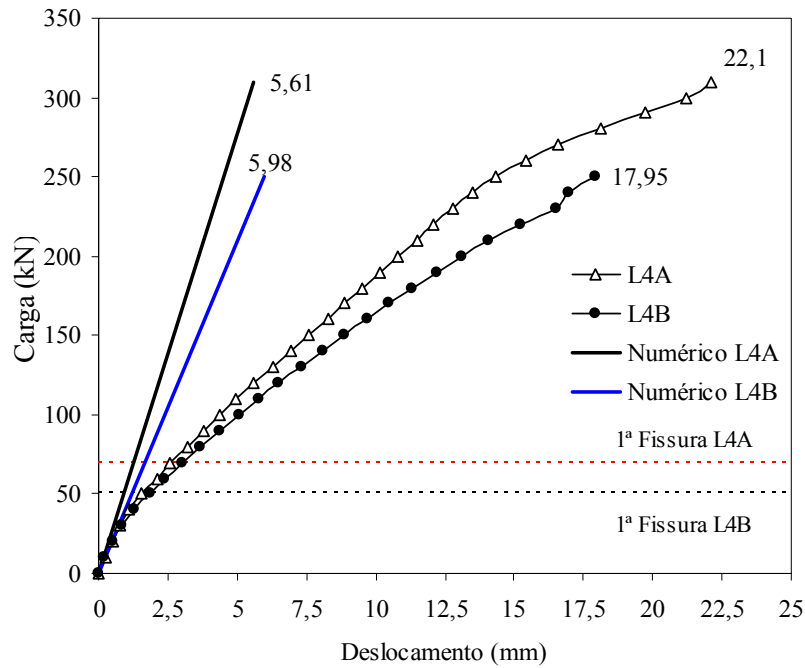


Figura 6.16 – Resultados numéricos dos deslocamentos centrais das lajes L4A e L4B

Como a análise numérica utilizando-se o programa *SAP 2000 (Non Linear)* não fornece resultados de deformações em elementos de barra, os quais foram empregados para simular as armaduras das lajes, para avaliar o nível de solicitação que essas armaduras dos modelos numéricos estavam submetidas, decidiu-se comparar as forças que atuavam nas barras. Nessa comparação, para obter a força em cada barra, empregou-se a lei de Hooke ( $\sigma = \varepsilon \cdot E$ ), onde foram utilizados os resultados das deformações registradas durante os ensaios das lajes, obtendo-se o valor da força com a expressão  $\sigma = P/A$ .

Os resultados numéricos indicaram que a armadura de flexão secundária composta de 16 barras de 12,5 mm (taxa alta  $\rho_x \cong 1,22\%$ ) apresentou maior capacidade de absorver as forças normais. Com a variação da taxa de armadura de flexão secundária nos modelos numéricos, no geral, a armadura de flexão principal das lajes com menores taxas de armadura de flexão secundária (L1B, L2B, L3B e L4B), para um mesmo passo de carga, foram mais solicitadas que as das lajes com maiores taxas de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A). Comparando-se lajes com mesma relação  $c_{max}/c_{min}$ , observou-se naquelas com taxa menor taxa de armadura de flexão secundária, que a solicitação das barras da armadura de flexão principal foi maior, como pode ser observado nas Tabelas 6.1 e 6.2.

As armaduras de flexão inseridas nos modelos numéricos das lajes promoveram diferenças entre os resultados das lajes com maior e menor taxa de armadura de flexão secundária. Avaliando-se as forças no ponto E3 de monitoramento de uma das barras da armadura secundária, os resultados experimentais das lajes L4A e L4B, para uma carga aplicada de 150 kN, apresentaram diferença entre as forças de 140% maior da L4A em relação a L4B. Na análise numérica observou-se uma diferença superior a 200%.

No ponto E2 de monitoramento de uma das barras da armadura de flexão principal, para uma carga de 150 kN aplicada na laje L4A, a força na barra, observada pelo resultado experimental, foi de 70 kN, enquanto na L4B de 60 kN, que representa uma diferença de 23% entre as forças. Na análise numérica, verificou-se que esse ponto também apresentou uma diferença de 23% entre as forças nas barras dessas lajes. Na análise experimental, assim como na numérica, observou-se na laje L4B, com baixa taxa de armadura de flexão secundária, que a armadura principal apresentou solicitações mais acentuadas do que a da L4A, verificando-se que o escoamento desta armadura ocorreu primeiramente na L4B, com nível de carga 16% inferior à carga de escoamento da armadura principal da laje L4A. Ressalta-se que esse comportamento que antecipou o escoamento do aço na laje L4B, também ocorreu nas lajes com pilares de índices de retangularidade 3 e 5.

Tabela 6.1 – Forças nas armaduras principal e secundária (L1A, L1B, L2A e L2B)

Carga de 150 kN		Força (kN)							
Ponto	Armadura	L1A		L1B		L2A		L2B	
		Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num
E2	Principal	56	15	68	14	58	35	64	40
E3	Secundária	51	9	26	31	30	17	20	5

Tabela 6.2 – Forças nas armaduras principal e secundária (L3A, L3B, L4A e L4B)

Carga de 150 kN		Força (kN)							
Ponto	Armadura	L3A		L3B		L4A		L4B	
		Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num	Exp	Num
E2	Principal	54	12	64	15	60	13	70	16
E3	Secundária	15	4	6	1	12	3	5	1

As Figuras 6.17 a 6.20 mostram a distribuição das tensões máximas nas lajes com a variação do índice de retangularidade dos pilares. Percebe-se a tendência para a distribuição das tensões máximas se posicionarem paralelamente às bordas apoiadas. Observa-se claramente nas lajes L4A e L4B que a distribuição das tensões evidencia a predominância de

comportamento de viga. Também pode ser visualizada uma concentração de tensões na laje em torno das menores faces dos pilares, sendo mais evidentes para as lajes com pilares de índices de retangularidade maiores que 3.

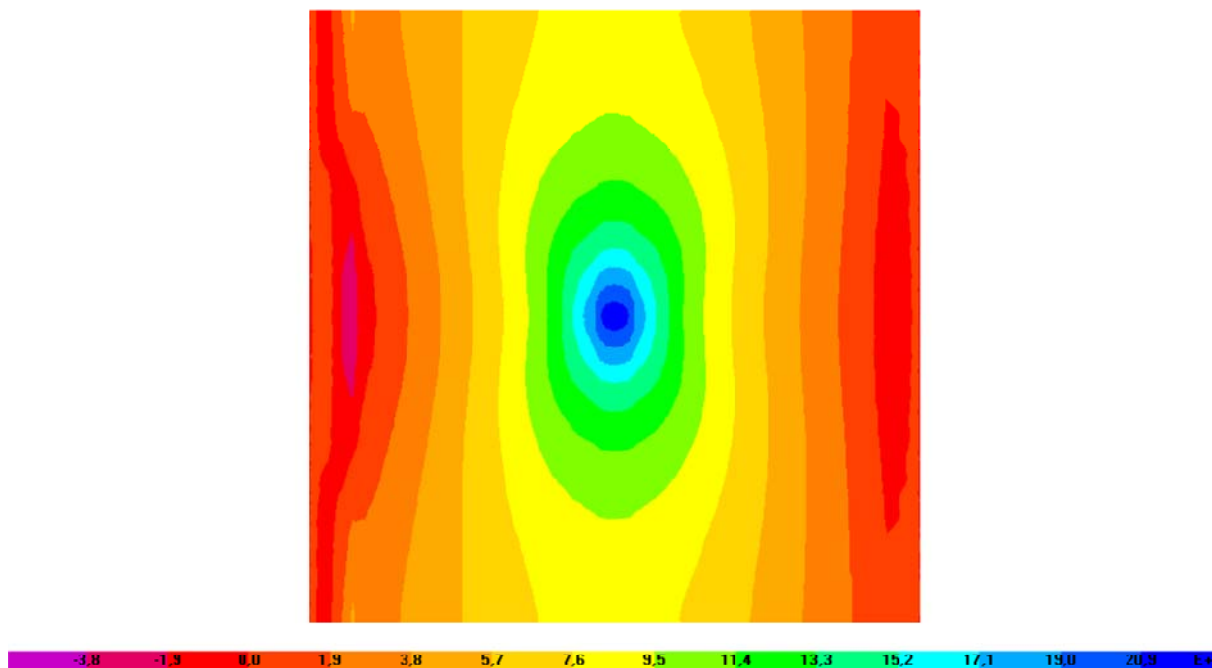


Figura 6.17 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 1

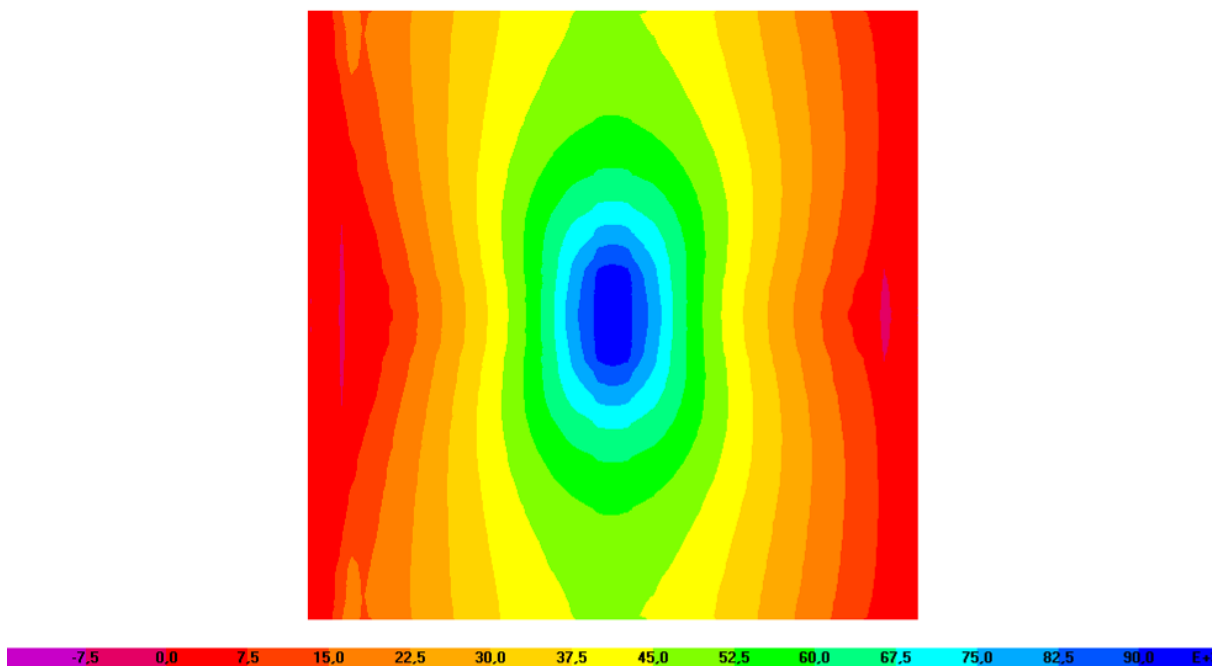


Figura 6.18 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 3

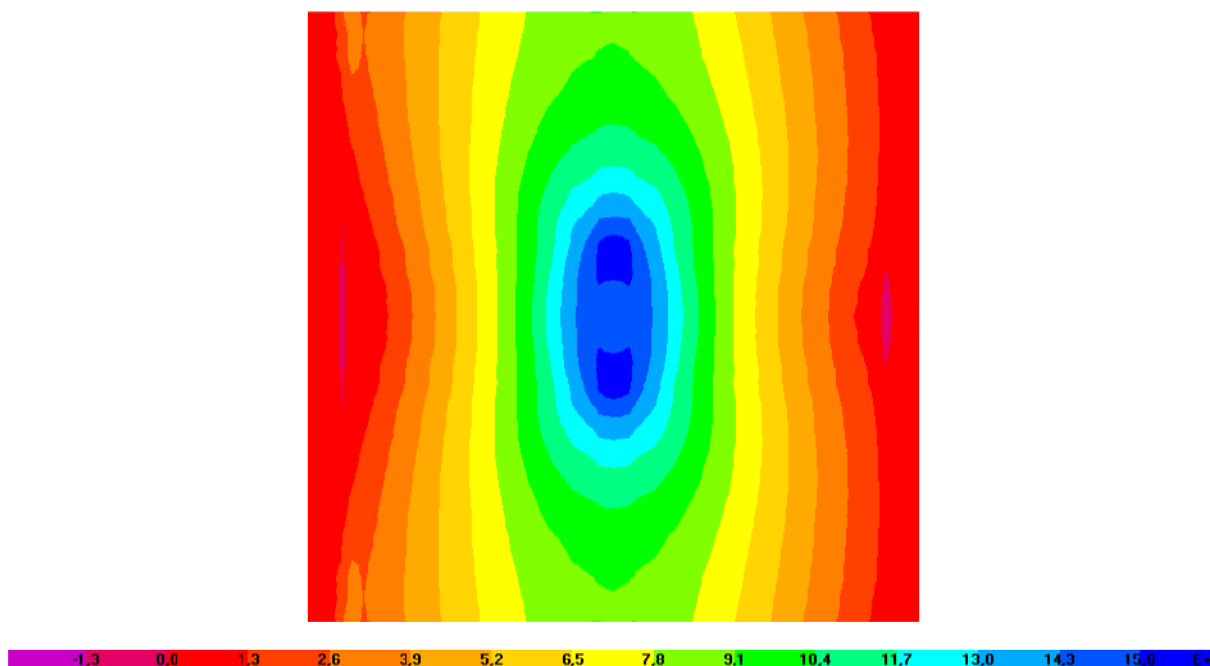


Figura 6.19 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 5

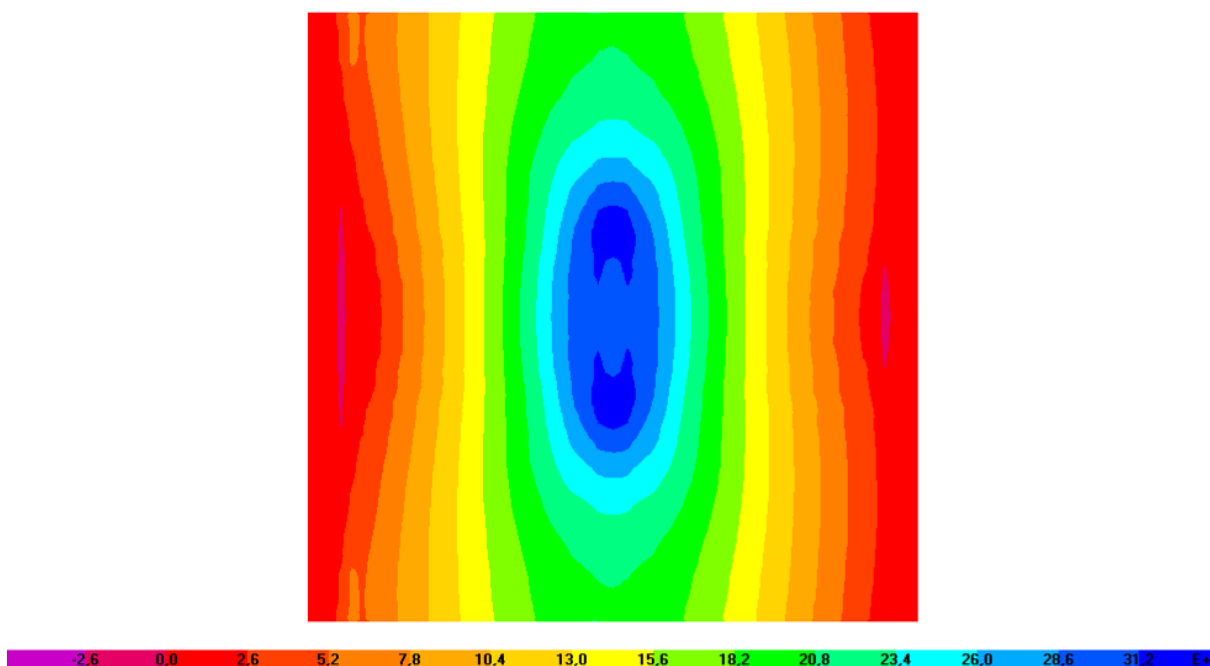


Figura 6.20 – Distribuição de tensões máximas nas lajes com pilares de índice de retangularidade 7

Estudou-se o comportamento das tensões cisalhantes atuantes em pontos (P1 e P2) situados na laje dos quais correspondiam ao perímetro de controle das normas CEB-FIP MC90, NBR

6118 (ABNT 2003) e EUROCODE 2, assim como pontos médios situados nas faces dos pilares (P4 e P3), como pode ser observado na Figura 6.21.

Para as lajes com pilares de índice de retangularidade 1, as tensões cisalhantes verificadas nos pontos localizados nas faces do pilar (P3 e P4), foram praticamente iguais. Observou-se, para as lajes com pilares de índices de retangularidade 7, a ocorrência de tensões acentuadas no ponto localizado na face menor do pilar (P4), com diferença de 14% acima do valor numérico verificado no ponto localizado na maior face do pilar (P3). As Figuras 6.22 a 6.29 mostram a distribuição das tensões cisalhantes nas lajes de acordo com o índice de retangularidade admitido. Na Tabela 6.3 são apresentados os valores do índice de polarização elástico ( $v_4/v_3$ ), dado pela relação entre as tensões cisalhantes que atuam nas faces menor (P4) e maior (P3) do pilar.

Tabela 6.3 – Índice de polarização elástico

Ponto	L1A	L1B	L2A	L2B	L3A	L3B	L4A	L4B
$v_4/v_3$	1	1	1,08	1,08	1,12	1,12	1,14	1,14

Como podem ser observados, os resultados numéricos das tensões cisalhantes foram maiores nas regiões próximas aos menores dos lados dos pilares, com maiores intensidades ocorrendo para as lajes com pilares de índices de retangularidade acima de 3. Essas regiões com concentrações de tensões acentuadas favorecem o escoamento das barras das armaduras de flexão, que, por conseguinte, possibilitam maiores rotações entre a menor face do pilar e a borda livre da laje, cujas rotações foram observadas nos ensaios das lajes.

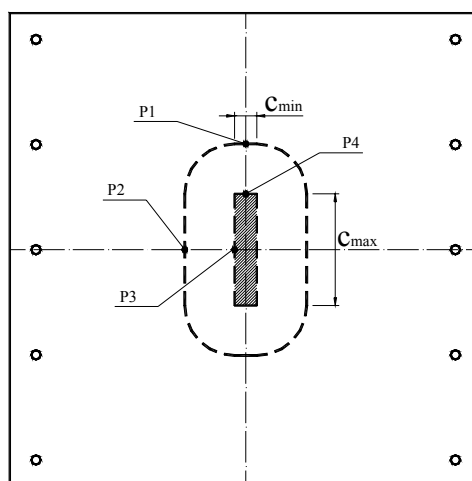


Figura 6.21 – Pontos avaliados na análise pelo Método dos Elementos Finitos

Observou-se que a análise numérica pelo MEF utilizado em regime linear-elástico fornece resultados satisfatórios em termos de esforços e tensões atuantes em lajes lisas unidireccionais, porém, deixa a desejar na avaliação das flechas, para isso necessitando da consideração de um comportamento não-linear dos materiais utilizados nos modelos tridimensionais.

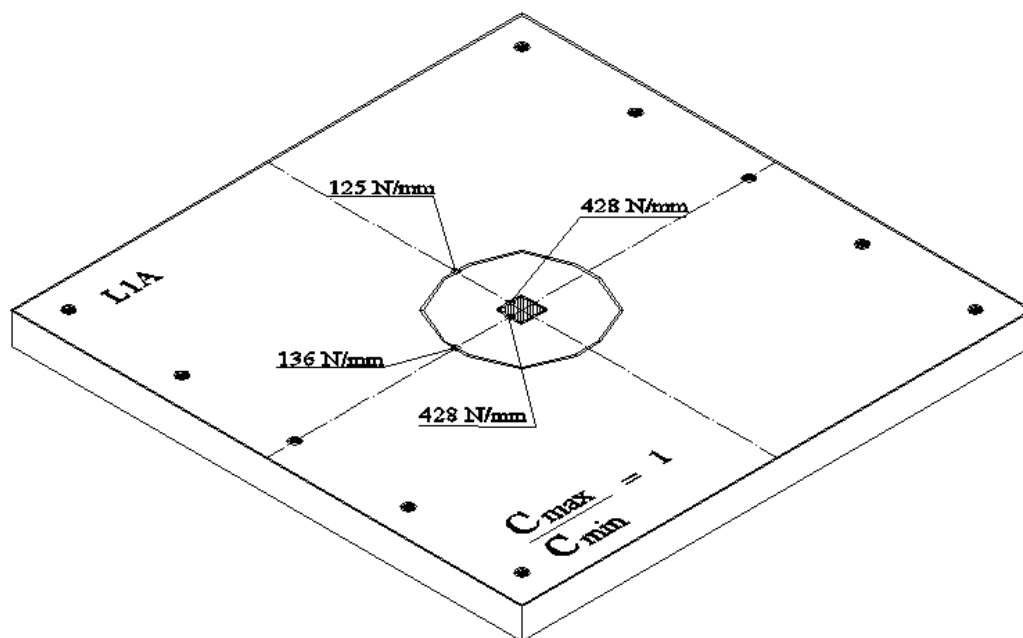


Figura 6.22 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L1A

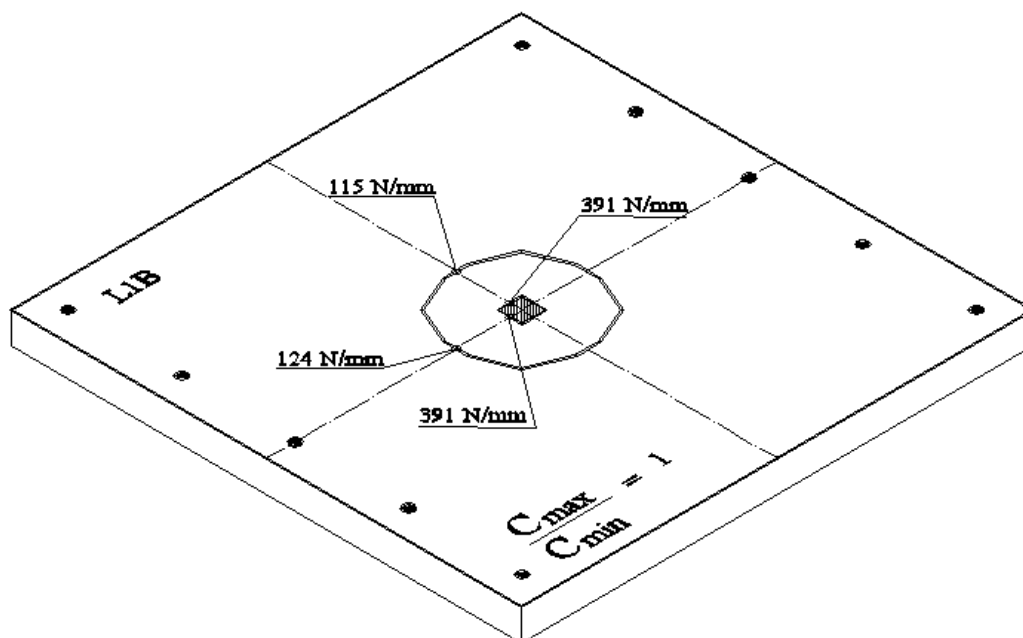


Figura 6.23 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L1B



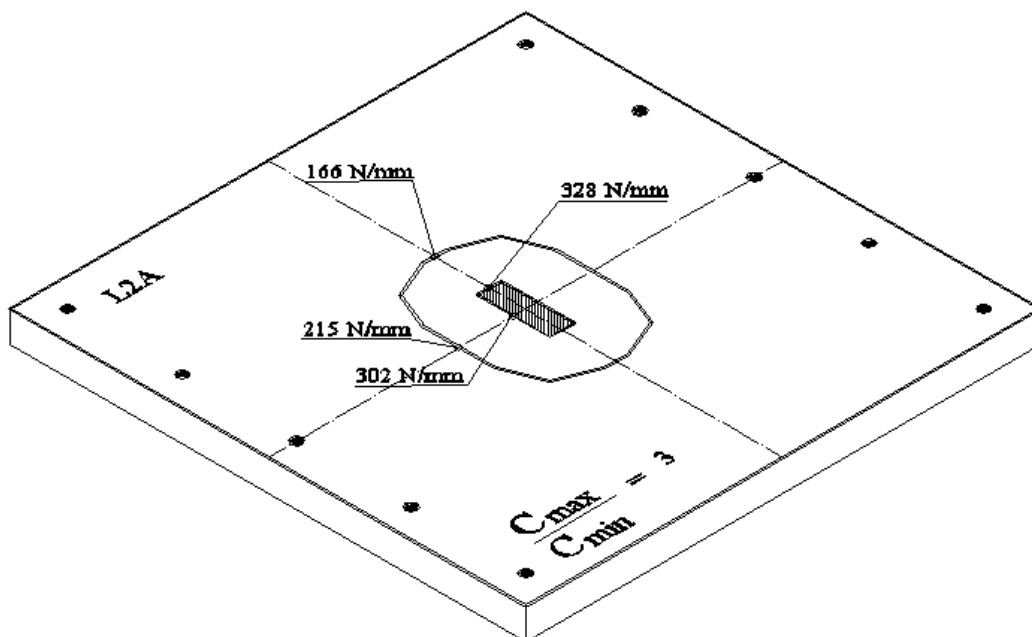


Figura 6.24 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L2A

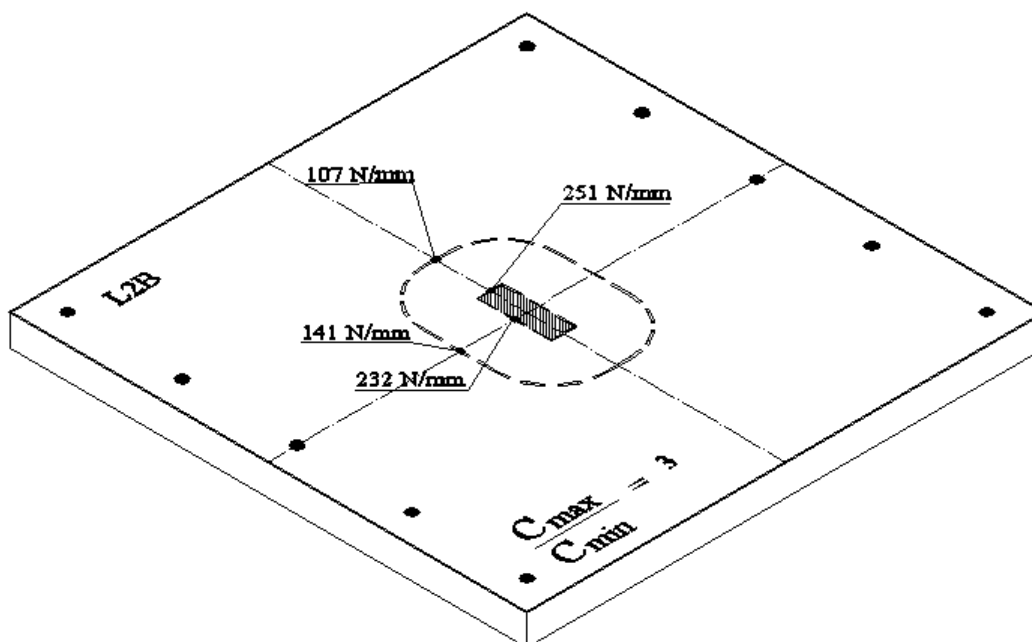


Figura 6.25 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L2B

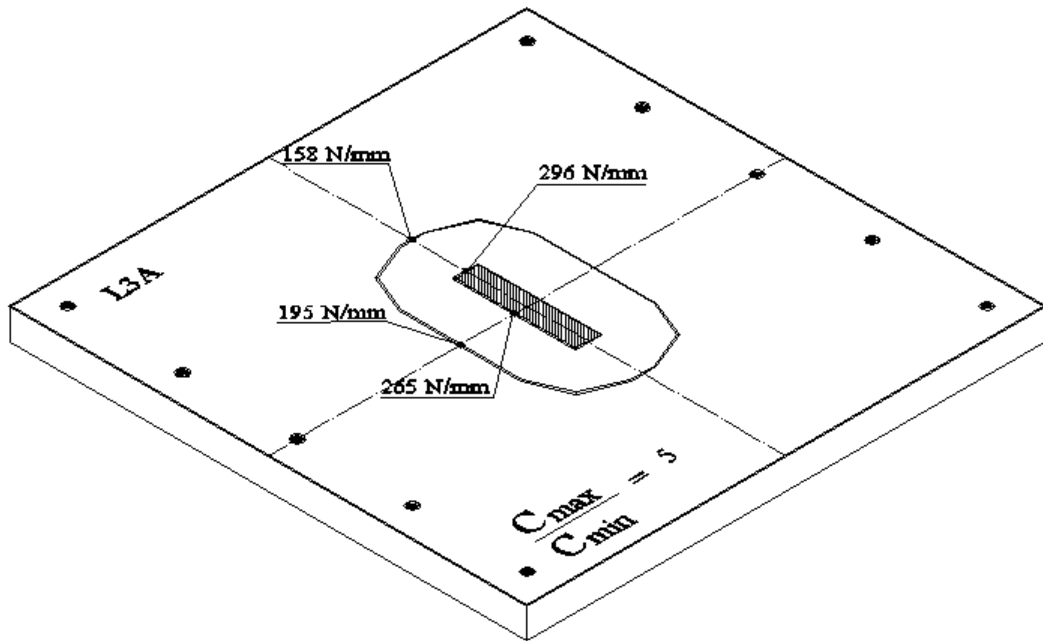


Figura 6.26 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L3A

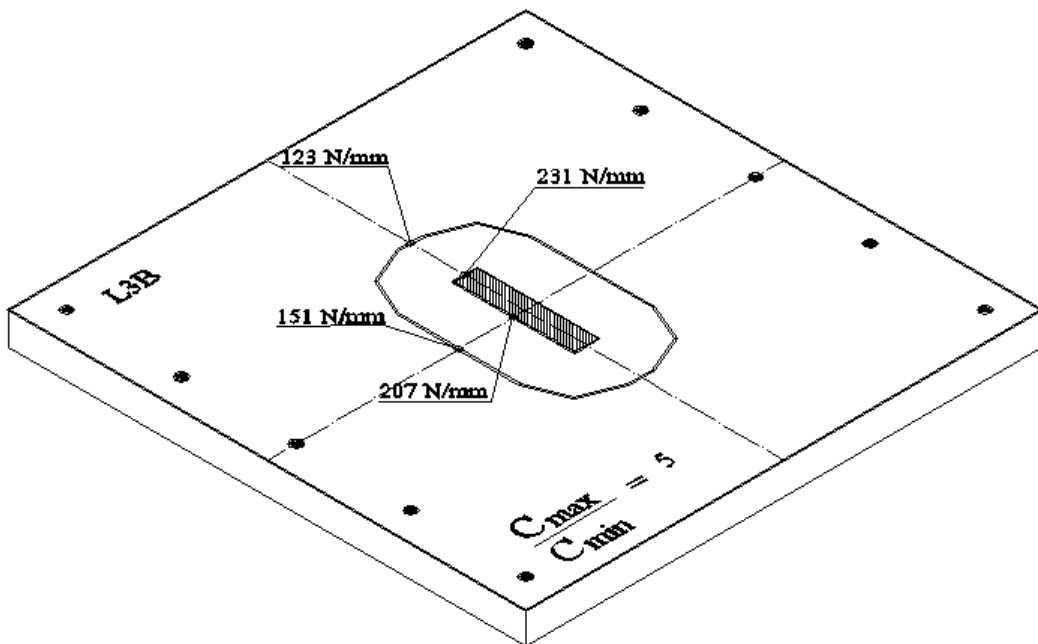


Figura 6.27 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L3B

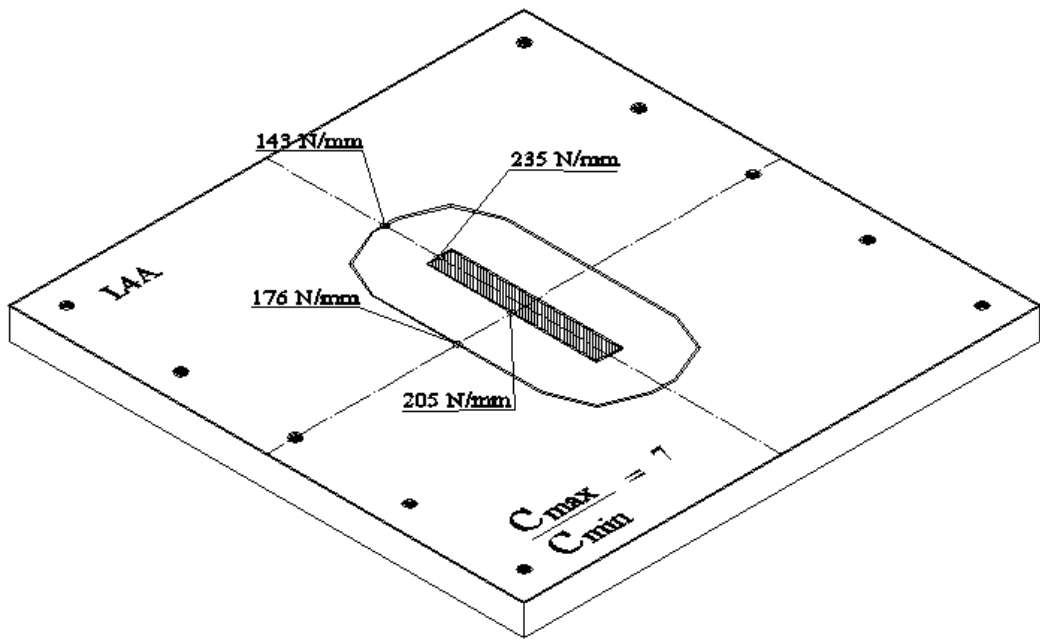


Figura 6.28 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L4A

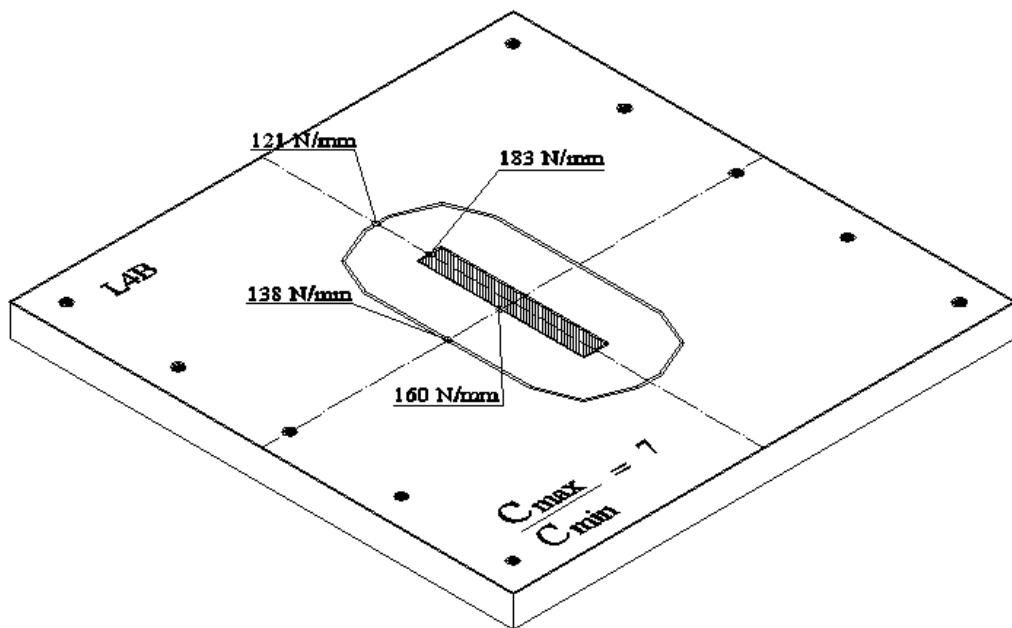


Figura 6.29 – Tensões cisalhantes no perímetro de controle da laje L4B

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 Conclusões

#### 7.1.1 Programa Experimental

##### 7.1.1.1 Lajes

O objetivo desta pesquisa foi estudar o comportamento e resistência de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, submetidas à punção simétrica tendo como variáveis a taxa de armadura de flexão secundária e o índice de retangularidade dos pilares ( $c_{\max}/c_{\min}$ ), que neste caso conduziu o aumento do perímetro de controle. Foram ensaiadas 8 lajes quadradas de 1.800 mm de lado com pilares monoliticamente ligados variando a relação  $c_{\max}/c_{\min}$  de 1, 3, 5 e 7, que experimentaram cada taxa de armadura de flexão secundária. Após analisar as influências do índice de retangularidade dos pilares e as contribuições da taxa de armadura de flexão secundária nas cargas últimas das lajes e nos modos de ruptura, observou-se que os resultados experimentais indicaram que essas variáveis além de elevar a resistência da ligação podem fornecer certa ductilidade à ruptura da laje.

##### 7.1.1.2 Deslocamentos verticais das lajes

Foram verificadas diferenças nos valores das flechas no centro (D3) das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária, para o mesmo passo de carregamento e mesmo índice de retangularidade, de até 48% maiores que aqueles das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ). Na última leitura destes relógios posicionados no centro, observaram-se diferenças nas flechas do grupo das lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A) de 18%, 6%, 13% e 23% maiores que as flechas das lajes com menor taxa (L1B, L2B, L3B e L4B, respectivamente), dada a maior carga de ruína.

Os resultados dos ensaios das lajes L1A e L1B indicaram que os deslocamentos verticais na direção  $x$  variaram de forma ligeiramente parabólica. Contudo, o comportamento dos

deslocamentos nestas lajes na direção  $y$ , mostrou-se com variação linear, provavelmente devido às bordas livres não apresentarem restrições.

Os deslocamentos verticais das lajes L4A e L4B ( $c_{\max}/c_{\min} = 7$ ) nas duas direções, ao longo das linhas em que foram realizadas as leituras, apresentaram comportamentos que descreveram parábolas. Assim como as lajes L3A e L3B, verificou-se que após o escoamento da armadura de flexão principal, as rotações ao longo da direção  $y$ , a partir das menores faces dos pilares, foram maiores do que àquelas observadas para níveis inferiores de carga.

#### 7.1.1.3 Deformações na superfície do concreto

Em quase todas as lajes foi observado que as deformações na superfície do concreto com valores mais significativos ocorreram próximas à menor face do pilar, no extensômetro C1, cujo ponto monitorado acompanhou a variação do índice de retangularidade. As deformações no ponto C1 comprovam a ocorrência do efeito de polarização próximo às menores faces dos pilares, com exceção das lajes L3B e L4B, que apresentaram deformações quase desprezíveis, provavelmente devido a problemas nos extensômetros. Para lajes com pilares mesmo índice de retangularidade, as deformações foram mais acentuadas naquelas em que a taxa de armadura de flexão secundária foi maior ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ), principalmente com relações entre os lados  $c_{\max}/c_{\min}$  dos pilares iguais a 5 e 7.

Verificou-se na laje L4A ( $\rho_x = 1,10\%$ ) que a deformação do concreto ultrapassou o limite convencional de ruptura na flexão estabelecido pela NBR 6118 (ABNT 2003), que é de 3,5‰, com o valor da última leitura atingindo -4,74‰, observando-se visualmente o esmagamento do concreto na região próxima à face menor do pilar. Desta forma, sugerindo que a taxa de armadura de flexão secundária pode influenciar significativamente no comportamento da laje, podendo até contribuir, no caso de lajes unidirecionais, no aumento da resistência ao puncionamento. Os resultados ainda sugerem que houve melhor aproveitamento dos materiais com o esmagamento do concreto e escoamento do aço, tornando o dimensionamento mais econômico.

#### 7.1.1.4 Deformações da armadura de flexão

A instrumentação pode ser considerada satisfatória, pois os extensômetros instalados nas barras das armaduras de flexão funcionaram adequadamente, fornecendo indicativos importantes sobre o comportamento das lajes. Em todos os casos os extensômetros E2 (que acompanhou a variação da relação  $c_{\max}/c_{\min}$ ) e E4 (fixo na região do centro da laje) foram os que apresentaram as maiores deformações, ligeiramente maiores para o ponto E4.

Observou-se que quanto maior o índice de retangularidade, obviamente, maior o número de barras da armadura de flexão principal que foram solicitadas, tendo em vista que geralmente pilares alongados (índice 5 e 7) conduzem ao escoamento de maior número de barras da armadura por proporcionar às lajes unidirecionais um comportamento de viga, principalmente, quando as dimensões maiores ( $c_{\max}$ ) dos pilares estão posicionadas perpendicularmente aos vãos das lajes. Para as lajes com taxa de armadura de flexão secundária ( $\rho_x$ ) em torno de 1,22% (L1A, L2A, L3A e L4A) registrou-se o escoamento da armadura principal a partir da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  igual a 3. Enquanto, nas lajes com taxa de armadura de flexão secundária de 0,30% (L1B, L2B, L3B e L4B), verificou-se o escoamento a partir da relação  $c_{\max}/c_{\min}$  igual a 1.

As lajes L2A, L3A e L4A apresentaram cargas 38%, 23% e 25%, maiores que as cargas necessárias para promover o início de escoamento da armadura principal das lajes L2B, L3B, e L4B, respectivamente. No caso das lajes L1A e L1B, somente a última apresentou escoamento da armadura, com carga equivalente a 93% da carga de ruptura observada no ensaio. Portanto, o comportamento da armadura flexão principal das lajes foi bastante influenciado pela variação da armadura de flexão secundária, que no caso de uma baixa taxa, a resistência ao funcionamento é menor, assim, deixando de mobilizar parte da resistência à flexão na direção principal. Isto confirma que a taxa menor de armadura secundária ( $\rho_x \approx 0,30\%$ ) limitou a capacidade de algumas lajes resistirem aos esforços.

#### 7.1.1.5 Mapas de Fissuração

As primeiras fissuras em todas as lajes surgiram para cargas que variaram aproximadamente de 40 kN a 70 kN, iniciando-se geralmente na região central das placas, manifestado-se sob a forma de fissuras radiais ou paralelas às bordas carregadas, além de fissuras tangenciais para cargas acima de 140 kN. Observou-se que com o aumento do carregamento as primeiras

fissuras foram se propagando às bordas livres ou aos cantos da laje e com o avanço da carga aplicada uma série de fissuras surgiu próximo à região central, sendo que parte destas seguiu o mesmo caminho iniciado pelas primeiras. De forma geral, observou-se que a configuração das fissuras variou substancialmente em função da taxa de armadura de flexão secundária das lajes e do índice de retangularidade dos pilares. As fissuras radiais apresentaram-se mais visíveis nas lajes com taxa de armadura de flexão secundária menor ( $\rho_x \approx 0,30\%$ ), sendo mais intensas naquelas com pilares de índices ( $r = c_{\max}/c_{\min}$ ) iguais a 1 e 3, enquanto as fissuras de flexão paralelas às bordas carregadas, nas lajes com taxa de armadura maior ( $\rho_x \approx 1,22\%$ ), destacando-se as com pilares de índices 5 e 7. O grupo das lajes com baixa taxa apresentou menor resistência ao punção, que, obviamente, permitiu que as ruínas fossem antecipadas e as fissuras radiais mais evidentes antes da ruptura, com destaque para as lajes com pilares de índices de retangularidade iguais a 1 e 3.

Apesar da maior rigidez conferida às lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária, a variação desta taxa de armadura não possibilitou diferenças acentuadas no comportamento das fissuras a ponto de estabelecer uma relação entre esta taxa e o surgimento das fissuras. É importante destacar que foram percebidas diferenças na configuração das fissuras, que pôde indicar uma ruptura tendendo para punção ou flexão, ou para um modo de ruptura combinado pelas duas anteriores. O procedimento para estimativa das primeiras fissuras nas lajes, baseando-se na combinação dos momentos solicitantes determinados pela Teoria das placas com os momentos de fissuração ( $M_r$ ) recomendados pela NBR 6118 (ABNT 2003) pode ser considerado adequado. Observou-se que as cargas experimentais foram superiores às cargas teóricas (Teoria das Placas) das primeiras fissuras, porém como o registro das fissuras é tradicionalmente efetuado através da observação visual e verificado seu surgimento após a aplicação da carga, consideram-se os resultados satisfatórios.

#### 7.1.1.6 Cargas últimas observadas

Verificaram-se diferenças entre as cargas de ruptura de lajes com pilares de mesmo índice de retangularidade, mas com diferentes taxas de armadura de flexão secundária, variando de 10% a 31%, resultando em uma diferença média de resistência de 24%. As lajes L1A, L2A, L3A e L4A apresentaram cargas de ruptura com diferenças de 10%, 31%, 28% e 28% maiores, respectivamente, que as das lajes L1B, L2B, L3B e L4B. É importante destacar que entre as

lajes com pilares extremamente alongados (L4A e L4B,  $c_{\max}/c_{\min} = 7$ ), onde se admite uma predominância de momentos fletores em uma direção, houve diferença de 28%.

Esperava-se que o aumento do índice de retangularidade influenciasse bem mais nas resistências das lajes do que a taxa de armadura de flexão secundária, já que reflete no perímetro de controle e resultaria, proporcionalmente, no aumento da resistência da laje, porém isto não ocorreu, uma vez que a variação das taxas de armadura flexão secundária foi em média de 397%. A carga última da laje L1A foi apenas 3% menor que a da L2B, a da laje L2A foi 10% maior que a da L3B, por fim a da laje L3A foi 18% maior que a da L4B. Estes resultados comprovam a potencialidade da influência da armadura de flexão secundária na resistência das lajes.

A análise que tentou minimizar as influências das variações da resistência do concreto e da altura útil, já que esta também foi diferente em todas as lajes, potencializou as diferenças nos resultados onde se constatou uma média de 25% de diferença. Verificou-se que a diferença entre as resistências das lajes L1A e L1B que era de 10%, foi ampliada para 20%. As resistências das lajes L2A, L3A e L4A foram 34%, 21% e 26% maiores que as das lajes L2B, L3B e L4B, respectivamente

#### 7.1.1.7 Modos de ruptura observados

Os modos de ruptura observados foram puncionamento, flexão e ainda outro formado pela combinação destes, considerado como flexo-puncionamento. No caso das lajes com pilares com maiores índices de retangularidade ( $c_{\max}/c_{\min} = 5$  e  $7$ ), observou-se a tendência da redução dos efeitos do puncionamento à medida que o índice aumentou, principalmente em razão do aumento do perímetro de controle. Nas lajes L1A, L1B e L2B, os modos de ruptura foram caracterizados como puncionamento.

As lajes L3A e L4A tiveram os modos de ruptura caracterizados como flexão, pois além das armaduras terem se deformado bastante, apresentaram o padrão das fissuras com configuração predominantemente paralela às bordas carregadas, estendendo-se de um bordo livre ao outro, com aberturas razoáveis chegando a 4 mm antes da ruptura e no caso da L4A com esmagamento do concreto. Embora estas lajes terem apresentado modo de ruptura por flexão, observou-se a formação dos cones de punção promovidos pelo adiantado estado de fissuração



que se encontravam as lajes imediatamente antes do colapso, que diminuiu consideravelmente a rigidez das seções transversais, resultando na penetração dos trechos dos pilares na face inferior das lajes. Quanto às lajes L2A, L3B e L4B, apresentaram rupturas caracterizadas pela combinação de punção e flexão.

#### 7.1.1.8 Modelo de previsão dos modos de ruptura das lajes

O modelo de previsão do modo de ruptura baseado na hipótese considerada por Ferreira e Oliveira (2005) pode ser considerado satisfatório. A comparação entre os modos previstos por esse modelo e os experimentais, indicou resultados compatíveis, portanto, admitindo-se apropriado para prever o modo de ruptura das lajes lisas unidirecionais desta pesquisa. A Equação 4.4 possibilita a determinação do valor mínimo da dimensão do pilar ( $c_{flex}$ ) posicionada perpendicularmente ao vão de uma laje unidirecional, teoricamente necessário para que ocorra o início de uma ruptura por flexão, portanto, tendo-se opção ou noção da dimensão do pilar que pode favorecer a ocorrência de uma ruptura dúctil. No caso das Equações 4.5 e 4.6, elas permitem a avaliação do modo de ruptura de uma laje unidirecional a partir das características geométricas e dos materiais, entretanto, sugere-se ainda, como prosseguimento desta pesquisa, a realização de outras análises com a utilização deste modelo.

#### 7.1.1.9 Análise das normas

Verificou-se que com a variação da taxa de armadura de flexão secundária as normas estimaram os incrementos de resistências das lajes semelhantes aos incrementos verificados experimentalmente, com exceção das normas ACI 318:2002 e NBR 6118 (ABNT 1978), já que ambas não consideram em suas estimativas a influência da armadura de flexão. Observou-se que a taxa de crescimento das resistências obtidas nos ensaios diminuiu com incrementos no perímetro de controle. O aumento da carga de ruptura experimental não se apresentou de forma linear, indicando que a taxa de crescimento da carga diminuiu com o aumento do perímetro do pilar ou da relação  $c_{max}/c_{min}$  quando se mantém constante a menor dimensão do pilar ( $c_{min}$ ).

Observou-se que as estimativas da NBR 6118 (ABNT 1978) foram demasiadamente a favor da segurança, subestimando em até 40% as cargas experimentais. As estimativas das

resistências das lajes variaram de 9% (L2B) a 40% (L1A). Verificou-se que a NBR 6118 (ABNT 1978) apresentou uma estimativa média de 27% abaixo dos resultados das cargas obtidas experimentalmente, sendo ainda mais conservadora que a ACI 318 que apresentou média de 21%. As baixas estimativas verificadas na NBR 6118 (ABNT 1978), assim como na ACI 318, indicam que a armadura de flexão transversal contribuiu com uma parcela importante de resistência que não é considerada nas expressões destas normas.

A estimativa da norma CEB-FIP MC90:1993 para todas as lajes foi acima dos valores experimentais, superestimando em média 15% as cargas obtidas, com resultados ainda mais desfavoráveis para as lajes com pilares de maiores índices de retangularidade ( $c_{\max}/c_{\min} = 7$ ). A laje L2A ( $c_{\max}/c_{\min} = 3$ ) foi a que apresentou estimativa menos desfavorável, com apenas 4% acima da carga de ruptura. Para variação média de aproximadamente 4,0 vezes que ocorreu na taxa de armadura de flexão secundária, a estimativa média da MC90 do grupo das lajes com taxa alta (L1A, L2A, L3A e L4A) foi de 15% acima das cargas últimas. Para o grupo com taxa baixa (L1B, L2B, L3B e L4B), a estimativa média também foi 15% acima. Estes resultados indicam que as estimativas desta norma apresentaram uniformidade adequada para taxas de armadura significativamente diferentes, apesar de serem acima dos resultados experimentais.

A norma BS 8110:1997 apresentou estimativas que em geral foram superiores às cargas experimentais, com resultados variando entre 2% a 14% acima das cargas de rupturas observadas, com exceção da laje L2A onde a estimativa ficou 5% abaixo do resultado experimental. Verificou-se que esta norma superestimou em 13% e 14% as cargas das lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (L4A e L4B). As estimativas com resultados mais satisfatórios foram para as lajes L1B e L2B, com diferença de 2% acima das cargas de ruptura.

Os resultados das estimativas da EUROCODE 2:2002 foram bastante satisfatórios, pois no geral as estimativas ficaram abaixo dos resultados experimentais, subestimando as resistências das lajes em média 7%, tanto para as lajes com maior taxa de armadura de flexão secundária como para àquelas com menor taxa. Verificou-se que a tendência das estimativas da EUROCODE 2:2002 com o aumento do índice de retangularidade dos pilares, que refletiu no aumento do perímetro de controle, foi satisfatória, principalmente para as lajes com pilares de índice 7. Constatou-se também que as estimativas foram mais conservadoras para lajes com

pilares de índice 1, 3 e 5, que basicamente foram devido ao fato da norma limitar em 2,0 o valor de  $\xi$  (*size effect*).

As estimativas da NBR 6118 (ABNT 2003) foram superiores às cargas últimas experimentais obtidas nos ensaios de todas as lajes. De uma forma geral, a estimativa média desta norma foi bastante semelhante àquela encontrada através da MC90, apresentando resultados também desfavoráveis para todas as resistências das lajes, exceto da L2A que pode ser considerada aceitável, já que apresentou uma resistência estimada 5% acima daquela obtida experimentalmente. Observou-se que esta norma, assim como a MC90, superestimou as resistências das lajes com pilares de maiores índices de retangularidade (índice 7), sendo de 23% e 25% para as lajes L1A e L4B, respectivamente. Para as lajes com pilares de índice 1, 3 e 5, as estimativas mantiveram-se com média de 13% acima das cargas experimentais, mostrando uniformidade nas estimativas tanto para as lajes com maiores taxas de armadura de flexão secundária como aquelas com menores taxas. Observou-se que a NBR 6118 (ABNT 2003) estimou taxas de crescimento das resistências semelhantes aos incrementos verificados nos resultados experimentais, apresentando valores satisfatórios para as lajes com pilares de índices de retangularidade até 5 (L1A, L2A, L3A, L1B, L2B e L3B), porém os resultados experimentais das lajes com pilares de índices de retangularidade 7 (L4A e L4B) foram menores que as estimativas de crescimento de resistência sugeridas pela NBR 6118 (ABNT 2003).

#### 7.1.1.10 Análise numérica

A modelagem numérica que simulou as lajes ensaiadas, conduzida por uma análise que considera elementos finitos tridimensionais com trechos de pilares monoliticamente ligados às lajes, com variação do índice de retangularidade dos pilares e da taxa de armadura de flexão secundária, indicou que as armaduras modeladas com as lajes não influenciaram nos deslocamentos verticais. As diferenças nos resultados numéricos dos deslocamentos foram decorrentes do módulo de elasticidade que foi ligeiramente diferente em todas as lajes.

Os resultados numéricos indicaram também que a armadura de flexão secundária composta de 16 barras de 12,5 mm, apresentou maior capacidade de absorverem as forças normais. No geral, as armaduras de flexão principais das lajes com menores taxas de armadura de flexão secundária (L1B, L2B, L3B e L4B), para um mesmo passo de carga, foram mais solicitadas

que as das lajes com maiores taxas de armadura de flexão secundária (L1A, L2A, L3A e L4A). Comparando-se lajes com mesma relação  $c_{\max}/c_{\min}$ , observou-se que quando a taxa diminuiu, promoveu maior solicitação das barras da armadura de flexão principal.

Nos resultados experimentais, para uma carga de 150 kN aplicada na laje, a força na barra no ponto E2 de monitoramento da armadura de flexão principal da laje L4A, foi de 70 kN e da L4B de 60 kN, ou seja, uma diferença de 23%. Na análise numérica verificou-se também uma diferença de 23%. Isto indicou que uma baixa taxa de armadura de flexão secundária, como no caso da laje L4B, possibilitou solicitações mais acentuadas na armadura principal da mesma e, assim, promovendo primeiramente o escoamento desta armadura na laje L4B, num nível de carga inferior ao da laje L4A. Ressalta-se que ocorreu o mesmo comportamento nas outras lajes com pilares de índices de retangularidade 3 e 5.

Nos resultados da análise numérica realizada pelo Método dos Elementos Finitos percebeu-se a tendência da distribuição das tensões máximas se posicionarem paralelamente às bordas apoiadas. Observou-se claramente nas lajes L4A e L4B que a distribuição das tensões evidenciou a predominância de comportamento de viga, inclusive com uma concentração de tensões em torno das menores faces dos pilares, mostrando a ocorrência de polarização de tensões, que foi mais evidente para as lajes com pilares de índices de retangularidade maiores que 3.

Observou-se que a análise numérica pelo MEF utilizado em regime linear-elástico fornece resultados satisfatórios em termos de esforços e tensões atuantes em lajes lisas unidirecionais, porém, deixa a desejar na avaliação das flechas, para isso necessitando da consideração de um comportamento não-linear dos materiais utilizados nos modelos tridimensionais.

## **7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros**

Estudar o comportamento de lajes lisas unidirecionais quadradas ao puncionamento simétrico, variando as taxas de armadura de flexão nas duas direções e utilizando pilares quadrados com diversas dimensões.

Analisar o comportamento da resistência de lajes lisas quadradas unidirecionais com furos ao puncionamento simétrico e mesma taxa de armadura de flexão nas duas direções, utilizando pilares quadrados e retangulares, com índices de retangularidade variando de 1 a 7. Inicialmente os pilares retangulares seriam posicionados com a maior dimensão paralela ao vão da laje e, posteriormente, posicionados com a maior dimensão perpendicularmente ao vão da laje.

Avaliar a resistência última em lajes lisas bidirecionais quadradas ao puncionamento simétrico, com pilares quadrados e retangulares procurando determinar a dimensão mínima ( $c_{flex}$ ) da maior dimensão do pilar ( $c_{max}$ ) capaz de iniciar a ruptura por flexão a partir da utilização de linhas de ruptura adequadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ACI 318:2002. *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, 1978.
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – *Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738 – *Moldagem e Cura de Corpos de Prova de Concreto Cilíndricos ou Prismáticos*, Rio de Janeiro, 1984.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739 – *Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto*. Rio de Janeiro, 1994-a.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6152 – *Materiais metálicos. Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1992.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 – *Argamassa e Concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1994-b.
8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7223- *Concreto - Determinação da Consistência pelo Abatimento de Tronco de Cone*. Rio de Janeiro, 1992.
9. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 – *Concreto - Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1984.
10. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 8953 – *Concreto para fins estruturais - Classificação por grupos de resistência*. Rio de Janeiro, 1992.

11. BS 8110 (1985). *Structural Use of Concrete*. London. British Standards Institution, 1985 (Amendment No 03, published and effective from 15 March 1993).
12. CARVALHO, A. S. de, 2006. *Análise Experimental de Lajes Lisas de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armadas à Punção*. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 213 p.
13. CEB - FIP (1990). *Model Code 1990: Final Draft*. Bulletin D'Information, No 203-205, CEB, Lausanne, July 1991.
14. DEATON, J. B., *A Finite Element Approach to Reinforced Concrete Slab Design*. School of Civil and Environmental Engineering, Georgia Institute of Technology, August 2005
15. EUROCODE 2:2002. *Design of concrete structures – Part1: General rules and rules for buildings*. European Standard, November 2002.
16. FERREIRA, M. P., 2006. *Análise Experimental de Lajes Lisas de Concreto Armado ao Puncionamento Simétrico ou Assimétrico*. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 239 p.
17. FERREIRA, M. P., OLIVERIRA, D. R. C., *Efeitos da Flexão na Resistência à Punção em Lajes com Pilares Retangulares. Verificação de Acordo com a NB 1/78 e NB 1/03*. In: 47º Congresso Brasileiro do Concreto, 2005. Olinda.
18. FERREIRA, M. P., OLIVERIRA, D. R. C., *Critérios para Ruptura Dúctil em Lajes Lisas com Pilares Retangulares. Verificação de Acordo com o CEB-FIP MODE CODE*. In: XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 2006. Campinas. Anais...
19. HAWKINS, N. M., FALSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C., *Influence of Column rectangularity on the behavior of flat plate structures*. Publication SP-30, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp.127-146.
20. HOLANDA, K. M. A.. *Análise dos Mecanismos Resistentes e das Similaridades de*

- Efeitos da Adição de Fibras de Aço na Resistência e na Ductilidade à Punção de Lajes-cogumelo e ao Cisalhamento de Vigas de Concreto*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Carlos, São Carlos, 2002, 278p.
21. LANGENDONCK, T.V., *Teoria Elementar das Charneiras Plásticas*. São Paulo, Vol. I, (1970).
  22. LEONG, K. K., TENG, S., *Punching Shear Strength os Slabs with Openings and Supported on Rectangular Columms*, Nanyang Technological University, Singapore, August 2000.
  23. LI, R., CHO, Y. S., ZHANG, S., *Punching Shear Behavior of Concrete Flat Plate Slab Reinforced with Carbon Fiber Reinforced Polymer Rods*. Science Direct/Composites, 2006.
  24. LIMA NETO, A. F., 2003. *Análise Experimental na Fase Pós-Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado. Publicação E.DM. 008A/2003. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, DF. 127p.
  25. MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M., *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo, Editora Pini, 1994, 573 p.
  26. MELO, G. S. A., GOMES, R. B., FORTUNATO, P. A. G., *Punção em Lajes Cogumelo Protendida com Armadura de Cisalhamento*. In: 47º Congresso Brasileiro do Concreto, 2005. Olinda.
  27. MOURO, V. C., GOMES, R. B., GUIMARÃES, G. N., *Resistência à Punção em Lajes de Concreto Armado – Estudo da Retangularidade dos Pilares*. In: Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão da UFG – CONPEEX, 2, 2005. Goiânia.
  28. OLIVEIRA, D. R. C. de, 1998. *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento ao Puncionamento*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 121p.
  29. OLIVEIRA, D. R. C. de, 2003. *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia



Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 241p.

30. POLAK, M. A., *Ductility of Reinforced Concrete Flat Slab-Column Connections*. Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, N2L 3G1. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2005.
31. SHEHATA, I. A. E. M., *Simplified model for estimating the punching resistance of reinforced concrete slabs*. Materials and Structures/Matériaux et Constructions, 23, 364-371, 1990.
32. SOARES, Y. V., 2004. *Análise Experimental de Lajes Cogumelo Nervuradas de Concreto Armado com Pilares Metálicos*. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Distrito Federal, 200 p.
33. SILVANY, T. T., PINHEIRO, L. M., *Deslocamentos Transversais em Lajes Cogumelo*. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 7, n. 23, p. 93-118, 2005.
34. TIMOSHENKO, S. P. e WOINOWSKY-KRIEGER, S., *Theory of Plates and Shells*. Auckland: McGraw-Hill, 1959.
35. TUAN NGO, D., *Punching shear resistance of high-strength concrete slabs*. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Melbourne, Parkville, Victoria 3052, Australia, 2001.
36. TRAUTWEIN, L. M., 2006. *Punção em Lajes Cogumelos de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 350 p.
37. TRAUTWEIN, L. M., BITTENCOURT, T. N., FARIA, R., BELLA, J. C. D., GOMES, R. B.. *Como Aplicar o Carregamento em Análises Numéricas de Lajes Planas Submetidas a Punção Centrada*. In: 49º Congresso Brasileiro do Concreto, 2007. Bento Gonçalves.
38. VILHENA, A. E. R., NAHUN, K. A. R., PERES, M. D., OLIVEIRA, D. R. C., *Análise Experimental de Lajes Unidirecionais com Pilares Retangulares ao Puncionamento*

*Simétrico*. In: 48° Congresso Brasileiro do Concreto, 2006. Rio de Janeiro.

39. WOOD, J. G. M., *Pipers Row Car, Wolverhampton. Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20<sup>th</sup> March, 1997.*
40. XIAO, R. Y., O'FLAHERTY, T., *Finite-element analysis of tested concrete connections*. Publication: Computers & Structures 78, 2000.

# APÊNDICE A

## A.1 Deslocamentos Verticais

Tabela A1 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1A

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,12	0,20	0,18	0,18	0,10
20,0	0,35	0,50	0,56	0,43	0,25
30,0	0,75	0,95	1,01	0,80	0,55
40,0	1,25	1,60	1,80	1,42	0,95
50,0	1,80	2,30	2,60	2,10	1,40
60,0	2,38	3,08	3,45	2,80	1,90
70,0	3,00	3,90	4,38	3,53	2,42
80,0	3,60	4,68	5,30	4,30	2,96
90,0	4,12	5,41	6,20	5,00	3,50
100,0	4,61	6,11	7,07	5,70	4,00
110,0	5,05	6,80	7,90	6,40	4,55
120,0	5,50	7,48	8,78	7,05	5,02
130,0	5,95	8,18	9,67	7,79	5,51
140,0	6,30	8,85	10,58	8,45	6,00
150,0	6,78	9,55	11,45	9,15	6,50
160,0	7,30	10,30	12,40	9,88	7,00
170,0	7,69	10,95	13,28	10,56	7,49
180,0	8,10	11,62	14,18	11,23	7,92

Tabela A2 – Deslocamentos verticais registrados na laje L1B

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,05	0,12	0,21	0,12	0,08
20,0	0,15	0,32	0,47	0,34	0,25
30,0	0,24	0,55	0,75	0,61	0,46
40,0	0,40	0,81	1,12	0,96	0,72
50,0	0,52	1,15	1,62	1,41	1,10
60,0	0,70	1,57	2,22	1,94	1,53
70,0	0,90	2,05	2,94	2,52	2,01
80,0	1,14	2,65	3,79	3,16	2,50
90,0	1,41	3,29	4,71	3,85	3,00
100,0	1,71	4,00	5,79	4,61	3,55
110,0	2,00	4,72	6,81	5,32	4,05
120,0	2,41	5,47	7,85	6,06	4,54
130,0	2,61	6,12	8,85	6,82	5,00
140,0	2,95	6,84	9,85	7,54	5,55
150,0	3,20	7,52	10,87	8,26	6,00
160,0	3,50	8,28	12,00	9,06	6,40

Tabela A3 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2A

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,12	0,19	0,20	0,16	0,12
20,0	0,22	0,38	0,38	0,36	0,24
30,0	0,31	0,60	0,63	0,60	0,54
40,0	0,42	0,82	0,98	0,92	0,83
50,0	0,56	1,12	1,36	1,34	1,16
60,0	0,72	1,48	1,85	1,78	1,52
70,0	0,95	1,90	2,26	2,24	1,91
80,0	1,12	2,31	2,90	2,70	2,28
90,0	1,31	2,76	3,55	3,10	2,55
100,0	1,58	3,30	4,22	3,23	2,75
110,0	1,80	3,82	4,95	3,70	3,00
120,0	1,98	4,36	5,60	4,15	3,25
130,0	2,26	4,94	6,40	4,58	3,62
140,0	2,50	5,48	7,12	5,13	3,95
150,0	2,55	5,94	7,80	5,76	4,44
160,0	2,86	6,58	8,62	6,42	4,90
170,0	3,10	7,10	9,38	7,08	5,40
180,0	3,30	7,63	10,10	7,78	5,90
190,0	3,52	8,18	10,90	8,20	6,28
200,0	3,70	8,75	11,70	8,86	6,98
210,0	3,92	9,30	12,50	9,60	7,51
220,0	4,16	9,91	13,48	10,42	8,05
230,0	4,35	10,60	14,54	11,22	8,96
240,0	4,64	11,35	15,42	12,16	9,45
250,0	4,78	12,04	16,75	13,10	10,28

Tabela A4 – Deslocamentos verticais registrados na laje L2B

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,20	0,25	0,25	0,20	0,15
20,0	0,40	0,52	0,50	0,42	0,32
30,0	0,55	0,85	0,85	0,70	0,50
40,0	0,88	1,30	1,48	1,28	0,95
50,0	1,30	1,92	2,08	1,92	1,45
60,0	1,90	2,80	3,10	2,72	2,00
70,0	2,80	3,90	4,30	3,80	2,90
80,0	3,55	4,92	5,45	4,70	3,45
90,0	4,15	5,80	6,45	5,55	4,90
100,0	4,95	6,55	7,50	6,35	5,55
110,0	5,40	7,30	8,40	7,10	6,00
120,0	6,10	8,00	9,30	7,80	6,50
130,0	6,70	8,75	10,25	8,55	6,95
140,0	7,05	9,40	11,15	9,30	7,35
150,0	7,35	10,05	12,15	10,05	7,85
160,0	7,50	10,70	13,10	10,75	8,28
170,0	7,75	11,40	14,10	11,50	8,70
180,0	7,95	12,05	15,00	12,20	9,10
190,0	8,25	12,80	15,70	13,10	9,60

Tabela A5 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3A

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,05	0,15	0,15	0,15	0,12
20,0	0,15	0,30	0,38	0,38	0,30
30,0	0,25	0,52	0,58	0,58	0,48
40,0	0,39	0,75	0,92	0,89	0,70
50,0	0,57	1,00	1,27	1,20	0,98
60,0	0,60	1,32	1,70	1,60	1,30
70,0	0,75	1,70	2,21	2,08	1,70
80,0	0,90	2,10	2,74	2,53	2,08
90,0	1,06	2,52	3,32	3,06	2,52
100,0	1,25	2,97	3,95	3,61	2,96
110,0	1,45	3,45	4,55	4,20	3,45
120,0	1,61	3,92	5,23	4,81	3,90
130,0	1,80	4,40	5,85	5,40	4,35
140,0	1,98	4,90	6,51	6,00	4,82
150,0	2,18	5,35	7,15	6,55	5,23
160,0	2,35	5,82	7,82	7,13	5,70
170,0	2,55	6,31	8,48	7,72	6,10
180,0	2,80	6,85	9,20	8,38	6,59
190,0	2,92	7,30	9,85	8,90	6,98
200,0	3,12	7,77	10,48	9,49	7,39
210,0	3,22	8,30	11,20	10,10	7,85
220,0	3,30	8,70	11,85	10,68	8,25
230,0	3,40	9,15	12,55	11,25	9,00
240,0	3,50	9,60	13,22	11,85	9,85
250,0	3,55	10,10	13,98	12,50	10,50
260,0	3,65	10,62	14,88	13,25	11,00
270,0	3,70	11,22	15,90	14,12	11,70

Tabela A6 – Deslocamentos verticais registrados na laje L3B

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,17	0,23	0,27	0,18	0,10
20,0	0,30	0,50	0,59	0,50	0,30
30,0	0,45	0,78	0,95	0,75	0,50
40,0	0,60	1,12	1,40	1,17	0,80
50,0	0,75	1,50	1,88	1,60	1,17
60,0	0,92	1,95	2,50	2,18	1,58
70,0	1,10	2,40	3,10	2,70	1,95
80,0	1,38	2,93	3,80	3,30	2,40
90,0	1,55	3,48	4,50	4,05	2,88
100,0	1,75	3,95	5,12	4,50	3,28
110,0	2,05	4,55	5,90	5,22	3,85
120,0	2,22	5,10	6,65	5,85	4,35
130,0	2,42	5,68	7,38	6,45	4,80
140,0	2,60	6,23	8,12	7,20	5,30
150,0	2,75	6,80	8,88	7,82	5,78
160,0	2,90	7,33	9,65	8,54	6,25
170,0	3,28	8,03	10,55	9,35	6,73
180,0	3,45	8,63	11,38	10,05	7,20
190,0	3,61	9,23	12,20	10,70	7,60
200,0	3,80	9,85	13,15	11,50	8,10
210,0	4,10	10,60	14,10	12,40	8,65

Tabela A7 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4A

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,04	0,17	0,28	0,18	0,11
20,0	0,15	0,42	0,50	0,42	0,31
30,0	0,25	0,62	0,75	0,65	0,50
40,0	0,32	0,90	1,10	0,96	0,74
50,0	0,48	1,21	1,52	1,38	1,06
60,0	0,69	1,68	2,10	1,92	1,50
70,0	0,81	2,00	2,58	2,32	1,84
80,0	0,92	2,40	3,20	2,85	2,23
90,0	1,12	2,88	3,80	3,41	2,72
100,0	1,30	3,31	4,38	3,95	3,15
110,0	1,50	3,78	4,98	4,50	3,55
120,0	1,72	4,30	5,62	5,12	4,05
130,0	1,88	4,80	6,30	5,70	4,50
140,0	2,14	5,33	6,95	6,30	4,95
150,0	2,32	5,75	7,56	6,88	5,38
160,0	2,50	6,28	8,30	7,48	5,82
170,0	2,60	6,75	8,90	8,05	6,25
180,0	2,85	7,25	9,50	8,60	6,70
190,0	3,05	7,75	10,15	9,20	7,12
200,0	3,30	8,28	10,80	9,82	7,60
210,0	3,50	8,78	11,50	10,42	8,05
220,0	3,70	9,23	12,10	11,00	8,45
230,0	3,95	9,75	12,80	11,65	8,90
240,0	4,15	10,30	13,50	12,30	9,38
250,0	4,30	10,85	14,30	13,10	9,92
260,0	4,50	11,50	15,41	14,15	10,65
270,0	4,75	12,35	16,60	15,35	11,50
280,0	5,05	13,30	18,10	16,85	12,58
290,0	5,30	14,33	19,70	17,50	13,60
300,0	5,85	15,10	21,20	18,45	14,05
310,0	6,20	16,60	22,10	19,85	14,90

Tabela A8 – Deslocamentos verticais registrados na laje L4B

Carga (kN)	Deflectômetro (mm)				
	D1	D2	D3	D4	D5
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,08	0,12	0,18	0,22	0,20
20,0	0,19	0,40	0,52	0,50	0,46
30,0	0,30	0,65	0,85	0,90	0,78
40,0	0,45	1,00	1,30	1,35	1,20
50,0	0,60	1,42	1,85	1,90	1,68
60,0	0,78	1,83	2,40	2,50	2,18
70,0	0,91	2,30	3,00	3,08	2,75
80,0	1,10	2,80	3,68	3,75	3,35
90,0	1,28	3,30	4,34	4,40	3,95
100,0	1,46	3,80	5,05	5,05	4,61
110,0	1,65	4,35	5,78	5,78	5,20
120,0	1,85	4,90	6,50	6,50	5,82
130,0	2,05	5,53	7,31	7,30	6,46
140,0	2,19	6,05	8,10	8,00	7,20
150,0	2,40	6,60	8,90	8,75	8,10
160,0	2,58	7,18	9,68	9,45	8,75
170,0	2,80	7,80	10,50	10,22	9,55
180,0	2,98	8,35	11,30	10,95	10,10
190,0	3,18	8,95	12,19	11,70	10,65
200,0	3,40	9,60	13,12	12,55	11,25
210,0	3,60	10,20	14,05	13,40	11,80
220,0	3,90	11,00	15,20	14,40	12,70
230,0	4,10	11,70	16,50	15,30	13,40
240,0	4,40	12,60	16,95	15,75	14,20
250,0	4,70	13,70	17,95	16,60	15,20

## A.2 Deformações no Concreto e nas Armaduras de Flexão

Tabela A9 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L1A

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
10,0	0,02	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	-	-0,04	-0,02
20,0	0,03	0,05	0,09	0,06	0,07	0,09	-	-0,09	-0,04
30,0	0,06	0,10	0,18	0,13	0,16	0,20	-	-0,15	-0,06
40,0	0,12	0,19	0,35	0,24	0,31	0,37	-	-0,24	-0,09
50,0	0,22	0,33	0,54	0,40	0,45	0,57	-	-0,34	-0,11
60,0	0,32	0,48	0,74	0,60	0,57	0,75	-	-0,45	-0,13
70,0	0,41	0,64	0,92	0,79	0,68	0,92	-	-0,56	-0,15
80,0	0,50	0,77	1,08	0,98	0,80	1,11	-	-0,68	-0,16
90,0	0,57	0,90	1,20	1,14	0,89	1,28	-	-0,78	-0,18
100,0	0,66	1,03	1,33	1,29	0,97	1,42	-	-0,90	-0,19
110,0	0,74	1,15	1,44	1,42	1,05	1,56	-	-1,02	-0,21
120,0	0,82	1,26	1,56	1,55	1,12	1,71	-	-1,14	-0,22
130,0	0,91	1,39	1,67	1,69	1,20	1,84	-	-1,27	-0,24
140,0	0,99	1,50	1,76	1,82	1,28	1,98	-	-1,41	-0,26
150,0	1,08	1,61	1,85	1,95	1,35	2,12	-	-1,56	-0,03
160,0	1,17	1,73	1,94	2,08	1,41	2,21	-	-1,71	-0,06
170,0	1,26	1,84	2,03	2,21	1,47	2,31	-	-1,88	-0,08
180,0	1,35	1,95	2,16	2,40	1,53	2,42	-	-2,06	-0,11

Tabela A10 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L1B

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
10,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
20,0	0,01	0,02	0,03	0,03	0,02	0,02	-	-0,04	-0,05
30,0	0,04	0,04	0,08	0,08	0,04	0,04	-	-0,08	-0,10
40,0	0,06	0,07	0,15	0,15	0,06	0,07	-	-0,13	-0,15
50,0	0,10	0,12	0,26	0,26	0,10	0,11	-	-0,19	-0,21
60,0	0,19	0,21	0,43	0,42	0,17	0,16	-	-0,27	-0,27
70,0	0,29	0,32	0,67	0,64	0,24	0,22	-	-0,37	-0,35
80,0	0,40	0,43	0,88	0,83	0,39	0,32	-	-0,45	-0,42
90,0	0,49	0,55	1,08	1,02	0,69	0,53	-	-0,55	-0,53
100,0	0,58	0,65	1,25	1,20	1,13	0,86	-	-0,64	-0,66
110,0	0,73	0,84	1,53	1,54	2,34	1,65	-	-0,80	-0,95
120,0	0,82	0,94	1,70	1,75	2,86	1,93	-	-0,90	-1,09
130,0	0,90	1,04	1,88	1,95	3,45	2,23	-	-1,00	-1,24
140,0	0,98	1,15	2,07	2,15	4,12	2,65	-	-1,12	-1,38
150,0	1,07	1,26	2,24	2,35	4,49	2,61	-	-1,23	-1,53
160,0	1,16	1,37	2,42	2,56	4,89	2,63	-	-1,35	-1,70
170,0	1,25	1,47	2,60	2,77	5,44	2,69	-	-1,47	-1,90

Tabela A11 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L2A

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,02	0,02	0,03	0,03	0,01	0,01	0,03	0,00	0,00
20,0	0,05	0,04	0,08	0,07	0,03	0,03	0,09	-0,04	-0,05
30,0	0,08	0,08	0,15	0,15	0,04	0,05	0,18	-0,08	-0,10
40,0	0,14	0,13	0,27	0,27	0,08	0,07	0,31	-0,13	-0,15
50,0	0,21	0,20	0,42	0,41	0,14	0,10	0,46	-0,19	-0,21
60,0	0,31	0,30	0,59	0,58	0,20	0,17	0,66	-0,27	-0,27
70,0	0,42	0,40	0,75	0,74	0,26	0,25	0,85	-0,37	-0,35
80,0	0,53	0,51	0,92	0,90	0,31	0,33	1,03	-0,45	-0,42
90,0	0,63	0,61	1,11	1,08	0,40	0,43	1,23	-0,55	-0,53
100,0	0,72	0,71	1,29	1,24	0,50	0,54	1,42	-0,64	-0,66
110,0	0,81	0,80	1,48	1,40	0,60	0,66	1,62	-0,80	-0,95
120,0	0,91	0,89	1,65	1,55	0,69	0,77	1,79	-0,90	-1,09
130,0	1,01	1,00	1,83	1,72	0,79	0,89	1,96	-1,00	-1,24
140,0	1,10	1,09	2,00	1,83	0,88	1,00	2,13	-1,12	-1,38
150,0	1,20	1,18	2,15	1,97	0,98	1,11	2,28	-1,23	-1,53
160,0	1,30	1,29	2,32	2,09	1,08	1,22	2,45	-1,35	-1,70
170,0	1,40	1,38	2,48	2,19	1,17	1,31	2,60	-1,47	-1,90
180,0	1,49	1,47	2,63	2,38	1,24	1,39	2,75	-1,36	-0,63
190,0	1,60	1,57	2,81	2,53	1,32	1,47	2,90	-1,44	-0,69
200,0	1,71	1,67	3,08	2,74	1,40	1,55	3,07	-1,51	-0,75
210,0	1,88	1,83	3,85	2,97	1,46	1,61	3,35	-1,59	-0,81
220,0	2,07	1,99	-	3,11	1,50	1,66	3,52	-1,69	-0,85
230,0	2,24	2,15	-	3,30	1,53	1,74	3,56	-1,80	-0,91
240,0	2,45	2,34	-	3,58	1,51	1,83	3,61	-1,90	-0,99
250,0	2,67	2,54	-	3,74	1,49	1,91	3,64	-1,98	-1,06

Tabela A12 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L2B

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,02	0,03	0,04	0,04	0,02	0,03	-0,02	-0,06	-0,03
20,0	0,05	0,06	0,10	0,11	0,05	0,04	0,07	-0,13	-0,05
30,0	0,10	0,10	0,20	0,22	0,09	0,08	0,16	-0,23	-0,09
40,0	0,17	0,18	0,35	0,39	0,17	0,13	0,39	-0,34	-0,12
50,0	0,28	0,28	0,53	0,59	0,28	0,24	0,56	-0,47	-0,16
60,0	0,44	0,45	0,73	0,84	0,42	0,41	0,81	-0,61	-0,22
70,0	0,59	0,60	0,93	1,12	0,60	0,66	1,07	-0,76	-0,25
80,0	0,73	0,74	1,08	1,31	0,80	0,95	1,30	-0,91	-0,27
90,0	0,85	0,87	1,21	1,49	1,01	1,24	1,57	-1,06	-0,29
100,0	0,96	0,99	1,33	1,63	1,20	1,55	1,88	-1,22	-0,30
110,0	1,08	1,11	1,45	1,80	1,41	1,85	2,18	-1,38	-0,32
120,0	1,17	1,21	1,57	1,95	1,61	2,16	2,44	-1,55	-0,34
130,0	1,26	1,32	1,69	2,11	1,85	2,50	2,74	-1,72	-0,37
140,0	1,35	1,42	1,80	2,27	2,06	2,82	2,99	-1,90	-0,39
150,0	1,45	1,52	1,92	2,43	2,26	3,12	3,21	-2,09	-0,42
160,0	1,54	1,62	2,03	2,59	2,46	3,41	3,45	-2,28	-0,44
170,0	1,64	1,73	2,16	2,77	2,65	3,77	3,66	-2,49	-0,46
180,0	1,74	1,84	2,29	2,93	2,84	4,31	4,28	-2,70	-0,49
190,0	1,85	1,96	2,54	3,02	3,05	-	4,58	-2,89	-0,53



Tabela A13 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L3A

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,02	0,02	0,02	0,02	0,00	0,00	0,02	-0,04	-0,01
20,0	0,05	0,04	0,06	0,06	0,01	0,02	0,05	-0,07	-0,02
30,0	0,08	0,07	0,11	0,13	0,01	0,03	0,09	-0,11	-0,02
40,0	0,13	0,11	0,22	0,25	0,04	0,06	0,22	-0,18	-0,03
50,0	0,19	0,17	0,34	0,38	0,05	0,11	0,36	-0,25	-0,05
60,0	0,28	0,25	0,50	0,55	0,06	0,15	0,54	-0,33	-0,05
70,0	0,37	0,33	0,65	0,70	0,07	0,18	0,72	-0,41	-0,06
80,0	0,49	0,43	0,81	0,85	0,09	0,22	0,90	-0,49	-0,06
90,0	0,61	0,54	0,97	1,01	0,11	0,26	1,07	-0,57	-0,06
100,0	0,73	0,63	1,13	1,16	0,15	0,31	1,23	-0,64	-0,06
110,0	0,85	0,72	1,30	1,31	0,20	0,36	1,39	-0,72	-0,07
120,0	0,97	0,81	1,44	1,46	0,26	0,41	1,54	-0,78	-0,07
130,0	1,07	0,89	1,58	1,60	0,31	0,46	1,67	-0,85	-0,08
140,0	1,19	0,98	1,71	1,74	0,38	0,51	1,80	-0,92	-0,09
150,0	1,29	1,06	1,80	1,87	0,45	0,57	1,92	-0,98	-0,09
160,0	1,39	1,14	1,92	2,00	0,52	0,62	2,04	-1,06	-0,10
170,0	1,50	1,23	2,04	2,14	0,59	0,68	2,16	-1,13	-0,11
180,0	1,61	1,31	2,15	2,28	0,67	0,75	2,29	-1,21	-0,11
190,0	1,72	1,40	2,24	2,41	0,74	0,82	2,40	-1,29	-0,12
200,0	1,83	1,48	2,34	2,54	0,82	0,88	2,51	-1,37	-0,13
210,0	1,94	1,57	2,45	2,68	0,89	0,96	2,63	-1,46	-0,14
220,0	2,05	1,66	2,56	2,81	0,96	1,02	2,75	-1,54	-0,15
230,0	2,17	1,75	2,67	2,94	1,03	1,09	2,99	-1,64	-0,16
240,0	2,28	1,84	2,98	3,16	1,10	1,16	3,50	-1,73	-0,18
250,0	2,40	1,94	3,46	3,49	1,17	1,24	-	-1,84	-0,19
260,0	2,56	2,06	-	-	1,24	1,34	-	-1,99	-0,22
270,0	2,76	2,21	-	-	1,27	1,44	-	-2,16	-0,24
280,0	2,98	2,37	-	-	1,28	1,54	-	-2,26	-0,26
290,0	3,25	2,79	-	-	1,31	1,62	-	-2,44	-0,30

Tabela A14 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L3B

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,03	0,03	0,08	0,07	0,00	0,01	0,07	0,00	0,00
20,0	0,07	0,07	0,19	0,17	0,02	0,03	0,19	0,00	-0,01
30,0	0,13	0,13	0,34	0,31	0,03	0,05	0,33	0,00	-0,02
40,0	0,21	0,21	0,51	0,46	0,05	0,07	0,48	0,00	-0,03
50,0	0,32	0,31	0,69	0,62	0,10	0,11	0,66	0,00	-0,04
60,0	0,42	0,41	0,85	0,75	0,17	0,15	0,81	0,00	-0,05
70,0	0,53	0,52	1,03	0,90	0,24	0,20	0,98	0,00	-0,05
80,0	0,64	0,62	1,21	1,04	0,31	0,27	1,16	0,00	-0,06
90,0	0,73	0,71	1,37	1,18	0,35	0,35	1,32	0,00	-0,06
100,0	0,84	0,83	1,55	1,34	0,39	0,43	1,51	0,00	-0,07
110,0	0,95	0,93	1,71	1,49	0,43	0,50	1,69	0,00	-0,07
120,0	1,04	1,02	1,86	1,64	0,48	0,57	1,86	0,00	-0,08
130,0	1,14	1,12	1,99	1,79	0,54	0,64	2,03	0,00	-0,08
140,0	1,24	1,21	2,12	1,94	0,62	0,73	2,20	-0,01	-0,09
150,0	1,33	1,31	2,24	2,07	0,69	0,82	2,36	-0,01	-0,09
160,0	1,44	1,41	2,37	2,22	0,79	0,92	2,53	-0,01	-0,10
170,0	1,55	1,52	2,52	2,38	0,88	1,03	2,70	-0,02	-0,11
180,0	1,65	1,61	2,66	2,53	1,00	1,17	2,88	-0,02	-0,11
190,0	1,75	1,71	2,88	2,74	1,16	1,34	3,24	-0,03	-0,12
200,0	1,87	1,82	3,12	2,92	1,35	1,55	3,86	-0,03	-0,13
210,0	2,05	2,00	4,38	3,15	1,49	1,84	-	-0,03	-0,14
220,0	2,28	2,22	-	-	1,70	2,19	-	-0,03	-0,16
230,0	-	-	-	-	2,03	2,23	-	-	-

Tabela A15 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L4A

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,03	0,03	0,04	0,04	0,00	0,01	0,04	-0,05	-0,01
20,0	0,05	0,05	0,08	0,08	0,02	0,02	0,07	-0,10	-0,02
30,0	0,08	0,09	0,15	0,12	0,15	0,02	0,13	-0,15	-0,02
40,0	0,15	0,15	0,28	0,27	0,25	0,08	0,26	-0,21	-0,03
50,0	0,23	0,22	0,41	0,40	0,26	0,04	0,40	-0,27	-0,03
60,0	0,36	0,34	0,58	0,57	0,27	0,09	0,57	-0,35	-0,04
70,0	0,47	0,45	0,72	0,70	0,27	0,07	0,72	-0,42	-0,04
80,0	0,59	0,59	0,88	0,84	0,28	0,05	0,88	-0,50	-0,04
90,0	0,73	0,72	1,04	0,99	0,31	0,07	1,05	-0,58	-0,05
100,0	0,85	0,84	1,19	1,13	0,34	0,13	1,20	-0,65	-0,05
110,0	0,98	0,96	1,35	1,26	0,36	0,16	1,36	-0,82	-0,05
120,0	1,11	1,08	1,51	1,41	0,41	0,19	1,53	-0,98	-0,05
130,0	1,24	1,21	1,68	1,55	0,45	0,21	1,69	-1,12	-0,05
140,0	1,36	1,33	1,83	1,69	0,50	0,25	1,85	-1,41	-0,04
150,0	1,48	1,45	1,98	1,81	0,54	0,29	2,00	-1,59	-0,04
160,0	1,61	1,57	2,14	1,96	0,59	0,33	2,16	-1,76	-0,04
170,0	1,73	1,69	2,30	2,09	0,64	0,39	2,31	-1,82	-0,03
180,0	1,84	1,80	2,44	2,22	0,68	0,43	2,45	-1,90	-0,03
190,0	1,95	1,91	2,61	2,34	0,73	0,49	2,61	-2,05	-0,02
200,0	2,08	2,03	2,78	2,45	0,80	0,55	2,76	-2,16	-0,02
210,0	2,20	2,14	2,94	2,56	0,86	0,62	2,90	-2,17	-0,01
220,0	2,31	2,25	3,10	2,67	0,92	0,68	3,04	-2,53	-0,01
230,0	2,44	2,37	3,47	2,83	0,98	0,74	3,20	-2,63	-0,01
240,0	2,57	2,50	3,91	3,12	1,04	0,80	3,57	-2,75	-0,01
250,0	2,75	2,67	-	3,47	1,16	0,88	3,94	-2,89	-0,01
260,0	3,01	2,90	-	4,36	1,23	0,95	4,02	-3,12	-0,03
270,0	3,50	3,19	-	-	1,34	1,03	4,17	-3,38	-0,04
280,0	4,09	3,79	-	-	1,51	1,07	-	-3,68	-0,05
290,0	-	3,97	-	-	1,67	1,12	-	-3,99	-0,07
300,0	-	-	-	-	1,79	1,21	-	-4,28	-0,08
310,0	-	-	-	-	1,93	1,31	-	-4,75	-0,09

Tabela A16 – Deformações nas armaduras de flexão e no concreto da laje L4B

Carga (kN)	Deformações (‰)								
	Armaduras de flexão							Concreto	
	E1a	E1b	E2a	E2b	E3a	E3b	E4	C1	C2
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,0	0,04	0,04	0,08	0,06	0,08	0,01	0,07	-0,03	-0,01
20,0	0,10	0,10	0,22	0,17	0,07	0,03	0,19	-0,06	-0,03
30,0	0,18	0,18	0,37	0,30	0,07	0,06	0,34	-0,09	-0,04
40,0	0,29	0,28	0,53	0,43	0,03	0,08	0,49	-0,11	-0,05
50,0	0,42	0,42	0,73	0,59	0,01	0,12	0,57	-0,14	-0,05
60,0	0,55	0,55	0,93	0,75	0,15	0,16	0,77	-0,15	-0,06
70,0	0,71	0,71	1,13	0,91	0,14	0,22	0,91	-0,16	-0,07
80,0	0,85	0,85	1,31	1,07	0,20	0,27	1,18	-0,18	-0,07
90,0	1,00	0,99	1,50	1,24	0,22	0,35	1,33	-0,20	-0,07
100,0	1,14	1,13	1,67	1,40	0,25	0,42	1,52	-0,22	-0,07
110,0	1,28	1,27	1,84	1,55	0,29	0,49	1,65	-0,23	-0,07
120,0	1,43	1,42	2,03	1,71	0,30	0,58	1,77	-0,25	-0,06
130,0	1,57	1,56	2,21	1,85	0,38	0,66	1,97	-0,26	-0,05
140,0	1,72	1,70	2,39	1,98	0,51	0,76	2,13	-0,28	-0,04
150,0	1,85	1,82	2,57	2,10	0,63	0,85	2,32	-0,30	-0,04
160,0	1,99	1,96	2,75	2,23	0,77	0,95	2,45	-0,32	-0,03
170,0	2,12	2,08	2,93	2,36	0,95	1,09	2,66	-0,34	-0,02
180,0	2,26	2,22	3,12	2,51	1,13	1,23	2,73	-0,37	-0,01
190,0	2,40	2,35	3,37	2,71	1,28	1,38	2,94	-0,40	0,00
200,0	2,61	2,49	3,66	3,00	1,48	1,52	3,12	-0,43	0,00
210,0	2,80	2,66	3,64	3,59	1,75	1,64	3,28	-0,47	0,01
220,0	3,01	2,86	4,53	5,33	2,05	1,76	3,54	-0,52	0,01
230,0	3,54	3,59	-	-	2,31	1,88	3,71	-0,59	0,01
240,0	-	-	-	-	2,53	2,03	4,12	-0,62	0,00

### A.3 Propriedades Mecânicas do Concreto

Tabela A17 – Resistência à compressão do concreto

Laje	Idade (dias)	CP (15 x 30) cm	Ruptura (Kgf)	Tensão (MPa)
L1A	63	1	81000	45,8
		2	32000	40,7
		3	66000	37,4
L2A	65	1	73000	41,3
		2	71000	40,2
		3	69000	39,0
L3A	67	1	71000	40,2
		2	74000	41,9
		3	65000	37,0
L4A	55	1	71500	40,5
		2	69000	39,0
		3	73600	41,7
L1B	57	1	68000	38,5
		2	74500	42,1
		3	77100	43,6
L2B	61	1	75700	42,8
		2	72000	40,7
		3	75100	42,5
L3B	70	1	76700	43,4
		2	75000	42,4
		3	69000	39,0
L4B	72	1	72600	41,1
		2	71000	40,2
		3	71000	40,2

Tabela A18 – Resistência à tração do concreto

Laje	Idade (dias)	CP (10 x 20) cm	Ruptura (Kgf)	Tensão (MPa)
L1A	63	1	8000	2,5
		2	6200	2,0
		3	6500	2,1
L2A	65	1	9500	3,0
		2	7000	2,2
		3	6500	2,1
L3A	67	1	6200	2,0
		2	6500	2,1
		3	6700	2,1
L4A	55	1	10600	3,4
		2	9400	3,0
		3	7000	2,2
L1B	57	1	10600	3,4
		2	9400	3,0
		3	7000	2,2
L2B	61	1	11000	3,5
		2	9200	2,9
		3	12200	3,9
L3B	70	1	8000	2,5
		2	7300	2,3
		3	8000	2,5
L4B	72	1	9000	2,9
		2	8500	2,7
		3	9200	2,9

Tabela A19 – Módulo de elasticidade do concreto

Laje	Idade (dias)	CP (15 x 30) cm	E (GPa)
L1A	63	1	24,5
		2	24,9
		3	25,3
L2A	65	1	23,8
		2	25,2
		3	27,0
L3A	67	1	22,0
		2	20,3
		3	22,6
L4A	55	1	22,6
		2	23,8
		3	23,5
L1B	57	1	22,9
		2	22,3
		3	22,4
L2B	61	1	24,5
		2	24,9
		3	25,3
L3B	70	1	23,8
		2	25,2
		3	27,0
L4B	72	1	22,0
		2	20,3
		3	22,6