



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS “T” DE CONCRETO ARMADO:  
VERIFICAÇÃO DAS LONGARINAS DA PONTE SOBRE O RIO SORORÓ**

**ENGº CIVIL VITOR HUGO LOPES BRANCO**

Belém/PA  
2011



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS “T” DE CONCRETO ARMADO:  
VERIFICAÇÃO DAS LONGARINAS DA PONTE SOBRE O RIO SORORÓ**

**ENGº CIVIL VITOR HUGO LOPES BRANCO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém/PA  
2011



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DE VIGAS “T” DE CONCRETO ARMADO:  
VERIFICAÇÃO DAS LONGARINAS DA PONTE SOBRE O RIO SORORÓ**

**ENGº CIVIL VITOR HUGO LOPES BRANCO**

Aprovado em.....de.....de.....

**BANCA EXAMINADORA:**

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira (Orientador - UFPa)

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Ronaldson José de França Mendes Carneiro (Examinador Interno - UFPa)

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Alcebiades Negrão Macêdo (Examinador Interno - UFPa)

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira (Examinador Externo - UnB)

Belém/PA  
2011

Dedico este trabalho ao meu pai Paulo, por acreditar  
Ao meu irmão Ewerton, pelo incentivo  
e à minha mais que amada mãe Sandra, que  
além disto me abraçou e amparou nos momentos  
de dificuldade durante a batalha.

E finalmente, a Deus que me amou, pois  
nunca deixou de me ajudar a levantar.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, professor e exemplo a ser seguido Dênio Ramam Carvalho de Oliveira pela dedicação nos ensinamentos, e orientação deste trabalho de dissertação, assim como pela confiança em mim depositada.

Aos professores Ronaldson Carneiro, Alcebiades Macêdo e Maurício Ferreira, pelos conhecimentos transmitidos, disponibilidade e interesses prestados. Bem como pelas sugestões valiosas durante o exame de qualificação.

Aos membros da equipe de trabalho de campo, Prof. Alcebiades Negrão Macêdo, Agleilson Borges, Vinicius Barrichello e Rafael Queiroz, pela atuação direta nas etapas experimentais e tratamentos de dados durante as campanhas de instrumentação e caracterização dos materiais da Ponte sobre o rio Sororó.

Aos amigos da UFPA e do GAEMA, pelo esforço e amizade, em especial a: Aarão Ferreira, Agleilson Borges, Amaury Aguiar, Arnolfo Valente, Carlos Rossi, Kelly Nahum, Guilherme Melo, Guilherme Salazar, Leandro Queiroz, Leonyce Santos, Leonardo Lago, Mikhail Luczynski, Natasha Costa, Nívea Albuquerque, Régis Santos, Shirley Melo, Sandro Dias e Tiago Garcia. Agradeço mais ainda aos parceiros na realização deste trabalho Alexandre Vilhena e Ritermayer Teixeira, pela participação nos ensaios e contribuições durante todo o desenvolvimento da dissertação.

Aos técnicos do Laboratório de Engenharia Civil, Urbano e Maneca pela disponibilidade na realização da concretagem e dos ensaios de caracterização dos materiais.

Aos funcionários do Laboratório de Engenharia Civil, Marli e Dona Cleide.

Ao PPGEC e a FAPESPA pelo apoio financeiro para realização desta e outras pesquisas na Universidade Federal do Pará.

Aos meus pais Paulo e Sandra e a todos os meus familiares por todo apoio e fundamental base familiar durante toda minha vida. Especialmente à minha namorada Jéssica Medeiros pelo amor, incentivo e companheirismo.

Obrigado a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão de mais uma etapa de minha vida.

## SUMÁRIO

<b>Item</b>	<b>Página</b>
1. Introdução.....	1
1.1 Considerações gerais .....	1
1.2 Objetivos.....	7
1.2.1 Objetivos específicos.....	7
1.3 Justificativa.....	9
1.4 Apresentação do trabalho .....	10
2. Revisão bibliográfica.....	11
2.1 Considerações gerais .....	11
2.2 Vigas de concreto armado sem estribos .....	12
2.2.1 Efeito de arco.....	14
2.3 Estado biaxial de tensões.....	17
2.4 Vigas de concreto armado com estribos.....	20
2.4.1 Analogia da treliça.....	20
2.5 Tipos de ruptura por força cortante .....	28
2.5.1 Ruptura de cisalhamento por tração diagonal.....	28
2.5.2 Ruptura de cisalhamento por compressão diagonal .....	28
2.5.3 Ruptura por compressão da mesa devido ao esforço cortante.....	28
2.6 Prescrições normativas .....	29
2.6.1 NBR 6118 (2003).....	29
2.6.1.1 Verificação do estado limite último.....	29
2.6.1.2 Modelo de cálculo I .....	30
2.6.1.2.1 Diagonal comprimida .....	30
2.6.1.2.2 Diagonal tracionada.....	30
2.6.1.3 Modelo de cálculo II.....	32
2.6.1.3.1 Diagonal comprimida .....	32
2.6.1.3.2 Diagonal tracionada.....	32
2.6.2 ACI 318 (2008).....	34
2.6.3 Eurocode (EC 2).....	36
2.6.3.1 Seções que não requerem armadura transversal .....	36
2.6.3.2 Seções que requerem armadura transversal.....	36

2.6.3.2.1	Para $\theta = 22^\circ$ :	37
2.6.3.2.2	Para $\theta = 45^\circ$ :	37
2.6.3.2.3	Para $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ :	37
2.6.3.2.4	Resistência dos estribos verticais	37
2.7	Pesquisas realizadas sobre cisalhamento em vigas de concreto armado sem estribos	38
2.7.1	Walraven (1984)	38
2.7.2	Regan et al (2005)	40
2.7.3	Muttoni e Ruiz (2008)	42
2.7.4	Sagasetta (2008)	46
3.	Programa experimental	50
3.1	Considerações iniciais	50
3.1.1	Princípio do ensaio	51
3.2	Características das vigas	51
3.2.1	Execução das vigas	57
3.3	Instrumentação das vigas	58
3.3.1	Deformações	59
3.3.1.1	Aço	59
3.3.1.2	Concreto	59
3.3.2	Deslocamentos	60
3.4	Sistema de ensaio	61
3.5	Sistema de aquisição de dados	63
3.6	Propriedades dos materiais	64
3.6.1	Aço	64
3.6.2	Concreto	65
4.	Resultados experimentais	67
4.1	Considerações	67
4.2	Propriedades dos materiais	67
4.2.1	Aço	67
4.2.2	Concreto	68
4.3	Deslocamentos das vigas	69
4.4	Deformações	72
4.4.1	Armadura de flexão	72

4.4.2	Concreto .....	75
4.5	Fissuração .....	79
4.6	Cargas e modos de ruptura .....	81
5.	Resultados teóricos .....	86
5.1	Expressões e prescrições normativas.....	86
5.1.1	NBR 6118 (2003) .....	86
5.1.1.1	Modelo de cálculo i .....	86
5.1.1.1.1	Verificação da diagonal comprimida.....	86
5.1.1.1.2	Verificação da diagonal tracionada .....	86
5.1.1.2	Modelo de cálculo ii .....	87
5.1.1.2.1	Verificação da diagonal comprimida.....	87
5.1.1.2.2	Verificação da diagonal tracionada .....	87
5.1.2	ACI 318 (2008).....	89
5.1.2.1	Viga sem estribos.....	89
5.1.3	Eurocode 2.....	89
5.1.3.1	Viga sem estribos.....	89
5.1.4	Expressão de MUTTONI e RUIZ (2008).....	90
5.1.5	Análise das expressões e prescrições normativas.....	90
5.2	Tensões tangenciais .....	93
6.	Análise computacional .....	96
6.1	Considerações iniciais .....	96
6.2	Modelagem computacional.....	96
6.3	Resultados da análise computacional .....	98
7.	Estudo de caso sobre cisalhamento nas longarinas da ponte sobre o rio sororó .....	106
7.1	Considerações gerais .....	106
7.2	Descrição geral da obra .....	106
7.2.1	Seção transversal e armadura das vigas longarinas .....	107
7.3	Inspeção visual das longarinas .....	108
7.4	Modelagem computacional.....	109
7.4.1	Descrição dos carregamentos .....	109
7.4.1.1	Cargas permanentes .....	109

7.4.1.2 Cargas móveis.....	110
7.4.1.3 Coeficiente de impacto vertical .....	112
7.4.1.4 Carga de vento .....	112
7.4.1.5 Carga de frenagem e aceleração .....	113
7.4.1.6 Carga de impacto lateral .....	114
7.4.1.7 Carga de retração e temperatura .....	114
7.4.2 Descrição do modelo .....	115
7.5 Resultados da modelagem da ponte .....	116
7.6 Contribuição na resistência da longarina da ponte .....	118
8. Conclusões.....	121
8.1 Considerações gerais .....	121
8.2 Cargas últimas e modos de ruptura.....	122
8.3 Análise numérica .....	122
8.4 Normas e expressões .....	123
8.5 Tensões .....	124
8.6 Longarina.....	124
8.7 Recomendações para trabalhos futuros .....	124
Referências .....	126

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 1.1 – Viga T em planta .....	2
Figura 1.2 – Viga T em isometria.....	2
Figura 1.3 - Notação usual da viga T .....	2
Figura 1.4 – Seção transversal “pi” em pontes e viadutos.....	3
Figura 1.5 – Largura de mesa colaborante (NBR 6118, 2003) .....	4
Figura 1.6 - Distribuição de tensões normais na mesa (FUSCO, 1981).....	5
Figura 1.7 – Diagrama de esforços de flexão e cisalhamento em uma ponte de concreto armado .....	6
Figura 2.1 – Trajetória de tensões provocadas pela flexão simples (CLÍMACO, 1975) .....	11
Figura 2.2 – Evolução da fissuração (PINHEIRO, 2003) .....	12
Figura 2.3 – Forças atuantes em uma fissura inclinada (ACI-ASCE Committee 426, 1973)..	13
Figura 2.4 – Influência da relação a/d na resistência ao cisalhamento: a) Testes B2, B4, B6 e B10/1 por Leonhardt e Walther, padrão de fissuração e posição da biela hipotética; b) Vale de Kani, comparando a resistência real com a carga última de acordo com a teoria da plasticidade, (MUTTONI e RUIZ, 2008).....	15
Figura 2.5 – Efeito da relação a/d na capacidade resistente de vigas sem estribos (MACGREGOR, 1988).....	16
Figura 2.6 – Tensões atuantes na fissura (CEB-FIP, 1990) .....	17
Figura 2.7 – Estado biaxial de tensões do concreto (ACI-ASCE Committee 426, 1973).....	19
Figura 2.8 – Modelo de treliça para uma viga.....	20
Figura 2.9 – Analogia clássica de treliça, (adaptado de CARELLI, 2002).....	21
Figura 2.10 – Analogia de treliça generalizada (adaptado de CARELLI, 2002) .....	25
Figura 2.11 – Modos de ruptura (SUSSEKIND, 1985 apud ALBUQUERQUE, 2010).....	28
Figura 2.12 – Detalhe das vigas (WALRAVEN, 1984) .....	38
Figura 2.13 – Gráfico de $\tau w u f c$ em função da altura das vigas (WALRAVEN, 1984) .....	39
Figura 2.14 – Detalhe das vigas ensaiadas (adaptado de REGAN <i>et al</i> , 2005) .....	40
Figura 2.15 – Elementos sem armadura de cisalhamento predominantemente unidirecionais. a): parede e fundação de muro de contenção; b) lajes de túneis; c) lajes de tabuleiros de pontes (MUTTONI e RUIZ, 2008).....	42

Figura 2.16 – Comparação entre a Equação proposta, o código suíço SIA 262, Eurocode EC-2, e o ACI 318-05: a) parâmetros geométricos e mecânicos; b) e c) ensaios por KANI; d) e f) ensaios por WALRAVEN; e) ensaios por ANGELAKOS <i>et al.</i> ; g) ensaios por EL-SAYED <i>et al.</i> , (MUTTONI e RUIZ, 2008).....	44
Figura 2.17 – Vigas esbeltas sem estribos (Vigas B0) (adaptado de SAGASETA, 2008) .....	46
Figura 2.18 – Posição relativa da fissura principal de cisalhamento (Vigas B0) (SAGASETA, 2008).....	47
Figura 2.19 – Deslocamentos no centro da viga, relativo aos apoios (SAGASETA, 2008)....	48
Figura 3.1 – Colaboração entre laje e viga; seção T.....	50
Figura 3.2 – Armadura longitudinal das vigas .....	53
Figura 3.3 – Armadura de flexão, composição da mesa e reforço .....	53
Figura 3.4 – Detalhe da viga VREF (mm) .....	54
Figura 3.5 – Detalhe da viga V28H4 (mm).....	54
Figura 3.6 – Detalhe da viga V28H6 (mm).....	55
Figura 3.7 – Detalhe da viga V28H8 (mm).....	55
Figura 3.8 – Detalhe da viga V44H4 (mm).....	55
Figura 3.9 – Detalhe da viga V44H6 (mm).....	55
Figura 3.10 – Detalhe da viga V44H8 (mm).....	56
Figura 3.11 – Detalhe da viga V60H4 (mm).....	56
Figura 3.12 – Detalhe da viga V60H6 (mm).....	56
Figura 3.13 – Detalhe da viga V60H8 (mm).....	56
Figura 3.14 – Corte e dobra das armaduras.....	57
Figura 3.15 – Ganchos de içamento .....	58
Figura 3.16 – Seção monitorada durante os ensaios (mm).....	58
Figura 3.17 – Instrumentação das armaduras .....	59
Figura 3.18 – Etapas de instalação dos extensômetros no concreto.....	60
Figura 3.19 – Instrumentação do concreto (mm) .....	60
Figura 3.20 – Relógio comparador.....	60
Figura 3.21 – Ponto de monitoração dos deslocamentos verticais (mm) .....	61
Figura 3.22 – Detalhe do sistema de ensaio .....	62
Figura 3.23 – Sistema de ensaio no LEC .....	62
Figura 3.24 – Sistema de aquisição de dados.....	63
Figura 3.25 – Sistema de leitura e aplicação de carga.....	63

Figura 3.26 – Ensaio no aço (OLIVEIRA, 2003) .....	65
Figura 3.27 – Moldagem dos corpos-de-prova.....	66
Figura 3.28 – Ensaio no concreto.....	66
Figura 4.1 – Curva tensão-deformação média das barras.....	67
Figura 4.2 – Diagramas carga-deslocamento das vigas ensaiadas .....	70
Figura 4.3 – Deslocamentos entre vigas de $b_f = 280$ mm e referência.....	70
Figura 4.4 – Deslocamentos entre vigas de $b_f = 440$ mm e referência.....	70
Figura 4.5 – Deslocamentos entre vigas de $b_f = 600$ mm e referência.....	71
Figura 4.6 – Deslocamentos entre vigas de $h_f = 40$ mm e referência.....	71
Figura 4.7 – Deslocamentos entre vigas de $h_f = 60$ mm e referência.....	71
Figura 4.8 – Deslocamentos entre vigas de $h_f = 80$ mm e referência.....	72
Figura 4.9 - Deformações na armadura das vigas com $b_f=280$ mm .....	73
Figura 4.10 - Deformações na armadura das vigas com $b_f=440$ mm .....	73
Figura 4.11 - Deformações na armadura das vigas com $b_f=600$ mm .....	74
Figura 4.12 - Deformações na armadura das vigas com $h_f=40$ mm .....	74
Figura 4.13 - Deformações na armadura das vigas com $h_f=60$ mm .....	74
Figura 4.14 – Deformações na armadura das vigas com $h_f=80$ mm .....	75
Figura 4.15 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=40$ mm).....	76
Figura 4.16 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=60$ mm).....	76
Figura 4.17 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=80$ mm).....	76
Figura 4.18 - Deformações no concreto das vigas com $b_f=280$ mm .....	77
Figura 4.19 - Deformações no concreto das vigas com $b_f=440$ mm .....	77
Figura 4.20 - Deformações no concreto das vigas com $b_f=600$ mm .....	77
Figura 4.21 - Deformações no concreto das vigas com $h_f=40$ mm .....	78
Figura 4.22 - Deformações no concreto das vigas com $h_f=60$ mm .....	78
Figura 4.23 – Deformações no concreto das vigas com $h_f=80$ mm.....	78
Figura 4.24 – Padrão de fissuração da viga VREF .....	80
Figura 4.25 – Padrão de fissuração da viga V28H4 .....	80
Figura 4.26 – Padrão de fissuração da viga V28H6 .....	80
Figura 4.27 – Padrão de fissuração da viga V28H8 .....	80
Figura 4.28 – Padrão de fissuração da viga V44H4 .....	80
Figura 4.29 – Padrão de fissuração da viga V44H6 .....	80
Figura 4.30 – Padrão de fissuração da viga V44H8 .....	80

Figura 4.31 – Padrão de fissuração da viga V60H4 .....	80
Figura 4.32 – Padrão de fissuração da viga V60H6 .....	80
Figura 4.33 – Padrão de fissuração da viga V60H8 .....	80
Figura 4.34 – Variação da linha neutra das vigas ensaiadas(mm).....	82
Figura 4.35 – Linha de tendência do grupo $h_f=40$ mm.....	83
Figura 4.36 – Linha de tendência do grupo $h_f=60$ mm.....	83
Figura 4.37 – Linha de tendência do grupo $h_f=80$ mm.....	83
Figura 4.38 – Linha de tendência do grupo $b_f=280$ mm.....	84
Figura 4.39 – Linha de tendência do grupo $b_f=440$ mm.....	84
Figura 4.40 – Linha de tendência do grupo $b_f=600$ mm.....	84
Figura 4.41 – Comparativo entre a carga última e $h_f/h$ .....	85
Figura 4.42 - Comparativo entre a carga última e $b_f/b_w$ .....	85
Figura 5.1 - Relação $P_u/P_{Eq.2.66}$ .....	92
Figura 5.2 - Relação $P_u/P_{NBR}$ .....	92
Figura 5.3 - Relação $P_u/P_{ACI}$ .....	92
Figura 5.4 - Relação $P_u/P_{EC2}$ .....	93
Figura 5.5 – Distribuição de tensões cisalhantes na viga T com LN na alma (adaptado de CLÍMACO, 2005) .....	94
Figura 6.1 – Tela inicial do modelo das vigas no programa.....	97
Figura 6.2 – Modelagem das vigas V28H4,V28H6 e V28H8.....	98
Figura 6.3 – Fissuração da viga VREF (mm).....	98
Figura 6.4 - Fissuração da viga V28H4 (mm).....	98
Figura 6.5 - Fissuração da viga V28H6 (mm).....	98
Figura 6.6 - Fissuração da viga V28H8 (mm).....	99
Figura 6.7 - Fissuração da viga V44H4 (mm).....	99
Figura 6.8 - Fissuração da viga V44H6 (mm).....	99
Figura 6.9 - Fissuração da viga V44H8 (mm).....	99
Figura 6.10 - Fissuração da viga V60H4 (mm).....	99
Figura 6.11 - Fissuração da viga V60H6 (mm).....	100
Figura 6.12 - Fissuração da viga V60H8 (mm).....	100
Figura 6.13 - Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de $h_f=40$ mm.....	101
Figura 6.14 - Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de $h_f=60$ mm.....	101
Figura 6.15 – Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de $h_f=80$ mm.....	101

Figura 6.16 – Deformações teóricas do grupo $h_f=40$ mm .....	102
Figura 6.17 – Deformações teóricas do grupo $h_f=60$ mm .....	103
Figura 6.18 – Deformações teóricas do grupo $h_f=80$ mm .....	103
Figura 6.19 – Diagrama momento-curvatura das vigas do grupo $b_f=280$ mm.....	104
Figura 6.20 – a) Relação $P_u/P_{cis}$ b) Relação $P_u/P_{flex}$ .....	105
Figura 7.1 – a) Sistema estrutural da ponte; b) Vista inferior do tabuleiro .....	107
Figura 7.2 – Detalhe longitudinal da ponte sobre o rio Sororó .....	107
Figura 7.3 – Seção transversal das longarinas na região próxima aos apoios (cotas em cm)	108
Figura 7.4 – Mapa de fissuração verificado no vão entre o encontro e o pilar P1 .....	109
Figura 7.5 – Desenho esquemático do carregamento permanente .....	110
Figura 7.6 – Locomotiva tipo DASH9 (TEIXEIRA, 2009) .....	111
Figura 7.7 – Vagões GDT (TEIXEIRA, 2009) .....	111
Figura 7.8 – Consideração da ação do vento (TEIXEIRA, 2009).....	113
Figura 7.9 – Vista lateral, vista frontal e vista isométrica do modelo .....	115
Figura 7.10 - Gráfico de esforços cortantes característicos devido ao carregamento permanente .....	116
Figura 7.11 – Comparativo de esforços cortantes característicos devido à carga de serviço.	117
Figura 7.12 – Envoltórias de esforços cortantes característicos na longarina .....	117
Figura 7.13 – Seção da ponte (cm).....	119
Figura 7.14 – Envoltórias de esforço cortante com contribuição da seção T .....	120

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 – Resultados das vigas de WALRAVEN (1984).....	39
Tabela 2.2 – Mistura e proporções (kg/m <sup>3</sup> ) (REGAN <i>et al</i> , 2005).....	41
Tabela 2.3 – Resultados dos ensaios (REGAN <i>et al</i> , 2005).....	41
Tabela 2.4 – Resultados experimentais de vigas esbeltas sem estribos (SAGASETA, 2008) .	47
Tabela 2.5 – Previsões da carga última usando EC2 e <i>Response 2000</i> . Nota: valores entre parênteses representam valores de cálculo (EC2: $\gamma=1,5$ , CSA: $\gamma =1,53$ ), $d_g$ – diâmetro do agregado. Parâmetros adotados no Response 2000: Curva base (Popovic/Thorenfeld/Collins), Comp. Softening (Vecchio & Collins 1986), Tension Stiffening (Bentz 1999), espaçamento entre fissuras (auto), $f_{ct}$ and $\epsilon_c$ (auto), (SAGASETA, 2008). .....	49
Tabela 3.1 – Características gerais das vigas .....	52
Tabela 3.2 – Denominação das vigas e grupos de vigas: mesa colaborante .....	52
Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do aço .....	67
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto .....	68
Tabela 4.3 – Cargas e modos de ruptura .....	82
Tabela 5.1 – Interpolação para viga V44H6.....	88
Tabela 5.2 – Interpolação para viga V44H8.....	88
Tabela 5.3 – Interpolação para viga V60H6.....	88
Tabela 5.4 – Interpolação para viga V60H8.....	88
Tabela 5.5 – Resistência ao cisalhamento pela NBR 6118 (2003) modelo II.....	88
Tabela 5.6 – Estimativas.....	91
Tabela 5.7 – Comparações entre estimativas e resultados experimentais .....	91
Tabela 5.8 – Tensão cisalhante teórica máxima a partir da carga última .....	95
Tabela 6.1 – Resultados do <i>Response 2000</i> e ensaios de laboratório.....	105
Tabela 7.1 – Carga permanente .....	110
Tabela 7.2 – Frota em operação (Fonte: Vale).....	111
Tabela 7.3 - Cargas em locomotivas e vagões.....	112
Tabela 7.4– Força longitudinal de frenagem nos encontros.....	113
Tabela 7.5 – Força de choque lateral.....	114
Tabela 7.6 – Relação entre geometria das mesas .....	119

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

São apresentados alguns dos símbolos utilizados nesta dissertação, aqueles que não estão aqui apresentados têm seu significado explicado assim que mencionado no texto.

$A_c$  - Área da seção de concreto.

$A_s$  - Área da seção de aço da armadura de flexão.

$A_{sw}$  - Área da seção de aço da armadura de cisalhamento.

$\alpha$  - Ângulo de inclinação dos estribos.

$\theta$  - Ângulo de inclinação das bielas de concreto.

$b_w, b_f$  - Dimensões da Largura da nervura e da mesa.

$d$  - Altura útil.

$E_c$  - Módulo de elasticidade do concreto.

$E_s$  - Módulo de elasticidade das armaduras de flexão.

$\epsilon_{ys}$  - Deformação de escoamento do aço das armaduras de flexão.

$f'_c$  - Resistência à compressão do concreto.

$f_t$  - Resistência à tração do concreto.

$f_u$  - Tensão de ruptura das armaduras de flexão.

$f_{yd}$  - Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão.

$\emptyset$  - Diâmetro nominal da barra.

$G_c$  - Módulo de elasticidade do concreto no cisalhamento.

$h$  - Altura total.

$h_f$  - Altura total da mesa de concreto (flange).

$I_x, I_y$  - Momentos de Inércia em relação aos eixos x e y.

$P_{flex}$  - Resistência à flexão.

$P_u$  - Carga última.

$\rho_l$  - Taxa de armadura de flexão.

$\rho_w$  - Taxa de armadura de cisalhamento.

$s$  - Espaçamento das barras da armadura.

$\sigma_{sk}, \tau_{sk}$  - Tensões normal e de cisalhamento solicitante característica.

$\nu$  - Coeficiente de Poisson.

$V$  - Esforço cortante.

## ***RESUMO***

O comportamento estrutural de uma viga T permite avaliar diferentes contribuições de resistência ao cisalhamento entre partes distintas de uma mesma seção transversal, permitindo estabelecer diretrizes para a disposição de armadura nessas regiões. Para quantificar as participações de mesas colaborantes e almas desse tipo de seção na resistência característica ao cisalhamento, foram investigadas experimentalmente 10 vigas de concreto armado constituídas de seções T, visando avaliar as recomendações da norma NBR, ACI e EC2 no que se refere ao desempenho de vigas T ao cisalhamento. Uma das vigas foi confeccionada para testemunho e as demais foram idealizadas com variação nas dimensões da mesa, para aumentar assim a área de concreto colaborante da seção. A armadura de flexão foi mantida constante em todos os casos e a armadura de cisalhamento foi suprimida, para que todas as vigas tivessem rupturas por cisalhamento antecipadas em relação à ruína por flexão. O concreto utilizado teve resistência à compressão de 47 MPa. Percebe-se claramente a influência da mesa colaborante na resistência última ao cisalhamento dos elementos estruturais ensaiados. O aumento da carga última foi significativo nas vigas com abas, passando do dobro da carga da viga de referência, e mais ainda, nas vigas com altura ( $h_f$ ) de 80 mm, nas quais a contribuição da mesa foi capaz de modificar o modo de ruptura das peças cujas armaduras de flexão entraram em processo de escoamento e o incremento de rigidez dado aos elementos em virtude do aumento da área de concreto (abas) da seção transversal foi em torno de 25%. A partir destes e outros resultados foi possível amplificar a resistência ao cisalhamento das longarinas da ponte sobre o rio Sororó da ferrovia Carajás em 1,93 vezes a resistência teórica para viga retangular no caso.

Palavras-chave: Viga T, Concreto Armado, Cisalhamento, Ponte.

## ***ABSTRACT***

The structural behavior of a T beam gives assessment of different contributions on shear strength between different parts of the same cross section, allowing to establish guidelines for the provision of shear and flexure reinforcement. To quantify the contribution of the flange and web of such section in the shear strength were experimentally investigated 10 reinforced concrete beams consisting of T section aiming to evaluate the recommendations of NBR, ACI and EC2 standards about T beams subjected to shear. One of the beams was the control beam to be compared with, the others were idealized with a variation on the size of the cross section of the flange, to increase the cross section concrete area. All of the beams had no stirrups and the longitudinal reinforcement was the same in all cases. The concrete compressive strength was 47 MPa. It is clearly observed that the cross section made great influence on the shear ultimate strength of the structural elements tested in the laboratory, despite the sudden collapse, it is understood that the development of critical shear cracks depends on how the longitudinal tension is distributed in accordance with shear. The rise of the ultimate strength in the beams with flanges was observed to a level near the double of the ultimate shear force presented by the beam, and more clearly in beams with  $h_f=80$  mm, in which the concrete contributions were able to modify the collapse of those specimens, due to the yield of the tensile reinforcement, and the gain of stiffness that was about 25% higher when compared to the rectangular beam in terms of displacements. Through the acquired results it was possible to estimate the ultimate shear strength gain of the beams of the bridge over the Sororó river of the Carajás railway, giving a gain of a rectangular beam strength multiplied by 1,93 in that case.

Keywords: T beam, Reinforced concrete, Shear, Bridge.

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Novos materiais e métodos de cálculo têm sido desenvolvidos, e com isso desafios cada vez maiores são vencidos. O concreto, devido a suas características de fácil moldagem, facilidade de execução e relativo baixo custo, tem evoluído cada vez mais no sentido de elaborarem-se projetos mais arrojados.

Neste âmbito, a elaboração de projeto consiste em definir as partes da construção que farão parte da estrutura, ou seja, escolher os elementos que resistirão às ações gravitacionais. Em uma construção de concreto armado, costuma-se considerar, quanto à superestrutura as vigas e pilares que compõem os pórticos. Nessas condições as lajes têm a função de transmitir as forças verticais para as vigas e distribuir as ações horizontais entre os pórticos. Sendo estas composições de elementos lineares situados num mesmo plano, que possibilitam a determinação de momentos de flexão e de torção e esforços cortantes e normais de todos os elementos. Dependendo do tipo de análise estrutural (linear ou não-linear) a ser feita em tais elementos pode-se obter de acordo com PRADO e GIONGO (1997), uma diferença de 20% a 70% de rigidez à flexão da seção de concreto devido à fissuração.

A geometria vem a ser consequência do padrão arquitetônico e das características do formato do projeto, tais como: altura, perímetro, pé-direito, índice de compacidade (perímetro dividido pela área do pavimento), repetição das plantas dos pavimentos, entre outros. As características influenciam no tamanho dos pilares, nas dimensões dos vãos e, conseqüentemente, nas seções das vigas e lajes.

Nas estruturas de concreto, as vigas de seção T são de uso corrente, pois de modo geral, as nervuras das vigas estão ligadas às lajes, que fornecem a necessária mesa de compressão, de acordo com a Figura 1.1 e a Figura 1.2 e com isso podem ser calculadas como vigas de seção T segundo opção do projetista. De acordo com os princípios de notação, as dimensões da mesa são indicadas por  $b_f$  e  $h_f$  (flange), e a largura da alma por  $b_w$  (web), como mostra a Figura 1.3. A Figura 1.4 mostra seção transversal com arranjo em formato “pi” de uma ponte onde o cálculo pode recair na consideração de uma seção T.

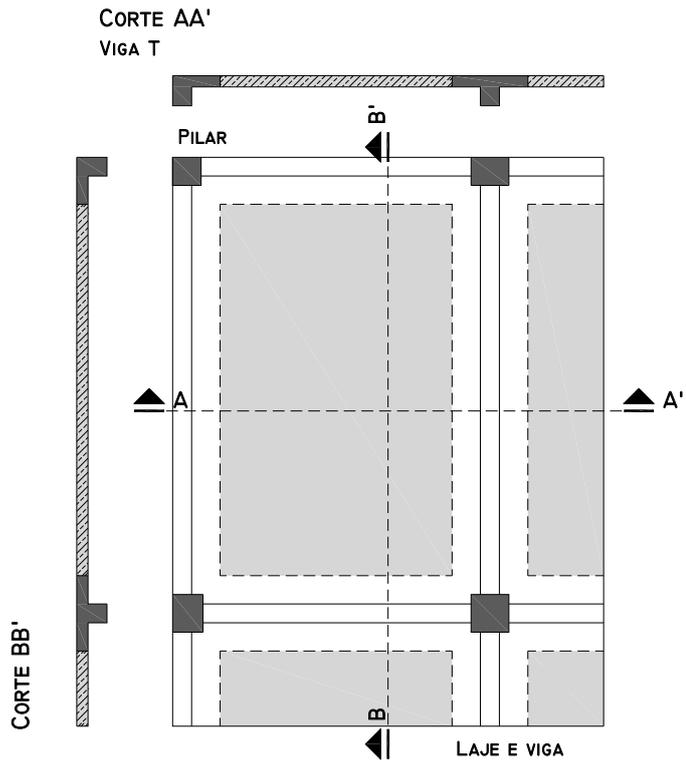


Figura 1.1 – Viga T em planta

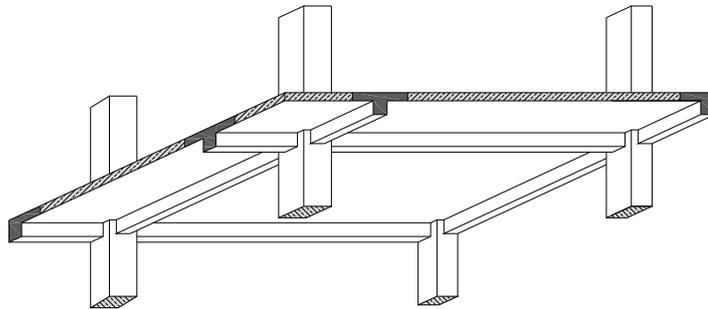


Figura 1.2 – Viga T em isometria

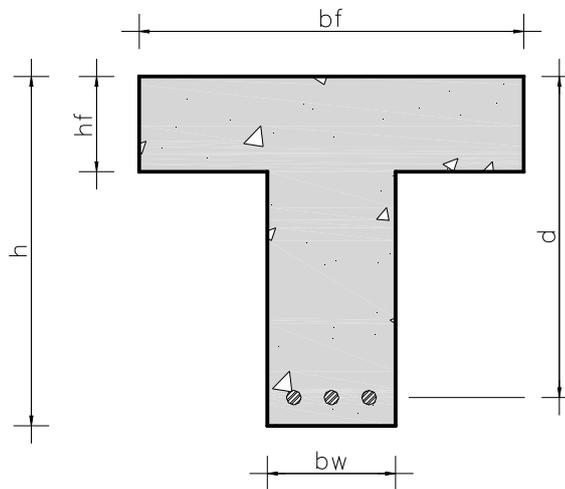


Figura 1.3 - Notação usual da viga T

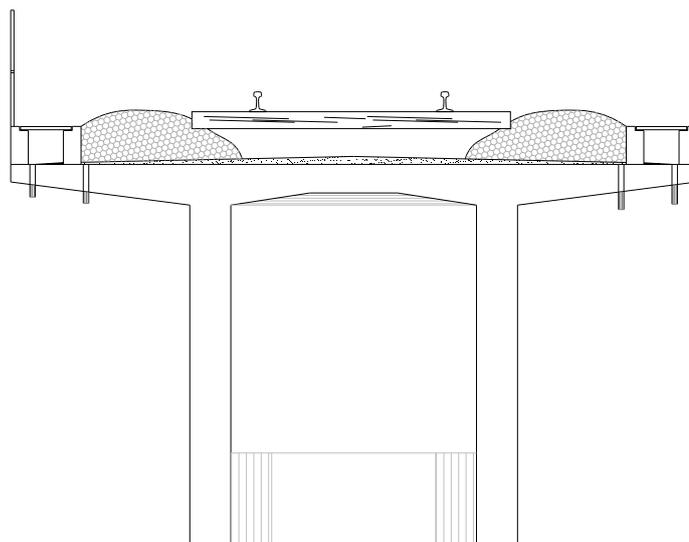


Figura 1.4 – Seção transversal “pi” em pontes e viadutos

Tendo como foco a rigidez a flexão, nota-se em relação a viga retangular simples, que a viga T é mais leve, mais econômica e adequada para vãos médios e grandes, pois para um mesmo vão e cargas a seção transversal apresentará menor área de concreto (LEONHARDT, 1977). Segundo a NBR 6118 (2003), quando a estrutura for modelada sem a consideração automática da ação conjunta de lajes e vigas, esse efeito pode ser considerado mediante a adoção de uma largura colaborante da laje associada à viga, compondo uma seção transversal T. A consideração da seção T pode ser feita para estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, de uma forma mais prática. A largura colaborante ( $b_f$ ) deve ser dada pela largura da viga ( $b_w$ ) acrescida de no máximo 10% da distância “a” entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante. Sendo a distância “a” estimada de acordo com o que segue em função do comprimento “l” do tramo considerado:

- Viga simplesmente apoiada:  $a = 1,00 \cdot l$ ;
- Tramo com momento em uma só extremidade:  $a = 0,75 \cdot l$ ;
- Tramo com momentos nas duas extremidades:  $a = 0,60 \cdot l$ ;
- Tramo em balanço:  $a = 2,00 \cdot l$ .

Alternativamente, o cômputo da distância “a” pode ser feito ou verificado mediante exame dos diagramas de momentos fletores na estrutura. No caso de vigas contínuas, permite-se calculá-las com uma largura colaborante única para todas as seções, inclusive nos apoios sob momentos negativos, desde que essa largura seja calculada a partir do trecho de momentos

positivos onde a largura resulte mínima. Respeitando os limites  $b_1$  e  $b_3$  conforme indicado na Figura 1.5.

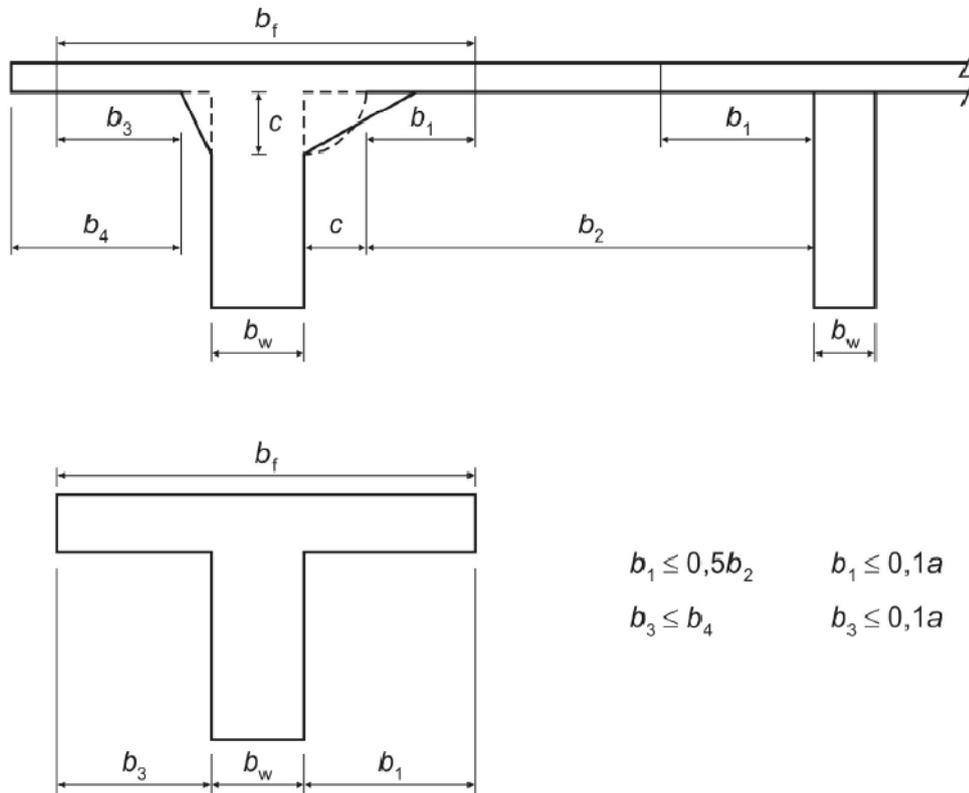


Figura 1.5 – Largura de mesa colaborante (NBR 6118, 2003)

Entretanto, segundo a NBR 6118 (2003), a determinação da resistência ao cisalhamento destas vigas não é muito clara, não fazendo qualquer referência à colaboração das mesas.

De acordo com FUSCO (1981), nas vigas em que a mesa de compressão tem largura real sensivelmente maior que a largura  $b_w$  da alma, as tensões de compressão não têm distribuição uniforme, Figura 1.6. Por esse motivo, em lugar da largura real, admite-se que a mesa tenha certa largura  $b_f$ , usualmente menor que a largura verdadeira total. Pretende-se que dessa forma fiquem corrigidos os efeitos da variação das tensões na mesa de compressão.

Uma viga é geralmente submetida a um carregamento perpendicular ao seu eixo longitudinal e este carregamento causa não apenas um momento fletor interno, mas também uma força cisalhante interna. Esta força  $V$  é necessária para o equilíbrio de forças na direção transversal e é a resultante da distribuição das tensões cisalhantes transversais que atuam sobre a seção da viga.

É preciso destacar que uma viga de concreto armado composta por uma nervura e por abas salientes apenas será considerada como de seção T, na análise de flexão, quando a mesa estiver comprimida. Caso contrário, quando as abas estiverem tracionadas, a viga será considerada como de seção retangular devido a possível mudança no comprimento do braço de alavanca ( $z$ ) provocada pela variação da forma da zona comprimida de concreto, que tende a ser maior em vigas T.

Porém, embora algumas teorias utilizadas não adotem a contribuição das abas na resistência ao cisalhamento de tais elementos, estas exercem contribuição significativa no mecanismo resistente ao esforço cortante. Com isto a Figura 1.7 mostra o caso usual de longarinas de pontes compostas de vigas contínuas, da ponte sobre o rio Sororó da estrada de ferro Carajás, cuja seção transversal também será alvo de estudo nesta pesquisa, visto que as longarinas estão sujeitas ora a momentos positivos ora a momentos negativos sempre acompanhados de esforço cortante.

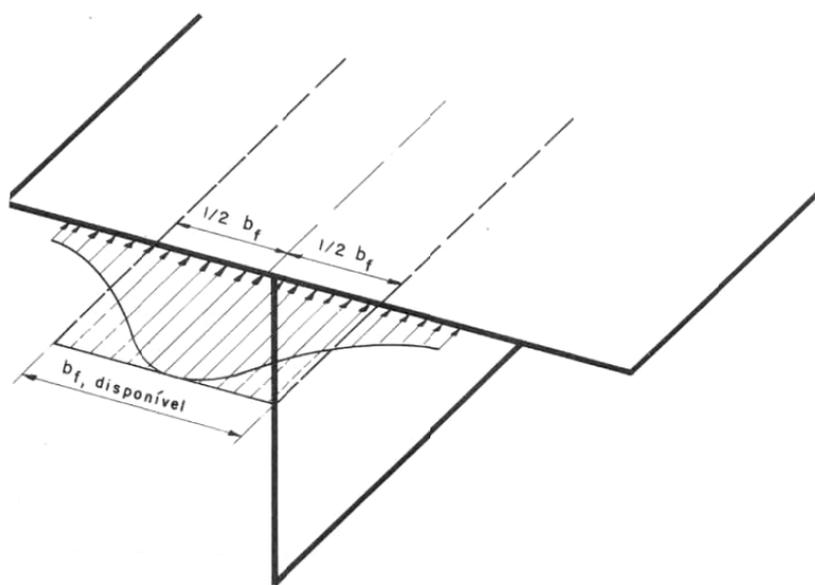


Figura 1.6 - Distribuição de tensões normais na mesa (FUSCO, 1981)

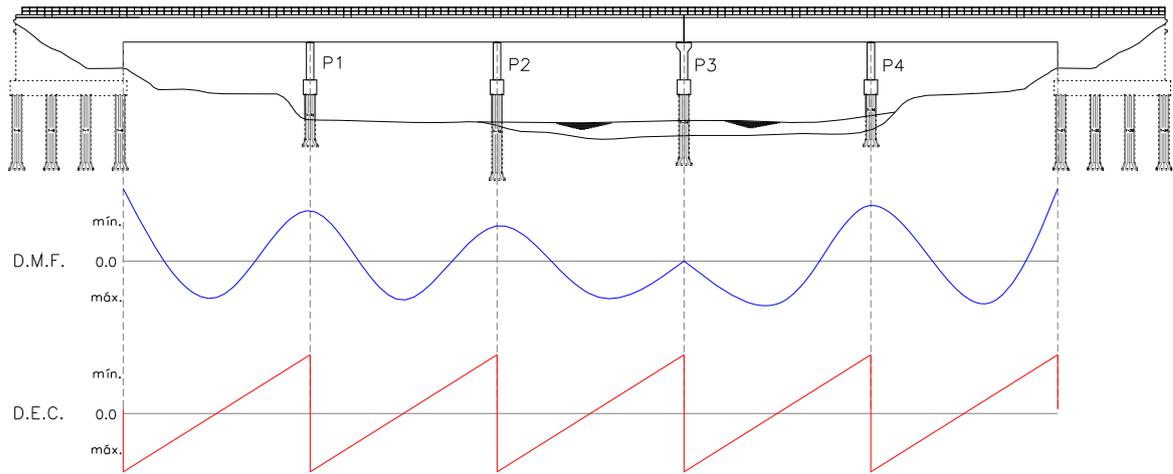


Figura 1.7 – Diagrama de esforços de flexão e cisalhamento em uma ponte de concreto armado

## 1.2 OBJETIVOS

As atividades realizadas para desenvolvimento desta dissertação estão em geral relacionadas à busca da resposta teórica e experimental de vigas de seção T de concreto armado submetidas a flexão e ao cisalhamento, pressupondo que as prescrições normativas vigentes não estabelecem de maneira clara a contribuição das abas na resistência ao cisalhamento de tais elementos.

Contribuir para o avanço do conhecimento acerca do comportamento de vigas T de concreto armado, visando economia e medidas de segurança estrutural. Buscou-se avaliar os mecanismos resistentes participantes nas vigas T de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, a partir de estudo numérico e experimental em elementos de diferentes dimensões de mesas e abas, observando-se a influência da variação deste parâmetro sobre o comportamento antes e no momento da ruptura.

Pretende-se contribuir com os estudos para a previsão de onde deverão ocorrer os possíveis mecanismos de ruptura, qual o incremento de carga adicionado pelas abas, quais as mudanças nos modos de ruptura dos elementos estruturais.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, foram propostos os seguintes objetivos específicos:

- Obtenção de referências bibliográficas com informações sobre outras pesquisas realizadas com vigas T de concreto armado com ou sem estribos verticais analisadas ao cisalhamento e flexão simples, encontradas na literatura avaliando parâmetros geralmente essenciais para elaboração de modelos teóricos e verificações de vigas com respectivas recomendações normativas;
- Avaliação do desempenho experimental de vigas com diferentes dimensões de mesas e abas, do ponto de vista dos deslocamentos, deformações e cargas últimas, viabilizados através do uso de deflectômetros; extensômetros e células de carga;

- Fornecimento de dados analíticos e experimentais a partir da realização dos ensaios;
- Comparação dos resultados experimentais com a previsão de diferentes códigos normativos;
- Realizar uma análise através do modelo numérico calibrado elaborado no software *Response 2000*, programa não-linear que utiliza o MCFT, que simulem as solicitações em estado limites últimos com a utilização de análises estáticas não-lineares de acordo com norma internacional;
- Comparar as estimativas de resistência ao esforço cortante de vigas T e retangulares, dada a contribuição da mesa, com as das vigas longarinas de uma ponte ferroviária em concreto armado da estrada de ferro Carajás.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A NBR 6118 (2003) estabelece critérios para dimensionamento e análise de vigas de concreto armado considerando os tipos de solicitação, as propriedades dos materiais e a geometria da seção transversal. No quesito flexão, é possível considerar-se as mais diversas formas de seção, mais precisamente na seção do tipo T considera-se a contribuição da mesa na resistência às tensões normais provocadas.

Para a composição da seção T, é necessária a adoção de uma largura colaborante à qual irá compor a geometria em T onde deve-se tomar os devidos cuidados para tornar o cálculo preciso.

A determinação da largura  $b_f$  apresenta dificuldades de ordem prática. Assim, em princípio, o valor  $b_f$  será diferente conforme se considere a estrutura em regime elástico ou em um estado último. De forma análoga,  $b_f$  terá valores diferentes conforme se considere o problema de resistência ou o problema de rigidez da peça. Além disso, a largura  $b_f$  varia com as condições de apoio da viga e com o tipo de carregamento.

Em virtude das múltiplas dificuldades existentes na determinação de  $b_f$  a norma brasileira adota soluções simplificadas a favor da segurança e que serão analisadas nesta pesquisa comparativamente com os resultados experimentais obtidos em laboratório.

E ainda, as prescrições normativas brasileiras não estabelecem de maneira clara a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado que não sejam as retangulares e que apresentem ou não armadura transversal, segundo a NBR 6118 (2003) a resistência ao cisalhamento de elementos lineares sujeitos a carregamentos perpendiculares ao eixo longitudinal da peça depende de duas parcelas, sendo uma delas a inclinação da biela (diagonal comprimida), que depende da resistência e área do concreto e a outra a do tirante (diagonal tracionada) que depende parte da resistência dos estribos e parte da resistência à tração do concreto. Ou seja, em ambas é fundamental a variação de área e forma da seção transversal da viga, que não são consideradas no dimensionamento no caso de seções diferentes da tradicional retangular e que provocam variações significativas na distribuição de tensões cisalhantes em vigas de seção T.

## 1.4 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em oito capítulos, incluindo este introdutório.

No CAPÍTULO 2, da revisão bibliográfica, são apresentados os princípios básicos sobre o estudo de vigas T à flexão e ao cisalhamento, bem como metodologias para investigação do comportamento de estruturas construídas, com ênfase em vigas de concreto armado. São apresentadas hipóteses para verificação e dimensionamento de elementos capazes de assegurar o comportamento em serviço e estado limite último. E ainda as prescrições normativas do ACI 318 (2008), EC 2 e NBR 6118 (2003) para o caso de vigas de concreto armado com e sem armadura transversal.

No CAPÍTULO 3 é apresentado o programa experimental de caracterização das vigas e variáveis à serem estudadas, das propriedades mecânicas do concreto e instrumentação para monitorações das deformações, deslocamentos e cargas últimas das vigas à serem moldadas e ensaiadas em laboratório.

No CAPÍTULO 4 são apresentados os resultados experimentais relativas ao comportamento das vigas e referentes à caracterização mecânica do concreto, às análises das seções transversais e à comparações de desempenho de acordo com a variação de seção das vigas.

No CAPÍTULO 5 são analisados os resultados teóricos para as vigas estudadas de acordo com as normas NBR 6118 (2003), ACI 318 (2008), EC2. Bem como uma expressão numérica baseada na Teoria da abertura da fissura crítica de cisalhamento. Complementadas pelas comparações das tensões tangenciais das vigas.

O CAPÍTULO 6 analisa as respostas numéricas obtidas através do programa *Response 2000* comparativamente aos resultados experimentais e calculados por meio das normas vigentes.

O CAPÍTULO 7 apresenta, com caráter genérico, aspectos sobre cisalhamento constituintes de uma análise estrutural realizada em uma ponte em concreto armado com longarinas em seção de tipo T, abordando os níveis e tipos de solicitação atuantes, bem como panorama geral sobre o comportamento das vigas T desta ponte de concreto armado e ganho de resistência ao cisalhamento dada a contribuição das abas.

No CAPÍTULO 8 são feitas as conclusões observadas a partir dos resultados da pesquisa, bem como recomendações para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Quando uma viga de concreto armado de um único vão é submetida a um carregamento progressivo, surgem momentos fletores e por consequência tensões normais de flexão variáveis com relação à altura da peça. Se há uma variação de momento fletor ao longo do eixo de uma estrutura, haverá a existência de forças cortantes, que por sua vez originam tensões de cisalhamento variáveis ao longo da altura da seção, dependendo da seção transversal da peça. Estas tensões normais de flexão e tensões de cisalhamento compõem-se de tal forma a dar origem a um estado biaxial de tensões com tensões principais de tração e de compressão inclinadas, (ver Figura 2.1), que podem ser analisadas segundo a resistência dos materiais.

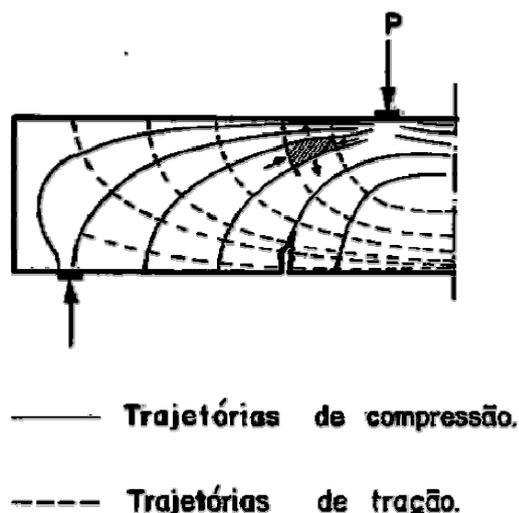


Figura 2.1 – Trajetória de tensões provocadas pela flexão simples (CLÍMACO, 1975)

O comportamento das estruturas de concreto armado pode ser dividido em três fases distintas. A primeira fase é quando as tensões de tração provenientes de um carregamento qualquer são inferiores à resistência à tração do concreto. Neste caso a estrutura não apresenta fissuras e diz-se que o concreto encontra-se no Estádio I. A segunda se dá quando as tensões de tração no concreto ultrapassam sua capacidade resistente e as primeiras fissuras aparecem, neste caso diz-se que a estrutura encontra-se no Estádio II. A terceira possibilidade é o Estádio III, quando um dos componentes da estrutura, aço ou concreto, ultrapassa o limite elástico de deformações, caracterizando desta forma o início da plastificação da estrutura.

Segundo RÜSCH (1981), em seções retangulares, as fissuras de cisalhamento podem ser originadas à partir de fissuras de flexão. Nestes casos, estas fissuras de flexão, assim que surgem, desencadeiam uma considerável redistribuição de tensões internas com conseqüências difíceis de calcular e que influenciam a inclinação das fissuras de cisalhamento como mostrado na Figura 2.2.

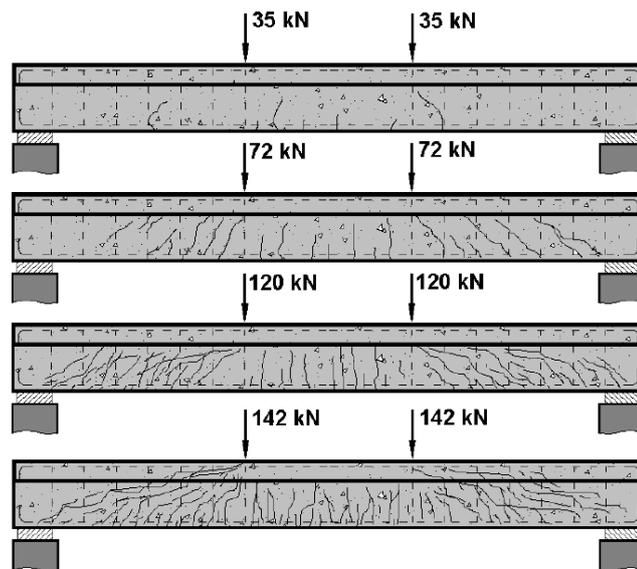


Figura 2.2 – Evolução da fissuração (PINHEIRO, 2003)

## 2.2 VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ESTRIBOS

Os estudos experimentais mostram que a capacidade de resistência ao cisalhamento de uma viga de concreto armado pode ser dividida em duas parcelas, uma resistida pelo concreto e seus mecanismos auxiliares que será abordada neste item e outra resistida pela armadura transversal, a ser apresentada no item seguinte. Ou seja, uma viga, mesmo sem armadura transversal apresenta capacidade de resistir a uma determinada força cortante.

A Figura 2.3 mostra as várias componentes dos mecanismos de resistência ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal, exceto a componente relativa ao efeito de arco.

De acordo com o ACI-ASCE Committee 426 (1973), para estruturas de concreto armado submetidas a forças cortantes, a parcela de resistência devida ao concreto é a soma de diversos esquemas capazes de transmitir esforços entre as seções como:

- *Efeito de arco (arching action)* - este mecanismo ocorre de forma mais expressiva em vigas com vãos reduzidos e será apresentado e discutido mais amplamente no item 2.2.1;
- *Concreto não fissurado (cantilever action)* - este mecanismo ocorre em trechos não fissurados da viga (entre duas fissuras consecutivas) ou em partes não fissuradas de elementos fissurados (zona de compressão de uma seção fissurada);
- *Engrenamento dos agregados (aggregate interlock)* - este mecanismo ocorre entre as duas superfícies originadas por uma fissura. A contribuição do engrenamento dos agregados para a resistência ao cisalhamento depende da abertura da fissura e da rugosidade das superfícies;
- *Efeito de encavilhamento da armadura (dowel action-effect)* - A armadura longitudinal resiste a uma parcela do deslocamento causado pela força cortante devido ao efeito de pino na barra. A força de pino na barra da armadura longitudinal depende da rigidez da barra na interseção com a fissura.

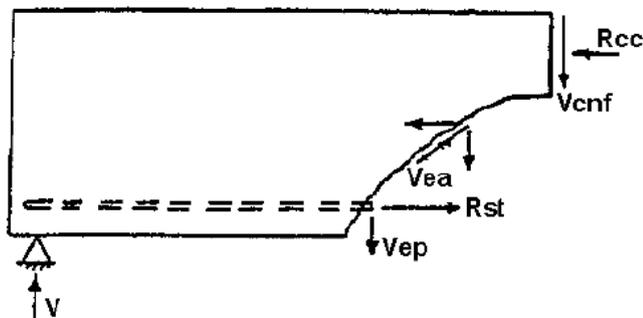


Figura 2.3 – Forças atuantes em uma fissura inclinada (ACI-ASCE Committee 426, 1973)

Onde:

$R_{cc}$  : Resultante de compressão do concreto (banzo comprimido);

$R_{st}$  : Resultante de tração na armadura longitudinal (banzo tracionado);

$V$  : Reação de apoio;

$V_{cnf}$  : Contribuição para a resistência ao cisalhamento devido o concreto não fissurado;

$V_{ea}$  :Contribuição para a resistência ao cisalhamento devido ao engrenamento dos agregados;

$V_{ep}$  :Contribuição para a resistência ao cisalhamento devido ao efeito de pino.

SWAMY *et al*, apud PENDYALA e MENDIS (2000), tentaram experimentalmente determinar a contribuição de cada um dos componentes da resistência ao cisalhamento do concreto. Este trabalho mostrou que onde a resistência dos agregados é relativamente maior que a do concreto, as fissuras contornam os agregados criando uma superfície dentada (irregular) que destaca a componente de resistência ao cisalhamento do concreto devido ao engrenamento dos agregados. Ou seja, a parcela que compõe  $V_c$  referente ao engrenamento dos agregados varia muito em função das características dos materiais, o que torna difícil uma análise teórica do assunto.

### 2.2.1 Efeito de arco

Este efeito confere à viga um acréscimo em sua capacidade resistente e está presente principalmente nas vigas com vãos reduzidos (vigas curtas).

Para o caso de vigas submetidas a carregamentos concentrados, a intensidade deste efeito de arco está relacionada com a relação  $a/d$  da viga, onde  $a$  é a distância do ponto de aplicação do carregamento ao apoio mais próximo e  $d$  é a distância da fibra mais comprimida da seção da viga ao centro de gravidade da armadura longitudinal de tração como pode ser verificado na Figura 2.5 (a).

Segundo ACI-ASCE Committee 426 (1973), vigas com a relação  $a/d$  menor do que 1, desenvolvem fissuras que vão desde o ponto de aplicação do carregamento até o apoio. Estas fissuras impedem o fluxo de cisalhamento da armadura longitudinal para a zona comprimida fazendo com que o elemento comece a comportar-se como um arco e não mais como uma viga.

Vigas que apresentam relação  $a/d$  entre 1 e 2,5, desenvolvem fissuras inclinadas e, depois de uma redistribuição interna de forças, são capazes de ainda suportar acréscimos de carregamento. Este comportamento deve-se em parte ao efeito de arco. A ruptura final destas vigas ocorrerá por perda de aderência da armadura longitudinal, divisão da peça ou ruptura de

pino ao longo da armadura longitudinal de tração, ou ainda, por esmagamento do concreto do banzo comprimido da viga.

Para vigas com  $a/d$  entre 2,5 e 6,5 a fissura inclinada causa um desequilíbrio na região em que surgiu e a ruptura ocorre nesta região. E para vigas com  $a/d$  acima de 6 predomina a ruptura por flexão. Como pode ser visto na Figura 2.4 em que se percebe com mais evidência tal efeito.

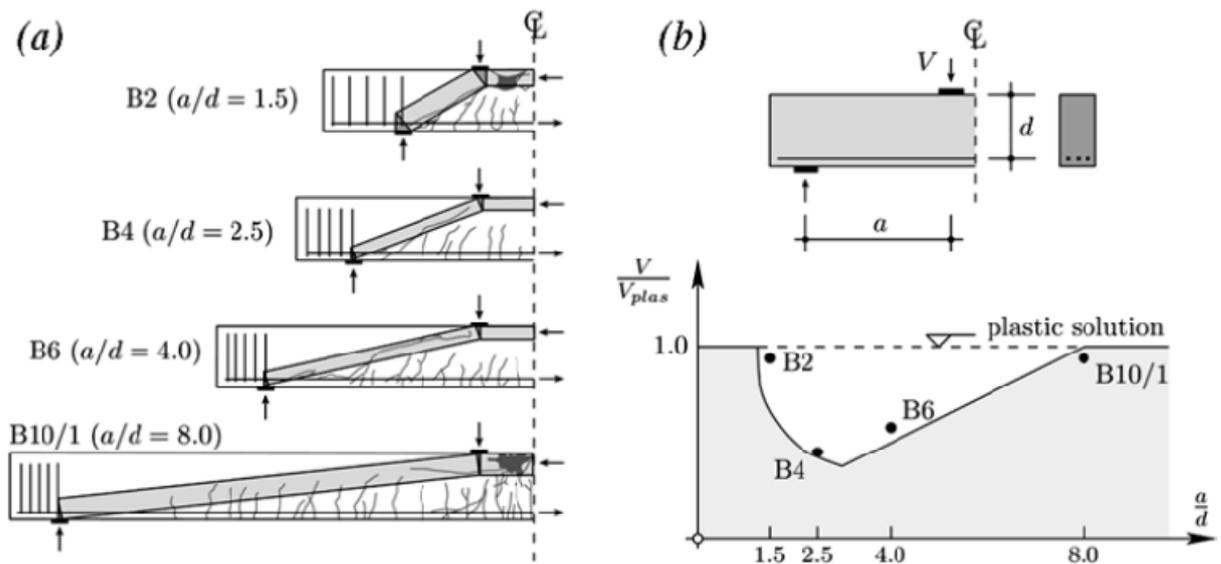


Figura 2.4 – Influência da relação  $a/d$  na resistência ao cisalhamento: a) Testes B2, B4, B6 e B10/1 por Leonhardt e Walther, padrão de fissuração e posição da biela hipotética; b) Vale de Kani, comparando a resistência real com a carga última de acordo com a teoria da plasticidade, (MUTTONI e RUIZ, 2008).

O comportamento de uma viga bi-apoiada submetida a duas cargas concentradas em relação a variação do fator  $a/d$  descrito pelo ACI-ASCE Committee 426 (1973), está apresentado na Figura 2.5. Ou seja, o efeito de arco em vigas com  $a/d$  superior a 2,5 torna-se desprezível.

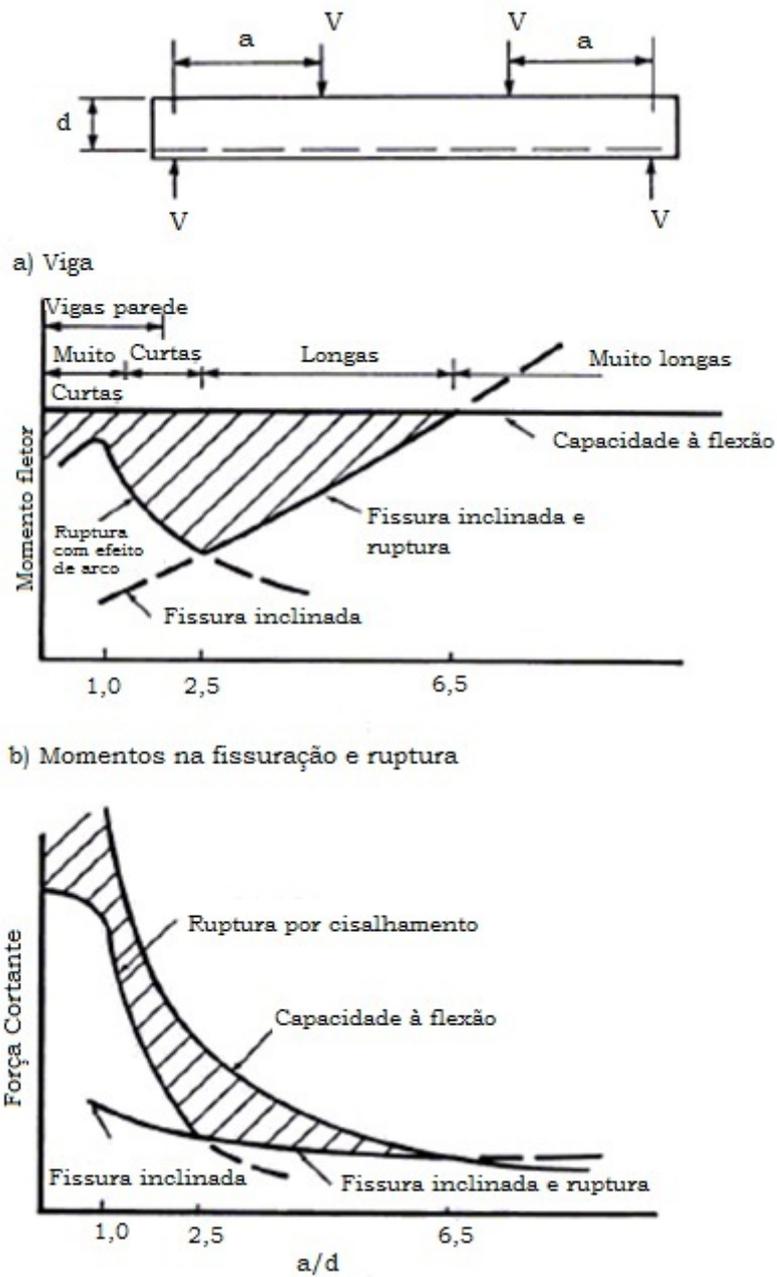


Figura 2.5 – Efeito da relação  $a/d$  na capacidade resistente de vigas sem estribos (MACGREGOR, 1988)

Outras referências também propõem valores, como LEONHARDT E MÖNNIG (1977), por exemplo, que propõem que o efeito de arco seja desprezível quando a relação  $a/h$  for superior a 3,0 onde  $h$  é a altura da viga.

### 2.3 ESTADO BIAIXIAL DE TENSÕES

No concreto armado sujeito à compressão e tração biaxial, a resistência do concreto na direção da tensão de compressão,  $\sigma_{c2}$ , é reduzida após a fissuração. Essa redução de resistência ocorre principalmente devido a tensão de tração,  $\sigma_{c1}$ , desenvolvida entre fissuras no concreto, somadas às forças de tração transferidas pela ancoragem das barras de aço. Acima de tudo, as faixas de concreto entre as fissuras são finas, e conseqüentemente menos resistentes à compressão.

Estudos experimentais evidenciam que a redução da resistência à compressão cresce de acordo com o decréscimo do espaçamento entre fissuras. Portanto, qualquer efeito que diminua o espaçamento entre fissuras, como a redução do diâmetro das barras de aço, aumenta a redução de resistência. Por esta razão, e ainda pela alta força de tração transferida para o concreto entre as fissuras, barras tracionadas imersas no concreto tendem a reduzir a resistência do concreto na direção das tensões de compressão.

De acordo com o CEB-FIP (1990), se as fissuras do concreto se distribuírem à um ângulo  $\theta$  com a direção de  $\sigma_{c2}$  (ver Figura 2.6), as componentes de tensão normal e de cisalhamento no plano da fissura são:

$$\sigma_{cn} \cong |\sigma_{c2}| \cdot \text{sen}^2 \theta \quad \text{Equação 2.1}$$

$$\tau_c \cong \frac{1}{2} |\sigma_{c2}| \cdot \text{sen} 2\theta \quad \text{Equação 2.2}$$

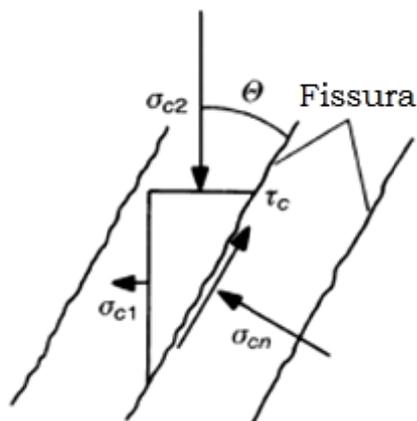


Figura 2.6 – Tensões atuantes na fissura (CEB-FIP, 1990)

A magnitude da tensão de cisalhamento  $\tau_c$  que pode evoluir na fissura é limitada pela soma da:

- Resistência ao cisalhamento da interface concreto com concreto (efeito de engrenamento) e
- Do máximo esforço de cisalhamento que pode ser transferido pelo efeito de encavilhamento da armadura que atravessam a fissura (efeito de pino).

No caso das fissuras não paralelas a direção das tensões de compressão, os esforços deverão ser transferidos através das fissuras pela combinação dos efeitos mencionados anteriormente. Isso resulta em uma redução da resistência à compressão do concreto, a qual é maior quando as fissuras progredirem a  $45^\circ$  da direção das tensões de compressão, e menor quando paralelas às mesmas.

Então, um limite pode ser imposto ao valor de  $\sigma_{c2}$ . Este valor limite tomado como uma redução resistência à compressão do concreto fissurado a um ângulo  $\theta$ , é máximo quando as fissuras são paralelas as tensões de compressão ( $\theta = 0$ ), e mínimo quando as fissuras estiverem a  $\theta = 45^\circ$ .

Esta redução na resistência à compressão do concreto devido a ação simultânea de tensões transversais depende da magnitude da tensão de tração na direção transversal, da inclinação das fissuras, da rugosidade da superfície entre as fissuras, do diâmetro das barras e etc.

A diagonal comprimida de concreto está, no entanto, sujeita a um estado biaxial de tensões, pois há o cruzamento da diagonal comprimida com o banzo tracionado da peça. O ACI-ASCE Committee 426 (1973), sugere o comportamento para o concreto submetido a um estado biaxial de tensões como ilustrado na Figura 2.7. De acordo com este comportamento, um elemento de concreto submetido a um estado biaxial de tensões composto por tensões principais de tração e compressão tem sua capacidade de resistência à compressão reduzida a medida em que as tensões de tração aumentam. No caso de um elemento sujeito a duas tensões principais de compressão a capacidade de resistência à compressão seria ampliada.

Para que se possa garantir a segurança de um elemento do tipo viga quanto ao estado limite último por cisalhamento, não basta a determinação da quantidade de armadura transversal necessária, sendo também necessária uma verificação quanto a capacidade de resistir aos esforços de compressão da diagonal da treliça.

A Equação 2.27 indica qual é a tensão de compressão média da diagonal comprimida para o caso da analogia de treliça generalizada (a analogia clássica é um caso particular desta). Para que a diagonal comprimida tenha segurança suficiente quanto ao esmagamento do concreto é preciso que a resistência do concreto supere a tensão solicitante da diagonal.

Partindo da Equação 2.27 e considerando que a tensão de compressão máxima admissível para a diagonal comprimida ( $\sigma_{cw}$ ) seja igual a resistência de cálculo à compressão do concreto ( $f_{cd}$ ) multiplicada por um coeficiente de redução “ $\beta$ ” devido ao estado biaxial de tensões a que está submetida a diagonal de compressão, pode-se dizer que a força cortante máxima que poderá atuar em uma viga sem que haja o risco de esmagamento da diagonal comprimida é dada por:

$$V = \beta \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \text{sen}^2 \theta \quad \text{Equação 2.3}$$

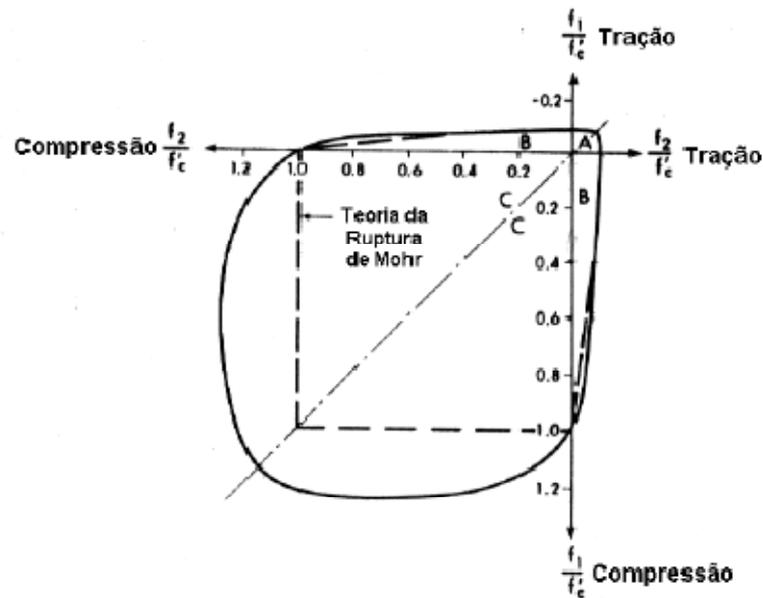


Figura 2.7 – Estado biaxial de tensões do concreto (ACI-ASCE Committee 426, 1973)

## 2.4 VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ESTRIBOS

### 2.4.1 Analogia da treliça

Uma solução que descreve relativamente bem o comportamento de uma viga de concreto armado, principalmente nas últimas etapas do Estádio II, e que satisfaz as condições de equilíbrio é o modelo de treliça (Figura 2.8) inicialmente proposto por Ritter em 1899 e ampliado por Emil Morsch já no início do século passado. No modelo proposto por Morsch as barras da armadura de cisalhamento constituem as diagonais de tração e os prismas de concreto entre as fissuras de cisalhamento, as diagonais de compressão ou bielas. O modelo clássico foi baseado em três hipóteses descritas abaixo, de acordo com CARELLI, (2002).

- A treliça é isostática e possui banzos (tracionado e comprimido) paralelos;
- As bielas ou diagonais comprimidas têm uma inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça;
- A inclinação da armadura transversal pode variar entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ .

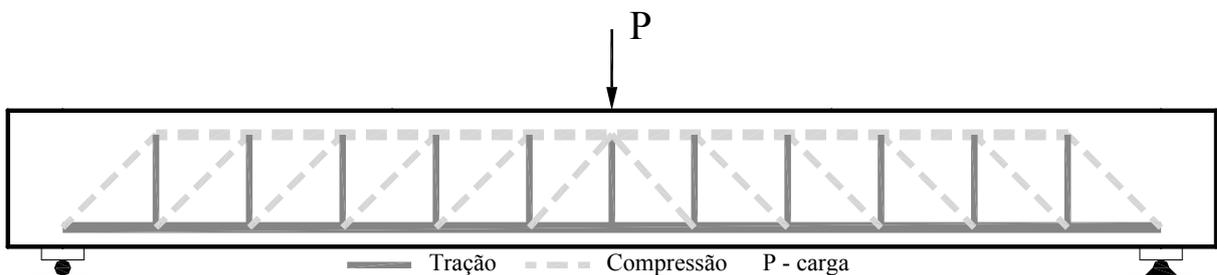


Figura 2.8 – Modelo de treliça para uma viga

A Figura 2.9 mostra uma treliça de uma extremidade de viga na qual as diagonais tracionadas possuem uma inclinação qualquer entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, as diagonais comprimidas possuem inclinação de  $45^\circ$ , os banzos tracionado e comprimido são paralelos e atua uma força cortante constante.

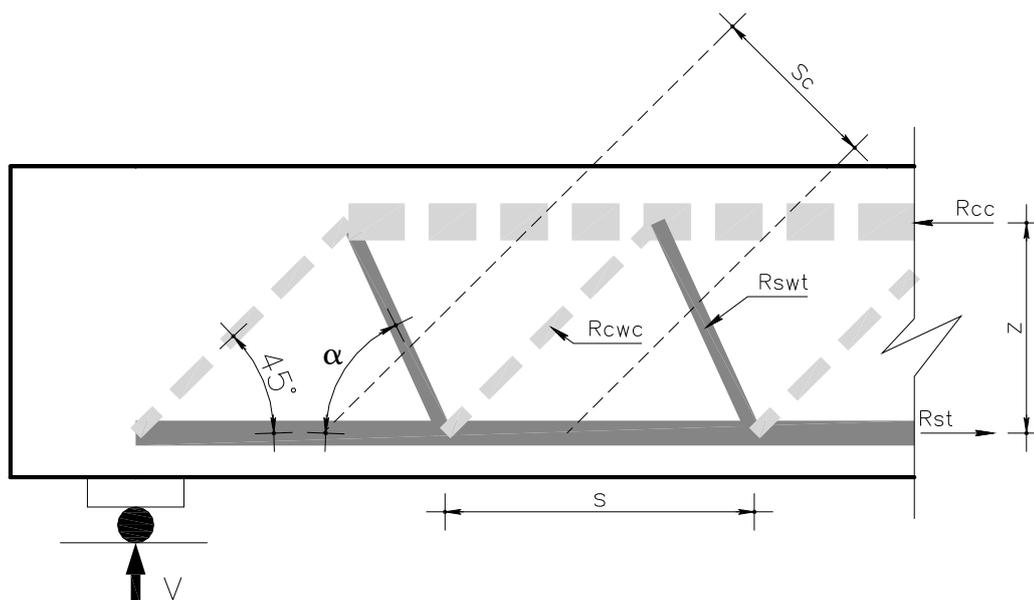


Figura 2.9 – Analogia clássica de treliça, (adaptado de CARELLI, 2002)

Onde:

$R_{swt}$  :Força resultante na diagonal tracionada;

$R_{cwc}$  :Força resultante na diagonal comprimida;

$R_{cc}$  :Força resultante no banzo comprimido;

$R_{st}$  :Força resultante no banzo tracionado;

$V$  :Força cortante que atua na viga;

$z$  :Braço de alavanca;

$s$  :Espaçamento entre as diagonais tracionadas da treliça e região de influência de uma diagonal;

$s_c$  :Região de influência de uma diagonal comprimida;

$\alpha$  :Ângulo de inclinação das diagonais tracionadas da treliça em relação ao eixo longitudinal da viga;

Se tomarmos a Figura 2.9 como exemplo, temos:

$$s = z \cdot (1 + \cotg \alpha)$$

Equação 2.4

Por um método qualquer de determinação de esforços em treliças pode ser determinado o valor de  $R_{swt}$ :

$$R_{swt} = \frac{V}{\text{sen } \alpha} \quad \text{Equação 2.5}$$

Como  $R_{swt}$  refere-se ao comprimento  $s$ , para que se tenha um valor relativo, faz-se a divisão de  $R_{swt}$  por  $s$  para que seja determinado um esforço resultante por unidade de comprimento de viga:

$$R_{swt}' = \frac{R_{swt}}{s} = \frac{V}{\text{sen } \alpha} \cdot \frac{1}{z \cdot (1 + \text{cotg } \alpha)} = \frac{V}{z \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)} \quad \text{Equação 2.6}$$

Onde:

$R_{swt}'$  Força relativa por unidade de comprimento resultante nas diagonais tracionadas da treliça;

Também se sabe que:

$$R_{swt} = A_{sw} \cdot \sigma_{si} \quad \text{Equação 2.7}$$

Onde:

$A_{sw}$  :Área da seção transversal da armadura de cisalhamento;

$\sigma_{si}$  :Tensão de tração no centro de gravidade da armadura.

Portanto:

$$R_{swt}' = \frac{R_{swt}}{s} = \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{si}}{s} \quad \text{Equação 2.8}$$

Substituindo Equação 2.8 na Equação 2.6 temos:

$$\frac{A_{sw} \cdot \sigma_{si}}{s} = \frac{V}{z \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)} \quad \text{Equação 2.9}$$

E então podemos determinar a tensão atuante na armadura de tração da alma:

$$\sigma_{si} = \frac{V \cdot s}{A_{sw} \cdot z \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha)} \quad \text{Equação 2.10}$$

Esta tensão “ $\sigma_{si}$ ” no dimensionamento ao estado limite último (E.L.U.) alcança o valor “ $f_{yd}$ ”.  
 Desta forma, o dimensionamento da armadura transversal é dado a partir da expressão:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V}{f_{yd} \cdot z \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde:

$f_{yd}$  : Resistência de escoamento do aço, valor de cálculo.

De forma semelhante, para as diagonais comprimidas temos:

$$s_c = \frac{s}{\sqrt{2}} \quad \text{Equação 2.12}$$

Também por qualquer método de determinação de esforços em treliças, encontra-se o valor de  $R_{cwc}$ :

$$R_{cwc} = V \cdot \sqrt{2} \quad \text{Equação 2.13}$$

Assim como  $R_{swt}$  refere-se ao comprimento  $s$ ,  $R_{cwc}$  refere-se ao comprimento  $s_c$  e, portanto, para a obtenção de um valor relativo por unidade de comprimento de viga deve-se dividir  $R_{cwc}$  por  $s_c$ :

$$R_{cwc}' = \frac{R_{cwc}}{s_c} = V \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{s} = \frac{2 \cdot V}{z \cdot (1 + \cotg \alpha)} \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde:

$R_{cwc}'$  : Força relativa por unidade de comprimento resultante nas diagonais comprimidas da treliça.

A partir da Equação 2.14, para uma viga com largura  $b_w$ , pode-se determinar a tensão média no concreto:

$$\sigma_c = \frac{R_{cwc}'}{b_w} = \frac{2 \cdot V}{b_w \cdot z \cdot (1 + \cotg \alpha)} \quad \text{Equação 2.15}$$

Ensaio realizado por LEONHARDT E MÖNNIG (1977) mostraram que o dimensionamento realizado pelo modelo de analogia clássica de treliça conduz a armaduras

de cisalhamento exageradas. Segundo eles, as diferenças entre os valores teóricos e os valores experimentais ocorrem basicamente por dois motivos:

- Hiperestaticidade interna da treliça;
- As forças internas distribuem-se conforme a relação de rigidez de maneira a tornar mínimo o trabalho de deformação, portanto, quando as diagonais de compressão forem igualmente rígidas em relação ao banzo comprimido, como é o caso das seções retangulares, as forças de tração na alma diminuem. Neste caso, as fissuras de cisalhamento projetam-se com uma inclinação inferior a  $45^\circ$ , chegando até  $30^\circ$ , e a força no banzo comprimido distribui-se em forma de arco, o que possibilita a absorção direta de uma parcela da força cortante.

Para a configuração da armadura de cisalhamento não é suficiente a consideração de uma treliça isostática com diagonais tracionadas simples, porque a grande distância entre as barras de tração poderia permitir o surgimento de fissuras não interceptadas por elas provocando a ruptura por força cortante. A analogia clássica de treliça baseia-se na superposição de várias treliças isostáticas de elementos simples com banzos paralelos, diagonais comprimidas com inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, e diagonais tracionadas com inclinação qualquer entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , que representam uma treliça em malha bem mais próxima da realidade e com alto grau de hiperestaticidade. O cálculo dos esforços e tensões na alma é realizado como em treliças com elementos simples.

Segundo RÜSCH (1981) em função das possíveis variações das inclinações dos elementos comprimidos e da alta hiperestaticidade interna, essas treliças não são apropriadas para dimensionamento, mas são úteis para a concepção do comportamento estrutural. Entretanto, se for feita a consideração de uma treliça onde somente as diagonais comprimidas podem ter inclinações variáveis, mantendo-se paralelos os banzos tracionado e comprimido e realizando-se os cálculos como em treliças com elementos simples, assim como efetuado para o caso da analogia clássica de treliça, é possível determinar os esforços e tensões em suas diagonais através de um modelo de treliça generalizada. De acordo com SUSSEKIND (1984) apesar de quase um século ter se passado desde a sua apresentação, as idéias fundamentais de Mörsch ainda continuam válidas, sendo que tem-se que ressaltar que sua teoria fornece um dimensionamento a favor da segurança.

A Figura 2.10 mostra uma treliça de uma extremidade de viga na qual as diagonais tracionadas possuem uma inclinação qualquer entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, as diagonais comprimidas podem possuir inclinação menor ou igual a  $45^\circ$ , os banzos tracionado e comprimido são considerados paralelos e atua uma força cortante constante.

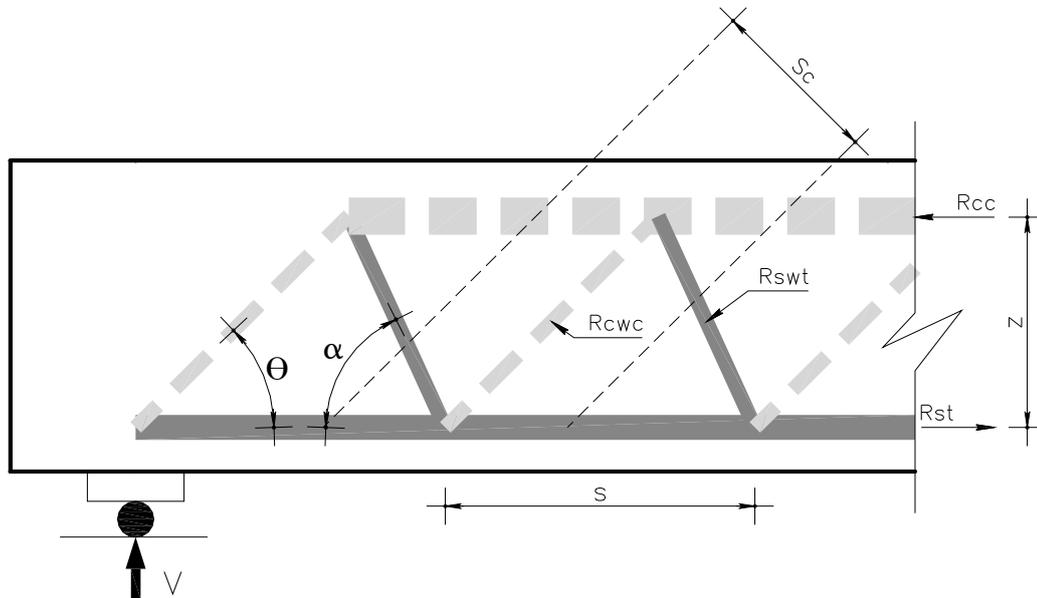


Figura 2.10 – Analogia de treliça generalizada (adaptado de CARELLI, 2002)

Onde:

$R_{swt}$  :Força resultante na diagonal tracionada;

$R_{cwc}$  :Força resultante na diagonal comprimida;

$R_{cc}$  :Força resultante no banzo comprimido;

$R_{st}$  :Força resultante no banzo tracionado;

$V$  :Força cortante que atua na viga;

$z$  :Braço de alavanca;

$s$  :Espaçamento entre as diagonais tracionadas da treliça;

$s_c$  :Região de influência de uma diagonal comprimida;

$\alpha$  :Ângulo de inclinação das diagonais tracionadas (estribos) da treliça em relação ao eixo longitudinal da viga;

$\theta$  :Ângulo de inclinação das diagonais comprimidas da treliça em relação ao eixo longitudinal da viga.

Tomando-se a Figura 2.10 como exemplo, temos:

$$s = z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad \text{Equação 2.16}$$

Assim como na analogia clássica de treliça, por um método de determinação de esforços em treliças pode ser determinado o valor de  $R_{swt}$ :

$$R_{swt} = \frac{V}{\sen \alpha} \quad \text{Equação 2.17}$$

Como  $R_{swt}$  refere-se ao comprimento  $s$ , para que se tenha um valor relativo, faz-se a divisão de  $R_{swt}$  por  $s$  para que seja determinado um esforço resultante por unidade de comprimento de viga:

$$R'_{swt} = \frac{R_{swt}}{s} = \frac{V}{\sen \alpha} \cdot \frac{1}{z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta)} = \frac{V}{z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen \alpha} \quad \text{Equação 2.18}$$

Também sabe-se que:

$$R'_{swt} = A_{sw} \cdot \sigma_s \quad \text{Equação 2.19}$$

Onde:

$A_{sw}$  :Área da seção transversal da armadura de cisalhamento;

$\sigma_s$  :Tensão de tração no centro de gravidade da armadura.

Portanto:

$$R'_{swt} = \frac{R_{swt}}{s} = \frac{A_{sw} \cdot \sigma_s}{s} \quad \text{Equação 2.20}$$

Substituindo a Equação 2.20 na Equação 2.18 tem-se:

$$\frac{A_{sw} \cdot \sigma_s}{s} = \frac{V}{z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen \alpha} \quad \text{Equação 2.21}$$

E então se pode determinar a tensão atuante na armadura transversal:

$$\sigma_s = \frac{V \cdot s}{A_{sw} \cdot z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen \alpha} \quad \text{Equação 2.22}$$

Esta tensão “ $\sigma_s$ ”, assim como na analogia clássica de treliça, no dimensionamento ao estado limite último (E.L.U.) alcança o valor “ $f_{yd}$ ”. Desta forma o dimensionamento da armadura transversal é dado a partir da expressão:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V}{f_{yd} \cdot z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen \alpha} \quad \text{Equação 2.23}$$

De forma semelhante, para as diagonais comprimidas tem-se:

$$s_c = s \cdot \sen \theta \quad \text{Equação 2.24}$$

Também pelo método de determinação de esforços em treliças, encontra-se o valor de  $R_{cwc}$ :

$$R_{cwc} = \frac{V}{\sen \theta} \quad \text{Equação 2.25}$$

Assim como  $R_{swt}$  refere-se ao comprimento  $s$ ,  $R_{cwc}$  refere-se ao comprimento  $s_c$  e, portanto, para a obtenção de um valor relativo por unidade de comprimento de viga deve-se dividir  $R_{cwc}$  por  $s_c$ .

$$R_{cwc}' = \frac{R_{cwc}}{s_c} = \frac{V}{\sen \theta} \cdot \frac{1}{s \cdot \sen \theta} = \frac{V}{z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen^2 \theta} \quad \text{Equação 2.26}$$

A partir da Equação 2.26, para uma viga com largura  $b_w$ , pode-se determinar a tensão média no concreto:

$$\sigma_{cw} = \frac{R_{cwc}'}{b_w} = \frac{V}{b_w \cdot z \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sen^2 \theta} \quad \text{Equação 2.27}$$

## 2.5 TIPOS DE RUPTURA POR FORÇA CORTANTE

### 2.5.1 Ruptura de cisalhamento por tração diagonal

As fissuras de cisalhamento causadas pelo carregamento da viga fazem surgir o efeito de treliça. Esse tipo de ruptura é comum em vigas com pouca armadura de cisalhamento e, segundo SÜSSEKIND (1987), é o tipo mais comum de ruína por cisalhamento, caracterizada pela tendência de a peça dividir-se em duas partes. A segurança contra este modo de ruptura é garantida pelo emprego de uma quantidade suficiente de armadura transversal, como mostrado na Figura 2.11, região B.

### 2.5.2 Ruptura de cisalhamento por compressão diagonal

Quando as tensões principais de compressão, inclinadas, atingem valores superiores ao da resistência à compressão do concreto, em estado duplo de tensões, a viga rompe bruscamente por esmagamento da diagonal comprimida (biela). Esse tipo de ruína ocorre antes do escoamento da armadura de cisalhamento, em presença de grandes deformações e é típico de vigas de seção I com alma delgada, larguras  $b_w$  muito reduzidas, banzos reforçados e forte armadura de cisalhamento na alma, como ilustrado na Figura 2.11, região E.

### 2.5.3 Ruptura por compressão da mesa devido ao esforço cortante

Este tipo de ruptura ocorre quando as fissuras diagonais de cisalhamento cortam uma parte do banzo comprimido provocando o esmagamento do concreto. A seção de ruptura usualmente se localiza nas proximidades de forças concentradas elevadas, mostrada na Figura 2.11 região C, apesar de a seção a que pertence estar submetida a momento fletor inferior àquele que atua no meio do vão da viga.

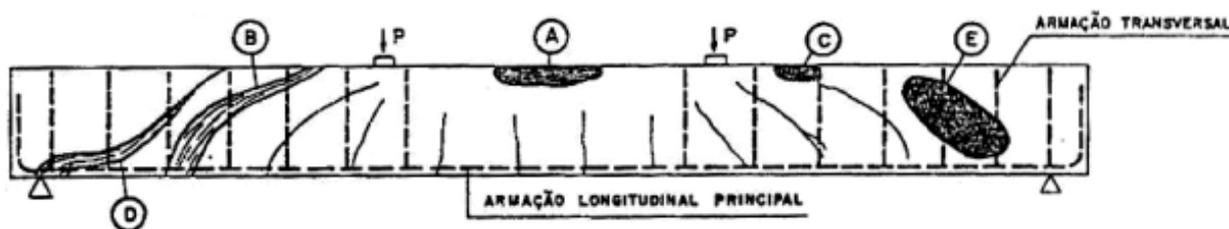


Figura 2.11 – Modos de ruptura (SUSSEKIND, 1985 apud ALBUQUERQUE, 2010)

## 2.6 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

### 2.6.1 NBR 6118 (2003)

As condições fixadas por esta proposta pressupõem a analogia com o modelo em treliça, de banzos paralelos, associados a mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior da peça e representados por uma componente adicional  $V_c$ . Verificações são feitas em termos das forças atuantes nas bielas de concreto e na armadura transversal e não mais baseada na verificação de tensões.

Admitem-se dois modelos de cálculos alternativos:

- Modelo I, no qual as diagonais de compressão são inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, e em que  $V_c$  é suposto de valor constante;
- Modelo II, em que se admite que essas diagonais tenham inclinação diferente de  $45^\circ$ , arbitrada livremente no intervalo de  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ . Nesse caso, a norma considera a parcela  $V_c$  com valores variáveis.

#### 2.6.1.1 Verificação do estado limite último

A resistência do elemento estrutural, em uma determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{Equação 2.28}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad \text{Equação 2.29}$$

Onde:

$V_{Sd}$  :Força cortante solicitante de cálculo, na seção;

$V_{Rd2}$  :Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das bielas (diagonais comprimidas do concreto);

$V_{Rd3}$  :Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal;

$V_c$  :Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça;

$V_{sw}$  :Parcela de força cortante absorvida pela armadura transversal.

### 2.6.1.2 Modelo de cálculo I

#### 2.6.1.2.1 Diagonal comprimida

O modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta = 45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  tenha valor constante, independente de  $V_{Sd}$ , assim:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.30}$$

Sendo que esta Equação 2.30 deriva da Equação 2.3 na qual é considerado o coeficiente de redução representado por:  $\beta = 0,6 \cdot \alpha_v$ ; e  $\alpha = 90^\circ$ ;  $\theta = 45^\circ$ ; e  $z = 0,9 \cdot d$ .

Onde,

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{Equação 2.31}$$

#### 2.6.1.2.2 Diagonal tracionada

E pelo cálculo da armadura transversal, dado por:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad \text{Equação 2.32}$$

Esta Equação 2.32, por sua vez, deriva da Equação 2.10 na qual é considerado que:  $z = 0,9 \cdot d$ ; e  $\sigma_{si} = f_{ywd}$ .

A parcela de  $V_c$  é dada por:

- Nas peças tracionadas, quando a linha neutra se situa fora da seção

$$V_c = 0 \quad \text{Equação 2.33}$$

- Na flexão simples e na flexo-tração, com a linha neutra cortando a seção

$$V_c = V_{c0} \quad \text{Equação 2.34}$$

- Na flexo-compressão

$$V_c = V_{c0} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,max}}\right) \leq 2 \cdot V_{c0} \quad \text{Equação 2.35}$$

Considerando-se que,

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.36}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad \text{Equação 2.37}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad \text{Equação 2.38}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{Equação 2.39}$$

Com  $f_{ck}$  em MPa.

Em que:

$A_{sw}$  :Área da seção transversal dos estribos;

$V_{c0}$  :Valor de referência para  $V_c$  quando  $\theta = 45^\circ$ ;

$M_0$  :Valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção, provocada pelas forças normais de diversas origens, concomitantes com  $V_d$ ;

$M_{Sd,máx}$  :Momento fletor sollicitante de cálculo máximo no trecho em análise;

$d$  :Altura útil da seção;

$b_w$  :Largura da seção, compreendida ao longo da altura útil  $d$ ;

$S$  :Espaçamento entre elementos de armadura transversal  $A_{sw}$ , segundo o eixo longitudinal da peça;

$f_{ck}$  :Resistência característica à compressão do concreto;

$f_{cd}$  :Resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{ctd}$  :Resistência de cálculo à tração do concreto;

$f_{ctm}$  :Resistência média do concreto à tração direta;

$f_{ctk,inf}$  :Resistência característica inferior à tração do concreto, que assegura que 95% dos corpos de prova rompidos apresentem tensão de ruptura superior a esta;

$f_{ywd}$  :Tensão de cálculo de escoamento da armadura transversal;

- $\alpha$  : Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal da peça;
- $\theta$  : Ângulo de inclinação das bielas comprimidas em relação ao eixo longitudinal da peça;
- $\gamma_c$  : Coeficiente de ponderação da resistência do concreto.

### 2.6.1.3 Modelo de cálculo II

#### 2.6.1.3.1 Diagonal comprimida

O modelo de cálculo II admite diagonais de compressão de  $\theta$  em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com  $\theta$  variável livremente entre 30° e 45°. Admite ainda que a parcela complementar  $V_c$  sofra redução com o aumento de  $V_{Sd}$ :

$$V_{Rd,2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \sin^2 \theta \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \quad \text{Equação 2.40}$$

com,

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad \text{Equação 2.41}$$

#### 2.6.1.3.2 Diagonal tracionada

A parcela da armadura transversal dada por:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \sin \alpha \quad \text{Equação 2.42}$$

E a parcela de  $V_c$  dada por:

- Nas peças tracionadas, quando a linha neutra se situa fora da seção

$$V_c = 0 \quad \text{Equação 2.43}$$

- Na flexão simples e na flexo-tração, com a linha neutra cortando a seção

$$V_c = V_{c1} \quad \text{Equação 2.44}$$

- Na flexo-compressão

$$V_c = V_{c1} \cdot \left(1 + \frac{M_0}{M_{Sd,m\acute{a}x}}\right) < 2 \cdot V_{c1} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 2.45}$$

Com,

$$V_{c1} = V_{c0} \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 2.46}$$

(quando  $V_{Sd} \leq V_{c0}$ )

$$V_{c1} = 0 \quad \text{Equa\c{c}\~{a}o 2.47}$$

(quando  $V_{Sd} = V_{Rd2}$ )

Interpolando-se para valores intermedi\~{a}rios.

Em que:

$V_{Sd}$  :For\c{c}a cortante solicitante de c\~{a}lculo;

$V_{c1}$  :Valor de refer\~{e}ncia para  $V_c$ , quando  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

## 2.6.2 ACI 318 (2008)

O ACI 318 (2008) indica uma comparação entre a força solicitante de cálculo e a força cortante resistente na seção considerada como forma de verificação da segurança ao esforço cortante.

Portanto, a resistência da peça será considerada satisfatória se a seguinte condição for verificada:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad \text{Equação 2.48}$$

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{Equação 2.49}$$

Em que:

$V_u$  :Força cortante solicitante de cálculo;

$V_n$  :Força cortante resistente da seção;

$\Phi$  :Coeficiente de redução da resistência, obtido experimentalmente ( $\phi = 0,85$ , no caso de cisalhamento);

$V_c$  :Parcela da força cortante absorvida pelo concreto;

$V_s$  :Parcela da força cortante absorvida pela armadura.

A parcela da força absorvida pelo concreto poderá ser calculada de forma simplificada pela seguinte expressão, para vigas com armadura de cisalhamento:

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.50}$$

(com  $V_c$  em kN e  $f'_c$  em MPa)

Onde:

$f'_c$  :Resistência à compressão do concreto (em MPa);

$b_w$  :Largura da seção (cm);

$d$  :Altura útil da seção (cm);

$\lambda$  :Fator de modificação da tensão no concreto (concreto de massa normal  $\lambda = 1$ ).

E para elementos sem armadura de cisalhamento a parcela de força absorvida pelo concreto poderá ser calculada pela expressão:

$$V_c = \left( \frac{1}{6} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} + 17,24 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.51}$$

Sendo  $\frac{V_u \cdot d}{M_u}$  não maior que 1,0 e  $M_u$  ocorrendo simultaneamente com  $V_u$  na seção considerada.

Onde:

$\rho_w$  :Taxa de armadura transversal para  $b_w \cdot d$ ;

$V_u$  :Esforço cortante solicitante último;

$M_u$  :Momento fletor solicitante último;

A parcela de força cortante absorvida pela armadura de cisalhamento, no caso de estribos (verticais ou inclinados), pode ser obtida pela expressão:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s} \quad \text{Equação 2.52}$$

Esta Equação 2.52 é similar a Equação 2.42 proposta pela NBR 6118 (2003).

Onde:

$A_v$  :Área de armadura transversal;

$s$  :Espaçamento entre estribos;

$f_y$  :Tensão de escoamento da armadura, não se adotando valores maiores que 400 MPa;

### 2.6.3 EUROCODE (EC 2)

O EC2 prescreve equações também derivadas da analogia de treliça, onde devem ser verificadas as parcelas de resistência do mecanismo de distribuição de forças de cisalhamento. Dividas entre vigas que requerem ou não o uso de armadura transversal.

#### 2.6.3.1 Seções que não requerem armadura transversal

Inicialmente deve ser verificada a condição abaixo, caso contrário o elemento necessitará de armadura transversal:

$$V_{Rd,c} \geq V_{Ed} \quad \text{Equação 2.53}$$

Onde:

$V_{Rd,c}$  :Força cortante de cálculo de elementos sem armadura transversal;

$V_{Ed}$  :Força cortante solicitante máxima devido o estado limite último;

Assim sendo a resistência ao esforço cortante do elemento é dada por:

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot \left(1 + \sqrt{200/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.54}$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c \text{ mínimo}} = 0,035 \cdot \left(1 + \sqrt{200/d}\right)^{3/2} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.55}$$

Onde:

$\rho_l$  :Taxa de armadura longitudinal, ( $A_s/b_w \cdot d \leq 0,02$ );

#### 2.6.3.2 Seções que requerem armadura transversal

Primeiramente devem ser verificadas:

$$V_{Rd,max} \geq V_{Ed} \quad \text{Equação 2.56}$$

$$V_{Rd,max} \geq V_{Ef} \quad \text{Equação 2.57}$$

Onde:

$V_{Rd,max}$  :Força cortante máxima que pode ser resistida pela seção;

$V_{Ef}$  :Força cortante máxima na face do apoio;

Considerando-se que  $V_{Rd,max}$  varia de acordo com o ângulo  $\theta$  da biela a ser tomado no cálculo que pode variar entre  $22^\circ$  e  $45^\circ$ :

Para tanto o valor de  $\theta$  pode ser determinado pela equação:

$$\theta = 0,5 \cdot \text{sen}^{-1} \left( \frac{V_{Ed}}{0,18 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{ck} \cdot (1 - f_{ck}/250)} \right) \leq 45^\circ \quad \text{Equação 2.58}$$

2.6.3.2.1 Para  $\theta = 22^\circ$ :

$$V_{Rd,max(22)} = 0,124 \cdot b_w \cdot d \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 2.59}$$

Se  $V_{Rd,max} < V_{Ef}$  então um ângulo maior deve ser usado para que a biela tenha uma componente vertical maior para balancear  $V_{Ed}$ .

2.6.3.2.2 Para  $\theta = 45^\circ$ :

$$V_{Rd,max(45)} = 0,18 \cdot b_w \cdot d \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{ck} \quad \text{Equação 2.60}$$

O ângulo  $45^\circ$  é o limite máximo para  $\theta$ . Quando  $V_{Ef} > V_{Rd,max(45)}$  a diagonal comprimida será sobrecarregada e as dimensões da viga devem ser aumentadas ou  $f_{ck}$  pode deve ser maior.

2.6.3.2.3 Para  $22^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ :

$$V_{Ed} = V_{Rd,max} = \frac{0,36 \cdot b_w \cdot d \cdot (1 - f_{ck}/250) \cdot f_{ck}}{\text{cotg } \theta + \text{tg } \theta} \quad \text{Equação 2.61}$$

2.6.3.2.4 Resistência dos estribos verticais

A força cortante será resistida pela armadura transversal sem contribuição direta do concreto na capacidade resistente calculada. De acordo com a Equação 2.66.

$$V_{wd} = \frac{1}{1,15} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{yk} \cdot \text{cotg } \theta \quad \text{Equação 2.62}$$

Que com as devidas simplificações e substituindo-se  $V_{wd}$  por  $V_{Rd,s}$  se reduz a Equação 2.63.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,78 \cdot d \cdot f_{yk} \cdot \text{cotg } \theta \quad \text{Equação 2.63}$$

## 2.7 PESQUISAS REALIZADAS SOBRE CISALHAMENTO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO SEM ESTRIBOS

### 2.7.1 WALRAVEN (1984)

Os estudos de WALRAVEN (1984) tiveram como objetivo obter informações sobre o efeito da altura nas vigas de concreto leve e de concreto convencional.

No estudo da influência da altura na resistência ao cisalhamento, três séries de vigas foram ensaiadas, variando-se a altura e mantendo constantes os parâmetros  $a/d$  (3,0),  $f_c$  (30 MPa) e  $b_w$  (200 mm). Na série A utilizou-se concreto de massa específica convencional e  $\rho = 0,80\%$ , na série B e C empregou-se concreto leve, sendo a taxa de armadura longitudinal de 0,80% e 1,50%, respectivamente. As dimensões de cada viga são mostradas na Figura 2.12.

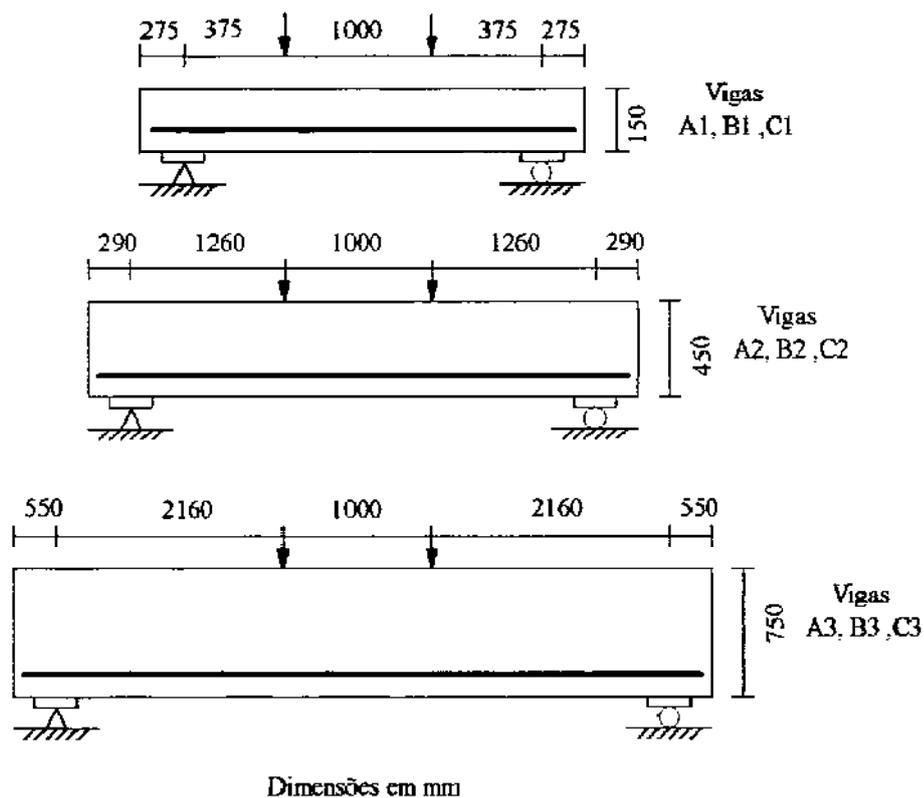


Figura 2.12 – Detalhe das vigas (WALRAVEN, 1984)

Na Tabela 2.1 são apresentadas as características de todas as vigas, bem como a tensão de cisalhamento última para cada uma. Na armadura longitudinal utilizou-se aço com tensão de escoamento de 440 MPa e a resistência do concreto foi de aproximadamente 30,6 MPa. Observa-se que o efeito da altura nas vigas também fez-se presente em concretos com agregado leve e que a tensão de cisalhamento das vigas com agregado leve sem armadura transversal foi menor do que a das vigas com concreto de massa específica convencional, mostrado na Figura 2.13, quando as propriedades geométricas e os valores da resistência do concreto são as mesmas. Este fenômeno pode ser unicamente atribuído ao efeito de engrenamento dos agregados menor em concretos leves.

Tabela 2.1 – Resultados das vigas de WALRAVEN (1984)

Viga	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$a/d$	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$\rho$ (%)	$\tau_{wu}$ (MPa)
A1		125	33,3		207,3	0,83	1,26
A2		420	33,2		622	0,74	0,84
A3		720	33,7		1140,4	0,79	0,70
B1		125	29,2		207,3	0,83	1,19
B2	200	420	29,2	3,0	622	0,74	0,72
B3		720	27,0		1140,4	0,79	0,55
C1		125	30,4		380,1	1,53	1,40
C2		420	31,4		1259,8	1,56	1,07
C3		700	28,0		2214,8	1,58	0,76

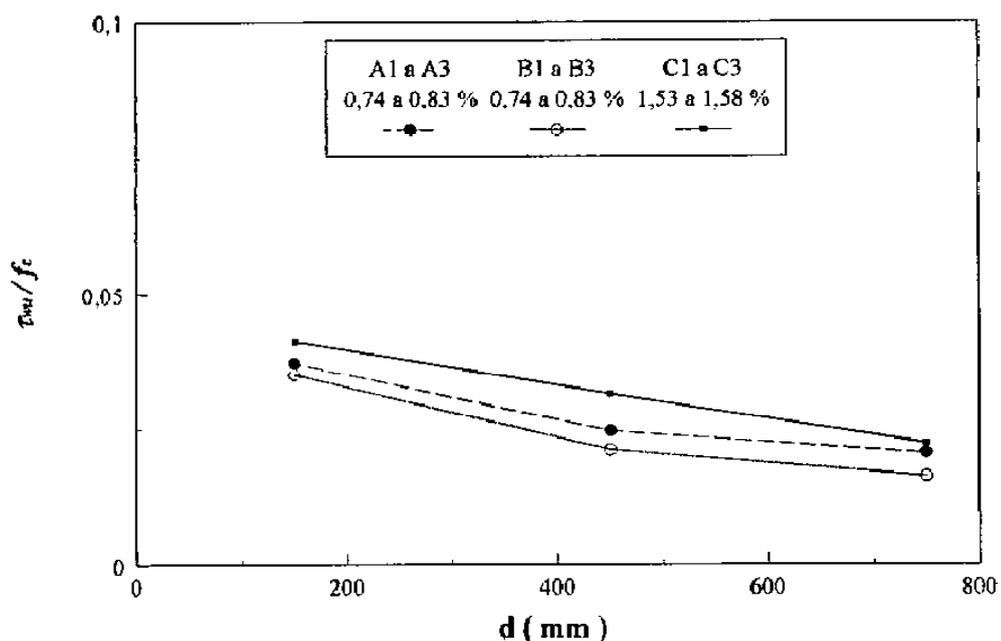


Figura 2.13 – Gráfico de  $\tau_{wu}/f_c$  em função da altura das vigas (WALRAVEN, 1984)

### 2.7.2 REGAN *et al* (2005)

Em 2005 o autor analisou o efeito do tipo de agregado graúdo na resistência ao cisalhamento de elementos de concreto armado. Observou que a resposta estrutural destes elementos é fortemente influenciada pela transferência de esforços cisalhantes através das fissuras. A capacidade de transmitir esses esforços é uma função da rugosidade da superfície da fissura e de sua abertura total, que são influenciados pela altura da peça e tamanho dos agregados, o que é mais claramente visível em resistências reduzidas apresentadas por concretos de agregados leves, nos quais a fissura atravessa e não contorna as partículas de agregado graúdo.

Os testes foram realizados em seis vigas retangulares com os detalhes apresentados na Figura 2.14. Todas sem armadura de cisalhamento e com armadura longitudinal de 4 Ø 16 mm de resistências de escoamento e ruptura de 545 MPa e 627 MPa, respectivamente. Diferenciadas pela variação do vão de cisalhamento em uma das vigas, as únicas variáveis foram o tipo de agregado graúdo utilizado e as proporções de mistura apresentadas na Tabela 2.2.

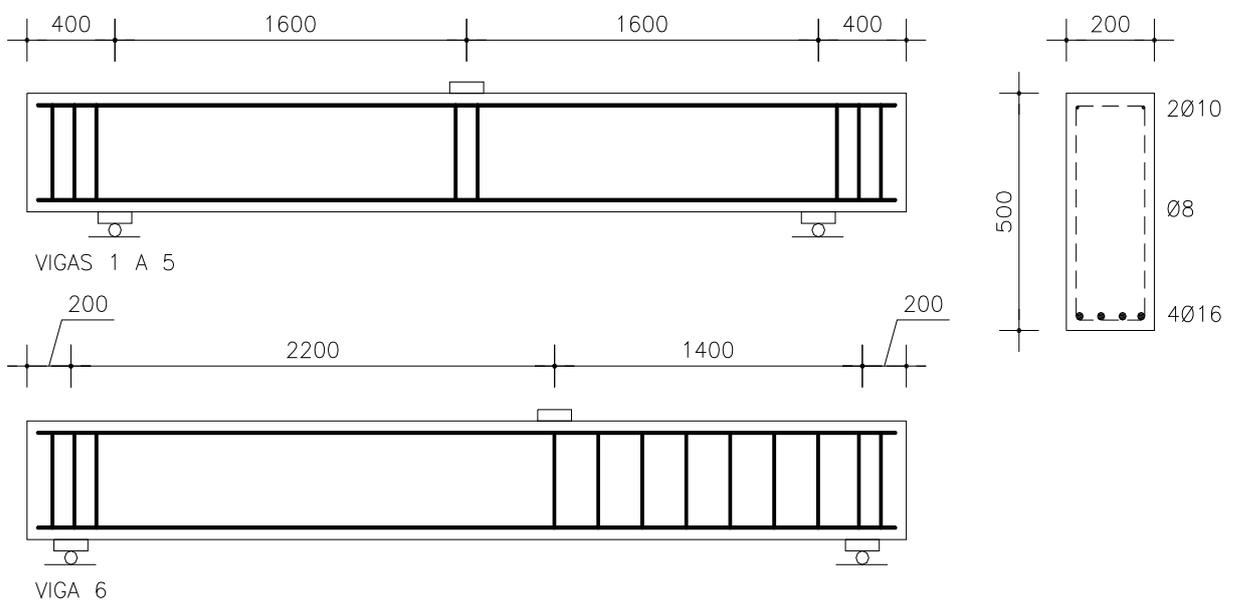


Figura 2.14 – Detalhe das vigas ensaiadas (adaptado de REGAN *et al*, 2005)

Tabela 2.2 – Mistura e proporções (kg/m<sup>3</sup>) (REGAN *et al*, 2005)

Vigas	1	2	3	4&6	5
Agregado graúdo	Calcário	Calcário	Calcário	Calcário	Granito
Diâmetro 20 mm	531	555	-	580,5	580,5
Diâmetro 10 mm	531	555	1161	580,5	580,5
Agregado miúdo	810	719	670	670	670
Cimento	327	418	454,9	454,9	454,9
Micro sílica	-	-	34,1	34,1	34,1
Água	196,2	175,6	146,7	146,7	146,7
Super plastificante	-	2	3,64	3,64	3,64

Todas as seis vigas romperam por cisalhamento e a Tabela 2.3 apresenta a carga última de cisalhamento  $V_u$  e sua relação com a resistência característica calculada a partir das equações 2.60 e 2.61, com e sem os limites de resistência do concreto, estabelecidas pelas normas EUROCODE 2 (EC2) e BS8110 para o cálculo da resistência característica ao esforço cortante de vigas esbeltas sem armadura de cisalhamento.

È imediatamente visível que ambas as taxas são maiores para as vigas de concreto de alta resistência com agregado derivado do granito do que para qualquer outra viga com agregado derivado do calcário.

Pode também ser observado na tabela que as taxas de resistência experimental em relação às resistências características se apresentam abaixo de 1,0 para todas as vigas com agregado derivado do calcário e para todos os quatro métodos de cálculo considerados.

$$\text{EC2 } V_{Rk,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_c)^{1/3} \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.64}$$

$$\text{BS8110 } V_{Rk,c} = 0,27 \cdot (100 \cdot \rho_i \cdot f_c)^{1/3} \cdot (400/d)^{1/4} \cdot b_w \cdot d \quad \text{Equação 2.65}$$

Tabela 2.3 – Resultados dos ensaios (REGAN *et al*, 2005)

Viga	Agregado graúdo	a/d	b <sub>w</sub> (mm)	d (mm)	A <sub>s</sub> (mm <sup>2</sup> )	f <sub>c</sub> (N/mm <sup>2</sup> )	ρ (%)	V <sub>u</sub> (kN)	V <sub>u</sub> /V <sub>Rk,c</sub> *	
									Eq.(EC2)	Eq.(BS8110)
1	20 mm calcário	3,4				33,8		73	0,85 (0,85)	0,91 (0,91)
2	20 mm calcário	3,4				46,0		82	0,87 (0,87)	0,92 (0,92)
3	10 mm calcário	3,4	200	467	804,2	72,0	0,86	72	0,65 (0,73)	0,70 (0,80)
4	20 mm calcário	3,4						86	0,73 (0,89)	0,79 (0,95)
5	20 mm granito	3,4				85,3		107	0,92 (1,10)	1,00 (1,18)
6	20 mm calcário	4,7				89,3		84	0,71 (0,86)	0,77 (0,93)

\* - Valores entre parênteses são calculados com os limites de 60 MPa e 50 MPa para as equações do EC2 e BS8110, respectivamente.

Os autores concluem que os testes mostram que a resistência ao cisalhamento de elementos sem armadura transversal é afetada pelo tipo de agregado utilizado. As vigas com agregados derivados do calcário apresentaram resistência última, quase sempre, abaixo das resistências características calculadas pelo EC2 e BS8110, até mesmo com o limite de resistência de 50 e 60 MPa respectivamente. Já para outros tipos de agregados de densidade normal (brita), a situação apresenta-se bem mais favorável.

Este panorama tende a piorar ao passo que cresce a altura do elemento e a resistência do concreto, e para  $f_c > 50 \text{ MPa}$  e  $d > 500 \text{ mm}$ , as menores relações experimental/calculado foram de apenas 0,65 e 0,70 para EC2 e BS8110, com os limites em  $f_c$  e  $f_{cu}$  levados em consideração. Para valores de cálculo as relações seguem 0,85 e 0,91.

É necessário um modelo de cálculo mais realista para levar-se em conta as diferenças entre tipos de agregados (e possivelmente seu tamanho) e altura útil do elemento.

### 2.7.3 MUTTONI e RUIZ (2008)

MUTTONI e RUIZ (2008) investigaram a resistência ao cisalhamento de vigas e lajes unidirecionais sem estribos baseada na abertura da fissura crítica de cisalhamento. O mecanismo de transferência de esforços após a fissura de cisalhamento foi estudado, e com base nisto um método racional é desenvolvido para estimar a resistência ao cisalhamento de elementos sem armadura transversal. O modelo proposto é baseado na estimativa da abertura da fissura na região crítica de cisalhamento, levando-se em conta a rugosidade (atrito) entre a fissura e a resistência à compressão do concreto.

Teorias como a de Bielas e Tirantes e Campos de tensão podem ser aplicadas desde que os elementos sejam providos de armadura transversal, esta situação é diferente quando de trata de estruturas sem estribos. Estes elementos são essenciais no concreto estrutural, pois a segurança de demais sistemas dependem deles (Figura 2.15).

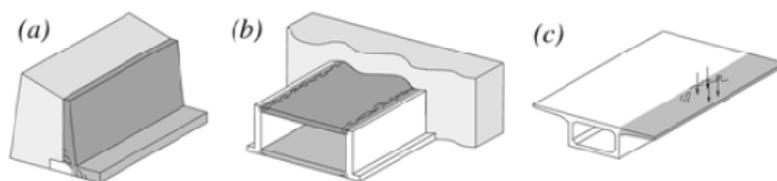


Figura 2.15 – Elementos sem armadura de cisalhamento predominantemente unidirecionais. a): parede e fundação de muro de contenção; b) lajes de túneis; c) lajes de tabuleiros de pontes (MUTTONI e RUIZ, 2008).

De acordo com os autores algumas teorias recentes, assim como a MCFT (Modified Compression Field Theory), foi aplicada à elementos sem armadura de cisalhamento com sucesso, indicando à implementações computacionais baseadas em códigos normativos. O uso de tais teorias na prática é complexo, pois exige o uso de programas de computadores. Porém, algumas expressões simplificadas baseadas nos resultados da MCFT têm sido difundidas e propostas pelo código normativo canadense de concreto estrutural.

Levando-se em consideração os efeitos da abertura da fissura crítica, o diâmetro do agregado e a resistência à compressão do concreto, a pesquisa propõe uma expressão analítica simplificada para avaliar a resistência ao cisalhamento de vigas retangulares de concreto armado sem estribos, mostrada abaixo para unidades do S.I. (MPa, mm):

$$\frac{V_R}{b \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{\frac{0,3}{\gamma_c}}{1 + \frac{50}{16 + d_g} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot d \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \cdot 1,5} \quad \text{Equação 2.66}$$

Onde:

$d_g$  :Diâmetro máximo do agregado graúdo;

$m_{Ed}$  :Momento atuante de cálculo por unidade de comprimento;

$m_{Rd}$  :Momento resistente de cálculo por unidade de comprimento;

De acordo com os autores o cálculo pela Equação 2.66 é muito simples, pois a relação  $\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}$  pode ser inicialmente considerada igual a 1 (valor conservativo), visto que, no escoamento das armaduras  $m_{Ed} = m_{Rd}$ .

Os resultados da Equação 2.66, na qual o código normativo suíço se baseia, são comparados com dados experimentais e previsões dos códigos normativos: EC-2, ACI 318-05 e SIA 262 na Figura 2.16.

Os autores concluíram que o esforço de cisalhamento é inicialmente resistido por três mecanismos: engrenamento dos agregados, encavilhamento das armaduras (efeito de pino) e efeito do concreto não fissurado. Estes mecanismos criam um estado de tensões no concreto que leva ao desenvolvimento da fissura crítica de cisalhamento;

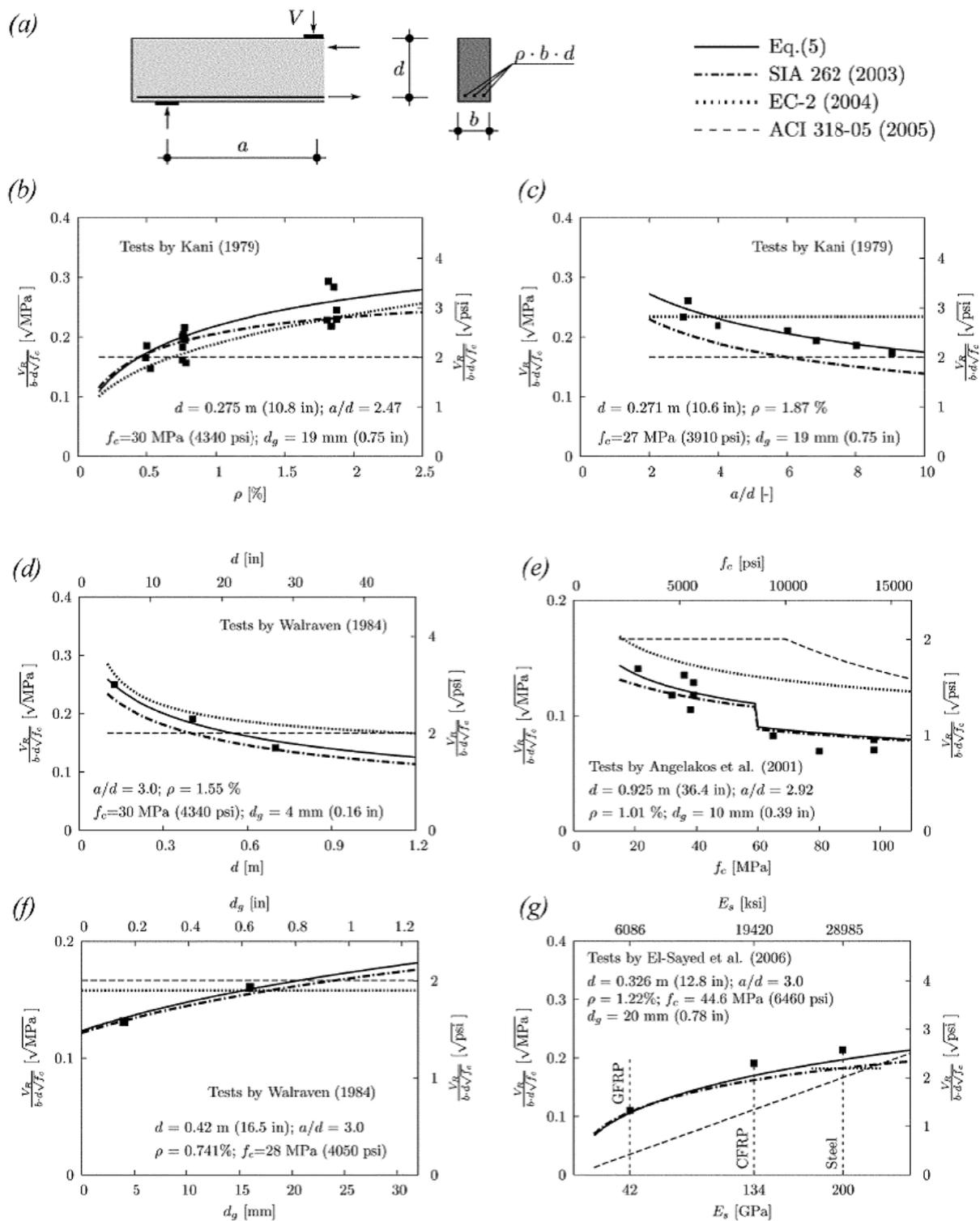


Figura 2.16 – Comparação entre a Equação proposta, o código suíço SIA 262, Eurocode EC-2, e o ACI 318-05: a) parâmetros geométricos e mecânicos; b) e c) ensaios por KANI; d) e f) ensaios por WALRAVEN; e) ensaios por ANGELAKOS *et al.*; g) ensaios por EL-SAYED *et al.*, (MUTTONI e RUIZ, 2008).

Os parâmetros que governam a resistência ao cisalhamento são a localização da fissura crítica de cisalhamento, sua abertura e o diâmetro do agregado. Tal resistência pode ser satisfatoriamente estimada considerando-se os efeitos destes parâmetros através da expressão proposta e testada com boa concordância com resultados de 285 ensaios realizados;

Modelos empíricos não convergem satisfatoriamente com muitos dos resultados dos ensaios e a influência de muitos dos parâmetros governantes não são adequadamente refletidas nos resultados. Os códigos normativos baseados no MCFT, tais como AASHTO LRFD e CSA A23.3-04 demonstram boa concordância nos casos investigados. Também, bons resultados foram obtidos através do código normativo suíço SIA 262 baseado no método apresentado na pesquisa. Ambas as teorias, desenvolvidas a partir de aproximações de diferentes, propõe expressões similares com as mesmas variáveis, levando a concordância neste campo.

#### 2.7.4 SAGASETA (2008)

Em 2008, SAGASETA estudou a influência da fratura do agregado na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto, através do estudo paramétrico de 22 vigas ensaiadas e análises computacionais. Destas, 04 vigas (B0) foram sem estribos, das quais duas continham agregado de brita (BG01 e BG02) e as duas restantes agregado de seixo (BL01 e BL02). As vigas foram moldadas com as dimensões de 135×500×4000 mm e detinham armadura longitudinal de 2Ø20 mm ( $\rho = 1\%$ ) somente, com uma altura útil de 465 mm.

O sistema de ensaio consistiu de vigas bi-apoiadas sujeitas a um carregamento central mostrado na Figura 2.17, no qual a relação do vão de cisalhamento pela altura útil foi igual a  $a/d = 3,46$ , para evitar qualquer contribuição do efeito de arco na viga. O vão central livre foi de 3200 mm medidos entre eixos de apoios que contavam com dispositivo de roletes, permitindo assim os deslocamentos horizontais e as rotações.

A instrumentação contou com 02 células de carga (1000 kN), uma localizada abaixo do macaco hidráulico, e outra abaixo de um dos apoios, para verificação de qualquer assimetria em potencial. Os deslocamentos verticais e laterais foram monitorados através de 07 transdutores instalados de acordo com a Figura 2.17

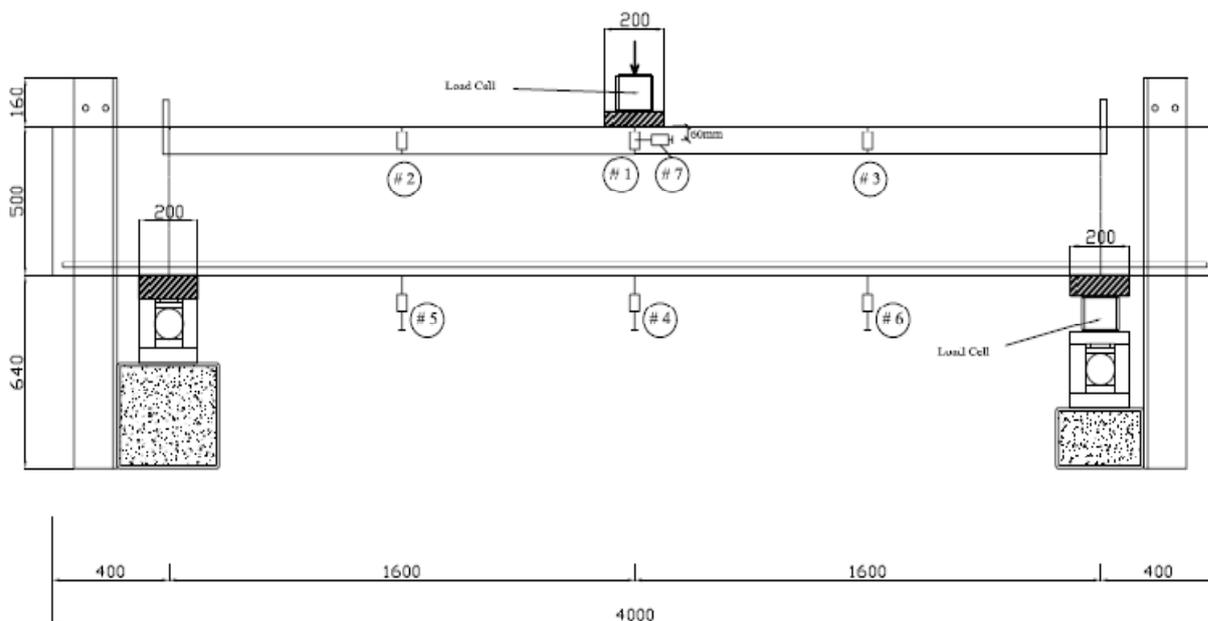


Figura 2.17 – Vigas esbeltas sem estribos (Vigas B0) (adaptado de SAGASETA, 2008)

O tipo de ruptura foi similar para todas as vigas, apesar do tipo de agregado utilizado; todas tiveram um comportamento muito frágil. Os elementos idênticos BG01/BG02 e BL01/BL02 tiveram cargas de ruptura similares como apresentado na Tabela 2.4. A ruptura ocorreu quando a fissura de cisalhamento diagonal se desenvolveu a partir de uma fissura de flexão. Os deslocamentos no meio do vão apresentados na Tabela 2.4 foram medidos em relação aos apoios.

Tabela 2.4 – Resultados experimentais de vigas esbeltas sem estribos (SAGASETA, 2008)

Viga	$b_w$ (mm)	$d$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$f_c$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{ys}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\rho$ (%)	$a/d$	$P_{fissura}$ (kN)	$P_u$ (kN)	Ruptura
BG01	135	465	628,3	80,2	580	1	3,46	56,2	122,63	Tração diagonal
BG02				80,2	580	1	3,46	50	126,22	Tração diagonal
BL01				68,44	580	1	3,46	50	93,72	Tração diagonal
BL02				68,44	580	1	3,46	50	108,14	Tração diagonal

Apesar da diferença de atrito entre os agregados na superfície da fissura, a geometria da fissura diagonal foi similar para todas as vigas, como mostrado na Figura 2.18. A verificação percebida pelo autor entre os dois tipos de agregado foi o ângulo a armadura longitudinal e o primeiro segmento da fissura diagonal de cisalhamento, o qual foi maior nas vigas com pedra calcária, conforme Figura 2.18. Os deslocamentos observados na ruptura ficaram entre 4 e 5 mm (Figura 2.19). Todas as vigas apresentaram rigidez similar até a ruptura.

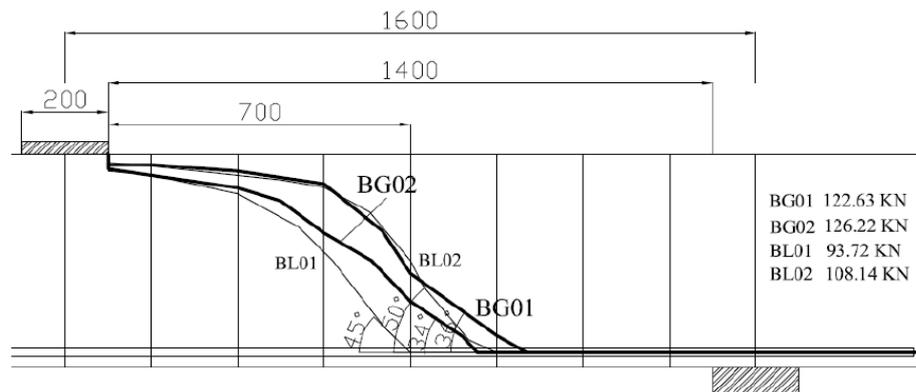


Figura 2.18 – Posição relativa da fissura principal de cisalhamento (Vigas B0) (SAGASETA, 2008)

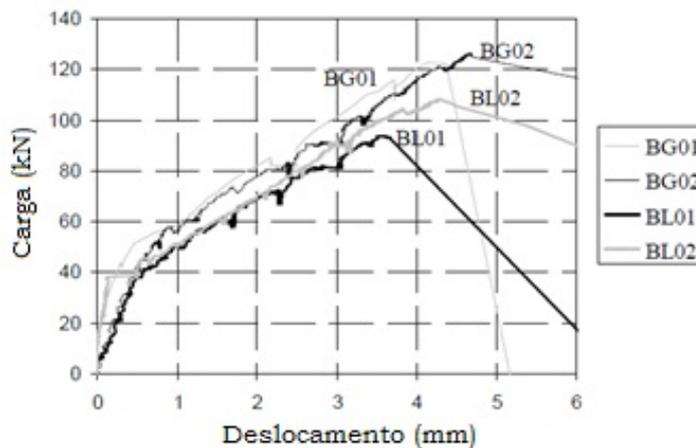


Figura 2.19 – Deslocamentos no centro da viga, relativo aos apoios (SAGASETA, 2008)

A influência da fratura do agregado na resistência ao cisalhamento de vigas esbeltas sem estribos foi primeiro analisada usando-se a formulação empírica do EC2 (Equação 2.64), sem a aplicação de fatores de ponderação dos materiais.

A Tabela 2.5 resume as previsões da resistência última das vigas B0 usando valores característicos para materiais. As previsões são mostradas para os considerando e desprezando a limitação do concreto de 60 MPa, como recomendado pela norma EC2, *UK National Annex*. A limitação da resistência do concreto em 60 MPa teve aumento notável nas previsões das vigas BG01/02, que tiveram uma resistência à compressão de 80,2 MPa.

O MCFT (Modified compression field theory) desenvolvido por VECCHIO e COLLINS (1986) é um modelo que consiste em equações de compatibilidade e equilíbrio de deformações que podem ser usadas para prever a resposta ao cisalhamento de peças de concreto armado. Todas as equações de compatibilidade são expressas em termos de deformações médias medidas em comprimentos suficientes que incluam várias fissuras.

Como comentado pelo autor, o MCFT tem sido criticado do ponto de vista prático, pois requer o uso de computadores para a solução do sistema de equações. Visando superar este problema BENTZ e COLLINS *apud* SAGASETA (2008), da Universidade de Toronto, fornecem pacotes dos programas *Response 2000* e *Membrane 2000*, que solucionam as equações com o objetivo de prever a resposta carga-deslocamento até a ruptura e a resistência máxima ao cisalhamento da viga.

As previsões de resistência utilizando o *Response 2000*, que é baseado no MCFT, são mais precisas que a formulação empírica do código normativo EC2, entretanto a relação  $V_{test}/V_{calc}$

foi ainda menor que 1 para todas as vigas considerando valores característicos de resistência, conforme apresentado na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Previsões da carga última usando EC2 e *Response 2000*. Nota: valores entre parênteses representam valores de cálculo (EC2:  $\gamma=1,5$ , CSA:  $\gamma=1,53$ ),  $d_g$  – diâmetro do agregado. Parâmetros adotados no Response 2000: Curva base (Popovic/Thorenfeld/Collins), Comp. Softening (Vecchio & Collins 1986), Tension Stiffening (Bentz 1999), espaçamento entre fissuras (auto),  $f_{ct}$  and  $\epsilon_c$  (auto), (SAGASETA, 2008).

Viga	$V_{teste}$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	EC2 fórmula empírica		Response 2000	
			$V_{teste}/V_{cálculo}$	$V_{teste}/V_{cálculo}$ ( $f_c \leq 60 \text{MPa}$ )	$V_{teste}/V_{cálculo}$ ( $d_g \leq 10 \text{mm}$ )	$V_{teste}/V_{cálculo}$ ( $d_g \leq 0 \text{mm}$ )
BG01	61,31	100	0,76(1,14)	0,84(1,26)	0,88(1,34)	0,94(1,44)
BG02	63,11	100	0,78(1,17)	0,86(1,29)	0,91(1,38)	0,97(1,48)
BL01	46,86	98,5	0,61(0,91)	0,64(0,96)	0,71(1,08)	0,76(1,16)
BL02	54,07	98,5	0,71(1,06)	0,74(1,11)	0,82(1,25)	0,88(1,34)
Média		BG0	0,77(1,15)	0,85(1,27)	0,89(1,36)	0,95(1,46)
		BL0	0,66(0,98)	0,69(1,03)	0,76(1,16)	0,82(1,25)

O autor conclui que o tipo de agregado teve influência maior na rugosidade das fissuras (atrído) do que na resistência do concreto. Nas vigas concretadas com agregado de seixo com resistência do concreto de aproximadamente 50 MPa ocorreu a fratura do agregado. Por outro lado, nas vigas com brita, a fissura contornou os agregados, inclusive para concretos com resistência à compressão acima de 80 MPa, apenas uma pequena porção de 30% dos agregados sofreram fratura na seção da fissura. Isto parece inconsistente com as previsões dos códigos normativos onde a fratura dos agregados é levada em conta apenas em termos da resistência do concreto.

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo descreve-se o programa experimental do estudo, o qual consistiu no desenvolvimento de vários ensaios realizados no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. O experimento contou com dez modelos de vigas individuais, de dimensões iniciais de (120×250×2200) mm, com a intenção de simular a contribuição da laje com a solidarização dos elementos constituindo um dos casos mais comuns em obras no Brasil de vigas de seção T. Para tanto, 09 das vigas ensaiadas foram de seção T e uma de seção retangular para servir como viga de referência.

Busca-se simular em laboratório a situação usual, embora se saiba que estes modelos não apresentam as mesmas condições de contorno que uma estrutura real, pois as lajes (no caso mesas das vigas) teriam continuidade e por isso restrições diferentes na direção perpendicular ao eixo longitudinal da viga, assume-se que haja similaridade suficiente à aproximação de ensaio, correspondendo, assim, à largura colaborante ( $b_f$ ) necessária para compor as abas da viga de seção T (Figura 3.1) e às expectativas de comportamentos das vigas para os fins desta pesquisa.

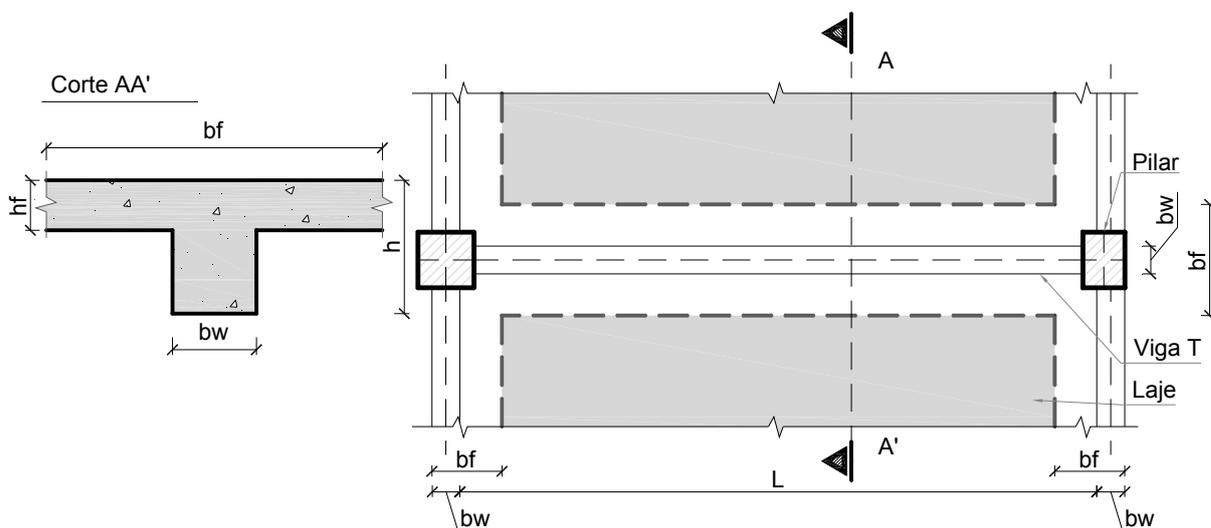


Figura 3.1 – Colaboração entre laje e viga; seção T

### 3.1.1 Princípio do ensaio

Como exposto na revisão bibliográfica, apesar de muitas pesquisas realizadas no foco das vigas de concreto armado sem estribos, acredita-se que existam algumas situações ainda não investigadas experimentalmente, as quais por sua vez não estão refletidas em modelos analíticos de dimensionamento recomendados por códigos normativos. O princípio dos ensaios consiste, portanto, em investigar experimentalmente a contribuição da mesa na resistência ao cisalhamento de vigas de seção T de concreto armado sem armadura de cisalhamento.

## 3.2 CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS

Foram moldadas e ensaiadas até a ruptura 10 vigas de concreto armado prescindidas de armadura de combate ao esforço cortante, projetadas com diferentes configurações de geometria da mesa, variando-se as dimensões  $h_f$  e  $b_f$ . As vigas foram classificadas de acordo com suas dimensões em comum, ambas moldadas inicialmente com (120×250×2200) mm com um vão ensaiado de 2000 mm, sofrendo variação na mesa: espessuras de 40, 60 e 80 mm; e largura de 280, 440 e 600 mm. O material utilizado para fabricação das formas foi o compensado de madeira de 10 mm com espaçadores de concreto de 15 mm para garantir o cobrimento da armadura longitudinal.

Todas as vigas foram armadas com a mesma armadura longitudinal, constituindo uma área de aço de aproximadamente 245 mm<sup>2</sup>, o que foi traduzido em 2 Ø 12,5 mm de aço CA-50, suficientes para garantir a resistência à flexão das vigas no procedimento de ensaio, com isso a taxa de armadura longitudinal foi de  $\rho = A_s / (b_w \cdot d) = 0,89\%$ , com uma altura útil determinada em  $d = 229$  mm, a altura total  $h = 250$  mm, a largura da alma  $b_w = 120$  mm, a relação  $a/d = 2,62$  e o cobrimento  $c = 15$  mm. A resistência à compressão do concreto foi de 47 MPa aos 28 dias para todas as vigas. Com os parâmetros variáveis mostrados na Tabela 3.1.

A Tabela 3.2 apresenta as principais informações sobre as características das vigas ensaiadas, com valores de dimensões  $h_f$  e  $b_f$  classificadas por grupos denominados: H4, H6 e H8 para  $h_f$ ; e B28, B44 e B60 para  $b_f$ , de acordo com suas dimensões em comum da mesa.

Tabela 3.1 – Características gerais das vigas

VIGA	$h_f$ (mm)	$b_f$ (mm)	I ( $\text{mm}^4 \times 10^8$ )	A ( $\text{mm}^2$ )	$\rho_{\text{retangular}}$ * (%)	$\rho_{\text{seção T}}$ ** (%)
VREF	-	-	1,563	30000		0,89
V28H4	40	280	2,153	36400		0,67
V28H6	60	280	2,248	39600		0,62
V28H8	80	280	2,279	42800		0,57
V44H4	40	440	2,569	42800	0,89	0,57
V44H6	60	440	2,677	49200		0,50
V44H8	80	440	2,697	55600		0,44
V60H4	40	600	2,879	49200		0,50
V60H6	60	600	2,975	58800		0,42
V60H8	80	600	2,984	68400		0,36

Tabela 3.2 – Denominação das vigas e grupos de vigas: mesa colaborante

		$h_f$	40 mm	60 mm	80 mm
$b_f$	GRUPOS	h4	h6	h8	
	280 mm	b28	V28H4	V28H6	V28H8
440 mm	b44	V44H4	V44H6	V44H8	
600 mm	b60	V60H4	V60H6	V60H8	

Em função da ausência da armadura de cisalhamento, havia a possibilidade de ocorrer esmagamento localizado do concreto decorrente das concentrações de tensões nas regiões de apoio e aplicação da carga e, desta forma, optou-se por reforçar estes locais utilizando 2 Ø 5,0 mm distantes 100 mm entre si na região dos apoios e aplicação de carga, além de facilitar a montagem das armaduras longitudinais, mostrado na Figura 3.2. Uma armadura complementar foi disposta na mesa de todas as vigas igualmente nas direções longitudinais e transversais, sendo constituída de uma malha de 100×100 mm de Ø 5,0 mm na parte inferior das mesas colaborantes representando uma possível costura entre laje e viga. Tal procedimento buscou representar uma situação mais realista baseada na superposição das armaduras de uma laje com o elemento de viga, e ainda para combater a flexão transversal da mesa devido a aplicação do carregamento. A Figura 3.3 mostra a armadura de flexão, malha da mesa e estribos utilizados para reforço das regiões de apoio, representativas das vigas do experimento.

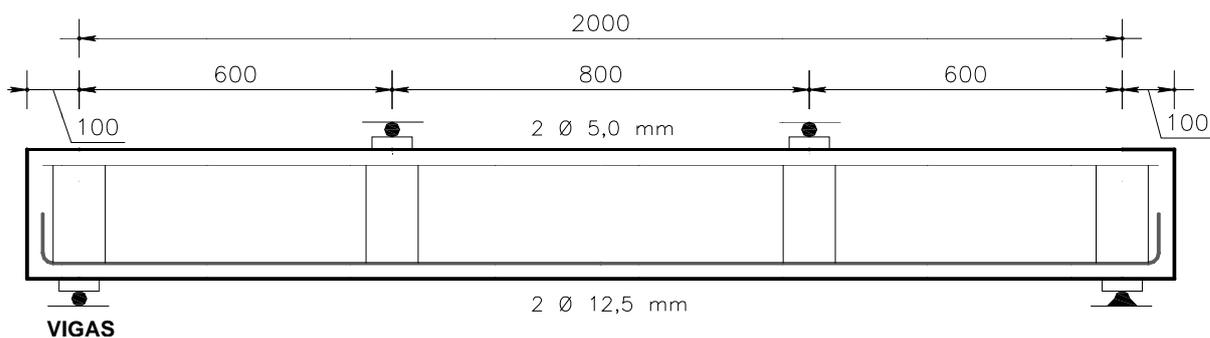


Figura 3.2 – Armadura longitudinal das vigas

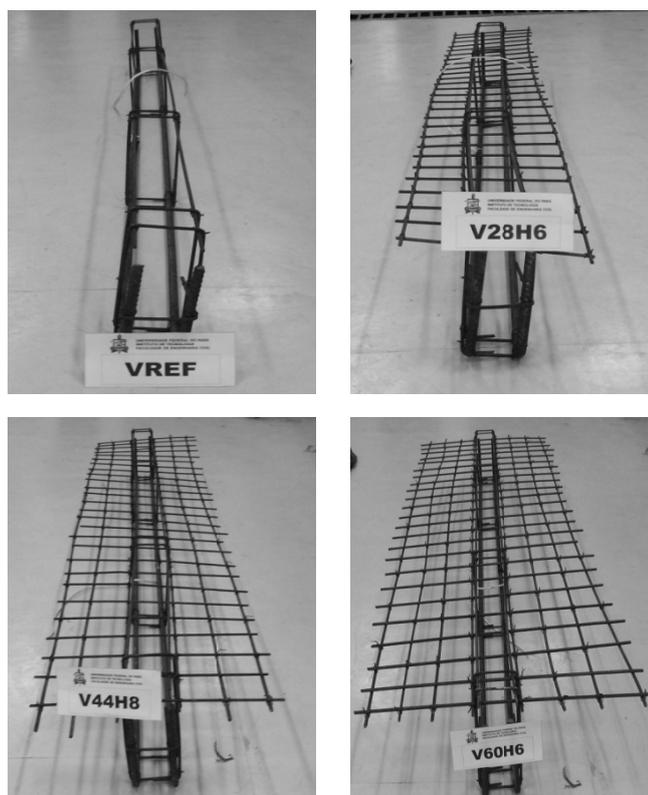


Figura 3.3 – Armadura de flexão, composição da mesa e reforço

As taxas de armadura proporcionadas simularam uma situação real comumente empregada. Além disso, foi conveniente que as vigas fossem compostas por baixas taxas geométricas de armadura de flexão e destituídas das armaduras de combate ao esforço cortante, evitando assim, sua colaboração na resistência para admitir que pudesse ser desenvolvido o modo de ruína por cisalhamento.

No entanto, com base nos conceitos vistos na revisão bibliográfica, entende-se que tanto os efeitos de flexão quanto os de cisalhamento são simultaneamente atuantes na região entre o ponto de aplicação da carga e o apoio. Isso permite pressupor que a distribuição das tensões de cisalhamento sob a influência do momento fletor que atua na seção possa favorecer a

propagação da fissura crítica de cisalhamento nas superfícies da viga, provocando a ruptura e/ou ruína do elemento que estará sujeito aos esforços solicitantes em questão.

Sabe-se que a resistência ao cisalhamento de vigas sem estribos depende de vários fatores conjuntos como o efeito de arco, o efeito de pino, o engrenamento dos agregados e a fissuração do concreto. Por este motivo as vigas foram armadas para ter comportamento dúctil e ruptura por cisalhamento, porém não apresentar ruptura precoce, para que seja observada uma possível mudança no modo de ruptura, por meio da contribuição das abas na resistência ao esforço cortante das vigas. Então, assume-se em relação à flexão que quando se utiliza baixas taxas geométricas de armadura de flexão, o escoamento da armadura ocorre muito antes do esmagamento do concreto, com grandes curvaturas antes da ruína. E em relação ao cisalhamento que o esmagamento da biela ocorra em peças com elevadas forças cortantes e fortemente armadas ao cisalhamento (o que não é o caso estudado), e a fissuração de flexão irá favorecer a fissuração diagonal por cisalhamento levando à ruína por tração. Assim, tem-se total liberdade para variar as seções das abas das vigas tanto em altura, as quais tiveram incremento de 20 mm (40, 60 e 80 mm), quanto em largura, as quais tiveram incremento de 80 mm (80, 160 e 240 mm), ambas combinadas entre si a partir da viga de referência, como mostrado da Figura 3.4 à Figura 3.13.

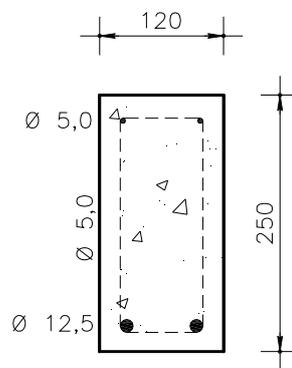


Figura 3.4 – Detalhe da viga VREF (mm)

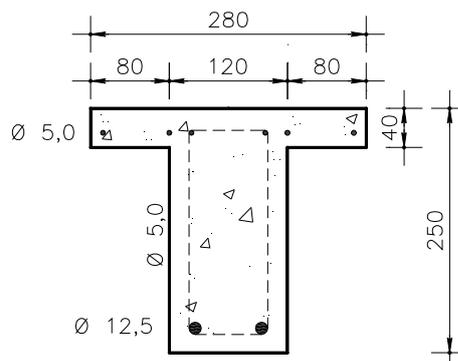


Figura 3.5 – Detalhe da viga V28H4 (mm)

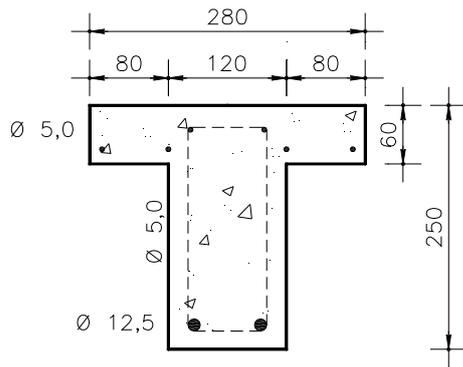


Figura 3.6 – Detalhe da viga V28H6 (mm)

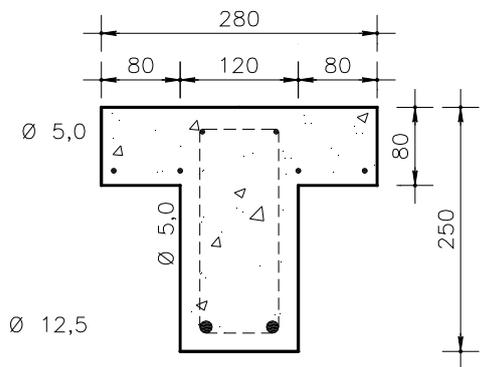


Figura 3.7 – Detalhe da viga V28H8 (mm)

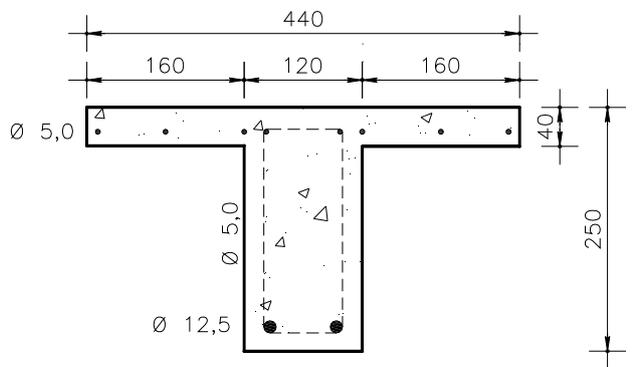


Figura 3.8 – Detalhe da viga V44H4 (mm)

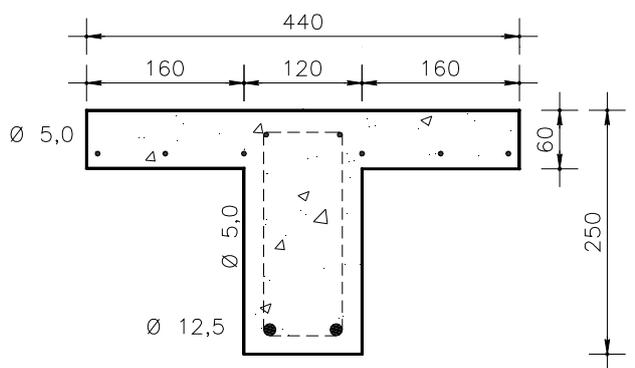


Figura 3.9 – Detalhe da viga V44H6 (mm)

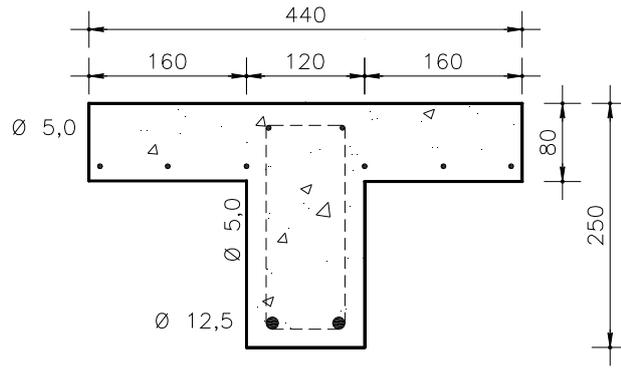


Figura 3.10 – Detalhe da viga V44H8 (mm)

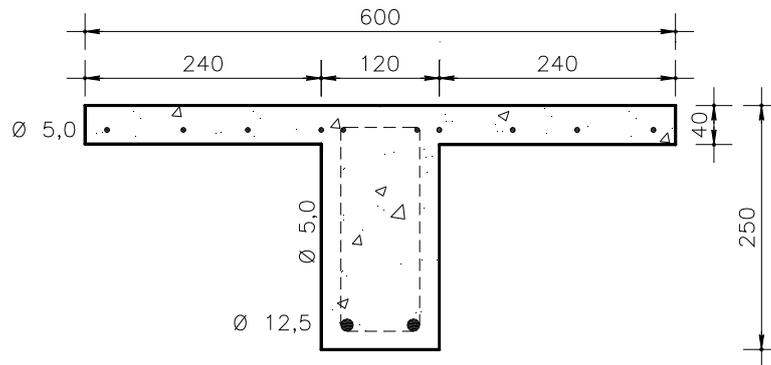


Figura 3.11 – Detalhe da viga V60H4 (mm)

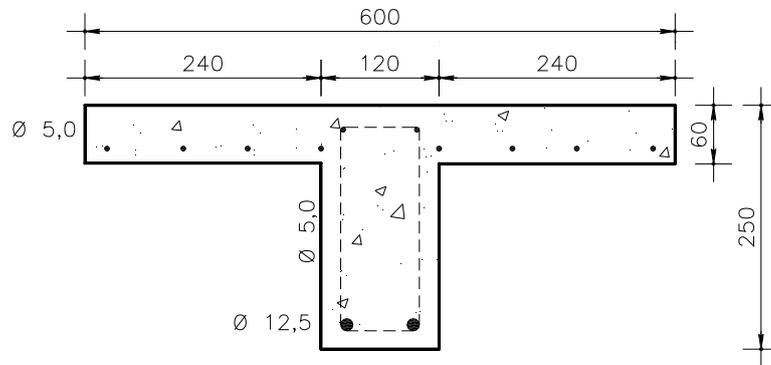


Figura 3.12 – Detalhe da viga V60H6 (mm)

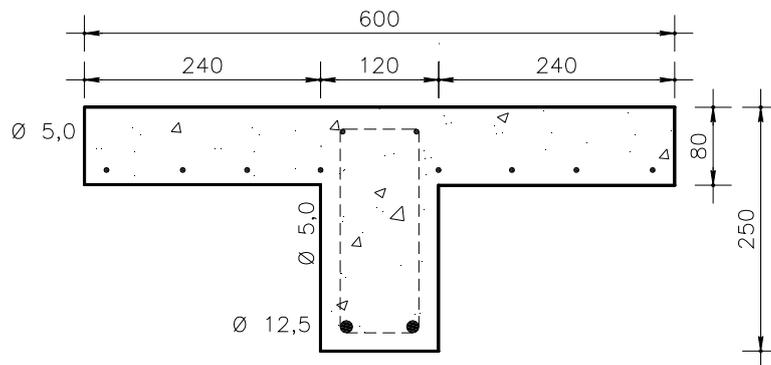


Figura 3.13 – Detalhe da viga V60H8 (mm)

### 3.2.1 Execução das vigas

A montagem das armaduras iniciou-se com o corte das barras longitudinais nos comprimentos e quantidades anteriormente definidos, procedendo-se sua retificação, dobragem e amarração. Para tal, foi também preparado um gabarito-guia composto de madeira, de forma a servir de apoio e agilizar a confecção das armaduras. Com a armadura semi-pronta, as barras foram dispostas em suas devidas posições. Após o transporte da armadura e seu devido posicionamento nas formas de madeira, procedeu-se a amarração de pastilhas de argamassa de cimento e areia à armadura positiva e armadura de montagem, visando manter a altura útil constante para todas as vigas, bem como seu cobrimento. A Figura 3.14 mostra o processo de montagem das armaduras.



Figura 3.14 – Corte e dobra das armaduras

Após a limpeza da forma, aplicou-se desmoldante às superfícies expostas ao concreto uniformemente por meio de broxas, com a finalidade de impedir a aderência entre concreto e a forma, facilitando sua remoção sem danificar a superfície e arestas do concreto. Imediatamente após isto iniciou-se a concretagem.

A moldagem das vigas foi realizada a partir de concreto usinado fornecido comercialmente, cuja resistência à compressão contratada foi de 30 MPa aos 28 dias, com seixo de 19 mm de diâmetro máximo. Foi necessário um volume aproximado de 1,5 m<sup>3</sup> para as vigas e 0,16 m<sup>3</sup> para os corpos-de-prova, considerando-se também as eventuais perdas. O transporte do concreto até o local de lançamento foi realizado por meio de carrinhos-de-mão. O concreto foi lançado nas formas e adensado com o auxílio de um vibrador tipo agulha de 20 mm de diâmetro, sendo as superfícies das vigas regularizadas através de uma régua de madeira.

A concretagem foi finalizada com a regularização da superfície e retirada do excesso de material, além da inclusão de ganchos de içamento para auxiliar na desforma, como mostra a Figura 3.15. Simultaneamente à concretagem das lajes, foram moldados 9 corpos-de-prova cilíndricos (6 de 100×200 mm e 3 de 150×300 mm) de dimensões para a realização dos ensaios de propriedades mecânicas. A cura do concreto se deu em ambiente de laboratório durante 7 dias, feita com sacos de aniagem submetidos à molhagem regular, assim que a superfície das vigas apresentou resistência à ação da água (aproximadamente 5 horas após a concretagem). A desforma foi efetuada 7 dias após a concretagem.



Figura 3.15 – Ganchos de içamento

### 3.3 INSTRUMENTAÇÃO DAS VIGAS

As vigas foram instrumentadas seguindo o mesmo padrão de monitoramento da seção do meio do vão, mostrada na Figura 3.16 em que  $EER_c$  simboliza extensômetro do concreto e  $EER_s$  do aço, utilizando-se uma quantidade total de 10 extensômetros elétricos no aço, 27 extensômetros elétricos no concreto e 01 deflectômetro por viga, para a observação da evolução do comportamento que conduziu à ruína. Dessa maneira, os extensômetros foram localizados em pontos apropriados da armadura de flexão e da face superior do concreto, enquanto as medições de deslocamentos foram obtidas a partir de relógios comparadores colocados na parte inferior. A distribuição dos sensores foi disposta de maneira a contemplar do ponto de vista experimental todas as comparações a serem feitas.

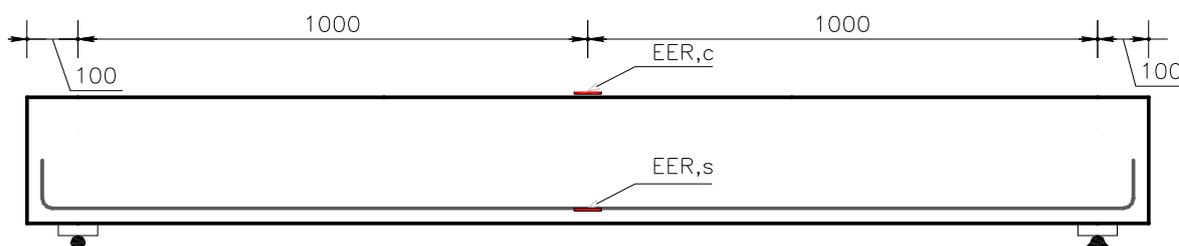


Figura 3.16 – Seção monitorada durante os ensaios (mm)

### 3.3.1 Deformações

#### 3.3.1.1 Aço

O monitoramento das deformações da armadura de flexão foi realizado utilizando-se extensômetros elétricos de resistência ( $EER_s$ ) da Excel Sensores, com grelha de dimensões (3,18 x 3,18) mm – modelo PA-06-125AA-120L, os quais foram fixados na superfície lateral das barras, a meia altura, posicionados em ponto estratégico, para o monitoramento da seção do meio do vão da viga, como mostrado anteriormente e verificação do comportamento elasto-plástico da armadura, segundo o padrão indicado na Figura 3.17.

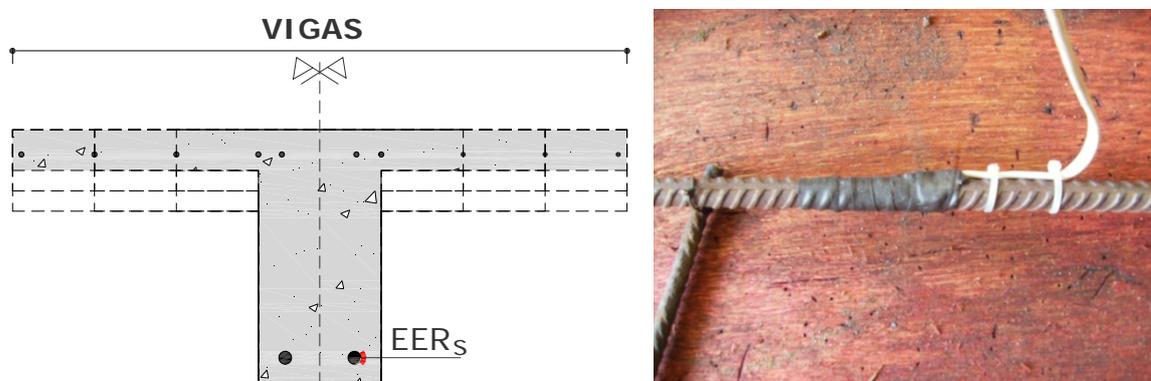


Figura 3.17 – Instrumentação das armaduras

#### 3.3.1.2 Concreto

As deformações longitudinais no concreto foram medidas a partir de extensômetros elétricos de resistência ( $EER_c$ ) da Excel Sensores, com grelha de dimensões (51,1 x 2,03) mm – modelo PA-06-201BA-120L, fixados na superfície superior, previamente preparada e regularizada, do meio do vão da viga por meio de adesivo instantâneo. Os extensômetros foram distribuídos transversalmente no centro, à 140 mm, 220 mm e 300 mm, de acordo com a largura de cada viga com suas respectivas mesas, para verificação da distribuição das deformações ao longo das abas, conforme Figura 3.18. Em virtude desses fatores, as vigas de  $b_f=600$  mm apresentaram maior quantidade de extensômetros, conforme os pontos indicados na Figura 3.19 e informações quanto à distância a face da viga.



Figura 3.18 – Etapas de instalação dos extensômetros no concreto

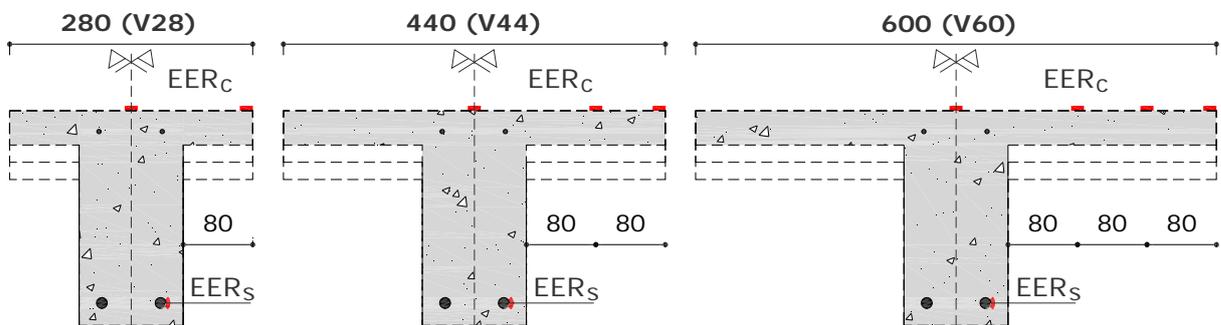


Figura 3.19 – Instrumentação do concreto (mm)

### 3.3.2 Deslocamentos

As flechas foram obtidas através de deflectômetros (relógios comparadores) analógicos da Digimess – de 100 mm de curso de haste e precisão de 0,01 mm (Figura 3.20) instalado na face inferior das vigas, na seção do meio do vão ensaiado. Assim, como mostra a Figura 3.21, foi utilizado um relógio comparador para cada viga. Foram apoiados em estruturas auxiliares, sem vínculos à estrutura de ensaio, presos pelas bases magnéticas e devidamente calibrados.



Figura 3.20 – Relógio comparador

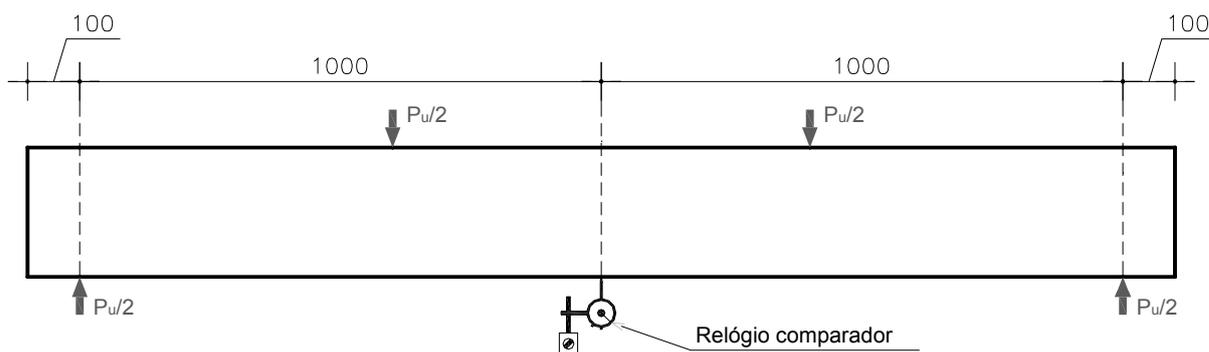


Figura 3.21 – Ponto de monitoração dos deslocamentos verticais (mm)

### 3.4 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio montado sobre a laje de reação do Laboratório de Engenharia Civil (LEC) da Universidade Federal do Pará (UFPA) teve como principal objetivo obter a resposta da estrutura ao carregamento concentrado aplicado. Sendo assim, as vigas foram ensaiadas em sistema simplesmente apoiado em roletes sobre blocos de apoio (apoios de 1º gênero), suportando o carregamento aplicado perpendicularmente ao eixo longitudinal da viga (direção horizontal), no meio do vão, na face superior da viga, através de um trilho metálico bi-apoiado utilizado para distribuição do carregamento em dois pontos simulando uma situação de flexão simples, acoplados ao pórtico de reação fixo à laje do pavimento. O dispositivo de carregamento consistiu em um cilindro hidráulico de comando manual com capacidade de carga de 1000 kN, acoplado a uma bomba hidráulica que o aciona, apoiados sobre uma célula de carga com capacidade de 1000 kN e precisão de 1 kN ligada a um indicador digital de carga. Os carregamentos foram estabelecidos por passos a cada 5 kN e estipulou-se intervalo de tempo para leitura e mapeamento das fissuras em aproximadamente 3 minutos. Antecedendo o início dos ensaios, as vigas foram submetidas a um pré-carregamento de 1 kN com objetivo de estabilização do sistema. A montagem do sistema de ensaio contou com auxílio de uma empilhadeira de capacidade de aproximadamente 50 kN, e uma talha. A Figura 3.22 e Figura 3.23 mostram a montagem e organização do sistema de ensaio.

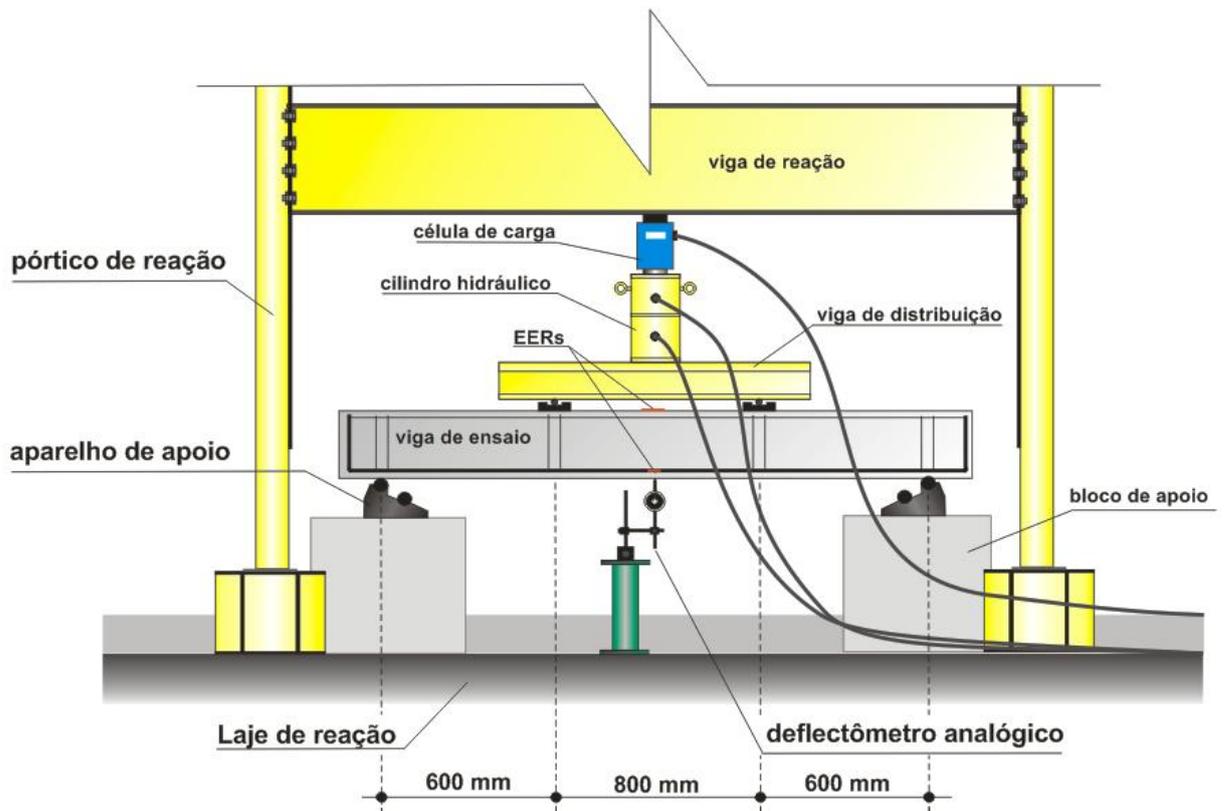


Figura 3.22 – Detalhe do sistema de ensaio



Figura 3.23 – Sistema de ensaio no LEC

### 3.5 SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS

As leituras de deformação foram obtidas utilizando-se um sistema modular de aquisição de dados: *ALMEMO® 5690-2M*, da *Ahlborn*, compatível com o software *AMR WinControl*, que procedeu a leitura dos extensômetros posicionados no aço e no concreto. Os intervalos de incremento de carga para cada coleta de dados, bem como para a devida efetivação da leitura dos extensômetros, deflectômetros e marcação de fissuras foram adotados em 5 kN, em intervalos constantes sempre que possível, a fim de se alcançar um número satisfatório de leituras para que os gráficos fossem representativos do comportamento das vigas. A Figura 3.24 mostra os equipamentos de monitoramento e controle e a Figura 3.25 mostra dos equipamentos associados ao sistema de aplicação da carga.

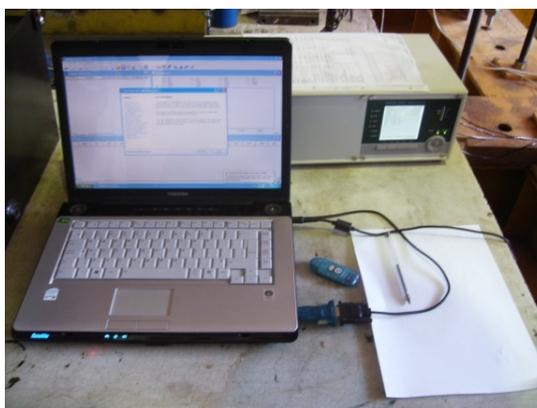


Figura 3.24 – Sistema de aquisição de dados



Figura 3.25 – Sistema de leitura e aplicação de carga

### 3.6 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

A produção de um material construtivo para uma aplicação específica tem que levar em conta sua capacidade de suportar a força aplicada, a qual irá produzir tensões que ficam distintas entre si: compressão, tração e cisalhamento. Para a interpretação dos ensaios do material sob tensão é necessário conhecer seu comportamento, a relação tensão-deformação nos materiais geralmente é expressa em termos de resistência e módulo de elasticidade, sendo de acordo com MEHTA e MONTEIRO (2008) a primeira a medida da quantidade de tensão necessária para que o material se rompa, e a segunda a razão entre a tensão e a deformação reversível.

Para que haja a obtenção das propriedades desejadas, há a necessidade que o concreto passe por um processo de avaliação, que é constituído de ensaios que focalizam tanto o aspecto mecânico quanto o aspecto da sua durabilidade. No aspecto mecânico, tem-se principalmente a partir da 2ª metade do século passado, um crescimento do conhecimento do comportamento do concreto. Desta forma, pode-se constatar que uma série de fatores que podem influenciar nas propriedades mecânicas do concreto. Como principais fatores que influenciam nas propriedades mecânicas do concreto, verificaram-se a relação água/cimento, o tipo de cimento, o emprego de adições minerais, entre outros.

Assim, torna-se indispensável o controle tecnológico dos materiais em uso, pois o desempenho satisfatório do concreto armado sujeito à esforços solicitantes baseia-se na ação conjunta dos materiais. Visando isso, foram avaliadas as propriedades mecânicas dos materiais separadamente, concreto e aço, buscando-se uma melhor compreensão dos resultados à serem analisados posteriormente.

#### 3.6.1 Aço

O aço é um produto siderúrgico com porcentagem de carbono entre 0,008% e 2% . Os aços destinados ao concreto armado (armadura passiva) são chamados de aços-carbono e possuem teor de carbono  $< 0,5\%$ . São aços de dureza natural, laminados a quente ou encruados a frio. As formas encontradas para os aços são duas: as barras e os fios. Os aços para concreto armado são classificados de acordo com a NBR7480 (1996). As barras são produtos de bitola (diâmetro da seção transversal nominal,  $\emptyset$ ) de 4,2 mm a 40 mm, obtidos por laminação a quente. As barras se apresentam no comércio com comprimentos de aproximadamente 12 metros, admitindo-se uma tolerância de 9%.

A resistência característica do aço à tração é obtida através de ensaios padronizados e curva de distribuição normal. Os aços para concreto armado (CA) se classificam segundo sua resistência da seguinte maneira: As letras CA designam que o aço é utilizado em obras de concreto armado e o número que segue representa a resistência característica de escoamento.

O aço utilizado nos experimentos foi caracterizado a partir de ensaios de tração realizados em seis amostras de aço, sendo três com 5,0 mm (CA-60) e três com 12,5 mm de diâmetro (CA-50) e 600 mm de comprimento todas de mesmo lote para a determinação das propriedades mecânicas do aço – resistência a tração, módulo de elasticidade, tensão de escoamento e de ruptura – na máquina universal de ensaio do Laboratório de Engenharia Civil da UFPA. As deformações foram medidas com extensômetros mecânicos e os ensaios seguiram as recomendações da NBR 6152 (1992). A Figura 3.26 mostra os ensaios realizados nas amostras de aço.



Figura 3.26 – Ensaios no aço (OLIVEIRA, 2003)

### 3.6.2 Concreto

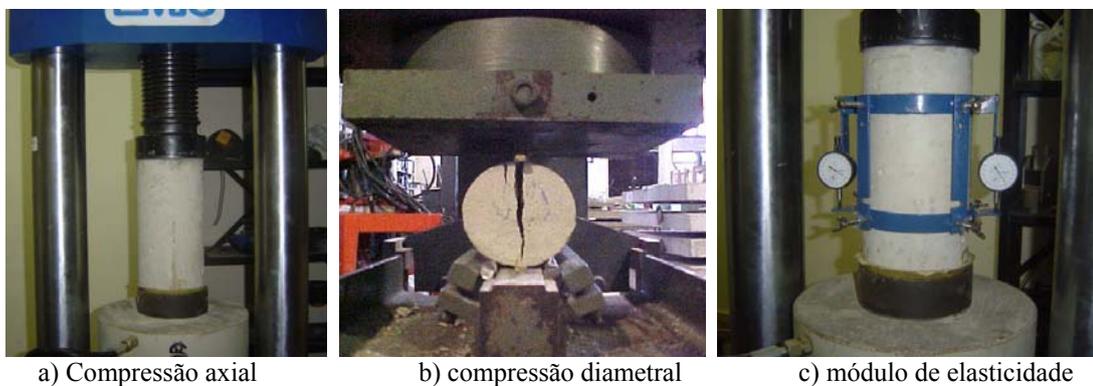
Na concretagem dos elementos estruturais empregou-se concreto usinado cujo valor nominal para a resistência do concreto foi especificado em 30 MPa aos 28 dias com abatimento (slump) de  $10 \pm 1$  mm que corresponde a um grau de trabalhabilidade normal. Suas propriedades mecânicas foram obtidas experimentalmente a partir de 6 corpos-de-prova cilíndricos de (100 x 200) mm e 3 de (150 x 300) mm, os quais foram submetidos à ensaios destrutivos de compressão axial, compressão diametral e módulo de elasticidade. A dimensão máxima característica do agregado graúdo foi 19 mm. A Figura 3.27 mostra a moldagem dos corpos-de-prova e a Figura 3.28 mostra os ensaios realizados.

Pode-se perceber nas dimensões do corpo-de-prova que a altura é igual a duas vezes o diâmetro do cilindro. De acordo com MONTROYA *et al.* (2000), resultados comparativos obtidos com ensaios de corpos-de-prova de dimensões diferentes mostram que os de maiores dimensões, portanto, com maior volume de concreto, apresentam resistências menores. A justificativa está no fato de que, para maiores volumes, o índice de vazios é maior e, por conseguinte, mais deformável e apresenta resistências menores. A diferença de dimensão, quando do estudo do módulo de elasticidade, também pode resultar em variabilidade nos resultados, visto que esta propriedade também é conhecida através de um ensaio semelhante à resistência à compressão.

A determinação da resistência à compressão do concreto foi estabelecida a partir de ensaios de compressão axial em 3 corpos-de-prova, realizados de acordo com a NBR 5739 (1994). Para a determinação da resistência à tração também foram utilizados 3 corpos-de-prova cilíndricos de mesmas dimensões de acordo com a NBR 7222 (1994). Os módulos de elasticidade foram obtidos de acordo com a NBR 8522 (1984), também através dos ensaios de 3 corpos-de-prova.



Figura 3.27 – Moldagem dos corpos-de-prova



a) Compressão axial

b) compressão diametral

c) módulo de elasticidade

Figura 3.28 – Ensaio no concreto

## 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 4.1 CONSIDERAÇÕES

Apresentam-se os resultados e análises obtidos durante os ensaios descritos no capítulo 3. Através destes foi possível caracterizar o comportamento dos modelos experimentais, procurando-se verificar a influência da forma e área da seção transversal das vigas. Lembrando que os ensaios foram realizados sem armadura de cisalhamento, na intenção de diminuir as variáveis atuantes e eliminar a contribuição dos estribos, favorecendo o desenvolvimento de ruptura por cisalhamento.

### 4.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

#### 4.2.1 Aço

Os valores médios das tensões de escoamento e de ruptura, da deformação de escoamento e do módulo de elasticidade das seis amostras de aço de diâmetro 5,0 mm e 12,5 mm são apresentados na Tabela 4.1. Na Figura 4.1 podem ser observadas as curvas médias obtidas durante os ensaios das mesmas.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do aço

$\emptyset$ (mm)	cp (n°)	$f_{ys}$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ (%)	$E_s$ (GPa)
5,00	3	670,0	700,0	4,6	257,7
12,5	3	570,0	685,0	2,3	248,0

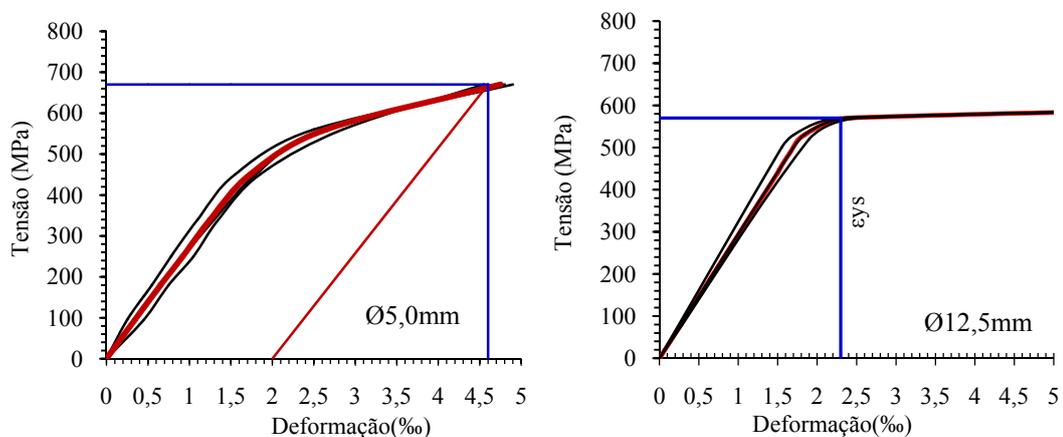


Figura 4.1 – Curva tensão-deformação média das barras

As informações sobre as propriedades mecânicas dos aços contidas no diagrama agregam todos os resultados obtidos para a armadura de flexão utilizada, indicando que houve pouca discrepância entre eles, uma vez que apresentaram variação menor que 10 %. Procurou-se então determinar a inclinação média em cada passo de carga imposto para se obter o valor médio do módulo de elasticidade. Adicionalmente, todas as amostras atenderam aos critérios de ductilidade da NBR7480 (1996) que admite que a tensão de ruptura  $f_u$  do aço utilizado seja, no mínimo, igual a  $1,10 \cdot f_{ys}$  para aços com patamar de escoamento.

#### 4.2.2 Concreto

Com relação aos ensaios dos corpos-de-prova de concreto aos 28 dias de idade, os resultados médios obtidos para as nove amostras cilíndricas de dimensões (100 x 200) mm para as resistências à compressão ( $f_c$ ), tração por compressão diametral ( $f_{ct}$ ) e dimensões (150 x 300)mm para módulo de elasticidade ( $E_c$ ), juntamente com as previsões normativas calculadas a partir de  $f_c$ , são apresentados na Tabela 4.2, observa-se que os resultados experimentais ficaram próximos dos resultados teóricos.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto

A (mm)	cp (n°)	Experimental			Teórico			
		$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_{sc}$ (GPa)	$f_{ct}$ NBR6118:78 (MPa)	$f_{ct}$ NBR6118:03 (MPa)	$E_{sc}$ CEB- MC90 (GPa)	$E_{sc}$ NBR6118:03 (GPa)
100×200		47,3	-	-				
100×200	3	-	3,9	-	3,5	3,9		
150×300		-	-	37			32,5	38,5

### 4.3 DESLOCAMENTOS DAS VIGAS

Os resultados de deslocamentos verticais forneceram flechas crescentes obtidas através das leituras efetuadas a cada passo de carga no ponto monitorado, sendo sempre as maiores observadas no meio do vão das vigas.

Os deslocamentos máximos obtidos através dos relógios comparadores analógicos instalados no meio do vão de cada viga são mostrados na Figura 4.2, em que observa-se a maior rigidez das vigas de largura da mesa de 600 mm, com ganho crescente de acordo com o aumento da altura da mesa de 40, para 60 e para 80 mm. É possível notar que houve certa discrepância no diagrama da viga V60H4, a qual demonstrou um ganho súbito de rigidez passando inclusive das demais vigas, atribui-se este fato a uma possível falha no posicionamento da agulha.

Uma comparação mais detalhada é feita através das dimensões em comum entre as vigas, assim formam-se 06 grupos, 03 de mesma altura da mesa e 03 de mesma largura da mesa, como mostrado da Figura 4.3 à Figura 4.8 por meio de comparações dos diagramas carga-deslocamento, lembrando que estes foram retirados de suas posições na iminência da ruína das vigas para evitar danificá-los. Observa-se de uma maneira geral, o incremento de rigidez dado ao elemento em virtude do aumento do momento de inércia da seção transversal. O comportamento das vigas de seção T se distancia do desempenho da viga de referência.

A diferença de inércia e área de concreto entre a viga de referência e as vigas V28H4, V28H6 e V28H8 é de aproximadamente 44% e 13% respectivamente. A partir disto, verifica-se que a diferença de deslocamentos entre as duas primeiras é significativamente maior do que no segundo caso, onde são comparados dois exemplares de seção T, em estágios de carregamento que se aproximam do estado limite último. O mesmo raciocínio pode ser estendido aos demais grupos, onde são observados comportamentos mais similares entre si dos elementos dotados de mesa comparados à viga retangular.

Para as comparações entre grupos as flechas foram semelhantes entre si para o mesmo estágio de carregamento – no intervalo de 0,7 a 1,4 mm para uma carga de 30 kN, correspondente a aproximadamente 67% da carga última da viga VREF. Para esse mesmo passo de carga, foram verificadas diferenças de até 12 % nos valores das flechas no meio do vão das vigas. Em relação ao estado limite de utilização estes valores ainda se encontram abaixo do limite ( $l/250 = 2000/250 = 8$  mm), previsto como máximo pela NBR 6118 (2003).

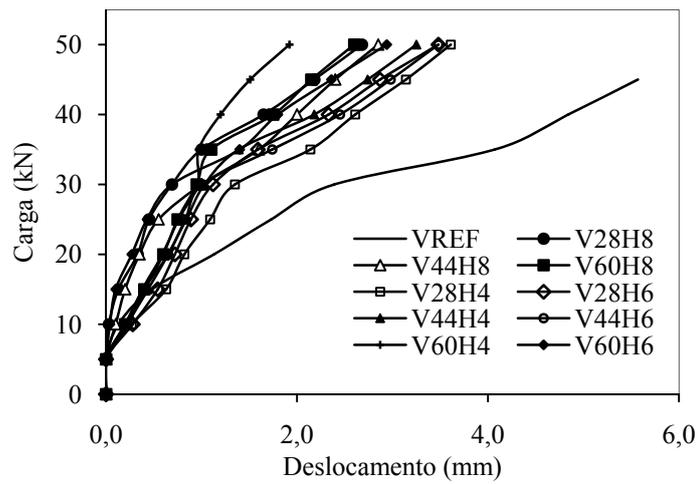


Figura 4.2 – Diagramas carga-deslocamento das vigas ensaiadas

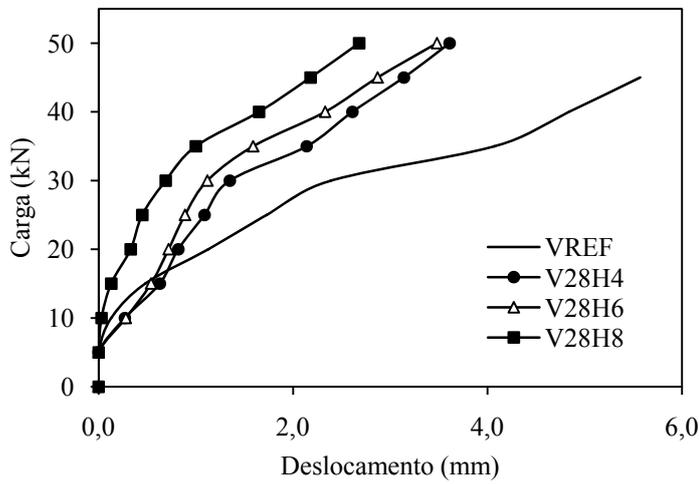


Figura 4.3 – Deslocamentos entre vigas de  $b_f = 280$  mm e referência

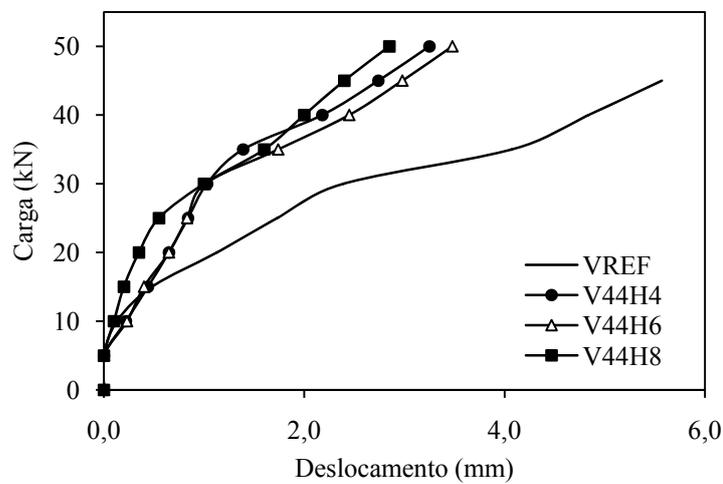


Figura 4.4 – Deslocamentos entre vigas de  $b_f = 440$  mm e referência

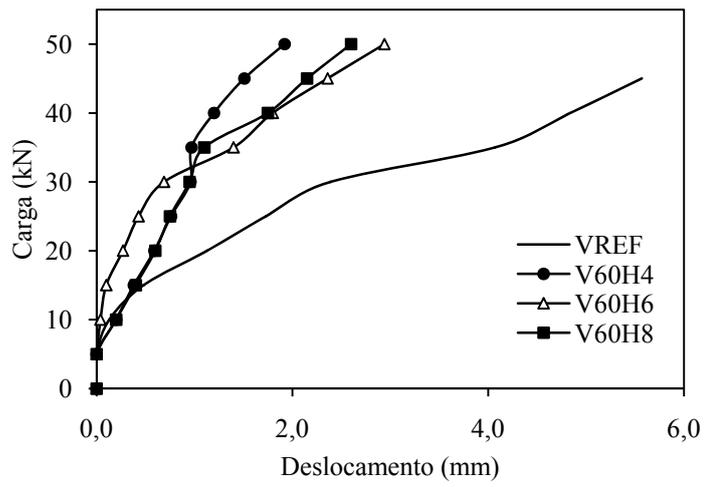


Figura 4.5 – Deslocamentos entre vigas de  $b_f = 600$  mm e referência

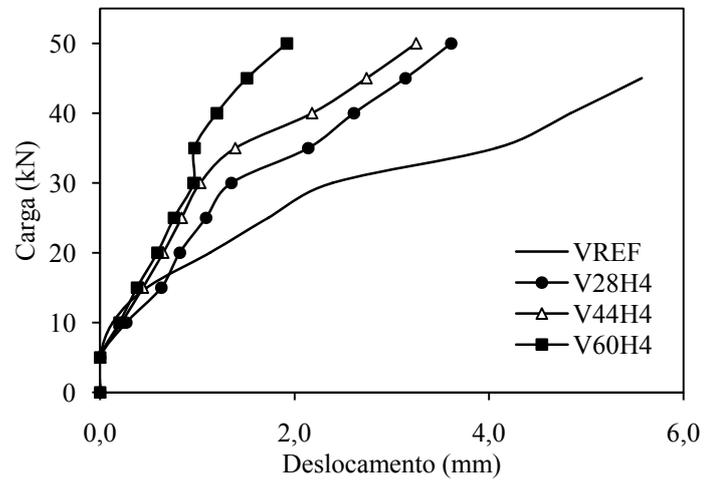


Figura 4.6 – Deslocamentos entre vigas de  $h_f = 40$  mm e referência

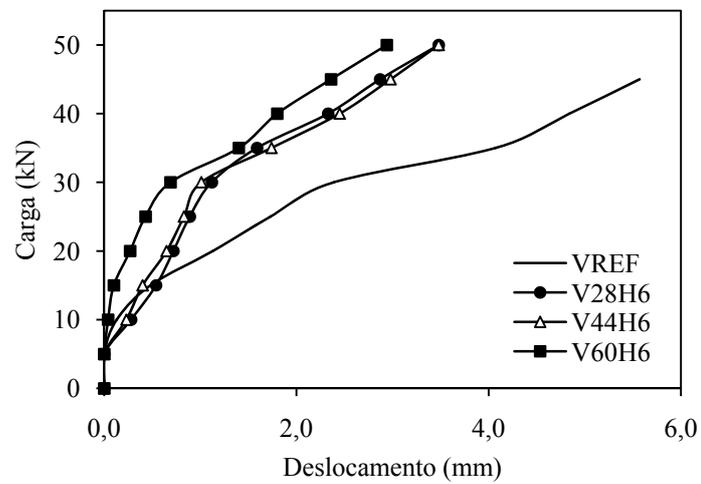


Figura 4.7 – Deslocamentos entre vigas de  $h_f = 60$  mm e referência

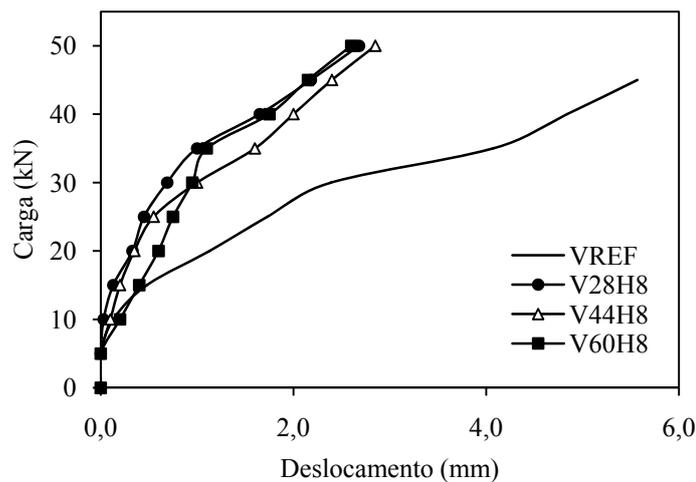


Figura 4.8 – Deslocamentos entre vigas de  $h_f = 80$  mm e referência

## 4.4 DEFORMAÇÕES

### 4.4.1 Armadura de flexão

Apresentam-se neste tópico, os resultados obtidos a partir do sistema de aquisição de dados para monitoração das deformações nas armaduras de flexão das vigas ensaiadas. É visível um aumento da capacidade de se absorver cargas com o progressivo aumento de área da mesa colaborante. E a partir da Figura 4.9 à Figura 4.14 mostra-se por meio dos diagramas carga-deformação o desempenho das armaduras de flexão das vigas de seção T submetidas à ensaios de flexão simples com variações em suas seções transversais. Nota-se que as vigas com maior altura de mesa ( $h_f = 60$  e  $80$  mm) apresentaram maior ductilidade que as demais vigas, pois suas armaduras de flexão atingiram a deformação de escoamento, observada nos ensaios de caracterização do aço como sendo  $\epsilon_{ys}=2,3$  ‰, é importante destacar que todas as leituras foram feitas até o momento em que os extensômetros das vigas pararam de funcionar.

As maiores deformações nas barras dispostas na direção longitudinal na seção do meio do vão foram de 1,75‰, 1,15‰, 2,03‰, 2,56‰, 2,14‰, 2,92‰, 3,05‰, 2,55‰, 3,00‰ e 2,88‰ para as vigas VREF, V28H4, V28H6, V28H8, V44H4, V44H6, V44H8, V60H4, V60H6 e V60H8, respectivamente. Embora algumas barras não registrem que a armadura de flexão tenha sofrido o escoamento, é importante acrescentar que foi verificado padrão de fissuração de flexão elevado com grandes deslocamentos verticais.

Observou-se que, para os primeiros passos de carga, as deformações nas armaduras foram expressivas e tenderam a diminuir suavemente após um salto abrupto de aproximadamente

0,50 ‰ (entre o intervalo de 20 kN e 40kN de carga) à medida que avançava-se com o decorrer do ensaio e aumento da carga, indicando forte presença das tensões que formaram as primeiras fissuras e provocaram perda de rigidez.

A aplicação do carregamento concentrado e as mudanças na geometria das peças (variação na seção transversal) geram grandes perturbações de tensão, fazendo-se necessário um monitoramento mais rigoroso.

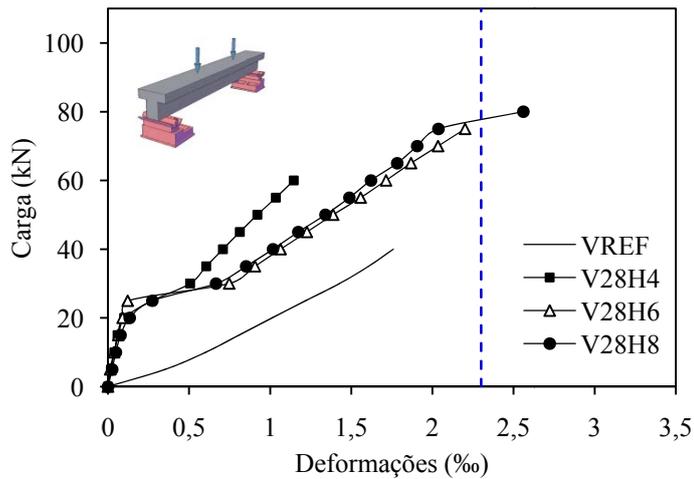


Figura 4.9 - Deformações na armadura das vigas com  $b_f=280$  mm

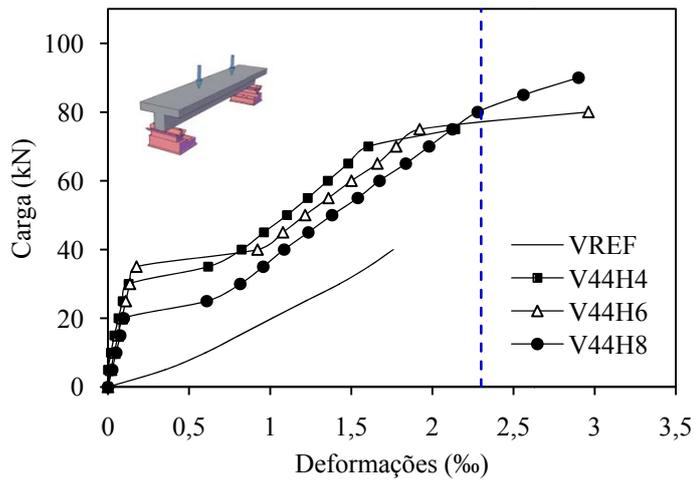


Figura 4.10 - Deformações na armadura das vigas com  $b_f=440$  mm

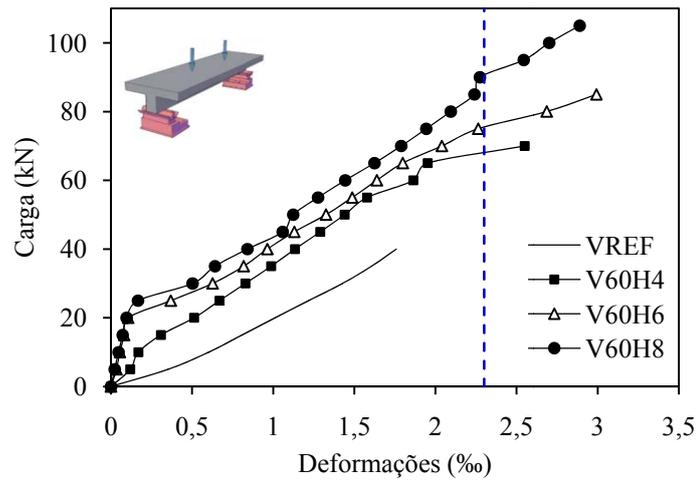


Figura 4.11 - Deformações na armadura das vigas com  $b_f=600$  mm

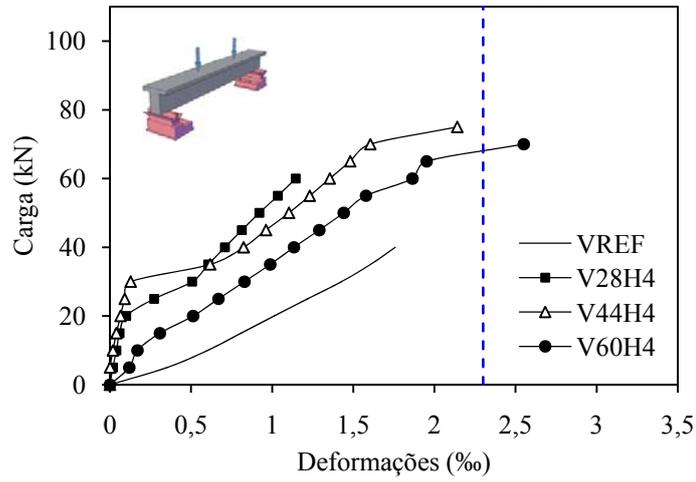


Figura 4.12 - Deformações na armadura das vigas com  $h_f=40$  mm

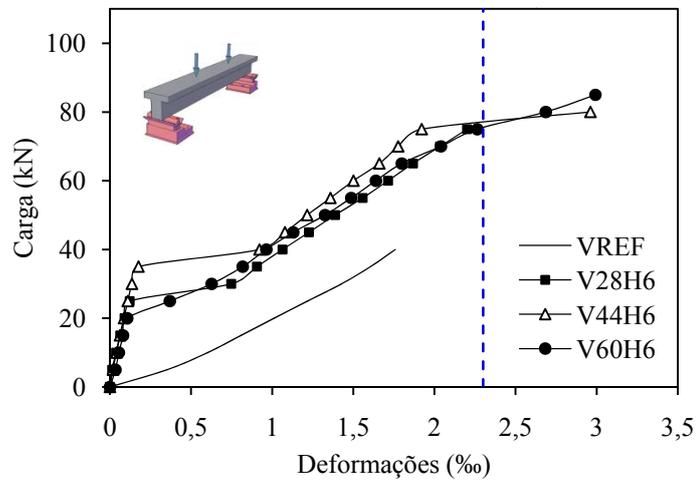


Figura 4.13 - Deformações na armadura das vigas com  $h_f=60$  mm

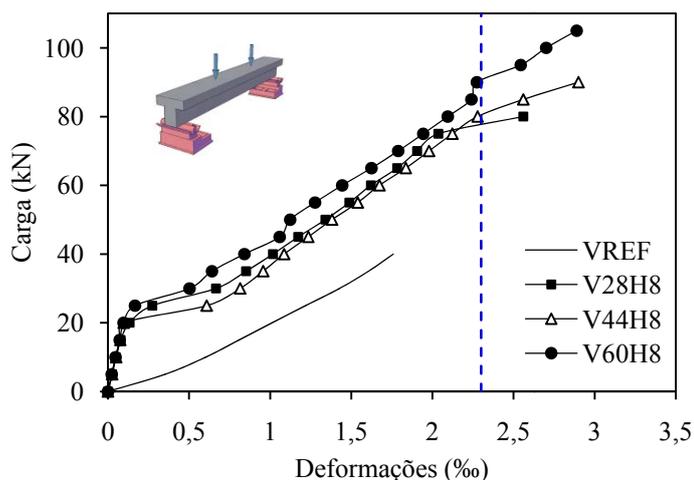


Figura 4.14 – Deformações na armadura das vigas com  $h_f=80$  mm

#### 4.4.2 Concreto

A partir das leituras obtidas com a utilização dos EER<sub>s</sub>, foi possível avaliar as deformações da mesa de concreto, tendo em vista as tensões e deformações de esmagamento do concreto. Com as deformações atingidas pela mesa de concreto, percebe-se que a variação da largura colaborante ( $b_f$ ) exerceu notória influência na distribuição das tensões na mesa. Da Figura 4.15 à Figura 4.17 são mostradas as taxas de deformação em mm/m para uma faixa de carregamento de 45 kN, a qual foi a carga última da viga de referência retangular.

A supressão das armaduras de combate ao esforço cortante teve como objetivo contribuir para quantificar a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento baseada no modelo de treliça adotado pelo código nacional, que governa as diretrizes de dimensionamento e estimativas de mecanismos resistentes ao esforço cortante. Tal parcela é função direta da resistência à tração do concreto, da geometria da seção transversal e da configuração formada da treliça devido à disposição do carregamento. A ruptura por tração diagonal do concreto é neste caso em estudo, o modo no qual a resistência ao cisalhamento é esgotada posto que o esmagamento da diagonal comprimida se desse a cargas notadamente superiores até em relação à carga última de flexão e com presença de forte armadura de cisalhamento.

Nenhuma das vigas ultrapassou o limite convencional de deformação no concreto de ruptura na flexão estabelecido pela NBR 6118 (2003) de 3,5 ‰, logo não foi observado esmagamento do concreto em nenhuma das vigas, como mostrado da Figura 4.18 à Figura 4.23. Dessa

maneira, pode-se admitir que ocorreu ruptura por cisalhamento ou flexão sem plastificação do concreto, neste último caso estando associada à ruptura por flexão com escoamento do aço.

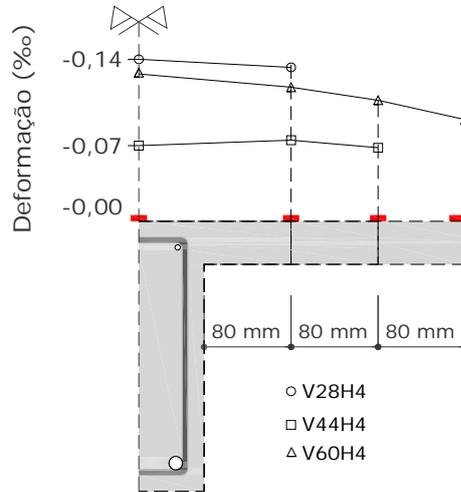


Figura 4.15 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=40$  mm)

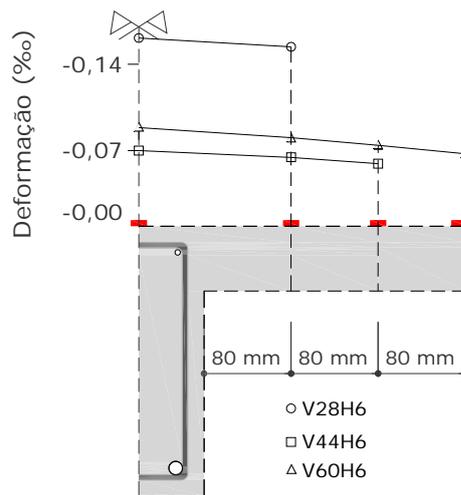


Figura 4.16 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=60$  mm)

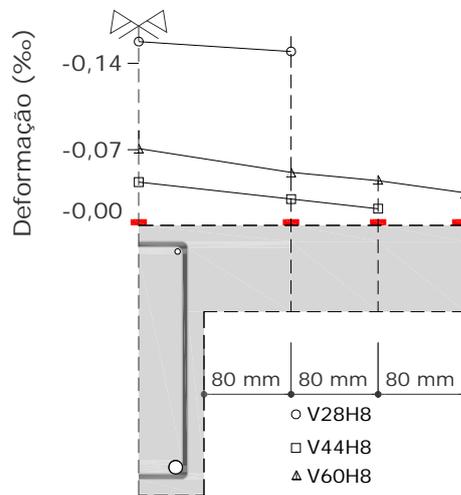


Figura 4.17 – Deformações longitudinais no concreto ao longo da mesa ( $h_f=80$  mm)

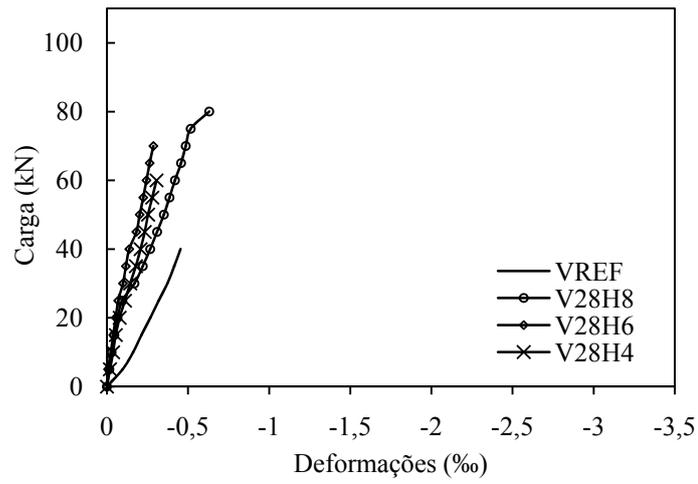


Figura 4.18 - Deformações no concreto das vigas com  $b_f=280$  mm

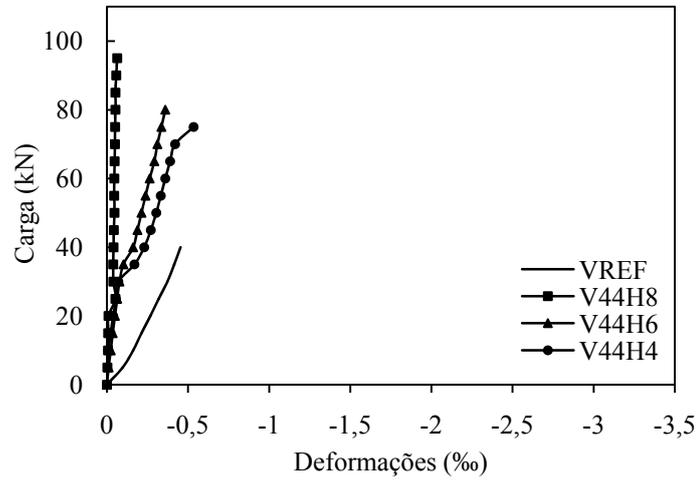


Figura 4.19 - Deformações no concreto das vigas com  $b_f=440$  mm

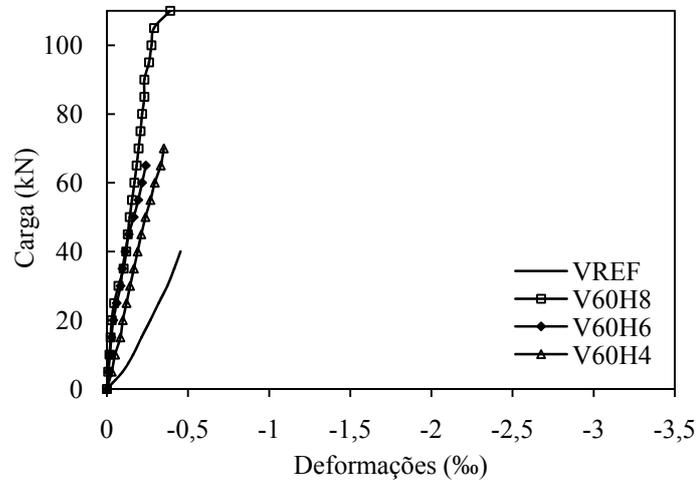


Figura 4.20 - Deformações no concreto das vigas com  $b_f=600$  mm

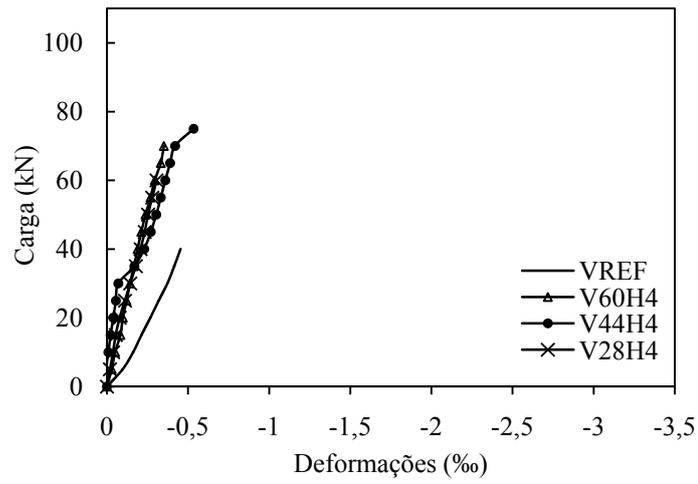


Figura 4.21 - Deformações no concreto das vigas com  $h_f=40$  mm

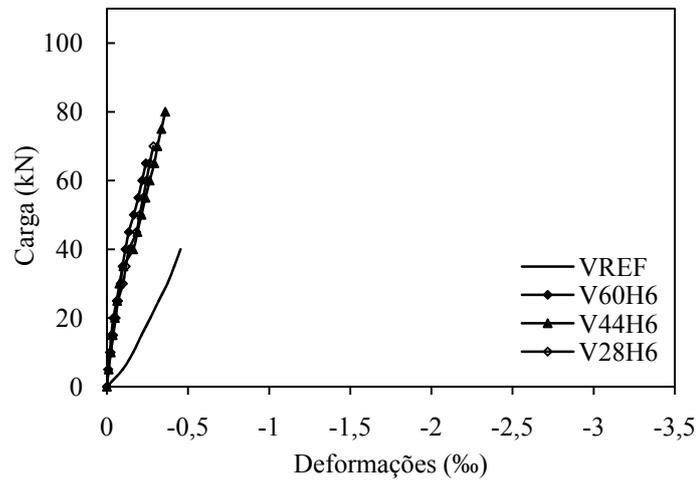


Figura 4.22 - Deformações no concreto das vigas com  $h_f=60$  mm

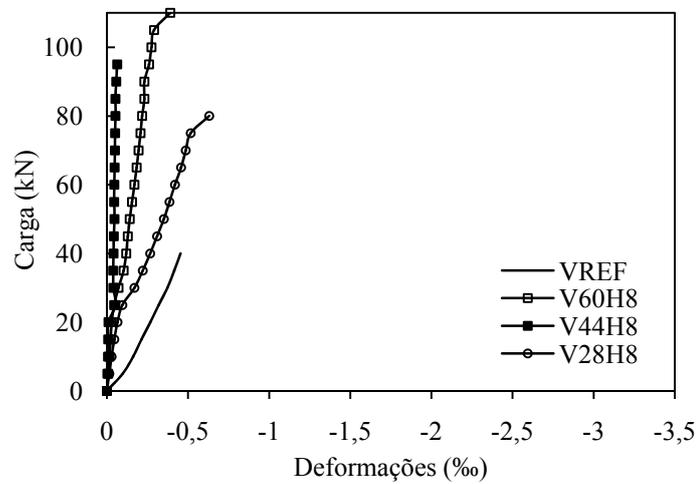


Figura 4.23 - Deformações no concreto das vigas com  $h_f=80$  mm

#### 4.5 FISSURAÇÃO

O padrão de fissuração se deu de forma semelhante em todos os casos, iniciando com o quadro típico de flexão, com abertura de fissuras verticais no meio do vão, apresentando quadro de inclinação progressivo a medida que se aproxima região dos apoios devido à ação simultânea de esforços de flexão e cisalhamento. Assim, as primeiras fissuras verticais visíveis foram observadas a aproximadamente 20 % da carga última das vigas. Já as fissuras diagonais críticas de cisalhamento, sendo nas vigas ensaiadas, de modo geral, responsáveis pelo colapso da peça, se desenvolveram a aproximadamente 70 % da carga última das vigas.

A configuração de ruína na região em torno da fissura de cisalhamento, apresentou superfície pouco irregular na interface da fissura, pois a ruptura se deu em ambos os casos tanto na pasta de cimento quanto nos agregados, com o aparecimento de grandes aberturas das fissuras, escoamento da armadura de flexão em alguns casos e a presença de grandes rotações. O concreto da região superior das vigas não apresentou princípio de plastificação, sem evidências de destacamento de sua superfície.

Aparentemente, as vigas apresentaram tendência de aumento do padrão de fissuração acompanhando o aumento de seção transversal das mesas colaborantes, o que demonstra o claro ganho de ductilidade somado ao ganho de resistência ao cisalhamento, logo a fissuração se tornou mais intensa à medida que a rigidez aumentou fato que parece estar associado ao ângulo da fissura crítica de cisalhamento – apresentada na ruína por cisalhamento – podendo-se sugerir a ocorrência do aumento da ductilidade ao comparar a evolução das fissuras visíveis, desde o instante do seu aparecimento até o instante de ruína, visto que o ângulo desta fissura na viga VREF foi de aproximadamente 37°, com diminuição para aproximadamente 35° nas vigas de  $h_f=40$  mm e, no entanto, aumento para aproximadamente 50° nas vigas de  $h_f=60$  mm e  $h_f=80$  mm, cortando inteiramente a mesa colaborante em todos os casos. Da Figura 4.24 a Figura 4.33 são apresentados os panoramas de fissuração e ruína das vigas ensaiadas, e mapeadas de forma visual.



Figura 4.24 – Padrão de fissuração da viga VREF



Figura 4.25 – Padrão de fissuração da viga V28H4



Figura 4.26 – Padrão de fissuração da viga V28H6



Figura 4.27 – Padrão de fissuração da viga V28H8



Figura 4.28 – Padrão de fissuração da viga V44H4



Figura 4.29 – Padrão de fissuração da viga V44H6

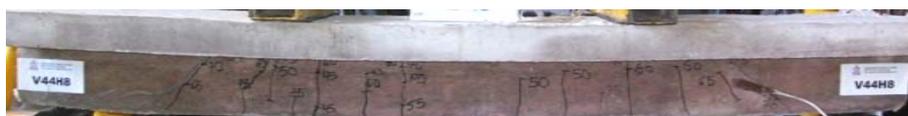


Figura 4.30 – Padrão de fissuração da viga V44H8



Figura 4.31 – Padrão de fissuração da viga V60H4



Figura 4.32 – Padrão de fissuração da viga V60H6



Figura 4.33 – Padrão de fissuração da viga V60H8

#### 4.6 CARGAS E MODOS DE RUPTURA

No decorrer dos ensaios, algumas das vigas ensaiadas alcançaram a carga de escoamento da armadura de flexão entre 60 kN e 100 kN e atingiram o colapso por cisalhamento em seguida. Como esperado, verificou-se clara influência da geometria e das dimensões da seção transversal. O aumento das abas da seção T proporcionou ganhos significativos à capacidade resistente da peça, apresentando acréscimos de até 3x a carga de ruptura de referência (da viga VREF) e redução de deslocamentos verticais de até 63 % para cada viga, quando comparados também com os resultados da viga de referência VREF.

O que foi observado sobre o comportamento das vigas T sem estribos vem confirmar a carga de escoamento das armaduras e a ruptura por cisalhamento, já que em determinados casos ensaiados a contribuição das mesas foi capaz de modificar o modo de ruptura esperado como sendo cisalhamento sem escoamento da armadura para o cisalhamento com escoamento da armadura longitudinal de tração.

Todas as vigas de largura  $b_f = 600$  mm (V60H4, V60H6 e V60H8) e as vigas V28H8, V44H6 e V44H8 atingiram a carga última tirando maior aproveitamento das armaduras de tração (ultrapassando a fase elástica - linear), uma vez que o aço se encontrava tracionado em escoamento, tratando-se de uma peça sub-armada. O modo de ruptura por cisalhamento ocorreu com boa ductilidade das peças, precedido por avisos que foram caracterizados pelos deslocamentos visíveis, pela intensa fissuração e desenvolvimento da fissura de cisalhamento diagonal (crítica) entre pontos de apoio e carga.

A Tabela 4.3 apresenta o quadro de cargas para todas as vigas ensaiadas, com suas respectivas áreas, momentos de inércia e cargas teóricas e experimentais, é possível notar que de acordo com a variação da largura da mesa até um  $b_f$  de 600 mm por um  $h_f$  de 60 mm de espessura a viga atingiu a maior carga última como ocorrido com a viga V60H6. É apresentada ainda a comparação entre a carga última experimental ( $P_u$ ) com a carga de ruptura por flexão ( $P_{flex}$  - calculada pela teoria de tensões e deformações de acordo com NBR 6118, 2003) para cada viga, juntamente com os modos de ruptura observados durante os ensaios e estimados, seguindo o critério de que a ruptura por flexão ocorreu em vigas que se aproximaram ou ultrapassaram a carga de flexão com relações  $P_u/P_{flex} \geq 0,95$ .

Na Figura 4.34 é mostrada a variação da linha neutra para cada viga calculada em Estado Limite Último, é possível perceber que esta sofre maior influência com a variação de  $b_f$ , permanecendo constante com a variação de  $h_f$  nas vigas, exercendo a mesma influência no cálculo do braço de alavanca e por sua vez na resistência à flexão. Fazendo  $\epsilon_s = 10\%$ , a deformação no concreto será menor que 3,5%, logo a tensão no concreto, expressa em função do valor na ruptura, deve ser corrigida pelo coeficiente  $\psi$ , função da deformação do concreto,  $\epsilon_c$ . Assim, a resultante de compressão deve ser obtida por  $0,85 \cdot \psi \cdot f_c \cdot A_c$ . O coeficiente  $\psi$  pode ser obtido a partir da deformação do concreto. O equilíbrio das resultantes na seção transversal é alcançado por tentativa. Varia-se a deformação no concreto,  $\epsilon_c$ , alterando-se, conseqüentemente,  $\psi$  e  $x$ , até que a resultante de compressão seja igual à de tração.

A partir da Figura 4.35 à Figura 4.42 mostram-se as cargas últimas computadas para as vigas comparando-se por grupos. Observa-se, por intermédio de linhas de tendência, o crescimento da capacidade de absorver cargas com o progressivo aumento da mesa colaborante.

Tabela 4.3 – Cargas e modos de ruptura

VIGA	Área (mm <sup>2</sup> )	I (mm <sup>4</sup> ×10 <sup>8</sup> )	P <sub>u</sub> (kN)	M <sub>flex</sub> (kN)	P <sub>flex</sub> (kN)	P <sub>u</sub> /P <sub>flex</sub> (kN)	Modo de ruptura observado	Modo de ruptura estimado
VREF	30000	1,563	45	30,6	102,0	0,44	C	C
V28H4	33280	2,153	63	31,6	105,4	0,60	C	C
V28H6	36480	2,569	78	31,6	105,4	0,74	C	C
V28H8	39680	2,879	91	31,6	105,4	0,86	C e E	C
V44H4	39680	2,248	87	32,2	107,3	0,81	C	C
V44H6	46080	2,677	120	32,2	107,3	1,12	C e E	F
V44H8	52480	2,975	127	32,2	107,3	1,18	C e E	F
V60H4	46080	2,279	83	32,8	109,3	0,76	C e E	C
V60H6	55680	2,697	140	32,8	109,3	1,28	C e E	F
V60H8	65280	2,984	123	32,8	109,3	1,13	C e E	F

Modos de ruptura: C (cisalhamento), C e E (cisalhamento com escoamento da armadura longitudinal de tração), F (Flexão).

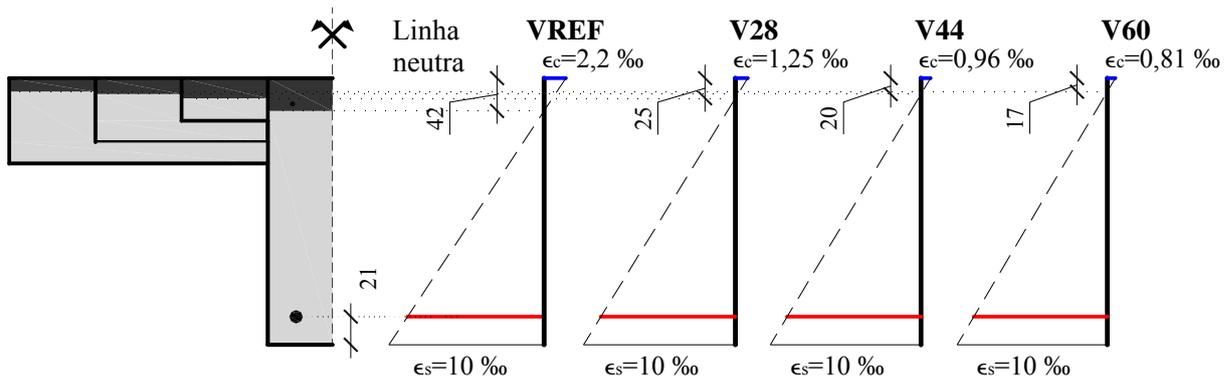


Figura 4.34 – Variação da linha neutra das vigas ensaiadas(mm)

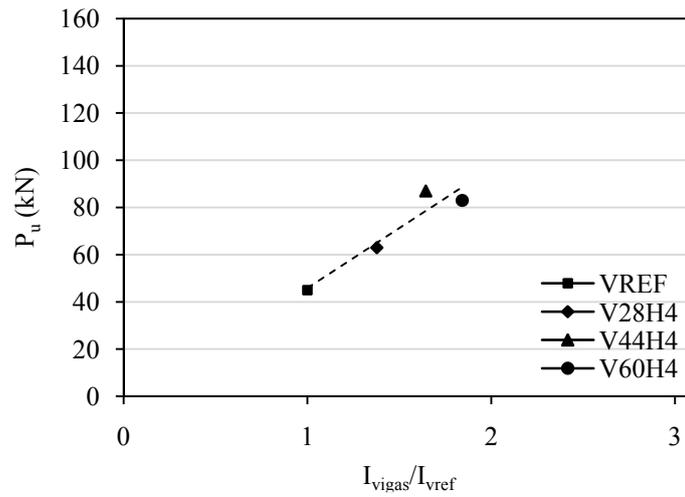


Figura 4.35 – Linha de tendência do grupo  $h_f=40$  mm

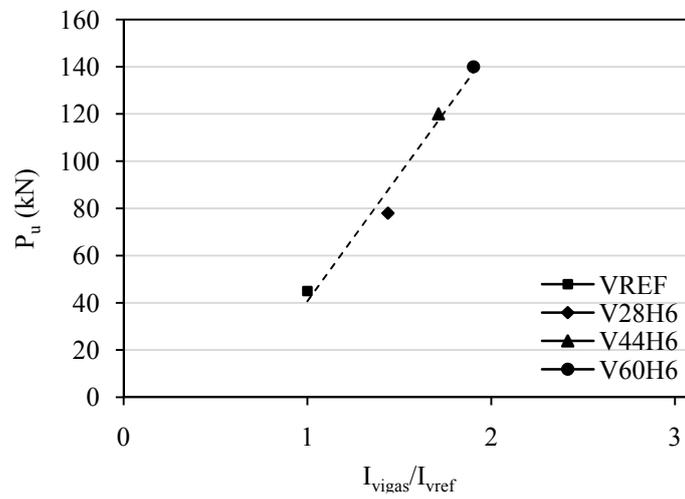


Figura 4.36 – Linha de tendência do grupo  $h_f=60$  mm

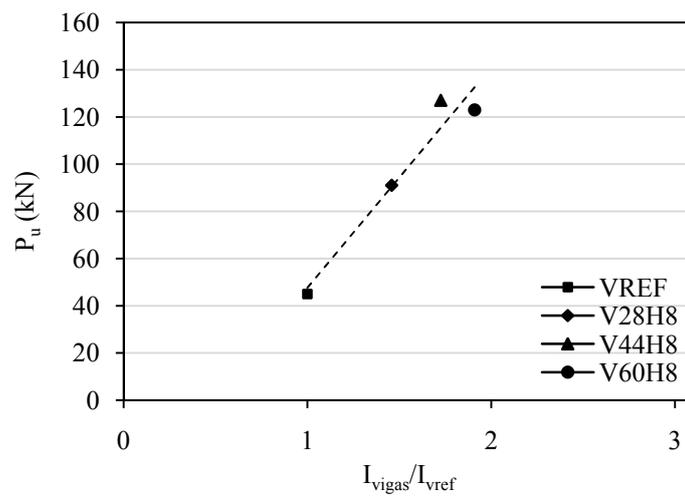


Figura 4.37 – Linha de tendência do grupo  $h_f=80$  mm

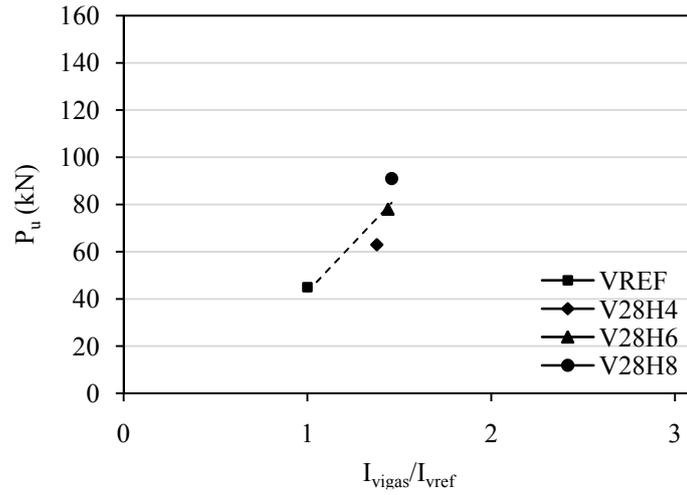


Figura 4.38 – Linha de tendência do grupo  $b_f=280$  mm

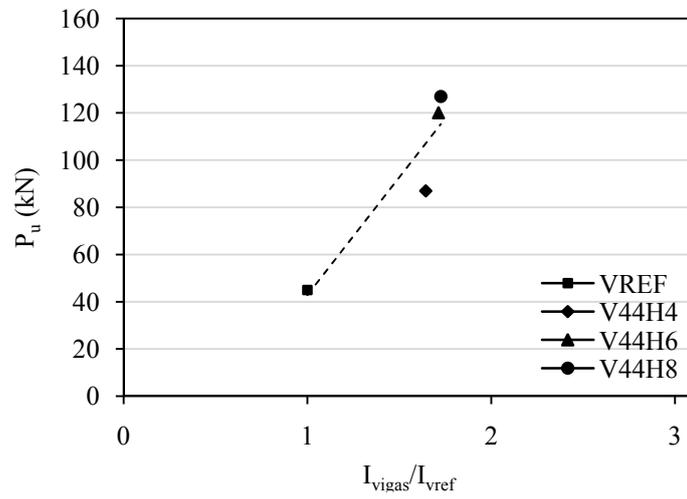


Figura 4.39 – Linha de tendência do grupo  $b_f=440$  mm

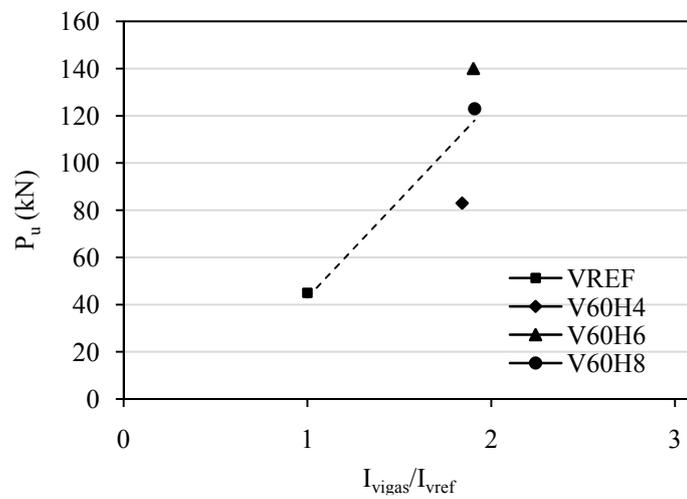


Figura 4.40 – Linha de tendência do grupo  $b_f=600$  mm

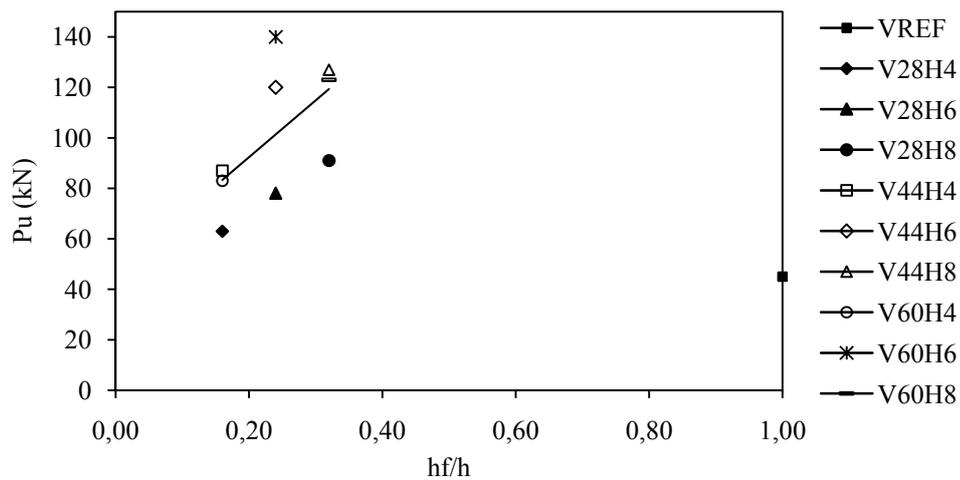


Figura 4.41 – Comparativo entre a carga última e  $h_f/h$

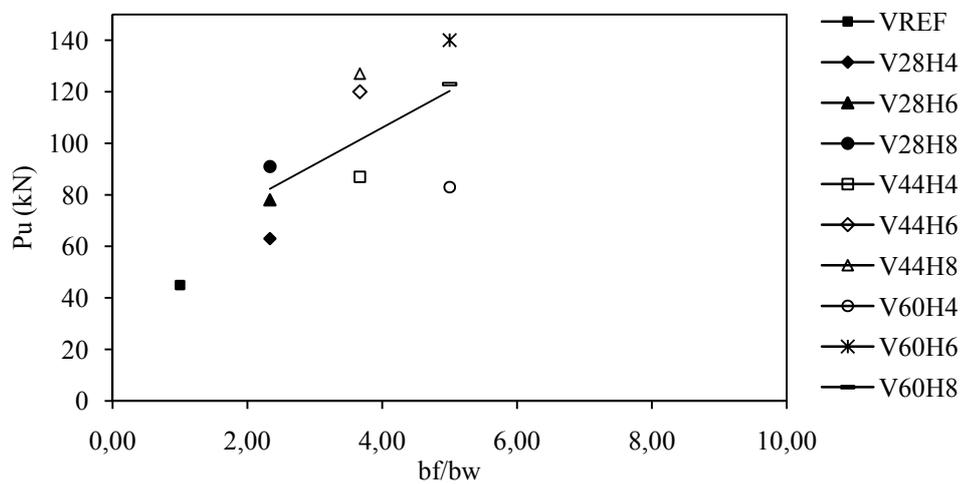


Figura 4.42 - Comparativo entre a carga última e  $b_f/b_w$

## 5. RESULTADOS TEÓRICOS

### 5.1 EXPRESSÕES E PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

#### 5.1.1 NBR 6118 (2003)

##### 5.1.1.1 Modelo de cálculo I

No modelo de cálculo I da norma brasileira NBR 6118 (2003) a resistência ao esforço cortante de vigas se dá a partir da verificação das diagonais. Como esta não considera a variação da seção transversal então o resultado do modelo de cálculo I da resistência ao esforço cortante será o mesmo para todas as vigas conforme as equações mostradas.

##### 5.1.1.1.1 Verificação da diagonal comprimida

A verificação se dá através de  $V_{Rd2}$ :

$$V_{Rd2,I} = 0,3 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d$$

$$V_{Rd2,I} = 0,3 \cdot \left(1 - \frac{47}{250}\right) \cdot 47 \cdot 120 \cdot 0,9 \cdot 229 = 283 \text{ kN}$$

##### 5.1.1.1.2 Verificação da diagonal tracionada

Para o cálculo da diagonal tracionada não tem-se armadura transversal, logo  $V_{sw}=0$ .

$$V_{sw,I} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$V_{sw,I} = \frac{0}{0} \cdot 0,9 \cdot 229 \cdot 670 \cdot (\sin 90^\circ + \cos 90^\circ) = 0$$

E assim  $V_{Rd3}$  dependerá apenas da parcela  $V_c$ .

$$V_{c0} = 0,126 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{c0} = 0,126 \cdot 47^{2/3} \cdot 120 \cdot 229 = 45 \text{ kN}$$

Logo, para todas as vigas

$$V_{Rd3,I} = V_{sw} + V_{c0} = 0 + 45 = 45 \text{ kN}$$

### 5.1.1.2 Modelo de cálculo II

No modelo de cálculo II a resistência ao cisalhamento se dá de forma semelhante, porém com variação do ângulo  $\theta$  entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e valor da parcela  $V_c$  variável de acordo com  $V_{Sd}$ .

#### 5.1.1.2.1 Verificação da diagonal comprimida

A verificação é feita através de  $V_{Rd2}$  com  $\theta=30^\circ$  e  $\alpha=90^\circ$ :

$$V_{Rd2,II} = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot (\text{cotg} \alpha + \text{cotg} \theta)$$

$$V_{Rd2,II} = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{47}{250}\right) \cdot 47 \cdot 120 \cdot 0,9 \cdot 229 \cdot 0,25 \cdot 1.732 = 245 \text{ kN}$$

#### 5.1.1.2.2 Verificação da diagonal tracionada

Não considera-se armadura transversal para o cálculo da diagonal tracionada, logo  $V_{sw}=0$ .

$$V_{sw,II} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{cotg} \alpha + \text{cotg} \theta) \cdot \text{sen} \alpha$$

$$V_{sw,II} = \frac{0}{0} \cdot 0,9 \cdot 229 \cdot 670 \cdot (\text{cotg} 90^\circ + \text{cotg} 30^\circ) \cdot \text{sen} 90^\circ = 0$$

E assim  $V_{Rd3}$  dependerá apenas da parcela  $V_{c0}$ . Considerando segundo a NBR 6118 (2003) que  $V_c=V_{c0}$  se  $V_{Sd} \leq V_c$ , e  $V_c=0$  se  $V_{Sd} = V_{Rd2,II}$ . Interpolando-se para valores intermediários. Assim para as vigas VREF, V28H4, V28H6, V28H8, V44H4 e V60H4 a parcela de resistência da diagonal tracionada será conforme a equação abaixo, pois para estas vigas têm-se  $V_{Sd} \leq V_c$ :

$$V_{c0} = 0,126 \cdot 47^{2/3} \cdot 120 \cdot 229 = 45 \text{ kN}$$

E para as demais vigas  $V_{Sd} > V_c$ , logo obtêm-se o valor por interpolação, visto que estas (V44H6, V44H8, V60H6 e V60H8) apresentaram a condição  $V_{Rd2} > V_{Sd} > V_{c0}$ . Conforme apresentado na Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4.

Tabela 5.1 – Interpolação para viga V44H6

$V_c$ (kN)	$V_{sd}$ (kN)
0	245
$V_c = 41,62$	60
45	45

Tabela 5.2 – Interpolação para viga V44H8

$V_c$ (kN)	$V_{sd}$ (kN)
0	245
$V_c = 40,84$	63,5
45	45

Tabela 5.3 – Interpolação para viga V60H6

$V_c$ (kN)	$V_{sd}$ (kN)
0	245
$V_c = 39,37$	70
45	45

Tabela 5.4 – Interpolação para viga V60H8

$V_c$ (kN)	$V_{sd}$ (kN)
0	245
$V_c = 41,29$	61,5
45	45

Assim para as vigas VREF, V28H4, V28H6, V28H8, V44H4 e V60H4 a resistência ao cisalhamento será:

$$V_{Rd3,II} = V_{sw} + V_{c0} = 0 + 45 = 45 \text{ kN}$$

E para as vigas V44H6, V44H8, V60H6 e V60H8 a resistência ao cisalhamento será conforme se apresenta na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Resistência ao cisalhamento pela NBR 6118 (2003) modelo II

Viga	$V_{Rd3,II}$
V44H6	41,62
V44H8	40,84
V60H6	39,37
V60H8	41,29

## 5.1.2 ACI 318 (2008)

### 5.1.2.1 Viga sem estribos

A parcela da força absorvida pelo concreto para membros sem armadura de cisalhamento é calculada pela expressão:

$$V_c = \left( \frac{1}{6} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c} + 17,24 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d$$

Como a taxa de armadura longitudinal “ $\rho_w$ ” é igual a 0,0089 para todas as vigas e a relação  $V_u \cdot d / M_u$  será constante para todas as vigas, então a parcela “ $17,24 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u}$ ” será também

constante para todas as vigas, resultando em:

$$V_c = \left( \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot \sqrt{47} + 17,24 \cdot 0,0089 \cdot 0,382 \right) \cdot 120 \cdot 229$$

$$V_c = 33 \text{ kN}$$

Logo a resistência ao esforço cortante das vigas será segundo o ACI 318 (2008) será de 33 kN, visto que a norma não considera a seção transversal T.

## 5.1.3 EUROCODE 2

### 5.1.3.1 Viga sem estribos

O EC2 prescreve equações divididas entre vigas que requerem ou não o uso de armadura transversal. Assim sendo a resistência ao esforço cortante do elemento sem estribos é dada por:

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot \left( 1 + \sqrt{200/d} \right) \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot \left( 1 + \sqrt{200/229} \right) \cdot (100 \cdot 0,0089 \cdot 47)^{1/3} \cdot 120 \cdot 229 = 22,14 \text{ kN}$$

Com um valor mínimo de:

$$V_{Rd,c \text{ mínimo}} = 0,035 \cdot \left( 1 + \sqrt{200/d} \right)^{3/2} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{Rd,c \text{ mínimo}} = 0,035 \cdot \left(1 + \sqrt{200/229}\right)^{3/2} \cdot \sqrt{47} \cdot 120 \cdot 229 = 17,74 \text{ kN}$$

Logo a resistência ao esforço cortante das vigas segundo o EC 2 será de 22,14 kN, destacando-se que esta norma também não considera a seção transversal T.

#### 5.1.4 Expressão de MUTTONI e RUIZ (2008)

A expressão baseada na Teoria da abertura da fissura crítica de cisalhamento leva em consideração, além da resistência à compressão do concreto, o diâmetro máximo do agregado graúdo, a tensão de escoamento e módulo de elasticidade do aço e relação entre momentos atuantes e resistentes permitindo a calibração dos resultados. Conforme mostrada abaixo:

$$V_R = \left( \frac{\frac{0,3}{\gamma_c}}{1 + \frac{50}{16 + d_g} \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot d \cdot 1,5 \cdot \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}}} \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d$$

Considerando-se a relação  $m_{Ed}/m_{Rd} = 1$ , tem-se:

$$V_R = \left( \frac{\frac{0,3}{1}}{1 + \frac{50}{16 + 19} \cdot \frac{500}{1 \cdot 248000} \cdot 229 \cdot 1,5 \cdot 1} \right) \cdot \sqrt{47} \cdot 120 \cdot 229 = 26,56 \text{ kN}$$

$$V_R = 26,56 \text{ kN}$$

A resistência ao esforço cortante das vigas segundo Equação 2.66 será de 26,56 kN, destacando-se que esta expressão não considera a seção transversal T.

#### 5.1.5 Análise das expressões e prescrições normativas

São apresentados na Tabela 5.6 os resultados dos códigos normativos da NBR 6118 (2003), ACI 318 (2008) e EUROCODE 2, e da expressão teórica de MUTTONI e RUIZ (2008) conforme Equação 2.66, paralelamente aos resultados experimentais em que se observa com clareza que em relação ao cálculo do esforço cortante resistente, todas as normas verificadas tendem a resultar em valores repetitivos para ambas as vigas, isto deve-se ao fato destas não contemplarem em suas respectivas expressões e modelos de cálculo a variação da forma da seção transversal dos elementos ou contribuição das abas da viga de seção “T”, considerando a seção retangular em todos os casos calculados o que levou a valores constantes. Exceto no

modelo de cálculo II da norma brasileira NBR 6118 (2003), em que caso o esforço cortante solicitante ( $V_{sd}$ ) seja maior que a parcela  $V_c$  deve-se efetuar a interpolação que conduz a valores diferentes de  $V_{c0}$ .

Tabela 5.6 – Estimativas

VIGA	Equação 2.66		NBR 6118		ACI 318		EUROCODE 2		Experimental	
	$V_{Rk}$ (kN)	$P_{Eq.2.66}$ (kN)	$V_{Rk}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$V_{Rk}$ (kN)	$P_{ACI}$ (kN)	$V_{Rk}$ (kN)	$P_{EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$P_u$ (kN)
VREF	26,6	53,1	45,0	90,0	33,0	66,0	22,1	44,3	22,5	45,0
V28H4			45,0	90,0					31,5	63,0
V28H6			45,0	90,0					39,0	78,0
V28H8			45,0	90,0					45,5	91,0
V44H4			45,0	90,0					43,5	87,0
V44H6			41,6	83,2					60,0	120,0
V44H8			40,8	81,7					63,5	127,0
V60H4			45,0	90,0					41,5	83,0
V60H6			39,4	78,7					70,0	140,0
V60H8			41,3	82,6					61,5	123,0

$P_u$  - Carga última,  $P_{flex}$  - carga de ruptura por flexão, Equação 2.66 - MUTTONI e RUIZ (2008)

Parametricamente faz-se as análises das estimativas em relação aos resultados experimentais. Vale destacar que para a viga de referência VREF as normas NBR 6118, ACI 318 e a Equação 2.66 superestimaram a resistência ao esforço cortante, no caso da norma brasileira este valor alcançou o dobro da carga última experimental conforme apresentado na Tabela 5.7. Enquanto o resultado da norma EC 2 concordou com o resultado experimental lembrando que estas três últimas têm formulações específicas para o cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas retangulares de concreto armado sem estribos.

Tabela 5.7 – Comparações entre estimativas e resultados experimentais

VIGA	$P_u / P_{Eq.2.66}$	$P_u / P_{NBR}$	$P_u / P_{ACI}$	$P_u / P_{EC2}$
VREF	0,85	0,50	0,68	1,02
V28H4	1,19	0,70	0,95	1,42
V28H6	1,47	0,87	1,18	1,76
V28H8	1,71	1,01	1,38	2,06
V44H4	1,64	0,97	1,32	1,96
V44H6	2,26	1,44	1,82	2,71
V44H8	2,39	1,55	1,92	2,87
V60H4	1,56	0,92	1,26	1,87
V60H6	2,64	1,78	2,12	3,16
V60H8	2,32	1,49	1,86	2,78

Para as demais vigas os resultados sofrem grande variação chegando próximo da relação 1,0 nas vigas V28H8, V44H4, V60H4 (NBR 6118, 2003), na viga V28H4 (ACI 318, 2008) e na viga VREF (EC 2, 1992), também observado da Figura 5.1 à Figura 5.4.

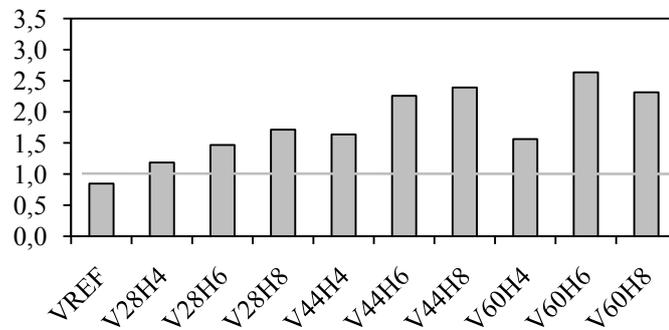


Figura 5.1 - Relação  $P_u/P_{Eq.2.66}$

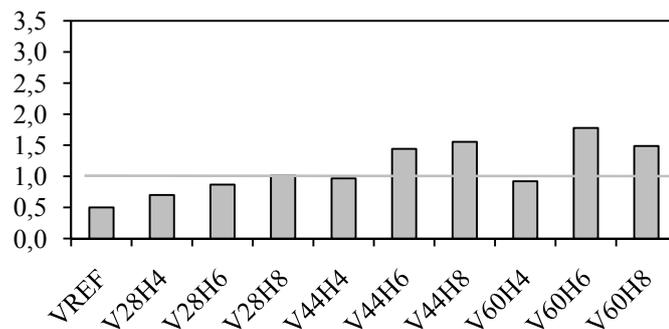


Figura 5.2 - Relação  $P_u/P_{NBR}$

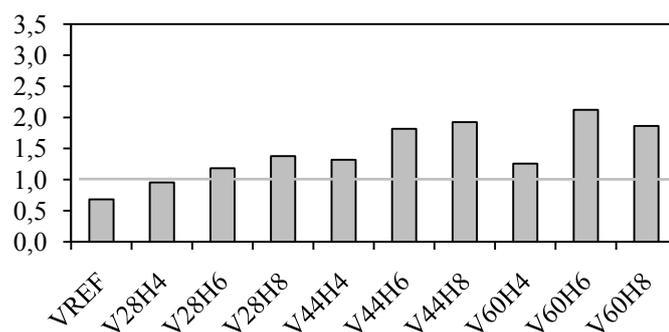


Figura 5.3 - Relação  $P_u/P_{ACI}$

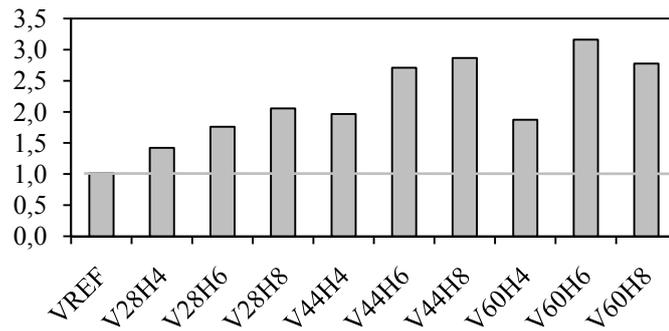


Figura 5.4 - Relação P<sub>u</sub>/P<sub>EC2</sub>

## 5.2 TENSÕES TANGENCIAIS

Neste capítulo trata-se da distribuição das tensões cisalhantes ao longo da seção transversal mais solicitada das vigas ensaiadas, neste caso nos pontos de momento fletor máximo, com a peça de concreto armado passando ao estágio II, já fissurada mas com o concreto comprimido na fase elástica, de acordo com CLÍMACO (2005) a resistência do concreto à tração é desprezada, admitindo-se que todas as tensões de tração sejam absorvidas pelo aço. Com o aumento de cargas, atingindo-se o E.L.U. em qualquer ponto entre a linha neutra e a armadura tracionada A<sub>s</sub>, na obtenção da tensão tangencial só se considera o momento estático da armadura, tomada como uma área de concreto equivalente, por meio dos módulos de elasticidade (E<sub>s</sub>/E<sub>c</sub>) · A<sub>s</sub>. Admitindo constante a largura da seção transversal, a tensão tangencial da Equação 5.1 é também constante entre a linha neutra e a armadura, sem considerar a região tracionada de concreto.

$$\tau = \frac{V \cdot S_y}{b \cdot I} \quad \text{Equação 5.1}$$

Onde:

I: Momento de inércia da seção total em relação à linha neutra

b: largura da seção na ordenada “y” em relação à linha neutra

S<sub>y</sub>: Momento estático em relação à linha neutra da área acima de “y”

Considerando um elemento longitudinal de uma peça de concreto armado de largura b<sub>w</sub> e comprimento infinitesimal dx estando em equilíbrio. Tem-se que o equilíbrio vai ser garantido pelas tensões tangenciais, τ<sub>d</sub>, contidas no plano de corte e distribuídas na largura b<sub>w</sub>, e cuja resultante τ<sub>d</sub> b<sub>w</sub> dx deve ser igual à diferença das resultantes das tensões normais R<sub>s</sub> e R<sub>s</sub>+dR<sub>s</sub> nas faces da seção.

$$dR_s = \tau_d \cdot b_w \cdot dx \quad \text{Equação 5.2}$$

$$\tau_d = \frac{dR_s}{dx} \cdot \frac{1}{b_w} \quad \text{Equação 5.3}$$

Admitindo ser o braço de alavanca  $z$  constante em toda a extensão da peça, no E.L.U., o que é bem próximo da realidade em elementos de altura constante, da Equação 5.4 tem-se:

$$\frac{dR_s}{dx} = \frac{d(M_{Sd}/z)}{dx} = \frac{dM_{Sd}}{dx} \cdot \frac{1}{z} = \frac{V_{Sd}}{z} \quad \text{Equação 5.4}$$

Assim, com a largura  $b_w$  constante, a tensão tangencial máxima na seção, será também constante na zona tracionada, abaixo da linha neutra. Para maior simplicidade de cálculo e a favor da segurança, pode-se considerar essa tensão máxima constante na altura da seção, que, das duas expressões anteriores será dada por:

$$\tau_{d \text{ máx}} = \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot z} \quad \text{Equação 5.5}$$

Com a largura constante da seção e desprezando a resistência do concreto na região tracionada, após a fissuração, a tensão tangencial é constante entre a linha neutra e a armadura longitudinal de tração, assumindo o valor da Equação 5.5. Caso a seção tenha variação de largura, a distribuição de tensões tangenciais também varia, como mostra a Figura 5.5 para uma seção em forma de T.

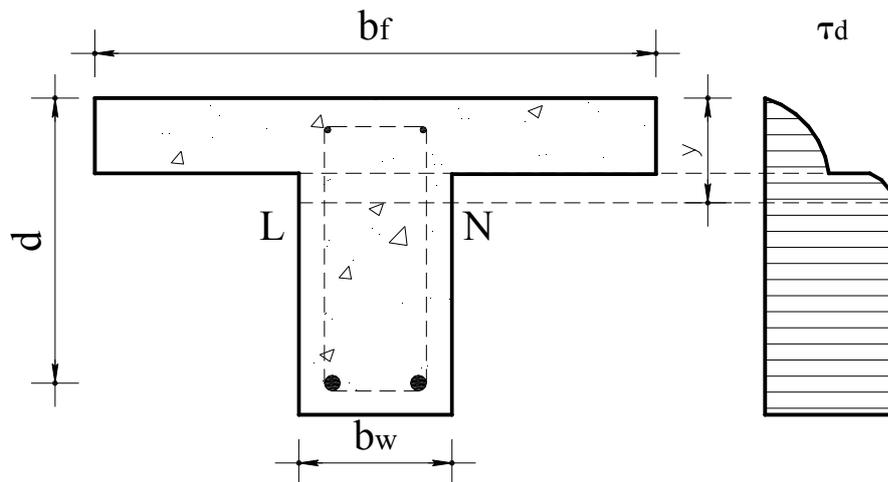


Figura 5.5 – Distribuição de tensões cisalhantes na viga T com LN na alma (adaptado de CLÍMACO, 2005)

A partir desta teoria são calculadas as tensões tangenciais no E.L.U. das vigas ensaiadas no laboratório comparativamente com a viga de referência VREF, considerando-se a posição da linha neutra calculada anteriormente para cada viga como mostrado na Figura 4.34. Os

resultados são apresentados na Tabela 5.8, contendo a tensão cisalhante máxima alcançada pela viga ( $\tau_{wu}$ ) para a carga última dos ensaios experimentais calculadas a partir da Equação 5.5 e as tensões cisalhantes resistentes características calculadas de acordo com a NBR 6118 (2003) tida como 30% da resistência à tração do concreto ( $f_{ctk}$ ), calculada a partir da resistência à tração experimental fornecendo assim “ $\tau_{WRk}$ ”. É importante destacar que em nenhum dos casos a tensão de cisalhamento  $\tau_{wu}$  atingiu o valor da tensão limite  $\tau_{WRk}$  de norma, ainda que se leve em conta os resultados das propriedades do concreto obtidas em laboratório.

Considerando os resultados apresentados na Tabela 5.8 nota-se claramente a diminuição das tensões cisalhantes das vigas de seção T quando comparadas com a viga de referência retangular, pois além da diminuição das tensões também foi observado o aumento do esforço cortante característico e com isso o aumento da carga última. Destaca-se ainda o aumento da tensão cisalhante com o aumento da altura  $h_f$  das mesas das vigas, ficando implícito que o alívio de tensões é maior com o aumento de  $b_f$  das mesmas, diferente do observado por WALRAVEN (1984) que em sua pesquisa verificou o efeito da variação da altura na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado de seção retangular com diminuição da tensão de cisalhamento de acordo com o aumento de  $h$  das vigas (Tabela 2.1).

Tabela 5.8 – Tensão cisalhante teórica máxima a partir da carga última

VIGA	b (mm)	$V_{Sk}$ (kN)	z (mm)	LN (mm)	$\tau_{wu}$ (MPa)	$\tau_{WRk, NBR}$ (MPa)
VREF	120	22,5	198,6	42	0,94	
V28H4	280	31,5	204,5	25	0,55	
V28H6	280	39,0	204,5	25	0,68	
V28H8	280	45,5	204,5	25	0,79	
V44H4	440	43,5	206,5	20	0,48	1,17
V44H6	440	60,0	206,5	20	0,66	
V44H8	440	63,5	206,5	20	0,70	
V60H4	600	41,5	207,6	17	0,33	
V60H6	600	70,0	207,6	17	0,56	
V60H8	600	61,5	207,6	17	0,49	

## 6. ANÁLISE COMPUTACIONAL

### 6.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo faz-se uma investigação numérica através do método MCFT (*Modified compression-field theory*) baseado no CFT (*Compression-field theory*), mais amplamente discutido por Mitchell e Collins (1974) apud Vecchio e Collins (1986), para concreto armado sob torção e cisalhamento, permitindo visualizar cargas, tensões, deformações e deslocamentos com resultados satisfatórios. Para tanto utilizou-se o programa *Response2000*© versão 1.1 de setembro de 2001, sendo este um programa não-linear para análise de elementos de concreto armado sujeitos arbitrariamente a combinações de cisalhamento, flexão e esforços axiais com carregamento progressivo até sua ruptura. Assumindo em suas verificações as hipóteses de que as seções planas permanecem planas e que não há efeito de confinamento no concreto ao longo da espessura da viga.

### 6.2 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Foram adotadas as dimensões exatas das 10 vigas ensaiadas em laboratório VREF, V28H4, V28H6, V28H8, V44H4, V44H6, V44H8, V60H4, V60H6 e V60H8 conforme características das mesmas já estabelecidas no capítulo 3, partindo-se da viga de (120×250) mm com um vão entre carga e apoio de 600 mm. Buscou-se avaliar a influência das mesas colaborantes na resistência ao cisalhamento e flexão das vigas.

A carga foi aplicada de acordo com os princípios estabelecidos nos ensaios realizados em laboratório, ou seja, considerando uma carga concentrada aplicada em dois pontos equidistantes dos apoios (simplesmente apoiado) simulando o modelo de ensaio de Stuttgart, levando-se em conta a não linearidade física do concreto e do aço, o que viabiliza a comparação direta com os resultados experimentais. Algumas observações puderam ser estabelecidas a partir dos resultados de avaliação teórica, cujo objetivo era coletar informações sobre a eficácia de diversas configurações de mesa colaborante. A análise foi efetuada considerando-se a geometria, as propriedades dos materiais e as condições de contorno existentes em laboratório, sendo os seguintes parâmetros adotados nos modelos:  $f_c=47$  MPa,  $f_{ys}=570$  MPa,  $E_s=248$  GPa,  $d_g=19$  mm, curva base tensão-deformação do concreto: (Popovic/Thorenfeld/Collins), curva base tensão-deformação do aço: (Vecchio &

Collins 1986), Endurecimento do aço (Bentz 1999). A Figura 6.1 ilustra o painel inicial do programa e as configurações geométricas da viga VREF.

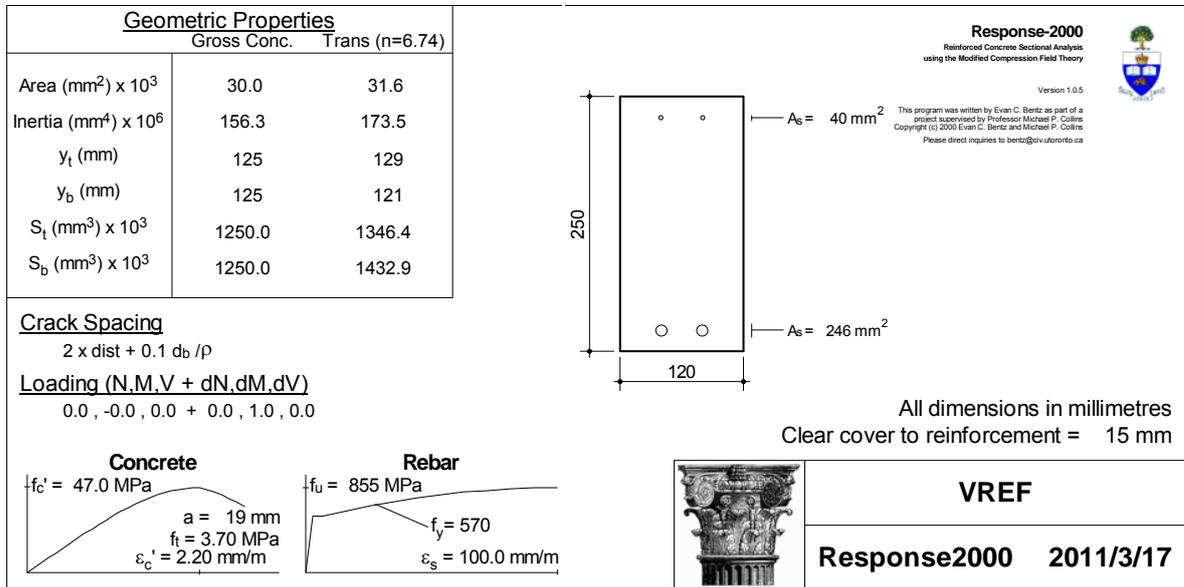


Figura 6.1 – Tela inicial do modelo das vigas no programa

As vigas foram simuladas no programa através de modelos que consideram as dimensões transversais da seção e a distância “a” entre apoio e carga para definir o vão de cisalhamento e flexão, representando-se a mesa (abas da viga), a alma e a armadura longitudinal e transversal de cada uma das vigas. A partir destes parâmetros é possível estimar a resistência à flexão e ao cisalhamento, através de análise com ou sem esforço cortante, fazendo-se uma análise transversal e longitudinal do comportamento da viga como um todo.

O programa calcula o comportamento do elemento para uma seção prismática em seu todo, para se obter uma previsão do comportamento das vigas esta análise foi feita com as vigas sujeitas a um carregamento crescente e concentrado com um vão de cisalhamento de 600 mm ao apoio (simplesmente apoiado) e vão de momento constante de 800 mm. Com isso, calcula-se a interação força-deslocamento para a viga simples. Esta verificação irá calcular a interação momento-cisalhamento e determinar o diagrama de fissuração, diagrama carga-deslocamento e resistência da viga.

A Figura 6.2 mostram as seções transversais das seções modeladas considerando-se as dimensões exatas das vigas e suas armaduras longitudinais de tração de 2 Ø 12,5 mm incluindo a armadura de distribuição da mesa de Ø 5,0 mm.

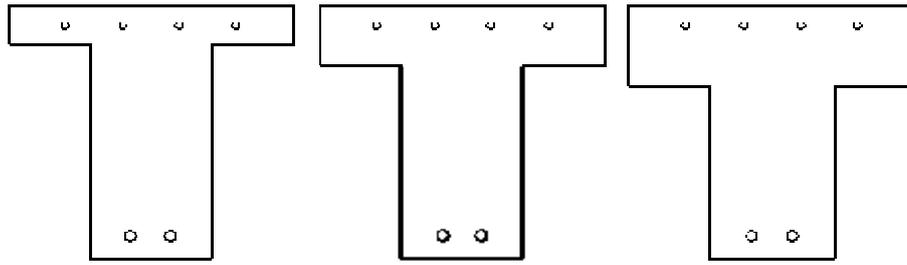


Figura 6.2 – Modelagem das vigas V28H4, V28H6 e V28H8

### 6.3 RESULTADOS DA ANÁLISE COMPUTACIONAL

Os dados obtidos através das simulações computacionais foram avaliados segundo a variação das flechas e esforços máximos atingidos, dada à configuração do carregamento e as resistências à flexão e ao esforço cortante observadas ao longo da verificação. O programa (Response 2000) apresenta os resultados da carga última alcançado por cada elemento de viga, bem como o diagrama de fissuração e carga-deslocamento ao longo do eixo longitudinal das vigas. Da Figura 6.3 à Figura 6.12 é mostrado o padrão de fissuração desenvolvido nas vigas com abertura da fissura apresentada em mm e ângulo da fissura principal medido através das imagens verificadas entre 40° e 42°.

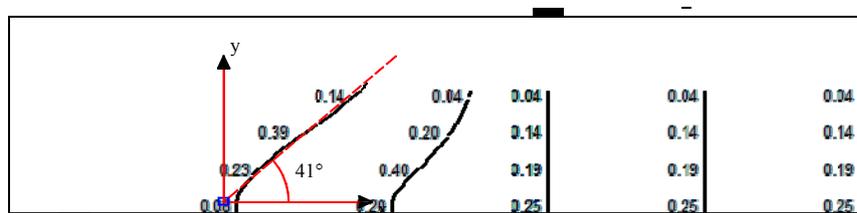


Figura 6.3 – Fissuração da viga VREF (mm)

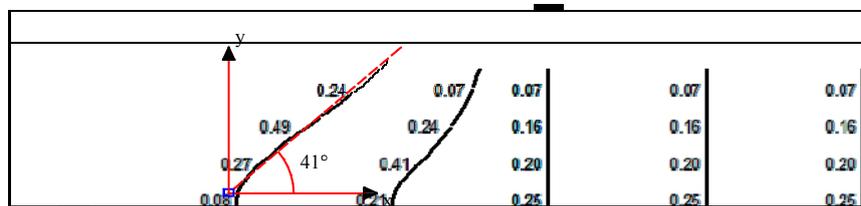


Figura 6.4 - Fissuração da viga V28H4 (mm)

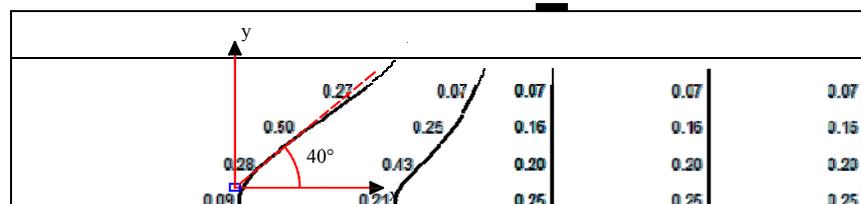


Figura 6.5 - Fissuração da viga V28H6 (mm)

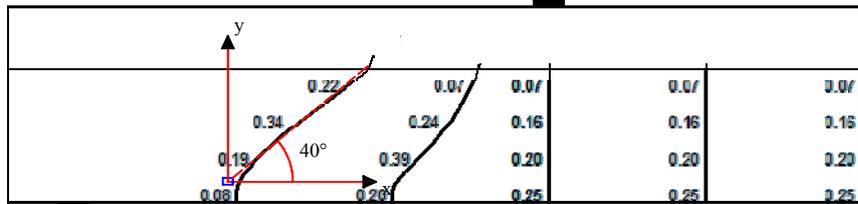


Figura 6.6 - Fissuração da viga V28H8 (mm)

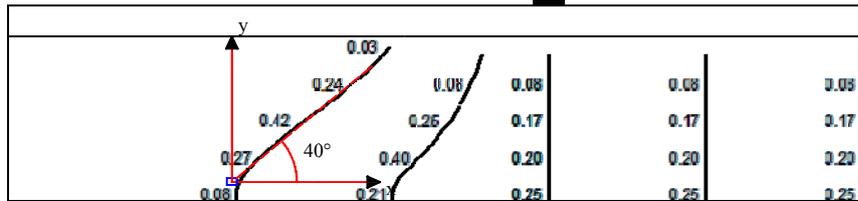


Figura 6.7 - Fissuração da viga V44H4 (mm)

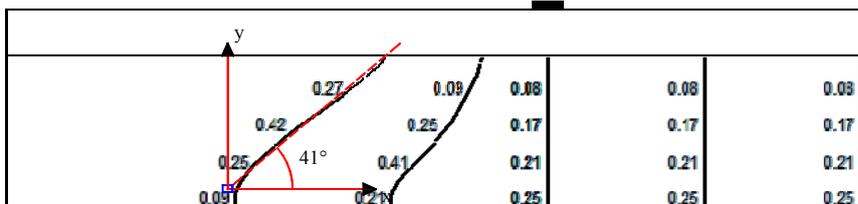


Figura 6.8 - Fissuração da viga V44H6 (mm)

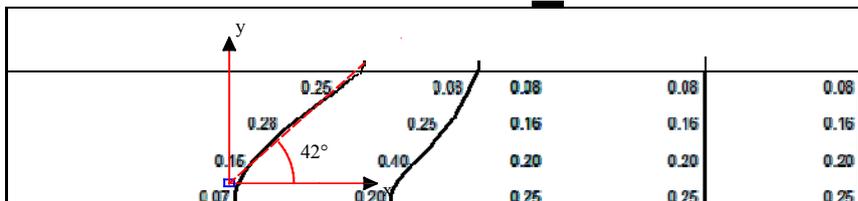


Figura 6.9 - Fissuração da viga V44H8 (mm)

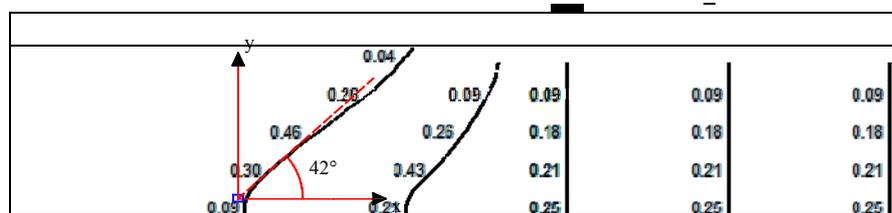


Figura 6.10 - Fissuração da viga V60H4 (mm)

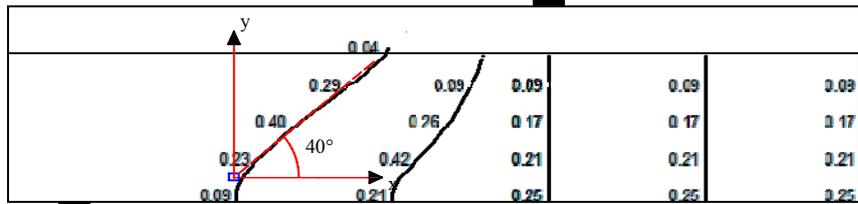


Figura 6.11 - Fissuração da viga V60H6 (mm)

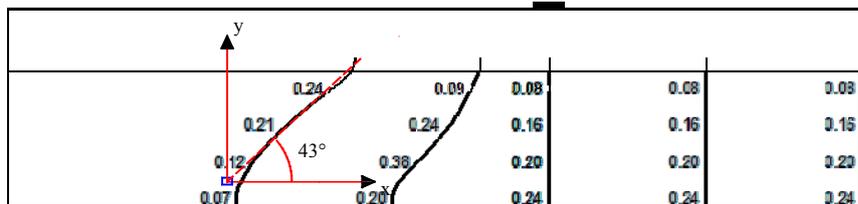


Figura 6.12 - Fissuração da viga V60H8 (mm)

Além do padrão de fissuração obtido verificaram-se também os deslocamentos verticais obtidos numericamente (pelo MCFT) ao longo do comprimento das vigas até a carga última. Parametricamente tais resultados são comparados com os obtidos experimentalmente em laboratório e apresentados em grupos de  $h_f=40$  mm,  $h_f=60$  mm e  $h_f=80$  mm. Nota-se que há boa proximidade entre os resultados obtidos, indicando que o comportamento experimental das vigas ensaiadas estaria representado nos modelos não-lineares com acuidade considerável. Na Figura 6.13 são plotados os resultados do grupo de  $h_f=40$  mm, embora seja importante destacar uma possível falha na leitura do relógio comparador da viga V60H4 que apresenta um salto de rigidez que não condiz com o comportamento das demais vigas, os resultados foram próximos inclusive para a viga de referência VREF. Na Figura 6.14 é verificada mais uma vez a boa relação entre os deslocamentos verticais numéricos e experimentais do grupo de  $h_f=60$  mm. E na Figura 6.15 nota-se claramente o ganho de rigidez oferecido pelo aumento da seção transversal tanto das vigas ensaiadas em laboratório quanto das modeladas em computador.

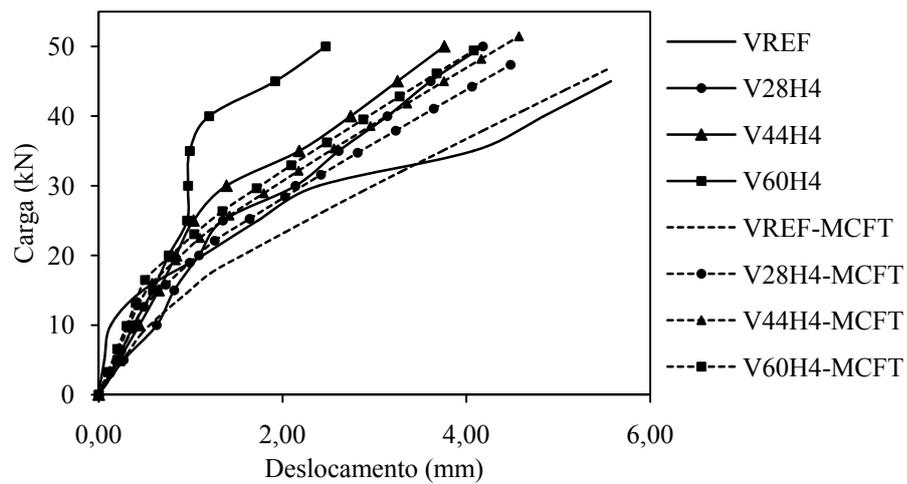


Figura 6.13 - Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de  $h_f=40$  mm

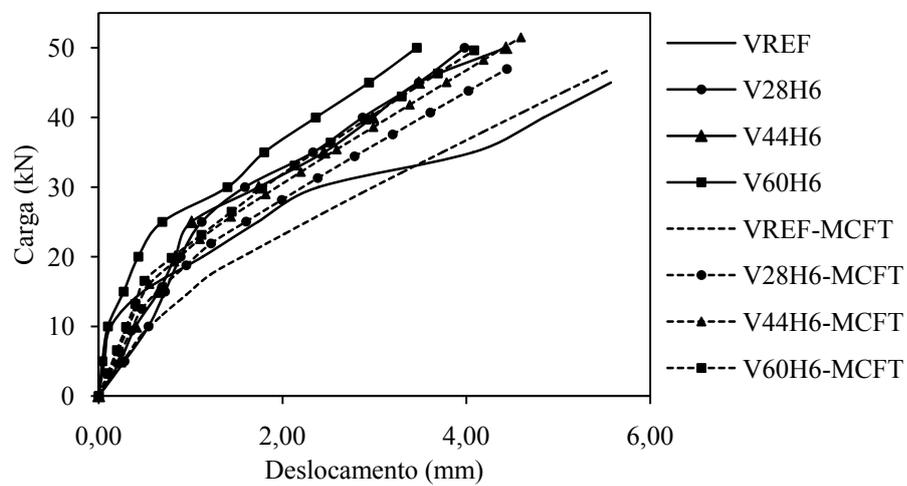


Figura 6.14 - Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de  $h_f=60$  mm

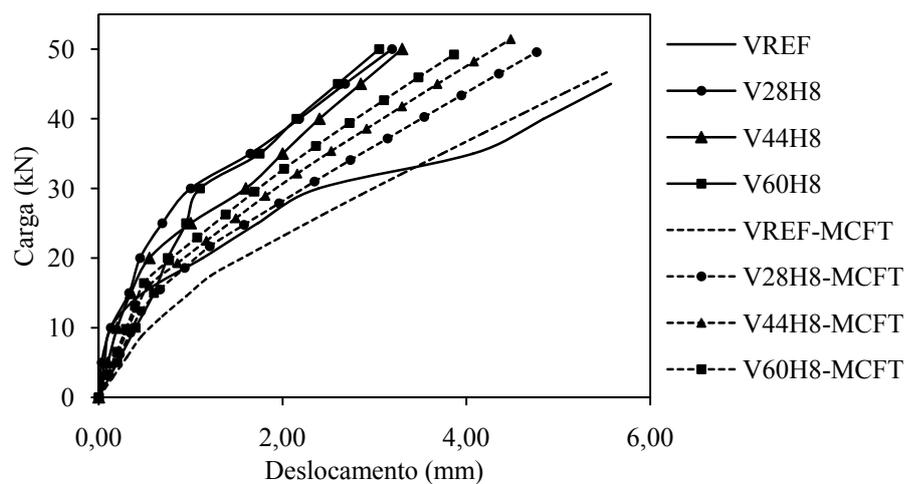


Figura 6.15 – Deslocamentos teóricos e experimentais do grupo de  $h_f=80$  mm

A simulação numérica através do MCFT com as vigas propostas permitiu levantar algumas considerações a fim de esclarecer o efeito da variação da configuração da seção transversal

das vigas T sem estribos. Através da análise dos deslocamentos verticais foi possível prever o comportamento dos elementos no intuito de saber se o aumento da rigidez atingiu sua finalidade de absorver maiores esforços, se aproximar do comportamento experimental das vigas comparadas entre si e evitar a possibilidade de tração diagonal no vão entre carga e apoio, onde há maior concentração dos esforços.

A influência da rigidez da seção transversal em torno do eixo longitudinal das vigas foi avaliada em função do valor das flechas. Os resultados apontam melhor desempenho para as vigas V60H4, V60H6 e V60H8, que possuem áreas de seção transversal e momentos de inércia maiores, o que comprova que a contribuição advinda do aumento da rigidez contribuiu também para aumentar as possibilidades de redistribuição das tensões nas mesas, já que estas apresentaram menores deslocamentos verticais obtidos a partir dos resultados da análise computacional.

Em relação às deformações na armadura de flexão faz-se uma comparação dos resultados teóricos e experimentais tendo em vista a deformação experimental de escoamento da armadura ( $\epsilon_{ys}=2,3\text{ ‰}$ ), logo apenas as vigas que atingiram a plastificação foram apresentadas. Na Figura 6.16 é mostrado o comportamento da viga V60H4. Na Figura 6.17 das vigas V44H6 e V60H6, em que a carga de escoamento das vigas experimentais foi entre 60 e 80 kN e das computacionais entre 80 e 100 kN. Observa-se que há maior convergência entre os resultados das vigas de dimensão  $h_f=80\text{ mm}$ , pois estas demonstram a deformação de escoamento de  $2,3\text{ ‰}$  entre as cargas 80 e 100 kN tanto teóricos quanto experimentais, como mostrado na Figura 6.18.

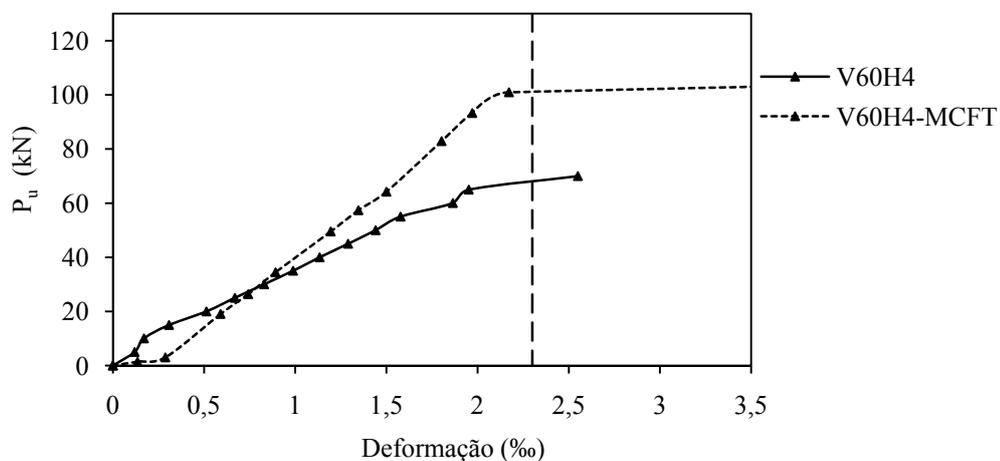


Figura 6.16 – Deformações teóricas do grupo  $h_f=40\text{ mm}$

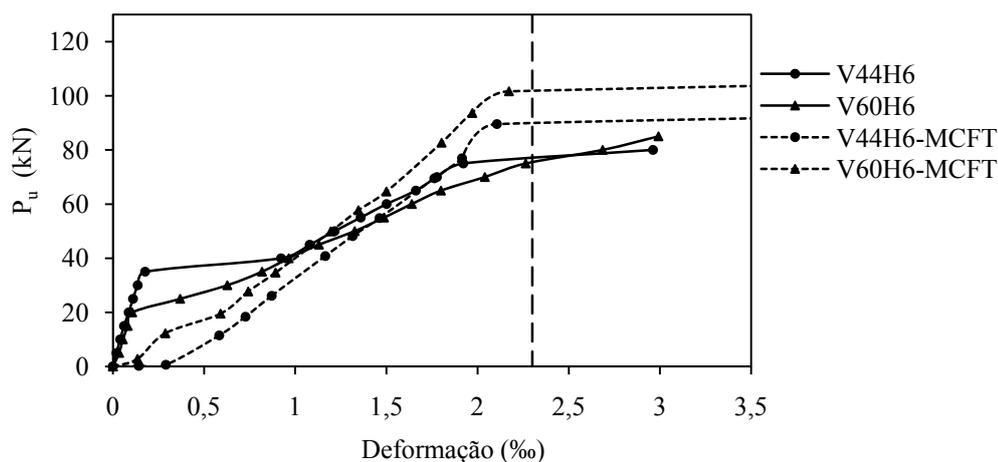


Figura 6.17 – Deformações teóricas do grupo  $h_f=60$  mm

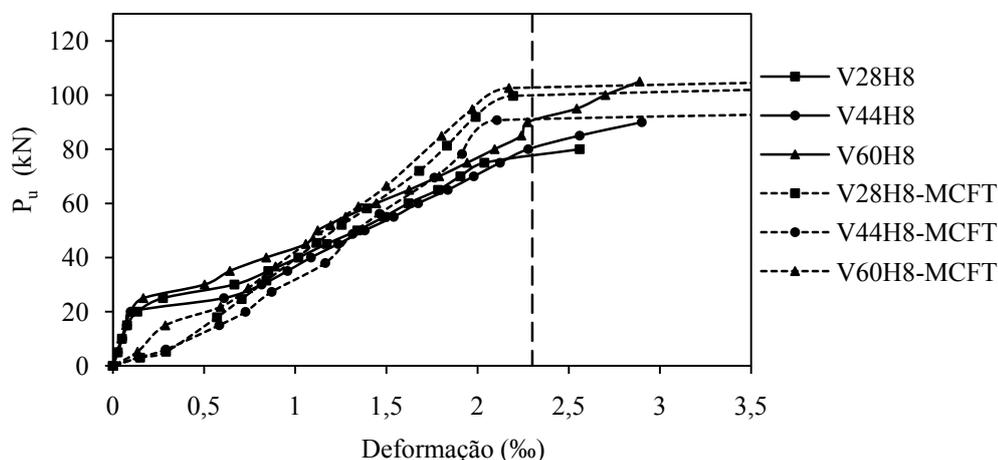


Figura 6.18 – Deformações teóricas do grupo  $h_f=80$  mm

No entanto, para a devida constatação da eficácia das configurações de seção transversal, a verificação segundo uma análise paramétrica se faria importante para conduzir a relações mais concretas entre os resultados numéricos e os resultados experimentais. Para os casos estudados, a simples comparação entre as cargas últimas observadas não seria suficiente para quantificar a contribuição da seção T. Embora os resultados dos deslocamentos verticais teóricos tenham se aproximado dos experimentais, o mesmo não se repetiu para as cargas de ruptura, assumiu-se que, os modelos apresentem limitações relacionadas ao método de análise (MCFT), estes são representativos para as situações em que as estruturas de concreto armado possuem seção transversal retangular, não tendo a contribuição das mesas de seção T. Além disso, mesmo que as estruturas de concreto armado comportem-se significativamente próximas do previsto pela teoria não-linear, a análise não possibilita verificar que a carga de ruptura está propensa a sofrer aumentos consideráveis em elementos em que há maior rigidez,

uma vez que a relação  $P_u/P$  mostrada na Tabela 6.1 apresenta que a carga última (P) obtida pelos cálculos não se aproxima da carga última experimental ( $P_u$ ) na maioria dos casos, tendo uma média não superando os 50%.

Apresenta-se ainda na Tabela 6.1 os momentos fletores resistentes característicos ( $M_{Rk}$ ) calculados a partir da análise computacional levando-se em conta a seção transversal de concreto e as armaduras longitudinais de tração e armadura de composição da mesa, nota-se que tais resistências tendem a crescer pouco dada a sub-armação das vigas. Comparativamente a partir da relação entre a carga última obtida no ensaio ( $P_u$ ) e a carga de flexão ( $P_{flex}$ ) calculada através de  $M_{Rk}$  que é mostrado na Figura 6.19 do gráfico momento curvatura de cada viga, analisou-se a relação  $P_u/P_{flex}$  verificando-se que para as vigas V44H6, V44H8, V60H6 e V60H8 estas relações ficam próximas de 1,00 (sendo 0,97, 1,02, 1,10 e 0,97 respectivamente para cada uma das vigas), como mostrado na Figura 6.20, o que indica que o limiar da resistência à flexão destas peças foi alcançado. O que não foi observado nas demais vigas ainda que com plastificação da armadura de flexão, e considerando que o escoamento por si só não extingue a resistência a flexão da viga.

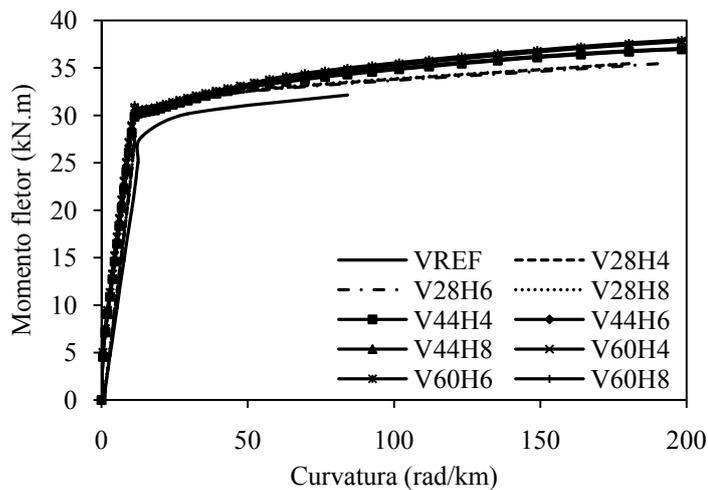


Figura 6.19 – Diagrama momento-curvatura das vigas do grupo  $b_f=280$  mm

Tabela 6.1 – Resultados do *Response 2000* e ensaios de laboratório

VIGA	Response 2000								Experimental					
	$M_{Rk}$ (kN.m)	$V_{flex}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$V_{cis}$ (kN)	$P_{cis}$ (kN)	$M_{cis}$ (kN.m)	$P_{cis}/P_{flex}$	Modo de ruptura estimado	$P_u$ (kN)	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	$P_u/P_{cis}$	$P_u/P_{flex}$	Modo de ruptura estimado
VREF	32,1	53,5	107,0	29,2	58,4	17,5	0,55	C	45,0	22,5	13,5	0,77	0,42	C
V28H4	35,4	59,0	118,0	31,6	63,2	19,0	0,54	C	63,0	31,5	18,9	1,00	0,53	C
V28H6	35,4	59,0	118,0	31,3	62,6	18,8	0,53	C	78,0	39,0	23,4	1,25	0,66	C
V28H8	35,4	59,0	118,0	31,0	62,0	18,6	0,53	C	91,0	45,5	27,3	1,47	0,77	C e E
V44H4	37,1	61,8	123,7	32,1	64,2	19,3	0,52	C	87,0	43,5	26,1	1,36	0,70	C
V44H6	37,1	61,8	123,7	32,2	64,4	19,3	0,52	C	120,0	60,0	36,0	1,86	0,97	F
V44H8	37,2	62,0	124,0	32,1	64,2	19,3	0,52	C	127,0	63,5	38,1	1,98	1,02	F
V60H4	38,1	63,5	127,0	32,9	65,8	19,7	0,52	C	83,0	41,5	24,9	1,26	0,65	C e E
V60H6	38,1	63,5	127,0	33,1	66,2	19,9	0,52	C	140,0	70,0	42,0	2,11	1,10	F
V60H8	38,2	63,7	127,3	32,8	65,6	19,7	0,52	C	123,0	61,5	36,9	1,88	0,97	F

Modos de ruptura: C (cisalhamento), C e E (cisalhamento com escoamento da armadura longitudinal de tração), F (Flexão).

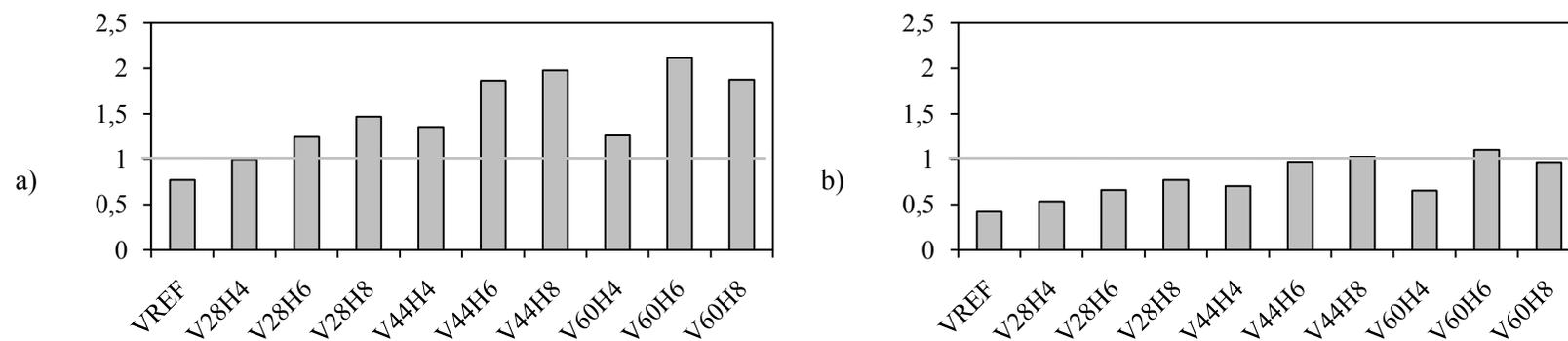


Figura 6.20 – a) Relação  $P_u/P_{cis}$  b) Relação  $P_u/P_{flex}$

## **7. ESTUDO DE CASO SOBRE CISALHAMENTO NAS LONGARINAS DA PONTE SOBRE O RIO SORORÓ**

### **7.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS**

A partir do desenvolvimento de metodologia para avaliação de integridade estrutural de pontes e viadutos ferroviários ao longo da estrada de ferro Carajás realizado pela Universidade Federal do Pará em parceria com a Companhia VALE, a qual visa o aumento do escoamento da produção que levaria a um aumento da carga por eixo do trem e por sua vez da solicitação das pontes da estrada de ferro, obteve-se a motivação e parâmetros de estudo sobre o comportamento ao cisalhamento de longarinas de pontes ferroviárias de concreto armado.

São apresentados os dados gerais sobre a descrição da obra, bem como breve análise de sua memória de cálculo e projetos, a partir dos relatórios de inspeção elaborados pela VALE (Março- 2004, Março-2006 e Agosto-2006) referentes à Obra de Arte Especial, OAE nº 54 (ponte sobre o Rio Sororó).

A ponte sobre o rio Sororó efluente do Rio Tocantins localiza-se geograficamente nos pontos  $-5.440702^{\circ}$  (lat.) e  $-49.134550^{\circ}$  (long.), próximo ao município de Marabá. Possui extensão total de 153,7 m e faz parte do Projeto da estrada de ferro Ponta da Madeira-Carajás.

### **7.2 DESCRIÇÃO GERAL DA OBRA**

A obra em traçado retilíneo, executada em concreto armado moldado no local, é constituída por cinco (05) vãos hiperestáticos de 25 m, totalizando 125 m de extensão em traçado tangente (0,4%). Sobre o tabuleiro está a superestrutura (linha férrea constituída de lastro, trilhos, dormentes e acessórios) para passagem de trens, com largura total de 5,85 m destinados a receber o lastro de brita, canaletas para drenagem e passagem de cabos e guarda-corpo com refúgios a cada 10 m e berço de laje para sustentação dos postes de iluminação. A segurança sobre a OAE é realizada por meio de guarda-corpos metálicos e refúgios em concreto armado.

A infra-estrutura é constituída de blocos de transição com seção retangular para os tubulões de 1,40 m de diâmetro com bases alargadas à 3,20 m.

A mesoestrutura é constituída por quatro (04) pilares com seções transversais retangulares e espaçados de 25 m, com uma junta de dilatação no pilar P3 constituída por aparelhos de apoio em borracha fretada (neoprene). Os encontros da ponte são formados por quatro paredes transversais e outras duas paredes de fechamento lateral, cuja função é a sustentação da laje.

A superestrutura é do tipo laje sobre vigas formada por duas nervuras de altura constante, ligadas pela laje superior e transversinas em concreto armado. Em cada vão o tabuleiro apresenta cinco segmentos com duas vigas longarinas, contínuas, enrijecidas por vigas transversinas, como ilustrado na Figura 7.1 e Figura 7.2.

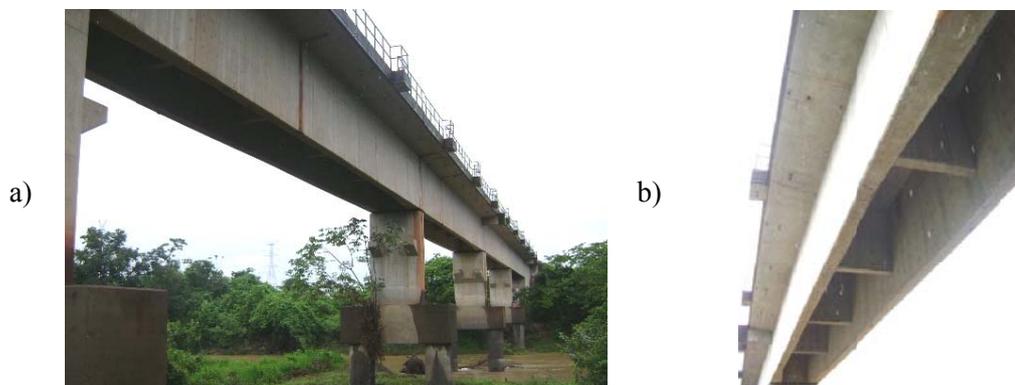


Figura 7.1 – a) Sistema estrutural da ponte; b) Vista inferior do tabuleiro

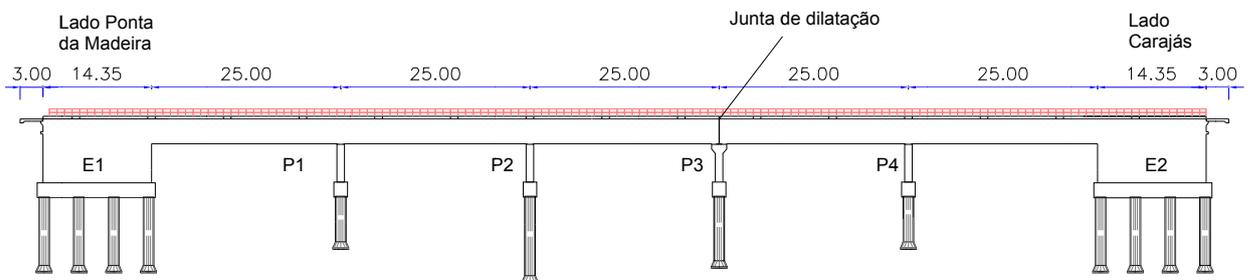


Figura 7.2 – Detalhe longitudinal da ponte sobre o rio Sororó

### 7.2.1 Seção transversal e armadura das vigas longarinas

A seção transversal das longarinas é do tipo “pi”, com variação linear da espessura da alma de 35 cm para 70 cm nos tramos próximos aos apoios, para combate a elevação dos esforços de flexão e cisalhamento, as quais foram as regiões selecionadas para verificação de cisalhamento nesta pesquisa, como mostrado na Figura 7.3, destaca-se que a armadura transversal utilizada nesta seção foi de  $\varnothing 16$  mm a cada 12,5 cm.

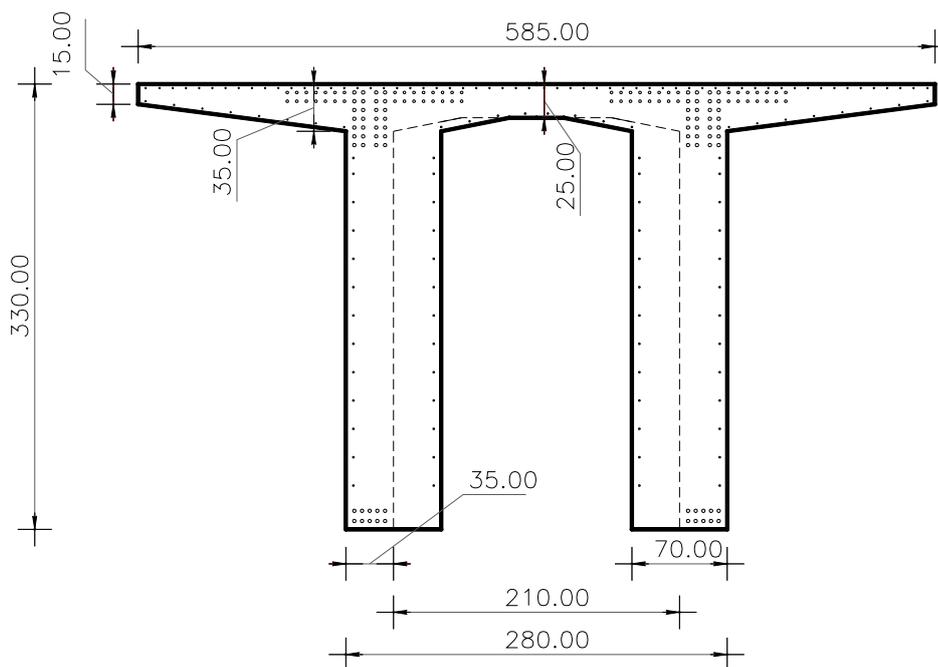


Figura 7.3 – Seção transversal das longarinas na região próxima aos apoios (cotas em cm)

### 7.3 INSPEÇÃO VISUAL DAS LONGARINAS

De acordo com o relatório de 2004, havia nas vigas longarinas fissuração evidente em todos os vãos com abertura entre 0,05 mm e 0,7 mm, ou seja acima do estabelecido para elaboração do cálculo estrutural de pontes e viadutos em concreto armado. O panorama constatado pelo relatório de março de 2006 mostra quadro fissuratório progressivo com algumas fissuras de cisalhamento, evidenciado pelo posicionamento vertical no trecho central e posicionamento inclinado nas proximidades dos apoios, ocorrendo trechos com manchas de umidade provenientes dos drenos defeituosos do tabuleiro, além de pequenas brocas, segregações superficiais e cobertura insuficiente. Mostrando continuidade no relatório de outubro de 2006 em que as fissuras com abertura entre 0,05 mm e 0,7 mm progrediram em comprimento e em quantidade.

Além da diferença verificada na constatação do relatório de março de 2006, verificou-se a padronização dos mapas de fissuração nas faces externa e interna das vigas, conforme a Figura 7.4, indicando a possibilidade de efeitos da temperatura nas duas faces. Quanto à resistência aos esforços solicitantes, serão mostradas as análises realizadas comparando-se os dados da memória de cálculo com os resultados numéricos computacionais, os esforços resistentes de cisalhamento foram determinados de acordo com a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2003).

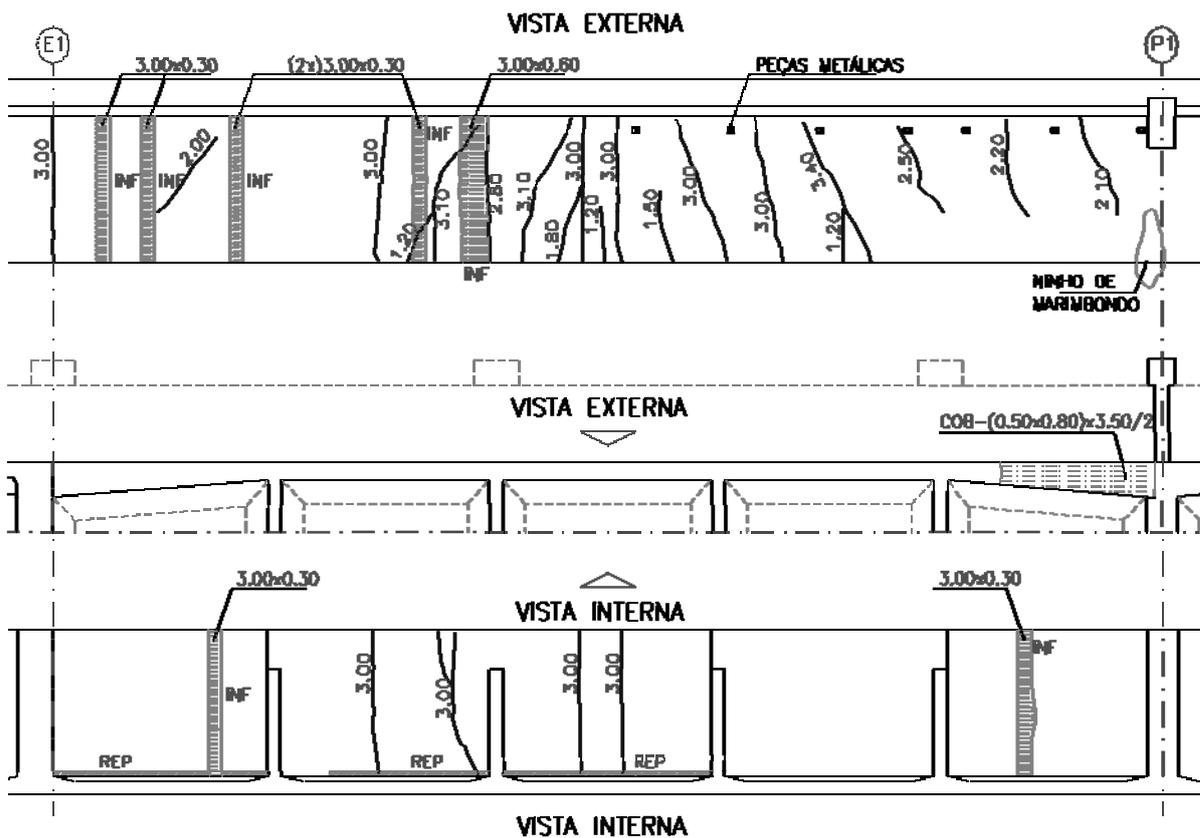


Figura 7.4 – Mapa de fissuração verificado no vão entre o encontro e o pilar P1

## 7.4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Para a verificação dos esforços atuantes na estrutura, fez-se necessária a elaboração de um modelo numérico da ponte através do software *SAP2000 v.10.0*® da *Computers and Structures Inc.* Pelo qual foi possível a obtenção dos esforços solicitantes atuantes na obra para a verificação global da estrutura.

Neste item pretende-se analisar apenas as forças solicitantes e resistentes relativas à ruína da superestrutura, neste caso das longarinas, quanto ao esforço de cisalhamento que é o tema alvo desta dissertação.

### 7.4.1 Descrição dos carregamentos

#### 7.4.1.1 Cargas permanentes

Em função da geometria das seções lançadas, peso específico dos materiais admitidos, e geometria da estrutura, o Software gera automaticamente o peso próprio das longarinas, lajes

do tabuleiro, pilares e demais elementos estruturais. Em relação às canaletas, argamassa sobre a laje, guarda-corpo, lastro, trilhos, acessórios foi considerado como carga linearmente distribuída no eixo longitudinal da ponte o valor de 62,3 kN/m conforme apresentado na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Carga permanente

Elemento	Carga (kN/m)
lastro	42,2
trilho, acessórios e dormentes	7,9
argamassa sobre a laje	5,5
canaleta (x2)	6,5
guarda-corpo (x2)	0,3
TOTAL	62,3

O peso das vigas transversinas intermediárias ( $b_w=0,35$  m) com refúgio considerado foi de 43,1 kN, das transversinas dos apoios ( $b_w=0,70$  m) com refúgio foi de 81,3 kN e das transversinas de apoio incluindo a carga do balanço considerado foi de 102,9 kN. Para o refúgio o peso considerado foi de 8,4 kN e para os suportes sem postes, admitiu-se 21,6 kN. A Figura 7.5 mostra a simulação das cargas permanentes na superestrutura.



Figura 7.5 – Desenho esquemático do carregamento permanente

#### 7.4.1.2 Cargas móveis

Para as análises estáticas foram considerados trens que atualmente operam na EFC e que serão adotados posteriormente sendo denominados trens-tipo: OPERACIONAL e FUTURO, respectivamente.

Baseado em informações fornecidas pela empresa VALE quanto à frota de locomotivas atualmente em operação na “Estrada de Ferro de Carajás”, optou-se por tomar como padrão para análise a locomotiva com maior representação no grupo, sendo assim, optou-se pela Locomotiva DASH-9, o qual representa aproximadamente 30% do total da frota (Tabela 7.2).

Quanto ao tipo de vagão usou-se o GDT que corresponde a 90% da frota e são responsáveis pelo transporte do minério.

Veículo ferroviário utilizado atualmente na Estrada de Ferro Carajás pela companhia Vale. Para fins de atribuição no software utilizou-se a locomotiva DASH9 e o vagão tipo GDT por serem os mais abundantes na frota. A distância entre os eixos segundo informações fornecidas pela VALE, é dada conforme se observa na Figura 7.6 e na Figura 7.7 (com unidades em mm).

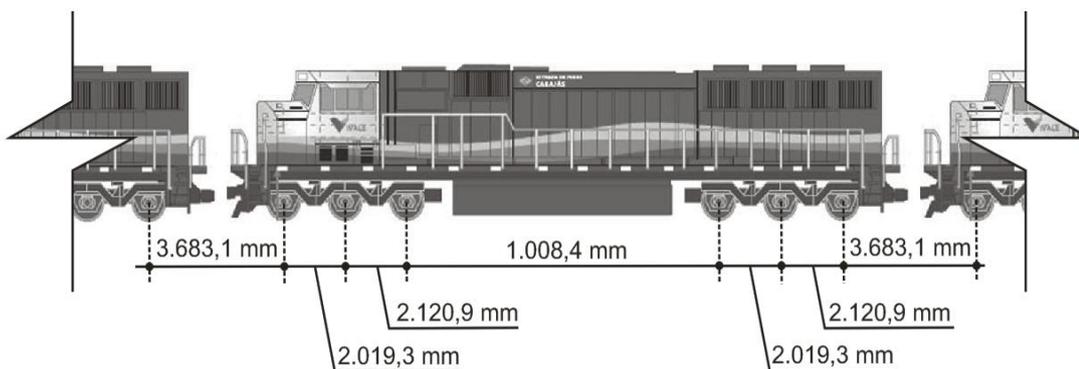


Figura 7.6 – Locomotiva tipo DASH9 (TEIXEIRA, 2009)

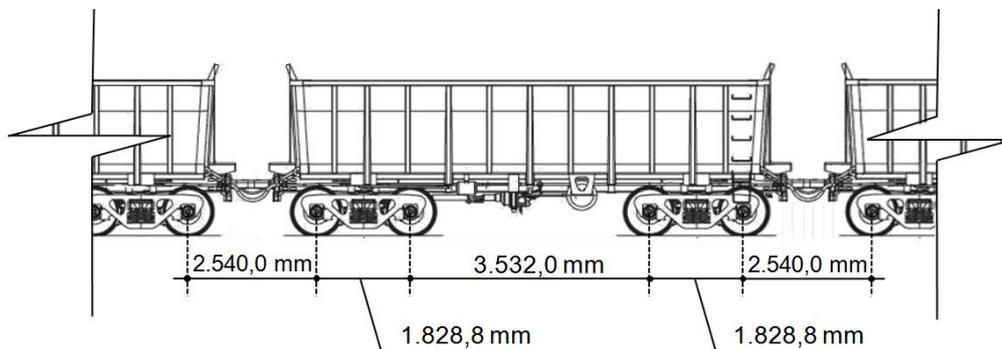


Figura 7.7 – Vagões GDT (TEIXEIRA, 2009)

Tabela 7.2 – Frota em operação (Fonte: Vale)

Características técnicas locomotivas – efc					
Situação em: abril/2007					
Frota	Modelo	Pot. Bruta	Pot. Líq.	Qtde.	Ano fab.
GE	Dash 7	3,6	3,6	39,0	1984/1987
	Dash 8	4,0	4,0	4,0	1989
	Dash 9	4,4	4,37	55,0	1997/2001
	C - sl65	6,0	600,0	1,0	1993
GM	Sd40-2	3,0	3,0	27,0	1984/1987
	Sd60m	3,8	3,8	2,0	1992
	Sd70m	4,3	4,3	55,0	2001
Total frota locomotiva em operação: 183					
Última atualização: 20/04/2007					

São considerados trens-tipo de acordo com três situações:

- Trem-tipo atual com vagões carregados chamado OPERACIONAL CARREGADO
- Trem-tipo futuro carregado chamado FUTURO CARREGADO
- Trem-tipo descarregado chamado DESCARREGADO

As três situações têm a mesma composição de vagões e locomotivas diferindo apenas na carga adotada por eixo. A composição de locomotivas e vagões adotada foi informada pela Vale e é a descrita a seguir:

*2 Locomotivas + 110 vagões + 1 locomotiva + 110 vagões + 1 locomotiva + 110 vagões.*

As cargas adotadas para as três situações foram fornecidas pela VALE (Tabela 7.3). A locomotiva DASH9 possui 06 eixos e o vagão GDT possui 04 eixos.

Tabela 7.3 - Cargas em locomotivas e vagões

Trem-tipo	Locomotiva DASH9	Vagão GDT
Operacional carregado	300 kN/eixo (1800 kN)	325 kN /eixo (1300 kN)
Futuro carregado	300 kN /eixo (1800 kN)	400 kN /eixo (1600 kN)
Descarregado	300 kN /eixo (1800 kN)	52,5 kN /eixo (210 kN)

#### 7.4.1.3 Coeficiente de impacto vertical

Para amplificar o efeito das cargas móveis verticais devido ao efeito dinâmico, calculou-se o coeficiente de impacto conforme recomendação da NBR 7187 (ABNT,2003) resultando no valor de 1,356. De acordo com a Equação 7.1, este efeito depende apenas do vão teórico ( $l$ ) entre os apoios no sentido longitudinal.

$$\varphi = 0,001 \cdot (1600 - 60 \cdot \sqrt{l} + 2,25 \cdot l) = 1,356 \quad \text{Equação 7.1}$$

#### 7.4.1.4 Carga de vento

A ação transversal do vento foi considerada através de um momento torçor por unidade de comprimento longitudinal da ponte, aplicado no centro de gravidade da longarina. Para a determinação deste momento unitário, considerou-se a ação do vento (pressão de 0,98 kN/m<sup>2</sup>

com a ponte carregada) ao longo da altura do vagão (3,2 m), da base do lastro até o topo do trilho (0,77 m), e da longarina (3,3 m), como mostrado na Figura 7.8.

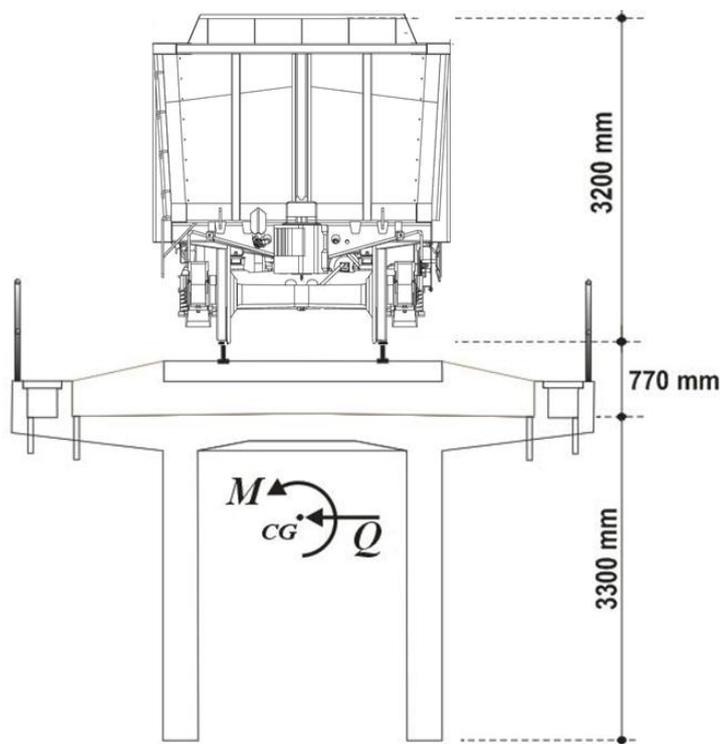


Figura 7.8 – Consideração da ação do vento (TEIXEIRA, 2009)

#### 7.4.1.5 Carga de frenagem e aceleração

Para considerar o efeito da força provocada pela frenagem ou aceleração do trem-tipo sobre a estrutura foi adotada apenas uma fração da carga móvel no sentido longitudinal, sem considerar o coeficiente de impacto, aplicada no topo dos trilhos. A NBR 7187 (ABNT, 2003) recomenda o maior dos seguintes valores: 15% da carga móvel para a frenagem ou 25% do peso dos eixos motores para a aceleração. Na memória de cálculo a consideração da força de frenagem dá-se apenas no encontro sendo dispensada no restante da superestrutura. A Tabela 7.4 apresenta os valores da força de frenagem adotados para os trens-tipos.

Tabela 7.4– Força longitudinal de frenagem nos encontros.

Trem-tipo	Força de Frenagem (kN)
Operacional carregado	7348
Futuro carregado	9044
Descarregado	75

#### 7.4.1.6 Carga de impacto lateral

De acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2003), o choque lateral das rodas pode ser equiparado a uma força horizontal perpendicular ao trem tipo, com um valor característico igual a 20% da carga do eixo mais carregado. Este procedimento também foi empregado na memória de cálculo do projeto. A Tabela 7.5 apresenta os valores dessa força para os trens-tipo analisados.

Tabela 7.5 – Força de choque lateral.

Trem-tipo	Força de Choque (kN)
Operacional carregado	65
Futuro carregado	80
Descarregado	60

#### 7.4.1.7 Carga de retração e temperatura

Os efeitos da retração e da temperatura foram supostos considerando apenas o encurtamento do material. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003), pode-se adotar o valor de 10 °C o coeficiente de dilatação térmica do concreto. Para a retração de peças correntes de concreto armado, a norma supracitada recomenda que se adote uma deformação correspondente a variação de temperatura de 15°C. A norma também recomenda uma variação de temperatura de 10°C a 15°C para elementos com a menor dimensão inferior a 50 cm para representar o efeito somente da dilatação e/ou encurtamento térmico. Adotou-se, então, uma variação de temperatura de 25°C para considerar os efeitos da retração e temperatura sobre a estrutura. A Equação 7.2 foi utilizada para calcular os esforços horizontais equivalentes locados no topo de cada pilar.

$$H = \alpha \cdot \Delta t \cdot L \cdot K_i \quad \text{Equação 7.2}$$

Onde,

$\alpha$  : coeficiente de dilatação térmica do concreto;

$\Delta T$  : variação de temperatura;

L : distância do pilar ao engastamento do tabuleiro com o encontro;

$K_i$  : rigidez média do apoio/pilar.

A entrada de dados do programa *SAP2000 v.10.0*® exige apenas que seja fornecida a variação  $\Delta T$ , uma vez que o vão e as demais propriedades dos elementos estruturais é computada automaticamente através da geometria e propriedades dos materiais que os compõem.

#### 7.4.2 Descrição do Modelo

No modelo inicial adotou-se o valor de 18 MPa para a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) em conformidade com o memorial descritivo de cálculo da estrutura. Utilizou-se um módulo de elasticidade longitudinal do concreto da superestrutura e mesoestrutura de 23 GPa calculado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2003), correspondentes ao  $f_{ck}$  admitido. A massa específica adotada para o concreto estrutural foi de 2.500,00 kg/m<sup>3</sup> e o coeficiente de poisson ( $\nu$ ) igual a 0,2.

No desenvolvimento dos estudos da estrutura foram adicionados os aparelhos de apoio respeitando as considerações do projeto. As hipóteses admitidas neste modelo foram simplificadas, considerando que os pilares estão perfeitamente engastados nas bases da mesma maneira que a superestrutura está nos encontros. Este procedimento reduz sobremaneira o número de elementos finitos utilizados facilitando o processamento da estrutura. A decisão para tal respalda-se no fato de que em testes realizados com um número restrito de casos de cargas, as diferenças entre os esforços internos avaliados em um mesmo elemento comum aos dois modelos eram muito pequenas. Assim, decidiu-se utilizar o modelo com vínculos simplificados para atender a Análise Estática, como ilustrado na Figura 7.9. O software utilizado oferece o detalhamento do modelo concebido em elementos de barras atribuídos das seções transversais correspondentes.

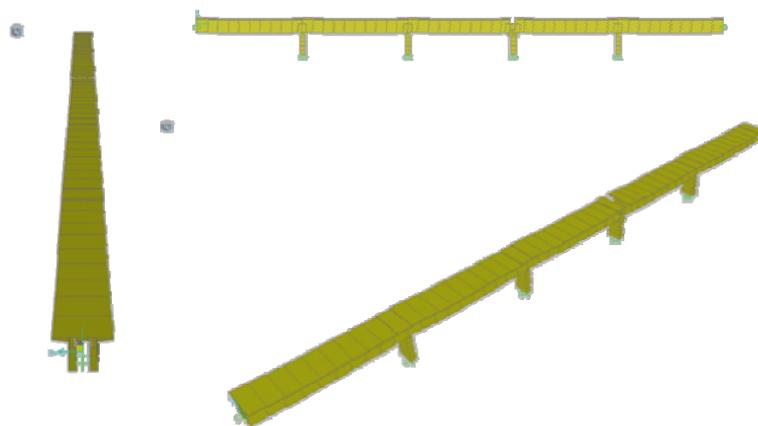


Figura 7.9 – Vista lateral, vista frontal e vista isométrica do modelo

## 7.5 RESULTADOS DA MODELAGEM DA PONTE

Para a determinação dos esforços solicitantes na longarina (esforço cortante) subdividiu-se cada um dos vãos em dez partes, resultando em 51 seções, da mesma forma como realizado na memória de cálculo original da ponte.

A título de comparação, a seguir apresenta-se a variação dos esforços considerando-se vários trens tipos. Os históricos de carregamentos das longarinas foram obtidos através da análise quase estática realizada pelo programa *SAP2000 v.10.0*®, em que as reações e esforços internos são calculados de acordo com a mudança de posição das cargas quais representam os eixos dos trens-tipo adotados que se deslocam a cada passo ao longo de todo o comprimento da ponte. Sendo apresentadas apenas as respectivas envoltórias de máximos e mínimos esforços obtidos numericamente. O Apêndice apresenta as planilhas de todos os casos estudados para todos os elementos da discretização das longarinas.

Os esforços cortantes característicos neste caso foram similares ao longo de todas as barras que constituem a viga longarina. A Figura 7.10 mostra o traçado dos esforços cortantes ao longo da ponte devido à ação exclusiva da carga permanente. A Figura 7.11 mostra tais esforços característicos, resultantes do modelo e característicos previstos na memória de cálculo, atuantes ao longo da ponte para o carregamento de serviço. As abscissas observadas na figura ilustram as seções transversais analisadas relativas a décimo de vão tanto na memória quanto no modelo computacional. Os demais gráficos seguirão padrão semelhante.

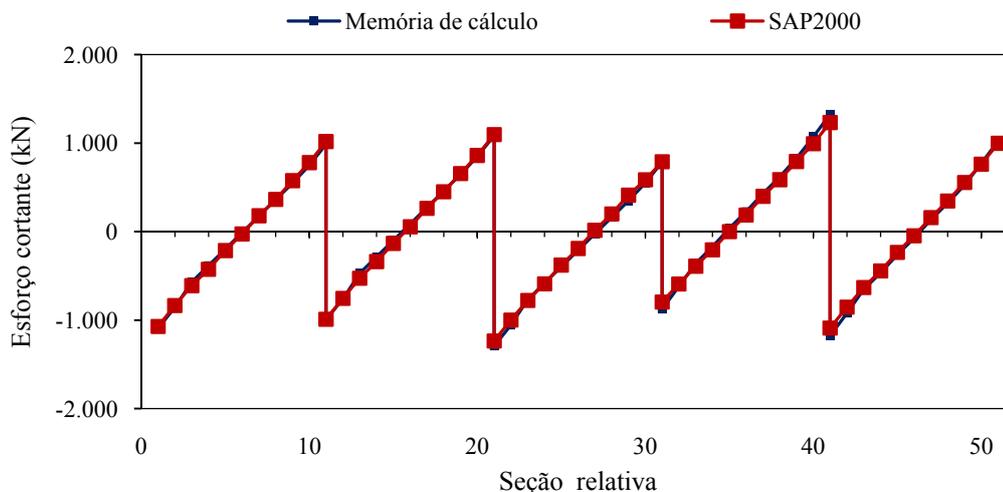


Figura 7.10 - Gráfico de esforços cortantes característicos devido ao carregamento permanente

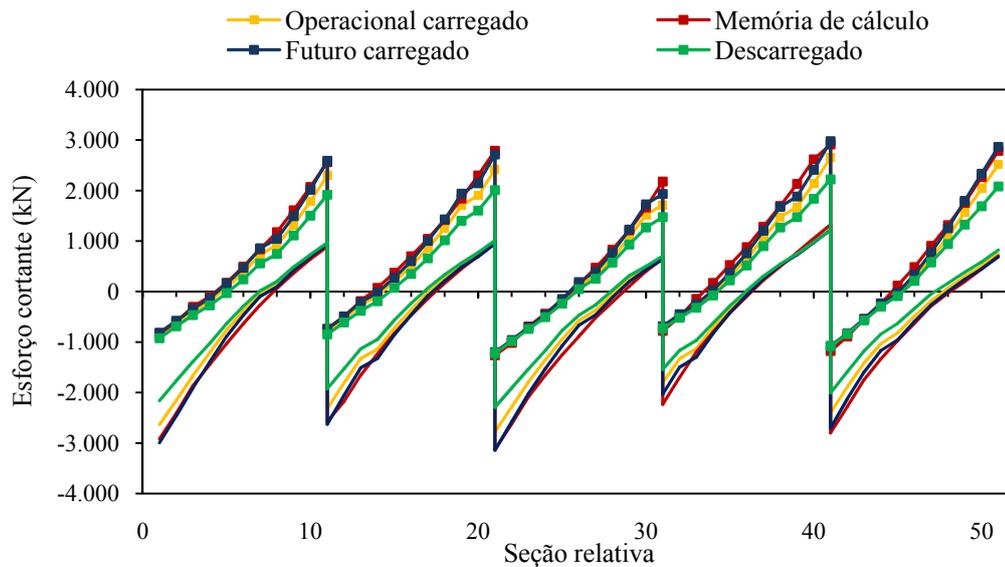


Figura 7.11 – Comparativo de esforços cortantes característicos devido à carga de serviço

A Figura 7.12 mostra as envoltórias de esforço cortante solicitantes característicos, juntamente com traçados representando a capacidade resistente característica última ao cisalhamento das seções dispostas ao longo do tabuleiro calculadas individualmente a partir dos modelos de cálculo I e II da norma brasileira NBR 6118 (2003). Observa-se que a capacidade resistente última é bastante superior aos esforços solicitantes de projeto, devido aos fatores de segurança associados à fadiga e efeitos dinâmicos adotados pelo projetista no dimensionamento original da estrutura.

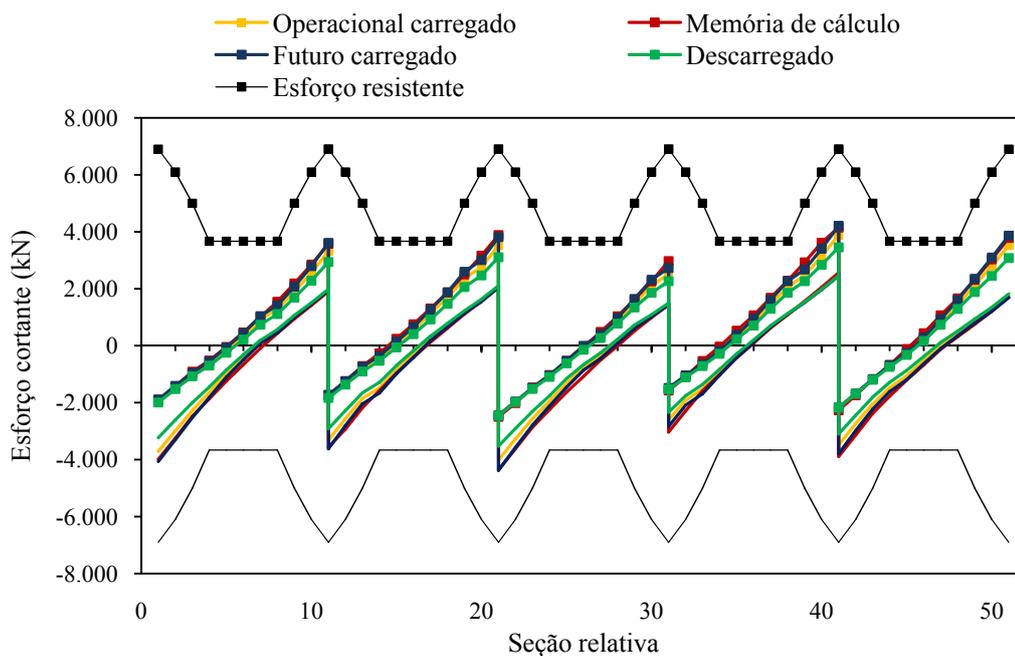


Figura 7.12 – Envoltórias de esforços cortantes característicos na longarina.

No que diz respeito às envoltórias de esforços solicitantes, abrangendo a carga permanente e móvel, conclui-se que os esforços provenientes do trem tipo Descarregado são, em geral, inferiores como era esperado, enquanto os esforços provocados pelo carregamento do trem-tipo futuro são ligeiramente superiores ao do trem-tipo utilizado na memória de cálculo, o Cooper E80. Ou seja, não ocorrem acréscimos significativos nos esforços solicitantes, quando se compara os resultados do trem tipo futuro com os resultados da memória de cálculo original (ano 1986) da ponte fornecida pela companhia.

A diferença observada entre os esforços solicitantes e resistentes característicos poderia ser ainda maior, caso à metodologia de cálculo leve em conta a parcela de contribuição das abas, visto que a os códigos normativos apenas consideram a seção retangular ( $b_w \cdot d$ ) para resistir aos esforços solicitantes de cisalhamento. A partir deste princípio motivou-se a pesquisa em laboratório de vigas de concreto armado de seção “T” sem estribos, a fim de avaliar a contribuição das abas na resistência ao esforço cortante de tais elementos e o quanto poderiam acrescentar na resistência das longarinas da ponte sobre o rio Sororó.

## 7.6 CONTRIBUIÇÃO NA RESISTÊNCIA DA LONGARINA DA PONTE

A partir das prescrições normativas da NBR 6118 (2003) e com base também em todos os resultados da análise numérica realizada através do *software SAP2000* estimou-se a envoltória de esforço cortante solicitante e resistente das longarinas da ponte sobre o Rio Sororó da Estrada de Ferro Carajás (EFC) como mostrado anteriormente na Figura 7.12. Como destacado no capítulo 5, tais estimativas normativas de resistência consideram apenas a seção transversal de forma retangular das vigas e longarinas estudadas, desconsiderando a contribuição ou interveniência da mesa colaborante na resistência, visto que estes elementos apresentam a geometria de seção “T”.

Considerando-se uma altura “ $h_f$ ” média de aproximadamente 250 mm e uma largura da mesa colaborante “ $b_f$ ” de 292,5 mm (como mostrado na Figura 7.13), é possível se obter uma relação  $b_f/h_f$  de aproximadamente 11,7 muito próxima da relação apresentada pela viga V44H4, em que foi verificado um ganho de aproximadamente 93% em relação à viga de referência VREF como apresentado na Tabela 7.6, juntamente com as relações para as demais vigas.

Tabela 7.6 – Relação entre geometria das mesas

VIGA	$b_w$ (mm)	$b_f$ (mm)	$h_f$ (mm)	$b_f/h_f$	$b_f/b_w$	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{u,VREF}$
VREF		-	-	-	1,00	22,5	-
V28H4		280	40	7,0	2,33	31,5	1,40
V28H6		280	60	4,6	2,33	39,0	1,73
V28H8		280	80	3,5	2,33	45,5	2,02
V44H4	120	440	40	11,0	3,67	43,5	1,93
V44H6		440	60	7,3	3,67	60,0	2,67
V44H8		440	80	5,5	3,67	63,5	2,82
V60H4		600	40	15,0	5,00	41,5	1,84
V60H6		600	60	10,0	5,00	70,0	3,11
V60H8		600	80	7,5	5,00	61,5	2,73

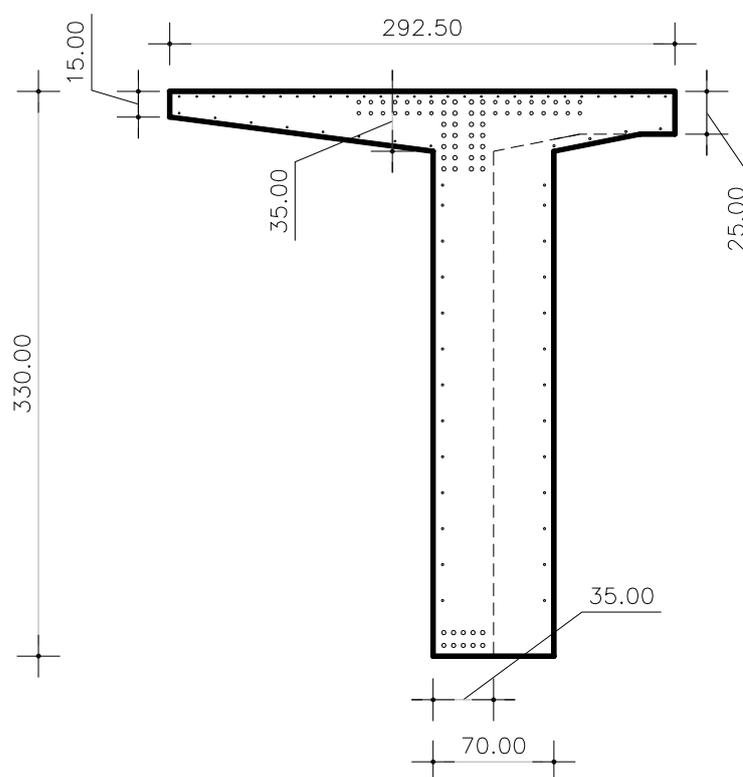


Figura 7.13 – Seção da ponte (cm)

Desta forma pretende-se avaliar proporcionalmente qual o ganho de resistência ao esforço cortante das longarinas dada a contribuição das mesas da seção “T” verificadas no laboratório. A Figura 7.14 mostra as envoltórias de esforços cortantes solicitantes característicos, juntamente com traçados representando a capacidade resistente característica última ao cisalhamento das seções dispostas ao longo do tabuleiro calculadas individualmente a partir dos modelos de cálculo I e II da norma brasileira NBR 6118 (2003) (Esforço resistente) e

amplificadas pelo fator  $f = 1,93$  (Esforço resistente \* amplificado) de acordo com o ganho proporcional verificado pela relação  $b_f/h_f$  de aproximadamente 11. Observa-se que a capacidade resistente última antes bastante superior aos esforços solicitantes de projeto agora foi dobrada, devido à contribuição da mesa colaborante da longarina de seção “T”.

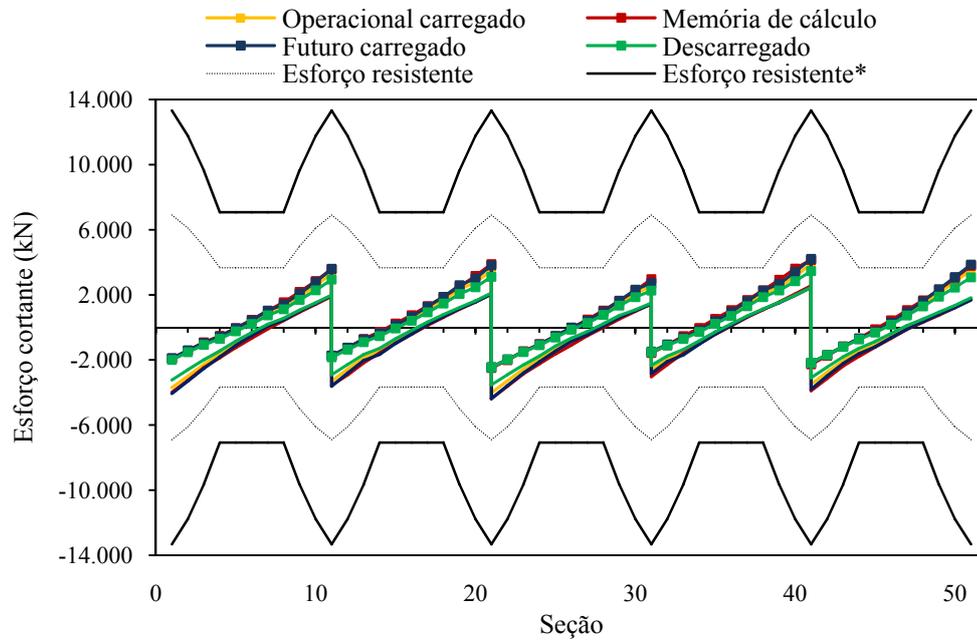


Figura 7.14 – Envoltórias de esforço cortante com contribuição da seção T

## 8. CONCLUSÕES

### 8.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O modelo inicial de treliça, desenvolvido por RITTER e MÖRSCH, tem sido adotado pelas principais normas do mundo como a base para o projeto de vigas à força cortante. Adicionalmente ao modelo de treliça vem sendo considerada também a “contribuição do concreto” ( $V_c$ ), e a possibilidade de variação do ângulo de inclinação ( $\theta$ ) das fissuras e bielas de compressão. Apesar da analogia de uma viga fissurada com uma treliça ter sido criada há cerca de cem anos, a sua simplicidade a faz continuar sendo um modelo para o dimensionamento da armadura transversal das vigas.

Sobre a parcela  $V_c$  a forma da seção transversal verificada nesta pesquisa tem uma forte influência sobre o comportamento resistente de vigas de concreto armado solicitadas à força cortante conforme exposto. A seção transversal retangular pode se adaptar livremente a inclinação do banzo comprimido e, freqüentemente, pode absorver toda a força transversal no banzo comprimido (especialmente no caso de carga distribuída e de carga concentrada próxima ao apoio – Efeito de arco). Em seções transversais de vigas T, a força no banzo comprimido só pode ter uma inclinação quase horizontal, porque na realidade ela permanece na largura comprimida da laje até a proximidade do apoio. Os ensaios mostraram também que a inclinação das fissuras inclinadas ou das diagonais comprimidas varia com a relação  $b_f/b_w$ , essa inclinação situa-se em torno de  $45^\circ$  para  $b_f/b_w = 1$  e cresce para cerca de  $55^\circ$  para  $b_f/b_w \geq 5$ .

Normas que consideram a “contribuição do concreto” ( $V_c$ ) como a força cortante relativa ao aparecimento da fissuração inclinada, como a NBR 6118/03 e o ACI 318, levam em consideração a resistência do concreto à tração, geralmente por meio de equações em função da resistência do concreto à compressão elevadas a uma potência, como  $f_c^{1/4}$ ,  $f_c^{1/3}$  e  $f_c^{1/2}$ .

No cálculo do esforço cortante resistente ( $V_{Rd}$ ) de vigas de concreto armado, a prescrição normativa nacional considera a parcela de resistência a tração do elemento ( $V_{Rd3}$ ) como o somatório da resistência à tração da armadura transversal ( $V_{sw}$ ) e a resistência a tração do concreto por mecanismos complementares ao da treliça que decompõe os esforços de cisalhamento ( $V_c$ ). Este último como sendo dependente da resistência a tração do concreto ( $f_{ctd}$ ) e da área da seção transversal para uma seção retangular ( $b_w \cdot d$ ), sem levar em

consideração a possível mudança de forma e área da seção como, por exemplo, quando do uso de seções T, I ou seções vazadas.

Ficou claro que tal variação da forma retangular tradicional para a forma de T influencia substancialmente a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado, pois nos experimentos foram mantidas as propriedades do concreto ( $f_{cd}$ ,  $E_{sec}$ ) e foram suprimidas as armaduras transversais. O aumento da resistência última foi significativo nas vigas com abas e, mais ainda, nas vigas com largura ( $b_f$ ) de 400 e 600 mm, nas quais a contribuição da mesa foi capaz de modificar o modo de ruptura das peças cujas armaduras de flexão entraram em regime de escoamento e a viga alcançou o momento resistente de flexão. Como pôde ser observado na Tabela 6.1. Torna-se indispensável no cálculo de cisalhamento, também, a consideração da forma das vigas para se produzir estruturas cada vez mais econômicas e contribuir para o melhor entendimento do comportamento de vigas ao cisalhamento quando associadas a outros elementos estruturais.

## 8.2 CARGAS ÚLTIMAS E MODOS DE RUPTURA

Em relação às cargas últimas, destaca-se o resultado apresentado pelas vigas V44H6, V44H8, V60H6 e V60H8 que apresentaram as maiores resistências em laboratório e indicando a forte influência das mesas colaborantes, capazes inclusive de modificar o modo de ruptura previsto de cisalhamento para flexão.

A Tabela 4.3 apresentou o quadro de cargas para todas as vigas ensaiadas em que foi possível notar que de acordo com a variação da área da mesa até uma seção de 600 mm de largura por 60 mm de espessura a viga atingiu a maior carga última como ocorrido com a viga V60H6. Na superfície de ruptura, interface da fissura, foi observada que a sua inclinação em relação ao plano médio das vigas variou entre 35° e 50°, aproximadamente. A comparação entre a carga última ( $P_u$ ) com a carga de ruptura por flexão ( $P_{flex}$ -calculada pela teoria da resistência dos materiais com análise linear-elástica) para cada viga alcançou a relação máxima de 1,5 para a viga V60H6, coincidindo com os modos de ruptura observados durante os ensaios.

## 8.3 ANÁLISE NUMÉRICA

A análise numérica através do *software Response2000* serviu para fornecer os resultados dos deslocamentos verticais teóricos que se aproximaram dos experimentais, as deformações das armaduras longitudinais bastante coincidentes com as deformações experimentais o que

valida o modelo numérico, e as cargas de ruptura teóricas que não convergiram com os resultados das vigas T, assumiu-se que, os modelos apresentem limitações relacionadas ao método de análise (MCFT), estes são representativos para as situações em que as estruturas de concreto armado possuem seção transversal retangular, não tendo a contribuição das mesas de seção T. Além disso, mesmo que as estruturas de concreto armado comportem-se significativamente próximas do previsto pela teoria não-linear, a análise não possibilita verificar que a carga de ruptura está propensa a sofrer aumentos consideráveis em elementos em que há maior rigidez, uma vez que a relação  $P_{cis}/P_{flex}$  apresentou uma média em torno de 0,50.

A carga de flexão ( $P_{flex}$ ) calculada através de  $M_{Rk}$  que é mostrado na Figura 6.19 do gráfico momento curvatura de cada viga, foi analisado através da relação  $P_u/P_{flex}$  verificando-se que para as vigas V44H6, V44H8, V60H6 e V60H8 estas relações ficam próximas de 1,00 (sendo 0,97, 1,02, 1,10 e 0,97 respectivamente para cada uma das vigas), indicando que o limiar da resistência à flexão destas peças foi alcançado permitindo dizer que estas romperam por flexão seguida por cisalhamento.

#### 8.4 NORMAS E EXPRESSÕES

No âmbito das estimativas de resistência ao esforço cortante as normas NBR 6118 (2003) e ACI 318 (2008) superestimaram a capacidade resistente das vigas uma vez que seus resultados foram o dobro e 1,47 vezes a carga de ruptura da viga de referência retangular sem estribos. O mesmo ocorreu com a expressão de MUTTONI e RUIZ (2008) em que a previsão foi 17% maior que o esperado.

Diferentemente dos resultados anteriores, a previsão da norma EUROCODE 2 convergiu com o resultado experimental da viga de referência VREF com taxa de 98%, indicando-se a mais precisa para o cálculo da resistência ao esforço cortante de vigas retangulares de concreto armado sem estribos.

Ambas as normas e expressões não apresentam prescrições com relação a resistência de vigas T ao cisalhamento e não tiveram boa correlação com os resultados experimentais das vigas de seção T sem estribos.

## 8.5 TENSÕES

Comparando-se pelos grupos de mesma largura colaborante  $b_f$  em comum, destaca-se o aumento da tensão cisalhante com o aumento da altura  $h_f$  das vigas, ficando implícito que o alívio de tensões é perceptível com o aumento de  $b_f$  das mesmas, diferente do observado por WALRAVEN (1984) que em sua pesquisa verificou o efeito da variação da altura na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado de seção retangular com diminuição da tensão de cisalhamento de acordo com o aumento de  $h$  das vigas.

## 8.6 LONGARINA

Parametricamente ao ganho de resistência ao esforço cortante das longarinas dada a contribuição das mesas da seção “T” verificadas no laboratório observou-se que a resistência partir dos modelos de cálculo I e II da norma brasileira NBR 6118 (2003) (Esforço resistente) podem ser amplificados pelo fator  $f = 1,93$  para a longarina da ponte sobre o rio Sororó. Dada a capacidade resistente última antes bastante superior aos esforços solicitantes de projeto que foi dobrada, devido à contribuição da mesa colaborante da longarina de seção T.

## 8.7 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões de estudos futuros envolvendo a contribuição da forma da seção transversal de vigas T de concreto armado são apresentadas a seguir:

- Avaliar a influência da rugosidade da fissura na resistência ao cisalhamento de vigas T de concreto armado.
- Incluir testes similares com outros tipos de seção transversal (seção I ou vazada), para verificar a influência do aumento da largura do banzo tracionado na resistência ao cisalhamento.
- Realizar testes com diferentes taxas de armadura (variando-se a altura  $h$  e largura  $b_w$  isoladamente), avaliando a influência potencial do efeito de pino e possível efeito de arco em vigas T.
- Desenvolver trabalho analítico para previsão mais realista da resistência ao esforço cortante de vigas T com base na Teoria da treliça generalizada e em outras teorias.

- Modificar o sistema de apoio (hiperestático ou isostático) /aplicação de carga (distribuída ou concentrada) de modo a verificar a distribuição transversal das tensões normais e tangenciais ao longo da mesa colaborante.
- Implementar modelos numéricos mais complexos (não-lineares e tridimensionais), seguida de comprovação da consistência dos modelos computacionais com os resultados das vigas submetidas aos ensaios experimentais.

## REFERÊNCIAS

ACI-ASCE Committee 426 (1973). **The Shear Strength of Reinforced Concrete Members**. In: Journal of the Structural Division, Vol. 99, N° ST6, June, 1973, pp. 1091-1187.

ALBUQUERQUE, N. G. B. OLIVEIRA, D. R. C. **Considerações sobre o mecanismo de colapso estrutural no estado limite último: modo de ruptura e modo de ruína**. XXXIV Jornadas Sudamericanas de Engenharia Estrutural, 2010, San Juan-Argentina. Anais do evento. V. 4, 2010.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 318 (1995). **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)**. Detroit.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Committee 318 (2008). **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (ACI 318R-08)**. Detroit.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, NBR 8522: **Concreto. Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação**. Métodos de Ensaio. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739: **Concreto – Ensaio de Compressão de Corpos-de-Prova Cilíndricos – Método de Ensaio**. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6152: **Materiais Metálicos. Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração**. Métodos de Ensaio. 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7480. **Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado – Especificação**. Rio de Janeiro, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222. **Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1994.

BS 8110 (1985): **Structural Use of Concrete, Part. 1. Code of practice for design and construction**. British Standards Institution, London, 1985. (Amendment No 03, published and effective from 15 March 1993).

CASTRO, F. A. B. de. **Cisalhamento em vigas de concreto armado - estudo paramétrico**. Dissertação de mestrado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ – Brasil, 1997. XXIII.

CARELLI, J. A. **Cisalhamento em vigas de concreto armado com estribos autotravantes**. Dissertação de mestrado. UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC – Brasil, 2002.

CLÍMACO, J. C. T. S. **Estruturas de concreto armado: Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. Editora Universidade de Brasília, Brasília, Finatec - 2005.

CLÍMACO, J. C. T. S. **Resistência ao esforço cortante em vigas curtas de concreto leve, sem armadura transversal**. Dissertação de mestrado. Programa de pós-graduação em engenharia. Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ. Rio de Janeiro – RJ, 1975.

CSA, A23.3-04 **Design of concrete Structures**, Canadian Standards Association, 2004.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON AND FEDERATION INTERNATIONALE DE LA PRECONTRAINTTE, **Model Code for Concrete Structures, CEB-FIP International Recommendations**, 1990, ed. Thomas Telford, 1993.

EUROCODE 2: **Design of Concrete Structures. Part 1-1, General rules and rules for buildings**, BS EN 1992-1-1: 2004, British Standards Institution, London, Dec 2004.

FUSCO, P. B. “**Estruturas de concreto – Solicitações normais estados limites últimos**”. 1ª Ed. Rio de Janeiro – RJ. Guanabara Dois S.A., 1981.

LEONHARDT, F., MONNIG, E. “**Construções de concreto Vol. 1, princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**”. 1977. Editora: Interciência Ltda. São Paulo, 2007.

LEONHARDT, F., MONNIG, E. “**Construções de concreto Vol. 3, princípios básicos sobre armação de estruturas de concreto armado**”. São Paulo – SP. Interciência Ltda., 1977, impressão 2007.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: Estrutura, Propriedades, e Materiais**. 1 ed. São Paulo: Pini, 1994.

MUTTONI, A., RUIZ, M. F. “**Shear Strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width**”. ACI Structural Journal. Technical paper, March-April 2008. pp.163-172.

MUTTONI, A., SCHWARTZ, J. “**Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement**,” Proceedings of the IABSE Colloquium. V. 62, Stuttgart, Germany, 1991, pp.703-708.

OLIVEIRA, D. R. C. **Fundamentos do projeto de estruturas de concreto armado**. Notas de aula da disciplina Tópicos especiais em Estruturas de concreto armado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Belém: UFPA, 2003.

PINHEIRO, M. L., MUZARDO, C. D., SANTOS S. P. “**Cisalhamento em vigas e estruturas de concreto armado**”. Apostila da disciplina estruturas de concreto armado. Departamento de Engenharia de Estruturas. EESC – USP, 2003.

PRADO, J. F. M. A., GIONGO, J. S. **Redistribuição de momentos fletores em vigas de edifícios**. In: Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, 28, 1997, São Carlos-SP. Anais. V. 4, 1997, p. 1555-1564.

REGAN, P. E. REID, I. L. K. PULLEN, A. D. SMITH, D. A. **The influence of aggregate type on the shear resistance of reinforced concrete**. The structural engineer 6, December 2005. Paper pp. 27-32.

SAGASETA, J. **The influence of aggregate fracture on the shear strength of reinforced concrete beams**. Tese de PhD, Imperial College London, Londres – Inglaterra, 2008.

SÜSSEKIND, J. C. **Curso de Concreto, volume I e II**. Editora Globo. Rio de Janeiro, 1984.

TEIXEIRA, R. M. **Estudo teórico experimental do comportamento estrutural de uma ponte ferroviária em concreto armado**. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Programa de pós-graduação em engenharia civil – PPGEC, Universidade Federal do Pará. Belém – PA, 2009.

VECCHIO, F. J. COLLINS, M. P. **The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear**, ACI Journal, No.83-22, 1986: pp. 219-231.

VILHENA, A. E. R. NAHUM, K. A. R. **Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento simétrico**. Trabalho de conclusão de curso. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará. Belém – PA, 2006.

WALRAVEN, J. C. **The influence of depth on the shear strength of lightweight concrete beams without shear reinforcement**. Delft University of Technology; Department of Civil Engineering, 1984.

## APÊNDICE

### HISTÓRICO DE ESFORÇO CORTANTE NA LONGARINA

		FUTURO CARREGADO-MÁX		DESCARREGADO-MÁX		COOPER-E80-MÁX	
		FUTURO CARREGADO-MÍN		DESCARREGADO-MÍN		COOPER-E80-MÍN	
seção	esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)		
	MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.	
BARRA 1	1	-162,62	-599,15	-184,80	-431,87	-167,86	-574,21
	2	-115,30	-492,85	-137,49	-353,43	-120,54	-471,61
	3	-69,28	-381,52	-92,93	-277,05	-75,83	-364,31
	4	-25,48	-277,55	-54,71	-204,50	-35,09	-269,09
	5	31,54	-177,53	-5,88	-126,95	19,11	-174,82
	6	93,76	-93,82	48,53	-58,07	84,48	-93,23
	7	171,80	-18,97	111,61	2,74	161,38	-17,37
	8	209,27	18,50	149,08	40,21	198,85	20,10
	9	298,94	84,22	222,39	97,73	285,02	87,78
	10	402,97	137,21	300,69	146,42	386,30	141,14
	11	518,30	187,15	383,67	194,04	493,25	189,19
BARRA 2	11	-148,24	-525,15	-169,78	-384,42	-154,31	-497,97
	12	-98,16	-410,89	-122,14	-305,48	-105,97	-391,36
	13	-41,80	-302,03	-75,85	-226,54	-55,32	-290,24
	14	-4,33	-264,56	-38,37	-189,06	-17,85	-252,77
	15	54,79	-171,21	14,93	-112,76	43,14	-159,68
	16	120,35	-91,79	69,96	-46,45	108,20	-83,69
	17	201,05	-17,00	131,82	13,88	185,51	-11,04
	18	285,77	42,75	203,36	67,33	265,55	50,15
	19	388,04	97,35	280,17	113,77	365,54	103,88
	20	428,79	138,11	320,92	154,52	406,30	144,63
	21	542,89	190,30	401,72	202,50	512,82	193,77
BARRA 3	21	-240,02	-628,04	-243,51	-457,88	-241,41	-598,22
	22	-191,89	-515,06	-196,12	-381,31	-193,97	-485,90
	23	-141,51	-403,75	-148,13	-306,35	-144,21	-383,49
	24	-91,68	-305,43	-101,51	-233,28	-92,53	-290,63
	25	-29,36	-214,63	-47,82	-154,22	-29,54	-203,87
	26	37,69	-133,43	9,92	-94,13	36,99	-129,02
	27	78,80	-92,31	51,04	-53,02	78,11	-87,90
	28	154,03	-23,06	114,65	4,75	152,34	-18,35
	29	245,69	39,82	186,24	63,11	239,36	49,58
	30	345,81	86,77	253,81	100,04	335,47	90,02
	31	386,67	127,63	294,72	140,97	376,34	130,88

FUTURO CARREGADO-MÁX    DESCARREGADO-MÁX    COOPER-E80-MÁX  
 FUTURO CARREGADO-MÍN    DESCARREGADO-MÍN    COOPER-E80-MÍN

	seção	esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)	
		MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.
BARRA 4	31	-137,2	-407,09	-145,9	-308,01	-139,23	-396,7
	32	-89,67	-299,55	-104,18	-232,9	-95,9	-292,5
	33	-49,93	-259,78	-64,44	-193,16	-56,15	-252,75
	34	5,42	-166,04	-15,63	-125,02	1,23	-164,28
	35	74,61	-83,02	44,82	-56,6	72,44	-83,73
	36	151,65	-13,51	103,51	3,58	145,7	-14,3
	37	240,92	52,05	180,05	60,72	230,8	50,8
	38	335,5	104,61	253,92	108,61	321,6	104,53
	39	376,61	145,72	295,03	149,72	362,71	145,65
	40	482,15	194,54	367,9	196,53	458,41	195,67
	41	595,99	244,09	444,19	245,01	515,6	245,12
BARRA 5	41	-215,44	-540,96	-216,40	-400,9	-216,84	-514,65
	42	-165,38	-425,4	-167,67	-317,42	-167,28	-406,35
	43	-108,43	-318,07	-113,80	-234,97	-108,60	-299,84
	44	-46,71	-233,32	-59,78	-168,15	-44,97	-220,82
	45	-4,76	-191,36	-17,82	-126,19	-3,03	-178,86
	46	67,25	-117,57	42,31	-67,02	69,59	-105,36
	47	154,95	-52,2	115,12	-9,24	155,07	-36,31
	48	250,94	0,0358	188,26	33,42	244,94	11,21
	49	359,13	48,08	265,25	76,23	344,62	56,37
	50	466,98	90,40	337,65	117,13	448,41	97,77
	51	572,97	137,72	416,02	164,45	550,88	145,01

## MEMÓRIA DE CÁLCULO-MÁX OPERACIONAL CARREGADO-MÁX

## MEMÓRIA DE CÁLCULO-MÍN OPERACIONAL CARREGADO-MÍN

	seção	esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)	
		MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.
BARRA 1	1	-582,86	-167	-172,29	-526,98
	2	-482,62	-119,34	-124,97	-431,73
	3	-372,44	-60,4	-79,26	-332,95
	4	-287,86	-19	-36,65	-241,45
	5	-205,84	34,84	17,55	-152,32
	6	-127,06	98,68	75,13	-77,28
	7	-53,68	167,32	146,24	-8,75
	8	13,22	235,64	183,72	28,72
	9	73,18	321,98	264,44	89,98
	10	128,5	414,14	356,61	140,68
	11	177,94	512,3	459,27	190,19
BARRA 2	11	-513,98	-147,56	-157,54	-463,70
	12	-435,36	-99,22	-107,99	-362,08
	13	-330,72	-37,6	-53,71	-265,15
	14	-247,04	14,82	-16,24	-227,68
	15	-165,52	74,74	39,51	-144,12
	16	-93,72	139,76	99,79	-72,57
	17	-27,42	208,92	173,23	-3,93
	18	34	283,56	249,10	51,64
	19	90,6	368,4	339,90	103,71
	20	140,78	460,2	380,65	144,47
	21	189,6	557,84	482,14	195,67
BARRA 3	21	-626,1	-252,8	-241,32	-556,65
	22	-523,84	-203,38	-193,35	-455,93
	23	-416,98	-137,8	-144,10	-357,16
	24	-331,02	-87,5	-96,59	-270,25
	25	-250,36	-32,32	-38,08	-188,61
	26	-177,34	28,22	23,42	-115,61
	27	-103,18	94,38	64,54	-74,50
	28	-41,66	165,88	132,69	-11,20
	29	21,18	242,76	215,03	47,76
	30	80,64	332,88	302,98	92,51
	31	130,46	435,66	343,84	133,38

		MEMÓRIA DE CÁLCULO-MÁX		OPERACIONAL CARREGADO-MÁX	
		MEMÓRIA DE CÁLCULO-MÍN		OPERACIONAL CARREGADO-MÍN	
		esforço cortante(tf)		esforço cortante(tf)	
		MÁX.	MÍN.	MÁX.	MÍN.
BARRA 4	31	-446,56	-155,7	-141,29	-360,58
	32	-339,86	-100,34	-95,01	-265,52
	33	-238,5	-28,8	-55,27	-225,78
	34	-161,12	34,68	-3,27	-142,58
	35	-84,9	105,4	60,65	-67,43
	36	-19,06	176,06	130,28	-3,92
	37	44,94	257,16	210,68	57,22
	38	99,58	338,9	294,54	106,95
	39	154,42	426,56	335,66	148,07
	40	210,92	523,82	429,06	195,37
	41	265,32	582,64	530,49	244,56
BARRA 5	41	-559,92	-235,58	-215,89	-480,38
	42	-456,1	-177,62	-166,35	-377,62
	43	-348,64	-108,42	-111,71	-282,08
	44	-266,5	-47,6	-54,58	-206,20
	45	-194,52	23,44	-12,62	-164,23
	46	-125,66	97,18	52,92	-97,26
	47	-56,78	181,08	131,88	-36,43
	48	-5,84	263,12	216,90	13,03
	49	39,38	351,3	312,67	59,94
	50	89,48	453,32	407,94	101,97
	51	140,62	557,28	502,78	149,21