UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

Luciano Augusto da Silva Melo

Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de Função Quadrática

Belém
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

Luciano Augusto da Silva Melo

Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de Função Quadrática

Dissertação apresentada ao Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas sob orientação da Profa. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Belém
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Melo, Luciano Augusto da Silva, 1971-
Dois jogos de linguagem: a informática e a matemática na aprendizagem de função quadrática / Luciano Augusto da Silva Melo. - 2013.

Orientadora: Marisa Rosâni Abreu da Silveira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Linguística - matemática. 3. Geometria algébrica. 4. Informática na educação. 5. GeoGebra - software. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

Luciano Augusto da Silva Melo

Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática na aprendizagem de Função Quadrática

Data de Aprovação: 11 / 03 / 2013

Banca Examinadora:

____

Profa. Dra. Marisa Rosâni Abreu da Silveira – UFPA – Orientadora

____

Profa. Dra Miriam Godoy Penteado – UNESP – Membro Externo

____

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes – UFPA – Membro Interno

Dedico esta produção a duas pessoas da maior importância em minha vida: minha mãe, por ter me concedido o direito de viver e por ter me ensinado os caminhos do letramento antes mesmo do meu acesso à escola; e ao meu pai que me fez compreender desde a infância o significado da frase "o trabalho dignifica o homem".

AGRADECIMENTOS

A Deus, energia pura e sublime que me faz acreditar em coisas nas quais a humanidade com toda sua genialidade não é capaz de explicar. Por me conceder o dom da vida e sabedoria para usufruir as maravilhas deste planeta no qual divido com algumas pessoas, momentos de felicidade;

A minha família de origem, pela convivência e pelos preceitos naturais de respeito e dignidade conquistados e por considerar cada individualidade ao compartilhar momentos de alegria e de paz;

À Elissandra Melo pela oportunidade de conviver e dividir o espaço do nosso lar juntamente com a nossa filha Evelyn Melo e por tudo que elas me proporcionam em termos de dedicação, respeito, carinho e amorosidade nos momentos em que me fiz ausente mesmo estando presente devido à condução do presente trabalho;

Ao Professor João Cláudio Brandemberg Quaresma pelo incentivo e atenção a mim concedidas quando decidi ingressar no Mestrado, bem como pela amizade adquirida no exercício docente como professor da UFPA;

Ao Professor Felipe Martins e à Professora Edna Borges da Escola Estadual Pedro Amazonas Pedroso por terem me auxiliado nesta pesquisa; aos alunos e demais pessoas que, de forma direta ou indireta, colaboraram para que meus objetivos fossem concluídos de forma exitosa;

Ao Grupo de Estudos e Pesquisa em Linguagem Matemática (GELIM) pelas conversas, reflexões e discussões ao longo das quartas e sextas-feiras no Mestrado. Em especial, pela amizade constituída e pelas contribuições dos professores Rodolfo Nobre e Evandro Feio sobre Filosofia e Matemática;

À Professora Miriam Godoy Penteado e ao Professor Adilson Oliveira do Espírito Santo que, gentilmente, aceitaram o convite para compor a banca examinadora desta Dissertação junto ao PPGECM;

À Coordenação do PPGECM e aos professores do Programa que certamente contribuíram com parte de seus conhecimentos e vivências nas áreas de Educação e de Matemática durante a minha estada na pós-graduação;

À Professora Marisa Rosâni Abreu da Silveira como orientadora e pelas muitas contribuições sobre linguagem matemática que me foram sugeridas ao realizar esta Dissertação, em especial, por ter me proporcionado conhecer outras formas de ver a Matemática. As conversas de cunho filosófico, os aspectos informais ocorridos no GELIM bem como momentos de descontração e amizade que foram extremamente importantes no decorrer das atividades por ela conduzidas. Admiro-a como profissional e como pessoa por ter aceitado desde início a minha intenção de pesquisa, e como tal, lhe presto as devidas homenagens.

RESUMO

Esta pesquisa foi realizada com o objetivo de identificar e analisar as relações entre as linguagens da Matemática e da Informática no contexto da sala de aula, a partir da inserção das tecnologias informáticas na aprendizagem da Função Quadrática. Nesse sentido, os conceitos que envolvem a forma algébrica e forma gráfica desta função, foram observados pelos alunos ao explorar aspectos dinâmicos na interface do Geogebra. A fundamentação teórica da pesquisa, foi subsidiada pelas ideias de Pierre Lévy sobre as tecnologias da inteligência na disseminação da informação e do conhecimento, bem como pelas contribuições filosóficas de Ludwig Wittgenstein acerca do jogo de linguagem. A metodologia da pesquisa possui caráter qualitativo definido a partir de critérios específicos acerca do objeto de estudo e dos sujeitos investigados. As informações foram obtidas por meio de questões específicas aplicadas em dois momentos, a saber: antes e após a realização de um minicurso sobre o GeoGebra. As análises das questões revelaram que os aspectos visuais e os movimentos no uso do computador, estabelecem relações entre as formas algébricas e gráficas da função quadrática. Assim, eles puderam perceber que os coeficientes numéricos modificam a parábola e isso dá sentido aos conceitos estudados. O uso do GeoGebra possibilita outras formas de aprendizagem evidenciadas entre o Jogo de Linguagem da Matemática e o Jogo de Linguagem da Informática no âmbito da Educação Matemática.

Palavras-Chave: Linguagem matemática. Tecnologias da inteligência. Função quadrática. Aprendizagem. GeoGebra.

ABSTRACT

This research was conducted in order to identify and analyze the relationships between the languages of Mathematics and Computer Science in the context of the classroom, from the integration of information technology in learning the Quadratic Function. Therefore, the concepts involving algebraic form and graphic form of this function were observed by students as they explore the dynamic aspects of the interface Geogebra. The theoretical research was subsidized by the ideas of Pierre Lévy on intelligence technologies in the dissemination of information and knowledge, as well as the philosophical contributions of Ludwig Wittgenstein about language game. The research methodology has qualitative character set from specific criteria about the object of study and the subjects investigated. The information was obtained by means of specific questions applied in two stages, namely: before and after conducting a short course on GeoGebra. Analyses of questioning revealed that the visual aspects and movements in computer use, establish relationships between the algebraic and graphical forms of the quadratic function. However, they might realize that the numerical coefficients modify the parable and it gives meaning to the concepts studied. The use of GeoGebra allows other forms learning evidenced between the game and the Language of Mathematics Game Language Informatics in Education Mathematics.

Keywords: Mathematical language. Intelligence technologies. Quadratic function. Learning. GeoGebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Há dois comentários iniciais de Araújo (2004) que suscitaram muitas reflexões nesta pesquisa acerca dos diferentes aspectos da linguagem: o primeiro salienta que a linguagem é resultado marcante de traços culturais e sociais, cujas trocas simbólicas permitem comunicar e possibilita o pensamento abstrato bem como a formação de conceitos. O segundo afirma que o acesso à realidade é impossível sem a linguagem e, desta forma, não há pensamento.

Conforme o que foi exposto anteriormente é possível afirmar que a linguagem nas suas mais variadas formas, desempenha papel essencial para a humanidade e não se resume nestas linhas. Alguns dos aspectos mencionados, certamente se constituíram historicamente diante das evoluções teóricas e tecnológicas da linguagem. Aqui, tais aspectos serão discutidos no âmbito da Educação ressaltando aproximações entre a Matemática como Ciência e a Matemática no contexto escolar.

Há diferentes concepções da Matemática que estão sendo discutidas no campo da Educação dentre as quais: a Matemática no contexto social; a Didática da Matemática como atividade; a Etnomatemática como programa de pesquisa; a Matemática como modelagem; a Matemática como linguagem dentre outras.

O que pensamos ou imaginamos nem sempre possui o mesmo sentido quando é dito ou representado, há desta forma, implicações teóricas, científicas e epistemológicas por conta de uma enormidade de conceitos expressos entre a língua natural e a linguagem da matemática. Isso deve, por vezes, a simbologias usadas na escrita, leitura, interpretação e tradução de textos no contexto da educação.

Nesse sentido, uma expressão ou signo não dá conta ou carrega consigo todos os significados de nossa linguagem, pois, há sempre novas possibilidades de conhecermos e fazermos uso de outras linguagens como a linguagem da informática ou a língua brasileira de sinais. Isto reflete aspectos da genialidade humana em se comunicar, produzir novas informações e gerar conhecimentos por meio de diferentes simbologias entre as quais a da linguagem matemática.

A representação de estruturas algébricas podem adquirir outros significados para além do aspecto meramente formal ligado aos conceitos da Matemática e, até certo ponto, serem adequados à realidade. O gráfico de uma função quadrática, por exemplo, pode ser associado ao lançamento de uma bola de basquete à cesta pelo jogador. Isto não quer dizer que a simbologia f(x) tenha sido criada exatamente para este caso e venha a representar toda e qualquer situação desta natureza.

As tecnologias das quais dispomos atualmente permitem, ao fazer uso de computadores, por exemplo, a construção de gráficos e simulações de trajetórias descritas por uma bola de basquete após o arremesso até a cesta adversária. Para Lévy (2010), este é um avanço proporcionado pelo surgimento e usos das tecnologias da inteligência, que assim como a oralidade e a escrita constituem polos do conhecimento humano. A informática é, portanto, mais uma forma de linguagem, que foi criada e vem sendo ampliada periodicamente. Em Educação, atualmente, amplas são suas aplicações.

A Matemática como Ciência possui conceitos próprios e, para isso, cria objetos imateriais dispondo de uma linguagem adequada para isso. Esta linguagem, por vezes, não se faz compreender de modo imediato por aqueles que não fazem uso constante de suas regras, definições e simbologias.

Na escola, alunos tendem a apresentar dificuldades quanto a isto, pois, para além da língua natural, é necessário que simbologias da Matemática sejam incorporadas à sua escrita de modo a executar cálculos operatórios, que seriam praticamente impossíveis de serem realizados apenas mentalmente ou com auxílio do alfabeto.

O professor ao apresentar conceitos matemáticos em sala de aula utiliza técnicas e métodos inerentes a sua formação. Utiliza, portanto, regras e linguagem específica, pois, recebeu formação para isso. Ver uma função e construir seu gráfico, por exemplo, é para ele tarefa correlata. Todavia, para o aluno ver a função e traçar seu gráfico não se dá pelo mesmo processo. Na maioria das vezes, o aluno não compreende ou mesmo não vê significado em estudar tais conceitos.

De acordo com Wittgenstein (2009), o significado se dá no uso da linguagem em determinado contexto. Posto o que foi dito por este filósofo, a Linguagem é uma das formas que o sujeito utiliza para adquirir conhecimento. O uso constante de certas expressões de nossa linguagem revela aspectos que podem ser adquiridos de acordo com o contexto. Um triângulo na sala de aula de aula é um objeto matemático, mas, nas placas de sinalização de trânsito tem outro sentido.

Há inúmeras exemplificações que parecem ser imediatas e, até mesmo, exatas, quando se admite que a Matemática possua uma linguagem universalizante, ao se indagar, por exemplo, o que é um número? Tal pergunta, parece soar como elementar aos ouvidos do professor de Matemática, mas, isso não é simples. Por vezes inconscientemente o professor não ampara seu discurso em teorias, o diz por dizer, pois, está acostumado a proferir tais conceitos no contexto da sala de aula. Para os alunos, esta pergunta torna-se ainda mais difícil de ser respondida. O mais comum é que eles digam algo relacionado aos algarismos que lhes foram apresentados desde tenra idade antes mesmo de ingressar na escola ao enumerar objetos usando os dedos das mãos.

O tópico função quadrática chamou atenção nesta pesquisa devido às inúmeras aulas de Matemáticas por mim ministradas no Ensino Médio, cuja forma algébrica se convertia em diferentes formas gráficas no plano. Para os alunos, esta passagem entre a forma algébrica e a forma gráfica não é perfeitamente compreendida com uma só explicação. Para eles, esta representação ou conversão é automática, no entanto, faz pouco ou nenhum sentido, não faz parte do seu contexto, ocorrem quase sempre na sala de aula.

Nesse sentido, os usos e significados de objetos matemáticos no contexto escolar, como a função quadrática, serão tratados por meio das tecnologias informáticas na perspectiva da linguagem. Assim, o olhar do pesquisador volta-se à literatura presente na área de Educação Matemática em busca de algumas respostas que possam contribuir com as discussões acerca da aprendizagem matemática no contexto escolar.

A linguagem matemática sempre se fez presente em minhas atividades docentes ainda que não reconhecida pelo prisma filosófico. O conhecimento de novas leituras a este respeito foi de tal ordem, que a sensação de começar tudo de novo mobiliza novas reflexões acerca do conhecimento científico e da Educação. Pois, as estruturas lógicas que pareciam se consolidar de acordo com o que foi estudado na graduação de modo tradicional, passou e passa por diversas reformulações tanto no campo teórico quanto no exercício da práxis.

A observação de certas relações envolvendo a linguagem no ensino e aprendizagem da Matemática no contexto escolar permitiu em linhas gerais a elaboração da seguinte pergunta de pesquisa: o uso de *softwares* como ferramentas de aprendizagem favorece a compreensão de conceitos matemáticos na sala de aula a partir das relações entre as forma algébricas e gráficas da função quadrática? Tal indagação aparecerá em destaque, posteriormente, para ressaltar o objetivo principal desta pesquisa de analisar como se dá a aprendizagem de função quadrática ao inserir tecnologias informáticas nas atividades escolares.

As relações entre linguagem e tecnologias informáticas inerentes a esta pesquisa se deram a partir de algumas observações e ações desenvolvidas junto aos participantes da pesquisa. Uma destas incursões permitiu enunciar, *a priori*, a seguinte conjetura: os conceitos da matemática mediados ostensivamente em sala de aula para os alunos implicam em ver sem técnica, ou seja, os conteúdos por vezes são apresentados sem significado ou mesmo são destituídos destes. Nesse sentido, percebi que é importante apresentar aos alunos outras formas de aprendizagem que possibilitem ver como tais conexões acontecem com a intencionalidade de que isto pode melhorar sua compreensão acerca do que lhe é explicado.

As imbricações possíveis entre a aprendizagem da Matemática e da Informática no sentido educacional foram conduzidas por reflexões que permitiram configurar o arcabouço teórico em vista dos objetivos desta pesquisa. O cruzamento de ideias e práticas vivenciadas tanto no exercício da docência, quanto na condição de pesquisador culminaram com a organização do presente texto em cinco capítulos, como segue:

O primeiro capítulo é definido como a apresentação geral da pesquisa no qual busco delinear o que será apresentado em cada uma das seções subsequentes para dar ao leitor oportunidade de conhecer certas peculiaridades sobre as temáticas em discussão. Neste capítulo, também, encontram-se os principais elementos textuais, dentre os quais: a justificativa, a questão de pesquisa, a hipótese e os objetivos da dissertação.

No segundo capítulo, faço um breve apanhado histórico sobre o computador como ferramenta tecnológica e seus diferentes usos na disseminação do conhecimento. A partir daí, destaco outros três momentos: no primeiro, faço relato sobre uma experiência no exercício de minhas atividades docentes acerca do uso de *softwares* no ensino da Matemática. No segundo momento, apresento um resumo sobre alguns trabalhos já realizados na área de Educação Matemática e suas relações com o objeto de estudo desta pesquisa. Finalizo este capítulo com a primeira parte do referencial teórico, subsidiado pelas contribuições de Pierre Lévy acerca das tecnologias da inteligência e suas relações com a Educação Escolar.

No terceiro capítulo, apresento a segunda parte do referencial teórico sobre a Filosofia da Linguagem identificando alguns episódios históricos e implicações no ensino e aprendizagem da linguagem matemática. Enfatizo nesta parte do texto, as contribuições do filósofo e matemático austríaco Ludwig Wittgenstein. Nesse sentido, destaco o uso do *GeoGebra* como ferramenta de aprendizagem e busco caracterizar a Matemática e a Informática como Jogos de Linguagem**.** Ressalto, de forma contundente neste capítulo, que o uso das tecnologias informáticas revela aspectos visuais da função quadrática e dá sentido aos conceitos estudados no contexto da sala de aula.

A parte metodológica da pesquisa será evidenciada no quarto capítulo em que descrevo as atividades de intervenção didática realizadas junto aos alunos, por meio de um minicurso com a utilização do *software GeoGebra*. Assim, a pesquisa apresenta caráter qualitativo, devido ao teor das questões elaboradas no intuito de obter específicas acerca do objeto de pesquisa obtidas a partir das respostas dos alunos. A pesquisa foi realizada com alunos do 1º ano do ensino médio de uma escola pública da rede estadual de ensino na cidade de Belém. Como parte da metodologia, há o indicativo de que atividades envolvendo o uso de tecnologias informáticas podem ser disseminadas pelos professores no contexto da sala de aula, como possibilidades de novos aprendizados.

O quinto capítulo refere-se à análise dos resultados provenientes da aplicação dos instrumentos de pesquisa. Percebi, nas respostas dos alunos, que os conceitos estudados em Matemática, têm pouco ou nenhum significado se não lhes for explicado o propósito de conhecer e fazer uso da função quadrática em suas atividades escolares. No entanto, a partir do uso de do GeoGebra na sala de aula, tais conceitos ganharam vida, os aspectos visuais e movimentos interativos do *software* auxiliaram no seu aprendizado. Eles puderam ver (compreender) por meio do computador que as relações entre a forma algébrica e a forma gráfica da função quadrática tem sentido e estes conceitos não se findam na sala de aula.

Encerro as reflexões da pesquisa apresentando considerações acerca da compreensão de conceitos da Matemática a partir do uso do *GeoGebra* como ferramenta tecnológica na sala de aula. Para além dos objetivos propostos e dos anseios como profissional, retomo certos trechos do texto para ressaltar as contribuições das tecnologias da inteligência e dos jogos de linguagem no âmbito da Educação Matemática.

1.1 JUSTIFICATIVA

Após recorrer a diversas leituras sobre Educação Matemática foi possível conhecer de modo mais amplo os trabalhos já realizados acerca da temática em questão. As pesquisas nesta área apontaram para a inserção da Informática na Educação Matemática como tendência que ganha cada vez mais notoriedade no processo de ensino-aprendizagem. Neste sentido, observa-se que as produções nesta área vêm crescendo no Brasil, desde que teve início o Programa Nacional de Informática na Educação, em 1997.

Alguns professores usam em seus discursos abordagens de que a aprendizagem deve ser significativa para os alunos conforme os indicativos de David Ausubel (1918-2008). Assim, esta teoria pode também, ser extensiva ao ensino e aprendizagem da matemática, logo, os conhecimentos prévios ou apreendidos pelos no cotidiano podem ser reaproveitados no contexto escolar. Desta forma, espera-se estimular o ensino e a aprendizagem em sala de aula, a partir do que já existe ou que lhes foi repassado até mesmo por heranças culturais e sociais. Esta prática tem se mostrado recorrente nas escolas do país principalmente no que diz respeito à abordagem construtivista da aprendizagem.

Tais abordagens podem, portanto, fazer jus ao ensino e a aprendizagem por meio de observações e estudos teóricos no âmbito da educação que buscam elucidar práticas conduzidas com base no modelo milenar pautado na exposição oral de conteúdos e de experimentações empíricas. Por outro lado, percebe-se que as técnicas e os métodos expositivos não dão conta, sozinhos, de explicar a enormidade de informações e conhecimentos acumulados ao longo dos séculos.

A Educação Escolar carece, certamente, de outras tecnologias como as tecnologias informáticas e seus recursos, que alcançam uma grande quantidade de pessoas de uma só vez como a *internet* e que, por sua vez, se consolidam entre usos e hábitos dos indivíduos. Atualmente, aparatos tecnológicos, como a telefonia celular e os sistemas informatizados, sejam pelo uso pessoal ou coletivo, se fazem cada vez mais indispensáveis no cotidiano social na atualidade.

Há de acordo com as propostas curriculares vigentes no Brasil, uma grande diversidade de atividades previstas e institucionalizadas sobre o ensino de Matemática conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), este modelo institucionalizado de Educação pretende, portanto, estimular competências e habilidades em favorecimento da aprendizagem da Matemática, bem como de outras disciplinas escolares, em favor da cidadania e da vida.

Há, no entanto, conceitos e definições específicos da Ciência que nem sempre podem ser facilmente traduzidos por meio de uma linguagem comum (língua natural) e que, por vezes, se colocam como obstáculos à aprendizagem ao fazer uso de simbologias e códigos específicos inerentes aos seus objetos de estudo e desenvolvimento, como é o caso dos conjuntos numéricos e de suas aplicações.

O uso ou manipulação de conceitos da matemática nem sempre são traduzíveis diretamente por meio de palavras como uma fotografia do pensamento que se materializa como um objeto do cotidiano, por exemplo, uma cadeira. Assim, pessoas que não lidam diretamente com a Matemática sentem de alguma forma dificuldades em compreender enunciados que fazem desta forma de linguagem que envolve regras, expressões, simbologias e definições normativas desta ciência.

Certas dificuldades na aprendizagem da Matemática, possivelmente, são geradas por falta de conhecimento teórico, domínio de regras ou simplesmente por não fazer sentido algum para alunos da Educação Básica, por exemplo.

Na prática cotidiana do professor, em sala de aula, após enunciar conceitos e, logo em seguida, desenhar no quadro o gráfico de uma função, é fácil notar que as explicações são reduzidas em função do número e do tempo de aula. Os conteúdos mediados desta forma são restritos na maioria das vezes à localização de pontos e ao traçado de linhas e curvas no plano, por meio de tabelas e gráficos estáticos desenhadas no quadro de escrever tendem a perder o sentido para os alunos. Construções como estas, carecem de aspectos visuais que auxiliem na construção e compreensão destes gráficos pelos alunos, no computador isso é possível e mais interativo.

Para Borba e Penteado (2001), a utilização de mídias informáticas associadas às atividades pedagógicas que envolvem o ensino e aprendizagem da Matemática, permite que se discuta a natureza da transformação ocorrida em um gráfico ao manipular seus coeficientes. Esta situação foi observada pelos autores primeiramente com a construção e análise de *softwares* gráficos em calculadoras, o que chamou atenção no sentido de compartilhar de opiniões semelhantes quanto ao uso do computador em atividades com Matemática na sala de aula.

Interpretar um gráfico e reconhecer nele uma função matemática prescinde assim como da língua materna de conceitos e definições relacionadas à linguagem matemática. Esta linguagem é considerada difícil, em especial, pelos alunos ou por quem não faz uso constante de suas especificidades em atividades cotidianas.

Há diversas abordagens da linguagem que envolve escrita e conversões entre signos, tais como a semiótica, por exemplo, assim como as relações que certos objetos matemáticos têm com a realidade dentro e fora do contexto educacional. Aqui, no entanto, a linguagem em especial a da matemática será discutida acerca das contribuições filosóficas de Ludwig Wittgenstein, cujas implicações e aproximações educacionais possam ser evidenciadas no contexto escolar.

Outras tecnologias, como a Informática e seus recursos, que vão além da sala de aula e das informações contidas nos livros propiciam e estimulam a busca por novos conhecimentos. Nesse sentido, o uso de recursos computacionais em atividades com Matemática para alunos, intenciona aqui, dar significado e sentido aos conceitos estudados em sala de aula a partir da inserção adequada de ferramentas tecnológicas no contexto da aprendizagem escolar.

1.2 QUESTÃO DE PESQUISA

Na sala de aula, o professor desempenha o papel de mediador entre os objetos matemáticos e os alunos por meio dos conceitos e simbologias da linguagem. A Matemática, assim como a língua natural possui uma gramática que faz uso de simbologias e opera por meio de regras que regem o ensino e a aprendizagem. Por sua vez, as tecnologias da inteligência unem-se a este processo e estabelecem novas conexões e significados dispondo de recursos capazes de ampliar e modificar a genialidade inventiva do ser humano em busca de novos conhecimentos (LÉVY, 2010).

Nesse sentido, conceitos usualmente tratados em sala de aula nem sempre podem ser explicitados devido à limitação dos recursos tecnológicos lá existentes. Com base nestas premissas acerca da aprendizagem matemática e nas dificuldades sentidas pelos alunos que requeiram o domínio de regras, cálculos e construção de gráficos de funções, por exemplo, foi elaborada a seguinte pergunta de pesquisa:

O *GeoGebra* auxilia o estudo e a aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da relação dinâmica entre a forma algébrica e a forma gráfica da função quadrática na sala de aula?

1.3 HIPÓTESE

Certas dificuldades enfrentadas pelos alunos na compreensão da linguagem matemática podem ser minimizadas com a inserção adequada de tecnologias informáticas na aprendizagem da Matemática Escolar.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Geral

O objetivo desta pesquisa consiste em relacionar a Matemática e a Informática como áreas do conhecimento, destacando aspectos da Filosofia Analítica da Linguagem e das tecnologias da inteligência na intenção de caracterizá-las como linguagens no âmbito da Educação Matemática. Nesse sentido, pretendo analisar de que relações são estabelecidas pelos alunos a partir do uso do GeoGebra como ferramenta de aprendizagem no contexto escolar.

1.4.2 Específicos

- Identificar relações entre as formas algébricas e gráficas da função quadrática a serem evidenciadas com auxílio das tecnologias informáticas na sala de aula.
- Verificar se os recursos visuais e dinâmicos do *GeoGebra* favorecem a compreensão de conceitos matemáticos na aprendizagem da função quadrática.
- Analisar se há implicações conceituais entre a linguagem matemática e a linguagem da Informática na aprendizagem da função quadrática.

2 TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS

Este capítulo traz a primeira parte do referencial teórico sobre o uso de tecnologias informáticas e suas relações com o ensino e a aprendizagem da Matemática Escolar. As reflexões iniciais versam sobre estas tecnologias e dão continuidade a três outras seções: Informática e Matemática, alguns estudos acerca da função quadrática e tecnologias da inteligência na concepção de Pierre Lévy.

Desde os ensinamentos da Academia grega por Platão e Aristóteles, como precursores das primeiras universidades, em que os saberes a serem ensinados estavam relacionados ao *Trivium* e *Quadrivium*[1], a busca pelo conhecimento inspira e convida a dar continuidade a novas descobertas no mundo contemporâneo. A genialidade humana levou à produções e acúmulo do conhecimento de forma acelerada nas últimas décadas em escala exponencial, e como tal produziu e produz tecnologias.

Muito do que foi descoberto em matemática ao longo dos anos se deu por necessidades sociais, econômicas, comerciais ou por acaso, como a descoberta do fungo que resultou no antibiótico penicilina, independente dos usos ou aplicabilidades posteriores. Afirmativas como estas, remetem à importância da **técnica** e da **tecnologia** empregadas pelo homem para avaliar, transformar e produzir novos conhecimentos no sentido de evoluir.

De acordo com Rodrigues (2009), a tecnologia impõe ao homem seus próprios padrões de racionalidade, utilidade e eficiência o que suscita uma reflexão sobre o papel da tecnologia na sociedade ocidental como sendo exclusiva da cultura ou ainda natural à evolução humana.

Esta autora recorre ao filósofo espanhol Ortega e Gasset (1883-1955) para revelar alguns aspectos que consideram a tecnologia um aprimoramento da técnica. Nesta concepção, o homem seria um produto de si mesmo, e para realizar seus projetos inventa e aprimora técnicas que o levaria a construir um conjunto de instrumentos (tecnologias) para moldar o meio a si e não adaptar-se a este meio.

Encontrar respostas é sempre um desafio que se impõe ao ser humano e isto estimula a curiosidade e a engenhosidade no sentido de pôr algo sempre em prova no intuito de conseguir novas descobertas. Como exemplo, cito a demonstração do

---

[1] Do latim, conjunto de três ou de quatro matérias ensinadas em dois blocos nas universidades da Idade Média: Gramática, Lógica e Retórica; Aritmética, Geometria, Astronomia e Música.

último Teorema de Fermat que levou mais de 300 anos para ser elucidado ainda que seu uso esteja, por enquanto, restrito à condição de *mathesis*[2] como concebeu Descartes.

Na busca pelo conhecimento, há muitas concepções distintas sobre o que seja Ciência bem como seus objetos de estudo, e isto conduz à abstrações e referências que ocorrem por vezes somente em nível de pensamento. Por outro lado, há concepções de cunho social que não concebem viver em realidades que distinguem e afastam sujeito e objeto da realidade, e isso implica em adotar uma visão cartesiana muitas vezes criticada por correntes teóricas ligadas às humanidades.

Dispor das tecnologias para o uso em atividades educacionais remete o momento presente, aos usos do computador como tecnologia da informação, tanto em nível de Brasil quanto no mundo. Esta inserção, no entanto, se deu por diferentes razões em países como a França e EUA.

De acordo com Valente e Almeida (1997), no Brasil, o uso do computador se deu pela inserção das tecnologias informáticas pautadas principalmente em concepções educacionais com forte motivação pedagógica. A França e os EUA, apesar de saírem na frente no que diz respeito ao uso de computadores não tinham como preocupações primeiras, questões educacionais.

O governo estadunidense optou por desenvolver a Informática no sentido de produzir *hardware* e *softwar*e como equipamentos vendáveis incentivando a produção em larga escala e a disputa empresarial na produção destes bens de consumo, intensificando a livre concorrência junto ao mercado. Posteriormente, os EUA criaram a intranet, rede militar interna destinada à informações confidenciais o que se expandiu para uma nova concepção de comunicação gerando a rede mundial de computadores.

Mudando do continente americano para o europeu, sobre o surgimento da informática, destaca-se a França que, de acordo com Valente e Almeida (1997), investiu na criação desta tecnologia entre 1970 e 1980 por motivos políticos. Os autores destacam que este fato ocorreu pela perda ou diminuição de hegemonia econômica deste país para os EUA que começaram a se consolidar como potência econômica mundial. A França, por sua vez, investiu em reformas intelectuais ligadas

---

[2] Caráter universalizante da Matemática no sentido de explicar as ciências pela razão, já percebida e defendida por filósofos adeptos do Platonismo por volta do século XVII, acentuada na obra René Descartes.

à produção do conhecimento como tomada de decisão para destacar-se tecnologicamente neste cenário e recuperar suas economias.

Vale ressaltar que o surgimento da informática em nível um mundial, se deu por diferentes motivos aqui, no entanto, merecem destaque a França, os EUA e o Brasil. Tais motivos foram oriundos de duas vertentes, como visto anteriormente: a primeira refere-se à questões mercadológicas ou filosóficas como na (França e EUA), já a segunda, enfatiza os usos da informática no sentido educacional como no caso do Brasil. Este fato, não quer dizer que o Brasil, por sua vez, não tenha explorado também o uso comercial da informática.

Nesta pesquisa os usos das tecnologias informáticas tem maior relevância no sentido educacional, desta forma, alguns aspectos desta trajetória serão evidenciados de forma breve por meio de discussões e pesquisas no contexto escolar. Assim, em nível de Brasil, a informática educativa ganha vulto a partir das discussões travadas em seminários realizados no país como em Brasília (1981) e Salvador (1982). Tais seminários e encontros ocorridos começaram a apontar, portanto, diretrizes, que contribuíram para o surgimento de projetos e ações que deram origem em 1993 o Projeto Educom, com apoio do MEC, CNPq e Finep.

Nesse sentido, as ações que desencadearam a Informática Educacional no Brasil foram frutos de discussões intelectuais partindo das reflexões teóricas em congressos realizados primeiramente nas universidades que depois foram se expandindo para a Educação Básica e para o uso dos computadores nas escolas. Este fato confere à Educação brasileira, papel importante na caracterização de um movimento cuja intenção foi disseminar informações de cunho educacional usando o computador como recurso didático e pedagógico.

A importância/preocupação no Brasil com a informática educativa voltou-se às escolas por serem valorizadas experimentações e pela abordagem teórica de que o conhecimento pode ser construído com base em simulações no uso de máquinas. Desta forma, o computador foi inserido como ferramenta em potencial no contexto escolar, o que despertou o interesse do governo do Brasil no sentido de estabelecer políticas educacionais e investir na formação de professores para atuar como multiplicadores na área de informática educacional.

Diante deste cenário, podemos afirmar que o Brasil se diferenciou de outros países em relação à inserção de computadores nas escolas, primeiramente no sentido de qualificar professores para fazer uso dos computadores em suas atividades e escolares e posteriormente atender alunos como parte das atividades e projetos acadêmicos desenvolvidos nas escolas.

Segundo Valente e Almeida (1997), as escolas e os professores, em especial, reagiram de formas distintas quanto à inserção das tecnologias computacionais em educação. Houve discordância sobre o real papel da Informática nos espaços educacionais, a maior polêmica se deu pela dicotomia homem-máquina, o que gerou polêmicas de uma possível substituição dos professores pelos computadores nas escolas. Assim, pensava-se que as máquinas assumiriam o controle da sala de aula, causando desemprego e diminuindo as relações humanas no âmbito educacional.

Diante deste cenário complexo em que se discutiam os rumos da Educação envolvendo Informática o que chamou mais atenção foi a carência de profissionais qualificados para dar início a uma nova proposta de uso das tecnologias informáticas e outras mídias na escola. Os professores que atuaram nas salas de Informática no final da década de 1990 até os primeiros anos do século XXI, possuíam somente formação técnica, mas, não pedagógica para atuar nestes espaços.

Pode-se dizer que, atualmente, há novas perspectivas para a Educação com intensificação e disseminação do movimento pela Informática Educativa nas escolas como o projeto **Minha Terra** de Educação a Distância, patrocinada por uma companhia de telecomunicações internacional, fomentado pela iniciativa privada.

Novos papéis para a Educação estão em discussão, uma vez que, professores e alunos passam a ser incluídos paulatinamente neste universo tecnológico. As escolas públicas que possuem salas de Informática, por vezes, têm como proposta o desenvolvimento de projetos multidisciplinares para que as atividades educacionais sejam realizadas de forma mais dinâmica diante das novas possibilidades geradas pelo uso de *softwares* e recursos da internet.

A inserção do computador nas escolas passou a ser vista como alternativa tecnológica emergente, assim, algumas características a respeito do uso de tecnologias informáticas reforçam novas ideias e iniciativas educacionais. Para Grinspun (2009),

> Educação tecnológica não impõe o ensino das novas tecnologias, mas sim promove o despertar para a interpretação do contexto atual à luz de seus condicionamentos e fundamentos; a educação tecnológica busca integrar ensino e pesquisa fazendo com que se entendam as questões vivenciadas pelos educandos; a fundamentação básica da educação tecnológica resume-se no saber fazer, saber-pensar, e criar que não se esgota na

> transmissão de conhecimento, mas, inicia-se na busca da construção de conhecimentos que possibilite transformar e superar o conhecido e ensinado. (GRISPUN, 2009, p. 93-94)

A adoção de tecnologias informáticas nas escolas, ainda se coloca como um dos grandes desafios educacionais do país. Esta perspectiva pretende evitar que o ensino e a aprendizagem sejam vistos como treinamentos que exploram o uso da máquina pela máquina. Uma das maiores preocupações dos educadores é auxiliar os alunos quanto ao uso adequado de ferramentas que estimulem a criatividade, a autonomia e as tomadas de decisão em seus estudos, bem como, para a vida em sociedade.

É importante que os alunos e também professores possam aprender por meio da Informática, pois, de nada adiantam aparatos tecnológicos que ao invés de auxiliar na busca pelo conhecimento e estimular a produção intelectual, se convertam na formação de pessoas como autômatos. A inserção da Informática na Educação, não pode ser regulada e conduzida unicamente pela instalação dos equipamentos nas escolas; o computador é, portanto, uma nova ferramenta que imprime maior rapidez às atividades pedagógicas e amplia as possibilidades educacionais juntamente com as tecnologias já existentes.

A proposição de que a Informática media o processo educacional é corroborada por Cardoso (2009, p. 233, grifo meu) ao afirmar que “educar o ser humano diante da sua crescente interação com a máquina, implica em encarar a tecnologia como um meio e não como um fim a ser alcançado”.

Somam-se a estas abordagens a atuação de professores que antes eram considerados técnicos em Informática ou especialistas em tecnologias, e que ao receber formação adequada (participando de pós-graduações), passaram a atuar como multiplicadores. Podemos dizer que parte do discurso em nossas escolas gira em torno do utilitarismo e, por vezes, a tecnologia é usada apenas pela técnica, ou seja, é desassociada de práticas pedagógicas.

Na perspectiva da informática educacional o computador passa a ser usado apenas como um caderno digital para inserir textos e imagens, nesse sentido, a tecnologia serve apenas para editar modelos já ultrapassados como o uso da tabuada, que pode ser expressa também na tela do computador, mas, continua sendo ensinada da forma tradicional explorando a memorização.

Por outro lado, os professores juntamente com outros profissionais discutem e tomam decisões na escola acerca do uso de tecnologias informáticas bem como de outras metodologias de ensino e de aprendizagem. Para isso, passam a desenvolver suas atividades contando com a participação de psicólogos, sociólogos, profissionais da computação, dentre outros que possuem ligações com pesquisas realizadas nas universidades. A Informática Educativa assume, nesse sentido, a função de práticas pedagógicas entre técnicas e tecnologias.

Com o uso da internet, um grande volume de informações pode ser acessado com apenas uns cliques, o conhecimento se expande e ganha novos meios para sua difusão, não se encontra mais restrito aos livros e à sala de aula (LÉVY, 2010). As pesquisas que antes eram realizadas principalmente em livros, enciclopédias, bibliotecas, agora são exploradas com maior frequência por meio da internet.

Por mais que se considere que, na maioria das vezes, os jovens façam uso indiscriminado da internet, o fato de consultá-la apenas para captar informações com base em critérios próprios não deixa de ser válido. Quanto a isso, é possível observar o que foi discutido na pesquisa Jovens em Rede, realizada pela Pontifícia Universidade católica do Rio entre 2007 e 2008, que informou:

> Os jovens, como a maioria dos docentes ouvidos, não tem muita noção da complexidade tecnológica que envolve o funcionamento dos computadores e das redes de internet, mas, de forma diferente dos professores, vão seguindo em frente, descobrindo maneiras de usar e adentrar pelos caminhos da internet. Para eles, o que atrai é poder sair abrindo janelas e mais janelas, sempre para frente, “descobrindo territórios”, “terras estranhas”, como a fascinação causada por um labirinto. (NEVES; SEGENREICH, 2009, p.268, grifos das autoras).

Na atualidade, é possível afirmar que dificilmente o professor dará conta da enormidade de conhecimentos disponibilizados pelos recursos tecnológicos que surgem a todo instante. O aluno, em determinadas condições, pode saber mais que o professor sobre certos assuntos, o volume de informação disponível é muito extenso. O professor, para além do papel de comunicador/mediador, é também um aprendiz, cujas inúmeras possibilidades de conhecer e participar das mudanças tecnológicas adquire, por meio das tecnologias informáticas, uma extensa rede de contatos e canais propícios a novas descobertas.

A Informática Educativa faz parte do cenário nacional como todo e qualquer paradigma que se apresenta diante da ciência e das instituições educacionais para ser analisado e julgado em termos de consistência e viabilidade no decorrer do tempo e de suas aplicabilidades.

É inegável admitir que, no Brasil, a Informática Educativa evoluiu em termos pedagógicos, filosóficos e científicos, pois, o perfil dos profissionais ligados à Educação passa constantemente por transformações. Isto pode ser percebido pelos rumos que esta vertente possibilita em função do uso dos computadores em diversos ramos de atividades e se consolida a cada dia nas escolas, institutos de pesquisas e universidades em favor da Educação.

2.1 INFORMÁTICA E MATEMÁTICA

Apresento nesta seção, uma breve descrição acerca do uso de tecnologias informáticas envolvendo recursos computacionais na sala de aula. Neste sentido, serão destacados aspectos relevantes sobre um projeto de extensão realizado entre Universidade Federal do Pará (UFPA) e a Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA) e do qual fiz parte. Esta vivência com alunos do Ensino Médio desencadeou o interesse e motivou a presente pesquisa, no que diz respeito ao uso de *softwares* no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Diante de novas perspectivas educacionais envolvendo as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's), o conceito de Laboratórios de Informática foi repensado e está passando por uma nova concepção na qual, este espaço passa a ser visto como parte integrante das atividades pedagógicas. O que antes era considerado laboratório no sentido de construir e manipular objetos, atualmente passa a adquirir o *status* de sala de aula.

No espaço da sala de informática as atividades do professor podem ser multi e interdisciplinares, em que se faz uso das tecnologias para que novos construtos sejam pensados e reelaborados para ampliar as possibilidades de ensino e de aprendizagem como no caso da matemática, por exemplo. O professor faz uso de um *software* para mostra aos alunos diferentes tipos de curvas provenientes de funções como representação geométrica de uma reta ou de uma parábola.

O uso de tecnologias, como o lápis e o papel em relação à escrita não foi abolido com o surgimento da imprensa e muito menos ficou relegado após a publicação de livros. Da mesma forma, carros e aviões não impedem nosso caminhar. Não deixamos de fazer uso da escrita, apenas nos apropriamos de novas invenções com recursos mais avançados na intenção de ganhar tempo e facilitar os diferentes modos de viver na atualidade.

A escola vem passando por algumas mudanças que vão além do espaço físico; ela diversifica e multiplica diferentes fazeres entre os quais se encontram as tecnologias informáticas com a finalidade de potencializar as atividades escolares. Para além das cadeiras e quadros de escrever, a sala de aula ganha o apoio do computador, das mídias, dos softwares e da internet para dinamizar ações pedagógicas ampliando a interação entre professores e alunos. Os alunos passam, então, a fazer uso do espaço da sala de informática no intuito de descobrir, recriar situações antes explicadas na sala de aula, só que agoira como novas ferramentas.

Cabe aqui ressaltar a importância de um projeto de extensão universitária ocorrido entre os anos de 2009 e 2010 na cidade de Belém capital do Pará, sobre o ensino e aprendizagem da Matemática e da Física nas escolas públicas. Este projeto[3] foi desenvolvido pela UFPA em parceria com a SEDUC-PA, cuja análise e descrição sucintas referem-se apenas às atividades com Matemática realizadas com alunos do Ensino Médio. As entrelinhas deste projeto serviram como base para reflexões e discussões mais profundas que vão ao encontro dos objetivos da presente pesquisa.

As ações acerca das tecnologias informáticas em escolas públicas de Belém[4] ocorrem principalmente no sentido multi e interdisciplinar. Os projetos desenvolvidos nas salas de Informática, de forma geral, desenvolvem temáticas acerca de feiras escolares e apresentações que exploram atividades multidisciplinares. Em raros casos, há projetos de Iniciação Científica. Quando isso ocorre, é feito pela inciativa das universidades locais por meio de projetos de extensão ou estágios supervisionados. No âmbito do ensino e da aprendizagem da matemática de modo específico, tais atividades ainda carecem de projetos e práticas a serem definidos como parte das ações pedagógicas, cujas características, reflitam a intencionalidade e ação docente para com os alunos na própria escola.

Como foi citado anteriormente, entre as raras intervenções na escola envolvendo projetos de extensão, pude presenciar e participar de um projeto de extensão da UFPA realizado por um professor de física, que fez uso de um *software*

---

[3] Denominado Fortalecer e cujos atores reais serão omitidos a fim de preservar direitos autorais.
[4] Região Metropolitana que envolve além dos bairros da capital, dois outros municípios interligados pela BR-316 e que se avizinham de Belém (Ananindeua e Marituba).

que incialmente abordava conceitos da matemática. O projeto em questão foi realizado com alunos do Ensino Médio que, como parte de uma pesquisa de mestrado, que em linhas gerais, versava sobre a inserção de interfaces interativas da Computação Algébrica Simbólica (CAS) na sala de aula, no ensino de física.

As atividades foram coordenadas por dois professores de Física da UFPA e mais quatro componentes: um Mestrando em Física (pesquisador) da UFPA/SEDUC; dois estagiários-bolsistas do curso de Física da UFPA e um professor de Matemática da SEDUC como supervisor local pertencente ao quadro da escola em questão (interlocutor deste texto).

A finalidade deste projeto que envolvia o uso da (CAS) foi observar e analisar aspectos qualitativos na aprendizagem dos alunos a partir do uso de recursos computacionais no ensino de Matemática em complementaridade às aulas realizadas na escola.

O objetivo principal do projeto foi proporcionar aos alunos formas de aprendizagens mais interativas tanto na realização de cálculos quanto na compreensão dos conceitos estudados ao fazer uso do software *wxMaxima*[5]. Pretendia-se, portanto, dinamizar o ensino destas disciplinas culminando com a realização de pequenas rotinas em Linguagem de Programação Computacional.

Diante do exposto, as seguintes etapas foram executadas:

a) Estudo diagnóstico por meio de exercícios envolvendo questões elementares de Matemática (Operações fundamentais e expressões numéricas) a serem desenvolvidas por meio de cálculos usando caneta e papel;

b) Realização das atividades da etapa anterior com auxílio do *wxMaxima*[6];

c) Avaliar progressos (nível de acertos e aprendizagem) de Matemática observando o desempenho dos alunos nas avaliações escolares em função da metodologia aplicada;

d) A etapa final pretendia para além dos objetivos gerais, proporcionar aos alunos da escola pública a participar de projetos junto à UFPA oferecendo como incentivo (bolsas de estudos) de iniciação científica.

---

[5] *Software* de computação algébrica (em versão livre) que surgiu por volta de 1970 no Massachusetts Institute of Technology (MIT- EUA) e que originalmente chamava-se *Macsyma*.

[6] Vale ressaltar que o *software wxMaxima* tomado aqui como exemplo, não é objeto de estudo desta pesquisa. No entanto, as atividades que seguem foram essenciais e contribuíram, inicialmente, no sentido de atentar para o uso de recursos computacionais voltados à aprendizagem da Matemática na sala de aula.

O material apresentado, inicialmente, aos alunos constava de questões de nivelamento a serem resolvidas na forma de exercícios em dois blocos distintos, perfazendo um total de 10 questões.

Seguem alguns exemplos de atividades matemáticas propostas aos alunos:

a) Considere o valor 6; subtraia desse número o resultado da operação 3 vezes 2; multiplique o valor obtido por 100;

b) Analise se a expressão 5+4 vezes 2, tem valor igual à expressão (5+4) vezes 2. Justifique sua resposta.

c) Considere o valor 2; eleve esse número ao resultado da operação 6 – 2.

Tais atividades chamaram atenção no sentido de observar e analisar como a linguagem matemática é expressa no software em relação ao ensino-aprendizagem da Matemática na sala de aula.

No que diz respeito à realização de cálculos e construção de gráficos com auxílio do *wxMaxima*, algumas das atividades propostas encontram-se representadas na interface da Figura 1.

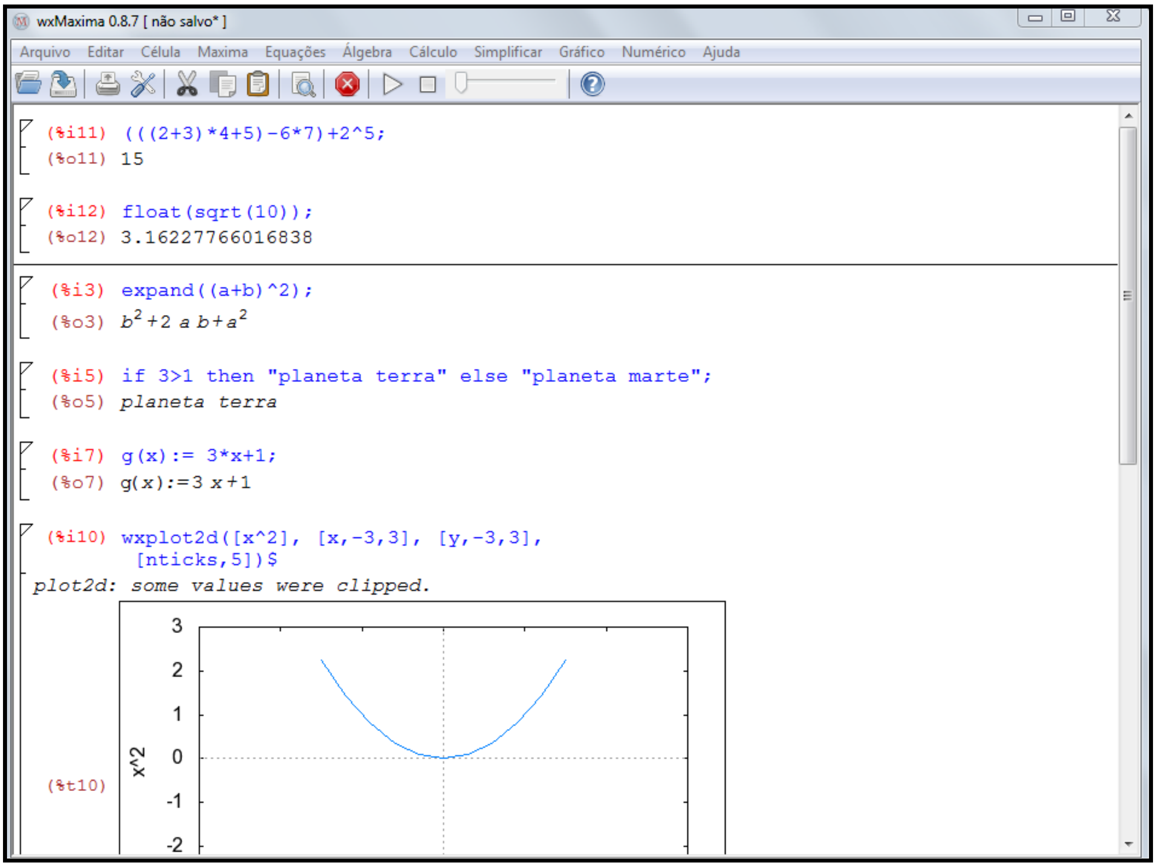


Figura 1- Interface do *wxMaxima*

A equipe executora do projeto percebeu, após analisar as respostas dos alunos no decorrer das atividades que:

- Os envolvidos possuíam extremas dificuldades na realização de cálculos na forma escrita, ou seja, de apresentar a solução de exercícios considerados simples para as séries do Ensino Médio em que se encontravam. As atividades computacionais a serem realizadas, portanto, dependiam do conhecimento de regras operatórias de Matemática;
- Obstáculos de aprendizagem no domínio de regras básicas das operações fundamentais impediam o avanço às etapas posteriores. Os alunos deveriam primeiro resolvê-las no modo tradicional (lápis e papel) e depois comparar os resultados obtidos com a resolução do software;
- As atividades de experimentação no computador auxiliariam os alunos na compreensão de conceitos e superação de dificuldades na aprendizagem da Matemática. Isto foi pensado no sentido de que os alunos pudessem por meio da resolução de várias listas de exercícios, apresentar soluções corretas para o que lhes foi proposto. E que, a partir daí, eles conseguissem avanços progressivos, resolvendo problemas com nível de dificuldade crescente. Mas, isso não foi constatado, pois, os alunos, apresentavam dificuldades conceituais na realização de cálculos envolvendo as quatro operações básicas da Matemática elementar. E ainda, confundiam as notações da linguagem matemática usada na sala de aula com a linguagem do ***software***[7].

De posse destas informações, surgiram algumas reflexões preliminares sobre as atividades que foram socializadas apenas entre os integrantes do grupo (professores e estagiários) no que diz respeito ao ensino e aprendizagem da Matemática. Após conversas e análises acerca das atividades, o grupo de pesquisa sentiu a necessidade de rever ou reestruturar a metodologia empregada nos encontros com os alunos, assim, foi explicitado que:

i) As dificuldades reveladas no desenvolvimento das atividades mostraram que a falta de conhecimento (fundamentos) a respeito dos conteúdos estudados, inviabilizavam o avanço para novas etapas do projeto que pretendia culminar com os

---

[7] O grifo refere-se às diferenças entre a forma de escrever Matemática em sala de aula (caneta e papel) e a forma como se escreve no computador. O software possui linguagem e comandos específicos.

alunos programando e escrevendo rotinas (em linguagem de programação como pequenos algoritmos) para a resolução de problemas de Matemática e Física.

ii) Foi observado que a linguagem do *software wxMaxima* apresentava diferenças substanciais em relação à escrita da matemática na sala de aula ou nos livros de Matemática. Para encontrar o resultado de uma operação ou exibir um gráfico os alunos, precisavam conhecer comandos em inglês, acompanhados de comandos no computador como, por exemplo: para exibir o resultado da raiz quadrada de 10, o aluno deveria digitar o comando *float (sqrt (10)* ou ainda, para construir o gráfico da função f(x) = x^2, o aluno deveria digitar o seguinte comando: wxplot2d ([x^2], [x,-3,3],[y,-3,3]) ou ainda digitar a função em campo específico na janela de opções do menu;

iii) Realizar atividades de ensino-aprendizagem com auxílio do *wxMaxima* não se constituiu em algo simples dada a linguagem do software que, mesmo sendo não ambígua e precisa, necessitava de conhecimentos fundamentais de Matemática básica e de comandos específicos para serem executadas. A experimentação das atividades de Matemática por meio deste software levou a seguinte constatação: o ritmo de aprendizagem não se dava no mesmo ritmo de ensino; a experimentação requer, portanto, níveis crescentes de aprendizagem a serem superadas em cada etapa para dar continuidade ao processo.

Fatos como estes relacionados às dificuldades na aprendizagem de Matemática podem ocorrer com ou sem o uso da tecnologia, principalmente, se estas atividades forem realizadas apenas no sentido de ensinar Informática na escola. O objetivo principal da inserção de tecnologias informáticas na escola é ensinar Matemática por meio destes recursos. Portanto, o uso destas ferramentas precisa estar ligado às técnicas e métodos capazes de dinamizar as atividades escolares com a proposta de apresentar e mostrar que existem outras possibilidades de aprendizagem a serem descobertas com o auxílio do computador na sala de aula.

Cabe a partir deste ponto de vista, refletir sobre questões ligadas ao ensino-aprendizagem de Matemática por meio das Tecnologias Informáticas na Educação Básica a partir das seguintes indagações: a linguagem matemática utilizada em sala de aula é a mesma utilizada no computador? Que distinções são percebidas pelos alunos ao construir gráficos com e sem auxílio do computador? Que significados têm para os alunos os conceitos e definições estudados em sala de aula? As interatividades aluno-computador produzem outras (novas) aprendizagens em Matemática?

Questões como estas, intencionam abrir caminho para novas discussões acerca do uso de *softwares* na sala de aula no sentido de refletir sobre aspectos teóricos e analisar como estas atividades se dão diante do uso de tecnologias informáticas como ferramentas de aprendizagem.

A participação em atividades como a que foi descrita e as indagações que nela foram originadas se converteram, em mais uma experiência docente sobre o uso de tecnologias informáticas no ensino-aprendizagem da Matemática Escolar. Esta pesquisa intenciona, por sua vez, discutir e analisar questões desta natureza e indicar aspectos que caminhem no sentido de consolidar a integração das tecnologias informáticas na Educação Básica do país.

2.2 FUNÇÕES QUADRÁTICAS: ALGUNS ESTUDOS

Esta seção destina-se a situar o objeto de estudo em relação a algumas pesquisas já realizadas na área de Educação Matemática ou de Matemática Computacional a respeito do processo de ensino-aprendizagem da função quadrática. Procuro, portanto, identificar nestes trabalhos, concepções teóricas e atividades com Matemática a partir da inserção das tecnologias informáticas na sala de aula.

Em linhas gerais, encontrei trabalhos nos quais prevalecem discussões teóricas e metodológicas sobre a Didática da Matemática francesa e da teoria do antropológico didático (TAD); sobre Engenharia Didática; sobre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) buscando apoio nos registros de representações semióticas e com raras exceções, trabalhos que discutem sobre a matemática como linguagem. Alguns destes trabalhos serão apresentados de forma breve a seguir, desta forma, pretendo exprimir algumas relações com a pesquisa desta dissertação.

Para Maia (2007), o estudo de função quadrática busca o surgimento do conceito de função, para isso a autora recorre a aspectos históricos e epistemológicos sobre o objeto investigado. A pesquisa é fundamentada em duas vertentes que retratam: a Engenharia Didática, segundo Michèle Artigue, e os Registros de Representação Semiótica (RRS), de Raymond Duval.

Parte da pesquisa realizada por Mais (2007) contou com a análise de livros didáticos de Matemática nos anos finais dos Ensinos Fundamental e Médio, cuja ênfase foi dada em relação à forma canônica da função quadrática. As atividades com alunos foram realizadas no *software Winplot* associando a estas a forma lúdica na aprendizagem de conceitos da Matemática.

Ao estudar funções utilizando recursos computacionais, segundo a autora, as aulas ganham dinamismo quando o aluno escreve funções diretamente no software percebendo também movimento e cores utilizadas nos gráficos. Esta pesquisa mostra, em especial, algumas relações que surgem sobre o estudo e variação das famílias de funções a partir da construção de gráficos. Como parte comum ao objeto matemático explorado na pesquisa de Maia (2007) e a presente pesquisa, estão os gráficos das funções quadráticas, observados a partir das variações algébricas das famílias de funções.

De acordo com Benedetti (2003), o estudo de função quadrática aparece integrado ao estudo de várias funções matemáticas. Uma das finalidades do autor foi investigar o uso de um software gráfico no estudo de funções junto a alunos do 1º ano do Ensino Médio devido à intensidade com que o assunto é tratado nesta série.

As teorias abordadas neste trabalho evidenciaram a Psicogenética de Jean Piaget e a Informação Mediada por Computadores presente nas obras de Lévy (2010; 2010a) sobre tecnologias da inteligência em favor da aprendizagem coletiva. As atividades com alunos foram filmadas, onde os gestos e as falas dos participantes foram descritos em detalhes amplamente nas análises. O *software* usado com os alunos foi o *Graphmatica*, e foram usados também: caneta, lápis, papel, calculadora e borracha na construção dos gráficos que serviram para posterior comparação com os gráficos feitos no computador.

O autor revela, na pesquisa, que o uso do *software* possibilita ações e descobertas não evidenciadas em relação ao uso do papel e lápis na construção de gráficos expressos apenas pelos recursos da escrita em sala de aula. Tais reflexões e a discussões sobre tecnologias da inteligência e dos gráficos de funções chamaram minha atenção nesta pesquisa.

Mpaka (2010) refere-se ao uso de tecnologias (*softwares*) no ensino de Matemática buscando constatar resultados positivos ou negativos em sua utilização em se tratando de função quadrática com e sem o uso do *Winplot*. O autor se apoia teoricamente em Jean Piaget e no Construcionismo do matemático Seymour Papert sobre Inteligência Artificial e uso de softwares no ensino e na aprendizagem. Há também como suporte teórico neste texto, a Teoria das Situações Didáticas (TSD), de Guy Brousseau, além de retratar aspectos da Engenharia Didática na parte metodológica da pesquisa.

Um ponto específico chamou atenção neste texto de modo significativo: o autor menciona a forma como a função quadrática é escrita nos livros, caderno ou quadro e a forma como esta é digitada no *software*. O texto ressalta que este fato deve ser levado em consideração, ao expressarmos conteúdos de matemática por meio de uma linguagem. De modo geral, escreve-se nas atividades da disciplina, a função quadrática **f(x)=ax^2** em sua forma algébrica, porém, na interface do computador escreve-se **f(x)=a*x^2**. É perceptível que há, então, para a mesma função, duas formas de representação. Nesta pesquisa, há aspectos relevantes sobre as diferentes representações da linguagem matemática o que interessa e será observado nesta pesquisa como parte dos objetivos aqui propostos.

Pinto (2009) versa em sua pesquisa sobre a Linguagem Matemática e a Educação Matemática no contexto de sala de aula, observando e mapeando seus usos. O autor se apoia teoricamente na linguagem, discutida por Wittgenstein em sua segunda fase acerca dos jogos de linguagem referindo-se ao livro *Investigações Filosóficas*. A outra parte de suas análises é direcionada para o Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). Ao lidar com estas concepções teóricas, o autor procurou encontrar pontos de aproximação entre o MTCS e a linguagem no sentido de trazer para a discussão Filosofia e Matemática.

Santos (2009) traz em sua pesquisa o uso do software *GeoGebra* no estudo de função quadrática cuja discussão teórica se dá em torno dos RRS e na TSD. As atividades desenvolvidas com alunos procura evidenciar o estudo das funções quadráticas no computador.

A intenção principal do autor foi construir uma interface amigável em *HTML* integrada ao *GeoGebra* destinada ao ensino de Matemática. O autor constrói, portanto, um *applet* que acopla ao *GeoGebra* outras funcionalidades para o estudo e construção de gráficos da função quadrática explorando visualização e movimentos entre estas ferramentas. A perspectiva de uso do *GeoGebra* em atividades com Matemática por meio de tecnologias informáticas abordada por este autor, é a que mais se aproxima da discussão na presente pesquisa.

Ao fazer este breve relato destas pesquisas acerca da função quadrática pude perceber que: ao fazer uso de tecnologias e recursos computacionais no ensino-aprendizagem da Matemática a discussão é direcionada quase sempre para aspectos cognitivos; o uso de *softwares* e internet são voltados ao ensino por meio de interfaces computacionais mais para o desenvolvimento de aplicativos, que em função do ensino e da aprendizagem; somente um dos textos, ressalta a utilização do *GeoGebra* envolvendo função quadrática, o que vem reforçar a intencionalidade desta pesquisa.

No que diz respeito especificamente à linguagem matemática ou da matemática como linguagem pude notar que: poucos trabalhos mencionam a Filosofia da Linguagem e da Matemática como as contribuições de Russel, Frege e Wittgenstein; em se tratando de objetos matemáticos mediados pelo computador não percebi preocupação explícita dos autores em dedicar algumas linhas sobre a natureza destes objetos, prevalecem, portanto, questões didáticas/metodológicas.

As pesquisas visitadas revelaram desta forma, os objetos matemáticos são tratados como se existissem naturalmente, isto talvez ocorra em função dos objetivos específicos de cada pesquisa.

O que será aqui discutido pelo viés da linguagem representa ainda um número pouco expressivo de pesquisas que envolvem concepções filosóficas acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática segundo Wittgenstein.

Pelo que pude notar nas pesquisas envolvendo função quadrática, os autores procuram explorar principalmente as temáticas por meio de abordagens cognitivistas. Isto implica em adotar procedimentos quase sempre descritivos, com base em experimentações e tarefas. Nos trabalhos investigados, portanto, os alunos pouco são estimulados a pensar na matemática também como algo que só diz respeito à própria matemática.

Desta forma, certas pesquisas procuram explorar aspectos da realidade como se a realidade pudesse explicar a matemática. Nesse sentido, procuram dar vasão à perguntas frequentemente feitas por alunos no âmbito escolar como o famoso jargão: para que serve a matemática?

A presente pesquisa pretende diferenciar-se, portanto, neste bojo, ao explorar a matemática como linguagem a partir das contribuições filosóficas de Wittgenstein que destaca o significado de nossa linguagem está no uso e que sentido expresso por elas depende do contexto em que estão inseridas. E, ainda, tecer quando possível relações com outra linguagem (a da Informática) no sentido de que as alusões feitas aqui, possam se configurar como Jogos de Linguagem na aprendizagem da matemática.

2.3 TECNOLOGIAS DA INTELIGÊNCIA

A temática escolhida nesta seção procura elencar alguns termos a respeito das tecnologias da inteligência na disseminação coletiva do conhecimento por meio da Informática segundo o pensamento de Pierre Lévy. As linhas a seguir pretendem referenciar teoricamente a primeira parte deste texto, e mais adiante será retomada de forma pontual nas Considerações Finais. Neste ínterim, as tecnologias informáticas surgem como uma das dimensões da Educação Matemática para ressaltar o uso do computador como ferramenta de aprendizagem na escola.

De acordo com Lévy (2010, p. 8): "as próprias bases do funcionamento social e das atividades cognitivas modificam-se a uma velocidade que todos podem perceber diretamente". A dimensão cognitiva é tomada como fundamental na obra de Lévy, pois, é necessário que se possa reapropriar-se de fenômenos técnicos e tecnologias a fim de que estes possam se converter em democracia de forma inteligente.

A técnica no sentido tecnológico é um dos fortes argumentos deste cientista para que a sociedade possa adequar e transformar seus modos de vida. Para Lévy (2010), a técnica[8] discute implicações de ordem teórica no que tange à disseminação do conhecimento coletivo. Porém, para autores como Jacques Ellul, Gilbert Hotois e Michel Henry, a técnica impõe um destino cego e autônomo que pode causar impactos sociais irreparáveis e destrutivos aos seres humanos, e consideram a técnica como uma encarnação contemporânea do mal (LÉVY, 2010).

Ao defender seu ponto de vista a respeito da técnica, este filósofo da tecnologia ressalta que este pensamento é preconceituoso, ao dizer que abominar a técnica é desencorajar e abster os cidadãos de informações, tolhendo seus pensamentos e ações e conclui,

[8] A técnica não será discutida como Lévy o fez em sua obra, para ele a técnica ocupa posição central o que conduz a rever aspectos da filosofia política e da filosofia do conhecimento. A técnica possui, portanto, várias dimensões que são exaustivamente abordadas no primeiro capítulos do livro *Tecnologias da Inteligência (2010),* que tomo como referência neste texto. No entanto, não discutirei o caráter cultural, as dimensões políticas, bem como os impactos provenientes da inserção dos computadores nos mais distintos ramos da sociedade. O foco da pesquisa abordará a técnica como propulsora das tecnologias informáticas no sentido de fazer uso destes recursos no âmbito da educação escolar.

> A *experiência* pode ser estruturada pelo computador. Ora, a lista dos objetos que são ao mesmo tempo estruturas transcendentais é infinitamente longa. O telégrafo e o telefone serviram para pensar a comunicação em geral. Os servomecânicos concretos e a teoria matemática da informação serviram como suporte para a visão cibernética do mundo (LÉVY, 2010, p. 16, grifo do autor).

Há, portanto, questões ligadas à técnica que se antepõem ao uso e à disseminação das tecnologias e cujas dimensões não se limitam a entes de magnitude superior, uma vez que,

> Nem a sociedade, nem a economia, nem a filosofia, nem a religião, nem mesmo a ciência ou a técnica são forças reais, elas são, repetimos dimensões de análises, quer dizer, abstrações. Nenhuma destas macroentidades ideais pode determinar o que quer que seja por que são desprovidas de qualquer meio de ação (LÉVY, 2010, p.13).

Estas discussões abrem, de certa forma, caminho para que se possa repensar e redimensionar a técnica para o status de tecnologia. A discussão filosófica da técnica e de seus aparatos tecnológicos avança tanto quanto se queira quando há novos conhecimentos científicos implicados no desenvolvimento das sociedades. Os pontos de vista concordantes ou discordantes sobre estas discussões sempre caminham juntos, a Ciência vive e se modifica no decorrer do tempo.

A técnica se apresenta em termos educacionais como a mudança de paradigmas na Educação, que aqui resulta em abordagens sobre o aprendizado de Matemática na escola, tendo no computador uma ferramenta disponível para dinamizar conteúdos escolares. Para isto, deve-se levar em conta que o mundo do trabalho e as relações humanas são incessantemente afetados por mudanças provocadas pelas tecnologias informáticas.

Para além da discussão sobre a técnica e suas diferentes abordagens dentre as quais o sentido filosófico, interessa aqui a técnica enquanto atividade voltada à aprendizagem. Assim, para que se faça ao uso dos computadores na escola, é necessário também atentar para o uso técnico das máquinas que são constantemente reconfiguradas pelas tecnologias atuais e passam a ocupar o espaço de aparatos tecnológicos já em obsolescência, substituindo-as como no caso das máquinas de escrever.

Os computadores ganharam espaço na sociedade, escolas e residências. A realização de certas tarefas de estudo como digitar e imprimir um texto, por exemplo, ou mesmo realizar pesquisas bibliográficas que antes demandavam maior tempo, agora faz parte do cotidiano escolar e já se encontram consolidadas pelo uso do computador.

Em termos de Educação, Lévy (2010) deixa claro que mesmo com todo o aparato dos computadores, é difícil adequá-los à escola devido à trajetória milenar de transmissão do conhecimento pela oralidade (fala) dos professores. Por este motivo, ainda há, na escola, impedimentos tradicionais que implicam na aceitação de novas tecnologias, pois abandonar técnicas habituais (como as aulas expositivas) leva tempo, requer formação adequada, dentre outros fatores.

Adotar novas posturas para uso contínuo de tecnologias informáticas leva tempo e nem sempre é possível devido à aquisição destes equipamentos pelas escolas, professores e alunos. O sistema educacional é sensível e demora a absorver certas novidades. Certas mudanças demoram a acontecer, pois, a incorporação de conceitos e ideias acerca do uso de computadores em Educação precisa ser compartilhada com maior frequência nas escolas. Mas, isso não é simples, não acontece de imediato. Apesar de ser dinâmico, o sistema educacional reage a tais inovações, por isso, a inserção de tecnologias informáticas na escola demora a ser assimilada.

As tecnologias computacionais possuem o papel de disseminar a informação, isso pode transformar os modos de viver da sociedade cultural, política e filosoficamente por meio de uma intelectualidade coletiva. Neste sentido, vale ressaltar que as tecnologias não se resumem em assumir o controle da humanidade de forma cega com ideia de substituição homem-máquina. Os computadores e a internet são ferramentas que se integram e acompanham o curso do desenvolvimento da humanidade.

Lévy (2010) aposta na comunicação coletiva inteligente e na disseminação de um saber democrático mediado pela técnica em que a inteligência se coloca como provocadora de mudanças culturais e sociais, entre outras. Ao apostar na comunicação entre muitas pessoas, ele percebe a tecnologia como aperfeiçoamento da técnica cuja pluralidade e diversidade de ideias se fundam no saber como uma dimensão do ser.

A aceitação de um futuro ameaçado pelo domínio das máquinas, ao contrário do que se pensava desde a Revolução Industrial não se deu por completo, pois novos campos e ramos de atividades foram criados para controlar as máquinas e não ao contrário como se esperava. O papel das tecnologias, ressalvando-se os efeitos e impactos que elas podem provocar na natureza, se destina a reorganizar o pensamento como atividade viva inerente à condição humana, sem desejar que a inteligência artificial possa de alguma forma substituí-la (LÉVY, 2010).

O professor de Matemática, por exemplo, deve se apropriar de tais tecnologias e dominar suas linguagens para então comunicar aos alunos conteúdos, dispondo de recursos dinâmicos que proporcionam a realização de cálculos e construção de gráficos de modo mais rápido e preciso. E que desta forma, softwares que se destinam ao ensino da Matemática propiciem novas formas de aprendizagem para estimular o pensar e o fazer Matemática nas atividades escolares.

Não há essência em tratar a Informática e os computadores de forma estática, como máquinas que se põe a serviço da técnica, há um universo aberto para novas tecnologias da inteligência com possibilidades indeterminadas, comenta Lévy (2010).

Cabe aqui, portanto, a noção de computador como ferramenta destinada ao processo de ensino-aprendizagem que deve se adequar aos modos de vida dos usuários, permitindo que a sociedade possa se comunicar em tempo real e fazer usos de seus recursos de diferentes modos. Lévy (2010) classificou esta forma de comunicação e aquisição da informação como sendo um dos três tempos do espírito humano ou pólos do conhecimento, atribuindo à Informática a condição de tecnologia da inteligência conforme o que será discutido a seguir.

2.3.1 Contexto e Hipertexto

Para entender o que Lévy (2010) apresenta como sendo tecnologias da inteligência é necessário recorrer a outros conceitos atribuídos em sua obra que indicam a passagem entre as dimensões da oralidade e da escrita até adentrar no universo tecnológico. Para este autor, o conhecimento humano pode ser caracterizado em três tempos ou polos: a Oralidade; a Escrita e o Polo Mediático Informático.

A grande transformação cultural das mídias se deu inicialmente por uma passagem da oralidade para a escrita e isto abriu um novo espaço de comunicação até então desconhecido nas sociedades orais (LÉVY, 2010). A escrita, portanto, é para o autor, um avanço em relação à oralidade que surgiu da mutação (evolução) da civilização contemporânea o que faz com que esta forma de comunicação seja considerada uma inteligência intelectual.

Tais características ampliaram as possibilidades de comunicação por meio de mensagens que possuem uma razão própria, a exemplo de *Os Elementos de Euclides*, como um tratado da Geometria que não poderiam ser expressos simplesmente através da oralidade (LÉVY 2012). O conhecimento desta obra, na história da Matemática, não faria sentido ou seu significado se perderia se não fosse concebido e registrado usando a escrita como uma forma evoluída de comunicação.

O contexto é importante para Lévy (2010) no sentido em que não se atrela somente a fatores relacionados à oralidade o que restringiria o pensamento a um modo único de compreensão dos fatos. Para evitar generalizações e totalizações, o contexto deve estar ligado ao sentido que se dá as palavras, e que cada palavra ou frase é importante ou se torna compreensível quando pode, de alguma forma, ativar ou elucidar conceitos, sons, imagens e, por conseguinte, outros aprendizados.

> O sentido de uma palavra não é outro senão, a guirlanda cintilante de conceitos e imagens que brilham por um instante ao seu redor. A reminiscência desta claridade semântica orientará a extensão do grafo luminoso disparado pela palavra seguinte, e assim por diante, até que uma forma particular, uma imagem global, brilhe por um instante na noite dos sentidos. (LÉVY, 2010 p. 24).

Nesse sentido, o contexto pode denotar situações distintas quando se pronuncia uma palavra sem que haja visualização de algo, quando apenas o som pronunciado paira na imaginação dos interlocutores e isto pode despertar uma gama de significados.

> A palavra maçã remete aos conceitos de fruta, de árvores de reprodução; faz surgir o modelo mental de um objeto basicamente esférico, com um cabo saindo de uma cavidade, recoberto por uma pele de cor variável, contendo uma polpa comestível e caroços, ficando reduzido a um talo quando o comemos; evoca também o gosto e a consistência dos diversos tipos de maçã; [...] a palavra maçã está no centro de toda esta rede de imagens e de conceitos que, de associação em associação, pode estender-se a toda memória. Mas, apenas os nós selecionados pelo contexto serão

> ativados com força suficiente para emergir em nossa consciência (LÉVY, 2010, p. 23).

Para Lévy (2010), certas palavras ao serem pronunciadas ativam em nossa memória, formas, lugares, imagens e até sabores, como se a informação nos transportasse para um determinado lugar (contexto), mesmo que este não faça parte do momento real (presencial) dos interlocutores. Assim, pode ocorrer, por exemplo, em sala de aula com a comunicação dos conteúdos de Matemática entre professores e alunos, em relação a objetos matemáticos por eles visualizados ou mesmo imaginados.

Por outro lado, ao pronunciar palavras que sugerem quantidade, operações, tabelas e gráficos pertinentes à Matemática da sala de aula, processos semelhantes a cores ou sabores são ativados da mesma forma? O contexto da sala de aula é por vezes virtual[9] e segue normas institucionais assim como a Matemática enquanto ciência segue regras propositivas. Neste sentido, nem sempre o contexto pode ser idealizado ou mesmo promovido à materialização de objetos matemáticos como se estes fizessem parte do cotidiano, como o lápis e papel, por exemplo.

Sobre o contexto no universo da Matemática, Borba; Malheiros; Zulatto (2008) escrevem,

> O lápis e o papel moldam a maneira como numa demonstração em matemática é feita; a oralidade realiza processo análogo quando uma ideia é amadurecida; e um software gráfico, uma planilha eletrônica qualquer que gera tabelas e gráficos, pode transformar o modo como um determinado assunto, ou como um tópico específico, no contexto da Matemática, por exemplo, é abordado (BORBA; MALHEIROS; ZULATTO, 2008, p. 87).

No comentário dos autores, percebe-se claramente que o contexto reflete algumas das dimensões ou polos do conhecimento evidenciados por Lévy (2010) e suas inserções educacionais destacam o uso de recursos computacionais no ensino-aprendizagem da Matemática.

Lévy (2010) indica que é possível viajar pelas mensagens codificadas em diferentes alfabetos (linguagens) transformadas em textos e hipertextos destinados à

---

[9] O virtual aqui deve ser compreendido como uma simulação que procura aproximar aspectos da realidade por meio de exemplos na sala de aula, mas, e que na maioria das vezes não podem ser realizados neste espaço. Comentar sobre o frio do Alasca ou observar o habitat de certas plantas não é mesmo vivenciá-los pessoalmente. Assim como falar sobre computadores não é mesmo que fazer uso de tais recursos.

comunicação humana. As linhas de um texto, seus versos ou prosas, proporcionam além do que está expresso na inteligência escrita um universo de imaginações, simbologias, conceitos e formas que permitem ao leitor se tornar parte do processo de comunicação, seja por interação (pessoas com pessoas) ou por interatividade (entre pessoas e máquinas).

Deve-se atentar para o fato de que Pierre Lévy não apresenta em sua obra, referências diretas às questões educacionais ou se comenta sobre aprendizagem matemática de modo específico. Suas observações são voltadas para as tecnologias da inteligência de forma ampla, em especial, sobre a comunicação por conexões em rede. Isto, aqui, não se converte em impedimentos, pelo contrário, incentiva pela busca de relações que possam ampliar tais concepções a exemplo de que um texto possa se converter em hipertexto como parte da evolução conceitual por meio das tecnologias informáticas na atualidade.

Assim, ao apresentar um texto matemático para alunos, há na fala do professor, por vezes, um resgate à história da Matemática que vai ao encontro de conceitos, definições e objetos matemáticos, como o número $\boldsymbol{\pi}$ (pi), por exemplo. Os textos de Matemática agora podem ser acessados por meio de tecnologias, em que estão presentes, figuras, sons, imagens e movimentos. Com o uso da internet, estes textos e outras possibilidades que eles comportam, levam a outros textos e lugares, através de *links* o que lhes confere a condição de hipertextos.

Um hipertexto no sentido técnico para Lévy (2010, p. 33), "é um conjunto de nós ligados por conexões". Para esclarecer este termo amplamente utilizado nas tecnologias informáticas, ele destaca o que sejam nós: palavras, frases, páginas, imagens, gráficos, sons adimensionais, além de outros termos mais complexos que também podem ser considerados como hipertextos, apresentando assim, uma diversidade aberta à incorporação de novos significados.

O hipertexto é, portanto, um artefato de amplas possibilidades e ganha vida em seu uso nas mídias informáticas. Assim, este termo se desdobra e ganha aplicabilidades adimensionais em uma rede de conexões que produzem novos significados, expandindo cada vez mais a comunicação e a informação por meio das tecnologias informáticas.

Pierre Lévy atribui também aos hipertextos, características funcionais e os considera como programas que organizam dados e acumulam informações. O hipertexto parece assumir a forma de um software que se conecta a outros ambientes informatizados pela internet. O hipertexto, portanto, pode ser mobilizado como objeto virtual (ferramenta) destinada ao ensino e aprendizagem da Matemática na escola. Isto pode ser visualizado nas páginas da internet como a *Wikipedia*[10], por exemplo, que interliga partes do texto a outros textos ou a imagens completando ou redirecionando a pesquisa sobre determinado assunto.

O conceito de hipertexto é discutido em detalhes por Lévy como parte das tecnologias da inteligência considerando-o como metáfora que estaria presente em todas as esferas da realidade. O autor esclarece que os hipertextos possuem seis características ou princípios abstratos, entre os quais destaco apenas dois: Metamorfose e Heterogeneidade que interessam ao contexto desta discussão.

O Princípio da Metamorfose pode aqui ser associado às estruturas matemáticas que passaram por uma expansão/ampliação necessária quando os limites de suas aplicabilidades carecem de renegociações para serem continuados. Posso citar, como exemplo, a invenção da sequência de conjuntos numéricos (**Z, Q, I, R**...) para ampliar a discussão acerca de operações que não puderam ser respondidas apenas no campo dos números naturais (conjunto **N**) e, consequentemente, solucionar problemas de maior envergadura.

Nesse sentido, a estabilidade do conjunto dos números naturais não tardou a ser abalada quando a genialidade humana indagou sobre o resultado da operação 3 – 4 =?. Assim, novas axiomáticas foram criadas no contexto da própria Matemática para dar sustentabilidade aos conhecimentos já existentes. A inserção de novos conceitos amplia propriedades existentes, cria novas regras e reforça as estruturas internas desta ciência.

Tais feitos relacionados à invenção dos conjuntos numéricos, que não puderam ser representados apenas pelas simbologias e propriedades internas individuais de forma independente, foram rearranjados e aceitos como condição satisfatória na Matemática enquanto ciência. Esta transformação adquiriu, portanto, características potenciais cujas aplicabilidades mesmo não sendo imediatas a exemplo de conjeturas que deram origem a teoremas, por exemplo, possibilitaram, mesmo que virtualmente, manter sólida as bases do conhecimento matemático.

---

[10] Enciclopédia virtual livre que começou a funcionar no ano de 2001 e pode ser editada de forma colaborativa pelos próprios usuários. Este espaço possui grande quantidade de informações públicas e autorais sobre a Matemática, por exemplo.

Sobre o Princípio da Heterogeneidade dispõe-se de exemplos que podem ser apresentados pela extensividade da própria palavra. Os *nós* e as *conexões* possíveis permitem a criação de uma grande quantidade de redes informacionais que, segundo Lévy, seriam evidenciadas em interfaces computacionais: imagens, sons, palavras... Aos quais tomarei a liberdade de acrescentar Movimentos e Animações, como as que podem ser evidenciadas a partir de um software como o *GeoGebra*.

Acrescenta-se a este conjunto de ideias, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) ou Plataformas, como o *Moodle* que fazem uso de softwares *e apllets* que se integram às demais ferramentas de ensino e aprendizagem escolar acrescentando-os às conceituações propostas por Lévy como parte da heterogeneidade presente na Educação mediada por tecnologias informáticas.

Vale ressaltar em função da inserção educacional dos usos do computador e, conforme explicita Lévy (2010), que os hipertextos constituem conexões suplementares que se ligam a outros hipertextos, reinventando significados, pois,

> Toda criação, equivale a utilizar de maneira original elementos preexistentes. Todo uso criativo, ao descobrir, novas possibilidades, atinge o plano da criação. Essa dupla face da operação técnica pode ser encontrada em todos os elos da cadeia informática, desde a construção de circuitos impressos até o manejo de um simples processador de textos. Criação e uso são, na verdade, dimensões complementares de uma mesma operação elementar de conexão, com seus efeitos de reinterpretação e construção de novos significados (LÉVY, 2010, p.59).

O hipertexto como objeto virtual é inserido, portanto, para dinamizar a informação, comunicação e aquisição de conhecimentos. É possível que seus usos e potencialidades sejam explorados diante das diferentes interfaces tecnológicas disponíveis com ênfase na formulação de novos construtos por alunos e professores no ensino e na aprendizagem da Matemática Escolar.

2.3.2 Interfaces e Interatividades

Serão discutidos nesta seção, dois termos presentes nas contribuições de Lévy (2010; 2010a), interfaces e interatividades que permeiam boa parte das argumentações sobre os usos das tecnologias da inteligência na disseminação do conhecimento e que serão tratados aqui, numa perspectiva educacional.

Para Lévy (2010), as interfaces na década de 60 (século XX) assumiram características de *groupwares* quando relacionadas ao processo de construção e venda de computadores. Esta característica fez com que neste período, a Informática fosse vista como parte de um processo de automação e processamento de informações e cálculos com maior velocidade, e não como uma contribuição inteligente ao desenvolvimento do pensamento.

Por outro lado, os *groupwares* possuem a função de auxiliar uma discussão coletiva valorizando uma rede de argumentos e questionamentos cooperativos. Assim, a comunicação e o trabalho em equipe realizados por meio de debates possibilita aos interlocutores, manipular grande quantidade de informações explorando interfaces computacionais. Os *groupwares* como hipertextos, por exemplo, se desdobram e mobilizam novos conhecimentos inaugurando talvez uma nova geometria da comunicação de acordo com Lévy (2010).

O termo Interface admite, para Lévy (2010a, p. 37), uma concepção mais diversificada e considera “todos os aparatos materiais que permitem a interação entre o universo da informação digital e o mundo ordinário”. O autor procura, portanto, diferenciar interface material dos quais fazem parte, por exemplo, os drives de computadores das interfaces lógicas, relacionadas a programas, sistemas e softwares, que, por sua vez, ampliaram as possibilidades de usos destas tecnologias para inúmeras aplicações.

Uma atividade escolar que envolve ensino de Matemática requer para socialização junto aos alunos, metodologias de ensino que possam auxiliar a compreensão de certos fundamentos teóricos. Promover, portanto, um tratamento didático por meio de uma interface computacional amigável, deve contribuir para que as informações coletivas destinadas à aprendizagem da disciplina, por exemplo, possam fluir mais rapidamente com o uso de tecnologias informáticas na sala de aula.

Em termos de utilização de interfaces associadas a conhecimentos matemáticos permito uma associação com as ideias de Alan Turing[11] e sua concepção de Máquina Ideal que abriram caminho para a invenção dos computadores. As informações passariam então a ser codificadas por simbologias

[11] Concebeu teoricamente uma máquina ou dispositivo virtual hipotético para simular e codificar o armazenamento de dados ou informações em espaços não físicos. Este dispositivo contribuiu para os avanços tecnológicos que permitiram a invenção do computador.

numéricas descritas por fitas sequenciadas, convertendo informações comuns em dados digitais armazenados em memórias virtuais.

Estes modelos abstratos de armazenamento de dados podem ser compreendidos como sendo um caixa que processa informações de entrada por um dispositivo interno que apresenta na saída, algo reformulado e transformado em linguagem de máquina. Isto significa, por exemplo, que ao processar o número quatro (4) na base decimal (entrada) este será convertido em base binária e passa assumir a representação 100_2.

Pode ser associada, ainda, à condição de máquina ideal nos moldes de Turing, uma espécie de caixa preta que transforma ou converte funções matemáticas dadas por uma lei específica. Esta lei permite realizar operações e cálculos entre duas grandezas ou conjuntos numéricos, por exemplo, $f(x)=x^2$. Desta forma é possível determinar a área de uma figura geométrica (quadrado) sendo fornecida a medida de seu lado, criando, para isso, um algoritmo.

Para Lévy (2010a), uma interface amigável goza de alguns princípios básicos que facilitaram a interatividade do usuário com a máquina em atividades escolares, como por exemplo: a representação de objetos por comandos estruturados; o uso do mouse (movimento) para agir sobre o que ocorre na tela do computador; as opções de menus, janelas que dão ao usuário a possibilidade de acessar objetos e ferramentas para executar ações; um campo visual em tela gráfica de alta resolução. Sem contar com a variedade de sons e animações agregados a estas interfaces.

Neste sentido, recursos como a visualização de conteúdos de Matemática nas telas dos computadores podem ser obtidos, a fim de validar conceitos da Matemática até então expressos apenas pela oralidade ou pela escrita tradicional. Assim, gráficos podem ser construídos ou gerados por softwares que auxiliam a visualização algébrica e geométrica das seguintes funções: $f(x) = 1/2x^2$; $g(x) = x^2$ e $h(x) = 2x^2$, conforme a Figura 2.

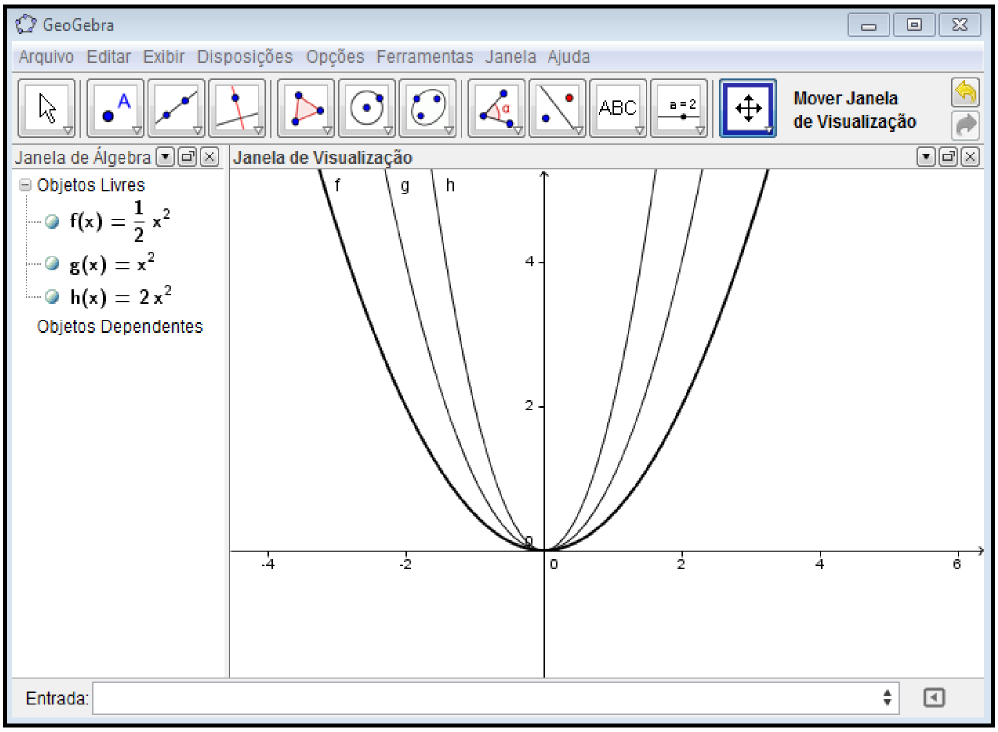


Figura 2 - Funções quadráticas

Ao gráfico das funções f(x), g(x) e h(x), Figura 2, podem ser atribuídos recursos dinâmicos que ampliam o ato ostensivo para lidar com objetos matemáticos, inserindo cor e movimento na tela do computador com auxílio das ferramentas do *software GeoGebra*.

Uma interface amigável possibilita, portanto, manipular objetos virtuais no computador onde o aluno pode entrar com dados (digitar), modificar e mover objetos na tela utilizando-a como um caderno dinâmico. Através de diferentes interfaces é possível também exportar textos e imagens para outros arquivos ou aplicativos no computador usando uma grande variedade de softwares no ensino e na aprendizagem da Matemática Escolar.

As ações ou atividades que um aluno pode realizar no computador ocorrem na exploração de programas, softwares e recursos dinâmicos cujas características assumem a condição de hipertextos presentes nas interfaces. Através de um hipertexto, há conexões internas usando links em páginas da internet que levam a outras partes do texto ou a sites diferentes. Da mesma forma, usam-se os hiperlinks para integrar *apllets*, por exemplo, juntamente com outros programas.

De acordo com Lévy (2010a), a interatividade pode ser compreendida por diferentes ações no uso das tecnologias da inteligência, tais como a personalização de mensagens e a reciprocidade comunicativa entre os usuários. Neste contexto, percebe-se que as mídias informáticas estão sendo hibridizadas a fim de aumentar potencialmente a quantidade e qualidade das informações a serem manipuladas e compartilhadas em tempo real com o uso da internet.

Mudanças e inovações tecnológicas devido ao surgimento de novas ferramentas de comunicação também remetem ao surgimento de problemas, como o acúmulo desregrado de informações e o uso inadequado da internet[12]. Informações recebidas e divulgadas sem filtro e sem critérios não produzem necessariamente conhecimentos, mas, isto pode ser atenuado com o uso consciente destes recursos pelos alunos, tanto pessoalmente, como nas atividades escolares.

O professor não dá conta de domesticar a internet devido à amplitude e abrangência desta rede de informações. Mas, é possível mostrar alguns caminhos que permitam com que os alunos possam interagir e descobrir funcionalidades específicas na execução de atividades escolares, tais como: realizar cálculos, gerar e manipular de imagens ou arquivos de som, criar planilhas entre outras habilidades desenvolvidas com auxílio das tecnologias informáticas, bem como, compartilhar suas descobertas com outros usuários presencialmente ou à distância..

A utilização destas ferramentas é cada vez mais associada aos ambientes educacionais. Deve-se atentar, no entanto, que alguns recursos tecnológicos são pouco acessíveis devido ao valor de mercado, o que restringe o uso e a aquisição destes equipamentos, pois, nem todos dispõem de ferramentas e recursos apropriados ao ensino e aprendizagem da Matemática, por exemplo.

Dentre os tipos de interatividade, citados por Lévy (2010a), interessa a aprendizagem entre os participantes; professor e alunos na sala de aula. Estas ações permitem um maior fluxo de informações e tendem a dar mais oportunidades de comunicar e discutir sobre ideias matemáticas acerca de assuntos que podem ser dinamizados através de interfaces, *hipertextos* e *softwares* em atividades que envolvam o uso de tecnologias informáticas na sala de aula.

As atividades escolares de Matemática podem ser deste modo, associadas a outros afazeres multi e interdisciplinares agregando ao ensino, valores até então não

---

[12] Usar inadequadamente a internet aqui se refere ao uso pelo uso, ou seja, acessar páginas e sites sem critérios educacionais sugeridos, definidos e acompanhados pelos professores, para que os alunos possam realizar atividades e pesquisas acerca dos objetivos de cada disciplina no contexto da escola.

mobilizados. Isto favorecerá a aquisição de novos saberes e conhecimentos científicos no uso do computador como ferramenta de aprendizagem. É interessante, portanto, que as tecnologias informáticas sejam utilizadas para dar sentido aos conteúdos explicados para os alunos a exemplo do estudo das funções quadráticas.

Por fim, sobre interatividade interessa o que é possível ser aprendido no contato com os recursos tecnológicos disponibilizados para tratar de aspectos virtuais que podem conduzir à aprendizagem da Matemática.

Aspectos visuais e dinâmicos serão analisados no decorrer desta pesquisa também na perspectiva do ***Ver como*** discutida por Wittgenstein associado a conceitos das tecnologias informáticas. Pretendo que as discussões acerca da forma de ver e interpretar conceitos matemáticos proporcione um salto qualitativo na compreensão das atividades escolares mediante o uso do *GeoGebra*.

2.3.3 Ferramentas e Objetos

A indicação destes dois termos sugere ao leitor, inicialmente, uma perspectiva de que o ensino de Matemática tende a ser visto pela ótica da construção e manipulação de objetos. Mas, a perspectiva, aqui, é de que estas ferramentas virtuais possam despertar novas formas de conhecimento em educação, na condição de que os computadores e softwares, como o *GeoGebra* possibilitem aos discentes conhecer e fazer usos de suas funcionalidades para lidar com os conteúdos da Matemática Escolar.

O computador e os *softwares* assumirão aqui, condições de ferramentas e ou objetos tecnológicos destinados ao ensino e aprendizagem no âmbito escolar. Nesse sentido, alguns questionamentos acerca de conceitos que remetem ao estudo de objetos matemáticos ao fazer uso de recursos computacionais no contexto da sala de aula permearão parte desta pesquisa.

A ênfase do parágrafo anterior remete à questões conceituais, tecnológicas e epistemológicas no sentido de explicitar algumas abordagens sobre a gênese de objetos matemáticos e suas implicações no contexto escolar. Dedicarei um breve espaço sobre este assunto, sem a intenção de esgotá-lo, e sim dar maior consistência ao aspecto científico da pesquisa. Abordarei, portanto, a função quadrática como objeto de aprendizagem no contexto da sala de aula ao fazer uso de tecnologias informáticas no ensino da matemática.

Para Lévy (2010), o conhecimento humano passou por diferentes evoluções tecnológicas produzidas pela nossa inteligência intelectual e estariam representadas pelos seguintes entes geométricos virtuais: Círculos, Linhas, Segmentos e Pontos**.**

O que permite, desta forma, esboçar uma imagem que traz um conjunto de figuras geométricas, como as da figura abaixo com a finalidade de associar aos objetos matemáticos pensados metaforicamente pelo autor para dimensionar ao longo do tempo a importância da comunicação nas sociedades.

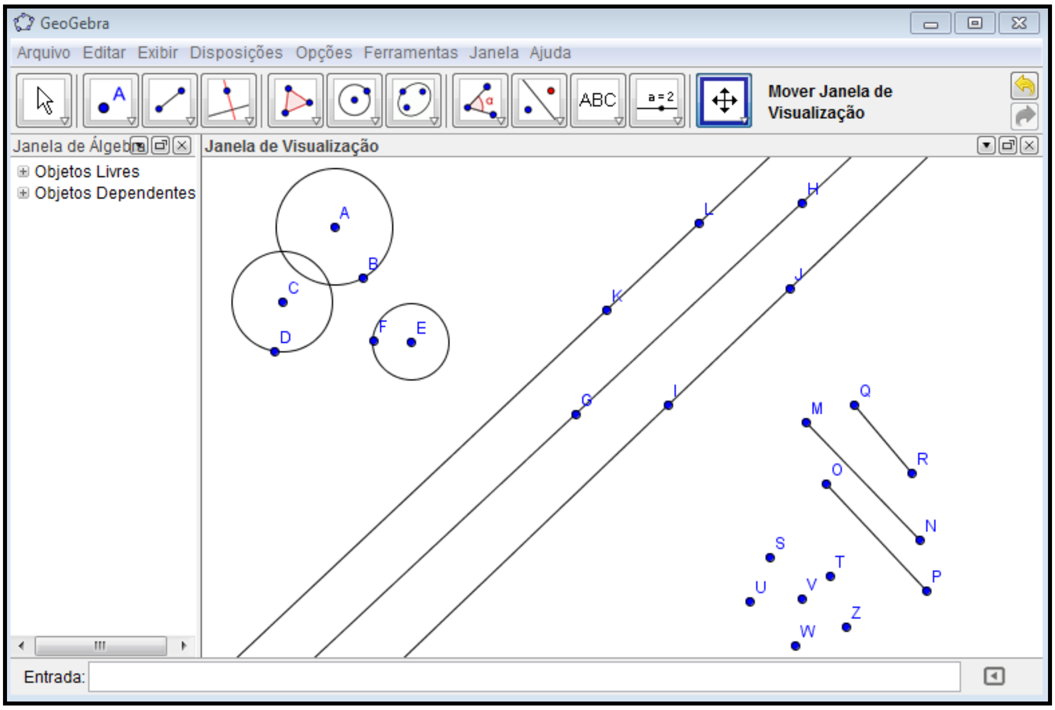


Figura 3 – Objetos matemáticos

As associações feitas por Lévy (2010) pretendem, de alguma forma, dar visibilidade para o que seria a evolução do pensamento (tecnologias da inteligência) como fruto da criatividade humana. As representações de tais objetos como polos do espírito, como produto de nosso intelecto estão, segundo o autor, relacionados à memória e aos fatores cognitivos importantes à aquisição de conhecimentos.

Os entes geométricos imaginados pelo autor não procuram, aqui, definir conteúdos entre o representante e o que pretende ser representado. Vale ressaltar, portanto, que estas formas, não são a expressão fiel do pensamento de Lévy. As figuras expressam tão somente (imagens possíveis) sobre o entendimento do interlocutor acerca das tecnologias informáticas. Imagine desta forma, que existam outras variações destes objetos: círculos tangentes ou concêntricos; linhas perpendiculares ou retas reversas; segmentos consecutivos e pontos não colineares como visto na Figura 3.

Dentre os objetos matemáticos discutidos por Lévy o que mais chama atenção é o polo mediático informático que procura caracterizar uma fase do pensamento e das ações comunicativas não lineares atribuídas a segmentos de retas e pontos. Tais entes geométricos seguem os princípios da axiomática euclidiana que representa o intelecto imaginário do autor acerca de novas formas de comunicação. No entanto, estes objetos podem ser associados conceitualmente a **nós** que se entrecruzam e hipertextos que se ramificam em busca de novos conhecimentos.

Os entes geométricos assumem, nesse sentido, conceitos relacionados à uma realidade virtual mediada pelo uso do computador na sala de aula. Ao fazer uso de destas tecnologias para dinamizar conteúdos curriculares, o professor estimulará interatividades entre os alunos no sentido de gerar novidades propícias a um fazer colaborativo na aprendizagem da Matemática (LÉVY, 2010).

Em diversas atividades escolares tradicionais, os conteúdos de Matemática são registrados no quadro/caderno como polígonos desenhados à mão livre ou com auxílio da régua e do compasso. Já as figuras geométricas espaciais, são obtidas a partir de planificações e dobraduras em papel para dar significado (materialidade) a objetos matemáticos como os poliedros de Platão. De outra forma, imagina-se que estes mesmos objetos matemáticos, possam também ser apresentados agora por meio de *softwares* cujas ferramentas dinâmicas podem despertar nos alunos, outras formas de aprendizagem que não se limitam às manipulações e construções unicamente por meio da Geometria Descritiva.

A participação ativa dos alunos diante do computador proporciona estímulos visuais e dinâmicos através de ferramentas que auxiliam na construção precisa de ângulos, quadriláteros e circunferências com apenas alguns cliques do *mouse*. Movimentos de translação, rotações e ampliações em gráficos de funções são ativados por comandos ou ferramentas específicas no computador. Estas características ou novas funcionalidades conseguidas com auxílio de tecnologias informáticas favorecem a aprendizagem dinâmica da Matemática na escola.

Ao fazer uso das tecnologias informáticas na escola é oportuno associá-las a dois conceitos que se complementam: o de ferramenta e o de objeto. Como ferramenta, o computador será usado pelo professor para ensinar, aperfeiçoar suas ações e dar um *upgrade* nas atividades escolares; o aluno, por sua vez, fara uso de um *software* como objeto de aprendizagem. O aluno poderá, portanto, descobrir, reinventar e realizar com auxílio do computador *updates*, ou seja, atualizar seus conhecimentos ao fazer uso tecnologias informáticas no seu aprendizado.

O uso do computador como ferramenta de ensino e aprendizagem apresenta, portanto, consideráveis resultados quando usado de forma adequada nas atividades escolares. Este fato pode ser corroborado conforme o excerto abaixo.

> O movimento, a velocidade, o ritmo acelerado com que a informática imprime novos arranjos na vida fora da escola caminham para a escola, ajustando e transformando esse cenário e exigindo uma revisão dos sistemas de hierarquias e prioridades tradicionalmente estabelecidos na profissão docente (PENTEADO, 2005, p. 284).

Faz-se necessário pensar o computador/software como recurso tecnológico de ensino assim como, de modo geral, se faz com o livro, o aparelho de som e a bola nas atividades esportivas com objetivo de dar significado e diversificar os conteúdos ministrados na sala de aula. A tecnologia está, portanto, a serviço das atividades docentes e como tal amplia a técnica e dispõe de recursos cada vez mais avançados, para adequar-se ao ambiente educacional e aos arranjos da contemporaneidade (PENTEADO, 2005).

Nesse sentido, é possível afirmar que o computador é para o professor uma ferramenta de ensino, ou seja, um dispositivo tecnológico múltiplo que amplia as condições intelectuais do aprendizado nas escolas. As ferramentas computacionais auxiliam na manipulação de objetos matemáticos quase impossíveis de desenhar no caderno/quadro como, por exemplo, um sólido geométrico tridimensional de 15 faces.

A interface de um software facilita a visualização e o estudo pormenorizado das faces, arestas e ângulos de um sólido geométrico; auxilia na construção de gráficos de funções mais complexas, como as trigonométricas. O uso dos computadores possibilita a reorganização do pensamento conforme dito anteriormente sobre Tikhomirov, e ainda, amplia a capacidade de compreender conceitos mais abstratos descritos em tarefas escolares ou apenas imaginados pelas exposições orais na sala de aula.

Entre as diferentes configurações assumidas pelos objetos matemáticos mediados em sala de aula pode-se citar: um círculo ou gráfico de uma função quadrática que, comumente, são visualizados estaticamente em livros, bem como uma enormidade de figuras geométricas planas e espaciais. No entanto, estes objetos podem ser obtidos a partir de um software como o *GeoGebra* que permite que os mesmos sejam construídos e (re)dimensionados com o uso de ferramentas dinâmicas.

Objetos matemáticos mencionados em livros didáticos quase sempre são associados a objetos do contexto (fora da Matemática) afim de que adquiram aspectos de objetos da realidade. O gráfico da função quadrática (parábola) é frequentemente associado a uma antena parabólica; uma caixa de sapato é associada a um paralelepípedo; uma bola aparenta uma esfera e assim sucessivamente. Isto se deve ao pensamento utilitarista de que certas atividades ganham mais notoriedade e, portanto, serão mais bem-aceitas pelos alunos se representadas por coisas da natureza ou do cotidiano que possam estar associados a objetos matemáticos na escola.

Por outro lado, nem sempre a natureza empírica e a ostensividade dão conta de explicar conceitos que se baseiam em aspectos da realidade para definir objetos e suas aplicabilidades. Para o filósofo Frege não é necessário que algo exista para que seja compreendido, ou seja, pode-se referir a um planeta do sistema solar mesmo sem ter ido até lá.

Os entes geométricos Ponto, Reta e Plano da Geometria Euclidiana, podem ser considerados como verdades auto evidentes, tais quais os axiomas e postulados[13]. Assim, assumem a condição de não materialidade são, portanto, inteligíveis. Sua existência se consolida no universo da própria matemática como ciência. Neste sentido, não convém trata-los como objetos do cotidiano a exemplo de canetas ou cadeiras por exemplo.

Objetos matemáticos como os números irracionais ou números complexos surgem no desenvolvimento da própria Matemática por necessidades de proposições, regras e cálculos por meio de simbolismos que se integram aos demais

[13] Cada ramo das matemáticas começa pela admissão de princípios não questionados nem demonstrados, isto é, axiomas, postulados e definições, cuja verdade é assumida sem que sua causa seja conhecida (CHAUI, 2002). Logo, os axiomas podem considerados como verdades auto evidentes ou hipóteses não suscetíveis a demonstrações como os teoremas.

conceitos já existentes. Assim, novos objetos matemáticos são integrados ao conhecimento científico como parte da linguagem simbólica da própria matemática, que os define e normatiza por meio de propriedades ou teoremas. Objetos matemáticos não se prendem, portanto, a aspectos empíricos e descritivos como os que podem ser evidenciados por meio de objetos da realidade.

Este fato fica evidente no excerto a seguir.

> É nesse sentido que fragmentos do empírico passam a ter uma função transcendental, tornam-se regras para o uso das palavras e passam a organizar assim a nossa experiência, tanto externa como interna. Em outros termos, gestos ostensivos, tabelas, amostras de objetos e outros recortes do empírico são utilizados como meios de apresentação de objetos associados a palavras e, nesse sentido, passam a fazer parte da linguagem (GOTSCHALK, 2007, p. 466).

Tais objetos, por vezes, são deixados de lado ou pouco discutidos em atividades escolares isto se deve, por conseguinte, ao elevado nível de complexidade e abstração em que foram concebidos. A dificuldade de aceitação sobre qualquer nova concepção teórica, portanto, sofre inúmeras intervenções e passa por provas e refutações ao longo do caminho sendo alvo de intensas e complexas discussões epistemológicas e científicas.

No calor desta discussão, cabem algumas contribuições de Granger (1994) a discutir sobre a epistemologia e ou uma possível natureza dos objetos matemáticos. Este filósofo apresenta em alguns de seus ensaios científicos, reflexões acerca da existência ou não do objeto matemático e procura de forma específica elucidar aspectos que possam caracterizá-los. As indagações dele apontam para a busca de um suposto estatuto que possa dar sentido ao que ele denomina como Objeto Lógico Puro.

Nesse sentido, Granger cita algumas características que estariam presentes no objeto matemático: a aparição de conteúdos formais ausentes da lógica; o objeto como infinito em oposição ao virtual relacionado ao Axioma da Escolha, de Gödel; a imaginação lógica para explicar sistemas operatórios correlatos a este objeto e, ainda a função autônoma e transcendental do objeto com possibilidade real de aplicá-la à empiria.

Dentre as caracterizações explicitadas pelo autor, uma procura evidenciar a não existência natural de tais objetos, como mostra o excerto abaixo:

> A imaginação matemática cria, portanto, sistemas de objetos submetendo-se unicamente, de um lado, à lógica *strictu sensu* que regula seus passos táticos e, de outro lado, à necessidade de uma explicação possível dos sistemas operatórios correlativos dos ditos objetos. Usamos a palavra "criação"; criação certamente condicionada, mas cuja fecundidade espantosa não pode deixar de sugerir que ela é, ao menos de alguma maneira, um efeito da arte. **Não existem, entretanto, objetos matemáticos que poderíamos chamar "naturais".** (GRANGER, 1990, não paginado, grifo meu).

E ele faz uso de conhecidos exemplos presentes na literatura da Matemática que são citados de modo clássico em atividades escolares ou em cursos de Matemática para professores nas universidades. Desta forma, o autor faz as seguintes menções acerca destes objetos matemáticos:

> As três medianas de um triângulo cortando-se em um terço de sua altura; a sequência indefinida de números primos; todo corpo numérico finito é comutativo e a não existência da solução inteira positiva para $x^n + y^n = z^n, n \geq 2$ (GRANGER 1994, p. 60-61).

Concordo com o autor, em função dos motivos expostos, por entender que é realmente difícil definir ou dar forma a um objeto matemático como se faz com um vaso de cerâmica moldado por hábeis artesãos. O que se pode concluir destas associações fora da Matemática para dar consistência física ao fato de não existir um objeto matemático natural é atribuir características imagéticas a um objeto do cotidiano (vaso) e aproximá-la de uma figura sugerida por um modelo matemático.

Pelos motivos expostos nas concepções de Granger (1994) é possível perceber que há certa distância entre a realidade que se pretende contextualizar e a realidade dos alunos em sala de aula acerca do objeto matemático. A contextualização exigida nas escolas parece estar sempre em busca da materialidade do objeto matemático, para dar conta de explicitar os conteúdos estipulados nas propostas curriculares vigentes no país.

O objeto matemático é tão comumente associado a objetos ou coisas naturais que passa a depender exclusivamente de um referente para ser elucidado e isso é feito, muitas vezes, com pouca ou nenhuma preocupação científica. Praticamente não se discute este fato nas escolas, penso que, por este princípio, o conhecimento científico é por vezes relegado ao patamar do senso comum. Não obstante, o chapéu de palhaço vira cone, a pedra de gelo é um cubo e assim por diante.

Com base nas exemplificações anteriores percebo que falar de objeto matemático em caráter científico ou epistemológico na Educação Básica é uma tarefa árdua, dado o nível de aprofundamento da temática. Granger (1994) sabiamente revela que um objeto matemático praticamente não pode ser caracterizado devido o elevado valor abstrato da discussão. Pode-se, no entanto, torná-los desejosos de aceitação, em termos de aprendizagem, enfatizando que as tecnologias informáticas podem auxiliar na compreensão de alguns aspectos importantes nesse sentido.

Não é prática comum iniciar um debate sobre Matemática elegendo o objeto matemático como prioridade devido às implicações que ele suscita. De todo modo para os matemáticos e filósofos da Matemática, esta aceitação é inteligível e pode simular aspectos da realidade por virtualização. Já em termos de Educação Matemática, esta aceitação depende de elementos e fatores que justifiquem certas aproximações da realidade, e isso pode ser viabilizado por meio de simulações realizadas com máquinas de calcular e computadores.

Nesta senda em que objetos matemáticos são concebidos de formas distintas, a discussão busca fundamentos nos aspectos visuais e dinâmicos que podem ser constituídos por meio de ferramentas computacionais voltadas ao ensino da Matemática Escolar. Assim, pretendo deixar claro que a perspectiva desta abordagem, se fará no sentido de que a função quadrática adquira o caráter de objeto de aprendizagem por meio da Matemática e da Informática como linguagens.

3 ASPECTOS DA LINGUAGEM

3.1 ESCORÇO HISTÓRICO

Neste capítulo, as linguagens da Matemática e da Informática se entrelaçam com a finalidade de conhecer algumas passagens históricas que tratam da linguagem de modo amplo. Assim, será feito um breve escorço histórico em busca de relações com aspectos tecnológicos que vão ao encontro da Educação Matemática e prepara o caminho para que estas duas grandes áreas possam ser vistas (caracterizadas) como Jogos de Linguagem.

Acerca de 100.000 anos, os hominídeos nossos antepassados pré-históricos, começaram a desenvolver técnicas como o domínio do fogo, assim como surgiram os primeiros rudimentos da linguagem até chegar aos *homo sapiens.* Desde então, a humanidade prescinde da linguagem e de suas funções para estabelecer a comunicação entre as civilizações espalhadas em vários continentes (D'AMBRÓSIO, 1996). Faz-se uso, portanto, de várias formas de linguagens como a oralidade, a escrita, a arte e a música e se dá continuidade a estas por meio das tecnologias existentes na atualidade.

Os registros[14] destas civilizações serviram para expressar ou representar linguagens, hábitos, costumes e situações vivenciadas que foram deixadas como heranças históricas em formas de pinturas, imagens, utensílios e instrumentos usando técnicas e tecnologias cada uma a seu modo até o tempo presente.

Não nos faltam exemplos, como as placas ou tábuas de argila; manuscritos em pergaminhos; enciclopédias e livros que guardam/armazenam informações sobre as civilizações e os construtos herdados. Estas invenções que até hoje são descobertas em sítios arqueológicos pelo mundo são considerados como fatos importantes que, ao longo do tempo, vem sendo usados no sentido de produzir conhecimentos por meio da História e das Ciências (IFRAH, 1997). Percebe-se e não se nega, com base em fatos históricos, que a linguagem foi e é considerada em

[14] Ao mencionar diferentes registros no decorrer do texto, podem ocorrer implicitamente fatos que remetam aos registros de representação semióticos atribuídos a Raymond Duval e não só deste. Vale ressaltar que os registros de que trato no texto são abordados pelo viés da linguagem como formas de representação, variação do termo alemão (*Weltanchauung)* que significa Ver as coisas conforme Glock (1998) e, posteriormente, Ver como para Wittgenstein (2009).

certas linhas de pesquisas com o propósito de representar as diferentes formas de comunicação humana, mas, suas discussões não se findam neste aspecto.

A linguagem vem sendo aperfeiçoada ao longo dos tempos tanto na forma quanto nos meios de representá-la. A humanidade usando de genialidade e criatividade inventa simbologias e códigos que se adequam e reestruturam as formas de comunicação já existentes para se adaptar aos diferentes modos de vida da atualidade.

O que foi produzido em termos de Matemática e ficou registrado historicamente nos livros que são lidos até hoje por meio da linguagem, surgiu com as contribuições de vários povos, como os astecas, incas, maias, hindus e árabes... Em grande parte, esta produção foi extraída ou herdada de técnicas e práticas cotidianas milenares (EVES, 1997).

O fato de que as linguagens tenham sido caracterizadas por gestos, sinais ou símbolos, imagens e, posteriormente, pela fala se mostrou essencial no sentido de criar um sistema de códigos capaz de ser compreendido pelo homem em diversas civilizações no decorrer da história, tais como os alfabetos e os sistemas de numeração. Estas habilidades intelectuais foram criadas talvez em função de que a convivência entre os povos se daria por meio de sociedades organizadas das quais fazemos parte.

A importância da linguagem no sentido da comunicação entre sociedades é observada por D’Ambrósio (1996) ao se referir sobre fatores interculturais na criação de novos códigos e símbolos identificados após as grandes navegações na segunda metade do século XV. Percebe-se desta forma, que uma possível universalização do conhecimento começava a se constituir através de simbologias, como as da linguagem matemática, para o registro cotidiano de quantidades e modos de vida para dinamizar a convivência entre diferentes povos.

Dos nossos primórdios aos tempos atuais, alguns saberes; experiências e práticas, posteriormente, alcançaram status de conhecimento científico e continuam a ser registrados (armazenados) por meio de diferentes processos e linguagens que agora assumem formatos tecnológicos mais avançados. Informações e documentos são digitalizados e guardados em bancos de dados que podem ser acessados de qualquer lugar do planeta por meio da internet.

Ao mencionar o futuro em seus escritos, D’Ambrósio (1996) refere-se à Matemática dos dias de hoje como um estilo de pensamento e diz que esta dispõe de uma linguagem adequada para expressar as reflexões e as maneiras distintas de manifestações por meio de raízes filosóficas e suas implicações. Certamente, o autor percebeu em suas colocações, que a linguagem matemática teve e têm um caráter fundamental no ensino e na aprendizagem. Em seus estudos, ele dedica mais atenção à evolução da Matemática por parte da história que pelo viés da Linguagem.

Dentre as mais diversas abordagens que se dá à linguagem encontra-se a do ponto de vista psicológico defendida por Vygotsky, cujas concepções consideraram o meio social como fator importante e influenciador da aprendizagem no que diz respeito à cognição. Na mesma linha, com algumas diferenças de abordagem, encontra-se Piaget, que defende a Teoria Psicogenética da Aprendizagem, classificando-a em fases associadas aos processos de assimilação e acomodação na construção do conhecimento.

As ideias destas duas teorias suscitaram o surgimento de um estilo construtivista de aprendizagem que considera, entre outros aspectos, o aprendizado da linguagem matemática voltado às questões práticas e concretas que influenciaram mundialmente muitas linhas de pesquisa em Educação no século XX.

O lado pedagógico destas teorias é enfatizado por metodologias e técnicas de ensino que fazem usos de recursos didáticos com características manipuláveis, enfatizando que o conhecimento deve ser construído pelos alunos. Uma das vertentes desta concepção é o Construcionismo, difundido por Seymour Papert (Matemático), que incentiva o uso de tecnologias informáticas no processo de ensino-aprendizagem.

O caráter abstrato da linguagem matemática seria, neste sentido, viabilizado em termos de aprendizagem por meio de materiais concretos e manipuláveis que auxiliam o estudo de conceitos, operações e algoritmos considerados difíceis de serem compreendidos pelos alunos.

O excerto a seguir deixa a entender claramente o aspecto evidenciado no parágrafo anterior acerca da linguagem matemática.

> A dificuldade de ler e escrever em linguagem matemática, onde aparece uma abundância de símbolos, impede muitas pessoas em compreenderem o conteúdo do que está escrito. De dizerem o que sabem de matemática e, pior ainda, de fazerem matemática (FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 65).

Uma das faces da aprendizagem construtivista deu origem às práticas e posturas docentes utilitaristas, cujas ações ressaltam que o lado prático da Matemática seja explorado como essencial à aprendizagem matemática. Por este enfoque, a linguagem matemática em algumas práticas docentes, por vezes, tende a ser menos explorada em termos de rigor. Assim, considera-se que o processo de aprendizagem por exemplificações práticas é mais importante que as abstrações, algoritmos e os cálculos na solução de um problema, por exemplo.

Outra face que se configura a reboque dos fatores cognitivos de aprendizagem é a contextualização considerada como sendo quase indispensável à aprendizagem matemática. Realizar um cálculo, por exemplo, com elementos do cotidiano dos alunos por esta lógica de pensamento os levaria a compreender melhor a linguagem matemática, sendo possível superar obstáculos de aprendizagem causados pelo excesso de fórmulas, definições e regras desta disciplina.

Nesse sentido, há diversos fatores que interferem na aprendizagem por dificuldades na comunicação entre professores e alunos como é o caso das conversões entre língua natural e linguagem matemática, discutidas por Feio (2007).

Machado (2000) considera que estas dificuldades de aprendizagem podem ser observadas em qualquer indivíduo que frequenta a escola e que, mesmo para grandes gênios, o ambiente da sala de aula tornou-se, durante certo tempo, um lugar no qual suas habilidades individuais inicialmente não foram bem-sucedidas. Segundo ele, o renomado físico Albert Einstein não era bom aluno e seu desempenho na escola era sofrível. Einstein articulava seu pensamento, primeiramente, por imagens e a linguagem e a verbalização surgiram posteriormente.

Ainda sobre questões ligadas às dificuldades no aprendizado, Machado comenta que o célebre psicanalista analítico Carl Jung, passou por certas dificuldades na escola. Jung descreve este fato em sua obra *Memórias, sonhos e reflexões*, de 1975, a respeito de sua relação com a linguagem matemática,

> O colégio me aborrecia. Tomava muito tempo que eu teria preferido consagrar aos desenhos de batalhas ou a brincar com fogo. O ensino religioso era terrivelmente enfadonho e as aulas de matemática me angustiavam. A álgebra parecia tão óbvia para o professor, enquanto que para mim os próprios números nada significavam: não eram flores, nem animais, nem fósseis, nada que se pudesse representar, mas apenas quantidades que se produziam contando. [...]. Para minha surpresa, os outros alunos compreendiam tudo isso com facilidade. Ninguém podia me

> dizer o que os números significavam e eu mesmo não era capaz de formular a pergunta. Com grande espanto descobri que ninguém entendia minha dificuldade. [...] mas como tinha facilidade nas outras matérias, que me pareciam fáceis, e graças a uma boa memória visual, conseguia desembaraçar-me também no tocante à matemática (MACHADO, 2000, p.92).

Isto leva a pensar sobre o que ficou evidente na fala de Jung, cujas dificuldades em sua aprendizagem foram atribuídas à linguagem abstrata usada pelo professor. Para ele, a linguagem matemática representava aspectos de uma realidade figurada sem sentido e sem significado.

Tais obstáculos não ofuscaram, posteriormente, estas duas personalidades da ciência, que mais tarde foram reveladas em termos de genialidade. Os modos de vida e as formas de aprendizagem destes dois personagens não se adequavam aos moldes tradicionais da escola em que o processo educativo geralmente se constituía por meio de exposição oral, registros e tarefas escolares que não lhes faziam nenhum sentido na maioria das vezes.

A Matemática teve para Einstein e Jung, significados diferentes pelo que foi exposto. Para Einstein, esta disciplina se tornou ferramenta indispensável nas aplicações em sua Teoria da Relatividade e no efeito fotoelétrico o que lhe rendeu um Prêmio Nobel. Já para Jung não passou de uma fase na escola, de uma convivência obrigatória e oportuna, como muitos de nossos alunos ressaltam: “Matemática serve apenas para passar de ano”.

3.2 IMPLICAÇÕES LINGUÍSTICAS NA APRENDIZAGEM

Ao tratar de linguagem matemática, muitos autores discutem sobre questões de cunho interpretativo, da leitura simbólica e dos processos abstratos no estudo e compreensão desta ciência. Deste modo, são traçadas sempre que possíveis aproximações com outros conhecimentos em termos de habilidades e competências como se vê na seguinte passagem,

> Uma página de partitura musical representa uma peça de música, mas a notação e a música não são a mesma coisa; a música propriamente dita acontece quando as notas da página vêm à vida; ela existe não na página, mas nas nossas mentes. O mesmo é verdade para a matemática. Quando lidos por um executante competente (isto é, alguém versado em matemática), os símbolos da página impressa vêm à vida – a matemática

> vive e respira como uma sinfonia abstrata na mente do leitor (VIALI; SILVA, 2007, p.6).

Conforme o que foi explicitado pelos autores, a Matemática consiste de uma linguagem cujos construtos possuem significação única em seus domínios. A Música também goza das mesmas propriedades, assim, torna-se praticamente impossível em alguns momentos, convertê-las em algo concreto (materializável).

O caráter meramente utilitarista parece estar impregnado nas ações de alguns docentes e pesquisadores, o que implica em afastamento de questões que requeiram o pensamento abstrato e a possibilidade de ir além do objeto sensível limitando o universo do ensino e da pesquisa somente ao que é prático. Esta condição equivaleria a dizer que há um processo de transformação ou de conversão que possa a título de máquina ideal, processar operações ou manipular dados do tipo *input-output* em busca de resultados que possam ser expressos como um objeto.

Ao apresentar imagens de objetos matemáticos aos alunos como em Geometria Plana e Espacial, onde as formas são mais exploradas, questões de conversão em especial de registros semióticos estão sempre à frente de investigações que tratam da linguagem matemática. Tais abordagens são baseadas em conceitos, definições da Matemática de modo a encontrar significados por meio de representações imagéticas.

De acordo com Diaz (2009), esta condição pode ser claramente percebida na seguinte passagem,

> E quanto ao próprio ato de compreender. Só é possível disse Duval, por meio das representações semióticas dos objetos matemáticos que se dá através de três funções fundamentais: uma, de caráter social dos objetos matemáticos que é a comunicação. Outra que é o tratamento, relacionada com o desenvolvimento da própria matemática, no qual se produzem novas ideias em torno do objeto analisado. E finalmente a objetivação, que é o ato de tomada de consciência do sujeito pensante sobre o objeto matemático pensado [...] (DIAS, 2009, p.16)[15].

---

[15] *"Y em cuanto al acto mismo de compreender. Solo es possible, nos disse Duval por meio de las representações semióticas de lós objetos matemáticos que desarolam através de três funciones fundamentales: una que guarda relacion com el caráter social de los objetos matemáticos, que es la comunicación. Otra que es el tratamiento, relacionada com el desarrollo mismo de las matemáticas, em el que se producen nuevas ideas alredor del objeto analisado. Y finalmente la objetivación, que es el acto de toma de consciencia del sujeto pensante sobre el objeto matemático pensado [...]".*

Claramente, o autor se ampara em Duval e afirma que a compreensão de objetos matemáticos, por exemplo, só é possível por meio da representação semiótica como função da linguagem. Desta feita considerar-se-á, por exemplo, que um objeto matemático do tipo $f(x)=x^2+3x+4$, só admitiria entendimento ao ser apresentado para os alunos desde que as três condições apontadas na teoria (semiótica) sejam satisfeitas. Fora isso, seria difícil entender Matemática sem auxílio dos registros e de suas representações.

Não se está aqui a negar a importância das representações semióticas no estudo de objetos matemáticos, no entanto, o fato de que esta, segundo Diaz (2009), possa carregar consigo a compreensão ideal da linguagem matemática, não se limita aos significados destes registros. Se assim o fosse, se estaria admitindo que a linguagem prescinda essencialmente da representação imagética.

Pode-se dizer, que após ser verbalizado pelo professor, o conceito algébrico de função quadrática tem significado após a construção do gráfico de uma parábola. Aqui, também se percebe que a linguagem tem com finalidade representar visualmente um objeto. Lévy (2010, p. 21) afirma que “a comunicação só se distingue da ação em geral porque visa mais diretamente ao plano das representações”.

Ao investigar a influência de fatores linguísticos no aprendizado da Matemática de estudantes imigrantes nos EUA, em que professores americanos estão à frente do ensino da disciplina, Rosa; Orey (2010) constataram que traduções idiomáticas causam diversos obstáculos tornando este processo enviesado. Ou seja, ensina-se Matemática na linguagem americana, sem que se dê conta de que certas expressões, não possuem o mesmo sentido em outras línguas.

Espero que os alunos entendam o que está expresso nos textos, mas, a tradução dos aprendizes não é uma tradução fiel ou pelo menos a que o professor espera que seja feita em linguagem matemática. Questiono deste modo, se a Matemática realmente possui uma linguagem universal, o que então leva a não compreensão de certos conteúdos após o que é enunciado pelo professor?

A pergunta anterior procurou ser respondida por Rosa; Orey (2010) após investigar programas relacionados ao ensino da língua inglesa para alunos que não a tem como primeiro idioma. Os programas identificados por eles como: *English Language Leaner (ELL); English as a second language (ESL) e Teaching as a* *foreingn language (TEFL)* são aplicados no sistema americano de ensino para todos os alunos que não dominam a língua inglesa.

Ao tratar de conteúdos, por exemplo, para alunos que falam outro idioma que não a língua inglesa, a comunicação das ideias matemáticas apresenta obstáculos que não são levados em consideração pelos professores que ministram a disciplina para classes mistas de estudantes de outros países. A linguagem matemática é ensinada aos alunos como se o caráter universal de sua simbologia pudesse ser compreendido por todos em qualquer parte do mundo independente do contexto e da língua materna.

Os diferentes programas de ensino da língua inglesa para alunos de outros países implicam na compreensão e tradução de sentenças da linguagem matemática. O sentido da linguagem oral nem sempre se adéqua à linguagem escrita. Ao traduzir um enunciado de uma expressão algébrica para a língua inglesa, os alunos trocam as incógnitas ou variáveis, e isto, interfere na solução correta de um enunciado ou na solução de um problema, por exemplo.

Além dos programas de ensino da língua inglesa mencionados, há o problema de imposição de ordem regimental e sistemática do ensino nos EUA em que os alunos devem se adequar e participar de testes padronizados com instrumentos da mesma natureza aplicados a todos sem distinção. Ou seja, é algo como adequar uma roupa de maior ou menor tamanho ao seu corpo, você deve se adequar às medidas estabelecidas.

Rosa; Orey (2010) relatam a existência de variáveis referenciais que indicam a quantidade de objetos e não os objetos em si em determinados problemas apresentados aos alunos. Isto implica em dificuldades no aprendizado, uma vez que os alunos devem escrever sentenças a partir da tradução e interpretação de textos matemáticos como se pode constatar no seguinte enunciado[16],

> Há cinco vezes mais alunos que professores de matemática no departamento. A equação correta é dada por 5t=s e não 5s=t. O número x é 5 unidades a menos que o número y é frequentemente traduzida como x=5 – y, quando o correto seria x=y – 5; ou a representação de 3 ½, como trinta e um dividido por dois (ROSA; OREY, 2010, p. 496-498).

---

[16] *"The are five times as many students teacher in the mathematics department 5t = s and not 5s = t; the number x is five less than the number y is frequently translate with, x = 5 – y, when the correct thing would be x = y – 5; or 3 ½ as thirt-one divided by two"* (ROSA; OREY, 2010, p. 496-498).

A aprendizagem matemática é bastante prejudicada nos exemplos anteriores. Este fato se dá por várias situações que vão desde as dificuldades na compreensão da língua local em relação à língua de origem dos alunos, além de problemas na organização acadêmica. Sem contar as interpretações e traduções incorretas, incompletas ou mesmo impossíveis de serem feitas devido às questões de sintaxe e semântica entre as diferentes linguagens.

Nesse sentido, Wittgenstein, em sua segunda fase[17], considera não existir lógica em reduzir ou tratar da linguagem de forma absoluta, assim como o pensamento não pode ser traduzido automaticamente pela linguagem. De modo respectivo, não se pode tratar de um fenômeno da natureza como uma Ciência da Natureza o trata.

Na concepção de Wittgenstein (2009), a linguagem matemática não está unicamente atrelada a registros por imagens, ou seja, a linguagem não pode ser reduzida à representação do pensamento, por meio de conceitos. Há, portanto, outros fatores como a língua materna, o emprego da palavra, a compreensão de enunciados em diferentes contextos, entre outros, que podem ser explicados sem que haja a obrigatoriedade de representação do objeto matemático, por exemplo. Para este autor, o pensamento é também uma forma de linguagem.

Como visto, muitas vertentes discutem a linguagem em termos de investigação cientifica e o que foi aqui exposto não pretende resumi-las. Esta abordagem apenas reflete e aponta para alguns aspectos presentes acerca do ensino-aprendizagem da Matemática Escolar. Desta forma, é possível identificar como certos fatores implicam na compreensão de conceitos em que a linguagem simbólica da Matemática se faz presente e pretende, portanto, ser universal.

A linguagem assume, portanto, várias características e interpretações desde que os primeiros rudimentos históricos foram evidenciados em pinturas rupestres até chegar aos muitos idiomas, expressos por meio da linguagem natural de cada país ou região.

Assim, por mais que se faça alusão a fatos históricos, à cultura de povos, passando por técnicas e tecnologias acerca da linguagem não se esgota as

[17] A Filosofia da Linguagem, na concepção do próprio Wittgenstein sobre sua obra, bem como na opinião de alguns de seus comentadores, está caracterizada em duas produções. As reflexões do filósofo o distinguem em duas fases: a primeira relativa à tese ***Tractatus*** e a segunda, mais madura, que vai de encontro a esta e versa sobre as ***Investigações Filosóficas*.**

diferentes formas de expressá-la. A linguagem pode ser representada, portanto, pela oralidade; ser indicada por simbologias; ser constituída por meio de imagens ou expressar um pensamento, mesmo que isso não signifique necessariamente constituir uma experiência física. E, ainda, fazer uso de outros signos para inventar outras linguagens a exemplo das tecnologias informáticas na atualidade.

3.3 LINGUAGEM SEGUNDO WITTGENSTEIN

A Filosofia da Linguagem passou por diversas mudanças desde a virada linguística[18] no final do século XIX, este fato se deve à contribuição de muitos filósofos, linguistas e epistemólogos que, em suas produções, ousaram mudar os modos tradicionais de ler e interpretar determinadas proposições sobre o enfoque tradicional da verdade definitiva a respeito das teorias do conhecimento. Através de expressões, conceitos e exemplificações, estes aspectos foram se revelando cada vez mais contraditórios em certas passagens que mereciam serem revistas por outra ótica. O século XX foi o século da lógica e da linguagem, pano de fundo para o pensamento contemporâneo (ARAÚJO, 2004).

Ludwig Josef Johann Wittgenstein foi considerado por muitos de sua época e o é atualmente, como sendo um mentor intelectual que revolucionou o pensamento filosófico do século XX. Nascido na Áustria a 26 de abril de 1889, possuidor de várias obras intelectuais registradas principalmente através de manuscritos. Publicou um único livro em vida e não os considerava desta forma, como compêndios, pareciam mais com álbuns ou diários. Em sua curta jornada pela vida, faleceu em 29 de abril de 1951, na Inglaterra, após intensas caminhadas pelo mundo.

Buchholz (2008) considera Wittgenstein como um dos filósofos mais importantes da Filosofia ocidental, segundo ele, seus pensamentos acerca da linguagem figuram sem nenhum vagar entre gênios-pensadores, como Aristóteles, Descartes, Kant e Heidegger. Wittgenstein interessava-se, especialmente, pelas coisas do mundo de forma geral, e procurava explicitar através da linguagem,

[18] Movimento que questionou a constituição do conhecimento em certa época e indagou sobre o modo como se pensa e produz verdades e questões cruciais, como objetividade, validação e estatuto das teorias científicas. Assim, a linguagem vai além dos limites da representação pelo sujeito sobre o mundo exterior e possui o papel de (re) estruturar o conhecimento (ARAÚJO, 2012).

aforismos cujo sentido precisava estar muito bem-amarrado para evitar efeitos referenciais sobre o que é dito e não sobre o que realmente é.

Ao mencionar algumas das contribuições de Wittgenstein[19] não pode escapar que parte de sua produção intelectual foi evidenciada em sua passagem por escolas e universidades nas quais exerceu a docência. Sua participação e experiências, nesse sentido, conduziram seu pensamento à grandes elucubrações em torno da linguagem e do contexto em que esta se aplicava.

Wittgenstein estudou Aeronáutica em universidades, como a de Manchester, na Inglaterra, o que o levou a interessar-se por Matemática e Engenharia e, posteriormente, por Filosofia. Conheceu Russel que se tornou mentor e amigo em Cambridge, obteve o título de Doutorado nesta universidade apresentando como tese o ***Tractatus Lógico-Philosophicus*** (1922), onde também lecionou.

O seu reconhecimento entre os logicistas foi tamanho que influenciou em boa parte o Círculo de Viena em função do que foi escrito no *Tractatus*. Além de Russel, conquistou respeito e amizade de matemáticos, como Moore, Whitehead, Keynes, Hardy, Johnson e Pinsent.

Segundo Fearn (2004), Wittgenstein por várias vezes não poupou críticas à Filosofia e aos filósofos, dizendo que esta área de conhecimento não era a busca da verdade para descobrir algo sobre a vida e o mundo, e sim, a busca da clareza. O autor cita uma frase de Wittgenstein sobre o propósito de que a Filosofia possa estar ligada ao ato de mostrar às moscas a saída da garrafa. Como seria possível fazê-lo? Criar uma linguagem para ensinar o que não pode ser ensinado é que nos faz refletir sobre este pensamento.

Wittgenstein sugere que o ato de pensar filosoficamente num só sentido poderia nos conduzir a becos sem saída, e como consequência nos colocaria diante de situações incoerentes e certamente absurdas.

A obra que marcou sua primeira fase ou o primeiro Wittgenstein foi o *Tractatus* escrito em boa parte como um diário de bordo ao participar da 1ª Guerra Mundial, na qual se alistou por vontade própria sendo partidário das forças austro-húngaras. Nesta obra, Wittgenstein anotou seus excertos em grande parte relacionados à

---

[19] Este texto aborda traços do pensamento de Wittgenstein expressos nas *Investigações Filosóficas* (2009). Assim, a partir deste ponto, as menções ao autor referem-se à versão indicada. O ano da obra será indicado, preferencialmente, nas transcrições diretas.

lógica matemática, a qual tomara seus pensamentos como sendo a mais adequada para responder questões de toda natureza por meio de proposições.

O *Tractatus* causou um verdadeiro rebuliço no pensamento filosófico da época, sendo o único livro publicado em vida por Wittgenstein. Os escritos desta tese marcaram a fase menos madura acerca de sua produção intelectual associada às ideias da lógica matemática influenciadas pelo também filósofo e matemático Gottlob Frege.

A obra de Wittgenstein que marca sua fase mais madura denomina-se *Investigações Filosóficas*[20] (1953), considerada por ele mesmo como uma das suas obras mais importantes. Nesta fase, o filósofo tece algumas críticas aos seus pensamentos anteriores expressos no ***Tractatus***, quando tudo parecia se resumir a linguagem pelos moldes da lógica proposicional.

Wittgenstein (2009) procurou expressar seus pensamentos em diários e anotações como já dito e, segundo suas próprias palavras, os pensamentos afrouxavam quando este tentava forçá-lo em uma direção e o melhor que poderia fazer em relação ao que pensava e escrevia devia ser feito por meio de observações filosóficas. Seus escritos em determinado momento eram tidos como registros de paisagens de sua trajetória por diversos lugares e, que por vezes, precisava ser ajustada para dar a quem observa a impressão de imagens mais nítidas do que ele pretendia dizer.

Sobre as ***Investigações Filosóficas***, Wittgenstein (2009, p. 12) conclui "com meus escritos não pretendo poupar aos outros o pensar. Porém se for possível, incitar alguém aos próprios pensamentos".

As leituras realizadas sobre parte da obra de Wittgenstein não foi possível neste estudo identificar com clareza que o filósofo tenha deixado como herança uma teoria sobre linguagem. Já Araújo (2004, p. 60) deixa passar esta impressão quando diz que "devemos ao Wittgenstein do *Tractatus* a teoria da figuração". Outros autores como Chauviré (1991) e Glock (1998) também apontam nesse sentido, por hora, não se adentrará de forma mais específica nesta discussão a fim de comprová-las. Admite-se aqui, portanto, que Wittgenstein (2009) discutiu sobre linguagem em seus aforismos.

[20] Neste texto, menções ao livro ***Investigações Filosóficas*** **(2009)** serão feitas, ora por aforismos acompanhados da indicação IF, ora pela página da obra. Isto se deve à configuração do livro em duas partes.

Wittgenstein (2009) debruçou-se sobre a linguagem para expressar pensamentos sobre o ser humano e coisas da realidade/mundo. Falar de conceitos para ele é, de certa forma, impeditivo, pois, o significado da palavra Conceito é por si só um conceito vago. Adotarei, portanto, a indicação mais peculiar nas *Investigações Filosóficas* que substitui conceitos por exemplificações associadas a um determinado contexto. Este último termo é muito explorado em seus escritos.

Wittgenstein (2009) procura tornar compreensível o fato de que exemplificações são proferidas na tentativa de explicitar momentos em que a linguagem se apresenta pelo viés semântico. Isto pode ser verificado em seus excertos, ora no sentido pragmático ora em relação ao contexto.

Para Fearn (2010), conceitos e palavras não comunicariam realmente o que é prometido ao serem pronunciados, pois, existem certam desconstruções arbitrárias e suscetíveis à mudanças ao longo do tempo quando se prende ao texto de forma literal.

Nesse sentido, Fearn (2004) afirma que se pode descrever um conceito de diferentes maneiras e estas são potencialmente infinitas. Toda descrição que for feita, portanto, omitirá ou excluirá outras descrições possíveis. Wittgenstein, da mesma forma, procura dizer as coisas do ponto de vista da linguagem, evitando conceituá-las ou resumir o contexto apenas pela descrição de fatos.

Outro aspecto da linguagem evidenciado por Wittgenstein (2009) diz respeito à questão da explicação da palavra, segundo ele, a palavra não se autoexplica. Ele infere que ao tentar definir o que seja a cor vermelha isso não é possível, pois, não conseguimos explicar o vermelho do vermelho.

> Para explicar a palavra “vermelho”, poder-se-ia apontar para algo que não fosse vermelho? É como se tivéssemos que explicar a palavra “modesto” a uma pessoa que não domina a língua portuguesa e, ao explicá-la, apontássemos para uma pessoa arrogante e disséssemos: “Este sujeito não é modesto”. [...] Toda explicação pode ser mal entendida. (WITTGENSTEIN, 2010, p. 30, grifos do autor).

De modo geral sempre que somos indagados a explicar sobre o que seja uma cor apontamos para um objeto como um lápis ou uma caneta, por exemplo, e dizemos: “– Este lápis é vermelho, aquela caneta é azul”. Esta referência fica reduzida ao ato ostensivo de (mostrar algo) para significar, o que só poderia, segundo Wittgenstein, ser considerado como ato explicativo da palavra se o que esta representa pudesse estar claro quanto ao papel que vai desempenhar.

Usa-se em sala de aula, muitas vezes, o atributo cor como recurso visual em Matemática para dar destaque, por exemplo, aos gráficos e famílias de funções. Todavia, o gráfico de uma função é o que se pretende explicar ou definir com base conceitos e definições, e isto nada tem a ver com cor! A cor neste aspecto é meramente ilustrativa.

Segundo Araújo (2004, p.65), Frege reporta-se às questões de representação com a seguinte frase: "as palavras 'o corpo celeste mais distante da terra' têm um sentido, mas é muito duvidoso que tenha uma referência". De fato, admite-se pelos estudos científicos baseados em imagens observadas por telescópios ou geradas por satélites, que existam outros corpos celestes (planetas) em nossa galáxia mesmo sem termos ido lá pessoalmente.

O fato de buscar sempre referência a algo foi desmistificado por Frege com a seguinte expressão: "referir não é significar" (ARAÚJO, 2004). Para a autora, Frege desontologiza a linguagem e confere a este um papel de grande importância e contribuição filosófica nesta área.

Já o Wittgenstein das ***Investigações Filosóficas*** procura sempre descartar a ideia de que precisamos nos agarrar sempre a algo representativo para expressar nossa linguagem, afirmando sempre que a linguagem deve se fazer compreender no seu uso.

Parece-me, por vezes, que o pensamento pode ser expresso pela linguagem em termos de finalidade, mas isso logo é colocado em questão por Wittgenstein (2009, p. 187) ao dizer "que pensamento exprime p. ex., a frase "Chove"?". Mais uma vez, fica claro que a intenção do autor era desmistificar a linguagem, do ponto de vista que nem tudo pode ser representado (descrito) por uma frase. A linguagem não se reduz, portanto, nem a representação e nem a descrição.

Wittgenstein (2009, p. 113) comenta "compreender uma frase, significa compreender uma língua compreender uma língua significa dominar uma técnica". Para ele, comunicar, seguir uma regra, dar uma ordem ou jogar xadrez são usos e hábitos institucionalizados. Nesse sentido, o domínio da técnica faz parte da linguagem matemática evidenciada na fala do professor devido a sua formação. A palavra é complementada pela representação de um objeto matemático na forma algébrica ou gráfica como é caso das funções. Mas, para o aluno, tais significados não ficam bem claros a partir de regras e conceitos que são apresentados em sala.

O domínio da regra e da técnica[21] não é constante na vivência do aluno como é para o professor, por vezes, a Matemática para o aluno consiste em decorá-las momentaneamente. Tais regras não lhe parecem apropriadas para seguir adiante, o significado de estudar se perde se um conceito não faz sentido. No entanto, isso não pode simplesmente ser deixado de lado, seguir e aplicar regras e técnicas de cálculo devem ser ações integradas ao contexto da Matemática:

> O jogo de linguagem da matemática é especial no sentido de levar a certas implicações e exigir regras próprias de construção. [...] As proposições lógicas implicam uma gramática para serem usadas, e as proposições empíricas se referem às mudanças em situações e fatos. Conforme o contexto, as circunstâncias especiais, as necessidades humanas, tal ou tal tipo de jogo de linguagem será usado. As leis permitem previsão, simplificam, e as teorias formam sistemas de representação, conferindo sentido à prática científica (ARAÚJO, 2009, p. 129).

Para Wittgenstein (2009, p. 45), "a regra pode ser um recurso de instrução no jogo. Aprende-se o jogo assistindo como os outros jogam... um observador pode ler estas regras a partir da prática do jogo". O filósofo afirma que a prática do jogo se dá em realizar a jogada continuamente, jogar o jogo e seguir regras é parte de um treinamento. Entenda-se o ato de treinar, neste texto, como resolver exercícios correlatos de Matemática por meio de listas de atividades.

Na Matemática Escolar, o treino, por vezes, não passa de alguns comandos com pouco ou nenhum sentido do tipo: Resolva, Faça, Determine. Alunos seguem as regras da Matemática e, por vezes, criam as suas próprias regras e inferem, portanto, que estas se aplicam em todos os casos da mesma maneira. Qualquer situação subjetiva (definida pelo aluno sem primar pelas regras matemáticas) pode levar a imprevistos ou desacordos com a axiomática da Matemática, isso pode gerar aspectos semânticos que, por sua vez, implicarão em obstáculos de aprendizagem.

---

[21] Técnica para Wittgenstein difere de técnica para Lévy. Este usa técnica no sentido de aperfeiçoar um trabalho, modelo ou ferramenta, conceito que amplia para o uso de tecnologias, já para aquele, a técnica está relacionada ao uso de nossa linguagem em determinado contexto, assim como seguir regras. Para (Wittgenstein, 2009 § 198) "as interpretações por si só não determinam o significado". Logo, o professor dispõe de técnicas, que não estão no mesmo patamar de acesso dos alunos, estes, carecem, portanto, de técnicas. Se o aluno, não compreende a linguagem simbólica da matemática, não domina a técnica para usá-la.

O estabelecimento de regras extramatemática sugerem outros jogos de linguagem não previstos na disciplina como atividade propositiva. Assim, vale ressaltar que seguimos regras e, na maioria das vezes, não nos é possível fugir delas ou contorná-las por critérios subjetivos. Mudar as regras significa acrescentar novos critérios ao jogo, e isto implica em transgressões impeditivas no Jogo de Linguagem da Matemática, tanto na sala de aula quanto no fazer Ciência.

Wittgenstein (2009, p. 19) afirma que "representar uma linguagem, equivale a uma forma de vida". Imagino, nesse sentido, uma linguagem com base em comandos, regras e expressões como a linguagem usada na Matemática Escolar.

3.4 MATEMÁTICA COMO JOGO DE LINGUAGEM

Na seção anterior tanto a linguagem quanto a Matemática foram discutidas de modo amplo. Esta última adquiriu devido a sua importância para a história da humanidade, status de universalidade. Ao longo de vários séculos, a Matemática predominante foi conduzida por axiomáticas que privilegiavam a razão e a lógica separando o objeto da razão pura do mundo sensível. Mas, esta concepção guarda traços da filosofia platônica, posteriormente, revisitada pelo cartesianismo passou por mudanças de ordem epistemológica com o passar dos tempos.

A Matemática assumiu, portanto, diferentes papéis e outras aplicabilidades de acordo com o contexto, juntamente com as teorias do conhecimento e a epistemologia. Podemos dizer que, da técnica aos modelos, da Filosofia à Linguagem e da Linguagem à Educação, a Matemática possui um vasto campo de abrangência. Aqui, no entanto, o foco será a Matemática como Linguagem na perspectiva da Filosofia Analítica de Wittgenstein em alguns aspectos. O escopo da discussão será ampliado para estreitar relações e fazer conexões com as tecnologias informáticas a fim de constituí-la como um jogo de linguagem destinado à aprendizagem da Matemática Escolar.

Para Wittgenstein (2009), um Jogo de Linguagem está ligado ao processo pelo qual as crianças aprendem a língua materna por meio de uma linguagem primitiva (oralidade/fala). Ou seja, as palavras são usadas inicialmente por repetição através do que ouvimos, ou por atos ostensivos que indicam coisas com as quais temos contato e, desta forma, nos são ensinadas por instrução (treino).

Se se pretende que um aluno compreenda o que vem a ser uma função quadrática, enunciamos conceitos da Matemática por meio da linguagem, e espera-se que ele seja capaz de encontrar nas palavras proferidas, significados que se constituirão a partir dos usos que se faz deste objeto matemático na perspectiva de Wittgenstein.

Um Jogo de Linguagem tradicional será, portanto, estabelecido entre o professor que enuncia algo e o aluno que reproduz um conceito. O aluno se torna porta-voz e passa, portanto, a fazer parte de um jogo de repetição. Vale ressaltar, que há certos professores que provocam hábitos viciosos recorrentes de linguagem, usam jargões de efeito para impressionar ou mostrar domínio de algo sem a devida justificativa.

Wittgenstein (2009, p.290) diz que “a indizível diversidade de todos os jogos de linguagem do dia a dia não nos chega ao consciente, porque as vestimentas de nossa linguagem tornam tudo igual”. A reprodução de discursos e as descrições decorrentes destas práticas tendem a seguir técnicas de ensino e metodologias como se fossem receituários previamente determinados como os conteúdos dos livros didáticos ou ainda, são inventadas provisoriamente para atender condições institucionalizadas.

Assim, cabe a seguinte pergunta: que jogo de linguagem pode ser identificado, por exemplo, ao calcular de $f(1/2)$ para a função $f(x) = 3x^2-2x+5$? Que sentido do ponto de vista da linguagem há para o aluno em realizar esta operação? Em relação à primeira pergunta, posso dizer que é apenas para realizar cálculos, pois este tipo de atividade é comum nos livros didáticos e quase sempre é realizado de modo automático pela substituição direta do valor numérico (1/2) na variável indicada por “x”. Raras são as vezes, em que o professor ou mesmo os textos dos livros didáticos chamam atenção para a imagem da função, neste caso. Há, portanto, aspectos implícitos ou omissos da linguagem, que resultam no uso pelo uso e, respondendo à segunda pergunta, o sentido destes cálculos para o aluno praticamente inexistem.

Wittgenstein (2009, p. 7) chama de “jogo de linguagem também a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades com as quais ela vem entrelaçada”. Imagine que há por este princípio, uma infinidade de Jogos de Linguagem, em especial, quando se tratam das atividades com Matemática nas escolas.

O que foi mencionado anteriormente pode ser evidenciado em livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio, como no seguinte exemplo: após apresentar a definição de função quadrática, o autor pede: dada a função $f(x)=3x^2-4x+1$ determinar: f(1); f(2); f(0); $f(\sqrt{2})$; f(-2) e ainda, determinar "x" para f(x)=1 e para f(x)= –1 (DANTE, 2008). Os cálculos são exigidos, portanto, sem que haja nenhuma menção ao seu significado, o aluno não consegue relacionar este exercício nem com o contexto do que é feito na própria aula de Matemática.

Que Jogos de Linguagem são mobilizados ao mostrar para alunos diferentes tipos de funções quadráticas? As funções: $f(x)=ax^2+bx+c$; $g(x)=ax^2+bx$; $h(x)= ax^2+c$; $i(x)=ax^2$, com $a\neq0$ sendo (**a, b** e **c** números reais), por exemplo, apresentam semelhanças algébricas entre si e na medida do possível estão acompanhadas nos livros didáticos, de exemplos associados a contextos.

Tais exemplos e contextos apenas sugerem relações com a realidade, mas, nem sempre estão associados a diferentes usos da linguagem como sugere Wittgenstein, ao fazer uso de Jogos de Linguagem; Treino; Ver e Ver como; Seguir Regras; Semelhanças de Família dentre outros. Veja no exemplo a seguir outros exemplos, que se referem apenas à realização de tarefas de cálculo.

1. A área de um círculo é dada em função da medida r do raio, ou seja, $S = f(r) = \pi.r^2$, que é uma função quadrática. Considerando $\pi=3,14$, calcule:

a) S quando r = 5 cm;

b) r quando S = 200,96 m^2

2. Para que valores de m a função $f(x) = x^2 – mx + 49$ admite um zero duplo?

Em tais exemplos é perceptível que há diferenças em termos de objetivos para o que se pede nas duas funções, mas, do ponto de vista das atividades realizadas em sala de aula, na maioria das vezes, isso tanto faz. Apenas consideram-se funções quadráticas pela forma explicitada, e esta atividade destina-se, portanto, ao exercício do cálculo. Segundo Wittgenstein (2009), esta é uma atividade (treino) que constitui, por exemplo, um jogo de linguagem. O treino aqui, enfatiza a realização de exercícios de cálculo acerca dos conceitos e regras já explicitados.

Sobre os mais diversos tipos de jogos o que chama atenção, quase de imediato, é o conhecimento da regra e de sua aplicabilidade no contexto, para que possamos de alguma forma dele participar, ou seja, jogar o jogo. Aqui, no entanto, o Jogo de Linguagem da Matemática possui significados específicos que se dão por meio de palavras; regras; simbologias, conceitos e definições que seguem normas a serem ensinadas. A intenção é que o Jogo de Linguagem possa ser usado para dar sentido e significado aos alunos nas atividades escolares com Matemática.

Wittgenstein (2009, p. 90) pede que se reflita sobre o seguinte caso: “seres humanos, ou outros seres, seriam usados por nós como máquinas de leitura. São treinados para esta finalidade”. Isso pode ser observado com certa frequência no contexto escolar, o professor recebe os conteúdos já formatados em livros didáticos e o aceita como um contrato didático tácito[22]. Segue, portanto, as normas institucionais de ordem imperativa: “é dessa forma que deve ser ensinado!”.

A Educação brasileira segue normas como as que se encontram nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+, 2012) que praticamente indicam o que deve ser feito ou (desenvolvido) pelo professor. Desta forma, apregoa o documento é possível estimular competências e habilidades nos alunos. Estes, por sua vez, encontram-se na extremidade oposta deste processo ou mesmo nem sabem que tal documento existe.

Os significados que palavras ou frases trazem para os envolvidos nestes jogos educacionais podem ser absorvidos pelos alunos mediante a exemplificação de jogos de linguagem que vão além do treino e da repetição. O treino é um dos termos mencionados por Wittgenstein (2009) quanto aos usos que se faz de certos conceitos no ensino-aprendizagem da Matemática, por exemplo. Isto faz sentido uma vez que a aprendizagem desta disciplina na escola exige, dentre outras atividades, leitura, treino e cálculos.

Na mesma senda, Wittgenstein (2009) reforça a importância do treino nas atividades que envolvem o uso da linguagem e refere-se ao ser humano como uma máquina viva. Por outro lado, ele diz que a leitura adquire significados ao reagirmos em contato com signos gráficos e símbolos a serem interpretados. Esta reação é o que se espera, por exemplo, dos professores e alunos, mas, nem todos dela participam ou interagem. Reagir significa participar do jogo, questionar e ousar, sair do estado de inércia. Neste sentido, o Jogo de Linguagem pode ser visto como uma atividade que permeia o ensino-aprendizagem da Matemática.

Um Jogo de Linguagem para Wittgenstein assume diferentes características nas *Investigações Filosóficas* tais como,

> Observe por ex., os processos a que chamamos “jogos”. Tenho em mente os jogos de tabuleiro, os jogos de cartas, o jogo de bola, os jogos de

[22] Contrato didático tácito enfatiza a aceitação do que é proposto como sendo de comum acordo e deve ser cumprido de modo informal. Está, portanto, implícito.

> combate, etc. O que é comum a todos estes jogos? – Não diga: “Tem que haver algo que lhes seja comum, do contrário não se chamariam ‘jogos’”- mas olhe se há algo seja comum a todos. – Por que quando olhá-los, verá semelhanças, parentescos, aliás uma boa quantidade deles, como foi dito: não pense, mas olhe! – Olhe p. ex., os jogos de tabuleiro com seus variados parentescos. Passe agora para os jogos de cartas: aqui você encontra, muitas correspondências com aquela primeira-classe, mas muitos traços desaparecem, outros se apresentam. Se passarmos agora, para os jogos de bola, veremos que certas coisas comuns são mantidas, ao passo que muitas se perdem. [...] E assim podemos percorrer os muitos, muitos outros grupos de jogos, ver as semelhanças aparecem e desaparecem (WITTGENSTEIN, 2009, p. 51-52, grifos do autor).

As exemplificações anteriores pretendem garantir que certas nuances destes Jogos de Linguagem sejam vislumbradas. Ao que parecem inicialmente, estes jogos não passam de jogos cotidianos no sentido de entretenimento. Por outro lado, os exemplos citados, pretendem esclarecer o que de fato Wittgenstein quis dizer com a expressão Jogo de Linguagem. Em diversas atividades, existem características que sugerem semelhanças, correspondências ou identificações familiares e estas por sua vez, constituem diversos Jogos de Linguagem.

Como parte das exemplificações que designam neste texto o que sejam Jogos de Linguagem da Matemática, alguns tópicos discutidos em sala de aula chamam atenção a respeito da função quadrática o que incita a perguntar: que jogo de linguagem há entre resolver a equação (polinomial) do 2º grau $x^2-5x+6=0$ e encontrar as raízes da função quadrática $f(x)=x^2-5x+6$, por exemplo? Como resposta, elejo os seguintes pontos:

a) A resolução pode ser feita pelo modelo da fórmula de Bháskara;
b) As raízes ou zeros nos dois casos são as mesmas: $x'= 2$ e $x''= 3$;
c) O gráfico da função é uma parábola;
d) Não há associação de gráficos para equações.

Os itens a) e b) apresentam semelhanças, os itens c) e d) constituem-se em diferenças, portanto, umas características se mantêm, outras se perdem. Os objetos matemáticos nos dois casos são diferentes em termos conceituais. A equação tem como objetivo descobrir o valor da incógnita, a função é uma relação entre variáveis, ou dois conjuntos de números (o que limita os dois objetos ao campo dos números reais). O que pretendo ressaltar com este exemplo, é o que compreendo como sendo por semelhanças familiares, conforme a seguinte passagem de Wittgenstein.

> Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que por meio de “semelhanças familiares”; pois assim se sobrepõem e se entrecruzam as várias semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, andar, temperamento, etc., etc. eu direi: os jogos formam uma família.
> Do mesmo modo formam uma família, p. ex., as espécies de números (WITTGENSTEIN, 2009, p. 67).

A título do exemplo anterior em que a equação do 2º grau foi associada à função quadrática em termos de determinação de raízes, Wittgenstein apresentou para as seguintes expressões,

> Considere esta forma de expressão: [...] “O número de meus amigos é n e $n^2+2n+2 = 0$”. Tem sentido esta frase? Não dá para reconhecer de imediato. Vê–se neste exemplo como pode acontecer que algo tenha a aparência de uma frase que entendemos, mas que de fato não tem sentido algum (WIITTGENSTEIN, 2009, p. 190).

No decorrer deste estudo, os exemplos são sempre que possíveis voltados à Matemática Escolar para elencar o que é de forma frequente explorado no texto como certos aspectos da linguagem matemática em termos de aprendizagem.

Wittgenstein (2009) convida a perceber que, nas *Investigações Filosóficas*, os Jogos de Linguagem não se resumem a conceitos e sim à expressões da linguagem em diferentes formas de vida.

Ao imaginar que estas formas de vida ocorrem no contexto da escola ao desenvolver atividades com Matemática, atribuímos a condição de Jogo de Linguagem aos usos que se faz dos seus objetos de estudo, como a função quadrática, por exemplo, em termos de aprendizagem.

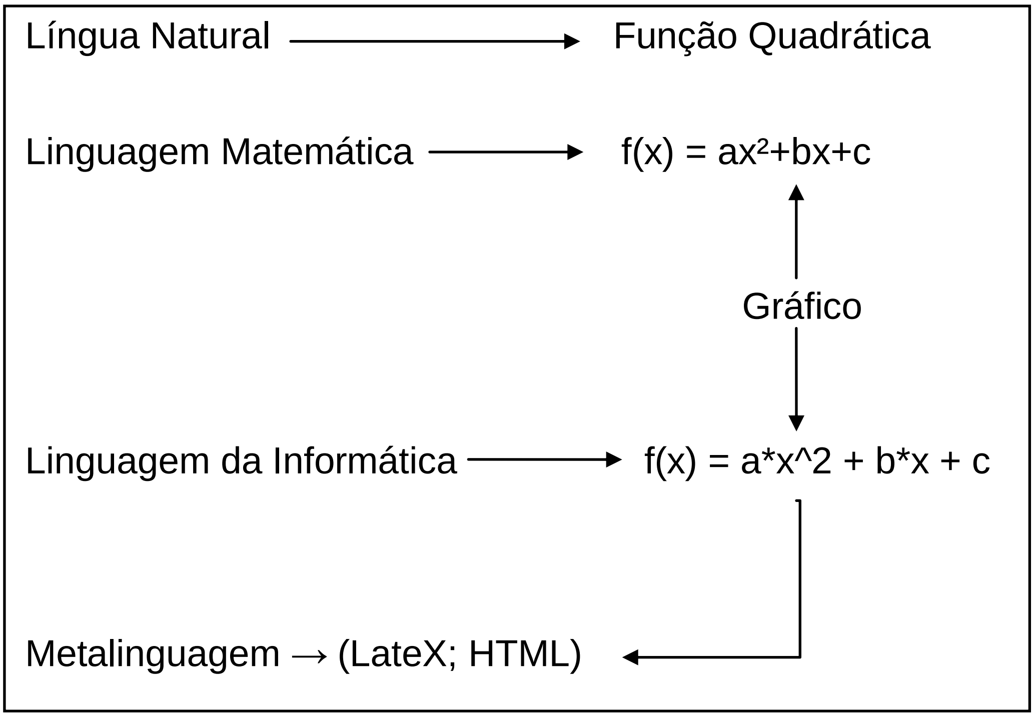
De acordo com o que foi citado anteriormente, há expressões ou palavras distintas que podem constituir um jogo de linguagem tais como:

> Ordenar e agir segundo ordens; descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas...; levantar uma hipótese e examiná-la...; apresentar resultados de um experimento expresso por meio de tabelas e diagramas...; resolver uma tarefa de cálculo aplicado (WITTGENSTEIN, 2009, p. 23).

Dos exemplos citados pelo autor foram escolhidos alguns que tratam de expressões associadas às atividades matemáticas de forma mais explicita. Outros exemplos, no entanto, completam esta lista para dar sentido aos objetivos aqui propostos e associá-las ao uso de tecnologias no ensino e na aprendizagem.

O que é, portanto, um Jogo de Linguagem? Assim como para Wittgenstein concordo que esta expressão não possui definição ou se encerra nestas exemplificações. Devido ao escopo desta discussão, percebo que a Matemática pode ser vista como um Jogo de Linguagem que possui regras a serem seguidas com diferentes sentidos. No contexto das comunidades, escolas, academias ou no âmbito do conhecimento científico-tecnológico.

Nesse sentido, o Quadro 1 pretende explicitar as diferentes formas de escrever e, portanto, representar nossa linguagem e permite ainda, que as discussões teóricas avancem para a etapa seguinte com a intencionalidade de caracterizar a informática como um jogo de linguagem.



Quadro 1 - Diferentes formas de linguagem

3.5 INFORMÁTICA COMO JOGO DE LINGUAGEM

As menções sobre linguagem feitas anteriormente oportunizou um passeio pelas exemplificações acerca da Filosofia da Linguagem, o que permitiu enunciar o título desta seção. Esta alusão ocorreu face às diversas configurações proporcionadas pela abrangência e pelos usos do jogo de linguagem em diferentes contextos. A caracterização da Informática, nesse sentido, recorre a alguns conceitos da Filosofia aristotélica à luz de interpretações tecnológicas da atualidade.

E se intensifica buscando em Wittgenstein, exemplificações para que a Informática possa ser vista como Jogo de Linguagem.

Bittencourt (2012) comenta sobre a virtualização do saber reportando-se à Informática com base na Filosofia aristotélica e traz para esta discussão os conceitos de Ato e Potência. Estes conceitos se adaptam ao que se conhece, atualmente, pelo viés tecnológico, em especial, quando se recorre às ideias de Lévy sobre inteligência coletiva e comunicação mediada por computadores. Assim, admito que a virtualização esteja presente em Educação quando fazemos da sala de aula, um espaço cujas atividades acontecem por meio de simulações da realidade.

A noção de Virtualidade é discutida por Lévy (2010a) ao afirmar que, não há uma substituição do que é real em detrimento do que é virtual, este aspecto apenas amplia as possibilidades reais de atualização diante do momento em que vivemos. Por este lado, o que não pode ser concretizado na realidade é pelo menos possível em termos de vir a ser.

Ao analisar a posição de Bittencourt (2012) sobre o pensamento de Aristóteles, aquiesço em parte de suas ideias sobre os conceitos de Ato e Potência. Desta forma, o que é possível tecnologicamente configura-se pelos atributos de hardware, e o que se processa em nível da inteligência pode ser associado aos softwares, quando se faz uso destes para gerar, acumular e analisar informações transformando-as em conhecimentos por meio das tecnologias informáticas.

Na busca entre o que é real e o que é pensado tecnologicamente, a atenção se volta aqui para a Educação Escolar em termos de aprendizagem da Matemática. Vale ressaltar que, segundo Aristóteles, os conceitos de Ato e Potência referem-se à condições temporais, o Ato como atividade presente e a Potência com possibilidade de vir a ser concretizada.

A relação conceitual anterior sinaliza para um tipo de metamorfose da linguagem e de sua importância na virtualização das informações devido aos avanços das tecnologias informáticas na produção de novos conhecimentos, assim:

> O virtual se caracteriza pela intensidade. A potência do virtual reside na sua fonte indefinida de atualizações, circunstância que transcende as naturais limitações espaço-temporais tal como existentes nos processos difusores comuns. Decorre deste contexto, a assimilação do conceito virtual pelo **jogo de linguagem da informática**, cujo modelo de discurso epistemológico trouxe para o âmbito do pensamento humano a reflexão sobre a possibilidade de um meio desprovido de extensão fornecer aos seus

> usuários uma possibilidade de trocas constante de conteúdos informativos (BITTENCOURT, 2012, p.19, grifo meu)

O autor indica no trecho acima que a Informática possui um Jogo de Linguagem. Percebo que as atividades com as quais este jogo se entrelaça, suscita aspectos qualitativos cujos objetivos ainda que virtuais, possam potencializar a informação e a comunicação estendendo-se ao ensino-aprendizagem da Matemática Escolar. Nesse sentido, aspectos imagéticos, por exemplo, ficam evidentes nas interfaces do computador e agregam-se às formas de ver expressas na concepção wittgensteiniana da linguagem.

Para Wittgenstein (2009), o Ver não está condicionado ao verbo e à descrição,

> Vejo realmente, cada vez algo diferente, ou apenas interpreto o que vejo de uma maneira diferente? Estou inclinado a dizer a primeira coisa. Mas por quê? – Interpretar é pensar, agir; ver é um estado. [...] *“O estado de ver”* significa aqui! Deixe que o uso lhe ensine o significado (WITTGENSTEIN, 2009, p. 276, itálico do autor).

Wittgenstein afirma que o ver não é simplesmente físico e que certas coisas nos parecem diferente ao olharmos de forma imediata ou com maior atenção (detalhes). A quem observa um quadro ou fotografia, por exemplo, em que aparecem casas, pessoas, árvores não escaparia aspectos espaciais, apesar de que estes não estão ali presentes. Mas, o aspecto espacial se revela ao se observar, por exemplo, uma paisagem cotidiana.

Segundo Glock (1998), o termo *Formem der weltbeschreibung* (Formas de descrever o mundo) presente no Wittgenstein do ***Tractatus*** busca inspiração no filósofo Hertz a respeito das formas de representação. Já para o Wittgenstein, das *Investigações,* o aspecto representacional passa a ser considerado como uma espécie de *weltanschauung* (Modo de ver as coisas).

As tecnologias informáticas possibilitam, portanto, aos usuários (alunos e professores) tanto ver o mundo como ver as coisas por um prisma diferente do que é tradicional e que se resume, por vezes, à descrição e representação da realidade como formas de aprendizagem. Recursos do computador, como *softwares*, por exemplo, numa perspectiva dinâmica da Informática como Jogo de Linguagem pretende dar sentido aos conceitos estudados em Matemática na sala de aula.

O modo de ver as coisas se aplicaria no caso da função quadrática para revelar aspectos geométricos do objeto matemático Parábola, proveniente de sua representação algébrica propriamente dita. A relação entre estes dois aspectos estaria de certo modo, satisfeita.

As mudanças entre as formas algébricas e gráficas dos objetos matemáticos podem a partir destas relações que se complementam ser percebidas com maior clareza no computador. Segundo Glock (1998), esta forma de ver, pretende ir para além da *übersicht,* visão sinóptica como visão geral/global. Assim, é possível revelar aspectos do objeto matemático por meio das tecnologias informáticas (uso do software) que não são perceptíveis (movimentos) no quadro de escrever ou no livro didático.

Certos aspectos da visão aqui são discutidos na perspectiva de que o modo de ver aponta para algumas reflexões de Wittgenstein sobre a Psicologia no sentido imagético, mas, não se atém somente aos limites das imagens, para ele o ver tem uma grande proximidade com o interpretar. Há, portanto, variações das formas de ver cujos significados estão mais explícitos nas *Investigações Filosóficas*.

Wittgenstein (2009, p. 262, ênfase do autor) afirma que "'ver' causa uma impressão confusa". Ele revela, por exemplo, que ao olhar para uma paisagem, o nosso olhar vagueia, pois detectamos todo tipo de movimento de cores e formas, ora de forma clara ora de forma difusa. Há desta maneira, certo risco em querer fazer distinções sutis do que se vê e o modo como descrevemos o que é visto.

Wittgenstein ilustra suas exemplificações com a Figura 4 de um triângulo e pede que olhemos com atenção para os aspectos que a figura pode revelar.

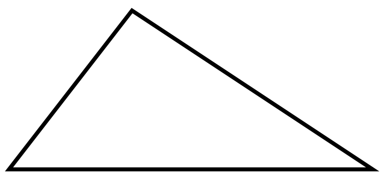


Figura – 4: Triângulo semelhante ao que se encontra em Wittgenstein (2009, p.262)

Você pode ver o triângulo acima como: forma geométrica; cunha; espécie de seta ou mostrador; três hastes apoiadas uma nas outras... No entanto, para que possa descrever de forma mais precisa a figura Triângulo em Matemática, se faz necessário que algumas de suas propriedades sejam enunciadas: é isósceles, logo, seus lados possuem medidas diferentes.

Nesta discussão, os significados de ver a que me refiro vão ao encontro da Informática e da Matemática como Jogos de Linguagem. Vale ressaltar que

Wittgenstein dedica em seus escritos pouco espaço às tecnologias e isso se deve, em meu entendimento, aos limites temporais e às críticas que ele por vezes imputava ao modo como a Ciência era constituída.

Glock (1998) afirma que há distintas formas de compreensão para além das condições normativo-dedutivas já inventadas e que se pode lançar luz sobre novos fenômenos/conceitos sem que seja necessário descobrir algo novo. Bastaria, portanto, organizar os conhecimentos a partir das (inter) conexões já existentes.

A discussão sobre aspectos visuais na aprendizagem da Matemática é defendida neste texto como certa prioridade, principalmente, no que compete ao uso de tecnologias informáticas na aprendizagem da Matemática Escolar. Assim recorro a mais um termo que aprofunda a discussão sobre aspectos visuais acerca da linguagem segundo Wittgenstein, a Perspicuidade.

Conforme Glock (1998, p.375) o termo *übersichtlice darsterlllung* (Representação concisa) usado por Wittgenstein remete à ideia de que a nossa *übersehen* (negligência) no uso das palavras carece de perspicuidade e isto interfere na compreensão de determinados conhecimentos. Esse modo de ver, sem detectar certas sutilezas, seria complementado pelo que a visão perspícua proporciona (ver Conexões) para compreender melhor o significado das coisas, isso para Wittgenstein é fundamental.

Os termos em alemão utilizados anteriormente (traduções) remetem ao Wittgenstein do ***Tractatu****s*, no entanto, abrem caminho de forma essencial para os significados do Ver como nas ***Investigações Filosóficas****.*

3.5.1 Sobre *Ver e Ver como*

Uma das premissas desta pesquisa acena para aspectos visuais e certas implicações que podem ocorrer a partir do modo de ver do aluno, que estaria inicialmente relacionado à visão sinóptica (olhar de modo geral para forma ou cor de uma figura/objeto). Mas, estas premissas e características não podem aqui ser tomadas no sentido amplo. Devem ser entendidas como atividades ligadas a objetos matemáticos virtuais como parte dos Jogos de Linguagem da Matemática e da Informática.

Para Wittgenstein (2009), é preciso **Ver como**. Tal expressão assume neste contexto, o sentido de **Ver de novo**. Para ele, isso denota algo que está além da primeira impressão visual. A expressão ***Ver de novo*** pode caracterizar as sutilezas e especificidades inerentes aos objetos matemáticos estudados em sala de aula. Isso no entanto, requer o domínio de certas técnicas, ou seja, possuir olhar treinado (o que é peculiar ao professor). O aluno na codição de ouvinte, não domina ou possui, necessariamente, as mesmas características. Competências técnicas (utilização de regras para a realização de cálculos) não fazem parte constante de suas atividades cotidianas, assim, os conceitos estudados quase sempre findam na sala de aula.

Wittgenstein (2009) comenta sobre Jogos de Linguagem também como uma ação, neste bojo, cabe aqui à inserção de expressões que venham a caracterizar o Jogo de Linguagem da Informática. Esta caracterização se mostra viável, devido a palavras e termos de nossas linguagens comuns à Matemática e à Informática que serão adequados ao longo desta discussão em função dos objetivos do texto.

Para Wittgenstein (2009), certos jogos se tornam envelhecidos (acabam por ser esquecidos), mas, outros surgem por graus de parentesco. Em Matemática, técnicas de cálculo como tábuas ou réguas de logaritmos e os processos para determinação da raiz quadrada não exata de números naturais, são exemplos de jogos envelhecidos e foram aos poucos sendo excluídos dos livros didáticos (caíram em desuso) com o surgimento de novas tecnologias.

Por outro lado, outros jogos como os Jogos de Linguagem da Informática unem-se aos Jogos de Linguagem da Matemática a exemplo do software *GeoGebra* e destinam-se a dar um *upgrade* nas atividades escolares.

Para Wittgenstein (2009, p. 244), "nossa linguagem descreve, primeiramente, uma imagem. O que deve acontecer com a imagem, como deve ser empregada, permanece obscuro". As tecnologias informáticas foram tratadas inicialmente nas escolas como algo novo, no sentido técnico. Havia, portanto, uma imagem nublada do que seriam os aparatos tecnológicos recém-inventados, como seriam utilizados e mesmo se iam dar certo.

As funções quadráticas não são imagens ao estilo de pinturas multicoloridas em uma galeria de arte, são para os professores e alunos, objetos matemáticos cujo significado deve ser adquirido pelo uso nas atividades escolares.

Ao estudar Matemática, muitos alunos procuram adotar regras já conhecidas semelhantes a exercícios resolvidos anteriormente, mas, isso nem sempre é feito com segurança. Operações e regras não se mantém para todos os casos. Ao mudar, por exemplo, a forma algébrica da função $f(x)=x^2$ para $y=2x^2+1$ muda-se não só a sintaxe matemática, mas também a forma e a localização da parábola nos eixos cartesianos. Há novas regras que não previstas é outro Jogo de Llinguagem! O aluno olha, mas, não consegue ver! E isso não se refere exclusivamente à visão, o que ele não consegue compreender é o significado desta mudança.

O seguinte trecho, dá ideia sobre a importância do ver de outra forma.

> [...] Eu olhava a flor, mas pensava em outra coisa, e não estava consciente de sua cor; "Ele a olhava sem vê-la". Isto existe. Mas, qual é o critério para isto? Existem aí, justamente, casos muito diferentes. Olhei agora mais para forma do que para a cor [...] (WITTGENSTEIN, 2009, p. 275).

O autor procurou esclarecer que nem sempre quando se diz: vejo! Isto tem, para mim, o mesmo sentido que para você, ou seja, que o termo usado não traduz claramente (exatamente) o que se quer dizer com a palavra (vejo). Observando a Figura 5:

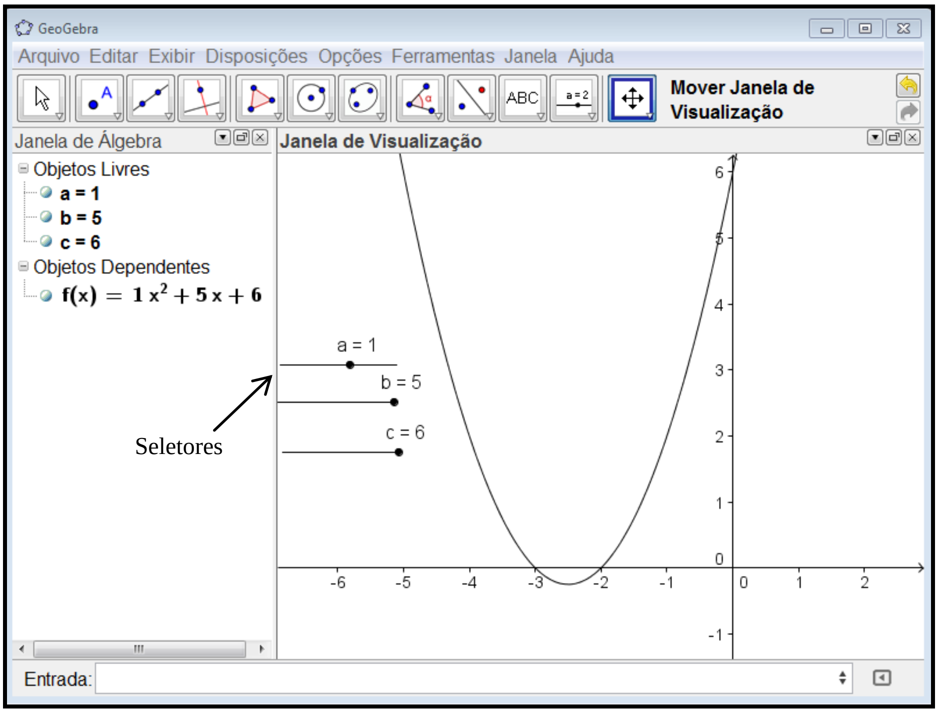


Figura 5 - Forma geral da função quadrática

Só é possível ver como o gráfico se modifica com auxílio do computador. O movimento dos Seletores, Figura 5 associados aos Parâmetros (a, b, c) da função quadrática proporcionam tais conexões (relações). A interatividade permite, portanto, que o Jogo de Linguagem da Matemática seja estabelecido por meio da Informática.

Logo, o ***Ver como*** dá sentido aos conceitos matemáticos estudados. Isso significa ver de novo!

Wittgenstein (2009) acena também para diferentes formas de ver, cujas habilidades estão relacionadas a certas vivências (sentidos e significados), ou seja, ao contemplar um objeto, não é preciso pensar nele, mas, ter vivência visual. Esta forma de ver vai além da primeira impressão (olhar), para ele é possível ver como.

O professor explica: o gráfico da função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ é uma parábola! Que relações há entre a forma algébrica e a forma gráfica desta função?

Visualiza-se na Figura 5, além da parábola, os zeros da função (x'=-3 e x''=-2) e o ponto em que o parâmetro (c) corta/toca o eixo das abscissas (0, 6). Pode-se realmente ver o que significam os valores de (a) e de (b) no gráfico, somente pelo que é dito pelo professor em sala de aula? Neste caso, associa-se o valor positivo de (a) com a concavidade da parábola, mas, é somente isso que a condição (a>0) determina? Após a construção de vários exemplos percebe-se que não, pois, há algo além da concavidade que o valor de (a) carrega consigo: a abertura dos ramos da parábola!

No gráfico estático impresso no papel, ver o movimento não é possível devido às limitações físicas e tecnológicas do objeto. Tais movimentos são perceptíveis com o uso do computador. Ao movimentar ou animar os seletores (Figura 4) verifica-se simultaneamente as variações dos parâmetros numéricos da função na janela de álgebra. O que não se consegue, portanto, mostrar (ver) no quadro de escrever, ganha sentido ao fazê-lo no GeoGebra.

Na forma algébrica da função $f(x)=x^2+5x+6$ escrita no (caderno ou quadro) não há como ver realmente o parâmetro a=1 associado ao termo x^2, pois, este coeficiente fica subentendido como elemento neutro da multiplicação. Ainda que o coeficiente do termo x^2 seja 2 ou ½, ou qualquer outro número real o que tem sentido é ver a parábola. No entanto, diz-se: para qualquer valor de a>0, a função quadrática apresenta concavidade voltada para cima, e isso explicita o seu uso na forma algébrica (escrita). Já no GeoGebra, o coeficiente numérico igual a (1) é exibido na janela de álgebra. E quanto ao valor numérico de b**,** o que este representa no gráfico? Se consegue vê-lo?

Wittgenstein (2009, p. 533) pergunta “mas, como se pode explicar a expressão e transmitir a compreensão?” Ele afirma que a resposta para esta pergunta diz como é possível esclarecer o sentido, ou seja, de que modo uma pessoa compreende uma poesia ou uma temática em curso?

Uma interpretação filosófica da palavra sentido diz que este é uma faculdade humana apta à captação de sensações que estabelecem certo contato intuitivo e imediato com aspectos da realidade [...] (HOUAISS, 2012). Vale ressaltar, no entanto, que os termos sentido e significado[23] aparecem interligados como maior incidência no *Tractatus* (1922) associados à concepção referencial de Frege.

Certas ideias presentes no ***Tractatus*** foram posteriormente criticadas por Wittgenstein, que detectou equívocos nesta forma de pensar dizendo que o sentido de uma proposição não necessariamente precisa ser determinado (GLOCK, 1998).

Nas ***Investigações Filosóficas**,* Wittgenstein declara que o significado se dá pelo uso, ideia compartilhada aqui para relacionar sentido e significado à compreensão de conceitos da Matemática por meio da visualização no computador.

De acordo com Wittgenstein (2009), o Ver como não pertence à percepção, é um Ver de novo. Neste ponto, o autor deixa bem claro a sutil diferença entre Ver e Ver como, que aqui estendo como explicitação dos significados relativos ao estudo dos coeficientes da função quadrática.

Para Glock (1998), os computadores podem agir de acordo com regras, desde que estejam em bom funcionamento, mas, só os seres humanos são capazes de corrigi-las e justificar o próprio modo de proceder com base nestes princípios.

Segundo as análises de Glock (1998), Wittgenstein deixou a entender que os seres humanos usam máquinas (computadores), porém, não se assemelham a ele. Seguir regras e comandos ocorre de modo diferente entre humanos e máquinas. Humanos seguem regras sociais ou regras estabelecidas institucionais como é o caso da regras da escola e da Matemática como Ciência. Assim, humanos interagem entre si por meio de sensações e emoções. Entre humanos e máquinas, há interatividades as máquinas realizam tão somente processos de iterações.

Alunos por sua vez, olham para o quadro ou livro didático e não conseguem ver como o gráfico da função quadrática muda de forma com maior clareza, não há como justificar (perceber) tais mudanças. O GeoGebra auxilia neste sentido. As relações implícitas entre a forma algébrica e gráfica da função quadrática podem ser

---

[23] Para Wittgenstein, o significado se dá no uso e o sentido se adquire no contexto. Esta condição permeia as reflexões, discussões e contribuições neste texto.

descobertas pelos alunos ao observarem os movimentos e animações na interface do computador. Como sugere Wittgenstein (2009), isso significa ***Ver como***, e anuncia, é ***Ver de novo***.

O Quadro 1, resume certos aspectos visuais[24] que permearam boa parte desta pesquisa sobre Linguagem e Matemática, para dar ênfase às discussões de Wittgenstein sobre a expressão ***Ver como*** e seus desdobramentos. E pretende ainda, quando possível permitir conexões com as tecnologias informáticas no contexto escolar por meio do *GeoGebra*.

Expressões	**Interpretação/tradução**	**Aspectos**
Weltbeschreibung	Formas de descrever o mundo	Paisagens; pessoas; objetos.
Übersicht	Visão sinóptica	Descrição ampla; geral; global
Weltanschauung	Modo de ver as coisas	Subjetivação.
Übersichtlice darsterlllung	Representação concisa	Olhar abreviado; olhar lacônico.
Übersehen	Negligência	Carência de significados.

Quadro 1 - Aspectos visuais da linguagem

Nas duas últimas colunas do quadro acima, há um rearranjo textual no sentido de aproximar tais expressões da nossa língua materna. Assim, cada aspecto visual mencionado, pretende elucidar nossas formas de ver as coisas do mundo caracterizadas por paisagens, pessoas e objetos por meio da comunicação. Nesse sentido, a escrita e a arte conferem aspectos descritivos a estas formas de ver. No entanto, os diferentes modos de ver podem caminhar nesta perspectiva para a subjetividade. No intuito de minimizar este fato a linguagem é abreviada por meio de simbolos e signos, como na Matemática, por exemplo. Mas, a carência de sentidos e significados impede-nos, por vezes, de ver o visível.

[24] As expressões e traduções do quadro em questão devem ser entendidas nesta ordem como uma interpretação livre que fiz das traduções contidas no Dicionário Wittgenstein (GLOCK, 1998).

Os aspectos evidenciados no quadro, permitem que outras exemplificações de nossa linguagem sejam estabelecidas, afim de que adquiram sentido para que as interpreta ou para quem delas fará uso. Desta forma, uma possível caracterização deste aspectos, não se finda unicamente no sentido das expressões oriundas dos termos em alemão extraídos de Glock (1998). Tais expressões indicam outras possibilidades de inserção de aspectos visuais no universo da matemática e da informática no contexto escolar. Aqui no, entanto, por razões limítrofes da pesquisa não serão elencadas.

Com base nas reflexões teóricas até este ponto exploradas, foi possível contruir o diagrama da Figura 6, na intenção de exprimir relações e conexões entre a linguagem matemática e a linguagem da informática acerca da forma algébrica e da forma gráfica da função quadrática. Tais aspectos serão melhor retratados na discussão de resultados e análises da pesquisa.

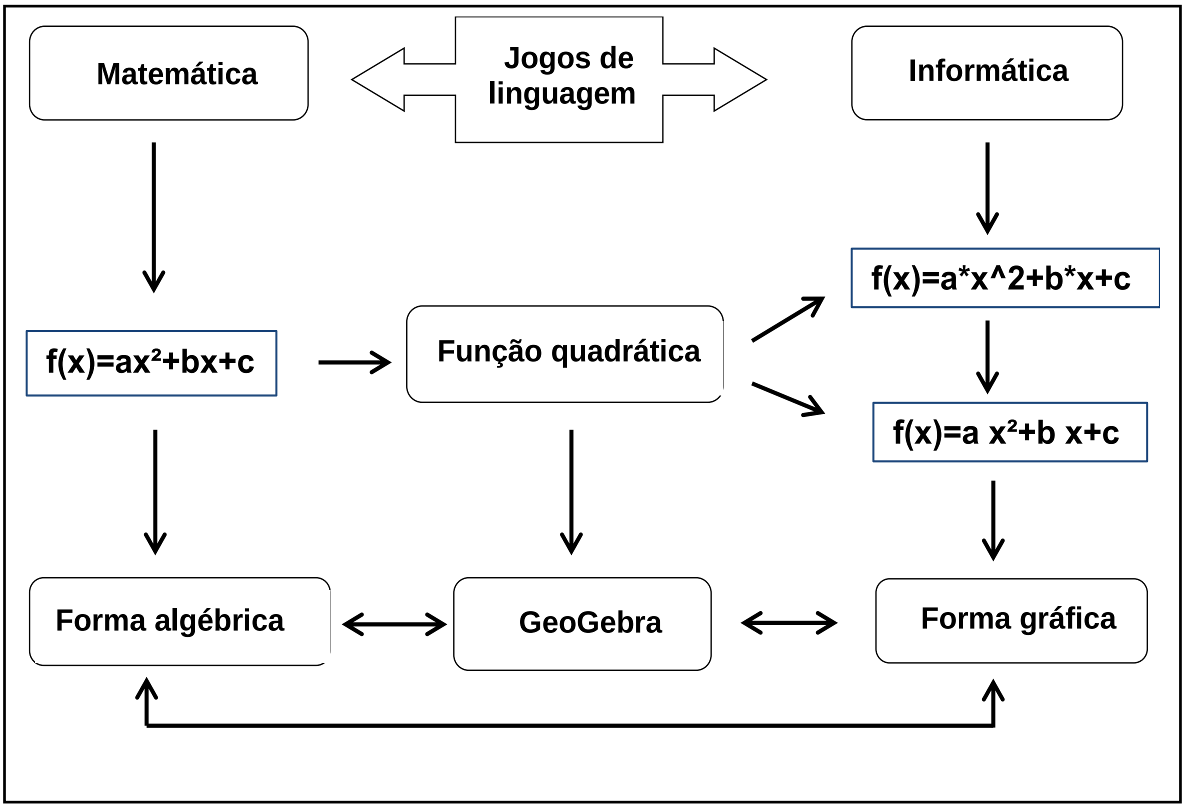


Figura 6 - Conexões entre linguagem matemática e informática

Assim, no âmbito educacional, professores e alunos podem discutir e compreender com maior clareza relações; usar expressões, realizar operações e cálculos; seguir e aplicar regras, executar tarefas, dentre outros. As conexões entre linguagem e mundo, humanos e máquinas podem, apartir daí, serem estabelecidas por meio de atividades que se entrelaçam e desta forma constituirão diferentes Jogos de Linguagem.

3.5.2 Sobre semelhanças familiares

Ao observar certas características de uma paisagem, de uma pessoa ou mesmo de um objeto, entre os quais, objetos matemáticos, podemos recorrer à linguagem como forma de descrição ou representação. No entanto, certos aspectos anunciados pela oralidade ou mesmo expressos por meio de imagens podem levar a subjetivações por parte dos interlocutores.

Há, portanto, nuances que escapam de nossos olhares ou de nosso pensamento e isso pode intervir na forma pela qual buscamos explicar algo por meio de diferentes linguagens. Corroboro com pensamento de Wittgenstein, no contexto desta pesquisa, quando ele afirma que a descrição e a representação deixam certo vagar acerca dos significados expresso por meio da nossa linguagem.

Conforme Wittgenstein (2009), o uso da palavra (linguagem) em certo contexto é o que lhe confere significado. Far-se-á uso, aqui, também da expressão Semelhança de Família no sentido de que esta possa ser associada às funções aqui discutidas acerca das semelhanças geométricas que as parábolas guardam entre si. Certos graus de parentesco podem então, ser estabelecidos no contexto da sala de aula.

Para Wittgenstein (2009, p. 259, itálico do autor) semelhanças familiares não são possíveis apenas pela descrição, ele diz: “será que uma pessoa poderia descrever uma forma que emerge na sua frente, e lhe é desconhecida, tão *precisamente* quanto eu, para quem ela é familiar?”. Nesse sentido, o gráfico da função quadrática ou sua forma algébrica tem para um aluno o mesmo significado que para o professor?

Pode-se afirmar com base no que foi exposto anteriormente que certas semelhanças podem ser atribuídas ou são garantidas em termos de explicação desde que haja pelo menos um tipo de relação entre objeto e sujeito, sejam elas naturais ou virtuais.

Veja a definição: f: R→R, tal que f(x)= $ax^2+bx+c, a\neq 0\ \forall x \in R$, e os respectivos gráficos expressos por meio das Figuras 7a, 7b, 7c, 7d que, aqui, constituem alguns aspectos imagéticos do que podemos chamar de famílias de funções.

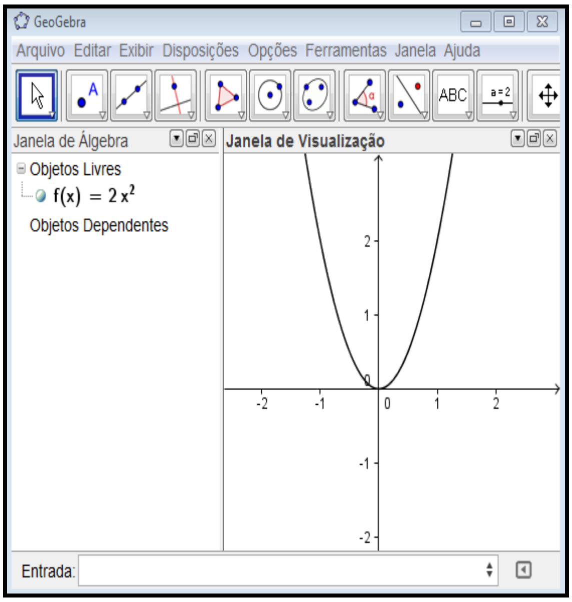


Figura 7a

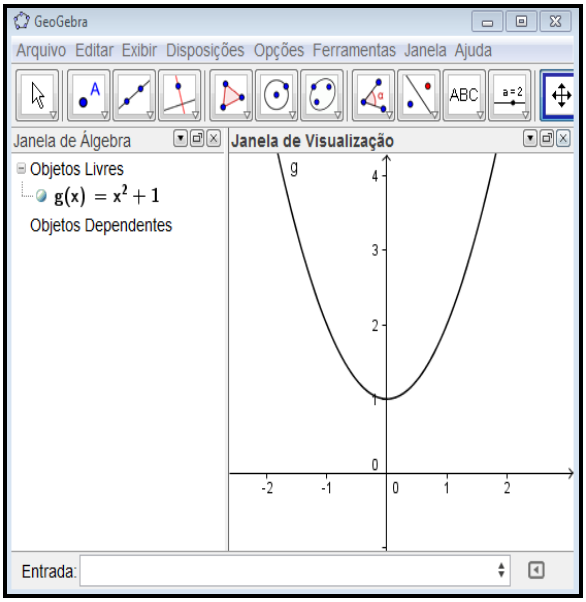


Figura 7b

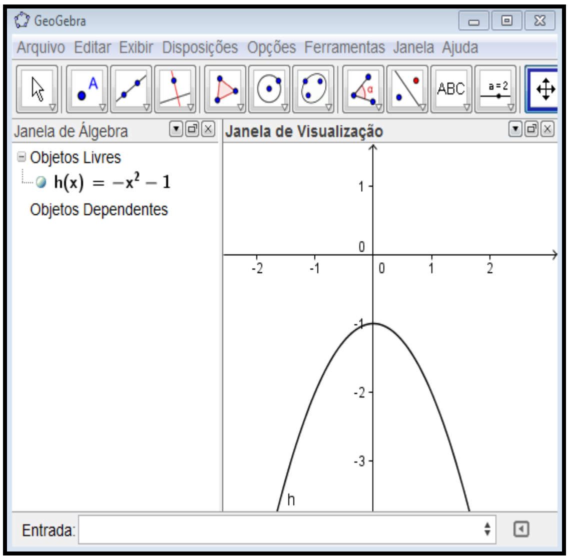


Figura 7c

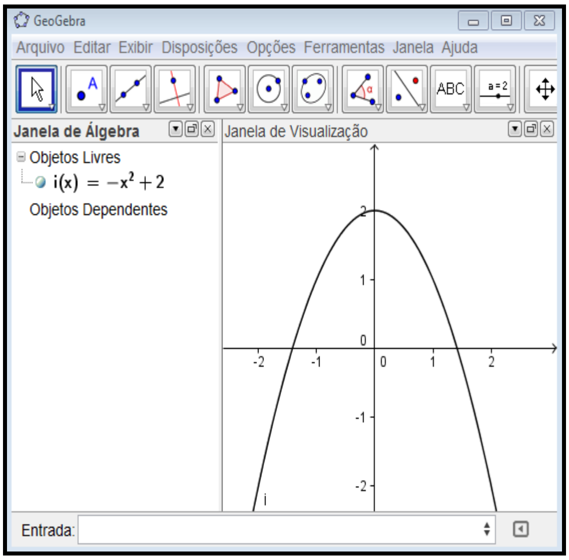


Figura 7d

Vejamos as semelhanças familiares existentes:

- Todos os gráficos representam funções quadráticas;
- Os gráficos gerados são parábolas;
- O que muda em cada uma delas é a forma algébrica e a posição da curva em relação aos eixos cartesianos;

- As funções f(x) e i(x) apresentam raízes reais. Já as funções g(x) e h(x) não possuem raízes reais.

Os itens elencados sobre a função quadrática procuram clarificar as Semelhanças de Família, no sentido de que esta possa estar associada aos objetos matemáticos como nas figuras anteriores.

Há, portanto, de acordo com as informações pontuadas anteriormente, certo grau de parentesco entre as funções quadráticas, ou seja, algumas conservam peculiaridades, ora na forma algébrica ora na forma gráfica. Assim, ao fazer uso do que conhecemos sobre características familiares e das exemplificações criadas por Wittgenstein pretendemos estabelecer graus de associação evidenciados por meio da linguagem. Tais associações, portanto, não devem ser consideradas como aparentadas no sentido literal (genético) por se tratar de expressões que envolvem conceitos da matemática como linguagem. Nesse sentido,

> O que há são apenas semelhanças de família, como as que há entre os membros de uma mesma família: um tem o mesmo nariz do pai, que tem a mesma estatura que o irmão, que por sua vez lembra o tio que tem a mesma cor de cabelo da mãe... Enfim, há semelhanças de família entre todos, embora não haja nada em comum a todos eles! (GOTTSCHALK, 2007, p.465)

Chauviré (1991) ao comentar sobre Jogos de Linguagem na concepção de Wittgenstein usa o termo Ares de Família, que aqui se adequa ou está em conformidade com o termo Semelhanças de Família[25]. A autora, portanto, explica que (Ares de família) não definiriam características traço a traço como uma fotografia perfeita, não havendo condição ou regra definitiva para esta expressão. Certas semelhanças se revelam, portanto, como parte das atividades matemáticas realizadas em sala pelos alunos com e sem o uso de tecnologias informáticas.

Wittgenstein (2009, p. 67) comenta “[...] Por que chamamos algo de número? Ora, talvez por que tem um-direto-parentesco com alguma coisa que até agora se chamou de número”. Nesta passagem, o autor procura deixar claro e afastar qualquer tipo de relação direta com o conceito de família no sentido da linguagem comum, desatrelando seus exemplos de uma lógica que possa ser descrita como forma geral de pensamento.

[25] Características, semelhanças ou graus de parentesco são trazidos para esta discussão sempre no sentido de que a função quadrática, ora mantenha ora perca certas particularidades, e isso, se deve às diferentes formas algébricas e gráficas desta função.

Por mais que o professor tente representar/simular as variações gráficas da função quadrática no quadro apenas alguns de seus atributos serão perceptíveis por dois motivos: o primeiro é o fator tempo, que não permite pelo número reduzido de aulas do Ensino Médio (duas a três aulas semanais) que estas construções sejam detalhadas; o segundo refere-se aos movimentos e animações[26] .

O computador simula a imagem gráfica pelo uso de ferramentas específicas do *GeoGebra* e pode aplicar movimentos de translação e rotação no plano seguidos ainda de animações que não se encontram em outros softwares como os que citados nas pesquisas de Benedetti (2003); Maia (2007); Santos (2009); Pinto (2009) e Mpaka (2010).

Tais opções (animações) só podem ser visualizadas na interface do computador. Este modo de ver reforça o que já foi dito antes sobre o Ver como, uma vez que permite auxiliar na compreensão de conceitos da função quadrática mediados na sala de aula. O quadro de escrever é uma grande tela, mas é estática e limitada em termos de funcionalidade, não dispõe de recursos dinâmicos como os que aparecem na interface do *GeoGebra*.

[26] Este aspecto será evidenciado no texto, pois, há softwares em que os movimentos podem ser conseguidos pelo arrastar do mouse. Os recursos do *GeoGebra* acrescentam animações a estes movimentos e isso possibilita, portanto, outras formas de ver.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, a pesquisa mostra sua face com maior intensidade e vai ao encontro das intencionalidades e objetivos propostos. As análises não se limitam, portanto, a criticar dados coletados apenas quantitativamente, optei assim, por participar junto aos alunos do fazer da Matemática de modo proativo. Nesta etapa, serão evidenciados os atores, procedimentos e instrumentos que proporcionaram elementos de discussão e análises efetivas nas diferentes fases da pesquisa sobre a aprendizagem da função quadrática.

A pesquisa neste texto adequa-se, portanto, aos critérios de pesquisa qualitativa com base na metodologia e nas perguntas elaboradas cujas características remetem à critérios avaliativos (MOREIRA e CALEFFE, 2008). Os critérios avaliativos mencionados aqui, não levam em consideração o efeito de medir, e sim a participação dos sujeitos investigados no sentido de obter respostas acerca do uso de tecnologias informáticas em auxílio ás atividades realizadas no contexto da sala de aula.

O propósito da pesquisa não se finda, portanto, na comparação entre resultados por meio dos instrumentos aplicados, mas, no estabelecimento de relações acerca dos objetivos propostos. Os elementos, teóricos e práticos oriundos da investigação procura assim, revelar outras abordagens sobre aspectos conceituais, visuais e interativos sobre o estudo e aprendizagem da função quadrática pelos alunos.

4.1 LÓCUS DA PESQUISA

As atividades de pesquisa foram realizadas na Escola Estadual de Ensino Médio Pedro Amazonas Pedroso, localizada no corredor de entrada da cidade de Belém do Pará. A escola funciona em três turnos dedicados, entre outras atividades ao ensino e à preparação de alunos para o ingresso por meio de Vestibular ao Ensino Superior, adequando suas propostas educacionais aos programas institucionais oferecidos especialmente pelas Universidades Públicas.

O contingente educacional é de, aproximadamente 3.500 alunos, mais de 100 funcionários entre professores e técnicos destinados à administração e execução das atividades acadêmicas. O Projeto Político Pedagógico da escola prevê em suas diretrizes, o gerenciamento de algumas atividades e projetos escolares direcionados ao uso de tecnologias informáticas voltadas à sala de aula, devidamente acompanhadas pelos professores das disciplinas de forma individual ou integrada.

A escola é atendida pelo PROINFO[27] e possui sala de informática com 26 computadores em funcionamento, sendo (1) um servidor entre as quais (2) duas máquinas são destinadas a alunos com necessidades especiais. Os computadores estão conectados à internet, parte via telefonia e parte via fibra ótica pelo projeto de inclusão digital chamado NAVEGAPARÁ.

O NAVEGAPARÁ[28] atende às escolas públicas do estado do Pará que possuem sala de informática e está concentrado, principalmente, nas unidades de ensino da capital onde estão localizados alguns Núcleos de Tecnologia (NTE'S).

As atividades da Sala de Informática são coordenadas por 1 (um) professor (a) em cada turno, habilitado pelo NTE ou com pós-gradução na área de Informática Educativa para exercer atividades em ambientes educacionais que façam uso das TICs. Os professores lotados neste espaço, são acompanhadas por técnicos e professores do Núcleo de Tecnologia (NTE) vinculados à Secretaria Estadual de Educação.

No ambiente da sala de informática, as atividades de pesquisa foram colocadas em prática com um grupo de alunos de diversas turmas do Ensino Médio do turno da manhã.

4.2 PARTICIPANTES

Os alunos envolvidos na pesquisa foram preferencialmente alunos do 1º ano, pois, a intenção foi realizar as atividades com participantes que tivessem conhecimentos mínimos sobre função quadrática aproveitando o estudo deste assunto na série final do Ensino Fundamental (9º ano). Apenas dois alunos de outras séries solicitaram inscrição e por seu interesse foram incluídos na pesquisa.

O grupo inscrito na pesquisa foi de 23 alunos, para as 25 vagas ofertadas. Dos inscritos, 11 (onze) participaram efetivamente das atividades até o final. A redução

[27] Programa criado pelo MEC, através da Portaria n. 522, de 9 de abril de 1997, para promover o uso pedagógico das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) na Educação Básica.

[28] Este projeto teve início em outubro de 2007 e continua vigente.

no número de participantes se deu por questões de ordem contingencial. Um dos motivos alegados pelos alunos foi que o período do minicurso antecederia a fase das provas finais do ano letivo de 2011, por isso, deixaram de participar das atividades o que foi esclarecido por meio de conversa informal.

Os alunos que participaram da pesquisa mostraram estar interessados no decorrer das atividades em conhecer novas formas de aprender matemática, no que diz respeito ao uso do computador na escola. Não foi traçado um perfil dos mesmos, pois, o interesse maior aqui, foi revelar que relações eles puderam estabelecer a partir das perguntas e atividades que lhes foram propostas acerca da aprendizagem da matemática escolar.

É possível afirmar assim, que dos alunos investigados a maioria absoluta não tivera antes, contato com o uso de *softwares* no ensino e na aprendizagem de matemática. Isso foi relevante para que eles participassem e responsem de forma confiável sobre os conceitos explorados acerca da função quadrática com e sem auxílio do computador.

Em termos quantitativos posso dizer que a pesquisa foi realizada por amostragem uma vez que se torna impraticável envolver o efetivo total de alunos da escola. Não foi estabelecido, portanto, um percentual ou margem confiável para a obtenção dos resultados junto aos alunos uma vez que a característica da pesquisa é busca fundamentos qualitativos. O número de participantes foi então acolhido de acordo com as inscrições efetivadas no período conforme o que foi supracitado. Algumas razões acerca do número de participantes da pesquisa ficarão evidentes no decorrer do texto.

O envolvimento de parte dos alunos com cursos preparatórios para o Vestibular, estágios em programas sociais relacionados ao mercado de trabalho fora da escola, impediram a participação e continuidade destes nas atividades. Estes fatos contribuíram para que a pesquisa fosse realizada de acordo com estas peculiaridades.

Das informações obtidas junto aos alunos, foi possível observar que o uso de tecnologias informáticas na escola ainda se mantém pouco explorado, mesmo que na escola este espaço pedagógico esteja disponível. Isto leva a confirmar duas suposições devido o meu envolvimento há mais de dez anos com este tipo de atividade: o professor não tem o hábito de usar outros recursos que possam dinamizar a aprendizagem dos alunos, além da técnica tradicional de aulas expositivas; o espaço da sala de informática é subutilizado e praticamente inexistente na escola mesmo estando lá.

Esta é uma peculiaridade das escolas públicas de Belém que, em grande parte, possuem Salas de Informática e mesmo assim, os professores e alunos não frequentam regularmente este espaço. Não há carga horária destinada para aulas na Sala de Informática, os professores a usam com os alunos de acordo com o seu interesse. A política de atividades neste espaço fica a critério dos professores da sala em executar seus projetos conforme o Projeto Político Pedagógico da escola.

Os alunos quando fazem visitas esporádicas à sala de informática vão em busca de outros interesses que não o estudo de Matemática. O professor, na maiorias das vezes, não vai à sala de Informática, apenas indica aos alunos o que deve ser pesquisado, os alunos o fazem como se fosse uma pesquisa bibliográfica nos livros, retornam à sala de aula e dá-se por satisfeito com o que obteve.

De acordo com Penteado (2005), a atitude do professor que não tem por hábito usar tecnologias informáticas com seus alunos pode ser observada na seguinte passagem,

> O uso das TIC exige movimento constante por parte do professor, para áreas desconhecidas. É precsio atuar numa zona de risco. [...] há perguntas imprevisíveis que, para grande parte dos professores, são a parte mais difícil de lidar na interação com os alunos. Uma combinação de teclas pode levar ao surgimento de situações que o professor nunca pensou antes. É possível que os alunos façam perguntas sobre matemática que o professor não previu. (PENTEADO, 2005, p. 284)

De fato, ao analisar a situação descrita pelos alunos isto vem a se confirmar no excerto da autora, que expõe com muita propriedade sobre esta problemática evidenciada na prática dos professores. Este tipo de atitude implica de modo pouco efetivo no processo de aprendizagem da Matemática na escola.

Os professores pouco se interessam em utilizar outra técnica ou metodologia que não seja a reprodução do discurso e o quadro nas aulas de Matemática. O aluno por sua vez, vai à sala de Informática para pesquisar por conta própria e acaba por se distrair diante de outros assuntos não escolares como sites de bate-papo e redes sociais, por exemplo.

Borba; Penteado (2001) discutem sobre estas questões além de outras que parecem traçar um mapa característico dos usos da Informática na Educação Matemática de norte a sul do Brasil. Esta situação que não é unicamente responsabilidade da escola, envolve desde decisões políticas, sociais, econômicas em âmbito nacional até decisões locais que culminam com ações pouco interessadas de gestores e professores neste sentido.

Cada órgão ou pessoa procura expressar, à sua maneira, formas de lidar com a Educação, em especial, no que diz respeito à inserção de tecnologias informáticas no ensino e na aprendizagem. São inúmeros critérios apresentados como obstáculos que se fundam em justificativas estruturais, sociais e econômicas do país.

As atividades com Matemática ficam relegadas quase sempre à sala de aula, o professor não se interessa por tecnologias informáticas, o aluno por sua vez não as usa, pois não as conhece e isto parece não ter fim. Mas, há os que mesmo assim apostam no êxito de ações individuais e continuam a realizar seus projetos, a despeito das dificuldade que possam surgir.

Quando foi perguntado aos alunos por meio dos intrumentos de pesquisa (questionários e atividades) sobre o uso de recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem, eles responderam que o uso dos computadores foi de Bom a Ótimo em termos de aprendizagem por se tratar de algo que difere do que é feito em sala de aula pelos professores. Algumas palavras ou expressões colocadas por eles marcaram as interações durante a pesquisa: Vantagem; Facilidade; Importante; Conhecimento a mais; Grande Oportunidade de Aprender... Isto coorrobora com o que penso sobre os usos e aplicabiliodades destes recursos, desde que sejam disponibilizados em suas atividades escolares continuamente.

Para Lévy (2010), as mídias destinadas à comunicação[29], como o telefone por exemplo, são mais interativas que os vídeos e televisão porque proporciona contato mais direto com o interlocutor, as informações são mais pessoais e diretas. Para ele, a transmissão da informação, os impactos e possibilidades decorrentes das tecnologias implicam em avanços e desenvolvimentos culturais importantes na sociedade.

A interatividade (contato do alunos com o computador) pode ser mensurada em diferentes graus entre os quais a reciprocidade (comunicação um a um ou um-todos) e a implicação ocorre através da comunicação virtual (LÉVY, 2010a). Assim, os dois

---

[29] Para Lévy (2010), a comunicação é tratada de forma ampla no sentido de disseminar mensagens por meio das mídias tecnológicas presentes no computador. Neste texto, a comunicação e a informação se dão no sentido de fazer uso das interfaces e dos softwares voltados à aprendizagem da Matemática nas escolas.

graus mencionados interessam na perspectiva de que a comunicação se dê acerca de conceitos da Matemática; a implicação possibilite a participação contínua de professores e alunos quanto ao uso de computadores na escola.

O que foi relatado aqui acerca dos participantes da pesquisa, não reflete o panorama geral das atividades que envolvem o uso de tecnologias informáticas no Brasil. Assim, vale ressaltar que apesar de todo o esforço de órgãos como o MEC, e programas como o PROINFO, além das discussões e incursões específicas de alguns profissionais em defesa do uso de computadores na educação várias dificuldades neste nível de atuação ainda podem ser observadas.

O texto não pretende, portanto, abordar aspectos contraditórios envolvendo o uso de tecnologias informáticas no ensino e na aprendizagem da matemática, mas, apresentar de forma clara e próxima da realidade, implicações decorrentes deste tipo de atividades bem como apontar possibilidades acerca do uso de *softwares* aprendizagem da matemática no contexto escolar.

4.3 PROCEDIMENTOS E AÇÕES

A organização e execução das atividades de pesquisa se deram da seguinte forma:

As inscrições para o minicurso foram gentilmente feitas pelos coordenadores da sala de informática nos turnos da manhã e da tarde; 25 vagas foram ofertadas em função da quantidade de computadores existentes na sala, não havendo possibilidades de um maior número de participantes.

As atividades foram por mim conduzidas através de intervenções didáticas que se revezaram entre a regência de aulas e a utilização de computadores usando as mídias informáticas disponíveis no ambiente, tais como: o software *GeoGebra* para execução das atividades de Matemática e a internet para pesquisas relacionadas ao objeto de estudo (função quadrática).

Estas atividades em momento algum foram efetivadas no intuito de substituir o que foi discutido e apresentado pelos professores nas aulas de matemática. Não há, portanto, aqui, intenção de criticar o que já foi feito ou apontar diferenças entre posturas de professores que utilizam ou não tecnologias informáticas em auxílio ao ensino de matemática. Por outro lado, a ideia é de proporcionar aos alunos, sempre que possível outras possibilidades de estudar conceitos da matemática por meio de recursos tecnológicos na sala de aula.

Como parte de organização e preparação ao início das atividades houve divulgação, contato e visitas à escola para obtenção das informações que constam como parte dos resultados da pesquisa. Durante dez dias, houve a divulgação do minicurso que iniciou na última semana de dezembro de 2011 e foi até a véspera da realização do minicurso (9 de janeiro de 2012).

Nos cinco primeiros dias, houve contato com a direção e equipe pedagógica sobre solicitação do espaço e assinatura de documento referente à pesquisa e emitido pelo programa de pós-graduação; conversa com os professores da sala de informática dos turnos da manhã e da tarde que tiveram participação importante na inscrição dos alunos do minicurso (manhã) e auxílio na instalação do software GeoGebra nos computadores (tarde) e divulgação por meio de cartazes nas dependências da escola.

Na última parte da divulgação, dois dias foram dedicados às intervenções diretas na escola junto aos professores e alunos por meio de convites pessoais nos horários de aula, como forma de incentivá-los a participar do minicurso. Recebi apoio dos professores, acompanhei as inscrições dos alunos pela parte da manhã e agendei o espaço (sala de informática) junto à Coordenação Pedagógica bem como a solicitação de recursos de mídia (projetor) para execução das atividades.

4.3.1 Regência de aulas e atividades

Ao visitar a escola antecipadamente para obter autorização para realizar a pesquisa, esperava que, às proximidades do final letivo de 2011, o cronograma de aulas envolvendo o assunto função quadrática já tivesse sido ministrado em sala pelos professores, o que não ocorreu plenamente.

A questão que levou a esta decisão foi estratégica e didática, uma vez que poucos alunos conheciam o assunto (função quadrática), esperava-se o contrário dado o encerramento do período letivo de 2011. Esta situação gerou desdobramentos de ordem contingencial.

As aulas ministradas para os alunos ocorreram pelo seguinte fato: o período de realização da pesquisa foi previsto para o início do mês de janeiro de 2012, iniciando no dia 10 e finalizando no dia 24 do mesmo mês. As aulas ocorreram em dias alternados durante duas semanas, pois os alunos participavam de atividades em turno contrário aos de suas aulas, como Educação Física e outros projetos da escola.

Os procedimentos metodológicos predefinidos seriam afetados caso a pesquisa não ocorresse no período estipulado, pois, os alunos naturalmente se afastariam da escola pelo encerramento das aulas com o final do ano letivo de 2011. Após este período, os alunos retornariam à escola somente na segunda quinzena de abril de 2012 devido a atrasos no cronograma de aulas.

Para evitar um possível adiamento do período de coleta de informações, resolvi intervir nas atividades de regência dos conteúdos com a intenção de não perder a chance de realizar as atividades do minicurso, caso contrário, o andamento da pesquisa seria comprometido.

Foram ministradas por mim, quatro aulas para os inscritos em complemento ao que fora iniciado pelos professores da escola. Estas aulas tiveram caráter complementar para dar subsídio aos conteúdos a serem discutidos durante o minicurso.

4.3.2 Minicurso

Como parte das atividades de pesquisa, preparei um minicurso a partir de minha prática como professor do ensino médio, envolvendo os assuntos Função Afim e Função Quadrática para o grupo de alunos envolvidos na pesquisa. O minicurso foi realizado no período da tarde, em horários contrários aos dos seus estudos evitando interferência em suas atividades escolares normais.

A decisão de envolver além de função quadrática (função afim) neste minicurso foi chamar atenção dos alunos, pois, apenas um tópico poderia ser considerado em termos de amplitude pouco interessante. Esta suposição se deu após ter trabalhado por vários anos na escola e conhecer a clientela, até me afastar para a realização dos estudos que culminaram com esta pesquisa.

Na primeira parte da divulgação do minicurso, feita através de cartazes, havia poucos alunos inscritos. Ao conversar com os professores fui alertado, de que os alunos não possuem hábito de ler os avisos nos murais então, eu teria que ir até a sala de aula divulgar pessoalmente a atividade. Procedi desta maneira acatando a sugestão dos professores o que deu resultado, e logo as inscrições foram preenchidas.

Foi entregue como material didático do minicurso aos alunos, um tutorial com os comandos básicos do *GeoGebra*, indicando os recursos do *software* com algumas exemplificações sobre os objetos matemáticos destacados no Menu de Ferramentas. Este material destinou-se ao primeiro contato com os recursos computacionais para que os alunos pudessem se ambientar com a interface do software explorando os recursos dinâmicos com auxílio do computador.

O minicurso foi realizado em cinco etapas com 2 horas-aula durante as quais ocorreram intervenções didáticas e interações com os alunos de acordo com as ações listadas abaixo:

1º dia: conversa rápida sobre o objetivo do minicurso ressaltando a importância da pesquisa; informações sobre a dinâmica das atividades; primeira aula (socialização dos conteúdos previstos para o minicurso); aplicação e coleta do 1º instrumento de pesquisa (atividades preliminares).

2º dia: foi ministrada a segunda aula (com o mesmo propósito do primeiro encontro) sobre função quadrática; primeiro contato com a interface e ferramentas do GeoGebra na aprendizagem das Funções Afim e Quadrática;

3º dia: aplicação e coleta do 2º instrumento de pesquisa (atividades no GeoGebra na solução das questões propostas);

4º dia: sequência das atividades de pesquisa envolvendo função quadrática (interações com alunos sobre conceitos, exemplos, construção e manipulação das ferramentas do software).

5º dia: aplicação e coleta do 3º instrumento de pesquisa sobre os recursos e a utilização do *GeoGebra* na aprendizagem de Matemática; encerramento das atividades (conversa e agradecimentos aos alunos pela participação na pesquisa).

Todas as atividades planejadas foram exitosas, os professores de Matemática e da sala de informática contribuíram da melhor forma possível para a realização da pesquisa na escola.

4.3.3 Instrumentos de pesquisa

Durante o minicurso, foram aplicados três instrumentos: o primeiro com questões preliminares sobre o tópico: função quadrática **sem o uso** de recursos computacionais; o segundo sobre função quadrática **com auxílio** do *GeoGebra* e o terceiro **sobre** a utilização do *GeoGebra* constantes no apêndice da pesquisa.

As atividades e os instrumentos foram pensados e organizados para coleta, avaliação e resultados da pesquisa em momentos distintos, distribuídos por (estratégias) metodológicas, a saber:

- 1º instrumento: composto de 10 (dez) questões que foram identificadas como Questões Preliminares, distribuídas aos alunos da seguinte forma: BLOCO I (3 questões), BLOCO II (4 questões) e BLOCO III (3 questões). Este instrumento pensado e elaborado com intenção diagnóstica sobre os conteúdos de Matemática já estudados pelos alunos em séries anteriores ou até o momento da pesquisa;
- 2º instrumento: contém 10 questões propostas como atividades a serem desenvolvidas (com auxílio do *GeoGebra*) em 3 partes: BLOCO I (3 questões), BLOCO II (4 questões) e BLOCO III (3 questões);
- 3º instrumento: elaborado com 5 questões (sobre o *GeoGebra*) em que os alunos expressaram suas opiniões a respeito do uso de recursos computacionais na aprendizagem da Matemática Escolar.

Todo o material de pesquisa foi respondido individualmente pelos alunos durante o período de realização do minicurso e recolhido logo em seguida. Nenhum instrumento foi identificado com o nome dos alunos.

O material recolhido para análise após o encerramento das atividades ficou assim discriminado: Atividades Preliminares (BLOCOS I, II e III respondidos 11 questionários); Atividades com o *GeoGebra* (BLOCOS I, II e III respondidos 11 questionários) e Questões sobre o *GeoGebra* (BLOCO ÚNICO, respondidos 11 questionários).

Um fato importante sobre a utilização dos computadores foi identificado na aplicação dos questionários da pesquisa junto aos alunos. Perguntei aos alunos se haviam usado computadores para aprender Matemática na escola, de modo unânime responderam Não. Entre os motivos que mais chamaram atenção para esta afirmativa foram os de que o professor não usa estes recursos em suas aulas; não conhecem estes recursos, pois, em algumas escolas não há disponibilidade para uso e ainda, o fato de que as aulas se dão somente no espaço da sala de aula com uso do quadro e a realização de tarefas no caderno.

Nesse sentido, os questionários e atividades específicas foram pensados e elaborados por mim com finalidades pedagógicas para evitar respostas evasivas, em branco ou sem respostas. As questões foram distribuídas aos alunos, de modo que todos pudessem expressar suas opiniões aos mesmo itens de forma ordenada, porém, em blocos distintos.

4.3.4 Sobre o GeoGebra

O GeoGebra[30] é um *software* dinâmico de Matemática que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo em sua interface, proporcionando interatividade entre os usuários. O *software* foi pensado e desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática em ambientes educacionais, preferencialmente.

Este *software* tem como idealizador o professor Markus Hohenwarter (Johannes Kepler University, Linz-Áustria) em conjunto com uma equipe internacional de programadores, tradutores e colaboradores. O GeoGebra é *open source* (possui código livre) e pode ser acessado e obtido na condição *free* (livre) diretamente da internet. A versão aqui utilizada foi a (4-0-35-0), atualizada em 2012.

A interface amigável deste *software* é considerada como simples sem muitos elementos gráficos ou multicoloridos que por sua vez podem despertar atenção dos usuários para questões de segundo plano. A tela principal é constituída de duas janelas em que são exibidos os objetos matemáticos (janela de álgebra e janela de visualização). Além destas janelas, na parte superior encontra-se a Barra de Ferramentas que exibe o Menu de Opções, na parte inferior está o campo de entrada para digitar comandos e operações.

Desde sua criação, a mais de dez anos, o GeoGebra vem sendo amplamente divulgado entre professores e alunos mundialmente pela criação de Institutos em vários países entre os quais o Brasil, que já conta com 6 destes institutos, que desenvolvem pesquisas sobre ensino e aprendizagem da matemática.

Na Figura 8, alguns objetos matemáticos são exibidos na interface do GeoGebra, assim como, em várias partes do texto por conta da pesquisa.

---

[30] A grafia da palavra *GeoGebra* está assim representada em todo o texto em respeito à forma como foi concebida pelo idealizador do software. Há no Brasil, quatro institutos *GeoGebra* localizados em cidades do Ceará, Rio Grande do Norte, Paraná, Uberlândia, Rio de Janeiro e São Paulo, vinculados à organização geral na Áustria.

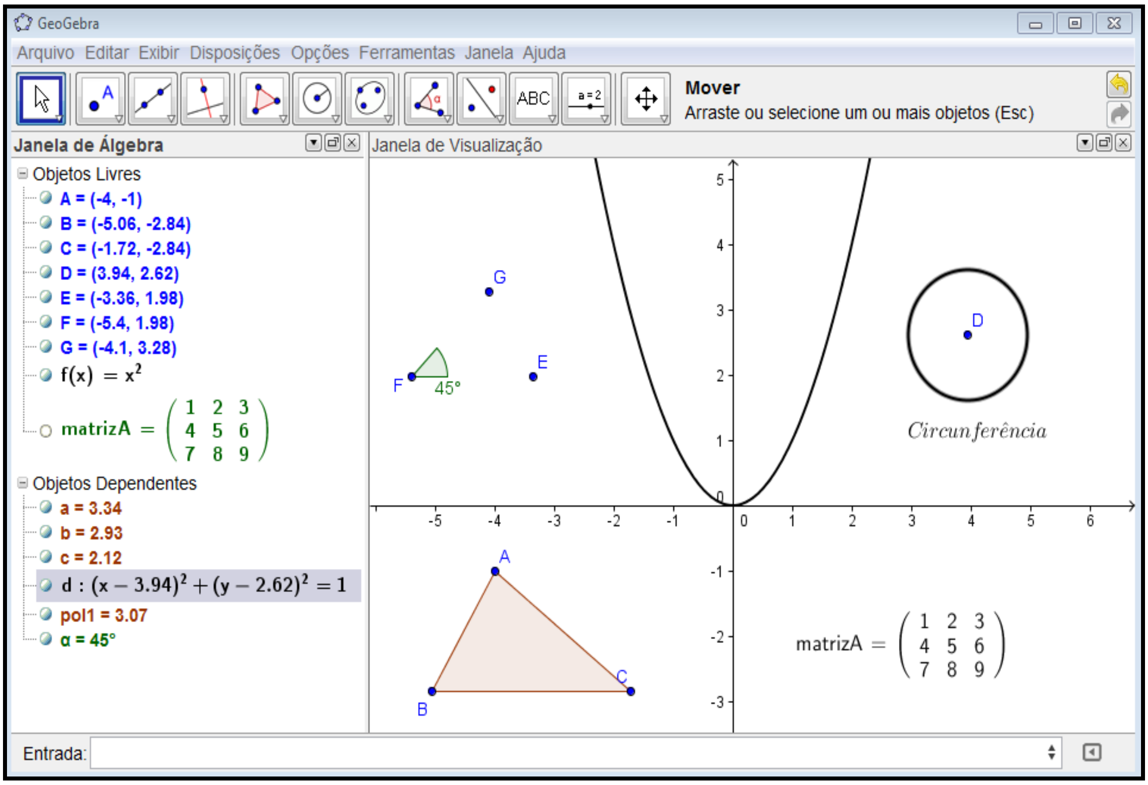


Figura 8 - Interface do GeoGebra

A construção de objetos matemáticos como os que foram visualizados na figura anterior, requerem conhecimentos mínimos dos usuários sobre comandos específicos (linguagem do *software*), além dos que se encontram no menu e na barra de ferramentas. As atividades precisam ser coordenadas por um professor que domine (faça uso adequado) dos recursos do *GeoGebra* no decorrer das aulas.

De acordo com Lévy (2010), as interfaces dos computadores começaram a mudar e tornarem-se mais amigáveis para os usuários e isto se deve ao engenheiro da computação Douglas Engelbart, que vislumbrou a ideia de interfaces mais intuitivas, sensório-motoras e menos abstratas. Tais mudanças provocaram maior interatividade entre os usuários minimizando complexidades ao lidar com os computadores. A visualização e o uso de aplicativos se tornaram mais acessíveis com o propósito de dinamizar informações por meio das tecnologias digitais.

As discussões sobre ensino e aprendizagem da Matemática estão sendo amplamente divulgadas e intensificadas em conferências internacionais[31] acerca do

[31] Em novembro de 2011, aconteceu em São Paulo na Pontifícia Universidade Católica (PUC), a I Conferência Latino-Americana de *GeoGebra*. Na ocasião, foram apresentados diversos workshops sobre o uso do software em atividades de ensino-aprendizagem da Matemática Escolar, entre as quais, a ideia principal desta pesquisa.

uso de computadores no ensino de Matemática. Os recursos dinâmicos são explorados tanto para metodologias como para práticas no desenvolvimento de conteúdos da Educação Básica ao Ensino Superior. Com isso, espera-se contribuir efetivamente para melhorar a qualidade da Educação por meio das tecnologias informáticas.

As atividades desenvolvidas com os alunos nesta pesquisa foram realizadas com o propósito de que as tecnologias informáticas sejam levadas ao conhecimento dos professores e alunos. Pois, não adianta dispor de tecnologias se estas não forem usadas adequadamente (com finalidades pedagógicas bem-definidas). Nesse sentido, parto de um ponto em que o *GeoGebra* foi usado para revelar características da função quadrática até então pouco exploradas na sala de aula.

Neste estudo não foi abordada, portanto, a construção de objetos matemáticos como na Geometria Euclidiana (uso da régua e compasso) ainda que o software possibilite este uso por seus recursos. O *GeoGebra* foi usado como ferramenta para ganhar tempo e ampliar as possibilidades de discussão a partir do estudo dos gráficos já construídos, afinal, este é um dos objetivos da tecnologia.

A representação gráfica da função quadrática pode ser construída no *GeoGebra* de modo mais simples ou mais detalhado. Uma sequência de construção ao estilo euclidiano pode ser encontrada em Nóbriga; Araújo (2010), bem como em tutoriais do *software* na internet.

O GeoGebra teve nesta pesquisa, portanto, dupla funcionalidade no ensino-aprendizagem da Matemática Escolar: como tecnologia da inteligência acerca das contribuições de Pierre Lévy sobre a Informática e comunicação mediática; e como instrumento para evidenciar o contexto e os significados de conceitos expressos na linguagem matemática na perspectiva de Ludwig Wittgenstein.

5 DISCUSSÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Nesta parte da Dissertação, apresento a análise das questões propostas aos alunos a fim de que a investigação possa apontar ou esclarecer aspectos relacionados com os objetivos da pesquisa entre os quais: a aprendizagem da Matemática; o uso da Informática nas atividades em sala de aula e as relações entre a linguagem matemática e a linguagem da informática.

Assim, as reflexões e argumentações serão tecidas com base nas informações obtidas e amparadas pelo referencial teórico acerca das temáticas envolvidas na pesquisa. Nas categorias seguintes, há sempre duas respostas de alunos diferentes acerca da temática (como foi dito na metodologia) no intuito de que as opiniões deles pudessem ser evidenciadas de modo mais detalhado. A análise dos resultados, portanto, deu origem às seguintes categorias: Significado e Contexto; Uso de Regras; Ver de Novo! e, por último, Formas e Movimentos.

5.1 SIGNIFICADO E CONTEXTO

Dois fatos motivaram a criação desta categoria de análise: saber o que pensam os alunos acerca dos significados de conceitos matemáticos estudados por esses alunos no contexto da sala de aula, uma vez que tais conceitos geralmente são desenvolvidos pelo professor através da oralidade e de técnicas expositivas de ensino; a busca de relações entre a linguagem matemática e a linguagem da Informática utilizada nos softwares como ferramenta de aprendizagem.

Como primeira impressão acerca dos instrumentos de pesquisa, apresento as respostas e justificativas dos alunos sobre o uso dos computadores, bem como destaco algumas possibilidades de aprendizagem por meio da inserção de ferramentas dinâmicas no ensino de Matemática. As menções sobre a função quadrática permearão as análises daqui por diante com base nos objetivos da pesquisa.

Ao analisar o que foi dito pelos alunos, procuro enfatizar neste ponto da pesquisa, os significados e usos das tecnologias informáticas no contexto da sala de aula com a finalidade de contribuir para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática. O uso do computador é defendido por Lévy (2010; 2010a) no sentido de que este é um construto de nossa inteligência e proporciona novos conhecimentos como polo mediático em ascensão, aberto e plural.

No Quadro 3, os alunos deixaram a entender que o uso de computadores promove outras possibilidades de aprendizagem quando este passa a ser uma ferramenta para o ensino da Matemática na escola.

1. Explique o que representou para você estudar matemática tendo recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem?

Representou uma grande oportunidade de entender melhor a matemática, e os recursos computacionais facilitou uma aprendizagem com gráficos.

1. Explique o que representou para você estudar matemática tendo recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem?

ótimo, pois com estes recursos, obtive, intendimento de como funciona a função quadrática, o que antes normalmente era omitida uma certa dificuldade em gráficos.

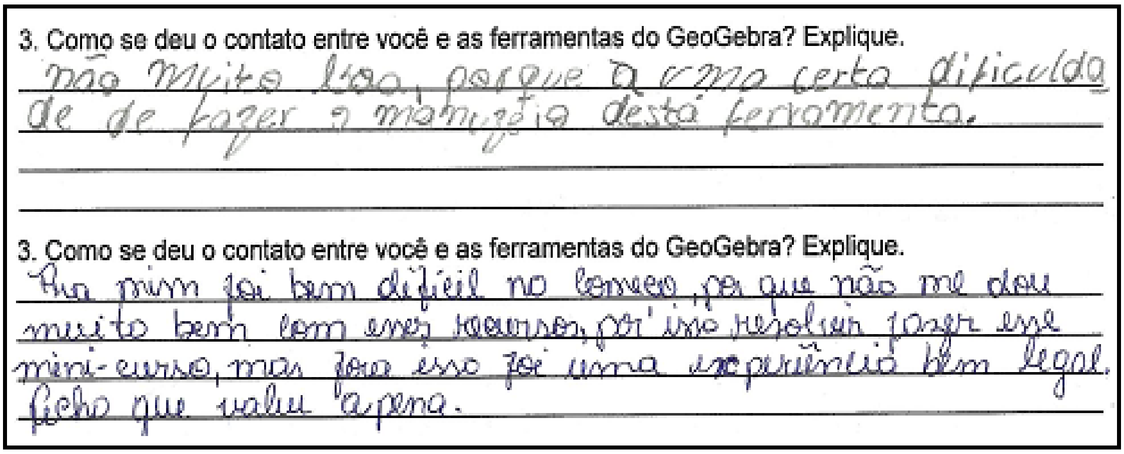
Quadro 3 - Sobre o *GeoGebra*

As respostas mostram que o computador assim como outros recursos utilizados pelo professor oportuniza melhor compreensão, em especial, no estudo de gráficos. Este foi um dos motivos pelo qual as ferramentas do *software* e sua interface permite maior interatividade entre alunos e computador. A passagem da forma algébrica para a forma gráfica pode ser explorada com mais detalhes, o aspecto visual auxiliou, portanto, na compreensão dos conceitos matemáticos de forma dinâmica.

Os alunos inserem os comandos, podem modificar os parâmetros na função e ver o que acontece durante a construção dos gráficos, o que no caderno e no quadro de escrever não seria possível. Esta interação otimiza o trabalho do professor e permite obter resultados mais práticos ju nto aos alunos.

Para Lévy (2010, p. 81), a interatividade “em geral ressalta a participação ativa do beneficiário” em uma troca de informação e de conhecimentos. Isto significa que o uso do computador, por exemplo, em atividades com Matemática implica em colocar o aluno diante destas tecnologias. O fazer participativo instiga a aprendizagem ao passo que o excesso de informações, conceitos e regras provenientes da fala do professor, para eles, pode ter pouco ou nenhum significado.

No Quadro 4, foram selecionadas duas respostas nas quais pude perceber que o uso de tecnologias informáticas e *softwares* pode levar ao domínio das ferramentas desde que isto possa se tornar uma prática comum na escola, para isso, estes recursos devem ser usados com maior regularidade nas aulas de Matemática.


3. Como se deu o contato entre você e as ferramentas do GeoGebra? Explique.
não muito bôa, porque a uma certa dificulda
de de fazer o manujêio desta ferramenta.

3. Como se deu o contato entre você e as ferramentas do GeoGebra? Explique.
Pra prim foi bem difícil no comeco, por que não me dou
muito bem com esses recursos, por isso resolvi fazer esse
mini-curso, mas fora isso foi uma experiência bem legal.
Acho que valeu a pena.

Quadro 4 – Uso de ferramentas

Em contraste às respostas do quadro 1, aqui parece que os alunos apresentam opiniões contrárias quanto ao uso do GeoGebra. Esta pergunta apresentou, portanto, certa variabilidade entre as respostas dos participantes. Praticamente a metade dos instrumentos respondidos indicaram que o desconhecimento e a falta de contato com este tipo de recurso pode ter influenciado nas respostas.

Percebi que este fato se deu também em função dos limites pessoais a respeito dos conhecimentos básicos de Informática. Alguns alunos, não tiveram qualquer contato com *softwares* no ensino de Matemática, antes da realização do minicurso. As atividades com estes foi mais lenta, o manuseio das ferramentas foi tímido no início, mas, progressos foram observados. Ao mesmo tempo, em que os alunos disseram ter certa dificuldade com as ferramentas *GeoGebra*, no decorrer do minicurso, eles passam a considerá-las como sendo de fácil manuseio.

Nas respotas correspondentes à outra metade do grupo de alunos, o uso do *software* revelou funcionalidades e novas descobertas foram sendo assimiladas, logo eles passam a dominá-las assim como o fazem ao acessar redes sociais.

Ações interativas passam a fazer parte do contexto da sala de aula, outros significados surgem ao conhecer conceitos de Matemática de modo mais dinâmico.

Para Wittgenstein (2009), “o significado se dá no uso”. A linguagem matemática e a linguagem da Informática admitem relações que podem ser exploradas no ambiente da sala de aula para dar ênfase ao estudo de funções quadráticas, por exemplo. Aqui destaco que o uso do GeoGebra proporciona tais significados, e que estes passam a ter sentido nas atividades com matemática na sala de aula, quando o aluno percebe que há algo em jogo. Assim, eles percebem que é possível fazer uso dos conhecimentos adquiridos e isso pode modificar sua maneira de estudar e de aprender matemática na escola.

O espaço destinado às atividades de Informática em termos de aprendizagem parece estar, por vezes, fora do contexto escolar. A sala de Informática se confunde com um *cyber*. Os alunos usam este espaço para acessar e copiar informações livremente da internet, na maioria das vezes de forma desordenada e inadequada. A palavra pesquisar há muito foi banalizada, o seu uso e significado tem sido limitado apenas à busca pela informação e não pelo aprendizado, seja de Matemática ou de qualquer outra disciplina escolar.

Para Lévy (2010), o sentido em que se dá o jogo da comunicação consiste em poder transformar, mudar o contexto pela troca de informações (aprendizagem). As atividades com Matemática podem, portanto, ser realizadas por meio de softwares como é o caso do GeoGebra. Significados precisam, portanto, estar associados ao contexto da Matemática na sala de aula para garantir outros tipos de conhecimentos.

Na Educação Básica, percebemos que os significados quase sempre estão ligados ao contexto com apelo à realidade (aplicabilidades e motivações) e daí se estendem para o ensino-aprendizagem da Matemática como indicam as Orientações Curriculares para o Ensino Médio[32] (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2000) nas seguintes passagens,

> Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções.
> O estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplica-ção, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos

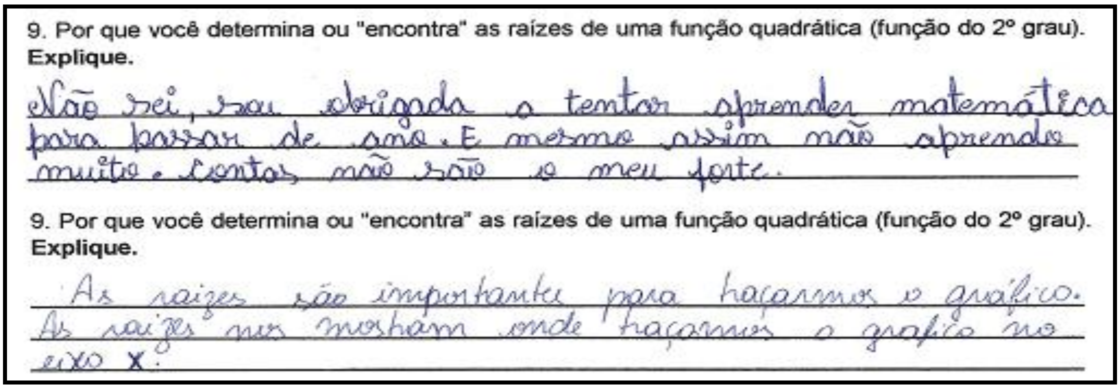
[32] Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2000), documento do MEC sobre Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

> problemas de determinação de área máxima). O estudo dessa função – posição do gráfico, coordenadas do ponto de máximo/mínimo, zeros da função – deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o "aspecto" do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2000, p. 72-73)

Percebi conforme o exposto acima que, nas etapas previstas na atividade (construir um gráfico), a aprendizagem está relacionada com a praticidade que é possível extrair a partir de determinados conceitos matemáticos. A motivação para aprender deve surgir por meio de problematizações, no entanto, chamo atenção para a importância dos significados no uso de nossa linguagem.

Para Wittgenstein, o significado se dá no uso, este fato pode ser percebido quando os conceitos estudados e as atividades com as quais eles vem entrelaçados mobilizam diferentes jogos de linguagem (ordenar, calcular, construir gráficos...). A citação anterior (MEC) acerca do contexto e dos significados produzidos pelos alunos, corrobora com o que aqui foi discutido sobre aspectos visuais e movimentos que envolvem as formas algébricas e gráficas da função quadrática a partir da inserção de tecnologias informáticas na sala de aula.

A pergunta a seguir, Quadro 5 foi feita na intenção de que os alunos pudessem explicar que significado alguns cálculos exigidos na Matemática Escolar lhe trazem em termos de aprendizado.


9. Por que você determina ou "encontra" as raízes de uma função quadrática (função do 2º grau). **Explique.**

Não sei, sou obrigada a tentar aprender matemática para passar de ano. E mesmo assim não aprendo muito. Contas não são o meu forte.

9. Por que você determina ou "encontra" as raízes de uma função quadrática (função do 2º grau). **Explique.**

As raízes são importante para haçarmos o gráfico. As raízes nos mostram onde haçarmos o gráfico no eixo x.

Quadro 5 - O que pensam os alunos sobre as raízes da função

Considero a primeira resposta como a mais intrigante, não por que não a tenha ouvido em outros momentos, mas, vê-la expressa por escrito sempre surpreende. Isto leva a pensar que o que os alunos dizem, reflete traços de nossa realidade educacional. Ainda que, de forma não unânime, na pesquisa, esta resposta reforça a ideia de que, para certos alunos, a Matemática é vista como obrigatoriedade, assim como ir a escola e estudar. Para este aluno, a resposta foi mais emotiva ou de razão pessoal e não se ateve ao conceito matemático em questão. Para alguns, o significado pode estar ligado ao sentido, se ele não vê sentido no que faz não há, portanto, significado em estudar as raízes da função.

Na resposta seguinte, Quadro 4 nota-se o oposto. O que foi escrito revela praticamente o que se esperava dado o teor da pergunta e que está de certa forma em conformidade acerca do que foi indagado sobre o uso de raízes na função quadrática. O aluno indica ter compreendido o que foi explicado, o significado neste caso, se atém aos domínios da Matemática, a aprendizagem se ampara também neste princípio.

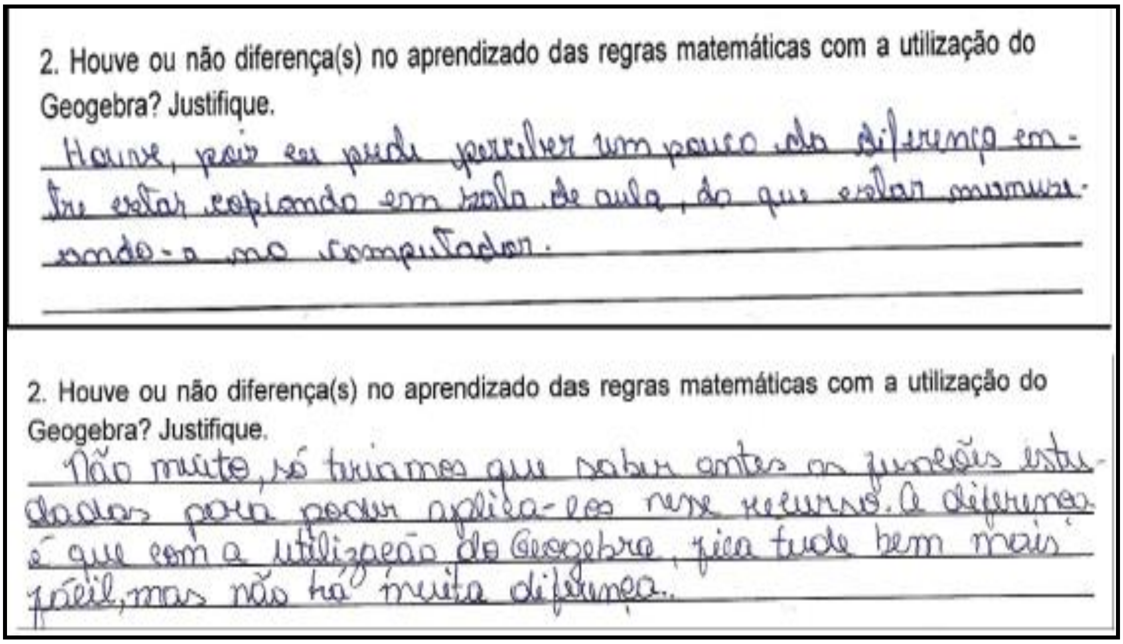
Para determinar raízes da função quadrática é necessário seguir regras da Matemática e por vezes, estas regras não são compreendidas e o significado se perde. Faz uso da regra quem a conhece joga-se, então, um Jogo de Linguagem a partir daí se constituem os significados.

As linguagens do professor e do aluno ganham vida nos usos que se faz das palavras, como afirma Wittgenstein (2009). Com base no que lhes foi explicado/ensinado, eles devem compreender os conceitos e fazer conjeturas; resolver exercícios; aplicar um algoritmo; usar uma técnica ou regra para determinar, por exemplo, as raízes de uma função quadrática. Há, portanto, no contexto da sala de aula, diferentes Jogos de Linguagem no ensino da Matemática que podem, conforme seus usos, dar significados aos alunos e isto validará o seu aprendizado.

5.2 USO DE REGRAS

O que foi respondido pelos alunos após a aplicação dos instrumentos de pesquisa sobre o uso do GeoGeabra procurou evidenciar certos aspectos da linguagem acerca da expressão Seguir Regras usada por Wittgenstein (2009). Vale ressaltar que o fato de seguir regras aqui, refere-se ao ensino-aprendizagem da Matemática no contexto escolar.

A questão a seguir, Quadro 6 foi elaborada no intuito de identificar relações entre o que foi explicado pelo professor na sala de aula acerca das regras matemáticas que constam nos livros e a forma como elas são compreendidas pelos alunos ao usar o *GeoGebra* no estudo de função quadrática.



2. Houve ou não diferença(s) no aprendizado das regras matemáticas com a utilização do Geogebra? Justifique.

Houve, pois eu pude perceber um pouco da diferença entre estar copiando em sala de aula, do que estar manuseando-o no computador.

2. Houve ou não diferença(s) no aprendizado das regras matemáticas com a utilização do Geogebra? Justifique.

Não muito, só teríamos que saber antes as funções estudadas para poder aplicá-las nesse recurso. A diferença é que com a utilização do Geogebra, fica tudo bem mais fácil, mas não há muita diferença.

Quadro 6 – Uso de regras na aprendizagem

As respostas analisadas apontam para o fato de que seguir regras pode estar ligado somente ao uso do GeoGebra. Para eles, talvez as regras podem estar vinculadas ao uso do *software* e de suas ferramentas, e que aprender a usar o *software,* seria o mesmo que seguir as regras da Matemática.

A linguagem matemática usada na sala de aula difere da linguagem usada nos computadores de modo geral. Regras ou comandos no computador devem ser seguidos, com preescreve a linguagem do *software*, no entanto, os conceitos e definições da Matemática são regidos por uma axiomática que a sustenta como linguagem. Há, nesse sentido, conforme Wittgenstein, certas semelhanças familiares entre a linguagem matemática da sala de aula e a linguagem que se usa no computador.

Na primeira resposta do Quadro 6 o aluno diz que a diferença está no manuseio do computador e o fato de que, na maioria das vezes, isto é feito somente pelos registros de atividades em sala de aula.

Já o segundo aluno afirma que o aprendizado de regras deve ser feito antes na sala de aula e depois no computador. Esta visão se deve creio que pela forma como as aulas são ministradas e isto vem de longa data. De qualquer forma, pelo que eles informaram, fazer uso do software auxiliou no aprendizado de Matemática.

Para esclarecer o propósito do seguir regras nesta pesquisa, recorro ao seguinte aforismo das *Investigações Filosóficas:*

> Seguir uma regra é análogo a cumprir uma ordem. Treina-se para isto e reage-se à ordem de uma maneira determinada. Mas, como entender isso se a reação das pessoas tanto da ordem como diante do treinamento é diferente. Quem está então com a razão? (WITTGENSTEIN, 2009, p. 206).

Nesse sentido, Seguir Regras implica em seguir principios operatórios, como no caso da expressão: $\Delta = b^2 - 4 .a. c$, em que muitos alunos não atentam para o resultado da potenciação associado ao valor do coeficiente (b), ou mesmo não compreendem a ordem em que estes coeficientes (a; b; c) devem ser substituídos na fórmula e chegam a resultados incorretos. Mesmo ao calcular corretamente o delta e chegar à conclusão de que $\Delta < 0$ alguns alunos nem sempre percebem seus erros! Por isso, eles se deparam com raízes quadradas de números negativos ao realizarem cálculos com a fórmula de Báskara e não sabem como proceder nestes casos.

O treino a que se refere Wittgenstein deve ser entendido no contexto da sala de aula, como realizar cálculos por meio de listas de exercícios para efeito de fixação do aprendizado. Isso é semelhante a solicitar aos alunos que façam o esboço gráfico das funções: $f(x)=x^2$; $g(x)= -x^2+2$. Que regras devem ser seguidas? O que o treino e uso de regras deve alcançar em termos de aprendizagem?

O exemplo a seguir procura destacar passos ou uso de regras que podem levar à construção correta do gráfico de uma parábola.

- Calcular o valor discriminante para indicar a condição de existência das raízes;
- Atribuir valores numéricos convenientes para “x” na função e desta forma obter a componente “y” que determina os pares ordenados (x,y) a serem marcados sobre os eixos cartesianos;
- Determinar as coordenadas do vértice;
- Localizar os pontos no sistema de coordenadas cartesianas.

Estas regras, passam a valer tanto para a construção do gráfico usando régua, lápis e papel quanto no uso do *software*. O computador, no entato, aplica estas regras de modo imediato, pois, foi programado para isso. As regras que levaram à construção dos gráficos são executadas pela linguagem de programação (algoritmo) que segue regras (comandos) internamente. O computador não explica as regras, exibe, portanto, o resultado proveniente destas por meio de uma imagem!

O aprendizado das regras não ficou claro conforme o que mostra o Quadro 4, isto se deve ao fato de que o seu aprendizado foi atribuído ao uso do *software* e que as regras matemáticas tenham sido originadas exclusivamente no computador. Mas, é preciso deixar claro que regras como estas antecedem o uso do GeoGebra e não precisam do computador para serem desenvolvidas, ainda que, possam ser executadas e confirmadas por meio deste.

A compreensão dos conceitos matemáticos e suas aplicações é atribuição dos humanos e não das máquinas. O uso do GeoGebra não deve poupar aos alunos ao ato de pensar, isso independe do computador, motivo pelo qual defendo que estes recursos sejam usados de forma adequada na sala de aula.

Wittgenstein (2009) indaga sobre o que uma regra pode ensinar em determinada circunstância e conclui seu pensamento dizendo que seja como for o que faz parte de um contexto (e que produz sentido) precisa estar de acordo com regras por meio de uma interpretação. Para os alunos, interpretar regras por meio do *GeoGebra* foi mais interessante que apenas ouvir falar delas em sala de aula. O aspecto visual e os recursos dinâmicos deste software permitiram que conceitos algébricos relativos ao estudo da função quadrática pudessem ser melhor compreendidos.

Conforme Silveira (2008, p. 94), a regra matemática quando interpretada possibilita a compreensão do conceito que está subjacente à regra. Construir um conceito é, dessa forma, interpretar uma regra.

Nas atividades preliminares da pesquisa (antes do uso do GeoGebra) procurei saber se os alunos seguiriam as regras matemáticas que lhes foram ensinadas, bem como, se estas regras auxiliam na construção dos gráficos das funções quadráticas.

No Quadro 7, os alunos responderam sobre o que signfica o estudo do delta (Δ) na função quadrática.

11. Ao estudar função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ o delta (Δ) indica suas raízes. **Explique** o que significa, quando:

$\Delta = 0$ Quando o ponto minimo toca a linha do X.

$\Delta > 0$ Quando as duas raizes tocam a linha do X.

$\Delta < 0$ Quando a parabola não toca na linha do X.

11. Ao estudar função quadrática $f(x)=ax^2+bx+c$ o delta (Δ) indica suas raízes. **Explique** o que significa, quando:

$\Delta = 0$ não tem Raiz, ou vale zero.

$\Delta > 0$ positivo com cavidade para cima.

$\Delta < 0$ negativo com cavidade para baixo.

Quadro 7 – Significados da linguagem algébrica

As duas respostas do Quadro 7 foram as que mais se aproximaram do que foi solicitado, as outras foram inconclusivas. A primeira resposta deste quadro, indica que o estudo do discriminante foi compreendido e que as raízes foram associadas ao gráfico da função. Mas, o aluno não fez menções, por exemplo, ao fato de que o Δ (delta) pode determinar se há ou não raízes reais na função, talvez isto não tenha ficado claro para eles.

Na segunda resposta do Quadro 7 o aluno parece ter associado as regras do Δ (delta) que se referem às raízes da função quadrática com a concavidade da parábola. Neste caso, houve confusão entre as regras.

De acordo com Wittgenstein (2009), seguir uma regra esbarra em algumas maneiras de agir se a pergunta feita não está de acordo com o contexto, o aluno age, então, de acordo com a regra em qlauqre dos casos, ainda que esta não se aplique de modo geral. A pergunta procurou saber se eles conseguem a partir da determinação do valor do delta compreender a condição das raízes: se se existem ou não existem! Os alunos não responderam corretamente a questão, porque esta não envolvia procedimentos de cálculo, conhecer somente a regra parece não lhes fazer sentido. Por outro lado, calcular parece já estar consagrado em atividades com matemática, então, para eles, isso é automático.

Assim, ao observar o sinal verde do semáforo e saber, por convenção, que se deve aguardar a vez para atravessar a rua, caso contrário se corre sério risco de sofrer acidentes. Apenas executa-se uma ordem de acordo como que foi solicitado.

Na sala de aula, como mostrou a pesquisa, os alunos não fazem uso correto da regra por não conhecê-la ou mesmo por não compreender o seu significado.

Wittgenstein (2009, p. 219) afirma que “minha descrição só teve sentido quando foi para ser entendida simbolicamente, - *É o que me parece* deveria eu dizer. Se sigo a regra, não escolho. Sigo a regra cegamente”.

Isso quer dizer que o aluno segue o que lhe foi explicado, pois, foi determinado que fizesse deste modo. No entanto, esta regra pode ser interpretada e associada em outros momentos a exemplos que podem não pedir o mesmo uso. A subjetividade do aluno pode levá-lo a inferir de forma incorreta sobre exemplos semelhantes aos quais a mesma regra não se aplica. Ele pensa estar seguindo a regra corretamente, mas, segue outras regras: as suas, por exemplo.

Silveira (2008) explicita,

> As conexões com outros conceitos se dão com o auxílio da memória. O sujeito faz analogias, buscando na memória conceitos já estudados. O aluno, porém, pode não seguir a regra corretamente, modificando-a e causando prejuízo ao conceito idealizado pela exigência teórica ao fazer conexões com outros conceitos. (SILVEIRA, 2008, p. 99)

Em Matemática Escolar, conexões subjetivas ou guardadas na memória implicam em fazer relações nem sempre permitidas, por isso, algumas incorreções podem ser cometidas. Ou ainda, o aluno pode não saber mesmo o que fazer diante de um enunciado. Não conhecer a regra implica em não jogar o jogo corretamente. As provas em branco e as questões deixadas pela metade são comumente observadas; exercícios se constituem como indícios de que isto geralmente ocorra.

Na sala de aula ou na sala de Informática, percebi que fatos semelhantes ocorrem com a função quadrática. Se após solicitar que eles encontrem as raízes da $f(x) = x^2+1$ e logo após peço-lhes que encontrem as raízes da função $y(x)=-(x/2)^2-2x+3$, os alunos encontram dificuldades e não conseguem ir adiante porque aparece a fração. Vejo que há aí um novo Jogo de Linguagem.

Este cálculo requer outras regras matemáticas para além do que está previsto, há ainda, a mudança na forma algébrica (escrita) da função que passou de f(x) para y(x). Há diferenças entre as duas funções, tanto na forma algébrica quanto na exibição de seus gráficos se fosse necessário construí-los.

A atividade preliminar 3 do Bloco I, sobre a construção do gráfico da função quadrática foi realizada antes do uso do GeoGebra. Dentre os alunos investigados alguns já conheciam o gráfico da função quadrática pelos estudos na série anterior, 9º ano do Ensino Fundamental. Para os que não haviam estudado função quadrática, a construção foi explicada durante as aulas ministradas por mim como consta na parte metodológica da pesquisa.

Foi pedido aos alunos que construíssem o gráfico da função $f(x)=x^2+5x+6$ para identificar se os conceitos estudados acerca das funções quadráticas garantiam a realização correta dos cálculos, das raízes e do determinante (delta) que auxiliariam na construção do gráfico da Figura 9.

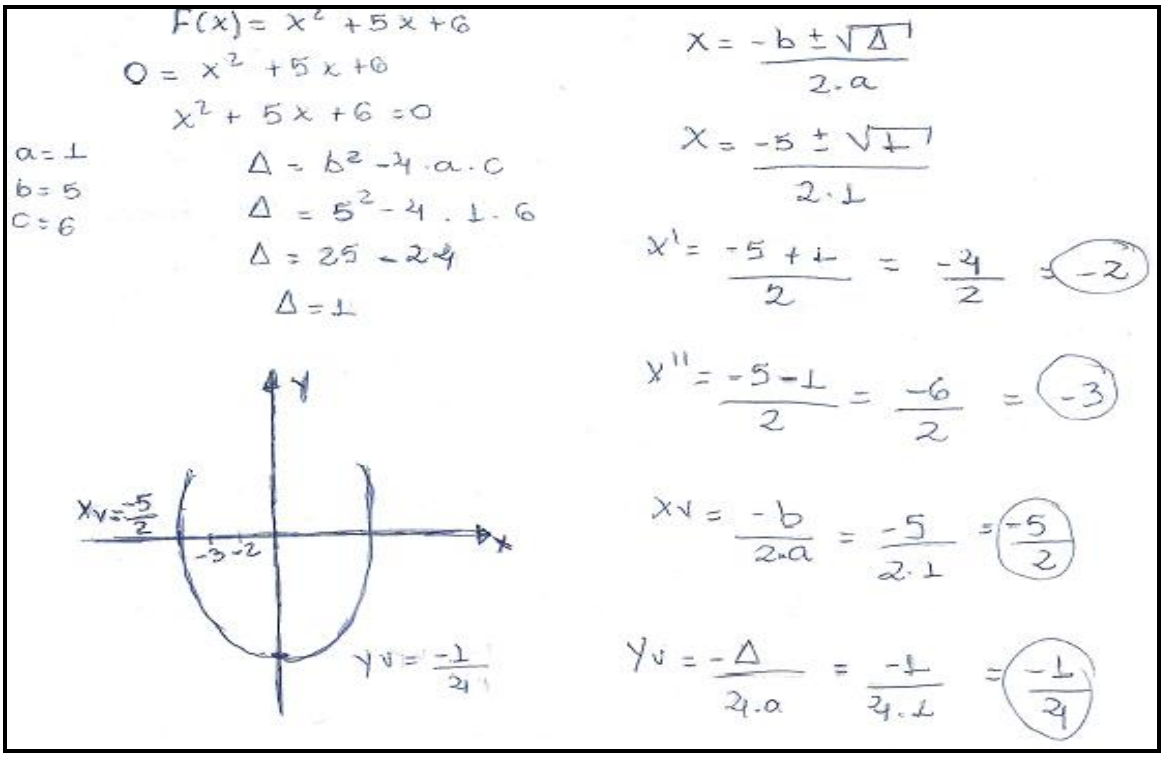


Figura 9 - Cálculos e gráfico da função quadrática

Na figura 9, constatei que as regras para calcular as raízes e para o cálculo do delta foram seguidas corretamente, no entanto, o aluno apesar de ter localizado as raízes no eixo das abscissas traçou o gráfico de modo indevido. A relação entre a forma algébrica e gráfica da função foi estabelecida parcialmente, pois o aluno desenhou a parábola, mas, não a posicionou de forma correta sobre os eixos. Ele seguiu sua própria regra sua. Não construiu uma escala que lhe permitisse localizar as raízes e o vértice corretamente sobre os eixos.

O que deve ser determinado precisa ser claramente explicitado. Se uma regra prescreve ou muda, que outras regras devem ser seguidas para continuar o jogo?

Estas regras passam a ter outros significados? (WITTGENSTEIN, 2009). Para construir o gráfico, o aluno precisaria atentar não só para os cálculos, mas, para o fato de desenhar corretamente a parábola, objetivo da questão.

Já no gráfico da figura 10, da mesma atividade, esboçado por outro aluno, os procedimentos de cálculo também ocorreram de forma adequada, porém, o gráfico foi construído incorretamente ainda que as raízes tenham sido marcadas sobre o eixo das abscissas. O ponto em que um dos ramos da parábola, que cortaria o eixo das ordenadas, não foi contemplado. Novamente identifico dificuldades na mensuração e campo visual do aluno, que de modo semelhante ao outro também não conseguiu localizar corretamente o gráfico no sistema de coordenadas cartesianas.

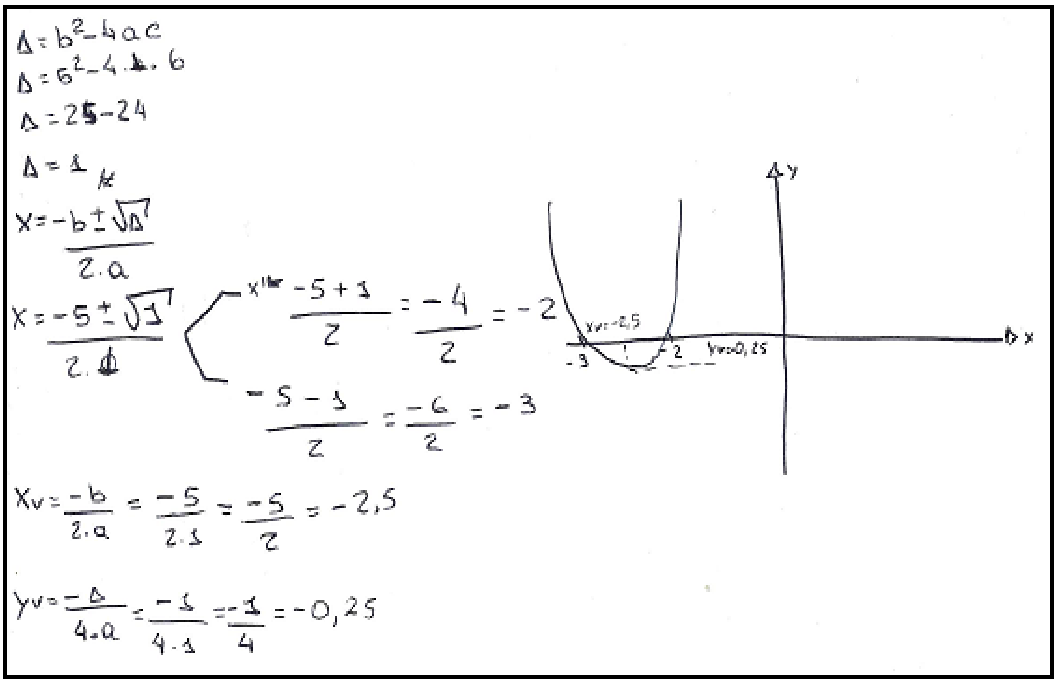


Figura 10 – Outro exemplo de função quadrática

Nos dois exemplos analisados percebi que as regras foram seguidas e que os cálculos foram realizados corretamente. Mas a regra de construção, que estava implícita não foi seguida! Constatei nestes casos, que houve falta de atenção seguida de desorganização dos alunos. Os alunos geralmente não sabem construir gráficos e isso pode ser confirmado na pesquisa. Somente dois alunos chegaram a esboçá-los, os demais não fizeram a atividade.

Pelo que foi observado nas figuras 8 e 9, envolvendo cálculos e gráficos da função quadrática, os alunos tem certa noção sobre a forma geométrica da parábola, o que, de algum modo, foi mostrada em sala de aula ou foi vista nos livros. Mas, a construção não lhes é peculiar (comum) como desenhar um quadrado ou um triângulo à mão livre, para desenhá-los, os alunos não precisam necessariamente seguir regras como na função quadrática.

Para Wittgenstein (2009) ***Ver o comum***, implica em atentar para uma explicação na medida em que outros pessoas também vêem o que é comum em uma cor ou forma geométrica. Aqui isto se trata da construção de gráficos como os da função quadrática por exemplo. A partir daí, é possível que os alunos passem a identificar formas como a da parábola de modo que estas passem a fazer parte daquilo que é comum para eles, mesmo que isso se dê no contexto da sala de aula.

Com auxílio do *GeoGebra,* o gráfico é construído de forma automática, mas, isto não é interessante se for feito sem a devida explicação de como chegar a esta forma geométrica. A demonstração da forma canônica da função e a construção da parábola a partir do eixo de simetria e do seus focos, justificará a forma assumida pela função. É importante, portanto, dar continuidade à discussão dos conceitos acerca do assunto e realizar atividades de cálculo nas atividades de aprendizagem.

> “A regra é um acordo que prevê o desacordo. Como a linguagem interior é uma versão da linguagem pública, o problema do acordo e do desacordo entre o sujeito e a regra não se encontra na linguagem e sim em sua compreensão.” (SILVEIRA. 2008, p. 96)

Compreender e usar regras da Matemática de modo que estas surtam efeito junto aos alunos exige treino e técnica, caso contrário, isto pode significar de modo mais pragmático e imediato possível o que alguns disseram por escrito na pesquisa: “A Matemática serve só para passar de ano”. Isto de certa forma, não soa bem pedagogicamente, mas, faz parte da realidade educacional que se vivencia no Brasil. Institucionalmente estudar é seguir regras, mesmo que haja certo desacordo entre objetividades e subjetividades decorrentes deste fato.

Nesse sentido, Wittgenstein (2009) salienta que certos aspectos são perceptíveis e outros não, o que faz com que se tornem compreensíveis e adquiram vida é o uso. Assim, os Jogos de Linguagem da Matemática aqui mobilizados, pretenderam dar sentido à aprendizagem de função quadrática por meio das tecnologias informáticas e corrobora com o pensamento de Wittgenstein: “o significado se dá no uso”.

5.3 VER DE NOVO!

Nesta seção, procurei saber dos alunos investigados que relações há entre alguns exemplos de funções quadráticas usados pelo professor de Matemática em sala de aula e os que resultaram da pesquisa com auxílio do *GeoGebra* e ainda, se estas relações são possíveis? Que sentidos elas trazem e o que significam para os alunos?

De modo mais específico, estas perguntas procuram identificar, dentre outros, aspectos visuais como elementos importantes no aprendizado de Matemática a saber: se a forma algébrica da função quadrática é associada com a forma geométrica por ela gerada. E ainda, que conhecimentos podem ser apropriados pelos alunos quando a Matemática e a Informática são vistas como Jogos de Linguagem na busca de evidências acerca da expressão Ver como que, para Wittgenstein (2009), não é somente ver, é ***Ver de nov****o*.

Na atividade preliminar 2 do Bloco I, foi pedido aos alunos que fizessem desenhos ou gráficos para mostrar o caminho ou trajetória percorridos pelos objetos conforme o indicado em cada quadro. A Figura 11 é uma composição da resposta de dois participantes.

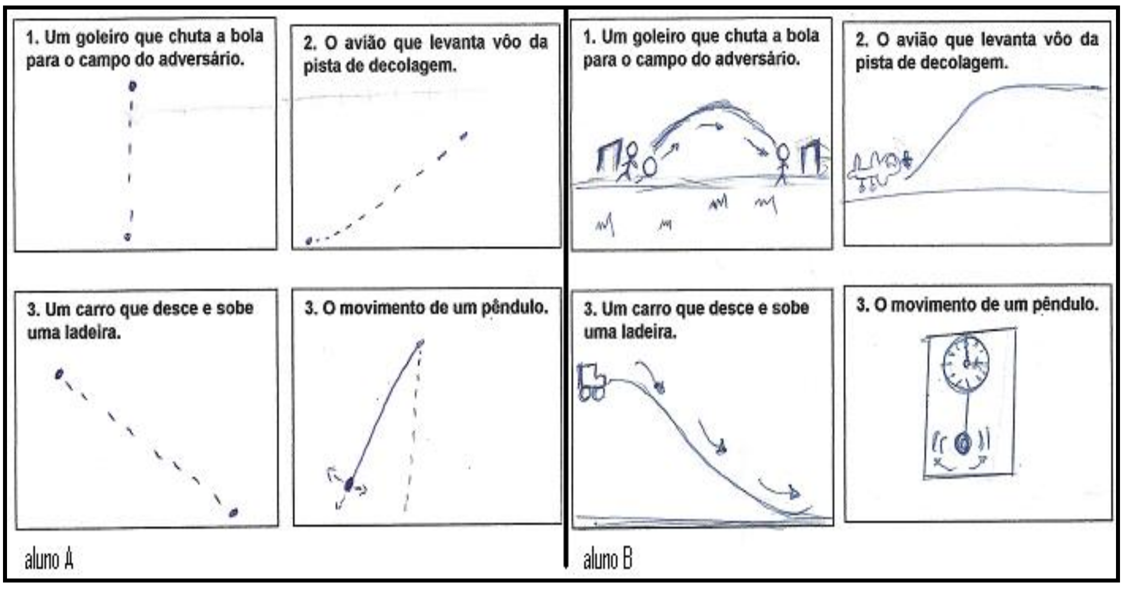
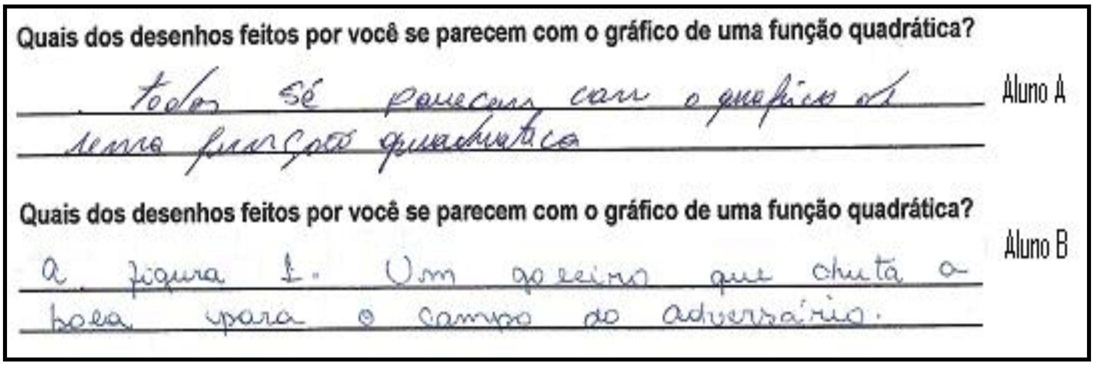


Figura 11 - Curvas semelhantes à parábola



Quais dos desenhos feitos por você se parecem com o gráfico de uma função quadrática?

todos sé parecem com o grafico de uma função quadratica

Aluno A

Quais dos desenhos feitos por você se parecem com o gráfico de uma função quadrática?

a figura 1. Um goleiro que chuta a bola para o campo do adversário.

Aluno B

Quadro 8 – Semelhanças entre desenhos e gráficos

O que foi escrito pelos alunos bem como seus desenhos traduzem a forma de ver e interpretar de cada um sobre a trajetória dos objetos nas situações (1, 2, 3 e 4) da Figura 11 expressas no Quadro 8. A relação entre Ver e Interpretar, para Wittgenstein, se aproxima em termos de aspectos visuais: “Quem contempla um objeto não tem que pensar nele; mas quem tem a vivência visual, cuja expressão é a exclamação este pensa também naquilo que vê” (WITTGENSTEIN, 2009, p. 259) .

Assim, o que o aluno vê, não necessariamente é o que o professor espera que ele veja, suas vivências visuais são diferentes. O Ver do aluno pode estar ligado ao senso comum, por outro lado, a forma de Ver do professor é permeada por técnicas e teorias. De certa forma, o aluno vê e interpreta, o professor também, mas este vai além disso, analisa e conceitua conforme as regras da Matemática.

Isso pode ser explicado também por outra alusão de Wittgenstein sobre a forma pela qual vemos as coisas, que ele chama de Visão Sinóptica, ou seja, vemos as coisas do mundo de maneira global, mas, é necessário que possamos fazer conexões e isso se dá por meio da visão perspícua (GLOCK,1998).

A resposta e o desenho do Aluno A, mostram que não há familiaridade com os exemplos envolvidos bem como a respeito do possível gráfico que os representaria. Ainda assim, o aluno escreve que todos os desenhos se parecem com o gráfico da função quadrática. O aluno associou talvez a sua resposta aos objetivos das atividades realizadas durante o minicurso e isso pode tê-lo influenciado indutivamente.

O que eu pensara como pesquisador ao elaborar tal atividade acerca do objeto matemático, pode, de fato, não estar de acordo com o que o aluno possa ter visto ou imaginado. Não usamos a mesma lente para ver o movimento ou para representar por um desenho a situação. O aluno não dispõe ou não lhe foi proporcionada certa vivência com o objeto matemático tal qual possui um professor de Matemática.

De acordo com Wittgenstein (2009), há certa cegueira para o aspecto. Isto signfica que o fato de estar cego para certos conceitos ou mesmo formas não casuais como a da função quadrática, faz com que estes não sejam compreendidos como pretendemos que sejam. Estes fatos parecem ser subjetivos demais, porém, é o que acontece na sala de aula quando tenta-se objetivar o ensino o máximo possível para evitar que os conceitos ensinados e a serem aprendidos sejam mal-interpretados.

Nesse sentido, a cegueira para o aspecto, identificada no aluno, estaria em não conhecer conceitos sobre função quadrática que pudessem estar associados aos movimentos dos objetos a ponto de representá-los por uma curva parabólica.

Já para o Aluno B, a resposta e o desenho são mais consistentes entre si de acordo com o que foi perguntado. Aqui, a cegueira para o aspecto parece ser minimizada, ainda que seus desenhos ou mesmo a situação possa descrever de modo fiel os movimentos dos objetos. Há, no entanto, pelo menos uma associação bcom o gráfico da função quadrática o que indica que os aspectos intuitivos e visuais foram conseguidos com boa aproximação para o que se esperava acerca dos estudos em sala de aula.

Wittgenstein declara que um fato ocorrido soa de forma diferente entre dizermos o que vimos e escrevermos o que foi visto, em busca de expressar da melhor forma possível certos significados.

> Caso, porém, a frase possa me afigurar como um quadro de palavras e cada palavra na frase como uma imagem, então, não é mais de se estranhar que uma palavra pronunciada isoladamente ou sem propósito possa trazer em si um determinado significado (WITTGENSTEIN, 2009, p. 279).

As dificuldades que alguns alunos sentem ao interpretar um texto em sua língua natural e expressá-la por meio de conceitos matemáticos, como no caso da função quadrática, se deve à carência de significados acerca de expressões que não são comuns ou não fazem parte de sua linguagem. Como foi dito anteriormente, é mais comum pedir a um aluno que desenhe um quadrado, do que pedir-lhe que construa o gráfico de uma função quadrática. Mas, o uso do *GeoGebra* pode contribuir para dar sentido aos conceitos estudados despertando-os para novos aprendizados.

O conhecimento escolar nem sempre pode ser construído pelos alunos, este é um dos papéis do professor: auxiliá-los para que haja conexões entre conceitos e significados que podem ser estimulados por meio de diferentes jogos de linguagem como parte do fazer Matemática na escola.

Segundo Penco (2006), um Jogo de Linguagem desempenha dois papéis: como Instrumento para esclarecer alguns aspectos de situações idealizadas e como um Dado onde se pode falar de semelhanças entre palavras sem que haja entre estas uma essência descritiva. Assim, busquei no significado das palavras que constituem o Jogo de Linguagem da Matemática e da Informática algo que não seja especificamente um objeto ou uma imagem do que se vê, e sim um contexto de ações e palavras nos quais uma expressão da Matemática possa fazer sentido.

Outra questão que envolve o ***Ver*** e ***Ver como***, tal qual Wittgenstein (2009), pode ser exemplificada para dar significado ao uso que se faz dos conceitos de Matemática estudados no contexto escolar como segue.

Solicitei aos alunos que apresentassem solução para a seguinte atividade com auxílio do GeoGebra: Um homem-bala é atração no circo, ele é lançado de um canhão que o projeta a uma altura (h) após certo instante (t) de tempo em segundos. A função que descreve este lançamento é $h(t) = -t^2 + 6t$. Determine a altura máxima atingida pelo homem-bala e exiba sua trajetória por meio de um gráfico. Na figura 12, a solução apresentada:

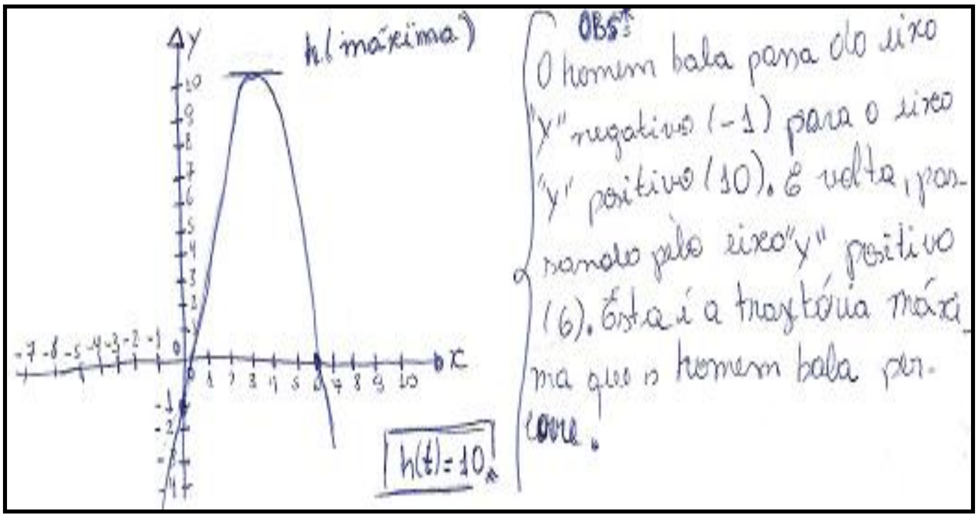


Figura 12 – Trajetória do homem-bala

É possível observar, neste exemplo, que o aluno tem noção sobre o comportamento da trajetória descrita pelo homem-bala, mas, as respostas inadequadas e o esboço gráfico condiz parcialmente com o que foi solicitado. Esta atividade requer o conhecimento de conceitos e definições sobre a função como algumas que foram discutidas na seção anterior sobre o uso de regras.

O aluno encontrou e localizou as raízes corretamente, bem como a concavidade da parábola. Mas, a localização do vértice e do ponto (0,y) em que um dos ramos da parábola toca o eixo das ordenadas estão incorretos. Por não ter apresentado os cálculos, ele deve ter somente observado a parábola na interface do *software* e depois construiu o gráfico por aproximação no papel. O uso do GeoGebra, auxilia e representa corretamente o gráfico, mas, os alunos, por estarem afeitos ao uso do caderno em suas atividades escolares não atentaram para a forma correta de representação do gráfico.

Isso talvez se deva ao fato de que os alunos encontram-se tão afeitos aos processos de cálculo realizados sem a convivência com as tecnologias informáticas, que automatizam os registros das atividades de acordo com o que estão mais acostumados a fazer: calcular. Aqui, percebi que o computador não auxiliou na construção do gráfico (visualização) mesmo com auxílio do software.

O uso do GeoGebra foi indicado para dar ao aluno uma visão mais precisa e dinâmica sobre os gráficos em relação à forma algébrica. Deve-se levar em conta, no entanto, que o tempo de utilização do *software* (cerca de dez horas) foi curto e ocorreu durante a realização do minicurso nesta pesquisa. Eles precisariam, portanto, de maior contato (uso instrumental) das ferramentas e recursos do software, alguns deles fizeram uso de um software pela primeira vez nas aulas de Matemática. Isso pode ser atenuado se os professores passarem a fazer uso de tecnologias informáticas em suas aulas de modo mais constante.

O ensino de Matemática mediado por tecnologias informáticas precisa ser adequado às atividades escolares como se faz uso de outros recursos pegagógicos. Essa é uma das atribuições da Educação Matemática enquanto linha de pesquisa: estreitar os laços entre professores e alunos para que certos jogos de linguagem se estabeleçam e se intensifiquem em termos de aprendizagem.

Ainda que os alunos não estivessem habituados com as ferramentas e recursos do *GeoGebra* em suas atividades, percebi que eles interagiram entre si e também com o computador (interatividade) de forma qualitativa. Puderam descobrir novas possibilidades de aprender Matemática, puderam Ver de novo!

Nas atividades com o GeoGebra os alunos tiveram a oportunidade de ver como são estabelecidas as relações entre a forma algébrica e a forma gráfica da função quadrática, o aspecto visual e os movimentos gráficos auxíliaram nesse sentido. Eles passaram, então, a modificar o seu modo de ver as coisas e isso lhes possibilita maior perspicuidade em função da aprendizagem matemática (GLOCK, 1998).

Ao analisar outra resposta entre os participantes da pesquisa sobre o problema do homem-bala (Figura 13) percebi que a solução restringiu-se apenas aos cálculos mostrados abaixo:

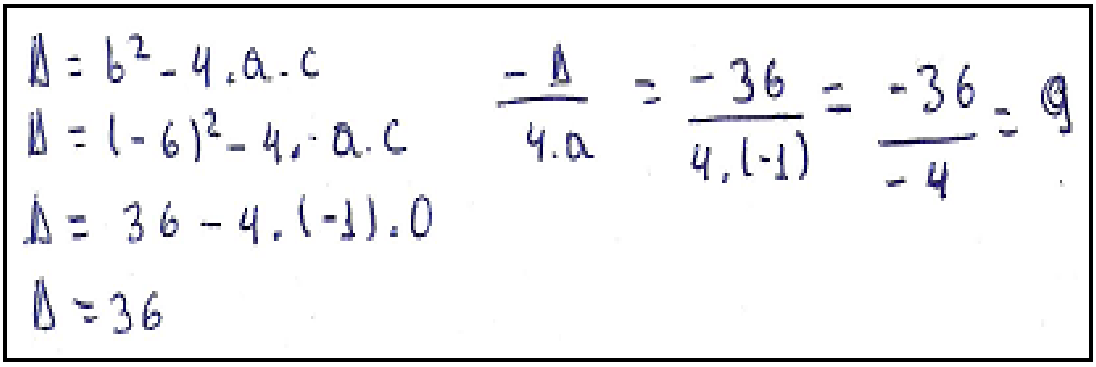


Figura 13 - Cálculo do delta

A solução do aluno apenas indica, pelos cálculos, a altura máxima a que o homem-bala foi projetado, mas, sem que isto tenha sido associado ao gráfico ou ao vértice da parábola. Não foi feita, portanto, alusão ao gráfico em auxílio à solução do problema, de acordo com o que foi solicitado. Talvez o aluno realmente não soubesse fazê-lo; deu pouca importância a esta forma de representação ou simplesmente pensou que este cálculo resolveria o problema.

Muito escapa ao olhar, algo é visto, e é interpretado com nossa imaginação. A subjetividade pode influenciar o contexto e nos dar a impressão de que estamos seguindo algo corretamente devido à experiências anteriores. No contexto da sala de aula, as atividades realizadas pelos alunos devem seguir uma lógica imperativa, respeitar os fundamentos da Matemática:

> A ideia está colocada, por assim dizer, com os óculos sobre o nosso nariz, e o que vemos, vemo-lo através deles. Não nos ocorre tirá-los (WITTGENSTEIN, 2009, p.103).

> Os aspectos das coisas que consideramos ser os mais importantes estão ocultos por sua simplicidade e trivialidade. Não se é capaz de notar isto, - porque temos sempre diante dos olhos (WITTGENSTEIN, 2009, p.129).

O conhecimento de conceitos e regras a serem seguidas, bem como fazer uso adequado das tecnologias informáticas, na maioria das vezes, é responsabilidade do professor. Ao agir com certa negligência, o docente deixa, portanto, de realizar ações dinâmicas no sentido de melhorar a qualidade do seu ensino. Isto esbarra, certamente, na tentativa de traçar um perfil adequado para este profissional.

Por outro lado, os alunos nem sempre conseguem compreender o que lhes foi ensinado como foi observado no caso das questões respondidas pelos alunos nesta seção. Nesse sentido, há um grande variedade de situações que podem interferir em sua aprendizagem e que vem entrelaçadas ao contexto escolar. Por exemplo, não dominar conceitos fundamentais da matemática para a realização de cálculos; a forma de construir gráficos utilizando medidas definidas por escalas; a precisão no traçado e o fato de conhecer de que curva se trata determinada função; o fato de não saber relacionar por meio de aspectos visuais a forma algébrica e a forma gráfica das funções, por não se tratar de algo que eles façam uso frequente assim como o faz o professor, dentre outros.

Na perspectiva de Wittgenstein (2009), o ***Ver como*** contribui para revelar aspectos importantes da Matemática como Jogo de Linguagem tais como: estabelecer relações visuais entre objetos matemáticos da Álgebra e da Geometria; traduzir uma expressão da língua comum para a linguagem matemática, além de construir e analisar gráficos, dentre outros.

O que foi exposto, ressalta que as limitações provocadas por nossa falta de perspicuidade impede, por vezes, que novas formas de aprender Matemática cheguem ao conhecimento do alunos. As dificuldades encontradas no ensino desta disciplina, pode estar ligada à visão sinóptica dos professores e à falta de significados por parte dos alunos. Pode-se, no entanto, minimizar tais dificuldades a partir das conexões entre as tecnologias da inteligência e dos Jogos de Linguagem no âmbito da Educação Matemática.

5.4 FORMAS E MOVIMENTOS

Informações advindas da interação com alunos e da interatividade destes com o computador se entrelaçam nesta pesquisa por meio das relações entre as formas algébricas e formas gráficas geradas no *GeoGebra* no estudo de função quadrática. Tais relações apontam para o que se conhece como objetos matemáticos e que nesta seção pretende-se destacar aspectos visuais e movimentos nas interfaces do computador. Tais movimentos podem ainda ser vistos como extensões das expressões ***Ver como*** e ***Ver de novo*** e suas relações com a linguagem tendo em vista o ensino-aprendizagem da Matemática no contexto da sala de aula.

Lévy (2010a) reforça a ideia do uso de ambientes interativos (computadores) dizendo que é possível visualizar em tempo real o que ocorre atuando sobre as variáveis de um modelo digital por uma simulação gráfica. O autor afirma deste modo que as simulações (exercícios) destinam-se a observar e conhecer variações imaginativas de forma dinâmica não visualizadas na realidade da sala de aula.

Para Wittgenstein (2009), a expressão Possibilidade de Movimento de uma máquina soa estranho ao se pensar filosoficamente que a máquina já traz em si algo de mágico relacionado a esta dinâmica. A possibilidade de movimento mencionada no decorrer desta pesquisa não representa uma ação real por meio do movimento da imagem, mas, uma imagem do movimento, há portanto, semelhanças com a realidade e isto remete à aspectos da virtualidade.

Esta é apenas uma das alusões que este filósofo faz à questão do movimento e de máquinas não necessariamente a computadores, mas, que aqui admito como sinonimias tecnológicas. Percebo assim, algumas semelhanças familiares presentes entre a Matemática e as tecnologias informáticas por meio dos Jogos de Linguagem que se adequam aos interesses desta pesquisa aliadas à expressão ***Ver como*** usada por Wittgenstein (2009).

Ao sugerir na questão 1, do Bloco III sobre as atividades realizadas com auxílio do Geogebra, que os alunos alterassem o coeficiente (a) da função quadrática na forma $f(x) = ax^2+bx+c$, obtive as seguintes respostas, conforme o Quadro 9.

ATIVIDADE 1:

Construa o gráfico da função $f(x)=ax^2-bx+c$, alterando apenas o valor de "a" entre números positivos e negativos. Escolha e mantenha valores para "b" e "c". O que acontece ao gráfico quando você muda os valores de "a"? Explique.

A parábola muda, quando coloquei o "a" positivo, a parábola fica no eixo positivo do "x" e negativo do "y", fica com a cavidade para baixo. E como "a" negativo os vértices ficam no eixo positivo e negativo do "x", e negativo do "y", e ficam com a cavidade para cima.

Construa o gráfico da função $f(x)=ax^2-bx+c$, alterando apenas o valor de "a" entre números positivos e negativos. Escolha e mantenha valores para "b" e "c". O que acontece ao gráfico quando você muda os valores de "a"? Explique.

a função altera a abertura dos ramos da parábola (aberto e fechado) possuindo pontos mínimo ou máximo!

Quadro 9 – O parâmetro (a) na função quadrática

Notei que os alunos a seu modo, conseguem ver com clareza, ou seja, eles souberam dizer o que significa alterar os valores do coeficiente (a) da função. Isso é apresentado para eles em sala de aula pelo professor, mas, de modo geral só lhes é informado sobre a inversão da concavidade da parábola e que esta nova posição da parábola em relação aos eixos coordenados (XOY) está associada aos números negativos e positivos atribuídos ao coeficiente (a) do termo x^2 na função quadrática.

O professor pode mostrar no quadro que a concavidade da parábola depende do sinal de (a) na função e localizar o vértice, no entanto, o computador faz isso mais rapidamente. A partir daí o aluno também pode chegar a esta conclusão. O computador auxilia no sentido de reduzir o tempo que o professor leva para construir os gráficos no quadro. É fácil constatar que o tempo, destinado ao ensino e à aprendizagem na sala de aula pode não ser suficiente para que os objetivos da mesma sejam alcançados. Desta forma, o aluno divide sua atenção entre a explicação e a construção do gráfico, logo, alguns conceitos e regras que lhes foram explicados não serão bem compreendidos.

O uso do GeoGebra possibilita que as atividades com gráficos sejam feitas com mais rapidez e ainda permite que sejam feitas novamente para que os conceitos e regras estudados possam ganhar novos significados, isso significa ver de novo! Os alunos tem a chance de usar as tecnologias tanto para conhecer outras variações no gráfico das funções, quanto para tirar conclusões sobre o que lhe foi ensinado.

Por outro lado, foi possível perceber que os alunos chegaram à conclusão de que o coeficiente (a) da função quadrática é também responsável pela abertura e fechamento dos ramos da parábola. Nota-se no entanto, que os alunos não escreveram ao mesmo tempo sobre os dois movimentos relacionados ao coeficiente (a), mas, no decorrer das atividades conseguiram compreendê-lo devido ao que puderam ver (descobrir) na interface do GeoGebra.

O fato de fazer as simulações e observar como se dão os movimentos proporcionados pelas ferramentas do software permite que os alunos possam visualizar o que está implicito no desenho deste gráficos, ao construí-los no caderno ou no quadro de escrever. Assim, o aluno interpreta o que vê, por meio dos movimentos e das formas que sofrem mudanças na interface do computador. Ao fazer uso destes recursos o aluno, atribui signficados aos conceitos estudados.

Chauviré (1991) afirma que a compreensão de algo que é explicado pode se tornar efetivo desde que seja feito pelo treino corroborando com o pensamento de Wittgenstein. Ao usar o computador, os alunos executaram atividades como se estivessem realizando cálculos em uma lista de exercícios (treinamento). Esta ação é mais interativa, eles fazem e refazem suas atividades; observam mudanças e corrigem certos erros. Isso dá sentido aos seus estudos, a aprendizagem matemática é também um fazer.

O estudo de funções quadráticas pode ser estimulado por meio de aspectos visuais (movimentos e animações) proporcionados pelas ferramentas do GeoGebra. A linguagem matemática pode ser explorada e modificada no campo de entrada do *software* como visto em alguns exemplos ao longo deste texto. Isto permite que os alunos possam ver como as conexões se estabelecem entre as duas formas de representação (algébrica e gráfica) de modo mais compreensível. Logo, no decorrer das atividades com os alunos foi possível estabelecer relações entre a forma algébrica e o gráfico da função quadrática por meio dos recursos do GeoGebra.

O GeoGebra permitiu aos alunos compreender o significado de mudar os coeficientes numéricos das funções algébricas e de perceberem como isso influencia no comportamento da parábola. O que estava antes implícito na forma algébrica $f(x)=x^2$ quando modificado para $f(x)=x^2+2$, por exemplo, pode ser visualizado na tela do computador, ou seja, o aluno percebe o movimento. Fica mais claro, portanto, dizer para eles que isso se trata da Imagem da Função.

Chamo atenção novamente para a importância dos aspectos visuais que se juntam aos movimentos na interface do computador para dar signficado aos conceitos matemáticos estudados. Isto favorece o ver como, ao modificar os coeficientes da função os alunos percebem o que acontece com o gráfico. Eles conseguem ver as mudanças que ocorrem também nas parábolas.

O uso do computador não pode ser reduzido às características de uma calculadora em que digitamos números e símbolos, vemos algumas operações e seus resultados, mas, não sabemos como o algoritmo interno (linguagem da máquina) processou o cálculo.

Isso pode ser observado também nas questões (4 e 5 do Bloco II e na questão 8 do Bloco III com auxílio do GeoGebra) que buscaram revelar para os alunos através desta atividades a finalidade dos coeficientes (a, b e c) na função quadrática como mostra a composição feita no Quadro 10.

ATIVIDADE 4:

Construa no GeoGebra o gráfico da função $f(x) = -x^2 - 2x + 3$, utilizando os seletores deslizantes para os coeficientes **(a, b, c)**. **Movimente cada seletor por vez e escreva o que acontece com o gráfico, ao:**

1. Movimentar "a": ao movê-lo, ele fica na linha do "y" negativo e positivo
2. Movimentar "b": Ao movê-lo, ele vai para o lado positivo e negativo na linha "x"
3. Movimentar "c": Ele fica positivo e negativo na linha do "y"

ATIVIDADE 5:

Dada a função: $g(x) = ax^2 + c$. Construa o seu gráfico usando um mesmo número positivo para (a) e altere (mude) os valores de (c) entre valores positivos e negativos. **O que você observa no gráfico? Explique.**

Observo que quando mudo o valor de a o grafico abre e fecha e quando se movimenta ou muda o valor de C ele o grafico sobe e desce.

ATIVIDADE 8:

Escreva a função $g(x) = x^2 - 3x + 1$ no GeoGebra. Modifique apenas o valor de (b) usando números positivos e negativos, mantenha os valores de "a" e de "c". **Que alterações você percebe no gráfico. Justifique.**

A parábola fica de um lado para o outro, conforme mudamos o sinal de "b".

Quadro 10 - Coeficientes e Seletores

Os movimentos feitos pelos alunos ao fazer usos das ferramentas do GeoGebra foram, portanto, relacionados aos coeficientes da função quadrática. Os alunos descobriram os significados de (**a**, **b** e **c**) na função e puderam perceber o que cada um deles pode modificar na função. Tais movimentos, seguidos da exploração visual no gráfico da função quadrática permitiram aos alunos compreender melhor, o porque de estudar certos conceitos. Assim, eles perceberam que a forma algébrica da função pode se converter em uma parábola. A linguagem da informática, revelou por meio de curvas e imagens, detalhes específicos sobre a função quadrática na tela do computador.

De modo mais específico, a condição visual do coeficente (b) na função só pode ser vista quando aplica-se ao gráfico da função um movimento vinculado ao seletor (b). O movimento de (b) modifica/desloca a parábola. No GeoGebra, os alunos podem ver como os conceitos explicados se ajustam (entrelaçam) e fazem sentido. Deverão, portanto, compreender os significados pelo uso.

Um dos aspectos mais relevantes aqui é à visualização proporcionada pelos recursos do GeoGebra. Assim como os óculos e os microscópios proporcionam melhor visão para certos objetos, o computador permite ver o que nem sempre é visível. Ver os movimentos e a mudança no gráfico da função quadrática, dá sentido aos conceitos estudados em sala de aula.

Chauviré (1991, p. 64) afirma "o significado move-se enquanto todo o processo se mantém parado" corroborando com o pensamento de Wittgenstein. Faço uso desta expressão aqui e me refiro ao processo de ensino-aprendizagem condicionado, muitas vezes, pelo discurso e descrições repetitivas de conceitos que deixam de oportunizar aos professores e alunos novas formas de ver e de fazer Matemática na escola.

Os gráficos da Matemática ganham vida assim como os desenhos e traços do cartunista que podem ser passados para o computador. Na tela do computador, as imagens e fotografias deixam de ser estáticas e passam a ganhar movimentos e animações como nos vídeos. Há, portanto, novos Jogos de Linguagem que oportunizam conexões entre a Informática e a Matemática na aprendizagem da função quadrática.

Para Chauviré (1991), os jogos de linguagem são caracterizados pelo que se pode ou não se pode realizar. Neste texto, busquei relações que permitissem associar dois jogos de linguagem: o jogo de linguagem da Matemática e o jogo de linguagem da Informática e nisto converge o que pude constatar sobre: os significados devidos ao uso de recursos computacionais, bem como, nos sentidos que podem ser adquiridos no contexto da sala de aula, cujas reverberações suscitaram outras formas de aprendizado para os alunos.

A Informática e a Matemática como linguagens foram abordadas aqui na perspectiva de que expressões, como Tecnologias da Inteligência; Interfaces Amigáveis; Seguir Regras, Semelhanças de Família e Ver Como, nos ensinam a Ver de Novo no âmbito educacional.

Finalizo as análises desta pesquisa, que por meio de diversos instrumentos e atividades, obteve respostas dos participantes, coma finalidade de elucidar certos conceitos da Matemática explicados pelos professores na sala de aula. Tais conceitos, por mais que pareçam evidentes nem sempre são bem compreendidos pelos alunos. Assim, o que aqui foi discutido, pode ser mobilizado a partir do uso de tecnologias informáticas, no sentido de minimizar dificuldades encontradas pelos alunos acerca do aprendizado de Matemática no contexto escolar.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa desenvolvida nestas linhas foi originada pela postura que rege a minha condição de educador ao lidar diariamente com um universo de alunos que, na maioria das vezes, apenas escutam as palavras e frases proferidas acerca dos conhecimentos de Matemática na Educação Básica.

Nesse sentido, procurei discutir ao longo do texto em especial sobre a aprendizagem da Matemática mediada pela inserção de Tecnologias Informáticas ao fazer uso do *software* GeoGebra e dos conceitos de função quadrática no Ensino Médio. Fiz uso então, de duas linguagens que concebi como pertinentes no decorrer da pesquisa: a linguagem matemática e a linguagem da Informática, que conduziram as reflexões e discussões acerca dos objetivos elencados com a o propósito de obter algumas respostas que me inquietaram enquanto professor e pesquisador na área de Educação.

O interesse por esta temática veio à tona devido a uma decisão pessoal de que é possível contribuir qualitativamente com a Educação a partir de observações e vivências no exercício docente. Percebi assim, que o ensino e a aprendizagem da Matemática podem ser aprimorados com base na perspectiva da Linguagem defendida pelo filósofo e matemático Ludwig Wittgenstein, bem como pelo viés das Tecnologias da Inteligência atribuídas a Pierre Lévy.

Como profissional da educação faço uso constante da linguagem matemática em minhas aulas, acredito desta forma que a matemática deve ser vista como aliada à compreensão e não como empecilho à aprendizagem. Esta convicção me fez adentar no universo da pesquisa na qual me coloquei também como aprendiz. Conheci outros aspectos da linguagem pelo viés da Filosofia que, até então, me eram pouco familiares.

Tais constatações se devem em parte pela dedicação quase que exclusiva de minhas atividades docentes voltadas ao ensino. A pesquisa acrescentou, portanto, ao meu arcabouço de conhecimentos novas perspectivas sobre o ensino e aprendizagem da matemática, que puderam ser evidenciadas com maior intensidade, a partir das práticas realizadas acerca de concepções educacionais na área da Educação Matemática.

Neste contexto, reitero que as tecnologias informáticas exercem papel importante na aprendizagem da matemática escolar e arrisco uma opinião de que estas sejam na atualidade necessárias à melhoria do ensino e da aprendizagem. Afirmo ainda que as ferramentas do software GeoGebra proporcionaram aos alunos formas diferentes de ver (compreender) o que não é possível ser mostrado nos cadernos, livros e quadro de escrever. Vale ressaltar que tais dificuldades não se devem unicamente ao ensino, mas há certas limitações da própria sala de aula e a certas ações institucionais no sentido de garanti-las.

Nesse sentido, notei que o excesso de simbologias e termos específicos da linguagem matemática aliada ao discurso da reprodução de conteúdos, repousa confortavelmente por vezes, em explicações sem justificativa e sem sentido para os alunos. Da mesma forma, o uso inadequado de tecnologias informáticas nas escolas junto á alunos e professores (uso na máquina apenas no sentido de inovação tecnológica) pode levá-las à obsolescência e ao desinteresse.

Os conhecimentos já instituídos organizam e orientam experiências no contexto educacional de modo geral por meio da multiplicidade de nossa linguagem. Nesse sentido, diferentes formas de ver se integram para constituir significados e dar sentido à aprendizagem dos alunos. Os conceitos da Álgebra e da Geometria que permearam o estudo da função quadrática, nesta pesquisa, ganharam vida por meio dos jogos de linguagem.

Wittgenstein (2009, p. 292) afirma que “é evidente que a matemática em certo sentido, é uma doutrina, no entanto, é também um fazer”. Para ele, todos nós aprendemos a mesma tabuada, isto pode ser uma constatação sobre Aritmética nas aulas de Matemática ou ainda uma constatação sobre o conceito do que aprendemos de modo amplo. De certa forma, esta alusão se aplica ao que foi discutido no decorrer deste texto acerca da Matemática e também pelas diferentes formas e meios de expressar a nossa linguagem.

Este filósofo afirma ainda que, de tempos em tempos, é o professor quem acena para a forma correta de aprender e isto tem sentido. O fazer é também seguir regras, aplicar técnicas e usar tecnologias a bem do conhecimento seja ele um saber da tradição, idealizado pela epistemologia ou definido nos meandros da ciência.

Em termos de linguagem matemática, percebi que os alunos, por vezes, fazem proveito do ensino pelo treino, como propõe Wittgenstein. No entanto, este treino é exercido na maioria das vezes sem técnica e seguindo regras subjetivas, nem sempre eles seguem as regras da matemática e isto implica em obstáculos de aprendizagem. Os conceitos e definições formais da Matemática, como propriedades, axiomas e teoremas devem ser respeitados enquanto conhecimentos que desenvolvem a Matemática como Ciência e, ainda, pelo que é possível realizar por meio de suas aplicabilidades que se entrelaçam às demais áreas do conhecimento.

As formas de escrever e representar objetos matemáticos nem sempre seguem os aspectos teóricos formais no ensino e na aprendizagem escolar. Certos alunos procuram interpretar e realizar operações e cálculos da matemática de modo intuitivo e seguem assim por caminhos que se desviam dos rigores da matemática como ciência. Eles iniciam os cálculos e vão até onde conseguem compreender as regras que foram mostradas pelo professor. Mas, não conseguem concluir atividades que requeiram novos cálculos que não estavam previstos. Confundem por vezes, o coeficiente “a” da função quadrática como uma letra do alfabeto, ou mesmo não sabem o que este representa na função.

Os participantes da pesquisa disseram em determinados momentos por meio de conversas informais, conhecer a função quadrática, em especial, pela forma algébrica $f(x)=ax^2+bx+c$ bem como suas variações (famílias de funções). No entanto, quando solicitados a realizar cálculos e construir gráficos os fizeram de forma automática, tal qual vem fazendo ao longo de suas atividades escolares sem saber como usar e como aplicar os conceitos estudados de forma correta.

Isto se deve ao fato de que seguir regras literalmente os leva a aceitar o que lhes é dito sem saber o significado dos conceitos. Justificam, portanto, o fato de ter que aprender função quadrática, ou ainda, estudar Matemática apenas para passar de ano. O destaque na frase anterior deve-se à fala enfática identificada em pelo menos em dois alunos no universo desta pesquisa, mas, é suficiente para provocar reflexões sobre a Educação que vem sendo desenvolvida em nossas escolas.

O uso de tecnologias Informáticas nem sempre está disponível nas escolas públicas e foi introduzido nesta pesquisa com o objetivo de melhorar a compreensão da linguagem matemática estudada em sala de aula. Assim, espero que as reflexões e discussões tecidas ao longo deste texto possam ser disseminadas no âmbito da educação matemática.

Assim, os conceitos relativos à função quadrática na maioria das vezes são comunicados aos alunos seguindo a tendência da aceitação como única opção sem maiores questionamentos. Esta pesquisa, no entanto, proporcionou outros olhares e apontou para alguns aspectos da linguagem matemática e da informática como linguagem que passaram a se constituir como algo que faz sentido, tanto do ponto de vista de quem ensina como para quem aprende.

Sobre o uso de computadores na Educação vale ressaltar que há ainda os que desacreditam ou impõem a esta temática, condições e restrições. Isto não deixa de ser salutar, pois, o que seria da humanidade se tudo fosse igual ou se mantivesse infinitamente do mesmo modo?

Nesse sentido, Pierre Lévy destaca as tecnologias da inteligência como uma dimensão das contribuições humanas à comunicação e afirma que estes aparatos são aprimoramentos de nossa evolução cultural, social e das técnicas e tecnologias que herdamos historicamente. Ainda que as tecnologias atuais estejam impregnadas em nosso modo de vida social, e seja praticamente impossível conviver sem elas, ainda subsistem argumentações contrárias ao seu uso, sustentadas pelo discurso da substituição homem-máquina dentre outras opiniões.

O uso dos computadores nas escolas passa por constantes mudanças tanto no aspecto tecnológico quanto no sentido educacional. A todo instante, este tipo de tecnologia produz novas significações entre o que é real e o que é virtual, nesta pesquisa por questões limítrofes, destaco algumas de suas funcionalidades acerca do ensino e aprendizagem da matemática no contexto escolar.

Faço uso e defendo as tecnologias informáticas na perspectiva de que isto seja feito de modo adequado e consciente tanto por alunos como por professores, pois, vivemos em uma sociedade que dispõe cada vez mais de recursos tecnológicos que não se limitam ao livro ou ao próprio computador. A capacidade de mudança reside, portanto, nas atitudes e na inventividade humana acerca de transformações que se adequam a novos projetos na educação, na sociedade e na vida.

A compreensão de conceitos, regras e fórmulas ligados aos objetos matemáticos que, por vezes, ficam reduzidos ao modo *standard* nos livros didáticos, podem ser evidenciadas por diferentes jogos de linguagens no *fazer Matemática* em sala de aula, tais como: escrever textos e desenhar objetos; calcular, construir gráficos, diagramas, tabelas e planilhas; levantar hipóteses, preparar apresentações midiáticas e traduzir textos.

A inserção deste tipo de tecnologia deve acontecer de modo dinâmico nas aulas de Matemática, assim como fazemos ao usar *softwares* nos telefones celulares e *tablets* a cada novo modelo lançado. Deve-se atentar, no entanto, para que estas tecnologias sejam usadas também para ensinar e aprender Matemática e somente como recurso alegórico ou modismo pedagógico em Educação.

De posse das respostas que propiciaram as análises da pesquisa, pude perceber, ainda que alguns alunos levaram certo tempo manipular corretamente as ferramentas do GeoGebra. Isso se deve ao fato de que, a grande maioria deles, não havia participado de atividades com matemática usando *softwares* para aprender matemática e, desconheciam, portanto, tais recursos.

Na sala de aula, porém, eles começam a descobrir os usos e funcionalidades dos *softwares* de matemática assim como o fazem diante das redes sociais, jogos eletrônicos e *applets* que nem sempre vem com instruções de uso. Contudo, após alguns cliques nas telas interativas novas características vão sendo descobertas. Cabe aos professores, portanto, dinamizar o ensino-aprendizagem da Matemática no contexto da sala de aula adotando tais tecnologias de modo plausível.

A pesquisa revelou ainda que subsistem algumas implicações entre a linguagem matemática e a linguagem da Informática que podem interferir na aprendizagem de função quadrática, assim como em qualquer conteúdo da matemática escolar. Isso pode ocorrer pelas diferentes linguagens usadas na escrita de textos matemáticos como: como idioma inglês que está presente nas plataformas de grande parte dos *softwares* e as linguagens de programação LaTex e Java. Todavia, o Jogo de Linguagem do *GeoGebra* adéqua-se ao Jogo de Linguagem da Matemática em sala de aula, pois, o estudo das formas algébricas e gráficas das funções seguem os conteúdos presentes nos livros didáticos e nos textos de Matemática.

Os *softwares* destinados ao ensino de Matemática, como o GeoGebra trazem recursos, ferramentas e comandos que ao serem aplicados a objetos matemáticos virtuais podem dar movimento ao estudo da função quadrática quando convertida na forma gráfica. Pude constatar que tais recursos ainda não haviam sido explorados por outros *softwares* assim como faz o GeoGebra. O uso de animações e movimentos relacionados aos gráficos de funções quadráticas, por exemplo. Estes recursos dinâmicos, constituem o que Pierre Lévy chama de tecnologias da inteligência e auxiliam na compreensão dos conceitos estudados e dá sentido ao aprendizado dos alunos.

O GeoGebra proporciona, portanto, por meio de aspectos visuais e interativos ver como os gráficos das funções se comportam na interface do computador. Ao realizar atividades de Matemática usando o *software* como ferramenta de aprendizagem os alunos puderam relacionar oque foi estudado em sala com o que é possível simular no computador. O aspectos visual explorado na interface do GeoGebra proporcionou aos alunos novas formas de aprendizagem, eles puderam perceber também, que a álgebra e geometria ganham vida por meio dos movimentos.

Fiz uso da metáfora wittgensteiniana ***Ver como***, no sentido de que os usuários/alunos, pudessem de modo específico compreender como se dá a mudança entre números e formas. Para além destes objetivos, o ver como proporcionou dentre outros aspectos, o conhecimento de outra linguagem, a linguagem da informática. Assim, o ***Ver como*** enfatizou principalmente dois aspectos: a visualização e os movimentos de objetos matemáticos relacionados ao estudo da função quadrática. Estas atribuições podem ser entendidas, portanto, como jogos de linguagem no ensino e na aprendizagem da Matemática Escolar.

Enfatizo novamente que os alunos puderam perceber no computador que há outras formas de ver o que acontece na função quadrática ao modificar seus parâmetros (coeficientes numéricos) e isso significa ***Ver de novo***. As relações estabelecidas entre a forma algébrica e a forma gráfica da função quadrática tornaram-se evidentes dentre os objetivos da pesquisa.

O aspecto visual abordado na pesquisa procurou também evidenciar a linguagem matemática, em especial, quando as abstrações e objetividades da Matemática se colocam como obstáculos no aprendizado dos alunos. Na pesquisa, os alunos puderam notar que o fato de ver, ao mesmo tempo, que certas mudanças ocorridas nas funções como: o deslocamento das curvas sobre os eixos; a inversão da sua concavidade e o fechamento e abertura dos ramos das parábolas estão diretamente relacionadas com a sua forma algébrica, o que nem sempre é possível explicitar na sala de aula.

A visão sinóptica dos alunos acerca de objetos matemáticos pôde ser ampliada com os recursos do *software*, o modo de ver os gráficos foi acrescido de conceitos algébrico-geométricos antes não compreensíveis ou não perceptíveis. O ***Ver como*** se constituiu como um ***Ver de novo***. O que carecia de significados foi acrescido de perspicuidade, ou seja, foi possível ver o que não estava visível. Tais conexões entre a Matemática e a Informática permitiram, portanto, caracterizá-las como Jogos de Linguagem no contexto escolar.

As interatividades proporcionadas no contato com a interface do *software* permitiu aos alunos estabelecer novas articulações entre os conceitos que lhes foram ensinados e os significados que eles mesmos puderam descobrir ao fazer uso das ferramentas do GeoGebra. Eles participaram e interagiram nas atividades, perceberam então, que há sentido em estudar Matemática. Disse um deles - “Aprender desta forma foi muito bom, é pena que o curso vá terminar!”

As expressões ou termos linguísticos usados aqui na perspectiva da filosofia wittgensteiniana trouxeram contribuições teóricas substanciais, que podem ser adequadas ao ensino-aprendizagem da Matemática no contexto escolar. As atividades com Matemática foram exemplificadas de modo a revelar aspectos que não podem ser conseguidos somente ao fazer uso do quadro de escrever e dos livros didáticos. Nisto consiste, portanto, a inserção dos Jogos de Linguagem da Informática no ensino e na aprendizagem da Matemática por meio do GeoGebra.

Vimos que a linguagem matemática segue certas regras e os signos adquirem significados na própria Matemática internamente, que o sentido busca justificativas no contexto. Um artista pode deformar um objeto circular e vê-lo como arte, como fez Salvador Dali no quadro, ***A Persistência da Memória*** (1931) em que um relógio escorre sobre uma superfície, na intenção de mostrar a preocupação com o tempo.

A Matemática possui uma gramática que obedece axiomas, teoremas e propriedades capazes de constituir ela mesma objetos matemáticos. Proceder subjetivamente diante de cálculos e aplicação de algoritmos é impeditivo, pois, a Matemática não deixa escolhas em aberto, seguimos ou não seguimos regras! Isto é uma cordo tácito que determina o seu funcionamento e suas aplicabilidades.

Penso que o termo ***seguir regras***, utilizado na Filosofia da Linguagem, por Wittgenstein, pode contribuir na perspectiva da Educação Matemática como parte das reflexões teóricas bem como de um fazer Matemática como uma prática. Seguir regras é, desta forma, uma prática normativa cuja intencionalidade é validar as atividades matemáticas no contexto da sala de aula e, por vezes, fora dela. Não há, portanto, aqui, indicativo de que esta expressão da linguagem seja entendida como proposta metodológica assim como fez Geoge Polya, ao tratar da resolução de problemas.

Voltando o foco da pesquisa em termos de contribuição educacional, vale ressaltar que desconheço projetos destinados ao ensino e a aprendizagem da Matemática que fazem uso específico de *softwares* na Educação Básica nas escolas públicas da Grande Belém. O que há são projetos destinados à sala de Informática de modo amplo, para atender às necessidades multidisciplinares das escolas das quais me incluo como professor e vivencio tal fato. Assim, o uso da Informática para o aprendizado da matemática nas escolas precisa estar associado a projetos, pesquisas e ações planejadas pedagogicamente, caso contrário, o ambiente das salas de Informática corre o risco de ser subutilizado.

Vislumbro a partir desta pesquisa, possibilidades de que ações educacionais possam avançar no sentido de continuar projetos como o PROINFO e o NAVEGAPARÁ para consolidar o uso de tecnologias informáticas nas escolas. E ainda, que projetos específicos relacionados envolvendo o uso de *softwares* de Matemática sejam criados e disseminados nas escolas públicas e nas demais escolas do país visando melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem.

Os Jogos de Linguagem aqui exemplificados constituem, portanto, outras fontes de aprendizagem abertas ao desenvolvimento de novas ações educacionais cujos nós e conexões sejam acessadas sempre que possível pelas tecnologias da contemporaneidade.

Encerro estas considerações na expectativa de ter contribuído com a Educação Matemática no sentido de que objetivos e particularidades desta pesquisa, atenderam não só meu anseio como professor, mas, apontaram também para certos aspectos a serem investigados posteriormente acerca das Tecnologias da Inteligência (Informática) e da Matemática como Jogo de Linguagem.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Inês. L. **Do signo ao discurso:** introdução à filosofia da linguagem. São Paulo: Parábola Editorial, 2004.

______. **Curso de teoria do Conhecimento e Epistemologia**. Barueri, São Paulo: Minha Editora, 2012.

BENEDETTI, F. C. **Funções, software gráficos e coletivos pensantes.** 2003. 327 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática/ Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosófico–científicos). Universidade Estadual Paulista/Rio Claro – São Paulo, 2003. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/benedetti_fc_me_rcla.pdf>. Acesso em: 5 nov.2011.

BITTENCOURT, Renato Nunes. **Virtualização dos saberes**. Revista Filosofia. São Paulo, ano VI, n. 68, p. 17-23, mar. 2012.

BORBA, M.C.; MALHEIROS, A. P. S.; ZULATTO, R. B. A. **Educação Matemática on-line**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BORBA, M.; PENTEADO, M. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BUCHHOLZ, Kai. **Compreender Wittgenstein.** Trad. Vilmar Schneider. Petrópolis, RJ. Vozes, 2008.

CARDOSO, T. F. L. Sociedade e desenvolvimento tecnológico: uma abordagem histórica. In: GRINSPUN, M. P.S.Z. (Org.). **Educação tecnológica:** desafios e perspectivas. São Paulo: Cortez, 2009. p.181-241.

CHAUI, Marilena. Introdução à história da filosofia: dos pré-socráticos a Aristóteles. vol. I. 2 ed. São Paulo: Companhia das letras, 2002.

CHAUVIRÉ, C. **Wittgenstein**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1991.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática da teoria à prática**. Campinas-SP: Papirus, 1996.

DANTE, Luiz. R. **Matemática**. São Paulo: Ática, 2005.

DIAZ, Héctor. H. ***El lenguage verbal como instrumento matemático***. Educ. Investigación Pedagógica, dez. 2009, v. 12, n.3, p.13-31. Disponível em: <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/1529.>. Acesso em: 20 mar. 2012. ISSN 0123-1294.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 2. ed. Campinas-SP: Unicamp, 1997.

FEARN, Nicholas. **Aprendendo a filosofar em 25 lições**: do poço de Tales à desconstrução de Derrida. trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2004.

FEIO, E.S.P. **Matemática e linguagem**: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática. 2009. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Pará, 2009. Disponível em: <http://www.ppgecm.ufpa.br/media/disserta/2007/Evandro_dos_Santos_Paiva_Feio.pdf>. Acesso em: 31 mai. 2012.

FONSECA, M. C. R.; CARDOSO, C. A. Educação matemática e letramento: texto para ensinar matemática, matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. S. (Orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. São Paulo: Autêntica, 2009. p. 65.

GEOGEBRA. Disponível em: <http://www.geogebra.org.br>. Acesso em: 4 mai. 2012.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria C. **Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v.33, n.3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GLOCK, H. J. **Dicionário Wittgenstein.** Trad. Helena Martins. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998.

GRANGER, G. G. **A ciência e as ciências**. São Paulo: Unesp, 1994.

______. **Por um conhecimento filosófico**. São Paulo: Papirus, 1989.

______. **O formal e o transcendental na matemática.** Revista Estudos Avançados, São Paulo, v.4, n.10, set./dez. 1990. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-40141990000300007&script=sci_arttext>. Acesso em: 15 jan. 2012.

GRINSPUN, M. P. S. Z. (Org.). **Educação tecnológica**: desafios e perspectivas. São Paulo: Cortez, 2009.

HOUAISS, Antonio. **Dicionário eletrônico da língua portuguesa**. São Paulo: Nova Fronteira, 2007. 1 CD ROM.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos**: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo. Tomo 1. Rio de Janeiro: Nova Fronteira,1997.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência e o futuro do pensamento na era da informática**. 2. ed. trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2010.

______. **Cibercultura**. 3. ed. trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 2010.

______. **O universal sem totalidade, essência da cibercultura**. Disponível em:<http://caosmose.net/pierrelevy/ouniversalsem.html>. Acesso em: 29 fev. 2012.

MACHADO, N. José. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 2000.

MAIA, Diana. **Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional**. 2007. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/diana_maia.pdf/>. Acesso em: 11 set. 2011.

MAIA, L. S. L. Vale a pena ensinar matemática. In: BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Orgs.). **A pesquisa em educação matemática**: repercussões na sala de aula. São Paulo: Cortez, 2009.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Orientações curriculares para o ensino médio**. v. 2, 135p. Brasília, 2006.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Orientações curriculares complementares aos PCN:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 25 out. 2012.

MOREIRA, Herivelto. CALEFFE, Luiz Gonzaga. **Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador**. 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MPAKA, N. **O ensino e a aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem o auxílio do winplot**. 2010. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Educação) – Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias, Lisboa, 2010. Disponível em: <http://recil.grupolusofona.pt/bitstream/handle/10437/1153/Nlandu%20Mpaka.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 ago. 2011.

NACARATO, A.M.; LOPES, C. S. **Escrituras e leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NEVES, M. A. C. M.; SEGENREICH, S. C. D. Tecnologia digital na educação: contribuição da EAD para a formação de professores. In: GRINSPUN, M. P.S.Z. (Org.). **Educação tecnológica: desafios e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 2009. p.243-283.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Exato, 2010.

PENCO, Carlo. **Introdução à Filosofia da Linguagem**. Trad. Eprahim Alves. Petrópolis-RJ: Vozes, 2006.

PENTEADO, M. Godoy. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.;

BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação matemática, pesquisa em movimento**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2005. p. 283-295.

PINTO, T. P. **Linguagem e educação matemática**: um mapeamento de usos na sala de aula. 2009. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista/Rio Claro, São Paulo, 2009. Disponível em: <http://www.ghoem.com/textos/e/dissertacao_thiago_pedro_pinto.pdf>. Acesso em: 9 out. 2011.

RODRIGUES, Ana Maria Moog. Por uma filosofia da tecnologia. In: GRINSPUN, P.S.Z. (Org.). **Educação tecnológica, desafios e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 2009. p.105-158.

ROSA, M.; OREY, D. C. **A influência dos fatores linguísticos no ensino-aprendizagem em matemática: o caso dos Estados Unido**s. Zetetiké, São Paulo, v.18, p. 485-503, 2010.

SANTOS, S. A. **Ambiente informatizado para o aprofundamento da função quadrática por alunos da 2ª série do ensino médio**. 2009. 162 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009. Disponível em:<http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/sergio_aparecido_santos.pdf/>. Acesso em: 8 nov. 2011.

SILVEIRA, Marisa R. Abreu da. **Aplicação e interpretação de regras da matemática.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 93-113, 2008.

_____. **Wittgenstein e a Matemática**. In: III CONGRESSO BRASILEIRO DE ETNOMATEMÁTICA, 2008, Niterói, Anais... Niterói, 2008. 1 CD ROM.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F. J. **Visão Analítica da Informática na educação do Brasil**: a questão da formação do professor. Disponível em: <http://edutec.net/textos/alia/PROINFO/prf_txtie13.htm>. Acesso em: 18 set. 2011.

VIALI, L.; SILVA, M. M. **A linguagem matemática como dificuldade para alunos do ensino médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2007, Belo Horizonte, Anais... jul. 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em: 10 mar. 2012.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. 6 ed. Trad. Marcos G. Montagnoli. Petrópolis: Vozes, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - ATIVIDADES PRELIMINARES / BLOCO - I

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a “aprendizagem de função quadrática” e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Suas respostas são muito importantes para o sucesso desta pesquisa.

1. Você utilizou o computador na escola para aprender matemática? Justifique sua resposta.

____

____

____

2. Nos quadros abaixo faça um “desenho” que mostre **apenas a trajetória “caminho” percorrido “pelos objetos”** em cada situação e responda a pergunta ao final:

1. O goleiro que chuta a bola para o campo do adversário.	2. O avião que levanta vôo da pista de decolagem.
3. Um carro que desce e sobe uma ladeira.	3. O movimento de um pêndulo.

Quais dos desenhos feitos por você se parecem com o gráfico de uma função quadrática?

____

____

____

3. Construa o gráfico da função $f(x)=x^2+5x+6$. (Use o verso da folha).

APÊNDICE B – ATIVIDADES PRELIMINARES / BLOCO – II

Caro (a) aluno (a),

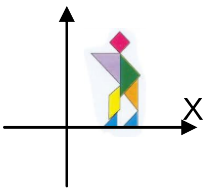
Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a "aprendizagem de função quadrática" e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Suas respostas são muito importantes para o sucesso desta pesquisa.

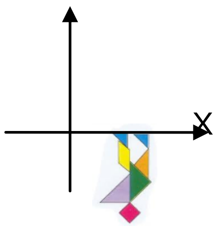
4. Você utilizou o computador na escola para aprender matemática? Justifique sua resposta.

5. A figura (1) abaixo sofreu algumas variações (movimentos) em relação à sua posição inicial. Da mesma forma, o gráfico de uma função quadrática também pode variar mudando a sua posição em relação aos eixos X e Y. O que aconteceu com as figuras 2, 3 e 4? **Explique ao lado ou abaixo de cada figura.**

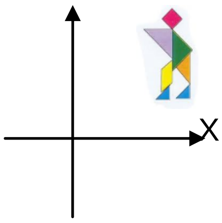
Y FIG. 1



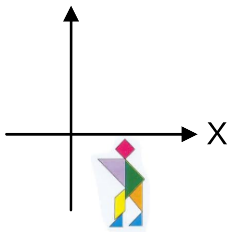
Y FIG. 2



Y FIG. 3



Y FIG. 4



6. Para você existe diferença entre equação do 2º grau e função quadrática? E**xplique.**

7. Na função $f(x)=ax^2+bx+c$, o que você sabe ou pode dizer, sobre: os valores de "b" e os valores de "c" em relação ao gráfico desta função. **Escreva com suas palavras.**

APÊNDICE C - ATIVIDADES PRELIMINARES / BLOCO – III

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a "aprendizagem de função quadrática" e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Suas respostas são muito importantes para o sucesso desta pesquisa.

8. Você utilizou o computador na escola para aprender matemática? Justifique sua resposta.

____

____

____

9. Por que você determina ou "encontra" as raízes de uma função quadrática (função do 2º grau). **Explique.**

____

____

____

10. O vértice de uma função quadrática é dado por: (x_v, y_v) escreva a fórmula ou regra que determina este par ordenado de números. **Caso não lembre, escreva porque não lembra!**

11. Ao estudar função quadrática f(x)=ax²+bx+c o delta (Δ) indica suas raízes. **Explique** o que significa, quando:

$\Delta = 0$ ____

$\Delta > 0$ ____

$\Delta < 0$ ____

APÊNDICE D - ATIVIDADES COM O GEOGEBRA – BLOCO I

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a “aprendizagem de função quadrática” e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Sua opinião é muito importante para o sucesso desta pesquisa.

ATIVIDADE 1:

Construa o gráfico da função $f(x)=ax^2 - bx + c$, a**lterando apenas o valor de “a”** entre números positivos e negativos. **Escolha e mantenha** valores para $"b"e"c"$. **O que acontece ao gráfico** quando você muda os valores de “a”? **Explique.**

ATIVIDADE 2:

No campeonato brasileiro da série A, os times se enfrentam em uma competição para alcançar o título máximo da 1ª divisão na modalidade de pontos corridos, esta regra surgiu no ano de 2003. Supondo que a inscrição do campeonato comece com 2 (dois) times e que o número “P” de partidas é dado em função do número “n” de clubes. **Represente situação por uma função quadrática (forma escrita)** que generaliza o número de partidas do campeonato e c**alcule com auxílio do GeoGebra** o número de partidas a serem disputadas se 15 clubes se inscreverem no campeonato.

ATIVIDADE 3:

Um homem bala é atração no circo. O homem é lançado de um canhão que o projeta a uma **altura “h”** após certo **instante “t”** de tempo em segundos. A função que descreve este lançamento é $h(t) = - t^2+6t$. Com auxílio do GeoGebra, determine **a altura máxima** atingida pelo homem bala e **exiba sua trajetória por meio de um gráfico.**

APÊNDICE E – ATIVIDADES COM O *GEOGEBRA* – BLOCO II

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a “aprendizagem de função quadrática” e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Sua opinião é muito importante para o sucesso desta pesquisa.

ATIVIDADE 4:

Construa no GeoGebra o gráfico da função $y=-x^2-2x+3$, utilizando os seletores deslizantes para os coeficientes **(a, b, c)**. **Movimente cada seletor por vez e escreva o que acontece com o gráfico, ao:**

1. Movimentar “a”: ____
2. Movimentar “b”: ____
3. Movimentar “c”: ____

ATIVIDADE 5:

Dada a função: $g(x) = ax^2+c$. Construa o seu gráfico usando um mesmo número positivo para (a) e altere (mude) os valores de (c) entre valores positivos e negativos. **O que você observa no gráfico? Explique.**

ATIVIDADE 6:

A lei de uma função é muito utilizada em vários problemas de física. Um dos seus usos se encontra na seguinte situação: O impacto de colisão de um automóvel de massa (m) a uma velocidade **(v)** é dado por energia cinética **(I)** descrita por: $I = Kmv^2$. Com auxílio do GeoGebra responda: **Se a velocidade do automóvel triplicar** o que acontece com o impacto de colisão de um veículo que pesa 2,5 toneladas?

O gráfico desta função auxilia na compreensão da situação? **Explique.**

ATIVIDADE 7:

O professor de matemática escreveu no quadro a seguinte função: $f(x)=x^2-5x+6$. **Calcule com auxílio do GeoGebra**: $f(3)+f(1/2)+2f(5)$**. Como você interpreta, ou seja, qual o significado deste cálculo?**

APÊNDICE F – ATIVIDADES COM O *GEOGEBRA* – BLOCO III

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no ensino médio. A intenção é pesquisar sobre a “aprendizagem de função quadrática” e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Sua opinião é muito importante para o sucesso desta pesquisa.

ATIVIDADE 8:

Escreva a função g(x)=x^2-3x+1 no GeoGebra. Modifique apenas o valor de (b) usando números positivos e negativos, mantenha os valores de $"a" \, e \, de \, "c"$. **Que alterações você percebe no gráfico. Justifique.**

ATIVIDADE 9:

Sabe-se que o custo **C** para produzir **“x”** unidades de certo produto na micro empresa “Arte em Papel” que fábrica artesanalmente embalagens para presentes é dado pela seguinte função: C(x)=x^2-80x+300. Pergunta-se:

a) **Qual a quantidade de unidades produzida para que o custo seja mínimo?**

b) **Qual o valor mínimo do custo?**

ATIVIDADE 10:

Um gerador transforma energia mecânica em energia elétrica. Se a potência **“P”** em Watts de um gerador em certo circuito é dada pela lei: **P(i) = 20i + 5i^2**, em que **(i)** representa a intensidade de corrente elétrica. Com auxílio do GeoGebra, **determine qual a intensidade de corrente (i)** produzida em ampères quando a potência do gerador for 700 watts.

APÊNDICE G – ATIVIDADES SOBRE O *GEOGEBRA*

Caro (a) aluno (a),

Estou lhe convidando para que responda algumas perguntas sobre a matemática estudada no Ensino Médio. A intenção é pesquisar sobre a “aprendizagem de função quadrática” e suas possíveis dificuldades na compreensão deste conteúdo.

Leia com atenção e responda as questões a seguir. Sua opinião é muito importante para o sucesso desta pesquisa.

1. Explique o que representou para você estudar matemática tendo recursos computacionais como ferramenta de aprendizagem?

____
____
____
____

2. Houve ou não diferença(s) no aprendizado das regras matemáticas com a utilização do *Geogebra*? Justifique.

____
____
____

3. Como se deu o contato entre você e as ferramentas do *GeoGebra*? Explique.

____
____
____

4. Que significados a visualização e o movimento dos gráficos no *GeoGebra* trouxeram a você em termos de aprendizagem? Explique.

____
____
____

5. A experiência com o software permitiu a você estabelecer relações entre a Matemática da escola e a Matemática do cotidiano? De que forma? Explique.

____
____
____