



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

WILDNEY WALLACY DA SILVA VIEIRA

**ANÁLISE DE VELOCIDADE POR OTIMIZAÇÃO DO
SEMBLANCE NA REFLEXÃO SÍSMICA**

BELÉM
2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

WILDNEY WALLACY DA SILVA VIEIRA

**ANÁLISE DE VELOCIDADE POR OTIMIZAÇÃO DO
SEMBLANCE NA REFLEXÃO SÍSMICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração : Métodos Sísmicos
Orientador: Prof. Dr. Lourenildo Willame
Barbosa Leite

BELÉM
2011

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Geólogo Raimundo Montenegro Garcia de Montalvão

V657a Vieira, Wildney Wallacy da Silva

Análise de velocidade por otimização do semblance na reflexão sísmica / Wildney Wallacy da Silva Vieira; Orientador: Lourenildo Williame Barbosa Leite - 2011.

109 fl.: il.

Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

1. Inversão sísmica. 2. Sísmica de reflexão. I. Leite, Lourenildo Williame Barbosa, *orient.* II. Universidade Federal do Pará III. Título.

CDD 22º ed.: 55122

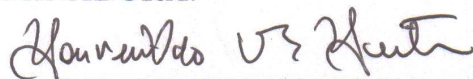
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

ANÁLISE DE VELOCIDADE POR OTIMIZAÇÃO DO SEMBLANCE NA
REFLEXÃO SÍSMICA

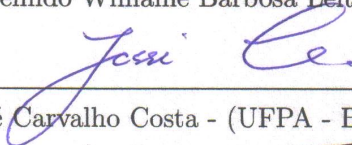
Dissertação apresentada por Wildney Wallacy
da Silva Vieira como requisito à obtenção do
título de Mestre em Geofísica.

Data de Aprovação: ____/____/____

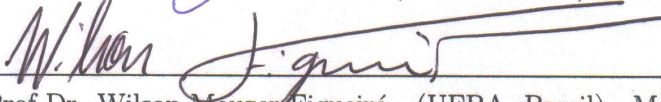
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Lourenildo Willame Barbosa Leita (UFPA - Brasil) - Orientador



Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa - (UFPA - Brasil) - Membro



Prof Dr. Wilson Mouzer Figueiró - (UFBA- Brasil) - Membro

BELÉM
2010

Dedico este trabalho a minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite, por todo o conhecimento e experiência repassada ao longo destes anos de convivência, e por todo o apoio para que este trabalho pudesse ser realizado.

Aos professores Dr. Jessé Carvalho Costa, Dr. Marcos Welby e Dr. Wilson Mouzer Figueiró por todos os conselhos e sugestões para melhoria do trabalho.

Ao CAPES pelo apoio financeiro durante os estudos, e à FINEP e PETROBRAS pelo apoio à pesquisa.

Aos meus amigos Andrei, Francisco Oliveira, Hamilton, Fernando Sales e Rodrigo Santos que contribuíram de maneira direta ou indireta para o término deste trabalho.

Aos meus irmãos Thiago e Giselli.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo geral desenvolver uma metodologia sistemática para a inversão de dados de reflexão sísmica em arranjo ponto-médio-comum (PMC), partindo do caso 1D de variação vertical de velocidade e espessura que permite a obtenção de modelos de velocidades intervalares, $v_{\text{int},n}$, as espessuras intervalares, z_n , e as velocidades média-quadrática, $v_{\text{RMS},n}$, em seções PMC individualizadas. Uma consequência disso é a transformação direta destes valores do tempo para profundidade. Como contribuição a análise de velocidade, foram desenvolvidos dois métodos para atacar o problema baseado na estimativa de velocidade intervalar. O primeiro método foi baseado na marcação manual em seções PMC, e inversão por ajuste de curvas no sentido dos quadrados-mínimos. O segundo método foi baseado na otimização da função semblance para se obter uma marcação automática. A metodologia combinou dois tipos de otimização: um Método Global (Método Price ou Simplex), e um Método Local (Gradiente de Segunda Ordem ou Conjugado), submetidos a informação à priori e vínculos. A marcação de eventos na seção tempo-distância faz parte dos processos de inversão, e os pontos marcados constituem os dados de entrada juntamente com as informações à priori do modelo a ser ajustado. A marcação deve, por princípio, evitar eventos que representem múltiplas, difrações e interseções, e numa seção pode ser feita mais de 50 marcações de eventos, enquanto que num mapa semblance não se consegue marcar mais de 10 eventos de reflexão. A aplicação deste trabalho é voltada a dados sísmicos de bacias sedimentares em ambientes marinhos para se obter uma distribuição de velocidades para a subsuperfície, onde o modelo plano-horizontal é aplicado em seções PMC individualizadas, e cuja solução pode ser usada como um modelo inicial em processos posteriores. Os dados reais da Bacia Marinha usados neste trabalho foram levantados pela PETROBRAS em 1985, e a linha sísmica selecionada foi a de número L5519 da Bacia do Camamu, e o PMC apresentado é a de número 237. A linha é composta de 1098 pontos de tiro, com arranjo unilateral-direito. O intervalo de amostragem é 4 *ms*. O espaçamento entre os geofones é 13,34 *m* com o primeiro geofone localizado a 300 *m* da fonte. O espaçamento entre as fontes é de 26,68 *m*. Como conclusão geral, o método de estimativa de velocidade intervalar apresentada neste trabalho fica como suporte alternativo ao processo de análise de velocidades, onde se faz necessário um controle sobre a sequência de inversão dos PMCs ao longo da linha sísmica para que a solução possa ser usada como modelo inicial ao imageamento, e posterior inversão

tomográfica. Como etapas futuras, podemos propor trabalhos voltados direto e especificamente a análise de velocidade sísmica estendendo o caso 2D de otimização do semblance ao caso 3D, estender o presente estudo para o caso baseado na teoria do raio imagem com a finalidade de produzir um mapa contínuo de velocidades para toda a seção sísmica de forma automática.

Palavra-Chaves: Inversão sísmica, Sísmica de reflexão.

ABSTRACT

This work had as a general aim to develop a systematic methodology for the inversion of seismic reflection data organized in common-midpoint gathers (CMP), starting from 1D vertical variation of velocity and thickness that allows to obtain interval velocity, $v_{\text{int},n}$, in time, the correspondent interval thickness, z_n , and the correspondent mean-square velocity, $v_{\text{RMS},n}$ in individualized CMP gathers. A direct consequence of this work the transformation of these values from time to depth. Two methods were developed to attack the problem defined as velocity analysis based on the estimation of interval velocity. The first method was based on manual picking of reflection events on CMP gathers, and inversion by curve fitting in the least-square sense. The second method was based on the optimization of the semblance function to obtain an automatic picking. The methodology combined two types of optimization: a Global Method (Price or Simplex), and Local Method (second order gradient or conjugate), subject to a priori information and constraints. The picking of events in time-distance section is of fundamental importance in the process of inversion, and the picked points are the input data along with a priori information of the model to be adjusted. The picking must, in principle, avoid events that represent multiples, diffractions and intersections, and in a section over 50 pickings can be made, while in a semblance map not more than 10 events could usually be picked by eye. The application of this work is focused on seismic data of marine sedimentary basins to obtain a distribution of velocities for the subsurface, where a plane-horizontal model is applied for individual CMP sections, and that the solution can be used as an initial model in subsequent processes. The real data used in this study were collected by Petrobras in 1985, and the selected seismic line was of number L5519 of the Camamu Basin, and the CMP presented is of number 237. The line consists of 1098 shot points with right-lateral arrangement. The sampling interval is 4 *ms*. The spacing between the geophones is 13.34 *m* with the first geophone located at 300 *m* from the source. The spacing between the sources is 26.68 *m*. As a general conclusion, the method for estimating interval velocity in this work stands as an alternative support to velocity analysis, where it is necessary a control over the sequential inversion of CMP gathers along the seismic line such that the solution can be used as an initial model for imaging, and further tomographic inversion. As future work, we can be propose studies directly and specifically related to seismic velocity analysis by extending the 2D semblance optimization method to 3D, and

extending the present studies to the method based on the image ray, aiming at producing a continuous velocity map for the entire section in an automatic way.

keywords: Seismic inversion, seismic reflection.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1	Localização, limites e arcabouço estrutural da Bacia marinha mapeada ao nível da seção pré-rift.	25
Figura 2.2	Seções geológicas da bacia marinha mostrando algumas estruturas compressio-ais, como dobras e falhas, a quebra da plataforma continental, a zona de talude, o sopé continental e algumas formações geológicas.	25
Figura 3.1	Componentes participantes da física resumida do método sísmico mostrando a fonte, o meio, o receptor e uma trajetória que liga a fonte ao receptor. Alguns detalhes físicos do meio estão incluídos.	28
Figura 3.2	Configuração FC (fonte-comum) com um arranjo unilateral utilizada na aquisição de dados com ilustração de raios que partem do mesmo ponto espacial. Sísmica tipo 2D.	29
Figura 3.3	Configuração AC (afastamento-comum) caracterizada pela distância fonte-receptor constante.	30
Figura 3.4	Configuração AN (afastamento-nulo) onde a distância fonte-receptor é zero. Con- siderando o tempo-simples, esta seção é interpretada como refletor em explosão, e está rela- cionado ao conceito da onda hipotética denominada de Onda Normal (onda N).	31
Figura 3.5	Simetria da configuração PMC (ponto-médio-comum) com o ponto-comum-em- profundidade (PCP) mostrando a iluminação pontual em subsuperfície. Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa.	32
Figura 3.6	Configuração PMC para um refletor plano-inclinado. Neste caso, não existe um PCP para coincidir com o PMC devido à inclinação do refletor, estando a iluminação distribuída numa área (superfície de reflexão comum). Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa.	32
Figura 3.7	Cubo de dados de multi-cobertura onde estão marcados os arranjos afastamento- comum (AC=CO), fonte-comum (FC=CS) e ponto-médio-comum (PMC=CMP). Este cubo permite a direção dos arranjos possíveis. As relações matemáticas entre as coordenadas são: $h = (x_g - x_s)/2$, $x_m = (x_g + x_s)/2$. Onde x_g é coordenada do geofone/hidrofone; x_s é a coordenada da fonte; x_m é a coordenada do ponto-médio-comum; h é o meio-afastamento. A	

representação matemática do conteúdo temporal dos traços é expressa por $t(x_m, h)$, e para amplitude por $a(t; x_m, h)$	33
Figura 3.8 Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicados: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade da camada i (v_i), a espessura da camada i (z_i); o tempo de trânsito vertical simples (Δt_i) e o ângulo de incidência vertical (θ_i). Está representado em traço vermelho um evento primário. Eventos que não obedecerem a este critério, ou geometria, são considerados como evento não-primário, ruído coerente, como as múltiplas.	37
Figura 4.1 Trajetórias hiperbólicas para o cálculo da função semblance e das janelas envolvidas para a correção e empilhamento NMO.	41
Figura 4.2 Seção PMC 237 marinha observada original. A parte superior apresenta ruído, a onda direta, a onda de superfície d'água e reflexões hiperbólicas na parte inferior.	42
Figura 4.3 Seção semblance PMC 237. Observa-se a informação sem resolução na parte superior, múltiplas predominando na parte intermediária, e velocidades crescentes na parte inferior.	43
Figura 4.4 Representação canônica do princípio de inversão adotado neste trabalho.	46
Figura 4.5 Derivada do tempo de percurso normalizada em relação ao parâmetro velocidade intervalar. Valores com $v=1450$ m/s e $z=1550$ m.	50
Figura 4.6 Derivada do tempo de percurso normalizada em relação ao parâmetro espessura. Valores com $v=1450$ m/s e $z=1550$ m.	50
Figura 4.7 Fluxograma do método do gradiente de segunda ordem.	51
Figura 5.1 Fluxograma do processo de inversão.	55
Figura 5.2 Possíveis transformações do poliedro flexível para três parâmetros. As linhas tracejadas representam o resultado do processo anterior à iteração atual.	56
Figura 6.1 Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,01.	64
Figura 6.2 Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,02.	64
Figura 6.3 Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,03.	65

Figura 6.4 Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,01.	66
Figura 6.5 Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,02.	66
Figura 6.6 Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,03.	67
Figura 6.7 Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,01.	67
Figura 6.8 Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,02.	68
Figura 6.9 Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,03.	68
Figura 6.10 Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,01.	69
Figura 6.11 Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,02.	69
Figura 6.12 Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,03.	70
Figura 6.13 Derivada normalizada do parâmetro de velocidade.	70
Figura 6.14 Derivada normalizada do parâmetro de espessura.	71
Figura 6.15 Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,01.	71
Figura 6.16 Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,02.	72
Figura 6.17 Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,03.	72
Figura 6.18 Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,01.	73
Figura 6.19 Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,02.	73
Figura 6.20 Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,03.	74
Figura 6.21 Mapa de contorno da função objeto de minimização em relação à combinação dos parâmetros dos 5 eventos que compõem o dado sintético. Observa-se que a região que melhor ajusta os parâmetros da equação (3.9) está delimitada pela cor azul-marinho.	75
Figura 6.22 Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído 0,01.	76
Figura 6.23 Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído de 0,02.	77

Figura 6.24 Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído de 0,03.	77
Figura 6.25 Seção PMC 237 do dado real Camamu L5519 selecionada para mostrar os resultados das etapas do processo de marcação de eventos e inversão. Observa-se na parte superior a onda direta e as ondas de superfície da água, e abaixo os eventos de reflexão.	80
Figura 6.26 Dados marcados pela interpretação da Seção PMC 237 do dado real Camamu L5519 selecionada para mostrar os resultados das etapas do processo de marcação de eventos e inversão. Observa-se que os eventos tem um número variável de marcações.	81
Figura 6.27 Dados observados selecionados da Seção PMC 237 para mostrar os resultados das etapas do processo de inversão em cinco eventos refletores.	81
Figura 6.28 Tempo de trânsito observado e preditivo inicial.	82
Figura 6.29 Forma das derivadas em relação a velocidade para cinco refletores.	83
Figura 6.30 Forma das derivadas em relação a profundidade para cinco refletores.	83
Figura 6.31 Forma da evolução da função objeto de minimização para os cinco refletores selecionados.	84
Figura 6.32 Forma da evolução da solução da velocidade para os cinco refletores selecionados.	84
Figura 6.33 Forma da evolução da solução da espessura para os cinco refletores selecionados.	85
Figura 6.34 Tempo observado e preditivo para os cinco refletores selecionados.	85
Figura 6.35 Seção PMC 100 do modelo sintético Marmousoft.	88
Figura 6.36 Mapa semblance-complexo da seção PMC 100 sintética.	89
Figura 6.37 Distribuição das velocidades intervalar e média-quadrática sobre a seção PMC 100 sintética.	90
Figura 6.38 Superposição no mapa semblance-complexo das velocidades intervalar e média-quadrática da seção PMC 100 sintética. Onde a curva verde representa v_{RMS} , amarela representa v_{int} e a vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex.	91
Figura 6.39 Superposição do mapa Semblance com as velocidades v_{rms} da seção PMC 100 sintética.	92

Figura 6.40 Seção PMC 237 da Bacia do Camamu. Observa-se na parte superior a onda direta e as ondas de superfície da água, e abaixo os eventos de reflexão.	93
Figura 6.41 Mapa semblance-complexo da seção PMC 237 da Bacia do Camamu.	94
Figura 6.42 Distribuição das velocidades intervalar e média-quadrática sobre a seção PMC 237.	95
Figura 6.43 Superposição no mapa semblance-complexo das velocidades intervalar e média-quadrática da seção PMC 237 da Bacia do Camamu. Onde a curva verde representa v_{RMS} , amarela representa v_{int} e a vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex.	96
Figura 6.44 Superposição do mapa Semblance com as velocidades v_{rms} da seção PMC 237 da Bacia do Camamu.	97
Figura A.1 Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicadas: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade (v_i), a espessura (z_i) o tempo de trânsito vertical (Δt_i) e o ângulo de incidência vertical (θ_i) para cada camada i	105
Figura A.2 Detalhes geométricos para obtenção da fórmula da velocidade RMS (v_{RMS}) para o caso de duas camadas. (a) Trajetória do raio de reflexão. (b) Curva t^2-x^2	109

LISTA DE ABREVIATURAS

ABREVIATURA	DESCRIÇÃO
AC	Afastamento-comum
AN	Afastamento-nulo
ANP	Agência Nacional de Petróleo
AVA	Anásile de velocidade automática
FC	Fonte-Comum
NMO	Do inglês “Normal Moveout”, sobre-tempo normal
PCP	Ponto-comum-em-profundidade
PMC	Ponto-médio-comum
RC	Receptor-comum
RMS	Do inglês “Root Mean Square”, média quadrática
SRC	Superfície de reflexão comum

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLOS GREGOS	DESCRIÇÃO
γ	Fator atenuação ou amplificação da solução
$\delta(t)$	Função Delta de Dirac
δt	Janela temporal no empilhamento
δh	Janela espacial do afastamento no empilhamento
$\varepsilon(t, p)$	Função refletividade
λ, μ	Parâmetros elásticos de Lamé
λ	Comprimento de onda
ρ	Densidade do meio
ω	Frequência angular
σ_r^2	Variância do ruído
σ	Desvio padrão
$\tau(x)$	Função fase na teoria do raio sísmico
$\varphi(\mathbf{m})$	Medida de desajuste em função dos parâmetros \mathbf{m}
$\phi_{rr}(t)$	Autocorrelação estocástica do ruído
$\phi(x, y, z, t)$	Função potencial de deslocamento em função das coordenadas espaciais e temporal
Δt	Intervalo de amostragem temporal
Δt_n	n -ésimo intervalo temporal
Δz_n	n -ésimo intervalo de espessura intervalar
Δt_i	Tempo-duplo de trânsito vertical da i -ésima camada
$\Phi_{rr}(f)$	Espectro da função ruído
∇	Operador gradiente
∂_ϕ^2	Segunda derivada em função de ϕ
$\partial_{\mathbf{m}}$	Derivada em função da variável parâmetro geral
∂_t	Derivada em função da variável tempo
∂_t^2	Segunda derivada em função da variável tempo
∂_v	Derivada em função da variável velocidade
∂_z	Derivada em função da variável espessura

SÍMBOLOS LATINOS	DESCRIÇÃO
$A(x_0, h, t; v_0)$	Amplitude do traço
$cov_u(\mathbf{m})$	Matriz covariância unitária
$E(\mathbf{m})$	Função erro
$F(\mathbf{0})$	Função radiação da fonte localizada na origem ($\xi = 0$)
$g(t)$	Função traço sísmico
\mathbf{G}	Matriz das derivadas do modelo
\mathbf{G}^{-g}	Matriz inversa generalizada
h	Meio-afastamento fonte-receptor
i	i -ésima camada
$L(\mathbf{m})$	Comprimento da solução
\mathbf{m}	Parâmetros do modelo
n	Índice da camada e da sua interface inferior
p	Vagorosidade ou parâmetro horizontal do raio
$P = P(x, y, z, t)$	Função campo de pressão
$P_0(x_0, t_0)$	Ponto de referência temporal-espacial do empilhamento
$r(t)$	Função ruído aditivo
\mathbf{R}_m	Matriz resolução dos parâmetros
R_0	Raio de curvatura da frente de onda
\mathbf{R}_t	Matriz resolução dos dados
s	Arco ao longo do raio
$s(t)$	Função sinal-mensagem
$S(x_0, t_0; v_0)$	Função Semblance
t	Tempo de trânsito
t_0	Tempo-duplo normal
$t(p)$	Tempo-duplo em função do parâmetro horizontal do raio
t^{obs}	Tempo observado
t^{pre}	Tempo preditivo (teórico ou calculado)
T	Período (temporal)
$t(x_m, h)$	Representação matemática do tempo-duplo de trânsito
$u = u(x, y, z, t)$	Deslocamento do solo em função das coordenadas espaciais e temporal
$\ddot{u}(x, y, z, t)$	Segunda derivada temporal do movimento da partícula do solo
U_i	Componente vetorial da amplitude de deslocamento do campo
v	Velocidade
v_E	Velocidade de empilhamento
v_i	Velocidade da i -ésima camada
$v_{INT,n}$	Velocidade intervalar para o intervalo de amostragem n
v_n	Solução inversa para as velocidades intervalares
$v_{RMS,n}$	Velocidade média-quadrática para o refletor n
$w(t)$	Função pulso-fonte efetivo
(x, y, z)	Coordenadas cartesianas de posição espacial
x_g	Coordenada do geofone
x_m	Coordenada do ponto-médio-comum
x_s	Coordenada da fonte
$x(p)$	Distância em função do parâmetro horizontal do raio
z_i	Espessura da i -ésima camada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
2	MODELO GEOLÓGICO	23
3	MODELO DIRETO	27
3.1	GEOMETRIAS DO LEVANTAMENTO	28
3.2	REPRESENTAÇÃO DO TRAÇO SÍSMICO	33
3.3	MODELO VERTICALMENTE HETEROGÊNEO	36
3.4	VELOCIDADE INTERVALAR	37
4	MODELO INVERSO	39
4.1	DESCRIÇÃO DO SEMBLANCE	40
4.2	SEMBLANCE COMPLEXO	43
4.3	FUNÇÃO OBJETO DE MINIMIZAÇÃO	44
4.4	SOLUÇÃO DO PROBLEMA NÃO-LINEAR	46
4.4.1	Método de Busca Aleatória Controlada	46
4.4.2	Método do Gradiente de Segunda Ordem	48
5	MARCAÇÃO AUTOMÁTICA	54
5.1	MÉTODO SIMPLEX	55
5.2	MÉTODO GRADIENTE CONJUGADO	58
6	RESULTADOS	62
6.1	DADO SINTÉTICO: MODELO INVERSO	63
6.1.1	Modelo 1: 5 camadas	63
6.2	DADO REAL: MODELO INVERSO	79
6.3	MARCAÇÃO AUTOMÁTICA	86

6.3.1	Dado Sintético	87
6.3.2	Dado Real	92
7	CONCLUSÕES	98
	REFERÊNCIAS	100
	APÊNDICE A - EQUAÇÕES TEMPO-PERCURSO	104

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo específico estudar o problema de marcação automática de velocidades intervalares, v_{int} , a partir de velocidades média-quadrática, v_{RMS} , no mapa semblance, e o objetivo geral foi a inversão sísmica de reflexão em seções do arranjo ponto-médio-comum (PMC) usando como modelo uma distribuição de camadas homogêneas, isotrópicas, com interfaces plano-horizontais representando refletores. Para realizar este estudo, a metodologia foi organizada em etapas, partindo do problema mais simples para o mais complexo para comparação das dificuldades em estimar velocidades intervalares. Sendo assim, temos:

1. Inversão de dados sísmicos hiperbólicos marcados manualmente na seção PMC para resolver espessura e velocidade intervalares usando métodos de otimização global por Busca Aleatória Controlada;
2. Inversão de dados sísmicos hiperbólicos marcados manualmente na seção PMC para resolver espessura e velocidade intervalares usando métodos de otimização local por ajuste de curvas no sentido dos quadrados-mínimos;
3. Inversão de dados sísmicos hiperbólicos marcados automaticamente na seção PMC para resolver espessura e velocidade intervalares usando métodos de otimização global da função semblance.
4. Inversão de dados sísmicos hiperbólicos marcados automaticamente na seção PMC para resolver espessura e velocidade intervalares usando métodos de otimização local na função semblance.

As etapas, 1 e 2 acima, foram baseadas nas descrições de, entre outros trabalhos, Hubral e Krey (1980) e Claerbout (1985), e as etapas, 3 e 4 acima, por Toldi (1989) e Koren e Ravve (2006). Uma consequência natural deste trabalho é a estimativa de velocidades sísmicas considerando um modelo 2D, $v(x, z)$, com base na teoria do raio como descrito por Comeron et al. (2007) para o raio imagem.

O arranjo PMC e o modelo de camadas plano-horizontais representam uma configuração básica para o processamento de dados sísmicos, e uma primeira justificativa em continuar

investigando este problema objetivando a análise de velocidade, o que é prático e fundamental para o empilhamento e o imageamento. A configuração PMC contempla os modelos de camadas com interfaces curvas, e se parte do princípio que o modelo direto é válido apenas dentro do cone de abertura do método.

A aplicação deste trabalho é voltada a dados sísmicos de bacias sedimentares em ambientes marinhos complexos para se obter uma distribuição de velocidades para a subsuperfície. Sendo assim, o modelo plano-horizontal, aplicado por partes, é para ser usado como um modelo inicial em processos posteriores. Este modelo é justificado parcialmente seguindo a descrição de um ambiente geológico marinho, onde a presença de camadas com interfaces sub-horizontais a horizontais servem de guia para o delineamento de estruturas com formas geométricas mais complexas, como do tipo anticlinais e sinclinais. As estruturas em consideração são voltadas à exploração de petróleo.

A praticidade e a importância de usar este modelo de camadas plano-horizontais, com a finalidade de imagear bacias sedimentares, e classicamente as estruturas crostais, tem sido argumentado por vários trabalhos como, por exemplo, Roksandic (1978), e Hubral (1976) estende o modelo 2D para 3D para dar um conceito geologicamente mais real. Em outros estudos, Justice (1986) analisa o problema de inversão para dados tempo-distância, e Macdonald (1986) enfatiza o problema de inversão sísmica levando em consideração a amplitude e o tempo, e Castle (1994), entre outros, analisa a teoria da correção de tempo-normal baseada no modelo direto adotado para estudo.

De forma didática, o trabalho clássico de Tarantola (2005) usa como um formalismo para o imageamento sísmico princípios de processos estocásticos, enquanto Parker (1994) usa o formalismo do espaço vetorial de funções. Vários estudos, entre eles Lines (1993), Ross (1994), Rathor (1997), destacam o problema de ambigüidade na estimativa da distribuição de velocidade com a profundidade a partir de dados tempo-distância na reflexão sísmica.

Koren e Ravve (2006), entre outros, descreveram a inversão Dürbaum-Dix sob a condição de vínculos a priori para estimar a distribuição de velocidade intervalar, v_{int} , no tempo, a partir de valores marcados de velocidade v_{RMS} (usada também como velocidade de empilhamento) no mapa semblance. Para estes autores, a velocidade intervalar é definida por $v_{\text{int}} = \Delta z_n / \Delta t_n$ (intervalo temporal $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$) e o correspondente (intervalo em profundidade $\Delta z_n = z_n - z_{n-1}$) onde os subscritos n e $n - 1$ indicam, respectivamente, topo e base dos intervalos temporais que não são necessariamente uniformes. O par de transformadas, $v_{\text{RMS}} \leftrightarrow v_{\text{int}}$, tem limitações, e uma delas é que ele não leva em consideração o efeito da função-fonte na convolução com a resposta do meio ao impulso para gerar o traço sísmico.

Considerando o modelo convolucional simples, as interfaces seriam representadas por uma sequência de funções Delta de Dirac (impulsos) com amplitude proporcional ao contraste de impedância na forma de coeficiente de reflexão (ROBINSON, 1983). O par representa também um exemplo de inversão direta (propriamente dita), não-vinculada, explícita, na qual a velocidade instantânea (local na seção profundidade) é admitida constante por partes e com descontinuidade nas interfaces.

Uma segunda forma de justificar o presente estudo é baseada na descrição comum na literatura de que a transformada Dürbaum-Dix pode produzir valores não realísticos e oscilantes, até mesmo para variações pequenas de velocidade v_{RMS} (DUBOSE, 1988). Sendo assim, um dos objetivos do presente trabalho é estudar o significado desta oscilação com base em dados gerados através de modelo sintético e de dados reais. Além disso, sugerir uma forma de se obter informação mesmo a partir destas condições de instabilidade.

Uma terceira forma de justificativa é baseada nas dificuldades da marcação de velocidades no mapa semblance. Sendo assim, outro objetivo é obter uma solução independente e comparar com possíveis resultados no mapa semblance, e conseqüentemente testar quanto à interpretação dos eventos selecionados (TARNER; KOEHLER, 1969).

Uma quarta forma de justificativa é baseada nos métodos de marcação automática com base na função semblance como um problema de otimização (TOLDI, 1989). Com a finalidade de construir uma metodologia para embasar formas de solução por otimização com métodos diferentes de busca global e local.

A lógica da sequência de aplicação do algoritmo de inversão é resumida em etapas principais, ao longo das quais são plotados informações de controle e resultados, como descrito no capítulo 4. Uma das inconveniências é a necessidade de marcar eventos nas seções PMC, o que é comum a muitos métodos de inversão tomográfica. Esta dificuldade só pode ser amenizada tendo em mãos um método eficiente de marcação assistida de eventos de reflexão.

2 MODELO GEOLÓGICO

Para realizar a construção de um modelo geofísico para representar uma bacia sedimentar, é necessário uma descrição detalhada das formações e estruturas geológicas para que se possa simular seções sísmicas práticas. Devemos considerar conceitos geológicos, além dos físicos, e entre os geológicos podemos citar os estruturais geométricos, conceitos estratigráficos, sedimentológicos e tectônicos, tais como: camadas delgadas, falhas, dobras, porosidade, fluídos, soleiras de diabásio e halogênese. Entre os conceitos físicos, podemos citar dispersão, anelasticidade, anisotropia, múltiplas e difrações.

A organização de um experimento sísmico e a análise dos fenômenos resultantes é usualmente realizada no domínio da frequência e no temporal-espacial. Além disso, todas as etapas de coleta de dados e de processamento são feitas no domínio do discretizado. As estruturas interpretáveis são classificadas como micro, intermediária ou macro estruturas (SHERIFF, 1975)

Cinco pontos fundamentais para se fazer uma descrição dos modelos geofísico-geológicos consideram que:

1. A fonte é pontual no espaço e não-impulsiva no tempo.
2. O meio é 3D e formado por camadas limitadas por interfaces curvas limitadas por dois semi-espacos infinitos.
3. As camadas são homogêneas e isotrópicas, caracterizadas por espessura variável e velocidades diferentes.
4. Não é admitido o fenômeno de absorção inelástica.
5. As seções sintéticas podem ser geradas com base na teoria do raio, ou por diferenças finitas.

Para definir uma base geológica, seguimos os trabalhos de Lima et al. (2003) e Mohriak et al. (2008) na descrição de bacias sedimentares. Uma bacia sedimentar marinha padrão tem cerca de 480.000 km^2 de área prospectiva para petróleo, com ocorrências de rochas cretáceas, intrusões de diabásio e tectônica salina. Seguindo um modelo utilizado neste trabalho, adotamos o caso de uma bacia marinha marginal, cretácea, situada no litoral Atlântico brasileiro

(ver a Figura 2.1) que é uma das menos conhecidas quanto às informações de superfície. Isto se deve à sua fisiografia, visto que grande parte da sua porção terrestre ocorre numa região costeira extremamente recortada, com inúmeras ilhas, amplos estuários e uma grande baía. Esta é a Bacia do Camamu-Almada, situada na costa central do Estado da Bahia, e que faz parte do conjunto de bacias da margem leste associadas com a quebra do Gondwana e subsequente abertura do Oceano Atlântico. Durante o período Cretáceo, por toda a margem leste, desenvolveu-se um sistema de rifts continentais devido ao esforço de ruptura, gerando nestas bacias um pacote sedimentar fundamental para a formação dos sistemas petrolíferos da margem brasileira.

A bacia marinha desempenhou um importante papel na evolução do oceano Atlântico Sul. Em seu limite norte, o rifte, que vinha sendo propagado de sul para norte, bifurcou-se, desenvolvendo o rifte do sistema Recôncavo-Tucano-Jatobá, abortado no Eoaptiano, e o rifte do sistema Sergipe-Alagoas, através do qual efetivamente propagou-se a ruptura, e onde o oceano Atlântico Sul foi implantado. O arcabouço estrutural da bacia reflete as heterogeneidades do embasamento, constituído, principalmente, por rochas do cinturão granulítico Atlântico. A bacia é caracterizada por uma série de falhas normais de direção geral NNE-SSO, com mergulho predominante para leste, e algumas estruturas transversais, que provavelmente atuaram como zonas de acomodação ou transferência. Essas estruturas estão relacionadas aos movimentos distensivos derivados da abertura do oceano Atlântico Sul.

A bacia apresenta uma geometria de meio-graben mergulhando para leste (ver Figura 2.2). Algumas estruturas compressionais, como dobras e falhas reversas podem ainda estar presentes, estando relacionadas a rampas de alívio geradas por movimentações ao longo da falha de Maragogipe situada no limite oeste da bacia.

A estruturação condicionou a gênese de plataformas e pequenas bacias restritas controladoras da sedimentação rifte. Algumas dessas falhas, reativadas no Terciário, e mesmo no Quaternário, tiveram importância na configuração da atual linha de costa. A seção pós-rifte é afetada, em geral, por falhas lítricas normais, que terminam nos horizontes evaporíticos, de provável idade aptiana. Estima-se que o pacote sedimentar atinja até 10.000 *m* de espessura, abrangendo registros de todos os estágios termo-mecânicos característicos das bacias marginais brasileiras. O preenchimento sedimentar nas fases de sinéclise e pré-rifte é, de modo geral, similar ao encontrado nas bacias do Recôncavo e de Sergipe-Alagoas. A partir da fase rifte no início do Cretáceo, e representada pelas formações Morro do Barro e Rio de Contas e parte basal da Formação Taipus-Mirim, o preenchimento desta bacia difere bastante da bacia do Recôncavo. As rochas sedimentares mais antigas da bacia Marinha datam do início do Permiano (Formação Afligidos), estando relacionadas ao estágio de sinéclise.



Figura 2.1: Localização, limites e arcabouço estrutural da Bacia marinha mapeada ao nível da seção pré-rift.

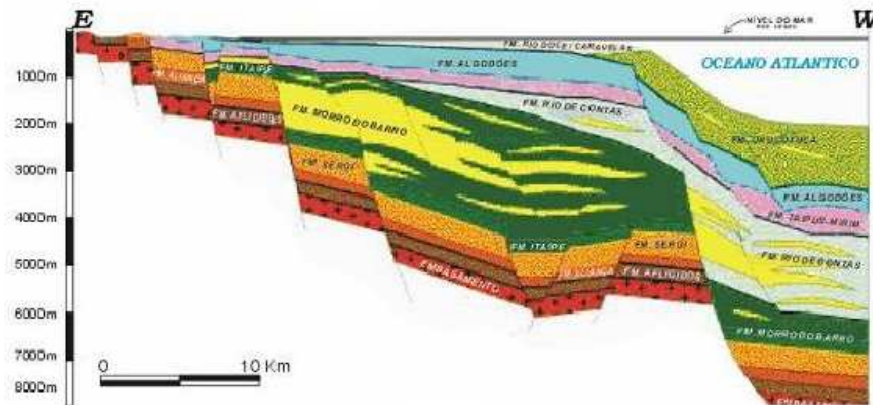


Figura 2.2: Seções geológicas da bacia marinha mostrando algumas estruturas compressivas, como dobras e falhas, a quebra da plataforma continental, a zona de talude, o sopé continental e algumas formações geológicas.

Constituem depósitos distribuídos originalmente por uma grande extensão geográfica, tendo possivelmente ligação com rochas coetâneas existentes em áreas tão distantes quanto Alagoas e mesmo o Piauí e Maranhão.

A Formação Sergi atinge as maiores espessuras, quando comparada com as bacias adjacentes. A seção marinha está representada pela porção superior da formação Taipus-Mirim,

e pelas formações Algodões, Urucutuca, Caravelas e Rio Doce, com deposição iniciada a partir do Neoptiano. Nesta bacia apenas afloram as formações Aliança e Sergi (pré-rifte), porção superior da Formação Taipus-Mirim e a Formação Algodões, além do Grupo Barreiras e coberturas quaternárias. O maior número de acumulações de hidrocarbonetos ocorre na Formação Morro do Barro, de idade Eocretácea, em reservatórios interpretados como lobos turbidíticos lacustres, seguidas pelos reservatórios neojurássicos da Formação Sergi, associados aos arenitos flúvio-eólicos.

3 MODELO DIRETO

Uma forma de descrição de modelo geológico foi resumido no capítulo 2, e no presente capítulo procuramos traduzir o modelo geológico em um modelo físico-matemático próprio à aplicação em métodos de inversão de dados sísmicos de reflexão. O modelo sísmico usado para modelagem, simulação, imageamento e mapeamento são baseados na descrição geológica de trechos de bacias sedimentares marinhas, com o objetivo de estudar alvos exploratórios.

A descrição geral do método sísmico é resumido na Figura 3.1, e inicia pelo conjunto completo das partes: fonte (explosão, real, virtual, posição, acoplamento, raio efetivo), meio (geologia sedimentar complexa, topografia, terrestre, marinho) e receptor (sensor, família de sensores, cabos, eletrônica, distribuição em linha, geometria do arranjo) e o ruído (local, aleatório, determinístico, coerente, instrumental, geológico, fonte). É necessário estabelecer nas descrições teóricas quanto a dimensão de cada uma destas partes (fonte, meio, receptor), mas é claro que o problema geofísico-geológico é sempre 3D, e o processamento sísmico é dito ser 2D ou 3D, dependendo do levantamento.

Como parte da descrição inicial, é necessário estabelecer os eventos que serão considerados na componente determinística (como as reflexões primárias), e aqueles que são considerados como parte da componente não-determinística (como ruídos locais, múltiplas e conversão P-SV). O campo total pode ser descrito pelo campo ascendente e pelo campo descendente, bem como pela transmissividade e pela refletividade (distribuição dos coeficientes de transmissão e de reflexão).

O cálculo do modelo direto requer a definição do arranjo geométrico da aquisição, para a simulação dos dados. Ou seja, pode se referir aos arranjos fonte-comum (FC), receptor-comum (RC) e ponto-médio-comum (PMC), entre outros.

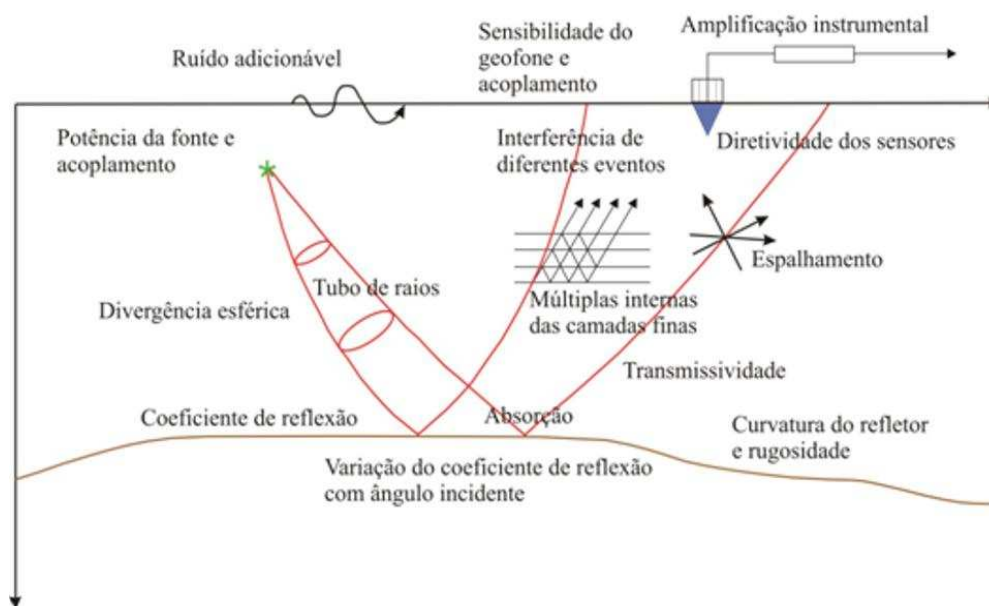


Figura 3.1: Componentes participantes da física resumida do método sísmico mostrando a fonte, o meio, o receptor e uma trajetória que liga a fonte ao receptor. Alguns detalhes físicos do meio estão incluídos.

3.1 GEOMETRIAS DO LEVANTAMENTO

A configuração original de aquisição de dados sísmicos de reflexão é denominada de fonte-comum (FC), como ilustrado na Figura 3.2, e ela compõem o cubo de dados da multicobertura. Esta configuração estabelece a discretização temporal-espacial original dos dados, e como exemplo de valores típicos da discretização de dados marinhos se tem: intervalo de amostragem no tempo $dt = 2 \text{ ms}$; intervalo de amostragem espacial com hidrofones $dg = 13 \text{ m}$; e intervalo entre fontes $ds = 26 \text{ m}$. A partir do cubo de dados, diferentes arranjos podem ser organizados como o arranjo ponto-médio-comum (PMC), receptor-comum (RC) e afastamento-comum (AC). Nestas novas configurações, as propriedades da discretização mudam com relação à coordenada espacial.

A primeira etapa na logística de um levantamento sísmico contínuo do tipo 2D consiste no traçado da linha no mapa geológico de superfície da região obedecendo a direção geral do mergulho das camadas (perpendicular à direção geral das estruturas). Em segundo lugar, se busca estabelecer a seqüência de pontos de tiros e das estações receptoras ao longo da linha projetada (conjunto de sensores em linha, 1D). As seções de traços é obtido através das estações de geofones, quando o registro é terrestre, ou de hidrofones, quando o registro é marinho.

A fonte sísmica é sempre descrita como pontual no espaço, 3D, e não-pontual no tempo (SHARPE, 1942), e a sua posição marca o ponto de referência para a seção FC, e a detonação marca o tempo zero de referência. O conjunto de traços sísmicos registrados em FC (ou seção temporal FC) pertence a um experimento que se propaga na subsuperfície. A seção FC contém traços que são organizados de acordo com o aumento do afastamento fonte-receptor (ou meio-afastamento) para a direita e para a esquerda (bilateral simétrico ou assimétrico, ou unilateral).

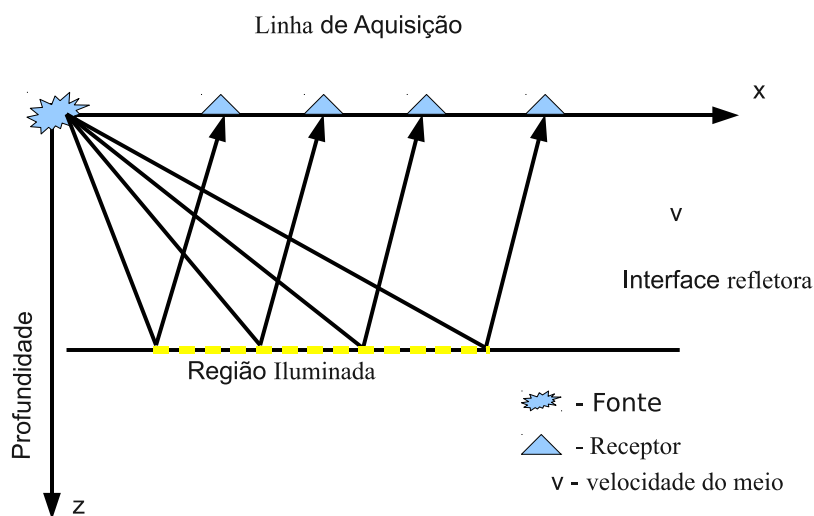


Figura 3.2: Configuração FC (fonte-comum) com um arranjo unilateral utilizada na aquisição de dados com ilustração de raios que partem do mesmo ponto espacial. Sísmica tipo 2D.

A fonte sísmica gera nos meios geológicos uma complexidade infinita de ondas, que podemos classificar de forma simples em: ondas diretas (ar, solo ou água), ondas de volume (reflexões e refrações) e ondas de superfície (marinha ou terrestre). Para as aplicações sísmicas, as ondas de superfície são descartadas pelas janelas temporais e filtros de velocidade, ou por corte cirúrgico. As ondas diretas podem ser usadas para o controle de qualidade. No presente estudo tratamos exclusivamente da utilização das ondas de volume, e em particular das ondas compressoriais (ondas P) de reflexão, não desconhecendo a existência das ondas S (SH e SV) e as conversões P-SV em função do ângulo de incidência. Além disso, que a abertura do cone de observação deve ser pequena em relação aos alvos em subsuperfície, o que estabelece a aplicação das leis hiperbólicas na reflexão, $t(x)$, visto adiante.

Na propagação das ondas de volume, o interesse é no efeito da transmissividade e na refletividade através das camadas/interfaces em sub-superfície. As ondas refletidas e refratadas

que emergem nos receptores são registradas com relação ao tempo de detonação decorrido entre a fonte-receptor; isto é, o tempo total de trânsito. Na sísmica, a configuração FC é deslocada continuamente ao longo da linha sísmica programada para obter as várias seções FC que contêm eventos redundantes dos mesmos segmentos refletores na subsuperfície iluminada. O conjunto de dados registrados forma o cubo de dados de multi-cobertura que contém uma redundância na cobertura de segmentos em profundidade.

O rearranjo do cubo de dados forma outras seções que podem ser mais convenientes estatisticamente para o processamento e imageamento dos dados. Uma das formas é a redistribuição dos traços em seção afastamento-comum (AC), ou em seção ponto-médio-comum (PMC). Uma seção AC contém todos os traços com afastamento fixo e organizados pelas coordenadas do ponto-médio, como representado na Figura 3.3.

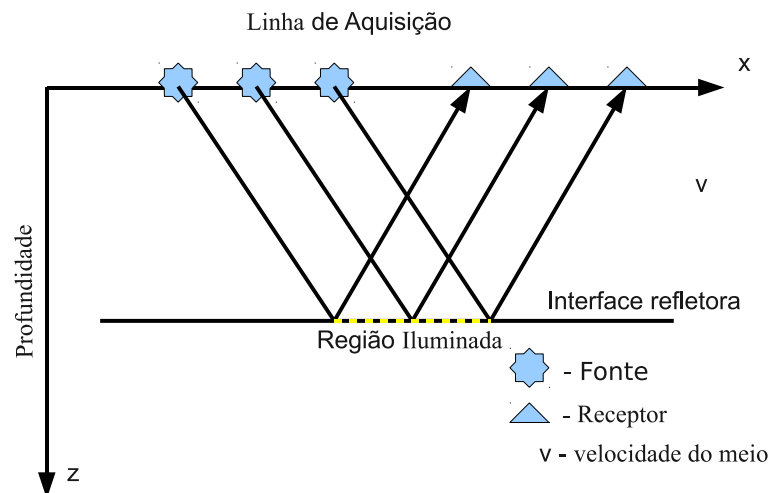


Figura 3.3: Configuração AC (afastamento-comum) caracterizada pela distância fonte-receptor constante.

As seções AC e AN são especiais e desejáveis. A seção AN, onde o afastamento é zero, é obtida apenas através de simulação matemática por métodos de empilhamento, e não é fisicamente realizável, como mostra a Figura 3.4.

A seção PMC é representada na Figura 3.5, e é composta por traços laterais à esquerda e/ou à direita do ponto médio entre a fonte e o receptor, e os incrementos laterais são de meio-afastamento. Nesta ilustração, a seção PMC coincide com a seção ponto-comum-em-profundidade (PCP) apenas para o caso de interfaces plano-horizontais, uma vez que as coordenadas horizontais do PMC e do PCP seriam coincidentes. No caso dos refletos não

horizontais não existe um ponto, mas uma área/segmento de espalhamento da reflexão em subsuperfície (superfície de reflexão comum, SRC), como ilustrado na Figura 3.6.

As configurações mencionadas neste texto estão contidas no cubo 3D de dados na Figura 3.7 que mostra os planos pertencentes às direções das FC, AC e PMC representadas por planos de cor vermelha.

A relação aplicável na seção PMC é que $x_m = \text{constante}$ e $h = \text{constante}$, e é constituída por um painel paralelo ao eixo h no plano (x_m, h) . Na seção AC a relação aplicável é $h = \text{constante}$, sendo constituída por um painel paralelo ao eixo x_m no plano (x_m, h) . O caso especial da seção AN é o plano frontal à direita/esquerda do cubo de dados onde $h = 0$.

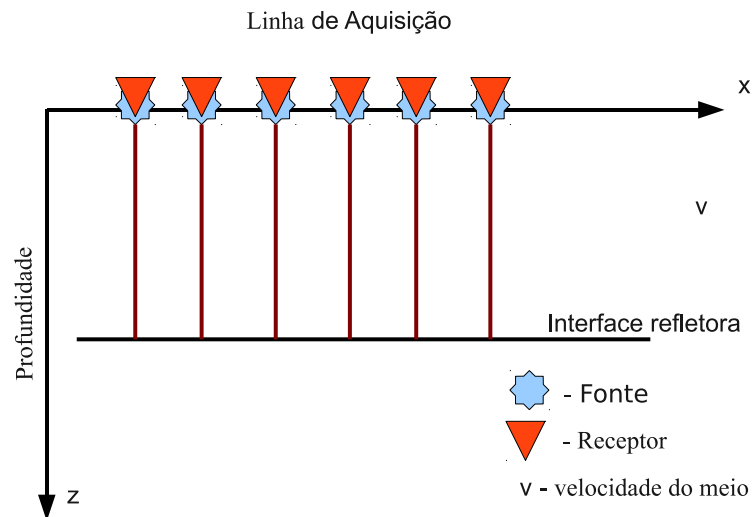


Figura 3.4: Configuração AN (afastamento-nulo) onde a distância fonte-receptor é zero. Considerando o tempo-simples, esta seção é interpretada como refletor em explosão, e está relacionado ao conceito da onda hipotética denominada de Onda Normal (onda N).

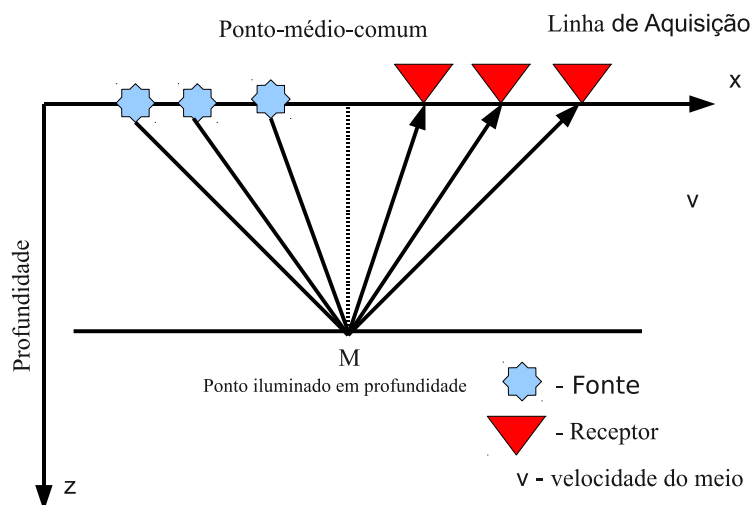


Figura 3.5: Simetria da configuração PMC (ponto-médio-comum) com o ponto-comum-em-profundidade (PCP) mostrando a iluminação pontual em subsuperfície. Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa.

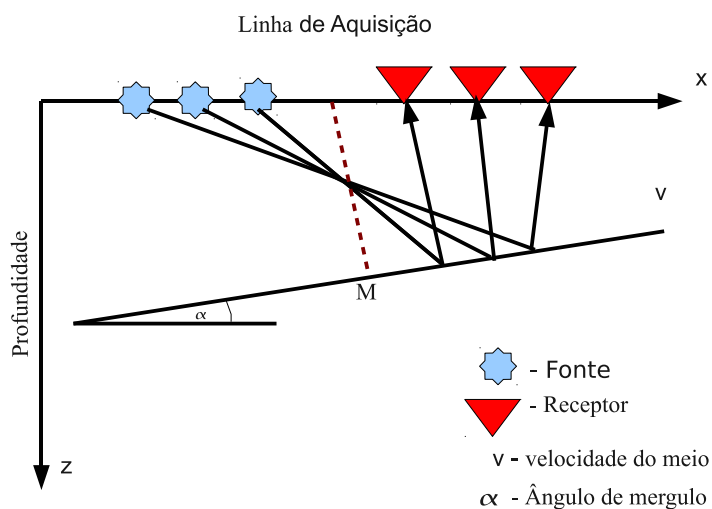


Figura 3.6: Configuração PMC para um refletor plano-inclinado. Neste caso, não existe um PCP para coincidir com o PMC devido à inclinação do refletor, estando a iluminação distribuída numa área (superfície de reflexão comum). Os receptores à direita correspondem às fontes à esquerda, e vice-versa.

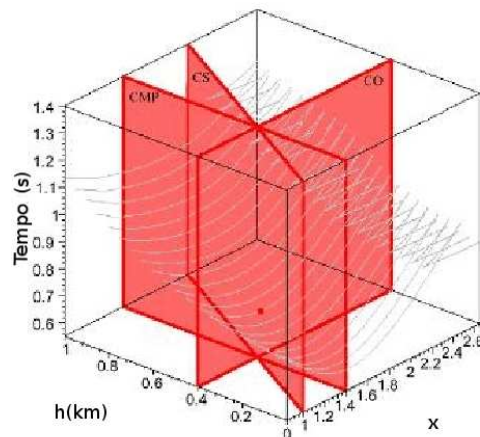


Figura 3.7: Cubo de dados de multi-cobertura onde estão marcados os arranjos afastamento-comum (AC=CO), fonte-comum (FC=CS) e ponto-médio-comum (PMC=CMP). Este cubo permite a direção dos arranjos possíveis. As relações matemáticas entre as coordenadas são: $h = (x_g - x_s)/2$, $x_m = (x_g + x_s)/2$. Onde x_g é coordenada do geofone/hidrofone; x_s é a coordenada da fonte; x_m é a coordenada do ponto-médio-comum; h é o meio-afastamento. A representação matemática do conteúdo temporal dos traços é expressa por $t(x_m, h)$, e para amplitude por $a(t; x_m, h)$.

3.2 REPRESENTAÇÃO DO TRAÇO SÍSMICO

Segundo Robinson (1983), o modelo de convolução simples é usado sistematicamente para fazer uma descrição básica, simples e prática da composição de um traço (sismograma) em uma seção sísmica fundamentado em princípios da física e da teoria da comunicação, com o objetivo de entender o seu conteúdo como uma variável aleatória no problema de inversão. um traço sísmico deve ser descrito como composto por uma componente determinística (não-aleatória) e por uma componente não-determinística (aleatória). Este modelo encontra respaldo na solução geral da equação de onda, sendo considerado apenas o campo-distante.

O modelo simples é definido como a integral da convolução na forma:

$$g(t) = [w(t) * \varepsilon(t) + r(t)] * g(t) = [s(t) + r(t)] * g(t). \quad (3.1)$$

Na equação (3.1), $w(t)$ representa apenas a parte temporal da fonte, aqui denominado de pulso-fonte-efetivo, e faz parte de uma descrição mais completa de uma função para representar a fonte, $f(t, \mathbf{x})$, com uma distribuição espacial, \mathbf{x} , e temporal, t . Além disso, a fonte efetiva necessita da descrição da componente fonte-imagem relacionada à superfície livre. A função $\varepsilon(t)$ é também uma forma simplificada de representar a refletividade do meio, que é composta do campo ascendente e descendente. A função $s(t)$ representa a componente

sinal-mensagem, dada pela convolução de $w(t)$ com a parte interpretável de $\varepsilon(t)$. A função $r(t)$ representa a componente sinal-ruído para onde é transferido a parte não interpretável em $\varepsilon(t)$ e em $w(t)$. A função $g(t)$ participa na forma de convolução e serve para representar a resposta do receptor ao impulso, e sua presença tem o efeito de um passa-baixa sobre o movimento total do solo/pressão (ver Figura 3.1).

A descrição da componente ruído é considerada difícil, e uma forma de tratá-la não é uma tarefa simples, uma vez que a informação presente nesta componente é variável e diversa (OLHOVICH, 1964). Assim, o ruído por ser classificado como: aleatório ou não-aleatório; determinístico ou não-determinístico; coerente ou não-coerente; local; instrumental; geológico; fonte; industrial; trânsito. Em algumas situações se utiliza o conceito de ruído branco (SCALES; SNIEDER, 1998), mas uma outra dificuldade no presente estudo é um ruído coerente como as múltiplas.

A modelagem realizada neste trabalho é fundamentada na teoria do raio, que estabelece a base física da sísmica cinemática e dinâmica. Mais fundamentalmente, uma bacia sedimentar marinha é composta das descontinuidades sólido-sólido, da sólido-líquido e da líquido-ar.

A modelagem da propagação das ondas sísmicas pode iniciar pela regência da equação da elastodinâmica que assume formas de acordo com o modelo; e no presente caso ela é resumida na sequência à forma acústica, onde o modelo admite uma distribuição de camadas líquidas que substituem as camadas elásticas, e com isto apenas ondas P são admitidas. Iniciando aqui com a equação do movimento da partícula [$u = u(x, y, z, t)$] da onda elástica da elastodinâmica em termos das componentes de deslocamento, a forma é:

$$\rho \ddot{u}_i = \mu \nabla^2 u_i + (\lambda + \mu) \nabla_i (\nabla \cdot \vec{u}). \quad (3.2)$$

A forma de solução para equação (3.2) está diretamente relacionada ao modelo geométrico e às condições físicas impostas ao problema. Como por exemplo, para um meio formado de camadas plano-horizontais, o método da refletividade; para meios complexos, métodos de diferenças finitas; para aproximações de alta frequência, a teoria do raio (AKI; RICHARDS, 1980).

A decomposição de Helmholtz leva a equação da elastodinâmica para as formas de potenciais $\phi(x, y, z, t)$ de deslocamentos, e para uma forma semelhante na propagação acústica [pressão, $P = P(x, y, z, t)$, substitui por ϕ]:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \phi. \quad (3.3)$$

Uma tentativa de separar o efeito espacial do temporal é baseada na teoria do raio que leva a uma aproximação de alta frequência para a equação de onda, e descrito por Cerveny (1985). A expressão para o deslocamento $u_i(x, t)$ é escrita na forma:

$$u_i(x, t) = U_i(x)e^{i\omega\tau(x)}; \quad (3.4)$$

onde a forma complexa é adotada para considerar os efeitos de mudança de fase. Na equação (3.4), ω representa a frequência angular, t o tempo, x a posição e $U_i(x)$ uma componente da amplitude do campo de deslocamento. Para o caso de frequência alta (ω grande) obtém-se a solução denominada de alta frequência. A quantidade real $\tau(x)$ é denominada de iconal, ou função fase. $U_i(x)$ e $\tau(x)$ dependem das coordenadas espaciais. A superfície onde $\tau(x)$ é constante representa a frente de onda para um tempo t específico (CERVENY, 1985).

A solução obtida da decomposição, com base no princípio de alta frequência, leva à equação iconal (para o cálculo do tempo de trânsito) e para a equação de transporte (para o cálculo da amplitude). O método da série de raios escreve a expressão para U_i na forma:

$$U_i = U_i(x) = \sum_{n=0}^{\infty} U_i^n (-i\omega)^{-n}. \quad (3.5)$$

A partir desta equação se seleciona a forma de ordem zero ($n = 0$), enquanto que ordens superiores ($n > 0$) servem para outras investigações teóricas. A teoria do raio de ordem zero é conveniente e serve de base para descrição do problema direto para métodos de inversão e imageamento. A solução geométrica geral em meios heterogêneos para ondas compressionais, em termos das coordenadas dos raios para a onda longitudinal, com uma forma é dada por:

$$u_i(x, t) = \left(\frac{1}{\rho(x)v(x)} \right)^{1/2} \frac{1}{L(x)} F(0) U_i[t - \tau(x)]; \quad (i = 1, 2, 3); \quad (3.6)$$

onde $L(x)$ representa o fator de espalhamento geométrico, $F(x = 0)$ representa o padrão de radiação da fonte localizada na origem ($\xi = 0$), ρ é a densidade; v é a velocidade e τ satisfaz a integral ao longo do raio:

$$\tau(x) = \int_{\xi}^x \frac{ds}{v(x)}. \quad (3.7)$$

O meio mais simples conhecido é o verticalmente heterogêneo; mesmo assim, múltiplos eventos sísmicos se propagam de volta à subsuperfície, e a identificação de alguns eventos na superfície é feita pelas propriedades cinemáticas, enquanto outros eventos são identificados pelas propriedades dinâmicas. Em consequência disto, os atributos da frente de onda deve incluir parâmetros cinemáticos e dinâmicos.

3.3 MODELO VERTICALMENTE HETEROGÊNEO

A descrição de aspectos físicos e geométricos dos modelos para o cálculo teórico do tempo de trânsito põe em destaque modelos de camadas plano-horizontais. Para o modelo clássico formado de camadas plano-horizontais (homogêneas e isotrópicas), com uma fonte pontual esfericamente simétrica, o espalhamento de energia obedece a uma descrição dependente do tempo duplo de trânsito vertical, t_0 . Para o caso de afastamento qualquer, o tempo duplo de propagação, $t(p)$, é dado em função do parâmetro horizontal do raio, p , com i representando o índice da camada, v_i a velocidade, Δt_i o tempo simples de trânsito vertical, z_i a espessura e n o índice do refletor, como ilustrado na Figura 3.8. Considerando o caso de afastamento nulo, o tempo duplo de propagação, $t(p)$, em função do parâmetro horizontal do raio, é dado por:

$$t(p=0) = 2 \sum_{i=1}^n \Delta t_i = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}.$$

Para um afastamento arbitrário, o tempo duplo, $t(p)$, e o afastamento correspondente, $x(p)$, são calculados de forma independente e dados por:

$$t(p) = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i \sqrt{1 - p^2 v_i^2}} \quad e \quad x(p) = 2 \sum_{i=1}^n \frac{v_i p z_i}{\sqrt{1 - p^2 v_i^2}}, \quad (3.8)$$

onde $p = \text{sen}\theta_0/v_1$ é o parâmetro horizontal do raio, constante para uma trajetória definida; e θ_0 é o ângulo de partida ($\theta \leq |\pi/2|$).

Na forma prática de trabalho se deseja que a equação temporal seja escrita em função do afastamento na forma geral $t = t(x)$, onde participam os parâmetros das camadas envolvidas (velocidade, v ; espessuras, z). Como consequência, a correção ao afastamento nulo utiliza a trajetória expressa pela lei hiperbólica que relaciona diretamente ao afastamento fonte-receptor (SHERIFF; GELDART, 1982) segundo a equação:

$$t(x) = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{\text{RMS}}^2}}. \quad (3.9)$$

Na equação (3.9), v_{RMS} é a velocidade média quadrática para o modelo de camadas plano-

horizontais e t_0 é tempo duplo:

$$v_{\text{RMS}} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_i z_i}{n} \right]^{1/2} \quad e \quad t_0 = 2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}. \quad (3.10)$$

A Figura 3.8 ilustra o caso de camadas planas e os parâmetros envolvidos nestas equações.

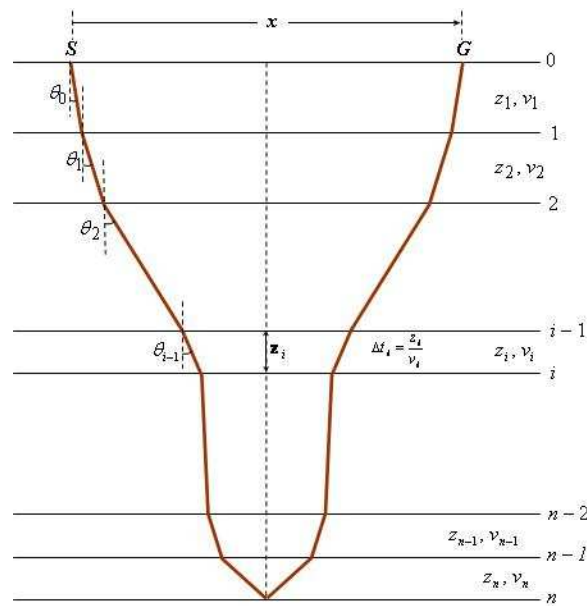


Figura 3.8: Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicados: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade da camada i (v_i), a espessura da camada i (z_i); o tempo de trânsito vertical simples (Δt_i) e o ângulo de incidência vertical (θ_i). Está representado em traço vermelho um evento primário. Eventos que não obedecerem a este critério, ou geometria, são considerados como evento não-primário, ruído coerente, como as múltiplas.

3.4 VELOCIDADE INTERVALAR

Os aspectos matemáticos voltados a resolver o problema inverso de tempo de trânsito com base num algoritmo recursivo para o cálculo das velocidades intervalares a partir de valores observados de velocidades $v_{\text{NMO}} = v_{\text{RMS}}$, no mapa semblance, admitindo uma distribuição de velocidade representada exatamente pelo modelo da Figura 3.8. A velocidade intervalar, em 1D, denotada como v_{int} , pode ser obtida através de um método simples a partir da velocidade média-quadrática, v_{RMS} , inclusive para casos especiais em 2D, cujo par de transformadas, $v_{\text{int}} \leftrightarrow v_{\text{RMS}}$, é escrito abaixo, sendo válido para condições de afastamento-nulo ($x = 0$).

Koren e Ravve (2006) descreveram a inversão, aqui denominada Dürbaum-Dix, sob a condição de vínculos a priori para estimar a distribuição de velocidade intervalar v_{int} no tempo a partir de valores marcados de velocidade v_{RMS} (usada como velocidade de empilhamento, v_E) no mapa semblance de tempo-duplo de trânsito t_0 . A relação entre as velocidades v_{RMS} e v_{int} é dada pelo par de transformadas. Para estes autores, a velocidade intervalar é definida por $v_{\text{int}} = \Delta z_n / \Delta t_n$ (intervalo temporal $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$), e o correspondente intervalo em profundidade $\Delta z_n = z_n - z_{n-1}$), onde os subscritos n e $n-1$ indicam, respectivamente, topo e base dos intervalos temporais que não são necessariamente uniformes. O par de transformadas Dürbaum-Dix é dado por:

$$v_{\text{RMS},n} = \left[\frac{\sum_{i=1}^n v_{\text{int},n}^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} \right]^{1/2} \longleftrightarrow v_{\text{int},n} = \left[\frac{v_{\text{RMS},n}^2 t_n - v_{\text{RMS},n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

Uma vez calculada a velocidade v_{int} , se pode calcular a profundidade, d_n , do n -ésimo refletor (interface entre duas camadas), segundo a recorrência dada pela equação:

$$d_n = d_{n-1} + \frac{1}{2} v_{\text{int},n} [t_n - t_{n-1}]; \quad (3.12)$$

e a velocidade média por

$$\bar{V}_n = \left[\frac{1}{t_n} \right] \sum_{k=1}^n v_{\text{int},k} [t_k - t_{k-1}]. \quad (3.13)$$

Para o caso específico das camadas terem mergulho e direção semelhante ao longo da sequência de PMCs, todos os raios normais residem no mesmo plano sísmico vertical e emergem com o ângulo β_0 . Neste caso, a quantidade v_{int} na equação em (3.11) é reescrita na forma:

$$v_{\text{int},n} = \cos \beta_0 \left[\frac{v_{\text{RMS},n}^2 t_n - v_{\text{RMS},n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2}. \quad (3.14)$$

Devido ao uso de famílias simétricas PMCs, onde os pares fonte-sensor têm o mesmo ponto-médio com afastamento crescente, e arranjo unilateral ou bilateral, e o uso do modelo de camadas plano-horizontais no NMO, o mergulho dos refletores não pode ser resolvido.

4 MODELO INVERSO

Por definição neste trabalho, inversão significa sair dos dados observados para um modelo em subsuperfície descrito por parâmetros físicos e geométricos que caracterizam as formações geológicas. Os parâmetros geométricos caracterizam a forma geológica-estrutural, e se deseja uma metodologia para a obtenção de uma distribuição de velocidades em subsuperfície, o que é fundamental para que se proceda aos processos de empilhamento e à migração que é a finalidade maior da sísmica de imageamento.

Existem vários termos e conceitos para definir velocidades sísmicas no domínio tempo-espaço, como a velocidade do meio, de formação, aparente (2D e 3D), de empilhamento, intervalar no tempo, intervalar na profundidade, média-quadrática, de migração, tomográfica, de macro-modelo e iso-modelo. Se faz necessário definir cada situação físico-matematicamente.

A estimativa de um modelo de velocidades a partir dos dados sísmicos observados pode ser definida como um problema de inversão mal-posto. Além disso, as descrições dos dados observados levam a caracterizar o problema de inversão como um problema tipicamente misto (onde alguns parâmetros são bem, mal e parcialmente iluminados), contrariamente a um problema sobre-determinado (puro), ou sub-determinado (puro) (MENKE, 2002). A velocidade da subsuperfície é por definição uma função 3D, e pode variar arbitrariamente em (x, y, z) . Em muitas situações práticas, se faz necessário uma informação à priori que descreva o comportamento geral da função velocidade desejada, o que serve de vínculo à informação contida no dado sísmico.

Um exemplo típico de inversão direta é a estimativa da velocidade para um modelo de camadas plano-horizontais segundo a solução Dürbaum-Dix. Neste modelo, em termos práticos, a função velocidade v_{RMS} é estimada a partir dos dados, e em seguida a fórmula de Durbaum-Dix permite estimar a função velocidade intervalar no tempo (HUBRAL; KREY, 1980), reescrita abaixo:

$$v_{\text{int},n} = \left[\frac{v_{\text{RMS},n}^2 t_n - v_{\text{RMS},n-1}^2 t_{n-1}}{t_n - t_{n-1}} \right]^{1/2}, \quad (n = 1, \dots, N). \quad (4.1)$$

Na equação (4.1), o índice n representa a seqüência temporal dos pontos do traço sísmico, e $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$ corresponde ao intervalo de amostragem temporal, onde se determina as

micro-isovelocidades v_{int} . Esta descrição matemática faz parte também do modelo Gouppillaud (ROBINSON, 1983). De outra forma a largura do intervalo pode variar de comprimento ao longo da série temporal. Matematicamente, esta equação não pode ter um numerador nulo ou menor do que zero.

Na prática se relaciona a velocidade de empilhamento (v_E) como velocidade RMS, isto é, $v_E = v_{\text{RMS}}$. A velocidade de empilhamento é obtida a partir da velocidade NMO (v_{NMO}) que resulta da marcação no mapa semblance. Koren e Ravve (2006) apresentam estimativas para a análise de ambigüidade no modelo Dürbaum-Dix, e Lines (1993) apresenta procedimentos para a análise de ambigüidade na distribuição de velocidade (tempo-profundidade) para o modelo de camadas plano-horizontais.

A estimativa da velocidade intervalar pela fórmula de Dürbaum-Dix, parte do princípio, da melhor velocidade de focalização para a correção NMO, descrita para os sobre-passos dos tempos hiperbólicos. A velocidade focalizada através do semblance é o parâmetro que controla da hipérbole ao longo da qual os eventos são somados numa janela tempo-espacial. Esta soma deve produzir uma imagem que visualiza a interface como uma correlação traço-a-traço.

4.1 DESCRIÇÃO DO SEMBLANCE

Tarner e Koehler (1969), Bernabini et al. (1987) e Sguazzero e Vesnaver (1987) descrevem a função semblance para famílias PMC na forma:

$$S(x_0, t_0; v_0) = \frac{\sum_{t=t_0-\delta t/2}^{t_0+\delta t/2} \left[\frac{1}{N_h} \sum_{h=h_0}^{\delta h} A(x_0, h, t; v_0) \right]^2}{\sum_{t=t_0-\delta t/2}^{t_0+\delta t/2} \frac{1}{N_h} \sum_{h=h_0}^{\delta h} [A(x_0, h, t; v_0)]^2} \quad (4.2)$$

Na equação (4.2), os somatórios são sobre h e t , e $A(h, t; x_0, v_0)$ é a amplitude pré-processada dos traços com interpolação entre os pontos da malha na trajetória de empilhamento ao afastamento-nulo, com referência a um ponto no espaço-tempo $P_0(x_0, t_0)$, e para uma velocidade v_0 que varia num intervalo prescrito (ver Figura 4.1). O somatório externo em t , \sum_t , é numa janela temporal δt relacionada ao comprimento do pulso-fonte-efetivo, e o somatório \sum_h é executado na janela espacial do afastamento, δh . O valor da função semblance obedece à desigualdade: $0 \leq S(x_0, t_0; v_0) \leq 1$. N_h é o número de traços na janela do afastamento h .

A marcação das velocidades de empilhamento corresponde a selecionar o máximo da função semblance, e esta marcação pode ser feita manualmente pela escolha do intérprete, ou de forma automática por métodos de otimização (TOLDI, 1989). Para o caso em que a subsuperfície seja modelada como estratificada horizontalmente, as reflexões a partir das interfaces são descritas por funções “hiperbólicas”, e a velocidade de empilhamento faz parte da função tempo de trânsito e controla a curvatura da hipérbole. Na seção PMC este modelo é satisfeito, e a função velocidade de empilhamento representa a velocidade média-quadrática (velocidade de integração), e pode ser usada para transformar as seções tempo-distância em profundidade-distância usando a transformada Dix-Durbaum (HUBRAL; KREY, 1980) e a teoria do Raio Imagem (COMERON et al., 2007).

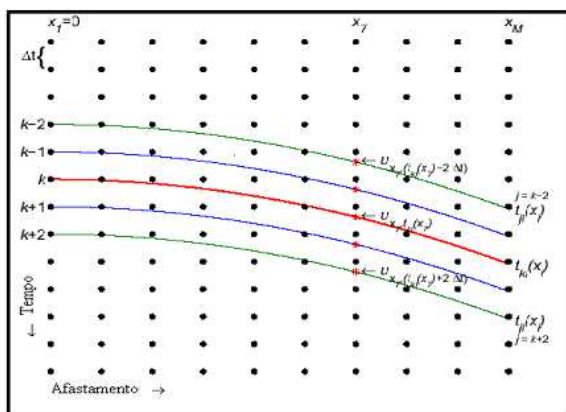


Figura 4.1: Trajetórias hiperbólicas para o cálculo da função semblance e das janelas envolvidas para a correção e empilhamento NMO.

A correlação visual é um conceito importante neste trabalho, e se busca eventos fortemente correlacionáveis no dado real que são interpretados como refletor plano-horizontali- zados nas seções PMC. Este conceito empregado no empilhamento NMO, na definição da velocidade RMS, é utilizado para justificar o método de inversão aqui abordado. A Figura 4.2 é exemplo do conceito de correlação visual, e representa a seção utilizada para marcação de eventos e aplicação do método de inversão. A Figura 4.3 representa a função semblance da Figura 4.2, onde a marcação da trajetória da função de empilhamento v_E deve ser feita, o que constitui a análise de velocidade denominada de convencional. Por exemplo, a marcação no semblance é feita, em média, com menos de 10 pontos por PMC, enquanto que na seção tempo-distância, pode-se marcar até 3 vezes mais eventos refletor. Pelo que se pode obser- var, a marcação dos eventos na seção da Figura 4.3 parece ser mais simples e mais clara do

que na Figura semblance 4.2.

Um dos objetivos, é portanto obter uma distribuição de velocidade através da inversão não-linear, estabelecer o princípio de que $v_E = v_{RMS}$ e comparar as duas distribuições através de uma operação de imageamento. Podemos destacar que uma das propriedades do mapa semblance é que teoricamente ele serve para separar o campo ascendente (primárias) do campo descendente (múltiplas), qualquer técnica que venha a contribuir com esta propriedade é bem vinda.

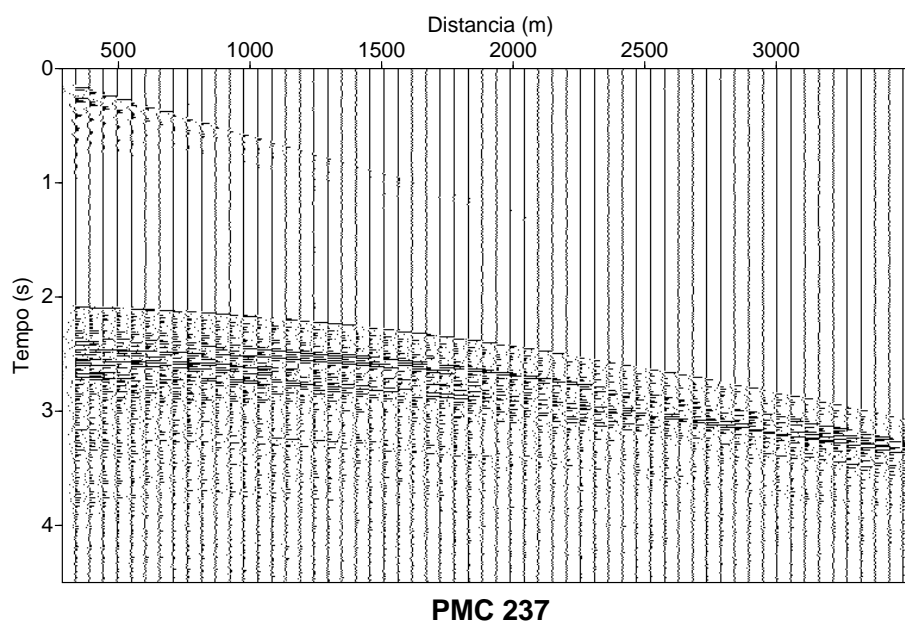


Figura 4.2: Seção PMC 237 marinha observada original. A parte superior apresenta ruído, a onda direta, a onda de superfície d'água e reflexões hiperbólicas na parte inferior.

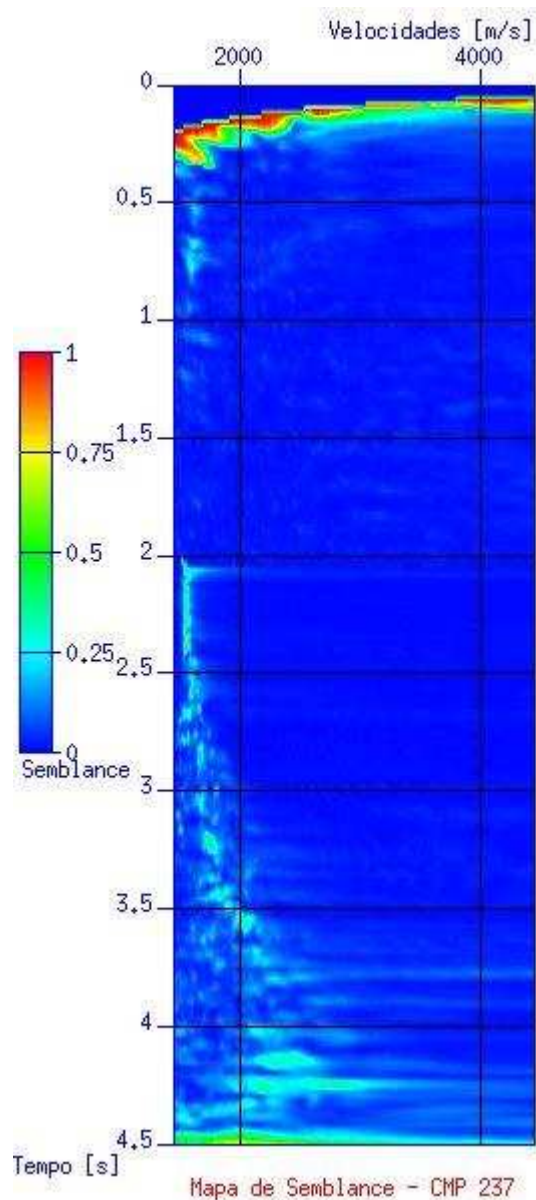


Figura 4.3: Seção semblance PMC 237. Observa-se a informação sem resolução na parte superior, múltiplas predominando na parte intermediária, e velocidades crescentes na parte inferior.

4.2 SEMBLANCE COMPLEXO

A função coerência usada segue a descrição (BERNABINI et al., 1987) para o caso de famílias a valor-complexo como:

$$\psi(x, t) = p(x, t) + \mathbf{i}q(x, t); \quad (4.3)$$

onde $p(x, t)$ é uma família usual de valor de real, e $q(x, t)$ é obtida de $p(x, t)$ pela aplicação da transformada de Hilbert com relação ao termo t , isto é,

$$q(x, t) = \mathbf{H}\{p(x, t)\} = \mathbf{F}^{-1}\{\mathbf{i}\text{sgn}(\omega)\}\mathbf{F}\{p(x, t)\}, \quad (4.4)$$

onde \mathbf{F} e \mathbf{F}^{-1} representam a transformada de Fourier direta e inversa, respectivamente, \mathbf{i} é a unidade imaginária, e ω é a frequência angular. O Semblance Complexo \mathcal{S} , é definido como:

$$\mathcal{S}(v, t_0) = \frac{\sum_{t=t_0-\delta t/2}^{t_0+\delta/2} \left| \frac{1}{N_x} \sum_{x=x_0}^X \psi(x, t; v) \right|^2}{\sum_{t=t_0-\delta t/2}^{t_0+\delta/2} \frac{1}{N_x} \sum_{x=x_0}^X |\psi(x, t; v)|^2}, \quad (4.5)$$

onde a barra vertical denota o módulo do número complexo envolvido, e se ele opera no valor-complexo ψ a função \mathcal{S} é uma coerência de valor real.

4.3 FUNÇÃO OBJETO DE MINIMIZAÇÃO

O método de otimização adotado é baseado na análise de espaço de funções vetoriais, onde critérios de normas adotadas definem a função objeto de minimização. A função objeto de minimização estabelece o vínculo entre o dado observado e o dado preditivo, e uma forma de vínculo para o vetor dos parâmetros (MENKE, 2002). De uma forma geral e resumida, a função objeto de minimização, $\phi(\mathbf{m})$, pode ser expressa por partes, como por exemplo:

$$\phi(\mathbf{m}) = E(\mathbf{m}) + \epsilon^2 L(\mathbf{m}). \quad (4.6)$$

onde a quantidade $E(\mathbf{m})$ está relacionada ao ajuste das curvas (modelo preditivo ao dado observado), e $L(\mathbf{m})$ está relacionado ao comprimento da solução \mathbf{m} , vetor dos parâmetros a serem resolvidos (espessura e velocidades intervalares no tempo).

A escolha de um método de inversão inicia com a descrição dos dados, seguido da descrição do modelo adotado para representação destes dados. O problema sísmico original é apresentado da seguinte forma: Dado o conjunto (seção sísmica, tempo de trânsito observado, t^{obs}) no espaço dos dados D , se deseja encontrar um modelo \mathbf{m} no espaço dos parâmetros M , cujo dados sintéticos calculados $t^{pre}(x; v, z)$ ajuste a estes dados no sentido de certa norma (no caso presente, a norma 2), onde $\mathbf{m} = [v; z]$. No entanto, a descrição da geologia requer a definição de muito mais incógnitas a resolver do que equações disponíveis a representar o modelo, o que é não realizável, e a solução é uma simplificação conveniente do modelo para

uma condição de um problema misto-determinado (MENKE, 2002).

A descrição físico-matemática do problema direto se dá no espaço contínuo, enquanto a solução inversa se dá no discretizado, o que de princípio estabelece um grau de não-linearidade. A interpretação geométrica da estrutura do problema é um ajuste de curvas polinomiais, neste caso representado pelos dados sísmicos cinemáticos (tempo-distância).

A Figura 4.2 representa a seção PMC, e a Figura 4.3 representa o respectivo mapa semblance. Elas servem para mostrar um caso de dado real comum no problema de análise de velocidade para realizar a correção e o empilhamento NMO. A partir dos mapas semblance (velocidade x tempo) se faz a marcação de pontos para traçar uma linha que represente a distribuição de velocidade v_{RMS} . Fazendo uma comparação e interpretação destas figuras, se observa a dificuldade em se traçar uma linha claramente representativa de uma distribuição v_{RMS} que seja unívoca. Dentro deste contexto, o presente estudo se propõe a usar o maior número possível de eventos de reflexão marcados em seções PMC selecionadas para conduzir a uma inversão simples e rápida para resolver e comparar uma distribuição de velocidades intervalares v_{int} , e correspondentes espessuras z_n . Esta distribuição discretizada de camadas intervalares pode ser transformada por interpolação a uma distribuição suave e contínua de velocidades $v_{\text{RMS}}(z)$ ou $v_{\text{RMS}}(t)$.

O problema de estimativa da distribuição de velocidade é estruturado como um problema não-linear inverso, considerando o modelo de direto formado por um conjunto de camadas plano-horizontais na seção PMC que formam intervalos de espessura e velocidades diferentes. O problema de inversão está assim estruturado, uma vez que a condição natural adotada na interpretação sísmica é a da resposta da subsuperfície por refletores.

Os métodos de otimização podem ser robustizados através da função objeto de minimização ϕ_R , ou da introdução de condições a *priori* aplicada à solução dos parâmetros (CRASE et al., 1990). Como exemplo, pode-se modificar a função objeto de minimização representada pela soma dos quadrados dos desvios para a forma de somatório que seja mais suave, e esta condição pode ser expressa por:

$$\phi_R(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^{N(k)} f \left(\frac{t_i^{\text{obs}} - t_i^{\text{pre}}(\mathbf{m})}{\sigma_i} \right). \quad (4.7)$$

Na inversão, a quantidade de pontos observados (N) pode variar para cada refletor; ou seja, $N = N(k)$. A quantidade t_i^{obs} representa os dados observados e t_i^{pre} o modelo preditivo no ponto correspondente à observação na seção tempo-espaco. Na prática, σ_i é uma estimativa do desvio padrão dos dados, e serve como uma ponderação individual para fazer a quantidade

$(t_i^{obs} - t_i^{pre}(\mathbf{m})) / \sigma_i$ escala invariante. Os valores de σ_i podem ser estimados por um critério direto, ou indireto, a partir do resíduo $r_i = (\Delta \mathbf{t} - G \Delta \mathbf{m})_i$ como $|r_i|^{p-2}$ onde $p < 2$ (IYER; HIRAHARA, 1993).

4.4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA NÃO-LINEAR

Dois métodos de otimização foram aplicados nas investigações deste trabalho, na parte onde a marcação dos dados é manual: Busca Aleatória Controlada (Método Price) e Gradiente de Segunda Ordem. A função medida de desajuste, $\phi(\mathbf{m})$, é expressa por:

$$\phi(\mathbf{m}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [t_i^{obs} - t_i^{pre}(\mathbf{m})]^2}. \quad (4.8)$$

Para ambos os métodos de otimização se adotou neste trabalho o princípio de inversão representado pela Figura 4.4. Na validade do problema queremos nos referir aos princípios no qual os conceitos, os resultados e as conclusões são devidamente embasados na realidade geológica conduzidas pelas descrições estratigráficas, estruturais e sedimentológicas.

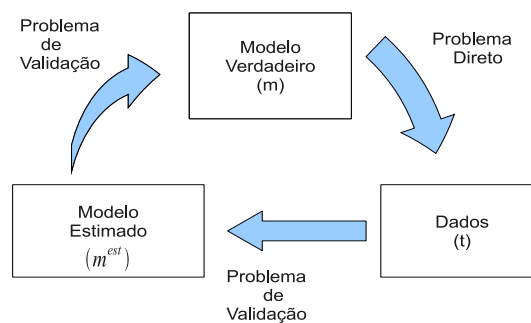


Figura 4.4: Representação canônica do princípio de inversão adotado neste trabalho.

4.4.1 Método de Busca Aleatória Controlada

O formalismo aplicado foi descrito em Price (1983) para resolver o problema de otimização global (BRACHETTI et al., 1997). Uma característica comum a estes métodos é que eles atacam dois problemas distintos ao mesmo tempo:

1. O problema de Busca Global que é o exame de toda a região de interesse com a finalidade de localizar sub-regiões “mais promissoras” para conter um mínimo global (\mathbf{m}^{**});

2. O problema de Busca Local que é a determinação do mínimo global (\mathbf{m}^{**}) usando uma estratégia local, uma vez que tenha sido localizada uma vizinhança suficientemente pequena ao redor deste mínimo.

Numa conceituação simples, no método Price se deseja a solução do problema de otimização global, não-vinculado, estruturado da seguinte forma: $\min \phi(\mathbf{m})$, $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^M$, onde $\phi : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua; isto é, se busca o mínimo da função contínua ϕ , onde o vetor de parâmetros \mathbf{m} (dimensão M) a determinar é definido no espaço \mathbb{R}^M . Desta forma, \mathbf{m} representa pontos-coordenadas m_i , ($i = 1, M$) no espaço contínuo dos parâmetros. A função objeto de minimização é considerada multimodal.

Para iniciar o processo, um domínio V de busca é definido através da especificação dos limites dos domínios de cada um dos parâmetros. Em seguida, é definido uma quantidade predeterminada, N , de pontos de testes, aleatoriamente escolhidos em V e consistentes com os vínculos (caso sejam impostos) formando o conjunto:

$$S_1^k = \left\{ \mathbf{m}_1^{(k)}, \mathbf{m}_2^{(k)}, \mathbf{m}_3^{(k)}, \dots, \mathbf{m}_N^{(k)} \right\}. \quad (4.9)$$

O funcional $\phi(\mathbf{m})$ é avaliado em cada ponto N , e a posição e o valor da função $\phi(\mathbf{m})$ são armazenados numa matriz:

$$\mathbf{A}[N \times (N + 1)]. \quad (4.10)$$

A cada iteração um novo ponto P de teste, $\hat{\mathbf{m}}^{(k)}$, é calculado usando um sub-conjunto aleatório $S_2^{(k)}$ de $S^{(k)}$ descrito na forma:

$$\hat{\mathbf{m}}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)} - (\mathbf{m}_{20}^{(k)} - \mathbf{c}^{(k)}), \quad (4.11)$$

sendo \mathbf{c} o centróide definido por:

$$c_j^{(k)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M m_{2i}^{(k)} \quad (j = 1, \dots, M). \quad (4.12)$$

Em seguida é feito o teste se o ponto P satisfaz os vínculos, e se

$$\phi(\hat{\mathbf{m}}^{(k)}) < \phi(\hat{\mathbf{m}}_{\max}^{(k)}). \quad (4.13)$$

Caso estas condições não sejam atendidas, o processo retorna para novas definições. A probabilidade dos pontos convergirem para o mínimo global dependerá da distribuição, do valor de N , da complexidade do funcional, da natureza dos vínculos e da escolha dos pontos

de teste.

4.4.2 Método do Gradiente de Segunda Ordem

Método é baseado na expansão em série de Taylor multivariada, em termos dos parâmetros \mathbf{m} , de uma função que representa os dados e o modelo $t(x; \mathbf{m})$, onde os dados são neste caso tempo de trânsito. A série lineariza o problema para permitir uma solução a partir de uma posição conhecida \mathbf{m}_1 e de suas derivadas. Representando a função dos dados por $t(x; \mathbf{m})$, sendo x a distância fonte-sensor, e \mathbf{m} o vetor dos parâmetros a serem resolvidos (velocidade v_{int} e espessura z_n). A expansão em série de Taylor tem a forma:

$$t_i(x; \mathbf{m}_2) \cong t_i(x; \mathbf{m}_1) + \sum_{j=1}^M \frac{\partial t_i}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}_1) \Delta m_j \quad (i = 1, \dots, N). \quad (4.14)$$

A partir desta expansão é definido o tempo observado, representando a variável aleatória:

$$t_i(x; \mathbf{m}_2) = t_i^{\text{obs}}(x; \mathbf{m}_2 = \text{real}) = t_i^{\text{obs}}(x); \quad (4.15)$$

e o tempo preditivo representando o modelo teórico:

$$t_i(x; \mathbf{m}_1) = t_i^{\text{pre}}(x; \mathbf{m}_1 = \text{modelo}) = t_i^{\text{pre}}(x). \quad (4.16)$$

A partir destes se escreve que:

$$t_i^{\text{obs}}(x) - t_i^{\text{pre}}(x) = \sum_{j=1}^M \frac{\partial t_i^{\text{pre}}}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}) \Delta m_j. \quad (4.17)$$

E na forma matricial:

$$\Delta \mathbf{t}(x; \mathbf{m}) = \mathbf{G}(x; \mathbf{m}) \Delta \mathbf{m}. \quad (4.18)$$

A equação (4.18) é a forma linearizada para a solução do problema não-linear sobre-determinado, onde $\Delta \mathbf{t}(x; \mathbf{m})$, $(N \times 1)$, é um vetor coluna que representa o desvio dos dados, $\Delta \mathbf{m}$, $(M \times 1)$, é um vetor coluna que representa o desvio dos parâmetros, e $\mathbf{G}(x; \mathbf{m})$, $(N \times M)$, é a matriz Jacobiana do problema que tem os dados ao longo das colunas e os parâmetros ao longo das linhas e dada por:

$$G_{i,j} = \frac{\partial t_i^{\text{pre}}}{\partial m_j}(x; \mathbf{m}), \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M) \quad (4.19)$$

As derivadas da equação (4.19) representam as funções sensibilidade da otimização com relação aos parâmetros e são dadas por:

$$\frac{\partial t^{pre}}{\partial z}(x) = \frac{8 \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{v_i} \right) \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} - \frac{x^2 \left(\sum_{i=1}^n v_i \right) \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}}{\left(\sum_{i=1}^n v_i z_i \right)^2} + \frac{x^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{v_i}}{\sum_{i=1}^n v_i z_i}}{2 \sqrt{4 \left(\sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} \right)^2 + \frac{x^2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}}{\sum_{i=1}^n v_i z_i}}} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial t^{pre}}{\partial v}(x) = \frac{8 \left(\sum_{i=1}^n -\frac{z_i}{v_i^2} \right) \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} - \frac{x^2 \left(\sum_{i=1}^n z_i \right) \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}}{\left(\sum_{i=1}^n v_i z_i \right)^2} + \frac{x^2 \sum_{i=1}^n -\frac{z_i}{v_i^2}}{\sum_{i=1}^n v_i z_i}}{2 \sqrt{4 \left(\sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i} \right)^2 + \frac{x^2 \sum_{i=1}^n \frac{z_i}{v_i}}{\sum_{i=1}^n v_i z_i}}} \quad (4.21)$$

As Figuras 4.5 e 4.6 representam as equações (4.21) e (4.20), respectivamente, e se observa o comportamento não-linear na janela $t - x$, e não tem uma janela estreita suave a zero que melhor defina a solução; isto é, o operador se apresenta baixa resolução, e se faz necessário um bom ponto de partida para a otimização, e até mesmo vínculos à priori.

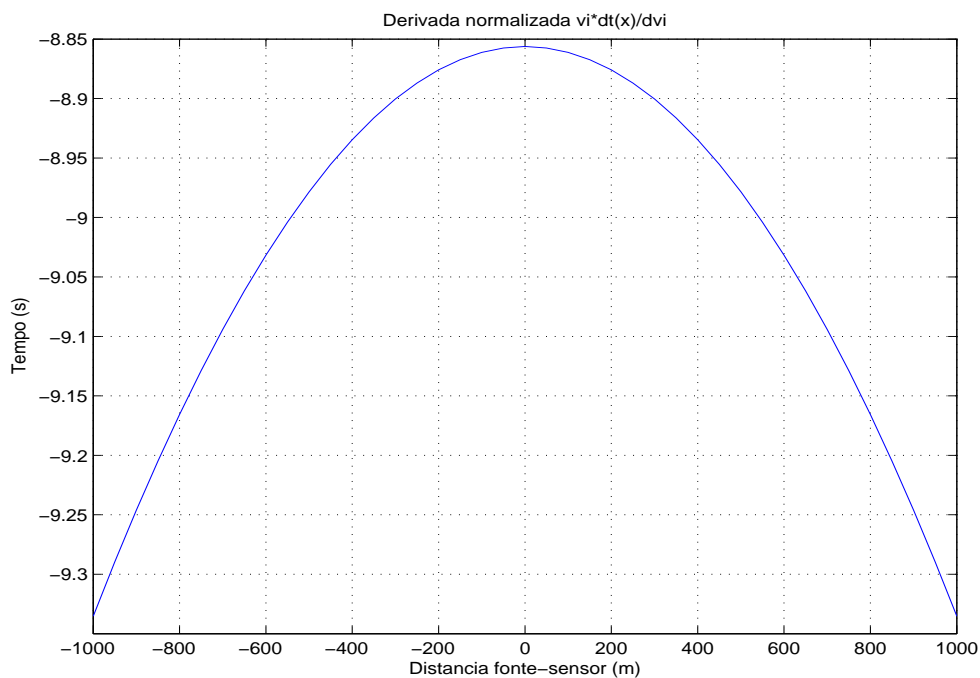


Figura 4.5: Derivada do tempo de percurso normalizada em relação ao parâmetro velocidade intervalar. Valores com $v=1450 \text{ m/s}$ e $z=1550 \text{ m}$.

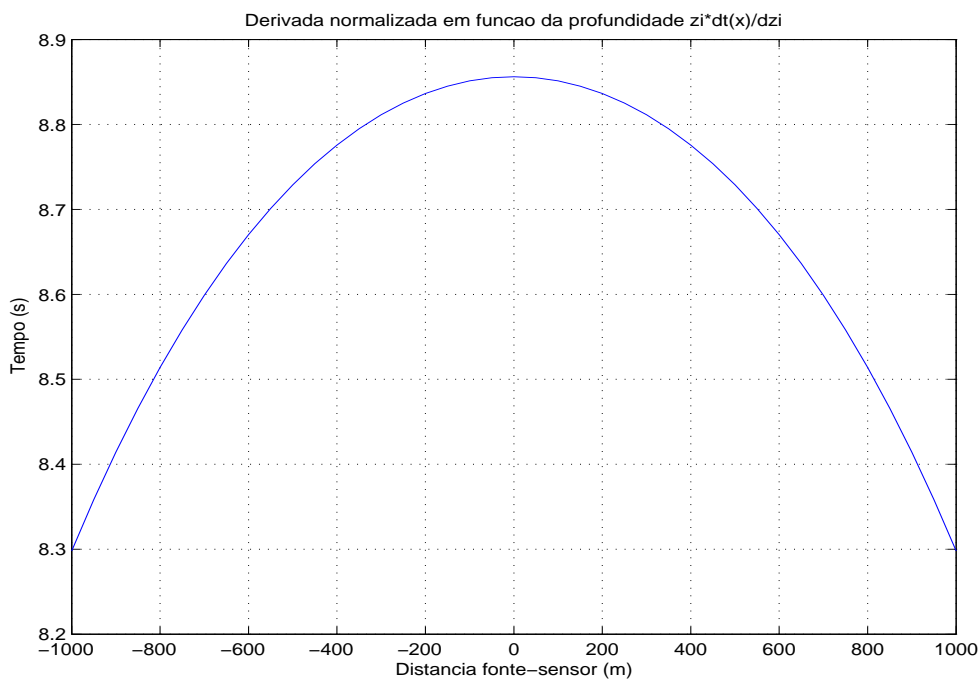


Figura 4.6: Derivada do tempo de percurso normalizada em relação ao parâmetro espessura. Valores com $v=1450 \text{ m/s}$ e $z=1550 \text{ m}$.

O problema é definido como sendo sobre-determinado, uma vez que a quantidade de dados é considerada maior do que a de parâmetros a determinar, ($N > M$), e todos eles considerados com a mesma amostragem. O método de minimização é por derivadas na forma $\partial\phi(\mathbf{m})/\partial\mathbf{m} = 0$, o que estabelece um mínimo local. A linearização do problema de inversão estabelecido é dado pela equação $\mathbf{G}\Delta\mathbf{m} = \Delta\mathbf{t}$. A solução do problema linearizado é da seguinte forma:

$$\Delta\mathbf{m} = [\mathbf{G}^T\mathbf{G}]^{-1}\mathbf{G}^T\Delta\mathbf{t}. \quad (4.22)$$

A atualização dos parâmetros durante as iterações é dada por:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^k + \gamma\Delta\mathbf{m} \quad (4.23)$$

onde γ é um fator de ponderação (atenuação ou amplificação) da solução encontrada $\Delta\mathbf{m}$, e k indica o número de iterações realizadas no processo de inversão.

A Figura 4.7 representa o fluxograma do método gradiente de segunda ordem, como programa em código MATLAB.

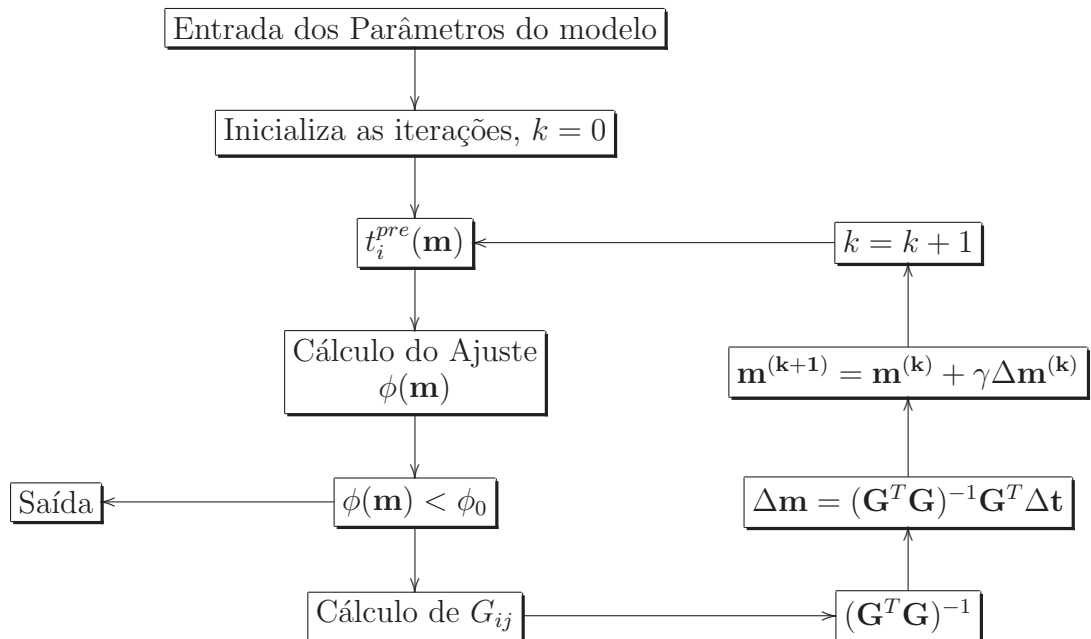


Figura 4.7: Fluxograma do método do gradiente de segunda ordem.

A análise estatística do método foi feita através das matrizes Resolução dos Dados, Resolução dos Parâmetros e da Matriz Covariância Unitária. Estas matrizes são entendidas como atributos do método do gradiente de segunda ordem, e envolvem as matrizes do problema, \mathbf{G} ,

e a inverso generalizado \mathbf{G}^{-g} (MENKE, 2002). Para o problema sobre-determinado, temos que $\mathbf{G}^{-g} = [\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T$.

A matriz resolução dos parâmetros é dada por:

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{G}^{-g} \mathbf{G}. \quad (4.24)$$

A matriz resolução dos dados é dada por:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{G} \mathbf{G}^{-g}. \quad (4.25)$$

A matriz covariância unitária é dada por:

$$cov_u(\mathbf{m}) = \sigma^{-2} \mathbf{G}^{-g} [cov\mathbf{t}] \mathbf{G}^{-gT} = \mathbf{G}^{-g} \mathbf{G}^{-gT}. \quad (4.26)$$

No fluxograma abaixo são descritas as etapas principais do método de inversão do problema em estudo, como descrito teoricamente nas seções anteriores. Os dados de entrada tempo-distância observados foram obtidos através da marcação de eventos usando o *mpicks* do pacote CWP/SU. O processo de inversão resolve um refletor por vez, e de cima para baixo, tem os seguintes passos:

1. Entrada dos parâmetros de controle do processo de inversão.
2. Entrada dos dados de tempo-distância resultante da marcação dos eventos de reflexão nas seções PMC usando o *mpicks*.
3. Início da iteração da Busca Aleatória Controlada.
4. Fim da Busca Aleatória Controlada, cuja a solução serve como entrada para otimização pelo gradiente de segunda ordem.
5. Início das iterações sobre os refletores marcados.
6. Cálculo do modelo direto.
7. Cálculo da função de desajuste entre o dado observado e o preditivo, $\phi(\mathbf{m})$.
8. Aplicação da condição de parada, $\phi(\mathbf{m}) < \phi_0$. Se aceito, ir para cálculo das matrizes Resolução.
9. Cálculo das derivadas do modelo direto em função dos parâmetros a resolver.

10. Cálculo matricial, $\mathbf{G}^{-\mathbf{g}} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$.
11. Atualização dos parâmetros, $\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^k + \gamma \Delta \mathbf{m}^k$.
12. Retorno ao cálculo do desajuste e decisão.
13. Cálculo das matrizes Resolução dos dados, \mathbf{R}_t , e dos parâmetros, \mathbf{R}_m .
14. Cálculo da matriz covariância, $cov_u(\mathbf{m}) = \mathbf{G}^{-g} \mathbf{G}^{-gT}$.
15. Continuação das iterações sobre o próximo refletor marcado.

5 MARCAÇÃO AUTOMÁTICA

A análise de velocidade convencional é realizada pela marcação manual no mapa semblance de uma curva de velocidade vs tempo, individual para cada PMC, onde a decisão é carregada de uma componente subjetiva forte. Este procedimento está presente nos sistemas livres e profissionais conhecidos. O resultado desta operação é na forma de mapa de velocidade versus tempo-distância. Este mapa pode ser editado, e a sua aplicação é direta na correção NMO, no empilhamento e na migração em tempo.

A análise de velocidade está sendo realizada como a solução de um problema não-linear através de métodos de otimização com vínculos e informações a priori, retirando desta forma uma parte da subjetividade direta (manual) do interprete do mapa semblance. A velocidade da inversão pode ser a intervalar, v_{int} , ou a média-quadrática, v_{RMS} .

Objetivo aqui é desenvolver e implementar o método de análise de velocidade baseada na marcação automática no domínio semblance originalmente descrita por Toldi (1989), o que denominamos de análise de velocidade automática (AVA).

A otimização realizada no domínio da função semblance foi baseada em dois métodos:

1. Busca Global usando o método Simplex;
2. Busca Local usando o método Gradiente Conjugado.

A referência básica para a implementação foi baseada em Press et al. (2002), e as etapas do processo de inversão é mostrado na Figura 5.1.

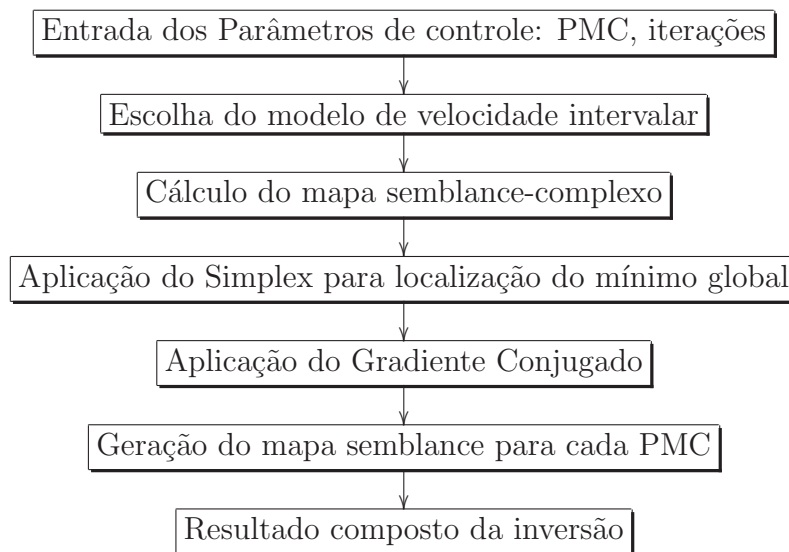


Figura 5.1: Fluxograma do processo de inversão.

5.1 MÉTODO SIMPLEX

Este método é baseado em quatro operações básicas: reflexão, expansão, contração e redução. É admitido que $\mathbf{x}_i^{(k)}$ seja o i -ésimo vértice do poliedro na k -ésima iteração da otimização, e $i = 1, \dots, n + 1$, no domínio dos parâmetros \mathbf{x} . O valor correspondente da função objeto de minimização é $f(\mathbf{x}_i^{(k)})$, e as seguintes definições são aplicadas:

O vértice $\mathbf{x}_h^{(k)}$ é associado ao maior valor da função objeto, tal que:

$$f(\mathbf{x}_h^{(k)}) = \max \left[f(\mathbf{x}_1^{(k)}), \dots, f(\mathbf{x}_{n+1}^{(k)}) \right],$$

O vértice $\mathbf{x}_s^{(k)}$ é associado ao segundo maior valor da função objeto, tal que:

$$f(\mathbf{x}_s^{(k)}) = \max \left[f(\mathbf{x}_i^{(k)}) \right] \quad \forall \quad i \neq h,$$

O vértice $\mathbf{x}_l^{(k)}$ é associado ao menor valor da função objeto, tal que:

$$f(\mathbf{x}_l^{(k)}) = \min \left[f(\mathbf{x}_1^{(k)}), \dots, f(\mathbf{x}_{n+1}^{(k)}) \right].$$

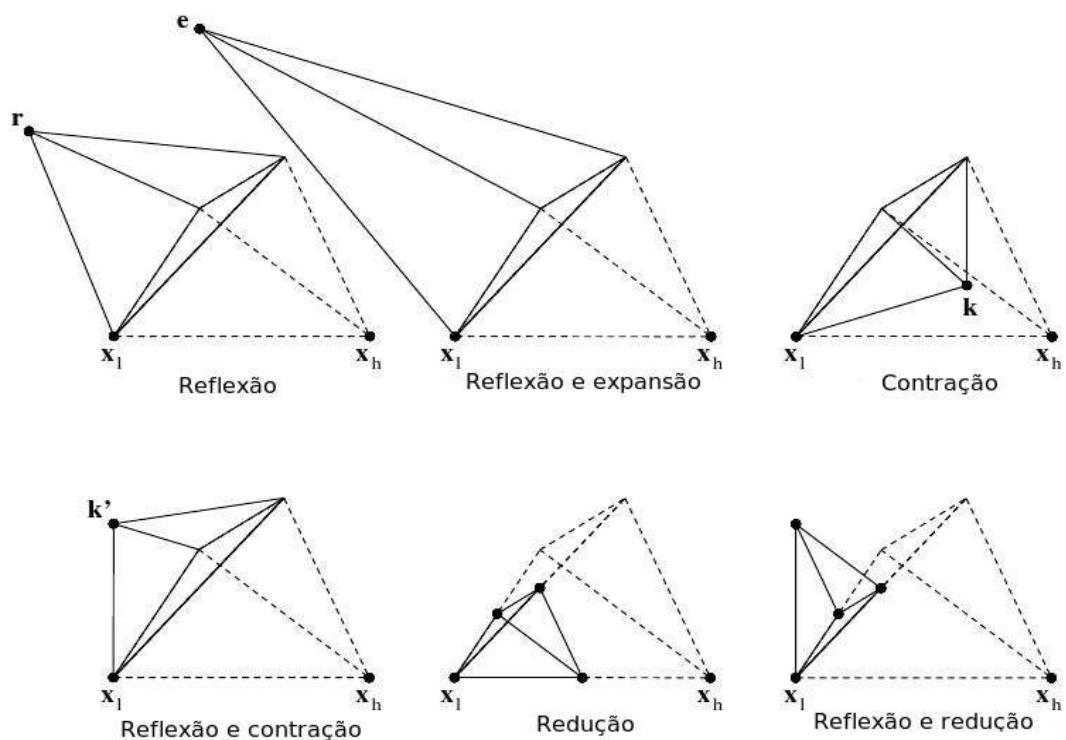


Figura 5.2: Possíveis transformações do poliedro flexível para três parâmetros. As linhas tracejadas representam o resultado do processo anterior à iteração atual.

O processo é iniciado com um poliedro inicial, cujos vértices iniciais $\mathbf{x}_i^{(0)}$ são determinados aleatoriamente, e apresentados mais adiante. No início de cada iteração, os vértices $\mathbf{x}_h^{(k)}$, $\mathbf{x}_s^{(k)}$ e $\mathbf{x}_l^{(k)}$ são determinados. Para as operações básicas reflexão, expansão e contração é calculado o centróide por:

$$\mathbf{c}^{(k)} = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{i=1}^{n+1} \mathbf{x}_i^{(k)} \right) - \mathbf{x}_h^{(k)} \right].$$

A primeira operação é refletir o vértice $\mathbf{x}_h^{(k)}$ sobre o centróide $\mathbf{c}^{(k)}$ para obter o novo vértice na forma:

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)} + a \left(\mathbf{c}^{(k)} - \mathbf{x}_h^{(k)} \right), \quad \text{com } a > 0.$$

Se $f(\mathbf{r}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_s^{(k)})$, o mínimo é esperado na direção da reflexão.

Se $f(\mathbf{r}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_l^{(k)})$, o algoritmo tenta “acelerar” a propagação nesta direção por meio de uma equação de reflexão do poliedro:

$$\mathbf{e}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)} + b \left(\mathbf{c}^{(k)} - \mathbf{x}_h^{(k)} \right), \quad \text{com } b > 1.$$

Este vértice expandido é aceito se ele produz um valor baixo para $\mathbf{x}_l^{(k)}$. Assim, duas possíveis operações são produzidas:

Reflexão e expansão: $\mathbf{x}_m^{(k)} = \mathbf{e}^{(k)}$, se

$$f(\mathbf{r}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_l^{(k)}) \wedge f(\mathbf{e}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_l^{(k)}).$$

Reflexão: $\mathbf{x}_m^{(k)} = \mathbf{r}^{(k)}$, se

$$f(\mathbf{x}_l^{(k)}) < f(\mathbf{r}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_s^{(k)}) \wedge f(\mathbf{e}^{(k)}) > f(\mathbf{x}_l^{(k)}).$$

Nos demais casos, o algoritmo admite que o poliedro é reiniciado para buscar um mínimo. A reflexão é aceita como um vértice intermediário, isto é, $\mathbf{x}_h^{(k)} = \mathbf{f}^{(k)}$, se

$$f(\mathbf{r}^{(k)}) \geq f(\mathbf{x}_h^{(k)}).$$

A próxima operação é o poliedro contração de acordo com:

$$\mathbf{k}^{(k)} = \mathbf{c}^{(k)} + c \left(\mathbf{x}_h^{(k)} - \mathbf{c}^{(k)} \right), \quad \text{com } 0 < c < 1.$$

Esta contração, com ou sem reflexão, é aceita se $f(\mathbf{k}^{(k)}) \leq f(\mathbf{x}_h^{(k)})$. Se a contração não é realizada com sucesso, a procura pelo mínimo é considerada na vizinhança de $\mathbf{x}_l^{(k)}$ e o poliedro esperado se torna muito grande para detectar o mínimo. Assim, a operação final é para reduzir (refletido) o poliedro em torno do vértice $\mathbf{x}_l^{(k)}$ na forma:

$$\mathbf{x}_i^{(k)} = \mathbf{x}_l^{(k)} + \frac{1}{2} \left(\mathbf{x}_i^{(k)} - \mathbf{x}_l^{(k)} \right), \quad (i = 1, \dots, n + 1).$$

Esta etapa é composta por seis transformações que são aplicadas ao poliedro em cada iteração: reflexão, reflexão e expansão, contração, reflexão e contração, redução, reflexão e redução. Estas transformações habilitam o poliedro a se propagar sobre o espaço dos parâmetros (reflexão) com a opção de aumentar ou diminuir sua velocidade de propagação (expansão e contração). Na vizinhança do mínimo procurado, o poliedro também é capaz de encolher (redução).

As seis transformações são mostradas na Figura 5.2 para um espaço tri-dimensional de parâmetros ($M = 3$), com os coeficientes $a = 1$ para reflexão, $b = 2$ para a expansão e $c = \frac{1}{2}$ para a contração.

Após cada iteração um critério de parada deve ser avaliado, sendo um deles dada por:

$$\sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(\mathbf{x}_i^{(k)}) - f(\mathbf{c}^{(k)})]^2} \leq \varepsilon, \quad (5.1)$$

que é a média quadrática da diferença da função-objeto nos vértices relativa aos valores das funções-objeto no centróide.

5.2 MÉTODO GRADIENTE CONJUGADO

A medida normalizada semblance, $S(v_{\text{RMS}}, t_0)$, informa o grau de ajuste de uma família PMC sobre a amplitude, \bar{u} , de um conjunto de traços para uma certa velocidade de empilhamento, v_s , a partir de um primeiro afastamento, $x = x_F$, até um último, $x = x_L$, com N_x pontos, numa janela temporal δ , para um certo refletor n , relativa a um ponto de referência $P_0(x_0, t_0)$:

$$S(v_{\text{RMS}}, t_0) = \frac{\left[\frac{1}{N_t} \sum_{t=t_0-\delta/2}^{t_0+\delta/2} \frac{1}{N_x} \sum_{x=x_F}^{x_L} \bar{u}(x, t_0; v_{\text{RMS}}) \right]^2}{\frac{1}{N_t} \sum_{t=t_0-\delta/2}^{t_0+\delta/2} \frac{1}{N_x} \sum_{x=x_F}^{x_L} [\bar{u}(x, t_0; v_{\text{RMS}})]^2}. \quad (5.2)$$

$S(v_{\text{RMS}}, t_0)$ admite valores no intervalo $[0,1]$ independentemente da amplitude do sinal. $S(v_{\text{RMS}}, t_0)$ quantifica a uniformidade da polaridade do sinal através dos traços da família NMO corrigida $\bar{u}(x, t_0; v_{\text{RMS}})$, e é proporcional à razão da energia saída para a de entrada, que aparecem no numerador e no denominador, respectivamente, da equação (5.2). Na correção e empilhamento NMO, a função $S(v_{\text{RMS}}, t_0)$ pode também ser interpretada como uma função a ser otimizada, de onde resulta o valor ótimo de v_{RMS} , sendo $t(x; t_0, v_{\text{RMS}})$ dado pela equação abaixo:

$$t(x; t_0, v_{\text{RMS}}) = \sqrt{t_0^2 + \frac{x^2}{v_{\text{RMS}}^2}}. \quad (5.3)$$

A transformada Durbaum-Dix calcula, para uma n -ésima camada, a velocidade intervalar, v_{int} , a partir da velocidade v_{RMS} , na condição de afastamento-nulo, pela equação a seguir:

$$v_{\text{int},n}^2 = \frac{t_{n+1}v_{\text{RMS},n+1}^2 - t_n v_{\text{RMS},n}^2}{t_{n+1} - t_n}, \quad (5.4)$$

ou a correspondente velocidade v_{RMS} , a partir das velocidades intervalares, v_{int} , por:

$$v_{\text{RMS},n}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_{\text{int},i}^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}. \quad (5.5)$$

A função objeto de minimização, $Q(\mathbf{m})$, é definida como a partir da função semblance, equação (5.2), e para o painel completo, onde \mathbf{m} é o vetor de velocidades a ser determinado:

$$Q(\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^n S_i(\mathbf{m}). \quad (5.6)$$

As partes essenciais do método de inversão pelo gradiente-conjugado são descritas a seguir.

A função objeto de minimização é $Q(\mathbf{m})$, onde \mathbf{m} é o vetor de velocidades intervalares, $v_{\text{int},i}$, ($i = 1, n$) a ser determinado. Aproximação de funções pela série de Taylor à segunda order (aproximação quadrática) com $\nabla = \nabla_{\mathbf{m}^{(k)}}$, para as coordenadas $\mathbf{m}^{(k)}$ do operador na k -ésima iteração atual:

$$Q(\mathbf{m}) \approx Q(\mathbf{m}^{(k)}) + \nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k)}) (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{(k)}) + \frac{1}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{(k)})^T \nabla^2 Q(\mathbf{m}^{(k)}) (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{(k)}). \quad (5.7)$$

O vetor gradiente é dado por:

$$\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k)}) = \left[\frac{\partial Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial m_1} \quad \frac{\partial Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial m_2} \quad \dots \quad \frac{\partial Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial m_M} \right]^T. \quad (5.8)$$

A matriz Hessian é dada por:

$$\mathbf{H}(\mathbf{m}^{(k)}) = \nabla^2 Q(\mathbf{m}^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial^2 m_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial m_1 \partial m_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial m_M \partial m_1} & \dots & \frac{\partial^2 Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\partial^2 m_M} \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

O gradiente conjugado tem os seguintes passos:

Mudança do problema para uma minimização: $\underline{Q}(\mathbf{m}) > -Q(\mathbf{m})$.

Atualização dos parâmetros a partir de um ponto $\mathbf{m}^{(k)}$ para $\mathbf{m}^{(k+1)}$ ao longo da direção

$\mathbf{s}^{(k)}$ com o fator $\lambda^{*(k)}$, onde k é a iteração atual e $k + 1$ a próxima:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + \Delta\mathbf{m}^{(k)} = \mathbf{m}^{(k)} + \lambda^{*(k)}\mathbf{s}^{(k)}. \quad (5.10)$$

Calcular a direção $\mathbf{s}^{(0)}$ por:

$$\mathbf{s}^{(0)} = -\nabla Q(\mathbf{m}^{(0)}). \quad (5.11)$$

Calcular o fator $\lambda^{*(0)}$ por:

$$\lambda^{*(0)} = -\frac{1}{\|\nabla Q(\mathbf{m}^{(0)})\|} \frac{\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(0)})\hat{\mathbf{s}}^{(0)}}{(\hat{\mathbf{s}}^{(0)})^T \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}^{(0)}}. \quad (5.12)$$

Atualização dos parâmetros na sequência:

$$\mathbf{m}^{(1)} = \mathbf{m}^{(0)} + \lambda^{*(0)}\mathbf{s}^{(0)} \quad (5.13)$$

$$\mathbf{m}^{(2)} = \mathbf{m}^{(1)} + \lambda^{*(1)}\mathbf{s}^{(1)} \quad (5.14)$$

$$\mathbf{m}^{(n)} = \mathbf{m}^{(0)} + \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k \mathbf{s}^{*(k)} \quad (5.15)$$

$$\mathbf{s}^{(k)} = -\nabla Q(\mathbf{m}^k) + \omega_k \mathbf{s}^{*(k)}, \quad (5.16)$$

onde: $\Delta\mathbf{m}^{(k)}$ = vetor de $\mathbf{m}^{(k)}$ para $\mathbf{m}^{(k+1)}$ segundo equação (5.11);

$\mathbf{s}^{(k)}$ = vetor de direção de busca segundo equação (5.10);

ω_k = escalares, tais que $\Delta\mathbf{m}^{(k)} = \omega_k \mathbf{s}^{(k)}$ segundo equação (5.15).

A direção $\mathbf{s}^{(i)}$ é dita ser conjugada à direção $\mathbf{s}^{(j)}$ em relação a uma matrix definida positiva (quadrada), \mathbf{S} , se:

$$(\mathbf{s}^{(i)})^T \mathbf{S}(\mathbf{s}^{(j)}) = 0, \quad \text{para } (0 \leq i \neq j \leq n - 1). \quad (5.17)$$

Calcular ω_k de forma a fazer $\mathbf{s}^{(k)}$ e $\mathbf{s}^{(k+1)}$ conjugados em relação a \mathbf{H} , o que resulta na expressão:

$$\omega_k = \frac{\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k)})\nabla Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k-1)})\nabla Q(\mathbf{m}^{(k-1)})}; \quad (5.18)$$

$$\mathbf{s}^{(k)} = -\nabla Q(\mathbf{m}^{(k)}) + \frac{\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k)})\nabla Q(\mathbf{m}^{(k)})}{\nabla^T Q(\mathbf{m}^{(k-1)})\nabla Q(\mathbf{m}^{(k-1)})}. \quad (5.19)$$

A componente j -ésima do gradiente é expressa com a ajuda da regra da cadeia da diferenciação parcial. A sequência de fórmulas são as seguintes:

Equações do gradiente objeto:

$$\nabla_{\mathbf{m}^{(k)}} Q(\mathbf{m}^{(k)}) \Big|_j = \frac{\partial Q(\mathbf{m})}{\partial m_j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial S[w(\mathbf{m})]}{\partial w_i} \frac{\partial w_i(\mathbf{m})}{\partial m_j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}}. \quad (5.20)$$

A equação gradiente numérico:

$$\frac{\partial S(\mathbf{m})}{\partial w_i} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}} \approx \frac{S[w_i(\mathbf{m}) + \Delta w_i] - S[w_i(\mathbf{m})]}{\Delta w_i}. \quad (5.21)$$

A equação gradiente parametrizado:

$$\frac{\partial w_i(\mathbf{m})}{\partial m_j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}} = \frac{t_{0,j} - t_{0,j-1}}{t_{0,i}} \left[\frac{w(\mathbf{m}^{(k)})}{m_j} \right]^3, \quad (\text{para } j \leq i); \quad (5.22)$$

$$= \frac{\partial w_i(\mathbf{m})}{\partial m_j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}} = 0, \quad (\text{para } j > i). \quad (5.23)$$

A equação (5.23) é zero para $j > i$ porque a velocidade de empilhamento no tempo $t_{0,i}$ não é afetada por mudanças nas velocidade intervalares das camadas mais profundas. Cada derivada $\partial w_i(\mathbf{m})/\partial m_j$ é uma componente da matrix \mathbf{G} , onde os elementos ao longo das linhas, i , são as velocidades de empilhamentos, e ao longo das colunas, j , são os parâmetros, e:

$$\mathbf{G}_{i,j} = \frac{\partial w_i(\mathbf{m})}{\partial m_j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}}. \quad (5.24)$$

A forma aberta para a matriz gradiente para a função objeto é dada por:

$$\nabla_{\mathbf{m}^{(k)}} Q(\mathbf{m}^{(k)}) \Big|_j = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\partial S[w(\mathbf{m})]}{\partial w_i} \mathbf{G}_{i,j} \Big|_{\mathbf{m}=\mathbf{m}^{(k)}}; \quad (5.25)$$

e a forma compacta é dada por,

$$\nabla_{\mathbf{m}} Q(\mathbf{m}) \Big|_{\mathbf{m}^{(k)}} = \mathbf{G}^T \nabla_w S(\mathbf{m}) \Big|_{\mathbf{m}^{(k)}}. \quad (5.26)$$

A aproximação linear para a velocidade $w(\mathbf{m})$ é dada por (5.27):

$$w(\mathbf{m}^{(k+1)}) \approx w(\mathbf{m}^{(k)}) + \mathbf{G} \Delta \mathbf{m}. \quad (5.27)$$

6 RESULTADOS

Neste capítulo é apresentado resultados da inversão em dados sintéticos e reais considerando o modelo de camadas planos-horizontais, com o objetivo voltado à estimativa dos parâmetros velocidade (v), espessura (z) intervalares e velocidades RMS.

Na construção do modelo direto para a inversão, a informação da seção sísmica é constituída de duas partes: a determinística e a não-determinística; sendo assim, o modelo segue o teorema da Decomposição de Wold. Em termos práticos, na componente não-determinística fica toda a parte de sinal não interpretável como as múltiplas, as ondas de superfície (terrestre ou água) e ruído aleatório.

A componente determinística representada a mensagem considerada como formada pelas funções “hiperbólicas ” do tempo de trânsito das reflexões primárias provenientes das interfaces (refletores) entre as camadas. Uma parte da componente não-determinística nos dados reais é representada por ruído na marcação dos eventos.

A componente não-determinística nos dados sintéticos é representada por aproximações numéricas e por valores aleatórios em escala conveniente. O cálculo do ruído é feito segundo a equação abaixo, com distribuição uniforme adicionado ao tempo de trânsito do dado sintético que simula o dado real:

$$r(t) = 2(R(t) - 0,5)f_r; \quad (6.1)$$

onde $R(t)$ representa uma subrotina que gera números aleatórios no intervalo $[0, 1]$, e f_r é o valor da amplificação do ruído com valores típicos de 0,01, 0,02 e 0,03, e que representam 1%, 2% e 3% em relação ao valor 1 da amplitude de $r(t)$.

Uma das formas para descrever o ruído de marcação é que esta deve ser feita o quanto antes ao longo do pulso que representa o evento, e a forma natural de marcação e edição é feita com base no visual. Além disso, existe uma diferença entre os sismogramas calculados como uma resposta impulsiva daqueles com pulsos suaves que se caracterizam pela informação distribuída no pulso em propagação, onde se enquadra o caso de dados observados, à métodos automáticos de marcação de evento não foi usado nesta fase do trabalho .

Outra forma de ruído presente é devido à aproximação da função tempo-duplo de trânsito de reflexão, que é apresentada como uma aproximação hiperbólica para os pequenos afasta-

mentos, e como uma aproximação “parabólica ” para os grandes afastamentos; isto é, para uma mesma cobertura, se sai de uma condição hiperbólica para uma condição parabólica.

6.1 DADO SINTÉTICO: MODELO INVERSO

6.1.1 Modelo 1: 5 camadas

O método de inversão empregado neste experimento foi o gradiente de segunda-ordem, como descrito no capítulo 4. O modelo direto deste experimento consiste de 5 camadas plano-horizontais com os parâmetros de velocidade e espessura dados na Tabela 6.1. O ruído aleatório adicionado ao tempo de trânsito tem uma distribuição normal com fatores de 0,01, 0,02 e 0,03.

Os vínculos individuais impostos são do tipo explícito nas espessuras e velocidades intervalares, e aplicados na forma de janela retangular onde o parâmetro pode assumir um valor qualquer. Mas a janela pode também ser suave nas bordas (e.g., função exponencial gaussiana) onde o parâmetro recebe um peso que diminui na direção da borda da janela penalizando sua participação na solução. Outra forma conveniente de expressar as janelas dos vínculos a serem impostos é através de uma função linear do tipo $y(z) = a + bz$ e apresentado na Tabela 6.2.

Nas figuras a seguir a cor azul representa a 1^a camada, a verde representa a 2^a, a vermelha representa a 3^a, a azul-claro representa a 4^a e a roxa representa a 5^a camada.

O tempo de trânsito é calculado pela equação (3.9) e está apresentado nas Figuras 6.1, 6.2 e 6.3. O termo camada se refere à unidade do bloco limitado por duas interfaces que são o topo e base da camada. No entanto, este termo se confunde com a base que é a interface com índice igual ao da camada (ver Figura 3.8).

Tabela 6.1: Valores de velocidade e espessura para o dado sintético.

Parâmetros	1 ^a camada	2 ^a camada	3 ^a camada	4 ^a camada	5 ^a camada
Velocidade (m/s)	1450	1720	1780	1855	1945
Espessura (m)	1500	300	400	500	600

Tabela 6.2: Vínculos dos parâmetros velocidade e espessura.

Parâmetros	1ª camada	2ª camada	3ª camada	4ª camada	5ª camada
Velocidade (m/s)	1150-1750	1420-2020	1480-2080	1555-2155	1645-2245
Espessura (m)	1300-1700	100-500	200-600	300-700	400-800

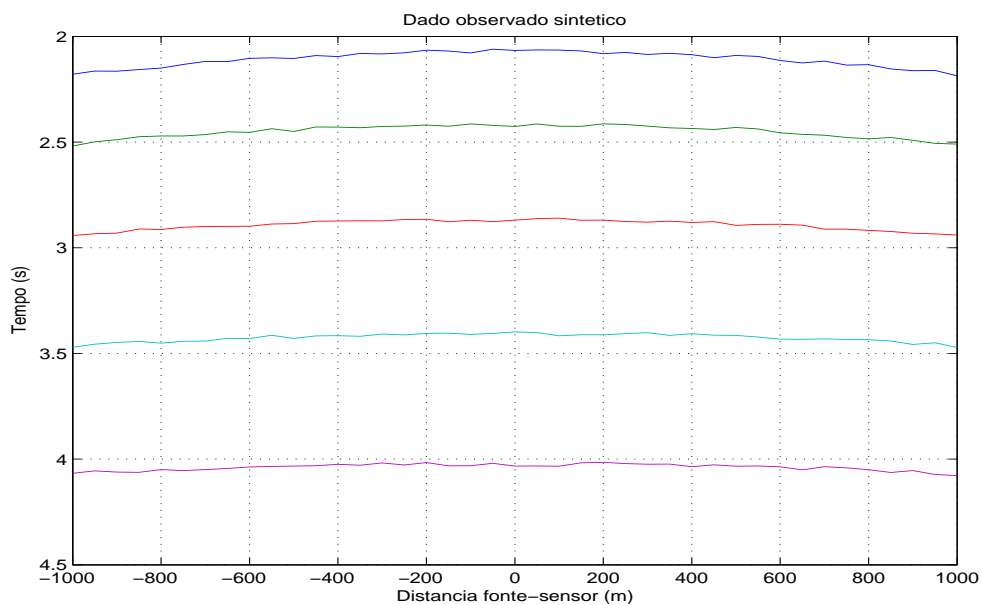


Figura 6.1: Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,01.

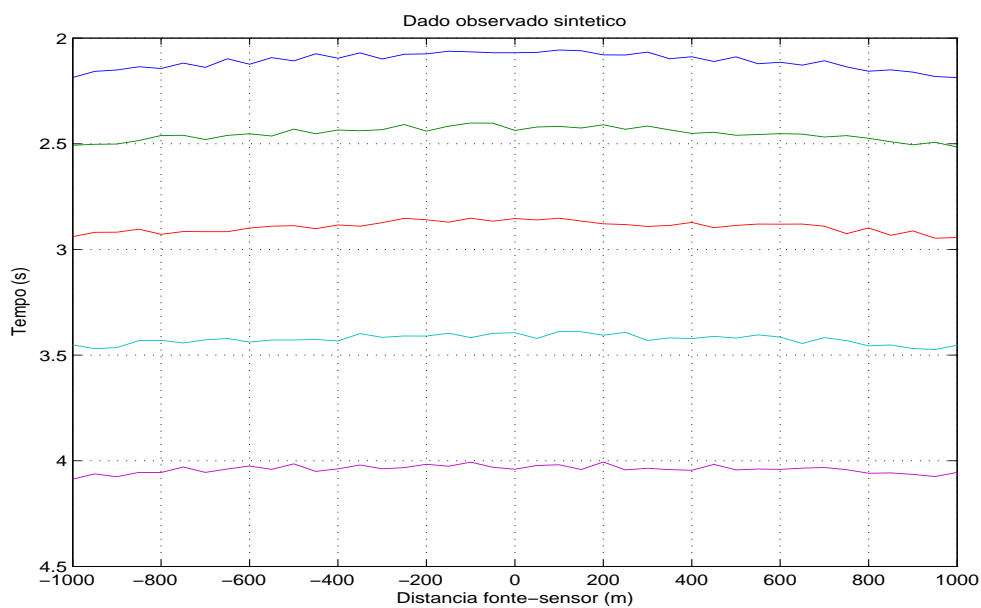


Figura 6.2: Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,02.

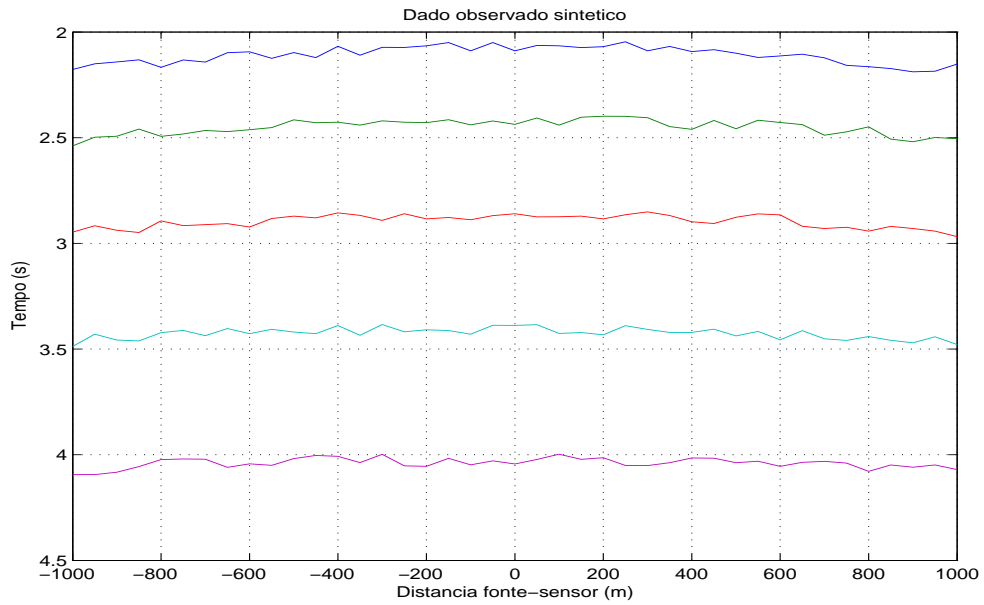


Figura 6.3: Tempo observado para as 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,03.

Os parâmetros de velocidade e espessura para o modelo preditivo inicial está dado na Tabela 6.3, onde a distribuição é representada por uma função linear na forma:

$$v_n = v_0 + kv_i \sum_{i=1}^n z_i, \quad (i = 1, n); \quad (6.2)$$

onde n é o número do refletor (base da camada n), v_0 uma velocidade inicial, e kv_i a inclinação da reta que estabelece a distribuição de velocidades (ver Figura 3.8).

As Figuras 6.4, 6.5 e 6.6 representam o tempo de trânsito observado e o preditivo inicial para o experimento com fatores de ruído de 0,01, 0,02 e 0,03, respectivamente.

Tabela 6.3: Valores de velocidade e espessura do modelo preditivo inicial.

Parâmetros	1ª camada	2ª camada	3ª camada	4ª camada	5ª camada
Velocidade (m/s)	1300	1573	1643	1727	1825
Espessura (m)	1550	400	500	600	700

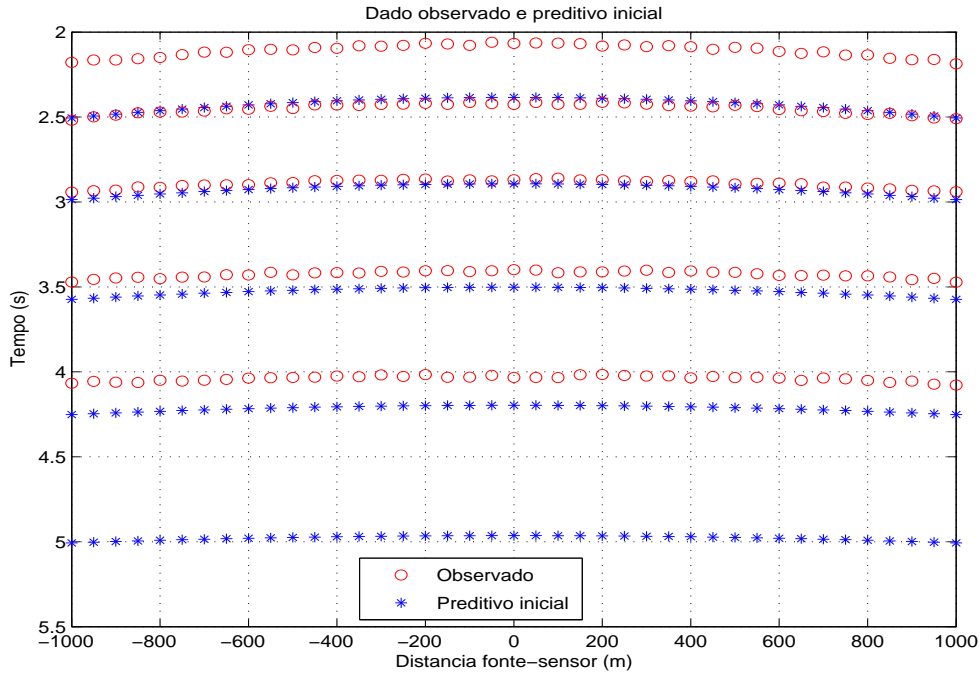


Figura 6.4: Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,01.

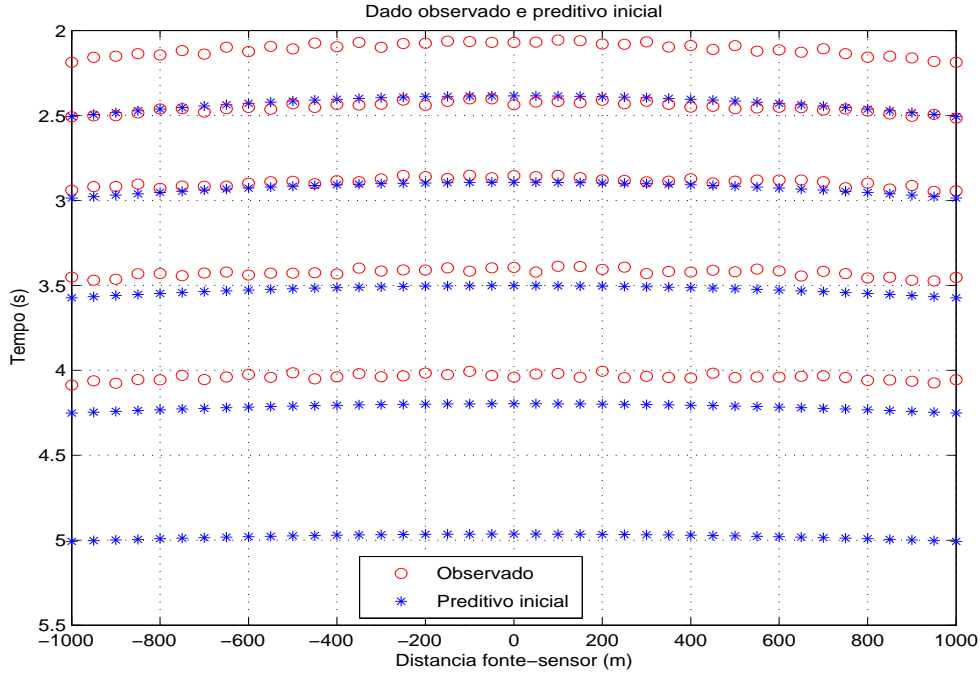


Figura 6.5: Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,02.

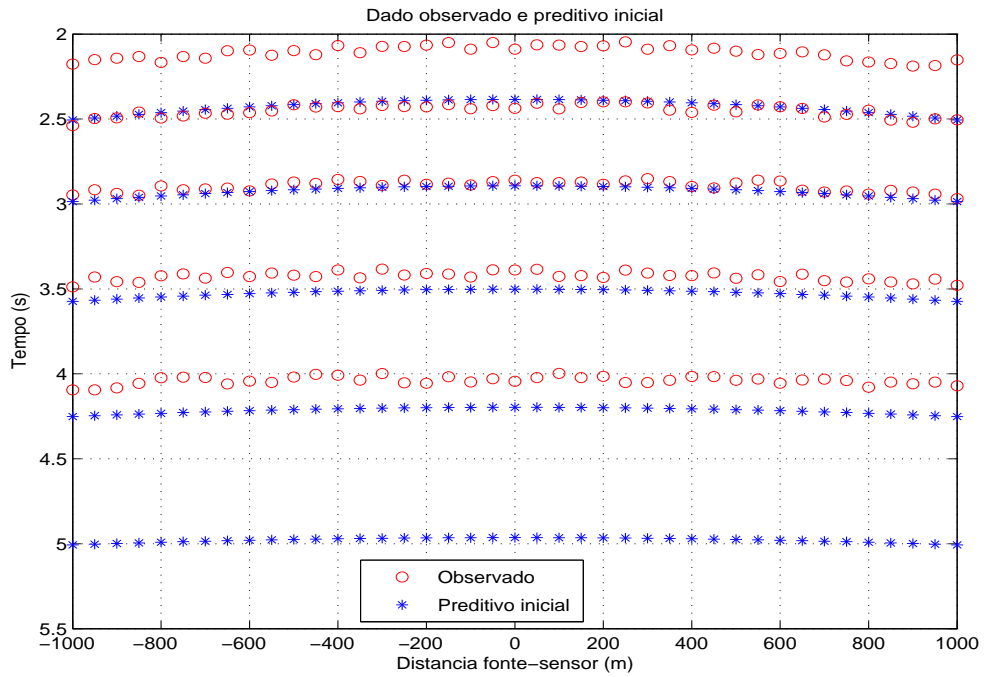


Figura 6.6: Tempo observado e preditivo inicial das 5 camadas plano-horizontais com fator de ruído de 0,03.

O número máximo de iterações foi de 350, e a função objeto de minimização foi calculada de acordo com a equação (4.8). A condição de parada foi $\phi(\mathbf{m}) < 0,0001$. O número de iterações que melhor ajusta o modelo fica no intervalo de 150 a 200.

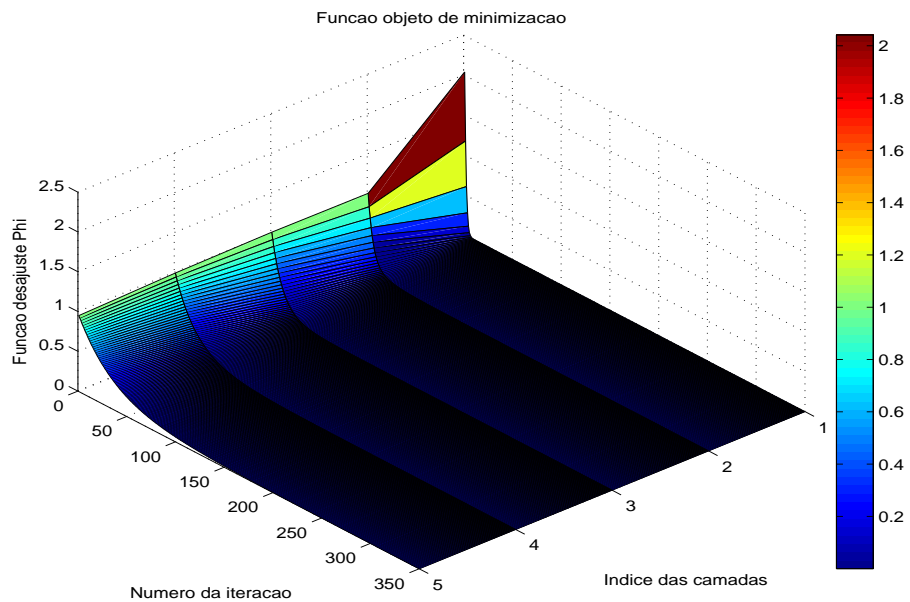


Figura 6.7: Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,01.

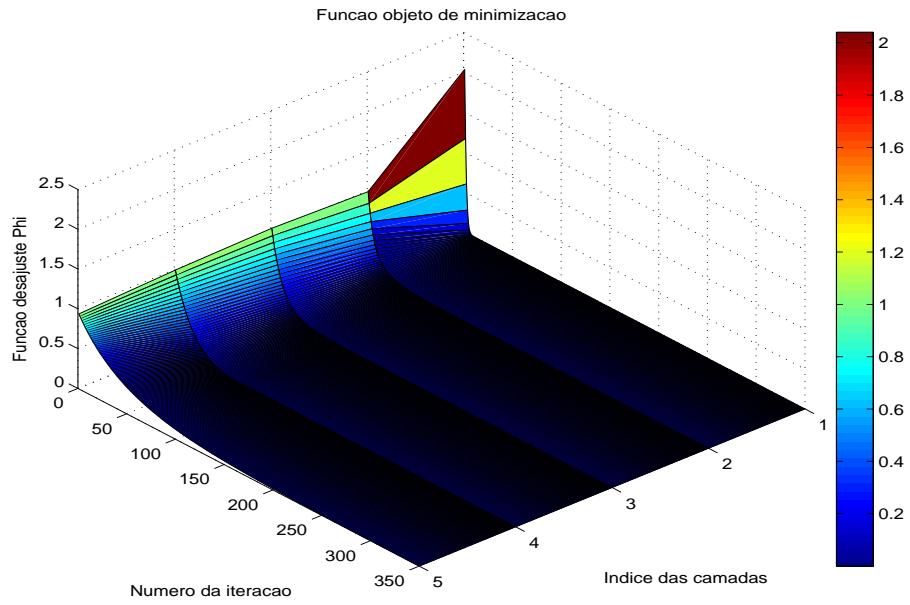


Figura 6.8: Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,02.

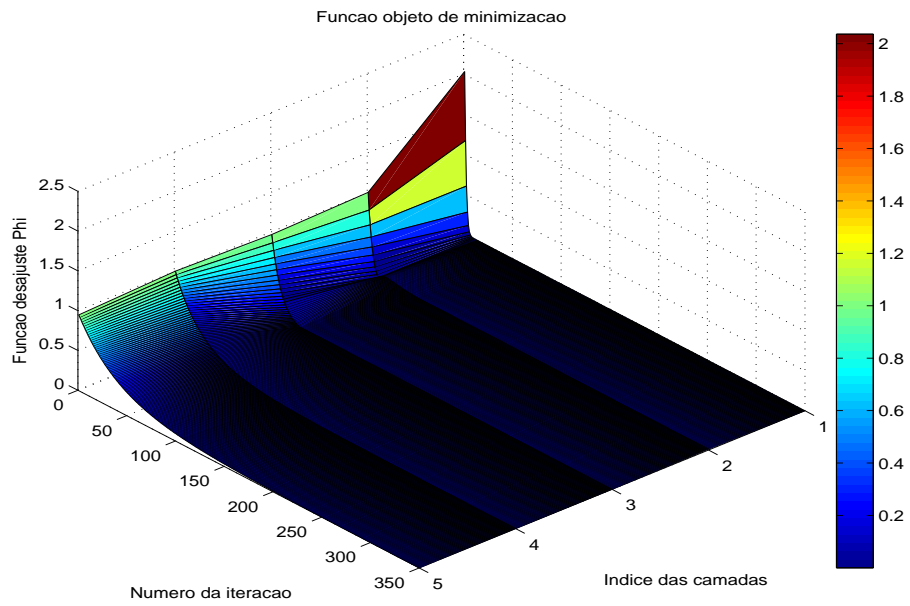


Figura 6.9: Função objeto de minimização em perspectiva para 350 iterações com fator de ruído de 0,03.

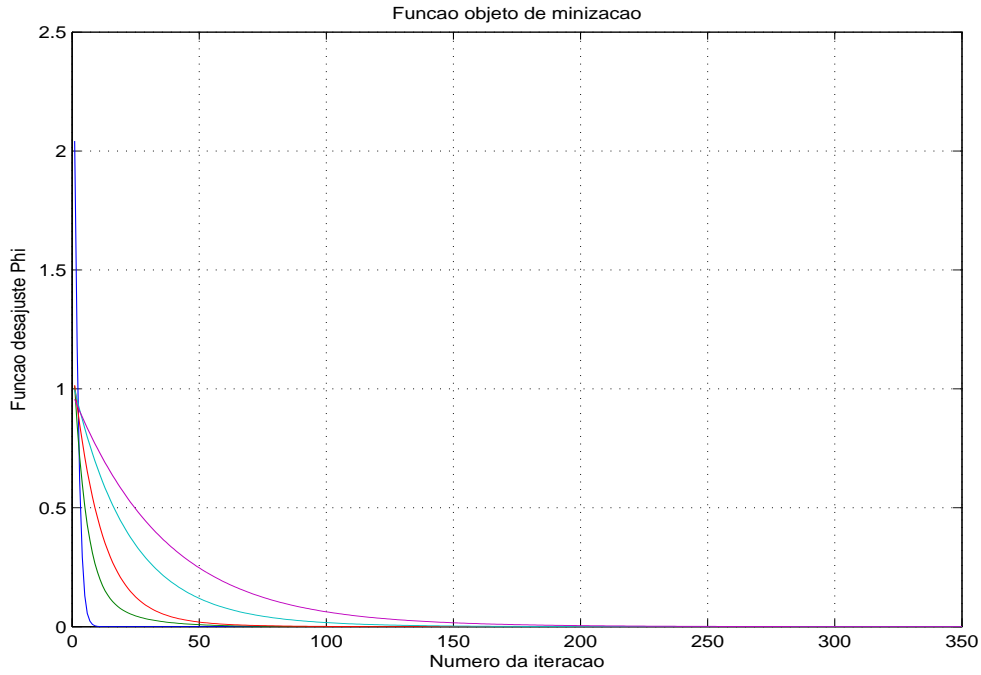


Figura 6.10: Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,01.

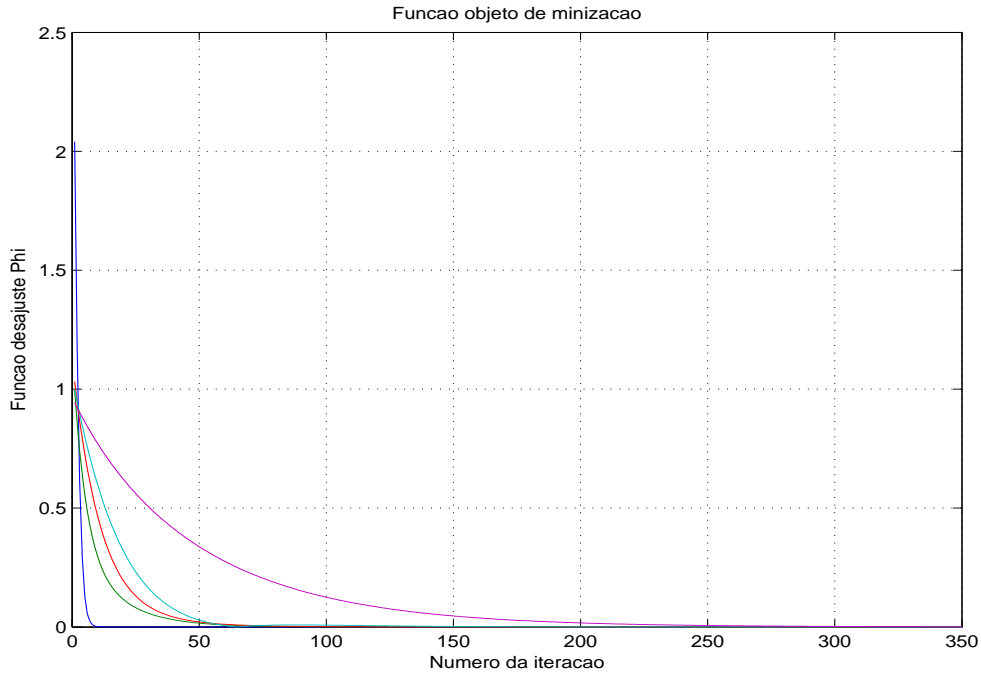


Figura 6.11: Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,02.

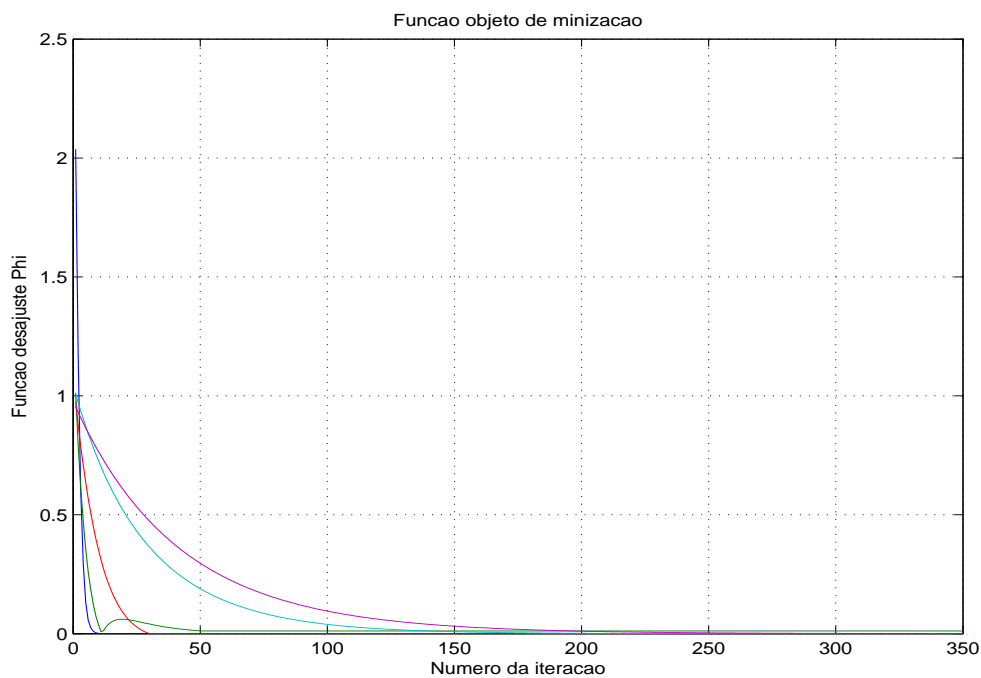


Figura 6.12: Evolução da função objeto de minimização para 350 iterações com fator 0,03.

As Figuras 6.13 e 6.14 representam as derivadas normalizadas calculadas para as 5 camadas, pelas equações (4.21) e (4.20) no processo de inversão. Se observa a forma semelhante, mas individualizado em relação aos valores da ordenada.

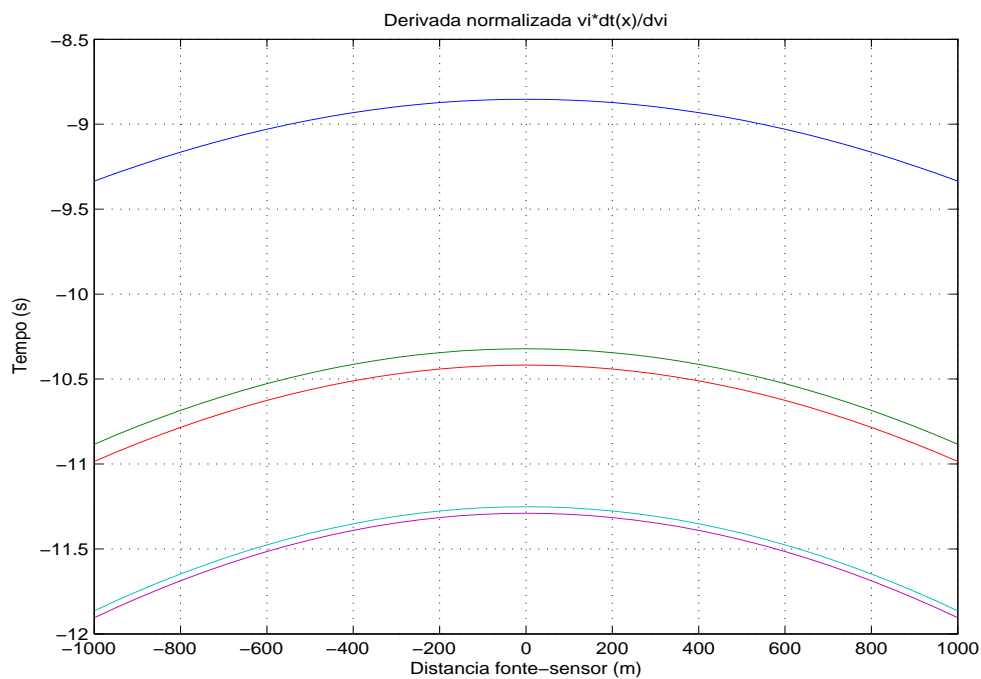


Figura 6.13: Derivada normalizada do parâmetro de velocidade.

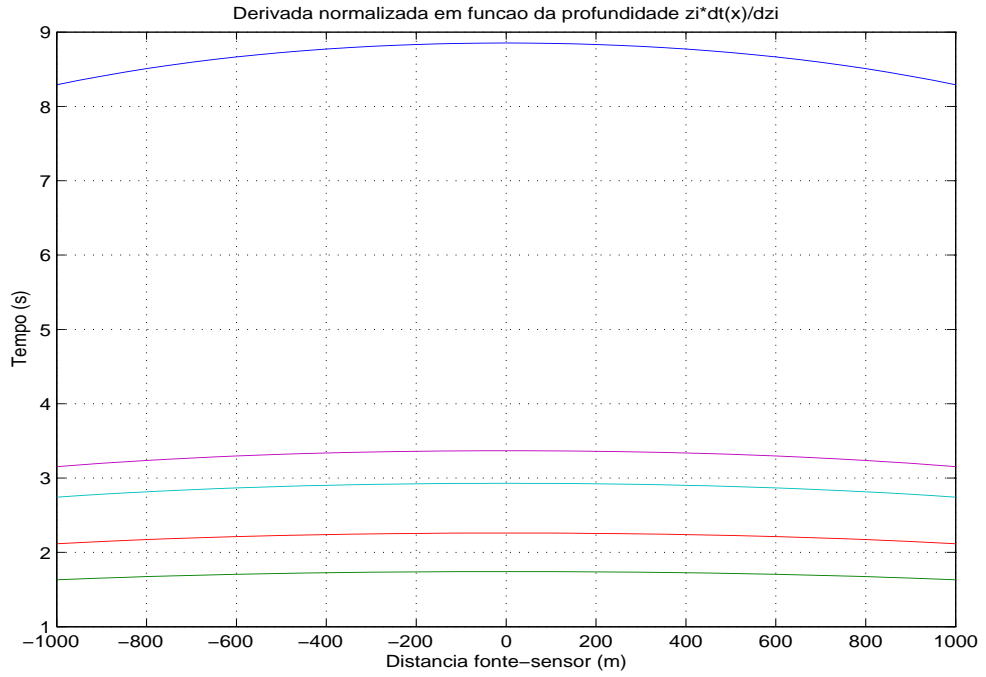


Figura 6.14: Derivada normalizada do parâmetro de espessura.

As Figuras 6.15, 6.16 e 6.17 representam a evolução do parâmetro de velocidade para as 350 iterações. As Figuras 6.18, 6.19 e 6.20 representam a evolução do parâmetro de espessura para as 350 iterações.

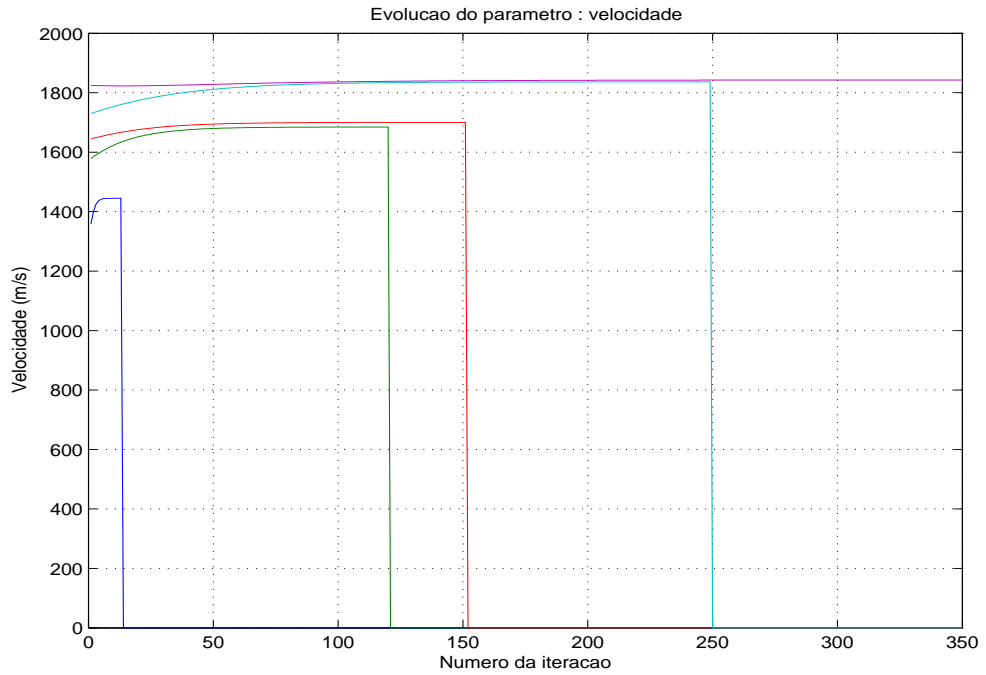


Figura 6.15: Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,01.

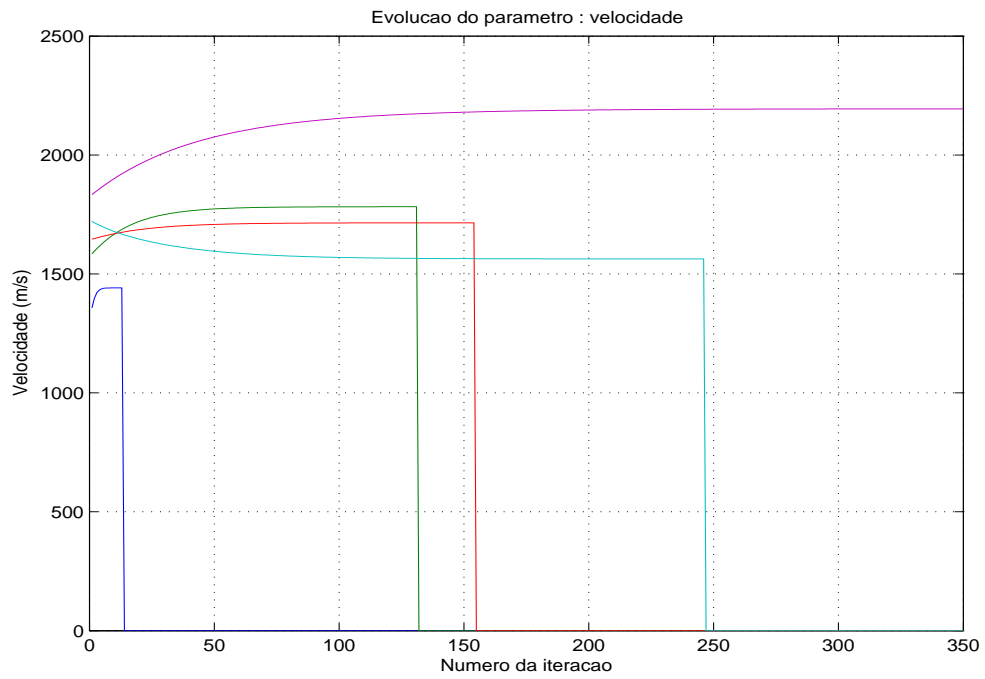


Figura 6.16: Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,02.

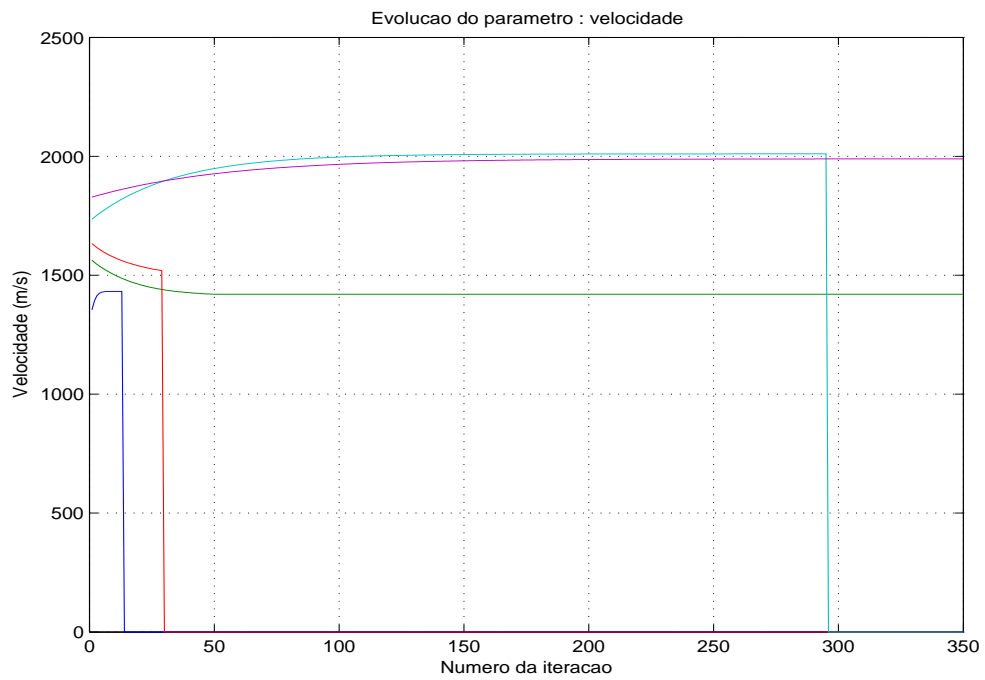


Figura 6.17: Evolução do parâmetro de velocidade com fator de ruído de 0,03.

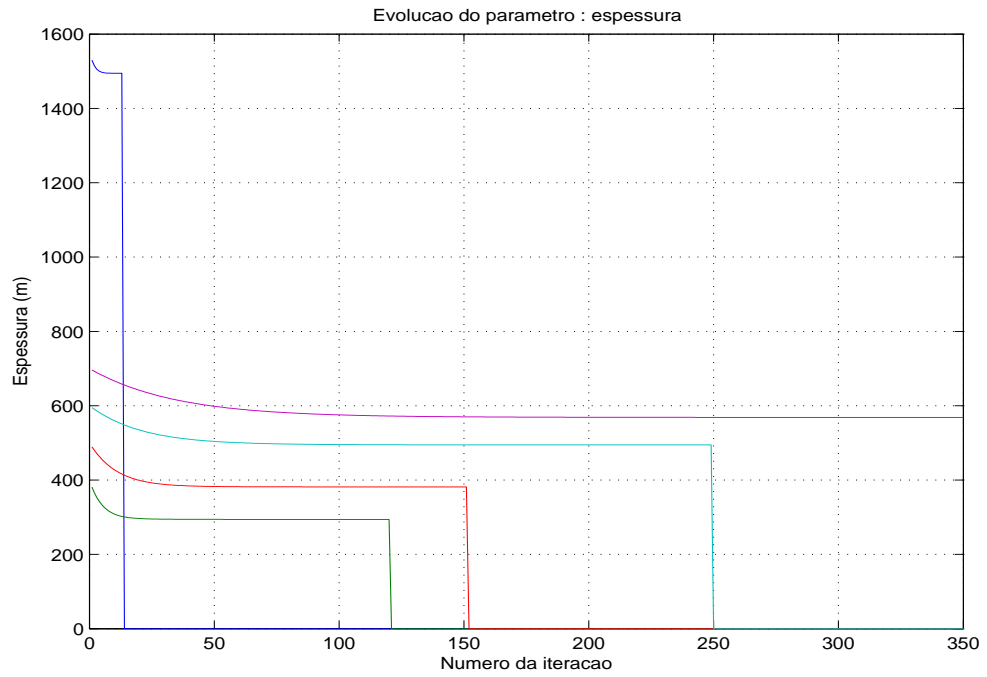


Figura 6.18: Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,01.

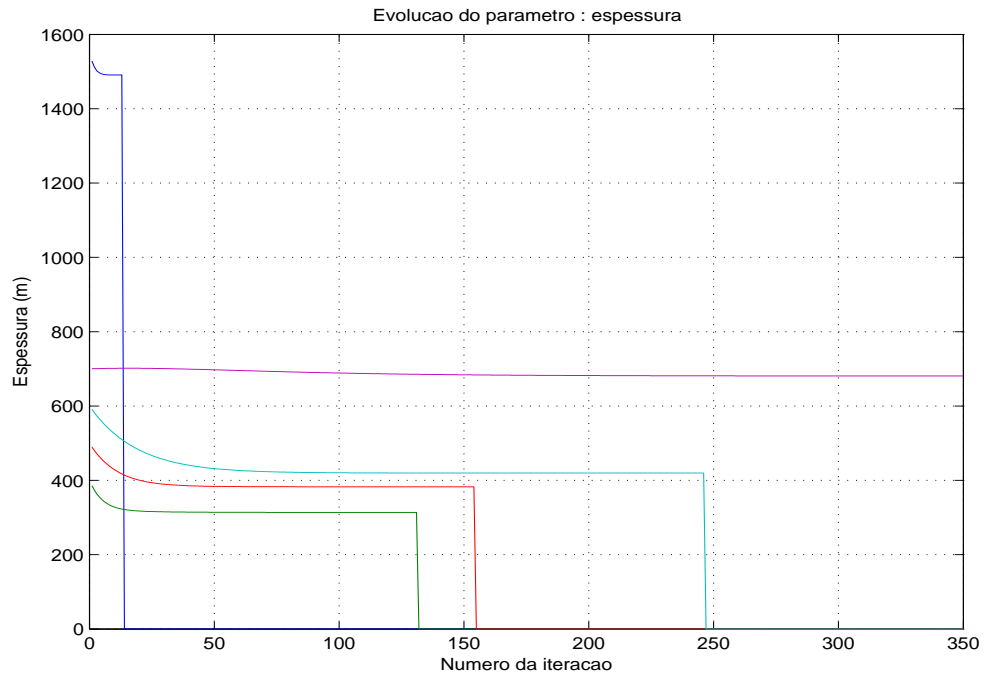


Figura 6.19: Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,02.

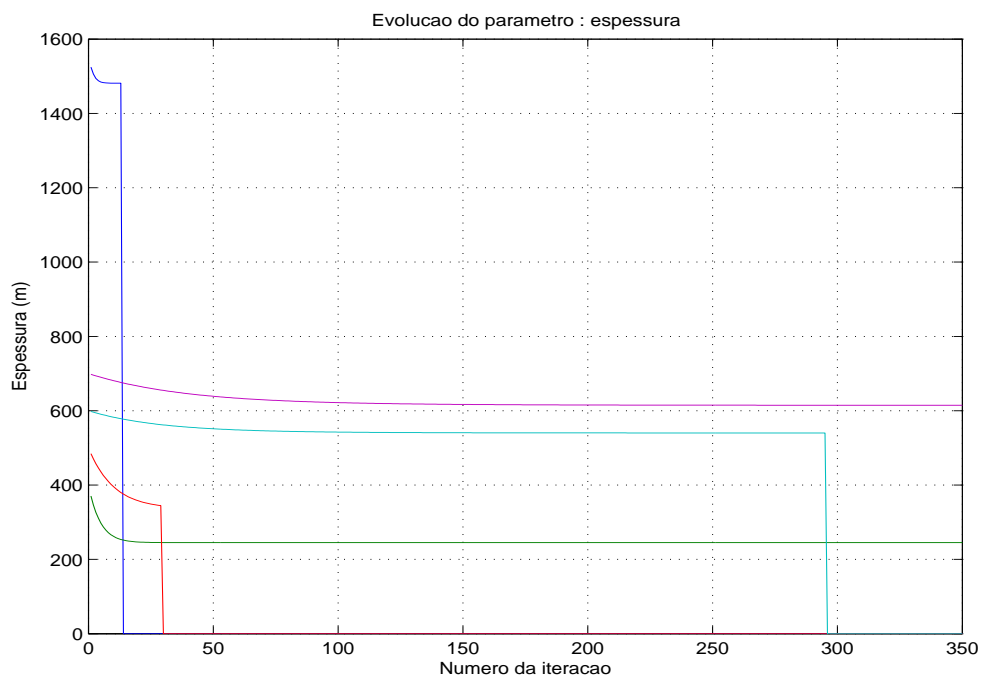


Figura 6.20: Evolução do parâmetro de espessura com fator de ruído de 0,03.

A Figura 6.21 apresenta a região que melhor ajusta os parâmetros da equação (3.9), os valores limites foram baseados de acordo com a Tabela 6.2. A Ambiguidade do problema de inversão pode ser analisado inicialmente com relação a Figura 6.21, que indica que a solução (posicionada no ponto central do gráfico), pode ser deslocada na faixa corresponde (azul escuro).

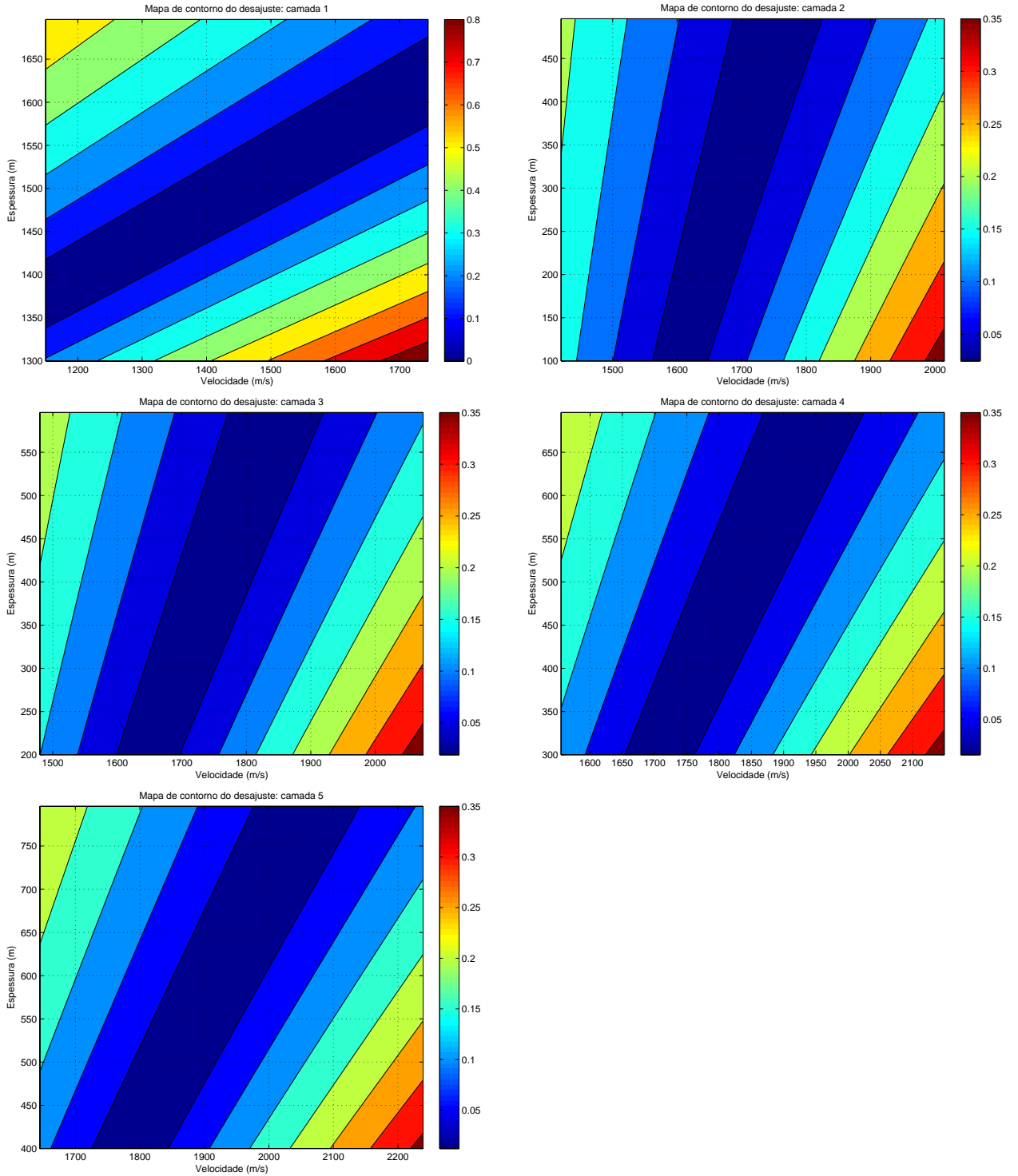


Figura 6.21: Mapa de contorno da função objeto de minimização em relação à combinação dos parâmetros dos 5 eventos que compõem o dado sintético. Observa-se que a região que melhor ajusta os parâmetros da equação (3.9) está delimitada pela cor azul-marinho.

As Figuras 6.22, 6.23 e 6.24 apresentam o dado sintético observado e o preditivo após

a inversão. Observa-se que o ajuste foi muito bom no experimento com fator de ruído de 0,01. Os valores dos parâmetros estimados do modelo estão apresentados nas Tabelas 6.4, 6.5 e 6.6. Nas Tabelas 6.7, 6.8 e 6.9 estão os valores das velocidades RMS do dado sintético observado e o do preditivo.

A partir dos experimentos sintéticos foi observado a necessidade de se detalhar o modelo inicial para que se possa obter uma solução plausível, a não ser para casos onde o modelo real de velocidade seja bastante suave. É importante que se registre que o presente método baseado em seções PMC é limitado por não resolver mergulhos, que é uma característica básica relacionada a esta configuração. Uma outra dificuldade do método é que a resolução diminui com o aumento do tempo (correspondentemente, com a profundidade). A estimativa do parâmetro espessura é a que apresenta melhor estabilidade do que a velocidade em relação ao ruído aditivo.

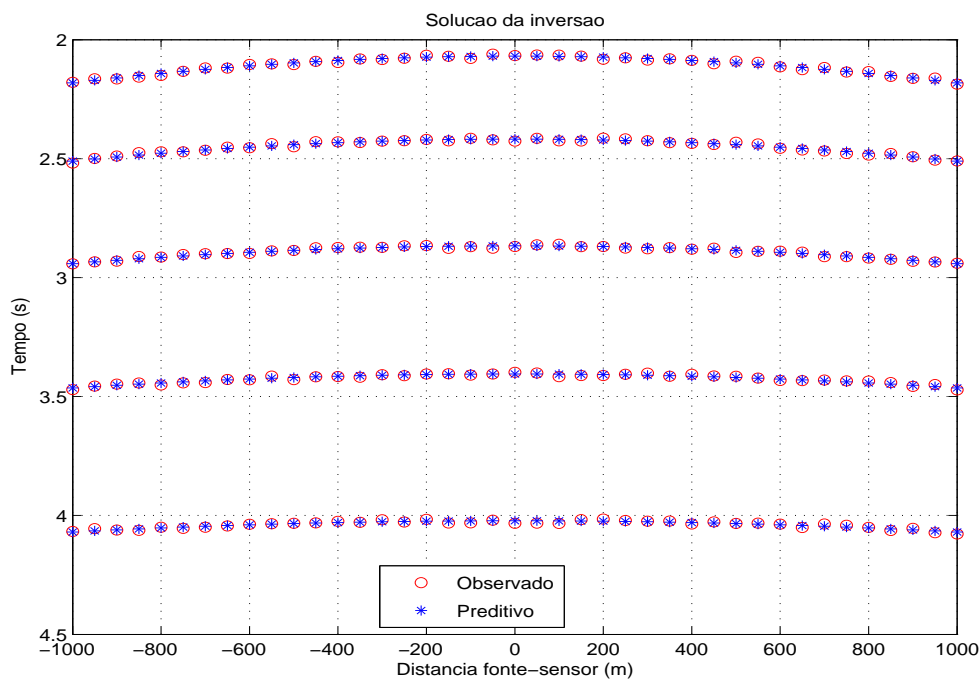


Figura 6.22: Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído 0,01.

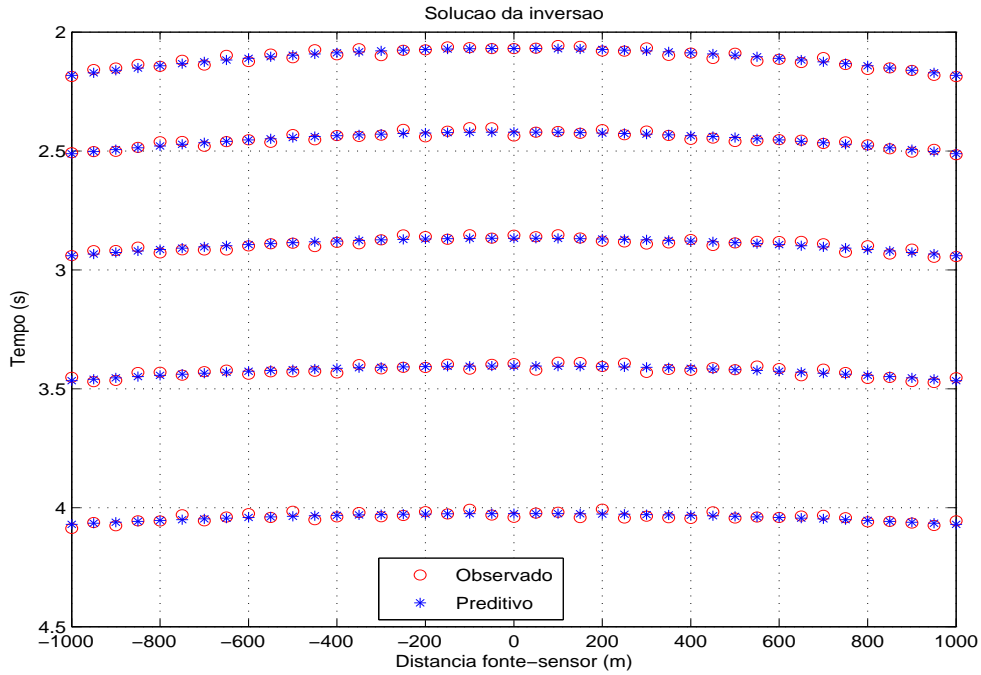


Figura 6.23: Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído de 0,02.

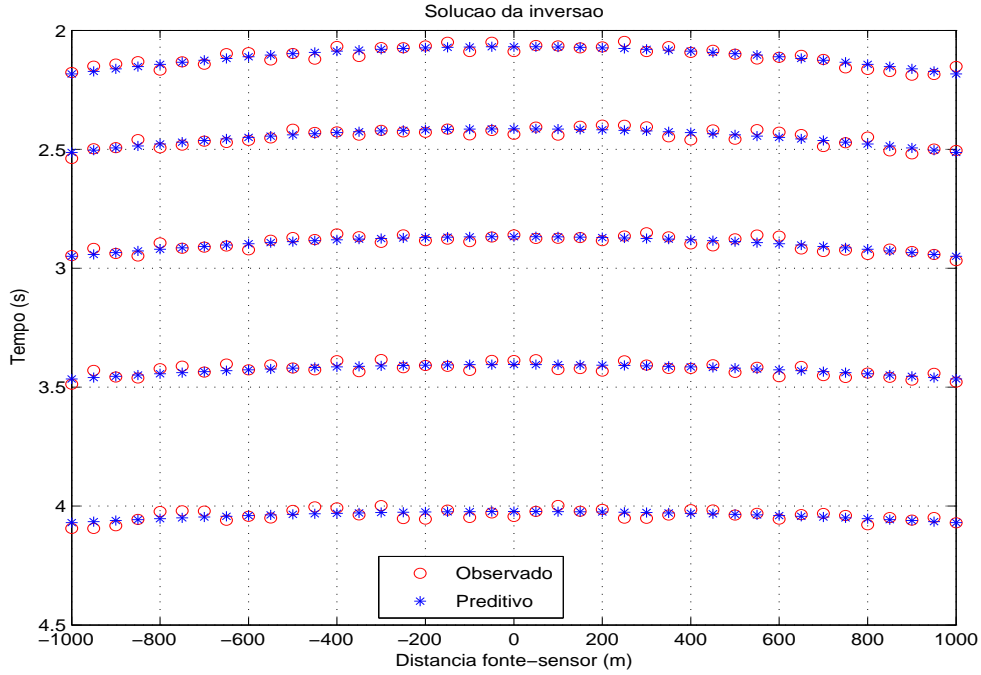


Figura 6.24: Tempo observado e preditivo para os 5 eventos com fator de ruído de 0,03.

Tabela 6.4: Valores de velocidade e espessura estimados com fator de ruído de 0,01.

Parâmetros	1 ^a camada	2 ^a camada	3 ^a camada	4 ^a camada	5 ^a camada
Velocidade(m/s)	1445	1685	1700	1836	1843
Espessura (m)	1495	294	382	494	569

Tabela 6.5: Valores de velocidade e espessura estimados com fator de ruído de 0,02.

Parâmetros	1 ^a camada	2 ^a camada	3 ^a camada	4 ^a camada	5 ^a camada
Velocidade(m/s)	1441	1782	1715	1563	2194
Espessura (m)	1491	314	383	420	681

Tabela 6.6: Valores de velocidade e espessura estimados com fator de ruído de 0,03.

Parâmetros	1 ^a camada	2 ^a camada	3 ^a camada	4 ^a camada	5 ^a camada
Velocidade(m/s)	1432	1420	1519	2010	1989
Espessura (m)	1481	245	344	540	614

Tabela 6.7: Velocidades RMS estimadas com fator de ruído de 0,01.

Camada	Velocidade RMS sintético (m/s)	Velocidade RMS estimada (m/s)
1 ^a	1450	1445
2 ^a	1492	1482
3 ^a	1541	1518
4 ^a	1594	1573
5 ^a	1653	1617

Tabela 6.8: Velocidades RMS estimadas com fator de ruído de 0,02.

Camada	Velocidade RMS sintético (m/s)	Velocidade RMS estimada (m/s)
1 ^a	1450	1441
2 ^a	1492	1496
3 ^a	1541	1532
4 ^a	1594	1537
5 ^a	1653	1655

Tabela 6.9: Velocidades RMS estimadas com fator de ruído de 0,03.

Camada	Velocidade RMS sintético (m/s)	Velocidade RMS estimada (m/s)
1 ^a	1450	1432
2 ^a	1492	1430
3 ^a	1541	1445
4 ^a	1594	1548
5 ^a	1653	1623

6.2 DADO REAL: MODELO INVERSO

Os dados reais da Bacia Marinha usados neste trabalho foram levantados pela PETROBRAS em 1985, e a linha sísmica selecionada foi a de número L5519 da Bacia do Camamu, e o PMC apresentado é a de número 237. A linha é composta de 1098 pontos de tiro, com arranjo unilateral-direito. O intervalo de amostragem é 4 *ms*. O espaçamento entre os geofones é 13,34 *m* com o primeiro geofone localizado a 300 *m* da fonte. O espaçamento entre as fontes é de 26,68 *m*.

A marcação de eventos na seção tempo-distância é de fundamental importância no processo de inversão, e os pontos marcados constituem os dados de entrada juntamente com as informações a priori do modelo a ser ajustado. A Figura 6.25 mostra a seção sísmica usada para a marcação de pontos, e os eventos selecionados como reflexões primárias. Sendo assim, a marcação deve, por princípio, evitar trechos que representem múltiplas, difrações e interseções. A Figura 6.26 representa a marcação realizada de 47 eventos, e a Figura 6.27 mostra a parte selecionada para a apresentação com 5 eventos refletoras. O método de inversão empregado neste experimento foi o gradiente de segunda-ordem, como descrito no capítulo 4.

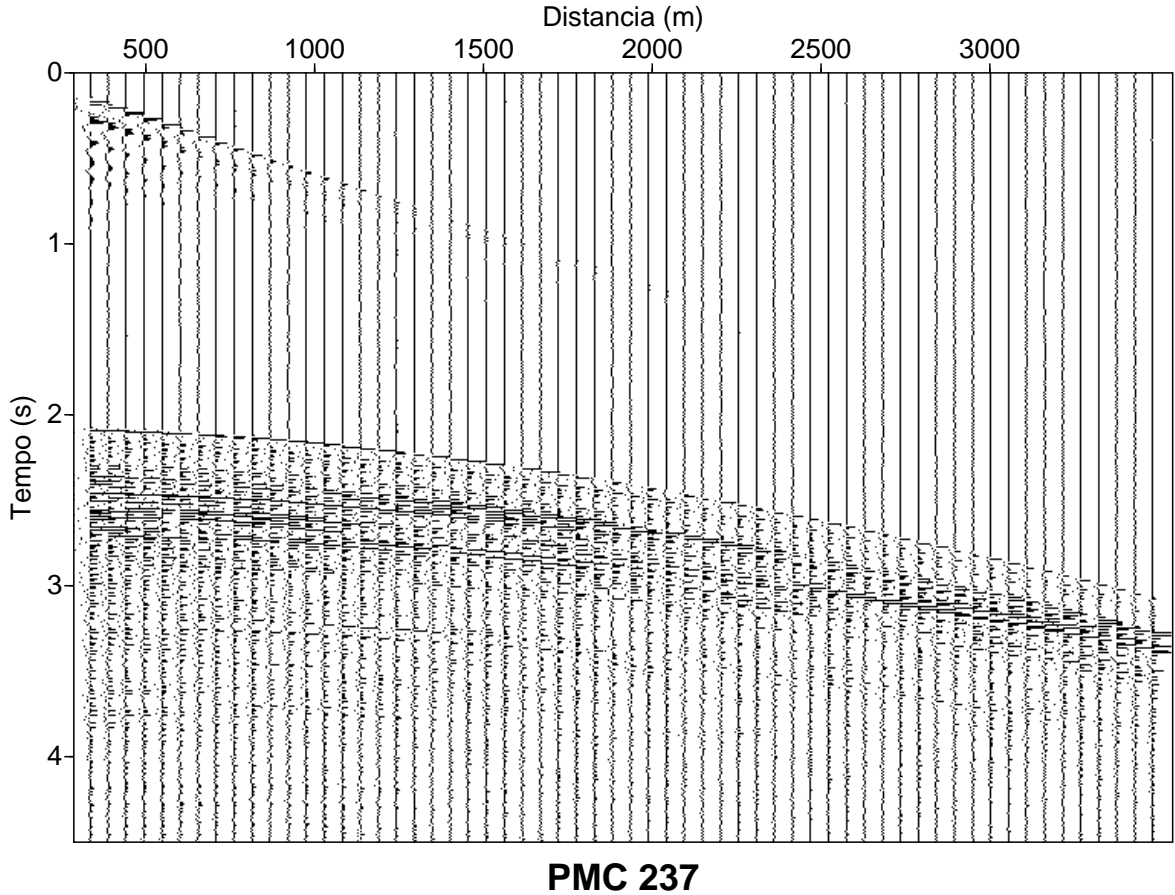


Figura 6.25: Seção PMC 237 do dado real Camamu L5519 selecionada para mostrar os resultados das etapas do processo de marcação de eventos e inversão. Observa-se na parte superior a onda direta e as ondas de superfície da água, e abaixo os eventos de reflexão.

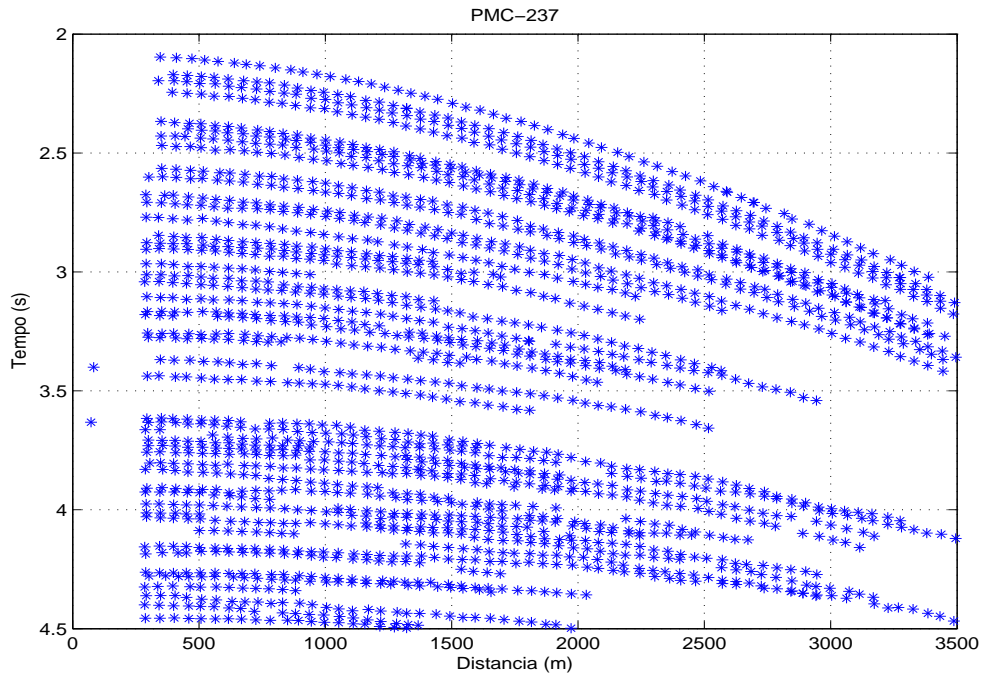


Figura 6.26: Dados marcados pela interpretação da Seção PMC 237 do dado real Camamu L5519 selecionada para mostrar os resultados das etapas do processo de marcação de eventos e inversão. Observa-se que os eventos tem um número variável de marcações.

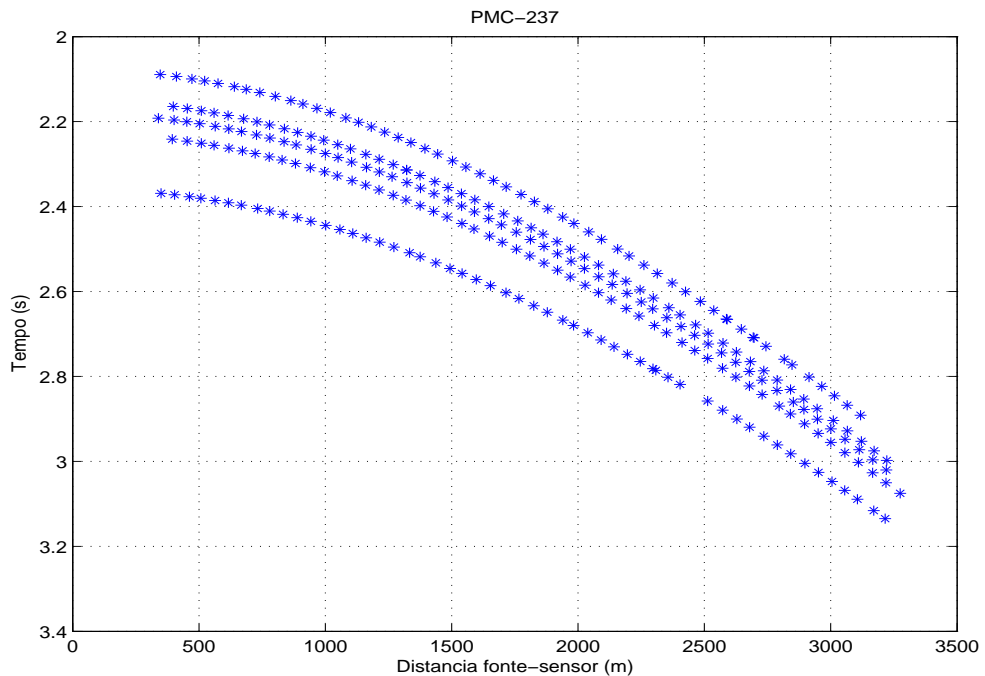


Figura 6.27: Dados observados selecionados da Seção PMC 237 para mostrar os resultados das etapas do processo de inversão em cinco eventos refletor.

Os parâmetros de velocidade e espessura para o modelo preditivo inicial está dado na Tabela 6.10, onde a distribuição é linear como descrito pela equação (6.2).

Tabela 6.10: Valores de velocidade e espessura do modelo preditivo inicial.

Parâmetros	1ª camada	2ª camada	3ª camada	4ª camada	5ª camada
Velocidade (m/s)	1700	1973	2036	2106	2183
Espessura (m)	1550	400	450	500	550

A Figura 6.28 representa o tempo de trânsito observado e o preditivo inicial. Observa-se que o tempo preditivo inicial está muito longe do tempo de trânsito observado.

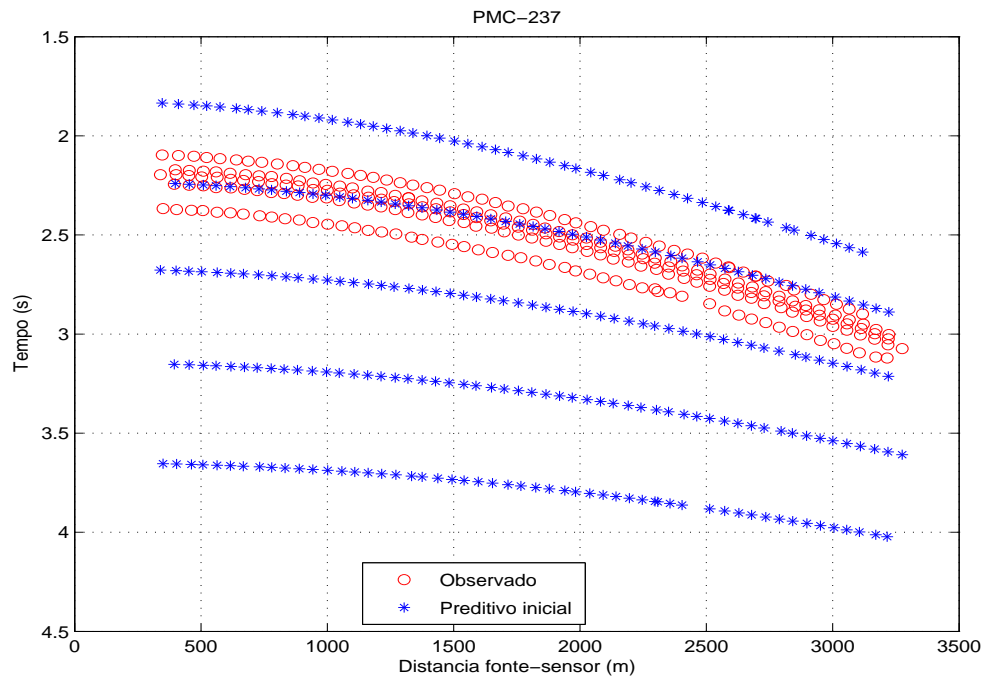


Figura 6.28: Tempo de trânsito observado e preditivo inicial.

As Figuras 6.29 e 6.30 representam as derivadas normalizadas para os 5 eventos calculados a partir das equações (4.21) e (4.20) no processo de inversão, onde se observa formas semelhantes, mas individualizado em relação aos valores na ordenada.

Nas figuras a seguir a cor azul representa a 1ª camada, a verde representa a 2ª, a vermelha representa a 3ª, a azul-claro representa a 4ª e a roxa representa a 5ª camada.

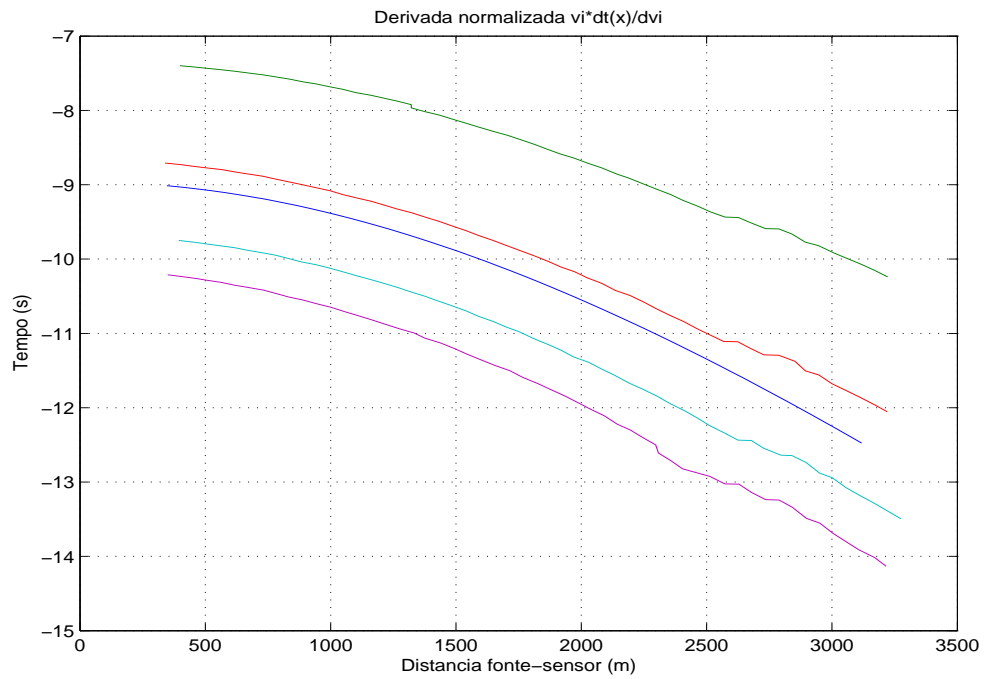


Figura 6.29: Forma das derivadas em relação a velocidade para cinco refletores.

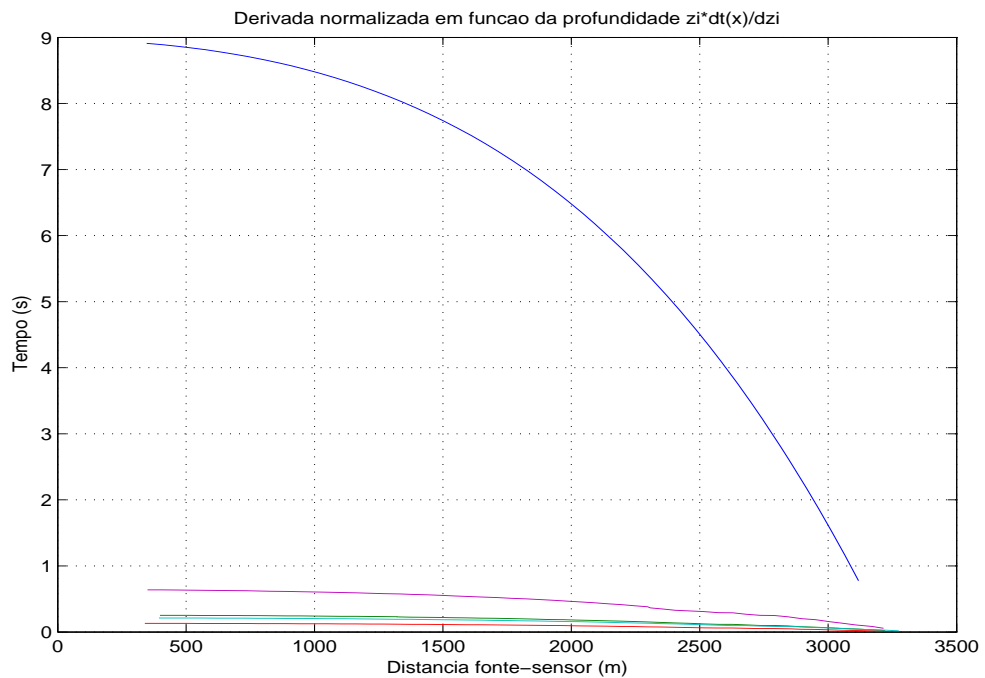


Figura 6.30: Forma das derivadas em relação a profundidade para cinco refletores.

As Figuras 6.31, 6.32 e 6.33 representam, respectivamente, a função objeto de minimização em relação ao número de iterações, a evolução do parâmetro de velocidade e espes-

sura intervalares. O número máximo de iterações foi de 500, e a função objeto de minimização foi calculada de acordo com a equação (4.8). A condição de parada foi $\phi(\mathbf{m}) < 0,0001$. O número de iterações que melhor ajusta o modelo foi a partir de 300.

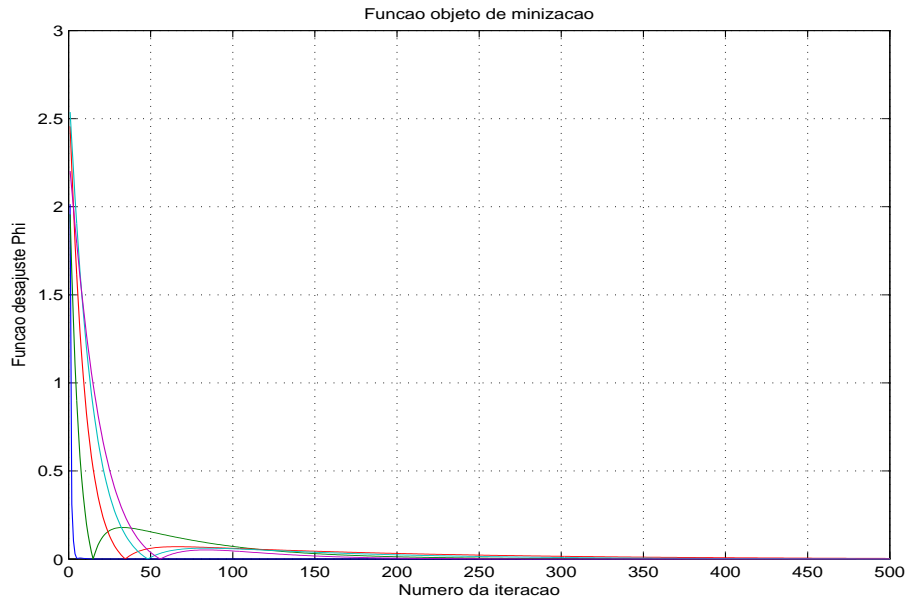


Figura 6.31: Forma da evolução da função objeto de minimização para os cinco refletores selecionados.

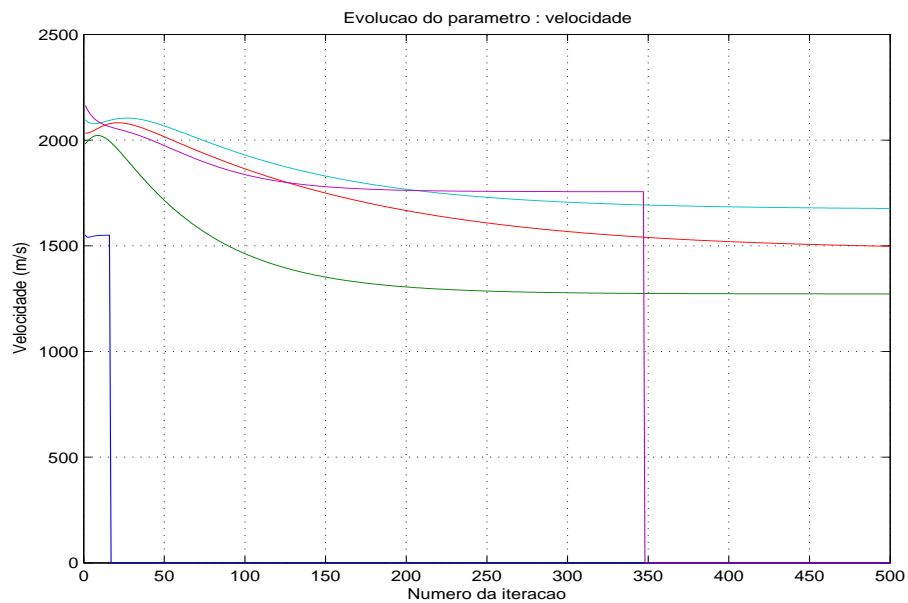


Figura 6.32: Forma da evolução da solução da velocidade para os cinco refletores selecionados.

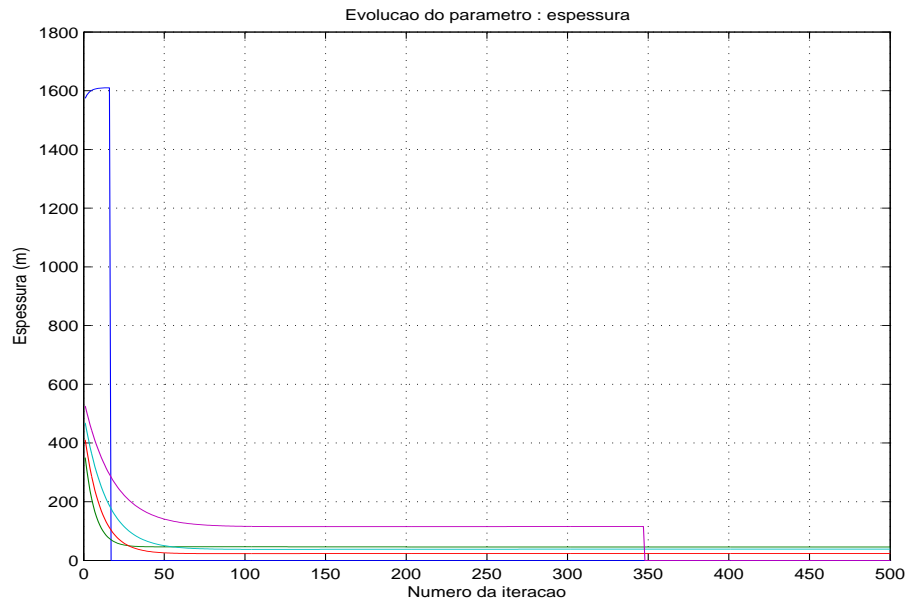


Figura 6.33: Forma da evolução da solução da espessura para os cinco refletores selecionados.

A Figura 6.34 representa o ajuste tempo-distância que resolve os parâmetros velocidade e espessura intervalares. Observa-se que os intervalos descritos são não-uniformes e relacionados aos eventos refletores marcados. A análise visual desta figura leva a considerar o ajuste como bom.

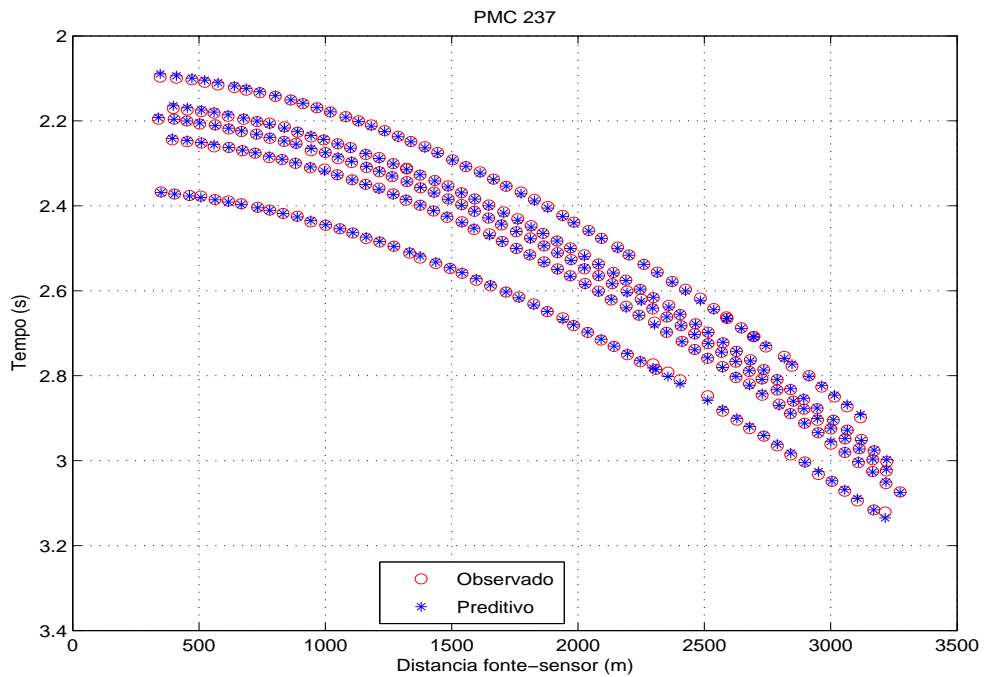


Figura 6.34: Tempo observado e preditivo para os cinco refletores selecionados.

A Tabela 6.11 resume os resultados para os 5 eventos de reflexão selecionados, onde se observa a coerência dos valores obtidos para a camada d'água. Neste sentido, é possível continuar na investigação mais completa da seção através da inclusão de informação a priori e na forma de vínculos explícitos e implícitos. Mesmo com o dado preditivo de partida muito distante do dado observado, a inversão consegue ajustar o modelo ao dado observado.

Uma outra forma de analisar a ambiguidade da inversão, é através da análise das Tabelas 6.11 e 6.12, aonde os valores de velocidade e espessura, se apresentam como não plausíveis devido aos baixos valores.

Tabela 6.11: Valores de velocidade e espessura estimados do modelo preditivo.

Parâmetros	1 ^a camada	2 ^a camada	3 ^a camada	4 ^a camada	5 ^a camada
Velocidade (m/s)	1550	1272	1498	1677	1756
Espessura (m)	1610	46	24	38	115

A Tabela 6.12 resume as velocidades RMS estimadas para os 5 eventos de reflexão selecionados, após o método de inversão.

Tabela 6.12: Velocidades RMS estimadas do modelo preditivo.

Camada	Velocidade RMS estimada (m/s)
1 ^a	1500
2 ^a	1542
3 ^a	1541
4 ^a	1544
5 ^a	1557

6.3 MARCAÇÃO AUTOMÁTICA

A descrição teórica destes experimentos foi feita no capítulo 5, e foram organizados nos seguintes modelos para a velocidade intervalar:

1. Modelo constante com a profundidade,

$$v(z) = v_0;$$

2. Modelo linear com velocidade aumentando com a profundidade,

$$v(z) = v_0 + k_z z;$$

3. Modelo exponencial com velocidade aumentando e assintótica com a profundidade (RAVVE; KOREN, 2006),

$$v(z) = v_0 + \Delta v [1 - \exp(-\frac{kaz}{\Delta v})];$$

4. Modelo linear por partes,

$$v_i(z) = v_{0,i} + k_z z_i; \quad (i = 1, \dots, N).$$

Os modelos de 1-3 são controlados por descrição matemática, e podem ter respaldo numa distribuição geológica com base em informações de poço. Mas, o modelo 4 tem por base uma marcação manual inicial, $t_0 \times v_{\text{RMS}}$, no mapa semblance pode servir de controle para extrapolação aos PMCs vizinhos, serve para fazer uma busca mais independente da interveniência de um interprete, e tem um conceito formal como fundamento na otimização global e local. Nos experimentos realizados, todos estes modelos acima foram usados, mas apresentamos apenas resultados baseados no modelo 4.

Os resultados obtidos estão organizados de acordo com a sequência do fluxograma da Figura 5.1, e são baseados no semblance-complexo.

6.3.1 Dado Sintético

A Figura 6.35 mostra a seção sísmica PMC 100 do modelo sintético Marmousoft, onde os eventos de reflexão podem ser claramente observados, e onde o ruído presente é resultante da modelagem numérica.

A Figura 6.36 mostra o resultado do semblance-complexo (BERNABINI et al., 1987) calculado pela equação (4.5), onde a marcação $t_0 - v_{\text{RMS}}$ pode ser observada, e para gerar esta figura foi usado o intervalo de velocidade $dv = 10\text{m/s}$.

A Figura 6.37 mostra em linha azul a velocidade intervalar, v_{int} , inicial obtida a partir da velocidade v_{RMS} marcada no mapa semblance para controle. A linha vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex de Busca Global para a velocidade intervalar no tempo $v_{\text{int},n}$. A linha verde representa a velocidade v_{RMS} , que tem um aspecto mais suave do que a intervalar v_{int} . Na Figura 6.38 do semblance-complexo, as linhas

da Figura 6.37 são superpostas sobre o semblance para comparação. Como conclusão, observamos destes experimentos a necessidade de um modelo inicial que contemple o semblance, o que confere ao semblance uma informação à priori.

A Figura 6.39 mostra as velocidades v_{RMS} superpostas no mapa semblance-complexo.

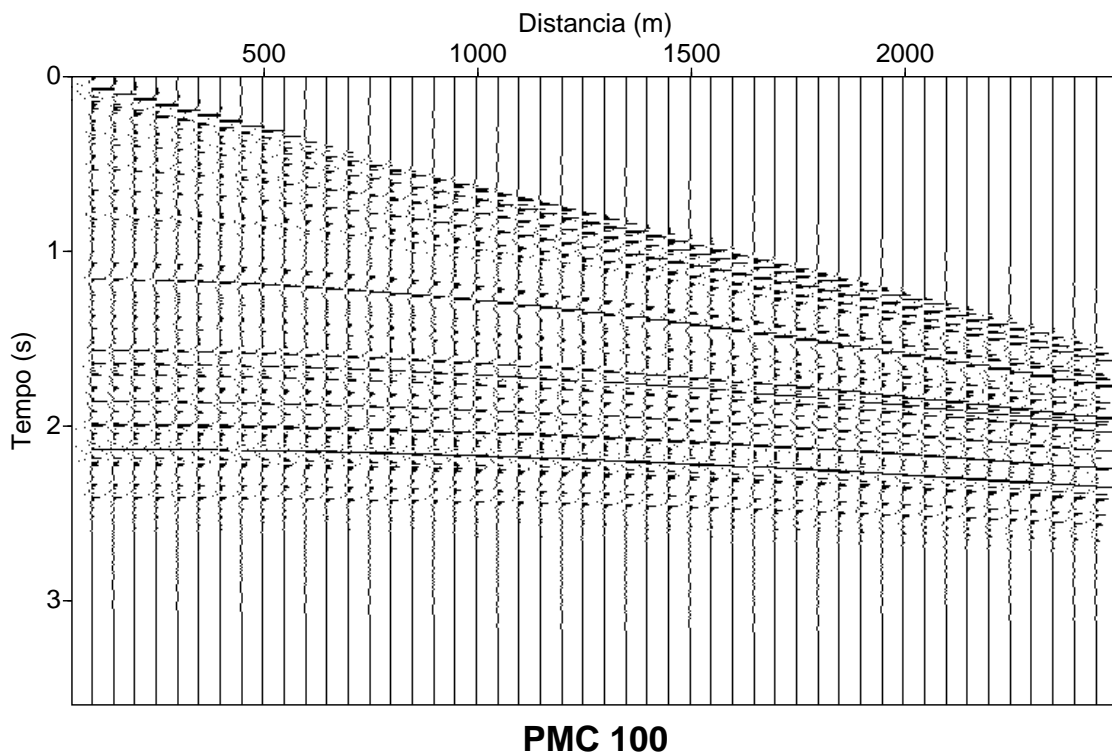


Figura 6.35: Seção PMC 100 do modelo sintético Marmousoft.

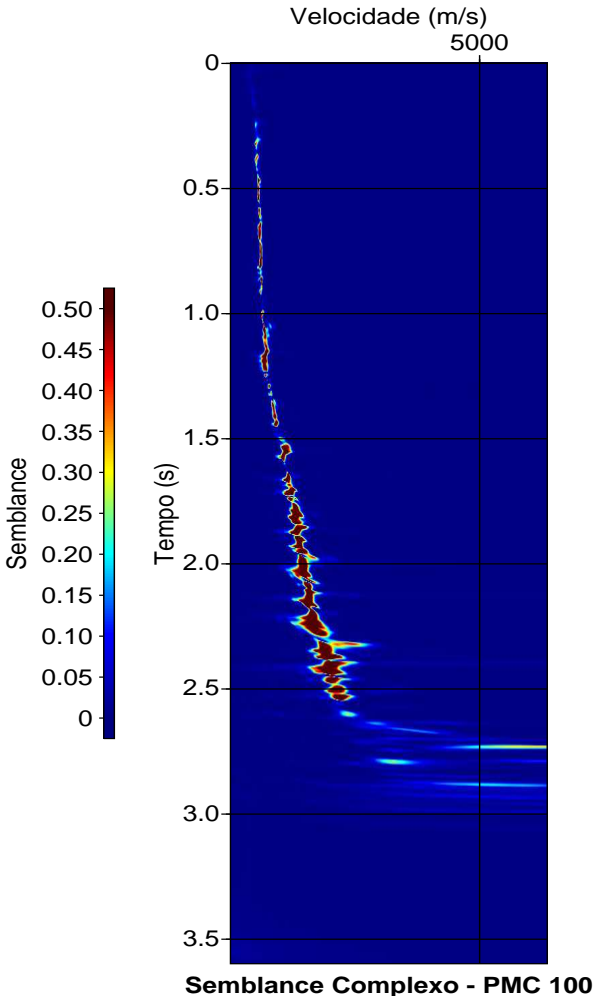


Figura 6.36: Mapa semblance-complexo da seção PMC 100 sintética.

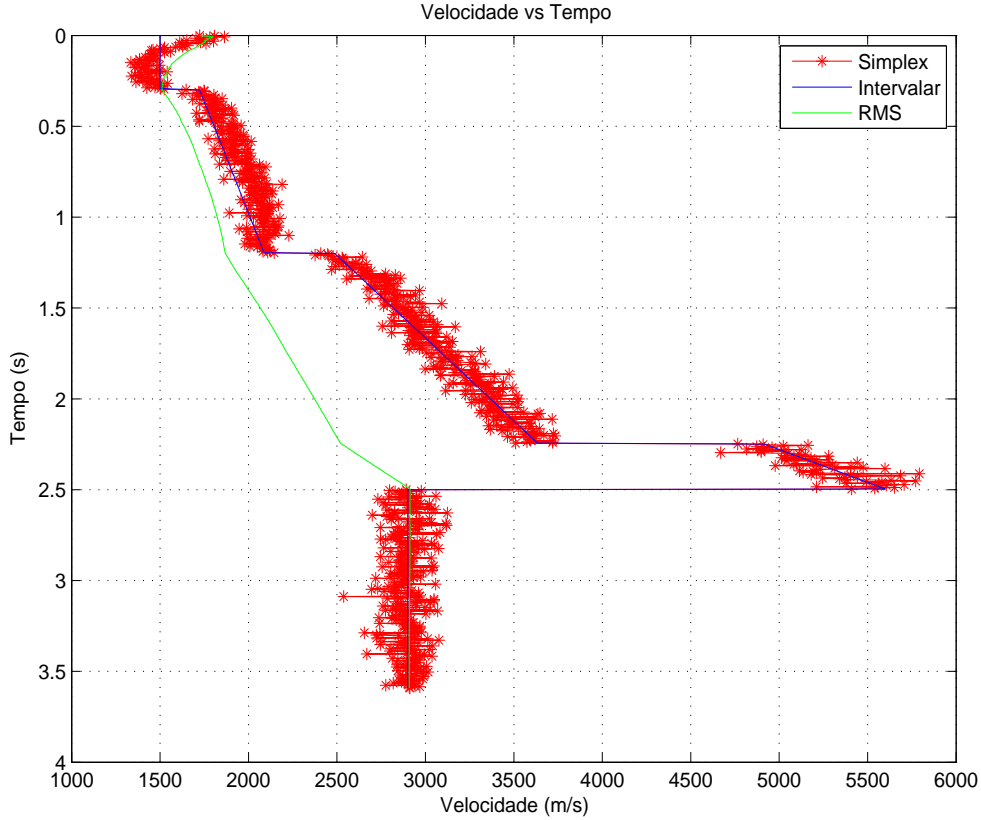


Figura 6.37: Distribuição das velocidades intervalar e média-quadrática sobre a seção PMC 100 sintética.

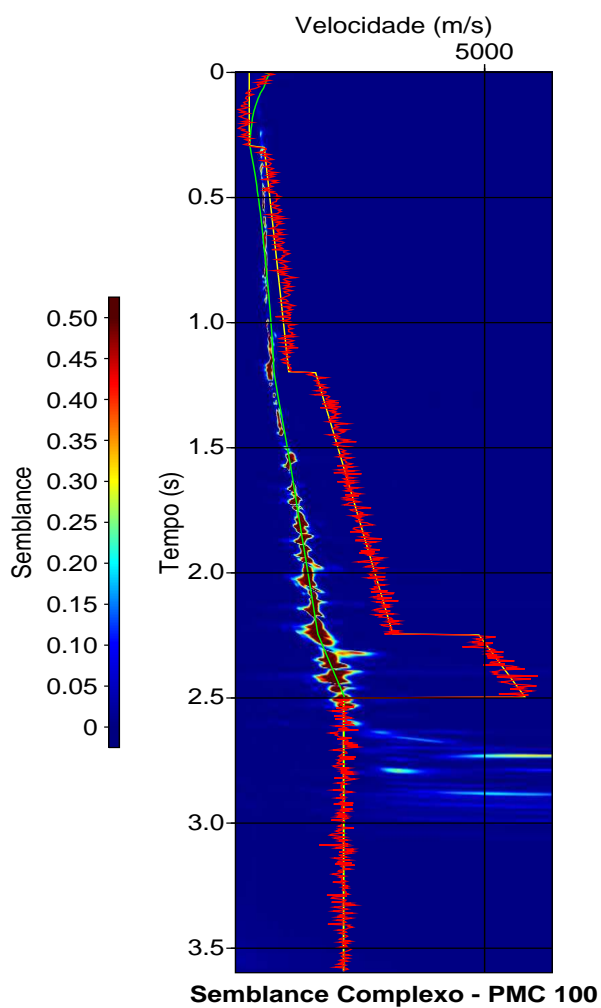


Figura 6.38: Superposição no mapa semblance-complexo das velocidades intervalar e média-quadrática da seção PMC 100 sintética. Onde a curva verde representa v_{RMS} , amarela representa v_{int} e a vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex.

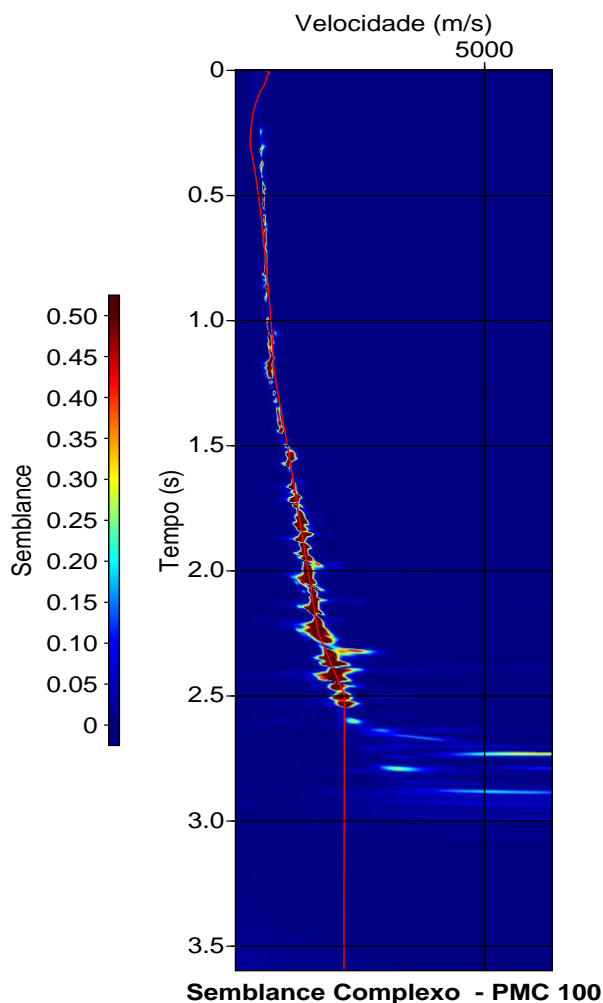


Figura 6.39: Superposição do mapa Semblance com as velocidades v_{rms} da seção PMC 100 sintética.

6.3.2 Dado Real

A Figura 6.40 mostra a seção sísmica PMC 237 da Bacia do Camamu, onde os eventos de reflexão podem ser claramente observados e que foi usada na análise de velocidade por marcação manual e inversão, bem como na marcação automática por otimização do semblance.

A Figura 6.41 mostra o resultado do semblance-complexo (BERNABINI et al., 1987) calculado pela equação (4.5), onde a marcação $t_0 - v_{RMS}$ pode ser vista, e esta figura foi gerada usando o intervalo de velocidade $dv = 10\text{m/s}$.

A Figura 6.42 mostra em linha azul a velocidade intervalar, v_{int} , inicial obtida a partir

da velocidade v_{RMS} marcada no mapa semblance para controle. A linha vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex de Busca Global para a velocidade intervalar no tempo $v_{int,n}$. A linha verde representa a velocidade v_{RMS} , que tem um aspecto mais suave do que a intervalar v_{int} . Na Figura 6.43 do semblance-complexo, as linhas da Figura 6.42 são superpostas sobre o semblance para comparação. Como conclusão, observamos destes experimentos a necessidade de um modelo inicial que contemple o semblance, o que confere ao semblance uma informação a priori.

A Figura 6.44 mostra as velocidades v_{RMS} superpostas no mapa semblance-complexo.

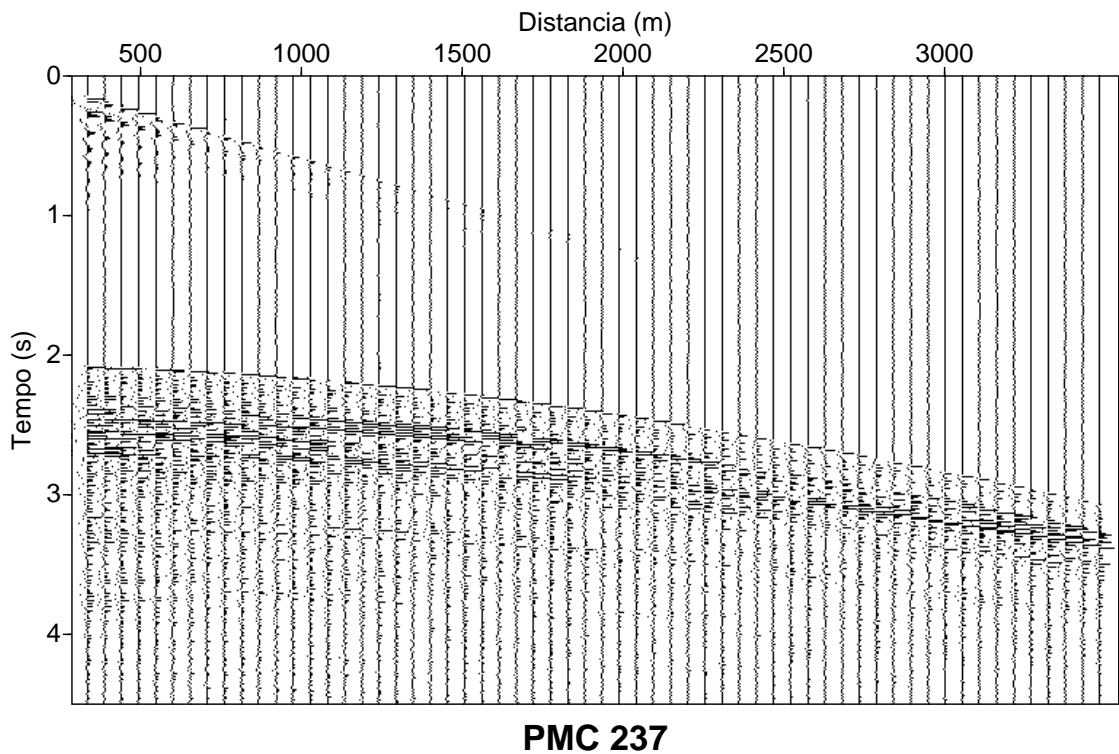


Figura 6.40: Seção PMC 237 da Bacia do Camamu. Observa-se na parte superior a onda direta e as ondas de superfície da água, e abaixo os eventos de reflexão.

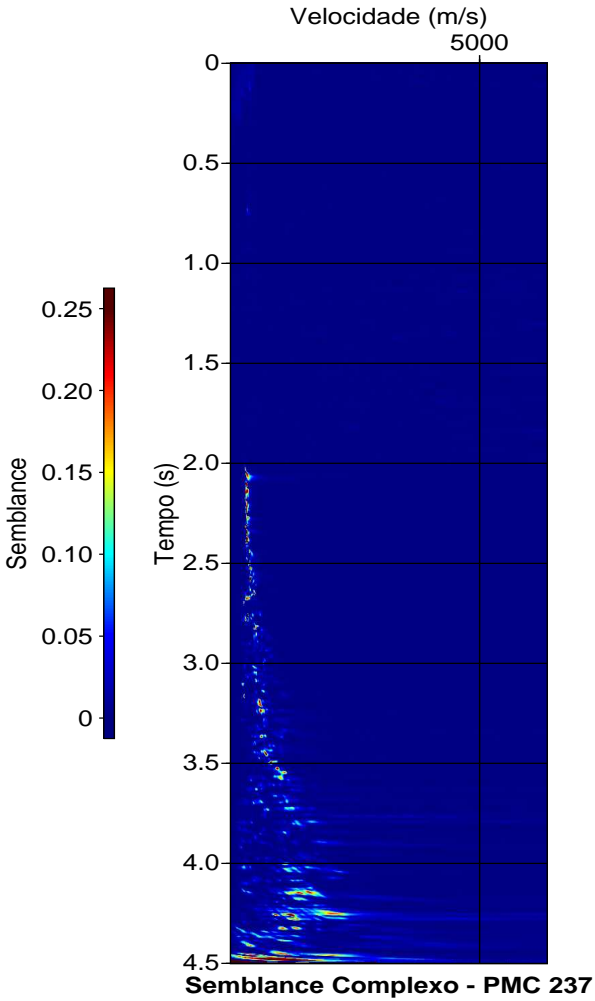


Figura 6.41: Mapa semblance-complexo da seção PMC 237 da Bacia do Camamu.

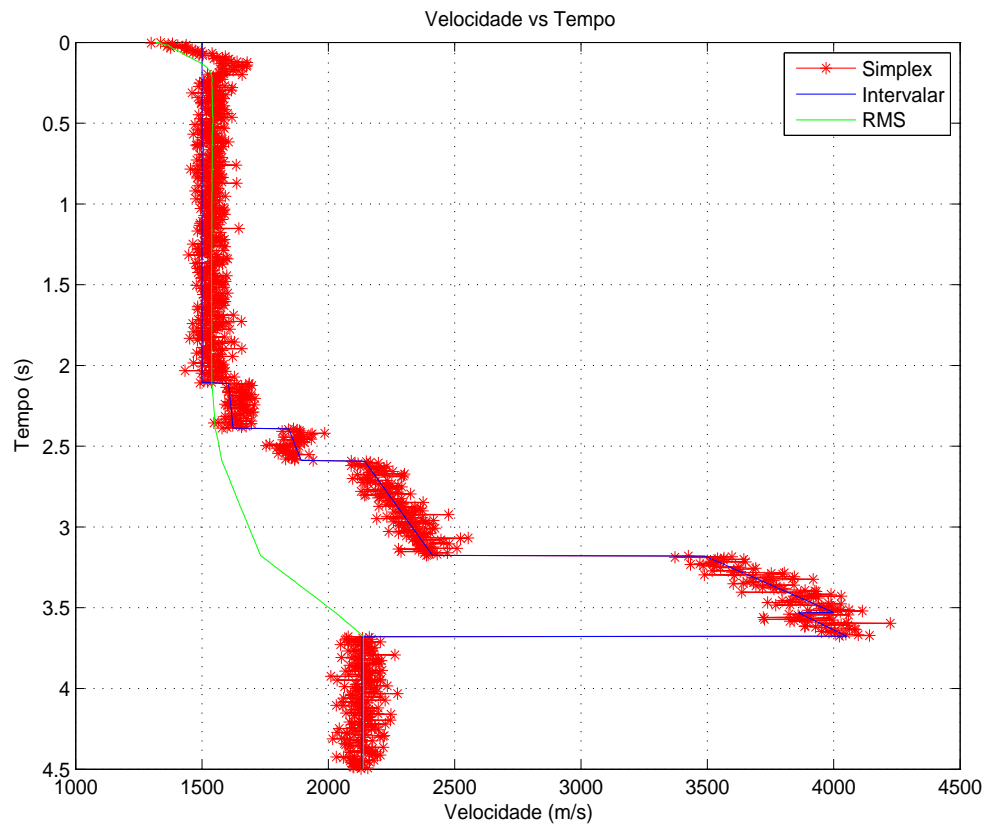


Figura 6.42: Distribuição das velocidades intervalar e média-quadrática sobre a seção PMC 237.

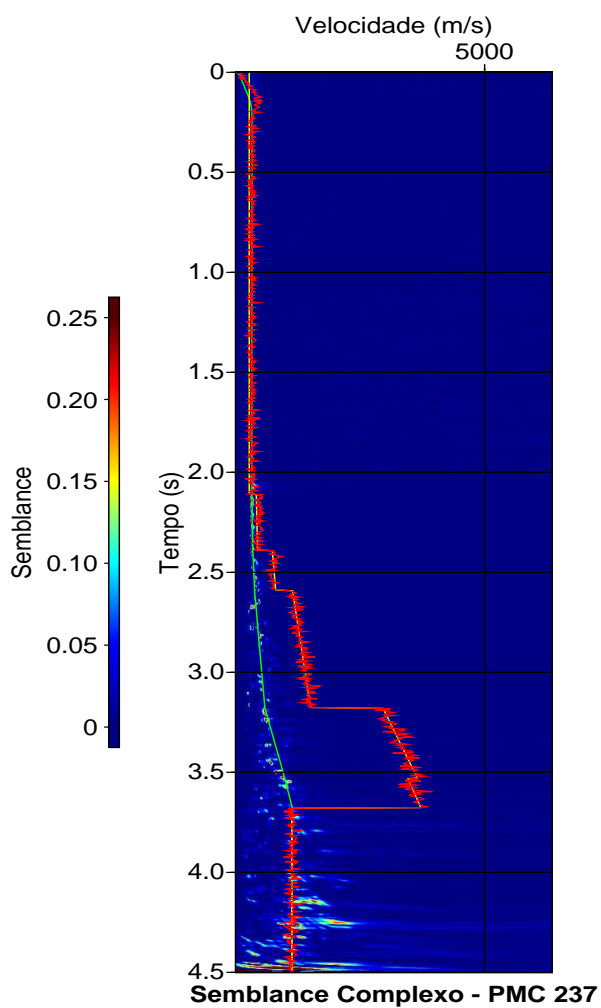


Figura 6.43: Superposição no mapa semblance-complexo das velocidades intervalar e média-quadrática da seção PMC 237 da Bacia do Camamu. Onde a curva verde representa v_{RMS} , amarela representa v_{int} e a vermelha representa os limites inferior e superior aleatórios para o método Simplex.

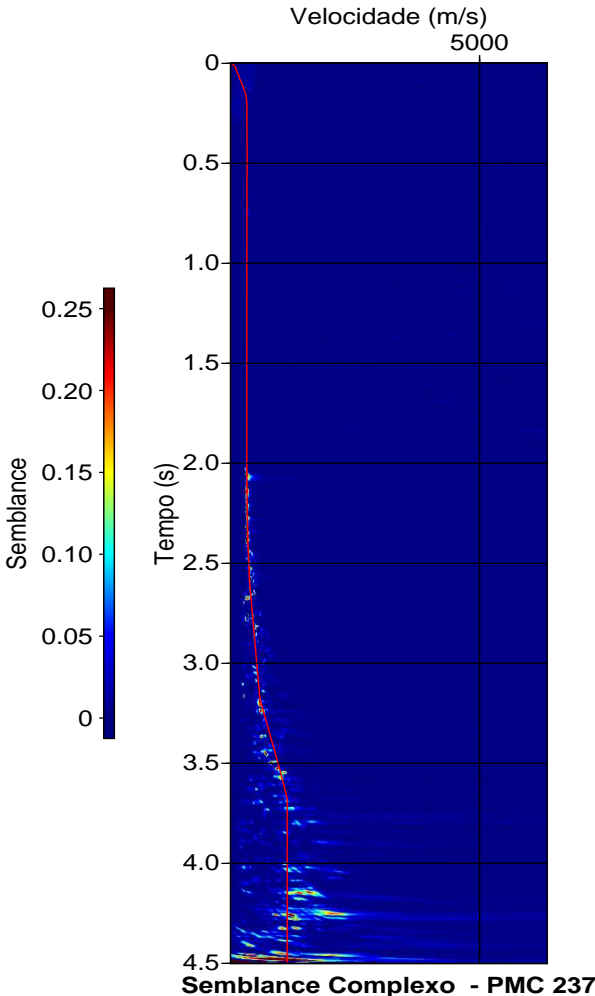


Figura 6.44: Superposição do mapa Semblance com as velocidades v_{rms} da seção PMC 237 da Bacia do Camamu.

7 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como finalidade desenvolver uma metodologia sistemática para a inversão de dados de reflexão sísmica em arranjo PMC para o caso 1D de variação vertical de velocidade e espessura que permite a obtenção de um modelo de velocidade intervalar no tempo, v_{int} , e a correspondente velocidade média-quadrática, v_{RMS} , em família PMC individualizada. Para isto, o presente trabalho contribue com a análise de velocidade sísmica organizada na forma de dois problemas:

1. O Problema-1 de ajuste de curvas no sentido dos quadrados-mínimos;
2. O Problema-2 de otimização da função semblance.

Ambos os problemas acima foram estruturados com condições a priori, vínculo nos parâmetros, e com solução por métodos de busca global e local.

O modelo direto 1D serve como uma primeira aproximação à descrição de um ambiente geológico, que no presente caso é considerado complexo. No entanto, esta aproximação se destaca pela sua praticidade e aplicação na correção e empilhamento NMO e em migração. Este modelo é descrito pela equação de tempo de trânsito (3.9), para uma distribuição vertical de camadas, homogêneas, isotrópicas, com interfaces plano-horizontais. Para se obter o modelo de velocidade em profundidade pode ser usado o conceito de velocidades intervalares não-uniformes, sem admitir mergulho geológico, mas o mergulho uniforme pode ser introduzido como uma forma de informação a priori para correção.

A metodologia apresentada neste trabalho foi aplicada a dados sintéticos e reais em seções PMC, e comparado com resultados visuais do mapa semblance usado na marcação da velocidade NMO, v_{NMO} , que passa a representar a velocidade v_{RMS} admitindo um modelo heterogêneo 1D.

A solução do Problema-1 de inversão não apresenta instabilidade em relação ao inverso generalizado como demonstrado nos testes numéricos sintéticos, e conseqüentemente não há necessidade de aplicação de regularização. No entanto, foi verificado através dos mapas da Figura 6.21, que há necessidade de se detalhar o modelo inicial, com condições a priori e vínculos, para que se possa obter uma solução plausível. A razão é que o modelo é resolvido de

cima para baixo, refletor-a-refletor, o que pode propagar erros, e conseqüentemente, ao passo que o número de refletores aumenta a necessidade de vínculos para uma solução plausível cresce rapidamente. Baseado nos experimentos numéricos diversificados, dados reais 2D, marinhos, foram tratados, mesmo considerando que a região é de geologia complexa, e os resultados obtidos se apresentam como mais complexos e que necessitam de vínculos mais fortes, o que torna este método não prático para o caso de muitos refletores. Isto quer dizer que, até 10 marcações de refletores individuais, a solução obtida pela inversão é plausível.

A solução do Problema-2 requer condições a priori fortes para que se obtenha uma solução plausível, e na solução adotada optou-se pelo vínculo do semblance, que pode ser complexo ou não.

Uma condição forte nos problemas de inversão (reflexão, tomografia, nip-tomografia) é o de marcação de eventos primários nas seções correspondentes, e para isto se necessita que eles possam ser visualmente bem interpretados como coerentes localmente, e diferenciados das múltiplas. O processo de marcação manual e automática assistida, pode ser considerada como uma limitação e se precisa considerar a possibilidade de recursos gráficos sofisticados.

A contribuição fundamental, é que a marcação automática assistida para produzir uma seção de velocidade no tempo, e conversão para profundidade a partir de famílias PMC, e que servem de modelo inicial para busca de seções mais complexas.

Como conclusão geral, o método de estimativa de velocidade intervalar apresentada neste trabalho fica como suporte alternativo ao processo de análise de velocidades, onde se pode fazer a inversão dos PMC'S ao longo da linha para que a solução possa ser usada como modelo inicial ao imageamento.

Deve ficar claro que o presente método baseado em seções PMC é limitado por não resolver mergulhos dos refletores, que é uma característica básica relacionada a esta configuração.

Como etapas futuras, podemos destacar os seguintes trabalhos voltados especificamente à análise de velocidade sísmica:

- Estender o caso 2D de otimização do semblance ao caso 3D;
- Estender este estudo para o caso baseado na teoria do raio imagem.

REFERÊNCIAS

- AKI, K.; RICHARDS, P. *Quantitative Seismology*. New York: W. H. Freeman and Company, 1980.
- BERNABINI, M. et al. *Deconvolution and Inversion*. [S.l.]: Blackwell Scientific Publications, 1987.
- BRACHETTI, P. et al. A new version of price's algorithm for global optimization. *Journal of Global Optimization*, p. 165–184, 1997.
- CASTLE, J. R. A theory of normal moveout. *Geophysics*, v. 59, n. 6, p. 993–999, June 1994.
- CERVENY, V. *The application of ray tracing to the numerical modeling of seismic wavefields in complex structures*. [S.l.]: Geophysical Press, Seismic Exploration edition, 1985.
- CLAERBOUT, J. *Imaging the Earths Interior*. [S.l.]: sepwww.stanford.edu/sep/prof, 1985.
- COMERON, M. K.; FOMEL, S. B.; SETHIAN, J. A. Seismic velocity estimation from time migration. *Inverse Problems*, v. 23, p. 1329–1369, 2007.
- CRASE, E. et al. Robust elastic nonlinear waveform inversion: Application to real data. *Geophysics*, v. 55, n. 5, p. 527–538, May 1990.
- DIX, C. H. Seismic velocities from surface measurements. *Geophysics*, v. 20, p. 68–86, 1955.
- DUBOSE, B. J. J. A technique for stabilizing interval velocities from the dix equation. *Geophysics*, v. 53, n. 9, p. 1241–1243, September 1988.
- HUBRAL, P.; KREY, T. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1980.
- HUBRAL, P. H. W. Interval velocities from surface measurements in the three-dimensional plane layer case. *Geophysics*, v. 41, n. 2, p. 233–242, 1976.
- IYER, M. H.; HIRAHARA, K. *Seismic Tomography: Theory and practice*. London: Chapman and Hall, 1993. 227-245 p.
- JUSTICE, H. J. Traveltime inversion for the flat-layer model. *Geophysics*, v. 51, n. 10, p. 1904–1911, October 1986.
- KOREN, Z.; RAVVE, I. Constrained dix inversion. *Geophysics*, v. 7, n. 6, p. 113–130, November-December 2006.

- KREY, T. H. An approximate correction method for refraction in reflection seismic prospecting. *Geophysics*, v. 16, p. 468–485, 1951.
- LIMA, W. S. et al. Bacias sedimentares brasileiras: bacia de camamu. *Phoenix*, n. 54, 2003.
- LINES, L. Ambiguity in analysis of velocity and depth. *Geophysics*, v. 58, n. 4, p. 596–597, April 1993.
- MACDONALD, C. *Inverting seismic data using reflection travel times and amplitudes*. Los Angeles: University of California, 1986.
- MARSCHALL, R. *Einige Probleme bei der Benutzung grosser Schuss-Geophon-Abstände und deren Anwendung auf Unterschiessungen*. Tese (Doutorado) — Leoben, 1975.
- MENKE, W. *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. [S.l.]: Academic Press, 2002.
- MOHRIAK, W.; SZATMARI, P.; ANJOS, C. M. S. *SAL: Geologia e Tectônica*. São Paulo: Beca, 2008.
- OLHOVICH, V. A. The causes of noise in seismic reflection and refraction work. *Geophysics*, v. 29, p. 1015–1030, 1964.
- PARKER, R. L. *Geophysical Inverse Theory*. [S.l.]: Princeton University Press, 1994.
- PRESS, W. H. et al. *Numerical Recipes in FORTRAN 90*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. 227-245 p.
- PRICE, W. Global optimization by controlled random search. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 40, n. 3, p. 333–348, 1983.
- RATHOR, S. B. Velocity-depth ambiguity in the dipping reflector case. *Geophysics*, v. 62, n. 5, p. 1583–1585, September-October 1997.
- RAVVE, I.; KOREN, Z. Exponential asymptotical bound velocity model: Part ii - ray tracing. *Geophysics*, v. 71, n. 3, p. 67–85, May-June 2006.
- ROBINSON, E. A. *Multichannel Time Series Analysis with Digital Computer Programs*. 2. ed. [S.l.]: Holden Day, 1983.
- ROKSANDIC, M. M. Seismic facies analysis concepts. *Geophysics Prospect*, v. 26, p. 383–398, 1978.
- ROSS, S. W. The velocity-depth ambiguity in seismic travelttime data. *Geophysics*, v. 59, n. 5, p. 830–843, May 1994.
- SCALES, A. J.; SNIEDER, R. What is noise? *Geophysics*, v. 63, n. 4, p. 1122–1124, July-August 1998.

SGUAZZERO, P.; VESNAVER, A. *A Comparative Analysis of Algorithms for Stacking Velocity Estimation*. [S.l.]: Blackwell Scientific Publications, 1987. 267-286 p.

SHARPE, J. A. The production of elastic waves by explosion pressures: Theory and empirical field observation. I, 1942.

SHERIFF, R. E. Factors affecting seismic amplitudes. *Geophysics Prospecting*, v. 23, p. 125–138, 1975.

SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. *Exploration Seismology*. Cambridge: University Press, 1982.

SLOTNICK. *Lessons in Seismic Computing*. Oklahoma: The Society of Exploration Geophysicists, 1959.

TARANTOLA, A. *Inverse Problem Theory and Methods for Parameter Estimation*. [S.l.]: SIAM, 2005.

TARNER, M. T.; KOEHLER, F. Velocity spectral-digital computer derivation and application of velocity functions. *Geophysics*, v. 34, p. 859–881, 1969.

TOLDI, L. T. Velocity analysis without picking. *Geophysics*, v. 54, n. 2, p. 191–199, February 1989.

APÊNDICE

APÊNDICE A – EQUAÇÕES TEMPO-PERCURSO

O objetivo deste apêndice é a análise da importante expressão para o tempo de trânsito hiperbólico, e que resulta da expansão em série de Taylor da função distância fonte-receptor, $x(p)$, onde se mostra que a aproximação após o segundo termo da série tem os coeficientes cada vez mais complicados, e como consequência se faz pouco uso de termos de ordem mais alta. Isto fica mais complicado ainda se o modelo em subsuperfície formado por camadas curvas.

Para uma fonte S e um receptor G , como mostra a Figura A.1, separadas pela distância x sobre a superfície do modelo, o tempo de trânsito de uma onda primária refletida da n -ésima interface é designada por $t(p)$ e expressa na seguinte forma paramétrica (o tempo em cada camada é contada duas vezes $v_i = v_{2n+1-i}$ e $\Delta t_i = \Delta t_{2n+1-i}$):

$$x(p) = \sum_{i=1}^{2n} \frac{v_i^2 \Delta t_i p}{\sqrt{1 - v_i^2 p^2}}, \quad (\text{A.1})$$

e

$$t(p) = \sum_{i=1}^{2n} \frac{\Delta t_i}{\sqrt{1 - v_i^2 p^2}}. \quad (\text{A.2})$$

O parâmetro horizontal do raio, p é dado por $p = \text{sen}\theta_i/v_i$, θ_i é o ângulo de incidência com a vertical, v_i é a velocidade e Δt_i é o tempo vertical simples na camada i (SLOTNICK, 1959). Estas equações não definem exatamente uma hipérbole, ou uma parábola, para t versus x , mas sim formas aproximadas a estas duas.

O que se deseja é uma expressão para $t(x)$, função da distância x , acoplando $t(p)$ e $x(p)$. Para o caso de reflexão da primeira interface horizontal, p é naturalmente eliminado, e a curva de tempo de trânsito é hiperbólica e dada por:

$$t^2(x) = t^2(0) + \frac{x^2}{v_1^2}, \quad (\text{A.3})$$

onde $t(0) = 2\frac{z_1}{v_1}$. A velocidade v_1 acima do refletor (base da camada) é computável a partir da hipérbole, uma vez que $1/v_1^2$ corresponde a inclinação da linha reta quando se plota t^2 versus x^2 .

A função $t(x)$ tem forma simétrica-par para o caso multi-camadas horizontais, e é escrita

na seguinte forma polinomial Hubral e Krey (1980); Turner e Koehler (1969); Marschall (1975):

$$t^2(x) = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + C_3x^6 + \dots; \quad (\text{A.4})$$

com $C_0 = t^2(0)$.

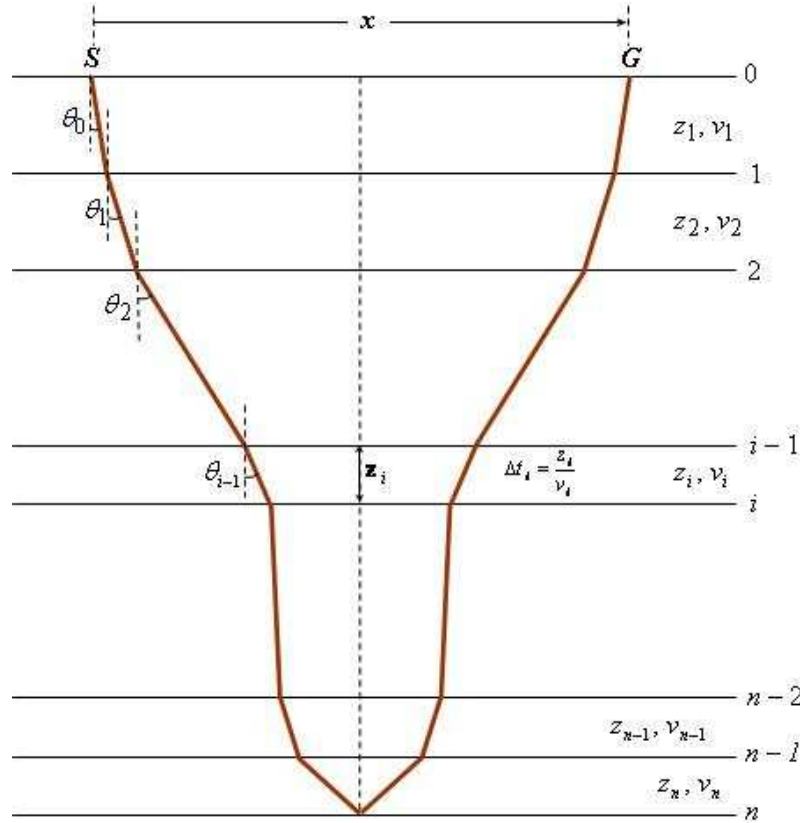


Figura A.1: Modelo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas, onde estão indicadas: a fonte (S), o sensor (G), a velocidade (v_i), a espessura (z_i) o tempo de trânsito vertical (Δt_i) e o ângulo de incidência vertical (θ_i) para cada camada i .

Os coeficientes C_1, C_2, \dots podem ser determinados escrevendo $t^2, x^2, x^4, x^6, \dots$, em séries de potências a partir das equações (A.1) e (A.2), e comparando com os termos de potências iguais para $p < \min iv_i^{-1}$. A expansão para $x(p)$, na equação (A.1), em série absolutamente convergente para $(1 - v_i^2 p^2)^{-1/2}$ é dada por:

$$x(p) = \sum_{i=1}^{2N} v_i^2 \Delta t_i p \left(1 + \frac{1}{2} p^2 v_i^2 + \frac{1.3}{2.4} p^4 v_i^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6} p^6 v_i^6 + \dots \right); \quad (\text{A.5})$$

ou, concisamente:

$$x(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(1)} p^{2j-1}; \quad (\text{A.6})$$

onde

$$A_j^{(1)} \equiv \sum_{i=1}^{2N} v_i^{2j} \Delta t_i \left(\frac{2j}{2j-1} \frac{(2j)!}{4^j j! j!} \right) = J_j v_{(2j)} t(0); \quad (\text{A.7})$$

$$J_j \equiv \frac{2j}{2j-1} \frac{(2j)!}{4^j j! j!}; \quad \left(J_1 = 1, J_2 = \frac{1}{2}, J_3 = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 4}, \dots \right); \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{1}{2} v_{(2j)} t(0) \equiv \sum_{i=1}^n v_i^{2j} \Delta t_i, \quad v_{2j} = \frac{2}{t(0)} \sum_{i=1}^n v_i^{2j} \Delta t_i. \quad (\text{A.9})$$

A partir da equação (A.6) são obtidas séries absolutamente convergentes para $x^2, x^4, x^6, x^8, \dots$. Para x^2 , temos:

$$x(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(2)} p^{2j}, \quad (\text{A.10})$$

onde

$$A_j^{(2)} = \sum_{i=1}^j A_i^{(1)} A_{j-i+1}^{(1)}, \quad (\text{A.11})$$

com

$$\begin{aligned} A_1^{(2)} &= A_1^{(1)} A_1^{(1)}, \\ A_2^{(2)} &= A_1^{(1)} A_2^{(1)} + A_2^{(1)} A_1^{(1)}. \end{aligned}$$

De forma geral, a expressão para x^{2n} é dada por:

$$x^{2n}(p) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^{(2n)} p^{2j+2n-2}, \quad (\text{A.12})$$

onde

$$A_j^{(2n)} = \sum_{i=1}^j A_i^{(2n-2)} A_{j-i+1}^{(2)}, \quad (\text{A.13})$$

De maneira similar a x^2, x^4 , etc., se encontra expansões em séries de potências para t (parabólico) e t^2 (parabólico):

$$t(p) = \sum_{j=0}^{\infty} B_j^{(1)} p^{2j}; \quad (\text{A.14})$$

onde

$$B_0^{(1)} = t(0), \quad (\text{A.15})$$

e

$$B_j^{(1)} = J_{j+1}v(2j)t(0).$$

J_{j+1} e $v(2j)$ são os mesmos das equações (A.8) e (A.9). Da equação (A.14) segue-se que:

$$t^2(p) = \sum_{j=0}^{\infty} p^{2j} B_j^{(2)}; \quad (\text{A.16})$$

com

$$A_j^{(2)} = \sum_{i=0}^j B_i^{(1)} B_{j-i+1}^{(1)}. \quad (\text{A.17})$$

Os coeficientes C_i ($i = 1, 2, \dots$) em (A.4) são calculados a partir das equações (A.12) e (A.16) para $n = 1, 2, 3$. Comparando os coeficientes para as mesmas potências de p resulta em:

$$C_0 = B_0^{(2)};$$

$$C_1 = B_1^{(2)}/A_1^{(2)},$$

e

$$C_2 = (B_2^{(2)} - C_1 A_2^{(2)})/A_1^{(4)}.$$

Ou, em geral:

$$C_n = \left(B_n^{(2)} - \sum_{j=0}^{n-1} C_{n-j} A_{j+1}^{2(n-j)} \right) / A_1^{(2n)}; \quad n = 2, 3, \dots \quad (\text{A.18})$$

A partir das equações acima, encontram-se para C_0 até C_2 os valores:

$$C_0 = t_0^2 = t^2(0),$$

$$C_1 = \frac{1}{v(2)},$$

$$C_2 = \frac{v_{(2)}^2 - v_{(4)}}{4v_{(2)}^4 t_0^2}.$$

Os coeficientes, C_i , da série (A.4) são discutidos por Marschall (1975), e as quantidades $v_{(m)}^{1/m}$ designam médias ponderadas das velocidades segundo a forma:

$$v_{(m)}^{1/m} = \left(\frac{2}{t(0)} \sum_{i=1}^N v_i^m \Delta t_i \right)^{1/m}.$$

Em particular, para $m = 2$, se tem que:

$$v_{(2)}^{1/2} = \left(\frac{2}{t(0)} \sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i \right)^{1/2} = v_{\text{RMS}}. \quad (\text{A.19})$$

O parâmetro v_{RMS} é usualmente referido como velocidade RMS (raiz-média-quadrática), e $1/v_{\text{RMS}}^2$ é a inclinação da curva $t^2 - x^2$. A aproximação mais utilizada para (A.4) é dada por:

$$t^2(x) \cong C_0 + C_1 x^2; \quad (\text{A.20})$$

uma vez que a precisão é considerada suficiente para os trabalhos práticos.

Da equação (A.19) observa-se que a v_{RMS} difere da velocidade média v_A dada por:

$$v_A = \frac{2}{t(0)} \sum_{i=1}^n v_i \Delta t_i = \frac{2}{t(0)} \sum_{i=1}^n v_i z_i = \frac{2z}{t(0)},$$

que relaciona o tempo do percurso vertical para um refletor na profundidade z em um meio horizontalmente estratificado. Da derivação acima, o tempo ao quadrado, $t^2(x)$, é expandido com base em velocidades média-ponderada tomada ao longo do percurso vertical dado para $x = 0$ (KREY, 1951) e (DIX, 1955). O que se busca é transformar $t(p)$ e $x(p)$ para se obter uma expressão conjunta e natural na forma $t(x)$. Para isto, se considerou a forma hiperbólica para expressar (A.4) na forma mais simples:

$$t(x) = \sqrt{t^2(0) + \frac{x^2}{v_{\text{RMS}}^2}}. \quad (\text{A.21})$$

A inclinação da função $t(x)$ é a vagarosidade horizontal $p = p(x)$ dada por:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_{\text{RMS}}^2 t(x)}. \quad (\text{A.22})$$

O ângulo de incidência (θ_1), a partir da lei de Snellius ($p = \text{sen}(\theta/v)$), é dado por:

$$\text{sen}\theta_1 = v_1 \frac{dt}{dx} = \frac{v_1 x}{v_{\text{RMS}}^2 t(x)}. \quad (\text{A.23})$$

usando (A.22).

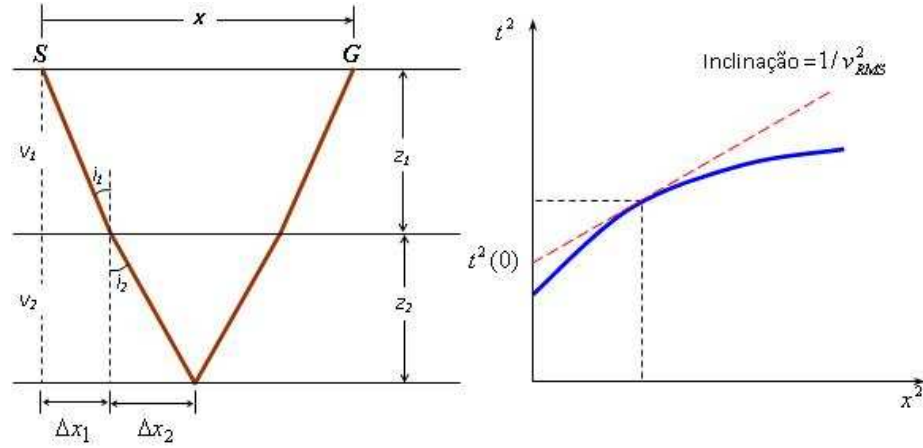


Figura A.2: Detalhes geométricos para obtenção da fórmula da velocidade RMS (v_{RMS}) para o caso de duas camadas. (a) Trajetória do raio de reflexão. (b) Curva t^2-x^2 .

Sendo Δt_i considerando um intervalo de tempo aproximadamente dado como tempo vertical simples através da i -ésima camada por manter x pequena, tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 = z_1 \tan \theta_1 + z_2 \tan \theta_2 \\ &\approx v_1 \Delta t_1 \sin \theta_1 + v_2 \Delta t_2 \sin \theta_2 \\ &\approx (v_1^2 \Delta t_1 + v_2^2 \Delta t_2) \sin \theta_2 / v_1 \\ &\approx (v_1^2 \Delta t_1 + v_2^2 \Delta t_2) (x / v_{\text{RMS}}^2 t(x)). \end{aligned}$$

Usando vez $t(x) \approx 2(\Delta t_1 + \Delta t_2)$, se tem o resultado:

$$v_{\text{RMS}}^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^2 v_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^2 \Delta t_i}. \quad (\text{A.24})$$

Essa equação pode ser generalizada para n camadas plano-horizontais resultando na equação clássica:

$$t^2(x) \approx t^2(0) + x^2 / v_{\text{RMS}}^2; \quad (\text{A.25})$$

onde v_{RMS}^2 é dada pela equação (A.24).