



Análises dos testes de cointegração e de correção de erro dos preços do café e do cacau no mercado internacional de futuros e opções

David Ferreira Carvalho – Prof. e pesquisador do CSE e do NAEA da UFPA e prof. e pesquisador da UNAMA.

Mário Ramos Ribeiro – Prof. e pesquisador do CSEC da UFPA e da UNAMA.

Antônio Cordeiro de Santana – Prof. e pesquisador da UFPA e da UNAMA.

André Cutrim Carvalho – Eng. de computação e Mestrando em Economia pela UNESP.

Resumo

Neste artigo, analisam-se as séries de tempo individuais dos preços do café e do cacau no mercado internacional por meio de apropriados testes de estacionariedade e de raiz unitária. A diferença existente entre as séries temporais econômicas de curto prazo e de longo prazo tem atraído bastante a atenção de economistas nas duas últimas décadas. Os dados de longo prazo são frequentemente associados às séries temporais não estacionárias conhecidas por tendências, enquanto as flutuações de curto prazo são séries de tempo estacionárias e são chamadas de ciclos. As séries temporais econômicas e financeiras podem ser vistas como combinações desses componentes de ciclos e tendências. Entretanto, a presença ou não de fatores comuns entre duas ou mais séries temporais pode produzir um efeito tal que a combinação das séries temporais não manifeste possuir nenhuma característica individualmente. Poderia haver uma tendência comum compartilhada por duas séries temporais. Se não há mais tendências numa série de tempo, então as duas séries de tempo são cointegradas. Esse tipo de análise fator comum pode ser entendido e aplicado aos ciclos comuns.

Palavras-chave

Cointegração, correção de erro, estacionariedade, função de autocorrelação, raiz unitária.

Abstract

In this paper is examined the properties of individuals time series of the prices of the coffee and cocoa in the international market, by means of owed tests, regard to stationarity and tests for unit roots. The distinction between long-run and short-run characteristics in time series has attracted much attention in the last decades. Long-run characteristics in economic and financial data are usually associated with non-stationarity time series and called trends, whereas short-run fluctuations are stationary time series and are called cycles. Economic and financial time series can be viewed as combinations of these components of trend and cycles. Moreover, the existence of common factors among two or more time series may have such that the combination of these time series demonstrates no features which the individual time series possess. There could be a common trend shared by two time series. If there is no further trend which exists in only one time series, then it is that these two time series are cointegrated. This kind of common factor analysis can be extended and applied to stationary time series as well, leading to idea of common cycles.

Keywords

Cointegration, error-correction, stationarity, autocorrelation function, unit roots.

INTRODUÇÃO

Um dos objetivos da econometria avançada das séries temporais consiste na previsão de valores futuros de variáveis econômicas. Assim, quando um pesquisador desenvolve algum modelo de série de tempo, é importante antecipar se o processo estocástico subjacente que gerou tal série não varia em função do tempo. Isso porque, se a série varia em relação ao tempo, o processo é não-estacionário, o que torna difícil representá-lo por um modelo de previsão simples. Ao contrário, se o processo estocástico é fixo em relação ao tempo, ou seja, se o processo estocástico é estacionário, então é possível representar a série temporal em intervalos passados e futuros por intermédio de um modelo econométrico.

Uma classe das variáveis não-estacionárias que possui importantes propriedades estatísticas e econômicas é, sem dúvida, a das *variáveis integradas*. Essas variáveis especiais são derivadas da presença de tendências estocásticas, em oposição à tendência determinística – um processo integrado em seus efeitos, que são permanentes ao invés de transitórios (PEREIRA, 1988, 1991). As séries temporais estacionárias que têm ordem de integração igual a zero, $I(0)$, são conhecidas como estacionárias em nível; já as séries não-estacionárias são as que apresentam ordem de integração superior ou igual a um (GUJARATI, 2000; SANTANA, 2003).

Supõe-se que as propriedades estocásticas de um processo estacionário sejam imutáveis em relação ao tempo. Um processo estocástico estacionário é definido como aquele cuja distribuição de probabilidades conjunta e condicional não varia em relação ao movimento do tempo (GUJARATI, 2000, p. 718-720; PINDYCK; RUBINFELD, 2004, p. 567-569). Dito de outra forma, um processo estocástico é estacionário se a sua média e a sua variância são constantes ao longo do tempo e se a co-variância entre dois períodos de tempo depender apenas da distância ou defasagem entre os dois períodos, e não do período de tempo efetivo em que a covariância é determinada.

A hipótese da estacionariedade de uma série temporal é importante para a maioria dos resultados dos modelos econométricos. A recente descoberta de que as séries temporais econômicas podem conter uma *raiz unitária* – o que é próprio de um processo não-estacionário – tem estimulado muito o desenvolvimento das análises de séries temporais não-estacionárias (GRANGER, 1991a; GRANGER; NEWBOLD, 1974; NELSON; PLOSSER, 1982). Mas estimar uma regressão de uma variável de *passeio aleatório*, em relação à outra, pode conduzir a resultados espúrios, no sentido de que os testes de significância convencionais tenderão a indicar uma relação entre as variáveis quando de fato ela não existe.

No presente trabalho, são reportados os resultados dos testes de função de autocorrelação, de raiz unitária, de cointegração e de estimação de correção de erro para os preços do café e do cacau brasileiros no mercado internacional de futuros e opções de New York. Existem diversas

aplicações de cointegração na literatura pesquisada em estudos semelhantes, embora, às vezes, sem o devido modelo de correção de erro (MCE) (ATRASAS, 1993; CLINI, 1995; DUARTE; SANVICENTE; CLINI, 1992; HAKKIO; RUSH, 1989; LAMOUNIER, 2003; TSUNECHIRO, 1982).

Para empregar as duas técnicas econométricas, buscou-se organizar o presente artigo em três seções: na primeira, formalizam-se os modelos de cointegração e de correção de erros; na segunda, descreve-se a metodologia e são aplicados os testes de função de autocorrelação amostral e de raiz unitária; por fim, na terceira, faz-se o teste de cointegração e estimam-se os parâmetros dos preços internacionais do café e do cacau com base no modelo de correção para promover o ajustamento do equilíbrio de longo prazo, de forma que a dinâmica de curto prazo seja captada. Nos testes e regressões foram usados os *softwares* Gretl e Eviews.

1 Cointegração e modelo de correção de erro

Uma série temporal de uma variável econômica pode mover-se extensivamente e também pode comportar-se sem apresentar desvios significativos no longo prazo. A teoria econômica sugere que isso é possível porque as forças do mercado tendem a manter tais séries de tempo juntas no longo prazo. Isso ocorre, por exemplo, com as taxas de juros e os preços de *commodities* agrícolas em diferentes mercados.

1.1 Modelo de cointegração

É bem conhecido o teorema universal segundo o qual uma única série temporal estacionária, sem componentes determinísticos, tem uma infinita representação de média móvel, que é geralmente aproximada de um finito processo auto-regressivo de média móvel (GRANGER; NEWBOLD, 1974, p. 111-120). Frequentemente, entretanto, algumas séries econômicas devem ser diferenciadas antes que a hipótese de estacionariedade possa ser testada. Assim, uma série temporal de alguma variável, com um componente não determinístico, que tem estacionariedade invertível – após diferenciada p vezes – é denominada série integrada de ordem d , denotada por $x_t \sim I(p)$ (ENGLE; GRANGER, 1991, p. 83-84; ENGLE; YOO, 1991, p. 239-240).

Deve ser observado, entretanto, que, se uma variável aleatória é diferenciada muitas vezes, a média móvel deverá gerar pelo menos uma *raiz unitária* e não será invertível. Se a mesma variável aleatória é diferenciada também poucas vezes, a parte auto-regressiva conterà uma raiz unitária tal que o processo auto-regressivo e a média móvel (ARMA) são não estacionários. De fato, nem toda série não-estacionária pode ser convertida em estacionária por diferenciação, pois a hipótese de que uma variável aleatória é integrada de ordem d , $I(d)$, é apenas uma possibilidade especial. Entretanto, Box: Jenkins (1994) e mais recentemente Nelson: Plosser (1982) encontraram evidências de que muitas séries parecem cair na categoria $I(d)$, em particular a maioria

das séries macroeconômicas que parecem ser do tipo I(1) (ENGLE; YOO, 1991, p. 239; HENDRY, 1991, p. 59-60).

Engle : Granger (1987) propõem uma regressão de uma variável sobre as outras, usando-se o método dos mínimos quadrados ordinários (MQO). Essa regressão, conhecida como regressão de cointegração de duas séries, \mathbf{y}_t e \mathbf{x}_t , pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{x}_t \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

em que \mathbf{y}_t é a série de tempo da variável explicada, \mathbf{x}_t é série da variável explicativa, $\boldsymbol{\alpha}$ é o parâmetro de \mathbf{x}_t e $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ é termo resíduo.

Foi provado que o método de mínimos quadrados mostra-se consistente para o verdadeiro coeficiente de cointegração $\boldsymbol{\alpha}$. De fato, segundo Stock (1987), a estimativa converge para seu verdadeiro valor a uma taxa T^{-1} mais do que a taxa $T^{-\frac{1}{2}}$ normal como consequência da variância infinita de todas as outras combinações lineares existentes. Frequentemente esses estimadores são chamados *superconsistentes* (ENGLE; GRANGER, 1991, p. 9). Mas, embora o estimador possa ser *superconsistente*, sua distribuição limite não é uma distribuição normal. Isso significa que o desvio padrão de $\boldsymbol{\alpha}$ perde o seu significado. Ademais, o coeficiente de determinação R^2 converge para a unidade a uma taxa T (STOCK, 1987); STOCK; WATSON, 2004).

Em regressão, a presença de multicolinearidade é um problema, mas, para uma regressão estática, utilizada para obter um vetor cointegrador, esse problema torna-se uma vantagem. De fato, se as variáveis que aparecem em $\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{x}_t$ não seguissem a mesma tendência no longo prazo, não existiria uma combinação linear entre elas que seria estacionária. Ao estimar-se o vetor cointegrador, em $\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{x}_t$, toda a dinâmica é induzida para os seus resíduos (PEREIRA, 1988, p. 18). Uma das formas de modelar essa dinâmica é a reparametrização da regressão em termos de séries de tempo I(0) (ENGLE; GRANGER, 1991; ENGLE; GRANGER; HALLMAN, 1989, p. 45-60).

Uma regressão linear entre duas séries não-estacionárias, denotadas por \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t , que são integradas de ordem um, I(1), pode gerar estatísticas t significativas e R^2 elevado. Contudo, é possível que o termo de erro reproduza uma série temporal não-estacionária integrada de primeira ordem, denotada por, $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim I(1)$, tal que

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{y}_t - \boldsymbol{\alpha}_0 - \boldsymbol{\alpha}_1 \mathbf{x}_1 \quad (1).$$

Nesse caso, a estimação dos parâmetros da regressão linear $\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\alpha}_1 \mathbf{x}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t$ pela técnica dos mínimos quadrados ordinários (MQO) não é adequada, pois o termo de erro é autocorrelacionado e a variância muda ao longo do tempo, já que $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim I(1)$. A estimação pelo método de MQO tende a apresentar uma relação altamente significativa entre as duas séries, mesmo quando $\boldsymbol{\alpha} = 0$. Tal fenômeno é conhecido como *regressão espúria*, isto é, uma regressão linear em que o resíduo é não-estacionário para os valores do coeficiente $\boldsymbol{\alpha}$ (GRANGER; NEWBOLD, 1974). Granger: Newbold (1974) sugeriram que $R^2 > d$ é uma regra para se suspeitar que uma regressão estimada é uma regressão espúria.

A contribuição dos conceitos de raiz unitária e de cointegração é motivar o pesquisador a realizar testes apropriados para conferir se os resíduos de uma regressão estimada são estacionários.

Há casos em que duas variáveis apresentam comportamentos *passeios aleatórios*, mas uma combinação linear dessas variáveis é estacionária. Isso significa que as variáveis x_t e y_t geram processos de passeios aleatórios, mas a variável $z = x - \alpha y$ é estacionária. Quando isso ocorre, diz-se que as séries de tempo, x_t e y_t , são *cointegradas* e α é o parâmetro da cointegração (GRANGER; NEWBOLD, 1974). Existem algumas poucas regras referentes à combinação linear de séries temporais em que $I(0)$ e $I(1)$ são consideradas as únicas alternativas possíveis:

- (a) se $x_t \sim I(1)$, então $\alpha + \beta x_t$ é $I(0)$;
- (b) se $x_t \sim I(1)$, então $\alpha + \beta x_t$ é $I(1)$;
- (c) se x_t, y_t são ambas $I(0)$, então $\alpha + \beta x_t$ é $I(0)$;
- (d) se $x_t \sim I(1), y_t \sim I(0)$, então $\alpha + \beta x_t \sim I(1)$ – isso sugere que $I(1)$ é uma propriedade dominante da teoria da cointegração;
- (e) é genericamente verdadeiro que se x_t, y_t são $I(1)$, então $\alpha + \beta x_t$ é $I(1)$.

Entretanto, podemos encontrar casos em que (e) não é assegurado, e isso leva à seguinte definição formal de cointegração:

Se x_t, y_t são $I(1)$, mas existe uma combinação linear do tipo

$$z_t = m + \alpha x_t + \beta y_t \quad (2),$$

na qual ambas as séries temporais são $I(0)$ e têm uma média igual a zero, então x_t, y_t são ditas *cointegradas*.

A condição para que essa hipótese seja verdadeira – a chamada cointegração – foi introduzida bem recentemente (GRANGER, 1981, 2004). Cointegração é realmente um tipo de ocorrência bastante improvável; por isso, quando ela é observada, interessantes propriedades especiais podem ser encontradas (ENGLE; GRANGER, 1991, p. 6; GRANGER, 1991a, p. 277-280). Para ver como isso ocorre, consideremos a seguinte construção:

$$\left. \begin{aligned} x_t &= AW_t + \tilde{x}_t \\ y_t &= W_t + \tilde{y}_t \end{aligned} \right\} \quad (3),$$

em que W_t é $I(1)$, x_t, y_t são ambas $I(0)$ com média zero.

De acordo com a regra (d), as séries x_t, y_t são ambas $I(1)$, mas

$$z_t = x_t - \alpha y_t$$

ou mais precisamente

$$z_t = \tilde{x}_t - \alpha \tilde{y}_t$$

é $I(0)$ com base na regra (c) e tem média igual a zero.

Assim, x_t, y_t são séries temporais cointegradas porque suas integralidades originam-se do fator comum W_t . De fato, pode-se mostrar que isso é verdadeiro, pois um par de séries de tempo cointegradas tem um fator de representação comum de uma $I(1)$, tal como na equação (3). Para um par de séries que são cointegradas, é importante indagar qual é o fator comum. Recuperando-se a teoria do *attractor*, parte-se da definição segundo a qual a linha $x = \alpha y$ corresponde a um atrator (que exerce atração) para um par de

séries (x_t, y_t) . A equação $z_t = x_t - Ay_t$ é representada pela linha indicada na Figura 1, que assume valores positivos quando o ponto está acima da linha; $\tilde{z}_t = \cos \theta \cdot z_t$ é a distância ortogonal do ponto (x_t, y_t) para a linha $x = Ay$.

Se a equação z_t é integrada de ordem zero, $I(0)$, com média zero, como na definição de cointegração, então assim será \tilde{z}_t de acordo com a regra (a).

Se x_t e y_t são, individualmente, $I(1)$, então o ponto (x_t, y_t) declinará, movendo-se amplamente no plano cartesiano $x - y$, mas, quando z_t é $I(0)$ com média zero, então haverá uma tendência para que os pontos fiquem ao longo da linha $x = Ay$, e assim essa linha agirá como um *attractor* (ENGLE; GRANGER, 1991, p. 7; GRANGER, 1991b, p. 277-280). Assim sendo, diz-se que a cointegração é uma condição suficiente para a existência de um atrator, e um atrator poderá corresponder a certos tipos de equilíbrio que ocorrem na teoria econômica.

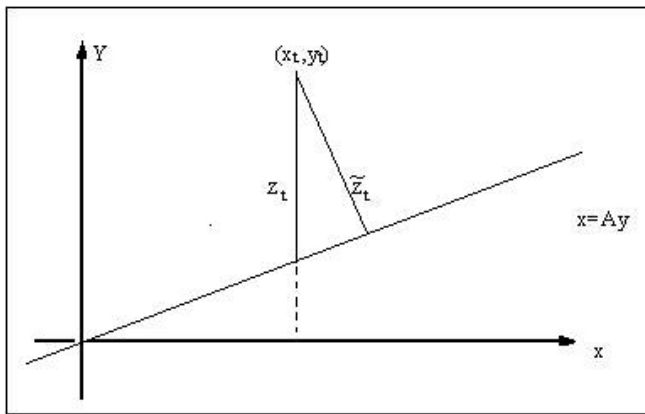


Figura 1: Linha de atração dos pares de séries temporais x_t, y_t .

Uma idéia similar deriva das relações de equilíbrio – quando tal equilíbrio é estacionário –, com base na teoria segundo a qual as forças de mercado tendem a movimentar a economia de volta ao seu ponto de equilíbrio depois que alguma força exógena desloca seu centro de gravidade. Se x_t é um vetor representativo de variáveis econômicas, tais variáveis podem estar em equilíbrio quando houver uma específica restrição linear, tal que

$$a'x_t = 0 \tag{4}$$

Portanto, se as séries temporais de duas variáveis, x_t e y_t , são cointegradas, isso quer dizer que elas apresentam uma tendência estocástica comum, e o cálculo da diferença entre elas elimina essa tendência (STOCK; WATSON, 2004, p. 376-377). Note-se que as séries de tempo e serão integradas se ambas são da mesma ordem $p, I(p)$, e se existe uma constante a , tal que a combinação linear, $\mu_t = y_t - ax_t$ obtida a partir de

$$y_t = ax_t + \mu_t \tag{5}$$

defina uma equação integrada de ordem $p-q, I(p-q)$.

Se for esse o caso, a equação (5) é uma equação de cointegração, e $Y_t = \alpha x_t$ é uma equação de equilíbrio de longo prazo que tende a ser restabelecida após qualquer desequilíbrio provocado por algum choque externo. Se, entretanto, o comportamento estocástico de μ_t é tal que as duas séries x_t e y_t não são cointegradas, então as duas séries tenderão a distanciar-se uma da outra no longo prazo, e terá pouca valia para explicar o comportamento de (ENGLE; GRANGER, 1987, 1991, p. 80-82).

Genericamente, uma série temporal x_t é considerada integrada de ordem p , denotada por $x_t \sim I(p)$, se a série temporal possuir uma representação estacionária do tipo ARMA após ter sido diferenciada p vezes (ENGLE; GRANGER, 1987, 1991, p. 83-84). Analogamente, as componentes de um vetor x_t , representadas pelas séries x_t e y_t , são cointegradas de ordem $(p-q)$, denotadas por $\sim CI(p,q)$, se (i) todas as componentes de x_t e y_t são integradas de ordem p , $I(p)$ e se (ii) existir um vetor $\alpha (\neq \mathbf{0})$, de tal maneira que $z_t = \alpha' x_t \sim I(p-q), p > 0$. Esse vetor α é o vetor de cointegração (ENGLE; GRANGER, 1987, 1991, p. 84-85); VOGELVANG(2005).

Granger : Weiss (1983) mostram que a condição necessária e suficiente para a cointegração é que a coerência entre as duas séries esteja na frequência de zero a um. Se x_t tem N componentes, então pode haver mais do que um vetor de cointegração. É claramente possível haver várias relações de equilíbrio para controlar o comportamento combinado de todas as variáveis. No que se segue, será assumido que há r vetores de cointegração linearmente independentes, com $r \leq N - 1$, que estão agrupados dentro de uma estrutura ordenada $N \times r$. Pela construção do *rank* do vetor cointegrado, α , será r que passará a ser chamado de ordenador da cointegração da série x_t (ENGLE; GRANGER, 1987, 1991, p. 85).

Quando duas variáveis são cointegradas, elas apresentam uma relação de equilíbrio de longo prazo, embora possa haver desequilíbrio de curto prazo entre elas. Nesse caso, o termo de erro é denominado *termo de erro de equilíbrio*, que pode ligar o comportamento de uma variável no curto prazo a seu valor no longo prazo (ENGLE; GRANGER, 1987; GUJARATI, 2000, p. 734-735). Mas, na maioria dos períodos de tempo, a série x_t não estará em equilíbrio e a variável quantitativa, $z_t = \alpha' x_t$, é denominada *equilíbrio de erro*.

Um processo gaussiano *ruído branco* que apresenta distribuição normal, independente e identicamente distribuída, com média zero e variância constante, $\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma^2)$, define um processo de série temporal estacionária. Há situações, entretanto, em que o termo de erro é gerado por um processo não-estacionário integrado de primeira ordem, $I(1)$. Nesse caso, a representação de um processo não-estacionário é dada por um modelo de *raiz unitária*.

1.2 Teste de cointegração

Quando se estuda o comportamento de séries temporais estacionárias e não-estacionárias, sempre existe a necessidade de se testar a presença de *raiz unitária* a fim de evitar o problema de *regressão*

espúria. Se uma variável possuir raiz unitária, então ela é não-estacionária, e, a não ser que uma série não-estacionária combine-se com uma outra série para constituir uma conexão estacionária cointegrada, as regressões das séries podem falsamente encerrar a existência de uma relação econômica significativa. Por isso, é importante testar a ordem da integração de cada variável do modelo de regressão escolhido para estabelecer se ela é não-estacionária e quantas vezes precisa ser diferenciada para resultar numa série estacionária.

Há várias maneiras de testar a presença de raiz unitária. A ênfase aqui, inicialmente, é dada ao uso da abordagem de Dickey-Fuller (DF) ou Dickey-Fuller Ampliado (DFA) como uma técnica para testar a hipótese nula segundo a qual, se uma série possui uma raiz unitária, então essa série é não-estacionária (HARRIS; SOLLIS, 2003; MACKINNON, 2005). A forma mais simples do teste DF para estimações é dada por:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (6)$$

ou

$$(1 - L)Y_t = \Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \quad u_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2) \quad (7).$$

Ambas as variantes do teste de Dickey-Fuller (DF) são aplicáveis, com a hipótese nula sendo $H_0: \rho = 1$ contra a hipótese alternativa $H_1: \rho < 1$. Isso equivale a testar $(\rho - 1) = 0$ contra $\rho < 0$. Na aplicação dos testes de DF e DFA para problemas de cointegração, é preciso observar que os valores críticos convencionais de significância não são apropriados. Porém, Engle e Granger (1987) determinaram os valores críticos adequados para esses testes; por isso, os testes DF e DFA passaram a ser conhecidos como teste Engle-Granger (EG) e teste Engle-Granger Ampliado (EGA) (ENGLE; GRANGER, 1987; GUJARATI, 2000, p. 733).

Quando a hipótese de raiz unitária dos resíduos não é rejeitada, os erros de equilíbrio são não-estacionários e a cointegração não pode ser estabelecida. Isso significa que a relação de equilíbrio de longo prazo não se verifica. Em vários momentos, pode-se aplicar também à regressão cointegrada o teste de Durbin-Watson (DW), sugerido por Sargan e Bhargava (1983), denotado agora por CRDW, tal que

$$\text{CRDW} = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{u}_t^2} \quad (8),$$

em que denota o resíduo de MQO da regressão cointegrada. Os valores críticos podem ser encontrados em Engle e Granger (1987).

1.3 Modelo de correção de erro

Quando duas variáveis são cointegradas, isso significa que há uma relação de equilíbrio no longo prazo entre elas, mas pode haver desequilíbrio no curto prazo. Nesse caso, pode-se tratar o termo de erro da relação dessas duas variáveis como *erro de equilíbrio*. Assim sendo, esse termo de erro pode ser usado para ligar o comportamento da regressão estimada no curto prazo à de longo prazo. O modelo de correção de erro (MCE) pode corrigir esse desequilíbrio.

O mecanismo de correção de erro tem sido amplamente utilizado na economia. Acredita-se simplesmente que o desequilíbrio de um período pode ser corrigido no período seguinte. Há uma classe de modelos especiais, chamados *error-correcting*, cujas variáveis componentes de longo prazo (*long-run*) obedecem às restrições de equilíbrio; já as variáveis componentes de curto prazo (*short-run*) possuem uma especificação dinâmica mais flexível.

A cointegração de duas séries temporais, \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t , também implica uma forma singular de um modelo econométrico, chamado modelo de correção de erro, que tem sido utilizado para representar a dinâmica de ajustamento de variáveis no curto prazo. Um modelo dinâmico simples, com defasagens $p = q = 1$ de ajustamento de curto prazo, pode ser dado por:

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{\gamma}_0 \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\gamma}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \boldsymbol{\alpha}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \mathbf{u}_t \quad (9),$$

em que o ruído branco residual é $\mathbf{u}_t \sim \text{IN}(0, \sigma^2)$.

Claramente o coeficiente do parâmetro $\boldsymbol{\gamma}_0$ denota a reação de curto prazo de \mathbf{y}_t para uma mudança em \mathbf{x}_t , e não o efeito de longo prazo que poderia ocorrer se o modelo estivesse em equilíbrio. Esse último é definido como:

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\beta}_0 + \boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{x}_t \quad (10).$$

Portanto, no longo prazo, a elasticidade entre y e x é dada por

$$\boldsymbol{\beta}_1 = \frac{\boldsymbol{\gamma}_0 + \boldsymbol{\gamma}_1}{\mathbf{1} - \boldsymbol{\alpha}_1}, \text{ em que } \boldsymbol{\alpha}_1 < \mathbf{1}. \text{ Essa é a condição necessária se o modelo}$$

de curto prazo é convergente para uma solução de longo prazo (HARRIS; SOLLIS, 2003, p. 36-39).

Para um sistema com duas variáveis, um modelo de correção típico poderia descrever as mudanças dos erros de equilíbrio passados de uma variável, bem como as mudanças passadas em duas variáveis. Para um sistema multivariado, pode-se também definir a representação de um erro de correção geral como um vetor de séries temporais \mathbf{x}_t , que pode ser expresso assim:

$$\mathbf{A}(\mathbf{B})(\mathbf{1} - \mathbf{B})\mathbf{x}_t = -\boldsymbol{\gamma}\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{u}_t \quad (11),$$

em que \mathbf{u}_t é um distúrbio multivariado estacionário, com $\mathbf{A}(0) = \mathbf{I}$, $\mathbf{A}(1)$ tendo todos os elementos finitos, $\mathbf{z}_t = \boldsymbol{\alpha}'\mathbf{x}_t$, e $\boldsymbol{\gamma} \neq \mathbf{0}$.

Nessa representação, apenas o desequilíbrio do período anterior é uma variável explicativa da regressão. Entretanto, pela reorganização dos termos e pelo conjunto de defasagens de \mathbf{z} , pode-se permitir algum tipo de ajustamento gradual na direção de um novo equilíbrio.² A implicação disso é que as mudanças de \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t , no período corrente, são determinadas, em parte, por erros (desvios) em relação ao equilíbrio em períodos passados.

Uma abordagem mais adequada é a adoção do modelo de correção de erro (MCE) – algumas vezes também chamado modelo de correção de equilíbrio – com a forma de um modelo dinâmico, construído a partir

¹ O MCE foi aplicado por Sargan e Bhargava (1983) e depois propagado por Engle & Granger (1987).

² Ver as propriedades das variáveis cointegradas e suas representações em Engle e Granger (1991, p. 85-91).

do rearranjo e da reparametrização da equação (9), tal que³

$$\Delta \mathbf{y}_t = \gamma_0 \Delta \mathbf{x}_t - (\mathbf{1} - \alpha_1)[\mathbf{y}_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 \mathbf{x}_{t-1}] + \mathbf{u}_t \quad (12),$$

em que $\beta_0 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$.

Na situação em que as séries temporais, \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t , sejam não-estacionárias e integradas de ordem um, $I(1)$, e também não cointegradas, elas poderiam ser representadas por um novo modelo dinâmico do tipo VAR, especificado nas primeiras diferenças, de modo que

$$\Delta \mathbf{y}_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta \mathbf{y}_{t-1} + \gamma_0 \Delta \mathbf{x}_t + \gamma_1 \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{v}_t \quad (13),$$

em que

\mathbf{v}_t = representa a média zero para $\Delta \mathbf{x}_t$, $\Delta \mathbf{y}_{t-1}$, $\Delta \mathbf{x}_{t-1}$ e outras defasagens adicionais.

Mas essa equação (13) não é uma representação adequada quando as séries são cointegradas, porque faltam informações sobre as relações de equilíbrio de longo prazo captadas pelo termo de correção de erro. Portanto, uma descrição de um modelo dinâmico de correção de erro de curto prazo envolveria a construção de um modelo que fosse capaz de relacionar não somente as variações do período corrente com as variações dos períodos passados de y e as variações do período corrente com as variações dos períodos passados de x , mas também com os erros passados (FERREIRA, 1993, p. 40).

Havendo duas séries temporais, \mathbf{x}_t e \mathbf{y}_t , cointegradas de ordem um, $I(1)$, o modelo dinâmico que melhor representa a dinâmica das relações entre variáveis das séries é o modelo de correção de erro. Esse modelo dinâmico pode ser especificado com as duas séries nas primeiras diferenças, incrementando a duração da defasagem p e/ou q da equação (9), de forma que resultem adições defasadas das primeiras diferenças de (12) (ENGLE; GRANGER, 1991, p. 94-96; HARRIS; SOLLIS, 2003, p. 38-39), de modo que

$$\mathbf{A}(\mathbf{L})\Delta \mathbf{y}_1 = \mathbf{B}(\mathbf{L})\Delta \mathbf{x}_1 - (\mathbf{1} - \boldsymbol{\pi})[\mathbf{y}_{t-p} - \beta_0 - \beta_1 \mathbf{x}_{t-p}] + \boldsymbol{\vartheta} \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1} + \mathbf{u}_t \quad (14),$$

em que os operadores defasados polinomiais são:

$$\mathbf{A}(\mathbf{L}) = \mathbf{1} - \alpha_1 \mathbf{L} - \alpha_2 \mathbf{L}^2 - \dots - \alpha_p \mathbf{L}^p,$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{L}) = \gamma_0 + \gamma_1 \mathbf{L} - \gamma_2 \mathbf{L}^2 + \dots + \gamma_q \mathbf{L}^q \text{ e}$$

$$\boldsymbol{\pi} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p).$$

2 Análise dos testes de estacionariedade

2.1 Dados

O café e o cacau brasileiro passam já algum tempo por uma crise provocada por problemas ligados a choques externos desde a década de 90: o café por causa de problemas de natureza climática (secas e geadas) e econômica (política de comércio exterior e entrada de novos concorrentes no mercado); o cacau por causa de problemas

³ As equações (9) e (12) são equivalentes, mas a MCE tem várias vantagens. Ver Harris e Sollis (2003, p. 38).

fitossanitários (a doença vassoura-de-bruxa) e econômicos (novos concorrentes efetivos e potenciais). Pretende-se investigar se há uma relação de longo prazo entre os preços do café e do cacau no mercado internacional. Os dados sobre os preços dos contratos do café e do cacau brasileiros no mercado internacional foram obtidos na Bolsa de Futuros e Opções de New York (New York Board of Trade (NYBOT)).

Para realizar os testes, foram tomadas as amostras correspondentes às cotações diárias dos contratos fechados nos mercados de futuros e opções do café e do cacau, nos cinco dias úteis da semana, desde 3 de janeiro de 1994 até 31 de outubro de 2006. Os preços do café no mercado do NYBOT, expressos em *cents* de US\$ por libra-peso, foram convertidos em US\$ por quilo. Os preços do cacau no mercado do NYBOT, expressos em US\$ por tonelada americana, também foram convertidos em US\$ por quilo. Os valores originais das séries foram convertidos em logaritmos.

2.2. Gráficos das séries dos preços do café e do cacau

Inicialmente, busca-se analisar o comportamento individual das séries de preços do cacau e do café, visando identificar se o processo estocástico gerador de cada série é estacionário ou não-estacionário, pois, em geral, supõe-se que as séries econômicas estacionárias não são afetadas pela variável tempo. Uma primeira tentativa de identificar o comportamento das séries estudadas é feita por meio da plotagem gráfica dos dados (GUJARATI, 2000).

A Figura 1 mostra o gráfico dos preços do cacau e do café no mercado internacional durante o período estudado.

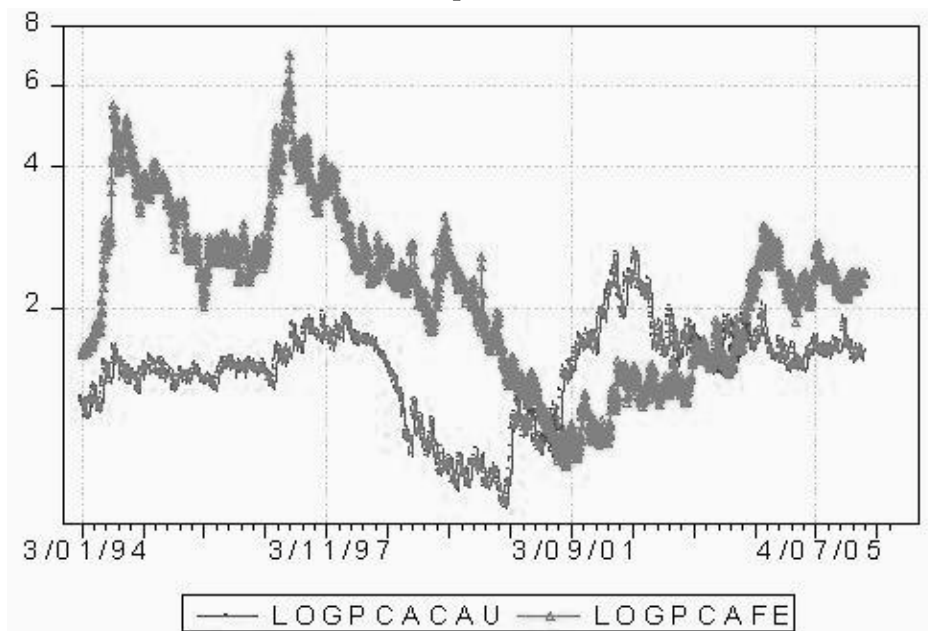


Figura 1: Tendência conjunta dos preços do café e do cacau: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

Nota-se que os preços do café e do cacau brasileiros no mercado internacional comportam-se claramente de uma maneira similar na seqüência do tempo. Portanto, é interessante investigar se a série do preço do cacau e a série do preço do café são cointegradas ou não. Nas Figuras 2 e 3, observa-se que, individualmente, as séries temporais dos preços do cacau e do café apresentam movimentos ascendentes, embora não tão uniformes. Tais movimentos sugerem típicos exemplos de séries temporais não-estacionárias.

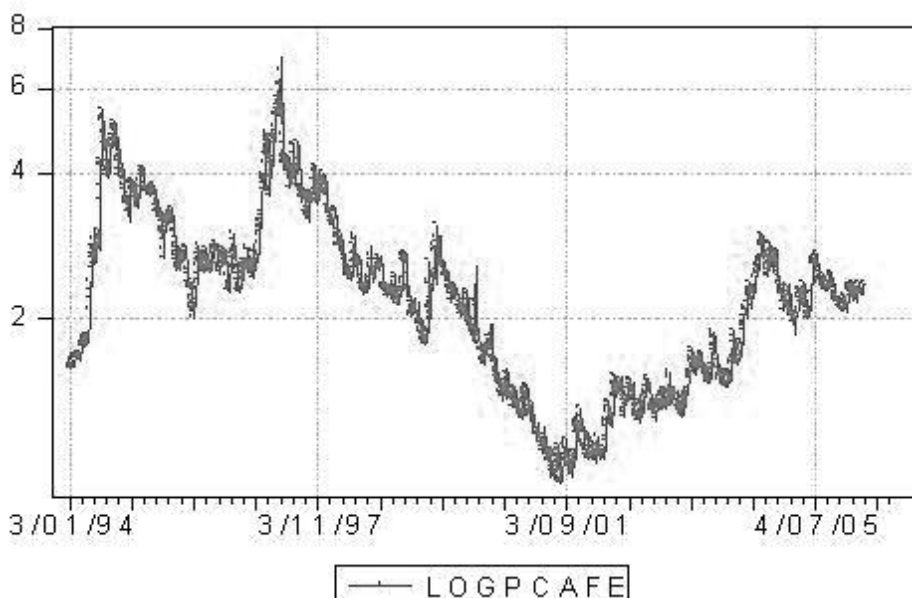


Figura 2: Tendência dos preços do café: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

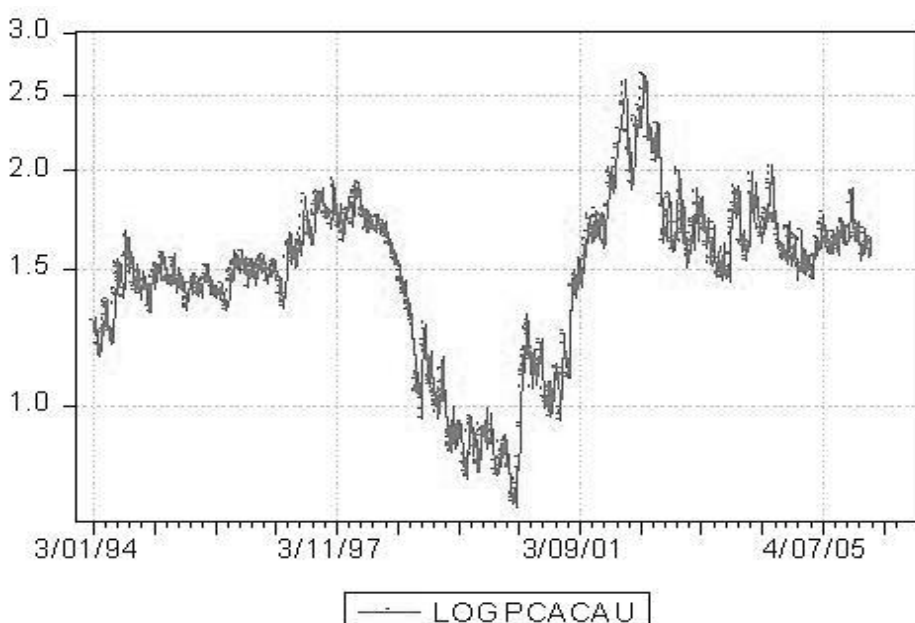


Figura 3: Tendência dos preços do cacau: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

2.3 Teste da função de autocorrelação

Gujarati (2000) recomenda ao pesquisador que, inicialmente, examine as séries temporais por meio do teste de estacionariedade baseado na análise da função de autocorrelação amostral (FAC). Segundo Gujarati (2000, p. 720-723), para uma dada série temporal x_t , com k

defasagens, a FAC é representada por $\rho_1 = \frac{\varphi_1}{\varphi_0}$, em que

ρ_1 = é a k -ésima autocorrelação, φ_1 = é a k -ésima autocovariância,
 φ_0 = é a variância = $\frac{1}{T}$, DP = o desvio-padrão = $\frac{1}{\sqrt{T}}$ e
 T = o tamanho da amostra.

O número dos dados observados de cada amostra é 3202. Nesse caso, para um erro-padrão de 0,01767, o intervalo de confiança de 95% para qualquer ρ_1 é $\pm 1,96 (0,01767) = 0,03464$ de ambos os lados da média zero. Como todos os valores ρ_1 estimados até 24 defasagens ficam fora do intervalo de 95% (-0,03464, + 0,03464), pode-se rejeitar a hipótese nula de que o verdadeiro ρ_1 é igual a zero, o que significa que as séries dos preços café e do cacau são não-estacionárias (ver Tabelas 1 e 2 do Apêndice).

Em ambos os correlogramas dos preços do café e do cacau, o intervalo de confiança de 95% é mostrado como duas linhas cheias nas Figuras 4 e 5. Nessas figuras, pode ser observado que todos os coeficientes da função de autocorrelação são, até a defasagem 24, estatisticamente significativos, ou seja, significativamente diferentes de zero, pois todos ficaram fora do intervalo de 95%. Para testar a hipótese conjunta de que todos os valores ρ_1 são, simultaneamente, iguais a zero, recorre-se à estatística de Box e Pierce, $Q_{BP} = T \sum_{i=1}^m \rho_i^2$, em que

T = o tamanho da amostra = 3202; m = a extensão da defasagem = 24.

Para a série temporal do preço do café, o valor estimado da estatística de Box e Pierce, $Q_{BP} = 532,52$, excede o valor crítico de 29,14 da distribuição qui-quadrado no nível de significância de 1%, com 24 graus de liberdade. Com efeito, pode-se rejeitar a hipótese nula de que todos os ρ_1 são iguais a zero, ou seja, deve haver pelo menos alguns deles que são diferentes de zero, o que indica que a série de tempo do café não é estacionária em nível. Com base no correlograma da Figura 4, também se confirma que a série de tempo do preço do café não é estacionária em nível.

Para a série do preço do cacau, o valor da estatística de Box e Pierce, $Q_{BP} = 545,49$, excede o valor crítico de 29,14 da distribuição qui-quadrado no nível de significância de 1%, com 24 graus de liberdade. Portanto, pode-se rejeitar a hipótese nula de que todos os ρ_1 são iguais a zero, o que sugere que a série do cacau não é estacionária em nível. Com base no correlograma da Figura 5, chega-se à mesma conclusão de que a série do cacau não é estacionária em nível.

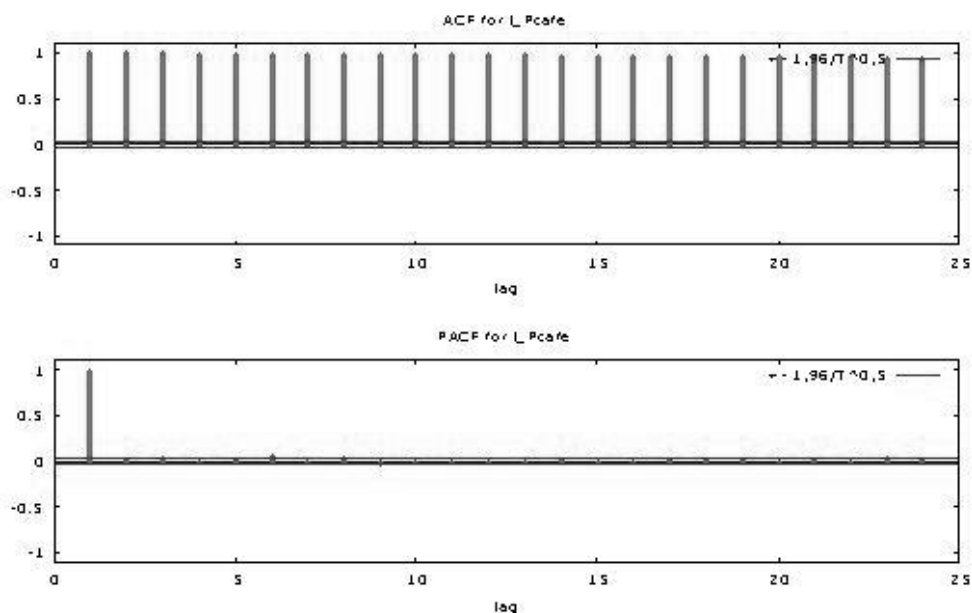


Figura 4: Correlograma do preço do café: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

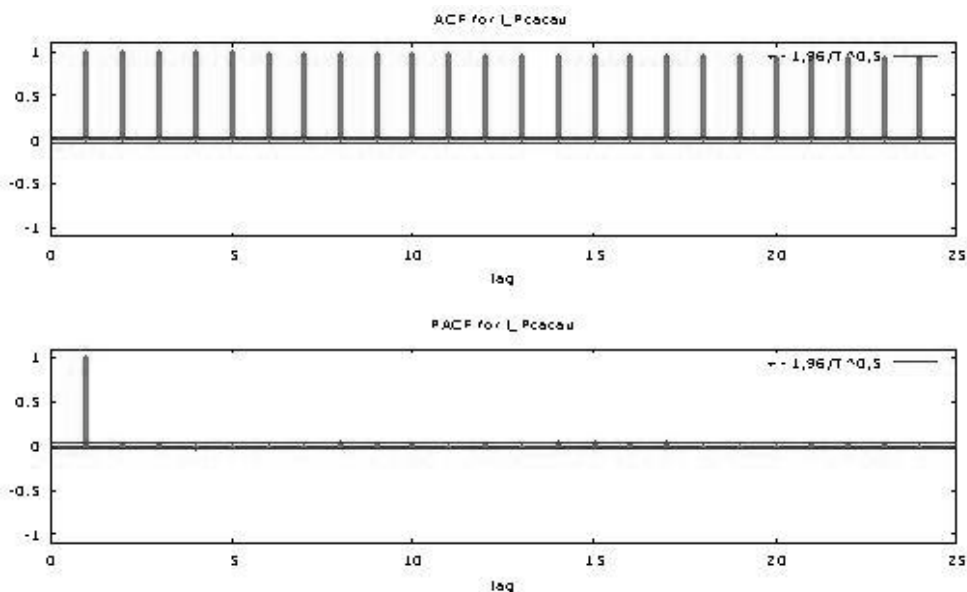


Figura 5: Correlograma do preço do cacau: de 3/01/1994 a 31/10/2006.

2.4 Teste de raiz unitária

O teste de raiz unitária é um teste alternativo que tem sido muito utilizado para testar a presença de estacionariedade (Hamilton(1994, p.516-531); GUJARATI, 2000, p. 723-726; MADDALA; KIM, 1998, p. 45-74). O meio mais fácil de apresentar esse teste é considerar um modelo auto-regressivo de primeira ordem, AR(1), já que o valor da variável regredida Y no instante t depende do valor da variável regressora Y no instante $t - 1$, e o termo de erro *ruído branco*, u_t , tem

média zero, variância constante e é não autocorrelacionado, tal que

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t \quad (1).$$

A equação (1) pode ser apresentada de uma outra maneira. Para isso, basta recorrer ao operador de defasagem L , de modo que $LY_t = Y_{t-1}$. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} Y_t &= LY_t + u_t \\ (1 - L)Y_t &= u_t \end{aligned} \quad (2).$$

Na equação (1), o coeficiente 1 da variável Y_{t-1} caracteriza um problema de raiz unitária, isto é, uma situação de uma série de tempo não-estacionária. Assim, se rodarmos a seguinte regressão:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad (3),$$

e se de fato o parâmetro ρ for igual a um, pode-se dizer que a variável estocástica Y_t tem uma raiz unitária, o que implica ser uma série temporal não-estacionária. Na econometria de séries temporais, uma série temporal que tenha uma raiz unitária é conhecida como uma série temporal de *caminho aleatório*.

A equação (2) pode também ser expressa de uma outra maneira. Para tal, basta subtrair Y_{t-1} membro a membro da equação (2), tal que

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t.$$

Fazendo: $\delta = (\rho - 1)$ e $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$, operador de diferença, tem-se:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad (4).$$

A equação (2) é diferente da equação (3): na primeira, a hipótese nula é a presença de $\rho = 1$, enquanto, na segunda, a hipótese nula é $\delta = 0$, que é a condição para que $\rho = 1$, pois $\delta = (\rho - 1)$. Se $\delta = 0$, a equação (5) pode ser assim escrita:

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) = u_t \quad (5).$$

Ou, usando o operador de defasagem, $LY_t = Y_{t-1}$, tem-se:

$$(1 - L)Y_t = u_t \quad (6).$$

A equação (5) diz que as primeiras diferenças de uma série temporal de passeio aleatório ($= u_t$) são uma série temporal estacionária, pois, por hipótese, o termo de erro é aleatório. Nessa condição, se uma dada série temporal não-estacionária em nível for diferenciada uma vez e a série diferenciada for estacionária, então a série temporal original é integrada de ordem um, indicada por $I(1)$. Em geral, se uma série temporal em nível tiver de ser diferenciada d vezes, ela é integrada de ordem d . Por convenção, se $d = 0$, o processo $I(0)$ representa uma série temporal estacionária; e se $d \geq 1$, então tem-se uma série temporal não-estacionária.

Para testar a presença de *raiz unitária* numa série temporal, ou seja, a hipótese nula $\rho = 1$, utiliza-se o teste de Dickey-Fuller (DF). Na hipótese nula $\rho = 1$, utiliza-se a estatística τ (tau), cujos valores críticos foram tabulados por Dickey-Fuller com base em simulações de Monte Carlo. O teste DF, por razões teóricas e práticas, deve ser sempre aplicado às regressões de séries temporais sem intercepto, com intercepto e

com intercepto e tendência, de modo que

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t \quad (7),$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (8),$$

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t \quad (9).$$

Em cada caso, a hipótese nula é de que $\delta = 0$, ou seja, de que há uma raiz unitária. Segundo Maddala e Kim (1998, p. 66-76), se o termo de erro u_t autocorrelacionado, a equação (8) pode ser ampliada para conter os termos de diferenças defasados, de modo que

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \alpha \sum_{i=1}^m \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (10).$$

Tabela 3: Testes de raiz unitária (DFA) em nível das séries do café e do cacau.

Variáveis	Testes	t estatística	1%	5%	10%
Testes de raiz unitária Dickey-Fuller Aumentado (DFA) da série do preço do café					
LnPcafe	SIST	-0.7849	-2.5664	-1.9394	-1.6157
	CIST	-2.4759	-3.4355	-2.863	-2.5676
	CICT	-3.1786	-3.9664	-3.4139	-3.1287
Testes de raiz unitária Dickey-Fuller Aumentado (DFA) da série do preço do cacau					
LnPcacau	SIST	-3481	-2.5664	-1.9394	-1.6157
	CIST	-2.6021	-3.4355	-2.833	-2.5676
	CICT	-2.6615	-3.9664	-3.4139	-3.1287

Fonte:Elaboração própria a partir dos dados gerados pelo *software* Eviews.

Obs.:SIST = sem intercepto e sem tendência;

CIST = com intercepto e sem tendência;

CICT = com intercepto e com tendência.

Uma vez que os testes de hipóteses das séries temporais confirmaram que as duas séries são não-estacionárias, realizou-se a transformação delas em séries estacionárias por meio da aplicação da primeira diferença nas duas séries, como sugere a teoria. Os resultados dos testes de raiz unitária em primeira diferença das séries temporais do café e do cacau são apresentados na Tabela 4. No caso da série do preço do café, os valores calculados da estatística-t, em termos absolutos, são maiores em todos os testes realizados – sem intercepto, com intercepto e com intercepto e com tendência – do que os valores críticos a 1%, 5% e 10%. Isso significa a rejeição da hipótese nula de que a série do preço do café tem raiz unitária, o que é um outro modo de dizer que a série do preço café é estacionária. No caso da série do preço do cacau, os valores calculados da estatística-t, em termos absolutos, são também maiores para todos os testes realizados – sem intercepto, com intercepto e com intercepto e com tendência – do que os valores críticos a 1%, 5% e 10%. Isso implica dizer que a hipótese nula de que a série de tempo do preço do cacau possui raiz unitária é rejeitada, ou seja, a série temporal do preço do cacau é estacionária.

Tabela 4: Testes de raiz unitária Dicley-Fuller Aumentado (DFA) em primeira diferença.

Variáveis	Testes	t estatística	1%	5%	10%
Testes de raiz unitária Dicley-Fuller Aumentado (DFA) da série do preço do café					
LnPcafe	SIST	-0,7849	-2,5664	-1,9394	-1,6157
	CIST	-2,4759	-3,4355	-2,863	-2,5676
	CICT	-3,1786	-3,9664	-3,4139	-3,1287
Testes de raiz unitária Dicley-Fuller Aumentado (DFA) da série do preço do cacau					
LnPcacau	SIST	-3481	-2,5664	-1,9394	-1,6157
	CIST	-2,6021	-3,4355	-2,833	-2,5676
	CICT	-2,6615	-3,9664	-3,4139	-3,1287

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados gerados pelo *software* Eviews.

Obs.: SIST = sem intercepto e sem tendência;

CIST = com intercepto e sem tendência;

CICT = com intercepto e com tendência.

As séries temporais dos preços do café e do cacau em primeira diferença não exibem raízes unitárias. Isso significa não apenas que as duas séries são estacionárias, mas também que elas são integradas de ordem zero, $I(0)$. As Figuras 6 e 7 mostram os dados dos preços do café e do cacau na primeira diferença.

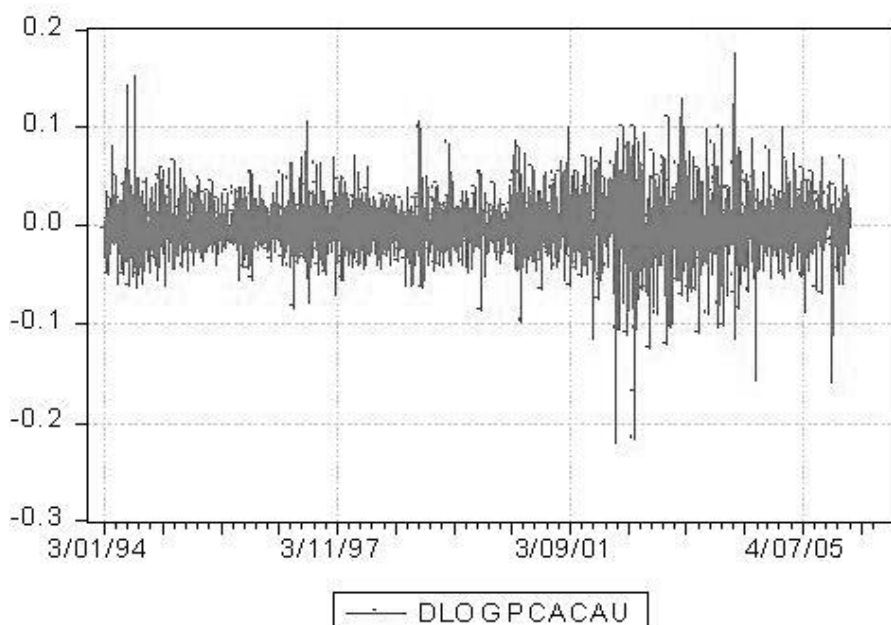


Figura 6: Estacionariedade dos preços do cacau: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

Comparados com as séries originais, apresentadas nas Figuras 2 e 3, os dados das duas séries de preços do café e do cacau mostradas nas Figuras 6 e 7 não mostram qualquer tendência. Como as primeiras diferenças das duas séries temporais dos preços do café e do cacau geram processos estocásticos integrados de ordem zero, $I(0)$, pode-se dizer que

as duas séries em nível são integradas de ordem um, $I(1)$. Embora as séries dos preços internacionais do café e do cacau sejam estacionárias em primeira diferença, os testes de cointegração devem ser aplicados nas séries em nível (GUJARATI, 2000; TERENCE, 2003, p. 253-2730).

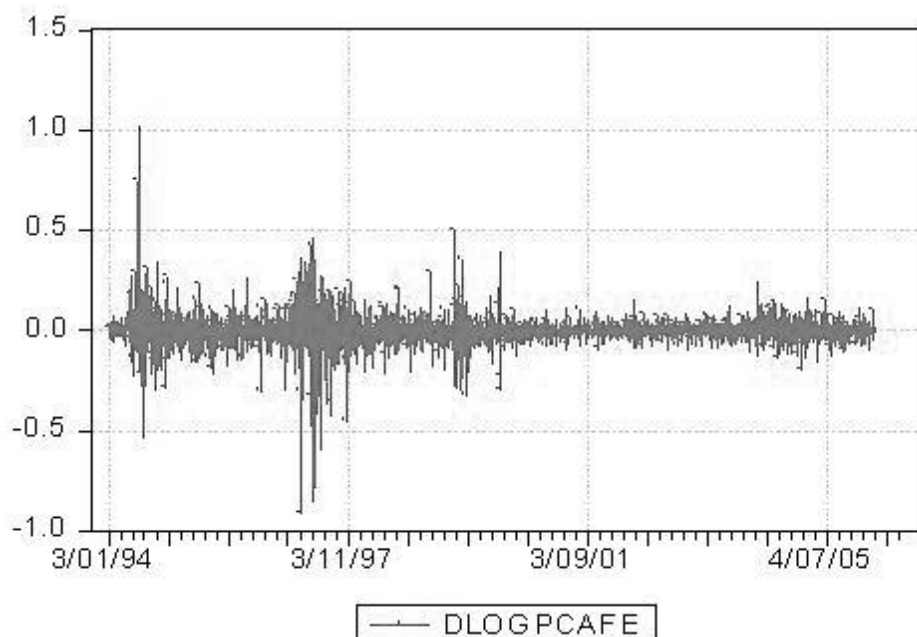


Figura 7: Estacionariedade dos preços do café: de 3/01/1994 a 31/10/2006.

Comparados com as séries originais, apresentadas nas Figuras 2 e 3, os dados das duas séries de preços do café e do cacau mostradas nas Figuras 6 e 7 não mostram qualquer tendência. Como as primeiras diferenças das duas séries temporais dos preços do café e do cacau geram processos estocásticos integrados de ordem zero, $I(0)$, pode-se dizer que as duas séries em nível são integradas de ordem um, $I(1)$. Embora as séries dos preços internacionais do café e do cacau sejam estacionárias em primeira diferença, os testes de cointegração devem ser aplicados nas séries em nível (GUJARATI, 2000; TERENCE, 2003, p. 253-2730).

3 Análise dos resultados do teste de cointegração e do modelo de correção de erro

Nesta seção, investiga-se a relação existente entre as séries temporais dos preços do cacau e do café no mercado internacional de futuros e opções. Como as séries originais dos preços do café e do cacau foram transformadas em séries de logaritmos naturais, resolveu-se adotar as seguintes notações: $\text{cacau} = \text{LnPcacau}$ e $\text{café} = \text{LnPcafé}$. A metodologia da cointegração foi descrita na seção 1.1. O objetivo do teste de cointegração é testar se existe pelo menos uma combinação linear entre as duas séries que seja estacionária, ou seja, se as séries

dos preços do cacau e do café são cointegradas. O primeiro passo é testar a ordem da integração das séries por meio do teste de raiz unitária; depois é preciso verificar se os resíduos da equação de cointegração são estacionários (ENGLE; GRANGER, 1987, p. 251-276).

3.1 Teste de cointegração

Para testar a hipótese de cointegração entre as duas séries estudadas, primeiramente se estimou a regressão co-integrante, para investigar as relações existentes entre as séries de preços do cacau e do café pela equação estática (1); em seguida, tomaram-se os resíduos da regressão e aplicaram-se a esses resíduos os testes de raízes unitárias, conforme a equação (2).

$$\text{LnPcacau}_t = \beta_0 + \beta_1 \text{LnPcafe}_t + u_t \quad (1),$$

em que

β_0 = intercepto,

β_1 = parâmetro co-integrante e

u_t = termo de resíduo.

$$\Delta \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + \lambda_1 \Delta \varepsilon_{t-1} + \dots + \lambda_q \Delta \varepsilon_{t-q} + V_t \quad (2).$$

Os resultados dos testes de raízes unitárias aplicados, individualmente, às séries estudadas rejeitam as hipóteses nulas de que as séries são integradas de ordem, $I(0)$, o que significa dizer que as séries são integradas de ordem um, $I(1)$, porque cada uma delas possui raiz unitária. A hipótese nula da raiz unitária para os resíduos é rejeitada, o que sugere que existe uma relação de cointegração entre as duas séries temporais de preços do cacau e do café. O teste de cointegração entre as séries de tempo dos preços do cacau e do café em logaritmos, gerado pelo *software* Eviews, resultou na equação de *regressão co-integrante* (3), que representa as relações de equilíbrio de longo prazo, como mostra a Tabela 5 do Apêndice.

$$\text{LnPcacau} = -2,0214 + 0,2208 \text{LnPcafé} \quad (3)$$

(0,1862)

Para complementar o teste de cointegração, recorreu-se ao método Johansen (1988). Nesse caso, as estatísticas para identificar as relações de cointegração são os autovalores obtidos por meio da razão verossimilhança, cujos testes são dados pelas seguintes expressões:

$$Q_r = -T \sum_{i=1+r}^k \log(1 - \lambda_i) \text{ para } r = 0, 1, \dots, k - 1.$$

$$Q_m = -T \log(1 - \lambda_{r+1}) = Q_r - Q_{r+1},$$

em que

Q_r e Q_m = estatísticas traço e de máximo autovalor, respectivamente,

r = *rank* de cointegração,

k = número de variáveis endógenas,

λ = i -ésimo maior autovalor e

T = número de observações.

De acordo com a hipótese nula, testada por meio da estatística do traço, $r = 0$, ou seja, não há relação de cointegração entre as duas séries; segundo a hipótese alternativa, testada pela estatística de máximo, há pelo menos uma relação de cointegração entre as duas séries estudadas. De fato, a estatística traço ($Q_r = 13,05$), sendo menor que o seu valor crítico a 1% de probabilidade de erro ($Q_{Vcrit.1\%} = 20,04$), sugere a aceitação da hipótese nula de que não há relação de cointegração entre as duas séries. A hipótese alternativa de que existe pelo menos uma relação de cointegração entre as duas séries não é rejeitada, pois a estatística de máximo ($Q_m = 5,92$) é maior que seu valor crítico ($Q_{Vcrit.5\%} = 3,76$) em um nível de significância de 5%. Como a hipótese alternativa foi aceita, ou seja, as duas séries temporais são cointegradas, a análise deve prosseguir rumo à análise do modelo de correção de erros (MCE).

3.2 Modelo de correção de erro

Na seção anterior, mostrou-se que as séries temporais logaritmadas dos preços do cacau e do café no mercado internacional de futuros e opções são cointegradas, ou seja, existe uma relação de equilíbrio de longo prazo entre as duas. Naturalmente, pode haver desequilíbrio no curto prazo. Entretanto, pode-se também tratar o termo de erro da equação da seção 1.3 como o "erro de equilíbrio" para ligar o comportamento do preço do cacau de curto prazo com o longo prazo. Como o modelo de correção de erro (MCE) já foi apresentado na seção 1.3, discutem-se a seguir somente os resultados rodados pelo *software* Eviews que estão na Tabela 6.

A equação de regressão do MCE (14) relaciona a variação do logaritmo do preço do cacau ($\Delta \text{LnP}^{\text{cac}}$) com a do logaritmo do preço do café $\Delta (\text{LnP}^{\text{caf}})$ com duas defasagens e "termo de erro equilibrador" do período anterior (ϵ_{t-1}). Nessas condições, o correspondente modelo de correção de erro de curto prazo pode ser escrito da seguinte forma:

$$\Delta \text{LnP}_{t-1}^{\text{cac}} = 1,2 \cdot 10^{-5} + 2,4 \cdot 10^{-4} \Delta \text{LnP}_{t-1}^{\text{cac}} + 5,4 \cdot 10^{-4} \Delta \text{LnP}_{t-2}^{\text{cac}} - 3,3 \cdot 10^{-4} \Delta \text{LnP}_{t-1}^{\text{caf}} - 1,7 \cdot 10^{-4} \Delta \text{LnP}_{t-2}^{\text{caf}} + 3,3 \cdot 10^{-4} \epsilon_{t-1}$$

(0,2328) (0,1380) (-0,3051) (-0,5196) (-0,2683) (-2,4046)

O coeficiente do termo de correção de erro é significativo a 1% de probabilidade de erro. Isso indica que os desequilíbrios de curto prazo entre as duas séries dos preços do cacau e do café devem desaparecer no momento exato em que o equilíbrio de longo prazo ocorrer. O valor do coeficiente do termo de erro (-0,0033) implica que o desvio em longo prazo é ajustado em parcelas de 0,0033 a cada dia.

Conclusões

Neste artigo, um modelo econométrico de regressão linear das séries temporais de preços de *commodities* agrícolas no mercado internacional de futuros e opções foi testado para verificar a existência de relações de cointegração e de correção de erros. Algumas conclusões dos resultados dos testes estão resumidas a seguir.

1) Os testes na presença de raízes unitárias revelaram que as séries dos preços do cacau e do café são integradas de ordem um, $I(1)$. Isso significa que uma variação provocada por choque em uma das variáveis tende a ser incorporada no comportamento da variável ao longo do tempo, de maneira a alterar de forma permanente o nível da variável.

2) Os resultados dos testes de cointegração revelaram a existência de uma relação estável de longo prazo entre os preços considerados. A existência de relação de equilíbrio de longo prazo não foi rejeitada, o que sugeriu o prosseguimento do estudo rumo ao modelo de correção de erro.

3) Foram estimados os parâmetros do modelo de correção de erro a fim de captar a dinâmica de curto prazo. Estimados os parâmetros do modelo de correção de erro de curto prazo, decidiu-se que os valores estimados podem ser usados para obter resultados consistentes.

4) Os testes revelaram que mudanças persistentes no longo prazo nos preços do cacau e do café, causadas por choques externos, afetam a dinâmica de curto prazo dos mesmos preços.

5) Por fim, descobriu-se que os desequilíbrios de curto prazo das duas séries estudadas serão ajustados diariamente a uma taxa fixa até desaparecerem no estado de equilíbrio de longo prazo.

REFERÊNCIAS

- ATRASAS, A. L. **Formação de preços no mercado futuro brasileiro**. Viçosa, MG, Universidade Federal de Viçosa, 1993. (Dissertação de mestrado).
- BOX, G.E.P; JENKINS , G.M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. Nova Jersey, Prentice Hall, 1994
- CLINI, P. E. Mercados futuros eficientes: resultados de testes de cointegração para o IBOVESPA. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.
- DUARTE, A. R.; SANVICENTE, A. Z.; CLINI, P. E. Efficiency of stock markets in Brazil: Results from cointegration tests. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, 14., 1992, Campos do Jordão. **Anais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Econometria, 1992, v. 1. p. 239-253.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Co-integration and error correction: representation, estimation and testing. **Econometrica**, Chicago, v. 55, n. 2, p. 251-276, 1987.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Introduction. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. **Long-run economic relationships: readings in cointegration (Advanced tests in Econometrics)**. New York: Oxford University Press, 1991.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J.; HALLMAN, J. J. Merging short-run and long-run forecasts: an application of seasonal cointegration to monthly electricity sales forecasting. **Journal of Econometrics**, New York, v. 40, n. 1, p. 45-62, jan. 1989.
- ENGLE, R. F.; YOO, B. S. Cointegrated economic time series: an overview with new results. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. **Long-run economic relationships: readings in cointegration (Advanced tests in Econometrics)**. New York: Oxford University Press, 1991.
- FERREIRA, A. H. B. Testes de cointegração e um modelo de correção de erro para a balança comercial brasileira. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 35-65, jan./abr. 1993.
- GRANGER, C. W. J. Development in the study of cointegrated economic variables. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. **Long-run economic relationships: readings in cointegration (Advanced tests in Econometrics)**. New York: Oxford University Press, 1991a.
- GRANGER, C. W. J. Some recent generalizations of cointegration and the analysis of long-run relationships. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. **Long-run economic relationships: readings in cointegration (Advanced tests in Econometrics)**. New York: Oxford University Press, 1991b.
- GRANGER, C. W. J. Time series analysis, cointegration, and applications. **The American Economic Review**, Nashville, v. 94, n. 3, p. 421-425, jun. 2004.

GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. Spurious regressions in econometrics. *Journal of Econometrics*, New York, v. 2, n. 2, p. 111-120, jul. 1974.

GRANGER, C.W & WEISS, A.A. Time series analysis of error-correction models. In: "Studies in Econometrics, Times Series and Multivariate Statistics". S.Karlin T.Amemiya and L.A. Goodman (Eds.). New York, Academic Press, 1983.

GUJARATI, D. N. *Econometria básica*. São Paulo: Makron Books, 2000.

HAKKIO, C. S.; RUSH, M. Market efficiency and cointegration: an application to the sterling and deutschemark exchange markets. *Journal of International Money and Finance*, New York, v. 8, n. 1, p. 75-88, 1989.

HAMILTON, J. D. *Time series analysis*. Princeton: Princeton University Press, 1994.

HARRIS, R.; SOLLIS, R. *Applied time series modelling and forecasting*. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd, 2003.

HENDRY, D. F. Econometric modeling with cointegrated variables: an overview. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. *Long-run economic relationships: readings in cointegration* (Advanced tests in Econometrics). New York: Oxford University Press, 1991.

JOHANSEN, S. Statistical analysis of cointegration vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, New York, v. 12, p. 231-254, 1988.

LAMOUNIER, W. M. *Comportamento dos preços no spot de café do Brasil: análise nos domínios do tempo e da frequência*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2003.

MACKINNON, G. J. Critical values for cointegration and the analysis of long-run relationships. In: ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. *Long-run economic relationships: readings in cointegration* (Advanced tests in Econometrics). New York: Oxford University Press, 1991.

MADDALA, G. S.; Kim, In-Moo . *Units roots, cointegration, and structural change*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

NELSON, C. R.; PLOSSER, G. J. Trends and random walks in macroeconomics time series. *Journal of Monetary Economics*, Local, v. 10, n. 2, p. 139-162, 1982.

PEREIRA, P. L. V. Co-integração: uma resenha com aplicações a séries brasileiras. *Revista de Econometria*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 7-29, nov.1988.

PEREIRA, P. L. V. Co-integração e suas representações: resenha. *Revista de Econometria*. Rio de Janeiro, v. 9, n. 2, nov. 1991.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. *Econometria: modelos & previsões*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

SANTANA, A. C. de. *Métodos quantitativos em economia: elementos e aplicações*. Belém: UFRA, 2003.

SARGAN, J. D.; BHARGAVA, A. S. Testing residual from least squares regression for being generated by the Gaussian random walk. *Econometrica*, Chicago, v. 51, p. 153-174, 1983.

STOCK, J.H. "Asymptotic Properties of Least Squares Estimation of Cointegration Vectors", *Econometrica*, 55, p.1035-1056, 1987

STOCK, J. H.; WATSON, M. W. *Econometria*. São Paulo: Addison Wesley, 2004.

TERENCE, C. M. *The econometric modelling of financial time series*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.

TSUNECHIRO, A. *A função de sinalização de preços dos mercados futuros brasileiros*. 1982.(Dissertação (Mestrado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1982.

VOGELVANG, B. *Econometrics: Theory and applications with Eviews*. Essex, England: Prentice Hall, 2005.

Tabela 1: FAC dos preços do cacão: de 1/3/1994 a 3/11/2006.

Autocorrelation function for l_Pcufe				
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	
1	0,9976 ***	0,9976 ***	3187,5950	[0,000]
2	0,9952 ***	0,0035	6360,9574	[0,000]
3	0,9930 ***	0,0305 *	9521,0836	[0,000]
4	0,9907 ***	-0,0190	12667,4434	[0,000]
5	0,9884 ***	0,0121	15800,4413	[0,000]
6	0,9864 ***	0,0542 ***	18921,8159	[0,000]
7	0,9844 ***	-0,0051	22031,4120	[0,000]
8	0,9825 ***	0,0344 *	25130,2284	[0,000]
9	0,9805 ***	-0,0307 *	28217,4388	[0,000]
10	0,9785 ***	-0,0146	31292,5473	[0,000]
11	0,9763 ***	-0,0149	34355,1623	[0,000]
12	0,9742 ***	-0,0019	37405,2752	[0,000]
13	0,9720 ***	-0,0029	40442,7694	[0,000]
14	0,9699 ***	0,0029	43467,8939	[0,000]
15	0,9677 ***	-0,0117	46480,3760	[0,000]
16	0,9654 ***	-0,0154	49479,9018	[0,000]
17	0,9633 ***	0,0132	52466,9563	[0,000]
18	0,9613 ***	0,0261	55442,3832	[0,000]
19	0,9593 ***	0,0135	58406,5393	[0,000]
20	0,9572 ***	-0,0181	61358,9347	[0,000]
21	0,9552 ***	0,0051	64299,7841	[0,000]
22	0,9532 ***	-0,0004	67229,1254	[0,000]
23	0,9514 ***	0,0415 **	70148,1059	[0,000]
24	0,9496 ***	0,0122	73057,0404	[0,000]

Tabela 2: FAC dos preços do café: de 3/1/1994 a 31/10/2006.

Autocorrelation function for l_Pcafe				
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	
1	0,9976 ***	0,9976 ***	3187,5950	[0,000]
2	0,9952 ***	0,0035	6360,9574	[0,000]
3	0,9930 ***	0,0305 *	9521,0836	[0,000]
4	0,9907 ***	-0,0190	12667,4434	[0,000]
5	0,9884 ***	0,0121	15800,4413	[0,000]
6	0,9864 ***	0,0542 ***	18921,8159	[0,000]
7	0,9844 ***	-0,0051	22031,4120	[0,000]
8	0,9825 ***	0,0344 *	25130,2284	[0,000]
9	0,9805 ***	-0,0307 *	28217,4388	[0,000]
10	0,9785 ***	-0,0146	31292,5473	[0,000]
11	0,9763 ***	-0,0149	34355,1623	[0,000]
12	0,9742 ***	-0,0019	37405,2752	[0,000]
13	0,9720 ***	-0,0029	40442,7694	[0,000]
14	0,9699 ***	0,0029	43467,8939	[0,000]
15	0,9677 ***	-0,0117	46480,3760	[0,000]
16	0,9654 ***	-0,0154	49479,9018	[0,000]
17	0,9633 ***	0,0132	52466,9563	[0,000]
18	0,9613 ***	0,0261	55442,3832	[0,000]
19	0,9593 ***	0,0135	58406,5393	[0,000]
20	0,9572 ***	-0,0181	61358,9347	[0,000]
21	0,9552 ***	0,0051	64299,7841	[0,000]
22	0,9532 ***	-0,0004	67229,1254	[0,000]
23	0,9514 ***	0,0415 **	70148,1059	[0,000]
24	0,9496 ***	0,0122	73057,0404	[0,000]

Tabela 5: Teste de cointegração das séries de preços do cacau e do café.

Date: 07/04/07 Time: 22:29

Sample: 3/01/1994 31/10/2006

Included observations: 3197

Test assumption: Linear deterministic trend in the data

Series: LOGPCACAU LOGPCAFE

Lags interval: 1 to 4

Eigenvalue	Likelihood Ratio	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value	Hypothesized No. of CE(s)
0.002258	1.304.615	15.41	20.04	None
0.001819	5.819.453	3.76	6.65	At most 1 *

*(")") denotes rejection of the hypothesis at 5%(1%) significance level

L.R. rejects any cointegration at 5% significance level

Unnormalized Cointegrating Coefficients:

LOGPCACAU	LOGPCAFE
0.044035	0.009724
-0.029108	0.015623

Normalized Cointegrating Coefficients: 1 Cointegrating Equation(s)

LOGPCACAU	LOGPCAFE	C
1.000.000	0.220820	-2.021.418
	(0.18617)	
Log likelihood	10167.44	

Tabela 6: Resultados do modelo de correção de erro.

Date: 07/09/07 Time: 06:26

Sample(adjusted): 6/01/1994 11/04/2006

Included observations: 3199 after adjusting
endpoints

Standard errors & t-statistics in parentheses

Cointegrating Eq:	CointEq1	
DLOGPCACAU(-1)	1.000.000	
DLOGPCAFE(-1)	0.182240	
	(0.17529)	
	-103.966	
C	-1.931.062	
Error Correction:	D(DLOGPCACAU)	D(DLOGPCAFE)
CointEq1	-0.003301	-0.004470
	(0.00137)	(0.00381)
	(-2.40458)	(-1.17442)
D(DLOGPCACAU(-1))	0.002452	0.078658
	(0.01776)	(0.04925)
	(0.13802)	-159.728
D(DLOGPCACAU(-2))	-0.005422	-0.074641
	(0.01777)	(0.04926)
	(-0.30509)	(-1.51510)
D(DLOGPCAFE(-1))	-0.003324	0.005679
	(0.00640)	(0.01773)
	(-0.51956)	(0.32023)
D(DLOGPCAFE(-2))	-0.001716	-0.056141
	(0.00640)	(0.01773)
	(-0.26830)	(-3.16671)
C	0.000122	0.000264
	(0.00053)	(0.00146)
	(0.23285)	(0.18125)
R-squared	0.002001	0.005517
Adj. R-squared	0.000438	0.003960
Sum sq. resids	2.826.556	2.172.040
S.E. equation	0.029753	0.082477
Log likelihood	6.707.755	3.446.066
Akaike AIC	6.707.759	3.446.070
Schwarz SC	6.707.770	3.446.081
Mean dependent	0.000121	0.000253
S.D. dependent	0.029759	0.082641
Determinant Residual Covariance		5.95E-06
Log Likelihood		10167.16
Akaike Information Criteria		10167.17
Schwarz Criteria		10167.19

Texto submetido à Revista em 10.01.2007 e aceito para publicação em 20.05.2007.