

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

KELLEN DIANE DE CARVALHO GOMES

ANÁLISE BIDIMENSIONAL DOS EFEITOS DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM
CABOS OPGW UTILIZANDO O MÉTODO ADI-FDTD

DM – 18/2013

UFPA / ITEC / PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

KELLEN DIANE DE CARVALHO GOMES

**ANÁLISE BIDIMENSIONAL DOS EFEITOS DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS
EM CABOS OPGW UTILIZANDO O MÉTODO ADI-FDTD**

Dissertação de mestrado apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

UFPA/ITEC/PPGEE
Campus Universitário do Guamá
Belém-Pará-Brasil
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE BIDIMENSIONAL DOS EFEITOS DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS EM
CABOS OPGW UTILIZANDO O MÉTODO ADI-FDTD

AUTOR: KELLEN DIANE DE CARVALHO GOMES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM 15/07/2013

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Victor A. Dmitriev
(ORIENTADOR – UFPA)

Prof. Dr. Licinius Dimitri de Sá Alcântara
(MEMBRO – UFPA)

Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira
(MEMBRO – UFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes
(COORDENADOR DO PPGEE/ITEC/UFPA)

Ao meu querido pai (*in memorian*), por todo o seu esforço e dedicação à minha educação.

À minha querida irmã (*in memorian*), por ter feito parte da minha vida.

À minha querida mãe, por ser o meu exemplo de fortaleza.

Aos meus amigos, por me incentivarem a realizar este trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela força em continuar este trabalho nos momentos difíceis.

Aos meus amados pais, Messias (*in memorian*) e Edileuza, e minha amada irmã, Diana (*in memorian*), por sempre confiarem em mim e me inspirarem a ser uma pessoa melhor a cada dia.

Ao prof. Dr. Victor Dmitriev pela orientação.

Ao prof. Dr. Licinius Alcântara que contribuiu imensamente neste trabalho.

Ao prof. Dr. João Pinho pela coordenação do projeto da Prysman, que possibilitou boa parte da realização deste trabalho.

Aos professores Dr. Tiago Martins e Rodrigo Oliveira pelas contribuições.

Aos meus queridos amigos e em especial à minha grande amiga Heliana Aguiar, que acreditaram em mim e sempre estavam dispostos a me ajudar.

Ao laboratório do GEDAE e à PRYSMIAN que deram o suporte a este trabalho.

RESUMO

Neste trabalho é analisado o comportamento da densidade de corrente em cabos OPGW quando submetidos a descargas atmosféricas. Para esta análise, foram aplicados dois modelos de corrente, uma vez que a descarga atmosférica tem duas componentes principais que causam mais danos aos cabos em geral: a componente impulsiva e a componente contínua. O método numérico utilizado para as simulações computacionais é o método ADI-FDTD (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo de Direções Alternadas Implícitas), o qual é truncado pela técnica CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layers*). Com base no comportamento da corrente no cabo, é feita uma avaliação para determinar qual das duas componentes de descarga atmosférica pode causar mais danos aos cabos OPGW.

Palavras chave: Cabos OPGW, Descargas Atmosféricas, Método ADI-FDTD, CPML.

ABSTRACT

In this work it is analyzed the behavior of the electrical current density in OPGW cables when they are subjected to lightning. For this analysis, two models of current were applied, since lightning has two main components that usually cause more damages in the cable: the impulsive component and the direct-current component. The numerical method used for computer simulations is the method ADI-FDTD (Finite Difference Time Domain of Alternating Directions Implicit), which is truncated by CPML technique (Convolutional Perfectly Matched Layers). Based on the behavior of current in the cable, it is done an evaluation to determine which lightning component can cause more damages to the OPGW cable.

Keywords: OPGW cables, Lightning, ADI-FDTD method, CPML.

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 2

FIGURA 2.1. LOCALIZAÇÃO DO CABO OPGW NA LINHA DE TRANSMISSÃO.	4
FIGURA 2.2. FIBRAS LOCALIZADAS NO CENTRO DO CABO. ADAPTADO DE [9].	
	6
FIGURA 2.3. FIBRAS ABRIGADAS EM TUBOS TRANÇADOS NO INTERIOR DO CABO. .. ADAPTADO DE [9].	
	6
FIGURA 2.4. FIBRAS COLOCADAS EM UM NÚCLEO PERFILADO DE ALUMÍNIO. ADAPTADO DE [9].	
	7
FIGURA 2.5. CABOS OPWG COM CAMADAS SIMPLES E DUPLAS ADAPTADO DE [9].....	8
FIGURA 2.6. MODELO UTILIZADO PARA O CABO.	9
FIGURA 2.7. EFEITO PELICULAR NO CONDUTOR. ADAPTADA DE: HTTP://EN.WIKIPEDIA.ORG/WIKI/SKIN_EFFECT	12
FIGURA 2.8. RESISTÊNCIAS ÀS CORRENTES CONTÍNUA E ALTERNADA. ADAPTADO DE WWW.GOOGLE.COM.	13
FIGURA 2.9. DIFERENTES TIPOS DE DESCARGAS. ADAPTADA DE: WWW.NASA.COM.	
	14
FIGURA 2.10. QUATRO TIPOS DE DESCARGAS ATMOSFÉRICAS NUVEM-SOLO. A) DESCARGA NEGATIVA DESCENDENTE. B) DESCARGA NEGATIVA ASCENDENTE. C) DESCARGA POSITIVA DESCENDENTE. D) DESCARGA POSITIVA ASCENDENTE [14].	16
FIGURA 2.11. COMPONENTES DE UMA ONDA DE DESCARGA COM POLARIDADE NEGATIVA [1]...	17
FIGURA 2.12. DANO DA CORRENTE IMPULSIVA DA DESCARGA (120 KA) AO OPGW [6].	18
FIGURA 2.13. DANO DA CORRENTE CONTÍNUA DA DESCARGA (220 A) AO OPGW [6].	19

CAPITULO 3

FIGURA 3.1. CÉLULA DE YEE.	22
FIGURA 3.2. ESQUEMA LEAPFROG.	23

CAPITULO 4

FIGURA 4.1. SEÇÃO LONGITUDINAL DO CABO COM O PONTO DE INCIDÊNCIA DA FONTE.....	36
FIGURA 4.2. COMPONENTE IMPULSIVA DA DESCARGA ATMOSFÉRICA.....	38
FIGURA 4.3.. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=280$	39
FIGURA 4.4. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=280$	39
FIGURA 4.5. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=280$	40
FIGURA 4.6. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=280$	40
FIGURA 4.7. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=1.000$	41
FIGURA 4.8. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=1.000$	41
FIGURA 4.9. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=1.000$	42
FIGURA 4.10. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE IMPULSIVA COM $\mu_r=1.000$	43
FIGURA 4.11. JZ EM T =5,82 μ S PARA A FUNÇÃO IMPULSIVA PARA $\mu_r=1.000$	43
FIGURA 4.12. JY EM T =5,82 μ S PARA A FUNÇÃO IMPULSIVA PARA $\mu_r=1.000$	44
FIGURA 4.13. MODELO DA COMPONENTE CONTÍNUA DA DESCARGA ATMOSFÉRICA.	45
FIGURA 4.14. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=280$	46
FIGURA 4.15. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=280$	46
FIGURA 4.16. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=280$	47
FIGURA 4.17. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=280$	47
FIGURA 4.18. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	48
FIGURA 4.19. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	48
FIGURA 4.20. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	49
FIGURA 4.21. DENSIDADE DE CORRENTE PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	49
FIGURA 4.22. JZ PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	50
FIGURA 4.23. JY PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	50
FIGURA 4.24. JZ PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	51
FIGURA 4.25. JY PARA FONTE CONTÍNUA COM $\mu_r=1.000$	51

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 4

TABELA 4.1. PARÂMETROS DO CABO	34
--------------------------------------	----

SUMÁRIO

1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	1
1.2	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	3
2.1	CARACTERÍSTICAS DO CABO	4
2.1.1	<i>Estrutura e elementos constitutivos</i>	5
2.1.2	<i>Modelo utilizado.....</i>	8
2.2	EFEITOS ELETROMAGNÉTICOS NO CABO	9
2.2.1	<i>Dispersão</i>	9
2.2.2	<i>Efeito Pelicular (efeito Skin).....</i>	11
2.3	DESCRIÇÃO GERAL DAS DESCARGAS ATMOSFÉRICAS.....	14
2.3.1	<i>Mecanismo básico de evolução das descargas</i>	15
2.3.2	<i>Classificação das descargas nuvem - solo</i>	15
2.3.3	<i>Componentes típicas das descargas.....</i>	16
2.3.4	<i>Danos causados pelas descargas atmosféricas aos cabos OPGW.....</i>	17
3.1	MÉTODO FDTD: VISÃO GERAL	20
3.1.1	<i>Equações de atualização do campo eletromagnético</i>	21
3.1.2	<i>Precisão e estabilidade</i>	24
3.2	MÉTODO ADI-FDTD	25
3.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO BIDIMENSIONAL: EQUAÇÕES DE MAXWELL E O ADI-CPML	26
4.1	METODOLOGIA.....	34
4.1.1	<i>Escolha dos parâmetros do cabo.....</i>	34
4.1.2	<i>Implementação da fonte de excitação</i>	35
4.1.3	<i>Escolha dos incrementos espacial e temporal</i>	35
4.2	CASOS SIMULADOS	36
4.2.1	<i>Resultados da componente impulsiva para $\mu_r=280$ e $\mu_r=1.000$ na camada de aço</i>	37
4.2.2	<i>Resultados da componente contínua para $\mu_r=280$ e $\mu_r=1.000$ na camada de aço.....</i>	44

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e Definição do Problema

Na atualidade, a necessidade de estar conectado a uma rede de energia elétrica e a alta demanda por transmissão de dados, gera uma dependência crescente da humanidade por esses serviços. Isto requer um alto nível de confiabilidade nos sistemas elétricos e de telecomunicações, incentivando as companhias a buscar alternativas cada vez mais eficientes e confiáveis pra melhorar seus produtos e serviços, planejando e implementando novas alternativas tecnológicas em suas instalações.

O grande avanço nos serviços de telecomunicações se deu com o advento das fibras ópticas, quando foi possível transmitir um grande volume de informação, aumentando a capacidade de comunicação, além de apresentar uma ótima relação custo benefício. Dentre as vantagens das fibras ópticas em relação a outros meios de comunicação destacam-se: altas taxas de transmissão de dados, som e vídeo; imunidade a ruídos externos (como descargas atmosféricas); imunidade a interferências eletromagnéticas; confiabilidade das informações transmitidas; baixa atenuação, possibilitando grandes distâncias; entre outras.

A característica das fibras de não sofrerem influências externas, além de não causarem perturbações a sistemas próximos, motivou o desenvolvimento de uma ampla variedade de cabos ópticos para diferentes aplicações, ressaltando as que exigem um sigilo de informações, como comunicações militares e transações bancárias.

Os cabos OPGW (Optical Ground Wire) surgiram na década de 80, a partir da consolidação das fibras ópticas nas comunicações e da alta demanda por eletricidade, motivos que incentivaram as empresas de telecomunicações e de energia para a pesquisa de uma tecnologia que contemplasse os dois setores, reduzindo os custos para ambos. Esses cabos substituem os cabos para-raios convencionais das linhas de transmissão, servindo de proteção

contra descargas atmosféricas e correntes de curto-circuito, aliada à função de prover um canal de transmissão de dados. A integração dessas funções às linhas de alta tensão só foi possível devido às vantagens apresentadas pela fibra óptica, como imunidade a campos eletromagnéticos e a interferências externas, como as de descargas atmosféricas.

O compartilhamento das instalações na implantação do sistema de cabos OPGW beneficiou notavelmente os setores elétrico e de telecomunicações. O benefício para as empresas de telecomunicações é dado pela utilização da infraestrutura das linhas de transmissão já existentes, uma vez que investimentos nessa área representariam um alto custo na implantação do projeto; além disso, há uma redução no impacto ambiental da instalação. Para as concessionárias de energia, o benefício ocorre pelo fato do cabo OPGW manter o mesmo desempenho na proteção que os cabos convencionais, com similar comportamento mecânico e elétrico, acrescentando a vantagem da possibilidade de supervisão e controle do sistema elétrico através dos recursos de telecontrole e teleproteção em suas instalações.

A dupla função do cabo OPGW requer uma maior confiabilidade do sistema, pois um dano ocorrido no cabo prejudicará todas as funções. Este fato ressalta a importância da realização de estudos e testes para garantir um bom desempenho, pois diversos estudos mostram que uma das principais causas de danos aos cabos, com consequente desligamento dos sistemas de energia elétrica, é a incidência de descargas atmosféricas nas linhas de alta-tensão [1,2].

O Brasil é um dos países com maiores incidências de descargas atmosféricas, conforme dados meteorológicos obtidos através de satélites, informando que as regiões mais afetadas no país são a norte, a centro-oeste e a sudeste [3], onde a frequência dos danos causados por raios em cabos OPGW é superior à observada em outros países [4].

As descargas atmosféricas possuem várias componentes, sendo as principais a componente impulsiva e a componente contínua. Estas componentes podem ser obtidas experimentalmente em laboratório para a realização de testes em cabos OPGW [5]. A componente impulsiva é aplicada como uma corrente de curta duração e a componente contínua como uma corrente de longa duração. Os testes com os dois tipos de correntes são necessários porque não é apenas a parte impulsiva da descarga atmosférica que causa danos aos cabos, mas também a sua componente contínua, podendo esta, muitas vezes, causar mais danos que a componente impulsiva [6].

Os testes experimentais são uma fonte confiável, por sua precisão, porém apresentam a desvantagem do custo elevado. Uma forma de realizar testes mais econômicos e com uma relativa precisão é através de simulações computacionais, as quais podem prever resultados

para diferentes condições, sem custos significativos.

Portanto, a simulação computacional é uma solução viável para se estudar os efeitos das duas principais componentes da descarga atmosférica nos cabos OPGW, a fim de avaliar o seu comportamento e assim melhorar o seu desempenho, pois ainda que seja necessária uma avaliação através de um teste experimental, as simulações servem como um pré-teste para evitar maiores gastos com os ensaios.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em cinco capítulos, da seguinte forma:

- Capítulo 1: apresenta a introdução do trabalho, descrevendo a importância do estudo.
- Capítulo 2: onde são descritas as principais características do cabo OPGW e feita uma descrição geral das descargas atmosféricas, enfatizando suas componentes e os danos aos cabos OPGW.
- Capítulo 3: apresenta a teoria do método utilizado, a técnica das diferenças finitas no domínio do tempo de direções alternadas implícitas (ADI-FDTD) com a formulação da condição absorvente CPML.
- Capítulo 4: onde é mostrada a metodologia utilizada e os resultados obtidos através de simulação computacional.
- Capítulo 5: apresenta as conclusões do trabalho e as propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

CABOS OPGW E DESCARGAS ATMOSFÉRICAS

2.1 Características do cabo

O cabo OPGW (*Optical Ground Wire*) é uma integração entre cabo óptico e cabo pára-raios. Como cabo pára-raios, tem a função de exercer a blindagem contra descargas elétricas diretas nas linhas de transmissão. Como cabo óptico, tem a função de transferir uma elevada quantidade de dados a grandes distâncias [7].

A construção do cabo OPGW precisa atender requisitos elétricos, mecânicos e ópticos, segundo normas técnicas estabelecidas para atender as condições mínimas para seu funcionamento, de modo a escolher apropriadamente os elementos constitutivos conforme a aplicação [8].

A localização do cabo OPGW fica situada na parte superior das torres de linhas de transmissão, conforme mostrado na figura 2.1.

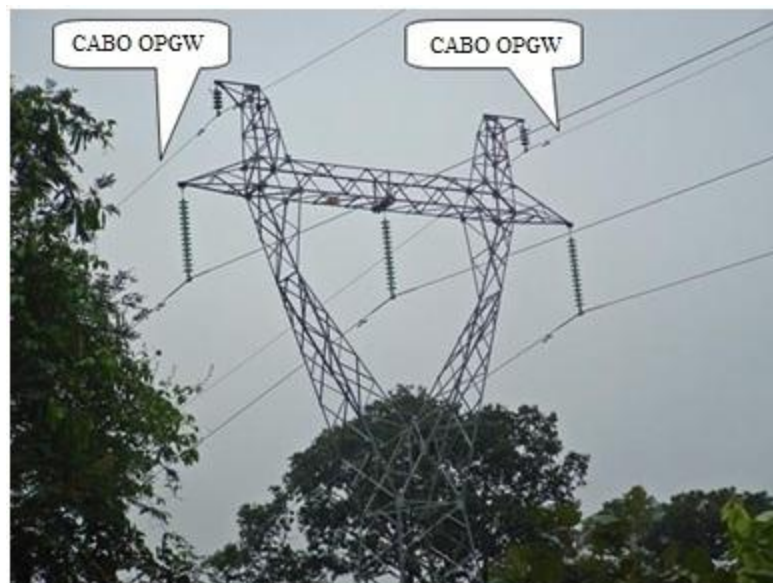


Figura 2.1. Localização do cabo OPGW na linha de transmissão.

Em geral, os cabos OPGW são formados por um núcleo de fibras ópticas revestidas em acrilato, um tubo de alumínio e uma ou duas camadas de fios trançados de liga de aço.

Nas figuras 2.2 a 2.5 são mostrados diferentes modelos de cabos OPGW.

2.1.1 Estrutura e elementos constitutivos

Na fabricação de um modelo de cabo OPGW, de acordo com os requisitos de projeto e em conformidade com as recomendações e normas, levam-se em consideração os fatores externos do ambiente ao qual ele será inserido e a sua aplicação.

O cabo OPGW é estruturalmente projetado para alcançar um bom desempenho elétrico e mecânico, para prover uma suficiente resistência mecânica em relação às forças de compressão (esmagamento) durante a construção, sobrecarga proveniente de ventos fortes e ao calor gerado através da corrente em operação normal ou pelas correntes de curto-circuito. Igualmente, o cabo precisa atender a função de proteção contra descargas atmosféricas e a função de comunicação, mantendo de forma segura as fibras ópticas em seu interior.

Entre os modelos de cabo OPGW propostos pelos fabricantes, existem diferentes configurações, materiais e aspectos construtivos. Dentre os aspectos importantes a serem considerados na construção do cabo estão a unidade óptica, a forma como a fibra é abrigada dentro do cabo e os fios da armação externa.

1) Unidade óptica: é a parte do cabo projetada para abrigar as fibras ópticas com revestimentos apropriados, de modo a proteger as fibras de qualquer ação externa, e garantir a proteção mecânica e ambiental, como entrada de umidade ou deformação física das fibras.

Uma quantidade de fibras ópticas é trançada dentro do cabo e recoberta por um tubo metálico, geralmente de alumínio, para proporcionar uma estrutura hermeticamente fechada. Existem basicamente três formas de se abrigar as fibras no cabo: a) colocá-las em um ou mais tubos, localizando-os no centro do cabo, como na figura 2.2; b) abrigá-las em tubos trançados no interior do cabo, como na figura 2.3; c) ou colocá-las em um núcleo metálico ranhurado, como na figura 2.4.

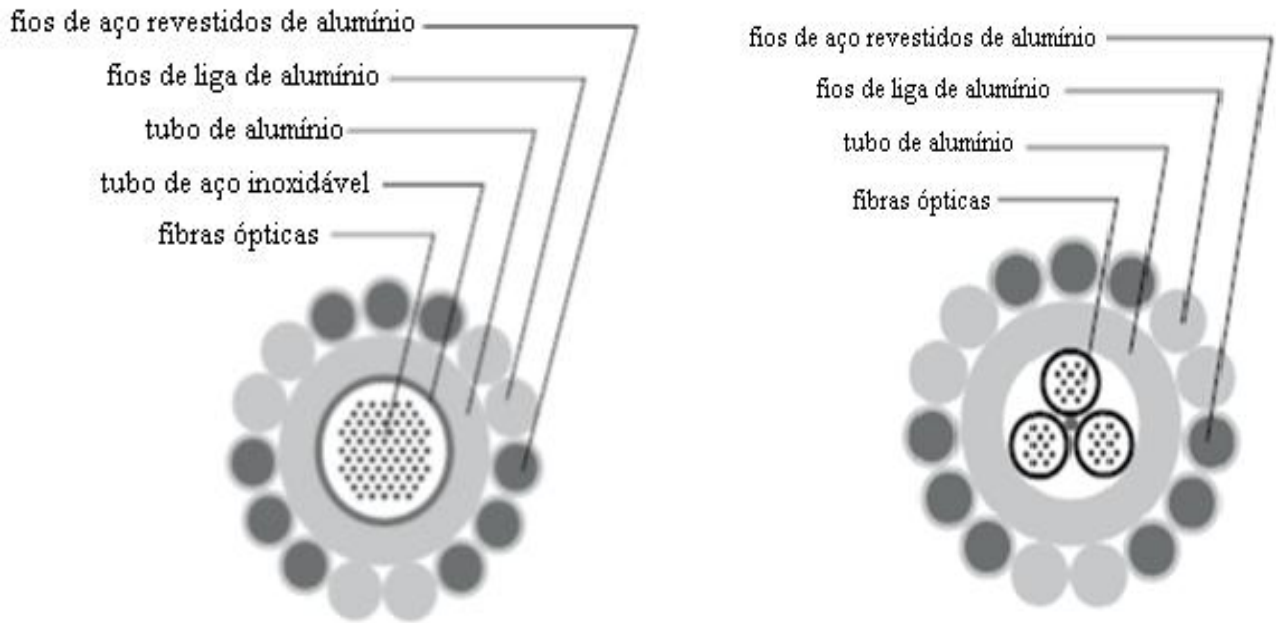


Figura 2.2. Fibras localizadas no centro do cabo. Adaptado de [9].

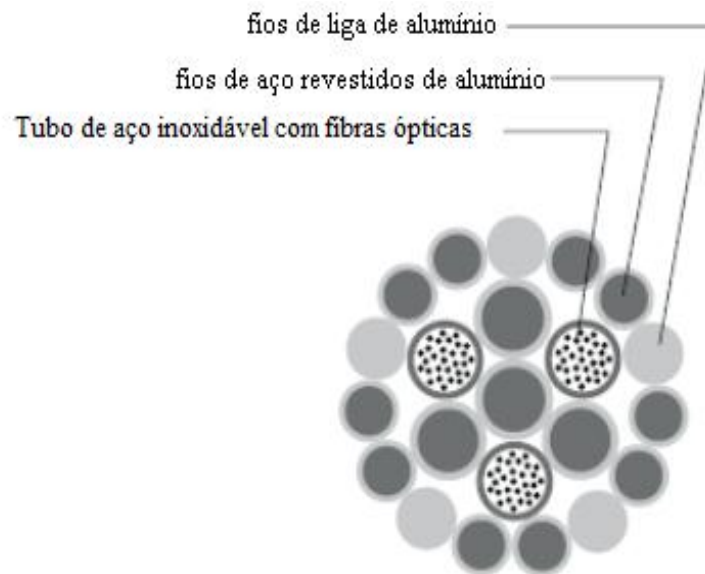


Figura 2.3. Fibras abrigadas em tubos trançados no interior do cabo. Adaptado de [9].

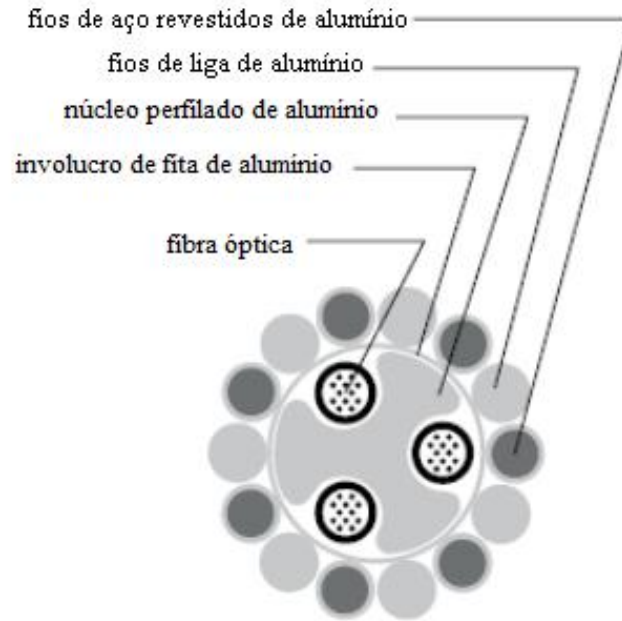


Figura 2.4. Fibras colocadas em um núcleo perfilado de alumínio. Adaptado de [9].

2) Forma construtiva do cabo: é como o cabo é construído, visando à proteção das fibras ópticas contra danos físicos durante a fabricação, podendo ser de dois tipos: tipo “solta” (*loose*) ou tipo “presa” (*tight*). No tipo "solta", a fibra óptica não está fisicamente unida ao elemento de tração do cabo, e no tipo "presa", a fibra óptica está fisicamente unida ao elemento de tração do cabo. O elemento de tração é o responsável pela resistência mecânica do cabo, que deve absorver toda a força exercida no cabo para garantir a vida útil das fibras.

3) Fios metálicos: os metais utilizados na armadura do cabo devem suportar correntes extremamente altas e serem resistentes a variadas formas de corrosão, satisfazendo às características mecânicas e elétricas desejadas tanto em estruturas com camadas simples ou duplas, mantendo praticamente os mesmos diâmetros dos cabos para-raios existentes. Esses fios podem ser de alumínio, liga de alumínio, ou aço galvanizado. A figura 2.5 mostra exemplos de cabos OPGW com camadas simples e duplas.



Figura 2.5. Cabos OPWG com camadas simples e duplas Adaptado de [9].

2.1.2 Modelo utilizado

Devido à complexidade da geometria de um cabo real, optou-se por um modelo simplificado, para tornar o problema viável de ser implementado computacionalmente [10]. Isto porque em um cabo real existem mais camadas, e a camada externa - a armadura do cabo - é ainda mais complexa de modelar por ela ser composta por vários fios cilíndricos condutores adjacentes entre si [11].

O modelo utilizado foi de uma estrutura multicamadas homogêneas, de modo a dar ênfase nas partes mais significativas do cabo em termos de características elétricas. Consideraram-se três camadas, onde a primeira é um dielétrico, que representa as fibras ópticas; a segunda é um tubo de alumínio, que protege o pacote de fibras, e a terceira camada são os fios de aço galvanizado, de acordo com a seção transversal mostrada na figura 2.6.

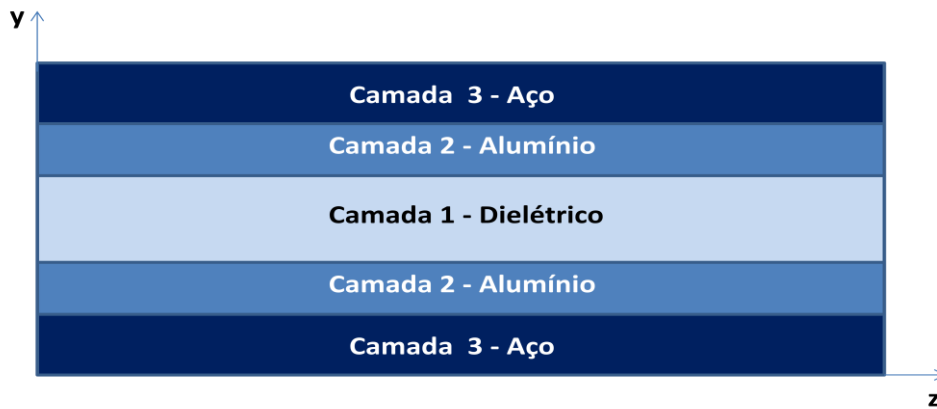


Figura 2.6. Modelo utilizado para o cabo.

2.2 Efeitos eletromagnéticos no cabo

2.2.1 Dispersão

As equações de onda para os campos eletromagnéticos para um meio homogêneo, isotrópico e linear são dadas por:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.2)$$

onde a permeabilidade magnética μ , a permissividade elétrica ϵ e a condutividade elétrica σ são constantes.

Para campos que variam senoidalmente no tempo obtemos as equações de onda em termos da constante de propagação γ :

$$\nabla^2 \vec{E}_s - \gamma^2 \vec{E}_s = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla^2 \vec{H}_s - \gamma^2 \vec{H}_s = 0 \quad (2.4)$$

onde

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \quad (2.5)$$

A constante de propagação γ pode ser reescrita como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.6)$$

com

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1 \right)}, \quad (2.7)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1 \right)} \quad (2.8)$$

sendo α a constante de atenuação (Np/m) e β a constante de fase (rad/m).

Para um meio sem perdas $\sigma = 0$, tem-se $\alpha = 0$.

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \quad (2.9)$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (2.10)$$

onde v é a velocidade de fase da onda.

Nota-se que a velocidade de fase em um meio sem perdas independe da frequência.

Para bons condutores, temos

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \gg 1$$

então

$$\alpha = \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu \varepsilon \sigma}{2 \omega \varepsilon}} = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} \quad (2.11)$$

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}} \quad (2.12)$$

No caso dos bons condutores, a velocidade de fase v depende da frequência, ou seja, diferentes valores de frequência se propagarão com diferentes velocidades de fase, o que causa uma distorção do sinal, o seu alargamento temporal, o qual é chamado de dispersão.

Importante observar que a velocidade de fase em um bom condutor além de depender da frequência, também depende da condutividade elétrica σ e da permeabilidade magnética μ .

Como as camadas externas do cabo OPGW possuem uma boa condutividade, o fenômeno da dispersão ocorre, ainda que os parâmetros constitutivos não variem com a frequência.

2.2.2 Efeito Pelicular (efeito Skin)

Quando um condutor é atravessado por uma corrente alternada, a distribuição da corrente não é uniforme como no caso de uma corrente contínua, a qual se distribui igualmente por toda a seção reta do condutor. Essa diferença é influenciada por alguns fatores, dentre eles, o efeito pelicular.

O efeito pelicular é um dos efeitos eletromagnéticos que ocorrem em cabos quando atravessados por uma corrente variante no tempo. O efeito ocorre porque a corrente alternada gera um campo magnético variável que induz uma tensão contrária à corrente inicial, provocando uma redução da corrente líquida total no interior do condutor e um aumento em sua periferia. Na figura 2.7, é demonstrado através da indicação das linhas de campo dos vetores \vec{I} , \vec{H} e \vec{I}_w como ocorre o efeito pelicular em um condutor circular. Tais vetores indicam:

\vec{I} - a corrente alternada no condutor;

\vec{H} - o campo magnético variável no condutor;

\vec{I}_w - a corrente induzida no condutor.

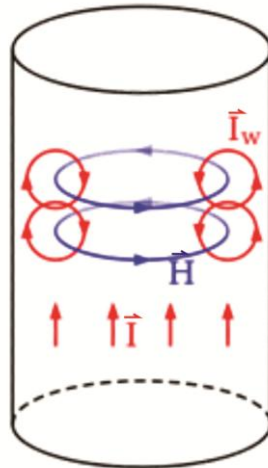


Figura 2.7. Efeito pelicular no condutor. Adaptada de: http://en.wikipedia.org/wiki/Skin_effect

Para uma análise quantitativa consideremos as equações de onda para os campos eletromagnéticos que variam senoidalmente com o tempo em um meio condutor com $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$:

$$\nabla^2 \vec{E}_s - j\omega\mu\sigma \vec{E}_s = 0 \quad (2.13)$$

$$\nabla^2 \vec{H}_s - j\omega\mu\sigma \vec{H}_s = 0 \quad (2.14)$$

Das equações (2.7) e (2.8) para um bom condutor, resulta em:

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f\mu\sigma} \quad (2.15)$$

Portanto a constante de atenuação α tanto na solução do campo elétrico quanto na do campo magnético fará com que a amplitude dos campos diminua à medida que se propaga no interior do condutor. Quando a amplitude da onda eletromagnética decrescer por um fator de e^{-1} , ela terá viajado a distância δ (metros), que é a medida da profundidade de penetração da onda em um meio condutor, a qual é chamada de profundidade pelicular:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}} \quad (2.16)$$

onde f é a frequência em Hz; μ é a permeabilidade magnética e σ é a condutividade elétrica do condutor.

O resultado do efeito pelicular é uma redução na área de condução da seção reta do condutor causando o aumento na resistência do mesmo, já que a corrente só flui em uma película do condutor.

Portanto, o efeito é tanto maior quanto maior for a frequência, a permeabilidade ou a condutividade do condutor. Em virtude disso, a resistência ca é maior que a resistência cc . A figura 2.8, ilustra a diferença entre as resistências cc e ca , variando-se a frequência.

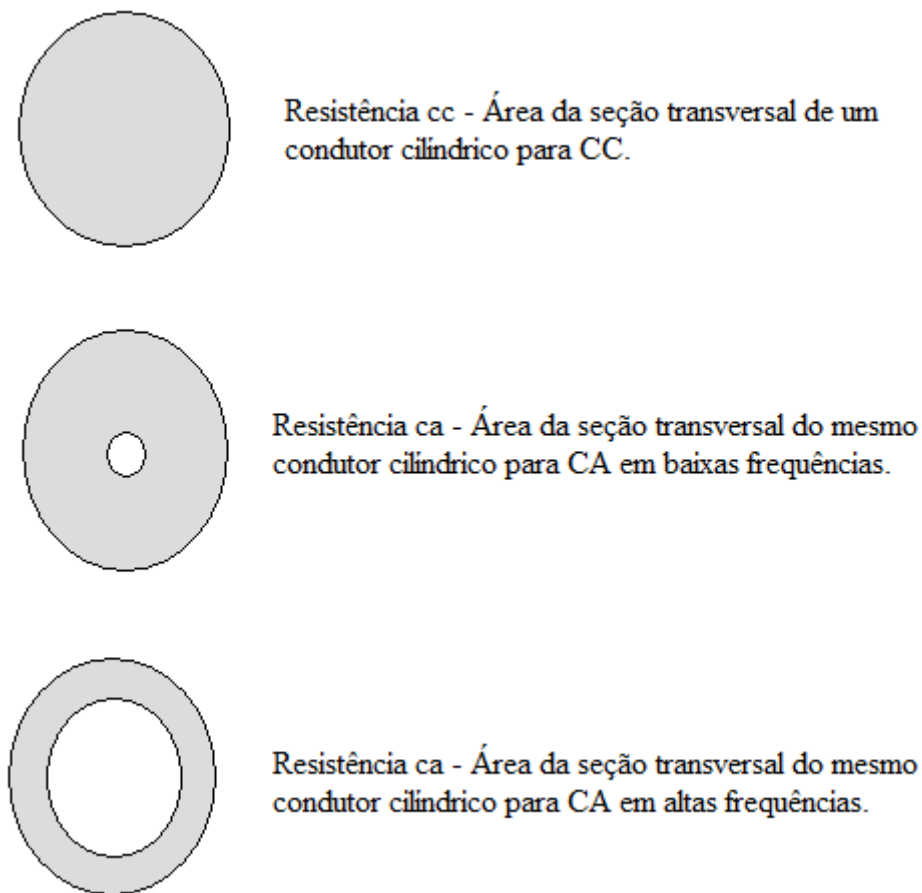


Figura 2.8. Resistências às correntes contínua e alternada. Adaptado de www.google.com.

A resistência cc ou ca provoca um aquecimento no condutor, gerando uma fonte de calor no local por onde circula a corrente. As perdas causadas no condutor pela resistência são conhecidas como efeito Joule, determinado por [12]:

$$W_c = I^2 R \quad (2.17)$$

onde R é a resistência do condutor e I é a corrente que o percorre.

2.3 Descrição geral das descargas atmosféricas

A descarga atmosférica, também conhecida como raio ou relâmpago, é uma descarga elétrica de alta potência, que ocorre devido à alta concentração de cargas em uma região da nuvem, gerando um intenso campo elétrico de modo a quebrar a rigidez dielétrica do ar. A descarga é capaz de transferir uma grande quantidade de carga, gerando intensas correntes, da ordem de dezenas ou centenas de quiloampères.

As descargas atmosféricas geralmente ocorrem nas nuvens de tempestade, as chamadas Cumulus nimbus, embora outras nuvens possam causá-las. A formação da descarga pode acontecer de quatro maneiras: entre a nuvem e o solo (NS -nuvem-solo ou SN -solo-nuvem); entre a nuvem e outra nuvem (EN - entre-nuvens); dentro da nuvem (IN - intra-nuvem) e da nuvem para o ar (NA). Estas formações são mostradas na figura 2.9. As descargas intranuvens são as mais frequentes; no entanto, as mais estudadas são as descargas nuvem-solo por serem as que mais interessam em termos práticos [13].

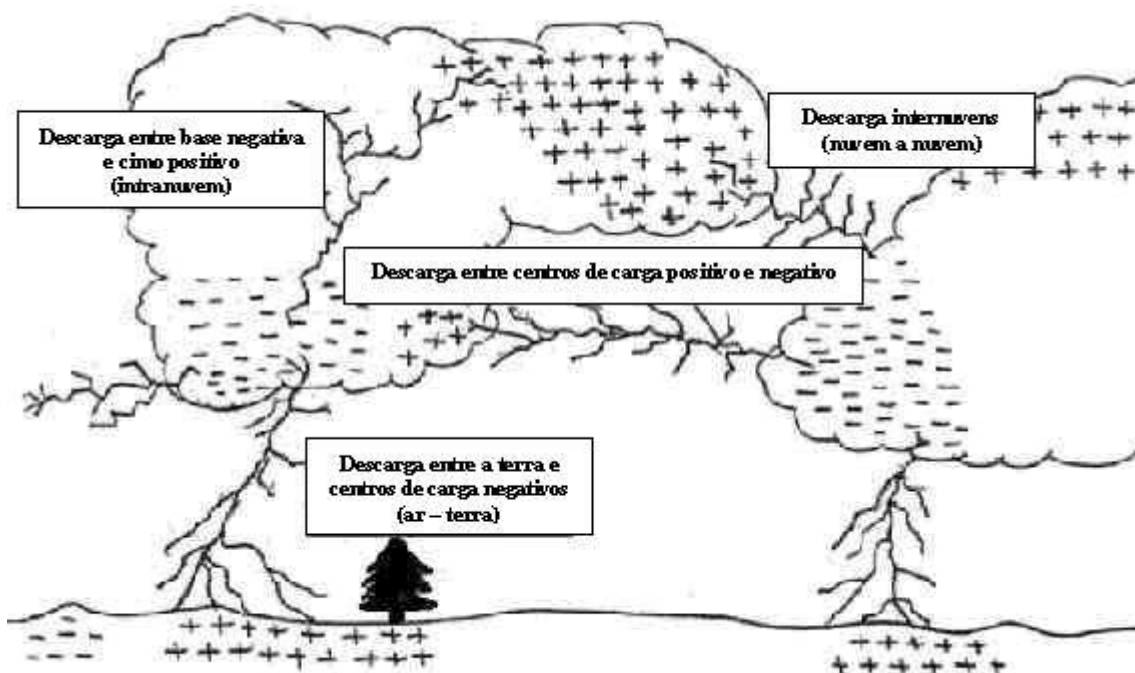


Figura 2.9. Diferentes tipos de descargas.

Adaptada de: www.nasa.com.

2.3.1 Mecanismo básico de evolução das descargas

Para o entendimento do fenômeno da descarga atmosférica, neste item é descrita simplificada, a transferência de carga negativa da nuvem para o solo.

Uma nuvem, carregada negativamente em sua base, induz no solo cargas positivas. Este acúmulo de cargas pode estabelecer uma grande diferença de potencial que causa uma ruptura preliminar da rigidez dielétrica do ar, ionizando-o, gerando um caminho para o fluxo de cargas, formando desta maneira o canal precursor de descarga.

O canal precursor de descarga estende-se em direção à terra procurando um caminho menos resistente para a propagação das cargas para o solo. À medida que este canal carregado negativamente se aproxima do solo, o campo elétrico se torna muito intenso nas extremidades deste, o que induz canais ascendentes do solo. Quando o canal descendente se encontra com um dos canais ascendentes, é estabelecida uma onda de corrente de alta intensidade e extremamente brilhante, a chamada corrente de retorno.

Após a ocorrência da primeira corrente de retorno, a qual possui uma amplitude média em torno de 30 kA, podem ocorrer outras descargas, gerando correntes de retorno subsequentes, geralmente com amplitudes menores que a corrente de retorno inicial [14].

2.3.2 Classificação das descargas nuvem - solo

Como citado anteriormente, este tipo de descarga tem maior importância porque a sua corrente de retorno pode causar mais danos na superfície terrestre.

A descarga nuvem-solo pode ocorrer de quatro maneiras, segundo a polaridade do centro de carga da nuvem envolvido, caracterizando os raios como negativos ou positivos; e em termos da direção de propagação do canal de descarga, como ascendentes ou descendentes conforme ilustrado na figura 2.10. Desta maneira, as descargas são classificadas em:

- ✓ Descarga negativa descendente: as que se iniciam na nuvem e se dirigem para o solo com transferência de elétrons da nuvem para o solo (figura 2.10 (a)).
- ✓ Descarga negativa ascendente: as que se iniciam no solo em direção à nuvem com transferência de elétrons do solo para a nuvem. Geralmente origina-se de um objeto alto carregado positivamente (figura 2.10 (b)).
- ✓ Descarga positiva descendente: as que se iniciam na nuvem e se dirigem para o solo com transferência de elétrons do solo para a nuvem (figura 2.10 (c)).

✓ Descarga positiva ascendente: as que se iniciam no solo e se dirigem para a nuvem com transferência de elétrons da nuvem para o solo. Normalmente origina-se de um objeto elevado carregado negativamente (figura 2.10 (d)).

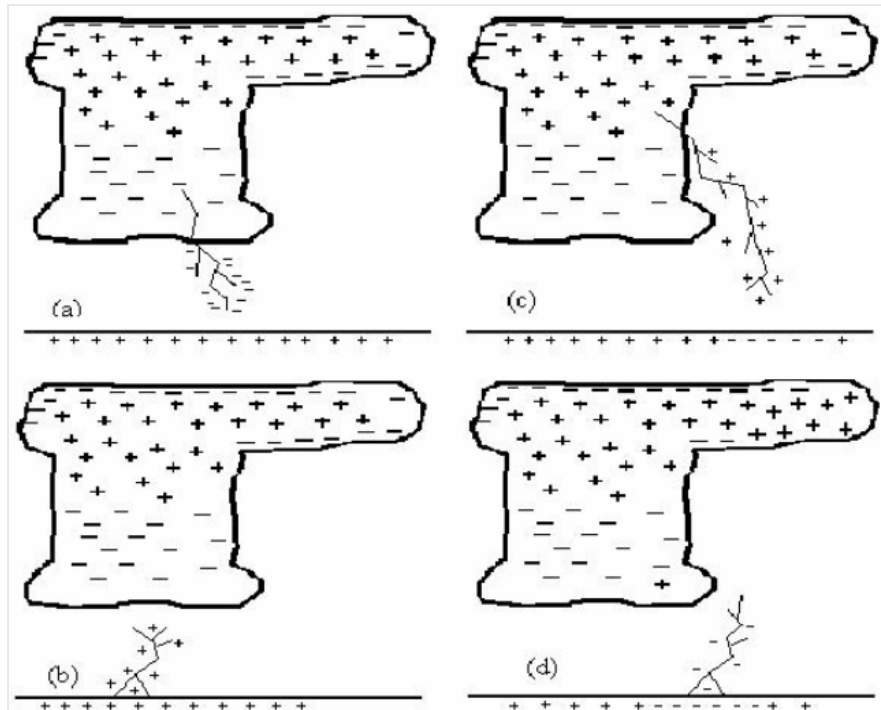


Figura 2.10. Quatro tipos de descargas atmosféricas nuvem-solo. a) Descarga negativa descendente. b) Descarga negativa ascendente. c) Descarga positiva descendente. d) Descarga positiva ascendente [14].

As descargas nuvem-solo descendentes de polaridade negativa representam aproximadamente 90% dos casos registrados [15].

2.3.3 Componentes típicas das descargas

Como já foi visto, após a corrente de retorno inicial, pode haver a formação de múltiplas descargas, denominadas correntes de retorno subsequentes, com variadas amplitudes e diferentes durações.

A descarga atmosférica é tipicamente composta por três componentes principais:

- ✓ A primeira descarga, denominada componente impulsiva, caracterizada por amplitudes de dezenas até centenas de kA e alguns μ s de duração;
- ✓ Os pulsos subsequentes, com amplitudes de até dezenas de kA e centenas de μ s;
- ✓ O pulso de longa duração, denominado de componente contínua, com

amplitude da ordem de dezenas a centenas de ampères e duração de algumas dezenas a centenas de ms [1, 13].

A figura 2.11 ilustra uma descarga atmosférica de polaridade negativa com as suas várias componentes.

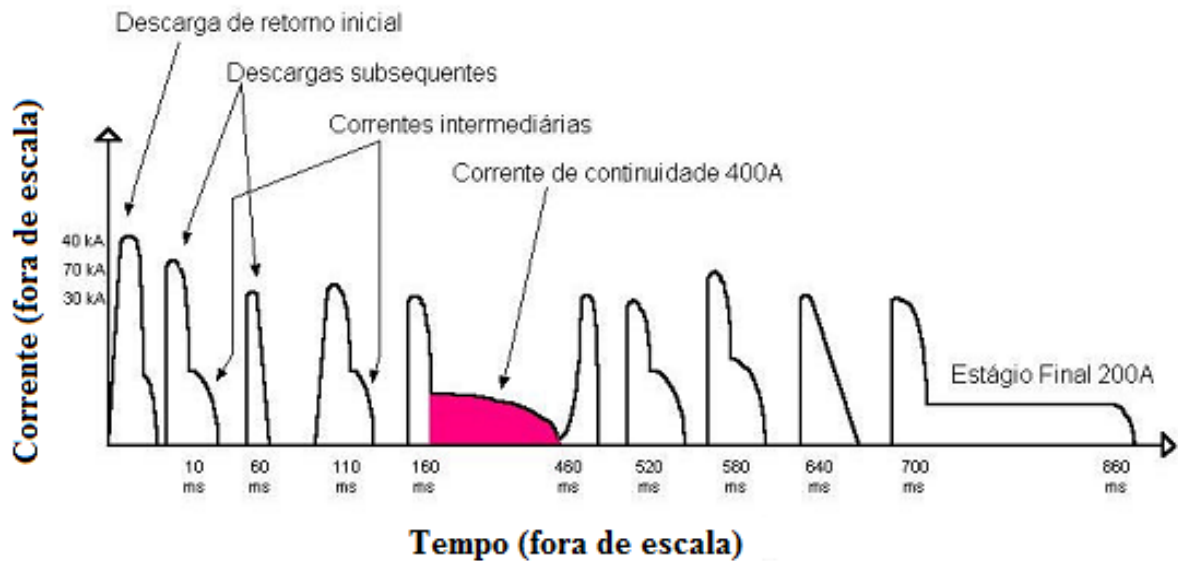


Figura 2.11. Componentes de uma onda de descarga com polaridade negativa [1].

A componente contínua da descarga, ou corrente de continuidade, pode ocorrer após a primeira corrente de retorno, ou entre os intervalos das correntes de retorno subsequentes, como no caso da figura 2.11.

A corrente contínua é definida por [16] como um arco quase estacionário entre a fonte de carga da nuvem e a terra, ao longo do trajeto criado pela sequência, ou sequências, da corrente de retorno da descarga.

Testes em laboratório constataram que as correntes de longa duração produziam derretimento significativo de metais e queima de compostos [6].

2.3.4 Danos causados pelas descargas atmosféricas aos cabos OPGW

Como observado em muitos sistemas, a descarga atmosférica é uma das principais causas de danos aos cabos OPGW. Esta pode causar danos aos fios metálicos que constituem a sua estrutura, e ao núcleo de fibras ópticas, prejudicando o sistema de proteção das linhas de

energia, assim como a transmissão de dados.

Um dos poucos registros existentes de danos aos cabos OPGW causados por descargas atmosféricas, foi realizado por Furnas Centrais Elétricas [15, 17]. A empresa realizou testes e estudos com os cabos para-raios convencionais e OPGW, assim como registrou os danos ocorridos pelas descargas atmosféricas aos cabos de sua linha de transmissão.

Ensaio em laboratório com cabos OPGW, para testar as consequências da componente impulsiva e da componente contínua, comprovaram que a componente contínua é a que causa mais danos aos cabos OPGW, pela conseqüente geração de calor proveniente de sua longa duração, podendo causar a fusão do condutor, com conseqüente perda da fibra óptica em seu interior. [6, 18].

Nas figuras 2.12 e 2.13 são mostradas fotos de cabos OPGW submetidos a testes de descarga com a componente impulsiva e a componente contínua.

No ensaio do cabo com a componente de curta duração (impulsiva) é observado somente uma queima da camada externa, o que não prejudica tanto o desempenho do cabo, conforme a figura 2.12.

Já no ensaio com a componente de longa duração (contínua), figura 2.13, se observa um comportamento bem mais danoso ao cabo OPGW, uma vez que houve o rompimento total de alguns tentos, o que dificulta sensivelmente o desempenho do cabo, pois além de comprometer a sua sustentação mecânica, pode ter comprometido a região interna do cabo onde estão alojadas as fibras ópticas.

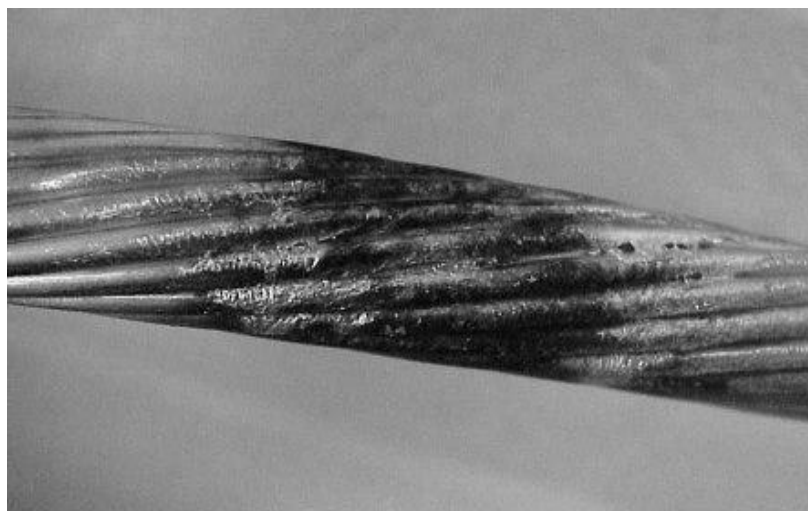


Figura 2.12. Dano da corrente impulsiva da descarga (120 kA) ao OPGW [6].

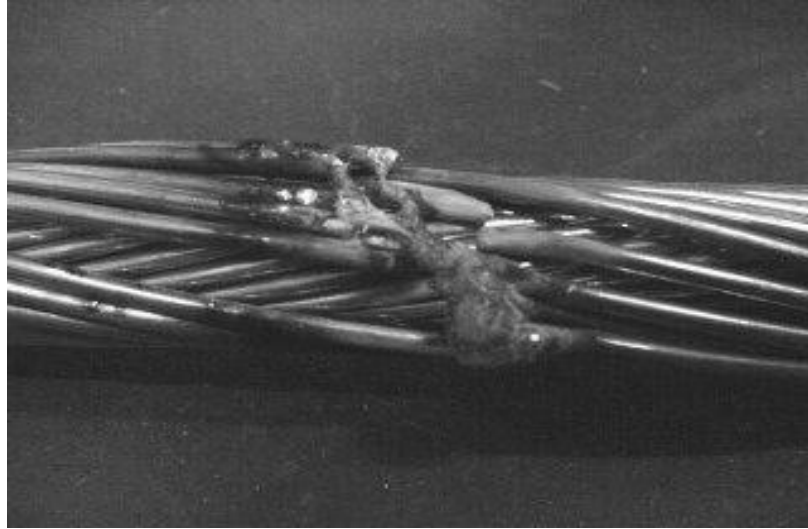


Figura 2.13. Dano da corrente contínua da descarga (220 A) ao OPGW [6].

Com a constatação de alguns poucos estudos dos danos causados aos cabos pela componente de longa duração, ultimamente tem aumentado o interesse pela investigação dos efeitos da componente contínua da descarga atmosférica.

Capítulo 3

MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Neste capítulo são abordadas as técnicas das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), dando uma visão geral do método FDTD convencional, e depois é enfatizado o método ADI-FDTD juntamente com a condição absorvente CPML, que foi utilizada neste trabalho para truncar o domínio computacional.

3.1 Método FDTD: visão geral

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) é uma técnica amplamente utilizada para a solução de problemas em eletromagnetismo. O método foi primeiramente utilizado por Yee em 1966 [19], que propôs a solução das equações rotacionais de Maxwell no domínio do tempo em um espaço discreto. A técnica utiliza aproximações de diferenças centradas tanto no espaço quanto no tempo, para discretizar as equações de Faraday e de Ampere, obtendo a distribuição dos campos eletromagnéticos a cada passo de tempo pelo esquema explícito *leapfrog*. Os campos elétrico e magnético são intercalados por meio passo espacial e meio passo temporal.

Em 1975, Taflove e Brodwin obtiveram o critério de estabilidade do algoritmo de Yee, além de obter a solução de problemas tridimensionais para ondas eletromagnéticas interagindo com estruturas materiais [20]. O termo FDTD foi utilizado pela primeira vez em 1980 por Taflove, quando publicou a primeira validação de modelos simulados em FDTD para uma cavidade metálica [21].

Em 1981, Mür publicou a primeira condição absorvente de contorno (ABC) com segunda ordem de precisão [22]. Desde então, muitas técnicas de condições absorventes foram desenvolvidas, e o método FDTD tem sido usado em diversos problemas complexos, tornando-se cada vez mais popular. O método FDTD tem sido constantemente aprimorado e utilizado em diversas aplicações. Dentre essas melhorias, pode-se destacar o método FDTD

com estabilidade numérica independente do passo de tempo (ADI-FDTD) [23,24], o qual é utilizado neste trabalho juntamente com a condição absorvente PML-Convolutacional (CPML) [25]. Assim, o constante progresso e a fácil implementação do método torna-o crescente nos trabalhos científicos.

3.1.1 Equações de atualização do campo eletromagnético

As equações diferenciais de Maxwell no domínio do tempo para um meio linear, homogêneo, com perdas, são dadas por:

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \quad (3.1)$$

e

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (3.2)$$

sendo \vec{H} o vetor intensidade de campo magnético (A/m), \vec{E} o vetor intensidade de campo elétrico (V/m), ε a permissividade elétrica (F/m), μ a permeabilidade magnética (H/m) e \vec{J} o vetor densidade de corrente elétrica de condução (A/m²), com $\vec{J} = \sigma \vec{E}$.

Quando as equações (3.1) e (3.2) são expandidas em coordenadas retangulares, têm-se:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.7)$$

e

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (3.8)$$

Yee considerou uma grade retangular uniformemente espaçada em três dimensões, sendo cada célula da grade com dimensões Δx , Δy e Δz ao longo de cada eixo coordenado, respectivamente. Um ponto na malha é expresso pela forma discreta como: $(x, y, z) = (I\Delta x, J\Delta y, K\Delta z)$, onde I, J, K são inteiros. Da mesma forma, o tempo é também uniformemente discretizado como $t = n\Delta t$, sendo n inteiro.

Os campos \vec{E} e \vec{H} são dispostos na célula de Yee de modo a satisfazerem as leis de Àmpere e de Faraday (ver figura 3.1).

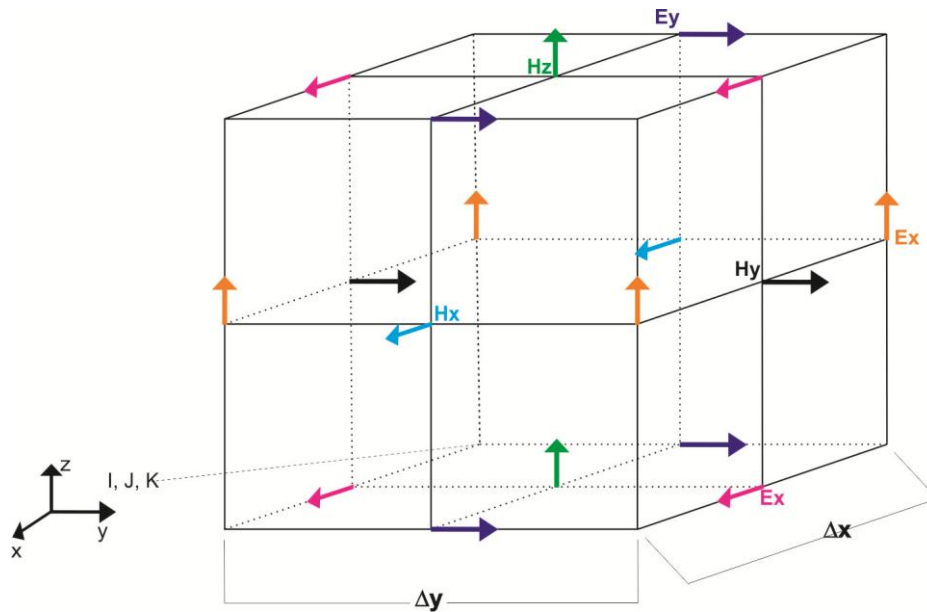


Figura 3.1. Célula de Yee.

Percebe-se na figura 3.1, que em um dado plano da célula há sempre quatro componentes de campo elétrico circulando ao redor de uma componente perpendicular do campo magnético e vice-versa.

As equações de Maxwell são discretizadas utilizando as diferenças centradas, considerando tanto as derivadas espaciais quanto as temporais com uma precisão de segunda ordem. A atualização dos campos é feita por um esquema explícito chamado de *leapfrog*,

onde a cada meio passo de tempo, os valores de campo \vec{E} são calculados e armazenados utilizando valores vizinhos de \vec{H} previamente calculados em um passo de tempo anterior, e vice-versa. A figura 3.2 ilustra o procedimento graficamente.

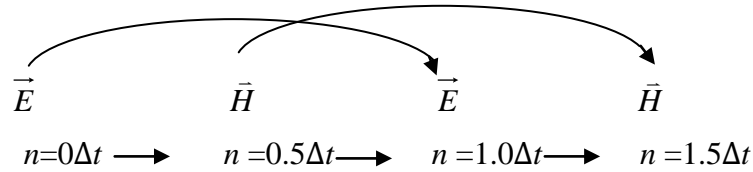


Figura 3.2. Esquema *leapfrog*.

Considerando as derivadas espaciais e temporais, as equações de atualização obtidas são:

$$H_{x(I,J+1/2,K+1/2)}^{n+1/2} = H_{x(I,J+1/2,K+1/2)}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{y(I,J+1/2,K+1)}^n - E_{y(I,J+1/2,K)}^n}{\Delta z} - \frac{E_{z(I,J+1,K+1/2)}^n - E_{z(I,J,K+1/2)}^n}{\Delta y} \right), \quad (3.9)$$

$$H_{y(I+1/2,J,K+1/2)}^{n+1/2} = H_{y(I+1/2,J,K+1/2)}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{z(I+1,J,K+1/2)}^n - E_{z(I,J,K+1/2)}^n}{\Delta x} - \frac{E_{x(I+1/2,J,K+1)}^n - E_{x(I+1/2,J,K)}^n}{\Delta z} \right), \quad (3.10)$$

$$H_{z(I+1/2,J+1/2,K)}^{n+1/2} = H_{z(I+1/2,J+1/2,K)}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu} \left(\frac{E_{x(I+1/2,J+1,K)}^n - E_{x(I+1/2,J,K)}^n}{\Delta y} - \frac{E_{y(I+1,J+1/2,K)}^n - E_{y(I,J+1/2,K)}^n}{\Delta x} \right), \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
E_{x(I+1/2,J,K)}^{n+1} = & E_{x(I+1/2,J,K)}^n \left(\frac{1 - \sigma\Delta t / 2e}{1 + \sigma\Delta t / 2e} \right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{z(I+1/2,J+1/2,K)}^{n+1/2} - H_{z(I+1/2,J-1/2,K)}^{n+1/2}}{\Delta y} \right] - \\
& - \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{y(I+1/2,J,K+1/2)}^{n+1/2} - H_{y(I+1/2,J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z} \right],
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
E_{y(I,J+1/2,K)}^{n+1} = & E_{y(I,J+1/2,K)}^n \left(\frac{1 - \sigma\Delta t / 2e}{1 + \sigma\Delta t / 2e} \right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{x(I,J+1/2,K+1/2)}^{n+1/2} - H_{x(I,J+1/2,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z} \right] - \\
& - \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{z(I+1/2,J+1/2,K)}^{n+1/2} - H_{z(I-1/2,J+1/2,K)}^{n+1/2}}{\Delta x} \right],
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

e

$$\begin{aligned}
E_{z(I,J,K+1/2)}^{n+1} = & E_{z(I,J,K+1/2)}^n \left(\frac{1 - \sigma\Delta t / 2e}{1 + \sigma\Delta t / 2e} \right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{y(I+1/2,J,K+1/2)}^{n+1/2} - H_{y(I+1/2,J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z} \right] - \\
& - \frac{\Delta t}{\varepsilon(1 + \sigma\Delta t / 2e)} \left[\frac{H_{x(I,J+1/2,K+1/2)}^{n+1/2} - H_{x(I,J-1/2,K+1/2)}^{n+1/2}}{\Delta y} \right].
\end{aligned}
\tag{3.14}$$

3.1.2 Precisão e estabilidade

Para garantir a precisão e a estabilidade do método FDTD é necessário que alguns critérios sejam seguidos para haver convergência para a solução correta. Deve haver um cuidado na escolha dos incrementos espaciais $\Delta_{x,y,z}$ e temporal Δt .

A precisão tem a ver com a escolha do incremento espacial da malha. Erros de discretização podem acarretar em dispersão numérica. A dispersão numérica ocorre quando

há diferença entre a velocidade de fase de uma onda propagando-se no vácuo e a velocidade da luz. Uma boa aproximação para minimizar tais erros é utilizar o seguinte critério [24]:

$$\Delta_{x,y,z} \leq \lambda/10, \quad (3.15)$$

onde λ é o menor comprimento de onda analisado.

A estabilidade tem a ver com a escolha do incremento temporal. Para que haja a convergência do método, é necessário satisfazer a condição de Courant, dada por [24]:

$$\Delta t \leq 1/v_{max} \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}, \quad (3.16)$$

onde v_{max} é a máxima velocidade de propagação da onda no espaço de análise.

3.2 MÉTODO ADI-FDTD

Os métodos de diferenças finitas podem ser classificados em explícitos ou implícitos. Os métodos explícitos têm a vantagem de serem simples e de fácil implementação, pois obtêm a solução em um instante futuro ($n+1$) através da solução no instante anterior (n). Conforme visto anteriormente, o FDTD tradicional é um método explícito e, mesmo com sua simplicidade, apresenta uma limitação: a dependência de uma condição de estabilidade para determinar a discretização temporal. Já os esquemas implícitos são incondicionalmente estáveis, sendo a escolha do passo de tempo independente de uma condição de estabilidade. Entretanto, a desvantagem desta técnica é a sua complexidade de implementação, pois uma solução em um instante atual está acoplada com outras soluções nesse mesmo instante, de modo que o resultado é obtido pelo cálculo de um sistema linear.

O esquema das direções alternadas implícitas aplicado ao FDTD (método ADI-FDTD) é um método implícito, proposto inicialmente por Namiki em [23] e em seguida por Zheng et al em [26]. O método ADI-FDTD foi estendido para problemas tridimensionais por Namiki em [27] e Zheng em [28], os quais também verificaram a estabilidade do método. Posteriormente, Namiki em [29] e Zheng em [30] fizeram um análise da dispersão numérica do método.

O método ADI-FDTD tem como princípio calcular implicitamente um sistema linear de determinadas componentes de campo, resolvidas em passos de tempo diferentes. Este método divide cada passo de tempo do algoritmo FDTD tradicional em dois meio passos de tempo ($\Delta t/2$). A definição de “direção implícita alternada” provém da escolha alternada de apenas uma direção implícita a cada passo de tempo. Embora haja um aumento do número de operações por cada procedimento no tempo em relação ao método FDTD, o método não apresenta grande custo computacional, pois o passo temporal empregado pode ser muito maior que o estabelecido pelo limite de Courant, dado por (3.16).

3.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MODELO BIDIMENSIONAL: EQUAÇÕES DE MAXWELL E O ADI-CPML

O modelo bidimensional ADI-2D é desenvolvido em coordenadas retangulares no plano yz , envolvendo as componentes H_x , E_y e E_z . O espaço de análise é truncado pela camada absorvente CPML adaptada ao método ADI-FDTD.

As equações de Maxwell para meios isotrópicos, em sua forma rotacional, são dadas por:

$$\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E} \quad (3.17)$$

e

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} + \vec{J}_s = \nabla \times \vec{H} . \quad (3.18)$$

Na Equação (3.18), a densidade de corrente total considerada é a soma das duas densidades de corrente existentes, a da fonte \vec{J}_s e a da densidade de corrente induzida $\sigma \vec{E}$. Eliminando as variações em x e mantendo apenas as componentes em consideração, obtém-se para $\nabla \times \vec{H}$ e $\nabla \times \vec{E}$:

$$\nabla \times \vec{H} = \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(-\frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \hat{z} \quad (3.19)$$

e

$$\nabla \times \vec{E} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{x}}. \quad (3.20)$$

Assim, substituindo em (3.17) e (3.18), temos as equações no domínio do tempo para H_x , E_y e E_z :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_y + \frac{Js_y}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_z + \frac{Js_z}{\varepsilon} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.23)$$

Estendendo as equações acima para a inclusão da CPML, obtêm-se as seguintes equações de Maxwell com perdas:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\bar{s}_y(t) * \frac{\partial E_z}{\partial y} - \bar{s}_z(t) * \frac{\partial E_y}{\partial z} \right), \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_y + \frac{Js_y}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \bar{s}_z(t) * \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (3.25)$$

e

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_z + \frac{Js_z}{\varepsilon} = -\frac{1}{\varepsilon} \bar{s}_y(t) * \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (3.26)$$

onde

$$\bar{s}_u(t) = \frac{\delta(t)}{\kappa_u} - \frac{\sigma_u}{\varepsilon_0 \kappa_u^2} \exp \left[- \left(\frac{\sigma_u}{\varepsilon_0 \kappa_u} + \frac{\alpha_u}{\varepsilon_0} \right) t \right] u_0(t), \quad (3.27)$$

$u = y$ ou z ; $\delta(t)$ é a função Delta de Dirac, σ_u é o perfil de condutividade da região de PML

para absorção das ondas na direção u (y ou z); κ_u e α_u são parâmetros da PML relativos à sua implementação na forma de coordenadas alongadas (*stretched coordinates*) [25]. No meio onde não há PML, $\sigma_u = 0$ e $\kappa_u = 1$.

A solução numérica das equações (3.24)-(3.26) através do método FDTD requer encontrar soluções recursivas para as convoluções presentes nas mesmas. Após algumas manipulações algébricas, as equações (3.24)-(3.26) podem ser rescritas como:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial E_y}{\partial z} + \Psi_{Hxy} - \Psi_{Hxz} \right), \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_y = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{\kappa_z} \frac{\partial H_x}{\partial z} + \Psi_{Eyz} \right) \quad (3.29)$$

e

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_z = -\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1}{\kappa_y} \frac{\partial H_x}{\partial y} + \Psi_{Ezy} \right). \quad (3.30)$$

Os termos auxiliares Ψ_{Hxy} , Ψ_{Hxz} , Ψ_{Eyz} e Ψ_{Ezy} contém as soluções recursivas para as convoluções existentes no sistema de equações. Numericamente, elas são atualizadas da seguinte forma,

$$\Psi_{Hxy(J,K)}^n = b_{y(J)} \Psi_{Hxy(J,K)}^{n-1} + a_{y(j)} \frac{E_{z(J+1/2,K)}^n - E_{z(J-1/2,K)}^n}{\Delta y}, \quad (3.31)$$

$$\Psi_{Hxz(J,K)}^{n+1/2} = b_{z(K)} \Psi_{Hxz(J,K)}^{n-1/2} + a_{z(K)} \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z}, \quad (3.32)$$

$$\Psi_{Eyz(J,K+1/2)}^{n+1/2} = b_{z(K)} \Psi_{Eyz(J,K)}^{n-1/2} + a_{z(K)} \frac{H_{x(J,K+1)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^{n+1/2}}{\Delta z} \quad (3.33)$$

e

$$\Psi_{Ezy(J+1/2,K)}^n = b_{y(J)} \Psi_{Ezy(J,K)}^{n-1} + a_{y(J)} \frac{H_{x(J+1,K)}^n - H_{x(J,K)}^n}{\Delta y}, \quad (3.34)$$

sendo n o índice temporal, Δy e Δz são os incrementos espaciais, J e K são os índices espaciais nas direções y e z , respectivamente, e

$$a_u = \frac{\sigma_u}{\sigma_u \kappa_u + \kappa_u^2 \alpha_u} \left\{ \exp \left[- \left(\frac{\sigma_u}{\kappa_u} + \alpha_u \right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0} \right] - 1 \right\}, \quad (3.35)$$

$$b_u = \exp \left[- \left(\frac{\sigma_u}{\kappa_u} + \alpha_u \right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0} \right], \quad (3.36)$$

onde Δt é o incremento temporal.

A discretização FDTD nas equações (3.28)-(3.30) utiliza a técnica ADI onde um passo de tempo é resolvido em dois meio passos. No primeiro meio passo, as derivadas espaciais em uma dada direção são adiantadas no tempo, enquanto que no segundo meio passo as derivadas espaciais na outra direção são adiantadas, levando ao final a um método implícito incondicionalmente estável, ao contrário do método FDTD tradicional que utiliza a estratégia *leapfrog* no tempo.

No primeiro meio passo ADI-FDTD, tomando (3.28)-(3.30) como referência, as derivadas espaciais em z foram adiantadas no tempo:

$$\frac{H_{x(J,K)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^n}{\Delta t / 2} = - \frac{1}{\mu_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{y(J)}} \frac{E_{z(J+1/2,K)}^n - E_{z(J-1/2,K)}^n}{\Delta y} - \frac{1}{\kappa_{z(K)}} \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z} + \Psi_{Hxy(J,K)}^n - \Psi_{Hxz(J,K)}^{n+1/2} \right), \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K+1/2)}^n}{\Delta t / 2} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\epsilon_{(J)}} \left(E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} + E_{y(J,K+1/2)}^n \right) + \frac{J S_y^{n+1/4}}{\epsilon} = \\ & = \frac{1}{\epsilon_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{z(K)}} \frac{H_{x(J,K+1)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^{n+1/2}}{\Delta z} + \Psi_{Eyz(J,K+1/2)}^{n+1/2} \right), \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2} - E_{z(J+1/2,K)}^n}{\Delta t/2} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \left(E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2} + E_{z(J+1/2,K)}^n \right) + \frac{Js_z^{n+1/4}}{\varepsilon} = \\
& = -\frac{1}{\varepsilon_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{y(J)}} \frac{H_{x(J+1,K)}^n - H_{x(J,K)}^n}{\Delta y} + \Psi_{E_{zy}(J+1/2,K)}^n \right). \tag{3.39}
\end{aligned}$$

A presença de duas componentes distintas (H_x e E_y) no mesmo instante de tempo $t = (n+1/2)\Delta t$ em (3.37) e (3.38) requer um tratamento adicional para eliminarmos por substituição uma destas componentes, usando dessa forma as duas equações para obtermos uma terceira. Assim torna-se possível atualizar no instante $t=(n+1/2)\Delta t$ uma única componente com a nova equação. Após várias substituições e manipulações algébricas nas equações acima, obtém-se as equações finais para E_y , E_z e H_x referentes ao primeiro meio passo ADI:

$$\begin{aligned}
& -\frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}\varepsilon_{(J)}\Theta_{z(K)}^2} E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2} + \left[\frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}\varepsilon_{(J)}\Theta_{z(K)}} \left(\frac{1}{\Theta_{z(K+1)}} + \frac{1}{\Theta_{z(K)}} \right) \right. \\
& \left. + \frac{2}{\Delta t} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \right] E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}\varepsilon_{(J)}\Theta_{z(K)}\Theta_{z(K+1)}} E_{y(J,K+3/2)}^{n+1/2} = \\
& = -\frac{Js_y^{n+1/4}}{\varepsilon_{(J)}} + \frac{b_{z(K)}}{\varepsilon_{(J)}} \Psi_{E_{yz}(J,K)}^{n-1/2} + \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \right) E_{y(J,K+1/2)}^n + \\
& \frac{1}{\varepsilon_{(J)}\Theta_{z(K)}} \left[H_{x(J,K+1)}^n - H_{x(J,K)}^n \right. \\
& \left. - \frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}} \left(\frac{E_{z(J+1/2,K+1)}^n - E_{z(J-1/2,K+1)}^n - E_{z(J+1/2,K)}^n + E_{z(J-1/2,K)}^n}{\kappa_{y(J)}\Delta y} \right) \right. \\
& \left. + \Psi_{H_{xy}(J,K+1)}^n - b_{z(K+1)} \Psi_{H_{xz}(J,K+1)}^{n-1/2} - \Psi_{H_{xy}(J,K)}^n + b_{z(K)} \Psi_{H_{xz}(J,K)}^{n-1/2} \right] \tag{3.40}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2} & = -\frac{2\Delta t Js_z^{n+1/4}}{4\varepsilon_{(J)} + \sigma_{(J)}\Delta t} + \left(\frac{4\varepsilon_{(J)} - \sigma_{(J)}\Delta t}{4\varepsilon_{(J)} + \sigma_{(J)}\Delta t} \right) E_{z(J+1/2,K)}^n - \\
& \frac{2\Delta t}{4\varepsilon_{(J)} + \sigma_{(J)}\Delta t} \left(\frac{H_{x(J+1,K)}^n - H_{x(J,K)}^n}{\kappa_{y(J)}\Delta y} + \Psi_{E_{zy}(J+1/2,K)}^n \right), \tag{3.41}
\end{aligned}$$

$$H_{x(J,K)}^{n+1/2} = H_{x(J,K)}^n - \frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}} \left(\frac{E_{z(J+1/2,K)}^n - E_{z(J-1/2,K)}^n}{\kappa_{y(J)} \Delta y} - \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Theta_{z(K)}} + \Psi_{Hxy}^n - b_{z(K)} \Psi_{Hxz(J,K)}^{n-1/2} \right), \quad (3.42)$$

onde

$$\Theta_{z(K)} = \Delta z / \left(\frac{1}{\kappa_{z(K)}} + a_{z(K)} \right). \quad (3.43)$$

Observa-se que a solução para E_y é implícita em um sistema linear tridiagonal, enquanto que E_z e H_x podem ser resolvidas explicitamente.

O cálculo do sistema linear tridiagonal, realizado a cada meio passo de tempo, foi desenvolvido através do algoritmo matemático dado por [31].

Para o segundo meio passo, tomando novamente (3.28)-(3.30) como referência, as equações podem ser obtidas adiantando no tempo as derivadas espaciais em relação à direção y , obtendo-se:

$$\frac{H_{x(J,K)}^{n+1} - H_{x(J,K)}^{n+1/2}}{\Delta t/2} = -\frac{1}{\mu_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{y(J)}} \frac{E_{z(J+1/2,K)}^{n+1} - E_{z(J-1/2,K)}^{n+1}}{\Delta y} - \frac{1}{\kappa_{z(K)}} \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\Delta z} + \Psi_{Hxy}^{n+1} - \Psi_{Hxz(J,K)}^{n+1/2} \right), \quad (3.44)$$

$$\frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1} - E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \left(E_{y(J,K+1/2)}^{n+1} + E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} \right) + \frac{Js_{y(J,K+1/2)}^{n+3/4}}{\varepsilon_{(J)}} = \frac{1}{\varepsilon_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{z(K)}} \frac{H_{x(J,K+1)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^{n+1/2}}{\Delta z} + \Psi_{Eyz(J,K+1/2)}^{n+1/2} \right) \quad (3.45)$$

e

$$\begin{aligned} & \frac{E_{z(J+1/2,K)}^{n+1} - E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \left(E_{z(J+1/2,K)}^{n+1} + E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2} \right) + \frac{Js_{z(J+1/2,K)}^{n+3/4}}{\varepsilon_{(J)}} = \\ & - \frac{1}{\varepsilon_{(J)}} \left(\frac{1}{\kappa_{y(J)}} \frac{H_{x(J+1,K)}^{n+1} - H_{x(J,K)}^{n+1}}{\Delta y} + \Psi_{E_{zy}(J+1/2,K)}^{n+1} \right). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Realizando as substituições algébricas necessárias, as equações finais para E_y , E_z e H_x referentes ao segundo meio passo ADI-FDTD, são dadas por:

$$E_{y(J,K+1/2)}^{n+1} = \frac{1}{4\varepsilon_{(J)} + \sigma_{(J)}\Delta t} \left[-2\Delta t Js_{y(J,K+1/2)}^{n+3/4} + (4\varepsilon_{(J)} - \sigma_{(J)}\Delta t)E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} + 2\Delta t \left(\frac{1}{\kappa_{z(K)}} \frac{H_{x(J,K+1)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^{n+1/2}}{\Delta z} + \Psi_{E_{yz}(J,K+1/2)}^{n+1/2} \right) \right], \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{(J)}\mu_{(J)}\Theta y_{(J)}^2} E_{z(J-1/2,K)}^{n+1} + \left[\frac{2}{\Delta t} + \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} + \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{(J)}\Theta y_{(J)}} \left(\frac{1}{\mu_{(J+1)}\Theta y_{(J+1)}} + \frac{1}{\mu_{(J)}\Theta y_{(J)}} \right) \right] E_{z(J+1/2,K)}^{n+1} \\ & - \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{(J)}\mu_{(J+1)}\Theta y_{(J)}\Theta y_{(J+1)}} E_{z(J+3/2,K)}^{n+1} = - \frac{Js_{z(J+1/2,K)}^{n+3/4}}{\varepsilon_{(J)}} + \\ & \left(\frac{2}{\Delta t} - \frac{\sigma_{(J)}}{2\varepsilon_{(J)}} \right) E_{z(J+1/2,K)}^{n+1/2} - \frac{1}{\varepsilon_{(J)}\Theta y_{(J)}} \left[H_{x(J+1,K)}^{n+1/2} - H_{x(J,K)}^{n+1/2} \right. \\ & \left. + \frac{\Delta t}{2\mu_{(J+1)}} \left(\frac{E_{y(J+1,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J+1,K-1/2)}^{n+1/2}}{\kappa_{z(K)}\Delta z} - b_{y(J+1)} \Psi_{H_{xy}(J+1,K)}^n + \Psi_{H_{xz}(J+1,K)}^{n+1/2} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}} \left(\frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\kappa_{z(K)}\Delta z} - b_{y(J)} \Psi_{H_{xy}(J,K)}^n + \Psi_{H_{xz}(J,K)}^{n+1/2} \right) \right] - \frac{b_{y(J)}}{\varepsilon_{(J)}} \Psi_{E_{zy}(J,K)}^n \end{aligned} \quad (3.48)$$

e

$$H_{x(J,K)}^{n+1} = H_{x(J,K)}^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2\mu_{(J)}} \left(\frac{E_{z(J+1/2,K)}^{n+1} - E_{z(J-1/2,K)}^{n+1}}{\Theta y_{(J)}} - \frac{E_{y(J,K+1/2)}^{n+1/2} - E_{y(J,K-1/2)}^{n+1/2}}{\kappa_{z(K)} \Delta z} + b_{y(J)} \Psi_{Hxy(J,K)}^n - \Psi_{Hxz(J,K)}^{n+1/2} \right), \quad (3.49)$$

onde

$$\Theta y_{(J)} = \Delta y / \left(\frac{1}{\kappa_{y(J)}} + a_{y(J)} \right). \quad (3.50)$$

Capítulo 4

RESULTADOS

4.1 Metodologia

O trabalho é baseado em simulações computacionais através de métodos numéricos para avaliar a densidade de corrente na direção longitudinal (eixo z) e radial (eixo y) do cabo. O código de simulação foi feito em linguagem Fortran 90, utilizando o compilador GFortran no sistema operacional Linux, e os gráficos dos resultados finais foram feitos no Origin 6.0.

4.1.1 Escolha dos parâmetros do cabo

Como foi visto no Capítulo 2, o cabo foi modelado considerando três camadas homogêneas (figura 2.6). O cabo considerado nas simulações tem um raio de 7 mm, valor obtido de cabos reais utilizados na prática, um dos quais é também utilizado por Gonzalez em [11]. As permeabilidades da camada de aço foram tomadas com base em [32,33]. Os parâmetros do cabo são mostrados na tabela 4.1.

Tabela 4.1. Parâmetros do cabo

Camada	Material	Conductividade elétrica (S/m)	Permissividade elétrica relativa	Permeabilidade magnética relativa	Espessura (mm)
1	Sílica	0	3,8	1	2,35
2	Alumínio	$3,96 \times 10^7$	1	1	2
3	Aço	$0,2 \times 10^7$	1	280 e 1.000	2,65

4.1.2 Implementação da fonte de excitação

A fonte foi implementada aplicando-se dois diferentes pulsos, os quais representam as componentes impulsiva e contínua da descarga atmosférica. Para simular uma situação de descarga atmosférica, considerou-se uma fonte de corrente orientada na direção $-y$, incidindo na superfície da camada superior do cabo e bem no centro de seu comprimento (ponto longitudinal de referência $z = 0$). A fonte foi acrescentada nas equações de Maxwell como um termo isolado de densidade de corrente (J_{sy}), portanto,

$$f_{\text{fonte}} = -J_{sy} . \quad (4.1)$$

4.1.3 Escolha dos incrementos espacial e temporal

O incremento espacial deve ser escolhido cuidadosamente para evitar a ocorrência de dispersão numérica, sendo normalmente utilizada a desigualdade (3.15) como um bom critério de precisão. Assim, dada as pequenas dimensões do cabo com um raio $R = 7$ mm e o menor comprimento de onda analisado, em torno de $\lambda = 0,3$ m, os incrementos espaciais puderam ser tomados tão pequenos quanto possíveis para uma melhor discretização de cada camada do cabo. Portanto, a discretização espacial tomada foi $\Delta y = 0,05 \times 10^{-3}$ m e $\Delta z = 0,2 \times 10^{-3}$ m.

A escolha do incremento temporal no método ADI-FDTD é diferente do que ocorre no método FDTD tradicional, descrito no Capítulo 3. No método FDTD, deve-se satisfazer a condição de Courant-Friedrich-Levy (CFL), que limita o máximo tamanho do passo de tempo pelo tamanho mínimo da célula no domínio computacional. Esta condição é dada por

$$\Delta t \leq 1/c \sqrt{\frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} , \quad (4.2)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, Δt é o passo de tempo para FDTD tradicional; Δy e Δz são os incrementos espaciais.

Se fosse utilizado o passo de tempo segundo a condição de Courant o valor estabelecido seria incrivelmente pequeno, na ordem de 10^{-13} s, em virtude das pequenas discretizações espaciais, dessa forma aumentando consideravelmente o número de passos de tempo necessários para a simulação computacional, o que o tornaria inviável. Entretanto, o método ADI-FDTD não segue essa restrição de Courant, de tal forma que o incremento temporal é limitado apenas

pelo erro de dispersão numérica. Portanto, o passo de tempo para a formulação ADI-FDTD pode ser bem maior que o dado pela condição de Courant (CFL), uma vez que o método ADI é “incondicionalmente” estável. O passo de tempo ADI é, então

$$\Delta t_{ADI} = CFLN \Delta t ,$$

sendo $CFLN$ o fator de multiplicação que indica quantas vezes o passo de tempo no método ADI é maior que o determinado pelo FDTD tradicional.

Nas simulações foram escolhidos dois diferentes passos de tempo para cada componente da descarga atmosférica, de modo que esses valores garantissem com segurança a estabilidade do método. Para a componente impulsiva escolheu-se $CFLN=10^4$ e para a componente contínua o $CFLN=10^7$.

4.2 Casos simulados

Duas diferentes fontes de excitação foram utilizadas nas simulações para o cálculo da densidade de corrente. Foram escolhidos quatro pontos dentro do cabo para calcular o comportamento da densidade de corrente. Os pontos A e B estão localizados na camada de alumínio, e os pontos C e D estão na camada de aço. A figura 4.1 apresenta a localização dos pontos no cabo e a localização do ponto de incidência da descarga atmosférica.

Além da escolha dos quatro pontos ao longo do raio (eixo y) – pontos A, B, C e D - a densidade de corrente é calculada ao longo do comprimento do cabo, em $z=0$, onde se situa o ponto de incidência da descarga atmosférica, e em outro ponto em $z=5$ mm.

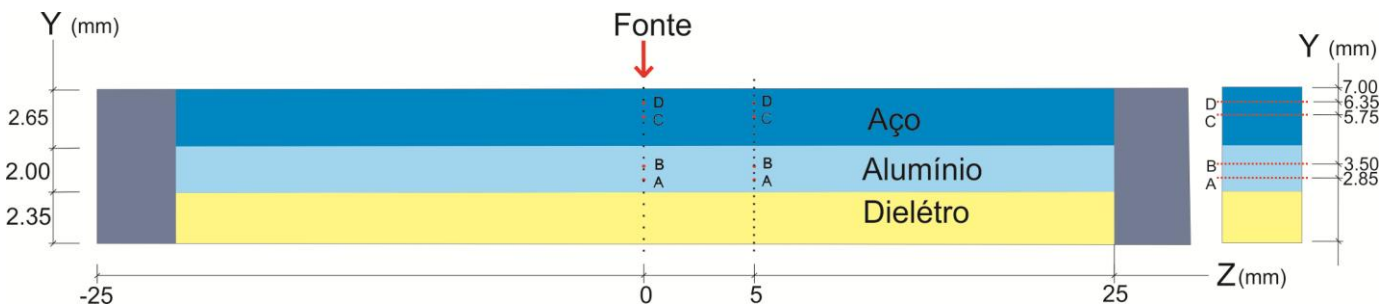


Figura 4.1. Seção longitudinal do cabo com o ponto de incidência da fonte

4.2.1 Resultados da componente impulsiva para $\mu_r=280$ e $\mu_r=1.000$ na camada de aço

A componente impulsiva da descarga atmosférica foi modelada pela função de Heidler [34, 35], que é representada pelas equações analíticas (4.4) e (4.5), a qual reproduz adequadamente as curvas de corrente de retorno de uma descarga real. É dada por

$$J(t) = \frac{J_0}{\eta} \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right), \quad (4.3)$$

onde

$$\eta = \exp\left[\left(-\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\left(n\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)\right]^{1/n}. \quad (4.4)$$

J_0 – amplitude da corrente,

τ_1 – constante relacionada ao tempo de frente de onda da corrente,

τ_2 – constante relacionada ao tempo de queda de onda da corrente,

η – fator de correção da amplitude,

n – expoente (2 a 10).

Os parâmetros utilizados [35] na função de Heidler para simular a componente impulsiva foram $\tau_1 = 0,25 \mu\text{s}$ e $\tau_2 = 2,5 \mu\text{s}$ com valor de pico $J_0 = 10,7 \text{ kA/m}^2$. A curva com tais parâmetros é mostrada na figura 4.2.

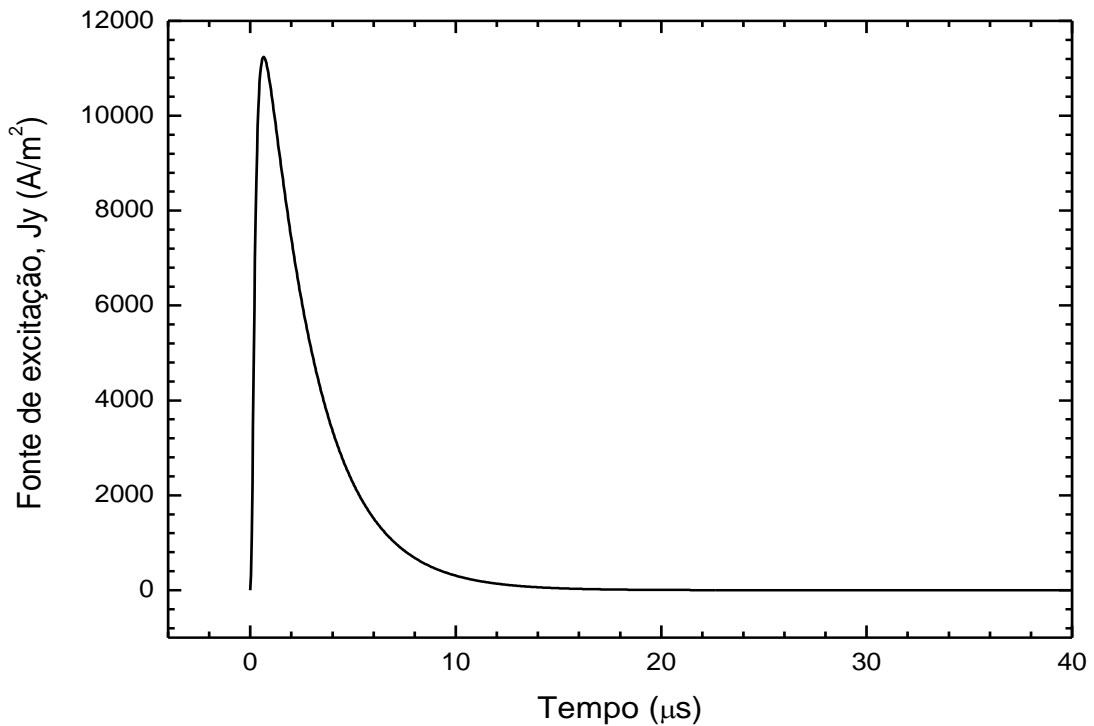


Figura 4.2. Componente impulsiva da descarga atmosférica.

Quando o cabo é excitado com a componente impulsiva, as densidades de corrente J_z e J_y se concentram na superfície do cabo, não havendo corrente na camada de alumínio. Isso acontece devido ao efeito pelicular, pois a fonte impulsiva tem componentes de altas frequências que, juntamente com a permeabilidade do aço, faz com que a corrente permaneça na periferia do cabo, nos pontos da camada de aço (pontos C e D), conforme mostram as figura 4.3 e 4.4.

É importante notar nas figuras 4.3 e 4.4, que as densidades de corrente foram calculadas no ponto de incidência da descarga ($z=0$). Percebe-se que a densidade de corrente J_z nesse ponto ($z=0$) tem uma resultante praticamente nula, pois a corrente fluirá nas duas direções longitudinais do cabo, $+z$ e $-z$. Já a componente J_y tem a amplitude resultante maior que J_z no ponto de incidência por ser a direção de incidência da fonte.

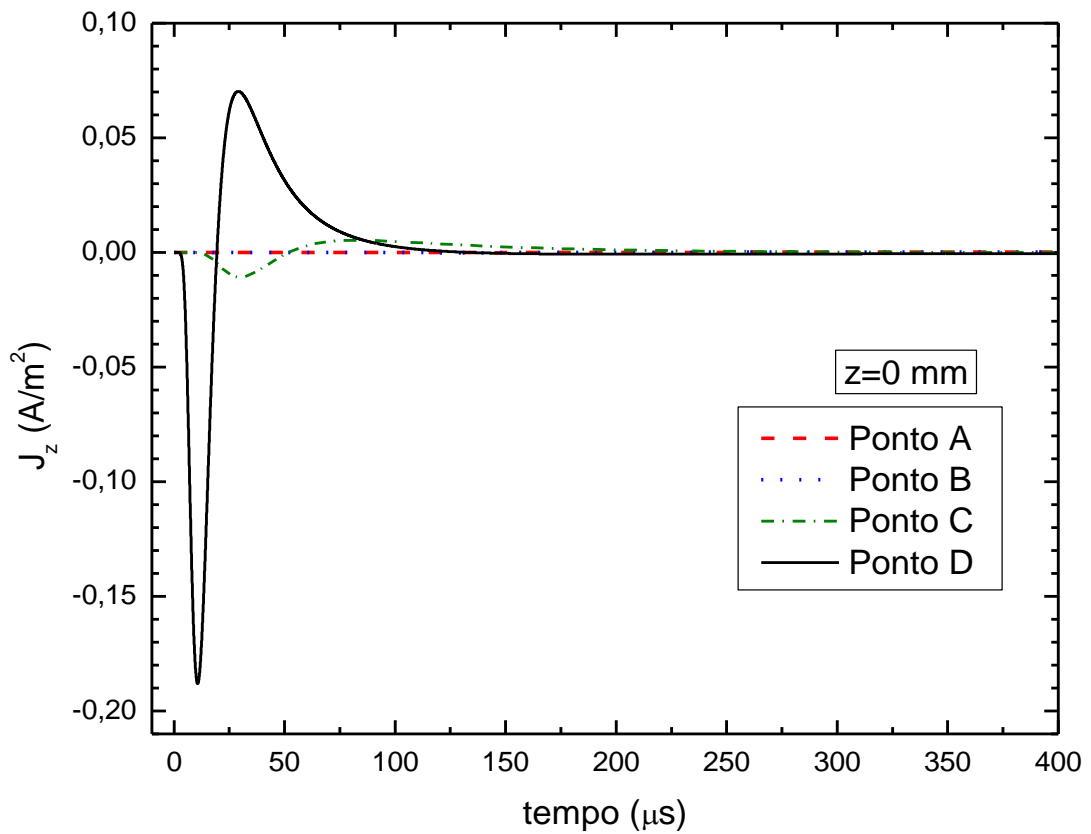


Figura 4.3.. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=280$.

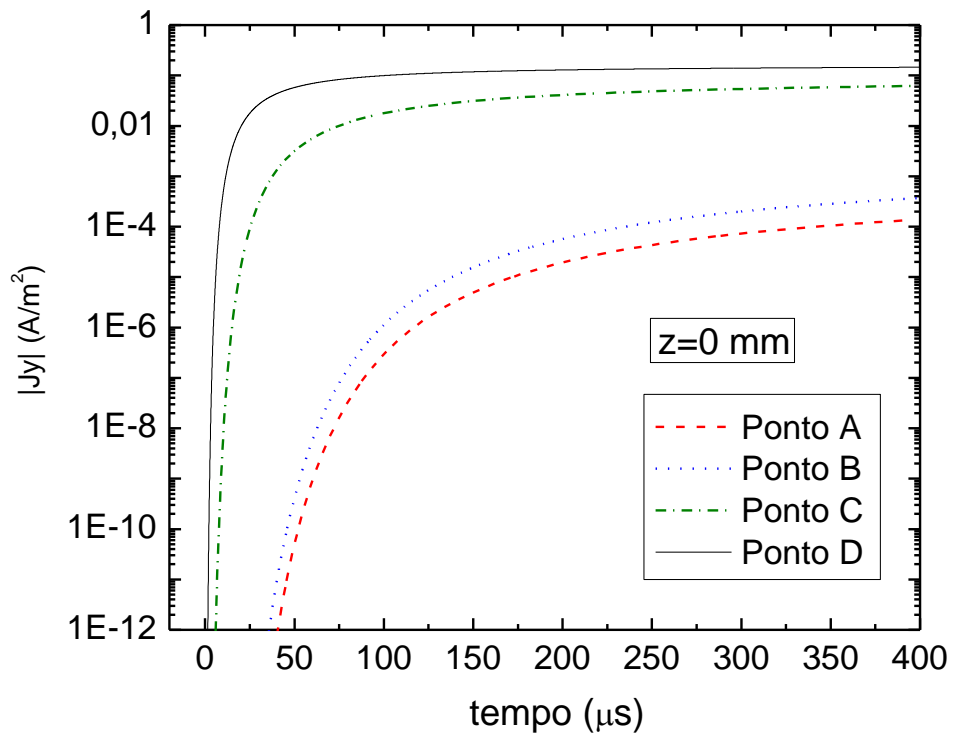


Figura 4.4. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=280$.

Quando se toma outro ponto ao longo da extensão do cabo, em $z=5$ mm, a componente J_z passa a ter uma amplitude muito maior que J_y , demonstrando que o efeito pelicular impede que a corrente penetre no cabo, conforme mostram as figuras 4.5 e 4.6.

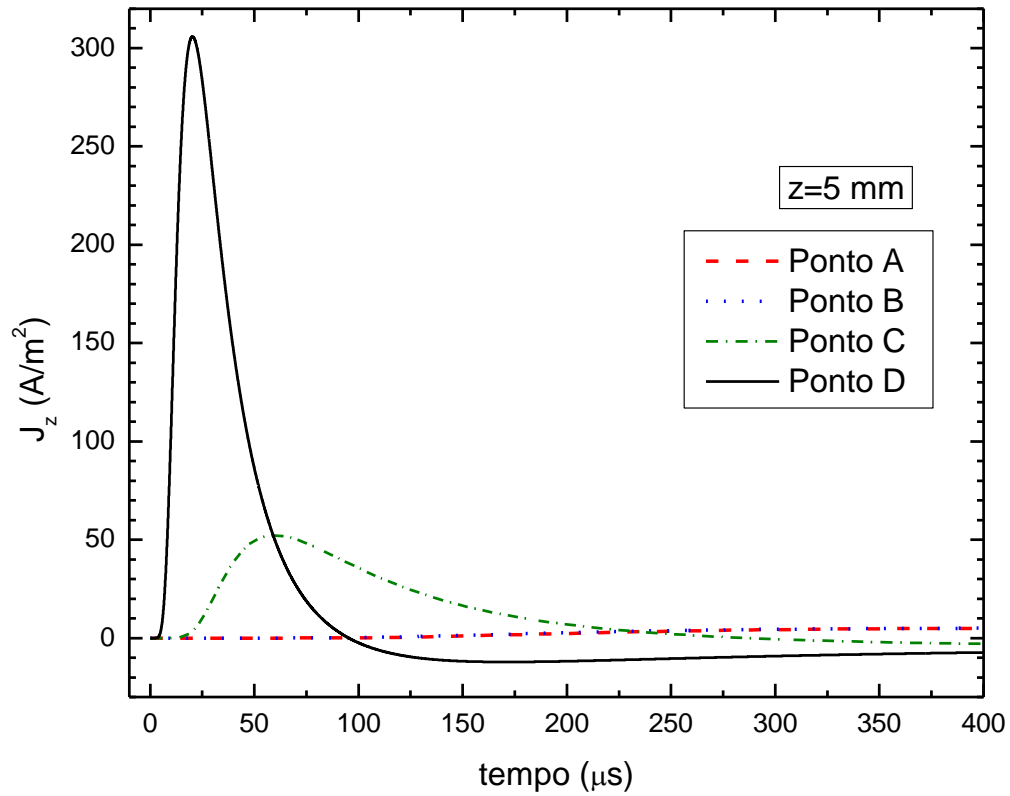


Figura 4.5. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=280$.

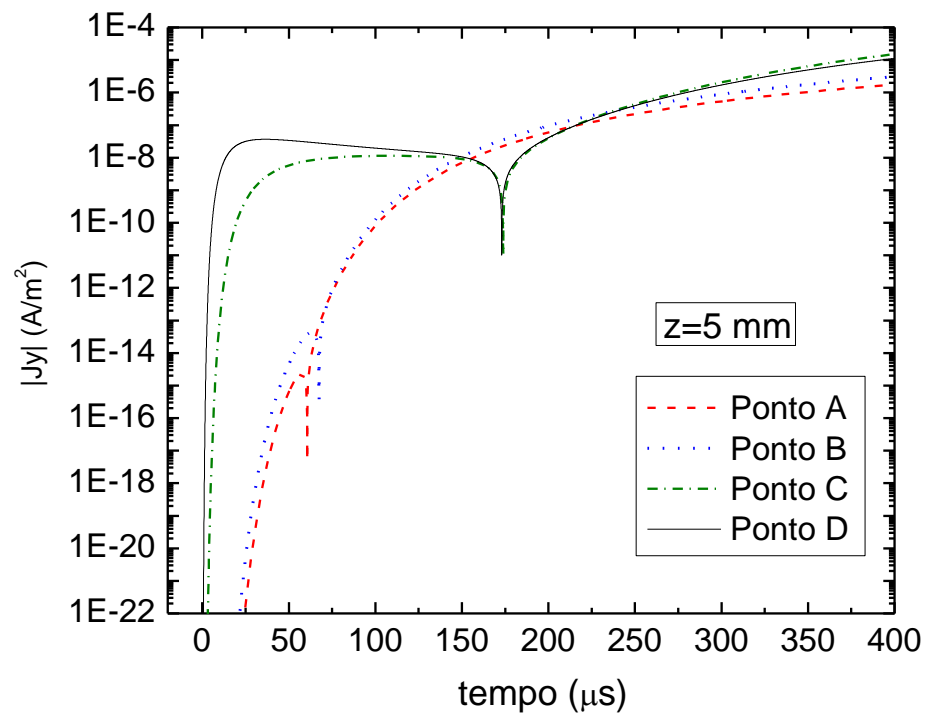


Figura 4.6. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=280$.

Variando-se a permeabilidade do aço e encontrando as correntes em $z=0$, nota-se uma diferença na velocidade de propagação da corrente, tanto para a densidade de corrente J_z quanto para J_y , pois com o aumento da permeabilidade, haverá um maior alargamento temporal, conseqüentemente diminuindo a amplitude das densidades de corrente J_z e J_y . Ver figuras 4.7 e 4.8.

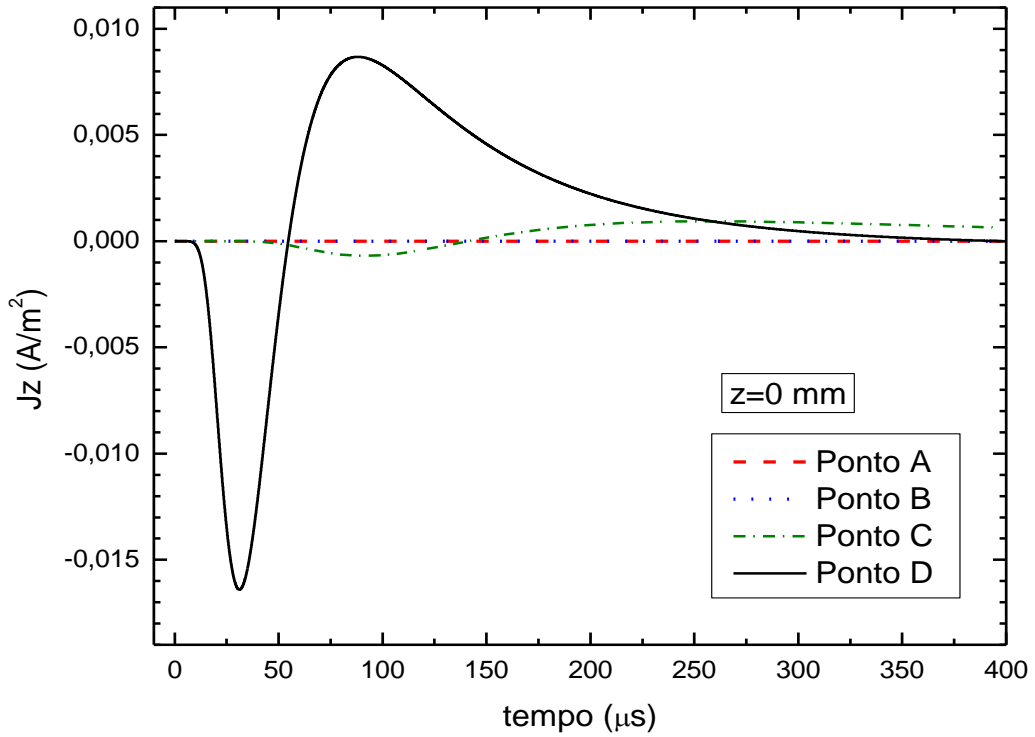


Figura 4.7. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=1.000$.

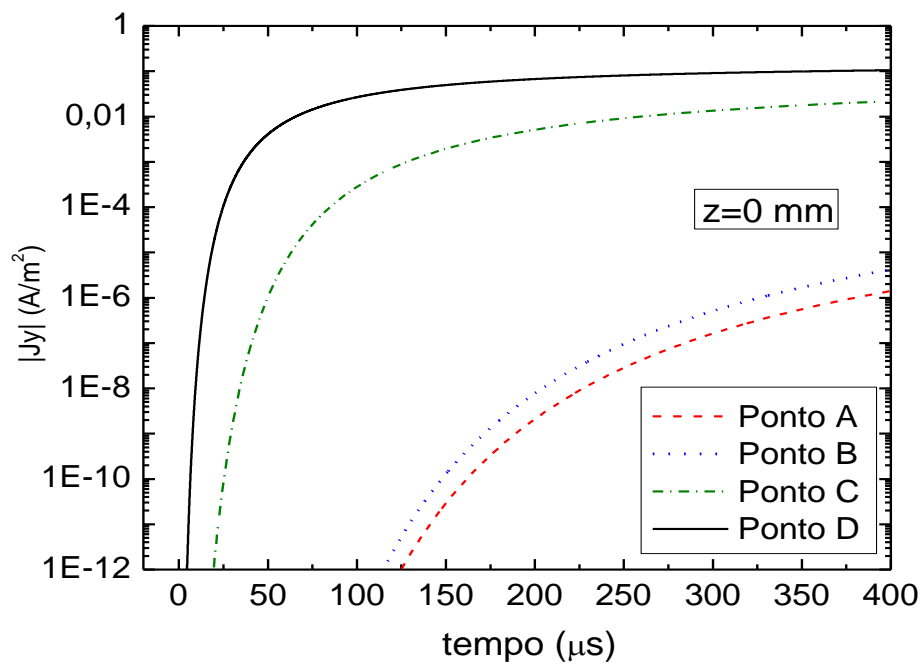


Figura 4.8. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=1.000$.

Na figura 4.9, a densidade de corrente J_z no ponto $z=5\text{mm}$ para a permeabilidade $\mu_r=1.000$, apresenta um valor de pico menor e cai mais lentamente que no caso da permeabilidade $\mu_r=280$, sendo a consequência do alargamento temporal (dispersão) ocasionado por uma permeabilidade mais alta, alargando o pulso e diminuindo a amplitude do sinal.

Observa-se nas figuras 4.9 e 4.10 que a corrente se concentra na superfície da camada de aço, apresentando a densidade de corrente J_z bem maior que a componente J_y porque esta não consegue penetrar no cabo devido ao efeito pelicular.

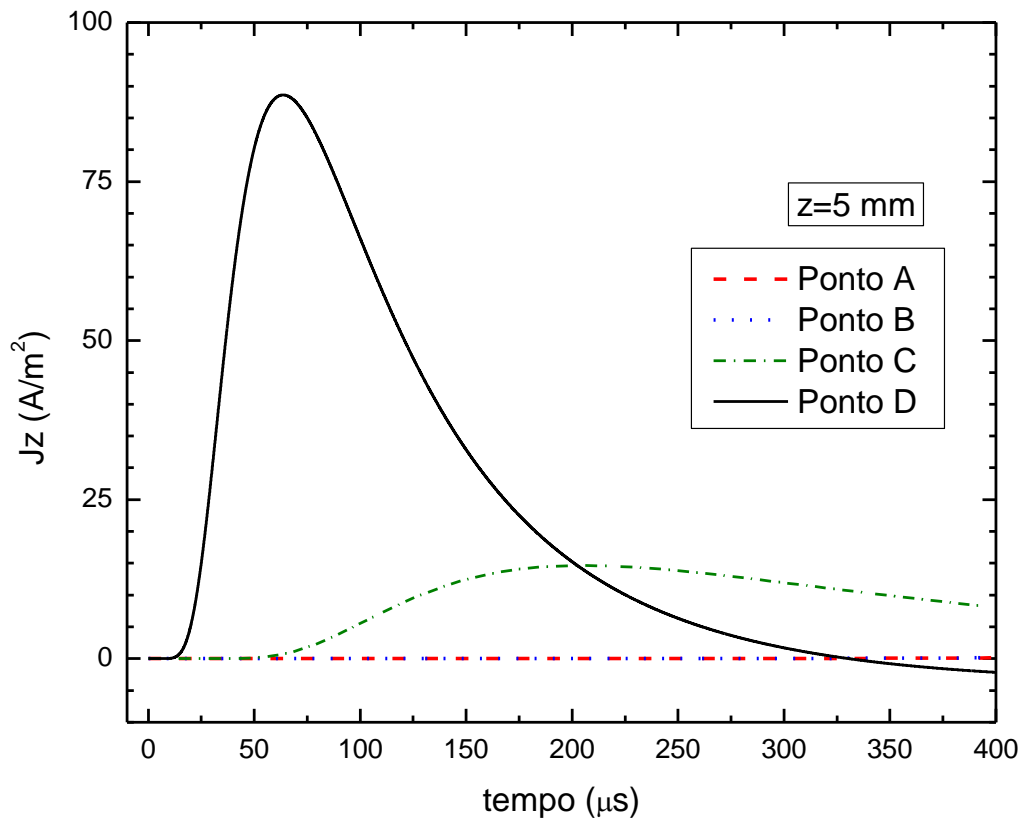


Figura 4.9. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=1.000$.

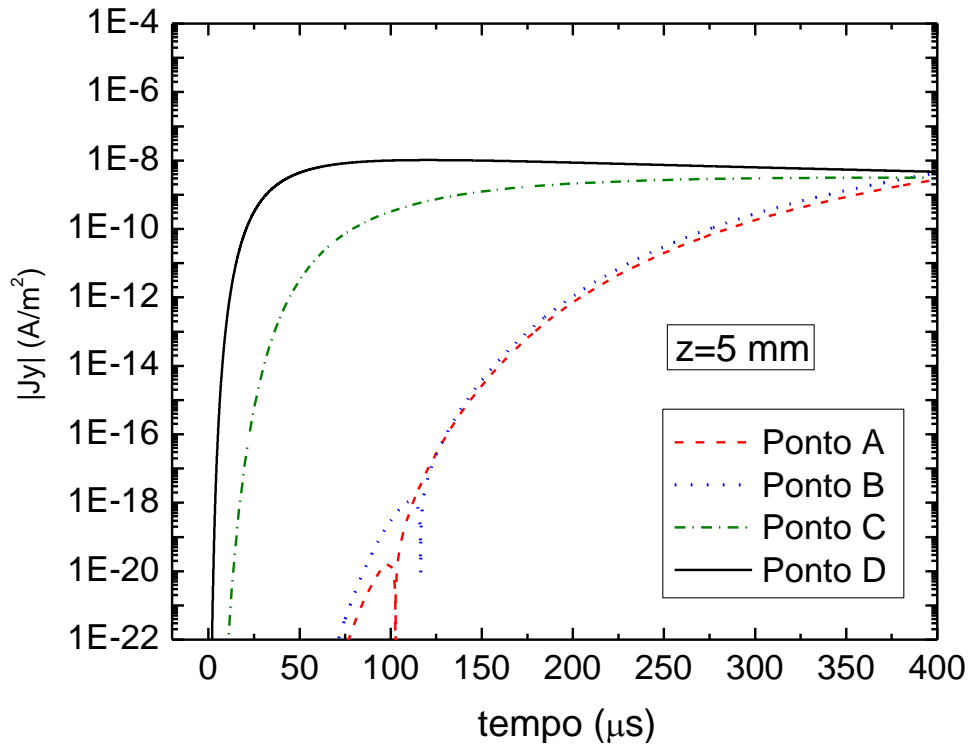


Figura 4.10. Densidade de corrente para fonte impulsiva com $\mu_r=1.000$.

O efeito pelicular é visto mais claramente nos quadros de campos mostrados nas figuras abaixo com valores em escala logarítmica (valores do mapa de cores são expoentes da base 10). Na figura 4.11, é mostrado o comportamento de J_z em $t = 5,82 \mu s$, em escala logarítmica, e na figura 4.12 é mostrado o comportamento de J_y também em $t = 5,82 \mu s$. O efeito pelicular foi observado durante todo o período de simulação da fonte impulsiva.

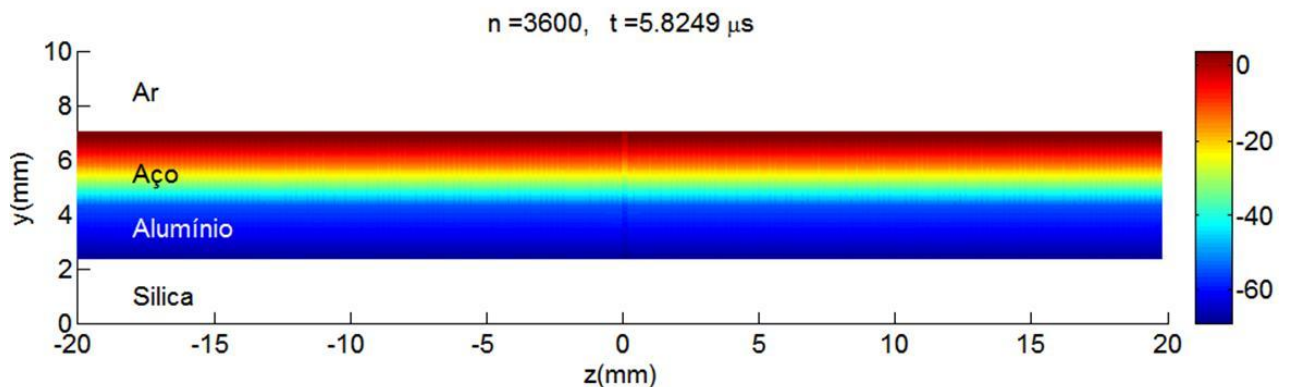


Figura 4.11. J_z em $t = 5,82 \mu s$ para a função impulsiva para $\mu_r=1.000$.

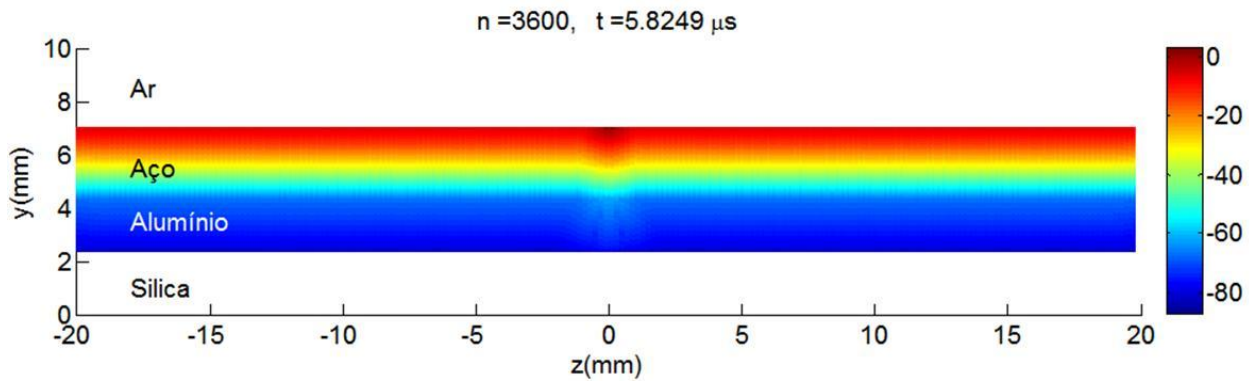


Figura 4.12. J_y em $t = 5,82 \mu\text{s}$ para a função impulsiva para $\mu_r = 1.000$.

4.2.2 Resultados da componente contínua para $\mu_r = 280$ e $\mu_r = 1.000$ na camada de aço.

A componente contínua da descarga atmosférica foi modelada pela função supergaussiana [36], dada pela equação:

$$J(t) = A_0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t - t_0}{\sigma} \right)^{2m} \right], \quad (4.5)$$

sendo,

$J(t)$ – densidade de corrente;

A_0 – amplitude da densidade de corrente;

t_0 – tempo central da função supergaussiana de excitação;

σ – No caso da gaussiana comum é o desvio padrão. No caso da supergaussiana, este valor pode ser considerado o intervalo entre o centro da borda de subida e t_0 , o que é aproximadamente a metade da duração de tempo da função;

m – índice que aumenta a planura do topo da supergaussiana e a declividade de suas bordas, onde $m > 1$ ($m=1$, gaussiana comum).

Os seguintes valores foram utilizados para cada parâmetro da função supergaussiana:

$$A_0 = 100 \text{ A/m}^2; t_0 = 0,4 \text{ s}; \sigma = 0,3 \text{ s e } m = 10.$$

A largura do topo do pulso é de aproximadamente 500 ms [1, 5], conforme ilustrado na figura 4.13.

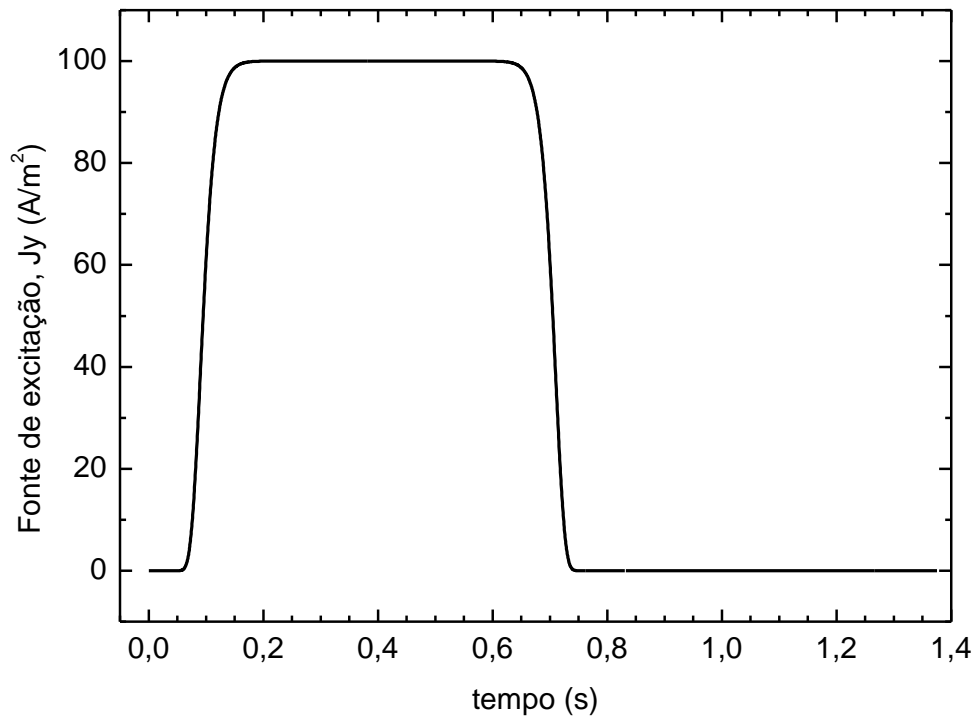


Figura 4.13. Modelo da componente contínua da descarga atmosférica.

Quando o cabo é excitado com a componente contínua da descarga atmosférica, o efeito pelicular não ocorre quando tomado o intervalo do topo da supergaussiana, que simula uma excitação constante por um longo período de tempo se comparado ao tempo da componente impulsiva. Dessa forma, haverá penetração da corrente na camada de alumínio. Na figura 4.14 já se nota uma penetração na camada de alumínio (pontos C e D) no ponto $z = 0$, ainda que seja com uma amplitude baixa.

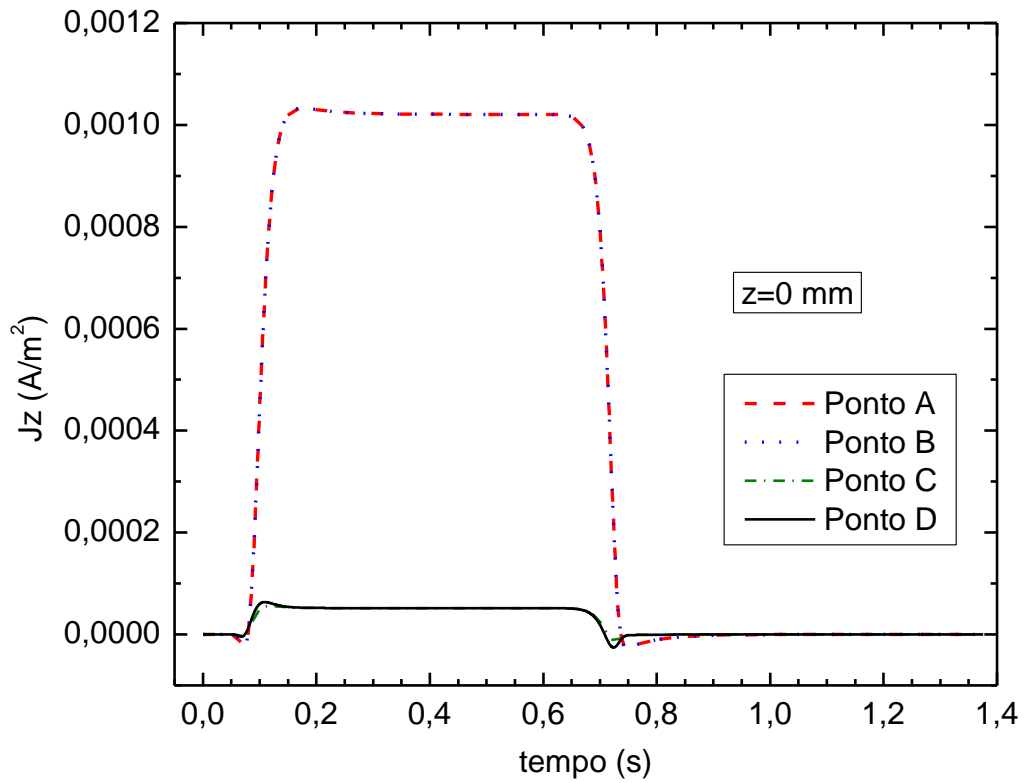


Figura 4.14. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=280$.

Na figura 4.15 observa-se que há densidade de corrente J_y na camada de aço porque em $z=0$ é o ponto de incidência da fonte.

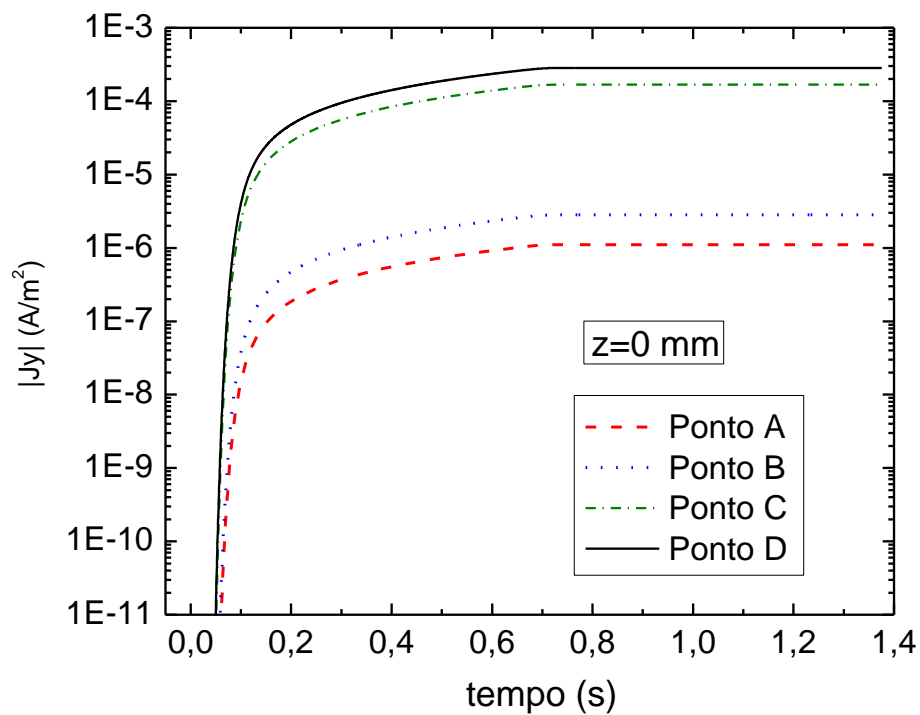


Figura 4.15. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=280$.

As figuras 4.16 e 4.17 mostram que no ponto $z=5$ mm há uma grande diferença entre as densidades de correntes J_z e J_y , pois sem a ocorrência do efeito pelicular, quando a corrente entrar em regime “DC”, ela vai se concentrar onde houver maior condutividade, no caso, na camada de alumínio.

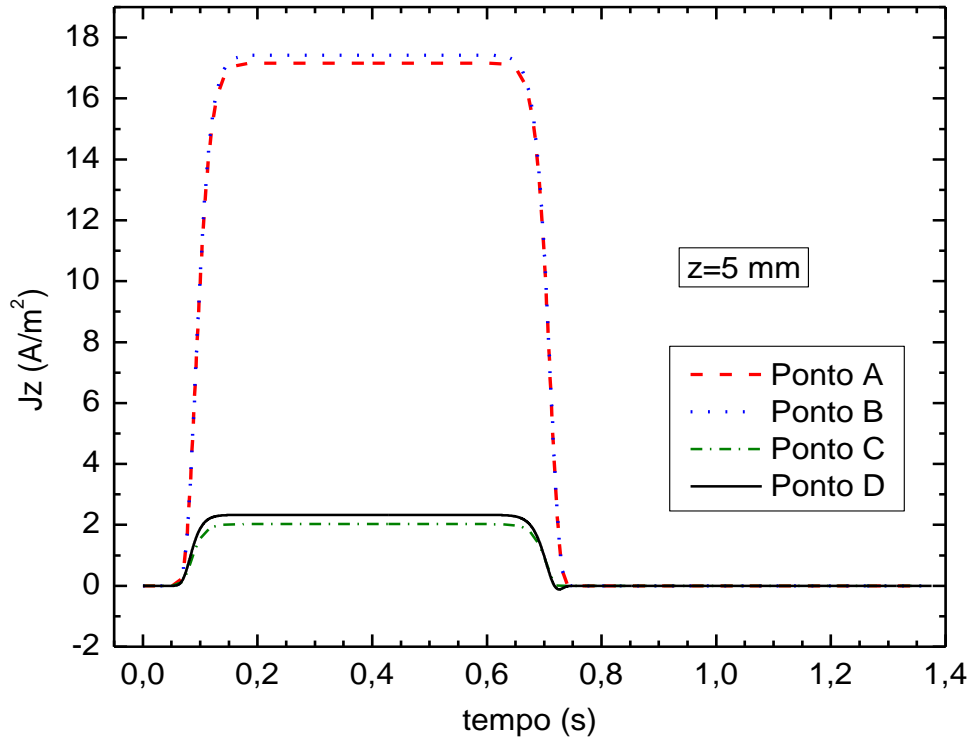


Figura 4.16. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=280$.

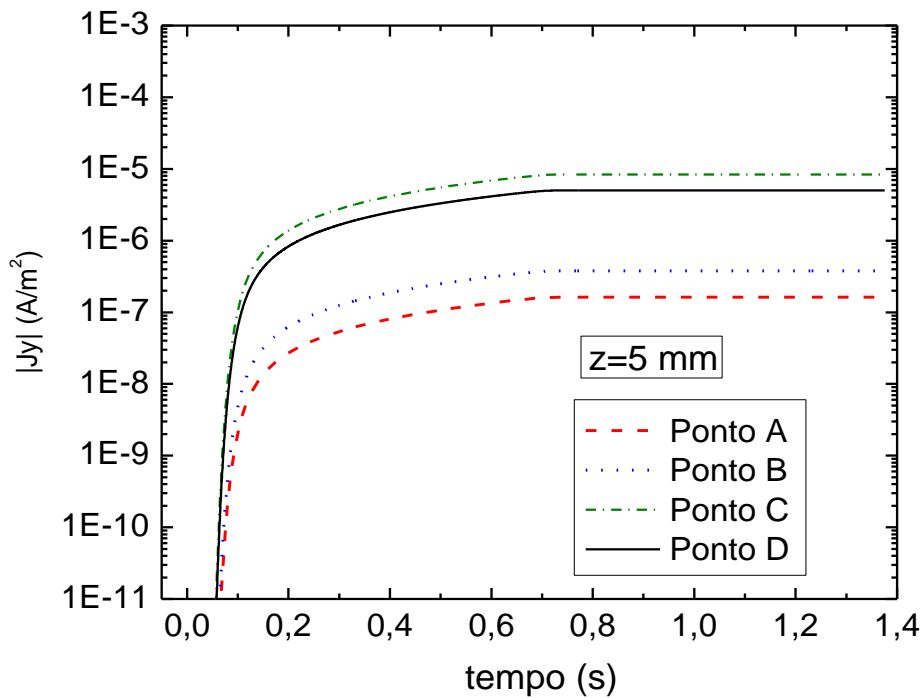


Figura 4.17. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=280$.

Como o efeito pelicular não ocorre na excitação com a componente contínua, os valores de J_z e J_y não se alteram com a mudança da permeabilidade, conforme mostram as figuras 4.18 a 4.21.

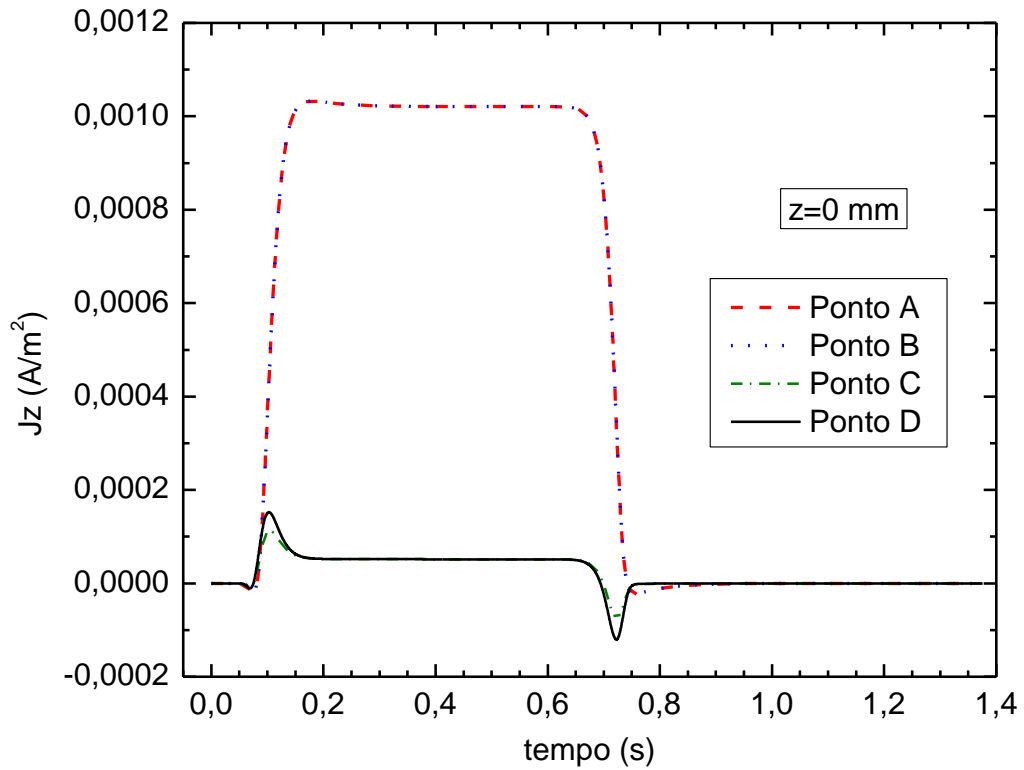


Figura 4.18. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=1.000$.

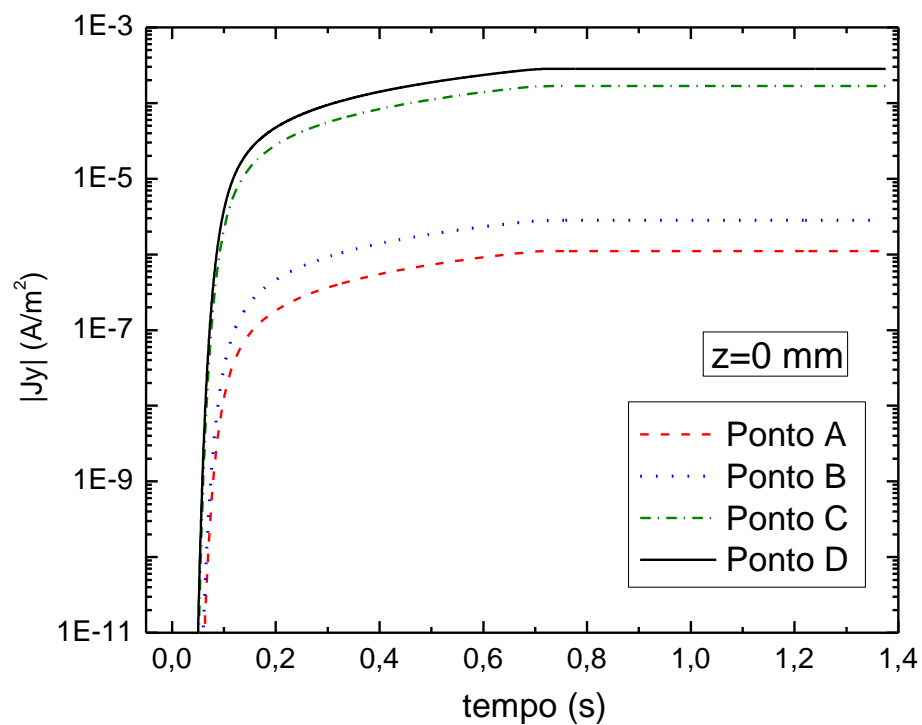


Figura 4.19. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=1.000$.

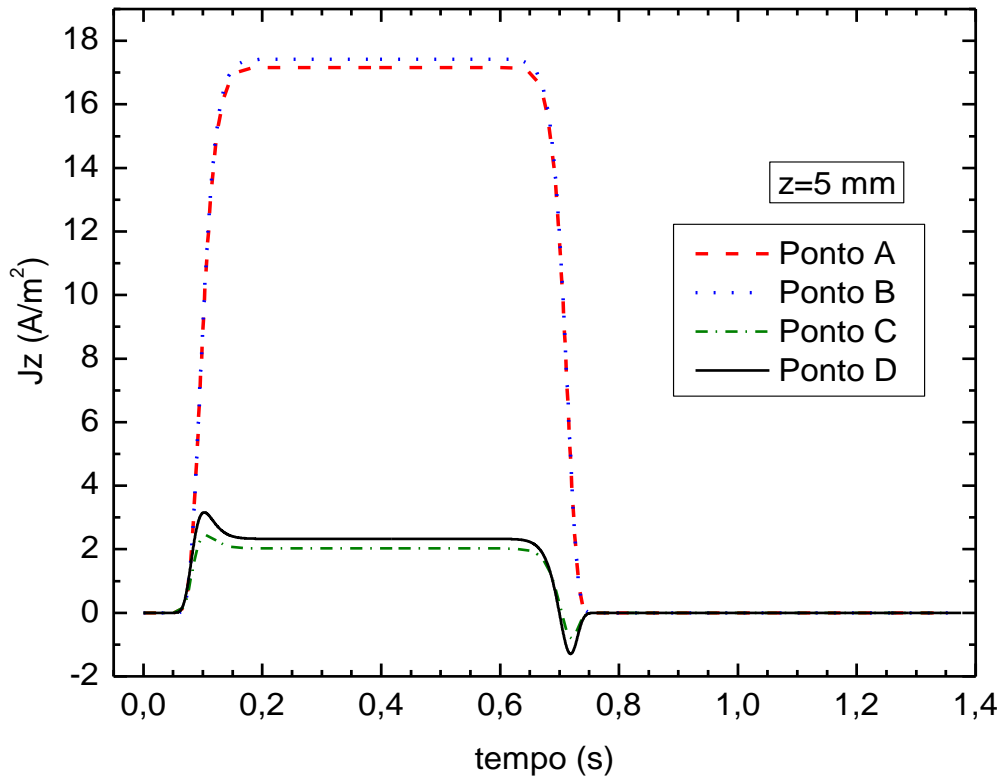


Figura 4.20. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=1.000$.

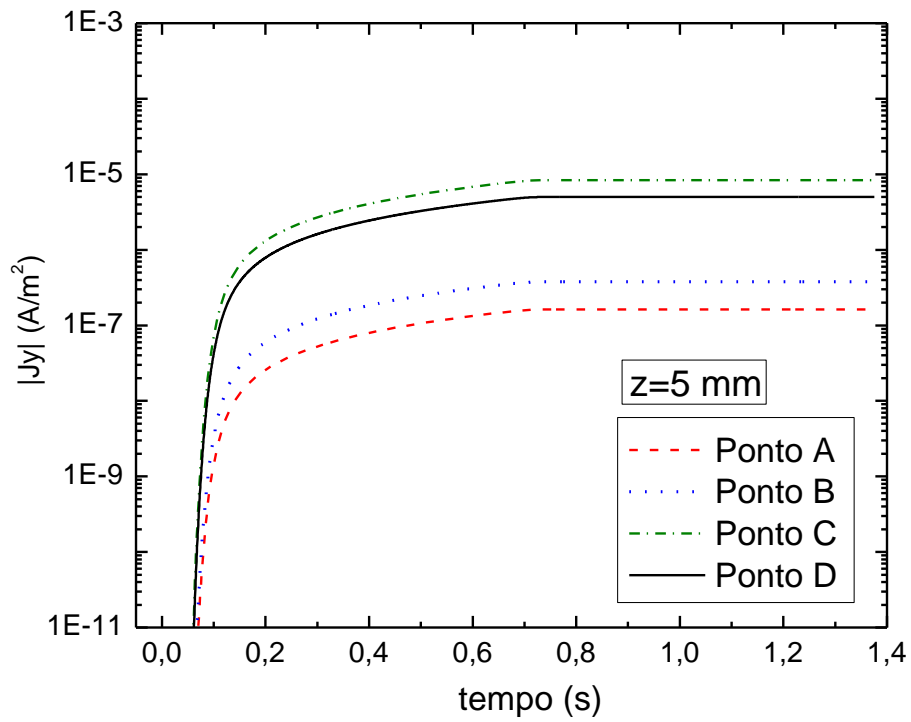


Figura 4.21. Densidade de corrente para fonte contínua com $\mu_r=1.000$.

A concentração da corrente ao longo do cabo, com valores em escala logarítmica, é visto mais claramente nos quadros de campos mostrados nas figuras abaixo. A figura 4.22 mostra o comportamento de J_z para “regime DC” (referente ao topo plano da supergaussiana). Esta distribuição permanece imutável no período de $t=129,5$ ms a $t=679,6$ ms . Nesta situação, a maior parte da corrente flui pela camada de alumínio, a qual possui maior condutividade.

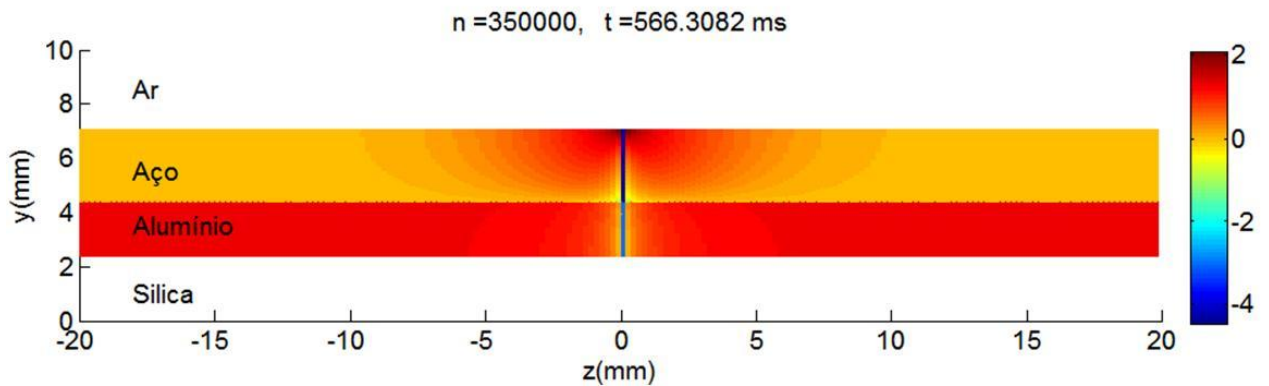


Figura 4.22. J_z para fonte contínua com $\mu_r = 1.000$.

A distribuição da densidade de corrente J_y é mostrada na figura 4.23. Tal distribuição permanece sem mudanças no período de $t=137,5$ ms a $t=679,6$ ms. Observa-se pelos expoentes no mapa de cores que o decaimento da densidade de corrente é muito rápido na direção y , indicando que a densidade de corrente de excitação (na direção $-y$) é redirecionada para as direções $-z$ e $+z$.

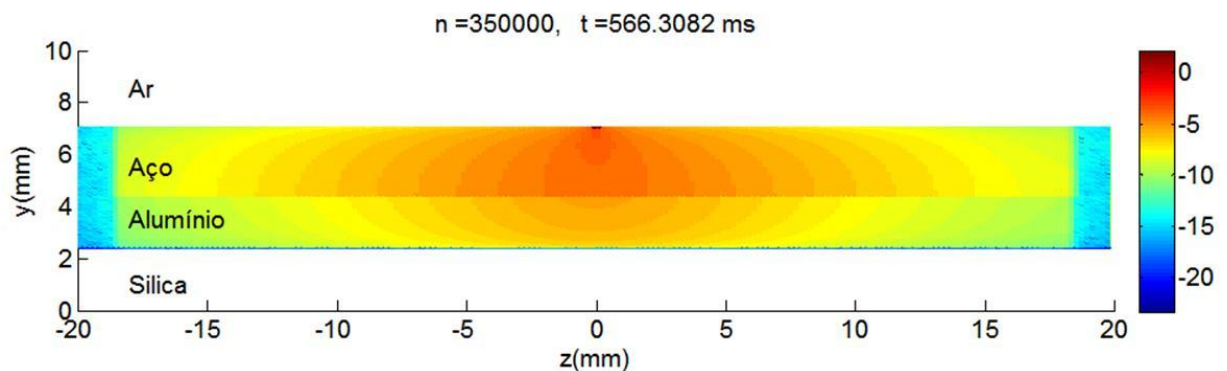


Figura 4.23. J_y para fonte contínua com $\mu_r = 1.000$.

O comportamento de J_z para o instante de subida da fonte contínua (supergaussiana) em $t=72,8$ ms é mostrado na figura 4.24. Pode-se perceber uma maior quantidade de corrente na camada de aço, em relação ao caso anterior, devido ao efeito pelicular provocado pela transição rápida na subida da fonte.

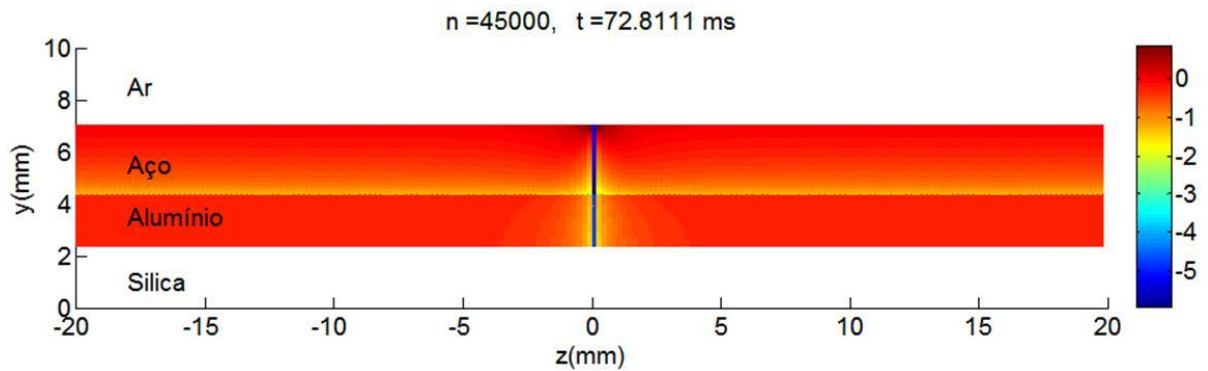


Figura 4.24. J_z para fonte contínua com $\mu_r = 1.000$.

A figura 4.25 apresenta o comportamento de J_y para o instante de subida da fonte contínua (supergaussiana) em $t=72,8$ ms. Nota-se que o decaimento de J_y com a profundidade neste instante de subida é ainda mais acentuado, devido ao efeito pelicular, do que nos instantes em “regime DC” (topo plano da supergaussiana).

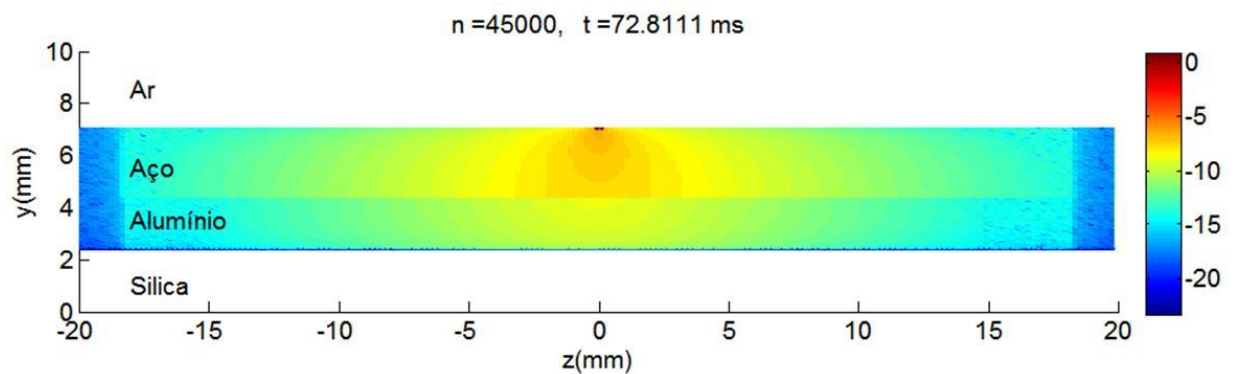


Figura 4.25. J_y para fonte contínua com $\mu_r = 1.000$.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A avaliação comparativa deste trabalho para as duas diferentes excitações aplicadas ao cabo OPGW foi feita através do cálculo da densidade de corrente nas duas direções consideradas do cabo, direções y e z . Assim, percebeu-se que a densidade de corrente na direção y (J_y) é muito menor que a corrente na direção z (J_z) para ambas as excitações, apesar de ser a direção y a mesma direção da fonte de excitação.

Das duas excitações aplicadas referentes à componente contínua e à componente impulsiva da descarga atmosférica, foi constatado que a componente contínua é a que pode causar mais danos ao cabo, confirmando os resultados de [1, 6, 10, 18, 37]. Isso pode acontecer porque o cabo é exposto a uma corrente por um tempo maior, apesar da baixa amplitude, causando um aumento na temperatura do cabo, possibilitando uma perda maior devido ao efeito Joule e conseqüentemente, podendo derreter o cabo e as fibras ópticas em seu interior.

No caso da componente impulsiva, embora a amplitude da corrente seja alta, a duração é muito curta, não causando grandes danos ao cabo. Nas simulações realizadas notou-se que a corrente se concentra na superfície do cabo devido ao efeito pelicular, protegendo a sua parte interior, dificultando os danos às fibras ópticas. A constatação de que a componente impulsiva causa menos danos aos cabos é também obtida nos testes experimentais.

Na avaliação da influência da permeabilidade magnética, constatou-se que esta existe unicamente no comportamento da corrente para a componente impulsiva da descarga atmosférica, dado que para a componente contínua foram encontrados os mesmos valores para as diferentes permeabilidades utilizadas. Para a componente impulsiva existe diferença nos valores da densidade de corrente na última camada do cabo, associada às perdas devidas ao efeito pelicular.

A partir dos resultados deste trabalho, o efeito que mais merece atenção é o da componente contínua (longa duração) da descarga atmosférica para a construção dos cabos OPGW, a fim de adotar critérios de construção do cabo que melhorem a sua proteção.

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- ✓ Desenvolvimento de um modelo 3D para o cabo OPGW;
- ✓ Desenvolvimento de um código com coordenadas gerais para uma melhor aproximação geométrica de um cabo real;
- ✓ Maior variação dos parâmetros elétricos de cada camada;
- ✓ Utilização de outros métodos de análise para comparação com o aqui desenvolvido;
- ✓ Verificar a possibilidade de incorporar uma análise termodinâmica.

PUBLICAÇÕES

Publicações geradas por este trabalho:

Gomes, K. C.; Alcantara L. D.; Oliveira, R. M. S.; Dmitriev V.; Luz, E. S. M. **“Two-dimensional analysis of lightning effects in OPGW cables”**. In: International Conference on Grounding and Earthing & 5th International Conference on Lightning Physics and Effects Bonito – Brazil. November, 2012.

Gomes, K. C.; Martins, T. C.; Dmitriev, V.; Pinho, J. T.; Colle, S.; Andrade, M. A.; Silva, J. C. V. da; Bedia, M. **“Evaluation of the Impulsive and Continuity Components on OPGW Cables Under Lightning Conditions”**. In: 59th International Wire & Cable and Connectivity Symposium, 2010, Providence. Proceedings of the 59th International Wire & Cable and Connectivity Symposium. Providence, 2010. v. 1.

Gomes, K. C.; Martins, T. C.; Pinho, J. T.; Dmitriev, V.; Colle, S.; Andrade, M. A.; SILVA, J. C. V. da; Bedia, M. **“Analysis of the Current Density Distribution in OPGW Cables under Lightning Conditions Using the BOR-FDTD Method”**. In: 58th International Wire and Cable and Connectivity Symposium, 2009, Charlotte. Proceedings of the 58th International Wire and Cable and Connectivity Symposium, 2009. v. 1.

Gomes, K. C.; Martins, T. C.; Dmitriev, V.; Pinho, J. T.; Colle, S.; Andrade, M. A.; Silva, J. C. V. da; Bedia, M. **“Influence of the Discharge Pulse Width in the Current Distribution on OPGW Cables”**. In: 2009 International Microwave and Optoelectronics Conference, 2009, Belém. Proceedings of the 2009 International Microwave and Optoelectronics Conference, 2009. v. 1.

Pinho, J. T.; Dmitriev V.; Gomes K. C.; Martins T. C. **“Análise da Distribuição da Densidade de Corrente em Cabo OPGW utilizando Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo”**. In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 2008, Belém. Sessões Técnicas Painéis, 2008.

REFERÊNCIAS

1. CEPTEL, Centro de Pesquisa em Energia Elétrica. **RT-DPP/PER-609/2001, Avaliação Dos Efeitos Das Descargas Atmosféricas Nos Principais Condutores Utilizados Em Redes De Distribuição Elétrica Rural**. Rio de Janeiro, 2001.
2. Alvin, M. G.; Portela. C.; Nóbrega, A. R. **The Importance of Reliable Measurements of Lightning Currents to Electric Power Companies**. In: 19th International Lightning Detection Conference, Tucson, USA, April, 2006.
3. PINTO, I. R. C. A. e PINTO, O. Jr. **Cloud-To-Ground Lightning Distribution In Brazil**. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics 65, p. 733–737. 2003.
4. CARVALHO, F., E. de. **Medidas de Corrente Contínua em Raios Nuvem-Solo Negativos Naturais no Brasil: Desenvolvimento de Instrumentação e Primeiros Resultados**. Tese de Doutorado em Geofísica Espacial. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.
5. NBR 14586 – **Cabos Pára-Raios Com Fibras Ópticas Para Linhas Aéreas De Transmissão (OPGW) – Determinação Dos Efeitos Da Descarga Atmosférica – Método De Ensaio**.
6. CHISHOLM, W. A., LEVINE, J. P. and PON Craig. **Lightning Protection Aspects For Applications Of Optical Fibre Ground Wire**. VI International Symposium on Lightning Protection. Anais SIPDA, São Paulo, 2001.
7. NBR 14074 - **Cabos Pára-Raios Com Fibras Ópticas Para Linhas Aéreas De Transmissão (OPGW) – Especificação**.
8. NBR 14074 – **Cabos Pára-Raios Com Fibras Ópticas (OPGW) Para Linhas Aéreas De Transmissão - Requisitos E Métodos De Ensaio**.
9. AFL Telecommunications, **Aerial Fiber Optic Cable**, catálogo, 2007.
10. GOMES, K. G. et all. **Evaluation of The Impulsive and Continuity Components on OPGW Cables Under Lightning Conditions**. 59th IWCS Conference. Providence, Rhode Island, USA. 2010.
11. GONZALEZ, L. P. **Análise Eletromagnética de Cabos OPGW Utilizando Métodos Numérico e Analítico**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Belém, 2008.

12. ANDERS, GEORGE J. **Rating Of Electric Power Cables: Ampacity Computations For Transmission, Distribution, And Industrial Applications.** IEEE press power engineering series, 1997.
13. VISACRO, S. F. **Descargas Atmosféricas: Uma Abordagem de Engenharia.** Artliber, 2005.
14. UMAN, M. A. **Natural Lightning.** IEE Transactions on Industry Applications, Vol.30, Nº.3, June, 1994.
15. GOMES N. Antonia. **Uma Contribuição para a Medição das Componentes de Correntes de Descargas Atmosféricas Através de Transdutores Resistivos.** Tese de doutorado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Centro de Pesquisas e Desenvolvimento em Engenharia Elétrica. UFMG, Belo Horizonte, 2007.
16. RAKOV, V. A., UMAN, M. A. **Long Continuing Currents in Negative Lightning Ground Flash.** Journal of Geophysical Research, Vol. 95, Nº. D5, p. 5455 - 5470, April 1990.
17. ALVIM, M. das Graças et All. **Cabo OPGW – Desempenho Quanto a Descargas Atmosféricas. Critério de Aceitação de FURNAS.** XVI SNPTEE. Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Campinas, outubro de 2001.
18. CHISHOLM, A.W., LEVINE, P.J., CHOWDHURI, P. **Lightning Arc Damage To Optical Fiber Ground Wire (OPGW): Parameters And Test Methods.** Power Engineering Society Summer Meeting, Vol. 1, pp. 88-93, 2001.
19. YEE, K. S. **Numerical Solution Of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations In Isotropic Media.** IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-14, no. 3, p. 302—307. 1966.
20. TAFLOVE, A. and Morris E. B. **Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations.** IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-23, No. 8, p. 623-630. Aug. 1975.
21. TAFLOVE, A. **Application of the Finite-Difference Time-Domain Method to Sinusoidal Steady-State Electromagnetic-Penetration Problems.** IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-22, No.3, p. 191-202. Aug. 1980.
22. MUR, G. **Absorbing Boundary Conditions for Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations.** IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-23, No. 4, p. 377-382. Nov. 1981.
23. NAMIKI, T. **A New Fdtd Algorithm Based On Alternating Direction Implicit**

Method. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 47, p. 2003-2007. Oct. 1999.

24. TAFLOVE, A. **Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method.** Artech House, 2000.

25. RODEN, J. A. and GEDNEY, S. D., **Convolutional PML (CPML): An efficient FDTD implementation of the CFS PML for arbitrary media,** Microwave Optical Tech. Lett., vol. 50, p. 334-339, December 2000.

26. ZHENG, F., Z. Chen, and J. Zhang. **A Finite-Difference Time-Domain Method Without The Courant Stability Condition.** IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 9, No. 11, p. 441-443. Nov. 1999.

27. NAMIKI, T. **3-D ADI-FDTD Method-Unconditionally Stable Time-Domain Algorithm For Solving Full Vector Maxwell's Equations.** IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol. 48, p. 1743-1748. 2000.

28. ZHENG, F., Z. Chen, and J. Zhang. **Toward The Development Of A Three-Dimensional Unconditionally Stable Finite-Difference Time-Domain Method.** IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol. 48, p. 1550-1558. 2000.

29. NAMIKI, T., and K. Ito. **Investigation Of Numerical Errors Of The Two-Dimensional Adi-Fdtd Method.** IEEE Trans. Microwave Theory Tech, Vol. 48, p. 1950-1956. 2000.

30. ZHENG, F., and Z. Chen. **Numerical Dispersion Analysis Of The Unconditionally Stable 3-D ADI-FDTD Method.** IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 49, p. 1006-1009. 2001.

31. W. H. PRESS et al. **Numerical Recipes in FORTRAN.** 2a ed. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, p. 42-43. 1992.

32. N. BAWLER. **Frequency Dependence of Relative Permeability in Steel.** Review of Quantitative Nondestructive Evaluation, Vol. 25, 2006, American Institute of Physics, USA.

33. Z. MIRO, T. IGOR. **Determination of Current and Temperature Distribution in Overhead Conductors by Using Electromagnetic-Field Analysis Tools.** IEEE transac. Power Del., Vol. 21, no.3, Jul. 2006.

34. HEIDLER, F, CVETIC, J. M. AND STANIC, B. V. **Calculation of Lightning Current Parameters.** IEEE Transaction on Power Delivery, April, 1999.

35. ANDREOTTI, A., FALCO, S. VEROLINO Luigi. **Some Integrals Involving Heidler's Lightning Return Stroke Current Expression.** Electrical Engineering (2005) 87: 121-128.

36. RAHIMI, E.; NEJAD, S.M. **Analysis of Super-Gaussian Ultra-Short Pulse Propagation in Nonlinear Optical Fibers**. High Capacity Optical Networks and Enabling Technologies, HONET 2008. International Symposium on, pp.135-140, 18-20 Nov. 2008.

37. GOMES, K. C.; ALCANTARA L. D.; OLIVEIRA, R. M. S.; DMITRIEV V.; LUZ, E. S. M. **Two-dimensional analysis of lightning effects in OPGW cables**. In: International Conference on Grounding and Earthing & 5th International Conference on Lightning Physics and Effects Bonito – Brazil. November, 2012.