UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

ELINALDO COUTINHO MORAIS

ENSINAR-APRENDER FRAÇÕES EM UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: conhecimentos e dificuldades evidenciadas

BELÉM / PA
2010

ELINALDO COUTINHO MORAIS

ENSINAR-APRENDER FRAÇÕES EM UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: conhecimentos e dificuldades evidenciadas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará - UFPA, como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, área de concentração em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves

BELÉM / PA

2010

ELINALDO COUTINHO MORAIS

ENSINAR-APRENDER FRAÇÕES EM UM CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA PARA PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: conhecimentos e dificuldades evidenciadas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará - UFPA, como exigência para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Aprovada em: ____/____/____

Banca Examinadora:

____

Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves

IEMCI/UFPA – Orientador

____

Prof. Dr. Renato Borges Guerra

IEMCI/UFPA – Membro Interno

____

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais

UFMS – Membro Externo

Aos meus pais Edivaldo e Flora. Em seus sonhos, o começo de tudo;

À Marli, minha companheira Marlizinha, e aos nossos queridos filhos, Raíssa, Raquel e Rafael, frutos da nossa união e do nosso amor;

AGRADECIMENTOS

À Deus, por ter me dado forças para permanecer no período de Mestrado longe da convivência familiar.

À Marlizinha, Raíssa, Raquel e Rafael por não ter permitido que a distância se tornasse infinita.

Aos meus pais Edivaldo e Flora, aos irmãos Erivaldo, Marilene, Marinez, Edinaldo, Evanaldo, Everaldo e aos sobrinhos, sobrinhas, cunhados, cunhadas pelo incentivo nesta caminhada.

Ao professor Dr. Tadeu Oliver Gonçalves, orientador de minha Dissertação e autor dos primeiros textos que me conduziram ao Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, da Universidade Federal do Pará.

Ao professor Dr. Luiz Carlos Pais, por ter aceitado o convite para participar de minhas Bancas de Qualificação e de Defesa.

À professora Dra. Terezinha Valim Oliver Gonçalves, que me apresentou à pesquisa qualitativa e, também, pelas suas valiosas contribuições a este trabalho no momento da Qualificação;

Ao professor Dr. Renato Borges Guerra e ao prof. Dr. Francisco Hermes dos Santos Silva, pelas contribuições que nortearam este trabalho;

Aos colegas Mestres Arthur Gonçalves Machado Júnior e Mauro Guterres Barbosa, pelas contribuições durante a realização deste trabalho;

A todos os professores do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI da Universidade Federal do Pará – UFPA, por propiciarem debates enriquecedores, despertando a curiosidade para os saberes. Em especial, menciono a profª. Dra. Marisa Abreu e a profª. Dra. Luiza Nakayama pela forma diferenciada de se comunicarem com os alunos.

À Universidade Estadual do Maranhão - UEMA, por possibilitar o meu afastamento, com bolsa de auxílio, para esta formação em nível de Mestrado;

Aos meus colegas, professores e funcionários, do Departamento de Matemática e Informática da UEMA, que me apoiaram nesta caminhada;

À Secretaria de Estado da Educação do Maranhão – SEDUC, por possibilitar o meu afastamento, para esta formação em nível de Mestrado;

Aos meus colegas, professores e funcionários, da Escola Maria Mônica Vale, pelo apoio e incentivo;

Aos funcionários do IEMCI, em especial Dayse Brito, Eugênio Despointes, Ricardo Camacho pela presença constante e também à Heloisa Gomes, Luciana Cascaes e Amanda que participaram desta construção.

Aos meus colegas de Mestrado, em especial Claudete e Reginaldo pela convivência e diálogos sobre o conhecimento;

Aos colegas Elizabeth, Edileusa, Lênio, Miranda e Neivaldo pelas contribuições para esta pesquisa nos encontros do ‘Grupo de Sexta’ na UFPA

A todos os colegas que participaram do (TRANS)FORMAR - Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores da UFPA, contribuindo nos debates para a construção desta pesquisa;

A José Garcez (Zequinha), Leoneza, Ranyeri e Izabel pelo carinho e atenção com que me trataram em Belém.

Posso saber pedagogia, biologia como astronomia, posso cuidar da terra como posso navegar. Sou gente. Sei que ignoro e sei que sei. Por isso, tanto posso saber o que ainda não sei como posso saber melhor o que já sei. E saberei tão melhor e mais autenticamente quanto mais eficazmente construa minha autonomia em respeito à dos outros

(Paulo Freire, Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa, 2007, p. 94)

RESUMO

Este estudo apresenta os dados de uma pesquisa realizada na Universidade Federal do Pará - UFPA, no ano de 2009, em uma turma do Curso de Especialização em Educação em Ciências e Matemáticas para as Séries Iniciais. Durante o período em que se estudou o tema frações, nesse curso de formação continuada, foram investigados os conhecimentos e dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. A fundamentação teórica usada para dar suporte a este estudo está apoiada em trabalhos dos autores: Brousseau (2009, 2008, 1996), D'Amore (2007), Pais (2006, 2005), Almouloud (2007), Igliori (2008), Bittencourt (1998). A pesquisa é qualitativa na modalidade descritiva. De uma turma composta de 29 (vinte e nove) professoras que frequentavam o curso de formação, 5 (cinco) foram selecionadas, dentre as que possuíam maior tempo de experiência em sala de aula, para serem os sujeitos investigados na pesquisa. Outras 10 (dez) professoras estão citadas, por terem dado valiosas contribuições para fundamentar as análises. Os instrumentos de investigação usados foram o caderno de campo, questionário, teste e registro produzido pelas professoras pesquisadas. Estes dados foram organizados e apresentados em forma de episódios. Os resultados apontam conhecimentos e dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras em relação ao tema frações. Algumas dificuldades identificadas: 1) fazer comparações entre frações; 2) fazer a representação esquemática de frações. O conhecimento identificado: 1) a construção de equação linear como resultado da leitura e interpretação de problemas com aplicação de frações; 2) a resolução algébrica de problemas envolvendo frações. Entretanto, essas professoras, conscientes de possuírem tais dificuldades, mostraram-se motivadas a superá-las. Essa motivação ficou evidenciada pelo comprometimento que apresentaram ao desenvolver as tarefas que foram propostas no referido curso.

Palavras-chaves: Saber docente. Conhecimento matemático. Dificuldades no fazer ensinar-aprender. Formação continuada. Frações.

ABSTRACT

This study presents data from a survey conducted at the Universidade Federal do Pará - UFPA, in 2009, in a class of Specialization in Science and Mathematics Education for Elementary School. During the period in which they studied the issue fractions in this continuing education course, we investigated the knowledge and difficulties that arise in learning to teach the teachers who teach mathematics in the early years of elementary school. The theoretical framework used to support this study is supported by authors: Brousseau (2009, 2008, 1996), D'Amore (2007), Parent (2006, 2005), Almouloud (2007), Igliori (2008), Bittencourt (1998). The qualitative research is descriptive in mode. In a class composed of 29 (twenty nine) teachers who attended the training course, 5 (five) were selected among those who had greater experience in the classroom, to be the subjects investigated in the research. Other 10 (ten) teachers are cited for providing their valuable contributions to support the analysis. The research instruments used were field notes, questionnaires, test and record produced by the teachers surveyed. These data were organized and presented in the form of episodes. The results indicate knowledge and difficulties in learning to teach the teachers by Topic fractions. Some difficulties can be identified: 1) make comparisons between fractions, 2) make the schematic representation of fractions. The knowledge identified: 1) the construction of a linear equation as a result of reading and interpretation of problems with application of fractions, 2) the resolution of problems involving algebraic fractions. However, these teachers are aware of having such difficulties, were motivated to overcome them. That drive was evidenced by the commitment we had to develop the tasks that were proposed in this course.

Keywords: Knowing teaching. Mathematical knowledge. Difficulties in learning to teach. Continuing education. Fractions.

SUMÁRIO

1 RECORTES DE MINHA HISTÓRIA DE VIDA... CAMINHOS PARA A CONSTRUÇÃO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresento um relato de minha caminhada, mostrando caminhos percorridos em minha trajetória pessoal, acadêmica e profissional. Flexeiras/MA foi o local onde tudo começou, para, em seguida, ser construído todo um caminho que me conduziu à profissão docente. A Universidade Federal do Pará surgiu nesse contexto, como instituição formadora, como um novo horizonte, já no âmbito do mestrado, criando perspectivas e orientando para a permanente formação docente.

1.1 O começo de minha caminhada.

Nasci em 1963, em um povoado chamado Flexeiras, no município de Humberto de Campos – Ma. Povoado de poucas casas, onde ainda hoje todos se conhecem e se cumprimentam. Naquela época, sua ligação com a capital, São Luís, fazia-se pelo mar, após doze horas de viagem. Lá, as pessoas levam vida muito simples, apesar de já existir trilha e estrada que as conduzam a São Luís.

Meus pais, Edivaldo Rodrigues Morais e Flora Coutinho Morais, como todos os moradores, levavam vida simples. Eles constituíram uma família com sete filhos. Flora, dona de casa, sonhadora, escutava os conselhos e profecias de seu pai que dizia que seus netos seriam criados na capital.

Edivaldo, trabalhador admirável, ora lavrador, ora pescador. Lembro-me que, em sua sabedoria, já tentava ensinar o seu ofício aos seus filhos. Assim, eu e meu irmão Erivaldo fomos ainda meninos conduzidos a enfrentar o mar, na condição de pescadores aprendizes. Em alto mar, aprendíamos a conhecer seus perigos e formas de enfrentá-los. Um fato que guardo também na memória é de nossas pescarias no rio: quando meu pai jogou a tarrafa, deixando-a repousar sobre os peixes, mandou que eu e meu irmão mergulhássemos e fôssemos buscar, com as mãos, aquele peixe que nos seria servido no almoço. É claro que ficamos o maior tempo possível, procurando o maior peixe e na volta o exibimos como troféu. Hoje, revivendo essas memórias, vejo a sabedoria contida naquelas ações praticadas por meu pai que, acredito, estava pensando certo. Segundo Freire (2008, p.34): "[...] Quem pensa certo está cansado de saber que as palavras a que falta a corporeidade do exemplo pouco ou quase nada valem". Assim, Edivaldo, conduzindo seus filhos, levou-nos a aprender um ofício, a enfrentar as situações que a vida oferece, sem medo e com altivez,

> [...] exercendo como ser humano a irrecusável prática de inteligir, desafiar o educando com quem se comunica e a quem comunica, produzir sua compreensão do que vem sendo comunicado. Não há inteligibilidade que não seja comunicação e intercomunicação e que não se funde na dialogicidade. O pensar certo por isso é dialógico e não polêmico. (FREIRE, 2008, p.38)

Em Flexeiras, minha primeira experiência escolar aconteceu com a mestra Valdilina. Chamavam-na de mestra, pois assim eram chamadas as professoras que sabiam alfabetizar. Guardo na memória alguns episódios desse período.

Meu pai, a convite de sua irmã Iracema, deslocou-se para a capital São Luis, desdobrando-se em muitas frentes de trabalho, o que o motivou, posteriormente, a conduzir toda a sua família para experimentar também a vida na capital. A minha chegada a São Luis aconteceu quando eu ainda tinha oito anos de idade e para não ficar fora da faixa escolar, colocaram-me no segundo ano. Registro que foi um trabalho árduo adaptar-me às condições escolares da cidade grande. Na sala de aula, lembro-me das dificuldades para manter minha escrita na mesma linha do caderno. Superando dificuldades de todas as ordens, concluí o primeiro e o segundo graus (nomenclaturas da época) e tive o privilégio de entrar nas Universidades Federal do Maranhão – UFMA e Universidade Estadual do Maranhão – UEMA, nos cursos de Química Industrial e Engenharia Mecânica, respectivamente.

A minha formação escolar foi toda construída na escola pública. Essa experiência estudantil me faz acreditar, com convicção, que tenho um débito social com a educação pública o que, somado à minha experiência de vida, provavelmente conduziu-me à vida docente.

1.2 Meus primeiros passos no ensino da Matemática

Aos treze anos de idade, como estudante do período noturno, na sétima série, eu era solicitado por alguns colegas de sala para tirar-lhes dúvidas em matemática. Um entre eles, além de estudante, era funcionário da escola, o que lhe permitia ter acesso mais facilmente à direção e às chaves da escola. Nos finais de semana, então, eu exercitava o magistério naquela escola, para um grupo de alunos. Continuei exercitando o magistério com os colegas na oitava série, também naquela escola. Um dilema surgiu no final desse período: onde fazer o segundo grau? Consciente que meus pais não possuíam condições financeiras para colocar-me em uma escola particular, apeguei-me ao sonho de ser aluno do Liceu Maranhense, escola pública do Maranhão, na época muito concorrida. Para tanto, passei uma noite inteira na fila, aguardando vez para inscrever-me, no dia seguinte, no processo seletivo daquela instituição. Aprovado, na seleção, fiz o segundo grau no Liceu Maranhense, no qual mantive minhas experiências de magistério, na matemática, com alguns colegas. Entendo que, como afirma Freire (2008, p.23),

> Se, na experiência de minha formação, que deve ser permanente, começo por aceitar que o formador é o sujeito em relação a quem me considero o objeto, que ele é o sujeito que me forma e eu, o objeto por ele formado, me considero como um paciente que recebe os conhecimentos-conteúdos-acumulados pelo sujeito que sabe e que são a mim transferidos. Nesta forma de compreender e de viver o processo formador, eu, objeto agora, terei a possibilidade, amanhã, de me tornar o falso sujeito da “formação” do futuro objeto de meu ato formador. É preciso que pelo contrário, desde os começos do processo, vá ficando cada vez mais claro que, embora diferentes entre si, quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado. É nesse sentido que ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos nem formar é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado. Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Quem ensina ensina alguma coisa a alguém.

Nesse sentido, discutindo conhecimentos oriundos de sala de aula, já dava meus primeiros passos na constituição de minha formação como educador. Naquela época de Liceu, além da matemática, tinha grande afeição pela filosofia, momento em que me aventurei na leitura de alguns filósofos clássicos e autores brasileiros. Fiz leituras sobre a vida de Sócrates, Platão, Aristóteles. Li obras de

Machado de Assis, Josué Montelo e declamei poemas de Gonçalves Dias, Álvares de Azevedo, Casimiro de Abreu e Olavo Bilac. Esta experiência estimulou-me a fazer alguns rabiscos literários.

Naquela época, já possuindo uma postura crítica sobre as questões do cotidiano e acreditando que "[...] A mudança do mundo implica a dialetização entre a denúncia da situação desumanizante e o anúncio de sua superação, no fundo o nosso sonho" (FREIRE, 2008, p.79), motivei-me a participar do centro cívico da escola e a fazer teatro amador em São Luis, como forma de expressar através da fala e dos textos a insatisfação e revolta com a condução das políticas sociais e econômicas vigentes, causadoras de mazelas sociais. Nessa época, ocorreu um grande movimento em São Luis, que por conta de instituir a meia passagem nos transportes escolares uniu toda a classe estudantil ludovicense[1]. Houve, durante dias, enfrentamento com a polícia local, correrias e pancadarias. Como secundarista, sonhador, porém consciente de que as

> [...] condições materiais, econômicas, sociais e políticas, culturais e ideológicas em que nos achamos geram quase sempre barreiras de difícil superação para o cumprimento de nossa tarefa histórica de mudar o mundo, sei também que os obstáculos não se eternizam (FREIRE, 2008, p.54).

Por tais motivos, participei ativamente desse movimento que ficou registrado na memória dos estudantes de São Luís.

1.3 A minha caminhada rumo à Universidade

Ao terminar o segundo grau no Liceu Maranhense, a intenção de fazer faculdade era certa e vista como forma de fugir das condições sociais impostas naquele momento e ascender a uma nova condição de vida. O dilema era o que fazer. A emoção pedia a matemática ou a filosofia, contrário à razão e a família, que queria formar doutores (naquela época eram assim chamados os advogados, médicos e engenheiros).

[1] Assim denominada a pessoa que nasce em São Luís

> [...] a família é muitas vezes um lugar de confronto. Obriga a oposições para nos afirmarmos e alcançarmos os nossos fins. Dela emanam modelos de papéis sociais e a imposição de normas de conduta de que é preciso libertarmo-nos para melhor conseguirmos tomar a vida nas nossas mãos. Por vezes, os pais impõem uma direção escolar ou profissional. (DOMINICÉ, 1988, p.59).

Por ter feito um segundo grau, com curso profissionalizante, na área de laboratórios médicos, aventurei-me aos vestibulares, em 1981, na área médica. Essa experiência com vestibulares me fez perceber que o meu melhor desempenho acontecia nas disciplinas de matemática e física. Isto me fez repensar minha opção profissional e, a partir de então, optei pela engenharia, em que os conhecimentos matemáticos e físicos seriam melhor aproveitados. Dessa forma, ingressei na Engenharia Mecânica da Universidade Estadual do Maranhão – UEMA e concomitantemente no curso de Química Industrial, na Universidade Federal do Maranhão – UFMA, vindo mais tarde a abandoná-lo, motivado pelo excesso na carga de estudos e dificuldades de locomoção de uma universidade à outra.

Durante a minha graduação continuei exercendo o magistério, desta vez na forma de aulas particulares de matemática. Este período de universidade, além de me permitir construir conhecimentos técnicos para o meu exercício profissional, fez-me também olhar para a educação e perceber deficiências no sistema educacional, precariedade de instalações físicas, acervo bibliográfico deficiente, professores desestimulados no seu ambiente de trabalho. Esta falta de estímulo, por vezes, é justificada por muitos professores como consequência dos baixos salários recebidos.

> Se há algo que os educandos brasileiros precisam saber, desde a mais tenra idade, é que a luta em favor do respeito aos educadores e à educação inclui que a briga por salários menos imorais é um dever irrecusável e não só um direito deles. A luta dos professores em defesa de seus direitos e de sua dignidade deve ser entendida como um momento importante de sua prática docente, enquanto prática ética. Não é algo que vem de fora da atividade docente, mas algo que dela faz parte. O combate em favor da dignidade da prática docente é tão parte dela mesmo quanto dela faz parte o respeito que o professor deve ter à identidade do educando, à sua pessoa, a seu direito de ser. (FREIRE, 2008, p.66)

É preciso que o professor se mostre consciente dessa situação e de seus direitos. Nesse sentido, professor e aluno devem ser parceiros na luta pelo respeito à educação.

Terminado o curso de engenharia, recebi o convite de um colega, professor, para substituí-lo na UEMA, na disciplina Elementos de Máquinas. De pronto, não aceitei o convite, pois, julgava-me sem conhecimentos suficientes para tal missão. Na condição de recém-formado, julguei-me não estar capacitado para ser professor de uma disciplina na Universidade.

> Assim como não posso ser professor sem me achar capacitado para ensinar certo e bem os conteúdos de minha disciplina, não posso, por outro lado, reduzir minha prática docente ao puro ensino daqueles conteúdos. Esse é um momento apenas de minha atividade pedagógica. Tão importante quanto ele, o ensino dos conteúdos, é o meu testemunho ético ao ensiná-los. É a decência com que o faço. É a preparação científica revelada sem arrogância, pelo contrário, com humildade. (FREIRE, 2008, p.103)

Nesse sentido, percebendo a necessidade de ampliar meus conhecimentos, fui para a cidade de Ouro Preto – MG, onde tive a oportunidade de fazer uma especialização na área de Controle de Qualidade de Produtos Siderúrgicos, pela Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto. Terminado o curso, voltei para São Luis, pretendendo divulgar conhecimentos na área de Qualidade, o que acredito ter feito nas empresas e órgãos do estado por onde passei profissionalmente.

Já em São Luis, recebi o convite para ser o Diretor Executivo de uma unidade da Fundação do Bem Estar do Menor – FEBEM, no bairro do Anjo da Guarda. Aceitei prontamente o convite e conheci de perto a realidade das pessoas de baixa renda daquele bairro. Posteriormente, recebi outro convite, desta vez para chefiar a Divisão de Oficina da Companhia de Limpeza Urbana de São Luís - COLISEU. Aceitei o convite e, por lá, também acredito ter compartilhado a filosofia da Qualidade. Mais tarde, ofuscado pelo cargo e salário de engenheiro em uma indústria, uma empresa privada, em São Luis, candidatei-me à vaga e fui admitido, completando a minha experiência profissional fora do magistério. Tive a oportunidade de ver e contribuir, como engenheiro, para a exploração da mão de obra do trabalhador de baixo salário. Isso me angustiava e fortalecia o meu vinculo com a educação pública.

Concomitantemente com a iniciativa privada, através de um contrato com a Secretaria de Estado da Educação do Maranhão – SEDUC/MA, exerci a função de professor de matemática no ensino médio, no município de São Luis. Acreditando que poderia dar a minha contribuição à educação e lembrando o meu compromisso com a educação pública, deixei a iniciativa privada e dediquei-me somente ao magistério. Este foi o primeiro passo para o meu ingresso na UEMA, o que fiz em 1994, ao submeter-me a um processo seletivo (contrato) para professores de matemática, no intuito de atender a um programa daquela instituição, designado por SOS (Curso de Nivelamento do Terceiro Grau). Posteriormente, como contratado, ingressei também em uma escola do estado, no município de São José de Ribamar, onde trabalhei as disciplinas matemática e física. Em 1996, submeti-me ao processo seletivo para o Departamento de Matemática e Informática - DEMATI, da UEMA, sendo aprovado na disciplina Estatística e Probabilidade. Prorroguei meu contrato através de outro processo seletivo e, posteriormente, em 1999, participei do concurso público para o quadro de carreira da UEMA, sendo aprovado na referida disciplina.

Sentindo a necessidade de possuir uma graduação em matemática, submeti-me ao vestibular da UEMA. Logrando êxito, tentei realizar tal graduação, entretanto não conclui o curso, pois, naquela época, já dividia o meu tempo como professor e aluno daquela instituição. A necessidade de manutenção de despesas familiares fez-me optar por abandonar a licenciatura em matemática. Entretanto, tive o privilégio de concluir dois cursos de licenciatura. A primeira licenciatura intitulada Disciplinas Profissionalizantes, habilitando-me a ensinar as disciplinas Tecnologia Mecânica, Fabricação Mecânica e Produção Mecânica, disciplinas voltadas para atender a Escola Técnica Estadual do Maranhão, em São Luis. A segunda licenciatura intitulada Formação Pedagógica de Docentes, habilitando-me a ensinar as disciplinas de matemática, física e desenho geométrico em nível médio. Tive ainda a oportunidade de fazer um Curso de Especialização em Metodologia do Ensino de Terceiro Grau. Registro que nestes cursos, a ênfase estava nas disciplinas de cunho pedagógico, o que propiciou muitas reflexões sobre a educação, a prática educativa e a aprendizagem. Menciono também a oportunidade que a UEMA me proporcionou autorizando-me a fazer uma especialização em Estatística ofertada por aquela instituição.

Em fevereiro de 2001, tomei posse na UEMA como professor efetivo no Departamento de Matemática e Informática. Durante todo este período de exercício profissional, tenho contribuído na formação acadêmica de muitos jovens. Houve um período em que eu era professor com dedicação exclusiva à UEMA. No entanto, sentindo a necessidade de uma maior aproximação com a realidade escolar da Educação Básica, direcionei-me também ao ensino médio. Em abril de 2004, tomei posse também como professor de matemática do ensino médio. Desde então, acumulo essas funções, na UEMA e na SEEDUC/MA em São Luís.

1.4 A influência de minha família na decisão para a realização do mestrado

A partir deste momento, relato um episódio de minha vida que guardo com muito carinho: uma indústria do Ceará estava se instalando em São Luís, o que chamou minha atenção, como acadêmico de engenharia, e fez com que eu participasse de um recrutamento. Não fui contemplado, pois essa empresa estava recrutando pessoal para dar treinamento e formar sua mão de obra no Ceará.

Retornando à São Luís - Maranhão, após a Especialização em Controle de Qualidade, na cidade de Ouro Preto – MG, deparei-me com aquele momento de distribuir currículos nas empresas. A empresa do Ceará já estava instalada, em pleno funcionamento e estava recrutando mão de obra para o seu quadro de pessoal. Ao chegar à empresa, na portaria, o vigilante me avisou que eu não poderia ser atendido, pois a pessoa encarregada do recrutamento e seleção, na época, a Dra. Marli, estava ocupada fazendo entrevista a candidatos. Deixei meu currículo na portaria e pedi que fosse entregue a ela. Passados alguns dias, não havendo resposta, retornei à empresa e novamente não pude ser atendido. Tomei conhecimento de que um amigo meu de infância, Lourenço, estava trabalhando no setor de pessoal daquela empresa. Pedi então que ele, em mãos, entregasse o meu currículo, o que foi feito sem perda de tempo.

Passado um tempo, e sem retorno nenhum da empresa, fui convidado para participar da comemoração do aniversário de Lourenço e lá estavam a Dra. Marli e sua assistente Giceli. Fomos apresentados e comecei a participar dos encontros daquele grupo. Mais tarde fiquei sabendo que ao entregar o meu currículo, Lourenço fez os maiores elogios sobre mim, o que foi questionado pela

Dra. Marli da seguinte forma: “Lourenço, esse é um candidato a emprego ou candidato a marido?”, o que provocou muitos risos nas pessoas na sala.

Hoje, a Dra. Marli que assinava seu nome como Marli Alcântara Ferreira, assina como Marli Alcântara Ferreira Morais, e completam a nossa família, nossos queridos filhos, Rafael Alcântara Morais – 11 anos, Raquel Alcântara Morais – 13 anos, Raíssa Alcântara Morais – 15 anos. Como pai, companheiro, tentando sempre estar presente no cotidiano do lar e participando ativamente na formação e no desenvolvimento cognitivo de nossos filhos, optei por adiar várias vezes o meu desenvolvimento profissional na busca de um mestrado na área de matemática. Buscando estar próximo da família, participei de duas seleções para o Mestrado em Educação da Universidade Federal do Maranhão, sendo que na primeira vez fui aprovado na prova escrita e reprovado no projeto. Na segunda vez fui aprovado em todas as etapas: prova escrita, projeto, entrevista. No entanto fiquei como excedente. Eu estava cada vez mais convicto da necessidade de aprofundar estudos na área de educação, o que queria fazer através de um mestrado.

Na UEMA, a saída de um colega de departamento, para o mestrado na UFPA, deixou as disciplinas da área de educação sem professor. Por possuir habilitação em Formação Pedagógica de Docentes fui convidado para assumir tais disciplinas. O reencontro com essas disciplinas acendeu a vontade de ligar a educação com a matemática, o que focou minha atenção no PPGECM[2] da UFPA. Para mim, seria o casamento ideal: a educação, a matemática e a proximidade com a minha família, haja vista que outros programas em educação matemática encontram-se mais no sul do país. Entendendo que já havia alcançado algumas etapas de construção familiar e tendo dialogado com a minha família, no sentido de entender a minha ausência, direcionei-me então às leituras que me conduziram à seleção e ao Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas da UFPA.

O dilema era evidente: ausentar-me da convivência familiar para, no entanto, oportunizar-me uma qualificação como professor. Acredito que:

> Os processos de escolha profissional, de escolarização contínua, de implantação cultural, acham-se constantemente submersos numa dinâmica afetiva, feita tanto de dificuldades a ultrapassar como de imaginário a conter. As regulações que balizam estes processos, ou comprometem a

---

[2] Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.

> pessoa no conjunto destas dimensões, ou não tem lugar. (DOMINICÉ, 1988, p.153)

Portanto, a decisão em realizar um mestrado, na UFPA, foi determinante para eu acreditar que esta oportunidade surgiu como motivação, para superar fragilidades na condução de minha prática docente.

1.5 Delimitação do tema e justificativa do problema

No decorrer das disciplinas oferecidas no Mestrado, no PPGECM da UFPA, fui sendo apresentado a diversos autores, dentre eles cito: Rousseau, Bachelard, Michel Otte, Yves Chevallard, Guy Brousseau, Luis Carlos Pais, D'Amore, Gauthier, Tardiff. Motivado pelas inquietações produzidas pelas discussões em sala de aula, nas diversas disciplinas e atividades acadêmicas, tive a oportunidade de refletir sobre o conhecimento produzido por esses estudiosos e comparar à minha pesquisa. Alguns desses autores, ainda que tenham produzido suas obras há alguns séculos, mantém seu pensamento vivo nos dias atuais. Em relação às dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras, sujeitos pesquisados, que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental alguns autores fundamentaram esta pesquisa: Bittencourt (1988), Bachelard (1996), Brousseau (2008,1996), Pais (2005), D'Amore (2007), Almouloud (2007) e Igliori (2008)

.

> Investigar as dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática nos anos iniciais do ensino fundamental se constitui hoje um grande desafio, pois a educação matemática "[...] exige uma constante superação de conflitos, rupturas, retornos, e esses obstáculos integram as ações de ensinar e aprender (PAIS, 2006, p.8).

Dessa forma, na relação entre o professor, aluno e o saber, as dificuldades no fazer ensinar-aprender se inserem nesse contexto, pois ao aluno é estimulado o trabalho investigativo na matemática; ao professor, a responsabilidade de tornar o saber mais compreensível para este aluno. Para Brousseau (2008, p.64)

> [...] os problemas de ensino são também, e ás vezes principalmente, problemas de didática. O lugar do aluno na relação didática tem sido reivindicado - como o lugar da realidade - através de diferentes abordagens - psicanalítica, psicológica, pedagógica, etc.

O professor deve entender que o saber produzido pelo matemático sofre inúmeras transformações em sua construção e que as dificuldades encontradas por este matemático na elaboração desse saber não são colocadas na redação final nos livros didáticos. Uma maneira de colocar o aluno em contato com a realidade e trazê-lo para o cotidiano da sala de aula é tornar a contextualização no ensino da matemática uma prática constante. Neste fazer ensinar-aprender matemática é possível que algumas dificuldades apareçam no desenvolver de atividades realizadas na sala de aula.

> [...] Tais dificuldades são mais perceptíveis quando conhecimentos do cotidiano são colocados rapidamente aos conceitos matemáticos tal qual acontece nos momentos iniciais da educação. Dessa forma, percebemos a complexidade dos desafios vivenciados pelo professor que atua nas séries iniciais do ensino fundamental". (PAIS, 2006, p.8)

Como essas dificuldades emergem no fazer ensinar-aprender das professoras em um curso de formação continuada, sobre frações, para os anos iniciais de escolaridade do ensino fundamental?

Com a intenção de investigar o desempenho do ensino na Educação Básica, o Governo Brasileiro implantou dois exames complementares que compõem o SAEB[3], Sistema de Avaliação da Educação Básica, o qual estabelece que:

> A avaliação denominada Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb (Saeb) permite produzir resultados médios de desempenho conforme os estratos amostrais, promover estudos que investiguem a eqüidade e a eficiência dos sistemas e redes de ensino por meio da aplicação de questionários, conforme vem sendo implementado na avaliação desde o ano de 1995 (...) A avaliação denominada Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – Anresc (Prova Brasil), realizada a cada dois anos, avalia as habilidades em Língua Portuguesa (foco na leitura) e em Matemática (foco na resolução de problemas). É aplicada somente a alunos de 4ª série/5º ano e 8ª série/9º ano da rede pública de ensino em área urbana e tem como prioridade evidenciar os resultados de cada unidade escolar da rede pública de ensino (BRASIL, 2010 a)

[3] Criado em1988, o Saeb é uma ação do Governo Brasileiro, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep, na sua Diretoria de Avaliação da Educação Básica – Daeb, sendo um dos mais amplos esforços empreendidos em nosso País no sentido coletar dados sobre alunos, professores, diretores de escolas públicas e privadas em todo o Brasil (BRASIL, 2010 b)

Essas avaliações buscam identificar dados que retratem a realidade do sistema educacional brasileiro, visando implantar políticas de educação que permitam reduzir as desigualdades e promover a democratização da gestão do ensino, além de acostumar as pessoas envolvidas com o processo da cultura avaliativa buscando os resultados do ensino. Tem-se percebido um grande envolvimento da comunidade escolar, no sentido de fornecer informações, participando do processo avaliativo. Consta no site do INEP (BRASIL, 2010 b) que:

> Em 2003, participaram do Saeb cerca de 300 mil alunos, 17 mil professores e 6 mil diretores de 6.270 escolas das 27 unidades das Federação. Além desses, perto de 4 mil pessoas, entre aplicadores dos testes, supervisores e funcionários das Secretarias de Educação Estaduais trabalharam nessa aplicação.

As avaliações têm mostrado informações que merecem atenção no sentido de se repensar o ensino da matemática voltada para as séries iniciais do ensino fundamental

> Resultados obtidos nos testes de rendimento em Matemática, aplicados em 1993 pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB), indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série, e subiu para 5,9% na sétima série (BRASIL, 2000, p.23).

O que se observa nessas informações é uma queda nos percentuais de acerto para as séries seguintes. O que estaria motivando esse aumento de erros produzidos por esses alunos ao passar de uma série à outra? Em outra avaliação, fica evidenciada a necessidade em melhorar o desempenho dos alunos:

> Em 1995, numa avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas (BRASIL, 2000, p.23-24).

Essa informação relatando que as dificuldades dos alunos dizem respeito à aplicação de conceitos e resolução de problemas me faz pensar que para desenvolver um conceito é necessário que, primeiro, se tenha aprendido esse conceito. Segundo Pais (2005), toda aula tem como objetivo ensinar um conceito. Se não está havendo a aprendizagem de conceitos é porque dificuldades estão causando esse impedimento.

Considerando os resultados de rendimento em matemática apresentados anteriormente pela Secretaria de Educação Fundamental, nos anos iniciais, e com a intenção de possibilitar uma visão sobre esse nível de ensino, apresento também outros resultados de avaliações. Em pesquisa divulgada pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA[4], o aluno brasileiro está em última posição, na América do Sul, e se encontra numa das últimas posições no mundo em conhecimentos de Matemática. De acordo com a pesquisa, o Brasil "[...] ficou no 54º lugar da pesquisa, com 370 pontos, ao lado da Colômbia e da Argentina. O estudo avaliou 400 mil alunos de 57 países". (EDUCAÇÃO, 2007)

Nesta mesma pesquisa consta que a capacidade de leitura do aluno brasileiro está colocada entre as últimas posições, o que vem a comprometer a construção do seu saber matemático: "Na avaliação de capacidade de leitura, o país ficou na 50ª posição, com 393 pontos, e aparece à frente de Colômbia (385) e Argentina (374). Entre os sul-americanos, o índice faz com que seja superado por Chile (442) e Uruguai (413)." Outro dado relevante da pesquisa diz respeito aos conhecimentos científicos[5], onde o Brasil também não apresenta também uma boa colocação:

> Na avaliação das capacidades científicas[6], o Brasil obteve 390 pontos, à frente apenas da Colômbia (388) entre os países da América do Sul. O melhor sul-americano é o Chile, com 438 pontos, seguido por Uruguai (428) e Argentina (391). (EDUCAÇÃO, 2007).

---

[4] "O Pisa é um programa internacional de avaliação comparada. A finalidade do exame é produzir indicadores sobre a efetividade dos sistemas educacionais, avaliando o desempenho de alunos na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. As avaliações incluem cadernos de prova e questionários e acontecem a cada três anos, com ênfases distintas em três áreas: leitura, matemática e ciências. Em cada edição, o foco recai principalmente sobre uma dessas áreas. Em 2000, o foco era na leitura; em 2003, a área principal foi a matemática; em 2006, a avaliação tem ênfase em ciências" (EDUCAÇÃO, 2007)

[5] O teste de conhecimentos científicos abrangeu questões referentes a cultivos transgênicos, telas solares, geologia, história das vacinas, exercícios físicos, chuva ácida e efeito estufa.

[6] Segundo a OCDE, apenas 9% dos estudantes de 15 anos de cada país avaliado têm um nível que os permite identificar, explicar o conhecimento científico às situações do cotidiano, embora a percentagem varie muito de um país para outro. Dos 57 países avaliados, 30 fazem parte da OCDE (Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico). No Brasil, o Inep (Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), através do MEC (Ministério da Educação), faz aplicação das provas e questionários em escolas das zonas urbana e rural.

Enfrentar essa realidade é um desafio para todos os professores e, em particular, para os professores que ensinam matemática, pois esta área do conhecimento se constitui como requisito fundamental e ferramenta essencial na vida cotidiana das pessoas, bem como, para mais tarde, inseri-las no mercado de trabalho. Segundo a Secretaria de Educação Fundamental

> A constatação da sua importância apóia-se no fato de que a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agiliz ação do raciocínio dedutivo do aluno (BRASIL, 2000, p. 15).

Nessa perspectiva, identificar e analisar as dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender em um curso de formação continuada para professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental se faz necessário para servir, como referência, no planejamento de políticas para a superação de tais indicadores na formação inicial e continuada desses professores. Nesta pesquisa faço a identificação de dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras pesquisadas, em um curso de formação continuada, ao ser abordado o tema frações.

Esta pesquisa contempla o tema frações também para entender porque é visto por alguns pesquisadores como um dos mais difíceis e causadores de desinteresse pelo aluno para o estudo da matemática no ensino fundamental. Nunes et al, (2005, p.153), ao abordar razão e frações relata que: “Infelizmente, existem poucos estudos investigando a dificuldade relativa dessas duas formas de representação, embora essa questão seja de grande importância”.Silva (2007, p. 293-294), ao tratar essa temática, reporta-se da seguinte forma:

> Nota-se que as frações são, em geral, um dos conteúdos considerados mais difíceis na matemática. Particularmente, alguns fatores contribuem para isso. O ensino de frações se dá por volta da quarta ou quinta série (no ensino fundamental de oito anos), período em que as crianças saem da unidocência e têm uma disciplina exclusiva de matemática. O professor passa a ter que ensinar um conteúdo muito específico, ao mesmo tempo em que lhe é exigido o cumprimento de prazos determinados. Igualmente, os métodos de memorização, repetição de um algoritmo e de “técnicas" de resolução, encontram um obstáculo em um dos conteúdos que exige um maior grau de abstração. Essa peculiaridade no estudo das frações, em relação à abstração e à compreensão reveste-se de uma dimensão psicológica.

Ainda sobre o ensino de frações, o autor é enfático ao dizer:

> [...] Desse aspecto pedagógico, de um ensino voltado à memorização e à aplicação de algoritmos, o conteúdo de frações apresenta-se como um dos vilões do fracasso escolar, já que exige uma ação do pensamento e um grau de abstração que não é muito presente nas salas de aula da educação básica (SILVA, 2007, p.295),

O ensino de frações tem início nos anos iniciais do ensino fundamental e, nesse nível de ensino, um de seus objetivos é: “Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social” (BRASIL, 2000 b, p.80). Esta atividade requer do professor habilidades para escolher a melhor maneira de desenvolver esse conteúdo, relacionando com situações do cotidiano. Entretanto, concordo também com os autores citados, no que diz respeito à necessidade de uma ação do pensamento e de um grau de abstração para aprender frações. Por este motivo, entendo que os professores, além de usarem situações do contexto social devem também usar situações que permitam estimular o aluno para o exercício da abstração na aprendizagem matemática. Tais motivos me fazem acreditar na necessidade de se estudar frações, pela sua relevância para o contexto educativo.

1.6 Objetivos e questão da pesquisa

Segundo Vasconcellos e Bittar (2007, p.278): “[...] podemos inferir que muitos profissionais estão ingressando na profissão docente sem um conhecimento que lhes garanta atuar de forma segura ao ensinar Matemática”. Segundo essas autoras, um dos motivos seria a opção ao curso de Pedagogia por alunos que apresentaram muitas dificuldades em Matemática, acreditando que nesse curso não seria necessário estudar novamente esta disciplina.

Sobre a formação das professoras que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental, Vasconcellos e Bittar (2007) relatam que os cursos responsáveis por essa formação não possuem carga horária suficiente e as disciplinas de Matemática, muitas vezes são lecionadas por professores que não possuem experiências nos anos iniciais. Entendo que tais professores não necessitam obrigatoriamente ter essa experiência, pois, esta não é uma exigência do sistema educacional brasileiro.

Essas autoras me levam a refletir que são muitos os desafios que são enfrentados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2009, p.10),

> [...] As lacunas nos processos formativos colocam essas professoras diante do desafio de ensinar conteúdos específicos de uma forma diferente da que aprenderam, além de precisarem romper com crenças cristalizadas sobre práticas de ensino de matemática pouco eficazes para a aprendizagem dos alunos.

Diante do que expõe essas autoras, para essas professoras ensinarem matemática se torna um desafio. Ensinar diferente de como aprenderam provavelmente amplia esse desafio. Nesse sentido, erros podem surgir (o que penso ser normal e esperado em todo processo de ensino/aprendizagem), configurando dificuldades no fazer ensinar-aprender.

A minha experiência no magistério, aliada à perspectiva de responder a questões que possam contribuir para a melhoria do processo ensino/aprendizagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, fez-me sentir a necessidade de refletir/aprofundar estudos sobre as dificuldades no fazer ensinar-aprender de professores, o que faço em um curso de formação continuada, abordando frações. Para tanto, esta pesquisa é direcionada com a pergunta formulada a seguir:

Questão de pesquisa:

- Quais dificuldades emergem no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, no momento em que participam de um curso de formação continuada abordando frações?

Objetivos da pesquisa:

Geral:

Investigar dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, no momento em que participam de um curso de formação continuada sobre frações.

Específicos:

- Identificar as dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras, no momento em que participam de um curso de formação continuada sobre frações.
- Identificar o conhecimento matemático que emerge no fazer ensinar-aprender das professoras, no momento em que participam de um curso de formação continuada sobre frações.
- Identificar materiais didáticos que são utilizados no fazer ensinar-aprender das professoras, no momento em que participam de um curso de formação continuada sobre frações.

Esta pesquisa foi desenvolvida na Universidade Federal do Pará, em um curso de Especialização em Educação em Ciências e Matemáticas para as Séries Iniciais, no momento em que foi tratado o tema frações. Um dos instrumentos de coleta, a observação participante permitiu que fossem observados episódios durante todo o curso sobre frações, envolvendo um total de 29 (vinte e nove) professoras que participavam do referido curso. Entendo episódio como um "Acontecimento digno de menção, relacionado com outros" (ROCHA, p.282). Como sujeitos pesquisados, 5 (cinco) professoras foram selecionadas entre as que possuíam maior tempo de experiência em sala de aula e outras 10 (dez) foram citadas por terem fornecido informações relevantes para esta pesquisa (Informações mais completas sobre o procedimento metodológico constam na metodologia, no capítulo 3).

Na perspectiva de realizar um estudo aprofundado sobre as dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras em um curso de formação continuada sobre frações, discorro inicialmente, sobre os saberes mobilizados no ensino e o contrato didático por compreender que referidos temas se completam e propiciam um melhor entendimento acerca dessas dificuldades. Frações é o conteúdo matemático que propiciou essa investigação. Nesse sentido, apresento um panorama histórico e alguns olhares de pesquisadores sobre formas de conceber o ensino das frações. Por último, discorro sobre obstáculos, dificuldades e erros no intuito de perceber como estes se entrelaçam no ensino da Matemática.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A fundamentação teórica que julgo necessária para dar suporte a esta pesquisa está composta pelos seguintes temas: 1) Saberes docentes mobilizados no ensino; 2) O saber matemático do professor que ensina matemática nos primeiros anos do ensino fundamental; 3) A importância do contrato didático no ensino da matemática; 4) Números Racionais: o ensino da fração nos anos iniciais do ensino fundamental; 5) Obstáculos didáticos, dificuldades e erros no fazer ensinar-aprender matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Organizei os temas mencionados na sequência apresentada anteriormente, por entender que ela permite uma melhor compreensão do tema proposto por esta pesquisa.

Sobre o saber docente, entendo que o professor ao ensinar sua disciplina, necessita ter conhecimentos sobre o respectivo conteúdo, que é o saber matemático, denominado de saber disciplinar, e também de outros conhecimentos que possibilitem melhorar o seu desempenho em sala de aula. Esses outros conhecimentos serão mostrados como pertencentes a um repertório que o professor deve possuir para melhor desenvolver sua atividade docente.

Em relação ao contrato didático, vejo-o intimamente relacionado com o conhecimento matemático. Professor e aluno devem sentir-se responsáveis por esse contrato, tornando-o um facilitador no fazer ensinar-aprender matemática.

Discorri também sobre os números racionais, pois este tema compõe a parte matemática da pesquisa, particularmente o estudo das frações. Destaco a importância de seu estudo e a forma de abordagem nos primeiros anos do ensino fundamental.

Por último, fiz um estudo sobre os obstáculos didáticos, dificuldades e erros no fazer ensinar-aprender matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Trouxe para este estudo, sobre essa temática o pensamento de pesquisadores da Educação Matemática, particularmente no ensino das frações nos primeiros anos do ensino fundamental. Esta experiência me auxiliou para que eu identificasse os conhecimentos e as dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em minha pesquisa.

2.1 Saberes docentes mobilizados no ensino

Nesta pesquisa, o foco central é investigar quais dificuldades emergem no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, no momento em que participam de um curso de formação continuada sobre frações. No entanto, sinto-me motivado a iniciar esta fundamentação discorrendo, num primeiro momento, sobre o saber docente e, para tanto, busco fundamentação em Gauthier (1998), Tardif (2007), Gonçalves (2006) e Brousseau (2008,1996). Os dois primeiros autores, em suas pesquisas falam da existência de um repertório de conhecimentos que o professor possui e que são mobilizados em sua prática docente. Concordando com esses autores, discorro brevemente, buscando evidenciar a importância desses saberes no fazer ensinar-aprender dos sujeitos pesquisados. Segundo Gauthier (1998, p.78),

> É fácil, então, compreender a efervescência que envolve atualmente as pesquisas sobre a determinação de um repertório de conhecimentos específicos ao ensino. As implicações são de grande importância e estão intimamente interligadas: melhoria da qualidade de ensino, diminuição da evasão escolar, melhor formação inicial, melhoria do desempenho dos alunos e profissionalização do oficio de professor e, finalmente assim esperamos, beneficio para toda a sociedade como um todo.

Nesse sentido, esse autor, examinando a literatura sobre os saberes docentes, observou já existir diversos trabalhos tratando deste tema, tentando identificar um conjunto de conhecimentos que são próprios do professor.

> Apoiados em inúmeras pesquisas sobre o problema, esses autores afirmam que existe, hoje, um repertório de conhecimentos pedagógicos que possibilita ao professor ensinar melhor. De acordo com muitos deles, as inúmeras pesquisas sobre o ensino realizadas nos últimos anos teriam produzido, atualmente, um corpo de conhecimentos confiáveis no qual seria possível se apoiar para ensinar. (GAUTHIER, 1998, p.14).

O autor apresenta esse repertório de conhecimentos e reforça a necessidade que o professor tem em mobilizar esses saberes em sua prática docente. Na sua visão, estes são os saberes: o saber disciplinar; o saber curricular; o saber das ciências da educação; o saber da tradição pedagógica; o saber experiencial; o saber da ação pedagógica.

Tardif (2007) também apresenta um conjunto de saberes necessários ao trabalho docente: saberes disciplinares, saberes curriculares, saberes da formação profissional (das ciências da educação e da ideologia pedagógica) e os saberes experienciais. Este autor define o saber docente "[...] como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais" (TARDIF, 2007, p.36).

Essas discussões e classificações do saber apresentadas por Tardif (2007) e Gauthier (1998), sobretudo sobre o saber disciplinar, são fundamentais para a compreensão das dificuldades que emergem no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Entretanto, considerando a articulação entre os diversos tipos de saberes, entendo ser necessário apresentar uma breve compreensão deles, de acordo com a visão desses autores, para em seguida, deter-me no saber disciplinar.

Um dos saberes destacados é o saber curricular. Este diz respeito às transformações pelas quais a disciplina passa para poder ser transformada em um programa de ensino. "[...] enquanto instituição, a escola seleciona e organiza certos saberes produzidos pelas ciências e os transforma num corpus que será ensinado nos programas escolares" (GAUTHIER, 1998, p.30). O processo de construção desse *corpus* é, portanto complexo, o qual aglutina conhecimentos prévios, vários sujeitos, e se coloca no plano mais teórico. Para Tardif (2007, p.38), os saberes curriculares

> [...] correspondem aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos da cultura erudita e de formação para a cultura erudita. Apresentam-se concretamente sob a forma de programas escolares (objetivos, conteúdos, métodos) que os professores devem aprender a aplicar.

Diferentemente do saber disciplinar, o saber experiencial advém das experiências vividas pelo professor na sua atividade docente. Constitui-se um saber que, embora repetido inúmeras vezes, mesmo tornando-se rotina no cotidiano do professor, fica confinado ao contexto da sala de aula.

> [...] Quer se trate de um momento único ou repetido infinitas vezes, a experiência do professor não deixa de ser uma coisa pessoal e, acima de tudo, privada. Embora o professor viva muitas experiências das quais tira grande proveito, tais experiências, infelizmente, permanecem confinadas ao segredo da sala de aula. Ele realiza julgamentos privados, elaborando ao longo do tempo uma espécie de jurisprudência composta de truques, de estratagemas e de maneiras de fazer que, apesar de testadas, permanecem em segredo. Seu julgamento e as razões nas quais ele se baseia nunca são conhecidos nem testados publicamente (GAUTHIER, 1988, p.33).

Os saberes experienciais, também denominados de saberes práticos, são oriundos da experiência e, "[...] são por ela validados. Eles incorporam-se à experiência individual e coletiva sob a forma de habitus e de habilidades, de saber-fazer e de saber-ser. Podemos chamá-los de saberes experienciais ou práticos" (TARDIF, 2007, p.39).

Sobre o saber das ciências da educação, basta pensar que uma grande parte da população tem acesso à escola, e são algumas entre essas pessoas que, no futuro, serão professores e ao iniciarem o exercício de sua profissão já terão intimidade com alguns termos oriundos da escola:

Todo professor adquiriu, durante a sua formação ou em seu trabalho, determinados conhecimentos profissionais que, embora não o ajudem diretamente a ensinar, informam-no a respeito de várias facetas de seu ofício ou da educação de um modo geral. Por exemplo, o professor possui noções relativas ao sistema escolar, sabe o que é um conselho escolar, um sindicato, uma carga horária (GAUTHIER, 1998, p.31). Em relação ao saber da tradição pedagógica, afirma que:

> [...] uma tradição pedagógica se instalara a partir do século XVII. De fato, a partir desse momento, estrutura-se uma nova maneira de fazer a escola. O mestre deixa de dar aulas no singular, isto é, de ensinar recebendo os alunos um por um em seu escritório. A partir de então, ele passa a praticar muito mais o ensino simultâneo, dirigindo-se a todos os alunos ao mesmo tempo. Toda uma pedagogia baseada na ordem se propaga, entre outros motivos, em virtude da ação dos Irmãos das Escolas Cristãs e dos Jesuítas. (GAUTHIER, 1998, p.32),

Ainda segundo Gauthier (1998, p.33), "O saber da ação pedagógica é o saber experiencial dos professores a partir do momento em que se torna público e que é testado através das pesquisas realizadas em sala de aula." Fico a imaginar quanto conhecimento talvez seja perdido por falta de divulgação. Quantas experiências vive o professor em sua prática docente? Esse professor tem o hábito de realizar pesquisa? Quando o faz, costuma publicar seus resultados?

> [...] Estamos ainda naquele ponto em que cada professor, sozinho em seu próprio universo, elabora uma espécie de jurisprudência particular, feita de mil e um truques que “funcionam” ou que ele acredita que funcionam. Contudo, exatamente por ser particular, essa jurisprudência só raramente chega ao conhecimento público para ser testada. Além disso, embora presente em toda prática profissional, uma jurisprudência particular não tem nenhuma utilidade para a formação de professores e não leva a um maior reconhecimento do status profissional dos docentes. Via de regra, esse saber se perde quando o professor deixa de exercer seu ofício (GAUTHIER, 1998, p.34).

Tardif (2007), ao se reportar aos saberes da formação profissional (das ciências da educação e da ideologia pedagógica), afirma que as ciências da educação são responsáveis pela produção do conhecimento, procurando incorporá-lo na prática docente e ainda legitimá-lo na comunidade científica. Entretanto, é

> [...] no decorrer de sua formação que os professores entram em contato com as ciências da educação. É bastante raro ver os teóricos e pesquisadores das ciências da educação atuarem diretamente no meio escolar, em contato com os professores (...) Os saberes pedagógicos apresentam-se como doutrinas ou concepções provenientes de reflexões sobre a prática educativa no sentido amplo do termo, reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas mais ou menos coerentes de representação e de orientação da atividade educativa. É o caso, por exemplo, das doutrinas pedagógicas centradas na ideologia da “escola-nova”. Essas doutrinas (ou melhor, as dominantes) são incorporadas à formação profissional dos professores, fornecendo, por um lado, um arcabouço ideológico à profissão e, por outro, algumas formas de sabe-fazer e algumas técnicas (TARDIF, 2007, p.37).

Gauthier (1998) e Tardif (2007) elencam esses saberes que são mobilizados no ensino, dentre os quais menciono o saber disciplinar, que diz respeito aos conhecimentos sobre a disciplina. Outros autores, como Brousseau (2008,1996), Chevallard (2001) e D’Amore (2007) consideram esse saber fundamental no exercício da profissão docente.

Ao tratar sobre o saber disciplinar, Gauthier (1998, p.29) ressalta que este “[...] se refere aos conhecimentos produzidos pelos pesquisadores e cientistas nas diversas disciplinas científicas, aos conhecimentos por eles produzidos a respeito do mundo.” Nessa mesma perspectiva, Tardif (2007, p.38) afirma que os saberes disciplinares

> [...] integram-se igualmente à pratica docente através da formação (inicial e contínua) dos professores nas diversas disciplinas oferecidas pela universidade [...] São saberes que correspondem aos diversos campos do conhecimento, aos saberes de que dispõe a nossa sociedade, tais como se encontram hoje integrados nas universidade, sob a forma de disciplinas, no interior de faculdades e de cursos distintos.

Quando se busca identificar um repertório de saberes necessários ao professor na sua atividade docente, estimula-se o debate com vistas a melhorar o ensino/aprendizagem. Os saberes docentes apontados por Gauthier (1998) e Tardif (2007) cumprem essa missão, pois é um tema que causa debates entre os pesquisadores da Educação Matemática, estando sempre em evidência no ambiente acadêmico.

Entendo ser de grande importância para o professor ter conhecimento sobre esse repertório de saberes relacionados por tais autores, entretanto não é suficiente para garantir uma relação de convivência pacífica entre professores, alunos e o saber na aprendizagem matemática. Estes saberes por si só não determinam o sucesso no ensino/aprendizagem. Outros saberes devem ser investigados e, nessa relação menciono a importância do professor em: conhecer o seu aluno; ter conhecimento sobre relações interpessoais e afetividade; saber colocar-se no lugar do outro; entender que as condições sociais, econômicas e psicológicas podem interferir na aprendizagem do aluno.

Considerando a importância do saber disciplinar, destaco, a seguir, as suas especificidades no ensino da matemática.

2.2 O saber matemático do professor que ensina matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

A tarefa de ensinar é um ofício milenar, constituindo-se hoje uma das profissões que está sempre em foco, suscitando debates. Ensinar matemática, então, provoca admirações. Ainda hoje, como pensam algumas pessoas, é uma atribuição para mentes brilhantes. No entanto, quando me deparo com a realidade, na qual estou inserido, e ao conversar com outros professores, percebo que não devemos ser rotulados como gênios, pois carregamos conosco algumas dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática que, no meio acadêmico, são consideradas elementares.

Na tarefa de ensinar matemática, há que se pensar nos sujeitos envolvidos neste processo: o matemático, o professor e o aluno. Segundo Brousseau (1996, p.38), “O trabalho do professor é, em certa medida, o inverso do investigador, uma vez que ele tem de produzir uma recontextualização dos conhecimentos.” Cabe ao matemático a produção desse conhecimento que será trabalhado pelo professor e transformado em conhecimento para o aluno. Para essa responsabilidade, em estabelecer um diálogo matemático com o aluno, é necessário que o professor tenha conhecimento da disciplina para criar situações que possibilitem ao aluno construir o seu conhecimento (conceito), a partir das mesmas.

Nesta pesquisa, em particular, o professor que assume esta responsabilidade não possui licenciatura em matemática, o que faz com que seus conhecimentos matemáticos, provavelmente, sejam limitados. O professor não possuindo conhecimentos sólidos da disciplina, provavelmente terá dificuldades para criar as situações de aprendizagem que deverão ser propostas em sala de aula. É possível também que esta dificuldade seja transportada para análise das respostas dadas pelos alunos às situações. No entanto essas dificuldades podem ser superadas e aponto como um dos caminhos, a participação em cursos de formação continuada. Brousseau (1996, p.38-39), ao se referir a situações de aprendizagem, faz algumas recomendações:

> [...] simular na sua aula uma microsociedade científica, se quer que os conhecimentos sejam meios econômicos para colocar boas questões e resolver debates, se quer que as linguagens sejam meios para dominar situações de formulação e que as demonstrações sejam provas.
> Mas tem também de dar aos seus alunos meios para descobrirem, nessa história particular que os fez viver, aquilo que é o saber cultural e comunicável que se pretendeu ensinar-lhes. Por sua vez, os alunos têm de recontextualizar e redespersonalizar o seu saber, e têm de fazê-lo por forma a identificarem a sua produção com o saber em curso na comunidade científica e cultural da sua época.
> Trata-se, evidentemente, de uma simulação que não é a ≤verdadeira≥ actividade científica, da mesma maneira que o saber apresentado de forma axiomática não é o ≤verdadeiro≥ saber.

Ensinar exige que o professor tenha conhecimento daquilo que se propõe ensinar. Como pode o professor ensinar um conteúdo que ele não sabe? Lembro-me de um episódio em minha formação que guardo com carinho: o professor que habitualmente ensinava uma determinada disciplina entrou de férias e essa disciplina teve que ser ensinada por outro professor. No primeiro dia de aula, esse outro professor, que era o mais idoso e o mais experiente da escola, ao fazer a leitura do conteúdo programático, selecionou alguns tópicos e disse que "[...] esses, nós não vamos ver." Tal atitude foi logo explicada pelo professor ao afirmar que não possuía conhecimentos sobre os referidos temas. Dessa atitude, ficou-nos a impressão que o professor agiu com retidão, com ética. Segundo Freire (2008, p.95):

> [...] Como professor não me é possível ajudar o educando a superar sua ignorância se não supero permanentemente a minha. Não posso ensinar o que não sei. Mas, este, repito, não é o saber de que apenas devo falar e falar com palavras que o vento leva. É saber, pelo contrario, que devo viver concretamente com os educandos. O melhor discurso sobre ele é o exercício de sua pratica. É concretamente respeitando o direito do aluno de indagar, de duvidar, de criticar que "falo" desses direitos.

Como pode o professor ajudar seu aluno se ele desconhece o conteúdo a ser trabalhado? Tenho visto muitos professores que não permitem aos seus alunos o exercício às indagações, não permitem críticas, escondem-se atrás de um falso autoritarismo. Esses professores não conseguem exercer uma de suas atividades que é ajudar o aluno:

> "[...] o professor de matemática ajuda seus alunos – matemáticos em apuro - a buscar e utilizar os instrumentos matemáticos que eles necessitam para modelar e resolver certas questões desconhecidas, ainda que clássicas para um matemático profissional" (CHEVALLARD, 2001, p.55).

É preciso que o professor seja consciente de seu papel social e busque constantemente o seu desenvolvimento profissional para desenvolver sua atividade com ética e retidão. "Se o professor não tiver clareza do seu papel político-pedagógico como educador, ele poderá causar sérios danos à vida cultural e profissional de seus alunos e, portanto, à própria sociedade" (GONÇALVES, 2006, p.40). Assim como esse estudioso, entendo que o desenvolvimento profissional ocorre "[...] na sua prática docente, na sua ação individual, nos movimentos de ação coletiva, nas reflexões sobre a prática e nas pesquisas que têm como objeto de estudo seu trabalho docente" (GONÇALVES, 2006, p.25). Sob esse prisma, destaco a relevância dos saberes docentes para que tal desenvolvimento seja efetivado na formação profissional.

Ainda sobre o saber disciplinar, Gauthier (1998, p.29) se manifesta da seguinte forma

> : “[...] O professor não produz o saber disciplinar, mas, para ensinar, extrai o saber produzido por esses pesquisadores. De fato, ensinar exige um conhecimento do conteúdo a ser transmitido, visto que, evidentemente, não se pode ensinar algo cujo conteúdo não se domina” (GAUTHIER, 1998, p. 29).

O sistema educacional vigente impõe que o professor dos anos iniciais do ensino fundamental trabalhe com diversas disciplinas sendo esperado desse profissional um desempenho com qualidade em suas funções. Uma das atribuições desse professor é justamente ensinar matemática, o que o faz com os conhecimentos acumulados em sua formação na Educação Básica e a formação matemática orientada pela universidade. Esta questão desemboca na formação inicial desse professor, que em muitos casos é feita em universidades que adotam, segundo Vasconcellos e Bittar (2007), currículos com carga horária insuficientes para a formação matemática. Desta forma, segundo Gonçalves (2006, p.21):

> Na cultura da formação profissional, os diversos segmentos responsáveis pela qualidade do ensino acabam por não assumir a responsabilidade pelo que vem acontecendo na educação de nosso País. Instala-se, assim, o seguinte ciclo: uma parcela de nós, professores universitários formadores, atribui aos docentes de EFM a responsabilidade pela qualidade do ensino por eles praticado; estes docentes, por sua vez, afirmam que a responsabilidade é dos professores de 1ª à 4ª série; estes responsabilizam os docentes da pré-escola que, por sua vez, culpam os familiares; e estes, finalmente, dizem que a responsabilidade é do sistema de educação ineficiente e da sociedade. Trata-se, na realidade de um circulo vicioso no qual ninguém assume a responsabilidade, mas todos são, sem dúvida, co-responsáveis e até coniventes com o tipo precário de ensino oferecido. Mesmo assim, neste processo, e no jogo de culpas, os mais prejudicados, sem dúvida, são os nossos alunos, principalmente os que freqüentam as escolas públicas.

Otte (1993) também atribui relevância ao conhecimento do professor e destaca a sua importância na sociedade, mostrando que ele serve de exemplos para muitas pessoas, em especial a seus alunos. Destaca também a importância do professor em desenvolver-se, buscando sempre o conhecimento e motivação para o exercício de sua função.

> [...] Não são as ações, ordens e palavras isoladas do professor que são decisivas; importante sobretudo é o espírito e a credibilidade que ele irradia. O professor atua em primeira linha por obra de sua própria vida intelectual. O professor é, por assim dizer, um “intelectual exemplar” na sociedade. Seus alunos só serão motivados e eficazmente orientados quando aquilo que ele ensina é uma motivação para ele próprio, quando ele “acredita” e está convencido do significado e importância para si próprio do conhecimento que proporciona (OTTE, 1993, p. 133).

Brousseau (2008, 1996) é outro autor que manifesta sua preocupação em relação ao saber matemático do professor que ensina matemática. Especificamente, em relação ao professor dos anos iniciais do ensino fundamental, é necessário que este reflita e tenha consciência de sua limitação em relação ao saber matemático, da necessidade de desenvolver-se profissionalmente na aquisição de novos conhecimentos matemáticos. Segundo Brousseau (2008, p.61)

> [...] Tem-se aprofundado o abismo entre os professores e o saber. Muitos professores do ensino primário estão convencidos de que a teoria, o “saber oficial”, é um discurso, uma convenção, de uma eficácia relativa ou duvidosa ao qual podemos aportar todos os condicionamentos pessoais ou substituir por outros saberes “paralelos”.

Esses novos conhecimentos, como já mencionei, devem ser buscados em cursos de formação continuada. Outra forma do professor fazer o seu reencontro com o conhecimento é: promovendo o seu retorno à universidade, fazendo-o interagir com outros professores, novos alunos e cursar disciplinas isoladas, da estrutura curricular de cursos que atenda as suas necessidades imediatas; b) promover encontros na escola, entre os professores e especialistas para que possam discutir o tema em questão com os professores envolvidos.

Brousseau (2008, p.49) propõe que o professor, na sua prática docente, construa situações de aprendizagem para seu aluno. Estas situações deverão dar sentido aos conhecimentos que serão ensinados.

> [...] para que seja uma situação de aprendizagem, é necessário que a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não seja a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem [...] O trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor.

Entendo, também, que não se pode ensinar matemática sem possuir o conhecimento matemático. Não precisa necessariamente ser o saber do matemático, mas é necessário um conhecimento que permita que o diálogo com o aluno possa ser estabelecido. Como o professor poderá criar uma situação de aprendizagem, se não dispõe de uma visão para vislumbrar as várias possibilidades de criação? Como poderá renegociar com o aluno esta situação de aprendizagem quando necessário, se lhe falta o saber matemático?

Entendo que o saber disciplinar isolado, não dá conta da amplitude do ensino, pensado e desejado para atender as necessidades do educando. Outros saberes mencionados por Gauthier (1998) e Tardif (2007), devem fazer parte do repertório do professor. Havendo essa preocupação em possuir tal repertório de saberes haverá um ganho de consciência e um salto de qualidade na prática docente. "[...] De qualquer modo, convém ressaltar que as pesquisas vêm mostrando, cada vez mais, que o tipo de conhecimento que o professor possui a respeito da matéria influi no seu ensino e na aprendizagem dos alunos" (Grossman apud Gauhiter, 1998, p.29-30).

Mas como se origina tal conhecimento? Brousseau (1996) afirma que o conhecimento nasce da adaptação a uma situação específica, que envolve o professor e o aluno e contém um elemento de fundamental importância, o contrato didático, que passaremos a partir desse momento a abordá-lo buscando entender a sua participação no processo de ensino.

2.3 A importância do contrato didático no ensino da matemática

Para D'Amore (2007, p.99),

> A idéia [de contrato didático] nasceu para estudar as causas do fracasso eletivo em matemática, isto é, daquele fracasso típico, reservado apenas ao domínio da matemática, por parte dos estudantes que, por outro lado, parecem mais ou menos [...] arranjarem-se nas outras matérias.

O contrato didático que está sendo tratado é o contrato na ótica de Brousseau, que destaca a importância do conteúdo matemático nessa relação (entre o aluno e o professor).

> Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor [...] Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro (BROUSSEAU, 1986 apud SILVA, 2008).

Ao propor um problema, o professor imagina quais comportamentos e conhecimentos os alunos devem mobilizar para elaborar a solução. Por outro lado, o aluno, para resolver o problema, necessita interpretar informações que são fornecidas pelo professor. Nessa relação, está em jogo o conteúdo matemático regido por obrigações recíprocas, tanto do professor como do aluno, na construção do conhecimento matemático.

Segundo D´Amore (2007), a noção de contrato didático foi introduzida na Educação Matemática, a partir dos anos 1970, por Guy Brousseau. Nesse mesmo período, Jeanine Filloux (1973, 1974) "[...] havia lançado a idéia de contrato pedagógico para definir alguns tipos de relações entre professor e aluno" (D'AMORE, 2007, p.100).

A ideia de contrato não é tão recente, pois já havia sido trabalhado por Jean Jacques Rousseau (1712-1778) em sua obra O Contrato Social, publicada em 1762. Rousseau (2008) produziu O Contrato Social no campo das ideias políticas e escreveu que "[...] nenhum homem possui uma autoridade natural sobre seu semelhante e uma vez que a força não produz nenhum direito, restam, pois, as convenções como base de toda autoridade legítima entre os homens." (ROUSSEAU, 2008, p.22).

Brousseau (1996), cujos estudos sobre contrato didático foram solidificados na década de 1980, parece ter recebido influência de Rousseau e introduzido essa ideia no campo da Educação Matemática, particularmente no caso do contrato didático. Esse autor relata existir um jogo de obrigações nas relações que se estabelece entre professores e alunos e afirma que esse "[...] sistema de obrigações recíprocas assemelha-se a um contrato. Aquilo que aqui nos interessa é o contrato didático, ou seja, a parte deste contrato que é específica do ≤conteúdo≥: o conhecimento matemático visado" (BROUSSEAU, 1996, p.51).

Nos trabalhos em sala de aula entre o professor e o aluno, no ensino da matemática, existem obrigações que são próprias de cada sujeito. Ao determinar as obrigações que cada parceiro tem que cumprir nessa relação, Brousseau estabelece as cláusulas, bem como também concebe a possibilidade de violação do contrato, denominada por ele de ruptura do contrato didático.

Essa mesma questão já havia sido discutida por Rousseau (2008), cujo intuito era melhor compreender as determinações das cláusulas do contrato. Nessa perspectiva, afirma que as

> [...] cláusulas desse contrato são de tal modo determinadas pela natureza do ato que a menor modificação as tornaria vãs e sem efeito algum, de modo que, conquanto jamais tenham sido formalmente enunciadas, são as mesmas em qualquer lugar, tacitamente admitidas e reconhecidas até que, violado o pacto social, cada um recupere seus primeiros direitos e retome sua liberdade natural, perdendo a liberdade convencional pela qual ele renunciou (ROUSSEAU, 2008, p.31).

Ao discutir tais questões na relação entre o professor e o aluno, Brousseau (1996) considera de fundamental importância a violação do contrato, que para ele é a ruptura do contrato didático, pois é através desse comportamento que o professor pode explorar melhor essa relação e mostrar que existem outras obrigações do aluno que não estão tacitamente estabelecidas, mas que existem e estão implícitas no contrato. Assim, posso constatar que, no contrato didático, existem as cláusulas explícitas que estão bem estabelecidas em uma situação de ensino. No entanto, existem as cláusulas implícitas, determinando, também, as obrigações de cada parceiro na relação.

As cláusulas podem ser perfeitamente observadas no cotidiano das escolas. Nos trabalhos em sala de aula, é comum vermos todo o processo de ensino e aprendizagem sob a responsabilidade do professor. Em uma situação de ensino, na sala de aula, o professor, ao propor um problema, às vezes, vê o aluno aguardar e solicitar primeiro a resposta e só então, tentar responder a outros problemas. Em muitos casos, esta recusa, por parte do aluno, em resolver o problema proposto pelo professor, se dá pela falta de conhecimentos e também pela comodidade em não pesquisar para a sua formação. No entanto, segundo Brousseau (1996, p.51), "[...]

se o aluno recusa ou evita o problema, ou não o resolve? O professor tem então a obrigação social em ajudá-lo, e mesmo, por vezes, de se justificar por ter colocado uma questão demasiadamente difícil".

O que se percebe, em muitas ocasiões, é que o aluno quer uma solução que sirva de modelo para soluções de outros problemas. Percebo, nesses casos, que o aluno não tem ainda em si a responsabilidade pela sua aprendizagem, não está suficientemente envolvido para chamar para si a responsabilidade pela sua formação. Esse é um trabalho do professor, tentar mudar esse quadro, motivar o aluno para a aprendizagem da matemática, criar condições para que o aluno aceite o problema como se fosse seu. Essa aceitação gera responsabilidade ao aluno e ele se torna responsável pela sua formação. Segundo Brousseau (1996, p.51),

> [...] o único meio de ≤fazer≥ matemática é procurar e resolver determinados problemas específicos e, a este propósito, colocar novas questões. O professor tem, pois, de efetuar, não a comunicação de um conhecimento, mas a devolução de um problema adequado. Se esta devolução se opera, o aluno entra no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar.

Essa relação, entre professor e aluno, que se dá através de situações de aprendizagens, denominadas por Brousseau (2008, 1996) de situação a-didática e situação didática, exigem o conhecimento matemático do professor, que por vezes precisa intervir, para que aconteça com qualidade. É necessário que este tenha consciência de seu conhecimento matemático, para, dessa maneira, ajudar o aluno. Uma situação a-didática é assim descrita por Brousseau (1996, p. 49-50):

> A concepção moderna do ensino solicita, pois, ao professor que provoque no aluno as adaptações desejadas, através de uma escolha judiciosa dos ≤problemas≥ que lhe propõe. Estes problemas, escolhidos de forma a que o aluno possa aceitá-los, devem levá-lo a agir, a falar, a reflectir, a evoluir por si próprio. Entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e o momento em que produz a sua resposta, o professor recusa-se a intervir como proponente dos conhecimentos que pretende fazer surgir. O aluno sabe perfeitamente que o problema foi escolhido para o levar a adquirir um conhecimento novo, mas tem de saber igualmente que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode construí-lo sem fazer apelo a razões didáticas. Não somente pode, como deve fazê-lo, porque só terá verdadeiramente adquirido esse conhecimento quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto de ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional.

Ainda segundo esse autor, essa relação se assemelha a um jogo onde o professor espera que o aluno seja vencedor, caracterizando que ocorreu a aprendizagem. O jogo para Brousseau (2008, 1996, p.50) é a situação didática.

> [...] Mas o aluno não pode resolver imediatamente qualquer situação a-didática pelo que o professor lhe fornece aquelas que estão ao seu alcance. Estas situações a-didáticas construídas com fins didáticos determinam o conhecimento ensinado num dado momento e o sentido particular desse conhecimento será, por essa razão, objeto de restrições e deformações, assim remetidas para a situação fundamental. [...] Esta situação ou este problema escolhido pelo professor é uma parte essencial da situação seguinte, que é uma situação mais vasta: o professor procura transmitir ao aluno uma situação a-didática que provoque nele a interação mais independente e mais fecunda possível. Para isso, comunica ou abstém-se de comunicar, conforme os casos, informações, questões, métodos de aprendizagens, heurísticas, etc. O professor está, pois, envolvido num jogo com o sistema das interações do aluno com os problemas que ele lhe coloca. Este jogo ou esta situação mais vasta é a situação didática.

Nas situações de ensino é imprescindível, ao professor, o conhecimento matemático, pois ao elaborá-las, deve ter conhecimento suficiente para fazer uma simulação das situações. Segundo Gálvez (1996, p.29), "[...] O pesquisador em didática deve ser capaz de prever os efeitos da situação que elaborou, antes de colocá-la à prova em aula; só posteriormente poderá comparar suas previsões com os comportamentos observados".

Na sala de aula, a relação entre professor e aluno é regida por regras que se assemelham às cláusulas de um contrato. As situações de ensino mobilizam essas regras, exigindo comportamentos específicos tanto do professor como do aluno para facilitar o ensino e a aprendizagem da matemática. O contrato didático reflete os comportamentos esperados por estes sujeitos, o que o aluno espera do professor e o que o professor espera do aluno. Para Brousseau (1996, p. 50),

> O contrato didático é a regra do jogo e a estratégia da situação didática. É o meio que o professor tem de a colocar em cena. Mas a evolução da situação modifica o contrato, que permite então a obtenção de situações novas. Da mesma maneira, o conhecimento é aquilo que se exprime através das regras da situação a-didática e através das estratégias. A evolução destas estratégias exige produções de conhecimentos que, por sua vez, permitem a concepção de novas situações a-didáticas.

O pesquisador D'Amore (2007) se reporta ao contrato didático da seguinte forma:

> Podemos pensar no contrato didático como um conjunto de regras, com verdadeiras e próprias cláusulas, na maioria das vezes, não explicitas (muitas vezes, aliás, não realmente existentes, mas criadas pelas mentes dos personagens envolvidos na ação didática, para tornar coerente um modelo de escola, ou de vida escolar, ou de saber), que organizam as relações entre o conteúdo ensinado, os alunos, o professor e as expectativas (gerais ou especificas) no interior da classe, nas aulas de Matemática. (D'AMORE, 2007, p.116)

No Brasil, algumas publicações em Didática da Matemática gozam de notoriedade na comunidade cientifica. Um exemplo é o trabalho de Almouloud (2007, p.90), que escreve: "O contrato didático tem por objetivo, fundamentalmente, a aquisição de saberes pelos alunos"**.** Outra referência na discussão é a obra de Pais (2005, p.77). Este autor destaca que:

> No nível de sala de aula, o contrato didático diz respeito às obrigações mais imediatas e recíprocas que se estabelecem entre o professor e alunos. Por certo, as ramificações dessas obrigações se estendem e se multiplicam para fora do espaço físico da sala de aula, revelando a multiplicidade de influências inerentes ao contexto escolar. Uma das características do contrato didático é o fato de suas regras nem sempre estarem explicitadas claramente na relação pedagógica. Desse modo, devemos estar atentos para que o sentido da noção não seja interpretado de uma forma inadequada, ou seja, como se todas as regras e condições preexistissem em relação às atividades construídas, conjuntamente, por professor e alunos.

O contrato didático organiza a relação que se estabelece entre o professor e o aluno e entre estes com o conhecimento matemático. Da obrigação que o professor tem de ensinar resultam alguns comportamentos, que são prejudiciais ao ensino e à aprendizagem. Esses comportamentos são identificados como efeitos do contrato didático.

2.3.1 Os efeitos do contrato didático

Da relação que se estabelece entre professores e alunos, resultam obrigações para esses sujeitos. Essas obrigações, contrato de ensino, contrato de aprendizagem e a obrigação desses com o saber, apontadas por Chevallard (2001), levam esses dois atores, professor e alunos a adotar comportamentos que precisam ser bem entendidos, visto que daí decorre a aprendizagem.

> [...] no âmbito escolar, são muito importantes as normas que tacitamente, sem um acordo expresso, regem em cada momento as obrigações recíprocas dos alunos e do professor, em relação ao projeto de estudo que têm em comum. Trata-se de um conjunto de cláusulas, que evoluem à medida que o processo didático avança e que fazem parte de uma espécie de "contrato" denominado de contrato didático (CHEVALLARD, 2001, p.52).

Alguns efeitos podem decorrer do contrato didático na relação entre o professor e o aluno. Para Brousseau (1996, p.44): "[...] A força dos efeitos didácticos é incoercível a partir do momento que o professor não pode subtrair-se à obrigação de ensinar, custe o que custar." Esse autor identifica os seguintes efeitos didáticos: efeito Topázio, efeito Jourdain, efeito de deslize metagonitivo, a utilização abusiva da analogia, envelhecimento das situações de ensino.

O efeito Topázio diz respeito às questões elaboradas pelo professor, nas quais percebendo a dificuldade ou fracasso do aluno, fornece a resposta ou cria facilidades para que o aluno consiga responder as questões. Uma situação seria, por exemplo, colocar questões fáceis que ele sabe que o aluno responderá. Se isso acontece, o professor faz o trabalho que deveria ser do aluno e acaba por abortar a possibilidade de aprendizagem desse aluno.

O efeito Jourdain diz respeito às situações em que o professor, para não constatar o fracasso do aluno, evita o debate de conhecimentos com ele e aproveita suas respostas, dando a elas conotações científicas.

Tenho percebido, em minha experiência no magistério, que esses efeitos, Topázio e Jourdain, são muito freqüentes na prática de professores, não apenas nos anos iniciais do ensino fundamental, mas também no nível médio.

Em relação ao deslize metacognitivo, ele acontece quando

> [...] uma atividade de ensino fracassa, o professor pode ser levado a justificar-se e, para prosseguir a sua ação, a tomar as suas próprias explicações e os seus meios heurísticos como objetos de estudo no lugar do verdadeiro conhecimento matemático (BROUSSEAU, 1996, p.43).

A utilização abusiva da analogia diz respeito às situações em que o professor, ao propor uma situação de aprendizagem, vê que o aluno não tenta produzir o seu conhecimento, mas importar soluções já postas em outras situações para aquela que ele está vivenciando naquele momento.

> Mesmo que o professor dissimule o facto de que o novo problema se assemelha ao antigo, os alunos procurarão – legitimamente – as semelhanças entre eles, a fim de transportarem – já pronta – a solução que lhes foi dada (BROUSSEAU, 1996, p.45).

O envelhecimento das situações de ensino diz respeito aos momentos em que o professor faz uso de repetições de situações de ensino, na sala de aula. Cada vez que o professor está diante de novos alunos e tenta repetir uma situação de ensino, ele apresenta dificuldades, pois, primeiro ele não consegue reproduzir fielmente o que ele já expôs em outro momento; segundo porque está diante de outras pessoas que apresentam necessidades diferentes das outras envolvidas em situações anteriores. Geralmente, o professor "[...] Sente uma necessidade bastante grande de mudar, pelo menos, a formulação da sua exposição ou das suas instruções, os exemplos, os exercícios, e, se possível, a própria estrutura da aula" (BROUSSEAU, 1996, p.46).

Os dois últimos efeitos do contrato didático, o uso abusivo da analogia e o envelhecimento das situações didáticas também acontecem com muita freqüência na prática de professores, tornando-se prejudiciais à formação desse professor e, conseqüentemente, causando impedimentos ao seu desenvolvimento profissional. Entendo que estes efeitos são observados na prática de professores, que preparam aulas e as guardam para serem repetidas em outras oportunidades (aulas em semestres seguintes ou nos próximos anos).

Ressalto a necessidade de o professor ter conhecimento sobre o contrato didático, bem como também dos efeitos do contrato. Conhecimentos sobre esses temas conduzem o professor a orientar melhor o seu fazer docente. Enfatizo, também, a situação de ensino, mola impulsionadora da ação docente, pois é nessa situação, elaborada pelo professor, que o aluno demonstra o seu conhecimento matemático e ambos, professor e aluno, relacionam-se frente ao conteúdo matemático.

A ruptura do contrato didático é uma ação que se torna indispensável no processo de ensino e aprendizagem, haja vista introduzir na sala de aula situações não esperadas por um dos sujeitos desta relação. Tanto o contrato didático, quanto seus efeitos e a ruptura do contrato são elementos que devem fazer parte do repertório de conhecimentos do professor, e são fundamentais na formação docente. Conhecer tais elementos provavelmente prepara e motiva o professor para criar situações de ensino que permitam ao aluno construir o seu conhecimento matemático.

Em relação ao ensino das frações, conteúdo matemático desta pesquisa, muitas questões abordadas merecem ser aprofundadas, considerando ser este tema de grande importância para a formação matemática das crianças e dos professores que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental. Foi nessa perspectiva que o tema frações consolidou-se, após discussões realizadas em companhia dos professores da Universidade Federal do Pará: Renato Borges Guerra, Tadeu Oliver Gonçalves e Francisco Hermes Santos da Silva. Apoiado nos estudos de Nunes et all (2005), concordei com a necessidade de estudar as frações nos anos iniciais do ensino fundamental, pois segundo essa autora, este tema é de grande relevância no contexto educacional e há poucos estudos de investigação sobre as frações.

2.4 Números racionais: o ensino das frações nos anos iniciais do ensino fundamental

O tema frações se insere no campo dos números racionais e tem sido alvo de discussões no contexto da Educação Matemática. Diversos pesquisadores têm se ocupado desta temática, dentre eles Gonçalves, Mendes e Guerra (2006), Guerra e Silva (2008), que são os autores principais para este estudo.

Apesar do estudo das frações ser um tema atual, estando presente nas discussões de quem produz a matemática hoje, a sua investigação não é recente, vem de longínquas datas. No passado, a esse tema se reportaram os egípcios, gregos, chineses, indianos, árabes, dentre outros povos. Farei um estudo histórico sobre as frações buscando as participações dessas diversas culturas. Não tenho a pretensão de fazer uma investigação completa, mas apenas buscar o entendimento de como participaram esses povos na construção e evolução dessa temática, dando enorme contribuição para a produção desse conhecimento no campo da matemática.

2.4.1 Um breve panorama histórico sobre as frações

Segundo Eves (2002), o primórdio da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração prática. Posteriormente, com o seu desenvolvimento, a sua evolução para o ensino, a matemática trouxe para si a necessidade de efetuar abstração.

> [...] pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. Essas atividades requeriam o calculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de praticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis (EVES, 2002, p. 57).

A herança matemática que temos da civilização egípcia, segundo esse autor, deve-se ao papiro Rhind, publicado em 1927. Esse documento, que é um texto matemático, um manual prático, possui 85 problemas e foi copiado por Ahmes de um trabalho mais antigo. O escocês A. Henry Rhind fez essa descoberta no Egito e o tornou público. O pairo Rhind ou Ahmes traz consigo informações sobre frações e segundo Eves (2002, p.70) “[...] é uma fonte primária rica sobre a matemática egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias.”

Para esse autor, os egípcios conheciam apenas as frações unitárias, aquelas de numerador igual a 1, nas quais usavam um símbolo elíptico sobre o número que representava o denominador. Para outros tipos de fração, eram usadas tábuas que convertiam para frações do tipo $\frac{2}{n}$

A seguir, transcrevo um problema extraído do papiro Rhind, onde constato a aplicação de frações.

> [...] O Probl. 63, por exemplo, pede que sejam repartidos 700 pães entre quatro pessoas, sendo que as quantidades que devem receber estão na proporção prolongada $\frac{2}{3}:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$. A solução é encontrada fazendo o quociente de 700 pela soma das frações na proporção, Nesse caso o quociente de 700 por 1 $\frac{3}{4}$ é encontrado multiplicando 700 pelo recíproco do divisor, que é $\frac{1}{2}+\frac{1}{14}$. O resultado é 400; calculando $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ disto são obtidos as parcelas de pão requeridas (BOYER, 1996, p.11).

Outra civilização que muito contribuiu com o desenvolvimento da matemática foram os babilônios. Apesar dos egípcios serem precursores na matemática, ela não se desenvolveu no mesmo nível da matemática babilônica. A esta civilização atribuem-se muitos feitos. Segundo Eves (2002, p.63)

Os babilônios deram algumas aproximações interessantes de raízes quadradas de números não-quadrados perfeitos, como $\frac{17}{12}$ para $\sqrt{2}$, e $\frac{17}{24}$ para $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Talvez eles usassem a formula de aproximação $(a^2+b)^{1/2} \approx a+\frac{b}{2a}$. Uma notável aproximação de $\sqrt{2}$ é 1 + $\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1{,}4142155$, encontrada na tábua 7289 de Yale, de cerca de 1600 a.C.

Deve-se também aos babilônios a divisão da circunferência em 360 partes iguais. Observo na herança matemática desse povo, o uso explícito de fração tanto nas aproximações, na fórmula proposta, quanto na divisão da circunferência em partes iguais.

Ainda segundo Eves (2002), os babilônios eram mestres incansáveis na arte de construir tábulas. A história registra que já foram desenterradas mais de meio milhão, sendo que dessa quantidade, quase 400 tratam exclusivamente de matemática, de onde provém todo conhecimento matemático desse povo e que apreendemos através do trabalho de decifrar essas tábulas. Para esse estudioso, muitas informações matemáticas surgirão ainda na comunidade científica advinda do trabalho de decifrar e interpretar essas tábulas.

À Matemática grega deve-se o pensamento matemático formal, onde surgiram as primeiras demonstrações, investigaram-se os porquês na matemática, Para essa prática, Tales (640?-564? a.C.) aparece como precursor, fazendo as primeiras descobertas matemáticas.

> [...] Algumas experiências com o método demonstrativo foram se consubstanciando e se impondo, e a feição dedutiva da matemática, considerada pelos doutos com sua característica fundamental, passou ao primeiro plano" (EVES, 2002, p.94).

Eves (2002) aponta como fonte de informações sobre a matemática dos gregos, o Sumário Eudemiano, escrito por Proclo por volta do século VI d.C., introdução de sua obra Comentários sobre Euclides, Livro I. Pitágoras (572 a. C.), também a possibilidade de Pitágoras ter sido discípulo de Tales. "A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros" (EVES, 2002, p.97). Nesse sentido, fortalecendo a teoria dos números, os pitagóricos deixaram como herança os números amigáveis, os números perfeitos, os números deficientes, os números abundantes, os números figurados. Atribui-se a Pitágoras a demonstração do teorema que leva o seu nome, o teorema de Pitágoras, embora se sabendo que este teorema já era conhecido dos babilônios.

O culto aos números inteiros foi sacrificado pelos próprios pitagóricos ao descobrir a necessidade da existência de outros números que não fossem inteiros, pois,

> [...] as necessidades da vida diária requerem, além da contagem de objetos individuais, a medição de várias quantidades,como comprimento, peso e tempo.para satisfazer essas necessidades básicas referentes a medições necessita-se de frações, pois raramente acontece de um comprimento, para citar um exemplo, contar um número exato de vezes uma unidade linear. (EVES, 2002, p.104).

Surgem, nesse contexto, os números racionais reunindo os inteiros e mais as frações para representar uma parte do todo. Os números racionais foram definidos como o quociente p/q, p e q números inteiros, com q diferente de zero. Pensou-se que todo número inteiro ou racional poderia ser localizado em uma reta horizontal, tendo como origem o zero. Os positivos seriam colocados à direita do zero e os negativos à esquerda do zero e para um segmento entre o zero e o um "[...] As frações de denominador q podem ser representadas pelos pontos que dividem cada um dos intervalos em q partes" (EVES, 2002, p.105). Entretanto, nem todos os números podem ser localizados na reta.

> [...] Deve ter sido um choque descobrir que há pontos na reta que não correspondem a nenhum número racional. Essa descoberta foi uma das grandes realizações dos pitagóricos. Em particular os pitagóricos provaram que não há nenhum número racional ao qual corresponda o ponto P da reta no caso em que OP é igual à diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade (EVES, 2002, p.105).

Esse novo número, $\sqrt{2}$ não racional, de acordo com Eves (2002), foi denominado número irracional e causou grande reboliço na escola pitagórica, derrubando a crença de que tudo dependia dos números inteiros e, mais tarde outros números foram demonstrados como irracionais por Teodoro de Cirene (c. 425 a. C.). São eles: $\sqrt{3},\ \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$.

Esses números se juntaram a $\sqrt{2}$ e tornaram-se motivos de muitos estudos, destacando-se os estudos de Eudoxo, que aparece no quinto livro dos Elementos de Euclides e os estudos de Dedekind em 1872.

Segundo Eves (2002), enquanto os egípcios escreviam suas anotações em pedras e papiros, os babilônios usavam tábulas construídas de argila cozida e os chineses usavam bambus. Por conta desse material que é perecível, muito do conhecimento matemático chinês se perdeu com o tempo.

> Um acontecimento interessante ocorrido em janeiro de 1984 foi a descoberta de um livro de aritmética escrito em tiras de bambu, desenterrado de túmulos que remontam à dinastia à dinastia Han. O trabalho, transcrito por volta do séc. II a. C., é uma coleção de mais de noventa problemas envolvendo as quatro operações matemáticas fundamentais, tanto com inteiros como com frações, proporções, áreas e volumes. Atualmente é o trabalho chinês mais antigo que se tem notícia (EVES, 2002, p.244).

Acrescenta-se a esse fato a atitude de um imperador, Huang-ti em 213 a. C., ter ordenado uma queima de livros, perdendo-se muito dos conhecimentos daquela civilização. Atribui-se a essa civilização notáveis descobertas na matemática. A obra de maior relevância e que guarda conhecimentos dessa civilização é o K'ui-ch'ang Suan-shu ou Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática. Nessa obra, um dos capítulos diz respeito à porcentagem e proporção.

Eves (2002) demonstra que a matemática da Índia é pouco conhecida. Essa civilização tinha vocação para a astronomia. São representantes dessa cultura, Brahmagupta, Mahavira e Bhaskara que escreveram trabalhos e dedicaram partes desses trabalhos à matemática.

Brahmagupta escreveu um tratado sobre astronomia e dedicou os capítulos 12º e o 18º à matemática. Bhaskara também, em sua obra escrita por volta de 1150, voltada à astronomia, também trata da Matemática, dando ênfase à aritmética e álgebra e “[...] Mahavira por volta de 850 escreveu sobre matemática elementar” (EVES, 2002, p.251). A regra de três, originada na China, foi tratada pelo mesmo nome na Índia por Brahmagupta e Bhaskara, e posteriormente introduzida na Índia.

Enquanto os gregos tinham uma matemática formal, buscavam demonstrações rigorosas, escreviam com clareza, os hindus não tinham a mesma preocupação, chegando a escrever em versos, sem nenhuma justificação.

O povo árabe tinha grande vocação para a trigonometria, por esse motivo sua inclinação aos estudos dessa área da matemática. Dentre suas contribuições encontram-se a construção de tábuas trigonométricas.

Sua grande herança matemática para o mundo está na tradução e divulgação de obras clássicas da matemática. Assim, da Índia foram traduzidos os trabalhos de Brahmagupta; da Grécia, parte dos Elementos de Euclides; os livros V, VII e VII das Seções Cônicas de Apolônio, dentre outras grandes obras matemáticas. Um dos grandes nomes da matemática árabe é Tâbit ibn Qorra, responsável pela tradução dos livros de Apolônio (citados acima) e também pela melhor tradução dos Elementos de Euclides. A este autor é atribuído também a regra “para determinação de números amigáveis. Essa regra pode representar o primeiro trabalho matemático original feito por um árabe” (EVES, 2002, p.264). Ainda segundo esse autor, os hindus e árabes foram responsáveis pela divulgação da matemática chinesa, levando suas descobertas para a Europa.

Eves (2002, p.292) aponta Leonardo Fibonacci (1175-1250) como “[...] o Matemático mais talentoso da idade média”, cuja obra intitulada Liber abaci, com 15 capítulos, aborda métodos de cálculo com inteiros e frações. Este autor chega a dizer que Fibonacci foi insuperável nos nove séculos da idade Média.

Além de Leonardo Fibonacci, destaca-se Nicole Oresme (1323-1382), também um ilustre nessa época; atribui-se a ele o uso de expoentes fracionários. “[...] Num manuscrito não-publicado ele obteve a soma da série $\frac{1}{2}+\frac{2}{4}+\frac{3}{8}+\frac{4}{16}+$

$\frac{5}{32}+$ ... o que faz dele um dos precursores da análise infinitesimal" (EVES, 2002, p.295).

Com a descoberta dos segmentos incomensuráveis, pelos pitagóricos, Zenão (450 a.C) provocou o pensamento dos matemáticos de sua época através de argumentos que ficaram conhecidas como os paradoxos de Zenão. Em um de seus paradoxos discute o movimento pensando na divisão sucessiva de um segmento de reta:

> A Dicotomia: Se um segmento de reta pode ser subdivido indefinidamente, então o movimento é impossível pois, para percorrê-lo, é preciso alcançar seu ponto médio, antes ainda alcançar o ponto que estabelece a marca de um quarto do segmento, e assim por diante, ad infinitum. Segue-se, então, que o movimento jamais começará (EVES, 2002, p.418).

Cantor (1845-1918) refletiu sobre os paradoxos de Zenão, estudou os números irracionais usando sequência de números racionais e "[...] em 1874 começou seu revolucionário trabalho em teoria dos conjuntos e teoria do infinito" (EVES, 2002, p.615). Cantor determinou que:

> [...] entre dois números racionais quaisquer existem outros números racionais – na verdade, infinitos. Por exemplo, entre 0 e 1 estão os números racionais $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\ldots,\frac{n}{(n+1)},\ldots$; entre 0 e ½ estão os números racionais $\frac{1}{3},\frac{2}{5},\frac{3}{7},\frac{4}{9},\frac{5}{11},\ldots$, 1/3, 2/5, 3/7, 4/9, 5/11, ... , $\frac{n}{(2n+1)}$, ... ; entre 0 e $\frac{1}{4}$ estão os números racionais $\frac{1}{5},\frac{2}{9},\frac{3}{13},\frac{4}{17},\frac{5}{21,},\ldots,\frac{n}{(4n+1)}$; e assim por diante (EVES, 2002, p.662-663).

Esses estudos estimularam pesquisadores a investigar os números racionais. No Brasil, pesquisadores se debruçam sobre o tema, o qual adquire cada vez mais relevância no contexto da Educação Matemática. Dentre tais estudiosos, menciono os trabalhos de Gonçalves, Mendes e Guerra (2006); Guerra e Silva (2008), Silva e Almouloud (2008) e Nunes ett al (2005), que dão fundamentação teórica a esta pesquisa.

2.4.2 Alguns olhares sobre o ensino de frações no Brasil

No Brasil, o ensino de frações é tratado em sala de aula a partir do 3º ano e nos anos subsequentes, trata-se de aprofundá-lo teoricamente. Essa é a prática esperada, no que diz respeito a esse tema, haja vista, que em um nível de ensino mais avançado, deixa-se de abordá-lo, supondo-se haver por parte do aluno, um entendimento dessa questão

Segundo Silva (1997), o estudo dos números racionais carrega em si uma complexidade. Entretanto, torna-se de fundamental importância para a Matemática e, conseqüentemente, para a formação escolar do aluno. Encontro em Silva e Almouloud (2008, p.56) uma descrição do tratamento que se deu ao estudo do número racional:

> Analisando os números racionais em três momentos da Historia da Matemática escolar brasileira, Gomes (2006, p.38) mostra que nas três primeiras décadas do século passado, a conceituação de numero, nos livros didáticos, era fundamentada na medição de uma grandeza expressa por um número inteiro ou fracionário, chamado "preferencialmente de número comensurável". No segundo momento, entre 1931 até o início dos anos de 1960, os livros continuam a conceituar número como resultado da medição de uma grandeza, porém sem utilizar a denominação de "números comensuráveis" sendo a fração considerada como "uma ou mais das partes iguais em que se divide a unidade" (ibid, p. 38), que nem sempre é um segmento de reta. A autora observa, ainda, "tanto a ausência de uma definição para os números racionais quanto à inexistência dessa denominação em quase todos os livros analisados" (ibid, p. 38). Finalmente, no terceiro momento, dos anos de 1960 ao inicio dos anos de 1970 desaparece a noção de grandeza e a idéia de fração é apresentada por meio de uma abordagem formal, diferente daquela do primeiro momento. Nesta fase, a fração $\frac{a}{b}$ é enfatizada pelo par ordenado de inteiros a e b, com b diferente de zero.

Conforme Nunes et all (2005, p.120), "A maioria dos números que usamos em nossa vida cotidiana e na sala de aula refere-se a uma quantidade". Neste sentido então, para se compreender melhor o estudo de frações, a autora traz dois termos que precisam ser apresentados e explicitados, pois eles permeiam no nosso fazer diário com muita frequência. Ocorre que nem sempre nós percebemos como professores, o seu significado e sua importância no fazer matemático. Estes termos são identificados como quantidades extensivas e quantidades intensivas.

> [...] Quando a medida de uma quantidade baseia-se na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na lógica parte-todo, dizemos que a medida se refere a uma quantidade extensiva. [...] As medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes são medidas de quantidades intensivas (NUNES et all, p.122).

O ensino de frações geralmente é feito pintando figuras, para destacar as partes de um todo. O denominador representando o número de partes em que o todo é dividido e o numerador indicando a quantidade que deve ser pintada. Para Nunes et all (2005, p.158), esse método de ensinar fração é considerado inadequado, pois "[...] Muitas vezes o ensino de fração é ensinado apenas como a rotulação de partes de um inteiro. Essa rotulação é o produto de uma dupla contagem de partes: o denominador é o numero de partes em que um todo foi dividido e o numerador é o número de partes que foram pintadas"

É desejável que os professores possam desenvolver outros modos de conceber o ensino de frações que não seja apenas no "partes de um todo". Ensinar frações não é uma tarefa fácil, nem tampouco a sua aprendizagem. Segundo Nunes et all (2005), existem vários significados para o termo fração. O professor reconhecendo esses significados deve ficar atento para perceber que:

Quando existem duas possibilidades de representar um conceito matemático, o professor precisa perguntar-se, de imediato, qual das duas formas de representação é mais acessível aos alunos nas diferentes idades para saber como tratar o conceito em sala de aula (NUNES et al, 2005, p.153)

Em trabalho recente, Guerra e Silva (2008) sugerem um estudo de frações, executando operações, associando o princípio da contagem à área de um retângulo. Entendo que esta forma de estudo é suficiente para promover o encontro do professor com o pensamento matemático abstrato além de satisfazer a necessidade do aluno nas indagações sobre as frações.

> Quando duas áreas $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ têm uma área comum $\frac{1}{p}$, que está contida um número de vezes inteiro m de vezes na primeira e um número inteiro n de vezes na segunda [...] dizemos que as áreas $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são comensuráveis e o quociente entre elas é a fração $\frac{m}{n}$. (GONÇALVES, MENDES, GUERRA, 2006, p.24).

Esta explicação me remete a pensar em divisão de frações, pois o que está posto é quantas vezes uma parte pode ser colocada dentro de outra parte.

Acontece, frequentemente, ao se efetuar divisão de frações por frações, simplesmente fazer-se o uso de um algoritmo prático que diz que ao se dividir uma fração pela outra, conserva-se a primeira fração e multiplica-se esta pelo inverso da segunda. Essa é uma prática muito usual no ensino de frações, e o aluno às vezes carrega esse ensinamento para toda a vida sem ter a oportunidade de perceber este conhecimento em uma forma mais elaborada. De acordo com Gonçalves, Mendes e Guerra (2006, p.24),

$$"\left(\frac{a}{b}\right):\left(\frac{c}{d}\right) = m\left(\frac{1}{p}\right):n\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{m:n}{p:p} = \frac{m:n}{1} = \frac{m}{n}$$

e daí

$$\left(\frac{a}{b}\right) = \left(\frac{m}{n}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{m \cdot c}{n \cdot d}\right)"$$

Posso escrever também que

$$\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{m}{n}\right)\left(\frac{a}{b}\right)$$

Continuam os autores:

$$"\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m \cdot c \cdot d}{n \cdot c \cdot d}\right) = \left(\frac{m \cdot c \cdot d}{n \cdot d \cdot c}\right) = \left(\frac{m \cdot c}{n \cdot d}\right)\left(\frac{d}{c}\right)$$

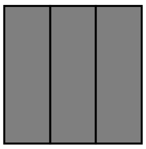
Segue:

$$\left(\frac{a}{b}\right):\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m \cdot c}{n \cdot d}\right)\left(\frac{d}{c}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right) = \left(\frac{a \cdot d}{b \cdot c}\right)"$$

O que justifica o uso do algoritmo, “[...] para efetuar a divisão entre duas frações, efetuamos o produto da primeira pelo o inverso da segunda” (GONÇALVES MENDES, GUERRA, 2006, p.24).

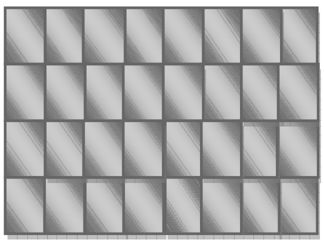
Apresento, para estudo, a seguinte situação:

> Se você tomar um quadrado com lado igual a um como unidade de área, estará afirmando que sua área é um, e, portanto, se dividir esse quadrado em partes iguais, cada uma dessas partes terá $\frac{1}{n}$ da unidade de área. Assim, por exemplo, quando você divide em 3 partes iguais, cada parte mede um terço de unidade de área (GONÇALVES, MENDES, GUERRA, 1996, p.18)



O quadrado de área igual a 1 foi dividido em 3 partes iguais, cada parte correspondendo a 1/3. Então, posso pensar da seguinte forma: $(1)\!:\!\left(\frac{1}{3}\right) = 3$, pois $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 1$. Da mesma forma, tomando duas partes desse todo, vejo que "[...] a fração $\frac{2}{3} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$ e, portanto, a divisão de $\left(\frac{2}{3}\right) : \left(\frac{1}{3}\right) = 2$, que é o número de vezes que a unidade $\frac{1}{3}$ está contida em $\frac{2}{3}$". (Gonçalves (Org.), Mendes, Guerra, p.21, fascículo 06).

Em outra ilustração, seguindo o pensamento de Guerra e Silva (2008), Gonçalves, Mendes e Guerra (2006), proponho descobrir quantas partes de $\frac{1}{8}$ cabem em $\frac{1}{4}$. Isto na verdade, equivale a dividir a fração $\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{8}$. Para tanto, construo a seguir, um quadrado unitário e tomo $\frac{1}{4}$ de seu lado e $\frac{1}{8}$ do outro lado, como mostra a figura:



Na figura, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$ possuem uma área em comum representada por $\frac{1}{32}$. Logo posso escrever $\frac{1}{4} = 8\left(\frac{1}{32}\right)$ e $\frac{1}{8} = 4\left(\frac{1}{32}\right)$. Efetuo a divisão de $\frac{1}{4}$ por $\frac{1}{8}$, assim:

$$\left(\frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{8}\right) = \left[8\left(\frac{1}{32}\right)\right] : \left[4\left(\frac{1}{32}\right)\right] = \frac{8:4}{32:32} = \frac{8:4}{1} = 8:4 = \frac{8}{4} = 2$$

De onde concluo que cabem duas partes de $\frac{1}{8}$ em $\frac{1}{2}$. Se estivesse interessado em somar ou subtrair frações, este resultado seria também encontrado levando-se em consideração esta parte comum das frações. Por exemplo, nos casos (a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$; (b) $\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$ fica:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=8\left(\frac{1}{32}\right)+4\left(\frac{1}{32}\right)=12\left(\frac{1}{32}\right)=\frac{12}{32}$$

e

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=8\left(\frac{1}{32}\right)-4\left(\frac{1}{32}\right)=4\left(\frac{1}{32}\right)=\frac{4}{32}$$

Para a multiplicação de frações, usaria também esta parte comum. Assim para $\left(\frac{1}{4}\right).\left(\frac{1}{8}\right)$ ficará:

$$\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{8}\right)=\left(\frac{8}{32}\right)\left(\frac{4}{32}\right)=\frac{32}{32\cdot 32}=\left(\frac{1}{32}\right)\left(\frac{32}{32}\right)=\frac{1}{32}$$

Concluo que na multiplicação de frações, resolvo "[...] efetuando o produto entre os numeradores e denominadores respectivamente" (GONÇALVES, MENDES e GUERRA, 2006, p.22).

Este tema traz consigo a impressão de toda uma simplicidade no seu ensino, no entanto, carrega uma fundamentação matemática que exige do professor: conhecimento matemático para dialogar com o seu aluno, com segurança; maturidade para perceber se seus alunos estão apresentando dificuldades na aprendizagem desse conteúdo. Em seu estudo sobre frações, Guerra e Silva (2008, p.43) apresenta uma proposta de ensino cuja intenção é "[...] subsidiar a prática docente de professores não especialistas do conhecimento matemático, mas que ensinam Matemática nas séries iniciais".

O conhecimento matemático é fundamental na relação entre o professor e o aluno, na sala de aula. Entretanto, tratando-se de um professor não especialista do conhecimento matemático, poderá apresentar dificuldades na condução do seu fazer ensinar-aprender. Esta dificuldade pode ter origem na sua própria condição de não especialista e também das estratégias de ensino selecionadas por esse professor.

Com a intenção de observar a existência ou não existência destas dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática, seguimos esta pesquisa estudando como se estabelecem essas dificuldades no ensino de frações em um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

2.5 Obstáculos didáticos, dificuldades e erros no fazer ensinar-aprender Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Para realizar esta pesquisa, nesta temática, aproximei-me dos estudos de Brousseau (2008, 1996), Igliori (2008), Almouloud (2007), D'Amore (2007), Pais (2005), Bitencourt (1998) e Bachelard (1996), por entender que estes autores trazem em suas obras estudos sobre obstáculos, dificuldades e erros no fazer ensinar-aprender matemática, objeto desta pesquisa.

Bachelard (1996) ao escrever sua obra "A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento" propõe o uso do termo obstáculo epistemológico, logo aceito e amplamente usado pela comunidade científica. Sua proposta no referido livro "[...] é mostrar o grandioso destino do pensamento científico abstrato" (BACHELARD, 1996, p.8). Para este autor: "[...] pensamento abstrato não é sinônimo de má consciência científica, como parece sugerir a acusação habitual". Nesta pesquisa investiguei o fazer ensinar-aprender matemática das professoras que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental, dando grande ênfase à contextualização do saber através de materiais didáticos. No entanto não perdi de vista o pensamento abstrato, pois o julgo de grande importância no fazer ensinar-aprender matemática. Segundo Pais (2006, p.146-147):

> [...] Os alunos da educação fundamental, sobretudo os que estão nas séries iniciais, não têm ainda condições de fazer uma utilização formal da abstração, entretanto, não podemos esquecer da fertilidade da imaginação infantil, o que revela uma das janelas para o desenvolvimento da abstração. Assim, não é nada conveniente pensar em termos de predomínio dos aspectos material ou abstrato, nesse momento inicial da educação. Insistimos na idéia de sempre procurar fazer articulações desses dois aspectos.

Entendendo a importância desse pensamento, realizei esta pesquisa, para mostrar a importância de se ter estudos científicos sobre as dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Tais dificuldades foram pesquisadas em um curso de formação continuada sobre frações. Ainda segundo Pais (2006. p.145-146):

> [...] A aprendizagem da abstração e da generalização não se inicia por uma abordagem abstrata e geral. Para a construção dessas noções é fundamental o uso de recursos materiais e particulares, cuja manipulação contribui na formação desses aspectos. O uso dos materiais didáticos é uma estratégia importante porque contribui na construção da abstração e da generalização.

Bachelard (1996, 1996, p.8) para referir-se aos obstáculos, faz menção

> [...] as dificuldades das abstrações corretas, ao assinalar a insuficiência dos primeiros esboços, o peso dos primeiros esquemas, ao sublinhar também o caráter discursivo da coerência abstrata e essencial, que nunca alcança seu objetivo de um só golpe**.**

Brousseau (2009) critica o ensino baseado na recitação, aquele que ocorre na escola, por meio de repetição de conteúdos. Informa que a matemática deve ser usada para expressar uma forma de pensar, melhorando a compreensão e, buscando a superação das dificuldades no fazer ensinar-aprender da matemática. Para este autor:

> O maior problema é que, se o professor informa de antemão aquilo que deseja ouvir, os alunos não constroem o conhecimento e não falam por si próprios, apenas citam e repetem o docente. Há estudantes que se apropriam do que ele fala e avançam, mas há outros que se preocupam somente em se lembrar do que disse (BROUSSEAU, 2009. p.30).

Ainda segundo este mesmo autor, a matemática escolar tem como objetivo:

> [...] garantir que todos possam aprender a disciplina, apropriando-se de seus principais saberes e, sobretudo, da construção do raciocínio. Para argumentar adequadamente, por exemplo, você precisa do saber matemático. Ele permite, entre outras coisas, discutir se algo é verdadeiro ou falso, o que é valioso para o cidadão estabelecer com os demais membros de uma sociedade uma relação de igualdade, questionando e exigindo uma prestação de contas. (BROUSSEAU, 2009, p.30),

Quando se discorre sobre dificuldades na aquisição de saberes e construção do raciocínio, o leitor é induzido a pensar imediatamente em condições de aprendizagem, na ótica exclusivamente do aluno, na sala de aula. Entretanto, como proponho neste trabalho, o foco está no fazer ensinar-aprender das professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em um curso de formação continuada.

> Do ponto de vista pedagógico, a visão epistemológica de Bachelard implica a análise crítica do processo de aprendizagem, considerando as dificuldades, erros e falhas como parte deste processo. Alerta também para o modo habitual de se ensinar ciências desconsiderando o processo histórico de construção desse conhecimento, a experiência inicial do aluno e as dificuldades que este enfrentaria na aprendizagem, abrindo caminhos para a utilização da noção de obstáculo epistemológico em didática da ciência. (BITENCOURT, 1998, p. 13)

Nesse sentido, uma pergunta que se deve colocar é: “[...] para o que se deve educar, quando se faz ciência na escola?” (D’AMORE, 2007, p.200). O próprio D’Amore responde a sua pergunta com duas respostas, dizendo não haver novidades nelas, pois outros estudiosos já tinham pensado de forma semelhante. Suas respostas: “[...] ao método científico: o objetivo é o de fornecer domínio na metodologia; à aquisição e domínio dos conceitos essenciais da ciência” (D’AMORE, 2007, p. 200-201).

Dada a complexidade e extensão de conteúdos que o tema formação de conceitos exige, e haja vista que muitos estudiosos se debruçam para entendê-lo, não me alongarei nesse estudo, detendo-me apenas na noção de que “[...] a formação de conceitos resulta de permanentes articulações entre a generalidade, a particularidade, a abstração e a materialidade” (PAIS, 2006, p. 145).

D’Amore (2007) associa o obstáculo à formação de conceito e o apresenta como uma “idéia transitória”; acrescenta ainda que essas ideias resistem para permanecer na mente do aluno ao tentarem ser substituídas por novas ideias mais consistentes.

> Pode-se dizer que um obstáculo é uma idéia que, no momento da formação do conceito, foi eficaz para enfrentar os problemas anteriores, mas que se revela um fracasso quando se tenta aplicá-la a um novo problema. Dado o êxito obtido (aliás, com maior razão, por causa disso) tende-se a conservar a idéia já adquirida e comprovada e, apesar do fracasso, busca-se salvá-la; mas esse fato acaba sendo uma barreira para aprendizagens sucessivas (D’AMORE, 2007, p.211).

Quando analiso o pensamento de alguns pesquisadores acerca dos obstáculos didáticos na Educação Matemática, acredito ficar evidente a influência que Bachelard teve sobre os mesmos. Para Bachelard (1996, p.17) quando:

> [...] se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega à convicção de que é em termos de obstáculos que o problema do conhecimento científico deve ser colocado (...) é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos

Almouloud (2007) vê esta influência recebida de Bachelard e relata que Brousseau, a partir dos estudos desse autor, “[...] introduz a noção de obstáculo epistemológico com o intuito de ter um olhar sobre os erros dos alunos, buscando compreender e explicitar o papel do erro no processo de aprendizagem, suas influências e consequências” (ALMOULOUD,2007, p.129).

Para Brousseau (2009.p.32), os erros:

> [...] são necessários para que o estudante avance. Enquanto ele não tiver cometido o erro nem visto alguém fazê-lo, não pode saber se a forma como ele imaginou a resolução é, de fato, um equívoco - ou, ao contrário, se funciona. O que importa é que ele ponha em ação: na primeira vez, dá errado, na segunda, ele cai de novo, mas, na terceira, pode conseguir resolver o desafio. O processo de construção do conhecimento, nesse sentido, deve considerar os erros.

D’Amore (2007) também importa o pensamento de Bachelard para se reportar ao erro, atribuindo-lhe importância no processo ensino e aprendizagem, caracterizando-o como um obstáculo ao dizer:

> [...] O erro então, não é necessariamente fruto da ignorância, mas poderia ser o resultado de um conhecimento anterior, um conhecimento que teve sucessos, que produziu resultados positivos, mas que não resiste diante de fatos mais contingentes ou mais gerais. Portanto, não se trata sempre de erros de origem desconhecida, imprevisíveis, mas de obstáculos no sentido de Bachelard (D’AMORE, 2007, p.217).

O erro faz parte do processo de aprendizagem. Percebido pelo aluno, professor ou pelo pesquisador, deve ser trabalhado na sala de aula, buscando através dele a construção de debates para a superação de dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática. Ao analisar o processo de desenvolvimento do pensamento científico, Bachelard (1996, p.13-14), conclui que:

> [...] a experiência que não retifica nenhum erro, que é monotonamente verdadeira, sem discussão, para que serve? Aliás, a experiência imediata e usual sempre guarda uma espécie de caráter tautológico, desenvolve-se no reino das palavras e das definições; falta-lhe precisamente esta perspectiva de erros retificados que caracteriza, a nosso ver, o pensamento científico.

Compreender essa perspectiva apontada por Bachelard (1996) é de extrema importância para a superação de dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática. Nesse sentido, deve ser dada atenção especial aos erros produzidos por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental.

> Na visão de Brousseau (1983) os obstáculos se manifestam pela incapacidade de compreender certos problemas, de resolvê-los com eficácia, ou pelos erros que, para serem superados, deveriam conduzir à instalação de um novo conhecimento. Por conseqüência o erro é considerado necessário para: desencadear o processo da aprendizagem do aluno; o professor situar as concepções do aluno e, eventualmente, compreender os obstáculos subjacentes; o professor adaptar a situação didática (ALMOULOUD, 2007, p.135).

D'Amore (2007, p.211-212) elenca algumas características dos obstáculos estabelecidas por Brousseau:

> É preciso ter sempre em mente que um obstáculo não é uma falta de conhecimento;
> O aluno utiliza esse conhecimento para responder adequadamente, em um contexto conhecido, já encontrado;
> Se o aluno tenta usar esse conhecimento fora do contexto conhecido, já encontrado, fracassa, gerando respostas incorretas; percebe-se então que necessita de pontos de vista diferentes;
> O obstáculo produz contradições, mas o estudante resiste a elas; parece necessitar então de um conhecimento mais geral, maior, mais profundo, que generalize a situação conhecida e resolvida, e que inclua a nova, na qual fracassou; é preciso que esse ponto se torne explícito e que o estudante seja consciente disso;
> Mesmo depois de superado, esporadicamente, o obstáculo reaparece.

No ensino da matemática, os obstáculos apresentam especificidades, decorrentes tanto do conhecimento matemático como das escolhas de estratégias de ensino realizadas pelo professor. Esses obstáculos são oriundos de velhos conhecimentos que resistem à superação por novos conhecimentos para a formação de conceitos.

Bachelard (1996) estudou o pensamento científico de sua época, estabelecendo os obstáculos epistemológicos presentes na sua evolução. Pais (2005, p.45) faz a tradução desse pensamento da seguinte forma:

> O avanço das idéias científicas pode ser ameaçado ou até mesmo obstruído por concepções que predominam no imaginário cognitivo. Certos conhecimentos que já não se aproximam da verdade predominante em uma certa época, quando defendidos cegamente por aqueles que o detém, impedem a instalação de um novo saber. O conhecimento antigo atua como uma força contraria à realização de uma nova aprendizagem. A evolução do conhecimento encontra-se, então, estagnada até o momento em que ocorrer uma ruptura epistemológica com os saberes que predominaram por um certo período. Num caso extremo, a obstrução do conhecimento antigo pode até mesmo provocar uma regressão do nível de compreensão. O interesse em estudar a noção de obstáculo decorre do fato da mesma identificar as fontes de diversos fatores que levam a aprendizagem a uma situação de inércia e de obstrução.

Sobre os obstáculos didáticos, D'Amore (2007, p.213) afirma que:

> Cada docente escolhe um projeto, um currículo, um método, interpreta de maneira pessoal a transposição didática de acordo com as suas convicções científicas e didáticas: ele acredita nessa escolha e a propõe à classe porque a considera eficaz; mas aquilo que é verdadeiramente eficaz para determinado estudante não é dito que o seja para os outros. Para esses outros, a escolha daquele projeto revela-se um obstáculo didático.

Almouloud (2007) entende os obstáculos didáticos como decorrentes de uma transposição didática e os vê como inevitáveis na prática docente, haja vista eles nascerem "[...] da escolha de estratégias de ensino que permitem a construção, no momento de aprendizagem, de conhecimentos cujo domínio de validade é questionável ou incompleto que, mais tarde, revelar-se-ão como obstáculos ao desenvolvimento da conceituação" (ALMOULOUD, 2007, p.141-142).

Voltando à questão: "[...] para o que se deve educar, quando se faz ciência na escola?", cujas respostas foram: "ao método científico: o objetivo é o de fornecer domínio na metodologia; à aquisição e domínio dos conceitos essenciais da ciência" (D'AMORE, 2007, p. 200-201).

Pais (2005) ratifica a segunda resposta de D'Amore, dando ênfase na necessidade da formação do conceito, pois quando se ensina,

> [...] De maneira geral é difícil imaginar uma aula de matemática ou de física que não tenha como objeto à aprendizagem de um determinado conceito. Assim, é preciso entender como ocorre a reorganização intelectual de modo que o novo conhecimento entre em harmonia com os anteriores, sendo esse o momento em que os obstáculos se manifestam (PAIS, 2005, p.46).

Dessa forma, Pais (2005, p.44) entende os obstáculos didáticos como sendo "[...] conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar".

Igliori (2008) faz referência a Brousseau como "Um dos pioneiros na abordagem da noção de obstáculo epistemológico, como meio de identificação de causas de dificuldades na aprendizagem da Matemática" (IGLIORI, 2008, p.125). Esta autora faz uma interpretação para o pensamento de Brousseau ao afirmar que: "Ele considera também que a análise epistemológica permite a um pesquisador da Educação Matemática a identificação de obstáculos entre as dificuldades detectadas no processo da aprendizagem" (IGLIORI, 2008, p. 120).

Pesquisar dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática é uma tarefa desafiadora, haja vista envolver diretamente o saber dos sujeitos pesquisados no processo Nesse sentido consiste em detectar erros produzidos; analisar as estratégias de ensino-aprendizagem no/para o ambiente escolar. Estão implícitas, nessa tarefa, algumas atividades: observar, analisar e fazer julgamento. Igliori (2008, p. 124) relata que:

> Para Bachelard, a noção de obstáculo epistemológico pode ser estudada no desenvolvimento histórico do pensamento científico e na prática da educação, não sendo esse estudo cômodo em nenhum dos dois casos, pois a história é, por princípio, hostil a todo julgamento normativo.

É preciso que esse julgamento não seja percebido com a intenção de condenar, mas, como uma atitude que mostra a existência de algumas dificuldades no fazer ensinar-aprender, servindo de referência para outros sujeitos que possam se envolver e enveredar nesse caminho, além da possibilidade de nortear políticas públicas na educação. Essa mesma autora (2008, p. 123) atribui importância fundamental ao obstáculo epistemológico e relata que:

> Pode-se utilizá-lo tanto para analisar a gênese histórica de um conhecimento como o ensino ou a evolução espontânea do aluno. E, portanto, pode-se pesquisar os obstáculos epistemológicos com base em uma análise histórica ou em dificuldades resistentes entre os alunos, procurando a confrontação com o desenvolvimento histórico.

Dessa forma o estudo de dificuldades e obstáculos estimula interpretações diferentes entre muitos estudiosos. Igliori (2008) faz menção a autores que discordam da ideia de conceber o obstáculo como dificuldade. Na obra desta autora, encontro que "[...] um obstáculo é um conhecimento, uma concepção, não uma dificuldade ou falta de conhecimentos. Esse conhecimento produz respostas adaptadas num certo contexto, freqüentemente reencontrado. Mas ele engendra respostas falsas fora desse contexto" (IGLIORI, 2008, p.128).

Brousseau (2008) faz diferença entre os obstáculos, entendendo os obstáculos didáticos provenientes das estratégias de ensino e os obstáculos epistemológicos como um conhecimento e não como a falta de conhecimento. No entanto, alguns pesquisadores em Educação Matemática entendem esses obstáculos de forma diferente, como afirma Igliori (2008, p.127).

> A utilização da noção de obstáculo epistemológico, como obstáculo no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tem criado controvérsias entre os pesquisadores da Educação Matemática, considerando-se a dificuldade apresentada no reconhecimento de tal obstáculo e, em conseqüência, as diferentes conceituações que se pode a ela atribuir.

Essa autora reforça a ideia de conceber as dificuldades como obstáculos e escreve que:

> As análises epistemológicas das dificuldades encontradas na institucionalização dos números negativos, no decorrer dos tempos, e das encontradas por nossos alunos, nos dias de hoje, no processo de aprendizagem, poderiam indicar que tais dificuldades são constitutivas do conhecimento, e assim são os números positivos um obstáculo epistemológico para o aparecimento dos números negativos (IGLIORI, 2008, p 134).

Encontro em Igliori (2008, p.134) um pensamento avaliando "[...] que as dificuldades apresentadas na aprendizagem dos negativos é mais um problema cultural que constitutivo do próprio conhecimento". Estas diversas concepções para obstáculos levam à construção de definições diferentes:

> [...] um obstáculo pode ser relacionado a um nó que oferece maior ou menor resistência para ser desatado pelo aluno conforme é tratado no ensino, pois um obstáculo epistemológico desmembra-se freqüentemente em obstáculos de outras origens, notadamente o didático (GLORIAN, 1987, APUD IGLIORI, p.139).

Bitencourt (1998, p.16) trás à tona a discussão acerca da polêmica na identificação do que seria obstáculo ou dificuldade e relata que:

> No contexto didático, a noção de obstáculo colocou em pauta muitas questões. Inicialmente, a tentativa de listar e classificar obstáculos tem se mostrado bastante complexa já que todo conhecimento pode ser considerado obstáculo diante do conhecimento novo. Há controvérsias sobre o que seria obstáculo ou simplesmente dificuldade, ou ainda sobre que critérios eleger para caracterizar um obstáculo (por exemplo a exigência ou não do aval histórico ou o grau de resistência à ruptura).

Bitencourt (1998) destaca a influência de Bachelard para o estudo dos obstáculos em didática da matemática, buscando identificá-los, tanto no plano histórico como nas situações de aprendizagem. No plano histórico, revela a existência de pesquisas envolvendo os números decimais, frações, números inteiros e limites, e que o obstáculo é compreendido como um conhecimento. Essa discussão entre obstáculos, situando-os como epistemológicos e didáticos, envolve muitos pesquisadores:

> A relação entre o histórico e o didático suscitou inúmeras discussões devido a sua complexidade, pois nem toda dificuldade histórica torna-se necessariamente obstáculo na aprendizagem e, por outro lado, há diversos outros fatores envolvidos na situação didática que podem ser fontes de obstáculos, interferindo, portanto, no processo individual de construção do conhecimento (BITTENCOURT, 1998, p.14).

Esta autora relata a preocupação de outros pesquisadores com o debate sobre a importância na distinção entre dificuldade e obstáculo. Em sua obra consta que "[...] diante de cada caso - obstáculo ou simples dificuldade - teríamos uma atitude diferente, sendo que a dificuldade se mostra menos resistente e de mais fácil superação" (BITENCOURT, 1998, p. 14-15).

No estudo de dificuldades, deve-se dar atenção especial aos erros produzidos pelos alunos. Esta deveria ser mais uma, entre as muitas, responsabilidades do professor. Para tanto, entendo que deve haver uma relação de parceria entre o professor e o aluno para que o erro seja percebido como ponto de partida para a superação de tais dificuldades. Para Bitencourt (1998, p.15):

> Do ponto de vista do professor, o erro do aluno revela a maneira com este organiza seus conhecimentos, geralmente agrupados em torno de concepções e valores formando uma rede de significados que muitas vezes torna-se um obstáculo à aquisição de novos conceitos. O erro, manifestado tanto na argumentação quanto nos mecanismos de ação do aluno, é compreendido como um passo necessário no ato de conhecer.

Diante das discussões apresentadas sobre os obstáculos, entendo-os como conhecimento, na concepção de Pais (2005). Entretanto, concordo com Bitencourt (1998, p.15), quando ela nos afirma que:

> [...] não só o erro revela obstáculos. O fato de se ignorar um problema, a incapacidade de resolvê-lo, o ato de rejeitá-lo ou mesmo de não se considerar seu caráter problemático também são atitudes reveladoras de obstáculos. Resta-nos então analisar como agir diante de um obstáculo.

Bitencourt (1998, 16), cita processos geradores de obstáculos: regularização formal abusiva; fixação sobre uma contextualização ou modelização familiares. São modos frequentemente encontrados no fazer docente. Portanto, devemos estar atentos e ficar vigilante para controlar essas ações. Em relação às dificuldades, este foi o desafio que encontrei quando me detive na análise das informações: como agir diante de situações que sinalizavam dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras? Como Identificar o conhecimento e as dificuldades no fazer ensinar-aprender, bem como possíveis formas de intervenção visando à superação?

3 METODOLOGIA

3.1 Introdução

Esta pesquisa foi, inicialmente, pensada para abranger a temática formação de professores, particularmente na investigação dos saberes que são mobilizados pelo professor em sua prática docente. Entretanto, considerando uma gama de conhecimentos amplamente discutidos durante o primeiro ano de mestrado no PPGECM / UFPA e atendendo à minha identificação com esses novos temas, esta contempla, hoje, as dificuldades no fazer aprender-ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Uma revisão de literatura foi iniciada em março de 2008, na qual busquei publicações que contribuíram para a realização desta pesquisa.

Em sucessivos encontros do Grupo de Estudos e Pesquisas (TRANS) FORMAR da UFPA e, também, em encontros de orientação de pesquisa com os professores Tadeu Oliver Gonçalves e Renato Borges Guerra, discutimos algumas temáticas, buscando motivos que justificassem a sua aplicação em uma pesquisa de mestrado. Participou desses encontros, em algumas ocasiões, o professor Francisco Hermes dos Santos Silva. Em um desses encontros foi colocada a dificuldade que algumas professoras, em particular as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, apresentam ao trabalhar alguns temas da matemática. Um dos conteúdos, pela experiência dos professores presentes à discussão, se referia ao ensino das frações, o que também identifiquei no decorrer de minha prática docente.

Assim, esta pesquisa investigou as dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática, o que foi feito em um curso de formação continuada sobre frações, para professores que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental, por entender que existe necessidade de estudos que envolvam o cotidiano desses professores em formação continuada, abordando o ensino de alguns conteúdos, em particular o tema frações.

A pesquisa de campo foi realizada na Universidade Federal do Pará, em 2009, em uma turma do Curso de Especialização em Educação em Ciências e

Matemáticas para as Séries Iniciais, do PPGECM e a coleta de dados aconteceu no período noturno, de 15 à 26 de junho. Após uma paralisação das atividades, no mês de julho, retomei esta pesquisa em 03 de agosto, finalizando o trabalho em 11 de agosto de 2009. De um total de 29 professoras que freqüentavam assiduamente o curso, identifiquei entre estas, aquelas que possuíam maior tempo de experiência como professora nos anos iniciais do ensino fundamental. Este critério me motivou a selecionar 5 (cinco) professoras que são os sujeitos pesquisados neste trabalho. Outras 10 (dez) professoras estão citadas nesta pesquisa por terem participado ativamente das atividades, enriquecendo o debate, no curso de formação continuada.

A coleta aconteceu em três momentos: em um primeiro momento, a partir das observações na sala de aula, durante as realizações das tarefas, fiz anotações em um caderno de campo, buscando identificar comportamentos, estratégias, conhecimentos matemáticos e registros (documentos) produzidos por essas professoras que pudessem dar informações para a pesquisa. Em um segundo momento, apliquei um teste contendo quatro questões sobre o tema frações buscando identificar como elas organizam o conhecimento matemático. Posteriormente, em um terceiro momento, apliquei um questionário contendo questões que buscavam identificar a proximidade dessas professoras com a matemática escolar. Espero assim, em um curso de formação continuada sobre frações, identificar as dificuldades no fazer ensinar-aprender dessas professoras que ensinam nos anos iniciais do ensino fundamental.

3.2 Caracterizando os sujeitos pesquisados.

Os sujeitos pesquisados neste trabalho tiveram suas identidades preservadas. Para identificá-los, usei nomes fictícios e ao longo do texto, reporto-me a essas professoras como sendo: Antônia, Janice, Luciana, Rafaela e Rosélia. Entretanto, outras professoras foram citadas por terem participado ativamente das atividades desenvolvidas durante o curso de formação continuada, dando contribuições relevantes para este estudo. Estas professoras também estão com nomes fictícios e assim foram identificadas: Rosângela, Mariana, Nélia, Leila, Angélica, Vanilda, Rivanda, Prazeres, Ivone e Mirtes.

Caracterizando a professora Antônia

No ensino médio, fez o magistério. É formada em Filosofia e Pedagogia, em 2005. É educadora há 20 anos, sendo que no decorrer desses anos trabalhou em escolas diferentes. Em 1984, trabalhou três anos e seis meses, como monitora (professora) desenvolvendo trabalho de alfabetização com crianças de 6 e 7 anos; em 1987, como professora de séries iniciais; em 1995 continuou trabalhando nas séries iniciais; em 2000 foi convidada para trabalhar com alunos portadores de necessidades educacionais especiais. Até hoje desenvolve atividades de apoio educacional para superar as dificuldades de aprendizagens nas turmas de 5ª, 6ª e 7ª série do ensino fundamental.

Caracterizando a professora Janice

Com formação em Pedagogia em 2007, Tem experiência com o ensino nos primeiros anos do ensino fundamental.

Caracterizando a professora Luciana

Com formação em Licenciatura 1º Grau, em 1977. Tem experiência com as séries iniciais e também de 5º ao 9º anos.

Caracterizando a professora Rafaela

Com formação em Pedagogia, habilitação para séries iniciais, em 2003. Trabalhou durante 10 anos em uma escola, depois se mudou para outra por onde permaneceu por mais 5 anos, completando sua experiência de 15 com as séries iniciais.

Caracterizando a professora Rosélia

Com formação em pedagogia, em 2005. Possui experiência em sala de aula há mais de 10 (dez) anos. Seu primeiro trabalho foi através de um projeto na universidade quando ainda estava fazendo o magistério. Trabalhou em duas escolas durante três anos. Tem há 15 (quinze) anos uma escola de Educação Infantil. A última escola que trabalhou foi na condição de contratada pelo período de 1 ano.

3.3 Pesquisa Qualitativa.

Esta pesquisa foi encaminhada seguindo uma abordagem qualitativa e me apoiei na fundamentação teórica de Ludke e André (1986), Fiorentini (2007), Oliveira (2007). Esta última autora afirma que a classificação de uma pesquisa se faz segundo os seus objetivos e instrumentos de coleta utilizados. Percebendo que estes critérios são observados nesta pesquisa, optei pela abordagem qualitativa, pois, concordando com esta mesma autora entendo também a

> [...] abordagem qualitativa ou pesquisa qualitativa como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação. Esse processo implica em estudos segundo a literatura pertinente ao tema, observações, aplicação de questionários, entrevistas e análise de dados, que deve ser apresentada de forma descritiva (OLIVEIRA, 2007, p.36).

Ainda segundo Oliveira (2007, p.65), “A pesquisa científica pode ser classificada segundo os objetivos que se pretende alcançar e segundo os procedimentos metodológicos e técnicos”. Esta mesma autora, relatando não haver um consenso na classificação da pesquisa, apresenta uma classificação que julga a mais completa: pesquisa exploratória, pesquisa experimental, pesquisa descritiva, pesquisa bibliográfica, pesquisa documental, pesquisa na internet, pesquisa de laboratório, pesquisa ex-post facto, pesquisa etnográfica, pesquisa-ação, pesquisa participativa (OLIVEIRA, 2007).

3.3.1 Pesquisa descritiva

Observando essa denotação e confrontando-a com a temática desta pesquisa e seus objetivos, optei pela pesquisa descritiva, por entender que:

> [...] a pesquisa descritiva vai além do experimento: procura analisar fatos e/ou fenômenos, fazendo uma descrição detalhada da forma como se apresentam esses fatos e fenômenos, ou, mais precisamente, é uma análise em profundidade da realidade pesquisada (OLIVEIRA, 2007, p.68).

De acordo com Fiorentini (2007, p.70):

> Uma pesquisa é considerada descritiva quando o pesquisador deseja descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema. Geralmente esse tipo de investigação utiliza a observação sistemática (não etnográfica) ou a aplicação de questionários padronizados, a partir de categorias previamente definidas.

Ao concluir a pesquisa sobre dificuldades no fazer ensinar-aprender matemática nos anos iniciais, em um curso de formação continuada sobre frações, espero me apropriar de conhecimentos que permita facilitar a minha prática docente e também propiciar ao professor dos anos iniciais do ensino fundamental, formas de identificá-las em um curso de formação continuada, particularmente no estudo das frações, de forma a incentivá-lo a fazer reflexões sobre a sua prática docente, como começo para superação de tais dificuldades e nesse sentido promover o seu desenvolvimento profissional.

3.4 A coleta de dados

Para a obtenção dos dados, participei como pesquisador, das atividades desenvolvidas em um curso de Especialização em Educação em Ciências e Matemáticas para as Séries Iniciais, da UFPA, no momento em que estava sendo discutido o tema frações. Esse tema foi desenvolvido, na sala de aula, a partir da publicação da coleção Pró-Letramento - Matemática: Frações e medidas, fascículo

06, elaborado pelos professores Tadeu Oliver Gonçalves (org.), Maria José Freitas Mendes e Renato Borges Guerra, da Universidade Federal do Pará.

3.4.1 Instrumentos de coleta de informações

Como instrumentos de coleta de informações, foram usados a observação participante, o teste, o questionário e documentos.

A observação participante

Segundo Ludke e André (1986, p.26)

> [...] a observação ocupa um lugar privilegiado nas novas abordagens de pesquisa educacional. Usada como o principal método de investigação ou associada a outras técnicas de coleta, a observação possibilita um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens.

A coleta de dados exigiu cuidados especiais com os sujeitos pesquisados, no sentido de deixá-los à vontade para poderem contribuir com a pesquisa. Por este motivo foram criadas condições para que as professoras não se intimidassem com a presença do professor pesquisador e com possíveis erros que pudessem cometer na solução das questões desenvolvidas no curso de formação. Nesse sentido, o professor da turma e o professor pesquisador enfatizaram o erro como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Oliveira (2007) a técnica da observação acontece de duas formas: observação direta e observação participante. No decorrer da pesquisa usei para coleta de dados a observação participante por entender que:

> Na observação participante, o pesquisador(a) deve interagir com o contexto pesquisado, ou seja, deve estabelecer uma relação direta com grupos ou pessoas, acompanhando-os em situações informais ou formais e interrogando-os sobre os atos e seus significados por meio de um constante diálogo. (OLIVEIRA, 2007, p.81),

Essa interação me permitiu coletar dados, os quais foram registrados em caderno de campo onde estão contidos questionamentos e reflexões externadas pelas professoras, pelo professor da turma e as impressões do professor pesquisador em cada momento de coleta. As informações coletadas pela observação participante junto às professoras pesquisadas foram usadas como fonte de dados e utilizadas para análise. “Das anotações obtidas da observação, devem constar a descrição dos locais, dos sujeitos, dos acontecimentos mais importantes e das atividades, além da reconstrução dos diálogos e do comportamento do observador” (FIORENTINI, 2007, p.108).

Construí como pesquisador, boa relação com as professoras pesquisadas e através da observação participante consegui fazer os registros necessários para a pesquisa. Além das informações que foram anotadas no caderno de campo, fiz registro também de notas de aulas. Superada essa etapa, direcionei-me à realização do teste.

O Teste

O teste foi elaborado com quatro questões, extraídas do vol. 6 da Coleção Pró-Letramento, que abordam o tema frações. Enquanto instrumento, foi usado com a intenção de identificar como as professoras organizavam seus conhecimentos matemáticos, e perceber quais conhecimentos e dificuldades existentes na estrutura cognitiva das professoras, fazem relação com o estudo de frações. As questões foram respondidas pelas professoras e o pesquisador absteve-se de fornecer soluções, construindo questionamentos sobre as questões, com a intenção de estimulá-las a produzirem o seu conhecimento, quando requerido para este fim. Neste teste foi feita uma recomendação para que as professoras fizessem uso da representação esquemática e do processo de contagem de áreas no estudo das frações.

Estas questões foram postas para que todas as professoras pudessem resolver individualmente. Preocupei-me em não fornecer soluções prontas e coloquei-me à disposição para desfazer dúvidas quanto à clareza na escrita das questões. O tempo para solução destas questões foi livre e os resultados destes testes foram confrontados com os resultados dos outros instrumentos de pesquisa.

O questionário

O questionário usado nesta pesquisa constou de onze questões abertas por meio das quais busquei identificar como estas professoras se relacionaram com a matemática em sua trajetória estudantil. Julguei necessário identificar a existência desta relação, caracterizando uma proximidade com a matemática. Entendo esta proximidade como um indício de que a pessoa terá predisposição para estudar essa área de conhecimento e poderá buscar, com satisfação, o seu desenvolvimento profissional. Procurei, também, identificar as dificuldades encontradas pelas professoras, no seu fazer ensinar-aprender, particularmente no ensino das frações.

O uso de questionário nesta pesquisa assume grande importância, pois segundo Oliveira (2007, p.83):

> O questionário pode ser definido como uma técnica para obtenção de informações sobre sentimentos, crenças, expectativas, situações vivenciadas e sobre todo e qualquer dado que o pesquisador(a) deseja registrar para atender os objetivos de seu estudo.

Para Fiorentini (2007, p.117):

> [...] os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações (...) Além disso, eles podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos do estudo, destacando algumas variáveis como idade, sexo, estado civil, nível de escolaridade, preferências, número de horas de estudo, número semanal de horas-aula do professor, matérias ou temas preferidos etc.

O questionário, com 11 (onze) questões abertas, foi usado, pois, permite ao sujeito pesquisado, liberdade para se manifestar, registrando suas respostas à sua maneira, com espontaneidade.

Documentos

A apresentação de documento produzido pelo sujeito pesquisado torna-se importante, pois externa a organização de seu pensamento e mostra o seu fazer matemático estimulando a compreensão do problema. Nesta pesquisa, complementa os dados obtidos via questionário e teste.

3.5 Análise dos dados

Para a análise dos dados, fiz uma seleção de episódios observados durante a coleta, em sala de aula, bem como trouxe para a análise também o teste, o questionário e os documentos. Desses instrumentos, retirei as informações necessárias para essa análise. A pesquisa descritiva, segundo Oliveira (2007), permite além de descobrir e identificar fenômenos, fazer a sua descrição, classificação e interpretação, por tal motivo está sendo adotada para a análise das informações contidas neste trabalho.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Após a fase de coleta de dados, iniciei o trabalho de seleção de informações a serem apresentadas nesta pesquisa. Ficou evidente, para mim, a dificuldade encontrada nessa seleção, haja vista a grande quantidade de dados que foi produzida. Da observação direta, trouxe as informações vivenciadas no decorrer da disciplina que tratou sobre as frações, as quais são apresentadas em forma de episódios; do questionário, falas dos sujeitos pesquisados; do teste, as soluções propostas por esses sujeitos e ainda algumas atividades propostas pelo professor da turma. Esta coletânea de informações são os recursos que dão fundamentação para a análise nesta pesquisa.

Essas informações foram coletadas no decorrer do curso de formação, no momento em que foi tratado o tema frações e estão apresentadas em forma de episódios. Nesse período, participando do curso, observei as professoras, inclusive aquelas que não estão indicadas como sujeitos pesquisados. Considerando que as contribuições dessas professoras foram significativas, trouxe tais informações, produzidas em sala, como fonte de dados para a análise. As contribuições das referidas professoras estão nos primeiros episódios e no último, as informações produzidas pelos sujeitos pesquisados que ficaram concentradas mais nos questionários e testes.

Considerando que a turma, na sua maioria, era composta por pessoas do sexo feminino (havia apenas uma pessoa do sexo masculino na turma), e são professoras que estão em um curso de formação continuada, reporto-me a elas usando o termo professoras. O professor responsável pela formação será identificado simplesmente como professor.

4.1 Episódio 01: Ensinar-aprender frações através de materiais didáticos.

O professor havia iniciado, em um encontro anterior, o estudo sobre frações, ficando para outro momento, a construção do conceito, por parte das professoras. Neste encontro, concentrou-se em tal objetivo, o que foi feito trabalhando com material didático. Ele trouxe para a sala alguns desses materiais didáticos e, como havia solicitado que as professoras também o fizessem, perguntou: “Quem trouxe mais?”

Algumas professoras mostraram o material que trouxeram, e o professor, após organizá-lo, identificou seis jogos. Percebi, nessa situação, que as professoras não atenderam ao que foi combinado, que era trazer o material solicitado para ser trabalhado em sala.

A turma, naquele momento, era composta por 26 professoras presentes. Algumas destas professoras não atenderam ao pedido do professor, o que fez com que ele reorganizasse sua atividade. Ao formar grupos, fez com que as que não trouxeram o material se juntassem às que trouxeram, mediante o seguinte comando: “Agrupem-se, façam isso em quatro grupos de quatro alunas e dois grupos de cinco alunas”.

As professoras formaram os grupos e fizeram a escolha do material para cada grupo. Elas deveriam observar o material, entendê-lo, montar uma aula e posteriormente criar um plano de ação para ensinar fração. Acredito nessa atividade como um modo de ensinar-aprender frações nos anos iniciais do ensino fundamental.

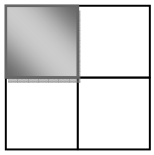
Em determinado momento, o professor vai ao quadro e aborda tópicos de Matemática com ênfase em Informática e comunica à turma: “Trouxe uma ferramenta em que é possível trabalhar as frações”. Mostra um CD-ROM de Educador (1ª à 4ª séries) contendo várias atividades, incluindo jogos matemáticos.

Professor: “É um jogo em que as crianças colorem as partes que devem ser pintadas em uma figura para identificar determinada fração. O software dá um comando informando se a criança acertou ou errou a atividade”. No quadro, elabora e responde algumas atividades sobre frações para as professoras perceberem a importância do jogo e pergunta: “Dá para construir o conceito?” (se referindo à fração). Segundo Pais (2006, p.146):

> A aprendizagem da Matemática pressupõe sucessivas aproximações entre as concepções do aluno e os diferentes níveis de objetividade conceitual. Nesse sentido, os conceitos são idéias em permanente estado de devir: estão sempre em processo de acabamento. O sujeito cognitivo deve se engajar sempre procurando retificar uma compreensão anterior para atualizar uma nova visão, e este processo nunca tem um ponto final.

As professoras não responderam e se mantiveram em silêncio. Tive, nesse momento, a impressão de que ainda não haviam compreendido o jogo. O Professor aguarda alguns segundos e continua: “Você pode mediar isso! (alternando entre o que seria a atividade produzida pelo jogo e a atividade desenvolvida no quadro, fazendo uso deste para criar novas situações). Posso ir ao quadro, construir uma figura e dividir em quatro partes iguais e pinto uma resultando $\frac{1}{4}$.

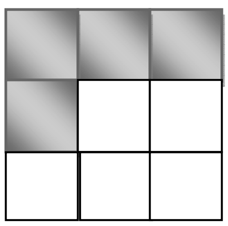
1/4



Volto ao computador e fico mediando, os alunos vão perceber que as figuras estão divididas em partes iguais. Se não entenderem na primeira vez, o jogo vai levá-los a acertar. Se você acertar, a máquina dá parabéns! Você conseguiu! Se pintar uma quantidade errada, a máquina informa que está errado.

Percebi, nesta situação, que o professor, observando o silêncio das professoras, sentiu necessidade de estender a discussão e criar novas situações para maiores esclarecimentos fazendo com que sua indagação fosse respondida. O professor mostrou novas situações, envolvendo frações, “[...] dirigindo o seu trabalho através de indicações que esclareçam (...) dúvidas ou através de pequenas questões elementares que conduzam ao resultado” (SILVA, 2008, p.52).

O professor, na tentativa de que as professoras construíssem um entendimento sobre fração, vista como parte de um todo, vai ao quadro e constrói outras situações similares. Eis uma:



Professor: “O aluno começa a perceber que ela foi dividida em nove partes e é preciso pintar quatro. Então podemos perguntar: Quantas partes não foram pintadas? Cinco, que representa $\frac{5}{9}$”.

Nessa situação, a resposta correta era esperada pelo professor, pois, fez uso de várias e similares situações para proporcionar o entendimento das professoras. Nessa construção de situações semelhantes, percebi a presença do efeito do contrato didático, a utilização abusiva da analogia, pois sendo uma situação que guarda grande semelhança com a anterior, fez com que as professoras importassem suas respostas das outras situações mostradas. Outro efeito do contrato didático presente nessa situação é o efeito Topázio, entendido por Silva (2008, p.63-64) da seguinte forma:

> Desejando que seus alunos obtenham bons resultados, o professor tende a facilitar-lhes a tarefa de variadas maneiras, como, por exemplo, fornecendo-lhes abundantes explicações, ensinando pequenos truques, algoritmos e técnicas de memorização ou mesmo indicando-lhes pequenos passos nos problemas.

Como já mencionei no decorrer desta pesquisa: “[...] A força dos efeitos didácticos é incoercível a partir do momento que o professor não pode subtrair-se à obrigação de ensinar, custe o que custar” (BROUSSEAU, 1996, p.44). Portanto, esses efeitos do contrato didático, surgem no fazer ensinar-aprender das professoras que não se esquivam do compromisso de ensinar-aprender.

O diálogo que se estabeleceu entre o professor e as professoras, respaldado pelo compromisso de ensinar-aprender proporcionou o entendimento sobre as frações, permitindo a construção do conceito de fração, vista como parte de um todo.

4.2 Episódio 02: Apresentando atividades sobre frações

Neste episódio, um grupo de professoras faz apresentação de sua atividade. Em dado momento a seguinte questão é formulada:

Professora Rosângela: “Quem é maior, $\frac{7}{3}$ ou $\frac{3}{3}$?”

Algumas professoras responderam $\frac{3}{3}$, outras responderam $\frac{7}{3}$.

Professora Rosângela: “Como representar $\frac{7}{3}$? Mas o inteiro não foi dividido em três?”

Percebendo o silêncio da turma, essa professora pergunta novamente: “Quem é maior $\frac{7}{3}$ ou $\frac{3}{3}$?”

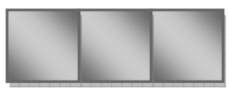
O grupo de professoras que está apresentando a atividade solicita que as professoras participem e compartilhem o conhecimento indo ao quadro para representar $\frac{7}{3}$ e $\frac{3}{3}$.

Professora Rosângela: “Vamos lá gente, vamos participar! Levantem as mãos, vamos à votação!” (solicitando participação da turma para se manifestarem sobre a questão e dizer qual é o maior).

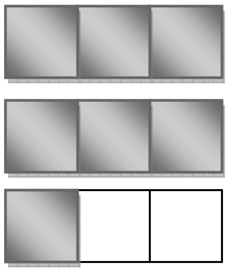
A decisão é informar qual o maior valor, $\frac{7}{3}$ ou $\frac{3}{3}$. A questão, sob o ponto de vista do conhecimento matemático, parece simples para um professor dos anos iniciais do ensino fundamental. Esse foi um momento em que percebi que esse tema precisava ser mais debatido na turma, com orientação do professor. Entendo que dúvidas desse tipo devem ser sanadas a tempo, para não serem levadas para a sala de aula nos anos iniciais do ensino fundamental, pois comprometeria o ensino, haja vista que, o conhecimento do que se ensina é um dos fatores que determina a qualidade do ensino. A continuidade dos estudos no curso de formação continuada promoveu a superação de dúvidas dessa natureza.

Na qualidade de pesquisador (a turma era conhecedora desta minha função), resolvi instigar as professoras e retornando à situação anterior perguntei: Como o professor faria para convencer o aluno de qual é o maior valor, $\frac{7}{3}$ ou $\frac{3}{3}$? A professora Leila fez representações esquemáticas e respondeu:

Professora Leila: “Eu faria assim. Esta figura representa $\frac{3}{3}$:



E esta figura representa $\frac{7}{3}$:



Logo $\frac{7}{3}$ é maior".

Essa professora mostrou que o conhecimento é fundamental para o ensino da matemática. Sua forma de mostrar qual o maior valor demonstrou organização do pensamento matemático e habilidade no trato com as frações.

Segundo Santaló (2008, p.11):

> A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.

Esta preparação se faz com um ensino de qualidade, no qual o professor, conhecedor da sua área de atuação, convence o aluno da necessidade de estar sempre em busca de qualificação, sempre em busca do conhecimento. A professora Mariana ainda perguntou: No caso, é dois inteiros mais um pedaço? Algumas professoras, convencidas com a resposta, responderam que sim.

Em outro momento, o professor faz uma divisão no quadro, de 7 por 3, usando o algoritmo da divisão para mostrar a existência de número misto, cujo resultado é 2 inteiros e $\frac{1}{3}$. Sobre esta atividade, a professora Nélia, externa seu pensamento:

Professora Nélia: "[...] para as crianças [...] elas não estariam vendo da mesma forma. Se para a gente está difícil compreender, para elas então!". Esta professora está externando uma provável dificuldade dos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental para compreender a existência de um número misto, entretanto, externa também a sua dificuldade para entender a transformação de uma fração $\frac{7}{3}$ para um número misto. Este fato faz notar que há necessidade de estudos sobre esse tema. O curso de formação continuada se propõe a isso: discutir carências de conhecimento sobre frações para promover a superação de dificuldades no fazer ensinar-aprender.

Em dado momento, a professora Leila, relatou um caso que havia acontecido com ela:

Professora Leila: “Meu irmão me perguntou quem é maior, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$? [...] e na, na época, eu não soube responder.” Tal declaração, trás em si a ideia de superação, mostrando que essa deficiência não existe mais e foi superada no curso de formação continuada,

Retomo a necessidade do professor se fundamentar com o conhecimento matemático, pois é esperado que ele saiba responder sobre o que ensina. Essa é uma atitude esperada por seus alunos. Ressalto que a referida situação, vivenciada com o irmão, poderia ocorrer em sala de aula, e na condição de professora, nesse momento, a resposta à pergunta não seria compartilhada.

Em outro momento, outra pergunta é formulada:

Professora Rosângela: “Como é possível somar $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$ usando a régua de fração[7]?”

Não havendo resposta da turma, esta professora prossegue dizendo que não se podem somar laranja com banana, não se poderia também somar as frações $\frac{1}{3}$ com $\frac{1}{5}$. Para este caso era necessário buscar frações equivalentes a elas. Mostrou frações equivalentes a $\frac{1}{3}$ $como\ sendo$: $\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\frac{5}{15},\frac{16}{18},\ldots$ e para $\frac{1}{5}$ as frações equivalentes: $\frac{2}{10},\frac{3}{15},\frac{4}{20},\frac{5}{25},\frac{6}{30}$ ... Identificou que as frações $\frac{5}{15}$ e $\frac{3}{15}$ possuem o mesmo denominador, 15, estando divididas em 15 partes e, portanto correspondentes a $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$, nessa ordem. Tal correspondência foi chamada pela professora de equivalência e disse que as frações são equivalentes. Escreveu que: $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{5}{15}+\frac{3}{15}=\frac{8}{15}$. Acrescentou que essa mesma idéia poderia ser usada para a subtração de frações.

A professora Mariana se manifestou, dizendo não ter entendido. Ouviu a seguinte resposta:

---

7 Material exploratório das noções de frações. Associa a representação fracionária à divisão em partes iguais. (OFICINA DO APRENDIZ, 2010).

Professora Rosângela: “Vou procurar na minha relação de equivalência. Com este material fica mais fácil da criança entender. Encontro a que tem o divisor comum $\frac{5}{15}$ e $\frac{3}{15}$. Agora é possível porque eu tenho um inteiro que é dividido em 15 partes.”

Penso que a régua de fração atende às primeiras noções para a compreensão das frações, entretanto não é suficiente para a compreensão dessas operações, Como fazer operações com frações de denominadores demasiadamente grandes? O professor fará partição da figura, representando este denominador? Percebo, nesse momento, a necessidade da organização de um pensamento matemático mais abrangente que permita consolidar este estudo.

Desde as primeiras séries, é preciso ir educando não só na matemática propriamente dita, mas também no raciocínio lógico e dedutivo, que é a base da matemática, porém que também é imprescindível para ordenar e assimilar toda classe de conhecimento. Significa que precisamos educar o aluno na linguagem adequada para compreender a nomenclatura e funcionamento da tecnologia atual, assim como a base científica que o sustenta (SANTALÓ, 2008, p. 18).

Faz-se necessário, então, pensar na unidade existente em cada fração para efetuar essas operações usando o princípio da contagem, como se vê nos estudos de Guerra e Silva (2008).

Professor: “Por que quando eu vou somar, eu tiro o mínimo?”

Professora Angélica: É o m.m.c.?

Professor: “O que é isso? O que representa?”

Percebendo o silêncio da turma, visto que não houve resposta para a sua pergunta, o professor tentou acalmá-los dizendo:

Professor: “Não se preocupem, eu quis dar um toque para dizer para onde o nosso curso vai.” O professor, evitou o debate e a continuidade da questão, deixando-a para outro momento. Esse fato caracteriza um efeito do contrato didático, o efeito Jourdain, muito usual em sala de aula.

Em outra apresentação, a professora Rafaela mostrou para a turma uma página de um livro que continha uma figura com imagens de 12 crianças e orientou que este grupo fosse divido em dois grupos iguais e perguntou: o que este novo grupo (com seis crianças) representava para o anterior? Novamente mandou que dividissem os grupos de seis crianças em dois grupos iguais e tornou a perguntar: “o que este grupo representa para o anterior?" Usando material didático, dominó com gravuras, mostrou uma peça contendo a figura de uma joaninha partida ao meio para indicar a fração $\frac{1}{2}$. Outra peça mostrava a gravura de uma vaca partida ao meio para também indicar a fração $\frac{1}{2}$.

A professora Rafaela observou que a joaninha não estava dividida exatamente ao meio, e que, portanto, não representava a fração meio. Observou também que a gravura da vaca também não estava partida ao meio e que também não poderia representar a fração $\frac{1}{2}$. Concordo com essa professora, pois entendo que essas gravuras poderão causar dificuldades para conceber a ideia de meio, como fração representando metade, (a joaninha e a vaca apresentavam um corte perpendicular ao seu comprimento). Esse material didático, selecionado como estratégias de ensino, podem evidenciar dificuldades para o estudo das operações com frações quando existir a necessidade de conceber a ideia da fração $\frac{1}{2}$ (meio) como metade. As gravuras da joaninha e da vaca não apresentam simetria, portanto, não podem ser usadas para representar metade.

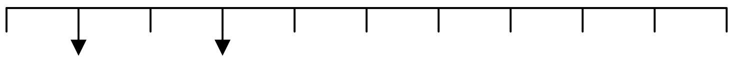
4.3 Episódio 03: Falando dos números racionais

Em um dado momento, no decorrer do curso, o professor abordando os números racionais, escreve no quadro os numerais 0,1 e 0,2 e pergunta:

Professor: "Destes números, qual é o maior"?

Esta questão dividiu a opinião das professoras. Enquanto algumas responderam 0,1 outras responderam 0,2. Percebi que questões relativas a esse tema precisavam de discussões mais amplas, pois algumas professoras pareciam estar com dúvidas em suas respostas. O professor, consciente dessa necessidade, constrói novas situações para que as professoras pudessem superar essas dúvidas e construir seus conhecimentos.

O professor vai ao quadro e constrói um segmento de reta, dividindo-o em 10 partes e indica onde se localizam os números $\frac{1}{10}\ e\ \frac{3}{10}$.



$\frac{1}{10}$ $\frac{3}{10}$

Percebi, nesta construção, o efeito Topázio, onde o professor, após constatar o silêncio da turma, constrói esse conhecimento. Sentindo necessidade de mais ilustrações, o professor vai ao quadro, escreve 2,1 e 2,2 e pergunta novamente:

Professor: “qual o maior?”

As professoras ficaram a trocar olhares e não responderam. O professor, então foi ao quadro, mostrou uma construção usando 1/10 como unidade e escreve que $2{,}1 = \frac{21}{10} = 21.\frac{1}{10}$ e para $2{,}2 = \frac{22}{10} = 22.\frac{1}{10}$. Construiu outros exemplos, o que permitiu que muitas professoras se manifestassem dizendo terem compreendido essa construção usando uma unidade como referência.

A professora Vanilda, percebendo a importância da contribuição que esse pensamento matemático estava trazendo para a formação continuada das professoras, exclamou: “[...] eu só queria voltar atrás e aprender matemática como agora”! Esta professora percebeu a necessidade e importância de um ensino e aprendizagem diferenciados na construção do conhecimento matemático, os quais aconteceram no curso de formação continuada sobre frações.

4.4 Episódio 04: Entendendo áreas

O professor solicitou que as professoras escolhessem e trabalhassem uma questão do fascículo seis, fazendo a leitura e dando um parecer sobre quais ensinamentos que essa questão poderia trazer ao serem levados para a sala de aula nos anos iniciais do ensino fundamental.

A professora Antônia, dirigiu-se a mim e pediu que a orientasse sobre sua questão, pois ela não estava entendendo. Não entendeu o comando da questão e não sabia identificar as planificações e seus respectivos sólidos. Fiz questionamentos a ela com a intenção de orientá-la e, por fim, acredito que tenha entendido. Ela teve dificuldades para entender que 4 triângulos planificados, ao serem montados, tinham o formato de uma pirâmide e teve dificuldade para lembrar o nome “pirâmide”. Por último, fez associação com o Egito, lembrando as construções faraônicas, o que a permitiu lembrar-se do nome pirâmide.

A professora Rivanda relata sua experiência: “Nós trabalhamos com os objetos da sala: a TV, a mesa da professora, o lápis. Na verdade, o que eles conheciam. Quando passou para o espacial foi difícil para eles reconhecerem. Eu sou péssima em desenho, pedi para um colega me ajudar”. Percebi na fala da professora, a necessidade de trabalhar com material concreto, trazendo para a sala de aula o cotidiano do aluno. Esta atitude favorece o fazer ensinar-aprender matemática, pois aproxima professores e alunos de uma situação real. Entretanto, relata sua dificuldade em observar objetos espacialmente, suas dificuldades com a construção geométrica.

Professor: “Vocês teriam dificuldades para encaminhar esse trabalho na sala?”

Professora Angélica: “Acho que não, porque estaria trabalhando o cotidiano”.

Professor: “E quanto ao lado matemático?”

Professora Antônia: “A forma como nós passávamos para o aluno era o grande problema. Essa era a grande dificuldade que a gente achava”.

Professora Angélica: “Essa parte prática fica a desejar”.

Professora Antônia: “É uma coisa muito pincelada na sala de aula, a gente fica perdida. O conhecimento nós vimos há muito tempo atrás.”

Pela fala das professoras, percebi a necessidade de maiores discussões para abordar esse tema, o que foi feito no curso de formação continuada sobre frações. O professor vai ao quadro, faz um desenho e pergunta: “Se você desenhar isso aqui, a criança vai dizer o que?”

Professoras (em coro): “Um barquinho’

Professor: “E se você inverter?”

Professoras (em coro): “Uma saia”

Professor: “E na matemática, isso é o que?”

Professoras: “um trapézio”

As professoras demonstraram ter o conhecimento para identificar figuras planas, como o trapézio, e as suas experiências, como professoras, permitiu que identificasse algumas associações prováveis para as respostas que as crianças podem dar a essa questão.

Em um dado momento, o professor ao se comunicar com a turma, pergunta: Professor: “O quadrado tem 4 ângulos retos. No losango todos os ângulos são iguais? As diagonais do losango são iguais”?

Professoras: “são!” (algumas responderam).

Professoras “não!” (outras responderam).

A pergunta dividiu as opiniões, demonstrando que essa figura plana precisava ser mais discutida com a turma. Essa indagação levou algumas professoras a experimentar a construção de figuras planas usando canudinhos. Feito essas construções veio a constatação:

Professora Andreia: “o quadrado tem as diagonais com a mesma medida; losango tem diagonais perpendiculares entre si”.

Apesar da construção dessas figuras, usando canudinhos, persistem ainda algumas dúvidas, assim externadas:

Professora Prazeres: “O único que tem diagonal perpendicular entre si é o losango”.

Professora Ivone: “No quadrado não tem esse ângulo de 90 graus?”

Professora Prazeres: “Mais uma descoberta.” (Percebeu que as diagonais do quadrado formam entre si 90 graus)

Percebi que algumas professoras apresentaram dificuldades quanto ao conhecimento matemático que envolve tais figuras planas. Entretanto, como essas figuras são importantes e fazem parte do cotidiano da criança, é preciso conhecê-las. E estas professoras deram o primeiro passo na busca desse conhecimento e, através do debate fizeram descobertas. É o que foi feito no curso de formação continuada sobre frações.

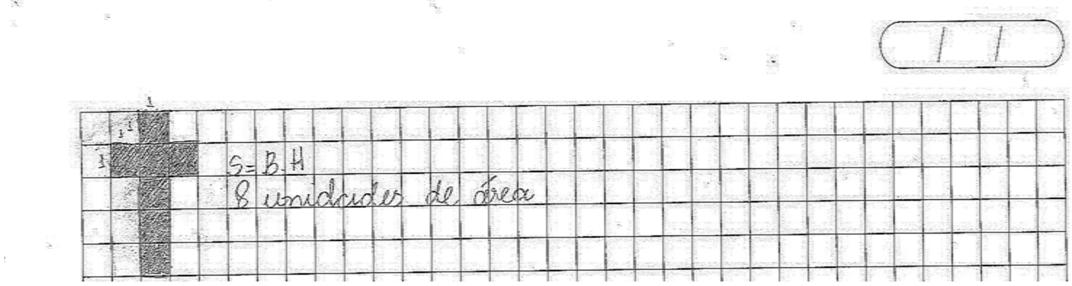
Em outro momento, o professor distribui papel quadriculado para a turma e pede que as professoras construam figuras planas, que tomem cada quadrinho como unidade de área e identifiquem a área total da figura construída.

Professora Rosélia: “Eu posso me guiar por aqui?” (pergunta a uma colega olhando a página de um livro).

Professora Angélica: “Você pode escolher qualquer figura”.

Professora Rosélia: “Pode ser uma televisão? (pergunta para mim). Respondi que sim e a professora construiu um televisor. Esta ação da professora caracteriza um efeito do contrato didático, o uso abusivo de analogia, que se caracteriza por importar soluções prontas e usá-las como modelo, para a sua nova construção.

Usando o papel quadriculado, a professora Angélica constrói uma figura, como mostrado a seguir:



E responde que ela possui 8 u.a. Mostrou sua solução à professora Rafaela, que afirmou também que se tratava de 8 u.a. Reconheceram a existência do quadrinho, como área que se repetia em duas grandes áreas (uma na horizontal e outra na vertical), no entanto, afirmaram que esta área deveria ser contada duas vezes. Este motivo as induziu a pensar na repetição, como duas áreas para a figura resultante.

O entendimento sobre áreas de figuras planas se faz importante, porque no estudo de fração, faz-se a partição da figura, sendo necessário identificar uma unidade de área. Existindo erro de contagem, será caracterizado como uma dificuldade na forma de pensar fração, haja vista que esse estudo sobre fração leva em consideração a existência dessa unidade de área no processo de contagem.

4.5 Episódio 05: Em debate as operações com frações

O professor, em determinado momento, escrever no quadro:

Professor: “Se eu escrever $\frac{1}{\frac{1}{3}}$ (um inteiro dividido por um terço), o que é isto? Não é uma divisão de fração?”

Reescreve então para $\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{3}}$ e pergunta:

Professor: “Como faço? Conservo a primeira e multiplico pelo inverso da segunda. Por quê?”

As professoras não souberam responder a esta pergunta. Para respondê-la, seria necessário que possuíssem um conhecimento matemático mais elaborado, que por vezes é ensinado apenas em algumas graduações. O professor, tratando sobre a multiplicação de frações, mostra que $\left(\frac{a}{b}\right).\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{ac}{bd}\right)$ e pergunta como foi o tratamento que as mesmas receberam sobre frações na universidade.

Professora Mirtes: “Na graduação, não se vê esse estudo com detalhes.”

Professora Nélia: “A nossa formação foi mais para a parte técnica.”

Professora Mariana: “Eu saí fugida de outras áreas para não estudar Matemática e dei de cara com a Estatística” (referindo-se ao fato de ter estudado Estatística na universidade).

Essa situação retrata o ensino da matemática em cursos de formação inicial de professores para os anos iniciais do ensino fundamental, quando não acontece uma busca em profundidade de conteúdos matemáticos e estes professores ficam por longos anos nesse nível de ensino e não se estimulam a buscar um conhecimento mais elaborado. Isto acontece em decorrência de não terem o domínio do conteúdo ou por faltar elementos que permitam essa construção. A professora Luciana ressalta a importância do conhecimento matemático dizendo: “Que espécie de professor eu sou para estar na sala se aula e não saber o conteúdo”?

O professor, tratando sobre a divisão de fração, pergunta à turma: Como eu faço para dividir $\frac{1}{2} : \frac{1}{6}$?

Professora Antônia: “tira o m.m.c. o resultado divide e multiplica pelo de cima.” Esta professora percebendo que sua resposta pareceu confusa para a turma, pergunta:

Professora Antônia: “Se não é assim, como é então?”

Professora Angélica: “Tira o m.m.c. quando é divisão e subtração.”

Professora Mariana: “Alguém tem outra opção?”

Professor: “Conserva a primeira... e aí?”

Professora Antônia: “Bota o menos: $\frac{1}{2} - \frac{6}{1}$.”

Professora Angélica: “Multiplica pelo inverso da segunda: $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1}$.”

Professor: “Qual resposta vocês acham que tem alguma coisa a ver?”

As dúvidas apresentadas pelas professoras evidenciaram a necessidade de uma discussão mais cuidadosa sobre essa operação, a divisão de frações. O que foi feito pelo professor logo a seguir. Trabalhando a demonstração, mostrou o pensamento matemático abstrato e o caminho necessário para se chegar ao algoritmo da divisão. Mostra que $\left(\frac{a}{b}\right) : \left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{a}{b}\right) . \left(\frac{d}{c}\right)$.

Percebi a satisfação das professoras ao tomarem conhecimento do caminho matemático para se chegar aos algoritmos da multiplicação e da divisão nas operações com frações. Mesmo que seus alunos não tenham maturidade e não estejam em idade escolar para compartilhar tais fundamentos, considero importante para o professor, na sua formação inicial ou continuada, se apropriar desse conhecimento.

4.6 Episódio 06: Convivendo com a matemática

A matemática é uma disciplina que, como sabemos, está presente no cotidiano das pessoas. Sua influência na vida cotidiana acontece ainda nos primeiros anos de formação escolar e, em alguns casos, deixa marcas para toda a vida:

> Minha relação de 1º ao 5º ano com a Matemática foi de grande conflito, por não gostar da disciplina e a maneira tradicional como a professora trabalhava os assuntos, principalmente na sexta-feira que era dia de sabatina de tabuada. Tinha que está sempre com o resultado na ponta da língua pra não ser castigada com a palmatória que era usada para bater nas mãos no momento que errasse o resultado da pergunta feita pelos colegas. Isso fez com que desgostasse da matéria e da professora. (professora Antônia).

Hoje, relembrando memórias do primeiro período escolar, essas professoras registram a ausência de uma matemática que despertasse para a criatividade e que também tivesse ligação com questões do dia-a-dia:

> Em minhas recordações, a minha relação com a matemática na primeira etapa do ensino fundamental não teve muitas surpresas, pois era muito técnico, não havia muitas novidades, tudo era extraído dos livros, então eu tinha muito treino de possíveis questões que poderiam cair nas avaliações. (professora Janice).
>
> Foi uma relação pouco prazerosa, pois nunca pude vivenciar a prática, ficando sempre só nos trabalhos com os números e não havia relação dessa matemática com o meu cotidiano. (professora Rafaela).
>
> Fui uma boa aluna da 1ª à 5ª série, prova disso que nunca repeti nenhuma série do ensino fundamental. Porém eu tinha uma boa relação com os números, pois lidava o dia inteiro com eles por conta da feira. (professora Rosélia).

Esta convivência com a matemática vai solidificando sentimentos positivos e negativos com a própria Matemática e com as pessoas com as quais convivemos nesta relação. São sentimentos que brotam e perduram para toda a vida. É necessário que se faça uma reflexão desses sentimentos para que eles não venham interferir de forma negativa no fazer ensinar-aprender das professoras. Esta reflexão é percebida a seguir:

> Já no decorrer do 6º ao 9º ano foi que comecei a buscar ajuda de outros recursos e métodos como, por exemplo, professor de apoio, jogos e até mesmo a tabuada, que para mim era um bicho de sete cabeças até o momento. Mas o problema não foi totalmente resolvido e até hoje encontro grandes dificuldades com a matemática. Procuro lembrar, para evitar esse tipo de bloqueio no aluno, para não iniciar um grande problema, mais tarde" (professora Antônia).

Essa etapa da matemática também deixa lembranças que parecem não serem agradáveis e a professora mais uma vez reclama pela falta de criatividade nas aulas de matemática:

> A segunda etapa do ensino fundamental, o uso de fórmulas foi constante, a questão da memorização, além de não perceber a relação do ensino da matemática com a vida social. (professora Janice).

No ensino médio, a convivência com a matemática parece ainda carregar alguns conflitos, inclusive com os professores, que são apontados como responsáveis pelo modo como o ensino de matemática é conduzido:

> Continuava da mesma maneira, sendo sempre o professor, os alunos e o quadro, nada de novidade, somente a idade do professor que era bem elevada e com isso a paciência do mesmo era muito curta. (professora Rafaela).
> Já no ensino médio cheguei a ficar em recuperação, meus professores não explicava muito bem, eu tinha que buscar outros meios para aprender como por exemplos aulas particulares. (professora Rosélia).

No entanto, outras professoras já apontam preocupações diversas, demonstrando que são co-responsáveis pelo ensino na medida em se propõem a superar as barreiras que se sobrepõem à aprendizagem, fazendo ver que estas barreiras precisam ser superadas e que os objetivos de vida estão relacionados com esta superação:

> Como sempre, em tudo, temos algo que gostamos mais que a outra e a matemática é uma delas. Mas sempre procurei ultrapassar esse tipo de barreira, penso que as dificuldades somos nós que colocamos nas nossas vidas, mas que devemos lutar pra vencê-las sempre. (professora Antônia).
> No ensino médio houve uma aceleração dos conteúdos matemáticos, pois havia um fim: o vestibular. Mas neste momento, era possível ver um pouco mais de associação entre o ensino e a prática, em virtude das novas formas de questões do vestibular que eram as questões contextualizadas (professora Janice)

A escolha da profissão, ser professora, é impulsionada por vários motivos, que vai desde a vocação natural pela profissão a, até mesmo, a falta de oportunidades em outras áreas de formação. Existem casos em que a professora, com formação em curso médio, por já estar atuando nos anos iniciais do ensino fundamental resolve dar continuidade à função, mesmo não sendo sua verdadeira vocação:

> Por já ter o magistério e trabalhar como professora e na época era o curso que estava com maior número de vagas optei por ele, mas sempre sonhei em fazer medicina por me identificar mais com a área de saúde e ver a necessidade de pessoas sem recursos para pagar um plano de saúde e acabam morrendo em fila sem atendimento. Mas hoje me sinto derrotada

> por ter desistido do meu sonho e feliz ao mesmo tempo por ajudar na formação de muitas pessoas que hoje encontro e me reconhecem dizendo que: “ela foi minha professora”, e me sinto recompensada pelo resultado da minha contribuição naquele ser humano formado para contribuir também com a sociedade. Não tem resultado melhor. (professora Antônia).

> Na verdade, eu sempre quis fazer medicina veterinária por ter primos que eram formados na área e por ter um tio que tinha fazenda. Mas eu sempre era voluntária em centros comunitários nos cursos que a prefeitura oferecia, o que foi despertando o interesse para o lado sócio educacional. Ainda fazendo cursinho (em turma especial para medicina) participei de uma semana acadêmica de pedagogia na UEPA o que me fez ver como a educação é gerenciadora das mudanças sociais. Isso me fez mudar de opção profissional (professora Janice).

Essas professoras relatam experiências na universidade, vividas na condição de alunas, ao se depararem com a matemática trabalhada em seus cursos de Pedagogia, ressaltando suas dificuldades acumuladas ao longo de sua formação matemática. No entanto, a vontade de superação dessas dificuldades é motivada pelo desejo de contribuir para o desenvolvimento humano de outras pessoas:

> Hoje, vejo que os resíduos ficaram resultado de um sistema tradicional com metodologias tradicionais, que podem ter resultado positivos ou negativos na formação de uma pessoa e que mais tarde venha influenciar no processo de desenvolvimento para o resto da vida de um ser humano. Mas isso, procuro sempre lembrar que posso ultrapassar as dificuldades de interpretação e de resolução de cálculos matemáticos, não deixando que isso seja um obstáculo no meu desenvolvimento enquanto aluna de graduação de matemática. (professora Antônia).

> No mesmo ano que entrei na graduação, entrei no curso de Agrimensura no CEFET-PA, onde a matemática era dada de forma pura e contínua. Foi quando aprendi um pouco mais dos aportes teóricos e práticos de tal ciência. No ensino superior tive uma disciplina chamada estatística aplicada à pedagogia, na qual não tive problema algum, mas com exceção de três alunas (inclusive eu) o restante da turma ficou para fazer a prova final (em outras palavras a recuperação), muitos não atingiram a média necessária. Recordo-me que nesta época eu montei vários grupos de estudo e lecionava particular a eles e assim paguei uma mensalidade da UNAMA (risos). Isso não significa que eu era a mais inteligente, não era isso, mas o nível de conhecimento dos estudantes de pedagogia na área matemática era baixíssimo, não creio que seja uma turma em particular, mas acredito que a grande maioria. (professora Janice).

Ao se depararem com o cotidiano da matemática, neste caso específico, com o fazer ensinar-aprender frações em um curso de formação continuada, surgem, naturalmente, dificuldades, inclusive as motivadas pela falta de uma formação matemática consistente, que não é oferecida nos cursos de pedagogia. Algumas dificuldades apontadas pelas professoras, enquanto alunas nos primeiros anos do ensino fundamental, ainda perduram e estas professoras mostrando-se conscientes em melhorar o seu fazer ensinar-aprender participam ativamente desta formação continuada. A seguir são apresentadas algumas destas dificuldades mencionadas pelas professoras pesquisadas:

> Identificar o tipo de frações; Aplicabilidade das frações equivalentes; Apresentação na reta com números decimais. (professora Antônia).
>
> Relacionar o estudo com a prática social do aluno para que pudesse compreender sua funcionalidade. Também vale ressaltar que essa também foi uma dificuldade minha enquanto aluna. (professora Janice).
>
> Quando se dá o ensinamento da divisão da reta o aluno compreende sempre. Há alunos que possuem problemas psicológicos em relação a raciocínio lógico e o rejeitam. Acredito que com a leitura, aos poucos a situação melhora. (professora Luciana).
>
> Hoje são bem poucas, mas já foram muitas, pois trabalhava frações mostrando os conceitos prontos e não construindo com meus alunos, porem acabei de aprender a construir junto com minhas crianças o conceito e os materiais concretos. (professora Rafaela).

Relativas ao ensino das frações, as professoras guardam algumas lembranças, que as fazem refletir sobre a sua formação matemática e as levam, também, a buscar conhecimentos para preencher lacunas deixadas em sua formação. Este é um dos motivos de estarem fazendo esta formação continuada. Há, ainda, o depoimento que ressalta a rejeição que o aluno tem pela matemática e que é motivado pela falta de conhecimento do professor sobre o conteúdo.

> Minha primeira experiência foi quando substitui um professor de matemática na 5ª série do ensino fundamental e o assunto da aula era sobre frações equivalentes. Para mim essa disciplina sempre foi a minha maior dificuldade, mas nesse dia eu não podia fazer feio na turma e nem para o professor. Foi daí que comecei a assistir aulas de matemática nas turmas que atendia os alunos com necessidades educacionais especiais e hoje, já gosto da disciplina. (professora Antônia).
> Não há problema no ensino de fração, porém a maioria das professoras de primeira a quarta séries desconhece completamente ou parcialmente o assunto. O aluno fica sem base para as séries posteriores e cheio de rejeição pela disciplina. (professora Luciana).
> A respeito da minha prática e que se algum aluno me perguntasse por que eu conservo a 1ª multiplicando pelo inverso da 2ª não saberia responder. (professora Rosélia).

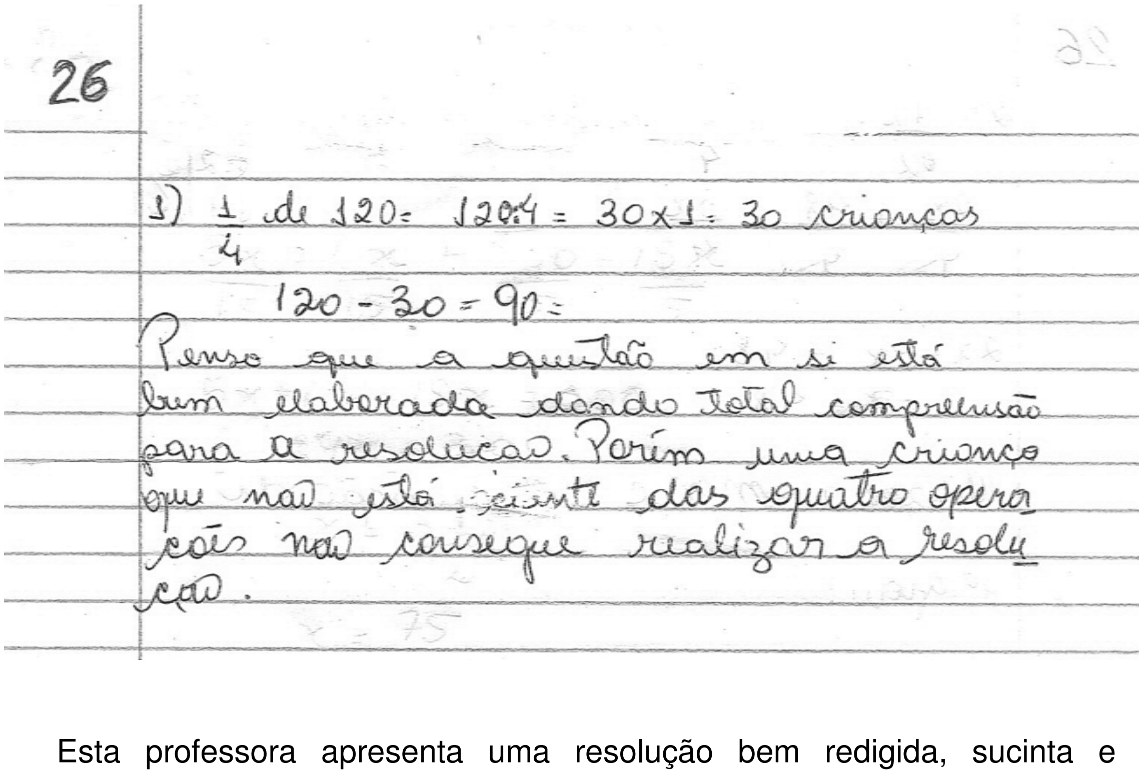
A convivência com a matemática, desde os primeiros anos de formação escolar, interfere como professora, na ação docente. Nacarato; Mengali; Passos

(2009, p.23), se reportam a essas professoras, como polivalentes, e afirmam que "[...] elas também trazem marcas profundas de sentimentos negativos em relação a essa disciplina, as quais implicam, muitas vezes, bloqueios para aprender e para ensinar".

Ao propor que as professoras respondessem algumas questões, pude observar, em suas soluções, a organização de seus pensamentos matemáticos, que fundamentam as análises abordando frações.

A primeira questão apresenta o seguinte enunciado: Em uma festa de aniversário havia 120 brindes para serem distribuídos, um para cada criança presente. Entretanto, no final da festa, sobrou 1/4 dos brindes. Quantas crianças estiveram na festa?

Observando a resposta da professora Rosélia, apresentada a seguir:



26

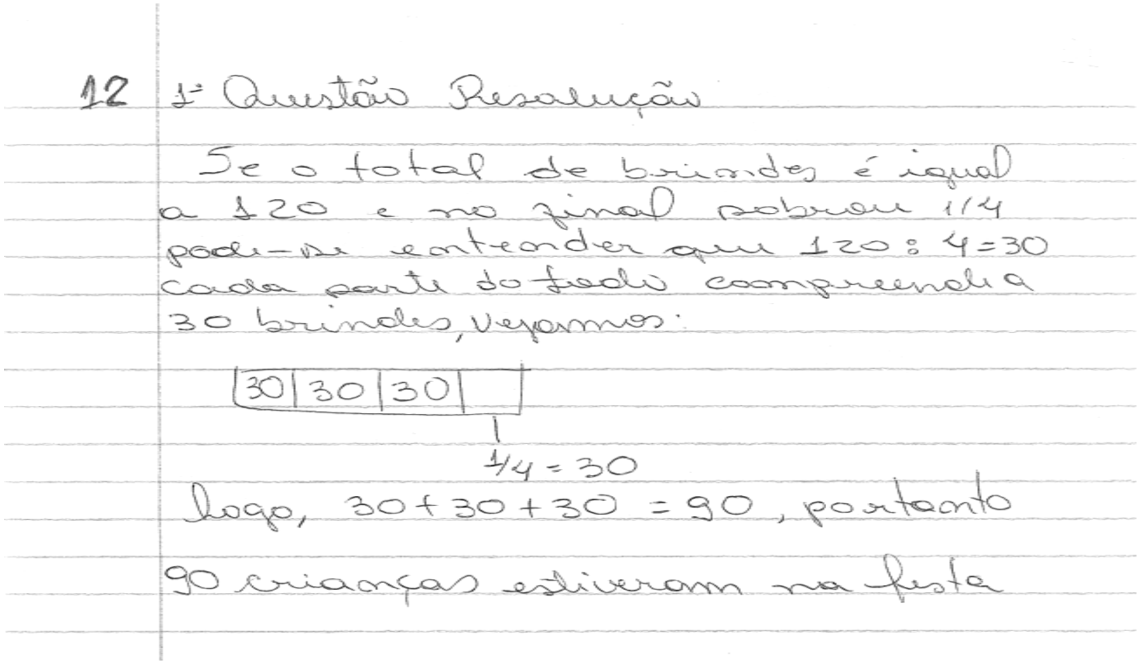
1) $\frac{1}{4}$ de 120 = 120÷4 = 30×1 = 30 crianças

120 − 30 = 90 =

Penso que a questão em si está bem elaborada dando total compreensão para a resolução. Porém uma criança que não está ciente das quatro operações não consegue realizar a resolução.

Esta professora apresenta uma resolução bem redigida, sucinta e organizada. Entretanto, julga que um aluno nesta faixa escolar, não estaria preparado para resolver este tipo de questão. Entendo que uma forma de facilitar a compreensão desse aluno, seria acrescentando a esta solução uma representação geométrica da situação.

Para a resposta apresentada pela professora Janice:


12 1ª Questão Resolução

Se o total de brindes é igual a 120 e no final sobrou 1/4 pode-se entender que 120 : 4 = 30 cada parte do todo compreende a 30 brindes, vejamos:

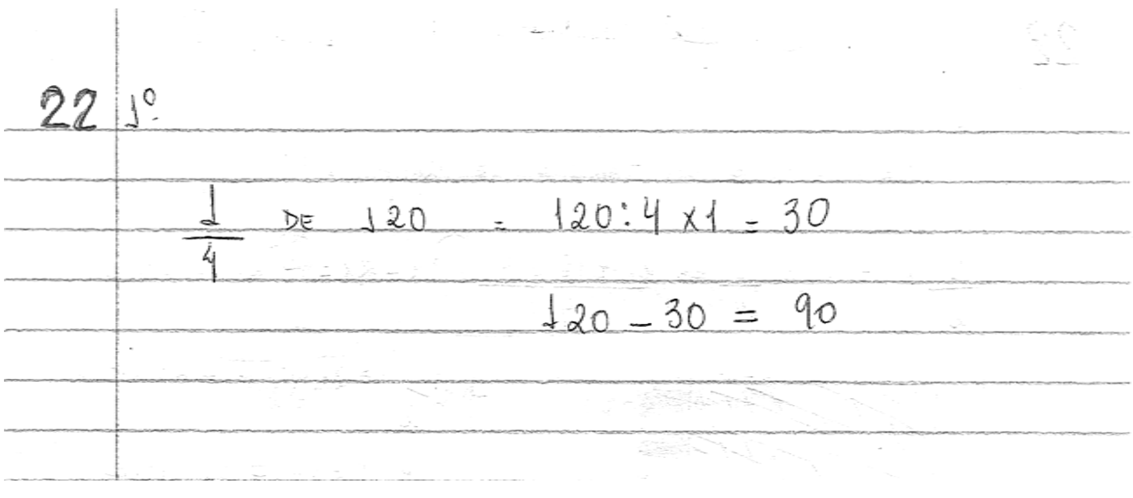
30	30	30	

1/4 = 30

logo, 30 + 30 + 30 = 90, portanto 90 crianças estiveram na festa

Mais uma vez identifico uma boa organização do pensamento matemático com uma solução apresentando clareza sobre a utilização de frações. Além de resolver a questão fazendo uma análise, apresenta também uma representação geométrica da situação que favorece o entendimento da questão pelo aluno.

Na resposta da professora Rafaela:


22 1º

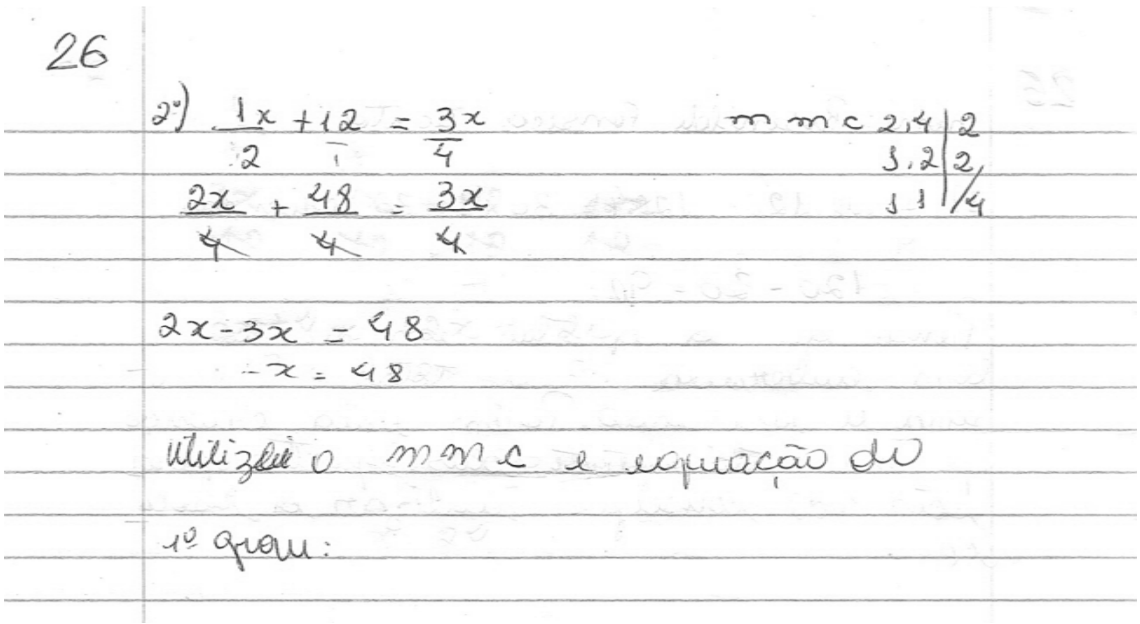
$\frac{1}{4}$ DE 120 = 120 : 4 x 1 = 30

120 − 30 = 90

Também encontro uma resolução com clareza na sua elaboração. Novamente sinto falta de uma representação geométrica para esta questão, pois, no meu entendimento, facilitaria a aprendizagem do aluno, haja vista aproximá-lo de uma realidade, de uma situação concreta. Segundo Pais (2006, p.63): “[...] é conveniente que as condições de aprendizagem ofereçam sentido para o aluno e isso se consegue com a contextualização do saber.” Constato que um problema desse nível não apresentou dificuldades para as professoras desta pesquisa.

A segunda questão apresenta o seguinte enunciado: O tanque do carro de José está cheio até a metade. Ele coloca mais 12 litros de gasolina e então o tanque fica cheio até 3/4. De quantos litros de gasolina é a capacidade do carro de José?

Observando a resposta da professora Rosélia:



26

2º) $\frac{1x}{2} + \frac{12}{1} = \frac{3x}{4}$ mmc 2,4 | 2; 1,2 | 2; 1,1 | 4

$\frac{2x}{4} + \frac{48}{4} = \frac{3x}{4}$

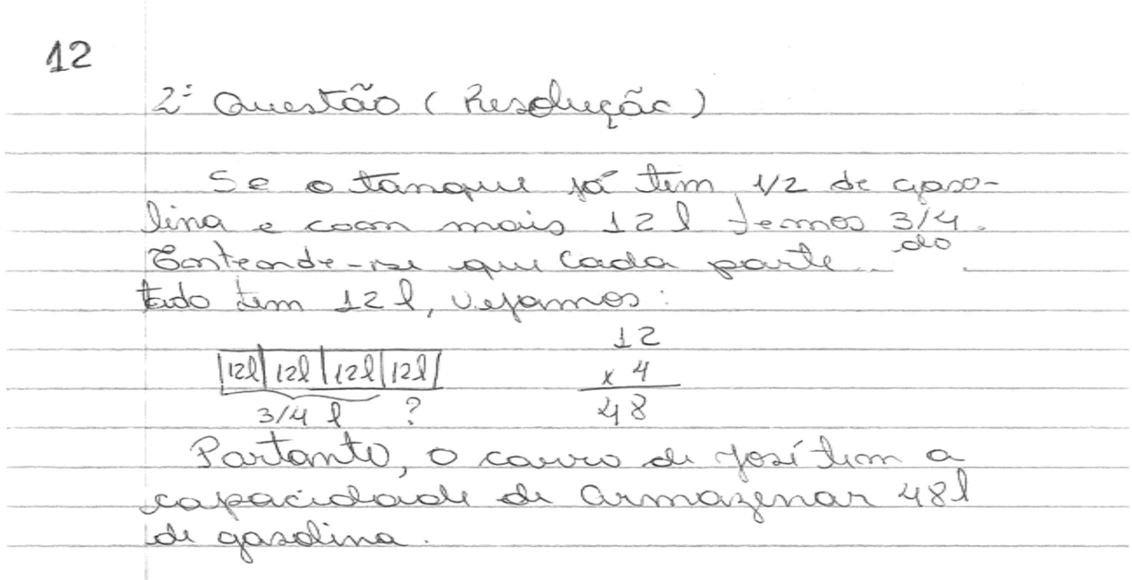
$2x - 3x = 48$

$-x = 48$

Utilizei o mmc e equação do 1º grau:

Esta professora apresenta uma solução com um início de forma correta e no decorrer da mesma para concluí-la, comete erro no uso de sinais. Analisando esta solução, vejo esse erro como um equívoco cometido por essa professora, pois na equação o 3x está escrito com o seu devido sinal. Entretanto, esta solução mostra uma boa compreensão da questão e apresenta também uma boa organização do pensamento matemático ao fazer uso de equação linear. Ressalto que como havia solicitação para que as questões fossem resolvidas usando representações geométricas de frações. Por esse motivo, senti falta dessa representação, por julgá-la importante, para a sua compreensão e por simular uma aproximação com situação concreta.

Na resposta da professora Janice:



12

2ª Questão (Resolução)

Se o tanque só tem 1/2 de gasolina e com mais 12 l temos 3/4. Entende-se que cada parte do todo tem 12 l, vejamos:

| 12l | 12l | 12l | 12l |

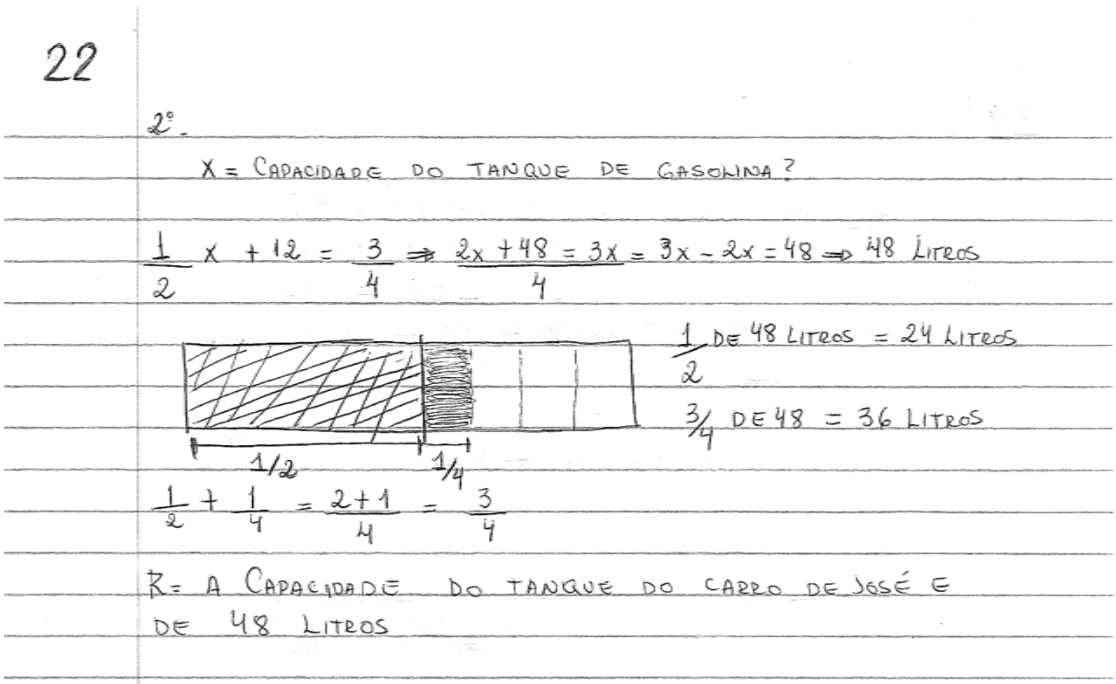
3/4 l ?

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times\ 4 \\ \hline 48 \end{array}$$

Portanto, o carro de José tem a capacidade de armazenar 48l de gasolina.

Identifico uma boa organização do pensamento matemático e clareza em sua resposta. Além de apresentar sua solução, fazendo uma análise, ainda faz uso da representação geométrica para esclarecer melhor sua solução. Faz uso de análise acompanhada de uma representação geométrica. A aplicação de fração foi plenamente atendida.

Para a resposta da professora Rafaela:



22

2º.

X = CAPACIDADE DO TANQUE DE GASOLINA?

$\frac{1}{2}x + 12 = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{2x+48}{4} = \frac{3x}{4} = 3x - 2x = 48 \Rightarrow$ 48 LITROS

$\frac{1}{2}$ DE 48 LITROS = 24 LITROS

$\frac{3}{4}$ DE 48 = 36 LITROS

1/2 1/4

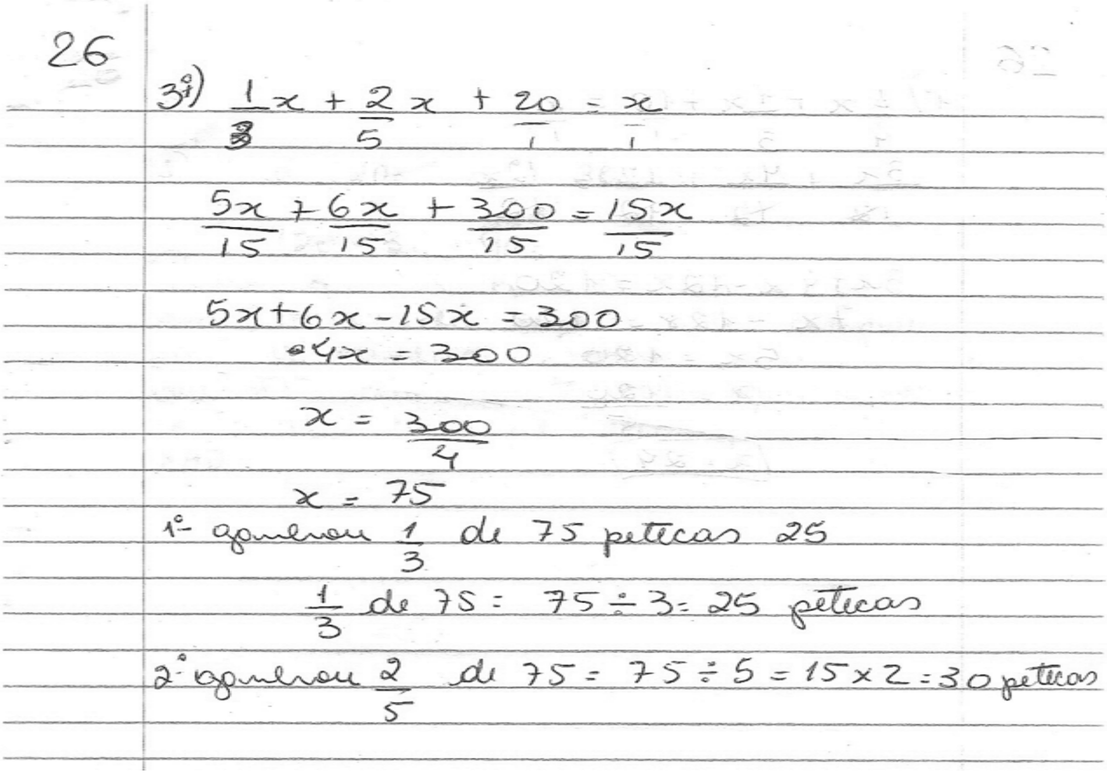
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

R= A CAPACIDADE DO TANQUE DO CARRO DE JOSÉ É DE 48 LITROS

A solução apresentada por esta professora apresenta uma boa organização do pensamento matemático. Na sua resposta inicial, fez uso de equação linear, identificando X como a variável: capacidade do tanque de gasolina. A seguir, ao montar a equação, esquece de fazer o produto dessa variável por 3/4, caracterizando uma pequena falta de atenção. No entanto, conclui sua solução de forma correta. Na tentativa de dar veracidade à sua solução resolve fazer a representação geométrica. Segundo Pais (2006, p.96): "[...] O desenho na geometria plana é normalmente identificado, pelo aluno ao próprio conceito, pois na fase inicial da aprendizagem a materialidade exerce forte influência". O todo é partido ao meio, o que está claro em seu desenho, entretanto a representação de 1/4 acumulado ao de 1/2 está equivocada, o que compromete essa solução. A aluna tomou 1/4 de 1/2 quando deveria tomar 1/4 do inteiro. Penso que, ao fazer a representação esquemática de fração, esse erro se configura como uma dificuldade no fazer ensinar-aprender frações para essa professora.

A terceira questão apresenta o seguinte enunciado: Renato dividiu com três de seus amigos as petecas que tinha. Ao primeiro deu 1/3 das petecas e ao segundo 2/5 do que tinha. Se o terceiro amigo recebeu as 20 petecas restantes, quantas petecas ganhou cada um dos dois primeiros?

Observando a resposta da professora Rosélia:



26

3ª) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + \frac{20}{1} = \frac{x}{1}$

$\frac{5x}{15} + \frac{6x}{15} + \frac{300}{15} = \frac{15x}{15}$

$5x + 6x - 15x = 300$

$4x = 300$

$x = \frac{300}{4}$

$x = 75$

1º ganhou $\frac{1}{3}$ de 75 petecas 25

$\frac{1}{3}$ de 75: $75 \div 3 = 25$ petecas

2º ganhou $\frac{2}{5}$ de $75 = 75 \div 5 = 15 \times 2 = 30$ petecas

Esta professora produziu sua solução partindo de uma equação. Uma resposta apresentando clareza e compreensão da questão, pois mostra uma boa organização do pensamento matemático ao fazer uso de equação linear. Apresenta um equívoco no uso de sinais, o que não caracteriza falta de conhecimento, haja vista ter usado o -15x de forma correta. Senti falta, nesta solução, de uma representação geométrica, que como compreendo, enriqueceria mais essa solução, aproximando-a de uma situação concreta.

A resposta da professora Antonia:

03

3ª Questão (Resolução)

1º amigo → $\frac{1}{3}$

2º amigo → $\frac{2}{5}$

3º amigo → 20

$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$

Todo → $\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$

R= 75 petecas

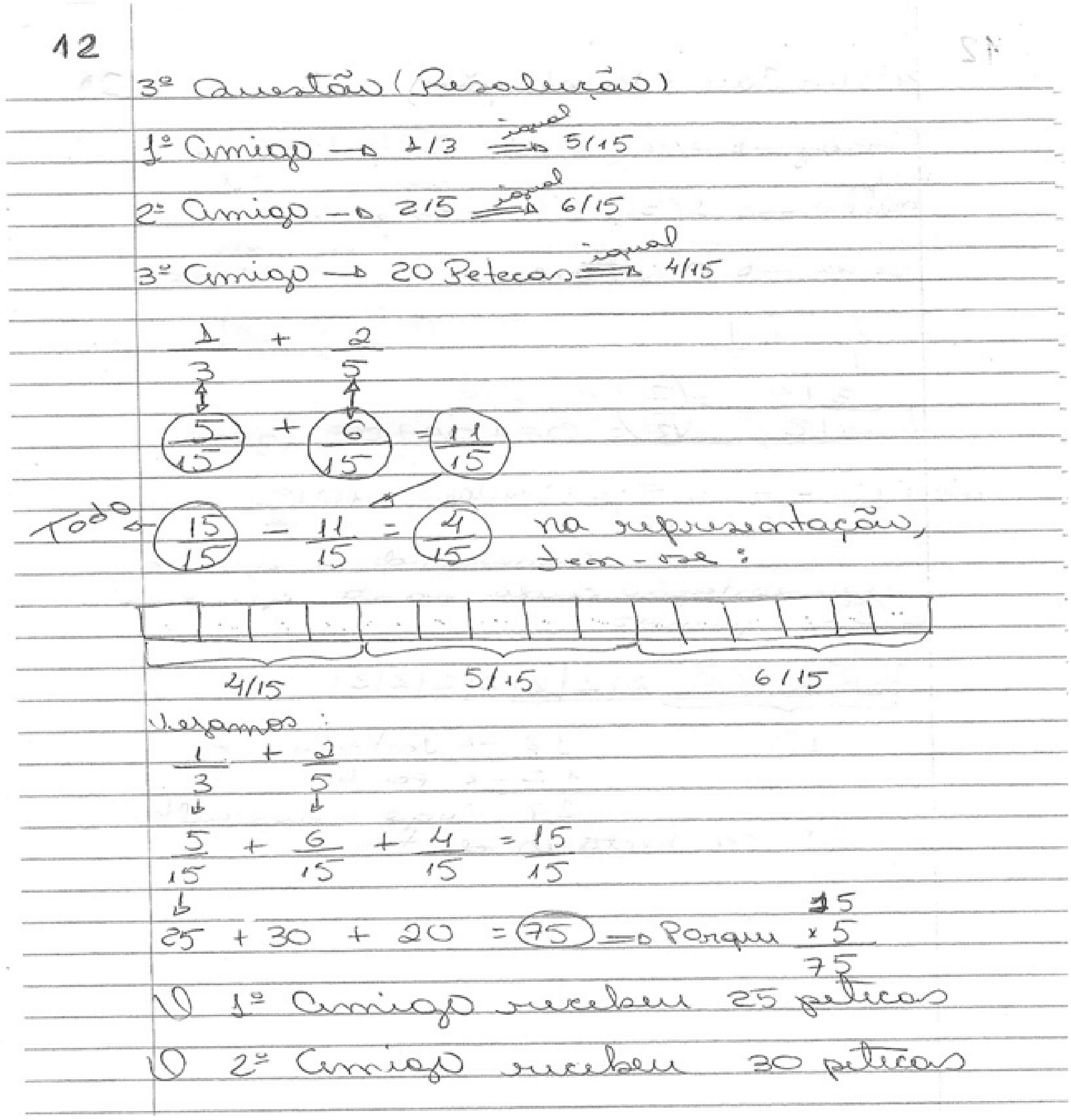
$\frac{4}{15}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{6}{15}$

$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} + \frac{4}{15} = \frac{15}{15}$

$25 + 30 + 20 = 75$

Esta professora apresenta uma solução, usando frações, com muita riqueza de detalhes. Primeiro, ela percebe que os dois primeiros amigos, totalizam 11/15 das petecas, sobrando, portanto 4/15 para o terceiro amigo. Na sua solução, percebo que a área correspondente à fração 4/15 corresponde às 20 petecas, o que a leva a pensar na distribuição de petecas para as outras áreas, fornecendo soluções corretas para os outros dois amigos. Esta solução, acompanhada de uma representação esquemática, apresenta uma ótima organização do pensamento matemático para operar com frações.

A solução da professora Janice:



12

3º Questão (Resolução)

1º Amigo → 1/3 $\xrightarrow{\text{igual}}$ 5/15

2º Amigo → 2/5 $\xrightarrow{\text{igual}}$ 6/15

3º Amigo → 20 Petecas $\xrightarrow{\text{igual}}$ 4/15

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15}$$

Todo → $\frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$ na representação, tem-se:

4/15 5/15 6/15

Vejamos:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{5}{15} + \frac{6}{15} + \frac{4}{15} = \frac{15}{15}$$

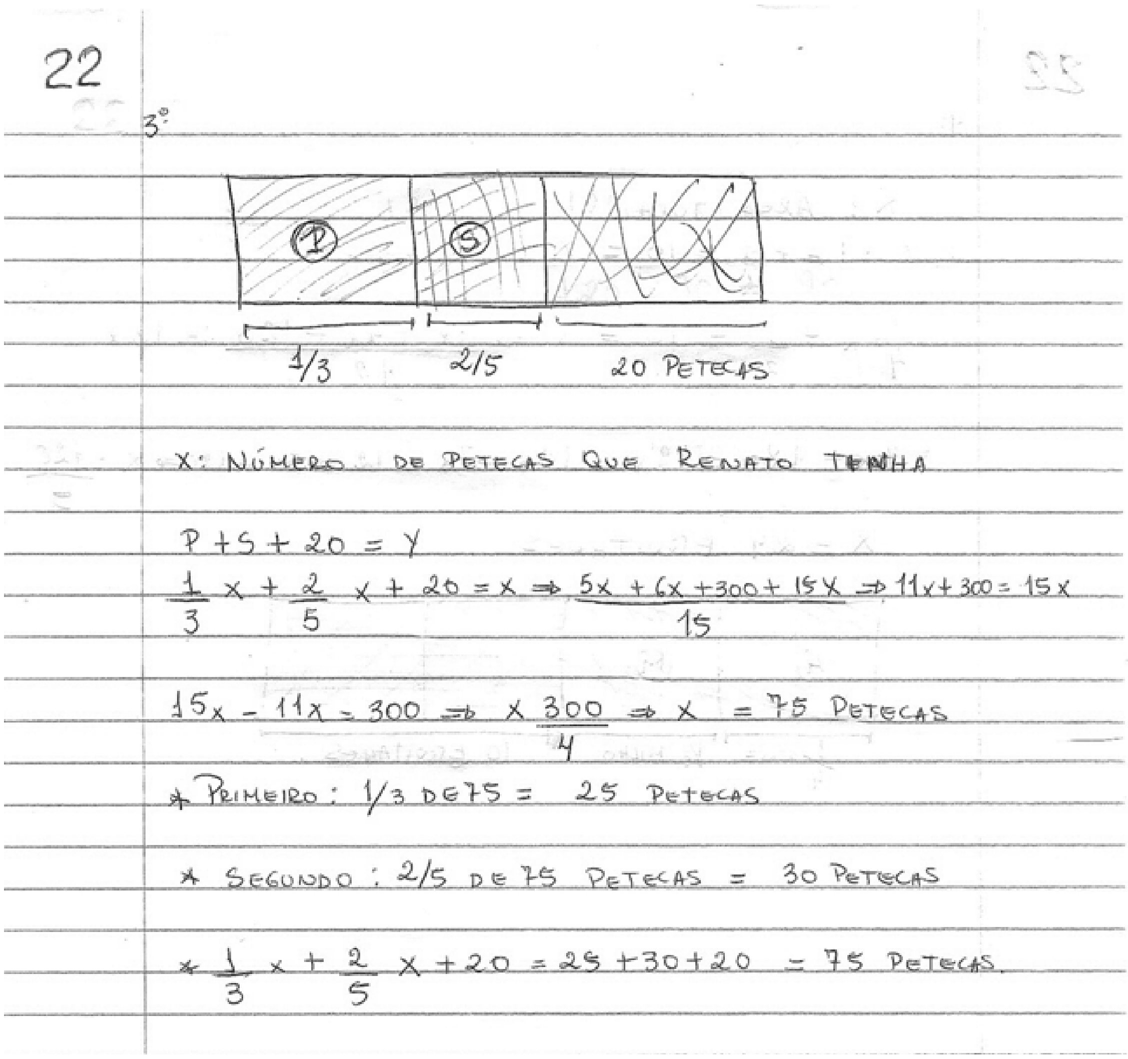
$25 + 30 + 20 = 75$ → Porque $15 \times 5 = 75$

1º Amigo recebeu 25 petecas

2º Amigo recebeu 30 petecas

Esta professora também apresenta uma solução, usando frações, com muita riqueza de detalhes. Primeiro, ela percebe que 1/3 corresponde a 5/15, e que 2/5 corresponde a 6/15 e esses dois amigos, totalizam 11/15 das petecas, sobrando, portanto, como é mostrado em sua solução, 4/15 dessas petecas para o terceiro amigo. Na sua solução, fica evidenciado que a área correspondente à fração 4/15 corresponde às 20 petecas, o que a leva também a pensar na distribuição de petecas para as outras áreas, fornecendo soluções corretas para os outros dois amigos. Novamente vejo uma solução com uma ótima organização do pensamento matemático para operar com frações.

Para a resposta da professora Rafaela:


22

3°

P S

1/3 2/5 20 PETECAS

X: NÚMERO DE PETECAS QUE RENATO TENHA

$P + S + 20 = Y$

$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 20 = x \Rightarrow \frac{5x + 6x + 300 + 15x}{15} \Rightarrow 11x + 300 = 15x$

$15x - 11x = 300 \Rightarrow x \frac{300}{4} \Rightarrow x = 75$ PETECAS

* PRIMEIRO: 1/3 DE 75 = 25 PETECAS

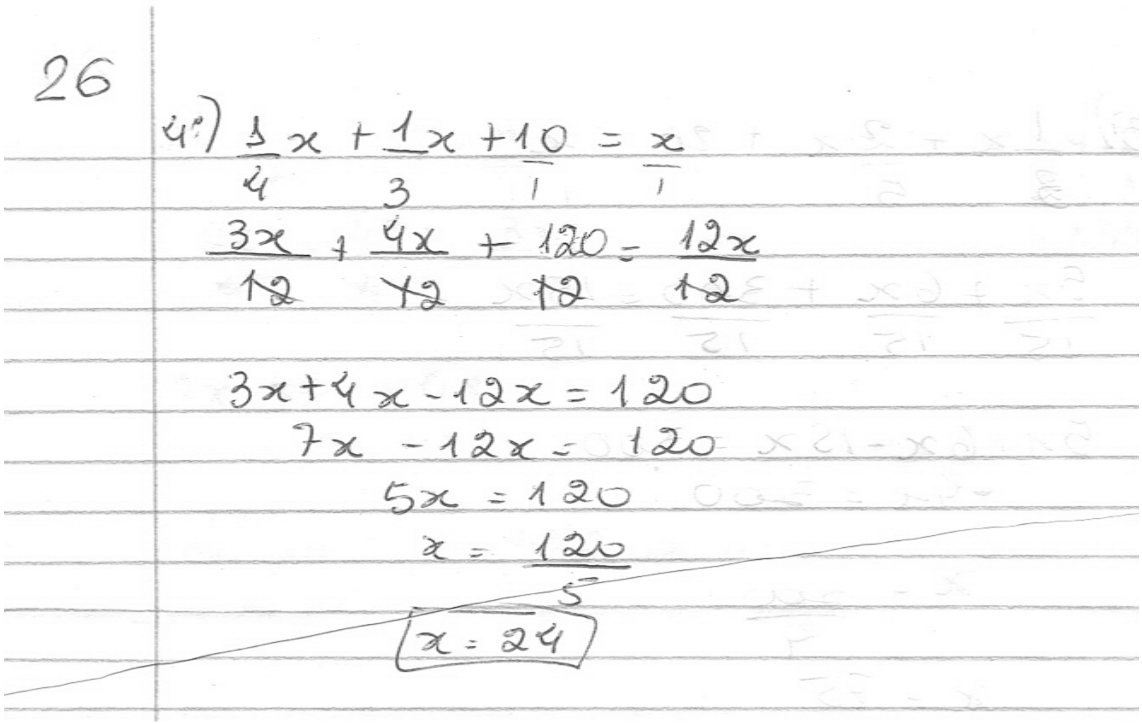
* SEGUNDO: 2/5 DE 75 PETECAS = 30 PETECAS

* $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 20 = 25 + 30 + 20 = 75$ PETECAS.

Esta professora inicia sua solução com uma representação esquemática clara e organizada sobre fração ainda que estas áreas sombreadas não estejam proporcionais aos resultados esperados. Esta representação esquemática, com áreas não proporcionais aos dados, pode se configurar como uma dificuldade para operar com frações. No entanto, ao prosseguir com sua solução, opta pelo uso de equação linear, mostrando uma boa compreensão da questão, o que fica evidenciado em sua solução. Senti falta do uso do sinal de igualdade, na solução, ao se referir a x = 300/4, caracterizando uma pequena falta de atenção. Esta solução também apresenta uma boa organização do pensamento matemático evidenciando conhecimento matemático para produzir soluções para estes tipos de questões. Esta solução atende plenamente ao que foi proposto.

A quarta questão apresenta o seguinte enunciado: Um agricultor planta arroz em 1/4 de suas terras, milho em 1/3 das terras e reserva os 10 hectares restantes para plantar soja. Quantos hectares de terra têm esse agricultor?

A professora Rosélia apresenta a seguinte solução:


26

4º) $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{10}{1} = \frac{x}{1}$

$\frac{3x}{12} + \frac{4x}{12} + \frac{120}{12} = \frac{12x}{12}$

$3x + 4x - 12x = 120$

$7x - 12x = 120$

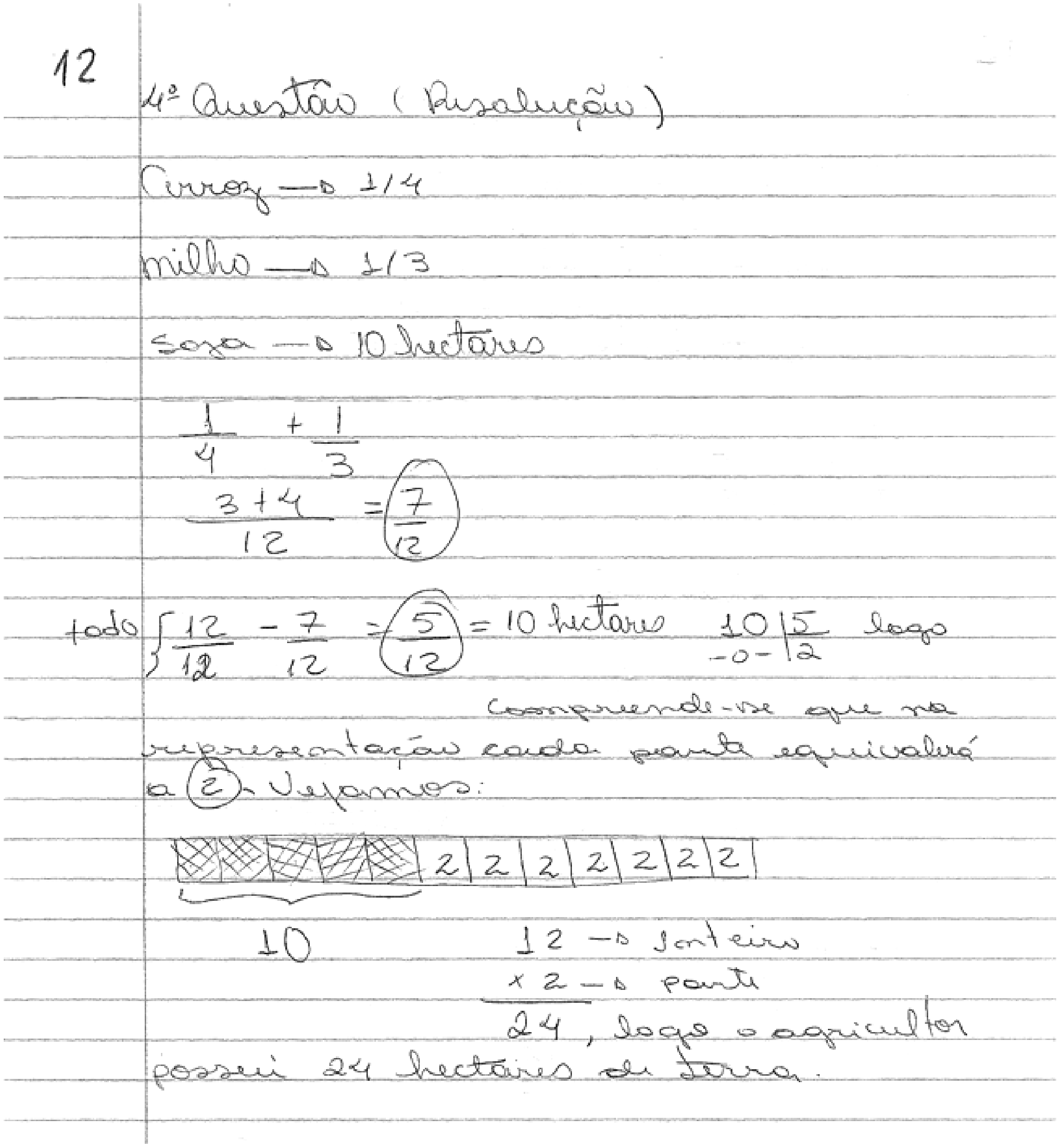
$5x = 120$

$x = \frac{120}{5}$

$\boxed{x = 24}$

Essa professora apresenta sua solução de forma correta e demonstra habilidade em resolver questões usando equação linear. Apresenta um equívoco ao fazer uso de sinais, o que não caracteriza falta de conhecimento, pois, -12x está posto de forma correta. Esta solução apresenta organização do pensamento matemático e poderia ser ampliada acrescentando-se a esta a representação geométrica para frações.

Para a solução apresentada pela professora Janice:


12

4ª Questão (Resolução)

Arroz → 1/4

milho → 1/3

soja → 10 hectares

$\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$

$\frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$

todo $\left\{ \frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12} \right.$ = 10 hectares 10 | 5 → 2, -0- logo

compreende-se que na representação cada parte equivalerá a 2. Vejamos:

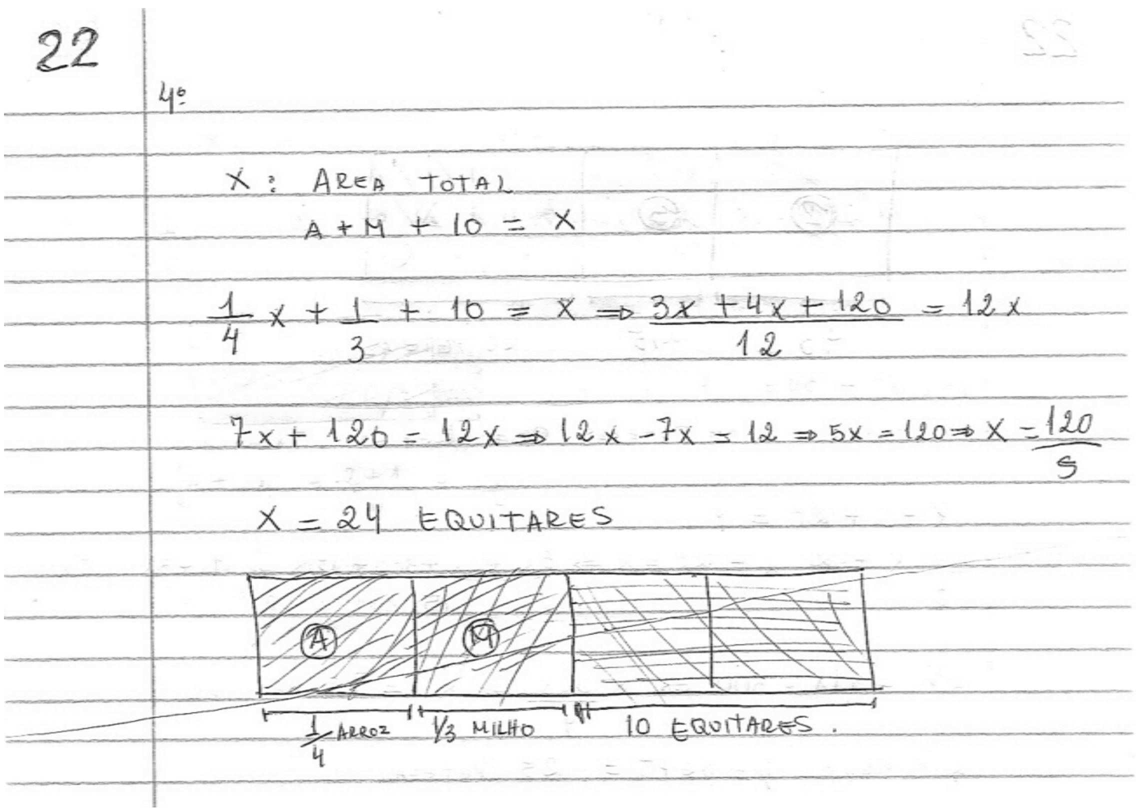
2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2

10

12 → inteiro
x 2 → parte
24, logo o agricultor possui 24 hectares de terra.

Esta professora apresenta uma solução usando frações com muita riqueza de detalhes. Primeiro ela percebe que o arroz e o milho plantados em 1/4 e 1/3, correspondem, juntos a um total de 7/12 das terras, sobrando, portanto, como é mostrado 5/12 das terras para o plantio da soja. Na sua solução, fica evidenciado que a área hachurada correspondente à fração 5/12 das terras equivale a 10 hectares, o que a leva também a pensar e concluir que cada unidade de área corresponde a 2 hectares. Esse pensamento matemático, claro e organizado é fundamental para operar com frações e está em perfeita sintonia com o que foi proposto no curso de formação continuada. A professora apresenta uma solução redigida com clareza e organização, mostrando que possui conhecimento e habilidade para resolver questões dessa natureza.

Na solução da professora Rafaela



Essa professora mostra um bom entendimento para resolver problemas desta natureza. Constrói a equação de forma correta e identifica X como a variável área total. O conhecimento evidenciado para esta questão foi a equação linear, muito bem construída. No entanto, no decorrer da solução, comete equívocos que não caracterizam falta de conhecimento, tais como: esquece de multiplicar – pela variável X, escreve 12X – 7X = 12, quando deveria ser 12X – 7X = 120.

A professora apresentou o resultado final esperado para a questão. Entretanto, na tentativa de fazer uma representação esquemática, usando frações na partição da figura, as áreas hachuradas não ficaram proporcionais aos tamanhos esperados. A solução algébrica está mostrada de forma clara e organizada, o mesmo não acontece com as áreas hachuradas para representar 1/3 e 10 hectares.

A dificuldade evidenciada para esse tipo de questão está na representação esquemática de fração.

A 3ª e 4ª questão, no meu entendimento, apresenta um grau de dificuldade maior que a 1ª e 2ª questão. No entanto, as professoras mostraram ter conhecimentos para resolver questões com esse nível de dificuldade. Esse conhecimento ficou evidenciado quando as soluções das referidas questões foram construídas através de equação linear. As dificuldades evidenciadas nessas questões, dizem respeito às representações esquemáticas de frações, o que podem se configurar como uma dificuldade no fazer ensinar-aprender frações. Essas dificuldades, identificadas pelos erros devem ser trabalhadas para serem transformadas em conhecimentos evitando lacunas na formação dessas professoras. Para Nacarato; Mengali; Passos (2009), essas lacunas são provenientes de cursos de formação de professores do ensino fundamental, já que as universidades não adéquam seus currículos para atender essas professoras.

No próximo capítulo apresento as considerações finais para esta pesquisa. Julgo que estes resultados são válidos e contribuirão para que professoras em formação continuada, tomando conhecimento desses dados, reflitam sobre o seu fazer ensinar-aprender nos anos iniciais do ensino fundamental.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Encontro em Nacarato (2009) a recomendação para que o professor abandone a sua aula tradicional, aquela em que é apresentada uma teoria com exemplos e seguida por uma lista de exercícios e opte pela aula criativa, aquela que desperta a imaginação do aluno, que estimula a sua participação. Esta aula, que aponta para a criatividade, está indicada nesta pesquisa, quando Brousseau (1996) sugere a construção de microsociedade científica que permita a construção do saber pelo aluno.

Entendo que essa aula diferente exige do professor um repertório de saberes, entre eles, os aqui citados por Gauthier (1998). É um desafio ao professor, com vistas às possibilidades: poderia fazer tal professor se expor e mostrar, se existirem, fragilidades de conhecimento matemático, perdendo um pouco o controle da situação ou permitir que seus alunos despertem para a criatividade e façam descobertas. Tais descobertas permitiriam a superação de dificuldades no ensino e na aprendizagem matemática. Segundo Pais (2006. p.146): “A superação das dificuldades do ensino da Matemática requer, além dos desafios de generalizar e particularizar, a construção de permanentes articulações entre as dimensões da materialidade e da abstração”

No decorrer das aulas que observei para a realização desta pesquisa, pude perceber que as professoras demonstraram atitudes que evidenciaram preocupação no sentido de buscar essa superação de dificuldades. Esta atitude estava presente na constante tentativa de contextualizar o conhecimento e na busca do conhecimento via abstração. Estava presente a preocupação com o saber disciplinar, que é o conhecimento do conteúdo da disciplina e de outros saberes apontados por Gauthier (1998). Tais atitudes foram fundamentais para que se sentissem motivadas ainda mais a continuar na busca de sua formação continuada.

Sabendo que um curso de formação inicial de professores para os anos iniciais do ensino fundamental não trabalha em profundidade determinados conteúdos matemáticos, entendo ser natural que o fazer ensinar-aprender de professoras em um curso de formação continuada evidencie dificuldades. Neste sentido, constatei as seguintes dificuldades:

- Fazer comparações de frações;
- Fazer a transformação de uma fração em número misto;
- Comparar números decimais;
- Operar com frações;
- Usar sinais na resolução das questões envolvendo frações;
- Identificar figuras planas;
-Representação esquemática de frações.
- A insistência/resistência das professoras em não operarem as frações utilizando o princípio da comensurabilidade, na medida em que não incluem esta técnica como possibilidade, mesmo quando lhes são solicitadas;

Além dos pontos destacados como dificuldades no fazer ensinar-aprender, pude constatar que:

- As professoras apresentaram um sentimento de rejeição à matemática, trazido desde os primeiros anos de sua formação escolar;
- A escolha da profissão, ser professora, nem sempre esteve em primeiro plano;
- As professoras estiveram sempre atentas e participativas durante o curso de formação continuada, o que foi percebido pelas contribuições individuais e em grupo durante as apresentações de atividades;
- As professoras deixam claro em suas falas que essa rejeição pela matemática foi motivada por atitudes de seus professores que no decorrer da formação escolar não buscaram uma aula diferenciada e em alguns casos não demonstraram respeito pelo educando. Hoje, conscientes da necessidade dessa aula diferenciada, criativa, afirmam tomar cuidados para não cometerem esses erros;
- As professoras demonstraram compromisso com um ensino de qualidade ao participarem de um curso de formação continuada, sobre frações, para os anos iniciais do ensino fundamental. Esta atitude evidencia uma necessidade de ampliar conhecimentos para melhor ensinar. Segundo Brousseau (2009, p.32), as professoras:

> [...] precisam de cursos em que aprendam o saber matemático e como ensiná-lo. É isso que confere legitimidade à atuação profissional. Um docente sem esse conhecimento é como um médico que não entende de biologia – um xamã. Infelizmente, os professores não costumam ter acesso a isso na Universidade: até hoje, aprendem um texto e uma maneira de recitá-lo, como se fazer um problema fosse dar uma demonstração dele. Não é: fazer Matemática é reconstruir um problema, reinventá-lo de alguma maneira, colocando os alunos em condições de reconhecê-lo, saber como funciona e resolvê-lo. Nem sempre conseguir realizar isso é fácil. Mas, para ensinar melhor, os professores também podem aprender.

- As professoras demonstraram a necessidade de possuir conhecimento matemático e conhecer formas diferenciadas de ensinar-aprender que lhe permita dialogar com os alunos na construção do conhecimento. "[...] Evidentemente existem prática mais favoráveis que outras, sendo as mais proveitosas aquelas que levam à discussão, à reflexão, à descoberta, que envolvam inúmeros recursos, que permitem integrar e relacionar diversos conceitos matemáticos" (SPINILLO E MAGINA, 2004. p.32);

- As professoras demonstram o conhecimento matemático abstrato ao fazerem uso de equação linear nas soluções dos problemas;

- As professoras demonstraram o conhecimento na aplicação de materiais didáticos, pois fizeram uso frequente desses materiais em sua aula, buscando contextualizar o ensino da Matemática com a intenção de colocar seu aluno em contato direto com a realidade. Nesta perspectiva, corroboram com Pais (2006, p.147) que afirma: "[...] o trabalho docente consiste em diversificar os aspectos dos conteúdos estudados, envolvendo relações entre o mundo dos conceitos e a realidade do mundo imediato."

Esta pesquisa investigou dificuldades no fazer ensinar-aprender das professoras em um curso de formação continuada, sobre frações, para os anos iniciais do ensino fundamental. Participei do cotidiano das professoras, registrando seus depoimentos, identificando suas dificuldades e erros. Brousseau (2009) ao se referir aos erros afirma que os professores:

> [...] devem vê-los como algo que dá solidez ao conhecimento, que o estabelece verdadeiramente. O aluno enfrenta uma situação real: ele fez algo errado. Se não se importar com isso, não aprende nada. Mas, se ele se pergunta o que ocorreu para ter errado e se propõe a investigar, pode avançar. É preciso que os estudantes se habituem com o risco do erro e o assumam (BROUSSEAU, 2009, p.32).

Com a realização desta pesquisa em um curso de formação continuada, sobre frações, para professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, me apropriei de conhecimentos que me ajudarão em minha prática docente. Espero também que esta pesquisa propicie ao professor, desse nível de ensino, formas de identificar dificuldades no seu fazer ensinar-aprender, particularmente no ensino das frações, incentivando-o a fazer reflexões sobre a sua prática, para que possa superá-las, se existirem, e promover o seu desenvolvimento profissional.

Nesse sentido, outras questões foram surgindo ao longo da pesquisa, as quais exigem maiores investigações. Entendendo que os resultados apresentados, os quais não tive a intenção de esgotar, não dão conta da riqueza que envolve essa temática. Por tais motivos, percebo como necessário a continuidade de estudos, nessa área especifica, o que pretendo realizar no Doutorado, pesquisando:

- como as universidades podem intervir para preparar melhor seu professor em formação matemática, nos cursos de formação para os anos iniciais do ensino fundamental?

- a matemática, na sua visão utilitarista, é suficiente para atender as necessidades da criança na sua formação escolar?

- a matemática, na sua visão utilitarista, é suficiente para atender as necessidades da professora, que ensina nos anos iniciais do ensino fundamental?

- considerando que as crianças são instigadas pelo meio a usar software no seu cotidiano, como o professor, que ensina matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, pode acompanhar esse processo, trazendo essa ferramenta para a sala de aula?

- Até que ponto um professor, que teve na sua formação escolar, rejeição pela matemática, pode apresentar dificuldades no seu fazer ensinar-aprender e colaborar com seus alunos na construção do conhecimento matemático?

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da Matemática.** Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução Estela dos Santos Abreu. – Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BERNAL, Márcia Maria. **Estudo do objeto proporção**: elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado. 2004. (Dissertação). Universidade Federal de Sant Catarina, Florianópolis, 2004.

BITTENCOURT, Jane. **Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática**. Revista Educação Matemática. v. 6, ano 5, maio, 1988.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª Ed. – São Paulo: Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **PDE**: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2008. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/saeb_matriz2.pdf>. Acesso em 19 de abril de 2010. 2010 a

BRASIL. Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/perguntas_frequentes.htm>. Acesso em 19 abr. 2010. 2010 b

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. V 1,– 2. ed. – Rio de Janeiro: DP&A, 2000a.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. V 2 – 2. ed. – Rio de Janeiro: DP&A, 2000 b.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática in**:** D**idática das matemáticas.** Direção de Jean Brun. Direitos reservados para a lingua portuguesa: INSTITUTO PIAGET. Horizontes Pedagógicos. Lisboa, 1996.

______. Os diferentes papéis do profesor. In**:** D**idática da Matemática. reflexões psicopedagógicas.** Parra, Cecilia. Saiz, Irma…[et. Al.]; tradução Juan Acuña Llorens.- Porto Alegre: Artmed, 2008.

CHEVALLARD, Yves. BOSCH, Marianna. GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**.** Trad. Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

D’AMORE Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DOMINICÉ. Pierre. **O método (auto)biográfico e a formação.** Antologia organizada por: António Nóvoa e Matthias Finger. Participação de: Adèle Chené, Pierre Dominicé, Franco Ferrarotti, Christine Josso, Gaston Pineau. Tradução: Maria Nóvoa. Ministério da Saúde. Departamento de Recursos Humanos da Saúde. Centro de Formação e Aperfeiçoamento Profissional. Lisboa, Cadernos de Formação Nº 1, Março de 1988.

EVES, Howard. **Introdução à historia da matemática.** tradução: Hygino H. Domingues. – 3ª Ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2002.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sergio. **Investigando em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. rev – Campinas, SP: Autores Associados, 2007. – (Coleção formação de professores)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** Saberes Necessários à Prática Educativa**.** - São Paulo: Paz e Terra, 1996 (Coleção leitura). 37ª edição. 2008. Edição especial 1000000 de exemplares.

EDUCAÇÃO. Disponível em http://educação.uol.com.br/ultnot/2007/12/04/ult105u6074.jhtm> Acesso em 04 dezembro 2007.

GÁLVEZ, Grecia. A didática da matemática In**: Didática da Matemática.** reflexões psicopedagógicas**.** Parra, Cecilia. Saiz, Irma…[et. Al.]; tradução Juan Acuña Llorens.- Porto Alegre: Artmed, 1996.

GAUTHIER, Clermont et al. **Por uma Teoria da Pedagogia:** pesquisas contemporâneas sobre o saber docente**.** trad. Francisco Pereira. – Ijuí: Editora UNIJUÍ, 1998. – 457 p. – (Coleção fronteiras da educação).

GONÇALVES, Tadeu Oliver. **A constituição do formador de professores de matemática:** a prática formadora**.** Belém: CEJUP ED., 2006.

______. (Org.). MENDES, Maria José Freitas. GUERRA, Renato Borges. (2006b). **Matemática. Frações e Medidas.** Brasília: MEC. Secretaria de Educação Básica, Secretaria de Educação a Distância. Universidade Federal do Pará. 2006. 31p. (Coleção PRÓ-LETRAMENTO, Fascículo 06)

GUERRA, Renato Borges. SILVA, Francisco Hermes Santos da. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem**.** p.41-54. In: **BOLEMA**: Boletim de Educação Matemática/[publicaçãp da] UNESP – Rio Claro – S.P. - ISSN 0103-63X, ano 21,nº 31, 2008.

IGLIORI. Sonia Barbosa Camargo. **A** noção de obstáculo epistemológico e a educação matemática. In: **Educação matemática:** uma (nova) introdução. Série trilhas**.** Anna Franchi ... et al; org. Silvia Dias Alcântara Machado - 3. ed. revista. - São Paulo: EDUC, 2008.

LUDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas**.** – São Paulo: EPU, 1986.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. INEP- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Saeb > perguntas frequentes

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. PDE : Plano de Desenvolvimento da Educação : SAEB : ensino médio : matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília : MEC, SEB; Inep, 2008.

MIRANDA, Werventon dos Santos. **Erros e Obstáculos: os conteúdos matemáticos do ensino fundamental no processo de avaliação**. Dissertação de Mestrado. Orientador: Francisco Hermes da Silva. Belém, 2007.

NACARATO, Adair Mendes. MENGALI, Brenda Leme da Silva. PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009. – (Tendências em Educação Matemática)

NOVA ESCOLA, A revista de quem educa, ano xxiv. nº 228 . dezembro 2009. editora abril. Fundação Vitor Civita (Entrevista com Guy Brousseau. Fala, mestre! (P.28-32)

NUNES, Terezinha. [et al]. **Educação matemática 1 :** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005. Disponível em http://www.oficinadoaprendiz.com.br/index.php?id_conteúdo=mod2&id_produto=483&uid=7861192198

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

OTTE, Michel. **O formal, o social e o subjetivo:** uma introdução à filosofia e à didática da matemática. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1993.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

______. **Ensinar e aprender Matemática:** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ROCHA, Ruth. PIRES, Hindenburg da Silva. **Minidicionário da língua portuguesa.** São Paulo: Scipione, 2005.

ROUSSEAU, Jean Jacques. **O Contrato Social ou Princípios do Direito Político.** Tradução Ciro Mioranza. 2ª Edição. Editora Escala. 2008.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não-matemáticos. In**: Didática da Matemática.** reflexões psicopedagógicas**.** Parra, Cecilia. Saiz, Irma…[et. Al.]; tradução Juan Acuña Llorens.- Porto Alegre: Artmed, 2008.

SILVA, Benedito Antônio da. Contrato didático. In: **Educação matemática**: uma (nova) introdução. Anna Franchi…et al; org. Silvia Dias Alcântara Machado. 3ª ed. Revista. – São Paulo: EDUC, 2008.

SILVA, João Alberto da. Modelos explicativos elaborados por adolescentes e adultos para o cálculo com frações: da percepção ao pensamento operatório. In: **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA** – revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática. PUC – SP. ISSN 1516-5388. V. 9, n. 2, pp. 169-349, 2007.

SILVA, Maria José Ferreira da; ALMOULOUD, Saddo Ag. **As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo.** p.55-78. In: BOLEMA: Boletim de Educação Matemática/[publicaçãp da] UNESP – Rio Claro – S.P. - ISSN 0103-63X, ano 21,nº 31, 2008.

SILVA, Maria José Ferreira da Silva. **Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário.** Dissertação de mestrado. PUC – SP, 1997.

SPINILLO, Alina Galvão. MAGINA, Sandra. ALGUNS ‘MITOS’ SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS CONSEQUENCIAS PARA O ENSINO FUNDAMENTAL. In: **MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: a pesquisa e a sala de aula.** Regina Maria Pavanelo (Organizadora). Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM Volume 2 - São Paulo: 2004.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 8. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

VASCONCELLOS, Mônica. BITTAR, Marilena. A formação do professor para o ensino da Matemática na educação infantil e nos anos iniciais: uma análise da produção dos eventos da área. In: **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA** – revista do programa de estudos pós-graduados em educação matemática. PUC – SP. ISSN 1516-5388. V. 9, n. 2, pp. 275-292, 2007.

APÊNDICES

APÊNDICE A TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Tendo em vista a necessidade de coleta de coleta de informações para o desenvolvimento do projeto de investigação sobre Formação de Professores, sobe responsabilidade de Elinaldo Coutinho Morais, aluno do Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, orientando dos professores Dr. Renato Borges Guerra e Dr. Tadeu Oliver Gonçalves, declaro que consinto que o mesmo use minhas anotações e registre as minhas respostas durante a sua pesquisa, podendo para isso fazer gravações em áudio, filmagens, fotos, anotações de minhas falas, estando desimpedido para utilizar parcial ou integralmente esses registros, para fins de pesquisa, sem restrição de prazo e citações, podendo divulga-las em publicações, congressos e eventos da área com a condição de que meu nome não seja citado, garantindo o anonimato no relato da pesquisa. Declaro ainda, que fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) quanto à investigação que será desenvolvida.

Belém, _____ de agosto de 2009.

NOME: ___________________________________

RG: _____________________________________

ASS.: ___________________________________

APÊNDICE B: TESTE APLICADO ÀS PROFESSORAS

Observação: Estas questões foram extraídas da publicação Pró-Letramento. Frações e Medidas. Fascículo 06.

1ª Questão:

Em uma festa de aniversário havia 120 brindes para serem distribuídos, um para cada criança presente. Entretanto, no final da festa, sobrou ¼ dos brindes. Quantas crianças estiveram na festa?

2ª Questão:

O tanque do carro de José está cheio até a metade. Ele coloca mais 12 litros de gasolina e então o tanque fica cheio até ¾. De quantos litros de gasolina é a capacidade do carro de José?

3ª Questão:

Renato dividiu com três de seus amigos as petecas que tinha. Ao primeiro deu 1/3 das petecas e ao segundo 2/5 do que tinha. Se o terceiro amigo recebeu as 20 petecas restantes, quantas petecas ganhou cada um dos dois primeiros?

4ª Questão:

Um agricultor planta arroz em ¼ de suas terras, milho em 1/3 das terras e reserva os 10 hectares restantes para plantar soja. Quantos hectares de terra têm esse agricultor?

APENDICE C: QUESTIONÁRIO PARA PESQUISA

1ª) Fale-me de sua relação com a Matemática, enquanto aluna, no Ensino Fundamental (1º ao 5º ano).

2ª) Fale-me de sua relação com a Matemática, enquanto aluna, no Ensino Fundamental (6º ao 9º ano).

3ª) Fale-me de sua relação com a Matemática, enquanto aluna, no Ensino Médio.

4ª) Qual a sua formação acadêmica? Ano de formatura e qual faculdade?

5ª) Quais motivos a levaram a optar por essa graduação?

6ª) Fale-me de sua relação com as disciplinas de Matemática, enquanto aluna de graduação.

7ª) Fale-me de sua experiência profissional como professora de Matemática: as escolas em que trabalhou, nível de ensino, tempo de trabalho nessas escolas e as séries ensinadas.

8ª) Quais as dificuldades encontradas em sua prática no ensino das frações?

9ª) Quais as experiências que marcaram a sua prática no ensino das frações?

10ª) Relate algumas experiências como você trabalha as operações com frações.

11ª) Quais cursos envolvendo conhecimentos matemáticos, você realizou após a sua formatura?