



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS**

**INTERPRETAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM AMBIENTES DE APRENDIZAGEM  
GERADOS PELO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

– Marcelo de Sousa Oliveira –

Belém – Pará  
2010

MARCELO DE SOUSA OLIVEIRA

**INTERPRETAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM AMBIENTES DE APRENDIZAGEM  
GERADOS PELO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, sob orientação do Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

Belém – Pará  
2010

**INTERPRETAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM AMBIENTES DE APRENDIZAGEM  
GERADOS PELO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Marcelo de Sousa Oliveira

Este exemplar corresponde a versão final da Dissertação defendida por Marcelo de Sousa Oliveira, aprovada pela Comissão julgadora formada por:

---

Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo  
Presidente, Orientador, UFPA

---

Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa  
Membro externo, UFBA

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marisa Rosâni Abreu da Silveira  
Membro interno, UFPA

---

Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva  
Membro interno, UFPA

Belém, 30/03/2010

Dedico esta contribuição científica às minhas mães, Maria das Graças e Benigna Pereira (avó) que me proporcionaram a construção dos valores morais, éticos e religiosos dos quais me orgulho.

À minha esposa Raquel e ao meu filho Alexandre Benigno, que representam a dádiva de Deus para comigo.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço ao meu Criador e Senhor, pois acredito que sem Deus, minha vida, e minhas conquistas não teriam sentido.

Ouvi falar em modelagem matemática pela primeira vez em uma Oficina sobre tendências metodológicas em educação matemática. Aprendi a aprofundar os estudos em modelagem com a mesma pessoa que ministrou a palestra naquela oficina, despertando em mim, o entusiasmo de um professor em início de carreira. Meus sinceros agradecimentos ao professor, orientador e amigo Adilson Oliveira do Espírito Santo, por acreditar em minha proposta de pesquisa e pelas orientações que contribuíram significativamente para a realização deste trabalho. Fica aqui registrado, o meu reconhecimento por me ajudar nos primeiros passos, que me permitiram enfrentar os obstáculos dos passos seguintes.

Gostaria de agradecer também à professora Marisa Rosâne Abreu da Silveira, cujo entusiasmo pela filosofia de Wittgenstein, me motivou a conhecer, a aprofundar e a cada vez mais querer explorar os labirintos da linguagem.

À Universidade Federal do Pará, especialmente ao IEMCI pela oportunidade e pelos conhecimentos partilhados, que esboçam possibilidades de contribuir com uma educação transformadora em nosso país. De igual modo, agradeço a todos os servidores que colaboram com o Instituto.

Aos companheiros do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM), pelas contribuições e momentos de aprendizagem.

À professora Sílvia Danielle da Cunha Smith, pela colaboração com a pesquisa, pelo incentivo e pela amizade.

Agradeço ainda aos meus familiares, pelo apoio incondicional, e pelas orações, especialmente a minha mãe, a minha avó e aos meus irmãos e sobrinhos.

À minha esposa Raquel, pela paciência e compreensão, em virtude dos momentos de ausência que foram necessários para que eu pudesse produzir este trabalho. Muito Obrigado.

Belém, maio de 2010.

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>1. MEMORIAL, REFLEXÃO E O DELINEAR DA INVESTIGAÇÃO</b> .....	13
1.1. Percursos de minha formação .....	13
1.2. A constituição de um educador.....	16
1.3. Situando o referencial teórico .....	21
1.4. A questão de pesquisa .....	24
1.5. Objetivo .....	24
1.6. Justificativa .....	24
1.6.1. Contribuição para a educação matemática .....	24
1.6.2. Relevância .....	25
<b>2. ASPECTOS TEÓRICOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	27
2.1. Modelagem Matemática: o método científico .....	27
2.2. O desenvolvimento da modelagem no campo científico .....	30
2.3. Modelagem Matemática: uma alternativa para o ensino-aprendizagem ....	34
2.3.1. Modelagem na educação matemática .....	34
2.3.2. O desenvolvimento da modelagem na sala de aula.....	35
2.4. Concepções de Modelagem na Educação Matemática .....	38
2.5. Ambientes de aprendizagem .....	40
2.6. Um ponto de vista sobre a modelagem matemática no ensino.....	43
<b>3. MATEMÁTICA E LINGUAGEM: CRÍTICA E POSSIBILIDADES</b> .....	46
3.1. Modelo matemático: Representação da realidade? .....	47
3.2. Matemática e Linguagens .....	51
3.3. Comunicação, leitura e escrita em Matemática:.....	53
3.4. Crítica ao ensino da matemática com ênfase no Formalismo .....	55
3.5. A filosofia social da matemática de Wittgenstein .....	56
3.5.1. A perspectiva filosófica de Wittgenstein .....	56
3.5.2. Os jogos de linguagem e a significação .....	58
3.5.3. É necessário seguir a regra no ensino do jogo .....	62

3.5.4. A linguagem como uso .....	63
3.5.5. A produção de sentidos .....	65
3.5.6. Ruptura comunicacional .....	66
3.5.6. O ensino ostensivo .....	68
<b>4. A PESQUISA .....</b>	<b>70</b>
4.1. Princípios metodológicos .....	70
4.2. O cenário da pesquisa .....	71
4.3. Os sujeitos .....	74
4.4. Procedimentos para coleta de dados para análise .....	75
4.5. Descrição das etapas da pesquisa .....	77
<b>5. ANÁLISES .....</b>	<b>81</b>
5.1. O processo de modelagem .....	81
5.1.1 Episódio 1: Elaborando problemas .....	83
5.1.2 Episódio 2: “Qual é a embalagem mais econômica?” .....	86
5.1.3 Episódio 3: Quanto falta para...? .....	96
5.1.4 Episódio 4: “Concluindo a atividade de modelagem .....	100
5.2 Interpretação dos resultados .....	103
5.2.1 A produção de sentidos .....	104
5.2.1.1 O sentido que o aluno produz mediante as palavras do professor. ....	105
5.2.1.2 O sentido produzido pelo aluno deve ser acessado .....	107
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>108</b>
Implicações para futuras pesquisas .....	111
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>112</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>119</b>
Anexo 1 .....	119
Anexo 2 .....	122

## RESUMO

Esta pesquisa teve por objetivo observar, compreender e descrever a produção de sentidos mediante as interações dos alunos entre si, e destes com o professor ao desenvolverem projetos de modelagem matemática. A investigação foi realizada em uma turma de 5ª série de uma Escola de Ensino Fundamental e Médio da Rede Federal de Ensino na cidade de Belém do Pará. A observação participante foi à técnica predominantemente utilizada para a coleta de dados, que foram registrados através do diário de campo, de vídeos-gravações das aulas e áudios capitados nos grupos de alunos, quando desenvolviam as atividades propostas, constituindo assim a metodologia adotada. Desse modo, a pesquisa, de cunho qualitativo, se caracterizou como pesquisa-participante. O referencial teórico que subsidiou a pesquisa foi composto, predominantemente pela filosofia da matemática de Ludwig Wittgenstein, que entende o jogo de linguagem como uma forma de vida, ressaltando que a aplicação de regras e seus sentidos fazem parte desse jogo; o conceito de resíduo de Gilles-Gaston Granger, que se refere aos significados que estão além do texto matemático formal, ou seja, os aspectos que escaparam da malhas da rede lingüística; o conceito da educação matemática crítica, que se refere aos aspectos políticos da educação matemática e que traz para o debate, questões ligadas ao tema poder, que refletem nas interações entre os sujeitos no ato cognoscitivo, estabelecendo padrões de comunicação; além dos autores que tratam da modelagem matemática no ensino. As análises apontam para possibilidades de produção de ambientes de aprendizagem apropriados para transitar um padrão de comunicação que desempenhe sua função primordial em situação de ensino-aprendizagem: a comunicação através da linguagem ou dos jogos de linguagem.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Jogos de linguagem. Comunicação. Interpretação. Sentido.



## **ABSTRACT**

This research aimed to observe, understand and describe the production of meaning through the interactions between students themselves, or with the teacher to develop mathematical modeling projects. The investigation was performed in a class of fifth graders of an Elementary School and Middle Federal Network for Education in the city of Belem do Para. A participant observation technique was mainly used for collecting data, which were recorded by daily field, video-and audio recordings of lessons in capitated groups of students when they developed the proposed activities, thus providing the methodology adopted. Thus, the research, a qualitative, was characterized as a research participant. The theoretical framework that supported the research was composed predominantly of mathematics philosophy of Ludwig Wittgenstein, who understands the language game as a way of life, emphasizing that the application of rules and their senses are part of the game, the concept of residual Gilles-Gaston Granger, which refers to the meanings that are beyond the formal mathematical texts, ie those aspects that escaped the meshes of linguistics, the concept of critical mathematics education, which refers to the political aspects of mathematics education and brings to debate, issues related to the theme power, which reflect the interactions among individuals in the cognitive act, establishing communication patterns, besides the authors dealing with the mathematical modeling in education. The analysis points to the production possibilities of learning environments appropriate to forward a communication pattern that plays its primary role in the teaching-learning: communication through speech or language games.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Language games. Communication. Interpretation. Sense

## INTRODUÇÃO

A melhoria da qualidade do ensino tem sido motivo de constantes debates, e de empenho por parte de governantes em todas as esferas administrativas, educadores, técnicos e especialistas em educação. Esse empenho tem produzido nos últimos anos projetos/programas de formação continuada e aprimoramento profissional do professor que atua na educação básica, com vistas a tal melhoria, cujo principal instrumento de avaliação, mediante aplicação de testes, é o SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), que pretende

[...] avaliar a qualidade do ensino ministrado; verificar os fatores contextuais e escolares que incidem na qualidade do ensino — condições infra-estruturais das unidades escolares; perfil do diretor e mecanismos de gestão escolar; perfil do professor e práticas pedagógicas adotadas; características socioculturais e hábitos de estudo dos alunos. (BRASIL, 1998, p.33)

O que se percebe no interior de grande parte das escolas públicas brasileiras é o reflexo da fase de transição paradigmática que para muitos pesquisadores/filósofos estamos vivendo e, sendo a educação uma área do conhecimento com íntima participação de saberes científicos, vê refletido no seu interior cada abalo que estes venham a sofrer. Portanto a crise na educação, fundamentalmente passa por um momento de crise em sua estrutura epistemológica.

No campo científico, a busca por compreensão dos processos de ensino e de aprendizagem, tem motivado crescente número de pesquisas acadêmicas. Especificamente no campo da educação matemática, os pesquisadores têm buscado uma reflexão epistemológica tentando se adequar aos novos modelos que se esboçam para o futuro, embasados no princípio de que todos podem produzir matemática nas suas diferentes expressões.

Muitas são as questões que perpassam a problemática de ensinar e de aprender matemática: a infra-estrutura das escolas, a metodologia/estratégia de ensino, a limitação na comunicação entre os interessados no ensino-aprendizagem dentre outras. Conforme Moysés (1997) a ênfase das pesquisas nesse campo que tem se destacado é relacionada à questão específica do ensino e da aprendizagem,

ou seja, “uma das exigências para se alcançar um elevado nível de qualidade na educação é aprimorar o conhecimento sobre esse processo de forma a torná-lo mais capaz de responder às exigências deste novo tempo”. (p.9).

Restringindo a questão do ensino-aprendizagem em termos de relações interpessoais, especificamente na aula de matemática D’Amore (2007) afirma que o ensino é comunicação e que um de seus objetivos é o de favorecer a aprendizagem dos alunos, portanto quem comunica deve evitar que a linguagem utilizada não seja ela própria uma fonte de obstáculos à compreensão.

O autor identificou em vários tipos de escola e em todos os níveis escolares, sobretudo no segundo ciclo do Ensino Fundamental, um tipo de linguagem peculiar utilizada nas aulas de matemática, como solução a um paradoxo didático, chamado por ele de paradoxo da linguagem específica<sup>1</sup>.

Tal paradoxo conduz autores de livros didáticos, professores e conseqüentemente seus alunos a se utilizarem de uma linguagem híbrida, utilizada para comunicar matemática nas aulas, mas infelizmente, em muitos casos, perde-se o sentido nessa tentativa.

Como agir diante desse paradoxo? Não é possível evitar que os estudantes entrem em contato com a linguagem específica da matemática – a linguagem simbólica, seus algoritmos e seus recursos representacionais – no entanto, se não apresentá-la aos estudantes para que estes se apropriarem dela, corremos o risco de não avançarmos em termos de aprendizagem. Então devemos impô-la quando ensinamos matemática?

Diante desse paradoxo, a comunicação entre os sujeitos pode ficar comprometida, uma vez que o estudante, no ato de interpretação do discurso do professor, produz sentidos, independente da pretensão da linguagem matemática de ter o controle sobre os sentidos.

Diante das questões aqui colocadas, que foram geradas a partir de inquietações no que se refere à linguagem matemática, à sua comunicação e a diversidade de sentidos produzidos a partir desta comunicação no ambiente de

---

<sup>1</sup> Para D’Amore (2007):

- A linguagem utilizada não pode ser uma fonte de obstáculos à compreensão; então a solução poderia ser evitar o contato dos alunos com a linguagem específica, ou seja, toda a comunicação deveria acontecer na língua materna;
- Por outro lado, não é possível evitar que os estudantes entrem em contato com a linguagem específica, sobretudo a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental. Eles devem apreender, não apenas entender, mas se apropriar dessa linguagem especializada.

aprendizagem e, com intuito de responder a questão norteadora da presente investigação - que será estabelecida na seqüência deste texto - apresento a forma como está organizada esta Dissertação.

No capítulo 1, destinado à reflexão epistemológica, faço relato da minha trajetória pessoal/acadêmica e relato o curso de minha atuação profissional, que em parte constitui-se como motivação da presente pesquisa.

No capítulo 2, começo a desenvolver as discussões teóricas acerca da Modelagem Matemática no ensino, esboçando a trajetória do método científico da matemática aplicada que, na educação matemática apresenta como característica principal o fato de que ela pode abordar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.

Dando continuidade à discussão teórica, apresento no capítulo 3 o subsídio teórico acerca da linguagem, do discurso, da significação e da comunicação em matemática. Nesta seção, apresento de forma não linear uma comparação de dois padrões de comunicação que se fazem presentes nas aulas de matemática e apresento propostas de superação de padrões de comunicação baseados no absolutismo filosófico da matemática.

O capítulo 4 é destinado à apresentação do contexto e da metodologia da pesquisa, onde busco a inserção da mesma no âmbito da abordagem qualitativa em que utilizo a observação participante como técnica para a produção dos dados. Neste capítulo descrevo os participantes, o lócus de pesquisa e os procedimentos metodológicos para coleta e análise dos dados.

No capítulo 5, destinado ao diálogo do referencial teórico com os dados empíricos obtidos no campo de pesquisa, faço a descrição dos episódios e as análises dos dados à luz dos instrumentos metodológicos estabelecidos. Também neste capítulo faço as considerações finais do trabalho, onde procuro descrever as conclusões a que se chegou com a pesquisa e a explicitação de novas questões que surgiram e que poderão ser tratadas em estudos posteriores.

## CAPÍTULO 1

### MEMORIAL, REFLEXÃO E O DELINEAR DA INVESTIGAÇÃO

Na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. (1996, p.39)

- Paulo Freire -

#### 1.1. Percursos de minha formação

A presente pesquisa é resultado de uma busca por respostas às minhas inquietações que começaram muito antes de ingressar na carreira docente. Essa busca, em tempos de estudante do Ensino Fundamental e Médio, mesmo que de forma ingênua, foi o embrião que gerou, pode-se afirmar, um ser inconformado com o que estava posto como uma fatalidade: **aprender matemática é privilégio para poucos!**

Acredito que a tomada de decisões, no sentido de escolhas, é precedida por uma reflexão crítica – a favor ou contra – ao que está estabelecido. Desse modo, meu ingresso na carreira docente no ano 2000, de certa forma, foi marcado pela crença de que a Educação é um caminho viável para transformações sociais e começou a ser fomentado em função das dificuldades de compreensão dos conceitos matemáticos ainda no Ensino Fundamental e da conseqüente crítica à prática dos meus professores. Provavelmente, ao começar a carreira docente, eu estava motivado pelo que Freire (1996, p.38) chama de “saber ingênuo, um saber de experiência feito, a que falta a rigorosidade metódica que caracteriza a curiosidade epistemológica do sujeito”.

Ainda me recordo nitidamente dessas dificuldades com a matemática desde as séries iniciais: a memorização/recitação da tabuada, a aprendizagem mecânica dos algoritmos das quatro operações, etc. Já no Ensino Fundamental maior, a representação dos números inteiros negativos, os números irracionais e a partir da 7ª série, as dificuldades com a álgebra, quando passaram a se fazer presentes as variáveis/incógnitas e, com base em minha experiência docente atual, acredito que ainda hoje essa passagem da aritmética para a álgebra representa um grande

obstáculo para a aprendizagem. Talvez pelo fato de a última não remeter o aluno a uma experiência vivida, o que de certa forma, é mais propício de acontecer com a primeira (aritmética), conforme Wittgenstein que afirma ser a experiência significativa (SILVEIRA, 2005).

Granger (1974) afirma que a significação se dá na experiência do sujeito com o objeto, portanto acredito que nas séries iniciais, mesmo questões artificiais que remetem a experiências vivenciadas pelos estudantes podem auxiliar na apreensão do objeto matemático, fato que fica difícil se verificar quando o aluno entra em contato com a linguagem formal da matemática desvinculada dessas experiências.

Recordo-me que não compreendia de forma alguma por que a professora passou a chamar as letras de números, e pior ainda, por que fazia perguntas do tipo: quanto é “3 vezes  $x$ ?, ou,  $x$  vezes  $x$ ? ou  $(a + b).(a + b)$ ? Wittgenstein (1999) parece comungar com o pensamento de Granger (1974) ao afirmar que para o aluno, quando o contexto muda, o conceito também muda.

Essa crítica à aula de matemática se estendeu por toda a minha trajetória estudantil e passou a catalisar minha prática profissional quando passei a ser o alvo de meus próprios questionamentos a respeito do ensino de matemática. Essa autocrítica não esteve presente desde o início de minha carreira, pois acreditava que estava desenvolvendo um bom trabalho diante de meus alunos e atribuía os fracassos de boa parte dos estudantes ao próprio interesse deles. Argumentava que se eles dessem a devida atenção as minhas aulas, que eu preparava e expunha com tanta dedicação, teriam sucesso na aprendizagem.

Em consonância com D'Ambrosio (1996) acredito que todo professor, em início de carreira, vai reproduzir na sala de aula, basicamente que ele viu alguém fazer e que lhe impressionou. Segundo o autor

Essa memória de experiências é impregnada de emocional, mas aí entra também o intuitivo – aqueles indivíduos que são considerados ‘o professor nato’. Mas sem dúvida o racional, isto é, aquilo que se aprendeu nos cursos, incorpora-se à prática docente. E à medida que a vamos exercendo, a crítica sobre ela, mesclada com observações e reflexões teóricas, vai nos dando elementos para aprimorá-la. (D'AMBROSIO, 1996, p.91).

A reflexão crítica sobre a minha prática começou a acontecer quando, ao final de um ano letivo, os nomes dos alunos aprovados no vestibular foram colocados em

uma faixa na entrada da escola. A escola tinha cerca de 800 alunos matriculados e 12 alunos foram aprovados no vestibular naquele ano. Os 12 alunos foram muito elogiados por quase todos os professores e a escola era constantemente mencionada como “escola-modelo” por “ter aprovado tantos alunos no vestibular”. O que passou a me incomodar, naquele episódio foi à seguinte questão: se assumo o mérito pelo êxito dos alunos que obtiveram resultado positivo no vestibular, então tenho que assumir a responsabilidade pelo conseqüente fracasso dos demais.

Passsei a questionar se o único objetivo da escola é preparar o aluno para o vestibular e o que acontece com os que não conseguem enveredar por esse caminho. Se esse não é o único objetivo da escola, quais os outros objetivos, qual a sua relevância e que tipo de postura os professores devem assumir para atingir tais objetivos? De acordo com a Constituição Federal de 1988, a Educação é direito de todos e dever da família e do Estado e visa o pleno desenvolvimento da pessoa, bem como seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o mercado de trabalho. (BRASIL, 2003, p.123).

Ter conhecimento de tais direitos e deveres previstos em lei não foi suficiente para equacionar a problemática do ato de ensinar de forma a provocar mudança na dinâmica de minhas aulas. O que me fez refletir de forma mais significativa foi a leitura do livro *Pedagogia do Oprimido* de Paulo Freire que me fez reconhecer que minha prática se identificava com a pedagogia tradicional. Nessa obra, Freire (1987) descreve duas formas antagônicas de educação: a educação bancária e a educação libertadora.

Na primeira, fazendo jus ao termo, os estudantes são tratados como “vasilhas vazias” que dia a dia são preenchidas com os “depósitos dos professores”. Nela as relações entre professor e alunos são verticais, cabendo aos alunos a passividade, o não questionamento do que foi planejado para eles por quem tem qualificação e autoridade para tal. A comunicação nessa concepção de educação se dá através de narrações/dissertações que conseqüentemente implicam num sujeito – o narrador – e em objetos passivos/ouvintes – os estudantes. Ao contrário, na educação libertadora, não faz sentido a transferência de conhecimento, a narração – ao invés disso parte-se da premissa de que o conhecimento não se transmite, mas se constrói na relação do sujeito-aprendente com a realidade (FREIRE, 1987).

Ao ler essa obra, minhas inquietações se transformaram em autocrítica e reconheci imediatamente minha prática como tradicional, logo em seguida tomei a

decisão de que gostaria de promover uma educação libertadora, no entanto, já advertido pelo próprio Freire (2001) sabia que encontraria obstáculos à implementação dessa abordagem. No entanto, ao comparar o professor que fui ao início da carreira com o que estou sendo no momento, constato uma grande transformação – conceitual, metodológica, etc. – em relação ao que atualmente penso a respeito da função do educador e que procuro praticar como educador matemático. Nesse sentido, acredito que é “pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática. (FREIRE, 1996, p.39).

## **1.2. A constituição de um educador**

Recuperar acontecimentos e caminhos que trilhamos ao longo de nossa história não é uma tarefa fácil, pois nos transformamos no decorrer desse tempo e hoje vemos esses fatos rememorados sob um novo ângulo, tendo em vista todas as transformações da sociedade e também a nossa enquanto ser social e histórico.

Como afirma Soares (1990), não dá para esquivarmo-nos da condição de sujeitos transformados pelas experiências vividas e pela compreensão que temos da vida mediante essas experiências, então entendo que recordar não é simplesmente resgatar acontecimentos do passado, mas reconstruí-los de acordo com o que somos no presente.

Como já afirmei anteriormente, considero que o início de minha atuação como educador se identificava pelo que se costuma chamar de prática tradicional e que, a partir de reflexões, passei a modificar meu modo de pensar a respeito de educação e conseqüentemente minha prática. Então poderíamos pensar de maneira simplista, que ao passar por um processo de inquietação/reflexão em sua carreira, o professor partiria de uma prática tradicional para uma postura democrática/dialógica/emancipadora.

No entanto, para não deixar nenhum vestígio de dúvida em relação à questão insinuada, assumo de antemão que não entendo dessa forma essa trajetória, mas como um emaranhado de razões que nem sempre leva o professor numa direção desejável, no sentido de se inaugurar formas alternativas e eficazes da relação professor-alunos-saber.

Em relação à minha trajetória, identifico três momentos marcantes pelas mudanças de minhas concepções sobre educação e que foram relevantes inclusive para o desenvolvimento desta pesquisa. O primeiro se refere a um período de



aproximadamente quatro anos, com início no ano de 2000 até meados de fevereiro de 2004. Esse período foi marcado, principalmente, por uma prática quase que estritamente nos moldes tradicionais em que minha principal preocupação estava relacionada ao cumprimento do conteúdo programático, com forte subsídio do paradigma do exercício.

Vale ressaltar, como afirmei anteriormente, me apoiava no discurso de que a atenção dos estudantes para minhas aulas predominantemente expositivas era condição *sine qua non* para a aprendizagem. No entanto, hoje acredito que tais discursos dão suporte a utilização da matemática como instrumento de exclusão do processo pedagógico de grande parte dos estudantes.

A respeito desta questão, Klüsener (2006) ressalta que práticas pedagógicas fundamentadas em concepções que entendem a matemática como uma entidade proveniente de uma esfera superior e que por esse motivo poucos conseguem compreendê-la, devido a sua complexidade, associadas ao rigor lógico, contribuem para reforçar a forma como a matemática vem sendo trabalhada na escola.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.21), para muitos professores de matemática, o propósito de se ensinar matemática é apontar e corrigir erros e pontuam que “uma razão pela qual a noção de ‘erro’ parece ser tão importante na Educação Matemática pode estar relacionado à busca pela ‘verdade’ na Matemática”.

Portanto podemos compreender por que respostas parciais ou formas alternativas de conceituação são rejeitadas dentro de um ambiente de aprendizagem em que vigoram esses pressupostos. Acrescento a essa questão, com base em minha experiência na educação básica, a grande ênfase que se dá ao conteúdo programático, em função dos processos seletivos das Universidades<sup>2</sup>.

Vale salientar que nesse período, a minha condição funcional não era muito cômoda, pois desde a minha colação de grau em 1999, nem o Estado do Pará – SEDUC – nem a prefeitura municipal de Marabá – SEMED – realizaram concurso público para a efetivação dos professores que atuavam com contrato provisório. É lógico que a instabilidade funcional implicava no desânimo em relação à carreira docente. Confesso que o fato de ficar alguns meses sem nenhuma renda a espera

---

<sup>2</sup> Nas escolas em que trabalhei o conteúdo a ser trabalhado durante o ano letivo é determinado pelas relações de conteúdo dos processos seletivos das principais Universidade do estado – UEPA e UFPA . Algumas escolas exigem dos professores que as avaliações estejam de acordo com o modelo de provas do Vestibular, em forma de simulados.

do ano letivo começar para ser recontratado, por quatro anos seguidos, me fez muitas vezes pensar em abandonar a empreitada de ser agente transformador da sociedade, uma vez que não estava transformando sequer a minha realidade.

O segundo momento marcante de minha constituição profissional ocorreu em fevereiro de 2004, ao tomar posse do cargo de professor adjunto na SEDUC/SEMED, em função dos concursos públicos que por fim haviam acontecido. Não poderia deixar de salientar essa questão como ponto marcante, uma vez que a constituição de um quadro de professores efetivos para uma instituição de ensino deveria representar uma das prioridades do poder público visando melhorias na qualidade da educação pública.

No entanto, o que desejo ressaltar deste período como desencadeador de transformações em minha atuação são algumas questões que já pontuei na sessão anterior: As responsabilidades da escola - representante imediata do Estado e dos professores e funcionários em geral com a formação e preparação dos estudantes para o exercício da cidadania - não isento dessa formação o dever da família, conforme Brasil (2003). Também o contato que tive nesse período com pequena parte do ideário freiriano e com o livro *Educação matemática: Da teoria à prática* (D'AMBROSIO, 1996), obras que certamente contribuíram de forma positiva não só com a transformação da minha prática, mas com mudanças de certos traços de minha personalidade de educador.

Só a título de exemplo, as críticas de Freire (1987) em relação à comunicação que se estabelece em um ambiente de aprendizagem gerado pela educação bancária, em sua essência, antidialógica, mexeram comigo profundamente. A partir daí, comecei a refletir minha atuação diante de meus alunos e na nossa relação – alunos e professor – com o saber, tentando alcançar o que Freire (1987) chama de comunicação dos sujeitos em torno de uma realidade.

O terceiro momento – já motivado a buscar novos sentidos ao que eu entendia até então por educação matemática, e imbuído das teorizações de Paulo Freire e de Ubiratan D'Ambrosio – ocorreu em 2006, quando a Secretaria Municipal de educação de Marabá – SEMED – promoveu uma Oficina de Educação Matemática em parceria com o NPADC<sup>3</sup> em que se discutiram as tendências em educação matemática. Participei de dois mini-cursos ministrados pelos professores

---

<sup>3</sup> Atual Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI.

Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo – Modelagem Matemática na Sala de Aula e  
Dr. Francisco Hermes da Silva – Contextualização da Matemática pela Matemática.

Particularmente a Modelagem matemática me interessou muito, e posso afirmar que aquelas poucas horas em que o professor dialogou conosco a respeito dessa prática educativa, me motivou a querer mudar radicalmente meu modo de pensar e de fazer educação matemática e culminou inclusive no desenvolvimento desta pesquisa.

Em 2007, o então Núcleo Pedagógico de Apoio ao Desenvolvimento Científico – NPADC – desenvolveu o Programa EDUCIMAT<sup>4</sup>, que visava à formação continuada de professores de matemática e ciências, qualificando tutores para a continuidade dessa formação na educação infantil e no ensino fundamental. Logo que eu soube do Programa EDUCIMAT, me inscrevi para o processo seletivo e ingressei no curso de Especialização em Educação Matemática. As leituras, discussões, reflexões, produções de textos, etc. que aconteceram nas disciplinas ministradas durante o curso foram muito produtivas em termos de reflexão sobre a prática, de formação para cidadania, e de prática da pesquisa no ensino de ciências e matemática.

A partir do Programa EDUCIMAT comecei a cogitar a possibilidade de avançar um pouco mais na empreitada de me transformar enquanto educador. Minha motivação agora passaria a ser a pesquisa em modelagem matemática no ensino. Naquele momento, motivado como eu estava e com quatorze turmas de ensino fundamental e médio sob minha responsabilidade achava que tinha bastante a pesquisar. Comecei a adquirir e ler os livros sugeridos ao processo seletivo para o Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas – Mestrado do NPADC/UFPA.

Ingressar no NPADC/UFPA para o curso de Mestrado em março de 2008 me pareceu num primeiro momento que clarearia todas as questões obscuras que vivenciei durante um longo período que imagino, começou no ingresso na UFPA no curso de Licenciatura Plena em Matemática (algumas constatações ocorreram logo que me deparei com a primeira turma como professor). O que ocorreu foi exatamente o oposto: já não tinha certeza das convicções que eu tinha até então e

---

<sup>4</sup> O Programa EDUCIMAT ofertou curso de Especialização à distância em Educação em Ciências e Matemática com ênfase na formação de tutores para a formação continuada de professores do ensino fundamental.

me vi obrigado a me “cegar” para as “verdades” que sempre me acompanharam desde os tempos de estudante secundarista/universitário e lançar novos olhares sobre questões que me estavam ocultas.

A cada nova leitura, a cada novo debate, a cada teoria, o sentimento de estar “perdido” me acompanhava. Como me despir do que fez parte de minha constituição como ser social e histórico e aprender a olhar com outros olhos e até com outros sentidos para além do que sempre me acompanhou como verdade? A primeira impressão que tive foi a de estar completamente desnorteado e de que não conseguiria transpor os obstáculos que se formavam diante de mim devido ao turbilhão de teorias, conjecturas, descobertas, desconstruções e re-construções para a constituição de um novo sujeito, apto a agir mediante um novo corpo de idéias que emergiam/emergem.

Todas essas reflexões me levaram a querer entender como se constituiu a ciência moderna e em particular as crenças e as concepções que giram em torno da matemática, “estereótipos amplamente difundidos entre leigos e especialistas sobre a natureza da Matemática e das razões do seu ensino” (MACHADO, 1993, p. 20). Segundo esse autor,

Tais noções estão, em geral, solidamente fundadas no senso comum e têm aparência tão natural que, às vezes, contestá-las soa como puro contra-senso. São exemplos disso proposições como as que seguem:

“A Matemática é exata”.

“A Matemática é abstrata”.

“A capacidade para a Matemática é inata”.

“A Matemática justifica-se pelas aplicações práticas”.

“A Matemática desenvolve o raciocínio”.

Apesar do caráter putativo destas proposições, elas instalam-se como verdadeiros dogmas e freqüentemente são emitidas opiniões categóricas em questões de ensino tendo como suporte premissas dessa estirpe. Entrelaçadas, elas acabam por constituir uma bem tecida rede que distorce a visão da Matemática para pessoas em geral, dificultando uma ação pedagógica fecunda. (ibidem).

Historicamente, essas concepções interferem nas disciplinas escolares e na forma como elas tem sido veiculada no ambiente escolar, bem como no processo de seleção de saberes que foram/são legitimados como conhecimento válido num processo de suplantação de outras formas de ver/fazer ciências e matemáticas. Em situação de ensino

[...] o conhecimento escolar vem, até o momento, desprezando a cultura popular, rotulando-a como inferior (Lopes, 1997; Mortimer,

1998) e considerando-a sem legitimidade para “cruzar os umbrais do saber de nossas salas de aula” (Mortimer, 1998, p.108). Ao mesmo tempo, **ensina-se uma ciência supostamente neutra, desprovida de implicações sociais ou compromissos éticos e políticos**, cujos modelos explicativos parece constituir uma descrição fiel e correta da realidade e uma verdade imutável (Mortimer, 1998; Gil-Pérez ET AL, 2001). (EL-HANI & SEPÚLVEDA, 2006, p.162) [grifos meus].

O reconhecimento desse fato reforça o que venho observando desde estudante: a abordagem que vem sendo conduzida pelos professores é **internalista** e **estruturalista**, substancialmente desvinculada do cotidiano e de outras ciências, não permitindo que circulem na arena escolar, outras matemáticas/linguagens que não foram institucionalizadas e estabelecidas como conhecimento válido.

Essa abordagem é constantemente questionada pelos estudantes com a pergunta que parece despretensiosa, mas que revela a distância entre a matemática escolar e a matemática presente no cotidiano deles: “pra que serve esta matemática que estamos estudando na vida fora da escola?”

### 1.3. Situando o referencial teórico

A observação do contexto escolar indica que a instituição se encontra em conjuntura não muito cômoda: elevados índices de reprovação e evasão dos alunos, exclusão e déficit de apreensão dos conteúdos propostos pela grade curricular. Todas essas questões perpassam tanto pelos personagens diretamente envolvidos nesse processo, quanto a nível macro, a sociedade.

Muitas são as tentativas de transformação dessa realidade do ensino no Brasil, inclusive através de planos e projetos de reforma e de melhoria da qualidade de ensino. O discurso usual na história recente da educação brasileira é a universalização e democratização do ensino, do acesso e de permanência na escola como direito de todos já garantidos pela constituição (BRASIL, 2003, p.123). Direitos que freqüentemente tem sido negado a muitos brasileiros mostrando que freqüentar uma escola de qualidade tem sido um privilégio de poucos.

Não obstante, as questões que permeiam essa problemática, a exclusividade de opção epistemológica na formação docente tem falhado no sentido de favorecer uma visão global da educação e por isso tem gerado uma incapacidade de observação, de análise e de interação com a complexidade dos fenômenos que perpassam o ato de ensinar. Conforme o entendimento de Petraglia (1995) do

pensamento moriniano, existe uma necessidade do saber ser (re) situado, pois a valorização da especialização como único caminho para o progresso em detrimento da unidade e da complexidade tem refletido negativamente na educação sob diversas formas, afetando conseqüentemente o currículo escolar.

Em se tratando especificamente do ensino de Matemática, o problema se agrava, pois essa área tem tomado lugar de destaque no âmbito escolar por ser considerada uma disciplina de difícil compreensão/apreensão e, devido a concepções que se cristalizaram em torno dela é considerada como conhecimento para mentes privilegiadas.

O fato é que a Matemática é um campo de conhecimento como outro qualquer e o que tem feito dela uma ciência para poucos, é a forma como tem sido tratada e comunicada como elemento curricular nas escolas. Nesse sentido, a superação dos paradigmas vigentes se torna uma necessidade (MORIN, 2001; 2003).

A constituição Federal de 1988 garante “liberdade de aprender, ensinar, pesquisar, e divulgar o pensamento, a arte e o saber, [...] pluralismo de idéias e de concepções pedagógicas” (BRASIL, 2003, p. 123).

Brasil (2006, p.84), tratando de orientações curriculares para o ensino médio, propõe a modelagem matemática<sup>5</sup> como um dos caminhos para se trabalhar matemática na escola básica, em que afirma ser uma idéia que pode ser entendida como “a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

No entanto, o desenvolvimento dessa estratégia ainda é questionado por professores que apontam alguns obstáculos de natureza estrutural<sup>6</sup>, epistemológica, didática e até filosófica.

Outro obstáculo freqüentemente apontado é o cumprimento da grade curricular e a falta de seqüência do conteúdo programático, uma vez que a modelagem matemática, devido a sua especificidade de elencar o conteúdo matemático necessário à resolução do problema a partir de um tema da realidade, pode trazer às aulas, tópicos diversos e não necessariamente seqüenciais da grade

---

<sup>5</sup> A partir de agora ao me referir à modelagem matemática, usarei ora somente modelagem, ora a forma abreviada MM para evitar repetições excessivas.

<sup>6</sup> Estrutural no sentido da organização espaço-tempo da escola básica.

curricular e, inclusive algum conteúdo que não faça parte do programa (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p. 25).

Diante dessa problemática, faço as seguintes indagações: Como podemos desenvolver aulas de matemática mediadas pela modelagem matemática que venham se adequar aos pressupostos epistemológicos que se esboçam para o futuro como meio de superar o pensamento mecanicista que ainda reside dentro do espaço escolar? Como será possível a efetivação de uma tendência metodológica que ainda deve adequar-se ao espaço-tempo do modelo vigente? A atual organização da escola básica permite o desenvolvimento de um método que se mostra inovador e transformador? Como se comporta a tríade professor-aluno-saber em um ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática? Como se dá a aprendizagem nesse ambiente?

Além de todas essas questões relacionadas diretamente ao processo de modelagem enquanto gerador de ambientes de aprendizagem, e que já foram investigadas por diversos pesquisadores, coloco como aspecto relevante nesse processo, a questão da comunicação.

Trago para corroborar com o que problematizo, as palavras de D'Amore quando afirma que "Um dos momentos críticos para a aprendizagem da Matemática é a adolescência".

[...] nessa fase, os alunos ainda não adquiriram completamente o domínio da língua comum a tal aprendizagem está ocorrendo; por outro lado, nos níveis de escolaridade freqüentado pelos adolescentes começa na verdade a existir a necessidade do uso da linguagem específica da Matemática não apenas explicativa, mas também formal (2007, p.253).

A partir desse outro aspecto que se apresenta, volto a fazer questionamentos: a modelagem seria eficiente para articular essa linguagem explicativa e formal exigidas pelo currículo escolar? A linguagem veiculada no ambiente de aprendizagem gerado pela modelagem pode facilitar o desenvolvimento de conceitos, de significação e a apreensão dos conceitos dos objetos matemáticos? A linguagem matemática assessorada pela língua natural pode dar significado à matemática formal tratada no ambiente de Modelagem matemática? O ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de Modelagem é

propício para viabilizar a relação de mutualidade entre a língua natural e a linguagem matemática no sentido de facilitar a comunicação da matemática?

Nesse contexto, a partir das questões expostas que, pode-se afirmar, “originaram-se na biografia pessoal do pesquisador e em seu contexto social” (FLICK, 2004). Mediante as inquietações, começou a se delinear a interrogação da presente pesquisa. Mesmo tendo fortes inquietações em relação à temática exposta, traduzi-las para os propósitos da pesquisa não foi um processo simples e imediato. Demandou leituras, reflexões, conversas com professores e colegas do Mestrado até conseguir a convergência de meus anseios à questão que será estabelecida a seguir, bem como seus objetivos.

#### **1.4. A questão de pesquisa.**

Assumindo como foco da investigação a problemática da linguagem no ambiente de aprendizagem gerado pela modelagem, e admitindo a linguagem como mediadora da construção do conhecimento com grande relevância nesse processo, estabeleço a pergunta diretriz dessa pesquisa:

*Que sentidos são produzidos (aos objetos matemáticos) pelos sujeitos (alunos-professor) envolvidos no ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática?*

Compreendo por sentido aquilo que é evocado por um sujeito na interpretação de um enunciado, assim, sendo os sujeitos em questão participantes de uma interação discursiva desenvolvendo atividades de modelagem, os sentidos produzidos que serão observados são aqueles referentes aos conceitos dos objetos matemáticos. A pesquisa pretende identificar tais sentidos nas interações aluno-professor e aluno-aluno.

#### **1.5. Objetivo**

O objetivo é analisar e compreender a construção dos sentidos dados aos objetos matemáticos mediante as interações dos sujeitos alunos/professor ao desenvolverem atividades de modelagem.

#### **1.6. Justificativa**

##### **1.6.1. Contribuição para a educação matemática**



A presente pesquisa poderá produzir entendimentos sobre as interações que ocorrem em ambientes de aprendizagem gerados pela prática da modelagem, onde procuramos entender o processo de comunicação, mediante a produção de sentidos dos objetos matemáticos pelos alunos.

Com esses entendimentos, procura-se dar novos rumos à pesquisa em modelagem, uma vez que não estamos focados isoladamente na prática da modelagem, nem nas especificidades da linguagem, mas nas relações e nas negociações entre os sujeitos (alunos/professor) e na produção de linguagens alternativas que facilitem a apreensão dos conceitos dos objetos matemáticos institucionalizados de maneira mais significativa para os alunos, se configurando como uma contribuição para professores e pesquisadores da área.

### **1.6.2. Relevância**

Apesar da pesquisa em modelagem matemática ter ganhado fôlego e corpo nas últimas décadas, não é comum na literatura investigações que se debrucem sobre as questões específicas da linguagem da matemática que são produzidas pelos sujeitos ao desenvolverem projetos de modelagem, ou indícios de preocupação de pesquisadores com tal ênfase.

Por esse motivo, espero poder contribuir com a presente pesquisa com professores que atuam na educação básica oferecendo-lhes base teórica para que possam experimentar/implementar a prática da modelagem nas suas atuações. Ainda em relação às contribuições, espero que o texto dessa Dissertação possa contribuir qualitativamente com o acervo de pesquisas em educação matemática, mediante as estratégias utilizadas na realização da investigação e dos resultados produzidos no sentido de apontar outras questões para futuras pesquisas.

Paralelamente, a produção do presente trabalho contribui com a constituição de um pesquisador que, ao se engajar nessa empreitada estava motivado somente por suas inquietações que, apesar de estarem ligadas aos dois temas aqui tratados – a modelagem e a linguagem – necessitariam de uma reflexão epistemológica que fosse capaz de produzir conhecimento e direcionamento ao problema levantado.

O que eu buscava desde o início de minha carreira para suprir a necessidade de relacionar a matemática com as práticas cotidianas como forma de estabelecer uma relação entre a matemática e a realidade é contemplado pela modelagem, no entanto, em um processo de constantes reflexões, que se intensificaram ao

ingressar no IEMCI me fizeram trazer de minha práxis outro fator que me incomodava: a comunicação de idéias matemáticas.

Admito que no princípio desse processo eu agia de acordo com uma **curiosidade ingênua** e, que como resultado da produção desse texto começo a trilhar um caminho marcado por uma **curiosidade epistemológica**, movimento que segundo Freire:

Pensar certo, em termos críticos, é uma exigência que os momentos do ciclo gnosiológico vão pondo à curiosidade que, mais e mais metodicamente rigorosa, transita da ingenuidade para o que venho chamando de 'curiosidade epistemológica. (FREIRE, 1996, p. 29).

A partir daí, foi se delineando o incômodo que culminou na presente investigação e, compreendendo que ensinar exige pesquisa, “ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando intervenho, intervindo educo e me educo” (FREIRE, 1996, p.29). Essas palavras traduzem o que considero como contribuição da pesquisa para a constituição de um professor-pesquisador, não somente pesquisador do problema levantado nessa investigação, mas também pesquisador de sua própria prática.

## CAPÍTULO 2

### ASPECTOS TEÓRICOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

“Não sei o que o mundo pode pensar de mim; mas eu mesmo me considero tão-somente um menino que, brincando na areia da praia, se diverte ao encontrar um seixo arredondado ou uma concha mais bonita que as comuns, enquanto o grande oceano da verdade jaz indecifrável ante meus olhos.” (EVES, 2004, p.441).

- Isaac Newton -

Neste capítulo, discorro sobre os aspectos teóricos da modelagem matemática, método utilizado pelos cientistas, mas que pelo seu aspecto de compreensão da realidade, pode-se afirmar, esteve presente em toda trajetória histórica da humanidade, embora não tenha sido sempre reconhecida por tal denominação.

A finalidade é apresentar além dos aspectos teóricos da modelagem no campo científico, tecer considerações sobre este recurso no campo da educação matemática, como praticá-la e as concepções e perspectivas que circulam na literatura e na prática dos educadores matemáticos, procurando (embora não siga uma trajetória linear) fazer um movimento da teoria para a prática.

#### **2.1. Modelagem Matemática: o método científico.**

Conforme a história da matemática, desde tempos remotos, a matemática tem sido usada pela sociedade humana como um poderoso instrumento para a solução de problemas comuns do cotidiano e para uma tentativa de leitura, de interpretação e de compreensão da natureza. A “representação formal das ações vivenciadas se deram através da sistematização das idéias presentes na tentativa de solucionar situações-problema que envolviam as atividades das populações” (MENDES, 2006, p. 49).

Essa tentativa de representação formal de situações da realidade se deu, principalmente através da modelização dos fenômenos/problemas. Conforme Abreu (2006, p. 50) “Modelar significa representar através de objetos e/ou símbolos, as

abstrações ocorridas a respeito de qualquer ente físico (material) ou situação real”. Em consonância, Garding (1997, p.9) afirma que ao “tentar compreender o mundo à sua volta, o homem organiza as suas observações e idéias em estruturas conceptuais que são chamadas de modelos”.

Portanto podemos inferir que, vista dessa perspectiva – como instrumento de interpretação da realidade e de ação sobre ela – não se trata de uma idéia nova e, indo mais adiante nesta inferência, pode-se afirmar que ela esteve presente em todo o processo de construção do conhecimento. Para Espírito Santo, Machado Júnior e Chaves (2006), o marco inicial do processo de modelagem – ainda que não denominada como tal – foi a Idade Moderna, embora reconheçam que se pode percebê-la de forma embrionária em tempos anteriores. O termo “modelagem matemática”, só apareceu a partir do século XX na literatura de Engenharia e de Ciências econômicas (BIEMBENGUT, 2009).

No Antigo Egito e na Babilônia, por exemplo, a matemática tinha caráter utilitário, voltada à resolução de problemas práticos do cotidiano e da agricultura. Já na Grécia, a matemática era essencialmente teórica, desvinculada das questões práticas e com forte ligação com questões divinas (ANDERY et al, 2004).

Atualmente a modelagem matemática se consolidou como um método científico bastante usado por ciências naturais como a Física, a Astrofísica, a Química e a Biologia, cujos avanços em termos de pesquisa podem ser comprovados nas últimas décadas.

Segundo Bassanezi (2006, p.19), “Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre ela, o processo usual é selecionar no sistema argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo”. Em relação à modelagem, diz que “[...] é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos” (idem).

Para Burak (1992, p.62) a modelagem matemática

[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões.

Segundo Bassanezi (2006, p. 16),

[...] a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. [...] pressupõe **multidisciplinaridade**, e que, nesse sentido, vai ao encontro das **novas tendências** que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa. [grifos meus]

Embora reconheçamos que a modelagem tenha se estabelecido como método científico a partir da consubstanciação do paradigma de racionalidade técnica (paralelamente, pode-se afirmar), portanto concebida dentro dos pressupostos de tal modelo, nas palavras do autor pode-se perceber que a modelagem, pela potencialidade para a interdisciplinaridade, tem se adequado as formas emergentes de pensamento.

Essa questão não se configura em problema a ser discutido no presente texto, no entanto, as palavras de Levy (2007, p.2-3) nos parecem pertinentes no sentido de dar esclarecimentos de cunho geral a questão quando afirma que

A modelagem matemática diz respeito, originalmente, a procedimentos identificados com o paradigma da modernidade, mas também pode ser utilizada como recurso de pesquisa na perspectiva do corpo de idéias que ora emerge em oposição e em complemento aos princípios do modernismo cartesiano.

O que podemos observar nas palavras de Levy é que a modelagem por se tratar de um método científico, possui características de prescrição quando se propõe que seja realizada por etapas, mais ou menos convencionadas pela comunidade científica – em complemento – quando acrescida de elementos como criatividade e criticidade (refletindo no papel dos modelos matemáticos na sociedade) – em oposição – pode coadunar-se com o pensamento emergente.

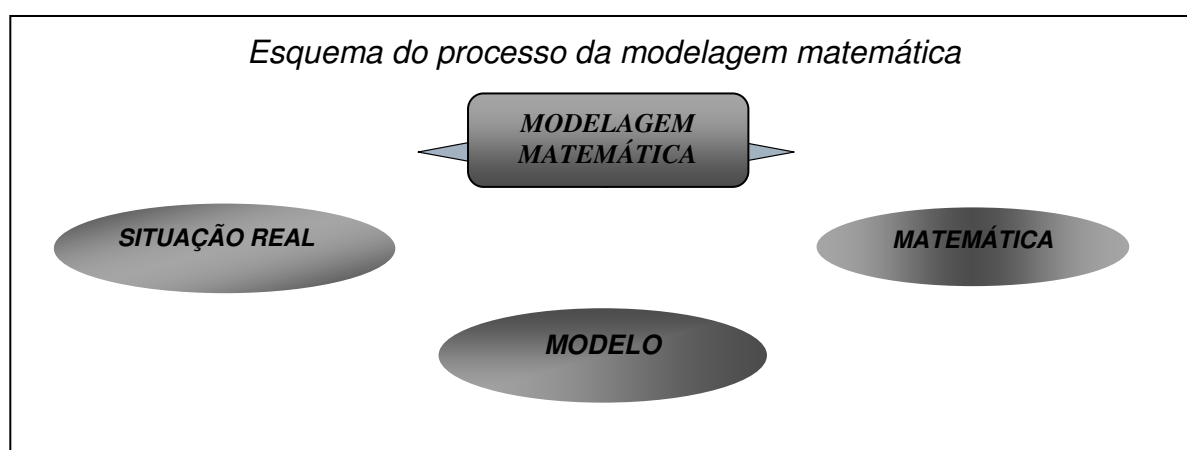
Na literatura científica, a modelagem apresenta-se como recurso de construção de um modelo abstrato capaz de descrever algum sistema concreto, cujas características gerais se apresentam assim:

- Formulação do problema;
- Construção do modelo matemático;
- Testagem e validação do modelo.

A ação indicada pelas características é desenvolvida principalmente na atividade do matemático aplicado que em suma utiliza a matemática como instrumento de interpretação e ação sobre a realidade. Essa forma peculiar do matemático aplicado de pensar/fazer matemática o distingue essencialmente do matemático puro, que trabalha preferivelmente no campo das estruturas formais da matemática (BASSANEZI, 2006).

## 2.2. O desenvolvimento da modelagem no campo científico

A modelagem matemática, usada como método de pesquisa, tem a pretensão de fazer com que a matemática interaja com a realidade ao produzir o modelo, que representa uma aproximação do objeto pesquisado. Biembengut e Hein (2007, p. 13) apresentam um esquema para ilustrar o processo de modelagem:



**Figura 01:** Processo de modelagem proposto por Biembengut e Hein (2007)

A obtenção do modelo é um processo que é feito por etapas. Segundo Bassanezi (2006, pp. 26-30), o trabalho com modelagem deve ser organizado da seguinte forma:

1ª etapa) **Experimentação**, que consiste na obtenção dos dados;

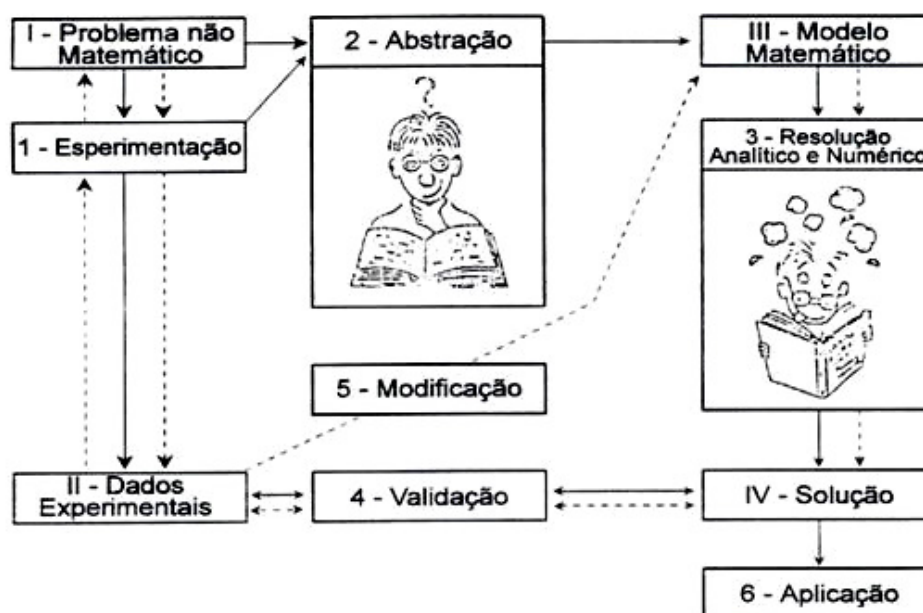
2ª etapa) **Abstração**, que deve levar à formulação dos modelos através da seleção de variáveis, da formulação de hipóteses, da formulação de problemas e simplificação do sistema para restringir a quantidade de variáveis de modo que o problema seja tratável;

3ª etapa) **Resolução**, que é a obtenção do modelo com a tradução da linguagem natural das hipóteses para uma “linguagem matemática coerente”<sup>7</sup>;

4ª etapa) **Validação** é o ato de aceitação ou rejeição do modelo conforme o grau de aproximação que ele tem do objeto de estudo; e

5ª etapa) **Modificação**, que consiste em reelaborar ou melhorar o modelo sob novas hipóteses/dados no intuito de aumentar o grau de aproximação.

As etapas do processo de modelagem propostas por Bassanezi podem ser visualizadas no esquema abaixo:



Fonte: Bassanezi (2006, p.27)

No esquema, as setas contínuas indicam a primeira aproximação e as setas pontilhadas indicam a busca de um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado, indicando que o processo de modelagem é dinâmico (ibidem).

Biembengut e Hein (2007, pp. 13-14) apresentam somente três etapas, para a realização do trabalho de modelagem de uma situação da realidade, que são:

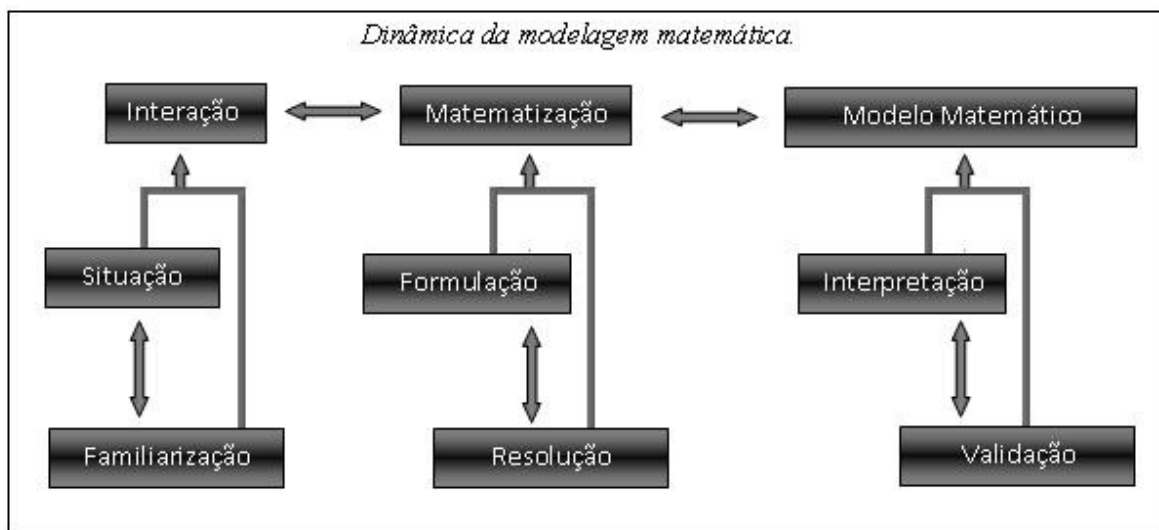
1ª etapa) **Interação**, que consiste em fazer o reconhecimento da situação-problema e familiarização com o assunto a ser modelado;

2ª etapa) **Matematização**, caracterizada pela formulação e resolução do problema em termos do modelo; e

<sup>7</sup> O modelo matemático obtido não representa com exatidão o objeto de estudo, mas é uma aproximação da realidade. O grau de aproximação é que definirá a validação desse modelo. A matemática tende a assumir uma nova identidade, deixando de lado a característica de exatidão.

3ª etapa) **Modelo matemático**, que será a interpretação da solução e validação do modelo. Nessa proposta, se o modelo não atender às necessidades do problema que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa, mudando ou ajustando hipóteses e/ou variáveis.

Os autores sintetizam o processo no esquema:



Fonte: Biembengut e Hein (2007, p.15)

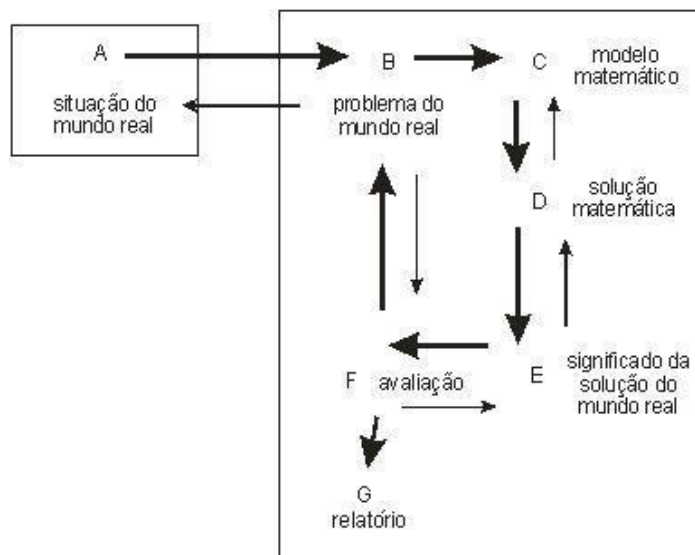
O esquema demonstra o caráter experimental e de imprevisibilidade do processo de modelagem (sugerido pelas setas em ambas as direções), podendo o modelador sempre que julgar necessário retomar etapas anteriores para reformular o problema, ajustar hipóteses, variáveis, etc.

Galbraith e Stillman (2006) com a finalidade de apresentar um quadro teórico para identificar obstáculos dos estudantes durante o processo de modelagem falam da necessidade de uma abordagem que seja mais orientada para a resolução de problemas individuais, para dar não só uma melhor compreensão do que os alunos fazem ao resolver (ou não resolver) problemas de modelagem, mas também uma melhor base de diagnósticos para professores e para possíveis intervenções, uma vez que numa abordagem mais pragmática, o foco está na construção de uma infraestrutura matemática necessária a modeladores interessados em agir sobre um problema do mundo real e relatar uma solução bem sucedida – o modelo.

Os autores apresentam uma representação diagramática que contém uma estrutura com abrangência nas duas vertentes, a orientação para a tarefa



matemática, e a necessidade de captar o que se passa na mente dos indivíduos, idiossincraticamente sobre os problemas de modelagem, conforme a figura e as especificações de cada etapa:



Fonte: Galbraith e Stillman (2006, p. 144) [minha tradução]

A atenção no processo ilustrado pelo diagrama se volta para a atividade cognitiva dos estudantes, uma vez que a ênfase no processo educativo sugere que os professores procurem entender a atividade mental dos alunos e como eles se movimentam pelas etapas do ciclo de modelagem.

Borromeo Ferri (2006) considera que enquadrar as ações dos alunos em fases pré-definidas não é uma tarefa trivial e, por identificar tal dificuldade, propõe a noção de *rotas de modelagem* para denotar os passos dos alunos durante as atividades de modelagem, que seria um caminho singular, ao contrário da visão do fazer modelagem como um caminho idealizado previamente.

A seguir, na seção 2.3, discutirei a adaptação do método de pesquisa da modelagem matemática para a prática docente, suas peculiaridades quando usada como recurso pedagógico e as possibilidades de implementação dessa prática na arena escolar.

## 2.3. Modelagem Matemática: uma alternativa para o ensino-aprendizagem

### 2.3.1. Modelagem na educação matemática

Como foi mencionado anteriormente (na seção 1.2), Parece-nos que o propósito de se ensinar matemática (principalmente na abordagem tradicional) é apontar e corrigir erros. Há muito se discute, e muitos professores até reconhecem que essa forma de ensino não atende satisfatoriamente as necessidades de uma sociedade tecnológica e globalizada, sendo necessário muito mais que prover o aluno com o acúmulo excessivo de informações, que, na maioria das vezes, não possui relação nem direta nem imediata com o seu cotidiano.

Neste contexto, torna-se necessário uma educação matemática crítica (SKOVSMOSE, 2001), onde mais importante que resolver exercícios é investigar/analisar os diferentes tipos de situações da realidade que conduz o aluno a aprender a construir estratégias utilizando os conceitos matemáticos. Essa concepção de educação é diametralmente oposta ao paradigma do exercício – que ensina o aluno a seguir regras do jogo matemático<sup>8</sup> – uma vez que sendo baseado na investigação/resolução de problemas reais, conduz o aluno na direção da construção de uma cidadania crítica.

Diante dessa necessidade, a modelagem matemática tem se apresentado como recurso pedagógico alternativo ao ensino tradicional, pois se caracteriza, *a priori*, pela pesquisa, pelo planejamento e pelo diálogo entre os pares, características que promovem a autonomia dos estudantes no seu processo de formação.

A figura do professor-especialista que detém todo o conhecimento (“construído por mentes privilegiadas”) não tem sentido quando se trabalha com modelagem, ele deve assumir a postura de orientador/coordenador das atividades e não precisa necessariamente ser conhecedor de todos os assuntos que o tema possa trazer à sala de aula. Os alunos se encarregarão de pesquisar e coletar as informações necessárias à modelação do problema.

Burak (1987) afirma que:

---

<sup>8</sup> Não queremos transmitir a idéia de que não é importante aprender as regras do jogo matemático, bem como a apreensão do discurso e linguagem específica da matemática. O que criticamos é a ênfase demasiada no formalismo matemático e na resolução de exercícios como único meio de apreensão do objeto matemático.

[...] Com essa prática educativa procura-se, através da ação do 'fazer', chegar ao 'saber', fazendo da modelagem, com sua filosofia e seu método, uma ação concreta na tentativa de amenizar esta crise no ensino da matemática que, há muito, se encontra na dependência do 'saber' para 'fazer'. (1987, p. 14).

Os vários pesquisadores que vem defendendo o uso da modelagem matemática no ensino tem como lugar comum a possibilidade da investigação de temas da realidade e de outras áreas em aulas de matemática como uma forma de promover uma aprendizagem mais significativa para os estudantes. As divergências ficam por conta das concepções acerca da modelagem matemática no ensino.

Quanto à sua versatilidade e potencialidades, muitos pesquisadores afirmam que não há restrições, das séries iniciais à pós-graduação a modelagem pode ser usada (BIEMBENGUT e HEIN, 2007), e tem apresentado resultados satisfatórios quando o intuito é uma formação voltada para o exercício de uma cidadania crítica, que ressalta o papel da matemática e das ciências na sociedade.

Algumas pesquisas têm mostrado que a modelagem pode ser implementada no Ensino Fundamental (BURAK, 1987; BIEMBENGUT e HEIN, 2000; MACHADO JÚNIOR, 2005), na EJA (ROZAL, 2007; SMITH, 2008) no Ensino Médio (SPINA, 2002; CHAVES, 2005) e no Ensino Superior (FRANCHI, 1993; BASSANEZI, 1994), dentre de outras que vem sendo desenvolvidas dando impulso a essa tendência.

### **2.3.2. O desenvolvimento da modelagem na sala de aula**

O desenvolvimento do processo de modelagem em sala de aula pode seguir as mesmas etapas do método de pesquisa científica ou do matemático aplicado, com algumas adaptações à estrutura político-pedagógica das escolas: grade curricular a cumprir, quantidade/distribuição de aulas semanais, espaço físico da escola, quantidade de alunos por turma, disponibilidade dos alunos para trabalho extraclasse, etc.(BIEMBENGUT, 2004; BIEMBENGUT e HEIN, 2007).

Para os autores citados, o trabalho com modelagem na sala de aula simula a prática do cientista, ou seja, tem uma forma mais sistematizada para execução, uma vez que sugerem que se sigam as mesmas etapas do método científico, como apresentado na seção 2.2. Para outros pesquisadores, de acordo com variáveis como a experiência do professor, o tema a ser abordado, e a própria dificuldade de

seguir etapas pré-determinadas, diferem a modelagem praticada no campo científico da modelagem executada no campo das práticas pedagógicas.

A pesquisadora alemã Rita Borromeo Ferri (2006), citada anteriormente, é um exemplo de contraponto à prática de modelagem baseada em etapas pré-estabelecidas quando propõe a noção de rotas de modelagem. Para Barbosa (2006), as rotas não se realizam sem impasses, como sugerido por um modelo previamente descrito, mas desencadeiam negociações entre os sujeitos envolvidos, a fim de dar conta dos impasses que surgem.

Para Barbosa (2003), a execução, em sala de aula, do processo de modelagem, se resume em três possibilidades – casos de Barbosa – que podem acontecer de acordo com a experiência do professor com tal recurso pedagógico. No primeiro caso, o professor se encarrega da elaboração da situação-problema, da simplificação e da coleta de dados. A resolução do problema é executada em colaboração: professor e alunos. No segundo caso, somente a primeira etapa – elaboração da situação – problema – é executada exclusivamente pelo professor, as demais – simplificação, coleta de dados e resolução – envolvem professor e alunos colaborativamente. Já no terceiro caso, todas as etapas do processo são realizadas com a presença dos alunos como sujeitos participantes do processo.

Os três casos de Modelagem apresentados por Barbosa podem ser visualizados na tabela a seguir, onde são indicadas as tarefas do professor e dos alunos no processo:

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	professor	Professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p.40)

Os casos de Barbosa estão relacionados, em parte, com a vivência dos sujeitos no desenvolvimento de projetos de modelagem nas aulas de matemática e, como podemos observar, à medida que diminui as tarefas do professor no processo, aumentam as tarefas que cabem aos alunos, aumentando a responsabilidade deles no seu processo de aprendizagem, uma vez que são envolvidos na escolha do

tema, no planejamento das atividades de coleta de dados, na elaboração/resolução do problema, etc.

A tendência desse processo é o envolvimento de professor e alunos numa relação dialógica como pares de um processo democrático propício a construção de um saber mais significativo para o exercício da cidadania. Isso implica, numa concepção freiriana, que as atitudes autoritárias que dicotomizam quem ensina e quem aprende deixam de fazer sentido.

O ensino de matemática mediado por modelagem matemática desenvolve no aluno a capacidade de trabalhar em grupo e a habilidade para enfrentar e solucionar problemas. O professor pode avaliar, além da aprendizagem do conteúdo do programa, do desenvolvimento da linguagem e apreensão de conceitos, aspectos subjetivos como participação, assiduidade e cumprimento de tarefas. (BIEMBENGUT e HEIN, 2007).

A modelagem matemática, por suas características, associada a idéias críticas e democráticas, se desenvolvida por meio de projetos de trabalho, ou mesmo de atividades de modelagem, pode revelar-se realmente como um diferencial no ensino da matemática.

No entanto, nos parece que existe uma variedade de compreensões a respeito dessa prática, no campo da educação matemática, como foi indicado nos parágrafos anteriores.

Segundo Bean (2001), a tarefa de adaptar ou transferir a atividade do modelador profissional – matemático aplicado, engenheiro, biólogo, etc. – para a prática pedagógica na educação matemática gera divergências acerca do que a modelagem matemática representa quando usada em situações de ensino. Variadas são as concepções que surgem nos trabalhos acadêmicos e na fala de educadores e pesquisadores.

Nesta seção, com intuito de esclarecer em termos gerais a adaptação do método da modelagem para o ensino de matemática, apresentei como se daria o uso de tal recurso na sala de aula. Na seção seguinte, discutirei as concepções que giram em torno da modelagem na educação matemática e apresentarei a concepção construída nesta pesquisa.

#### **2.4. Concepções de Modelagem na Educação Matemática**

Existem na literatura diferentes formas de entender a modelagem na educação matemática. Conforme Biembengut (2009) a modelagem matemática teve como precursores os professores: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980.

A partir dos esforços desses precursores e dos adeptos que foram agregando esforços, iniciou-se um movimento que permitiu a emergência da linha de pesquisa de modelagem matemática no ensino brasileiro.

Como a modelagem tornou-se uma linha de pesquisa, é natural que tenha tomado rumos diversos. Muitos Programas de Pós-Graduação que foram implantados e muitos grupos de pesquisa que se formaram e passaram a pesquisar a modelagem matemática criaram diversas concepções e modos de pensar/fazer modelagem matemática na prática pedagógica.

As pesquisas vem enfatizando diferentes aspectos, como por exemplo: a obtenção de modelos matemáticos por Bassanezi (2006); a participação do aluno no processo de aprendizagem conduzido por modelagem, por Borba, Meneghetti e Hermini (1997); a compreensão crítica pelo aluno do papel dos modelos matemáticos na sociedade, por Barbosa (2001b); o desenvolvimento do conteúdo programático mediante o uso de modelos matemáticos conhecidos trazidos pelo professor à sala de aula para estimular os alunos a criarem seus próprios modelos, por Biembengut (2004) e Biembengut e Hein (2007) e a criação de ambientes de aprendizagem na Educação de Jovens e Adultos, por Smith (2008a; 2008b).

As especificidades de cada pesquisa geraram/geram naturalmente concepções diversas acerca da modelagem matemática aplicada ao ensino-aprendizagem. Essas concepções vão desde as mais ortodoxas, que sugerem que a adaptação da modelagem à sala de aula seja muito semelhante à prática do modelador profissional – com a obrigatoriedade do cumprimento de todas as etapas pelos alunos/modeladores – até os que defendem que o importante não é chegar ao modelo, mas aprender matemática durante o processo que pode ou não validar um modelo matemático.

Rodney Bassanezi, um dos precursores da modelagem matemática no Brasil, a conceitua como “uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é

chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado” (BASSANEZI, 2006, p.38).

Biembengut e Hein (2007), por sua vez, a conceituam como um método de ensino-aprendizagem que utiliza a essência da modelagem em cursos regulares – com objetivo de desenvolver o conteúdo programático – que é denominado pelos autores de modelação matemática, ou seja, quando o método é adaptado à educação recebe tal denominação pelas suas peculiaridades.

Barbosa (2007), apoiado em Skovsmose (2000) conceitua a Modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem “em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p.161).

Chaves e Espírito Santo (2007), Smith (2008), Braga (2008) dentre outros, já concebem a modelagem como processo gerador de um ambiente de aprendizagem. Ambiente este que faz referência a situações da realidade.

As várias facetas da modelagem na arena do ensino-aprendizagem nos mostram que, não há consenso sobre o conceito de modelagem matemática no campo da educação matemática, fato comprovado por Bean, (2001, p.56) em levantamento bibliográfico das pesquisas com modelagem.

Segundo esse pesquisador, na literatura específica e na fala dos educadores tanto no Brasil quanto no exterior não existe clareza a respeito de tal conceito, e afirma que, em parte essa discordância de idéias reside na complexidade de transferir ou adaptar a atividade do modelador profissional ao campo do ensino de matemática onde atua o professor de matemática.

A nosso ver, isso não se caracteriza como ponto negativo e sim como ganho em termos de pesquisa, pois proporciona liberdade para cada professor, juntamente com seus alunos desenvolverem seus próprios projetos de modelagem de acordo com suas realidades socioeconômicas dentro da organização espaço-tempo das escolas e, principalmente adequado a estrutura cognitiva dos estudantes.

Outro fator relevante é que o professor que pesquisa modelagem e que atua na educação básica, tendo como cenário de pesquisa sua própria sala de aula pode divulgar e discutir suas experiências em grupos colaborativos de pesquisa, em

eventos especializados, e com isso, aproximar o campo das práticas pedagógicas às práticas do campo científico (BARBOSA, 2009) [Em palestra no XIII EBRAPEM] .

A grande versatilidade da modelagem no ensino-aprendizagem permite a convivência de aspectos metodológicos que caracterizam uma ordem, uma prescrição – quando se propõe que seja realizado por etapas – com aspectos como a criatividade e a intuição que sugerem imprevisibilidade. O conteúdo matemático vai sendo elencado pelo tema em estudo – fora da sequência tradicional dos livros didáticos – dando significado aos conhecimentos prévios dos estudantes e requerendo novos conceitos que podem ser trabalhados durante o processo, sempre que o recurso matemático necessário a continuidade/desenvolvimento do tema seja suscitado (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p.21).

A própria questão do espaço-tempo e da organização curricular das escolas públicas brasileiras – que são apontadas por muitos professores como obstáculos para a implementação da modelagem – podem se tornar temas de investigação, uma vez que o próprio MEC, tratando de orientações curriculares para o ensino médio, propõe a modelagem matemática como um dos caminhos para se trabalhar matemática na escola básica (BRASIL, 2006, p.84).

A seguir, com a intenção de definir a concepção de modelagem matemática para a presente pesquisa, farei uma breve explanação da idéia de ambientes de aprendizagem, baseado principalmente em Ole Skovsmose.

## 2.5. Ambientes de aprendizagem

O conceito de ambiente de aprendizagem é apresentado no livro *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica* (SKOVSMOSE, 2008). Na referida obra o autor apresenta a seguinte tabela:

	Exercícios	Cenários para investigação
Referência à matemática pura	(1)	(2)
Referência à semi-realidade	(3)	(4)
Referência à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2008, p.23).

A tabela mostra seis possibilidades de abordagens em aulas de matemática baseados em dois paradigmas – o paradigma do exercício e cenários para



investigação – com três referências comumente usadas nas aulas de matemática. A distinção entre os seis ambientes se dá mediante as práticas de sala de aula, baseadas em cada paradigma e nos três tipos de referência.

O autor descreve cada tipo de ambiente de aprendizagem:

- Ambiente do tipo (1): dominado por exercícios apresentados no contexto da matemática pura, por exemplo, a resolução de exercícios no domínio da técnica algébrica.
- Ambiente do tipo (2): caracterizado como um ambiente que envolve números e figuras geométricas. Embora faça referência apenas a entes pertencentes à matemática pura, é sempre presente a indagação: *O que acontece se...?* mostrando o caráter investigativo presente nesse ambiente em que os alunos são incentivados a procurar, explorar e explicar propriedades matemáticas.
- Ambiente do tipo (3): constituído por exercícios com referência à semi-realidade, por exemplo, exercícios que fazem referência a entes presentes no cotidiano dos estudantes, mas que não é fruto de investigação empírica. O ambiente pode ser ilustrado pelo seguinte exemplo: *Um prato bastante consumido pelo brasileiro é composto por: duas porções de feijão, três de arroz, uma de carne e duas de salada, totalizando em média 700g. Pode-se expressar essa situação por meio de uma equação matemática. Expresse em linguagem matemática esta situação.* (BRASIL, 2008, p. 74). O problema faz referência a entes que fazem parte do cotidiano dos alunos, porém, trata-se de um problema retirado da imaginação de quem o elaborou, portanto faz referência apenas à uma semi-realidade.
- Ambiente do tipo (4): semelhantemente, esse ambiente contém referência a semi-realidade, porém baseia-se em investigações e estimula os alunos a fazerem explorações e explicações.
- Ambiente do tipo (5): Fazem referência à realidade, porém as atividades se estabelecem no paradigma do exercício. Como exemplo, poderíamos pensar em aulas em que o professor traz para a sala de aula, informações como estatísticas oficiais, gráficos publicados em revistas/jornais, etc., que apesar de se tratar de informações reais não foram obtidas por meio de ação investigativa por parte dos alunos. É

lógico que esse ambiente oferece uma condição diferenciada para a comunicação entre o professor e os alunos, uma vez que a dinâmica é questionar e suplementar a informação dada pelo exercício.

- Ambiente do tipo (6): Esse ambiente, organizado como trabalho de projeto, caracteriza-se principalmente pela investigação de um tema da realidade. “As referências são reais, tornando possível aos alunos produzir diferentes significados para as atividades (e não somente para os conceitos)” (ibidem, p.30). As ações nesse ambiente visam principalmente a obtenção de um modelo que permita agir sobre a situação.

O que o leitor pode querer saber de imediato, é qual ambiente de aprendizagem seria ideal, e objetivo último da educação matemática. O autor Ole Skovsmose afirma que não se deve abandonar por completo os exercícios, ao invés, a prática dos sujeitos alunos/professor deve transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem.

No entanto, ressalta que boa parte da prática em educação matemática se alterna entre os ambientes do tipo (1) e (3), estando, portanto, está baseada na tradição. O agravante reside no fato de que boa parte dos professores desconhece, ou nega, outras possibilidades de fundamentarem suas práticas. Ressalta que uma forma de desafiar o paradigma do exercício seria que a dinâmica das atividades fosse organizada em termos dos ambientes dos tipos (2), (3) e (6).

Para finalizar, o importante é que “alunos e professores, juntos, achem seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem. A rota ‘ótima’ não pode se determinada apressadamente, mas tem que ser decidida pelos alunos e pelo professor” (p.32). Essa sugestão sugere que as aulas de matemática, baseadas em investigação ou não, devem estar marcadas pelo diálogo.

O diálogo a que se refere o autor é baseado nos princípios teóricos da educação matemática crítica, que traz para o centro dos debates, questões relacionadas ao tema poder (baseado em parte nas teorizações de Paulo Freire), ressaltando que as relações dialógicas devem prevalecer para que se desenvolva atitudes democráticas, ou nas palavras de Freire (1987, p. 46), o diálogo é o encontro dos homens, “mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto, na relação eu-tu”, antes começa (o diálogo) na busca do

conteúdo programático, quando a “inquietação em torno do conteúdo do diálogo é a inquietação em torno do conteúdo programático da educação.”

## **2.6. Um ponto de vista sobre a modelagem matemática no ensino**

Na seção anterior, apresentei a caracterização de ambientes de aprendizagem. Conforme Skovsmose (2008), na Dinamarca o currículo oficial não é um obstáculo para se trabalhar com o ambiente do tipo (6) – trabalho com projetos – que segundo suas descrições, trata-se do que chamamos de modelagem na educação matemática no Brasil (BORBA, 2001).

O autor relata que o currículo Dinamarquês não prevê exames após cada ano letivo, ou seja, a aprovação é automática, e que somente no final do nono ano acontece o exame, porém, ele inclui uma parte escrita individual, e uma parte oral, realizada principalmente pelos alunos organizados em grupos fazendo investigações matemáticas.

Seria desnecessário dizer que a estrutura curricular dinamarquesa difere significativamente da brasileira. Apesar de Brasil (2006) indicar a modelagem como uma alternativa para se trabalhar matemática na escola básica, a estrutura político-pedagógica brasileira favorece os argumentos por parte de professores que apontam obstáculos à prática da modelagem, tendo como principal, o cumprimento do programa.

Muitos são os esforços de pesquisadores brasileiros em fazer adaptar a modelagem a essa estrutura. Podemos destacar os trabalhos de Maria Salett Bienbengut e Nelson Hein como exemplos de empenho nessa tarefa (BIEMBENGUT, 2004; BIEMBENGUT e HEIN, 2007). Os autores propõem a atuação do professor em duas frentes: uma que permita trabalhar o conteúdo programático ao mesmo tempo em que se tenta desenvolver o processo de modelagem e, outra, em que os alunos são orientados a investigar por meio da modelagem, em um processo que se assemelha à prática do modelador profissional.

Na primeira abordagem sugerem que o professor traga para a sala de aula, modelos clássicos com o intuito de apresentar cada um dos conteúdos do programa antes de iniciar um projeto, ou interrompendo um projeto em desenvolvimento para expor o conteúdo necessário, retomando o processo no momento adequado. Propõem também a resolução de exercícios convencionais, aplicados,

demonstrações, etc., como meio de avaliar se os conceitos apresentados foram apreendidos (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p. 20-30). Seria um ambiente de aprendizagem do tipo (5)?

Possivelmente a preocupação com o cumprimento do programa coloque essa forma de pensar a prática de modelagem muito vinculada à tradição no ensino de matemática, deixando pouca margem para que a modelagem seja uma alternativa de desafio ao paradigma do exercício.

Barbosa (2006) situa a fronteira de uma atividade de modelagem entre duas características principais: a atividade tem que ser um problema e não um exercício para os alunos; a atividade deve ser extraída do cotidiano ou de outras ciências, **não da matemática pura**. Em resumo, o autor tem estabelecido os limites da prática de modelagem como um meio de aprendizagem onde os alunos são convidados a tomar um problema e investigá-lo com referência na sua realidade através da matemática (Barbosa, 2001).

Outra discussão empreendida por Barbosa (2003b) refere-se ao que o autor chama de perspectiva. Neste texto, partindo das discussões de Kaiser-Messmer (1991), onde são discutidas as perspectivas de modelagem no cenário internacional, propõe a perspectiva sócio-crítica, argumentando que as perspectivas pragmática e científico-humanista não abraçam, confortavelmente, muitas das atividades de modelagem.

Cita como exemplo, trabalhos com inspiração etnomatemática e os que se aproximam da educação matemática crítica como atividades que visam estimular os alunos a refletir sobre o papel dos modelos matemáticos nas práticas sociais, ou seja, não coloca como prioridade o conhecimento técnico (perspectiva pragmática), nem o conhecimento matemático (perspectiva científico-humanista), enfatizados nas perspectivas discutidas por Kaiser-Messmer, ou seja, a ênfase reside na interação entre os sujeitos.

No presente texto, a idéia é não fixar uma perspectiva para a prática de modelagem, uma vez que o aporte teórico aqui estabelecido nos permite falar em termos de jogos, em que cada jogo realizado pelos participantes do processo enfatiza uma perspectiva, mas não descarta as demais, ou usando uma ilustração de Wittgenstein, a linguagem seria como uma caixa de ferramentas, em que cada ferramenta (cada jogo) seria utilizada para realizar uma tarefa.

Compreendo a modelagem aqui, como instrumento gerador de ambientes de aprendizagem, em que os alunos podem ser convidados a investigar por meio da matemática um tema de interesse coletivo (projeto de modelagem) ou através de atividades idealizadas pelo professor para a turma (atividade de modelagem).

Parto da idéia de Chaves e Espírito Santo (2008) que concebem a modelagem matemática como **geradora de um ambiente de aprendizagem**<sup>9</sup>, e das discussões de Barbosa (2001; 2006) que estabelecem as características de uma atividade de modelagem, a saber, o tema ser trazido do cotidiano dos alunos ou de outras ciências, e se configurar como um problema ao invés de um exercício, para conceituar a prática de modelagem na presente pesquisa.

Pela exclusão da referência à matemática pura em atividades de modelagem (BARBOSA, 2001; 2006), poderíamos ter pelo menos dois ambientes de aprendizagem que poderiam ser gerados pela modelagem, dos seis apresentados por Skovsmose (2008).

Ressalto que os ambientes devem ser gerados a partir do diálogo entre os sujeitos alunos/professor na busca do que é relevante para a formação em termos de um currículo crítico, que contribua significativamente para a formação de cidadãos capazes de refletir sobre o papel da ciência e de cada sujeito na sociedade.

A concepção de modelagem que defendo, refere-se à prática que possibilite que a dinâmica das aulas de matemática possa circular por diferentes ambientes de aprendizagem. Essa concepção estabeleceria um padrão de comunicação entre o professor e os alunos diferente, uma vez que a negociação se ampliaria para além da escolha do tema. Dar-se-ia também, no traçado do percurso entre os diferentes ambientes de aprendizagem que o processo de modelagem pudesse gerar na sala de aula. Essa prática pressupõe que a relação entre professor e alunos tende a ser menos conflituosa e mais democrática.

---

<sup>9</sup> Neste texto, me parece que o ambiente gerado pelo processo de modelagem é um ambiente do tipo (6), descrito por Skovsmose (2008), uma vez que sugere que o problema a ser investigado tenha referência na realidade.

### CAPÍTULO 3

## MATEMÁTICA E LINGUAGEM: CRÍTICA E POSSIBILIDADES

Quando se mostra a alguém a figura do rei no jogo de xadrez e se diz: “Este é o rei do xadrez”, não se elucida por meio disso o uso dessa figura, a menos que esse alguém já conheça as regras do jogo.  
(Investigações filosóficas, § 31).

– Ludwig Wittgenstein –

Neste capítulo, abordarei, de forma inter-relacionada, a matemática, a linguagem e a comunicação, tendo como pano de fundo a sala de aula. O que me motiva nessas considerações é a necessidade de entendimento entre os sujeitos em torno do saber, uma vez que compreendo que o ensinar e o aprender pressupõem comunicação, de forma que os sujeitos que se comunicam, devem fazê-lo de maneira tal que a linguagem utilizada não se torne um obstáculo para a compreensão.

Farei considerações em duas frentes: a linguagem da matemática e a linguagem da sala de aula, em um movimento que tenta confrontar a concepção de linguagem fundada na tradição matemática com a concepção de autores contemporâneos da filosofia da matemática, embora esse movimento não seja apresentado em seções separadas, mas discutido concomitantemente em cada seção. A comunicação se configura com eixo que perpassa as questões da linguagem nas duas frentes e nas duas concepções, uma vez a comunicação é a principal função da linguagem.

Antes de adentrar nas questões específicas da linguagem, discorrerei sobre a representação da realidade através de modelos matemáticos, com a intenção de provocar reflexões acerca da ênfase no Formalismo e no Logicismo, objetos de crítica da segunda fase da filosofia de Wittgenstein, que será apresentada posteriormente.

### 3.1. Modelo matemático: Representação da realidade?

Ao discorrer sobre a consubstanciação do paradigma moderno, Santos (2006, p. 27) afirma que:

As idéias que presidem à observação e à experimentação são as idéias claras e simples a partir das quais se pode ascender a um conhecimento mais profundo e rigoroso da natureza. Essas idéias são as idéias matemáticas. [...] Para Galileu, **o livro da natureza está escrito em caracteres geométricos** e Einstein não pensa de modo diferente. [grifos meus].

Sabe-se que a partir dos pressupostos filosóficos de Francis Bacon e René Descartes, bem como da sistematização matemática da ciência por Newton – mecanicismo – a matemática tomou lugar de destaque no paradigma moderno passando a ser instrumento de validação do que pode ser considerado conhecimento válido socialmente.

Por outro lado, “quando pensamos no papel que a Matemática desempenha no conjunto das Ciências, é inevitável que se tenha que enfrentar o questionamento de uma bem arraigada distinção dicotômica entre a realidade empírica e sua apreensão teórica” (MACHADO, 2001, p.72). Daí, passaremos a pensar nos motivos pelos quais atualmente esse *status* da matemática tem sido questionado e o seu poder de aferição tem sido relativizado pelo fato de os próprios métodos de medição interferir no fenômeno, alterando-o e o descarte de algumas variáveis, julgadas irrelevantes, culminar em um distanciamento entre a realidade e sua representação matemática. (SANTOS, 2006; MORIN, 2003; CAPRA, 1982).

Não obstante, mesmo em tempos atuais há quem defenda uma matemática desvinculada de fenômenos empíricos que se desenvolve somente no campo das estruturas abstratas, como sugerido pelo Formalismo.

Nesse sentido, Machado (2001) citando Carnap - que propõe uma distinção entre a Ciência Formal e as Ciências Empíricas - conceitua modelo como um conjunto de fórmulas  $F$ , de uma linguagem formal  $L$ , “uma particular determinação de um conjunto de objetos e a atribuição de significados, neste conjunto, às variáveis e às relações que comparecem nas fórmulas de  $F$  de modo que todas elas se tornem proposições verdadeiras a respeito dos objetos considerados” (p.73).

Neste sentido, o trabalho do matemático seria a determinação de contextos empíricos que exemplifiquem/justifiquem uma teoria formal. Essa é a interpretação da Teoria dos Modelos pertencente à corrente neo-positivista encarnada por Carnap.

A segunda vertente descrita por Machado (2001, p.74) é a que está em conformidade com Lévi-Strauss que “pensa a Ciência como em face a face entre um objeto real, que deve ser investigado, e um objeto artificial, construído para reproduzir o primeiro, para ser o seu modelo”. Nesse sentido, o modelo representa uma construção formal, de natureza teórica, que visa investigar e interpretar coerentemente a realidade em função de sua capacidade dedutivo-explicativa, “o modelo é um corpo de enunciados que visa unificar, ordenar e controlar a produção do saber”. (ibidem).

De acordo com o constatado por Araújo (2007), ao considerar pesquisadores da Educação Matemática, o Platonismo e o Formalismo são as filosofias da Matemática que mais influenciam os contextos de sala de aula.

Conforme a literatura, voltada para a matemática aplicada, a matemática constitui-se basicamente de instrumentos de interpretação da realidade por meio de modelos matemáticos que se tornam uma representação de parte dessa realidade.

Segundo Bassanezi (2006, p.18)

O objetivo fundamental do ‘uso’ de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camuflados num emaranhado de variáveis de menor importância.

Afirma ainda que

Quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: *o modelo*.

Em conformidade, Skovsmose (2007), argumenta que de acordo com a teoria da representação, a modelagem matemática pode ser representada como uma



função  $f: R \rightarrow M$ , que relaciona um conjunto de objetos empíricos,  $R$ , e um conjunto de objetos matemáticos,  $M$ , ou seja, relaciona matemática e realidade.

Vale ressaltar que a modelagem como representação da realidade se relaciona a um dualismo: podendo operar com conceitos matemáticos como sendo parte do mundo das estruturas ou operar com a realidade do mundo empírico. “Um modelo matemático se torna uma representação de parte dessa realidade. Decerto, tal representação não pode ser completa. [...] Mas a linguagem da matemática pode representar diferentes aspectos da realidade”. (SKOVSMOSE, 2007, p.107). Ressalta que essa interpretação, atrelada à filosofia formalista, é problemática para uma discussão de possíveis papéis sociais da matemática.

Vejamos agora algumas definições de modelo matemático corrente na literatura que estão em conformidade com a segunda vertente descrita por Machado (2001).

Bassanezi (2006, p.20) chama de modelo matemático “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Para McLone (apud Bassanezi, 2006, p.20) ‘um modelo matemático é um constructo matemático abstrato simplificado, que representa uma parte da realidade com algum objetivo particular’. A representação da realidade se torna parte da realidade.

Para Biembengut e Hein (2007, p. 12) “Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc.” acrescentam ainda que

Os modelos matemáticos são representações da realidade e que podemos, em geral, construir modelos que são muito mais simples que a realidade e ainda assim, conseguimos empregá-los para prever e explicar fenômenos com alto grau de precisão (Hein e Biembengut, 2007, p.36).

Nos conceitos de modelo matemático descritos acima, fica evidente que as estruturas matemáticas não são capazes de representar a realidade em sua totalidade, mas somente aspectos considerados essenciais. Tanto para a primeira vertente (como a defendida por Carnap), quanto para a segunda (Lévi-Strauss) essa limitação dos modelos na tarefa de representar a realidade é visível.

Na primeira vertente, “o calcanhar de Aquiles” está na abstração de variáveis consideradas “irrelevantes”, que acabam por comprometer a apreensão da complexidade do mundo real. Na segunda vertente, a dificuldade reside na tarefa de se encontrar um universo empírico que possa ser representado pela estrutura matemática criada supostamente fora das experiências, pelo mesmo motivo: a complexidade da realidade.

Essa constatação nos remete ao conceito de resíduo de Granger (1974, p. 135) que afirma: “Toda prática poderia ser descrita como uma tentativa de transformar a unidade da experiência em unidade de uma estrutura, mas esta iniciativa comporta sempre um resíduo”. Os resíduos provenientes dessas práticas seriam os aspectos da experiência que escaparam das malhas da rede linguística. Para o autor, a significação nasceria das **alusões** que são feitas a esses resíduos.

Essas alusões poderiam ser expressões da língua natural que para o autor é utilizada em simbiose com a linguagem matemática, na tentativa de dotar os símbolos de significações. Em consonância com esse pensamento Machado (1993) fala de uma impregnação mútua entre a matemática e a língua materna que nos dão indícios que a linguagem sintética da matemática – por comportar resíduo – necessita do suporte da linguagem natural (polissêmica) como forma de reduzir ao mínimo esse resíduo.

No ambiente da sala de aula, a representação visual da matemática acarreta sérias dificuldades à aprendizagem do aluno, que criam aversão à disciplina devido a sua simbologia e ao universo subjacente a ela, como o rigor, a abstração, a logicidade e o formalismo. Daí a necessidade de compreensão do fenômeno de comunicação nesse ambiente.

Para Wittgenstein, a realidade e a matemática não se dissociam, uma vez que ele rejeita a idéia de linguagem referencial. Nas palavras do filósofo, a linguagem, que prefere chamar de jogos de linguagem, é o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada. O termo “jogo de linguagem” deve salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida.

### **3.2. Matemática e Linguagens**

Em decorrência das discussões anteriores, podemos refletir sobre o fato de a linguagem objetiva e formalizada da matemática muitas vezes fazer com que muitas

pessoas se sintam como se estivessem entre pessoas que falassem um idioma incompreensível diante de sua linguagem simbólica.

Este fato parece ir de encontro à compreensão de linguagem como instrumento de inter-relação entre seres humanos e que a grande variedade de utensílios da linguagem e seus modos de utilização tem por objetivo a comunicação/entendimento daquilo que se observa do mundo numa interação entre pares: uma parte grita as palavras, a outra age de acordo com elas (WITTGENSTEIN<sup>10</sup>, 1999)

Situando a questão ao universo matemático, Granger (1974, p.33) afirma que uma “invenção lingüística neste domínio acha-se, de certo modo, situada no ponto de encontro do universo formal, que é a Matemática realizada, e do sistema dos atos concretos que constituem as relações dos homens entre si e, destes com o mundo.”

O fato é que não podemos negar que a Matemática possui, de maneira muito perceptível, uma relação de significação nos signos e representação de sentidos, usos lingüísticos peculiares e organização simbólica própria, evidenciando as questões acerca das especificidades da sintaxe, da semântica e da pragmática da linguagem matemática.

A conjuntura das concepções acima expostas, a observação das especificidades da linguagem matemática, mais o fato dela ser compartilhada socialmente, conduzem o pensamento de muitos para a aceitação da concepção da matemática ser considerado uma linguagem, nos fazendo pensar também em uma resposta positiva. No entanto, tomar a decisão de assumi-la como tal, encaminharia a discussão para um campo bem mais amplo e complexo, que não consideramos relevante para o foco deste estudo.

O que nos interessa de fato é a problemática da comunicação no ato do ensino, considerando-a como um saber necessário “para compreender-se um pouco melhor o desenvolvimento tecnológico que nos envolve, e também para obter-se sucesso nos sistemas educacionais, o que, em última instância, significa alguma garantia de ser bem sucedido nas relações sociais” (CARRASCO, 2006, p.193).

Em consonância com as palavras de Latorre (1994) apud Klüsener (2006) quando diz que valorizando a importância da linguagem na construção dos

---

<sup>10</sup> Esta é a compreensão do “segundo” Wittgenstein. Essa questão será esclarecida posteriormente na seção 3.6.

conceitos matemáticos, passaremos a entender a matemática como linguagem, limitaremos nossas considerações ao que diretamente interessa aos objetivos expostos no presente texto: a linguagem da matemática no âmbito da sala de aula.

A matemática, com suas diferentes linguagens, – aritmética, geométrica, algébrica, gráfica, etc. – tem mostrado certo caráter de universalidade (KLÜSENER, 2006). O que compreendemos acerca do assunto, de certa forma, polêmico, é que essa universalidade reside somente na forma escrita, uma vez que os símbolos matemáticos são convencionados e, representam de forma sintética e objetiva expressões da língua materna, ou seja, de uma língua para outra pode haver equívocos de tradução, portanto, na forma oral, a universalidade da linguagem matemática deixa de existir.

Por exemplo, foi convencionado usar “duas retas paralelas” para representar a expressão “é equivalente a”, e isso nos remete imediatamente ao sinal de igualdade (=), não nos causa confusão. Mas, muitos dos símbolos lógico-matemáticos não nos remetem imediatamente ao que representam. Faz-se necessário, portanto, uma interpretação constante do enunciado matemático como forma do sujeito atribuir-lhe sentido.

Se pensarmos nos jogos de linguagem e suas formas de vida, poderemos pensar apenas em semelhanças, parentescos entre as funções das palavras, ou seja, as semelhanças aparecem e desaparecem de acordo com o contexto. Para essa concepção de linguagem não há universalidade.

Portanto, o professor ao enunciar as proposições matemáticas através da fala e/ou da escrita, necessita fazer alusões daquilo que a linguagem compacta da matemática deixa implícito, como forma reduzir seus resíduos e fazer com que seus interlocutores produzam o sentido desejado. Nesse sentido, nos parece que a linguagem da matemática seja influenciada pela língua materna muito mais do que poderia parecer à primeira vista Machado (1993, p.10) afirma que

Entre a Matemática e a Língua Materna existe uma relação de impregnação mútua. [...] tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. É necessário reconhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino da matemática.

Em consonância com o exposto acima Carrasco (2006) aponta para a possibilidade de se fazer uso de outros tipos de linguagem como a pictórica, além da língua materna durante a representação de conceitos matemáticos. Pontua que as dificuldades de ler e de escrever em linguagem matemática, reside em parte no uso excessivo de linguagem simbólica que pelo fato de possuir alto poder de síntese, afasta muitas pessoas da compreensão do conteúdo que está sendo estudado.

O fato é que diante da complexidade de se comunicar matemática em sala de aula só se desenha duas alternativas: ou se faz uso de outros tipos de linguagem como suporte para a introdução da linguagem específica, considerando conseqüentemente afirmações alternativas e/ou provisórias dos alunos, ou ao contrário, deve-se apresentá-la de forma preliminar aos alunos para que se apropriem dessa linguagem específica.

O que compreendo acerca da questão, é que mesmo se tomarmos a decisão de impor a linguagem da matemática de forma precoce aos estudantes, necessitaria do suporte da língua materna, uma vez que não vemos a possibilidade de se comunicar estritamente em linguagem matemática.

O professor de matemática, na tentativa de fazer-se entender por seus alunos recorre a descrições orais, a gestos, a esquemas, etc., portanto devemos investir o maior tempo possível ao representarmos os conceitos matemáticos em sala de aula, pois “a compreensão é trabalhada, é forjada, por quem lê, por quem estuda... Por isso mesmo, ler, estudar, é um trabalho paciente, desafiador, persistente.”(FREIRE, 1993, p.35).

### **3.3. Comunicação, leitura e escrita em matemática**

Falar de comunicação em matemática soa aos ouvidos de muitos, como utopia ou uma grande pretensão. O que se contrapõe a descrença em relação a essa possibilidade é a dicotomia observada entre matemática escolar e a matemática veiculada no cotidiano: a matemática escolar na maioria das vezes rebuscada de formalismo, alto nível de abstração e linguagem muito técnica, em contraste com a matemática de cunho mais prático e com crescente auxílio de novas tecnologias.

Segundo Carrasco (2006), a linguagem simbólica da matemática é considerada por muitos como a única maneira possível de se expressar as idéias e

os resultados da matemática e que esse fato impossibilita ou dificulta a veiculação desta através de outros tipos de linguagem como a pictórica e a língua materna.

Alfabetização matemática é outro termo que não é corriqueiro na educação. Na concepção de muitos professores, a alfabetização ainda está restrita à Comunicação e Expressão: “Ler e escrever não são verbos conjugáveis no universo matemático”. Segundo Danyluk (2002, p.25) “ao se procurar pela alfabetização matemática, não há ainda uma literatura suficientemente desenvolvida, porque, muitas vezes, o enfoque à alfabetização é dado pela área da língua portuguesa e não pela matemática. No entanto, a “língua materna tanto quanto a matemática são dois dos componentes da alfabetização que são mostrados por uma linguagem repleta de signos”. (ibidem, p.231)

Para Danyluk (1989) apud Carrasco (2006) compreender “não é apenas entender o que as coisas representam, mas é entender o modo de existir dessas coisas-no-mundo”. Segundo Carrasco (2006, p.195):

Isto vale principalmente para a leitura de um texto em linguagem matemática, só que, na busca de compreender o que está sendo comunicado pelo texto, ou ainda, na busca do significado dos símbolos, é preciso compreender o contexto da matemática em que se situa o conteúdo tratado e a relação deste com o mundo.

Trata-se, portanto de se considerar um fato incisivo: a matemática é instrumento essencial para a convivência em sociedade e como tal deve dotar o jovem aprendiz de habilidades para lidar com os signos e seus significados, além do domínio na manipulação de procedimentos, de algoritmos e de instrumentos tecnológicos a fim de fazer inferências no real com equidade e competência. Nesse sentido, a alfabetização matemática se torna imprescindível na formação do estudante nas séries iniciais e não se descarta nesse contexto o automatismo.

Nessa fase, a manipulação e percepção ajudam no processo de constituição mental do conceito e nesse momento entra em cena o papel da comunicação. A expressão das idéias auxilia na concretização do pensamento, levando os alunos a ordenar imagens mentais, criando a necessidade de adquirir um vocabulário adequado.

A comunicação entre os personagens envolvidos no processo ensino-aprendizagem deve ter prioridade na interação com o saber matemático no

ambiente de aprendizagem. Segundo Silveira (2008) o aluno faz analogias entre os objetos matemáticos e seus significados, porém, o professor deve dar ao aluno a oportunidade de falar, pois assim, ele poderá fazer conjecturas e expor suas dúvidas através da fala. “Com o auxílio do professor, o aluno pode perceber que sua lógica é refutada pela lógica da matemática” (ibidem, p.8-9).

Fica evidente nessas considerações que as posturas docentes fechadas ao diálogo devem ser superadas nessa perspectiva, uma vez que para explorar o que o aluno pensa, bem como seus erros como instrumento de direcionamento do ensino, o professor deve estimulá-lo a expor suas conjecturas, suas construções, e possíveis soluções para os problemas a serem solucionados.

Professores que exploram o erro dos alunos apenas como erro, estão fadados a silenciar seus alunos, perdendo a oportunidade fazer uso desse erro como objeto de investigação e de redirecionamento para a dinâmica da aula: outras formas de falar, outros significantes para um mesmo significado, a complementaridade de conceitos provisórios/parciais, etc.

#### **3.4. Crítica ao ensino da matemática com ênfase no Formalismo.**

Começemos lembrando alguns estereótipos sobre a natureza da matemática, amplamente difundidos entre especialistas em matemática e leigos, que por se acharem tão arraigadas no senso comum, acabam por justificar as razões para o ensino da matemática baseada na tradição lingüística, a saber: “A Matemática é exata”; “A Matemática é abstrata”; “A capacidade para a Matemática é inata”, etc. Esses estereótipos acabam reforçando práticas docentes resistentes a transformações e mitos de que “aprender matemática é para poucos”.

Para os professores que consciente ou inconscientemente abusam do formalismo matemático para reforçar tais estereótipos, um questionamento: onde está o cerne do problema da comunicação matemática? No aluno que assiste aula, e não aprende, ou no professor que ministra aula e não ensina? Uma resposta em termos de uma suposta habilidade inata para a aprendizagem de matemática não me parece esclarecedora para o alto índice de fracasso neste componente curricular.

Silveira (2005) propõe que se reformule a pergunta. Para a autora, seria mais conveniente perguntar pelos problemas que a matemática apresenta quando se pretende aprendê-la ou ensiná-la. Ao reconhecermos que a matemática possui

algumas características singulares, que a diferencia das demais disciplinas, e o professor reconhecer tais características, é provável que os problemas em seu ensino sejam amenizados.

Parece-me que um dos principais problemas é a ênfase excessiva no Formalismo, que pode ter seu marco inicial no Movimento da Matemática Moderna, que em suma pretendia fazer com que os alunos se apropriassem das estruturas matemática como forma de obter formação consistente.

### **3.5. A filosofia social da matemática de Wittgenstein.**

#### **3.5.1. A perspectiva filosófica de Wittgenstein**

Wittgenstein foi um filósofo que teve tanto a vida quanto a obra marcadas por profundas rupturas e reflexões que o colocam no centro de muitas especulações e interpretações diversas. Suas idéias têm servido àqueles que procuram encontrar na linguagem explicações para o convívio dos sujeitos com o mundo real. Focando sua obra, costuma-se apontar um “primeiro” e um “segundo” Wittgenstein, tendo como marco de separação dessas duas fases, sua obra *Tractatus logico-philosophicus*. Porém, em ambas as fases, o centro das suas preocupações foi a linguagem.

Conforme texto que relata a vida e a obra do filósofo nas *Investigações filosóficas*, tanto a filosofia formulada no *Tractatus Logico-Philosophicus*, quanto a que se encontra nas obras posteriores (publicadas postumamente), sobretudo nas *Investigações Filosóficas* e nos *Cadernos Azul e Marrom*, exerceram profunda influência no pensamento do século XX, que encantou o universo intelectual com sua maneira de tratar das questões filosóficas.

Segundo muitos intérpretes do desenvolvimento filosófico do autor, após a publicação do *Tractatus Logico-Philosophicus*, Wittgenstein modificou radicalmente a orientação de sua filosofia e abandonou a perspectiva logicista presente nessa primeira fase, afirmando serem insatisfatórias as formulações dessa obra. O próprio Wittgenstein reconhece essa guinada ao relatar nas *Investigações Filosóficas*:

[...] tive oportunidade de reler meu primeiro livro (o *Tractatus Logico-philosophicus*) e de esclarecer seus pensamentos. De súbito, pareceu-me dever publicar juntos aqueles velhos pensamentos e os novos, pois estes apenas poderiam ser verdadeiramente compreendidos por sua **oposição ao meu velho modo de pensar**,



tendo-o como pano de fundo. [...] tive que reconhecer os graves erros que publicara naquele primeiro livro. (p.26). [grifos meus].

A primeira filosofia formulada por Wittgenstein teve influência de Bertrand Russell e Gottlob Frege e é entendida como o “conjunto de formas lógicas proposicionais possíveis, ou melhor, de todas as formas proposicionais que permitem representar significativamente os fatos” (MORENO, 2000, p. 27), ou seja, haveria um paralelismo completo entre o mundo dos fatos reais e as estruturas da linguagem. A idéia da existência de proposições que figuram a realidade decorre diretamente de suas preocupações acerca da relação entre o pensamento e a linguagem, de um lado, e a realidade, de outro.

Já no “segundo” Wittgenstein, a linguagem funciona em seus usos, não sendo relevante averiguar os significados das palavras, mas a indagação deve focar suas funções práticas, que são múltiplas e variadas, constituindo múltiplas linguagens que são na verdade formas de vida. Resumidamente, o que se costuma chamar de linguagem é, na verdade, um conjunto de jogos de linguagem, que seria a conjunção da linguagem e das atividades com as quais ela está interligada (WITTGENSTEIN, 1999).

Nossa atenção no presente estudo se concentrará no pensamento do segundo Wittgenstein, que teria produzido uma profunda ruptura com a tradição filosófica e especificamente com a filosofia da matemática.

Ele invertera a hierarquia platônica e, em vez de fundar sua teoria sobre idealizações abstratas, torna a prática humana e social como ponto de partida. Desenvolve uma sofisticada e completa epistemologia social fundada em formas de vida concretas, em jogos de linguagem e na concepção de significado como uso (JESUS, 2009, p.179).

Essa filosofia da matemática, por fundar-se nesses pilares oferece uma melhor explicação do que as filosofias tradicionais quanto à aplicabilidade do conhecimento matemático na ciência, na tecnologia e em outros domínios do saber, uma vez que ancora a matemática na prática humana, do mesmo modo que a ciência, a tecnologia e os demais domínios do saber.

Ele explica a prática matemática em geral pelo papel que ele concede as formas de vida. Assim, não são o conhecimento matemático abstrato ou os objetos

matemáticos os pontos de partida para essa explicação, mas as práticas dos matemáticos, seus jogos de linguagem e suas interações. (ibidem).

A dicotomia entre a matemática institucionalizada/acadêmica/escolar e a matemática prática, de uma atividade comercial, ou de um grupo étnico, etc., tende a se desfazer, pois as matemáticas passam a ser consideradas como jogos de linguagem, que se diferenciam entre si pelas suas formas de vida.

Bassanezi (2006) apresenta vários exemplos de atividades matemáticas em diferentes contextos. Por exemplo, o detalhamento da fabricação artesanal de pipas de vinho na cidade de Ijuí-RS. O autor relata que o processo peculiar de construção de pipas usado por “seu” Joaquim chamou a atenção dos alunos que se interessaram em saber que “matemática” ele usava em seus esquemas geométricos, herdados de seus ancestrais. O exemplo revela que as especificidades de cada jogo de linguagem se constituem em diferentes práticas sociais (nas formas de vida), ressaltando que as regras se constituem e se transformam em seus usos em diferentes contextos.

Conforme Jesus (2009), a perspectiva filosófica de Wittgenstein pode ser caracterizada como uma filosofia social da matemática, pois situa seus fundamentos lingüísticos nas formas de vida, nas interações, nos acordos, mostrando a natureza descritiva das práticas dos matemáticos em lugar de prescrições. Os usos da linguagem pressupõem a aceitação de regras, para a comunicação lingüística e, tal aceitação significa compartilhar da forma de vida, portanto os usos, os acordos, os jogos de linguagem, constituem a caracterização da atividade matemática descrita pela filosofia social da matemática de Wittgenstein.

### **3.5.2. Os jogos de linguagem e a significação.**

Nas *Investigações Filosóficas* (1999, p.29, §7), Wittgenstein afirma que na práxis do uso da linguagem, um parceiro enuncia as palavras e o outro age de acordo com elas. O trecho revela um acordo, um entendimento entre os participantes da interação, ou seja, as palavras enunciadas estão carregadas de significados que foram construídos – para serem comunicadas com sucesso – a partir dos usos que foram feitos pelos participantes dessa interação.

Wittgenstein recorre a diversos exemplos, como descrições de situações variadas que mostra os usos de uma mesma palavra com o propósito de relativizar os fundamentos da significação. Segundo ele

Pode-se, para uma grande classe de casos de utilização da palavra 'significação' – se não para todos os casos de sua utilização –, explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem (WITTGENSTEIN, 1999, p. 43, §43).

Ou seja, ao mostrar variados usos possíveis de uma palavra, pode-se perceber que essa palavra ou um conceito da linguagem pode variar o seu significado conforme seus diferenciados usos. O exemplo da “lajota” ilustra essa questão: quando o construtor grita “lajota”, o ajudante entende “traga-me uma lajota” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 28-33, §2-19).

Para Moreno (2005) esse é o caso em que a significação não se esgota na referência, mas está ligada a comportamentos codificados por regras de contextos consensuais. Em outras palavras o ajudante compreende o desejo do construtor por estar interagindo com ele e construindo os significados a partir dessa interação. O contexto, em que são comuns as palavras lajota, viga, tijolos, etc., permite ao ajudante trazer o que lhe foi pedido pelo construtor ao gritar certa expressão.

O ajudante, ao interpretar as palavras emitidas pelo construtor, produz o sentido que coincide com o sentido implícito na frase. Pode-se afirmar que eles participam de um mesmo universo discursivo.

Nas aulas de matemática, apesar de algumas expressões fazerem parte desse universo, nem sempre as proposições fazem sentido, ou pelo menos não podemos reconhecê-lo imediatamente. Wittgenstein (1999, p.139), afirma que é possível “ocorrer que algo tenha o aspecto de uma frase que compreendemos, mas que não revela nenhum sentido”.

Para o autor, o significado das palavras e das frases não corresponde exatamente aos objetos, ao invés, vai muito além de uma suposta correspondência com as coisas. Uma frase não é somente um conjunto de palavras, nem a linguagem está restrita a um conjunto de frases, mas os significados fazem parte da práxis da linguagem (WITTGENSTEIN, 1999 p. 34, §21).

Nessa práxis, uma palavra pode ter diversos usos, com sentidos diversos em situações diferentes. Com isso, Wittgenstein remete os significados das palavras aos jogos de linguagem e compara a própria linguagem a um jogo. Observe-se o parágrafo 23 das Investigações Filosóficas:

Quantas espécies de frases existem? afirmação, pergunta e comando talvez? – Há inúmeras de tais espécies: inúmeras espécies diferentes de emprego daquilo que chamamos de “signo”, “palavras”, “frases”. E essa pluralidade não é nada fixo, um dado para sempre; mas novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem, como poderíamos dizer, nascem e envelhecem e são esquecidos (uma imagem aproximada disto pode nos dar as modificações da matemática). O termo ‘jogo de linguagem deve aqui salientar que o falar da linguagem é uma parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (p.35).

Quanto à comparação da linguagem a um jogo, Wittgenstein argumenta:

Considere, por exemplo, os processos que chamamos de “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “Algo deve ser comum a eles, senão não se chamariam ‘jogos’”, – mas veja se algo é comum a eles todos. – Pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a todos, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles. (WITTGENSTEIN, 1999, p.52, § 66).

O filósofo vai além na comparação da linguagem com os jogos. Argumenta que nos jogos de tabuleiro, por exemplo, pode-se perceber parentescos, assim como nos jogos de cartas; encontra-se muitas correspondências entre eles, mas muitos traços comuns desaparecem e outros surgem. Há comparação entre o jogo de xadrez com o jogo da amarelinha? Ambos são recreativos? Nos jogos de bola há sempre um ganhar e um perder? E se uma criança arremessa a bola contra a parede e a agarra outra vez? Os traços de familiaridade entre os jogos surgem e desaparecem conforme as regras que se estabelecem nas interações.

A comparação é pertinente, pois pode ser feita também com os conceitos da matemática, por exemplo, os numerais podem assumir variadas significações conforme os jogos de linguagem de que participam: podem representar quantidades, um código/número de telefone, uma data, a idade de uma pessoa, etc., aqui o número não deve assumir um significado unívoco, em que se tenta fazer um uso relacional dele, mas seus usos de diferentes e variadas maneiras.

Outra faceta dessa comparação está nas diferentes matemáticas que fazem parte da vivência das pessoas. Pode-se perceber a distinção da matemática corrente na escola, na academia, no cotidiano, na feira, etc. Existem parentescos entre essas matemáticas? O número, citado como exemplo, assume diferentes usos em cada ambiente citado, porém a reflexão sobre as relações entre essas

matemáticas pode contribuir na busca de solução dos problemas relacionados só ensino-aprendizagem.

Para demonstrar a multiplicidade e especificar o que são os jogos de linguagem, Wittgenstein apresenta alguns exemplos:

Comandar, e agir segundo comandos –  
 Descrever um objeto conforme a aparência ou conforme medidas –  
 Produzir um objeto segundo uma descrição (desenho) –  
 Relatar um acontecimento –  
 Conjecturar sobre o acontecimento –  
 Expor uma hipótese e prová-la –  
 Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –  
 Inventar uma história; ler –  
 Representar teatro –  
 Cantar uma cantiga de roda –  
 Resolver enigmas –  
 Fazer uma anedota; contar –  
 Resolver um de cálculo aplicado –  
 Traduzir de uma língua para outra –  
 Pedir, agradecer, maldizer, saudar, orar.

Os exemplos mostram que a representação de uma linguagem consiste em representar uma forma de vida, ou como diria Wittgenstein o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada constituem os jogos de linguagem.

No entanto, ao participar de um jogo de linguagem, o aluno usa palavras de domínio público, porém carregadas de sentidos seus, que estão de acordo com seus sentimentos, percepções, sensações e experiências vivenciadas. Esses sentidos só podem ser conhecidos se o aluno externá-los através da fala. A significação em matemática se construiria através dos sentidos intersubjetivos<sup>11</sup> dados ao objeto.

A disciplina Matemática, por se apresentar como linguagem simbólica – que pretende ser universal – apresenta ao aluno algumas imposições. Ele deve seguir as regras que lhe são impostas, e para obter êxito na arena escolar deve fazer com que a sua lógica coincida com a lógica da matemática institucionalizada por força normativa.

---

<sup>11</sup> Uma vez que o sentido é subjetivo, ao externar seus sentidos, os interlocutores podem ter acesso aos sentidos produzidos pelos seus pares, ou seja, participam de um processo intersubjetivo na busca do significado. A esse respeito, recomendo a leitura do trabalho de Tese de Silveira (2005).

Wittgenstein não nega a importância das regras matemáticas para a construção de conceitos, uma vez que um jogo só é jogado segundo regras determinadas (WITTGENSTEIN, 1999). Em situação de ensino, se o aluno não compreende e não consegue aplicar corretamente uma determinada regra, também não saberá falar da mesma, não tendo acesso ao discurso matemático, que seria um dos modos de apreensão da linguagem.

### 3.5.3. É necessário seguir a regra no ensino do jogo

Desde as primeiras séries do ensino fundamental, nas aulas de matemática, a *práxis* do processo de ensino-aprendizagem se fundamenta em expor (ou impor?) e exercitar regras do jogo matemático. Desnecessário dizer que, caso o aluno não consiga reproduzir e seguir tais regras, participando do jogo, conseqüentemente não terá êxito no processo de aprendizagem.

Consideremos a título de ilustração, um exemplo hipotético que se refere às regras que giram em torno das técnicas de simplificação de expressões numéricas envolvendo as operações fundamentais. Caso o aluno tenha apreendido corretamente a regra da ordem de resolução das operações, ele poderia chegar ao resultado 26 para a expressão  $5 + 7 \cdot 3$ , e isso demonstraria que a regra, sendo dependente do contexto, tenha sido construída na interação do aluno com ela no contexto de ensino.

Por outro lado, acreditando estar seguindo a regra corretamente, ele poderia resolver a operação da seguinte forma:  $5 + 7 \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$ , o que indicaria que de fato ele não seguiu a regra, podendo permanecer na ilusão de estar seguindo corretamente a regra caso não perceba o erro por conta própria ou, seja advertido do fato por outro sujeito da interação.

Para Wittgenstein,

A regra pode ser um auxílio no ensino do jogo. É comunicada àquele que aprende e sua aplicação é exercitada. Ou é uma ferramenta do próprio jogo. Ou: uma regra não encontra emprego nem no ensino nem no próprio jogo, nem está indicada num catálogo das regras. Aprende-se o jogo observando como os outros jogam. Mas dizemos que se joga segundo esta ou aquela regra, porque um observador pode ler essas regras nas *práxis* do jogo, como uma lei natural que as jogadas seguem. Mas como o observador distingue, nesse caso, entre um erro de quem joga e uma jogada certa? Há para isso

indícios no comportamento dos jogadores. (WITTGENSTEIN, 1999, § 54, p.48).

Apesar de o autor reconhecer a importância das regras nas práticas de ensino-aprendizagem, não a concebe como uma simples ação de aquisição mecânica de procedimentos, mas como práticas sociais.

Em outras palavras, os significados encontram-se na prática da linguagem, mas ao mesmo tempo não são arbitrários, sendo condicionados pelas formas de vida e pelas regras gramaticais da linguagem. A gramática indica as regras de uso das palavras, o que faz sentido e o que é certo ou errado. No entanto, as regras se fundam nas formas de vida que são cristalizações de experiências – possuem raízes empíricas –, mas fazendo parte da gramática, se tornaram regras convencionadas (VILELA, 2009).

#### **3.5.4. A linguagem como uso.**

Começamos com o sugerido pela epígrafe deste capítulo. Wittgenstein sugere que a significação não é uma simples designação de um objeto a uma palavra. Na citação da epígrafe, fazendo analogia a um jogo de xadrez, afirma que, o ato de mostrar a alguém a figura do rei no jogo de xadrez dizendo este é o rei do xadrez, não se elucida por meio desta frase o uso desta figura no jogo, nem as regras do jogo.

Uma forma de construir o significado da figura do rei no xadrez seria mostrar seu uso no jogo, ou seja, dir-se-ia: este é o rei (ou, isto se chama rei no xadrez) e pode ser movido assim, assim, etc. o propósito desta peça (o rei) é... e coisas do gênero, ou seja, a compreensão do significado do rei no xadrez, seria a compreensão do seu uso no jogo. A linguagem e as atividades com as quais está entrelaçada constituem os jogos de linguagem, necessários para a negociação dos sentidos e construção do significado. (WITTGENSTEIN, 1999).

Para Wittgenstein, o sentido é construído de acordo com o contexto, ou seja, ao atribuir sentidos em cada ato de interpretação, o conceito do objeto se modifica conforme o contexto. Este novo conceito, surgido da interpretação do aluno, pode ser uma idéia parcial do conceito do objeto, interpretada de maneira diferente ou provisória, ou outra idéia, podendo gerar problemas para a aprendizagem, uma vez que o sentido já está previamente fixado pela lógica da matemática.

O significado, no entendimento do autor, está no uso. O significado não está definido numa matemática pronta, mas encontra-se na prática do uso da linguagem, no entanto, não são arbitrários. Os jogos de linguagem se estabelecem coletivamente, uma vez que o significado é social, não é privado. Em outras palavras, o significado é fruto de convenções resultantes de acordos.

Em oposição ao caráter referencial da linguagem e a um processo mental/intuitivo, os jogos de linguagem pressupõem manifestações externas à referência, tais como: expressões corporais, entonação da voz, olhares,..., ou seja, elementos ligados aos modos do contexto de que participam. O exemplo da “Lajota” dado por Wittgenstein (1999) ilustra o caráter extra-referencial da linguagem, ressaltando que os significados são construídos na prática. Quando o construtor grita “lajota”, o ajudante entende “traga-me uma lajota” (p.28-32, § 2-19).

Nesse exemplo, fica claro o sentido da frase “um parceiro grita as palavras, o outro age de acordo com elas” (p.29, § 7), ou seja, o ajudante compreendeu a ordem do construtor e agiu de acordo com o que já estava estabelecido naquele contexto, na prática. Conforme o autor, as crianças são educadas para executar as atividades convencionadas socialmente, para agir de acordo com as regras reagindo às palavras dos outros.

Wittgenstein chama de ensino ostensivo, a prática do sujeito que ensina fazê-lo mostrando os objetos (exibindo sua forma) e, ao mesmo tempo, pronunciando as palavras. A finalidade é fazer com que a criança ao ouvir a palavra, venha à sua mente a imagem do objeto. O filósofo afirma que o ensino ostensivo efetiva a compreensão da palavra, “não compreende a ordem ‘lajota!’ aquele que age de acordo com ela?”, no entanto adverte:

Isto ajudou certamente a produzir o ensino ostensivo; mas na verdade apenas junto com uma lição determinada. Com uma outra lição, o mesmo ensino ostensivo dessas palavras teria efetivado uma compreensão completamente diferente.” (p.29, § 6)

Isso demonstra que o reconhecimento da importância do treinamento, não implica que não exista outra forma de fazê-lo, nem que não precisamos estar atentos para possíveis equívocos de interpretação, uma vez que o sentido de um conceito está no contexto, portanto se muda o contexto, muda o conceito. Isso pode gerar obstáculo para a comunicação e para a aprendizagem.



### 3.5.5. A produção de Sentidos.

Na fase inicial de sua filosofia, referente ao *Tractatus Logico-Philosophicus*, a filosofia de Wittgenstein foca o conteúdo lógico da linguagem, faz uma reflexão metafísica da natureza da representação simbólica, desenvolvida a partir da proposta de Frege acerca da dicotomia técnica entre sentido e significado. (GLOCK, 1998).

No sistema que propôs na segunda fase, estabeleceu uma distinção entre esses dois elementos do conteúdo. Para o filósofo:

Em uma linguagem ideal, toda sentença expressa um sentido, o pensamento (aquilo que constitui o conteúdo de um juízo), e se refere a um significado ou referente, um valor de verdade, o verdadeiro ou o falso. [...] Cada elemento de significação em uma sentença expressa, por sua vez, um sentido e possui um referente. Os nomes próprios expressam um sentido e se refere a um objeto, as palavras-conceito expressam um sentido e se referem a um conceito (GLOCK, 1998, p.331).

O sentido na filosofia wittgensteiniana é uma possibilidade, uma combinação potencial de objetos que não precisa necessariamente realizar-se. Não é nem um objeto que ela corresponde, nem o modo de apresentação de um valor de verdade. Por outras palavras, o sentido refere-se às associações mentais que a representação evoca; o que pode ser articulado na interpretação do enunciado. (GLOCK, 1998).

Por exemplo, as expressões  $2 + 1 + 3 + 1$  e  $(2 + 1) + (3 + 1)$  possuem o mesmo significado, mas evoca sentidos diferentes. Embora as duas se refiram ao mesmo objeto, seus sentidos diferem.

Mas como a produção de sentidos interfere no processo de ensino-aprendizagem de matemática?

De acordo com Silveira (2005, p.132) o processo de compreensão se dá por meio do diálogo, e é através dele que os sentidos se apresentam. “O diálogo prevê uma fusão de horizontes, mas permite uma desorientação geral, pois desvela sentidos aprisionados que se mostram”.

Mas os textos matemáticos operam com a formalização de sua linguagem, se fechando dentro da estrutura da lógica, dificultando a produção de sentidos diversos

para o objeto, uma vez que trabalha com o previsível. O rigor do texto matemático objetivado/formalizado pretende ter o controle dos sentidos.

Por outro lado, o aluno após o ato de interpretação, projeta sentidos, compreende o ato e, em seguida projeta sentidos outra vez e reinterpreta num processo de circularidade. (ibidem).

Esta teoria parece estar na contramão da estrutura da linguagem matemática, que impossibilita/evita operar com variedade de sentidos, ao invés, enfatiza a suposta evidência de um sentido único. Para o aluno, a dificuldade reside na apreensão desse sentido, no processo de interpretação que se estabelece entre as estruturas matemáticas e a experiência.

A compreensão de Granger (1974, p.319) para o problema de interpretação, está em parte no fato de a característica do modelo abstrato “ter em si mesmo valor de objeto matemático, cujo sentido de cada elemento apenas remete ao conjunto das relações que definem a estrutura”.

Daí a necessidade de se utilizar a linguagem materna em simbiose com a linguagem matemática para que possa ser revelada a estrutura escondida dos objetos matemáticos (GRANGER, 1974; MACHADO, 1993).

### **3.5.6. Ruptura comunicacional**

Não raramente podemos observar em situações de ensino-aprendizagem, exemplos de quebra na comunicação. Possivelmente a linguagem utilizada tem dificultado uma comunicação mais efetiva causando momentos de ruptura comunicacional. Por outro lado, os interlocutores da interação buscam significado no discurso uns dos outros, no caso educacional, os alunos buscam esse entendimento da fala do professor e o professor por sua vez busca interpretar os sentidos externados pelos alunos.

É nesse ponto de discussão que queremos focalizar as idéias de Wittgenstein. Porto (2002) apresenta um exemplo de intercâmbio lingüístico envolvendo os sujeitos João e Maria em torno da situação em que João perde seus óculos. Ao ser indagada por João sobre o paradeiro de seus óculos, Maria poderia dar respostas que João poderia classificar como afirmações falsas (mas com sentido) ou afirmações absurdas (que poderiam ser descartadas imediatamente).

Se Maria respondesse que “os óculos estão dentro do armário”, João poderia interpretar que ainda que os óculos não estivessem naquele momento dentro do

armário, eles poderiam ter estado lá. A afirmação poderia ser falsa, no entanto, por ter sentido, poderia ser considerada.

No caso de afirmações absurdas, João poderia ouvir de Maria que: “seus óculos estão dentro da caixa de fósforos”. E nesse caso estaria muito inclinado em descartar a situação proposta por Maria como sendo impossível.

Numa terceira situação, Maria responde a João que: “seus óculos estão no prego”. João estranha a resposta, mas num esforço que compreender o sentido da afirmação pergunta a Maria se ela quis dizer “na loja de penhores”, rejeitando a interpretação de “prego” como sendo “um utensílio pontiagudo usado para a fixação de madeira e, tomando a afirmação de Maria como absurda, teve outro desfecho. Neste caso, a situação de ruptura comunicacional foi evitada por que João tentou adentrar no campo intersubjetivo do intercâmbio lingüístico, tendo acesso ao sentido da afirmação de Maria.

Segundo Porto (2002), apoiado em Quine (1969), muitas vezes, no interesse de restaurar a comunicação com os parceiros de linguagem, o sujeito aplica um “princípio de caridade interpretativa” e altera a estrutura dos enunciados de seus interlocutores, com o interesse de não romper a comunicação. No caso de João, no interesse de salvar o sentido do enunciado de Maria, bem como a comunicação entre os dois, se permitiu reestruturar sua resposta. Para ele, tudo acabou como se realmente Maria tivesse dito: “seus óculos foram levados à loja de penhores”.

Wittgenstein (1999) afirma que, no sentido de manter a comunicação, deve sempre perguntar: esta palavra é realmente sempre usada assim na linguagem na qual tem o seu torrão natal? A indagação nos induz a reconduzir as palavras do seu emprego metafísico de volta ao seu emprego cotidiano. Para Wittgenstein, quando:

Alguém me diz: “Você compreende esta expressão? Ora, eu também a uso na significação que você conhece”. Como se a significação fosse uma espécie de halo que a palavra leva consigo e que fica com ela em qualquer emprego.

Quando, por exemplo, alguém diz que a frase “isto está aqui (e, pronunciando-a, aponta para um objeto) tem sentido para ele, então se deveria perguntar em que circunstâncias particulares emprega-se de fato essa frase. Nestas ela tem sentido. (p. 66, § 117).

A busca desses sentidos (intersubjetivos) é condição essencial para se evitar a ruptura comunicacional entre os sujeitos da interação.

### 3.5.7. O ensino ostensivo

Nas Investigações Filosóficas, Wittgenstein faz uma crítica ao sistema referencial da linguagem, afirmando que esse sistema não é tudo o que chamamos de linguagem. Argumenta:

Quem descreve o aprendizado da linguagem desse modo, pensa, pelo menos acredito, primeiramente em substantivos tais como 'mesa', 'cadeira', 'pão', em nomes de pessoas, e apenas em segundo lugar em nomes de certas atividades e qualidades, e nas restantes espécies de palavras como algo que se terminará por encontrar. (WITTGENSTEIN, 1999, §1, p.28-29).

Para o filósofo, a concepção referencial é um modelo no qual as palavras tem significação porque se colam como etiquetas às suas referências, ou por outras palavras, a significação seria o objeto que a palavra substitui. Evidentemente, esse processo de etiquetagem dos objetos não basta para que se possa dar conta de tudo o que pode ser feito através da linguagem. Wittgenstein assevera que se trata de uma forma primitiva de linguagem.

Wittgenstein, então, discute o processo que ele denomina de **ensino ostensivo**, que conforme suas descrições, trata-se do ato de pronunciar uma palavra e apontar para um objeto. Nesse processo, são ensinadas as regras em geral, e em particular, quais são as regras que permitem introduzir os modelos para as aplicações das palavras.

Em sala de aula, é muito utilizada pelo professor, uma ação acompanhada pela fala. Ele mostra por meio de gestos o que é difícil mostrar por meio de palavras. Por ser desprovida de oralidade, a linguagem formal da matemática pode criar obstáculos para a compreensão, por exemplo, quando o professor fala "x mais y ao quadrado", os alunos podem pensar nas expressões  $(x + y)^2$  ou  $x + y^2$ , pois a expressão na oralidade é ambígua, logo necessita do ato de mostrar por meio da escrita.

Segundo o autor, por ser recorrente esse processo entre os homens, o ensino ostensivo se configura como uma parte importante do treinamento, pois estabelece uma ligação associativa entre a palavra e a coisa, ou seja, "quando a criança ouve a palavra, a imagem da coisa surge perante seu espírito"(ibid, id), no entanto, essa associação é apenas uma preparação para formas mais complexas de uso das palavras.

Conforme Moreno (2000, p.69), quando partimos para além de apenas ensinar ostensivamente, passando a definir ostensivamente uma palavra, se faz necessário um conhecimento suplementar: “é preciso que se conheça o suporte, o aspecto da referência sobre a qual é colocada a etiqueta”. E exemplifica:

Quando quero definir um nome para o número dois, mostrando duas nozes e dizendo “isto se chama dois” se aplica apenas a esse conjunto de nozes, ou à sua forma. É preciso que o aprendiz possa perguntar: “O que é dois? Esse conjunto de objetos, sua forma ou sua cor?” É preciso que o aprendiz já saiba que se trata de definir uma palavra, e uma palavra para tal aspecto do objeto e não para outro; ou seja, ele já deve dominar um jogo de linguagem mais primitivo, que é o jogo puramente referencial, dado pelo processo de ensino ostensivo. (ibid. id).

Ou seja, o ensino ostensivo é fundamental para que o aluno aprenda um jogo de linguagem mais elementar, necessário para que o processo de aprendizagem caminhe na direção desejada. No entanto, apesar de se tratar de um jogo puramente referencial, dentro do processo de ensino ostensivo, deve se fazer presente o diálogo, como forma de que os sujeitos participem do mesmo universo discursivo.

## CAPÍTULO 4

### A PESQUISA

Os erros de um Descartes e de um Galileu, os fracassos de um Boyle e de Hooke, não são apenas instrutivos; são reveladores das dificuldades que tiveram de ser vencidas, dos obstáculos que tiveram de ser transpostos. (1982, p.13).

- Alexandre Koyré -

O propósito deste capítulo é descrever os caminhos metodológicos adotados para o desenvolvimento da investigação. Para isso, apresentaremos o lócus da pesquisa, os sujeitos que foram investigados e a descrição dos procedimentos que foram usados para a geração e análise dos dados.

#### 4.1. Princípios metodológicos

De acordo com os objetivos do trabalho e com a questão a ser investigada – *Que sentidos são produzidos pelos sujeitos (alunos-professor) envolvidos no ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática?*

– descrevo a seguir o caminho metodológico percorrido durante o tempo em que estive diretamente envolvido na tarefa de responder a questão estabelecida.

Responder questões de caráter descritivo de como acontecem as discussões entre os sujeitos envolvidos no ambiente de pesquisa, requer a escolha de método e procedimentos capazes de coletar e descrever de forma clara e sucinta as interações entre os sujeitos envolvidos na investigação.

Borba e Araújo (2006) afirmam que pesquisas que requerem informações mais descritivas e que primam pelo significado dado às ações, se identificam com a abordagem qualitativa. Autores da Educação como Bogdan e Biklen (1994, p.47-51) apud Borba & Araújo (2006, p.24) apresentam uma caracterização da pesquisa qualitativa:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, construindo o investigador o instrumento principal;
2. A investigação qualitativa é descritiva;
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
5. O significado é de vital importância na abordagem qualitativa.

Percebe-se que as idéias centrais que conduzem a pesquisa qualitativa diferem das utilizadas na pesquisa quantitativa. Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa são: a escolha correta de métodos e teorias oportunas no reconhecimento e na análise das diferentes perspectivas apresentadas, as reflexões do pesquisador a respeito de sua pesquisa como parte do processo de produção de conhecimento e a variedade de abordagens e métodos (FLICK, 2004).

Diante do exposto a respeito da pesquisa qualitativa, entendo que os princípios metodológicos devem se mostrar eficazes e adequados com a investigação, como forma de melhor responder a questão, por isso, realizou-se uma **pesquisa participante**, por compreender que essa modalidade se assenta no pilar do trabalho colaborativo entre os personagens da investigação independentemente da posição ou experiência, “quando o próprio investigador se coloca junto aos investigados, participando de sua vida, querendo entender/viver como eles vivem”. (SILVA e SILVEIRA, 2008, p.157).

A técnica utilizada foi a **observação participante** que se baseia no contato direto do pesquisador com o fenômeno a ser investigado, a fim de se recolherem informações/dados dos sujeitos que se inserem no ambiente de pesquisa, mediante uma série de ações planejadas e executadas pelos participantes no cenário de investigação. A opção pela pesquisa qualitativa está em consonância com o que vem sendo desenvolvido em termos de pesquisa no campo da Educação Matemática (BORBA e ARAÚJO, 2006; FIORENTINI e LORENZATO, 2009).

#### **4.2. O cenário da pesquisa**

A investigação que realizamos aconteceu em uma Escola de Aplicação da rede Federal de ensino, em Belém do Pará – Núcleo Pedagógico Integrado – NPI. A escola apresenta características próprias no desenvolvimento da educação básica, especificamente como campo de estágio voltado para a experimentação pedagógica, visando à produção, sistematização e socialização do conhecimento por meio do ensino, da pesquisa e extensão, configurando-se como espaço de formação profissional, inovação pedagógica, principalmente no atendimento de alunos da Universidade Federal do Pará (Resolução nº 661/CONSUN, § 1º).

Quanto às finalidades, a Escola de Aplicação propõe-se a desenvolver um trabalho educacional que oportunize ao graduando das licenciaturas, condições de desenvolver as habilidades didáticas e profissionais, atuando como veículo de integração entre a Educação Superior e a Educação Básica e, aos educandos da Educação Básica, condições de desenvolver autonomia intelectual, criatividade, inovação, oportunidade, consciente de sua cidadania (Parágrafo único).

Além dessas características previstas pela resolução, que naturalmente facilitaríamos a pesquisa, a opção por atuar nesse contexto também se deu pelo fato da professora da turma investigada ter se mostrado interessada em colaborar com o desenvolvimento da pesquisa. A aproximação do Núcleo Pedagógico se deu mediante a ação da professora que viabilizou o contato e negociação com a coordenação da Escola para possibilitar a intervenção no ambiente.

A facilidade de diálogo com a professora investigada em função de sua disposição e receptividade contribuiu significativamente para a ambientação com o cenário e com os alunos de forma que depois de poucas aulas já estávamos inseridos no ambiente facilitando o estabelecimento de um ambiente de colaboração entre o pesquisador e os sujeitos pesquisados.

Outro fator importante que observamos no cenário, talvez em função de haver a presença constante de estagiários nas turmas foi a rapidez com que os alunos se acostumaram com os recursos que utilizamos para captar os dados na sala de aula e em pouco tempo se mostraram disponíveis a fornecer informações e apoio no período em que estivemos desenvolvendo essa tarefa.

Com um espaço físico bem amplo, a escola possui uma biblioteca bem equipada, climatizada e organizada, dois salões para recreio, cinco blocos de dois pavimentos e um bloco de três, contendo salas de aula e setores administrativos. Oferece Ensino Fundamental e Médio nas modalidades séries iniciais, 5<sup>a</sup> à 8<sup>a</sup> séries, Ensino Médio, EJA e Curso Magistério, que funcionam distribuídos nos períodos matutino, vespertino e noturno. No turno da tarde, funcionam cinco turmas de 5<sup>a</sup> série, cinco de 6<sup>a</sup> série, cinco de 7<sup>a</sup> série e seis turmas de 8<sup>a</sup> série.

Quanto à organização pedagógico-administrativa, cada modalidade possui uma **Coordenação administrativa**, que está subordinada à Direção Geral da Instituição. Ao coordenador administrativo de cada modalidade compete verificar o cumprimento das normas dos docentes e discentes, organizar o calendário das



atividades, conforme a escola determina, planejar as ações para o ano letivo e outras atribuições, contando para isso com um vice-coordenador, que o substitui na realização dessas ações e com dois alunos-bolsistas.

Além do coordenador administrativo, o Ensino Fundamental conta com uma equipe de **coordenação pedagógica**, que tem como atribuições planejar, dirigir, coordenar e orientar as atividades técnico-pedagógicas desenvolvidas na Escola, assessorando professores, discentes e pais, na busca de procedimentos metodológicos que propiciem maior eficiência dos processos de ensino e de aprendizagem, com vistas à educação integral.

No turno da tarde, realizamos a pesquisa e equipe era formada por:

- Quatro Pedagogas: responsáveis pela viabilização das normas pedagógicas dentro de cada disciplina, cumprimento dos programas de ensino, mediação das relações entre professores e alunos e dos alunos entre si. Cada servidor é responsável por todas as turmas de uma série, todas as turmas de 5ª séries ficam a cargo de um profissional, todas as 6ª séries sob a responsabilidade de outro, e assim por diante;
- Um estagiário (aluno-bolsista estudante de pedagogia): responsável pelo controle de todas as avaliações bimestrais das disciplinas, recebimento das notas dos professores e entrega na secretaria. Também auxilia nas tarefas pedagógicas.
- Uma Assistente social; e
- Uma psicóloga.

O corpo docente é constituído por 39 professores, a maioria deles são bem qualificados e com situação funcional estável (efetivos). Cada Disciplina tem uma equipe específica formada pelos professores e por um coordenador (este possui 8 horas semanais). A carga horária de cada professor depende da Equipe por área.

Cinco professores fazem parte da equipe de matemática, dos quais quatro possuem Mestrado. Cada professor de Matemática trabalha 16 horas semanais, referentes a quatro turmas, mais uma turma de estudos de dependência, correspondente a 4 horas semanais, totalizando uma carga horária de 20 horas semanais, características que não são comuns no Ensino Básico convencional, onde os professores chegam a ter uma carga horária de até 60 horas semanais.

Apesar da resolução 661 assegurar que a dinâmica da escola estar sujeita à LDB – Lei de diretrizes e Bases da Educação –, o sistema de promoção/retenção

possui características específicas em relação às demais escolas públicas de ensino básico. A média para aprovação é 7,0 pontos e é calculada pela fórmula:

$$m\acute{e}d\acute{i}a = \frac{1^{\text{a}}\text{avaliação (peso 1)}+2^{\text{a}}\text{avaliação (peso 3)}+3^{\text{a}}\text{avaliação(peso 2)}+ 4^{\text{a}}\text{avaliação(peso 4)}}{10}$$

A recuperação para os alunos que não alcançarem a média acontece paralelamente as atividades do bimestre, ou seja, em todos os bimestres há recuperação de estudos.

Apesar de termos observado muitas características que poderiam favorecer a superação de modelos tradicionais e a experimentação de tendências inovadoras na prática pedagógica, presenciamos muitos comentários de alguns professores que não concordam ou desconhecem tais tendências e insistem em práticas tradicionais, alguns inclusive fazem críticas aos professores que procuram assumir posturas inovadoras e democráticas.

Observamos também que os estudantes de graduação que freqüentam a Escola só se envolvem em atividades pedagógicas quando estão cursando uma disciplina ou em estágios obrigatórios previstos na grade curricular de seus cursos. Muitos dos alunos bolsistas desempenham funções de agentes de portaria – controlando fluxo de alunos e visitantes – ou de agentes administrativos – fazendo controle de notas –, não atuando como prevê a resolução 661.

Os comentários que tecei (as observações inquietaram mais o professor da educação básica convencional presente do que o pesquisador) a respeito das atitudes de alguns professores e da administração da escola que não julgam importante ou simplesmente não fazem uso das potencialidades que a escola apresenta, tais como a estrutura física, o incentivo à pesquisa, o tempo que cada professor dispõe para planejamento, a carga horária amena em relação à de professores da educação básica convencional, dentre outros, dão fortes indícios de que a qualidade do ensino e a postura ética dos profissionais da educação não estão atreladas diretamente as condições ideais de trabalho.

### **4.3. Os sujeitos**

Para a realização da pesquisa utilizamos como campo de investigação uma turma de 5ª série do Ensino Fundamental – turma 505 – onde estivemos presentes

durante quatro meses, de março a junho de 2009. A turma é composta por 25 alunos, sendo 14 sujeitos do sexo masculino e 11 do sexo feminino, com idades entre 10 e 16 anos. Apesar de o intervalo das idades dos alunos indicar disparidade idade/série na turma, somente dois alunos estavam fora da faixa etária comum para a série – um de 16 anos e um de 13 anos. Os demais estavam na faixa etária comum para a 5ª série: 11/12 anos.

Como é característico desta fase, os alunos são espertos, curiosos, participativos e questionadores, portanto a turma naturalmente é muito agitada e barulhenta. Realizam as atividades propostas aparentemente com prazer, principalmente aquelas que envolvem pintura, desenho, manipulação de materiais e pesquisa de temas não matemáticos. Gostam de trabalhar em grupo, e solicitam isso constantemente, mas comumente se dispersam e se desconcentram com facilidade e ficam mais agitados.

#### **4.4 Procedimentos para coleta de dados para análise**

Como estabelecido anteriormente, a técnica utilizada nesta pesquisa foi a **observação participante**, por entendermos que este procedimento estava de acordo, no momento do início da coleta de dados com o ambiente que se estabeleceu a partir do primeiro contato com os sujeitos da pesquisa.

Quanto às características dessa técnica, Fiorentino e Lorenzato (2009, p.108) esclarecem que a observação participante “é uma estratégia que envolve não só a observação direta, mas todo um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais, etc.), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada”. No entanto, esse envolvimento (característico da pesquisa participante), deve primar a observação e compreensão do ambiente, sem a intenção de intervir no ambiente para mudá-lo, como ocorre na pesquisa-ação (ou colaborativa) (ibidem, p.112), no entanto, em alguns momentos da investigação, senti a necessidade de intervenção no desenvolvimento das atividades.

A linha que separa as características da pesquisa participante da pesquisa-ação é muito tênue, não só pelos momentos em que se faz necessário a intervenção do pesquisador que optou pela pesquisa participante no ambiente de pesquisa, mas pela própria presença de um observador que faz uso de recursos para registrar os episódios no ambiente. Minha compreensão a respeito dessa

questão, e que procurei colocar em prática durante a observação/registro foi a atitude de procurar produzir pouca interferência no ambiente de estudo, uma vez que me parece impossível atuar sem nenhuma interferência.

A complexidade do ambiente de pesquisa provocou naturalmente algumas dificuldades para registrar e lidar com a abundância de dados: Quais detalhes são importantes ou triviais? Como lidar com o barulho característico de uma sala de aula de ensino fundamental? Como evitar que fatos importantes ocorressem em um grupo sem que pudesse registrá-los? Como fazer anotações organizadas?

No decorrer das aulas, fui me acostumando a estar presente nos episódios e a priorizar os fatos mais relevantes tendo sempre em mente a questão de pesquisa e procurando deixar os alunos à vontade em relação aos instrumentos utilizados para registro das informações. Além da observação, registrada por **filmagens**, foram realizadas **entrevistas** como forma de garantir informações que pudessem ser sistematizadas posteriormente.

Os registros da observação foram feitos em **diário de campo**, que foram usados para fazer as descrições do cenário, as características da turma e de alguns alunos que se destacaram por suas ações, para descrever episódios e alguns diálogos que eventualmente ocorreram antes que a câmera de vídeo estivesse ligada ou em momentos de término das aulas. Além do caráter descritivo, o diário foi utilizado para registrar as reflexões, as impressões do cenário e dos sujeitos e as preocupações/dificuldades com o desenvolvimento da pesquisa.

As aulas foram filmadas com intuito de captar os momentos de comunicação entre os sujeitos com o objetivo de transcrever as falas dos momentos de interação para análises posteriores. As entrevistas também foram filmadas para que o pesquisador pudesse captar e analisar os relatos dos sujeitos.

Além dos procedimentos descritos acima, no decorrer do projeto de modelagem, após a aplicação das atividades recolhíamos os **documentos** produzidos pelos alunos – os **registros escritos** das resoluções para verificar suas estratégias e os usos que fazem da linguagem escrita da matemática –, em conformidade com Alves-Mazzotti e Gewandszajder (1998), que consideram qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação como documento.

#### **4.5. Descrição das etapas da pesquisa**

A partir do mês de março, em colaboração com a professora da turma, passamos a planejar como seria o meu primeiro contato com a turma e como eu seria inserido no cenário escolhido para a pesquisa. Inicialmente a professora me apresentou duas possibilidades de escolha: uma seria a turma 505 de 5ª série, a outra seria uma turma de 6ª série. Ficou acordado com a professora que após uma observação preliminar eu faria opção pela turma a ser investigada.

Com a intenção de apresentar os objetivos da pesquisa à professora, para que ela pudesse ter uma idéia do meu objeto de investigação e dos procedimentos que utilizaria para coleta de dados, forneci uma cópia do projeto de pesquisa para que pudéssemos posteriormente conversar e planejarmos como seria a minha participação em suas aulas. O primeiro passo seria uma visita preliminar às turmas para que pudesse fazer opção por uma delas.

Durante a primeira visita à escola, a professora fez a apresentação do pesquisador e conversamos com os estudantes a respeito da pesquisa e dos objetivos desta. Os alunos sinalizaram positivamente em relação à minha presença no ambiente de estudos deles e de meus objetivos quando começasse a estar presente na sala de aula e dos procedimentos que pretendia utilizar para registrar os episódios.

Após esse primeiro contato passamos a viabilizar os trâmites legais para que a presença de um pesquisador na sala de aula estivesse respaldada. Trouxemos o documento da coordenação do Programa de Pós-Graduação para a coordenadora administrativa do Ensino Fundamental que nos recebeu com receptividade e nos autorizou a realizar a pesquisa na turma escolhida.

A opção pela turma 505 se deu principalmente pela receptividade dos alunos e pelo fato deles se mostrarem muito participativos nas aulas, sempre mostrando curiosidade, empolgação e muita disposição em emitir opiniões. Outro fator que me chamou atenção foi a descrição da turma feita pela professora: “essa turma é bastante difícil de se trabalhar... são muito crianças, eles não são habituados a trabalhar em grupo”. Essa descrição foi um dos fatores que influenciaram a escolha da turma como forma de desafiar a prática da modelagem com alunos que não tinham tido nenhuma experiência anterior com tal recurso.

Em função da in experiência dos alunos com a prática da modelagem procuramos conduzir as atividades buscando 'compreender as perspectivas dos alunos' (ALRØ & SKOVSMOSE, 2006). A decisão (da professora e do pesquisador) por escolher o tema e formular o problema sem a participação dos alunos não tinha a intenção de inibi-los, mas engajá-los ao propor as atividades. Procuramos nos empenhar em captar fatos que pudessem levar os alunos a aceitar o convite para a tarefa, observando a atitude deles, suas conversas e seus propósitos.

Outro fator determinante nos direcionamentos ao desenvolver o tema – Alimentação – foi a tentativa de adequação da modelagem matemática à estrutura político-pedagógica e ao espaço-tempo da escola. Quatro aulas semanais eram destinadas à disciplina, e ficou acordado com a professora e os alunos que as aulas seriam distribuídas como no quadro abaixo:

*Tabela 1 – Distribuição das aulas semanais.*

Segunda	Terça	Quarta
Uma aula	Uma aula	Duas aulas
Desenvolvimento do conteúdo através de aulas expositivas dialogadas	Desenvolvimento do conteúdo através de aulas expositivas dialogadas	Desenvolvimento do projeto de pesquisa temática via modelagem matemática. Os alunos trabalham em grupo e socializam suas pesquisas.

A organização das aulas semanais dessa forma tinha o objetivo de garantir o desenvolvimento do conteúdo programático (que dentro da estrutura escolar deve ser garantido) e dar subsídio à continuidade do processo de modelagem, procurando nessas aulas incentivar os alunos a sistematizar as idéias debatidas nos dias de quarta-feira, destinado ao desenvolvimento do projeto de modelagem.

Inicialmente com a finalidade de familiarizar os alunos com o tema escolhido a professora fez uma breve exposição sobre o tema, o que permitiu certo envolvimento dos alunos. A intenção era motivá-los para que pudessem pesquisar o tema com interesse. Nesta aula, além das considerações da professora, foi distribuído aos alunos um texto, que tinha a finalidade de fazer com que os alunos além de entrar em contato com o tema, pudessem levantar/propor questões a ser discutidas/formuladas (BIEMBENGUT & HEIN, 2007).

Em consonância com Burak (1994) os alunos foram orientados a se organizar em grupos de no mínimo três e no máximo cinco elementos para favorecer o

contato mais próximo com os grupos um vínculo mais estreito entre professor e alunos e também estreitar as relações entre os próprios alunos. Colocamos um aparelho de captação de áudio em cada grupo para que não perdêssemos os diálogos dos alunos em torno das discussões referentes ao tema.

Após essa primeira experiência de modelagem, que será mais bem esclarecida/detalhada no próximo capítulo (5), prosseguimos em nossa investigação passando agora a envolver mais os alunos no processo, a partir da escolha do tema, para que eles se sentissem participantes do processo de ensino-aprendizagem. Nesse momento, solicitamos aos alunos que se agrupassem (de três a cinco alunos por grupo) e os incentivamos a escolherem os temas de acordo com seus interesses e/ou afinidades.

Orientamos os alunos a negociar e eleger um único tema em cada grupo e que cada um defendesse seu tema de interesse de acordo com dois parâmetros que colocamos para eles: o tema deveria ter importância na formação dos alunos para sua vida fora da escola e se possível também na formação matemática deles no ambiente escolar. Após o tempo que determinamos para essa atividade foram colocados para votação os seguintes temas: Amazônia, Tecnologia, Reciclagem, Mapas e Doenças.

O tema Reciclagem foi o tema escolhido para o próximo bimestre, mas os alunos propuseram que os demais temas deveriam ser trabalhados nos próximos bimestre conforme a colocação na votação. Então, conforme o número de votos ficou estabelecido a seguinte ordem para o desenvolvimento dos próximos temas: Tecnologia, Doenças, Amazônia e Mapas. Essa experiência nos mostrou que o professor que tem um programa a cumprir deve ter certa vivência com o trabalho com modelagem, uma vez que alguns temas levados à votação precisariam de algum refino para que pudessem ser explorados.

Conforme Biembengut e Hein a escolha do tema pelos alunos tem vantagens e desvantagens.

Uma vantagem é que se sentem participantes no processo. Em contrapartida, as desvantagens podem surgir se o *tema* não for adequado para desenvolver o programa ou, ainda, muito complexo, exigindo do professor um tempo de que não dispõe para aprender e para ensinar. (BIEMBENGUT e HEIN, 2007, p.20).

Os autores falam de um contexto de escola pública convencional que se diferencia substancialmente do nosso contexto de pesquisa, conforme já descrevemos anteriormente. No entanto, mesmo no contexto em que estávamos realizando a pesquisa, sabíamos que alguns temas poderiam ser muito abrangentes em relação ao tempo disponível para trabalhá-los e, necessitariam de um maior tempo de interação e refino, demandando um maior tempo do professor no planejamento das atividades.

Em função do tempo disponibilizado para a coleta de dados, não estivemos presentes no *lócus* para observar o desenvolvimento de todos os temas (mesmo que quiséssemos, seria uma tarefa difícil), pois conforme nossos objetivos não necessitaríamos permanecer durante muito tempo, uma vez que nosso interesse era pelas interações dos sujeitos na produção de sentidos e negociação de significados, julgando desde a projeção da coleta de dados que a observação do desenvolvimento de um projeto seria suficiente. No entanto, ainda permanecemos no cenário até a negociação/eleição dos novos temas a serem estudados, pois nos interessávamos por esse episódio.

Ao término da coleta de dados, começamos a fazer exame e sistematização dos dados empíricos obtidos durante os três meses de pesquisa, com intuito de articular o material – transcrições referentes às vídeos-gravações e entrevistas, anotações e os registros escritos dos alunos – aos objetivos e à questão investigativa da pesquisa procurando identificar unidades de significado, padrões ou regularidades, julgando ser esta uma fase fundamental da pesquisa, uma vez que dela “depende a obtenção de resultados consistentes e de respostas convincentes às questões formuladas no início da investigação”. (FIORENTINI e LORENZATO, 2009, p. 133).



## CAPÍTULO 5

### DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As entrevistas revelam desejos, frustrações, desilusões, esperanças, desejos de participação e, freqüentemente, certos momentos altamente estéticos da linguagem popular. (1979).

– Paulo Freire –

Neste capítulo, farei a descrição e análise dos dados coletados. A análise foi conduzida conforme descrito no capítulo anterior. Com a finalidade de dispor a apresentação da análise dos dados da melhor maneira possível, as atividades referentes a cada dia de aula foi denominada de episódio, que foram selecionados de acordo com os objetivos da pesquisa.

#### 5.1. O processo de modelagem

Em função da demora em conseguirmos autorização da administração para o início da observação, não foi possível acompanhar a primeira aula que deu início ao projeto de modelagem. A professora relatou que o encontro, referente a uma aula de quarenta e cinco minutos, foi proveitoso para a interação dela e dos alunos com o tema – *Alimentação*.

Segundo ela, a intenção era motivar os alunos para a pesquisa e fazer com que tivessem interesse pelo tema. A interação com o tema se deu somente por meio de diálogo entre a professora e os alunos e ficou acertado que na próxima aula, na segunda feira, eles começariam a pesquisa e teriam a presença de um pesquisador na sala de aula.

Na segunda-feira, foi trazido para a sala um texto – *As embalagens* (Anexo 1) – que objetivava despertar nos alunos o desejo de saber mais sobre o tema. Eles foram orientados a se organizar em grupos (de 3 a 5 alunos), e a debaterem sobre questões que julgavam importantes de serem pesquisadas e pudessem se transformar em um problema a ser resolvido. A professora era constantemente

chamada nos grupos, onde era indagada sobre as informações contidas no texto e sobre a tarefa que os alunos deveriam realizar.

Após a aula, conversei com a docente (a conversa foi gravada) e ela apresentou suas impressões sobre a turma. Para ela os alunos não eram acostumados a aulas investigativas, tinham dificuldade de trabalhar em grupo:

Professora: Essa turma é bastante difícil de trabalhar... eles são muito crianças, são muito barulhentos, é difícil, ... eles tem dificuldade em trabalhar em grupo. Tanto que hoje, eu fiz uma cópia do roteiro para cada grupo, pra que eles comecem a trabalhar em grupo.

Observei que a intenção da professora se voltava para dois aspectos:

- A estratégia que usaria para fazer com que os alunos fossem induzidos a trabalhar em grupo, para que eles pudessem negociar as questões relevantes e posteriormente socializassem com a turma a interpretação consensual da equipe.

Professora: A intenção é que eles apresentem o que foi discutido nos grupos, por que pra mim, se não há essa apresentação, não há interação dos grupos. Há com o grupo, não entre os grupos, então a minha intenção é que eles apresentem, comentem, não sei o que vai dar como resultado.

- O cumprimento do programa, vislumbrando o que seria desenvolvido do conteúdo matemático por meio do tema “*Alimentação*”, além dos temas transversais como saúde, consumo, meio ambiente, que pudessem contribuir com a aprendizagem e reflexão dos alunos.

Professora: Pelo relato deles, eles tomam muito refrigerante, frituras, coisas assim, eles comentaram sobre o tipo de alimentação deles. Então no final eu pedi a eles fizessem comparações..., das embalagens a questão da quantidade. Então eles vão pensar... o que vão envolver nessa questão? vai aparecer um problema. Na próxima aula eles vão resolver e explicar.

Essas discussões foram geradas a partir da leitura do texto facilitador das discussões (anexo1). Os alunos foram reunidos em grupo, seguindo uma

recomendação da literatura do trabalho com modelagem, como forma de facilitar as discussões entre os alunos. O objetivo particular desse momento era viabilizar a possibilidade dos alunos problematizarem o tema, levantando questões relevantes que pudessem se transformar em um problema a ser resolvido por meio da matemática.

A dinâmica das atividades de modelagem foi marcada por uma constante busca pela perspectiva dos alunos por parte da professora. As futuras ações eram direcionadas pela interpretação dessas perspectivas. Na interação, a professora percebe que os alunos refletem sobre a questão da quantidade das embalagens e aproveitando o interesse deles por essa questão, esboça a atividade da próxima aula.

No final da aula, foi solicitado aos alunos que trouxessem de suas residências, na aula seguinte, embalagens de produtos alimentícios de uso doméstico para servirem de fonte de informações nas tarefas que seriam realizadas no encontro seguinte. A finalidade era fazer com que os alunos elaborassem um problema, usando como ponto de partida, representações matemáticas identificadas por eles nas embalagens. A seguir, apresentarei a descrição dos episódios e suas respectivas análises.

#### **5.1.1. Episódio 1: “Elaborando problemas”.**

No início do desenvolvimento do tema, percebi que os alunos apresentavam algumas dificuldades em relação às atividades em grupo – impasses para formar as equipes, faziam as leituras individualmente, não discutiam as idéias conjuntamente, ficando a cargo de algum aluno sistematizar o que seria socializado com a turma.

Ao indagar a professora sobre o assunto, esta me respondeu que a turma, devido a fase de transição das séries iniciais para o Ensino Fundamental maior, (5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série) e do fato da maioria dos alunos não ser habituados ao trabalho com modelagem, apresentavam de fato, dificuldade em trabalhar agrupados.

O roteiro de atividades foi o recurso utilizado pela professora para que os alunos se habituassem ao trabalho em grupo. Eles auxiliavam na interação com o tema, e nos encaminhamentos para a o surgimento do conteúdo programático que deveria ser trabalhado no bimestre, que era um dos objetivos da professora:

Professora: Aqui eles já vão perceber que tem cálculo, que eles precisam de matemática para resolver... e aqui eu quero saber se eles conhecem outras unidades de medidas, de peso... e de capacidade, além das que aparecem nas embalagens dos produtos [mostrando-me uma cópia do roteiro de atividades do anexo 2]

O roteiro que direcionava as atividades nesse episódio culminava com a proposta para que os alunos elaborassem um problema relacionado ao tema – *Alimentação*. Os alunos compreendiam o que a professora propunha e se mostravam motivados a aceitar o desafio. Nesta ocasião, escolhi um grupo para observar como eles executavam as tarefas propostas pelo roteiro e na interação com o grupo pedi aos alunos que descrevessem as atividades propostas. O aluno Vitor se habilitou a explicar:

Vitor: É pra discutir a diferença entre massa e capacidade, olhando o peso líquido das embalagens que nós trouxemos de casa. Aí a gente colocou que a massa pode ser medida em quilo ou miligrama, e a capacidade, em litro ou mililitro... Depois, na quarta questão a gente vai elaborar um problema sobre alimentação e apresentar.

Os alunos socializaram o que discutiram nos grupos com a turma, mas não conseguiram elaborar um problema que pudesse ser tratado matematicamente. Limitaram suas falas ao âmbito do tema não matemático, especificamente em torno das informações das embalagens que trouxeram de casa e que haviam servido de fonte de informações para a execução das questões propostas, exceto a elaboração do problema.

O segundo grupo a apresentar o consenso de suas discussões colocou como problema as seguintes questões: “*O que é glúten?*” e “*O que são gorduras trans?*” evidenciando que, ou não compreenderam a proposta da professora por meio do roteiro, ou apresentavam dificuldade em problematizar o tema, criando um problema matemático como propunha a atividade.

Uma vez que os alunos não conseguiram elaborar o problema, como pretendia a professora, o encaminhamento que ela encontrou foi elaborar e propor aos alunos o problema. O problema apresentado foi o seguinte: “*Nas embalagens de refrigerantes é possível calcular qual é a mais econômica, uma lata de 350 ml ou uma garrafa de 600 ml? Como? Discuta em grupo e resolva esse problema*”. Trata-

se de um problema fechado com referência em uma semi-realidade, daqueles que comumente são encontrados nos livros didáticos em que se comparam dois produtos da mesma marca e de tamanhos diferentes para se verificar qual das embalagens é mais econômica (Anexo 2).

### Análise Preliminar

Neste episódio, não se verificou discussões em torno da matemática, apesar da tentativa da professora em conduzir as discussões para essa direção. Inicialmente, a professora mostrou-se preocupada com a constatação de que os alunos apresentavam dificuldades para trabalharem em equipe e com atividades de modelagem. Possivelmente, este foi o motivo pelo qual a atividade não culminou na elaboração de um problema pelos alunos, que era uma expectativa da professora ao propor aos alunos a tarefa.

Na seqüência, com a decisão de criar e propor aos alunos um problema, ela parece ter a intenção de mostrar qual a expectativa dela em relação a função deles nas atividades propostas. Apesar dos esforços da professora para manter um clima de interesse no ambiente, avalio como pouco significativa a apresentação do “problema-modelo” por dois motivos: O problema criado e proposto aos alunos era do tipo fechado, o que não permitia muitas inferências investigativas e variedade de interpretações; Seguir exemplos-modelo não garante que o aluno irá desenvolver a competência de problematizar a realidade.

Mesmo assim, como se tratava da primeira experiência dos alunos com modelagem, o problema serviu como ponto de partida para que os alunos começassem a ter compreensão da dinâmica das aulas com ênfase na investigação de problemas oriundos da realidade.

A observação do jogo que os alunos estavam participando ficou comprometida devido à dinâmica observada na maioria dos grupos: alguns alunos ficavam dispersos mesmo estando organizados em círculo, ficando a cargo de um ou dois alunos a realização da tarefa.

Mesmo observando os alunos que tentavam cumprir a tarefa, só consegui verificar, que eles ainda estavam muito vinculados a jogos próximos da tradição matemática (tentando elaborar questões que pudessem ser resolvidas por meio de um algoritmo conhecido), ou muito atrelados ao tema não matemático, como o

grupo que elaborou perguntas relacionadas ao texto de introdução do tema: o que é glúten?

Possivelmente, os alunos produziram um sentido para a palavra “problema” que divergia com o sentido atribuído pela professora, e na ocasião, não se observou comunicação efetiva em torno do objetivo principal da atividade e o que a professora entendia por “problema”.

### **5.1.2. Episódio 2: “Qual é a embalagem mais econômica?”**

Este episódio foi observado na terceira semana de coleta de dados. A professora convidou os alunos para participarem da atividade na aula anterior. O episódio foi registrado em duas aulas.

Na semana que antecedeu esta aula, numa fase de interação com o tema – *Alimentação* – ela havia solicitado os alunos que elaborassem um problema relacionado ao tema, no entanto, eles tiveram dificuldades em cumprir a tarefa. Então a professora, tomou a decisão de criar e propor aos alunos o problema: “*Nas embalagens de refrigerantes é possível calcular qual é a mais econômica, uma lata de 350 ml ou uma garrafa de 600 ml? Como? Discuta em grupo e resolva esse problema*”.

O problema elaborado tinha como proposta a comparação entre dois produtos alimentícios já previamente escolhidos pela professora, assim como o volume e o preço de cada um, portanto tratava-se de um problema do tipo fechado. Os alunos deveriam responder: “*Qual das embalagens é mais econômica?*”.

A professora inicia a atividade tentando lembrar aos alunos o que aconteceu na aula anterior que culminou com a elaboração do problema. Através desta interação inicial, a professora procurou envolver os alunos com o problema e criar um clima de interesse e envolvimento com a atividade que estava por iniciar. Logo em seguida, ela começou a levantar os primeiros questionamentos referentes à atividade, provocando os alunos a buscarem significados dos objetos matemáticos presentes na atividade:

Professora: Que números apareceram nessa atividade e o que eles significam? Por exemplo? Apareceu o número 600 não foi isso? o que significa o 600?

A professora parece procurar entender que significados os alunos apreenderam dos objetos matemáticos presentes na atividade: os números (350 e 600) impressos nas embalagens, o que significam? Os preços de cada produto em relação ao tipo de embalagem, qual o entendimento dos alunos em relação a essas variáveis? Os alunos participam do intercâmbio mostrando o que compreenderam da atividade:

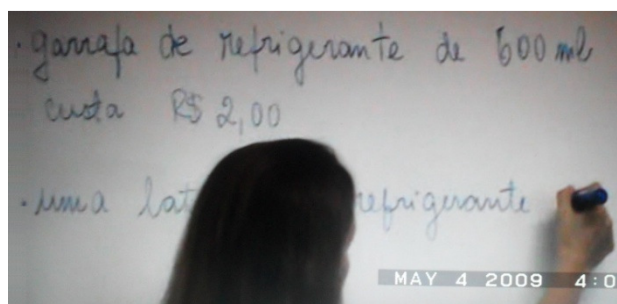
Max: Significa os *ml* da garrafa.

Turma: Os *ml* da latinha.

Professora: O que mais? Apareceram também outras variáveis, o que foi?

Turma: Dois reais, um real e setenta e cinco centavos [a professora anota as informações no quadro].

Os alunos interagem com a professora, fornecendo as informações solicitadas por ela, que por sua vez sistematiza-as fazendo anotações no quadro mediante as contribuições dos alunos. Após esse momento, a professora passa a conduzir as discussões em torno da diferença de preço, e do volume contido em cada embalagem, talvez com o intuito de levar os alunos a verificar a razão do preço em relação ao volume.



Após fazer as anotações, a professora conduz as discussões em torno da diferença de preço entre os dois produtos:

Professora: Vocês me disseram que a diferença de preço era quanto?

Vitor: De 600 \_\_\_\_\_ 600 *ml*

Patrick: \_\_\_\_\_ A diferença ... era \_\_\_\_\_ Vinte e cinco centavos

Max: É isso, vinte e cinco centavos!

Professora: Primeiro o que significa essa diferença de preço... O que significa 25 centavos em relação a 1 real?

Na seqüência, a professora procura estabelecer um jogo de perguntas e respostas com os alunos. As discussões giram em torno da relação entre o inteiro e suas partes:

Vanessa: A quarta parte? \_\_\_\_\_.  
 Paola: \_\_\_\_\_ Metade da metade...?  
 Vitor: É \_\_\_\_\_ metade da metade.

Professora: E como é que eu vou tá representando isso de outra forma... Sem ser 25 centavos [escreve por extenso],... Sem ser nessa forma 0,25?

Vitor: Em *m*l?

Professora: Não, o valor 0,25 [aponta o valor escrito no quadro enquanto fala] ZERO VÍRGULA VINTE E CINCO... como é que eu represento isso?

Vitor: A metade da metade... a quarta parte... \_\_\_\_\_ de um real  
 Danilo: \_\_\_\_\_ De um real

Professora: Vocês estão falando “a metade da metade”... “a quarta parte”. Então vamos nos reportar lá pra quando nós falamos de fração, o que é esse um?

Vitor: É... duas metades!

Professora: Sim, mas esse 1... uma unidade....

Patrick: Um inteiro!

Neste momento a professora parece querer conduzir as discussões para outra direção. Ela tenta remeter o pensamento dos alunos ao conceito de fração que eles provavelmente já vivenciaram nas séries iniciais:

Professora: Um inteiro. Legal, então 1 real pra gente vai ser o que nós chamamos de... inteiro. Então... vinte e cinco centavos é a metade da metade de um real... de um inteiro, ou o que? O que vocês falaram aí?

Patrick: Um quarto!

Elaine: Ou a quarta parte.

Professora: Como é que eu represento isso?



Natália: Um quarto! [gesticula com a mão indicando um traço de fração]

Professora: Um quarto Natália? [escreve no quadro a representação fracionária] Como é chamada essa representação numérica aqui pra matemática? [aponta]

Natália: FRAÇÃO.

Professora: Fração. Concordam com ela ou não? sim? o que é fração?

Álvaro: É um pedaço de uma coisa inteira.

Professora: É uma parte \_\_\_\_\_

Max: \_\_\_\_\_ E tia!... é 1 dividido...

Patrick: É uma representação... [faz gestos com a mão enquanto fala] uma representação de fração é... uma pizza [indica a forma circular e a fatiação com as mãos]

A professora continua estimulando os alunos a conceituar fração na tentativa de resgatar o entendimento que eles possuem, mas me parece que ela busca primeiramente uma ilustração que remeta o conceito ao cotidiano (ao concreto) e não aos objetos matemáticos provindos da matemática pura. Os alunos expõem o seu entendimento do conceito de fração, mencionando principalmente a divisão do inteiro, ou situações provavelmente vivenciadas por eles em séries anteriores que são usualmente utilizadas pelos professores para ilustrar a fração como, por exemplo, a fatiação de uma pizza.

Chegando ao ponto desejado, a professora passa a trabalhar com a equivalência entre a forma fracionária e a forma decimal do valor referente a diferença entre os preços dos produtos.

Na seqüência, ela passa a conduzir as discussões em torno destas equivalências:

Professora: Vamos retomar isso aqui [aponta a representação fracionária  $\frac{1}{4}$ ] em quantas partes eu quebrei o 1 real, ou... eu “destroquei” o 1 real...

Turma: Quatro!

Professora: Essas partes, elas são iguais ou diferentes?

Turma: Iguais.

Professora: Então... dois quartos de um real, seria quanto? [escreve no quadro a representação fracionária. Os alunos conversam, discutem entre si]

Max: Cinquenta centavos, tia!

Professora: Zero vírgula cinquenta [escreve enquanto fala]. E  $\frac{3}{4}$  de 1 real? [escreve enquanto fala]

Murilo: É 75 centavos.

Professora: E  $\frac{4}{4}$ ?

Murilo: Um inteiro \_\_\_\_\_

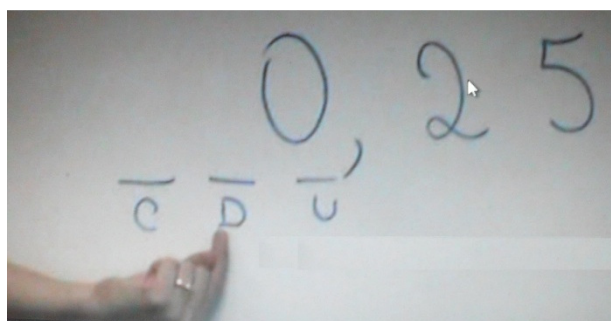
Álvaro: \_\_\_\_\_ Um real

Professora: Então  $\frac{4}{4}$  é um real... é um inteiro, é isso?

A professora prossegue explorando a comparação das frações e suas representações decimais, em um exercício de perguntas e respostas, sempre tentando fazer paralelo entre a representação matemática e o seu uso no cotidiano. Em seguida, conduz as discussões para outra direção conforme a transcrição a seguir:

Professora: Agora olha só, vamos prestar atenção, quem lembra de alguma coisa sobre as chamadas ordens decimais ou casas decimais [os alunos discutem entre si]. Se eu não tivesse relacionando esse número a dinheiro, como é que eu iria fazer a leitura? [aponta o número 1,75]. Vamos tentar entender isso? Bom vocês já disseram que 75 centavos era  $\frac{3}{4}$  não é isso? Legal. Agora vamos ver como é que nós vamos fazer a leitura desse número... Olha só, eu vou pegar esse número 0,25, tá bom?

A professora escreve o número 0,25 no quadro e faz um esquema conforme a figura abaixo:



A partir deste esquema, a professora deu continuidade à interação com os alunos, lembrando as ordens decimais. Os alunos participam mostrando entendimento sobre o assunto quando as ordens eram inteiras, mas quando a professora os indaga sobre as ordens decimais, os alunos se perdem na interpretação. Provavelmente a regra matemática não tenha ficado clara para os alunos. O trecho a seguir aponta alguns indícios para a perda de sentido quando a discussão se localiza nas ordens decimais:

Professora: Olha só, a partir daqui não são números maiores, são números, o quê? [aponta os algarismos posicionados após a vírgula, à direita]

Turma: MENORES!

Professora: Essas outras ordens [se aproxima do quadro] elas são chamadas ordens decimais. Elas são menores que as inteiras. Sabe como é feita essa... essa redução? de um lado para outro... vai aumentando quanto? De dez em dez, concordam?

Turma: Menores.

Professora: Quantas vezes menor? vamos pensar. Dez centavos, quantas vezes cabem em 1 real?

Turma: Dez.

Professora: Vocês concordam que dez centavos é uma parte de um real...

Patrick: UM DÉCIMO.

Professora: Por que um décimo?

Patrick: Por que é dividido por dez

Turma: Dez

Professora: Então aqui nesta unidade [aponta o algarismo 2 após a vírgula], o 1 real... o inteiro, vai ser dividido por quanto?

Elves: Dez

Professora: Na próxima ordem [aponta a casa dos centésimos] vai ser outra divisão... vai ser dividida por uma maior... Qual seria?

Elves: Vinte.

Vitor: Vinte

Professora: Por dez... depois... lembra do nosso sistema de numeração. Vamos lá, ele é decimal.

Elves: É vinte.

Vitor: \_\_\_\_ É:: vinte?

Professora: Vinte? Não é pra adivinhar, é pra pensar. O que acontece pra cá [se aproxima do quadro e volta a apontar para a parte inteira do esquema desenhado novamente]

Na sequência a professora volta para as ordens inteiras e prossegue no jogo de perguntas e respostas novamente tentando fazer com que os alunos percebam que a lógica que rege as ordens inteiras não se altera para as ordens decimais.

Professora: Pra cá [nas ordens decimais] eu vou estar diminuindo sempre. Dez vezes mais. Aqui é a décima parte de um número... [aponta a ordem dos decimais] qual é a parte que eu vou dividir?

Vitor: Por um

Professora: Mas se for por 1, vai ficar assim, Vitor... 1 dividido por 1... é o próprio inteiro. Ele vai ser dividido dez vezes mais.

Patrick: Por dez \_\_\_\_ tia

Elves: \_\_\_\_ por vinte.

João: Tia!

Professora: Fala João.

João: Por 100, tia... por cem.

Professora: Por que está diminuindo cada vez mais... Aqui por quanto? [decimais] por dez... aqui por quanto? [centesimais] por cem. E a próxima seria quanto?

Turma: Mil!

Professora: Por mil, muito bem. Por isso que nós temos as ordens das unidades, das dezenas, das... [os alunos repetem junto com a professora]

Tuma: centenas.

Professora: Só que aqui nós temos os inteiros, e aqui nós temos os décimos, que no caso aqui seria... dois décimos [aponta o número no esquema] e aqui seria o que? cinco centésimos, ok? Se tivesse mais um... 2 [escreve o algarismo dois ao lado do 5, formado 0,252] Seria o que? 2 milésimos [a turma repete com a professora]

Após essa interação, a professora encerra a aula com a entrega de um texto , dando orientações sobre a leitura e sobre as atividades que ocorreriam na próxima aula.

### Análise preliminar

Conforme foi dito anteriormente, a atividade descrita tinha como propósito principal a comparação entre os preços e os volumes de duas embalagens de refrigerante da mesma marca para que os alunos concluíssem em qual delas se faria mais economia.

O que se observa no decorrer da aula é que as discussões em torno desse problema mudam constantemente de direção, perdendo o foco da proposta inicial, a saber, verificar a embalagem em que se teria uma otimização de recurso, resposta que não foi observada ao término da atividade.

É provável que isso ocorra devido à produção de sentidos que ocorre durante a interpretação da fala da professora pelos alunos que participam da interação discursiva, culminando na introdução de um novo jogo de linguagem.

Analisando a fala da professora ao iniciar a aula, percebe-se que ela procura criar um ambiente que favoreça o interesse dos alunos para estudar o tema, reafirmando o convite feito na aula anterior. Ela procura estabelecer um jogo de perguntas e respostas em que o objeto de discussão é o problema levantado na aula anterior.

Quanto aos alunos, nota-se que eles estão motivados a interagir com o tema e com a professora mediante as questões que são levantadas. Porém, não houve indícios de que os alunos tenham tentado resolver o problema em casa, ou que tenham refletido sobre a questão anteriormente, uma vez que somente a professora questiona e faz perguntas aos alunos, que por sua vez se limitam a respondê-las, não demonstrando que tenham tentado resolver o problema.

Apesar do fato de os alunos não terem demonstrado tal empenho, a professora parece adotar outra estratégia assumindo o comando da interlocução na tentativa de induzir os alunos a refletirem sobre o problema proposto. Ela começa sugerindo que os alunos identifiquem os objetos matemáticos presentes no texto e o que eles significam no universo estudado, o que, me parece foi uma boa estratégia

no sentido de compreender as perspectivas dos alunos em relação à atividade, bem como ter acesso aos sentidos que eles atribuem a esses objetos dentro do contexto.

Porém, de posse das informações observa-se que ela muda o sentido da proposta inicial, que era verificar *“qual das embalagens era mais econômica”* e passa a discutir a relação entre a parte e o todo, provavelmente com intuito de introduzir ou relembrar conceitos anteriormente estudados pelos alunos para que pudessem compreender o conceito de razão, que seria necessário para a abordagem do problema. No entanto, ela não retoma o foco inicial e amplia a discussão para a representação decimal e fracionária da diferença de preço entre os produtos e por último as ordens decimais.

Observei que não houve uma comunicação efetiva entre a professora e os alunos. A participação da maioria dos alunos foi mais de ouvir e fazer anotações. O diálogo ocorreu na maior parte do tempo entre a professora e alguns alunos da turma, não tendo uma participação efetiva dos demais.

A comunicação foi interrompida várias vezes, provavelmente por que os sentidos produzidos pelos alunos dos enunciados emitidos pela professora não coincidiam com a regra matemática, que por já estar prevista não se altera.

Os alunos conseguem atribuir significado à parte inteira do número, mas não conseguem fazer o mesmo na parte decimal. A interrupção na comunicação pode ser observada no trecho: *“Sabe como é feita essa... essa redução? de um lado para outro... vai aumentando quanto? De dez em dez, concordam?”*

Os alunos parecem não reconhecer o sentido da frase imediatamente, daí a interrupção na comunicação. Este trecho revela um exemplo em que, apesar dos alunos reconhecerem o conceito do objeto a ser estudado, o discurso da professora não revela nenhum sentido. Em termos de aprendizagem, seria necessário reconhecê-lo (o sentido) imediatamente.

A palavra “redução” parece criar obstáculos na construção do significado em torno das ordens decimais, uma vez que o deslocamento para a esquerda fica claro o processo de multiplicação, para a direita seria a operação inversa e não “redução”, que poderia remeter à noção de subtração. É provável que a palavra “redução” tenha induzido os alunos a pensarem que a regra se altera nas ordens decimais.

Semelhantemente, quando a professora diz que “vai aumentando de dez em dez” remete à noção de que a lógica da matemática em torno da questão seria uma seqüência em que o primeiro termo é 10 e o seguinte seria o 10 somado à 10, o

terceiro seria o segundo somado com 10 e assim por diante, o que provavelmente induz os alunos a cometerem erros conceituais mais adiante, como no trecho em que ela interagindo com os alunos em torno do esquema pergunta: *“Então aqui nesta unidade [aponta o algarismo 2 após a vírgula], o 1 real... o inteiro, vai ser dividido por quanto? os alunos respondem: “Dez”. Na seqüência ela pergunta: “Na próxima ordem [aponta a casa dos centésimos] **vai ser outra divisão...** vai ser dividida por uma maior... na ordem, qual seria?”* e obtém como resposta de vários alunos, vinte.

A professora, neste trecho analisado tenta não desautorizar as respostas dos alunos, estendendo a discussão para que algum aluno dê a resposta desejada (prevista pela regra matemática), que é evidenciada por ela quando obtida. No caso citado, ela retorna à parte inteira do esquema, para fazer analogia e ao retornar à parte decimal obtém a resposta da aluna Yasmim, que tem a resposta enfatizada pela professora.

A professora poderia ter evitado as situações de ruptura na comunicação com os alunos se tivesse investido na proposta inicial, colocando os alunos a discutirem a questão em pequenos grupos e depois dando oportunidade a eles para que expusessem suas estratégias de resolução e com isso, ela tivesse acesso aos sentidos que eles viessem a construir através da interação.

Mediante o acesso a esses sentidos, ela poderia evitar palavras que pudessem dificultar a construção dos conceitos matemáticos pretendidos, bem como explorar os sentidos produzidos pelos alunos conduzindo-os ao sentido matemático desejado.

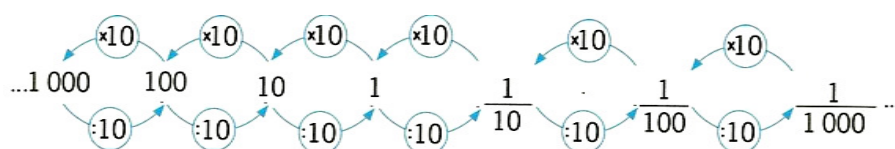
Apesar de em alguns momentos neste episódio ter-se verificado a ruptura comunicacional, em vários momentos pode-se observar que tanto a professora, quanto os alunos tentam conduzir o conceito dos objetos matemáticos a uma situação concreta (fazendo comparações dos decimais com centavos, a fração à fatiação de uma pizza, etc.), ou seja, reconduzindo a palavra de seu emprego matemático escolar ao seu emprego cotidiano. Essa iniciativa auxiliou em vários momentos na busca do significado.

No trecho em que a professora tenta mostrar a analogia entre a lógica das ordens inteiras e decimais, o sentido que ela gostaria de evidenciar com seu discurso era que a regra não se altera quando o deslocamento acontece das ordens inteiras para as decimais, ou das ordens decimais para as inteiras, no entanto, a

produção de sentidos dos alunos os conduz a outra conclusão, provocando ruptura na comunicação.

O discurso da professora parece fazer com que os alunos produzam o sentido de que a regra matemática irá se alterar ao passar para as ordens decimais: “Na próxima ordem [aponta a casa dos centésimos] vai ser outra divisão... vai ser dividida por uma maior... Qual seria?

Provavelmente, exemplificando essa questão através de unidades decimais ajudaria na apreensão da regra, levando os alunos a perceberem que o deslocamento da esquerda para a direita (das ordens inteiras para as decimais) se dá através da divisão por dez, ao passo que da direita para a esquerda (das ordens decimais para as inteiras) se dá por meio da multiplicação por dez, conforme ilustração abaixo:



Em conformidade com Wittgenstein (1999), percebe-se que as interpretações não determinam sozinhas a significação. É necessário seguir as regras. As ações e o discurso devem estar de acordo com elas, uma vez que compreender uma frase significa compreender uma linguagem e compreender essa linguagem significa dominar uma técnica.

No caso da docente, suas ações devem conjugar a representação visual do objeto, expressões da língua materna, gestos (apontar, articular as mãos, acenar, menear a cabeça, etc.) as analogias podem ser usadas para evidenciar a regularidade da regra. O aluno por sua vez, pode externar sua interpretação (seu sentido), explicá-la utilizando o máximo de recursos lingüísticos que ultrapassam o recurso da representação e da fala.

### 5.1.3. Episódio 3: Quanto falta para...?

Foi solicitado aos alunos que trouxessem de suas residências embalagens de produtos alimentícios de consumo diário. A professora convidou os alunos para participarem da atividade na aula anterior em função dos questionamentos que



foram feitos por eles em relação às informações que constavam nas embalagens. Várias questões foram levantadas: “o que é peso líquido?”, “o que é glúten?”, “o que são gorduras trans?”

Professora: Na semana passada, eu pedi a vocês que pesquisassem sobre algumas coisas que não ficaram claras nas informações dos produtos..., das embalagens dos alimentos. Quais foram as dúvidas que ficaram?

Na continuidade do diálogo, a professora passou a incentivar os alunos a participarem com a exposição das pesquisas que haviam feito como tarefa extraclasse. A intenção era chegar a uma questão que pudesse ser tratada matematicamente, então, a partir do questionamento a respeito do “peso líquido”, começou uma discussão em torno das unidades de medida de massa e de capacidade.

Professora: Gente, vocês estão lembrados qual foi o produto pesquisado na aula passada? Quem lembra?

Paola: Feijão!

Álvaro: Biscoito!

Professora: Foi biscoito?

Pablo: Não professora, foi o capo [suco de caixinha]

Professora: Sim, foi.... Quantos *ml* tem o capo?

Pablo: Duzentos *ml*, tia!

Professora: Essa unidade aí [mililitro] é uma unidade de massa ou de capacidade?

Pablo: Capacidade, tia!

Professora: Capacidade, por quê?

Pablo: Porque capacidade é de *ml*... mililitro, litro... e...

Max: Resumindo, tia... massa é material... olha [mostra a sua embalagem]

Professora: Massa vai se relacionar como o que?

Max: Capacidade é a litro!

Professora: Massa tá relacionado com o que?

Max: Com peso, tia!

Professora: Isso! ao peso. E capacidade?

Vitor: A capacidade é ao litro... Líquido?

Professora: Ok. Aí eu perguntei assim... quantos mililitros faltam pra um litro? vocês vão me responder o que fizeram nos registros.

A orientação aos alunos foi que se reunissem em grupos e fizessem a leitura do roteiro de atividades para que identificassem unidades de medida de massa e de capacidade nas embalagens de alimentos que trouxeram de casa e fazer comparações com as unidades – quilograma ou litro. No trecho transcrito a seguir, os alunos discutiam a questão “Quanto falta para um quilo (ou litro)?” em um dos grupos.

Rafael: Cara, a embalagem é de 250 gramas, quanto falta pra 1 quilo?

Alexandre: Hum ... [alguns segundos] [faz alguns cálculos no caderno] quinhentos?

Rafael: Um quilo tem 1000 gramas, cara! É 750!

Alexandre: Não!... é?

Rafael: Olha... 25 centavos pra um real é quanto?

Alexandre: Setenta e cinco!

Rafael: Então... duzentos e cinqüenta mais duzentos e cinqüenta dá quinhentos, mais duzentos e cinqüenta... setecentos e cinqüenta, mais duzentos e cinqüenta dá mil!... do mesmo jeito que 4 de 25 dá 1 real!... 25 mais 75 dá 1 real, e 250 mais 750 dá mil!

Alexandre: Tá bom, já entendi, já entendi, é 750.

Em outro grupo, que acompanhei na segunda aula do episódio observado, os alunos discutiam o mesmo problema com base nas informações das embalagens que trouxeram. Um dos alunos me envolveu no diálogo me perguntando quantos mililitros formam um litro, me dando a oportunidade de interagir com eles:

Pesquisador: Vamos pensar. Responda-me você. Vejamos... tu falaste a pouco que 1 quilo tinha quantos gramas?

- Vitor: Mil... Então É MIL?. Mil mililitros.
- Pesquisador: Então, qual é a questão que vocês querem responder?
- Vitor: A embalagem é de 120 ml... a gente quer saber quanto falta pra completar um litro... Cento e vinte pra mil... Agora... [olha para Max, convidando-o para lhe ajudar a responder].
- Max: Cento e vinte pra mil... espera aí [faz cálculo mental e fala] Oitocentos e... oitenta. Certo? [pergunta ao pesquisador]
- Pesquisador: E aí turma, tá certo?
- Vitor: É novecentos e oitenta.
- Max: Olha: os cem já vai sair dos mil, os cento e vinte vai ser retirado dos novecentos...
- Vitor: É:: Oitocentos e oitenta. Tá certo.

Apesar de o grupo ser formado por cinco alunos, apenas Vitor e Max participaram ativamente dessa interação. Os demais se limitaram a observar.

### Análise preliminar

Na aula que antecedeu este episódio, a professora pediu aos alunos que trouxessem de suas residências embalagens de alimentos para a próxima aula. A docente já tinha em mente a proposta para esse episódio e trouxe no roteiro de atividades a questão “Quantos gramas ou quantos mililitros faltam para completar um quilograma ou um litro?”.

Um ponto positivo no episódio foi o fato do problema criado ser do tipo aberto possibilitando aos alunos terem acesso a várias conjecturas do problema no momento da socialização com a turma, que já era um encaminhamento natural após os alunos trabalharem em grupo.

No episódio, verificou-se um recurso utilizado tanto pela professora, quanto pelo pesquisador (ao interagir com um dos grupos) para dar prosseguimento à comunicação, evitando ruptura: ao indagar os alunos, insistem na interrogação quando a resposta não é satisfatória, e procuram dar continuidade ao diálogo, quando o aluno produz o sentido desejado e responde satisfatoriamente seu interlocutor.

No diálogo entre os alunos Alexandre e Rafael, podemos observar que Rafael faz uma analogia da questão proposta com uma experiência provavelmente vivenciada por ele no cotidiano, fato que dá suporte a um significado real que fundamenta sua resposta. Já o aluno Alexandre não consegue fazer essa analogia e perde o significado tentando remeter o problema somente à linguagem formal da matemática, ao algoritmo. A analogia feita por Rafael com valores em dinheiro convence seu parceiro de que a resposta correta é 750 gramas.

Já no outro grupo, a dúvida inicial era a quantidade de mililitros que formam um litro (que me dá a oportunidade de participar da interação), mas na abordagem do problema não se apresentou dificuldade de compreensão pelos dois alunos que participaram mais ativamente da interlocução. O equívoco inicial do aluno Vitor não pode ser considerado como um erro, uma vez que eles já sabiam de imediato qual operação deveria ser feita para obter a resposta, mas não acharam necessário usar nenhum algoritmo, preferindo fazer cálculo mental.

#### **5.1.4. Episódio 4: “Concluindo a atividade de modelagem”**

Esta foi a última atividade de Modelagem relacionada ao tema Alimentação, portanto, o último episódio observado e que será descrito a seguir. A professora optou pelo encerramento desta atividade em função da forma como tem trabalhado com modelagem tentando adequá-la, o máximo possível, à estrutura administrativo-curricular da escola. De acordo com ela, um bimestre tem sido o tempo máximo usado pela turma para o estudo de cada tema escolhido.

O propósito deste momento inicial era retomar as discussões em torno do tema geral do projeto que ora se encerraria, para que os alunos pudessem refletir sobre as questões não matemáticas levantadas no momento inicial de interação com o tema. A professora começa a atividade lembrando essas questões estimulando os alunos para que expusessem o que aprenderam durante o processo.

Professora: Nas semanas passadas nós estudamos o tema Alimentação. Na semana passada foi pedido a vocês que verificassem... pesquisassem algumas coisas que não ficaram claras durante o estudo... nas informações das embalagens dos alimentos que vocês pesquisaram. E qual foi a dúvida que ficou? Que foi levantada aqui... o que é Glúten? O que é gordura trans? Aí, eu queria

saber... eu sei que algumas pessoas pesquisaram e podem responder a essas perguntas.

Os alunos, aceitando o convite da professora de participarem da discussão, começam a expor seus entendimentos a respeito do tema, evidenciando o caráter formativo da modelagem, uma vez que os alunos se manifestaram criticamente, expondo o que pesquisaram e levantando outras questões relevantes como obesidade, alimentação saudável, questões de esclarecimentos referentes às informações nutricionais dos alimentos, dentre outras. Vejamos algumas manifestações ilustrativas:

- Vanessa: Tia, sobre o prazo de validade... minha mãe coloca um papelzinho nos produtos com os prazos de validade pra gente ver e não comer depois do prazo.
- Pablo: E... tia, só que as vezes o prazo de validade fica muito apagado e não dar pra ver... fica difícil...
- Vitor: ISSO! Foi isso que nós falamos. Se o prazo de validade tivesse apagado ou a lata amassada, eles tinham que retirar o produto e colocar outro.

Os alunos também lembraram questões matemáticas que discutiram e como buscaram um caminho para a resolução.

- Raul: E também assim, teve até outros trabalhos assim que ela passou, que... foi muito difícil pro nosso grupo, eu achei que nós demoramos pra raciocinar, assim pra descobrir qual o resultado daquilo... assim, a gente passou uma aula inteira, assim, estudando aquele problema.
- Raul: É, fizemos, aí no final acabou que a resposta certa era três... que a gente já vinha achando da outra aula. [Pablo complementa]
- Pablo: E logo no começo a gente já tinha pensado nessa resposta... só que deu errado... do jeito que nos fizemos.
- Raul: É, só que a gente tinha que confirmar, pra saber se aquilo tava certo [Pablo fala paralelamente]
- Pablo: A gente fez um montão de conta! Pra saber se tava certo, aí no final a gente ficou furioso!
- Raul: Aí, de repente foi surgindo conta, foi surgindo conta, a gente foi confirmando, passamos uma aula só confirmando pra ver se aquilo tava certo, aí quando foi na outra aula, descobrimos que tava certo.

Na seqüência, o pesquisador insere-se na interação com os estudantes procurando verificar como os alunos compreendem a atividade de modelagem. Pergunto como eles negociam/escolhem o tema a ser estudado. Vejamos algumas respostas:

Raul: Eu acho assim... tem vez que ela escolhe... assim... porque ela tá vendo... tem vez que ela tem que escolher mesmo. E tem vez que ela deixa a gente escolher, até pra ver como agente se sai nesse tipo de coisa... pra ver como a gente faz as nossas escolhas... talvez se tem a ver aquilo que a gente faz. [Vitor se manifesta]

Vitor: Assim, ela escolhendo, a gente aprende como se fosse assim... do jeito dela... aí eu acho assim, quando a gente escolhe... a gente aprende assim... como se fosse do jeito que a gente quer... por que quando ela passa alguma atividade, ela fala que tem que ser daquele jeito lá, aí a gente faz. Mas agora quando a gente que escolhe, ela fala: vocês podem fazer do jeito que vocês sabem, aí depois ela vai lá, vê se tá certo, corrige se não tiver certo ela manda refazer.

Raul: Eu acho assim que é... fica bacana assim, uma vez ela escolhe, outra vez a gente escolhe, por que a gente descobre os dois lados... ela descobre qual o nosso jeito assim de trabalhar e a gente descobre como ela gosta de trabalhar também.

Em relação ao conteúdo matemático (e não-matemático):

Max: Eu me interesso pelos assuntos da matemática e os outros também, por que se eu me alimentar bem, eu vou ter uma alimentação... saudável, aí... se eu me importar só com assuntos de matemática como litro... o peso, massa, capacidade... assim eu fico só na matemática.

Raul: Eu acho que também os dois, por que como ele falou, a alimentação é importante na nossa vida. E a matemática tem uma coisa que ajuda a gente no nosso raciocínio... nessas coisas... também nos dá muitas dicas de como agir no nosso dia-a-dia com a nossa alimentação, tem a ver com o que a gente ta trabalhando também, então assim, é os dois, além de nos ajudar numa coisa nos ajuda em outra. Por exemplo, saber sobre as medidas de capacidade... medidas de massa... pra ver quantos... quais dos dois é mais econômico...

Após esse diálogo, a professora finalizou a atividade e incumbiu os alunos de pensarem em casa sobre um novo tema para ser estudado no bimestre seguinte, o qual seria escolhido por meio da negociação entre os alunos e a professora na aula seguinte.

### Análise preliminar

O episódio registrado e descrito demonstra que a professora reservou esse momento para uma espécie de avaliação do processo em si, das rotas que as atividades tomaram, das atitudes dos alunos e dela própria, da apreensão dos conceitos ali estudados, etc. Me parece que ela buscava entender e avaliar de que forma os alunos estavam compreendendo as atividades de modelagem.

Um aspecto importante deve ser ressaltado. A participação dos alunos, que se manifestaram para opinar, se deu de forma bastante crítica, sempre expressando suas opiniões pessoais, mostrando interesse pelo tema e domínio das questões levantadas tanto pela professora, quanto as que eles próprios levantaram. Esse aspecto é fruto do esforço da professora em usar a modelagem para criar um ambiente favorável a essa liberdade de que os alunos dispunham para se manifestarem sempre que tinham contribuições a fazer.

Apesar de não ser objeto de estudo desta pesquisa, as reflexões dos alunos em relação ao tema, podem ser consideradas como discussões reflexivas conforme as teorizações de Barbosa (2006b), uma vez que eles estão procurando refletir sobre o papel dos modelos na sociedade.

## **5.2. Interpretação dos resultados**

Conforme o estabelecido no capítulo quatro, os dados produzidos foram obtidos por meio da técnica da observação-participante, tendo sido registrados através de filmagens das aulas e de anotações das observações das interações. Este encaminhamento se constituiu mediante o objetivo principal da investigação: Observar, compreender e descrever a construção de significados mediante as interações dos sujeitos alunos/professor ao desenvolverem projetos de modelagem.

O foco desse empreendimento decorreu do interesse de compreensão das interações discursivas entre os alunos, e entre estes e o professor, na realização de atividades de modelagem matemática. O foco agendado está em conformidade com a noção de espaços de interações proposto por Barbosa (2007) para significar os

encontros entre os sujeitos para discutir sobre modelagem. Aqui, considero a modelagem como geradora de ambientes de aprendizagem, onde ocorrem tais interações.

Os diálogos dos participantes, conforme as descrições do capítulo anterior traduzem uma gama de questões oportunas para discutir nesta investigação, o objeto de pesquisa.

Assim, mediante as questões aqui colocadas, neste capítulo, pretendo discutir, no intuito de gerar entendimento, o processo de comunicação e de interpretação que são movimentados durante as interações, olhando através da questão norteadora: *Que sentidos são produzidos (aos objetos matemáticos) pelos sujeitos (alunos-professor) envolvidos no ambiente de aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática?*

Com o propósito de atingir o objetivo da pesquisa: analisar e compreender a construção dos sentidos dados aos objetos matemáticos mediante as interações dos sujeitos alunos/professor ao desenvolverem atividades de modelagem. Passei a empreender a análise dos dados, questionando em que condições os sentidos produzidos pelos sujeitos interferem na constituição da significação matemática.

Neste processo de análise, foram identificadas várias oportunidades em que os sentidos produzidos foram decisivos tanto para a significação desejada quanto para momentos de ruptura comunicacional, que dificultaram tal processo.

A fim de melhor organizar os dados desta pesquisa, agrupei os episódios em categorias e passei a interpretá-los através dos referenciais teóricos discutidos, procurando contribuir teoricamente com a área de Educação Matemática.

### **5.2.1. A produção de sentidos**

Partindo do pressuposto de que os ambientes de aprendizagem gerados durante o processo de modelagem são favoráveis à comunicação (dialógica) entre os participantes, após a descrição e análise inicial dos dados, concluiu-se que há necessidade dos sujeitos terem acesso aos sentidos produzidos pelos seus interlocutores para que possam dar significado à “ordem” e executá-la em conformidade.

Compreendo “ordem” como a emissão de comandos/enunciados no sentido de haver um intercâmbio comunicacional entre interlocutores na *práxis* do uso da



linguagem, conforme o entendimento de Wittgenstein (1999, p.29, § 7), “um parceiro enuncia as palavras, o outro age de acordo com elas”.

No início do projeto de modelagem, na etapa de interação com o tema, a professora procurou estabelecer um ambiente de aprendizagem favorável ao diálogo, tentando proporcionar o máximo de liberdade aos alunos de expor seus entendimentos e dúvidas. Assim, o quadro observado se caracteriza como favorável para considerar possibilidades de viabilizar os encaminhamentos tecidos para este trabalho.

A professora, ao apresentar aos alunos o tema – Alimentação – levanta alguns questionamentos e estimula os alunos a se reunirem em grupos e discutirem acerca do tema. A intenção dela, neste momento, é fazer com que os alunos desenvolvam a capacidade de trabalharem em equipes, discutindo no interior de cada grupo os questionamentos levantados e, em seguida ampliem as discussões para a turma através da socialização dos entendimentos de cada grupo com a turma e com a professora.

A apresentação do tema, a interação inicial dos alunos reunidos em grupo e a socialização como a turma se caracteriza como um convite para investigar e indagar, por meio da matemática, situações com referência no dia-a-dia dos alunos (BARBOSA, 2003).

Percebe-se que a professora, mediante a sua iniciativa, procura criar um ambiente em que o acesso aos sentidos intersubjetivos dos sujeitos seja efetivo: os alunos tem acesso aos sentidos produzidos por seus colegas de equipe, onde negociam um único sentido, repetindo a ação em âmbito mais ampliado ao expor o consenso do grupo para toda a turma.

Mas como controlar o sentido (que é subjetivo) se não temos acesso ao pensamento do outro? O sentido das palavras do professor e o sentido que o aluno atribui às palavras do professor. Diante do exposto, passa-se a interpretar a produção de sentidos em duas frentes, a saber:

#### **5.2.1.1. O aluno produz sentidos mediante as palavras do professor**

Em um momento inicial da interação com o tema, as questões discutidas giraram em torno do próprio tema geral a ser pesquisado (não-matemático). Várias questões foram levantadas durante esta interação inicial, tais como, “o que é

glúten”, “o que são gorduras trans”, etc., mas não foram observadas discussões em torno da matemática.

Desta forma, aceitando o convite da professora, os alunos começaram a discutir o tema, no entanto, as discussões se restringiram ao tema não-matemático, evidenciando dois aspectos já bastante discutidos na literatura: a imprevisibilidade no que diz respeito às etapas do processo, que aqui estaria de acordo com a noção de “rotas de modelagem” proposta por Borromeo Ferri (2006) e o potencial formativo deste recurso pedagógico. Parece-me que por esse motivo, este momento não foi muito fértil para a produção de sentidos aos objetos matemáticos presentes nas embalagens dos produtos alimentícios.

Em um segundo momento, os alunos participando de um jogo de perguntas e respostas, começa a fazer parte do discurso, alusões a conceitos matemáticos contidos nas embalagens. Quando os alunos expõem seus entendimentos sobre o que significa os números que aparecem nas embalagens, as unidades de medida, o conceito de massa e de capacidade, etc.

Quando a professora pergunta aos alunos (no episódio 2) “*o que 25 centavos representa em relação a 1 real*”, muitos alunos não conseguem compreender o sentido das palavras da professora, pois respondem com uma interrogação: “*a quarta parte?*”. Ela na verdade queria que eles respondessem em termos do conceito de fração, pois no momento seguinte, depois de confirmar a resposta das alunas Vanessa e Paola, continua perguntando: “*Como eu represento isso de outra forma?*”, e mais uma vez o sentido de seu enunciado se perde para os alunos. Vitor responde: “*Em ml?*”. Com a negativa da professora ele tenta mais uma vez: “*A metade da metade, a quarta parte*”. A situação só é encaminhada para a resposta desejada pela professora quando ela “dá a dica”: “*vamos nos reportar lá pra quando nós falamos de fração*” e a aluna Natália responde “*um quarto*” indicando com a mão um traço de fração.

Neste trecho, verificou-se ruptura na comunicação, em função da ausência de sentido atribuído à fala da professora quando os alunos tentavam interpretar o seu discurso. Evidenciando que o aluno não compreende a palavra da mesma forma que o professor a compreende. O professor fala do objeto matemático com uma linguagem polissêmica, o que acarreta diferentes interpretações pelo aluno.

Wittgenstein (1999) afirma que a ligação entre o sentido das palavras e todas as regras do jogo, reside na práxis diária do jogo, no seu uso, ou seja, não se

elucida todas as interrogações do jogo de xadrez com a simples denominação de suas peças. Salieta que representar um objeto é descrevê-lo em palavras e os significados delas são produzidos pelos sujeitos inseridos nos jogos de linguagem, onde se tem acesso aos sentidos dos interlocutores. Os seus significados são os diferentes usos na linguagem e os seus sentidos dependem do contexto em que as palavras estão sendo empregadas.

Granger (1974), por sua vez ressalta que o sentido começa com o entendimento da disposição das palavras na frase, e destas no discurso, e das relações lógicas das frases entre si, culminando na semântica das frases, que se traduz como o uso da língua para interpretar elementos da experiência. Do contrário, a não compreensão desses sentidos atribuídos aos conceitos implica na incompletude da semântica em função da não compreensão da sintaxe.

Alcançar esse entendimento não é uma tarefa trivial, uma vez que exige do aluno uma constante busca para interpretar os sentidos intersubjetivos dados ao objeto, ele constrói seu conceito matemático ao estar inserido nos jogos de linguagem.

Da interação do aluno com o professor, com o colega e com a própria matemática, podem surgir as condições para este movimento. O movimento deve não somente procurar interpretar, mas interpretar e re-interpretar o discurso do professor, dos demais alunos e da matemática e projetar seus sentidos. Assim, pode-se pensar na construção do significado para o objeto matemático.

#### **5.2.1.2. O sentido produzido pelo aluno deve ser acessado**

Ao participar dos jogos de linguagem, o aluno utiliza palavras de domínio público, mas carregadas de sentidos seus, que precisam ser conhecidos pelo professor para que possa ter acesso a suas percepções. Isso pode ser possível se o professor oferecer ao aluno a oportunidade de falar.

Nos episódios analisados, um fato marcante foi o esforço da professora em fazer com que os alunos desenvolvessem a habilidade discursiva através da interação: em pequenas equipes; em momentos de socialização com a turma, em que um aluno escolhido no grupo tinha a oportunidade de expor o consenso do que foi discutido em cada grupo; em momentos em que era necessária a exposição algum conceito; e através de diálogos da professora com os grupos ou com algum aluno separadamente.

A prática da professora está de acordo com a filosofia de Wittgenstein (apud SILVEIRA, 2005), pois busca fazer com que os alunos desenvolvam a capacidade de aplicar corretamente as regras do jogo matemático, por meio do ensino ostensivo, tentando fazer com que os sentidos produzidos por eles não criem problemas de aprendizagem, mas, ao invés contribuam para que cheguem ao sentido (único) da regra matemática.

No trecho em que a professora tenta fazer com que os alunos compreendam a relação de equivalência entre a representação decimal e fracionária do valor 25 centavos referente à diferença de preço entre os dois produtos do problema *“qual é a embalagem mais econômica?”*, constatamos um momento de ruptura na comunicação, porém quando a aluna Natália indica a representação fracionária com a mão indicando um traço de fração falando um quarto, a professora, tendo acesso à interpretação da aluna, enfatiza sua resposta, tornando-a pública como a resposta que está de acordo com o sentido da lógica da matemática: *“Um quarto Natália? [escreve no quadro a representação fracionária] Como é chamada essa representação numérica aqui pra matemática?”*.

Assim, foi restabelecida a comunicação, quando o sentido do discurso da professora foi interpretado e compreendido pela aluna que produziu o seu sentido que foi enfatizado pela professora para que os demais alunos tivessem acesso ao sentido dela que convergia para o sentido do objeto matemático e para o sentido do discurso da professora.

### **Considerações finais**

A preocupação inicial em relação a minha prática profissional era a de me fazer entender pelos meus alunos, ou seja, de estabelecer um ambiente favorável a uma comunicação efetiva, o que em parte contribuiu na culminância da presente pesquisa.

Naquele estágio de minha carreira, estava motivado pelo idealismo de provocar transformações na sociedade através de minha prática. No interior de minha ingenuidade (a que faltava a curiosidade epistemológica), buscava a solução para minha dificuldade em um método que pudesse ser utilizado para solucioná-lo por completo.

Foi a partir dessa busca que passei a ter contato com a noção de modelagem matemática. Inicialmente, através de uma Oficina realizada no Município de Marabá-

PA, por meio de uma parceria entre a Prefeitura de Marabá e o Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI/UFGA). Assim, a partir desse contato inicial com a idéia de modelagem, passei a experimentá-la nas minhas aulas, o que culminou no desejo de estudar mais profundamente o tema por dois motivos: Primeiro, mesmo reconhecendo que a idéia de modelagem supria parte de minhas inquietações, identificava alguns obstáculos para sua efetivação; depois, continuava com minhas dificuldades de comunicação na tentativa de desenvolver atividades de modelagem.

Esses dois aspectos que me inquietavam naquele momento, me direcionaram para a elaboração do problema de pesquisa aqui estudado, uma vez que minhas inquietações iniciais me conduziram para uma agenda de pesquisa emergente em estudos de modelagem, a saber, a preocupação com os problemas que ocorrem no âmbito das discussões produzidas pelos alunos entre si e destes com o professor.

O cruzamento de elementos da minha experiência com modelagem e a teoria produzida por pesquisadores da área me levou a conceituar a modelagem como um recurso “gerador de ambientes de aprendizagem”, me baseando principalmente na noção de ambientes de aprendizagem proposta por Skovsmose (2008), que ressalta que o ideal para uma educação matemática efetiva seria que professores e alunos, juntos, pudessem negociar seus percursos entre os diferentes ambientes de aprendizagem.

Daí decore o interesse pelas interações discursivas entre alunos e professores, que me conduziu a problematizar o uso da linguagem nessas interações. Diante do exposto, formulou-se a pergunta que nortearia a presente investigação: *Que sentidos são produzidos na interação entre os sujeitos (alunos-professor) envolvidos em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem?*

Busquei na filosofia de Wittgenstein respostas para os problemas no contexto dos ambientes de aprendizagem, onde interagem alunos e professor em torno da matemática. O ensino e a aprendizagem do conceito do objeto matemático envolvem uma dinâmica de uso da linguagem como construção, onde os sentidos de um conceito produzidos pelos sujeitos necessitam ser externados para que seus interlocutores possam atribuir o significado ao objeto.

Na filosofia de Wittgenstein, encontramos caminhos para refletir sobre o papel da linguagem nas interações, através de seus jogos e de seus problemas relacionados ao “seguir a regra”. De acordo com o filósofo, a linguagem é uma atividade guiada por regras gramaticais, porém, elas não estão expostas, carecem de explicitação, pois a finalidade da linguagem é expressar pensamentos. A gramática constitui-se num jogo, que para ele, só é aprendido no uso.

A análise apontou para a necessidade de interpretação dos pensamentos expressos por meio da linguagem. Nesse processo de interpretação os sujeitos produzem sentidos, que devem circular no ambiente, como forma de se chegar ao sentido do pensamento que a linguagem pretendia expressar.

A dinâmica da aula conduzida pelo recurso da modelagem nos mostrou a possibilidade de que uma linguagem não formal circule no ambiente com a finalidade de fazer com que a lógica do aluno, através dos sentidos produzidos por ele, se aproxime da lógica do professor e da lógica da matemática.

A dinâmica do processo de modelagem criou uma liberdade discursiva em que o aluno, ao negociar, defender seu ponto vista, problematizar, e expor suas idéias, apresenta ao professor os sentidos que foram projetados por ele na compreensão da fala do professor e do texto matemático. Isso nos indica que os sentidos produzidos pelo professor e pelos alunos devem fazer parte de um mesmo universo discursivo, e essa aproximação pode ocorrer mediante a negociação constante, na busca dos sentidos um do outro.

Esta pesquisa verificou que quando o aluno aprende a aplicar a regra, por meio do ensino ostensivo, desenvolvido pelo professor, através de exemplos-modelo, que lhe mostram como se aplica a regra, isso lhe conduz a produzir o sentido que favorece a significação, uma vez que a regra matemática tem um sentido único e, para os alunos, a regra pode assumir outros sentidos, por isso os problemas de aprendizagem.

Em vários momentos nas interações, verificou-se indícios de ensino ostensivo, como o ato de apontar enquanto fala, de escrever no quadro e falar ao mesmo tempo, o uso de gestos indicando aprovação, reprovação, expectativa, encorajamento, etc., que essencialmente contribuíram para o aprendizado da regra e para a produção do sentido da regra.

Como recomendação para a prática docente, o estudo sugere que o professor deve se fazer presente em todas as etapas do processo de modelagem,

como orientador das tarefas e, caso sinta a necessidade de interferir mais ativamente, pode recorrer ao ensino ostensivo, como recurso necessário e essencial ao processo de treinamento (que pode ser feito por meio de exemplos e de exercícios) da regra matemática, como forma de dotar o aluno dos instrumentos necessários para construção do sentido da regra e construção de conceitos.

### **Implicações para futuras pesquisas**

No movimento de produção de conhecimento, a conclusão não carrega o sentido de término. Concluir tem o sentido de que alguns pontos precisam ser evidenciados e analisados para que possa gerar outros problemas a serem investigados. Nesta pesquisa, problematizei a produção de sentidos e construção de significados do objeto matemático mediante as interações dos sujeitos inseridos em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem matemática.

Por intermédio do confronto do material empírico com o aporte teórico discutido nesta pesquisa, conclui-se que, enquanto para a matemática (e para o professor) a regra possui um sentido único, para o aluno, ela pode ter sentidos diversos. Evidenciei que, didaticamente, é necessário dar liberdade ao aluno para que externar os sentidos seus através da fala, para que os demais sujeitos tenham acesso ao sentido que ele produziu e através disso, o sentido que é subjetivo passa a ser intersubjetivo, contribuindo com a significação e, evitando ou minimizando assim, os problemas de aprendizagem.

A concepção de modelagem esboçada nesta investigação evidenciou que o processo de modelagem na gera somente um tipo de ambiente de aprendizagem, como sugere parte da literatura, em função de fatores que ainda estão impregnados na cultura e na organização político-pedagógico das escolas brasileira, que acabam por transformar a idéia de modelagem para que possa se adequar a essa estrutura. Como ocorre esse processo de transformação? Como interagem os sujeitos no trânsito entre os ambientes de aprendizagem gerados nesse processo?

Um recurso muito utilizado durante as aulas observadas referem-se ao ensino ostensivo. A tentativa de participarem de um mesmo universo discursivo conduziu os sujeitos da interação a se utilizarem de recursos externos à linguagem formal da matemática, para além da linguagem como referência, ou seja, os gestos utilizados como forma de esclarecer o que está além dos signos nos mostram que a presente pesquisa evidencia a necessidade outras investigações que possam

contribuir com a pesquisa em modelagem matemática, que tem como foco, as interações dos sujeitos nos ambientes de aprendizagem gerados durante o processo.

Assim, estas conclusões projetam uma nova agenda de pesquisa para futuros trabalhos em Modelagem Matemática. Os interessados em compreender a dinâmica das interações discursivas que ocorrem na sala de aula, podem problematizar a partir das conclusões deste trabalho outros focos que poderão gerar novas pesquisas.

## Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. & GEWANDSZNAJDER, F. **O método das ciências sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Pioneira, 1998.

ARAÚJO, J. de L. Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na educação matemática. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: Pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

ASMANN, H. **Metáforas novas para Reencantar a Educação**. Piracicaba: UNIMEP, 1996.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001a.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. In: Anais 24<sup>a</sup> ANPED, Rio de Janeiro, 2001b.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática na sala de aula**. *Perspectiva*, v. 27, n. 98, jun. 2003a.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Santos, 2003b.

BARBOSA, J. C. **Mathematical modelling in classroom**: a critical and discourse perspective. ZDM. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Karlsruhe, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006a.



BARBOSA, J. C. **A Dinâmica das Discussões dos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática**. In: Anais III SIPEM, Águas de Lindóia-SP, 2006b.

BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. [org's]. **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. – (Biblioteca do Educador Matemático, v. 3).

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling and parallel discussions. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 5, Larnaca. *Proceedings...* Larnaca: European Society for Research in Mathematics Education, 2007. Disponível em: <[http://www.cyprusisland.com/cerme/Group13/GROUP13\\_2.doc](http://www.cyprusisland.com/cerme/Group13/GROUP13_2.doc)>. Acesso em: 10/02/2010

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.

BEAN, D. W. **O que é Modelagem Matemática?** In: Educação Matemática em Revista. São Paulo, SBEM. Ano 8, n. 9/10, abril, 2001.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4ª edição. São Paulo: Contexto, 2007.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras as propostas atuais**. Alexandria Revista em Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, nº 2, p.7-32, 2009. Disponível em <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista> Acesso em: 10 nov. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem**. 2ª Ed. Blumenau: Edfurb, 2004.

BORBA, M. de C; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2ª Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BORBA, M. de C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. In: **Educação Matemática em Revista**. São José do Rio Preto, SBEM, nº 3, p. 63-70, 1997.

BORRROMEO, FERRI, R. **Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process**. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, v. 38, n. 2, p. 8695, 2006.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. 20ª Ed. Brasília: Câmara dos Deputados, Coordenação de Publicações, 2003.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – GESTAR II. Atividades de Apoio à Aprendizagem 6 – AAA6: **Matemática nas migrações e em fenômenos cotidianos.** Brasília: MEC/SEB, 2008.

BRAGA, R. M. **Modelagem Matemática e Tratamento do Erro no processo de ensino – aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

BURAK, D. **Uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série.** Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista “Júlio Mesquita Filho” (Dissertação de Mestrado), 1987.

BURAK, D. **Critérios norteadores para a adoção da modelagem matemática no ensino fundamental e secundário.** In: Revista Zetetiké, São Paulo, ano 2, n. 2, p. 47-60, 1994.

CARRASCO, L. H. M. Leitura e escrita em matemática. In: NEVES, I. C. B. et al. (Org.). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. 7ª ed. Porto Alegre: UFRGS, 2006. p.193.

CHAVES, M. I. A.; ESPÍRITO SANTO, A. O. **Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades.** In: Revista Bolema, Rio Claro, ano 21, número 30, p. 149-161, 2008.

DANYLUK, O. **Alfabetização matemática:** as primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Sulina, 2002.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** Da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática.** Trad. Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

El-Hani, C. N. & Sepúlveda, C. (2006). Referenciais teóricos e subsídios metodológicos para a pesquisa sobre as relações entre educação científica e cultura. in: Santos, F. M. T. & Greca, I. M. R. (Orgs). **A Pesquisa em Ensino de Ciências no Brasil e suas Metodologias**. Ijuí/Petrópolis: UNIJUI/Vozes, 2006, pp. 161-212.

ESPÍRITO SANTO, A. O. do; MACHADO JÚNIOR, A. G.; CHAVES, M. I. A. **Modelagem na educação matemática: teoria e prática**. Belém: Ed. da UFPA, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª Ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FLICK, U. **Uma introdução à pesquisa qualitativa**. Trad. Sandra Netz. 2ª Ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa**. 37ª Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Ação cultura para liberdade e outros escritos**. 9ª Ed.[1ª Ed 1975]. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FRANCHI, R. A. **A modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia**. Rio Claro, 1993. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Eurociências e Ciências Exatas, UNESP.

GALBRAITH, P.; STILLMAN, G. **A framework for identifying student blockages during transitions in the Modelling process**. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, v. 38, n. 2, p. 143-162, 2006.

GARDING, L. **Encontro com a matemática**. 2.ed. Trad. Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga. Brasília: Universidade de Brasília, 1997.

GLOCK, H. **Dicionário Wittgenstein**. Trad. Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

GRANGER, G. G. **Filosofia do estilo**. Trad. Escarlett Zebertto Marton. São Paulo, perspectiva, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.

HEIN, N.; BIEMBENGUT, M. S. Sobre a modelagem matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.).

**Modelagem matemática na educação matemática brasileira:** Pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

JESUS, W. P. de. A filosofia da Educação Matemática de Paul Ernest e suas Relações com as Filosofias da Matemática de Imre Lakatos e Ludwig Wittgenstein. In: MIORIM, M. Â.; VILELA, D. S. (Orgs). **História, Filosofia e Educação Matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2009, p.159-197.

KLÜSENER, R. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, I. C. B. et al. (Org.). **Ler e escrever:** compromisso de todas as áreas. 7ª ed. Porto Alegre: UFRGS, 2006.p.177-178.

KOYRÉ, A. **Considerações sobre Descartes**. Lisboa: Editorial, presença, 1986.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. 8ª ed. São Paulo: Perspectiva, 1975.

LEVY, L. F. Modelagem Matemática no ensino-aprendizagem: atravessando-se paradigmas. In: **V CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Anais. Ouro Preto. 2007.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua. 3ª Ed. São Paulo: Cortez, 1993.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade:** análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática. 5ª Ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MACHADO JÚNIOR, A. G. **Modelagem Matemática no Ensino-aprendizagem:** Ação e Resultados. Belém, PA: Universidade Federal do Pará (Dissertação de Mestrado), 2005.

MARCONDES, D. **Textos básicos de filosofia:** dos pré-socráticos a Wittgenstein. 5ª Ed. Revista. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2007.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MORENO, A. R. **Wittgenstein:** os labirintos da linguagem: ensaio introdutório. São Paulo: Moderna; Campinas, SP: Editora da Universidade de Campinas, 2000.

MORENO. A. R. **Introdução a uma pragmática filosófica**. Campinas: Editora da Unicamp, 2005.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

PONTE et al. **Didática da Matemática** – ensino secundário. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento de ensino secundário, 1997. 134p.

PORTO, A. S. **As bases filosóficas do construtivismo matemático de Wittgenstein**. 2002. 211 f. Tese (Doutorado em Filosofia) – Centro de Teologia e Ciências Humanas, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.

ROZAL, E. F. **Modelagem Matemática e os Temas Transversais na Educação de Jovens e Adultos**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as ciências**. 4ª ed. São Paulo: Cortez, 2006.

SILVEIRA, M. R. A. da. **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SILVEIRA, M. R. da. **Interpretação e Comunicação em Matemática**. In: 2º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação matemática. Recife: 2008.

SILVA, J. M. da.; SILVEIRA, E. S. **Apresentação de Trabalhos Acadêmicos: normas e técnicas**. 3ª ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2008.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática crítica**. Trad. Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008.

SMITH, S. D. da C. **A Dinâmica do Ambiente Gerado pela Modelagem Matemática na Educação de Jovens e Adultos**. Anais do 2ª SIPEMAT, 2008a.

SMITH, S. D. da C. **Modelagem Matemática gerando um ambiente de aprendizagem para a educação de jovens e adultos**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) Universidade Federal do Pará, Belém, 2008b.

SOARES, M. **Metamemória-memórias**: Travessia de uma educadora. São Paulo: Cortez, 1990.

SPINA, C. de O. C. **Modelagem Matemática no Processo de Ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral para o Ensino Médio**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

VILELA, D. S. Elementos para uma Compreensão das Matemáticas como Práticas Sociais. In: MIORIM, M. Â.; VILELA, D. S. (Orgs). **História, Filosofia e Educação Matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2009, p.89-125.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

WEIL, P. Axiomáticas transdisciplinar para um novo paradigma holístico. In: WEIL, P.; D'AMBRÓSIO, U.; CREMA, R. **Rumo à nova transdisciplinaridade**: sistemas abertos de conhecimento. São Paulo: Summus, 1993, p. 9-73.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

WITTGENSTEIN, L. **Da certeza**. Lisboa: Edições 70, 2000.

**Anexo 1**

**ESCOLA DE APLICAÇÃO DA UFPA**  
**PROF<sup>a</sup> DANIELLE DA CUNHA SMITH**

**ALUNO(A):** \_\_\_\_\_ **N.º** \_\_\_\_\_

**GRUPO:** \_\_\_\_\_

**DATA:** \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

## **MATEMÁTICA DOS ALIMENTOS**

### **TEXTO FACILITADOR: AS EMBALAGENS**

#### **A diferença entre rótulo e embalagem**

Rótulo é toda inscrição, legenda e imagem ou, toda matéria descritiva ou gráfica que esteja escrita, impressa, estampada, gravada ou colada sobre a embalagem do alimento. (Segundo a Agência Nacional de Vigilância Sanitária - ANVISA)

Embalagem é o recipiente destinado a garantir a conservação e facilitar o transporte e manuseio dos alimentos. Alguns tipos de embalagens são: vidro, plástico, papelão. (Também segundo a ANVISA).

#### **O que deve conter no rótulo?**

- Denominação de venda do alimento: é o nome específico que indica a origem e as características do alimento. Deve dizer o que é produto. Por exemplo: cereal matinal à base de trigo, leite UHT desnatado, biscoito recheado sabor morango;

- Lista de ingredientes: Devem ter a descrição de todos os ingredientes no rótulo, por ordem decrescente da proporção. Os aditivos alimentares também devem fazer parte da lista sendo relatados por último. Com exceção de alimentos com um único ingrediente (por exemplo: açúcar, farinha de trigo, vinho);

- Peso líquido: no rótulo deve constar a quantidade de alimento presente na embalagem, sendo expressa normalmente em mililitro (ml), litro (l), grama (g), quilo (Kg) ou por unidade;

- Identificação da origem: devem ser indicados o nome e o endereço do fabricante. Atualmente, a maioria das indústrias oferece aos clientes, o Serviço de Atendimento ao Consumidor (SAC), disponibilizando também no rótulo, o telefone e o e-mail para facilitar o contato em caso de dúvidas, críticas ou sugestões.

- Identificação do lote: todo rótulo deve ter uma indicação em código que permita identificar o lote a que pertence o alimento. Em caso de problemas com o lote podem ser retirados das prateleiras dos supermercados.

- Prazo de validade: deve estar presente de forma visível e clara. No caso de alimentos que exijam condições especiais para sua conservação, devem ser indicados o melhor local de



armazenamento (freezer, congelador, geladeira) e o vencimento correspondente. O mesmo se aplica a alimentos que podem se alterar depois de aberta a embalagem. O consumidor deve estar sempre atento à data de validade ao adquirir um alimento. Todo produto vencido deve ser desprezado, pois, além de perder a garantia de qualidade pelo fabricante, pode trazer riscos à saúde.

- Instruções sobre o preparo e uso do alimento: quando necessário, o rótulo deve conter as instruções necessárias sobre o modo apropriado de uso, incluídos a reconstituição e o descongelamento.

- Informações nutricionais: de acordo com a Resolução nº 40, de 21/03/01, todos os alimentos e bebidas produzidos, comercializados e embalados na ausência do cliente e prontos para oferta ao consumidor devem ter as informações nutricionais presentes no rótulo. Excluem-se deste Regulamento, as águas minerais e as bebidas alcoólicas. As empresas têm 180 dias, a partir da data da Resolução, para se adequarem. O modelo de rotulagem nutricional, proposto pela ANVISA, encontra-se a seguir. Obrigatoriamente a informação nutricional deve estar por porção (fatia, copo, unidade) e os nutrientes devem estar dispostos na ordem abaixo.

- Contém glúten: a partir de 23/12/92 (lei nº 8.543), todos os produtores de alimentos industrializados contendo glúten através dos ingredientes trigo, aveia, cevada, e centeio e/ou seus derivados passaram a ter que incluir obrigatoriamente a advertência no rótulo das embalagens, a fim de alertar os indivíduos com doença celíaca que não podem consumir tais alimentos devido à intolerância ao glúten.

- Alimentos para fins especiais: segundo a Portaria nº 29, de 13/01/98, os alimentos para fins especiais, ou seja, formulados para atender necessidades específicas, devem ter no rótulo a respectiva designação, seguida da finalidade a que se destina (exemplos: diet, light, enriquecido em vitaminas, isento de lactose). Em alguns casos, é obrigatória a utilização de alertas, como: "Contém fenilalanina" (alimentos com adição de aspartame) ou "Diabéticos: contém sacarose" (alimentos contendo açúcar).

- Normalmente é adotada uma dieta de 2500 kcal como base.

**Anexo 2**

**ATIVIDADE SOBRE A “MATEMATICA DOS ALIMENTOS”**

**Roteiro 1**

1. Escolha alguns alimentos do cardápio diário do grupo.

---



---



---



---

OBS: Trazer as embalagens (vazias) dos alimentos escolhidos para sala de aula

2. Identifique nas embalagens escolhidas o conteúdo dos rótulos. Em seguida verifique o peso líquido das embalagens e registre na tabela abaixo.

<b>PRODUTO</b>	<b>PESO LIQUIDO</b>	<b>UNIDADE REFERENCIA (massa ou capacidade)</b>

3. Discuta com o grupo qual é a principal diferença entre massa e capacidade. Descreva a seguir as conclusões.

---



---



---



---

4. Elabore um problema sobre o tema EMBALAGENS DE PRODUTOS que esta sendo desenvolvido em seu grupo

---



---



---



---



---

**ROTEIRO DA ATIVIDADE ALIMENTOS**

GRUPO n.º \_\_\_\_\_

**Roteiro 2**

1. Escolha alguns alimentos do cardápio diário do grupo.

---

---

---

OBS: Trazer as embalagens (vazias) dos alimentos escolhidos para sala de aula

2. Identifique nas embalagens escolhidas o conteúdo dos rótulos. Em seguida verifique o peso líquido das embalagens e registre na tabela abaixo.

PRODUTO	PESO LÍQUIDO	UNIDADE REFERÊNCIA (massa ou capacidade)

3. Discuta com o grupo qual é a principal diferença entre massa e capacidade. Descreva a seguir as conclusões.

---

---

---

---

4. Elabore um problema sobre o tema EMBALAGENS DE PRODUTOS que esta sendo desenvolvido em seu grupo

**ATIVIDADE EM GRUPO**

GRUPO n.º \_\_\_\_\_

**Roteiro 3**

1) Escolha um produto com quantidade inferior a 1 quilo ou 1 litro:

**Produto:** \_\_\_\_\_

Agora responda aos seguintes questionamentos:

a) Qual é a data de fabricação e validade desse produto? \_\_\_\_\_

b) Quantos dias faltam, para que o produto fabricado perca a validade para o consumo?

---

---

---

---

c) Na opinião do grupo, quais são os riscos de consumir o alimento fora desse prazo?

---

---

---

---

d) Qual o peso líquido do produto? \_\_\_\_\_

e) Quantos gramas ou quantos mililitros faltam para completar um quilograma ou um litro?  
(apresente os registros)

---

---

---

---

e) Na opinião do grupo, o que devemos considerar na compra de produtos alimentícios, além da data de validade?

---

---

---

f) Você conhece outras unidades de medidas, de massa e capacidade, além das que aparecem nas embalagens dos produtos alimentícios e bebidas? Quais? Comente com o seu grupo e escreva.

---

---

---



Nas embalagens de refrigerantes é possível calcular qual é a mais econômica, uma lata de 350ml ou uma garrafa de 600ml? Como? Discuta em grupo e resolva esse problema!



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---