UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
NÚCLEO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ (NPADC)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS - PPGECM

MÁRCIA DE NAZARÉ JARES ALVES CHAVES

“SENTIMENTO DE SEMELHANÇA”: poéticas visuais de interconexões em arte e matemática

BELÉM/PA
2008

Márcia de Nazaré Jares Alves Chaves

“SENTIMENTO DE SEMELHANÇA”: poéticas visuais de interconexões em arte e matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Renato Borges Guerra.

BELÉM/PA

2008

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca do NPADC, UFPA

CHAVES, Márcia de Nazaré Jares Alves

“Sentimento de semelhança”: poéticas visuais de interconexões em arte e matemática / Márcia de Nazaré Jares Alves Chaves – Belém: 2008.
129f.

Orientador: Renato Borges Guerra

Dissertação (Mestrado) – Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, 2008.

1. MATEMÁTICA – Estudo e ensino. 2. ARTE. 3. PRÁTICA DE ENSINO. I. Título

CDD: 22. ed. 510.7

Márcia de Nazaré Jares Alves Chaves

“SENTIMENTO DE SEMELHANÇA”: poéticas visuais de interconexões em arte e matemática

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Educação em Matemática.

Banca Examinadora:

____
Prof. Dr. Renato Borges Guerra
(Orientador)

____
Prof. Dr. Edison da Silva Farias
(Examinador externo)

____
Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva
(Examinador interno)

____
Prof. Dr. Erasmo Borges de S. Filho
(Examinador Suplente)

Apresentado em: __05____/__08_____/_2008______.

Dedico este trabalho aos meus queridos pais, Antonio da Costa Alves (in memorian) e Maria Jares Alves, que não mediram esforços para nos dar a melhor educação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, sustento e fidelidade em todos os momentos por mim vividos, em especial nesse momento de minha existência, por ter me dado forças para buscar novos conhecimentos, colocando em meu caminho pessoas maravilhosas como:

Meu orientador, Prof.Dr. Renato Borges Guerra pela excelência nas orientações e pela tranqüilidade com que conduziu todo esse processo, possibilitando assim, a realização deste trabalho;

Ao Núcleo de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará (NPADC), representado pelos professores, Tadeu Oliver Gonçalves e Terezinha Valim Oliver Gonçalves;

Aos meus pais Antonio da Costa Alves (In memória) e Maria Jares Alves, por todos os bons exemplos de vida;

Ao meu amado esposo, amigo e companheiro João Bosco, ao meu filho João Bosco, minha nora Ana Ligia e meu neto Nahan, muito amados e razão primeira das minhas lutas, por abraçarem esse projeto com essencial e irrestrito apoio;

Aos alunos que tornaram possível essa experiência em arte;

A todos os professores do NPADC, por terem contribuído com meu crescimento pessoal e profissional;

À amiga Amélia Pergentina Faro Guerra, que sem perceber foi mão de Deus e força para mim em muitos momentos difíceis;

As colegas de curso parceiras e companheiras, Maria do Socorro, Vena Lúcia, Nilzilene, Eulália e Edilena, responsáveis por grande parte das boas lembranças do nosso mestrado, por nossas lutas e pelas conquistas no espaço acadêmico;

Ao Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva por todas as contribuições relevantes concedidas durante o curso e no exame de qualificação;

Aos professores Drs. Edison da Silva Farias e Erasmo Borges de S. Filho, pelas preciosas contribuições no exame de qualificação.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para que este trabalho tomasse corpo e alma. Minha gratidão pelo apoio e colaboração, pois, é grande demais para se expressar em poucas palavras.

Meu sincero agradecimento a todos.

"(...) todos os gêneros de pensamento, inclusive o matemático, são abstrações que não abarcam, nem podem fazê-lo, a realidade inteira. Diferentes gêneros de pensamentos e diferentes gêneros de abstrações podem, juntos, dar-nos um melhor reflexo da realidade. Cada um de per si tem os seus próprios limites, mas juntos podem levar o nosso entendimento da realidade mais longe do que cada um isoladamente (...). Mas outrora havia essa visão geral do universo, da humanidade e do nosso lugar no todo e não havia separação real entre a ciência, a arte e a religião."

(In "Ciência,OrdemeCriatividade", de D. Bohm e F. D. Peat)

LISTA DE FIGURAS

RESUMO

O presente trabalho trata de uma experiência piloto de uma seqüência didática, envolvendo fazeres da arte que comungam os conceitos artísticos e matemáticos de semelhança com alunos de uma turma de 8ª série do ensino fundamental com objetivo de desenvolver um sentimento matemático de semelhança por meio do fazer artístico, motivado na proposta Triangular em Arte, na Matemática Humanística e nos pressupostos da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. O estudo revela que a matemática considerada no domínio inteligível razão; e a arte no domínio sensível emoção, mostram-se, nesse caso, inseparáveis para a construção do sentimento de semelhança matemático como desejado.

Palavras-Chave: Ensino de arte. Matemática. Campos Conceituais. Semelhança.

ABSTRACT

The present work deals with a pilot experience of a didactic sequence. This study involves art's works which communicate the artistic and mathematical concepts of similarity with students of an 8^{th} year elementary school class. This work intends to develop on students a mathematical feeling of similarity by means of artistic making that is motivated in the proposal Triangular in Art, in the Humanistic Mathematics and in the presuppositions of the Conceptual Fields of Vergnaud theory. The study reveals that although the mathematics is considered in the intelligible reason dominion and the art is considered in the sensible emotion dominion, these two fields show themselves, in this case, inseparable for the construction of the mathematical similarity feeling as it is desired.

Key-words: Education of art. Mathematics. Conceptual fields. Similarity.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

• CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

Durante meus 20 anos no cenário da educação, atuando como professora de Ensinos Fundamental, médio e superior e em projetos de oficinas em arte e educação, muito refleti em busca de respostas a muitas de minhas inquietações, principalmente sobre as deficiências teóricas metodológicas da disciplina arte. Porém, na década de 90, ao tomar ciência da Proposta Triangular em arte, que consiste em três vertentes, assim denominadas: Leitura de imagem; Fazer artístico e Contextualização, difundida pela arte-educadora Ana Mae Barbosa, a qual defende a arte como objeto do conhecimento, a alfabetização do olhar e a inclusão do trabalho do estudante no universo da produção artística, fez-me readquirir ânimo para prosseguir, porque essa proposta foi para mim o divisor de águas, pois ao adotá-la, encontrei sentido para nossa práxis, conquistando com isso o respeito de todos, uma vez que

> A Proposta Triangular deu segurança à disciplina por enfocar a arte como expressão e como cultura na sala de aula, introduzindo a discussão sobre arte e a leitura e análise da obra de arte na escola. Enfim, introduziu a produção dos artistas na escola. [1]

Partindo dessa premissa, passei então a trabalhar o ensino de arte através da aplicação dessa Proposta. Nesse contexto, explorei imagens de obras da arte em todas as suas nuances, decompondo-a e recompondo-a para apreender a imagem como um depósito de conhecimento, de informação, de explicitação de idéias e conceitos envolvendo, em especial, elementos da própria visualidade artística como de outras áreas do conhecimento.

Nessa perspectiva e em meio a muitas experiências, refleti meu tema de dissertação. Primeiro percebi que realizar uma pesquisa que envolvesse conceitos matemáticos no ensino de Arte seria de grande relevância para a educação, formando desse modo, uma rede entre as duas áreas de conhecimento -Matemático e Artístico- já que o conhecimento do mundo advém de um processo onde o sentir e o simbolizar articulam- se e completam- se.

---

[1] Ana Mãe Barbosa Revista SESC/SP nº 129 - Fevereiro 2008 - ano 2008. Em pauta: Educação Artística.

Segundo, o conteúdo programático a ser trabalhado no decorrer do ano letivo levou-me a rever algumas características da arte acadêmica, como: perspectiva, luz e sombra, semelhança e contraste, equilíbrio (simétrico e assimétrico) e proporção, na intenção de preparar meus estudantes para receberem conteúdos da Arte Moderna. Porque, durante vários séculos o grande desafio da pintura e da escultura foi o de retratar com a maior lealdade possível as formas da realidade: os traços de uma pessoa num retrato, a ilusão da profundidade (perspectiva) e do movimento em uma paisagem, a cor de um pôr-do-sol ou da noite estrelada.

Sabe-se que tendências da arte moderna do final do século XIX e início de XX, bem como as experiências de vanguarda evidenciaram-se pelo rompimento com essas características da arte acadêmica, desfazendo rigorosamente com as formas rígidas dos padrões consagrados pela tradição. Desse modo, entendo a necessidade de retomar tais valores da arte acadêmica para fazer com que os discentes compreendam a desconstrução da forma na arte moderna, embora esse componente visual de semelhança na composição não represente uma característica própria da arte acadêmica, como se pode verificar nas obras de vários mestres da pintura, que em diversos períodos da história da arte apropriaram- se desse meio visual em suas obras. É o caso de Botticelli:em linhas e volumes; Giotto: em superfícies e volumes; El Greco, em formas; Mondrian: em superfícies; Picasso (fase azul): em superfície e cores; Klee: em linhas e superfícies.

Outro fator relevante que me impulsionou na escolha desse tema foi ter verificado, em pesquisas já realizadas sobre o assunto em pauta, as dificuldades no ensino e aprendizagem de conceitos geométricos. Como se comprova na pesquisa de Maciel (2004).

> A maneira como se tem ensinado semelhança de figuras planas e a forma como essa propriedade vem sendo apresentada nos livros didáticos pode proporcionar aos alunos a aquisição de uma concepção limitada do conceito.
>
> Diante do estudo realizado, percebemos que os conceitos de proporção, propriedades de figuras geométricas, homotétia, ampliação redução e semelhança quando trabalhados são, em alguns casos, de maneira estanque, sem que se realize atividades que promovam a percepção, por parte do aluno, de relações entre esses conceitos (...) Maciel 2004, p.70).

Brito e Morey (2004), constataram que as dificuldades dos professores em trigonometria estavam relacionadas a conceitos geométricos tais como simetria e semelhança.

> Como havíamos pressuposto, alguns professores desconheciam os movimentos de simetria e a composição dos mesmos. Quanto ao conceito de semelhança, observamos que todos os professores de nossa amostra só haviam trabalhado, até então, com semelhança de triângulos; sete acreditavam que a proporcionalidade dos lados homólogos de figuras semelhantes garantiria a congruência dos ângulos correspondentes e cinco deles utilizavam o processo aditivo para construir figuras semelhantes,repetindo um procedimento já constatado em pesquisas anteriores (SANCHEZ1991).

Por isso, considerando a área de meu estudo de mestrado, -'Educação Matemática'- sem perder de vista porém as bases teóricas que sustentam as práticas do ensino em arte, julgo importante ao trabalhar os distintos aspectos do conceito de semelhança, evidenciar as relações de aprendizagem entre os conteúdos matemáticos e artísticos contribuindo, desse modo, com o ensino dessas duas áreas, já que

> A arte desenvolve a cognição, a capacidade de aprender. A arte leva os indivíduos a comparar coisas, a passar do estado das idéias para o estado da comunicação, a formular conceitos e a descobrir como se comunicam esses conceitos. Todo esse processo faz com que o aluno seja capaz de ler e analisar o mundo em que vive, e dar respostas mais inventivas.[2]

Assim com o propósito de evidenciar as relações de aprendizagem entre os conteúdos matemáticos e artísticos, proponho destacar conceitos matemáticos presentes no fazer artístico, enriquecendo, dessa maneira, a didática de ensino das duas disciplinas com o objetivo de oportunizar ao aprendiz que ele vivencie distintas 'faces' ou aspectos de um mesmo conceito em ação, nessas disciplinas.

Não tenho com isso nenhuma pretensão de que o professor de matemática se transforme em um professor de arte ou vice-versa nem tampouco de reduzir o ensino de arte ou de matemática a uma disciplina de apoio uma da outra ou de outras áreas, mas sim evidenciar conceitos implícitos e ou explícitos, nas obras e movimentos artísticos, como forma de enriquecer o ensino dessas disciplinas em um elemento-chave do processo educacional, incentivando o estudante a encontrar caminhos que o levem às ações significativas de integração entre os ensinos da arte e da matemática, que é o foco desta pesquisa.

Nesse sentido, procurei o conceito de semelhança que segundo o dicionário Aurélio é "uma relação entre seres, coisas ou idéias que apresenta entre si elementos conformes, além daqueles comuns, à espécie, parecença, analogia; aspecto, aparência; confronto, comparação, paralelo". Tal conceito ou definição a grosso modo, mostra-se por

[2] Ana Mãe Barbosa Revista SESC/SP nº 129 - Fevereiro 2008 - ano 2008 . Em pauta: Educação Artística

sua vez, limitado, pela complexidade envolvida, mas me desperta interesse em analisá-lo exatamente por uma complexidade ainda evidenciada quando restrita às especificidades reveladas nas artes e na matemática.

O conceito de semelhança presente de forma útil nos fazeres das engenharias, das arquiteturas, das ciências e das artes, onde revelam seus distintos aspectos ou especificidades, não raro evidencia uma dificuldade dos alunos do ensino básico em não saberem dizer o que são objetos semelhantes, embora possam demonstrar, às vezes, certa habilidade no uso de propriedades matemáticas desse conceito em situações específicas dessa disciplina. Mesmo observando que a construção do conceito matemático de semelhança perpassa por todo o ensino básico e avance no curso superior num desenvolvimento conceitual matemático que movimenta conhecimentos próprios desses níveis de ensino, a dificuldade em saber dizê-lo, não raro, parece perdurar. Logo, explorar esse conceito, em suas distintas matizes na arte e na matemática, torna-se necessário, de modo a prover de vivências o estudante que está em situação de aprendizagem e procura se apropriar desse conceito no fazer da matemática, da arte e das ciências.

Nesse sentido, espero que minha proposta de estudo em Matemática e arte, baseado nos pressupostos teóricos dos Campos Conceituais de Vergnaud, possa promover a construção de conhecimentos implícitos no estudante pela dinâmica da construção e uso das transformações de semelhanças por ele construídas, que poderão dotá-lo paulatinamente de um sentimento de semelhança e, no futuro, significar o conceito matemático de semelhança.

- PROBLEMA DE PESQUISA.

Desse modo, no contexto exposto, a questão investigativa parte dos momentos em que os estudantes estão envoltos em situações artísticas. Assim procura-se saber:

O fazer artístico pode desenvolver o sentimento de semelhança no sentido matemático, em alunos de uma turma de 8º série do ensino fundamental?

Outras questões relacionadas com esta pesquisa emergem junto com a questão anterior:

Que situações no ensino de artes visuais podem promover o desenvolvimento do conceito matemático de semelhança?
Que aspectos do conceito de semelhanças podem ser revelados num fazer artístico e descrito na língua natural pelos alunos?

As respostas a essas questões exigem inicialmente que o conceito de semelhança seja situado, na arte e na matemática, bem como na importância das questões levantadas.

• JUSTIFICATIVA

A importância desta pesquisa está em mostrar que conceitos trabalhados no ensino das artes e também no ensino da matemática, especificamente o conceito de semelhança, pode ter seus diferentes aspectos revelados ao estudante, quando este faz e vivencia diversas situações nas matemáticas e nas artes. O fazer, para cada situação, nas especificidades dessas disciplinas, pode promover paulatinamente a descoberta pelo estudante de faces comuns desse conceito, na arte e na matemática, permitindo-lhe distingui-los para a construção do conceito matemático de semelhança, articulado e integrado com o conceito artístico de semelhança, tudo por ele evidenciado na ação explícita do fazer das artes até a descrição dos conhecimentos implícitos movimentados por ele nesse fazer, por meio da língua natural ou simbólica da matemática. Por isso, postulou-se que a construção pelo estudante do conceito matemático de semelhança objeto matemático, requer um uso prévio do conceito-útil de semelhança no aspecto também presente nas artes, como meio de desenvolver nele, conhecimentos implícitos que julgamos indispensáveis para o desenvolvimento do conceito matemático de semelhança que pretendemos que eles atinjam.

Assim, para justificar a importância das respostas as nossas questões e prover de subsídios o que postulamos, fazemos uma breve, mas indispensável apresentação do conceito de semelhança na arte e na matemática, começando pela arte onde esse conceito surge com a idéia de repetição premeditada de formas, cores, tons, linhas.

A Gestalt Theorie, no original Teoria da Boa Forma, Psicologia Gestalt, Psicologia da Forma são termos equivalentes, e é mais usualmente denominado de Psicologia da Gestalt, ou Percepção Visual[3]. Tem como seus principais expoentes Kurt Koffka, Wolfgang Köhler e Max Werteimer. Essa teoria expandiu-se a partir da constatação de que as psicologias comportamentalistas não eram suficiente para explicar certos fenômenos visuais, especificamente as ilusões de óptica, então, através de suas pesquisas cunharam as Leis da Gestalt relativas à percepção humana, procurando entender o que acontece para que determinado recurso pictórico resultasse em um específico efeito ou outro. Esses estudiosos teorizaram, como percebemos os componentes visuais auxiliando na compreensão das imagens e idéias, e fundamentaram o comportamento natural do cérebro, e sua atuação no processo de percepção das formas. Apontam a semelhança como um dos seis fatores principais que determinam como agrupamos coisas. Explicam que objetos semelhantes em forma ou tamanho ou cor são mais facilmente interpretados como um grupo. Essa característica pode ser usada como fator de harmonia ou de desarmonia visual.

Essa teoria tem como principal ponto de vista o fato de que o conhecimento do mundo se adquire por meio de elementos que por si só constituem formas organizadas e que não se pode ter conhecimento do todo através das partes, mas das partes através do todo.

Teórico da Psicologia da forma, Rudolf Arnheim[4] (1991, p. 70.), explica que “a semelhança é um pré-requisito para se notar as diferenças”. Como exemplo, tem-se a figura 01. “Estas semelhanças mantêm todos os quadrados ligados e ao mesmo tempo forçosamente evidenciam a diferença de tamanho entre eles. A diferença de tamanho, por sua vez, resulta numa subdivisão, pela qual os dois quadrados grandes, contra quatro pequenos, ligam-se a um nível secundário. Este é um exemplo de agrupamento por semelhança de tamanho”.

---

[3] conhecimento teórico que relaciona a forma e suas expressões sensoriais.
[4] psicólogo,autor alemão e teórico da Gestalt percepção.

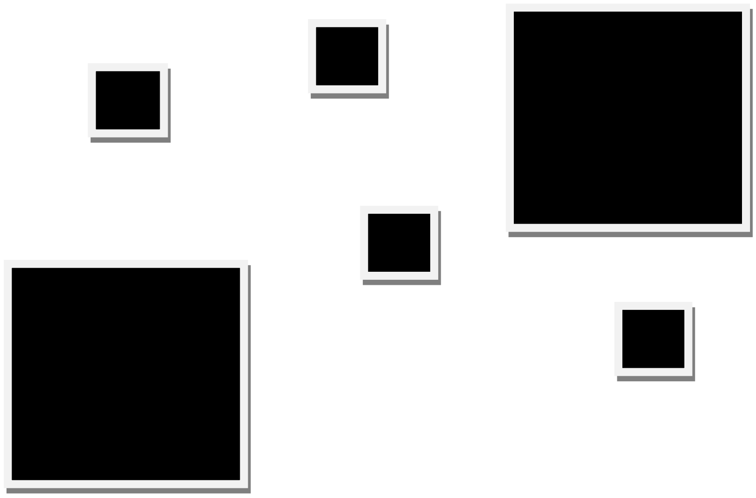


Figura 01 – Agrupamento por semelhança de tamanho.
Fonte: Rudolf Arnheim (1991)

Evidenciando esse argumento de Arnheim, para se notar as diferenças dentro do agrupamento por semelhança de tamanho, apresentamos a seguir, a obra do artista plástico Luiz Antonio Felkl intitulada ‘O Próximo e o Distante’ para a mostra ‘Sintaxe da Figura’, na qual ele adota como estratégia, a auto referencialidade de seu próprio modelo plástico. Esse artista utiliza a figura humana como elemento motor, tanto feminina quanto masculina, a partir de três escalas de pequeno formato - uma maior, outra média e a terceira menor. Verifica-se que de uma imagem pré-fabricada pelo próprio artista provêm as outras. O uso de uma forma estável ajuda a relação perceptiva das diferenças de plano ou mesmo de grupos dentro do grupo maior, As semelhanças fisionômicas, de posturas, das vestes são propositais, justamente para destacar o que lhe interessa como discurso conceitual.

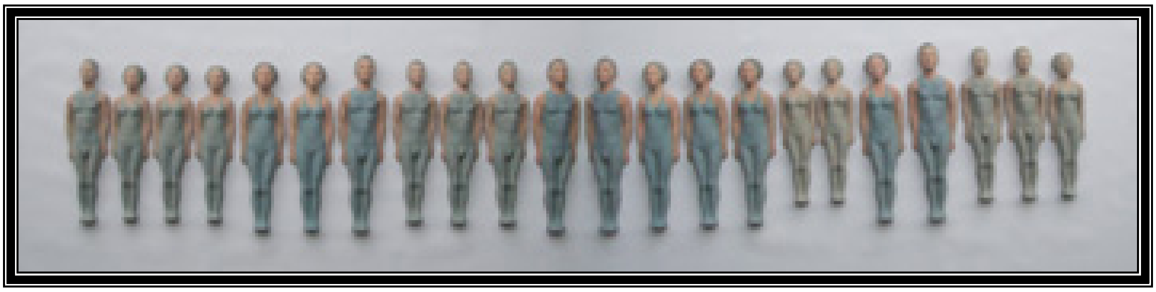


Figura 02 - O Próximo e o Distante.
Fonte: Bolsadearte.

Conforme Ostrower [5] (1989, p.255,257,258):

> Quando o artista compõe uma imagem, desdobrando os vários elementos visuais, dispõe de duas modalidades básicas para fazê-lo: pode relacionar as formas através de semelhanças e através de contrastes(...). As semelhanças formais nas artes plásticas são percebidas como repetições rítmicas (...). Nas tonalidades, por exemplo, temos semelhanças, variações em torno de uma cor dominante.

Dondis[6] (1991) em Sintaxe da Linguagem Visual, quando trata da composição, ressalta os Fundamentos Sintáticos do Alfabetismo Visual, esclarecendo que todas as mensagens visuais são expressas ou recebidas em três níveis: Representacional, Abstrato e Simbólico, sendo este o vasto campo de símbolos criados pelo homem e seus respectivos significados. Destaca cada um e aponta dentre eles um dos princípios da Gestalt de grande valor compositivo, lei de atração e agrupamento no ato de ver, e esclarece, que na mensagem visual existem entre seus elementos essas duas relações. Ressalta que o agrupamento tem dois níveis de significação para a linguagem visual. No primeiro temos a capacidade por meio da visão em formar conjuntos a partir de unidades semelhantes e fechar suas formas (fig.03). No segundo, o agrupamento também acontece entre formas similares na composição, que mesmo longe e sem fechar suas formas estabelecem relações.

É importante salientar que a atração não ocorre só por semelhança de forma, pode acontecer por cor, tamanho, textura, tom, etc., (fig.04). Ou seja, “na linguagem visual os opostos se afastam e os semelhantes se atraem”.

---

[5] artista plástica, escritora e professora de artes visuais.

[6] professora de comunicação na Boston University School of Communication e diretora do Summer Term Public Communication Institute.

Figura 03 – Pontos
Fonte: Dondis (1991)

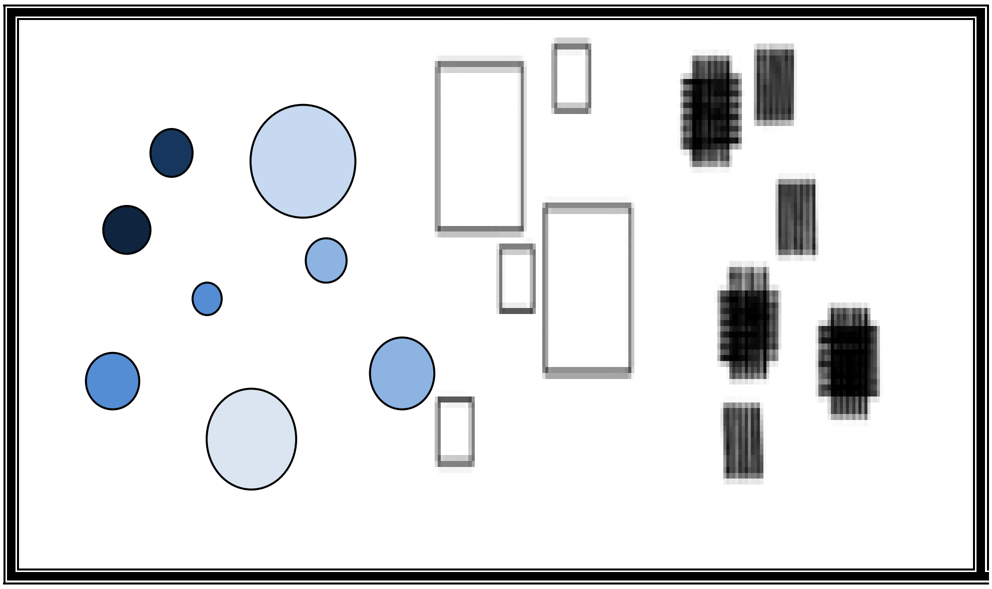


Figura 04 - Cor, Tamanho e Textura
Fonte: Dondis (1991)

A esse respeito Parramon[7] (1988, p. 48) diz que "trata-se de repetir e distribuir pelo quadro as mesmas semelhanças, como a semelhança de cor que nada mais é que o uso de uma cor com suas várias tonalidades (...) criar ecos que prolonguem a dominante da cor". Como um dos exemplos disso tem-se o auto-retrato pintado por Vicent Van Gogh, o qual utiliza uma dominante de cor verde-claro. Na semelhança de formas, tem-se, por exemplo, a obra de El Greco 'A Ressurreição de Cristo', na qual o artista representa figuras alongadas repetidas em toda a sua obra. Esse fator de semelhança também se

[7] artista plástico e autor espanhol.

apresenta no volume, na execução e no estilo, trata-se da famosa Lei da repetição, graças a qual se consegue harmonia e ordem dentro da variedade compositiva. O que pode ser observado nas próximas figuras.

Figura 05 - A Ressurreição de Cristo (El Greco)
Fonte: Parramon (1988)

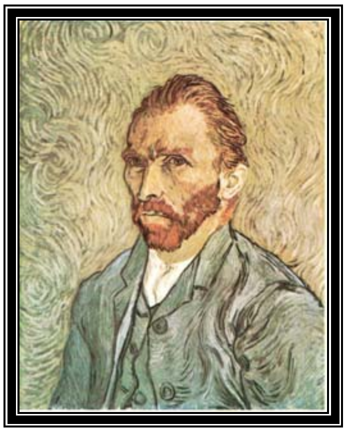


Figura 06 - Auto Retrato de Van Gogh
Fonte: Parramon (1988)

Parramon (1988, p. 48) ainda chama a atenção para a aplicação da analogia de semelhanças ou lei de repetição desses dois artistas de épocas diferentes mostrando com isso uma variedade dentro da unidade. No conceito matemático de semelhança, também surge a idéia de repetição, ou seja, a grosso modo, a forma é a mesma, o que varia é o tamanho.

Segundo Maciel (2004, p.04), a idéia de semelhança remonta às civilizações antigas com os egípcios

> Encontramos que os antigos egípcios por volta de 3.200 a.C. usavam a redução e a ampliação de um desenho por meio do método científico conhecido como método dos quadrados: depois de traçarem a figura considerada em um quadriculado, reproduziam-na em uma certa escala. A nova figura desenhada era uma transposição da figura esboçada anteriormente. Em seguida eram determinados pontos de coincidência entre os quadrados e o desenho, de tal modo que o desenhista não cometeria erros de proporção... [ ] Entre o esboço e o desenho final ampliado, havia uma razão geométrica de semelhança que envolvia conceitos de homotetia, semelhança e proporcionalidade.

Assim, Alcançavam as proporções exatas, encontradas muitas vezes em suas pinturas, esculturas e em todos os grupos de ofícios de arte do antigo mundo egípcio, pois esta era a forma como esse povo demonstrava a beleza artística, através da perfeita proporção das formas.

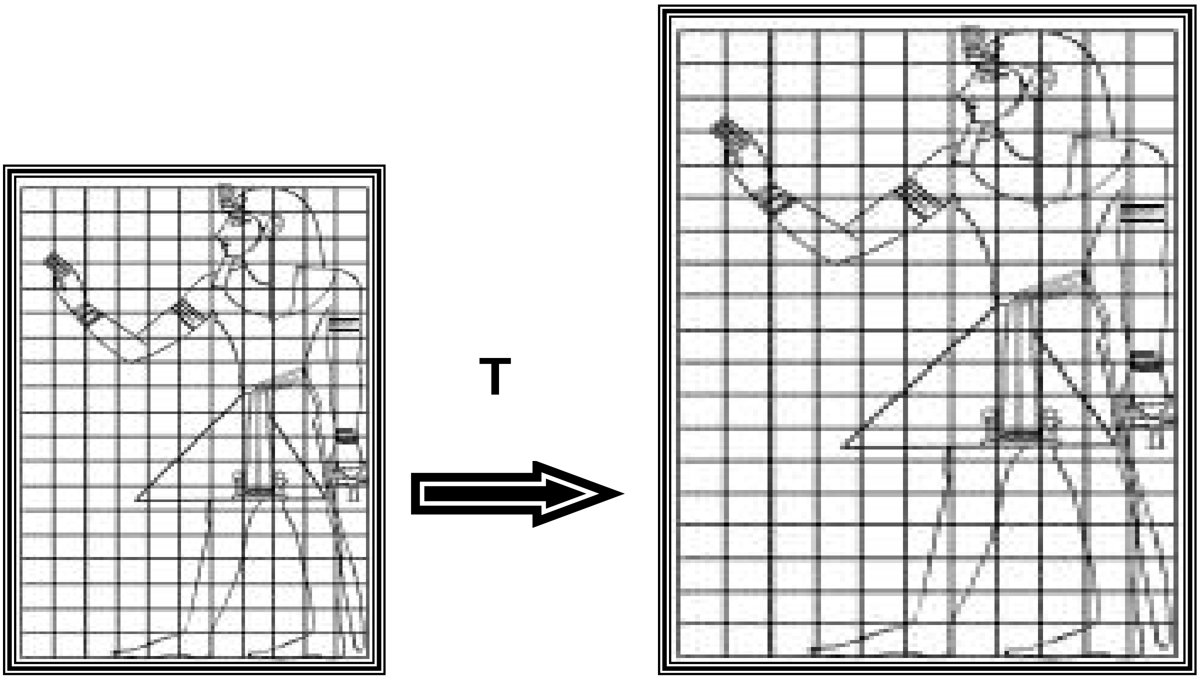


Figura 07 - Método dos Quadrados egípcios.
Fonte: História Social da Literatura e da Arte. (HAUSER, Arnold. 1982. v.1. p.61)

Observa-se que o conceito matemático de semelhança está intimamente ligado ao conceito de proporção, ou seja, para que uma figura seja semelhante é preciso que tenha justa proporção ou como define Ostrower (1989, p. 280) “a proporção é a justa relação das partes entre si e de cada parte com o todo”. Tal conceito encontra-se, muitas vezes, em clássicas obras de arte.

Como já citado anteriormente, a idéia de proporção já era utilizada pelo homem das cavernas, alargado entre os egípcios quando da construção das monumentais pirâmides e na construção do templo grego Parthenon. Mas foi somente no Renascimento que a arte, por meio da perspectiva, transformou a pintura cada vez mais em uma representação calculada e matemática da realidade.

Numa linguagem mais moderna, a definição de semelhança se reveste de uma sofisticação evidenciada na recorrência de outros conceitos matemáticos historicamente distantes dos anteriormente descritos que se resumem quando “duas figuras no plano são semelhantes quando uma é a imagem da outra por meio de uma transformação de semelhança do plano”. Mas o que são as transformações de semelhança? São aplicações no plano que multiplicam as distâncias entre dois pontos por uma constante positiva *k*, chamada fator de escala ou razão de semelhança. Se P e Q são dois pontos da figura original cuja distância é dada por PQ e se os pontos, P' e Q' são, respectivamente, os pontos obtidos a partir de P e Q, por uma transformação de semelhança, temos que a distância P'Q' é igual a *k* (PQ), para algum número positivo *k,* isto é, a distância de P' a Q' é igual a *k* vezes a distância de P a Q.

A seguir, são apresentadas duas definições de semelhança colocadas em linguagem matemática para melhor compreensão, conforme Sato (2006).

Definição 1: Uma transformação T: π →π é uma semelhança de razão r se para todo par de pontos X e Y em π o comprimento do segmento ligando X'=T(X) e Y'=T(Y) é igual a r vezes o comprimento do segmento ligando X a Y. Os pontos X' e Y' são denominados homólogos.

Diz-se que F e F'são duas figuras semelhantes, com razão de semelhança r, quando existe uma semelhança entre os pontos de F e os pontos de F'. Ou seja, se X e Y são pontos quaisquer de F e X'=T(X) e Y'=T(Y), são seus correspondentes em F', então

$$X'Y' = r\,XY$$

A noção de semelhança corresponde à idéia natural de "mudança de escala", isto é, ampliação (razão r>1) ou redução (razão r<1) de uma figura alterando seu tamanho sem modificar suas proporções, conforme imagens a seguir.

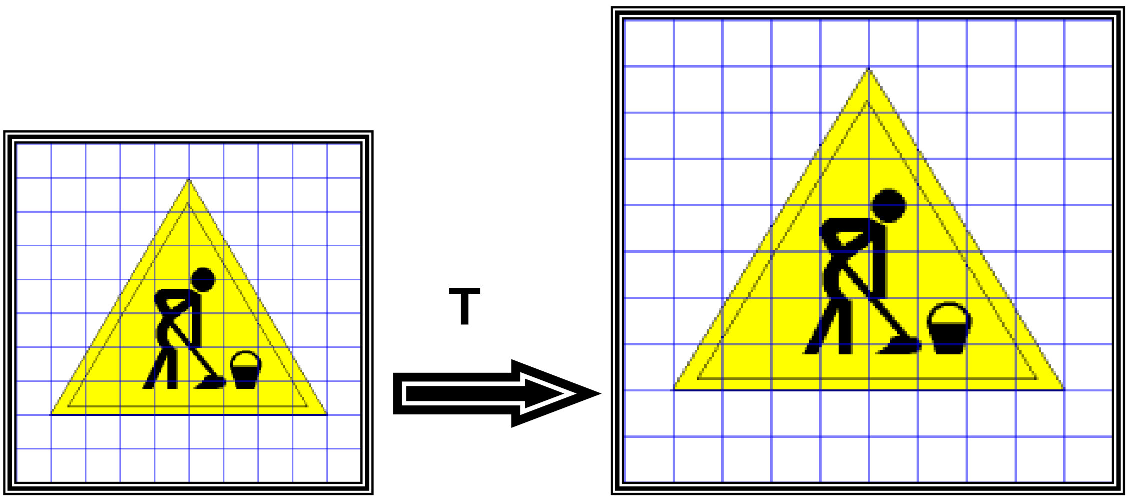


Figura 08 - Exemplo de mudança de escala
Fonte: Tales de Mileto e as semelhanças

Observa-se que a definição matemática de semelhança inclui de forma mais precisa a idéia do método dos quadrados, técnica egípcia para reduzir ou ampliar imagens, onde os quadrados são obtidos multiplicando-se suas dimensões por um mesmo número r, pois evidencia essa multiplicação por r para todo segmento PQ da figura inicial. A transformação de uma figura noutra figura com as mesmas dimensões ($r=1$) é evidenciada pela definição dois, conforme se vê abaixo, por questões matemáticas conceituais envolvidas no fazer matemático e extra matemáticos, que buscam garantir que a transformação de uma figura em outra de mesmas dimensões por uma semelhança é também uma figura semelhante à primeira e, nesse caso, destacar que elas se denominam 'figuras congruentes'. Tal conceito, o de figuras congruentes, é relacionado a outros conceitos matemáticos como, por exemplo, de área e volume que permitem o desenvolvimento de outros conceitos matemáticos numa cadeia de criação de objetos matemáticos úteis à matemática, à arte e às ciências.

Definição 2: Uma semelhança de razão igual a um é chamada de isometria. Podemos dizer que a isometria é uma correspondência biunívoca tal que, para quaisquer pontos X e Y em F, a distância de X'=T(X) a Y'=T(Y) é igual a distância de X a Y. Quando existe uma isometria entre duas figuras, dizemos que essas figuras são congruentes. De modo similar, as justificativas dos fazeres matemáticos, e extras matemáticos, que garantem a semelhança da figura a uma outra, obtida indiretamente por transformação de semelhança de uma figura que já é a transformada semelhante da outra, num sentido amplo, inclusive no sentido do fazer e desfazer uma transformação de semelhança transformação inversa, que corresponde a obter uma figura congruente a outra, são dadas por meio de outro conceito matemático, que é o conceito de grupo mostrado a seguir.

O conjunto de todas as semelhanças no plano munido da operação de composição de aplicações tem uma estrutura de grupo. Precisamente temos:

1. A composta de semelhanças de razões r e r' é, ainda, uma semelhança e sua razão é igual a rr';
2. Vale a associatividade para a operação de composição;
3. A função identidade é uma semelhança de razão 1 (Elemento neutro);
4. A inversa de uma semelhança de razão r é uma semelhança de razão $1/r$ (Elemento inverso).

Como se verifica, o conceito matemático de semelhança entre figuras acima, requer um conjunto de outros conceitos matemáticos que se articulam evidenciando faces ou aspectos matemáticos nem sempre fáceis de serem explicitados por palavras ou símbolos, por alunos do ensino básico ou superior. Mas o fazer e o construir figuras semelhantes têm sido marcantes no desenvolvimento histórico da humanidade nas diferentes áreas do conhecimento com destacadas apropriações e desenvolvimentos na arte e na matemática.

A técnica egípcia dos quadrados para aumentar ou reduzir uma figura é claramente traduzida no conceito matemático, ou melhor, o conceito matemático é claramente uma evolução explícita do método dos quadrados egípcios. Assim, podemos pensar que o dominar da técnica egípcia contribui para a apropriação, pelo estudante, do conceito matemático de semelhança de figuras e não somente isso. Os aspectos de repetição do conceito de semelhança evidenciados nas artes também precisam ser explorados, pois uma repetição com critérios menos objetivos e controláveis, como o da obra ‘A Ressurreição de Cristo’, de El Greco de repetição de formas alongadas nas formas, podem tornar tal conceito limitado para a matemática e daí justificar a relevância do critério adicional de proporcionalidade para a semelhança na matemática.

Esses aspectos de repetição e de proporcionalidade de forma, presentes na arte e na matemática, que se revelam como poderosos instrumentos para o fazer artístico, também se mostram poderosos instrumentos matemáticos já que permitiram e permitem produzir conhecimentos matemáticos relevantes para a humanidade, e estão presentes no fazer escolar, constituindo um dos capítulos mais importantes da geometria euclidiana que permite, por exemplo, compreender o estudo do teorema de Pitágoras, de áreas e volumes de figuras planas e espaciais bem como o estudo no ensino superior, inclusive de pós-graduação, de estruturas espaciais abstratas.

Desse modo, vários objetos matemáticos são obtidos desde que sejam assegurados que duas ou mais figuras são semelhantes, permitindo o uso da proporcionalidade existente em suas dimensões para suas construções. Assim, o estudo do conceito matemático de semelhança torna-se imprescindível para o fazer matemático escolar. Tal estudo começa pela apresentação de critérios que assegurem a semelhança entre figuras geométricas, começando pelo estudo dos critérios de semelhanças de triângulos no ensino fundamental, pois a exploração de critérios que possam estabelecer semelhança entre figuras torna-se de especial interesse , uma vez que estabelecida a semelhança entre duas ou mais figuras, há a possibilidade de não só resolver situações problemas do mundo real, mas também de construir outros objetos matemáticos.

Se por um lado o construir figuras semelhantes parece ser problema já resolvido pelas artes, por outro lado, verificar se duas figuras são ou não semelhantes, no sentido matemático, não é nada fácil. De fato, pode ser extremamente difícil e até mesmo pode tornar-se impossível já que dadas duas figuras quaisquer não é tarefa nada prática e simples verificar a existência da transformação de semelhança de acordo com a definição matemática. Para ilustrar o que afirmamos, basta observarmos que dois círculos quaisquer nos parecem intuitivamente, e de fato os são, semelhantes. Mas para mostrar a semelhança entre eles, recorre-se, em geral, a outros conceitos e definições que permitem recorrer a resultados diferentes do estabelecido na definição que a asseguram a semelhança intuída, como o conceito de 'Homotetia', usado por Lima (1991) para essa tarefa.

A intuição pode se mostrar efetiva como no caso da semelhança entre dois círculos que é confirmada por Lima (1991). No entanto, ela pode nos levar a equívocos que podem ser facilmente ilustrados com dois retângulos que nos parecem, não raro, intuitivamente semelhantes, pois têm a mesma forma, mas podem apresentar dimensões, dos lados por exemplo, não proporcionais e, desse modo, não serem semelhantes. Portanto, podemos pensar que a intuição não pode ser tomada como um critério para estabelecer semelhança entre duas figuras. Em se tratando de figuras quaisquer, não poligonais, por exemplo, parece-nos evidente a dificuldade de estabelecer tais critérios de semelhança entre essas figuras.

Dessa maneira os casos em que é possível estabelecer semelhanças, tornam-se objetos matemáticos não prescindíveis e assim, como pode ser observado, parece o suficiente para justificar o especial interesse do ensino de critérios de verificação de semelhança entre figuras, na matemática.

Logo, não se explora ou não se dá ênfase à construção de figuras semelhantes no ensino da matemática, principalmente no ensino fundamental, ou seja, o estudo da semelhança não é objeto do ensino da matemática nesse nível de escolarização, pois parece ser somente uma aplicação da matemática e por isso deve ser preocupação de artistas, engenheiros, arquitetos a profissionais afins, podemos assim conjeturar.

A restrição do estudo de semelhança de figuras, na matemática, no que concernem critérios de semelhanças de figuras geométricas clássicas, principalmente as poligonais, embora remeta a aspectos importantes do fazer matemático sobre semelhança, não permite ao estudante o fazer, o construir transformações de semelhanças, facilmente contextualizadas em situações de ensino nas artes e que podem evoluir para uma compreensão do conceito de semelhança na forma descrita por Lima (1991).

Nesse sentido, presumimos que tal fazer pode promover a construção de conhecimentos implícitos no estudante pela dinâmica da construção e pelo uso das transformações de semelhanças por ele construídas que o levarão paulatinamente a significar o conceito matemático de semelhança, de modo a dotá-lo de um sentimento de semelhança que por meio de simples observações de figuras lhe permitam fazer afirmações do tipo 'parecem ser semelhantes', como no caso dos dois retângulos ou que ele tenha a certeza de que as figuras não são semelhantes, como por exemplo, um quadrado e um losango com ângulos internos não retos.

Julgamos que tal sentimento, desenvolvido implicitamente pelo estudante, constitui o primeiro critério, para ele verificar se duas figuras são semelhantes. Ou melhor, se uma figura não parece ser uma ampliação ou redução de outra, incluindo as figuras de mesma dimensão. Quando parecem ser ampliações, reduções ou uma simples repetição busca-se evocar outros critérios que nos permitam confirmar ou não o sentimento de semelhança.

Pelo exposto, torna-se imperioso respondermos às questões investigativas com respeito aos aspectos do conceito de semelhança presentes no conceito moderno de semelhança da matemática e no conceito de semelhança das artes, como dos quadrados egípcios, de repetição da forma e da proporcionalidade, que propomos que os estudantes se apropriem por meio do fazer artístico e explicitem por meio da linguagem natural ou matemática.

• OBJETIVO GERAL

No intuito de encontrarmos respostas aos nossos questionamentos, a presente pesquisa tem como objetivo geral a construção de um fazer artístico que contribua na ampliação de uma compreensão do conceito de semelhança, de modo a dotar o estudante de um sentimento de semelhança.

E como objetivos específicos:

- analisar e descrever, de maneira geral, as contribuições sobre o referencial teórico dos ‘Campos Conceituais de Vergnaud’, cujo pensamento é baseado na teoria psicológica cognitivista tendo como objetivo a construção do conhecimento;
- verificar se o sentimento de semelhança caracterizado pelos aspectos de repetição e proporcionalidade de forma são desenvolvidos implicitamente ou explicitamente pelos estudantes;
- investigar se os estudantes explicitariam, por meio de suas produções artísticas e na língua natural, o conceito-ação em questão.

Nesse aspecto partimos da hipótese de que com a arte e com a matemática trabalhadas conjuntamente, é possível intervir no processo ensino-aprendizagem e realizar uma prática, na qual os conceitos artísticos e matemáticos possam, de forma integrada, contribuir para o desenvolvimento cognitivo. Cabe ressaltar que a nossa intenção não é a de assumir o lugar do professor de matemática, mas evidenciar a ligação desse conceito com a arte, razão que nos motivou a trabalhar com o conceito de semelhança.

Segundo Vergnaud (1982, p. 40) “a formação de um conceito ocorre através de um conjunto de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição”.

Para alcançar tal objetivo, subsidiamo-nos nos fundamentos de teóricos que versam sobre o assunto como a teoria cognitiva dos ‘Campos Conceituais de Gerard Vergnaud’, que propõe a construção de conceitos a partir de um conjunto de situações. Na filosofia da matemática humanística proposta por Alvin White, da Faculdade de Harvey Mudd em Claremont, CA, e que tem como objetivo explorar o lado humano do pensamento matemático, utilizando como estratégia o uso de imagens para introduzir idéias matemáticas aos estudantes e na Proposta Triangular de Ana Mae Barbosa que defende a alfabetização do olhar e a arte como objeto do conhecimento, justificando, dessa forma, nossa conexão entre dois campos do conhecimento, nesse caso, Matemática e Arte.

• ESTRUTURA DO TEXTO

Com o foco apontado para a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud que contribuirá para nossa análise e ao mesmo tempo apropriando-se da Matemática Humanística, de Alvin White e da Proposta Triangular em arte que justificarão a relevância de nossa prática, propomo-nos a trabalhar nesta pesquisa dentro de uma abordagem que busque a interação e a cooperação entre duas disciplinas na construção de um conhecimento artístico e Matemático,

Nesse enfoque, a mesma está estruturada em quatro capítulos, conforme descrição a seguir:

Na introdução, apresentamos a contextualização da pesquisa, a problemática, a justificativa, os objetivos e a estrutura do texto.

No capítulo I, destacamos as conexões da Matemática e da Arte como modo de evidenciar tal relação no percurso histórico.

No capítulo II, serão apresentados os referenciais teóricos que permearão toda a pesquisa, uma vez que a mesma está alicerçada nos fundamentos teóricos da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (1982), que apresentará fundamentos a toda a nossa análise, nos pressupostos teóricos da matemática humanística, proposta por Alvin White e na Proposta Triangular do Ensino de Arte de Ana Mae Barbosa que justificarão nossa práxis. Dessa forma, é possível descrever sobre as contribuições dessas filosofias, o que auxiliarão no embasamento deste trabalho, abordando suas idéias e filosofias especialmente quanto ao ensino e a aprendizagem da arte e da Matemática, fundamentos estes que nos auxiliarão na compreensão e explicação de um sentimento de semelhança, por nós desejado e que pretendemos investigar.

No capítulo III, serão narradas as práticas metodológicas da pesquisa aplicada durante o 1º bimestre de 2007 e conduzida através dos seguintes procedimentos metodológicos:

1) Primeira Etapa: preocupação com o ajustamento teórico-metodológico necessário à interpretação do problema;

2) Segunda Etapa: aplicação de questionário piloto investigativo (análise a priori);

3) Terceira Etapa: Aplicação Metodológica dos conteúdos em 12 encontros de aulas duplas semanais, num total de 24 horas/aulas, de 50 minutos cada aula;

4) Quarta etapa: aplicação de um segundo questionário de verificação (análise a posteriori).

No capítulo IV, será apresentada uma análise qualitativa e quantitativa, e o levantamento de algumas discussões, as quais têm o objetivo de responder à questão da pesquisa. E finalmente teceremos as conclusões e considerações finais.

CAPÍTULO I - CONEXÕES EM ARTE E MATEMÁTICA

"Todo o nosso conhecimento se inicia com sentimentos"
(Leonardo da Vinci)

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Herbert Read[8] (2001, p. 01) em sua obra 'A educação pela arte' defende a questão formulada por Platão de que a arte deve ser a base da educação, e interpreta esse argumento do filósofo grego sobre a função da arte na educação, de acordo com as condições e necessidades do estudante no atual processo ensino-aprendizagem. Read compreendeu a grande importância da arte como meio educativo. Desse modo, para definir arte, apropria-se de conceitos compartilhados na matemática favorecendo a quem tem o interesse pelo ensino de arte e de matemática, já que se estabelece entre elas uma conexão muito sensível, pois para esse autor a arte está na natureza, por exemplo: na proporção áurea.

Nesse contexto tanto a arte quanto a matemática, além de estimularem a sensibilidade, a imaginação, a intuição e a percepção, colaboram na construção do processo cognitivo, de forma que os diferentes sujeitos construam conceitos como: razão, proporção, simetria, regularidade, continuidade, equilíbrio, repetição, perspectiva, entre outros. Prova disso está em trabalhos de artistas como Michelângelo e Da Vinci que se apropriaram de conceitos matemáticos para a realização de suas obras.

Historicamente podemos verificar as estreitas fronteiras entre a arte e a matemática. O padrão dessas fronteiras pode ser encontrado não só na obra de grandes mestres da arte, mas esteve também presente em muitos outros,

---

[8] Crítico e expoente do movimento de educação pela arte, escritor de obras sobre diferentes áreas do pensamento. Entre seus ensaios destacam-se *O significado da arte* (1931), *A forma na poesia moderna* (1932) e *Educação pela arte* (1943).

como o filósofo Francis Bacon (1984) que afirma “o império do homem sobre as coisas, se apóia unicamente nas artes e nas ciências”. Na realidade, podemos observar a influência de uma sobre a outra, desde os primeiros registros históricos que temos de ambas. Constatamos que sempre estiveram intimamente ligadas, desde as civilizações mais antigas e são vários os exemplos de sua interação.

Muitos povos utilizaram elementos matemáticos na construção de suas obras. A começar pelo homem das cavernas que, ao escolher suas cavernas para habitar, calculava intuitivamente o tamanho das mesmas em proporção a seu tamanho, estando dessa forma presentes os conceitos de verticalidade, horizontalidade e paralelismo, entre outros. As monumentais pirâmides construídas pelos egípcios. A arte da fórmula da seção áurea e sua proporção determinada, também o mais completo uso do equilíbrio axial ou simétrico utilizado pelo arquiteto e escultor Fídias (século 5 a.C.), na construção do templo grego Parthenon.

De forma mais evidente, a influência da arte na matemática pode ser verificada no Renascimento, movimento cultural surgido na Itália e difundido pela Europa no decorrer dos séculos XV e XVI, fase em que, por necessidade de representar objetos do mundo real tridimensional, os artistas criaram a técnica da tridimensão e a da perspectiva linear, conforme se constata nas figuras 09 e 10, onde as linhas paralelas são representadas em ponto de fuga, a perspectiva aérea, onde os objetos perdem o seu contorno, bem como a geometria projetiva dando origem a conceitos indispensáveis e posteriormente apropriados, desenvolvidos e adaptados a diversas áreas da matemática e das artes.

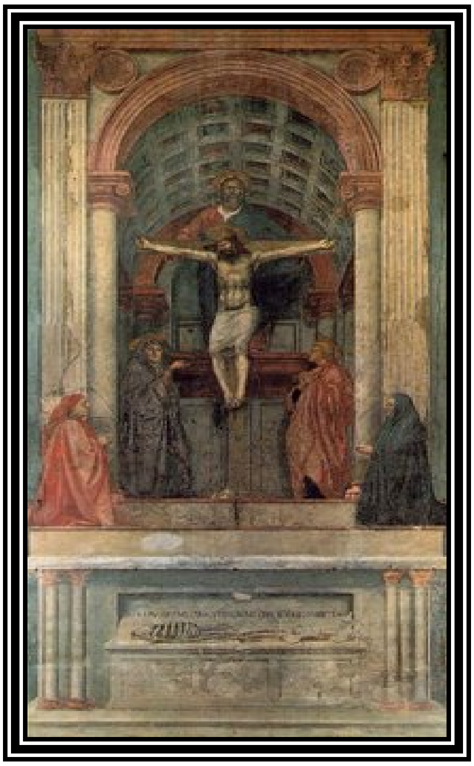


Figura 09 - Masaccio- A Santíssima Trindade
Fonte: Iconographos (1426-27)

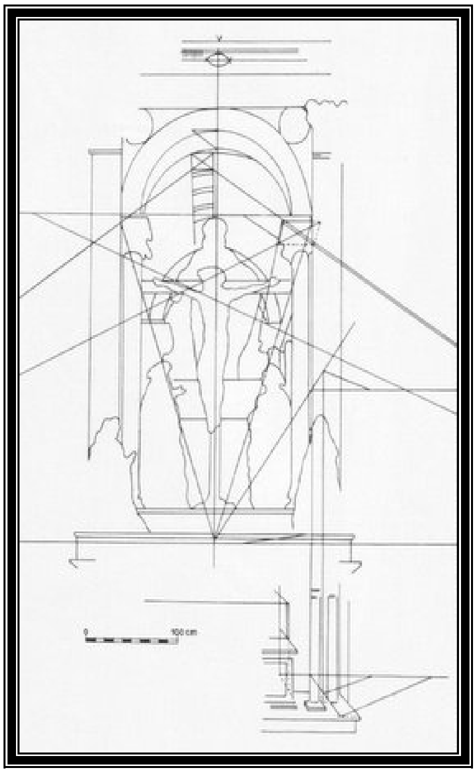


Figura 10 - Esquema da perspectiva Linear-
A Santíssima Trindade
Fonte: Iconographos

A arte matemática é a raiz de várias escolas de belas artes. E a forma mais evidente de sua influência está no Renascimento. Nesse movimento, os artistas passaram a investigar novas soluções para problemas visuais formais e muitos deles chegaram a realizar experiências científicas, surgindo, dessa forma, a perspectiva linear e o conceito matemático que revolucionaram as correntes artísticas e contribuíram para o desenvolvimento da Arte.

Ressaltamos que mesmo de modo inconsciente e implícito, muitos artistas, ao longo dos séculos, foram influenciados por muitos outros conceitos matemáticos, tais como as proporções, a simetria, as ilusões de óptica, a tridimensão, a geometria projetiva e o infinito, dando assim, origem a conceitos indispensáveis e posteriormente adaptados às diversas áreas da matemática, das ciências, da arquitetura, da engenharia e das artes.

A esse respeito o escultor, pintor, engenheiro e cientista Leonardo da Vinci (séc. XVI), afirmava que ciência e arte completavam-se constituindo a atividade intelectual. Parafraseando Platão, Da Vinci escreve “não leia os meus princípios [os princípios da pintura] quem não seja matemático" (Cf. DA VINCI, 1987:112) e afirma o autor, "o pintor que desenha apenas guiado pela prática e pelo julgamento dos olhos, sem usar a razão, é como um espelho que reflete tudo o que encontra a sua frente, sem disso tomar conhecimento". (Ostrower 1989, P.292).

Ao produzir a pintura de *Monalisa,* uma de suas mais notáveis obras, Da Vinci descreve uma analogia harmoniosa entre diferentes partes, em vários pontos, tais como nas relações entre o tronco e a cabeça ou entre os elementos do rosto, em que aparece a proporção geométrica conhecida por razão áurea. Nela, notamos um retângulo em torno de seu rosto, que possui a proporção do retângulo áureo. Podemos também subdividir esse retângulo usando a linha dos olhos para traçar uma reta horizontal e ter de novo a proporção áurea. Podemos continuar a explorar tal proporção em várias outras partes do corpo, como constatamos na figura 11.

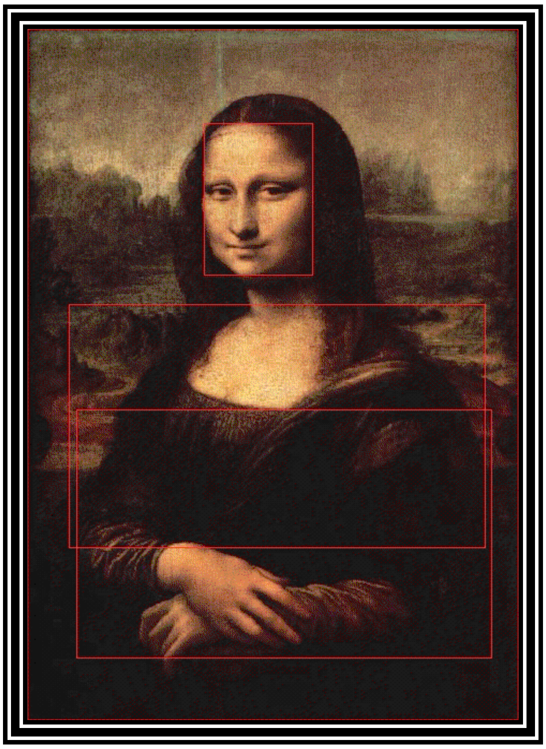


Figura 11 - A Mona Lisa / Leonardo Da Vinci (1505).
Fonte: Index 2000

Georges Seurat (1883-84) pintor francês e fundador do Neo-impressionismo, também recorreu às relações matemáticas, como a técnica da simetria dinâmica, usando retângulos de ouro nas suas pinturas, ver figura 12.

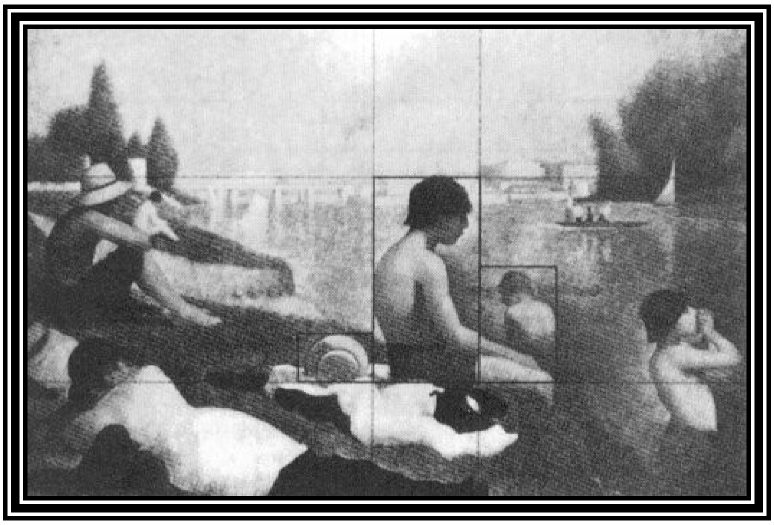


Figura. 12 - Baignade (1883 – 84) George Seurat
Fonte: Index 2000.

Paul Cézanne, pintor Francês do início do século XX, trabalhou em suas obras a simplificação das formas, geometrizando-as. Influenciados por Cézanne, o artista espanhol Pablo Picasso junto com o Francês George Braque, deram início ao movimento denominado ‘Cubismo’, cujo uso de formas geométricas com o domínio de linhas retas foi uma de suas características. Não tinham nenhum compromisso de fidelidade com a aparência real das coisas, pois representavam as formas da natureza como: esferas, cones e cilindros, realçando os ângulos mais expressivos e reduzindo o objeto a uma figuração geométrica. Na figura 13, pode ser observada uma imagem representativa dessa corrente.

Figura 13 - Maisons sur la Colline
Fonte: Pablo Picasso (1909)

Também influenciado pelo cubismo, o pintor Piet Mondrian, utilizava elementos geométricos em suas obras. O abstracionismo que surge no início do século XX rompe com o academicismo, com a cópia e com a representação do real. Apresenta-se com duas vertentes: a abstração informal (criação de formas mais livremente, predominando os sentimentos e as emoções) e a abstração geométrica (uma técnica mais rígida, sem nenhuma expressão de sentimentos ou idéias, que simplesmente explora as formas geométricas). Da abstração geométrica derivaram outros movimentos como: o construtivismo (linguagem plástica, imbuída de elementos geométricos), o concretismo (construída objetivamente e em estreita ligação matemática, formas geométricas simples, como quadrados, triângulos e círculos em composições planejadas) e mais recentemente, o minimalismo (uso do mínimo de recurso e simplificação da forma).

1.1.1 - Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

Artista Holandês do século XX, costumava utilizar em seus trabalhos a técnica da gravura sobre metal, madeira, pedra etc. Tinha seu estilo próprio e, apesar de não se enquadrar a nenhum movimento artístico, muitas de suas obras tinham características ora surrealistas, ora abstracionistas. A chave para suas obras foi a matemática, especialmente o campo da geometria, porque transformava figuras rigorosamente geométricas como retângulos, triângulos ou quadrados de modo gradual até convertê-las em seres vivos, tais como peixes, aves e até humanos, dessa forma, deu vida a seus padrões, como se verifica na figura 14.

Segundo Sanghikian (2003, p.1):

> O artista era dotado de um incrível talento em misturar características do surrealismo com elementos da matemática. A habilidade lhe possibilitava criar ilusões de espaço e forma, prédios impossíveis e mosaicos geométricos infinitos. No universo de Escher, portanto, água pode correr para cima e pássaros se transformam geometricamente em peixes. Tudo isso, porém, dentro de uma lógica abstrata e muito bem calculada, que tem como objetivo primordial a criação de uma perspectiva perfeita.

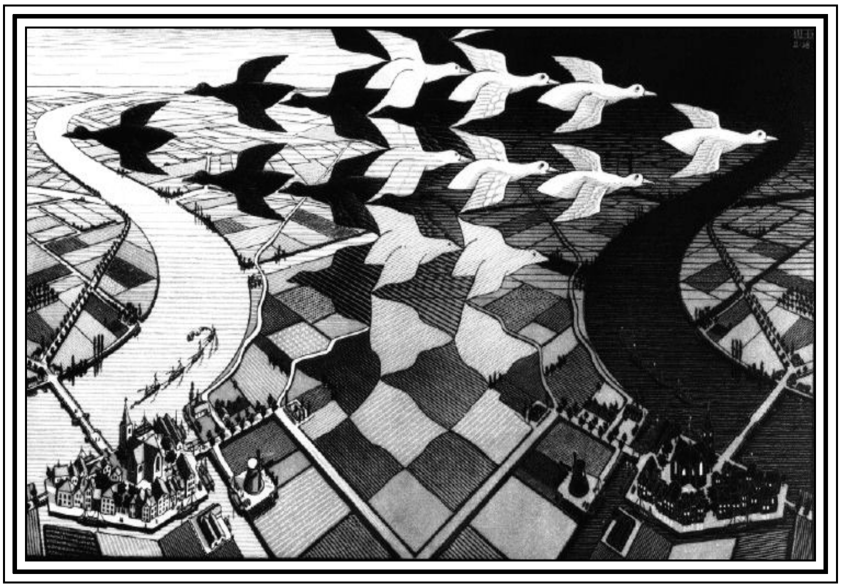


Figura 14 - Dia e Noite
Fonte: Escher (1938)

Esse artista criou uma grande série de litografias imbuídas de conceitos matemáticos como infinito, sólidos platônicos, rotações, simetrias, translações, muitas vezes colocando em dúvida a percepção óptico-lógica do observador. Representou visualmente e de maneira sugestiva problemas matemáticos e geométricos, explorou padrões básicos nas suas pavimentações[9], aplicando o

[9] são arranjos de formas fechadas que cobrem completamente o plano sem sobreposições e sem deixar falhas.

que os matemáticos chamam de translações, rotações e reflexões com o intuito de obter uma maior variedade de padrões.

Conforme Schattschneider e Walker (1991), Escher "podia imaginar os fantásticos efeitos que desejava expressar graficamente, mas um meio para capturar esses efeitos era a matemática".

Escher usava as imagens para tornar compreensíveis aos outros suas 'imagens de pensamento', ou seja, as imagens de sua própria mente.

Figura 15 - Turbilhões
Fonte: M.C. Escher (1957)

Sobre a gravura 'Turbilhões', apresentada na figura 15, Escher, (1994, p.10), tece os seguintes comentários, descrevendo-a assim

> uma superfície plana com dois núcleos visíveis. Eles são ligados um ao outro por meio de duas espirais brancas, em forma de S, desenhadas pelos eixos dos corpos dos peixes, que nadam, aqui também, com a cabeça de um ligado à cauda do outro. Porém, aqui movem-se em direção contrária. O núcleo superior é o ponto de partida da fileira escura, cujos componentes alcançam no meio as suas maiores proporções. Depois chegam à esfera de influência do núcleo inferior, de que se aproximam em movimento giratório, até que se perdem nele. A outra, a fileira clara percorre o mesmo caminho em direção contrária. Como particularidade de técnica de impressão, mencione-se ainda que só foi usada uma matriz para ambas as cores, impressas na mesma folha, uma a seguir à outra, com uma rotação de 180 graus. Ambas as impressões preenchem, à vez, os espaços livres intermédios da outra.

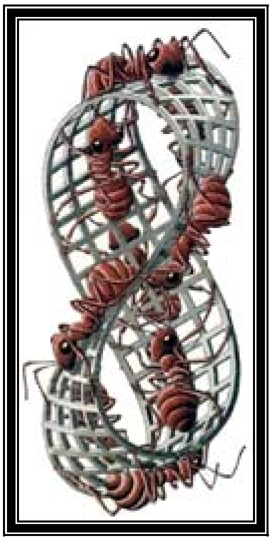


Figura 16 - Laço de Moebius II
Fonte: M. C. Escher (1963)

Na obra Laço de Moebius II (figura 16), Escher representa o espaço tridimensional numa superfície plana. Nela

> Uma tira circular fechada tem, em geral, duas superfícies, uma interior e uma exterior. Sobre esta tira, contudo, andam nove formigas vermelhas, umas atrás das outras, e passam tanto sobre o lado exterior como também sobre o interior. Assim a tira tem uma só superfície (ESCHER, 1994, p.12)

Com suas obras emblematicamente matemáticas, Escher encantou a muitos, especialmente os matemáticos, pois mesmo sem ter formação acadêmica nessa área do conhecimento, utilizava os conceitos dessa ciência intuitivamente, embora de forma precisa. Sua maior identificação era com o discurso matemático do que com o artístico, a ponto de declarar “embora não tenha qualquer formação e conhecimento das ciências exatas, sinto-me freqüentemente mais ligado aos matemáticos do que aos meus próprios colegas de profissão”. (ESCHER, 1994, p.5-6).

A presença de planos, formas, superfície, regularidade, repetição de padrões e simetria na imagem ‘Limite Circular III’ (ver figura 17), exemplifica a íntima relação da Matemática nas obras de Escher.

Figura 17 - Limite Circular III
Fonte: M.C.Escher (1958)

O seu trabalho ainda hoje continua a ser uma referência para muitos estudiosos e fascina as mais novas gerações, pela sua singularidade e originalidade. Em suas obras, Escher representa de forma lúdica o conceito de infinito, explorando a possibilidade de representação de algo infinito sobre uma superfície finita, construindo um número infinito de figuras unidas umas às outras, reduzindo ou convergindo para um ponto infinitamente pequeno como a exemplo das figuras 17, 18 e 19.

Figura 18 - Evolução II
Fonte: M.C.Escher (1939)

Nota-se, nessas figuras, que Escher expressa o seu encanto pela idéia de infinito

> ...não podemos imaginar que algures por detrás da estrela mais longínqua do céu noturno, o espaço possa ter um fim, um limite para além do qual nada mais existe. O conceito de vácuo diz-nos ainda alguma coisa, pois um espaço pode estar vazio (...), mas a nossa força de imaginação é incapaz de apreender o conceito de nada no sentido de ausência de espaço. (ERNEST, 1978, p.102)

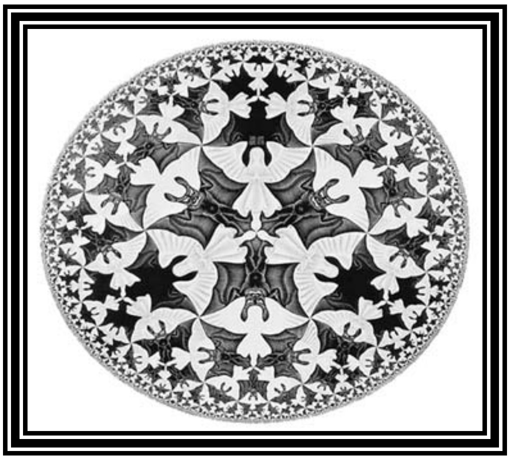


Figura19 - Limite Circular IV
Fonte: M.C.Escher (1960)

Esclarece ainda,

> As componentes reduzem-se de dentro para fora. As seis maiores, três anjos brancos e três demônios pretos estão ordenadas radialmente em volta do centro. O disco está dividido em seis sectores, onde dominam os anjos, frente a um fundo preto e os demônios, frente a um branco. O céu e o inferno aparecem alternadamente seis vezes. (ESCHER, 1994, p.10)

1.1.2- Alfredo Volpi (1896-1988)

Muitos outros artistas como poetas, escritores, arquitetos e artistas plásticos, inspiraram-se na matemática para exprimir o pensamento, dentre eles o pintor Alfredo Volpi (1896-1988), um dos mais importantes artistas plásticos brasileiros do século XX. E foi a partir da segunda metade da década de 1950, que se consolidaram as relações matemáticas e abstrações geométricas nas imagens de suas obras, como por exemplo, a transformação de um triângulo em bandeira, mar e céu em simples faixas coloridas, telhados são simples triângulos, ladeiras e ruas são formas retangulares em diagonal, portas e janelas são retângulos e quadrados. Volpi simplificou as formas, transformando seu trabalho em uma significativa composição geométrica, o que é possível visualizar na figura 20:

Figura 20 - Fachadas com barco
Fonte: Volpi (1940) / MAM-SP

Muitos temas estiveram presentes em suas obras como: paisagens, natureza morta, santos, madonas, anjos, marinhas, fachadas de casas, bandeirinhas de festa junina, mastros e brinquedos. Mas foi através da simplificação de formas, da geometrização do real e da busca pela cor que se consagrou nacionalmente e ficou conhecido no mundo das artes plásticas. Isso pode ser observado na figura 20.

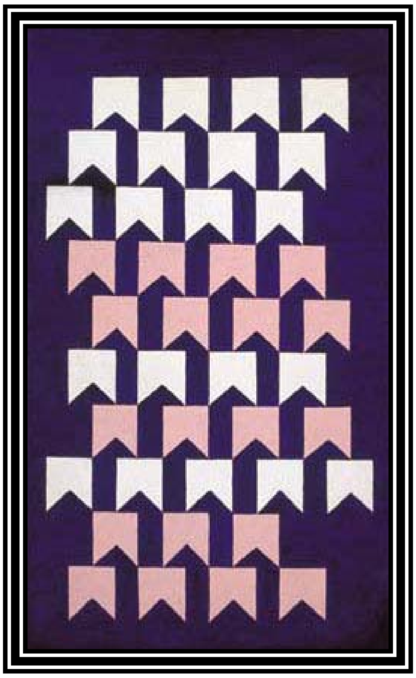


Figura 21 - Bandeirinhas Década de 50
Fonte: Alfredo Volpi (MAM-SP)

Figura 22 - Bandeirinhas e Mastros
Fonte: Alfredo Volpi (MAM –SP)

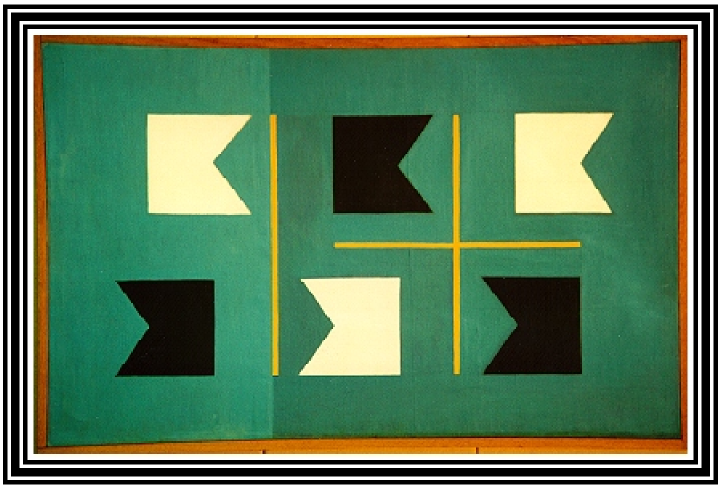


Figura 23 - Bandeirinhas
Fonte: Alfredo Volpi (MAM-SP)

Seu principal ícone, a bandeirinha (figuras: 21,22, 23 e 24), na verdade, significava um quadrado do qual Volpi retirou um triângulo de três lados iguais, transformando suas obras numa série de jogos matemáticos com a sintonia de cores, caracterizando o lúdico de suas imagens.

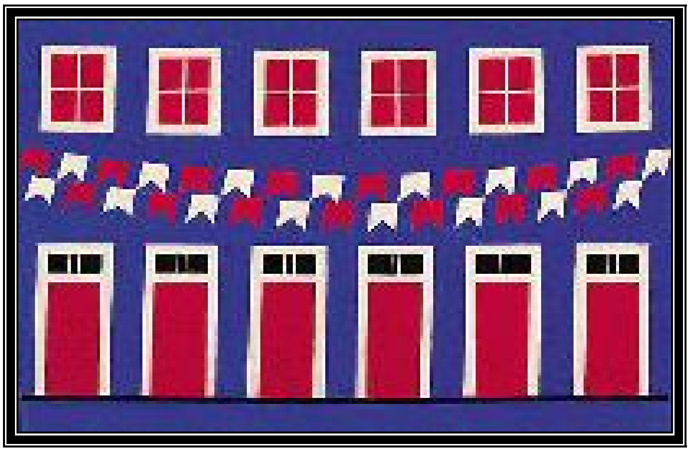


Figura 24 - Grande Fachada Festiva, década de 50
Fonte: MAM-SP

1.1.3- Fortunato Ernesto Neto (1978-2008)

Outro artista, dessa vez dentro do cenário regional paraense, e que faz uso de conceitos matemáticos para a realização de suas obras, geometrizando as formas em suas pinturas, é o autodidata Fortunato Ernesto Neto, nascido em Belém – PA.

Figura 25 - Os Pescadores
Fonte: Arte na Amazônia (2006)

Fortunato Neto atua no campo das artes plásticas há 30 anos. Ele aborda em seus trabalhos vários temas possíveis, mas os concentra em paisagens. Atualmente sua obra vem sendo caracterizada pela presença de traços geométricos, como podem ser visualizados nas figuras 25,26 e 27.

Figura 26 - Ver-o-Peso
Fonte: Arte na Amazônia (2006)

Figura 27 - Praça do Relógio
Fonte: Arte na Amazônia (2006)

Artistas como Escher, Volpi e Fortunato usaram e abusaram da geometria em seus trabalhos, confirmando dessa maneira a grande relevância do uso dessas imagens no ensino, tanto de Arte como de Matemática, como forma de contextualização de ambas, e para que a Geometria seja discutida na Arte ou a arte na geometria.

Dessa forma, estimulamos a diversidade de saberes ao estudante, mostrando-lhe a relação existente entre a Arte e a Matemática, explicando-lhe sobre a lógica estética da arte e a lógica do raciocínio matemático que inevitavelmente estão juntas (a beleza estética, os resultados das fórmulas matemáticas e a matemática incutida em uma obra de arte), ampliando-lhe o seu campo conceitual e ao mesmo tempo fazendo com que ele perceba que a Matemática e a Arte não são campos tão antagônicos quanto nos possa parecer, pelo contrario, possuem um estreito e íntimo relacionamento, pois são inúmeras as relações que se podem estabelecer entre Arte e Matemática, inter-relacionando seus elementos, enriquecendo, assim, o Ensino, além de torná-lo mais agradável.

CAPÍTULO II PRESSUPOSTOS TÉORICOS

"Não é possível uma educação intelectual, formal ou informal, de elite ou popular, sem Arte, porque é impossível o desenvolvimento integral da inteligência sem o desenvolvimento do pensamento divergente, do pensamento visual (...) que caracteriza a Arte" .

Ana Mae Barbosa

Com o propósito de contribuir com a ampliação de uma compreensão do conceito de semelhança, de modo a se dotar de um sentimento de semelhança, em uma abordagem cognitiva, utilizando-se dos recursos da arte visual e dando oportunidade de enriquecer a habilidade de pensar ao estudante, é então proposta a realização deste estudo.

Para fundamentá-lo foi necessário apropriarmo-nos das seguintes teorias: Teoria cognitiva e psicológica dos Campos Conceituais de Vergnaud(1994), a qual trata da construção do conhecimento e que se apresenta como pedra fundamental de nossa análise; a Matemática Humanística, proposta por Alvin White, (1993) que se refere à exploração do lado humano do pensamento matemático utilizando como estratégia o uso da arte visual para introduzir idéias matemáticas aos estudantes, e a Proposta Triangular do Ensino de Arte de Ana Mae Barbosa que defende a alfabetização do olhar e a arte como objeto do conhecimento. Estas, justificarão nossa prática. São apresentados a seguir, alguns aspectos dessas teorias relacionados às pretensões neste estudo.

2.1 - A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, DE VERGNAUD

Segundo a 'Teoria dos Campos Conceituais', o conhecimento encontra-se organizado em campos conceituais de que o sujeito se apropria ao longo do tempo e que podem ser definidos como grandes conjuntos, informais e heterogêneos, de situações e problemas cuja análise e tratamento requerem diversas classes de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, inter-relacionados (VERGNAUD, 1990, p. 23).

Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996a, p. 118), psicológica cognitivista supõe que o âmago do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização. Influênciado por Vygotsky[10], atesta a importância da interação social, da linguagem e da simbolização para o domínio de um campo conceitual dos estudantes. Ao enfrentar uma situação, o sujeito identifica os elementos conhecidos e os articula para resolvê-la. Essa articulação é estabelecida entre os objetos, predicados ou categorias de pensamento relativo a ela, ditos conceitos-em-ação, e de relações entre os conceitos-em-ação, ditos teoremas-em-ação, que o sujeito supõe verdadeiro sobre a situação.

É importante destacar que não há 'teorema-em-ação' sem 'conceito-em-ação', pois estes são distintos daqueles e se constituem em componentes necessários do teorema-em-ação, numa relação dialética, em que este dá conteúdo ao conceito-em-ação. Além disso, os teoremas-em-ação são proposições, em geral, passíveis de serem verdadeiras ou falsas, enquanto os conceitos só podem ser relevantes ou irrelevantes.

[10] pensador pioneiro na noção de que o desenvolvimento intelectual das crianças ocorre em função das interações sociais

2.1.1 Os verdadeiros conceitos e o Tripleto de conjuntos, O = (S,R,I)

No enfrentamento e domínio das situações e problemas e na relação que o sujeito estabelece entre elas é que ele molda os campos conceituais que constituem seu conhecimento. Portanto, as situações e os problemas dão sentido ao conceito e constituem o referente do conceito. Para dar conta deles, o sujeito constrói invariantes operatórios, entre estes os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, que dão significados ao conceito. Esses invariantes operatórios são abstraídos paulatinamente das situações e dos problemas vivenciados pelo sujeito. À medida em que esses invariantes operatórios podem ser expressos em forma explícita por meio de significantes, passam a conformar os verdadeiros conceitos.

Para a teoria dos campos conceituais:

> os verdadeiros conceitos são basicamente relacionais e referem-se a um conjunto de situações, invariantes operatórios e suas propriedades, que podem ser expressas por diferentes representações lingüísticas e outras representações simbólicas (VERGNAUD, 1998, p. 177). Assim, os conceitos podem ser definidos como um tripleto de conjuntos (VERGNAUD, 1990, p. 145; 1997, p. 6), O = (S,R,I), onde S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito, I é um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito que permitem ao sujeito analisar e dominar as situações do primeiro conjunto e R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc), que servem para representar de forma explícita os invariantes operatórios. O primeiro desses conjuntos é o referente do conceito, o segundo o significado e o terceiro o significante. (GRECA E MOREIRA, 2003, p.5)

Desse modo, um verdadeiro conceito é construído por meio de relações, (não necessariamente objetivas), estabelecidas pelo sujeito entre uma classe de situações por ele enfrentada e os invariantes operatórios e , ainda, entre esses invariantes operatórios e as representações simbólicas usadas por ele para explicitar esses invariantes operatórios. A não objetividade das relações significa que não se pode reduzir o significado aos significantes e nem às situações (VEGNAUD, 1990, p.146), pois não podemos tratar o conceito isolado das situações já que é por meio das distintas situações vivenciadas pelo sujeito que se revelam distintos aspectos ou 'faces' do conceito presentes nessas situações e essas relações engendradas é que significam o conceito para o sujeito. Além disso, uma situação pode comportar uma variedade de conceitos e, portanto, não pode ser analisada por meio de um único conceito.

Assim, frente a uma classe de situações em que o sujeito já dispõe de competências necessárias para um relativo tratamento imediato, observa-se uma conduta marcantemente automatizada e organizada por um único esquema, mas em novas situações, em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, porque há a necessidade de descobertas que o leva a dúvidas, a reflexões e explorações, com tentativas nem sempre exitosas, por meio de sucessivos esquemas, às vezes isolados e outras vezes em competição ou em articulações entre si, que ele busca acomodar para resolver a situação.

Na conduta do sujeito está contido o conhecimento intuitivo que é formado por invariantes operatórios. Estes são a parte conceitual dos esquemas, independentemente de serem implícitos ou explícitos, conscientes ou inconscientes, ou seja, se um esquema se aplica a uma classe de situações, então, deve conter invariantes operatórios para toda essa classe de situações.

2.1.2 Esquemas e os conhecimentos-em-ação

A organização invariante da conduta para uma classe de situações é denominada por Vergnaud de '*esquema*' e é nos *esquemas* que se devem investigar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito. Esses conhecimentos-em-ação não aparecem como formulados na matemática, mas na ação e na resolução de problemas. São similares às categorias do pensamento tal como são definidos desde a lógica, mas de caráter acentuadamente implícito "A invariante operatória promove a construção de objetos estáveis do pensamento que permitem engendrar as regras de ação do sujeito" (RICO,1994 p. 54).

Nesse sentido, de um lado, a não explicitação dos invariantes operatórios pode indicar a não conformação do verdadeiro conceito, o que não determina, necessariamente, a inexistência de tais invariantes no sujeito, pois estes, em geral, permanecem implícitos e determinam o agir, o saber-fazer do sujeito frente às situações independente de serem verdadeiros ou falsos segundo algum critério científico, já estes são imprescindíveis para a conformação do verdadeiro conceito . Por outro lado, a explicitação dos conceitos e teoremas em ação usados pelo sujeito não asseguram suas veracidades científicas, somente os submetem ao controle de suas veracidades, pois na ciência, conceitos e teoremas são explícitos e podem-se discutir sua pertinência e veracidade, o que não é necessariamente o caso dos invariantes operatórios (VERGNAUD, 1990, p. 144).

Assim, a partir do conhecimento explícito, demonstrado no uso de proposições e conceitos, podemos inferir os invariantes operatórios integrados aos esquemas. Contudo, o sujeito, muitas vezes, tem dificuldade ou até mesmo impossibilidade de saber dizer o seu saber fazer (GRECA E MOREIRA, 2003, p.4)

2.1.3 - Conceitos explícitos

No entanto, amiúde, encontraremos situações em que os alunos enfrentam, às vezes com sucesso, mas não conseguem explicitar, mesmo na língua natural, o conhecimento-em-ação que eles utilizaram no enfrentamento da situação, e portanto, mantendo implícitos os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação que eles colocaram em jogo ao abordar a situação, dificultando modificá-los se necessário . Nesse sentido, seria importante proporcionar aos estudantes, ferramentas para a construção de conceitos e teoremas explícitos e gerais, como: “palavras e símbolos, sentenças e expressões simbólicas, instrumentos cognitivos indispensáveis para a transformação dos invariantes operatórios implícitos em teoremas e conceitos” (VERGNAUD, 1990, p. 21).

A explicitação dos conceitos-em-ação e teoremas-em-ação por meio de qualquer suporte, como a língua natural, gráficos, diagramas, entre outros, está envolta de complexidades, visto que o que está na mente do sujeito evocado pela situação, não raro, pode extrapolar o contexto da matéria de ensino vivenciada. Assim, experenciar diferentes situações que revelem diferentes aspectos do conceito, inclusive que extrapolem o contexto da disciplina, pode tornar-se necessário como mediadora do processo de transformação dos invariantes operatórios em significantes.

As transformações vivenciadas pelos sujeitos podem explicitar o que eles 'têm' ou o que 'conseguem pôr em jogo' e podem permitir a eles propor situações que melhor articulem a evolução dos conceitos e teoremas de que dispõe e o que queremos que se construa, pois

> o conhecimento científico é um conhecimento explícito, deliberado, sobre o qual se age. Porém, o processo de compreensão desse conhecimento, assim como o de manipulação do mesmo, tem muitas componentes implícitas. O conhecimento implícito não só constitui o ponto de partida para a nossa construção do conhecimento científico, como se mantém, original e não correto do ponto de vista científico, quando se adquire conhecimento científico especializado em um dado domínio. Além disso, o próprio conhecimento explícito, cientificamente apropriado, tem componentes implícitas. Nem todo conhecimento implícito é não apropriado, mas é indispensável para o desenvolvimento do conhecimento explícito; o conhecimento implícito vai-se modificando e/ou novos conhecimentos implícitos vão ser aprendidos (possivelmente não de um modo racional e sistemático) até se alcançar a "propriedade" necessária para a emergência de um conhecimento explícito apropriado[11]. (ESCUDERO; MOREIRA; CABALLERO, 2003).

Assim, o processo inicial de aprendizagem de semelhança entre figuras está marcadamente imerso em conhecimentos implícitos (teorema-em-ação) que se manifestam no indivíduo, nesse caso, no estudante, por exemplo, em situações de construções de figuras semelhantes, não que estejam necessariamente conscientes da semelhança existente entre elas, mas em

[11] Esta idéia, aliás, aparece claramente em alguns filósofos da ciência. Polanyi, filósofo das matemáticas, expressa que as premissas da ciência sejam procedimentos ou crenças, são observadas "tácitamente" (implícitamente na linguagem que aqui utilizamos) na prática científica: "Como em qualquer habilidade — nadar, andar de bicicleta, etc. — as premissas das mesmas não podem ser "descobertas" ou mesmo "compreendidas" sem que tenhamos praticado tais habilidades. Tais premissas só podem ser explicitadas a posteriori" (POLANYI apud ABRANTES, 1998). Também em Kuhn, para quem "a natureza e as palavras (definições e regras explícitas) são aprendidas conjuntanente"(KUHN,1970,p.191).

conhecimentos imprescindíveis para alcançarem outros estágios em que possam afirmar, por exemplo, que dois círculos são sempre semelhantes, mesmo que não sejam capazes de justificar por qualquer suporte essa semelhança. É desse conhecimento implícito que nos referimos inicialmente como sentimento de semelhança, e que desejamos teorizar, e que é interessante para que os alunos o desenvolvam para possibilitar o emergir, no futuro, do conceito matemático formalizado de semelhança e a compreensão da importância do estudo dos critérios de semelhança de figuras.

Esta pesquisa restringiu-se em compreender se o sentimento de semelhança caracterizado pelos aspectos de repetição e de proporcionalidades de forma, é desenvolvido implicitamente ou explicitamente pelos estudantes e se esses aspectos se põem como um primeiro critério para verificar se duas figuras são semelhantes, ou seja, se uma figura não parece ser uma ampliação ou redução, incluindo as de mesma dimensão. Caso seja isso, então elas não são semelhantes. Quando parecem ser ampliações, reduções ou uma simples repetição, então, buscou-se evocar na pesquisa outros critérios que tornou possível confirmar ou não o sentimento de semelhança.

O fazer compartilhado de representações explícitas no construir das transformações de semelhanças não formais matematicamente por meio do método dos quadrados egípcios, no observar das repetições de formas, de cores nas obras artísticas e na natureza, pode prover de situações que se incorporem no repertório de situações e de esquemas de ação, (ricos em conhecimentos implícitos) nos estudantes para o enfrentamento de novas situações como o da compreensão, no futuro, do conceito formal de semelhança.

Por isso, esta proposta trabalha várias situações e conceitos na tentativa da construção do conceito de semelhança, uma vez que, campo conceitual envolve uma série de situações, conceitos, relações e operações do pensamento, em busca da aquisição do conhecimento, o que muitas vezes leva anos para ocorrer, haja vista o domínio progressivo de determinado conceito, posto que depende, em sua complexidade, de conceituações progressivamente dominadas (VERGNAUD, 1996a, p. 118). Sendo assim, não é possível o sujeito dominar um conceito se esse se restringe a um limitado campo, principalmente se este for de forma indutiva, como parece ser a educação escolar tradicional.

2.2 - A MATEMÁTICA HUMANÍSTICA

Proposta por Alvin White, da Faculdade de *Harvey Mudd,* em Claremont, CA, a matemática humanística é uma filosofia de ensinar e de aprender, baseada em tentativas de explorar o lado humano, do pensamento matemático e de guiar estudantes para descobrir a beleza contida na ciência matemática. O objetivo principal contido na instrução humanística da matemática visa à obtenção, por parte dos estudantes, de uma apreciação para a matemática a partir de um trabalho criativo, colaborativo, que, por sua aplicação, afasta o pensamento da ciência matemática como um jogo monótono de regras utilizadas para resolver exercícios que parecem não possuir nenhuma finalidade útil.

Um dos objetivos da matemática humanística é desenvolver, nos estudantes, uma apreciação para que estes olhem problemas e conceitos matemáticos de maneiras diferentes e especiais, enfatizando o desenvolvimento de técnicas visuais no processo de aprendizado. Nesse sentido, as técnicas da matemática humanística diferem das tradicionais, porque se mostram úteis no aprendizado de tópicos abstratos (através da imagem) e também porque as suas diversas estratégias utilizadas envolvem conexões interdisciplinares entre a matemática e outras disciplinas, e entre elas a arte, bem como os diversos métodos da aprendizagem.

2.2.1 - Matemática Humanística e o uso da imagem

A matemática humanística utiliza-se de estratégias motivacionais com o propósito de levar os estudantes a entenderem os conceitos abstratos da teoria matemática. Nesse caso, os trabalhos de imagens de obras de arte e da arte digital possibilitam a construção de idéias matemáticas particulares na mente do estudante. É como nos mostram as figuras 28 e 29, de imagens fractais[12], que apresentam aspectos de auto-semelhança, repetição e proporção de formas.

Figura 28 - Fractal - conjunto Mandelbrot
Fonte: Galeria de Frank Roussel.

Figura 29 - Fractal – Voluptueux
Fonte: Galeria de Frank Roussel.

Portanto, a matemática humanística é uma filosofia da matemática que objetiva ensinar e guiar os estudantes, com idéias matemáticas, pelo uso de imagens, da história e de outras conexões interdisciplinares. Nesse sentido,

[12] segundo Benoit, "Fractais são objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo (repetitivo), apresentando auto-semelhança e complexidade infinita".

pode também envolver estratégias inovadoras aplicadas em sala de aula e que envolvam grupos colaborativos, Internet, técnicas de interesse do estudante, para a aquisição das idéias matemáticas, possibilitando a criação de um ambiente de aprendizagem significativo e motivador para os estudantes.

Pode-se dizer também que a matemática humanística é uma filosofia de ensinar e de aprender, a partir de conceitos de exploração do lado humano do pensamento matemático através da criação de conceitos abstratos alcançados a partir de imagens, os quais visam alcançar o conhecimento concreto, permitindo a quebra da fronteira entre a arte e a ciência, já que são utilizados recursos visuais, bem como obras de arte, nas quais um pintor, escultor ou outro profissional do campo das artes, transmite sua personalidade e sensibilidade por meio da técnica utilizada, e também de fórmulas e algoritmos, progressivamente modificados, até que o objetivo artístico desejado seja alcançado.

A figura 30, expressa, de forma positiva, que a matemática pode também expressar sensibilidades. Sem o compromisso de fidelidade com a aparência real das formas, Picasso realça os ângulos mais expressivos e reduz o objeto a uma figuração geométrica, como pode ser observado.

Figura 30 - Retrato de Dora Maar
Fonte: Humanistic Mathematics

2.2.2 - Fundamentos da Matemática Humanística

Para Haglund (2004)

> os métodos de ensino tradicionais ainda são a forma dominante de ensino, pois os estudantes adquirem freqüentemente pouca compreensão real 'do que' estão fazendo ou 'do porquê' estão fazendo. Dessa maneira, então, decoram os procedimentos e tentam combiná-los a problemas semelhantes aos que provavelmente serão cobrados nos testes. Não aprendem a pensar matematicamente, porque apenas lhes é mostrado o produto final. O resultado é que muitos estudantes vêem a matemática cada vez mais difícil, não encontrando aplicabilidade real ou por não assimilarem, passam a achar a matemática chata.

Esse autor ressalta ainda que "existem diversas, razões para que a matemática continue a ser ensinada na maneira tradicional" (idem 2004). Vejamos quais são:

1) A grande maioria dos professores, especialmente da educação infantil, não compreendem (ou não gostam) da matemática. Tal constatação é proveniente de um estudo recente efetivado por Liping Miliampère, pesquisador da Fundação Carnegie de pesquisa. A conclusão mais chocante que o Dr. Miliampère chegou é que a maioria de escolas norte americanas não ensinam fundamentos matemáticos porque os professores não os conhecem. Os alunos demonstram o que os professores ensinam a resolver problemas através de fórmulas, usando macetes para lembrá-las. Professores desinteressados não adotam novos métodos para estimular os alunos a entenderem a matemática;

2) Muitos professores entendem a matemática exclusivamente como uma estrutura de cálculos e preparam seus alunos somente para isso. É como o Dr. David Bressoud, membro do departamento de matemática do Macalester College, escreveu: muitos professores de matemática ensinam como se estivessem treinando os estudantes para se tornarem PhDs em matemática, atitude que pouco tem dado certo. Johnny W. Lott, presidente do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), concorda que no ensino médio "a grade curricular foi desenvolvida para preparar os alunos para se tornarem especialistas em cálculo".

Edward Burger e Michael Starbird fizeram um relato a respeito desse tema em Dezembro de 2000. “Os estudantes vêem a matemática como uma matéria complicada, e que só de pensar em todos os tópicos, álgebra, geometria, pré-calculos, cálculos, já se sentem amedrontados. E acabam recorrendo a aulas particulares, extra- classe”;

3) A razão pela qual a matemática continua sendo ensinada pela forma tradicional está relacionada à eficácia. Eu tenho escutado muitos professores dizerem: Eu gostaria de implementar métodos de ensino mais motivadores que dessem maior importância ao pensar matematicamente, mas isso toma muito tempo. Eu até já preparei o material, mas ficará para uma próxima oportunidade. Motivação e compreensão são sacrificadas pela necessidade de se passar o máximo de conhecimento no menor intervalo de tempo possível.

4) Acredito que a quarta razão é a realidade dos professores, uma vez que eles aprenderam matemática através da forma tradicional e têm enorme dificuldade de entender o porquê de as pessoas não aprenderem, já que não foram capazes de aprender, então colocam a culpa no baixo nível de aprendizado dos estudantes, na sociedade, na família e nos próprios estudantes.

Tais resultados apurados, criaram uma tendência para a reforma dos padrões de ensino da matemática em escolas norte americanas, visando criar um ensino de alta qualidade para todos os estudantes. Nesse sentido, foram recomendadas mudanças na metodologia pedagógica e no conteúdo curricular acadêmico, a partir do entendimento de que todos os estudantes devem aprender conceitos e processos matemáticos importantes de forma significativa (HAGLUND, 2004).

Assim, criar atitudes positivas para a matemática é importante para o aumento de registros e de sustentação pública para o ensino e a pesquisa da matemática. Haglund acredita que uma das opções que objetivam melhorar a instrução da matemática em todos os níveis de ensino é a ‘aproximação humanística´, proposta por Alvin White da Faculdade de Harvey Mudd, em Claremont, CA, através de movimento que “procura retornar ao processo educacional o excitamento e a maravilha dos momentos da descoberta e da criação".

2.2.3 - Características da Matemática Humanística

Haglund (2004) cita algumas características comuns de uma 'sala de aula humanística', criados pelo professor, uma vez que este

> 1) Coloca os estudantes na posição de questionador e não apenas de um receptor dos fatos e de procedimentos; 2) Permite que os estudantes levem outros a entender um problema e sua solução mais profundamente, 3) Aprende várias maneiras de resolver problemas e não somente uma aproximação matemática; 4) Inclui um quadro histórico que mostra a matemática como uma expressão humana; 5) Utiliza problemas interessantes e questões subjetivas que gerem discussões e não apenas exercícios; 6) Aplica uma variedade de técnicas julgando a habilidade do estudante além do processo de memorização; 7) Desenvolve uma compreensão e apreciação de algumas das grandes idéias matemáticas que construíram a nossa história e cultura; 8) ajuda os estudantes a verem os padrões da matemática incluindo os aspectos de beleza e de criatividade; 9)ajuda os estudantes a desenvolverem sua autonomia, levando-os a uma independência e curiosidade;10) promove cursos numa perspectiva do século XX a nível da universidade, assim os estudantes terão noção da matemática que está sendo usada hoje na ciência, nos negócios, na economia, na engenharia, etc.

Desse modo, o professor ao colocar o estudante na posição de questionador, se contribui para o reconhecimento da atividade de aprendizagem da matemática de forma afetiva, possibilitando também que os mesmos compreendam a matemática como um significado melhor que algo arbitrário e disciplinado. Para tanto, é necessário que os professores apliquem idéias relativas à criatividade, exploração, discussão, a fim de transformar o ensino em uma modalidade mais humanística, oportunizando ao aluno enriquecer sua habilidade de pensar.

Conforme Haglund (2004), em junho de 1998, Alvin White convocou uma conferência. Nesta, ele reuniu os educadores em torno dos Estados Unidos na faculdade de Claremont para discutirem novas visões sobre como melhorar o ensino da matemática e compartilhar idéias, ao final da conferência, os estudiosos descreveram uma lista das características que puderam ser fiéis aos conceitos e valores matemáticos a serem ensinados de uma maneira humanística, como:

1) Orientação histórica; matemática como uma expressão humana;
2) Formação de grupos de aprendizagem cooperativos;
3) Uma variedade de técnicas de avaliação, não apenas exercícios;
4) Interação do professor/estudante e estudante/estudante;
5) Testes de atitudes e de opiniões do estudante;
6) Humor e apreciação ao estético;
7) Oportunidades de o estudante criar seus próprios significados;
8) Salas de aula que estimulem os estudantes;
9) Apropriação do uso das ferramentas e da tecnologia;
10) Menos tempo para avaliações e mais para reflexões.

Houve um consenso por parte desses educadores de que não era necessário que todas essas características fossem contempladas ao mesmo tempo, em cada sala de aula de matemática humanística, mas que cada docente poderia selecionar as técnicas e métodos que melhor se adequassem a seus interesses pessoais. Como por exemplo: o professor que está iniciando essa filosofia de ensino pode começar tentando apenas um item, tal como: construir grupos cooperativos de aprendizagem, ou a criação de alguns problemas interessantes não encontrados no livro.

Para alicerçar nossa proposta de construção cognitiva, buscamos elementos na matemática humanística como uma filosofia de ensinar e de aprender, baseada em tentativas de explorar o lado sensível do pensamento matemático e de orientar estudantes para descobrir a relevância da estética contida na ciência da matemática e da arte. Julgamos que o ensino da matemática humanística bem como o ensino das artes visuais, possibilitam a criação de um ambiente de aprendizagem produtivo, significativo e motivador para os estudantes Pois, segundo os PCN’s, quando se refere as artes visuais, salienta que

> são caracterizadas, entre outros aspectos, pelo contato com imagens, e geram a necessidade de saber ver e perceber para, então, distinguir sentimentos, sensações, idéias e qualidades contidas nas formas e nos ambientes" (PCN-Artes,1998, p. 63).

A 'Matemática Humanística', passou a ser uma das ferramentas de motivação de nosso trabalho, permitindo-nos com isso, a quebra da fronteira entre a arte e a Matemática, já que são utilizadas imagens de obras de arte, nas quais o artista transmite sua personalidade e sensibilidade por meio de sua técnica. Nesse sentido, pensamos que a matemática pode também expressar sensibilidades.

Dessa forma, um dos objetivos da matemática humanística é desenvolver nos estudantes uma apreciação para olhar problemas e conceitos matemáticos de maneiras diferentes e especiais, objetivando o desenvolvimento de técnicas de percepção visual no processo de aprendizado matemático.

2.3 - PROPOSTA TRIANGULAR EM ARTE

2.3.1- A importância da Leitura Visual na Educação e o Ensino de Arte

Segundo os PCNs (1996, p.19)

> A educação em arte propicia o desenvolvimento do pensamento artístico e da percepção estética, que caracterizam um modo próprio de ordenar e dar sentido à experiência humana: o aluno desenvolve sua sensibilidade, percepção e imaginação, tanto ao realizar formas artísticas quanto na ação de apreciar e conhecer as formas produzidas por ele e pelos colegas, pela natureza e nas diferentes culturas.

Na intenção de evidenciar essa assertiva presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais, apresentamos a seguir alguns aportes de especialistas em psicologia, educação e, em especial, em arte.

Enfatizamos, dessa maneira, a contribuição de Arnheim (1971, p. 58), psicólogo e estudioso da Gestalt[13], que ao realizar o mais importante estudo sobre o pensamento visual, por meio de uma análise do que ocorria nas escolas, concluiu que o ensino envolvia o estudante com números e palavras e como conseqüência inibindo e isolando-o de seus próprios sentidos, causando com isso uma rigidez de conceitos, que permanecem subordinados somente a palavras e números e não às experiências da vida. Destaca que "o conceito e o preceito devem estar unidos". Conforme esse autor, seria impossível pensar de modo significativo sem recorrer a imagens perceptivas, uma vez que o pensamento seria algo eminentemente visual, ligando-se assim à Psicologia da forma.

A arte-educadora James (1975, p. 11), também aponta como desvio do ensino, a separação entre sentir (associado às artes) e pensar (ao mundo real), trazendo com isso sérias conseqüências à educação. Para ela:

> Elas (as crianças) não se movem livremente do geral para o particular, e de volta ao geral, perdendo assim uma importante ajuda para o pensamento. Elas aprendem todo o tempo a se comunicar através de símbolos verbais e matemáticos, mas são privadas do icônico, e igualmente dos modos de representação visual. (...) poucas crianças aprendem a usar esboços ou modelos tridimensionais como um auxilio para tornar claro suas idéias, vendo a relação entre os dados e predizendo a forma que um assunto poderá evoluir através da visualização de suas implicações.

Jean Piaget (1978), psicólogo suíço que estudou e pesquisou minuciosamente o desenvolvimento da inteligência da criança, chamou atenção para o fato de que "os sistemas educacionais objetivam mais ajustar a criança aos conhecimentos tradicionais que formar inteligências inventivas e criativas". Essa afirmação desse teórico se integra com as de Emília Ferreiro e Teberosky (1999) ao esclarecerem "o que a escola pretende ensinar nem sempre coincide com o que a criança consegue aprender".

Outro teórico que denuncia nossa realidade escolar é Duarte Jr (2001, p. 32). Eis o que ele argumenta:

> Assim, em nosso ambiente escolar, essa separação razão-emoção não é só mantida como estimulada. Dentro de seus muros o aluno

---

[13] *Gestalt*, em alemão, significa figura, configuração, forma

> deve penetrar despindo-se de toda e qualquer emotividade. Sua vida, suas experiências pessoais não contam. Ele ali está apenas para “adquirir conhecimentos”, sendo que “adquirir conhecimentos”, neste caso, significa tão somente “decorar” fórmulas e mais fórmulas, teorias e mais teorias, que estão distantes de sua vida cotidiana. Por isso, pouca aprendizagem realmente ocorre em nossas escolas: somente se aprende quando se parte das *experiências vividas* e sobre elas se desenvolve a aplicação de símbolos e conceitos que as clarifiquem.

Célestin Freinet (1991), um dos mais importantes educadores da França, também evidenciou que o ensino atual é limitado por ser memorizador. Esclarece: “a escola cultiva apenas uma forma abstrata de inteligência, que atua fora da realidade viva, fixada na memória por meio de palavras e idéias”. A partir dessa reflexão, verifica-se o quanto é grande nossa responsabilidade e nosso compromisso em nossa prática pedagógica, os quais estão voltados para a construção de um olhar estético-crítico sobre o mundo em que habitamos. Isso implica na compreensão da importância da leitura visual nos processos de formação do cidadão contemporâneo.

Prova disso encontramos no documentário ‘Janela da Alma’, em que o escritor José Saramago[14] afirma que “estamos cegos e mais do que nunca, vivendo na caverna de Platão: - Ver é muito complicado, proclama”.

O autor citado declara

> de todos os órgãos dos sentidos, os olhos são os de mais fácil compreensão científica, pois a sua física é idêntica à física óptica de uma máquina fotográfica; no entanto, existe algo na visão que não pertence à física. O ato de ver não é uma coisa natural, ele precisa ser aprendido.

Nietzsch (apud Rubem Alves, 2002) discorre que “a primeira tarefa da educação é ensinar a ver”. E segundo Frange (2006) “o olhar seleciona, organiza, discrimina, associa, classifica, analisa e elabora sentidos”.

Segundo Elliot Eisner[15], arte-educador e pesquisador norte-americano, quando o ensino utiliza representações visuais, torna- se mais abrangente, pois

---

[14] escritor, roteirista, jornalista e poeta português.
[15] professor da Arte e da Educação na Universidade de Stanford.

elas favorecem a aprendizagem de tudo o que os textos escritos não conseguem revelar.

Nesse sentido consideramos importante a educação visual em nossas aulas de arte, pois julgamos que sua finalidade seja conectar percepção e pensamento preparando, dessa forma, o indivíduo para viver na sociedade contemporânea, onde a comunicação visual cresce a cada dia, já que vivemos num mundo cada vez mais visual e as imagens aparecem e desaparecem, vão ou ficam com um significado, com uma mensagem, transportando sinais, iconografias. São verdadeiros celeiros de historicidades, de atuações individuais ou coletivas do homem. Todas se somam e compõem novos conhecimentos, novos saberes. Falam por si através de mecanismos próprios para transmitir a mensagem, pois ver passou a significar compreender.

Segundo Pillar (1999 p. 11)[16], “Compreender uma imagem implica olhar construtivamente a articulação de seus elementos, suas tonalidades, suas linhas, e volumes. Enfim, apreciá-las”, porque estamos envoltos em uma cultura visual que precisa ser percebida e analisada pelos estudantes. Dessa forma, quando trabalhada em sala de aula, o estudante exercita o olhar, aprende a observá-la e a criticá-la, a usufruir dela e, a partir daí, cria novas imagens.

Conforme Dondis (1991), “cabe à alfabetização visual construir um sistema básico para aprendizagem, a identificação, a criação e a compreensão de mensagens visuais que sejam acessíveis a todas as pessoas“ (p. 3.) E para que haja aprendizado com a linguagem visual “devemos considerar os numerosos componentes que são a matéria prima de toda a informação visual e constituem a substância básica daquilo que vemos, como o ponto, a linha, a forma, a direção, o tom, a cor, a textura, a dimensão, a escala e o movimento” (p.51).

---

[16] Pesquisadora em arte-educação.

A arte-educadora Edgar (1974, p.165) salienta a importância da apreciação de arte por meio da história da arte. Para ela os estudantes conhecendo essa importância tomam consciência de sua cultura e passam a desenvolver o julgamento crítico, particularmente com respeito à comunicação de massa. Esta autora sugere ainda que a arte deve ser integrada com outras disciplinas, de modo que os estudantes possam aprender o seu papel na sociedade.

Em geral, o ensino de artes nas escolas restringiu- se por muito tempo, ao 'fazer', levando em consideração somente o produto final dos estudantes, independentemente do seu repertório artístico e estético visual. Quando não, limitando- se a simples cópias destes. Não incluindo de forma alguma a leitura de imagens. Levando-os a meros copiadores, ao invés de leitores das mesmas.

Durante nossa trajetória na educação, como professora de arte, vivenciamos os problemas da educação escolar brasileira, em especial, às questões relacionadas ao ensino da Arte. Nesse período deparamo-nos com uma prática pedagógica cheia de contradições, sem uma linha filosófica e com um intransigente preconceito originado pela cultura brasileira acerca de 150 anos de sua implantação.

Por esse motivo, até hoje somos discriminados negativamente no sistema escolar através da falta de espaço adequado, número insuficiente de horas/aulas, falta de material, falta de credibilidade acadêmica e desconfiança de incompetência profissional. Éramos vistos como meros decoradores da escola, os organizadores de festinhas. Essa realidade nos deixava desorientados diante à complexidade do problema que precisávamos encarar, sem encontrarmos fundamentos que auxiliassem nossa prática. Sem ter a quem recorrer procurávamos subsídios nos livros didáticos que tinham como base a livre expressão, sob as influências da Escolinha de Arte do Brasil, de Augusto Rodrigues, na qual o ensino da arte se dava na capacidade criadora da criança na perspectiva do fazer artístico.

O trabalho dos profissionais da Educação em Arte, na década de 70, centrava-se nas propostas de experimentação expressiva e na polivalência das diversas linguagens, como desenho, artes-cênicas, música e artes plásticas as quais deveriam ser ensinadas conjuntamente por um mesmo professor da 1ª à 8ª séries do ensino Fundamental. Nessa proposta valorizava-se o desenvolvimento da auto-expressão e da auto-descoberta do estudante.

A carência de profissionais formados, contribuiu para que professores de outras áreas atuassem como professores de Educação artística, sem contar com o grande empenho por parte de políticos, filósofos e educadores de outras áreas para retirar a disciplina arte, da estrutura curricular obrigatória. Porém, a luta dos profissionais da Educação em Arte contribuiu para a permanência da obrigatoriedade da área.

Atualmente, o ensino de arte faz parte da grade curricular do sistema educacional, regulamentada pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação. Contamos com quatro modalidades artísticas que são: artes visuais, música, dança e artes-cênicas. Cada uma com suas especificidades.

Barbosa[17] elucida essa realidade dizendo que:

> "A ditadura deixou marcas no ensino da arte nas escolas. Principalmente no ensino fundamental, essa disciplina foi dominada pela sugestão de temas e por desenhos alusivos a comemorações cívicas, religiosas e outras festas. Mas aqueles modelos horrorosos em xerox - coelhinhos da Páscoa, índios americanos para o Dia do Índio, imagens de péssima qualidade estética - estão sendo substituídos agora por personagens para colorir, do último filme de Walt Disney. Usando as imagens da indústria cultural, pensam estar se inserindo na modernidade, porque anda por aí a moda de substituir a arte na escola por cultura visual, isto é, substituir a arte pelas imagens da mídia. Se a cultura visual não for crítica, pouco influirá na formação do pensamento visual
>
> Nos anos 90, o ensino da arte ganhou novo alento através da Proposta Triangular: o ensino da arte integrando o fazer, a leitura da obra ou do campo de sentido da arte e a contextualização. A Proposta Triangular deu credibilidade e status intelectual à arte na escola por razões equivocadas: a idéia de que assim a disciplina ganhara conteúdo.

[17] educadora brasileira, pioneira em arte-educação

> O fazer arte é conteúdo e forma, mas não basta para se entender a arte como cultura, idéia consolidada pelo pós-modernismo na arte-educação”[18].

Nossa trajetória histórica começa a mudar na década de 90, quando tivemos acesso a Proposta Teórica metodológica em arte e que veio para alicerçar e dar sentido a nossa prática, denominada de ‘Proposta Triangular’.

Assim, depois de muitas décadas da hegemonia da livre-expressão surge, então, a área que trata o ensino de arte, apresentando reflexões teórico-práticas inscritas na vertente educacional realista-progressista, em consenso com a proposta de Paulo Freire, Essa proposta aponta para a democratização do conhecimento da arte, para a construção do conhecimento e principalmente, para o rompimento da prática tecnicista que perdurava, ainda, o ensino da arte entre nós, coincidindo com as mudanças educacionais que marcaram mundialmente o século XX.

2.3.2 - A Proposta Triangular e o Ensino de Arte

O ensino de arte vem se apresentando como um movimento que se fundamenta em uma proposta renovada denominada ‘Proposta Triangular’, difundida por Ana Mae Barbosa e fundamentada em três abordagens epistemológicas: 1) *Escuelas ao Aire Libre*, no México: após a revolução Mexicana de 1910, surge resgatando os padrões de arte e artesanais nacionais perdidos com a imposição dos padrões europeus nas escolas do país . Foi o único movimento modernista de ensino de arte que assumiu a idéia de arte como expressão e cultura (Rizzi,1999, p.31); 2) *Critical Studies*, vindo da Inglaterra, surgiu na década de 1970, em resposta à insatisfação da utilização do ensino da arte como recreação, ao invés de assumir uma postura onde a apreciação era vista como uma possibilidade de leitura, análise e reconhecimento de uma obra como inserida num contexto histórico–sócio–cultural, estético e técnico (Rizzi,1999, p.32); 3) DBAE, concebida inicialmente

[18] Revista SESC/SP nº 129 - Fevereiro 2008 - ano 2008 . Em pauta: Educação Artística

na Inglaterra e EUA, nos anos 60, com a nomenclatura de Disciplin Based Art Education (DBAE), no português traduzido como "Arte – Educação compreendida como disciplina", desenvolvida por arte–educadores americanos, tais como Eliot Eisner, Brent Wilson, Ralph Smith e Marjorie Wilson. O DBAE assinala para a necessidade de inserir na estrutura do currículo escolar a história da arte, produção de arte, crítica de arte e estética, distinguindo-se do padrão que dominou o ensino da arte nas décadas de 1940 e 1950, o da auto–expressão. Essa concepção atual respeita a construção e a elaboração como processo artístico, a cognição em relação à emoção e a possibilidade da compreensão e acesso do patrimônio cultural da humanidade pela dimensão do fazer artístico.(Rizzi,1999). São quatro os campos do conhecimento em arte na visão clássica do DBAE: a produção, a crítica, a estética e a história da arte, que eram apresentadas como disciplina de modo seriado, fazendo união dos conhecimentos.

2.3.3 - Proposta Triangular e suas Vertentes

Segundo Rizzi (1999), a visão de ensino e aprendizagem da arte, sistematizada por Ana Mãe Barbosa, foi denominada “Proposta Triangular”, que abrange, por meio da produção artística, o processo criativo, visto como interpretação e representação pessoal de experiências numa linguagem plástica, e defende que a arte não é somente expressão, mas é conhecimento, e seu ensino conseqüentemente, exige mais do que a exclusiva prática de ateliê: exige a articulação de três eixos, a saber: o ler obras de arte (crítica e estética), o fazer (a prática artística) e a contextualização (relações entre arte e outras áreas do conhecimento), interligados entre si**,** não sendo necessariamente experimentados nessa ordem, mas conforme a metodologia de cada professor . Essa proposta convida professores de arte a uma nova postura diante da vida e da disciplina, postura essa que deve conduzir-nos a uma interação com a arte e com os acontecimentos ao seu redor, o que certamente abrirá novos horizontes para uma leitura de mundo.

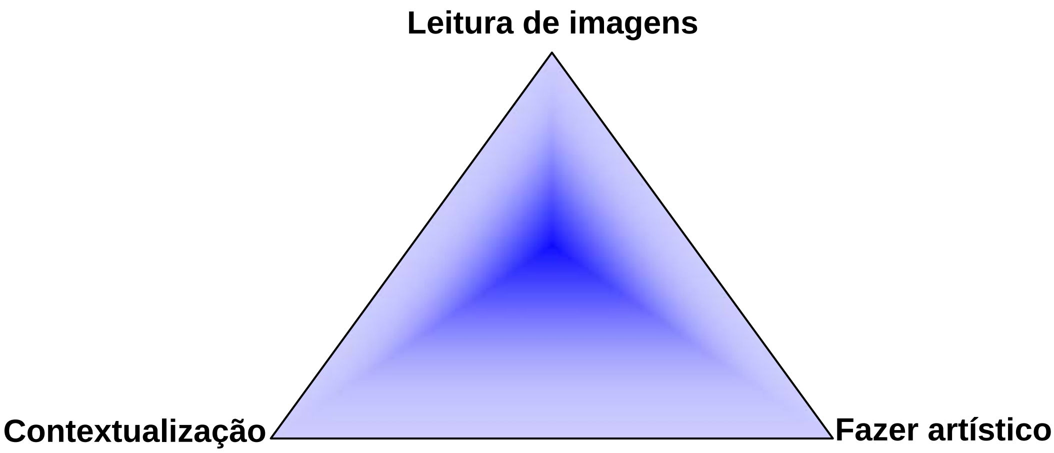


Figura 31 – Proposta Triangular
Fonte: Produzido pela autora.

2.3.3.1 A leitura de imagens

Desenvolve a habilidade de olhar, perceber, comparar e interpretar os elementos existentes na imagem. Tal leitura pode ser feita tanto em uma obra de arte como em trabalhos de estudantes, não sendo esta um exercício mecânico, mas algo prazeroso, que busca os seus diversos significados. Para tanto, faz-se necessário o cuidado de uma nutrição estética qualificada, que é uma considerável quantidade de imagens de boa qualidade, respeitando a idade cronológica dos estudantes.

Durante essa leitura, o observador irá decompor visualmente a imagem dando-lhe uma interpretação pessoal. Ressalta-se que se forem adotadas diversas técnicas de leitura, só enriquecerá a apreciação, assim como comparando imagens, distinguindo as diferenças e semelhanças, ampliará a gramática visual dos significados que a obra permite.

2.3.3.2 Fazer artístico

Denominado também de Releitura, é o ato da produção utilizando-se a imagem lida como referência. O observador recodifica e atribui novos significados, que estabelece a ela. Ou seja, ele a “transforma, interpreta e cria com base num referencial” (Analice Dutra Pillar 1999). Na proposta triangular, a produção artística está baseada no processo criativo, considerando que esse processo não é uma construção exclusiva interna, mas é fortemente influenciada pelas características do meio em que a pessoa se encontra e da qualidade da nutrição estética. Somente fazendo é que o estudante poderá descobrir as várias maneiras e restrições das linguagens expressivas.

O fazer é uma das vertentes que estimula o aprender sobre a história da arte e a leitura de imagens. A produção associada a imagens contribui com o modo de o indivíduo criar formas de maneira expressiva, ao mesmo tempo em que o induz a refletir sobre a sua criação.

2.3.3.3 Contextualização

Nessa etapa, o objetivo é contextualizar a obra de arte com a história da arte, no tempo e no espaço, relacionando-a com outras áreas do conhecimento, sem a preocupação rígida de demonstrar a evolução dos movimentos artísticos, mas, sim expor a arte como fruto da situação econômica, política e social, na qual está inserida. Mesmo sendo um produto de imaginação e fantasia, a obra de arte sofre grande influência do meio, de acordo com o tempo e o lugar. É o elemento articulador dos outros dois.

A história da arte deve ser construída com base em cada obra examinada pelos estudantes, relacionando-a sempre com outras obras, se possível. Na Proposta Triangular, a história da arte não deve ser vista como uma abordagem simplesmente cronológica, e sim contextualizadora do artista e sua obra no meio sócio-cultural. Essas três vertentes, - a leitura de imagens, o fazer artístico e a contextualização – não precisam ser estanques, mas interligadas. O professor deve propiciar essa interação para que ocorra a construção do conhecimento. O fazer artístico e a compreensão completam-se confirmando o momento mágico e prazeroso da arte, desde o ato de refletir ao de criar.

Expõe Barbosa (1991, p. 10):

> "O que a arte na escola principalmente pretende é formar o conhecedor, fruidor e decodificador da obra de arte (...). A escola seria a instituição pública que pode tornar o acesso à arte possível para a vasta maioria dos estudantes em nossa nação (...)".

Sendo assim, a Proposta Triangular colabora para uma alfabetização visual, dando-se através da leitura de obras, pois interagindo com imagens, o estudante poderá construir um sistema de compreensão e, ao mesmo tempo, conceber objetos simbólicos. Entretanto, não basta apenas oferecer uma gama de imagens, é necessário que o estudante componha e decomponha as imagens para que se aproprie delas, porque, apropriando-se delas estará, conseqüentemente, apropriando-se de conceitos múltiplos presentes em cada imagem.

Barbosa *(1975, p.74)* compreende: imagem também é conteúdo.

> “As modernas teorias lingüísticas, baseadas em Ferdinand de Saussure, e sua designação de significante e significado, equivalente a forma e conteúdo, língua e linguagem, imagem e conceito, tem influenciado todos os campos da cultura, tornando claro que forma é conteúdo em si mesma, não apenas o invólucro do conteúdo”.

As imagens estão impregnadas de elementos que nem todos percebem. Somente o exercício de leitura, tendo a Abordagem Triangular como uma das referências prováveis poderá enriquecer o repertório estético e artístico do estudante, desmistificando seus elementos, suas tonalidades, seus volumes, suas cores, sua temática, entre outros. Pois através das imagens, aprendemos e construímos conhecimentos.

Conforme Barbosa *(1991, p.20), “a percepção pura da criança sem influência de imagens não existe realmente, uma vez que está provado que 82% de nosso conhecimento informal vêm através de imagens”.*

Ao proporcionar a contextualização (relações entre arte e outras áreas do conhecimento) de uma imagem através de uma leitura crítica, objetiva e interpretativa, estaremos encurtando a distância existente entre a obra do artista e o entendimento do estudante. Dessa forma, julgamos que a associação do ensino da arte e da matemática possa contribuir para construção de um conhecimento não-fragmentado e o desenvolvimento de um indivíduo que associe razão e emoção, sem compartimentalizar os saberes, mas interligando os vários aspectos de sua vivência e personalidade.

Ao enfatizar a função da arte na educação e na sociedade, Barbosa (1995. P.90) expõe:

> Sabemos que, pelos processos afetivos que mobiliza, a Arte pode ser um poderoso auxiliar para o enriquecimento do processo de aprendizagem dos demais conteúdos cognitivos escolares, e são firmemente aceitos os objetivos relacionados com a ênfase dessa função da Arte-Educação.

Nesse contexto, destacamos conceitos matemáticos presentes em imagens, no fazer artístico, enriquecendo, dessa forma, a didática de ensino das duas disciplinas em pauta, a fim de oportunizar ao aprendiz, vivenciar as várias'faces' ou aspectos de um mesmo conceito-em-ação, nessas disciplinas, revelando, nesse sentido, o conceito de semelhança trabalhado no ensino das artes e também no ensino da matemática, pode ter seus distintos aspectos mostrados ao estudante, pelo usar, pelo fazer, ao vivenciar variadas situações nas matemáticas e nas artes.

Entendemos que nas atividades com as imagens, o espaço e a forma muito podem proporcionar no processo ensino-aprendizagem, durante o Ensino Fundamental. Na expectativa de contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de estudantes de 8ª série, resgatando uma união desses dois saberes aparentemente distintos e ao mesmo tempo análogos, pois um torna o ensino do outro um meio complementar, conforme nos propõe os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN´s) – Matemática e Arte (1998) para o Ensino Fundamental, no qual sugere buscar por meio desses dois campos, fundamentos para melhor elucidar sobre o quanto os conceitos artísticos e matemáticos colaboram para o desenvolvimento da percepção visual e espacial. O que contribui de forma significativa para a ampliação do conhecimento em construção do estudante.

Meira (1999)[19] esclarece que o aprendizado exige uma representação visual, seja concreta ou abstrata, ou seja, nós aprendemos também quando conseguimos ler com o olhar.

Desse modo, o estudo em pauta pretende formar uma rede entre as duas áreas, Arte e Matemática, uma tessitura de fios, ora matemáticos, ora estéticos que, voltados para uma prática consciente, entrelaçam-se construindo um mesmo tecido e formando a 'unidade da complexidade' rumo a uma 'democracia cognitiva ', como fala Morin[20].

[19] pesquisadora em Arte-educação
[20] pensador Francês propagador da teoria da Complexidade

CAPíTULO III - METODOLOGIA DA PESQUISA

Com o foco apontado para os Campos Conceituais de Vergnaud que subsidiará nossa análise e ao mesmo tempo apropriando-se da Matemática Humanística de Alvin White e a Proposta Triangular do Ensino de Arte, que justificarão nossa prática, a presente pesquisa propôs-se trabalhar dentro de uma interação entre duas disciplinas na construção de um conhecimento estético e Matemático.

A seguir, é apresentada a seqüência de ensino fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais, na qual trabalhamos uma variedade de situações que visam contribuir para o desenvolvimento de um sentimento de semelhança, o qual se objetiva que os estudantes desenvolvam.

3.1 - EXPERIÊNCIA PILOTO - SEQÜÊNCIA DE ENSINO

Aplicamos uma seqüência de ensino com uma variedade de situações com a intenção, progressivamente, do primeiro ao último encontro, aplicar um conhecimento estético que evidenciasse os aspectos de repetição e proporção para a formação de um sentimento de semelhança, pois segundo a teoria de Vergnaud, são as situações que dão sentido ao conceito.

Dessa forma, foram desenvolvidas atividades numa seqüência de fazeres da arte buscando explorar o mundo em que o estudante está inserido, nas relações consigo, com o outro e com o meio, associando a experiência vivenciada nas artes aos aspectos teóricos estudados.

O procedimento metodológico e a seqüência didática de ensino aconteceram em um bimestre, distribuídas em 12 encontros de aulas duplas semanais, num total de 24 horas/aulas, de 50 minutos cada aula. A distribuição foi organizada de acordo com as seguintes etapas:

1) Primeira etapa

Nessa etapa, foram utilizadas 02 primeiras horas/aulas para aplicação de um questionário investigativo (análise ‘a priori’), através de questões relacionadas ao conteúdo a ser trabalho, com o objetivo de verificar os conhecimentos trazidos pelos nossos sujeitos estudantes sobre o conceito de semelhança, de maneira a auxiliar na seleção e organização do material para as atividades, pois segundo Vergnaud “é muito importante que os conhecimentos prévios dos estudantes sejam considerados no processo ensino-aprendizagem”.

2) Segunda etapa

A partir da verificação das respostas da análise a priori, pelos estudantes da turma, em forma de questionário, e considerando os conteúdos do planejamento anual de 8ª série, tanto da disciplina arte como da matemática, iniciou-se a aplicação metodológica dos conteúdos a partir de um processo de motivação com a turma pesquisada. Em 02 horas/aulas propôs-se à turma que fosse feito um passeio fora da sala de aula, para que cada estudante observasse na área da escola, e após, em suas residências, o que havia em seu redor como jardins, flores, folhas, árvores, troncos, arbustos, pedras, nuvens. Depois perguntamo-lhes se as formas encontradas na natureza possuíam formas regulares ou irregulares. Finalmente que construísse um catálogo com algumas amostras a serem apresentadas na próxima aula.

Nessa etapa, foi ressaltada a teoria dos campos conceituais que retoma os estudos de Vygotsky sobre pensamento e linguagem que postulam uma dialética das interações com o outro e com o meio, como desencadeador do desenvolvimento cognitivo e defendem também que o próprio processo de aprender gera e promove o desenvolvimento das estruturas mentais superiores pois quanto mais ricas as interações, maior e mais sofisticado será esse desenvolvimento. Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996a, p. 118) supõe que o âmago do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização e, sob a influência de Vygotsky, atesta a importância da interação social, da linguagem e da simbolização para o domínio de um campo conceitual.

Depreende-se que o campo conceitual, segundo Vergnaud (1982, p. 40), envolve uma série de situações, conceitos, relações e operações do pensamento em busca da aquisição do conhecimento, o que muitas vezes leva anos para ocorrer, através de experiências e situações variadas, e quando defrontado com uma nova situação, o conhecimento adquirido pela experiência do indivíduo, é adaptado a essa nova situação, caminhando rumo ao progresso de uma compreensão do conceito estudado.

Dessa forma, observa-se que tanto nas Artes visuais, como na Matemática podem ser aplicados conceitos fundamentados na Teoria de Vergnaud, que considera a interação social da linguagem e da simbolização para o domínio de um campo conceitual.

3)Terceira etapa

Nas 04 horas/aulas seguintes, os estudantes fizeram individualmente suas apresentações da coleta feita sobre as formas encontradas na natureza de modo a socializar as amostras coletadas, sob a apreciação de toda a turma, momento em que alguns montaram seus catálogos com folhas, flores retirados da natureza, outros, através de imagens fotografadas; outros ainda, bastante envolvidos com a tarefa, não esperaram chegar o dia da apresentação e enviaram por endereço eletrônico seus registros. Após a apresentação, fizemos a pergunta: As formas encontradas na natureza são regulares (certinhas, como as formas geométricas regulares) ou irregulares (incertas)? A turma se manifestou dizendo que as formas da natureza não são certinhas, por isso acham que não são regulares, como as formas naturais catalogadas pelos alunos durante as aulas mostradas a seguir.


Figura 32 – Estudante J


Figura 33 – Estudante B


Figura 34 – Estudante N


Figura 35 - Estudante D

Continuando a experiência, foi introduzido um assunto que, segundo os dados da análise a priori, não era do conhecimento deles, mas que foram evocadas pelas formas catalogadas por eles, como os Fractais.

Fizemos uma apresentação dos fractais à turma, por meio de slides sobre o tema, inclusive com uma nova visão da natureza, onde destacamos :

- Árvores e samambaias são consideradas fractais naturais que podem ser modeladas em computadores que usam algoritmos recursivos;[21](repetitivo), apresentando auto-semelhança e complexidade infinita".

- Este aspecto repetitivo dos fractais está presente nesses exemplos, pois num ramo de uma árvore ou na folhagem de uma samambaia pode ser observada uma réplica em miniatura do todo, não idêntico, porém semelhante na estrutura.

Exemplos: um brócolis e uma samambaia são considerados fractais naturais:

Figura 36 – Brócolis
Fonte: Factrais

Figura 37 – Samambaia
Fonte: Wikipédia

Observou-se que a maior parte dos objetos com que lidamos no nosso dia-a-dia não são segmentos de retas, nem esferas, nem cones. Destacamos o tronco de uma árvore, onde verificamos que sua superfície é extremamente rugosa e irregular, sendo possível constatar novas rugosidades e irregularidades, que se assemelham bastante à anterior. É essa irregularidade regular que se busca caracterizar num fractal.

Contextualizamos a origem do termo fractal, criado em 1975 por Benoît Mandelbrot, matemático francês nascido na Polônia, que descobriu a geometria fractal na década de 70, do século XX, a partir do adjetivo latino *fractus*, do

[21] um algoritmo é dito recursivo quando ele faz uma chamada a si mesmo, diretamente (podemos ver o algoritmo sendo chamado dentro dele mesmo) ou indireta (o algoritmo chama um outro algoritmo, que por sua vez invoca uma chamada ao primeiro).

verbo *frangere*, que significa quebrar e refere-se às características naturais dos objetos que parecem fragmentados, irregulares, complexos. Ou seja, segundo Benoit, "Fractais são objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo (repetitivo), apresentando auto-semelhança e complexidade infinita". Como exemplo apresentamos, o que pode ser considerado como princípio dos fractais, conforme figura a seguir.

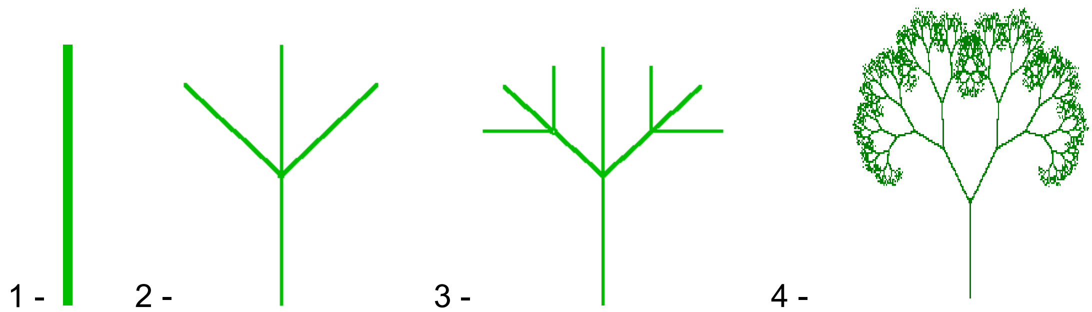


Figura 38 : Fractais
Fonte: www.ceticismoaberto.com/ciencia/kinouchi_fractais.htm.

Foi feita a apreciação de imagens digitais construídas com fractais, como modo de representar as formas irregulares da natureza. Os alunos sentiram-se motivados com as formas dessas incríveis imagens. Então foi lançada a eles a proposta de construírem releituras de imagens, como re-interpretação, criação de novos significados, recriação, sem que ela perdesse a sua essência, uma vez que a re-leitura não é necessariamente uma cópia, mas o acréscimo de um toque pessoal e uma nova maneira de ver e sentir, uma criação com base num referencial (que é a imagem).

Sendo assim, produziu-se de forma manual, a construção dos fractais, com a utilização do lápis e do desenho de formas regulares como quadrado, triângulo, retângulo e círculo, em papel quadriculado, explorando o uso do fractal com o objetivo de despertar nos estudantes o aspecto de repetição.

Vejamos os exemplos de fractais apresentados aos estudantes e suas produções:

A) Imagens geradas através de computadores usados na aula.

Figura 39 - Caos e Geometria Fractal
Fonte: gerada durante a aplicação do estudo

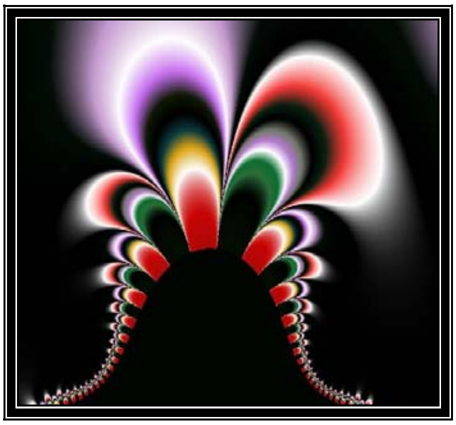


Figura 40 - Caos e Geometria Fractal
Fonte: gerada durante a aplicação do estudo

B) Imagens produzidas pelos estudantes a partir de observações de fractais.

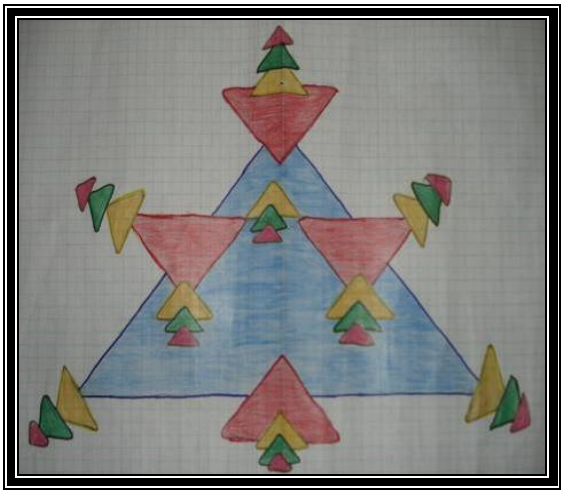


Figura 41 – Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante R

Figura 42 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante Z

Figura 43 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante M

4) Quarta etapa

Nas 04 horas/aulas seguintes, pretendeu-se incentivar a turma a dar continuidade em suas atividades, à construção de releituras dos fractais, dessa vez com a utilização de recortes de formas geométricas em papel cartão colorido (exposto sobre a mesa com uma variedade de cores, à escolha de cada um) e todos concordaram. O resultado está apresentado a seguir.

C) Releituras de Fractais produzidos pelos estudantes

Figura 44 - Imagem produzida por aluno
Fonte: estudante G

Figura 45 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante A

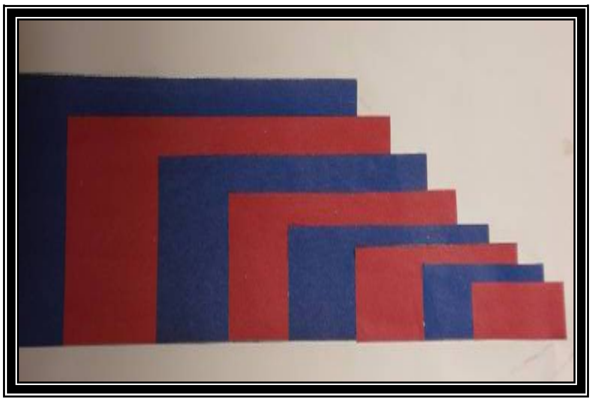


Figura 46 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante D

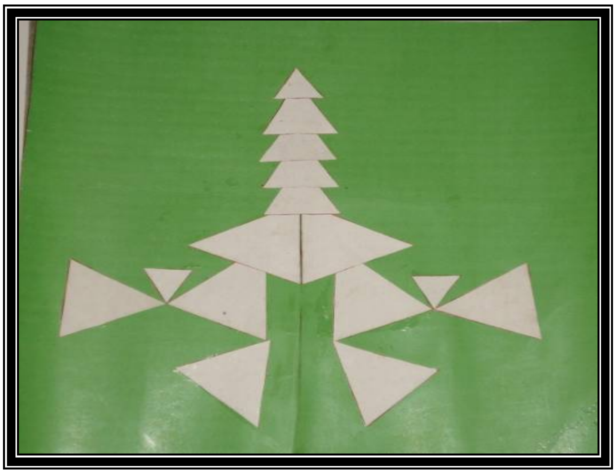


Figura 47 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante H

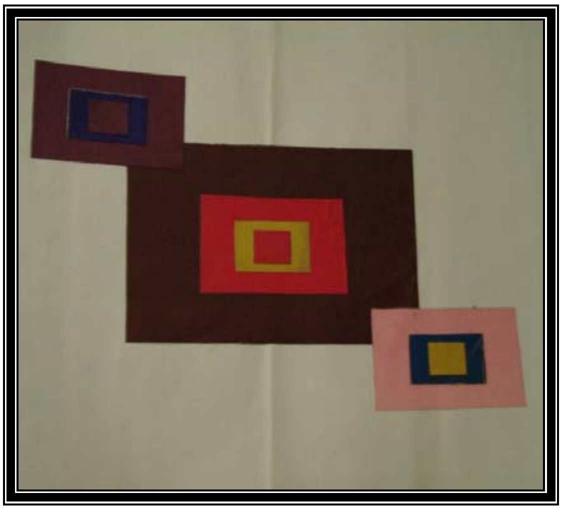


Figura 48 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante Y

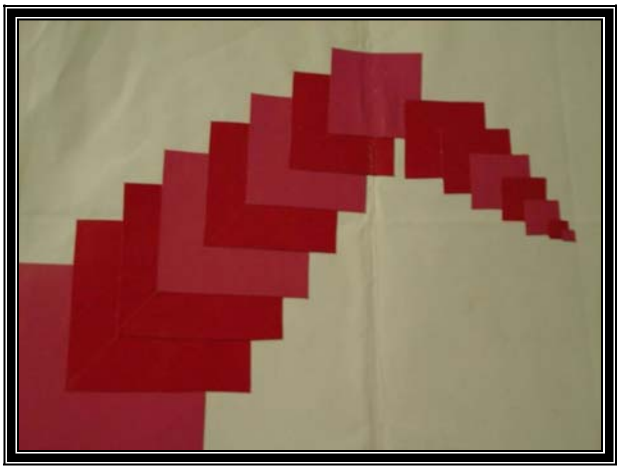


Figura 49 - Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante N

5) Quinta etapa

Assim, ao término da atividade, os trabalhos foram expostos dentro da própria sala de aula, para que a turma pudesse visualizar suas produções artísticas e comentar sobre o que existia em comum em suas produções construídas com fractais. Eles então observaram e descreveram o que viam de similares: nas formas, como por exemplo:

- Estudante D disse “existe repetição nas formas”;
- Estudante R: “essas formas estão reduzidas ou aumentadas e distribuídas de um lado iguais ao outro lado”;

- Estudante S observou que “existia um equilíbrio na maioria das obras”.

Na produção dos estudantes inspirada nos fractais apresentados, foram observados a presença de elementos simétricos (figuras 41, 42,42,47 e 48).

6) Sexta etapa

As produções com aspectos simétricos foram então selecionadas em um próximo momento de 04 horas/aulas para o reconhecimento da presença de tal aspecto. Foram apresentadas, à turma, suas produções, como forma de exemplificar o conceito de simetria também presente em obras de arte, como nas obras de Escher, Limite Circular III e Senda da Vida II. Após a apresentação dessas obras, aproveitou-se para explorar a idéia de simetria, como um tipo de composição em que a imagem é composta por formas semelhantes, justapostas e espelhadas e, portanto, um olhar, uma situação a mais a ser vivenciada com semelhanças.

D) A seguir estão representados alguns exemplos de simetria através das obras de Escher.

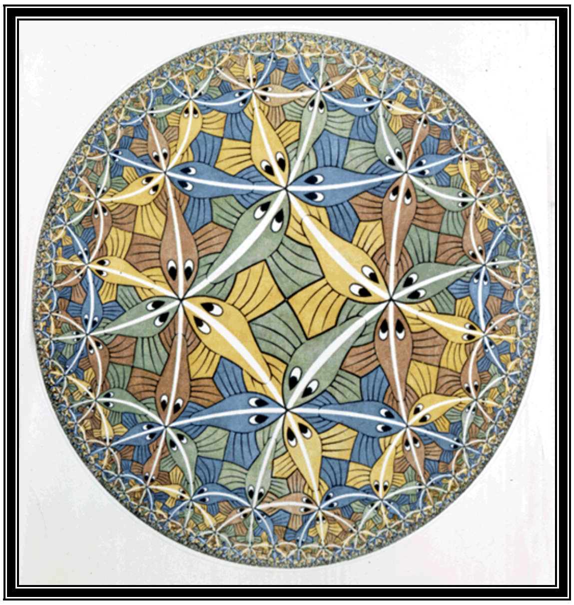


Figura 50 - Limite Circular III
Fonte: M.C.Escher (1958)

Figura 51 - Senda da vida II
Fonte:M.C.Escher (1958)

Em seguida, foi feita a leitura da obra Senda da vida II. A turma apreciou-a, percebendo-a, comparando-a e interpretando os elementos existentes na imagem.

Segundo Pillar (1999 p. 11), “Compreender uma imagem implica olhar construtivamente a articulação de seus elementos, suas tonalidades, suas linhas, e volumes. Enfim, apreciá-las”.

Nesse momento houve interação entre os estudantes e professor, onde todos descreveram suas observações visuais sobre a imagem citada. É a leitura dos elementos visuais da obra, como linhas, cores, formas etc. Dessa forma, os estudantes responderam às seguintes perguntas:

- O que vocês vêem na imagem?

  Respostas:

- ✓ peixes,
- ✓ estrelas,
- ✓ cata-ventos.

- Quais as formas existentes na obra?
  Respostas:
- ✓ Quadrados,
- ✓ triângulos,
- ✓ losângulos,
- ✓ círculos.

- Quais elementos vocês podem identificar?
  Respostas:
- ✓ Peixes,
- ✓ Cata-ventos

- Que cores vocês vêem?
  Respostas:
- ✓ Preto,
- ✓ Branco,
- ✓ cinza.

- Quais tipos de linhas existem na obra?
  Respostas:
- ✓ Curvas,
- ✓ retas.

- Há texturas na obra?
  Respostas:
- ✓ Parece que sim.

- Há uma figura central?
  Respostas:
- ✓ Uma estrela de peixes,
- ✓ Um cata-vento.

- Tem contraste, volume? Como é o fundo?

  Respostas:

✓ Sim, contraste nas cores;
✓ Volume nos peixes;
✓ O fundo é cinza.

- Há equilíbrio?

  Respostas:

✓ Sim.
✓ Parece que sim.

- Esta obra é simétrica?

✓ Sim.

- Por que?

✓ Tudo que tem de um lado tem do outro.
✓ São idênticos nos dois lados.

- O que você sente ao ver essa a obra?

  Respostas:

✓ Lembra-me os cata-ventos do círio de Nazaré.
✓ Um aquário de peixes.
✓ Uma rede de pesca cheia de peixes.
✓ Um trevo de quatro folhas.
✓ Um redemoinho.

- O que há de parecido nas duas obras de Escher?

✓ Muitos peixes.
✓ Peixes grandes e pequenos
✓ Ele era pescador?

Após a exposição e leitura da obra de Escher, foi feita a contextualização da mesma. Nela, o autor reduz gradualmente o tamanho das figuras até que alcance, pelo menos teoricamente, o limite do formato infinitamente pequeno, como forma de representar o infinito, conceito marcante em muitos dos seus trabalhos. Foi destacada a biografia do artista gráfico, sua técnica e sua obra, situando-a no tempo e no espaço. Após esse momento, a aula foi ilustrada com outras imagens com aspecto simétrico, presente na natureza e de pormenores da arquitetura, também nas artes plásticas, na música, na dança, na matemática, na arquitetura através da exposição em DVD ‘Simetrias, da série Arte Matemática, produzido pela TV Cultura.

E) imagens com aspecto simétrico na ilustração de aula.

Figura 52 - Borboleta
Fonte: Visual Mathematics

Figura 53 - Fotografia
Fonte: Visual Mathematics

Figura 54 - Pormenores da arquitetura
Fonte: Visual Mathematics

Após a apreciação, leitura e contextualização das imagens simétricas, solicitamos à turma que produzisse individualmente releituras simétricas, com o objetivo de reforçar o aspecto de repetição e proporção, para que se iniciasse de modo mais geral o conceito de semelhança de imagens. Essas imagens podem ser vistas a seguir.

F) Produções com aspectos simétricos

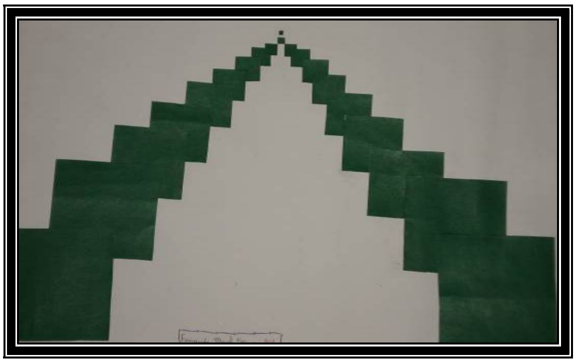


Figura 55 – Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante D

Figura 56 - Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante E

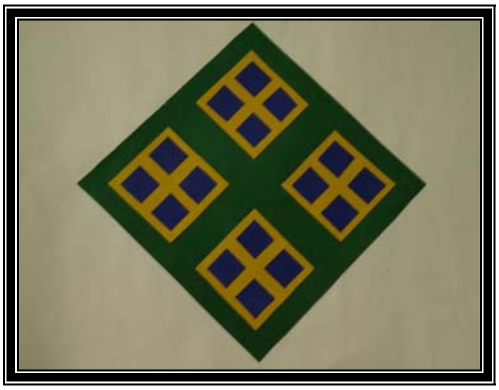


Figura 57 - Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante Q

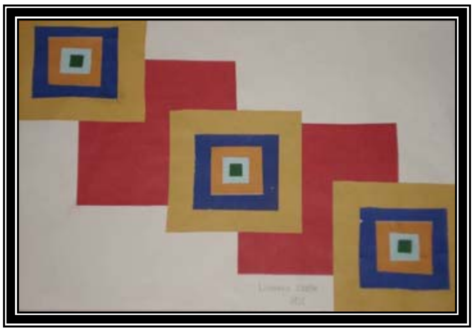


Figura 58 - Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante F

Figura 59 - Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante N

Figura 60 - Figura simétrica produzida por aluno
Fonte: Estudante A

7) Sétima etapa

Após a visualização, apreciação e construção de obras simétricas, houve a necessidade, em mais quatro aulas, de falar para os discentes sobre proporção das formas, com o objetivo de trabalhar a 'justa relação das partes entre si e de cada parte com o todo'. Dessa forma, procurou-se contextualizar o conceito de semelhança matemática através da história de sua origem e uso, por meio da técnica de ampliação e redução.

Segundo Maciel (2004, p. 04), a idéia de semelhança remonta às civilizações antigas com os egípcios. Por meio do método científico conhecido como método dos quadrados, eles ampliavam e reduziam as imagens, alcançando assim as proporções exatas, encontradas, muitas vezes, em suas pinturas, esculturas e em todas as escolas de arte do antigo mundo egípcio, pois essa era a maneira como esse povo demonstrava a beleza artística, através da perfeita proporção das formas. A próxima figura, representa essa fase.

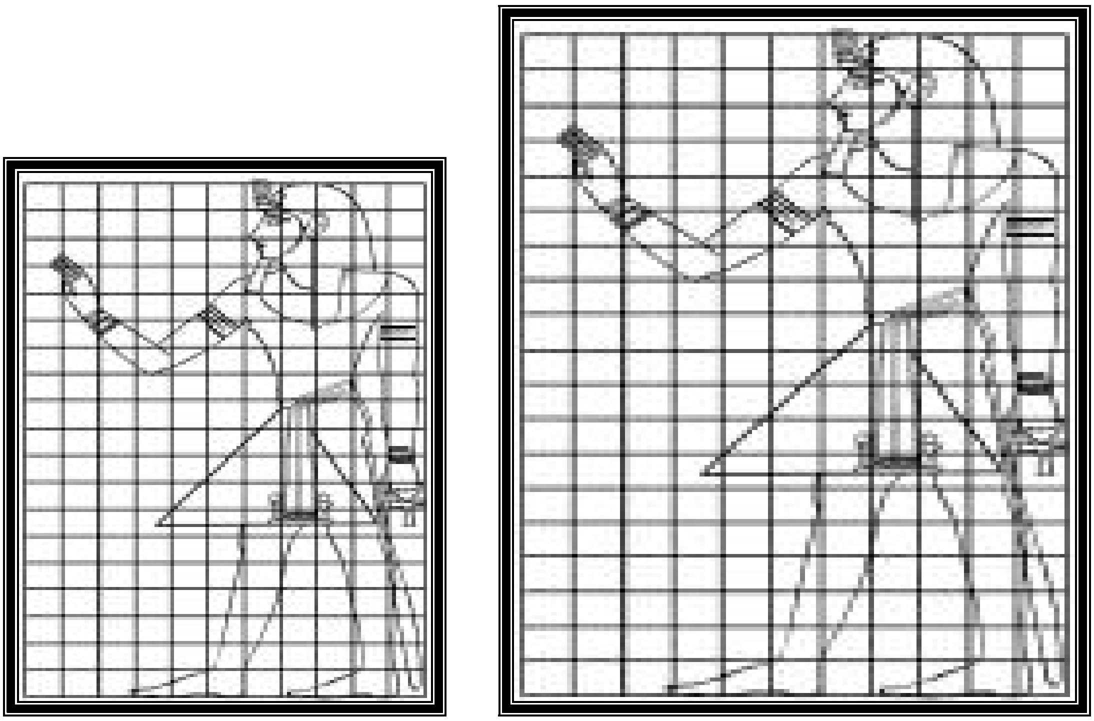


Figura 61 - Método dos quadrados egípcios.
Fonte: História Social da Literatura e da Arte HAUSER, Arnold (1982, v.1. p.61)

Evidenciamos também o conceito de semelhança em arte que se apresenta no volume, na cor, na execução e no estilo, percebidas como repetições rítmicas. Trata-se da famosa Lei da repetição, graças a qual se consegue harmonia e ordem dentro da variedade compositiva, Como exemplos as obras: 'Mendigos a beira-mar', de Pablo Picasso, em que as semelhanças apresentam-se nas variações em torno de uma cor dominante, o azul; e nas formas alongadas. Em El Greco, 'A Ressurreição de Cristo', na qual o artista também representa formas alongadas repetidas em toda obra. Ambas apresentam relações perceptiva de atração, destacando as diferenças do grupo. As semelhanças de cor, de formas, posturas, das vestes são intencionais, justamente para destacar o que lhe interessa como discurso conceitual. Conforme Dondis (1991), "na linguagem visual os opostos se afastam e os semelhantes se atraem".

Figura 62 - 'Mendigos a beira-mar'
Fonte: Ostrower (1989, p.131)

Figura 63- 'A Ressurreição de Cristo'
Fonte: Parramon (1988)

Na atividade seguinte, c*om o objetivo de evidenciar o conceito de proporção e semelhança na forma,* foi trabalhado em duplas de estudantes, o método dos quadrados egípcios (de redução e ampliação), um ampliava e o outro reduzia a mesma imagem, com a mesma finalidade q*ue Ana Mae (1991,* *p.21) nos adverte: “no aprendizado artístico, a mimese está presente como busca de semelhança (sentido grego e não como cópia)”.*

G) Produções com proporção e semelhança de imagens através da técnica dos quadrados egípcios com alteração de tamanho sem modificar a forma, conforme figuras 64,65,66 e 67 a seguir.

Figura 64 – Produção com proporção e semelhança através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante H

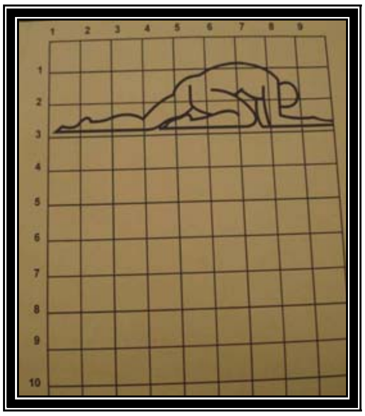


Figura 65 – Produção com proporção e semelhança através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante I

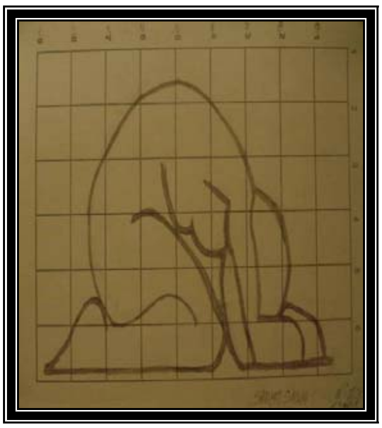


Figura 66 – Produção com proporção e semelhança através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante B

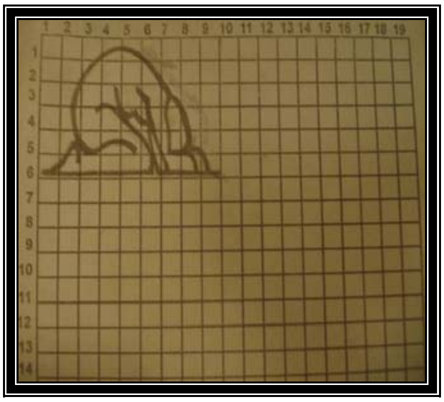


Figura 67 – Produção com proporção e semelhança através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante J

Após essa atividade, alguns estudantes, por iniciativa própria, ampliaram e reduziram imagens escolhidas por eles, utilizando o método dos quadrados egípcios. Ao término, cada um da dupla observou o trabalho de seu parceiro e teceu comentários acerca do mesmo. Segue alguns exemplos.

Figura 68 – Ampliação e Redução de imagens através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante B

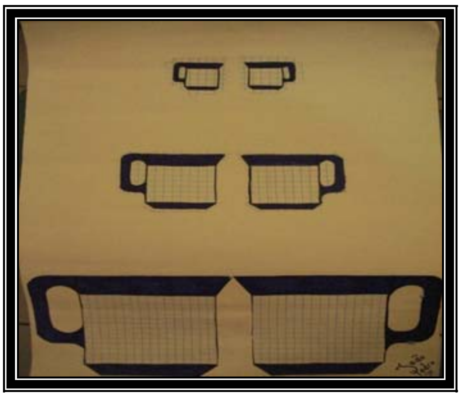


Figura 69 - Ampliação e Redução de imagens através da técnica dos quadros egípcios
Fonte: Estudante E

8) Oitava etapa

Com o propósito de ilustrar ainda mais o conceito de proporção trabalhado, foram apresentados em 02 horas/aulas, formas equivocadas de proporção e semelhança: a estátua da liberdade, localizada nos EUA e a estátua da loja Belém Importados, na cidade de Belém, e garrafas de refrigerante e de água mineral em tamanho grande e pequeno, para serem visualizadas e analisadas conforme suas aparências e formas proporcionais e semelhantes. Ao mostrar as garrafas aos estudantes, foi pedido um tempo para que observassem e respondessem alguns questionamentos acerca de semelhança. A maioria respondeu que 'parecem que sim'. Em seguida, pedimos que segurassem as garrafas, destampassem-nas, observassem o tamanho das tampas e seus gargalos, então, foi que verificaram que, apesar de serem muito parecidas, não existe uma 'justa relação das partes', ou seja, não são proporcionais, pois as garrafas possuem seus gargalos do mesmo tamanho, ou melhor, a tampa da garrafa pequena cabe na garrafa grande ou vice-versa, assim conclui-se que nem tudo que aparenta ser semelhante é proporcional.

9) Nona etapa

Apesar de a avaliação se realizar durante todo o processo, ou seja, de forma continuada, utilizou-se, em 02 horas/aulas, outro questionário de verificação (análise à posteriori), com o objetivo de avaliar os conhecimentos apreendidos após a aplicação da seqüência de conteúdos e, posteriormente, ocorreu a interpretação dos dados e a análise final.

Como é possível perceber, o conceito de semelhança foi trabalhado por meio de diferentes situações, inclusive da apreciação, de leitura de imagens, fixas e móveis, contextualização e produção artística, pois para Vergnaud (apud Moreira 2004),

> um conceito não pode ser reduzido na sua definição. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido. Pois, tais situações reais abrangem um conhecimento prévio como precursor de novos conhecimentos, em que o aluno se apóia para aprender, através de uma variedade de situações de experiências, maturidade e aprendizagem.

Nesse sentido, demonstrou-se ser possível promover a construção de conhecimentos implícitos no aluno pela dinâmica da construção e uso das transformações de semelhanças por ele construídas, que o levarão paulatinamente a significar o conceito matemático de semelhança, de modo a se dotar de um sentimento de semelhança que, por meio de simples observações de imagens permita-lhe fazer afirmações do tipo ‘parecem ser semelhantes’.

Deste ponto em diante está exposta a análise propriamente dita, numa abordagem quantitativa e qualitativa dos dados levantados, por meio dos instrumentos diagnósticos utilizados, da análise ‘a priori’, do registro das produções artísticas realizadas nas atividades neste estudo, nas quais os estudantes tiveram a oportunidade de revelar, através do ‘fazer artístico’, o processo de construção de conhecimento por eles vivenciado e em seguida, a análise a posteriori.

CAPÍTULO IV - ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Como já foi discutido nos capítulos anteriores sobre os aspectos teórico-metodológicos que fundamentam o presente estudo, neste capítulo é apresentado por meio de uma abordagem qualitativa e quantitativa, os resultados da análise dos dados coletados durante a pesquisa de campo realizada num universo de 25 estudantes de uma turma de 8ª série do ensino fundamental de uma escola pública, no município de Belém, no estado do Pará.

Antes do início da análise, é apresentado de forma sucinta o conceito de semelhança, para uma melhor compreensão da seqüência de ensino proposta na experiência e os critérios adotados. Na arte, o conceito de semelhança surge com a idéia de repetição premeditada de formas, cores, tons, linhas. No conceito matemático de semelhança, também surge a idéia de repetição, ou seja, a forma é a mesma, o que pode variar é o tamanho, mas de forma a manter uma proporção, ou seja, para que uma figura seja semelhante é preciso que tenha justa proporção. Repetição e proporção, dois atributos ao conceito de semelhança, são os aspectos utilizados como parâmetros à análise.

4.1 ANÁLISE DOS DADOS

Para fins de compreensão e análise, as atenções foram focalizadas nas produções das atividades artísticas que ocorreram durante a experiência e nos resultados dos testes ‘a priori’ e a ‘posteriori’, aplicados nesse processo sob à luz do referencial teórico da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, com a finalidade de obter respostas à pergunta central deste estudo, bem como a outras relacionadas.

É necessário esclarecer que a intenção não se restringe a trabalhar o conceito matemático de semelhança, mas também construir um fazer artístico, por meio das atividades do ensino das artes visuais de modo a desenvolver um sentimento de semelhança nos sujeitos desta pesquisa, e evoluir para uma compreensão do conceito matemático de semelhança. Dessa forma, buscou-se identificar o sentimento de semelhança, formado implicitamente nos estudantes a respeito do conceito estudado, e explicitado nos instrumentos diagnósticos utilizados: a produção artística nas atividades e nas respostas aos testes. Como citado anteriormente, segundo a ótica deste estudo, o sentimento de semelhança constitui o primeiro critério para verificar se duas figuras são semelhantes.

Para responder às questões, escolheu-se um caminho onde foram trabalhadas várias situações que envolveram outros conceitos de natureza afins e entrelaçados durante o processo de aquisição, embasados nos três argumentos principais que levaram Vergnaud (1983a, p. 393) ao conceito de campo conceitual, conforme declara:

> 1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações; 2) uma situação não se analisa com um só conceito; 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes, uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

O sujeito somente é capaz de construir um conhecimento, à medida em que passa por um conjunto de situações e do confronto com elas, do seu domínio progressivamente conquistado é que se formam os campos conceituais que constituem seu conhecimento, dando sentido aos conceitos, ou seja, um conceito torna-se significativo por meio de uma variedade de situações. Quanto mais varia a situação, mais se aproxima o sujeito dos conceitos envolvidos.

Analisaremos, a seguir, os instrumentos diagnósticos de nosso estudo, como os testes realizados no início e no final deste estudo e as produções artísticas durante o processo de ensino. Salienta-se que a análise a priori teve o objetivo de verificar quais os conhecimentos sobre figuras geométricas relacionados ao conceito de semelhança da matemática escolar do ensino fundamental poderiam estar presentes, assim, aplicou-se um teste que foi respondido individualmente em duas horas/aulas. À análise à posteriori, previamente elaborada, a ser respondida individualmente em duas horas/aulas, foi feita com o objetivo de encontrar evidencias objetivas que pudéssemos verificar se o ‘fazer artístico’ pode desenvolver o sentimento de semelhança, no sentido matemático, em uma turma de alunos de 8ª série do ensino fundamental.

Ao analisar os instrumentos diagnósticos, percebemos, em relação à análise à priori, que os sujeitos/estudantes tiveram dificuldades em explicitar seus conhecimentos prévios que envolveram o conceito de semelhança, o que pode ser visualizado na tabela a seguir.

PERGUNTAS		Respostas do tipo	Respostas do tipo	Respostas do tipo	Respostas do tipo
1-Quais as formas geométricas que você conhece ?		**Triângulo, quadrado, retângulo, círculo, cubo pirâmide(84%)**	**Não sei (16%)**		
2-O que são os vértices de uma figura geométrica ?		**É o ponto de encontro das retas. (24%)**	**Não sei (12%)**	**Em branco (12%)**	**São linhas retas (4%)**
3-O que são polígonos?		**Não sei (100%)**			
4- O que é simetria?		**Figura com 02 lados iguais (20%)**	**Não sei (68%)**	**Em branco (12%)**	
5- O que é eixo de simetria?		**É a linha que divide 1 figura (8%)**	**Não sei (68%)**	**Em branco (24%).**	
6- O que é congruência?		**São medidas Iguais (12%)**	**Não sei (76%):**	**Em branco (12%)**	
7- O que são semelhanças?		**Quando 02 coisas se parecem (24%)**	**Não sei (64%)**	**Em branco (12%)**	
8- O que você sabe sobre geometria Fractal?			**Não sei (76%)**	**Em branco (24%)**	

Tabela 1 - Análise a Priori
(Universo: 25 alunos / Verificação de Conhecimentos)

Observamos a indicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de 1ª a 4ª e 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental e constatamos que é considerado o conteúdo sobre semelhança em vários ciclos desse ensino como:

- **No primeiro ciclo:** percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- **No segundo ciclo:** identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, números de ângulos, eixos de simetria, etc.

• **No quarto ciclo:** desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).

Dessa forma, conforme os PCNs do ensino fundamental, deduzimos que os sujeitos deste estudo, isto é, os estudantes, já chegam à 8ª série trazendo algum conhecimento acerca do conceito abordado em nosso estudo conforme aplicamos no teste diagnóstico quanto à percepção de semelhanças. Porém, a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, que foi adotada como luz para fundamentar esta análise, segundo Moreira (2004, p. 22), esclarece que,

> não é uma teoria de ensino de conceitos explícitos e formalizados, embora tenha subjacente a idéia de que os conhecimentos-em-ação (largamente implícitos) podem evoluir, ao longo do tempo, para conhecimentos científicos (explícitos). Sendo assim, o papel do educador é fundamental em auxiliar o estudante a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito.

Segundo Vergnaud (1994, p. 47)

> a escola, superestima o conhecimento explícito e subestima o conhecimento implícito dos estudantes, sendo afirmado, nesse caso, que a verbalização do conhecimento explícito é um instrumento cognitivo indispensável para a transformação de invariantes operatórios implícitos em conceitos e teoremas científicos, explícitos.

Considerando que o professor é, pois, o facilitador da construção e aquisição do conhecimento, e os alunos, em seus processos comunicacionais, ainda não são capazes de verbalizar o conhecimento adquirido em vista de que, como afirma Vergnaud, trata-se de um processo lento e demorado, no qual o professor é o mediador da construção e da transformação de conhecimentos implícitos em conhecimentos explícitos, então, compreende-se, através desse conceito, que a partir da mediação do professor, os alunos podem expressar em linguagem natural seus ‘teoremas-em-ação’ e ‘conceitos-em-ação’, para assim, verbalizar conhecimentos e possibilitar a construção de conhecimentos científicos.

Partindo desse contexto, foram examinadas as produções artísticas realizadas por meio das atividades propostas e observamos que os conhecimentos adquiridos pelos estudantes foram explicitados com bastante propriedade acerca dos atributos do conceito de semelhança, que são repetição e proporção, estando bastante evidentes nas produções do fazer artístico dos nossos sujeitos. Constatamos que de acordo com o conteúdo e objetivos propostos, nossos sujeitos registraram, em seus trabalhos, de forma explícita, uma compreensão pessoal perfeita acerca do sentimento de semelhança, quando revelaram corretamente os aspectos de repetição de formas na construção de fractais, de simetria e proporcionalidade em suas produções artísticas.

Foi possível também constatar, na análise à posteriori, aspectos relevantes para a análise geral, o que está exposto em apêndice.

Observamos ainda, na análise à posteriori, questões que remetem aos aspectos de sentimento de semelhança matemática, cujo ponto central foi investigar se os estudantes explicitariam na língua natural tais aspectos. É interessante ressaltar os aspectos encontrados nessa análise considerados relevantes. Os mesmos estão apresentados na tabela a seguir.

Aspectos relevantes considerados nas respostas dadas pelos estudantes	**Ocorrência de Respostas**	**Percentual de Respostas**
Não são semelhantes porque cada uma tem formas e ângulos diferentes.	**25**	**100%**
Sim são semelhantes porque possuem a mesma forma	**23**	**92%**
Sim são semelhantes porque são idênticos, em suas formas.	**22**	**88%**
Sim são semelhantes porque apesar dos tamanhos diferentes são iguais	**20**	**80%**
Parece que são semelhantes, porque tem a mesma forma só muda o tamanho.	**04**	**16%**
Sim são semelhantes, porque são iguais embora em tamanhos diferentes	**20**	**80%**
Parece que são semelhantes, porque tem a mesma forma só muda de tamanho.	**03**	**12%**
Sim são semelhantes, porque,são iguais, mas de tamanhos diferentes	**20**	**80%**
Parece que são semelhantes, porque há a mesma forma	**05**	**20%**

nas duas imagens, apenas com tamanhos diferentes.		
Sim são semelhantes porque, são iguais embora de tamanhos diferentes.	**21**	**84%**
Parece que são semelhantes, porque tem a mesma forma, só muda o tamanho.	**03**	**12%**
Sim são fractais porque a forma do todo vai se repetindo continuamente em proporções cada vez menores.	**25**	**100%**
Sim porque elas são idênticas e também porque um fractal se repete, sendo que as formas vão diminuindo de tamanho.	**24**	**96%**
Não são simétricas, porque a imagem da direita não parece com a imagem da esquerda.	**23**	**92%**
Sim são simétricas, porque se passarmos uma linha imaginária no meio da figura veremos que tudo que tem de um lado tem no outro lado.	**23**	**92%**
Concordam que dois quadrados são sempre semelhantes porque a forma do quadrado é sempre igual.	**18**	**72%**
Concordam que dois retângulos nem sempre são semelhantes porque eles podem ter medidas e tamanhos diferentes	**10**	**40%**
Concordam que dois triângulos que têm os ângulos iguais são semelhantes porque vão ter a mesma forma e tamanho.	**22**	**88%**
Concordam que dois círculos, independente do tamanho, são sempre semelhantes, porque os círculos não variam de forma, apenas de tamanho.	**19**	**76%**
Discordam que um quadrado e um losango possam ser semelhantes, porque o losango é diferente do quadrado.	**20**	**80%**
Concordam que dois polígonos regulares de mesmo número de lados são semelhantes, porque eles têm o mesmo nº de lados, independente de tamanho eles são semelhantes.	**22**	**88%**
O procedimento para construção de figuras semelhantes	**17**	**68%**

é que deve ser exatamente iguais, mesmo que não seja do mesmo tamanho.		
O procedimento para construção de figuras semelhantes é ampliando e reduzindo corretamente, demarcando toda a figura de acordo com os centímetros.	**05**	**20%**
Os fractais são figuras que se repetem diminuindo, mas mesmo de tamanho menor, são iguais e semelhantes, são figuras que mesmo em tamanhos diferentes são iguais.	**17**	**68%**
Um fractal é a mesma forma só que repetida em vários tamanhos.	**01**	**04%**
Os fractais são basicamente o reflexo de cada figura, ou seja, fractais são tipo uma evolução.	**01**	**04%**

Tabela 2 - Aspectos Relevantes Considerados nas Respostas da Análise à Posteriori dadas pelos Estudantes (universo: 25 estudantes)

Para facilitar o processo de análise, foi montada uma tabela com o percentual verificado por respostas da análise a posteriori.

Questões	**Respostas esperadas**	**Respostas não esperadas**
1ª	94.8%	5,2%
2ª	98,0%	2.0%
3ª	92,0%	8,0%
4ª	84,0%	16,0%
Aproximadas	**92,2%**	**7,8%**

Tabela 3 - Percentual por Respostas.
(universo: 25 estudantes)

Ao observarmos a tabela acima, é possível verificar os aspectos do conceito de semelhança construídos por meio de nosso estudo na verbalização de nossos sujeitos estudantes descritos na língua natural sobre os aspectos de repetição e proporcionalidade quando, na maioria das respostas, foi explicitado o aspecto de repetição, de modo a relacionar semelhança com igualdade de forma e variação de tamanho. Diagnosticando a relevância da experiência e o envolvimento nas atividades desenvolvidas, indica-se, dessa forma, um desenvolvimento progressivo do conhecimento implícito para o explícito, pois é visualmente presente e progressivo, como por nós desejado, a manifestação do sentimento de semelhança em cada uma das atividades como na análise à posteriori.

Portanto, mesmo ao constatarmos um índice significativo de 92,2% de respostas satisfatórias na análise à posteriori, é importante destacar manifestações encontradas em um pequeno percentual 7,8% de respostas de estudantes sujeitos de nossa experiência que não conseguiram explicitar na língua natural o conceito-ação em questão, o que é possível observar a seguir, nas respostas eleitas, uma vez que estas também apresentaram resultados significantes para esta análise.

1ª Questão) Quando se verifica se essas figuras são semelhantes?

b)

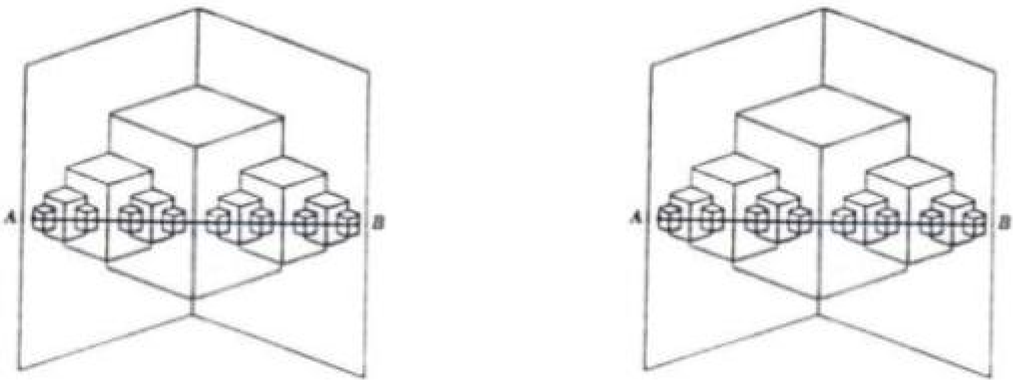


Figura 70 – Semelhança de figuras

Sim ( ) Não( ) Parece que são( )

Comente sua resposta.

Entre as respostas destacamos as apresentadas pelos estudantes F e P, que responderam não com comentários do tipo, Porque possuem o mesmo tamanho, são idênticas na forma e no tamanho, não são diferentes. Aqui os estudantes parecem associar o conceito de semelhança de figuras restrito apenas a figuras não congruentes, ou seja, revelam que figuras congruentes não são semelhantes, embora no seu fazer artístico estejam presentes figuras semelhantes de mesmo tamanho. A relação entre figuras de mesma forma e tamanho, embora usada no fazer artístico, ainda não é reconhecida como uma relação de semelhança.

c)

Figura 71 - Semelhança de figuras

Sim ( ) Não( ) Parece que são( )

Comente sua resposta.

Nesta questão, 12% representados pelos estudantes F, D e K, responderam não, com Comentários do tipo, Porque quando ela é cortada ao meio, os dois lados são diferentes, não têm a mesma forma, evidenciando claramente uma relação entre simetria e semelhança estabelecida por eles num manifestar de um teorema-em-ação. Assim se não há simetria nas figuras, então não há semelhança.

Em que pese a falsidade desse teorema-em-ação, embora pertinente, e a falha de suas observações sobre as figuras - ambas tem eixo de simetria - tal relação entre simetria e semelhança pode ser evocada pela observação da repetição de forma o que aponta para um dos aspectos do conceito de semelhança por nós considerado e confirmado no fazer artístico desses estudantes que demonstram um fazer de semelhança no sentido matemático. O conceito matemático de semelhança ainda está em construção por eles.

d)

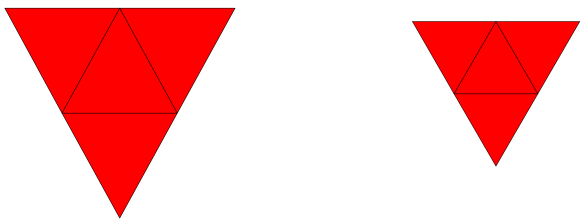


Figura 72 – Semelhança de figuras

Sim( )   Não( )   Parece que são( )

Comente sua resposta.

Neste caso, o estudante P respondeu não, porque suas medidas são diferentes. Essa resposta revela uma manifestação paradoxal do estudante P, considerando que antes havia se manifestado que figuras que possuem o mesmo tamanho, são idênticas na forma e no tamanho, não são diferentes, não podem ser semelhantes. Com isso podemos observar que o estudante P ainda não consegue explicitar objetivamente o sentimento matemático de semelhança, mas seu fazer artístico evidencia construções de figuras semelhantes no sentido matemático, Os estudantes F, D, P, e K não conseguiram explicitar, na língua natural, o conceito-ação em questão, como desejávamos, mas seus fazeres artísticos revelaram a presença de aspectos de semelhança. Os mesmos estão mostrados a seguir

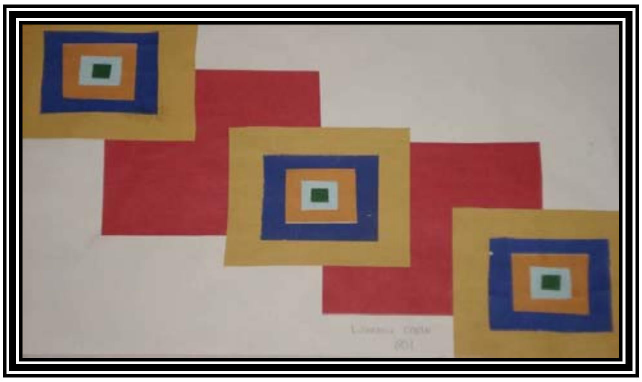


Figura 73 – Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante F

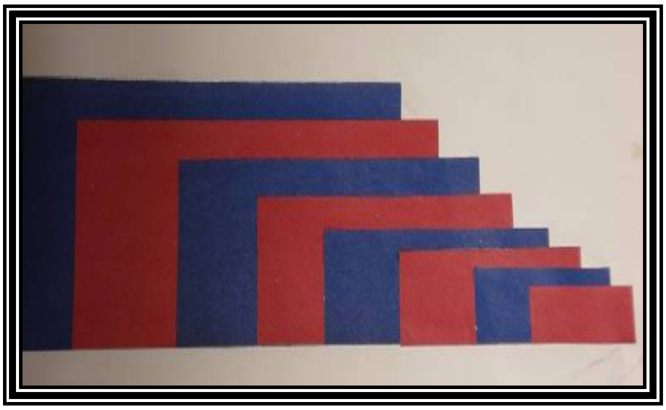


Figura 74 – Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante D

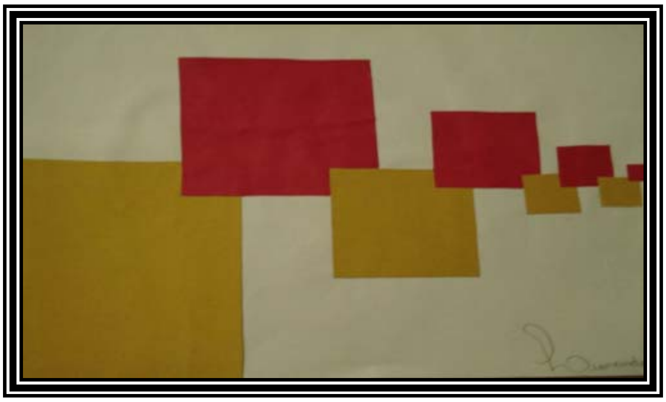


Figura 75 – Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante P

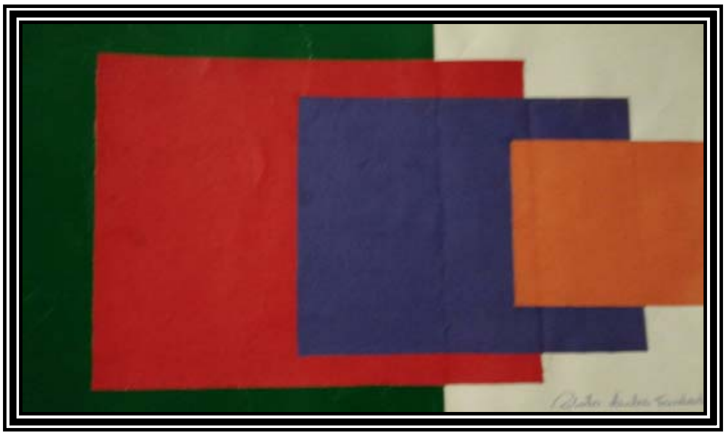


Figura 76 – Imagem produzida por aluno
Fonte: Estudante K

A teoria dos Campos Conceituais nos permite compreender esse pequeno grupo, quando revelam não terem habilidade para explicar ou expressar na linguagem natural seus conhecimentos implícitos, embora tenham aplicado com propriedade em suas tarefas práticas propostas em nossa experiência.

Vergnaud (1990, p. 20) explica:

> os alunos, em geral, não são capazes de explicar ou expressar em linguagem natural seus teoremas-em-ação, ainda que sejam capazes de resolver certas tarefas (situações). Não só alunos, qualquer pessoa muitas vezes é incapaz de colocar em palavras coisas que faz muito bem, conhecimentos que tem. Há um hiato, entre a ação e a formalização da ação. Agimos com o auxílio de invariantes operatórios sem expressá-los ou sem sermos capazes de expressá-los. A análise cognitiva dessas ações muitas vezes revela a existência de potentes teoremas e conceitos-em-ação implícitos. Esse conhecimento, no entanto, não pode ser, apropriadamente, chamado de conceitual, pois o conhecimento conceitual é necessariamente explícito.

Moreira (2004.p.24), também evidencia que não se pode esperar que no ensino formal, o aluno, mesmo mediado pelo professor, adquira conhecimentos e aprendizagem expressivos em apenas dois ou três meses de exposições teóricas de disciplinas, como no caso de nosso estudo, realizado em um bimestre, distribuídos em 12 encontros de aulas duplas semanais, num total de 24 horas/aulas, de 50 minutos cada aula. Esse percentual de 7,8% também se encontra dentro de nossos parâmetros de validação, pois conforme a Teoria dos Campos Conceituais, esses estudantes estão.vivenciando a demora do. progressivo domínio de um campo conceitual, estando, desse modo, aptos a desenvolver tal conceito.

Conforme Vergnaud (1983a, p. 401), de nada serve tentar contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de uma só vez, novas propriedades e novos problemas devem ser estudados ao longo de vários anos para que os estudantes os dominem progressivamente, ou seja, pode-se afirmar que de acordo com essa Teoria, no processo de apreensão desses campos conceituais, os estudantes vão adquirindo concepções (verbalização) e competências (resoluções de problemas), que se caracterizam como os aspectos procedimental e declarativo, que são ferramentas essenciais para a descrição e análise da lenta conquista da complexidade dos campos conceituais.

Observamos ainda o quanto é importante para o estudante se defrontar com situações que trabalhem a emoção (associada às artes) e a razão (ao mundo real) e utilizar-se de recursos simbólicos como as imagens para representar o resultado dessas operações de pensamento que o conduzam a olhar, selecionar, organizar, discriminar, associar, comparar, classificar, analisar, construindo, dessa maneira, sentidos e estabelecendo conexões com outras áreas do conhecimento juntando as partes, unindo saberes estéticos, incluindo aí os matemáticos, evidenciando a necessidade de superar as fronteiras impostas entre a arte e a matemática, desenvolvendo com isso um ensino contextualizado e interdisciplinar que lhe propicie situações que façam conexões entre a prática e a teoria.

4.2 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa visou desenvolver um sentimento matemático de semelhança por meio do fazer artístico em alunos de uma turma de 8ª série do ensino fundamental, a partir de uma visão quantitativa e qualitativa, com o objetivo de construir um fazer artístico que pudesse contribuir para a ampliação de uma compreensão do conceito de semelhança, de modo a dotar o estudante de um sentimento de semelhança. Para responder tal questionamento, foi trilhado um caminho onde foi possível construir um fazer artístico por meio das atividades com artes visuais de forma a desenvolver um *sentimento de semelhança* nos estudantes/sujeitos deste estudo e evoluir para uma compreensão do conceito matemático de semelhança presente também no universo da Arte.

Constatamos que o ensino de Arte, além de promover o desenvolvimento cultural dos alunos como visa a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, nº 9.394/96, em seu artigo 26 § 2º, agrega uma ‘multiplicidade de conhecimentos’ que atrelados a percepções e informações de fontes variadas ao fazer artístico e pelo cruzamento de saberes de outras áreas, como em nosso caso a Matemática, permite-nos também ampliar a complexidade de conhecimentos combinados num pensamento movente que nunca se fecha, mas se abre para novas e prováveis conexões radicadas e significativas, contribuindo assim significativamente para a aquisição de conceitos necessários à resolução das questões propostas.

A análise dos dados mostrou que nossos sujeitos estudantes identificaram, durante a trajetória de nossa experiência piloto, a presença de aspectos como repetição e proporcionalidade em imagens apresentadas e produzidas por eles, sendo esses aspectos utilizados como fortes instrumentos para a construção de um sentimento de semelhança no sentido matemático, pois para que uma figura seja semelhante é preciso que tenha justa proporção.

Para tal, foi aplicado, neste estudo, uma variedade de situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e entrelaçados durante o processo de aquisição.

Conduzimos o estudante a um conhecimento prévio como precursor de novos conhecimentos, em que ele se apóie para aprender, isto é, (re)significar seus conhecimentos. Sendo assim, a aprendizagem ocorre a partir da assimilação do conhecimento prévio. O conceito passa a ter sentido a partir de uma variedade de situações de aprendizagem. Dessa forma, é fundamental o uso prévio do conceito-útil de semelhança no aspecto também presente nas artes, como meio de desenvolver nos estudantes conhecimentos implícitos que julgamos indispensáveis para a evolução do Campo conceitual de semelhança matemático que queremos que eles atinjam.

A teoria dos Campos Conceituais foi considerada como favorável para a compreensão acerca de nossa análise, revelando de modo satisfatório os resultados e confirmando o êxito desta pesquisa, pois ao analisarmos as respostas dos estudantes nas atividades que envolveram aspecto de semelhanças, foi possível percebermos que a maioria desses sujeitos reconhece com significância esse aspecto. A minoria, apesar de ter revelado não ser capaz de explicar ou expressar na linguagem natural seus conhecimentos implícitos, ao mostrar certos equívocos em suas respostas na análise à posteriori, explicitou anteriormente com propriedade ‘aspectos de semelhança’ em suas produções artísticas propostas em nossa experiência, revelando, desse modo, segundo a Teoria psicológica cognitiva dos Campos Conceituais, a demora natural no percurso de aquisição do conhecimento, pois conforme a visão de Vergnaud (1983a, p. 401), tal dificuldade faz parte do processo de formação cognitiva sendo ultrapassada, na medida que o estudante caminhe na conquista desse conhecimento encontrando-a, enfrentando-a, a partir de novas propriedades e novos problemas a serem estudados ao longo de vários anos.

Portanto com base nos resultados obtidos, julgamos responder de forma positiva à pergunta de que o desenvolvimento de atividades artísticas promove aos nossos sujeitos/ estudantes o despertar de um sentimento de semelhança que num caminho progressivo pode levá-los em direção à construção do conhecimento científico formalizado.

Cumpre salientar que todas as reflexões e considerações apresentadas até aqui podem ser um ponto de partida para uma discussão mais profunda, agregando e fornecendo subsídios a outros pesquisadores, auxiliando na criação de novas pesquisas, tanto em trabalhos mais abrangentes que possibilitem expandir este estudo, quanto em situações que visem a obter soluções para outros campos conceituais, ampliando, com isso, os conhecimentos-em-ação (largamente implícitos) para que possam evoluir, ao longo do tempo, para conhecimentos científicos (explícitos).

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso de. ***Perspectivas Atuais da Pesquisa Sobre docência****.* In: CATANI, Denice Bárbara [et al]. (org). Docência, Memória e gênero: Estudo Sobre Formação. São Paulo: Escrituras, 1997.

ALVES, Rubem. **"Fala Mestre".** revista *Nova Escola* de Maio de 2002. Disponível em: (http://www.uol.com.br/novaescola/index.htm?ed/152_mai02/html/fala_mestre). Acesso em 25jun2006.

ARNHEIM, R. **Arte e Percepção Visual. Uma psicologia da visão criadora**. 6ª Ed. São Paulo. Livraria Pioneira Editora, 1991.

__________. **Gestalt psychology and artistic form. Aspects of form**. In: SYMPOSIUM IN NATURE AND ART. Bloomington: Indiana University press, 1971.

BACON, Francis. **Novum organum. Ou Verdadeiras Indicações Acerca da Interpretação da Natureza** 3ª ed. São Paulo: Abril Cultural,1984.

BARBOSA, Ana Mae. **A imagem no ensino da arte .** São Paulo: Perspectiva, 1991.

____________. **Arte-educação: Conflitos e acertos**. São Paulo: Max Limonad, 1980.

____________. **Arte / Educação no Brasil:** Aprendizagem Triangular. In: Jocélia.

____________. **Tópicos Utópicos**. Belo Horizonte: Com Arte, 1998.

____________. **Teoria e prática da educação artística.** São Paulo: Cutrix, 1995.

____________. Revista SESC/SP nº 129 - Fevereiro 2008 - ano 2008. Em pauta: **Educação Artística, Arte-educação agora.** Disponível em: Portal SESCSP www.sescsp.org.br/.../revistas_link.cfm?Edicao_ID=304&IDCategoria=5379&Artigo_ID=4716&RefType=2, Acesso em 05.04.2008.

BOLSADEARTE, Disponível em, http://bolsadearte.com.br/exposição. Acesso em 02.maio.2008.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ministério da Educação e do Desporto, ago. 1996.

BRITO, A. de Jesus e Morey, B. Barbosa.**Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental.** Dísponível em www.saofrancisco.edu.br/.../publicações/Revista Horizontes/Volume 05_ Acesso em 20.10.2007.

COHEN, L. and Manion, L. (1990) **Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación educativa** . Morata: Madrid.

DA VINCI, Leonardo. **Traité de la peinture, Paris, Éditions Berger-Leyrault,** (trad. André Chastel), 1987.

DONDIS, D. A. **Sintaxe da Linguagem Visual**. São Paulo: Martins Fontes, 1991, 1997.

DUARTE JR, João Francisco. **Por que arte - educação?** 12. ed. Campinas: Papirus, 2001.

EDGAR, P. **Education and visual experience. Visual Education .** Ed. Moorhouse, C. E. Victoria, Australia, Pitman, 1974.

ERNST, B. **The Magic Mirror of M. C. Escher**. England: Tarquin, 1978.

ESCHER, M. C. **Gravuras e Desenhos**. Hamburgo: Taschen (Trad. Maria Odete Conçalves - Koller), 1994.

____________. Disponível em: http://www.uv.es/~buso/escher/escher.html. Acesso em 15dez.2007.

____________. Disponível em: www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Escher.htm. Acesso em 15dez.2007.

ESQUEMA DE PERSPECTIVA LINEAR. Iconographos. Disponível em: http://aconographos.blogspot.com/2006/02/livro-2-os-alvores-do-renascimento.html. Acesso em: 17dez.2007.

ESCUDERO, C.,MOREIRA , M. A. e CABALLERO , M. C.(2003) **Teoremas-en-acción conceptos-en-acción en clases de física introductoria en secundaria.** Revista Electrónica Enseñanza de las Ciencias, 2 (3). Artículo 1 en http://www.saum.uvigo.es/reec/citas.htm.

EZPELETA, Justa e ROCKWELL, Elsie. **La escuela: um relato de um processo de construcción incluso.** In: MADEIRA, F.R. e MELLO, G. N. (Orgs) Educação na América Latina - os modelos teóricos e a realidade social. São Paulo: Cortez, 1985.

FERRAZ, Maria Heloísa C de T, Idméa S.P. SIQUEIRA. ***"Arte Educação: vivência experimentação ou livro didático?*** São Paulo : Loyola, 1987

FERREIRO, Emilia; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da Língua Escrita**. Traduzido por: Diana Myriam Lichtenstein; Liana Di Marco; Mário Corso. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

FRACTAIS. Galeria de Frank Roussel. Disponível em : http://graffiti.u-bordeaux.fr/MAPBX/roussel/fractals.html .Acesso: 15dez.2007.

_________. Uma nova visão da natureza. Disponível em: www.ceticismoaberto.com/ciencia/kinouchi_fractais.htm. Acesso em 20/02/2007.

FRANGE, Lucimar Bello. **Pesquisas no Ensino e na Formação de Professores: caminhos entre visualidades e visibilidades Trajetória e Políticas para o Ensino das Artes no Brasil**: anais do In: Congresso Nacional da Federação de Arte-Educadores do Brasil, 15, 2006, Brasília . **Anais...** Brasília, 2006.

FREINET, C. **Pedagogia do Bom Senso.** São Paulo: Martins Fontes, 1991.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido.** 13. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1983.

GALLEFFI, Dante. **Estética e Formação Docente: uma compreensão implicada**. Disponível em:http://www.faced.ufba.br/rascunho_digital/textos/275.htm. Acesso em 12jan.2007.

GEOMETRIA A VÀRIAS DIMENSÔES**- Fractais** – Disponível em: www.educ.fc.ul.pt/icm99/icm43/fractais.htm. Acesso em: 20/02/2007.

HAGLUND, R. **Using Humanistic Content and Teaching Methods to Motivate Students and Counteract Negative Perceptions of Mathematics**. The Humanistic Mathematics Network Journal on-line, 2004.

HAUSER, Arnold. **História Social da Literatura e da Arte.** Tradução por Walter H. Greenen. São Paulo: Mestre Jou, 1982. v.1. 4ª ed.

HERNANDEZ, Fernando.Cultura visual, mudança educativa e projeto de trabalho. Trad. Jussara Haubert Rodrigues. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

INDEX 2000. **Artistas Matemáticos, Matemáticos Artistas**. São Paulo. Disponível em: http: //www.educ.fc.pt/icm2000/icm33/index.html. Acesso em: 20out.2007.

INTERDISCIPLINARY TEACHING STRATEGIES IN THE WORD OF HUMANISTIC MATHEMATICS.s/d.Disponível em: www.mi.sanu.ac.yu/vismath/tennant1/index.html. Acesso em 11nov.2006.

JAMES, C. The child's growth through art. **American journal of art therapy**. October 1975.

KAPLAN, Bonnie & DUCHON, Dennis**. Combining qualitative and quantitative methods in information systems research: a case study.** *MIS. Quarterly*, v. 12, n. 4, p. 571-586, Dec. 1988.

LIMA, E.L. **Medidas e Formas em Geometria**. Coleção do professor de matemática. SBM.(1991)

LUDKE, Menga e ANDRÉ, Mari E.D. ***A pesquisa em Educação: abordagens qualitativas****.* São Paulo: EPU, 1986.

MACIEL, A.C. **O Conceito de Semelhança: Uma proposta de ensino**. S. Paulo: PUC. (Tese de Mestrado),2004.

MAGINA, S. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente.** Disponível em: www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf . Acesso em: 10jan.2008.

MAGINA, S. et al. **Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**, Ed. Proem Ltda, São Paulo, 2001.

MARTINHO, H. **O infinito através da obra de M. C. Escher: uma experiência sobre as concepções acerca do infinito numa turma de Métodos Quantitativos**. 1996. Lisboa: APM. (Tese de Mestrado).

MEIRA, Marly Rebeiro, **Educação Estética, arte e cultura do cotidiano**. In: Pillar Analice Dutra (org.) A Educação do olhar no ensino das artes. Porto Alegre. Ed. Meditação, 1999.

MENDES, M. J. e Rocha, MLPC. **Isometria e homotetia: trabalhando as transformações geométricas.** In: Encontro Nacional de educação matemática, 2007.

MOREIRA, M.A. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud: O ensino de Ciências nesta área.** Porto Alegre. Instituto de Física da UFRGS, 2004.

MORIN, Edgar. **Ciência com Consciência**, Publicações Europa-América, Mem Martins,1982.

___________. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez; Brasília: UNESCO, 2000.

Museu de Artes Municipal de São Paulo. Disponível em: http: // http://d.i.uol.com.br/images/nota_volpi.jpg. Acesso em 15/12/2007.

NETO, Fortunato Ernesto. **Arte na Amazônia**. Disponível em: www.ufpa.br/numa/imagens/arte_amazônia/fortunato_neto.htm. Acesso em 20mai.2007.

OBENGA, Theophile. **Da geometrie egyptienne. Contribution de L' afrique antique à la matematique mondiale.** Editions L' Harmaltan, Paris,1995.

PARRAMÓN, José Maria. **Assim se compõe um quadro**. Ed. Parramón. Barcelona,1988.

OSTROWER, Fayga. **Universos da Arte**. 9.ª ed. Rio de Janeiro: Campos, 1989.

OSTROWER, Fayga **Criatividade e processos de criação**. 10.ª ed. Petrópolis: Vozes, 1994.

PETRÁGLIA, Izabel Cristina. **Edgar Morin: a educação e a complexidade do ser e do saber**. Petrópolis: Vozes, 1995.

PIAGET, Jean . **Seis estudos de Psicologia**. Rio de Janeiro: Forense, 1978.

PILLAR, Analice Dutra (org.) **A Educação do olhar no ensino das artes**. Porto Alegre. Ed. Meditação, 1998-1999.

PONTE, J.P. ET ALL, (1998*). **Investigação em educação matemática: implicações curriculares**.* Ciências da Educação, v. 22. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

READ, Herbert. **A Educação pela Arte**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

RICHTER, S. **Criança e pintura: ação e paixão do conhecer**. Porto Alegre: Mediação, 2004.

RICO, L. y SIERRA, M. **Educación Matemática e Investigación**. Madrid: Síntesis, 1994.

RIZZI, Maria Christina de S. Lima **OLHO VIVO – Arte–Educação na exposição: Labirinto da Moda uma Aventura Infantil.** 1999. 198f.São Paulo: Dep de Artes Plásticas – Eca / USP, (Tese).

SANCHEZ, Lucília Bechara. **Um estudo do desenvolvimento da noção de semelhança na resolução de problemas de ampliação e redução de figuras e implicações didáticas.** *Cadernos do CEM*, n. 3, ano III, p. 5-25, 1991.

SANGHIKIAN; Alex. **A matemática ilusória de Escher.**São Paulo, 2004, FAAP-Fundação Armando Álvares Penteado. Disponível em www.aaafaap.org.br/netmail/matematica.htm, acesso em 15/12/2007.

SARAMAGO, José. **Ensaio sobre a Cegueira**. São Paulo: Companhia das Letras, 2003.

______________. **Janela da Alma. Documentário.** Direção de João Jardim e Walter Carvalho. Brasil, 2001. Duração: 75 minutos. Livre.

SATO, J. **Estudo da ação de transformações geométricas**, Previous: Transformações Geométricas. Disponível em http: //www.sato.ufu.br/Const-ReguaCompasso/node3.html. Acesso em: 10out.2007.

SCHATTSCHNEIDER & WALKER, **Caleidociclos de M. C. Escher**, Ed. Taschen, Berlim,1991.

TALES DE MILETO E AS SEMELHANÇAS. **Escola Secundária/3 da Sé-Lamego.** Disponível em: www.prof2000.pt/users/amma/af33/tf/FT7a**.** Ano Lectivo 2004/05.

TUCKMAN, Bruce W. **Manual de Investigação em Educação: como conceber e realizar o Processo de Investigação em Educação.** Lisboa: Serviço e Educação, Fundação Calouste Gulbenkian, 2000.
Two and Three-Dimensional Art Inspired by olynomiography, Disponível em www.polynomiography.com. Acesso: 10.05.2007.

VERGNAUD, G. **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems.** In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982). Addition and subtraction. A cognitive perspective. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. . (1982)

VERGNAUD**, G. Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example:** les structures additives. Atelier International d'Eté. Récherche en Didactique de la Physique. La Londe les Maures, França. . (1983a)

VERGNAUD. G. (1990). **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques.

VERGNAUD, G. et al. (1990). **Epistemology and psychology of mathematics education.** In Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Eds.) Mathematics and cognition: A research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais. In Nasser.** L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. (1993).

VERGNAUD, G. (1994). **Multiplicative conceptual field: what and why?** In Guershon, H. and Confrey, J. (1994). (Eds.) *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*.

VERGNAUD, G. **Education: the best part of Piaget's heritage.** Swiss Journal of Psychology. (1996a).

VERGNAUD, G. **A trama dos Campos Conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEMPA, Porto Alegre. (1996b).

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Fontes Martins,1999.

VISUAL MATHEMATICS **Art and Science electronic Journal of ISIS-Symmetry.** Disponível em http://www.mi.sanu.ac.yu/vismath/index.html. Acesso em: 20/05/ 2007.

WHITE, Alvin M., editor. **Essays in Humanistic Mathematics**. Washington, DC: The Mathematical Association of America, 1993.

ZUCCATTI, Elisa Cristina; SILVA, Raquel de Jesus Barbosa da. **Celestin Freinet:** uma historia de vida e mudanças renovadoras na educação. - Graduacao, 2003.

APÊNDICES

APÊNDICE 01 – Análise a priori

(25 responderam ao teste: Verificação de Conhecimentos).

Responda as seguintes perguntas:

1- Quais as formas geométricas que você conhece?

21 Respostas do tipo (84%): Triângulo, quadrado, retângulo, círculo, cubo, pirâmide.

04 respostas (16%): Não sei.

2-O que são os vértices de uma figura geométrica?

06 respostas do tipo (24%): É o ponto de encontro das retas.

03 respostas em branco (12%):

01 resposta (4%): São linhas retas

15 respostas do tipo (60%): Não sei.

3-O que são polígonos?

25 respostas do tipo (100%): Não sei.

4-O que é simetria?

05 respostas do tipo (20%): Quando uma figura tem os dois lados exatamente iguais.

17 respostas do tipo (68%): Não sei

03 respostas em branco (12%)

5-O que é eixo de simetria?

02 respostas do tipo (8%): É a linha que divide uma figura simétrica.

17 respostas do tipo (68%): Não sei

06 respostas em branco (24%).

6- O que é congruência?

03 respostas do tipo (12%): São medidas iguais.

19 respostas do tipo (76%): Não sei

03 respostas em branco (12%).

7-O que são semelhanças ?

06 respostas do tipo (24%): Quando duas coisas se parecem

16 respostas do tipo (64%):   Não sei

03 respostas em branco (12%).

8-O que você sabe sobre geometria Fractal?

19 respostas do tipo (76%): Não sei.

06 respostas em branco (24%):

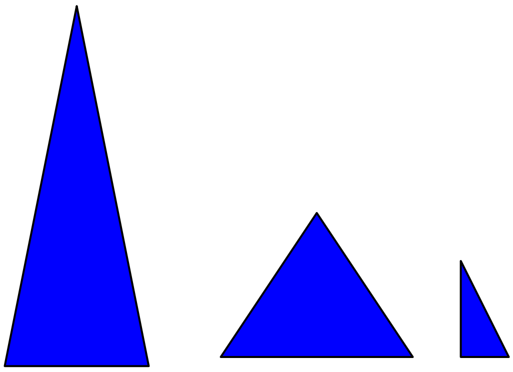
APÊNDICE 02 – Análise a posteriori

(25 responderam ao teste: verificação dos conhecimentos adquiridos).

Caro estudante, baseado nas atividades desenvolvidas em sala de aula, responda a cada item abaixo marcando com um X a resposta e esclarecendo o porquê de sua escolha.

1- Essas figuras são semelhantes?

a)



Sim ( ) Não (x) ( ) Parece que são.

Comente sua resposta.

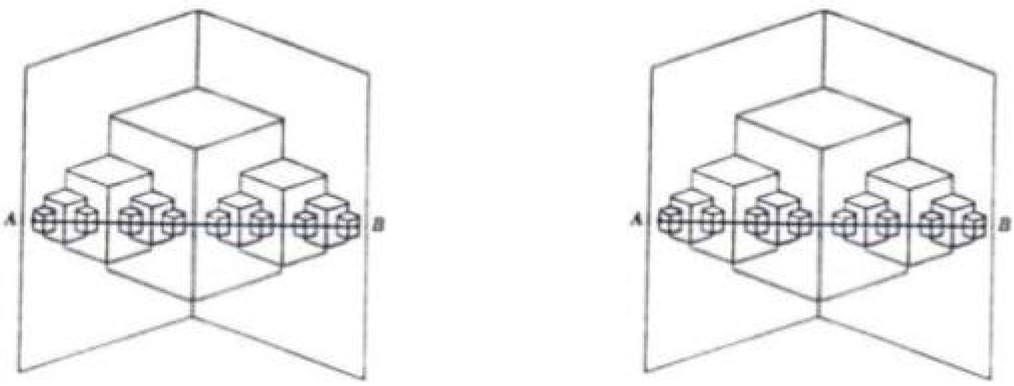
25 responderam (100%): não

Comentários:

Respostas do tipo.

Porque cada uma tem formas e ângulos diferentes.

b)



Sim ( ) Não ( ) ( ) Parece que são.

Comente sua resposta.

23 responderam (92%): sim

Comentários:

Porque possuem a mesma forma

02 responderam (8%): não

Comentários:

Porque possuem o mesmo tamanho, são idênticas na forma e no tamanho, não são diferentes.

c)

Sim (   )   Não (   )   (   ) Parece que são.

Comente sua resposta.

22 responderam (88%): sim

Comentários do tipo:

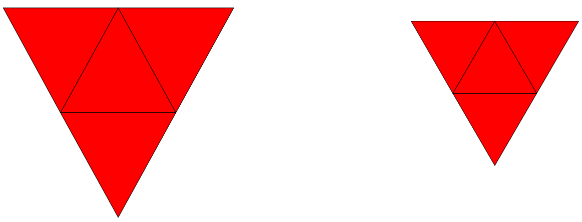
São idênticos, em suas formas.

03 responderam (12%): não

Comentários do tipo:

porque quando ela é cortada ao meio, os dois lados são diferentes, não tem a mesma forma.

d)



Sim (   )   Não (   )   (   ) Parece que são.

Comente sua resposta.

20 respostas (80%): sim

Comentários do tipo.

Porque apesar dos tamanhos diferentes são iguais

04 responderam (16%), parece que são, porque têm a mesma forma só muda o tamanho.

01 respondeu (4%): não

Comentário:

Pois suas medidas são diferentes.

e)

Sim (   )   Não (   )   (   ) Parece que são. Comente sua resposta.

20 responderam (80%): sim

Comentários do tipo:

São iguais embora em tamanhos diferentes

03 responderam (12%): parece que são, porque têm a mesma forma só muda de tamanho.

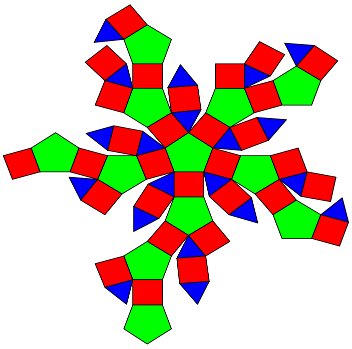
01 respondeu (4%): parece que são, pois não são simétricas, porém a forma que a figura 01 contém a figura 02 também tem, ou seja, são iguais.

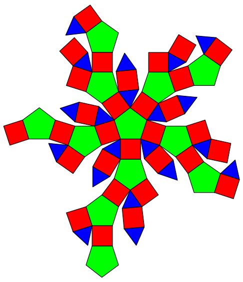
01 respondeu (4%): não

Comentário:

Porque elas não possuem as mesmas medidas.

f)





Sim ( ) Não ( ) ( ) Parece que são. Comente sua resposta.

20 responderam (80%): sim

Comentários do tipo:

São iguais, mas de tamanhos diferentes

05 responderam (20%):

Parece que são, porque há a mesma forma nas duas imagens, apenas com tamanhos diferentes.

g)

Sim ( ) Não ( ) ( ) Parece que são.

Comente sua resposta.

21 responderam (84%): sim

Comentários do tipo:

São iguais embora de tamanhos diferentes.

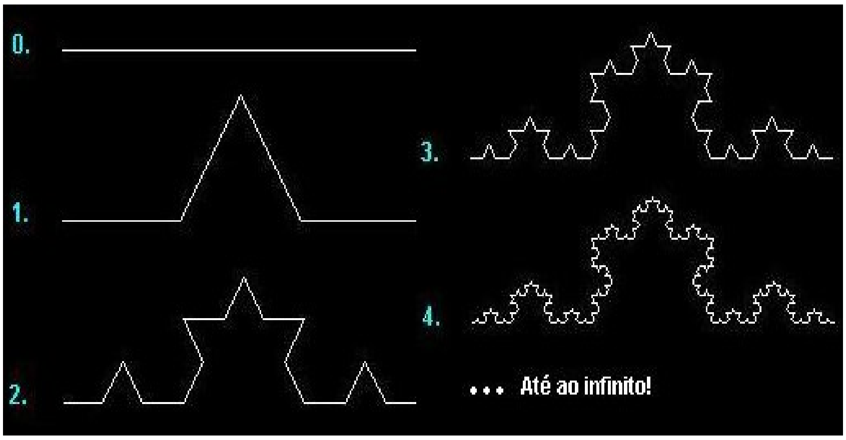
04 responderam (16%): parece que são.

Comentários:

03 Porque têm a mesma forma, só muda o tamanho.

01 respondeu (4%): porque um é retângulo e o outro quadrado, parece que têm os mesmos fractais do que são diferentes um do outro.

2-Essas imagens são exemplos simples de construções de fractais.



As imagens, a seguir, parecem ter sido construídas por fractais?

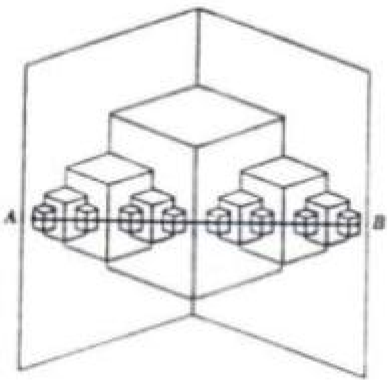
a)

Sim ( ) Não ( ) Porque?

25 responderam (100%): sim.

Comentários do tipo: A forma do todo vai se repetindo continuamente em proporções cada vez menores.

b)



Sim ( ) Não ( ) Por que?

24 responderam (96%): sim.

Comentários do tipo:

Porque elas são idênticas e também porque um fractal se repete, sendo que as formas vão se diminuindo de tamanho.

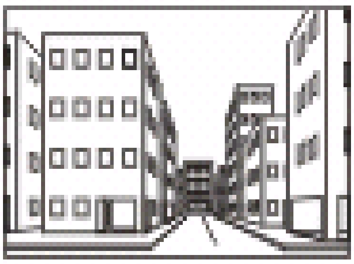
01 respondeu (4%): não.

Comentário do tipo:

Porque no fundo têm tipo um papel e ele não têm a forma repetidamente.

3-Há simetrias em cada uma das imagens abaixo?

a)



Sim ( ) Não ( ) Por que?

23 responderam (92%): não

Comentários do tipo:

Porque a imagem da direita não parece com a imagem da esquerda.

02 responderam (8%): sim

Comentários do tipo:

Porque os prédios dão a impressão que uma parte da tela tivesse na frente do espelho. Logo de cara da pra ver que a imagem é simétrica, possui forma de quadrados grandes e pequenos.

b)

Sim (   ) Não (   ) Por que?

23 responderam (92%): sim.

Comentários do tipo:

Porque se passarmos uma linha imaginária no meio da figura veremos que tudo que têm de um lado têm no outro lado.

02 responderam (8%): não

Comentários do tipo:

Porque não há simetria na imagem, se juntarmos os lados serão diferentes.

Só são iguais, mas não possuem simetria, sua forma é diferente.

4- Analise e responda cada uma das proposições abaixo.

a)- Dois quadrados são sempre semelhantes.

( ) Concordo   ( ) Discordo . Comente sua resposta.

21 concordaram (84%).

Sendo que 18 fizeram Comentários do tipo:

Porque a forma do quadrado é sempre igual.

03 mesmo concordando fizeram comentários do tipo:

01 respondeu: porque eles sempre vão ter 4 pontos.

01 respondeu: porque eles sempre têm que ter a mesma medida.

01 respondeu: pois sempre têm o mesmo tamanho

04 discordaram (16%).

Comentários do tipo:

01-Porque os quadrados precisam ter tamanhos diferentes.

01-Porque a altura não é igual a vertical.

01-A forma é igual, mas o tamanho pode variar.

01- Um deles pode ter um lado maior que o outro, as medidas podem não ser iguais.

b)-Dois retângulos nem sempre são semelhantes.

( ) Concordo   ( ) Discordo Comente sua resposta.

15 responderam (60%): concordo.

Sendo que 10 fizeram Comentários do tipo:

Eles podem ter medidas e tamanhos diferentes

05- mesmo concordando fizeram comentários do tipo:

03- Porque eles têm a mesma forma.

01-Porque um retângulo não tem as medidas dos seus lados iguais.

01- Porque pode ser mudada a posição.

10 responderam (40%): discordo.

Sendo que 05 fizeram Comentários do tipo:

05- Porque eles podem mudar de tamanho.

E outros 05 mesmo discordando fizeram Comentários

01- Porque se um retângulo for diferente não é retângulo.

01- Porque os lados do retângulo são diferentes.

03- Eles vão ter a mesma forma.

c)-Dois triângulos que têm os ângulos iguais são semelhantes.

( ) Concordo   ( ) Discordo Comente sua resposta.

22 responderam (88%): concordo.

Comentários do tipo:

Porque vão ter a mesma forma e tamanho.

03 responderam (12%): discordo.

Comentários do tipo:

02- Podem ter no mesmo ângulo, mas tem formas diferentes.

01-Porque a figura semelhante sempre tem o ângulo reduzido ou ampliado, de acordo com a medida do triangulo.

d)-Dois círculos, independente do tamanho, são sempre semelhantes.

( ) Concordo   ( ) Discordo Comente sua resposta.

23 responderam (92%): concordo.

Sendo que 19 fizeram Comentários do tipo:

Os círculos não variam de forma, apenas de tamanho.

Sendo que 01 mesmo concordando fez o seguinte comentário

01- Os círculos serão semelhantes porque não tem ângulos.

E outros 02 mesmo respondendo concordo, não fizeram comentários.

E 01 outro o comentário não foi compreendido pela letra ilegível.

02 responderam (8%): discordo.

Comentários:

01- Porque se o circulo for diferente não é semelhante.

01- Porque não tem os mesmos lados iguais.

e)- Um quadrado e um losango podem ser semelhantes.

( ) Concordo ( ) Discordo Comente sua resposta.

02 responderam (8%): concordo.

Comentários:

01-Pois o losango é apenas um quadrado, só que na horizontal, ou seja, são iguais, mas se apresentam diferentes.

01-Só se tiverem os mesmos fractais.

23 responderam (92%): discordo.

Sendo 20 Comentários do tipo:

Porque o losango é diferente do quadrado.

Sendo 01 outro mesmo respondido discordo fez o seguinte comentário:

Porque um losango tem vários lados.

01 outro mesmo respondido discordo não fez comentário.

01 outro Respondeu discordo, mas o comentário não foi compreendido pela letra ilegível.

f)- Dois polígonos regulares de mesmo número de lados são semelhantes.

( ) Concordo ( ) Discordo Comente sua resposta.

22 responderam (88%): concordo.

Comentários do tipo:

22 Eles têm o mesmo nº de lados, independente de tamanho eles são semelhantes.

03 respondeu (12%): discordo

Comentário:

Não tem os mesmos fractais

g)- Em sua opinião, como devemos proceder para construir figuras semelhantes?

17 respostas do tipo (68%):

Deve ser exatamente iguais, mesmo que não seja do mesmo tamanho.

.05 respostas do tipo (20%):

Ampliando e reduzindo corretamente, demarcando toda a figura de acordo com os centímetros.

01 respondeu (4%):

Trabalhando em uma só figura vários fractais.

01 respondeu (4%):

Devem ser bem atentos

01 respondeu (4%):

Trabalhando com figuras reais

h)- Existe alguma relação entre fractais e semelhança? Comente sobre isso!

20 responderam (80%): sim; sendo 17 Comentários do tipo:

*Os fractais são figuras que se repetem diminuindo, mas mesmo de tamanho menor são iguais e semelhantes, são figuras que mesmo em tamanhos diferentes são iguais.

Outros 03 responderam sim e fizeram os seguintes comentários:

*Os dois não têm que ter um mesmo sentido.

*Porque um fractal é a mesma forma só que repetida em vários tamanhos.

*É basicamente o reflexo de cada figura, ou seja, fractais é tipo uma evolução.

05 responderam (20%): não.

Comentários:

*A semelhança quer dizer que são idênticos, fractais se repetem em pedaços menores.

Os fractais são sempre idênticos e as semelhanças sempre tem alguma coisa de diferente.

*Há um pouco de repetição, porque os fractais têm as suas formas repetidas de modo a diminuir ou aumentar, já as semelhanças são os que têm a mesma medida e que ao ser dividido ao meio, os dois lados parecem ser iguais, ou seja, parece ser a mesma figura.

*Porque os fractais são figuras que se dividirmos ao meio, o que tem para um lado tem para o outro, e semelhança são duas figuras idênticas independente de tamanho.

*Porque o fractal é uma figura que vai crescendo e a semelhança é uma figura quase parecida.

*01 respondeu não e não fez comentário.