



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO KIRCHHOFF FEIXES GAUSSIANOS
2,5D NOS DOMÍNIOS AFASTAMENTO COMUM E ÂNGULO-COMUM

MANUEL DE JESUS DOS SANTOS COSTA

BELÉM – PARÁ
2012

MANUEL DE JESUS DOS SANTOS COSTA

MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO KIRCHHOFF FEIXES GAUSSIANOS
2,5D NOS DOMÍNIOS AFASTAMENTO COMUM E ÂNGULO-COMUM

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, para a obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Sísmicos

Orientador: Prof. Dr. German Garabito Callapino.

Coorientador: Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz.

BELÉM

2012

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Geólogo Raimundo Montenegro Garcia de Montalvão

C837m Costa, Manuel de Jesus dos Santos

Migração pré-empilhamento Kirchhoff feixes gaussianos 2,5D nos domínios afastamento comum e ângulo-comum / Manuel de Jesus dos Santos Costa; Orientador: German Garabito Callapino; Coorientador: João Carlos Ribeiro Cruz – 2012

114 f.: il.

Tese (doutorado em geofísica) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2012.

1. Sísmica. 2. Imageamento Sísmico. 3. Feixes Gaussianos. 4. Migração. 5. Ângulo comum. I. Garabito Callapino, German, *orient.* II. Cruz, João Carlos Ribeiro, *coorient.* III. Universidade Federal do Pará. IV. Título.

CDD 22^a ed.: 551.22

MANUEL DE JESUS DOS SANTOS COSTA

MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO KIRCHHOFF FEIXES GAUSSIANOS
2,5D NOS DOMÍNIOS AFASTAMENTO COMUM E ÂNGULO-COMUM

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Geofísica da Universidade
Federal do Pará, para a obtenção do título de
Doutor em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Sísmicos

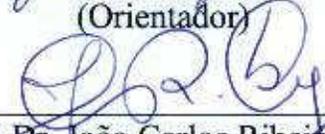
Data de Aprovação:

Nota:

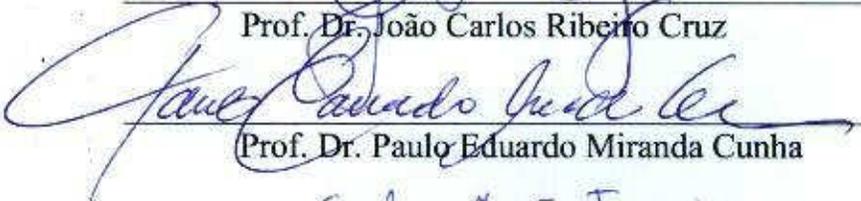
Comitê de Tese:



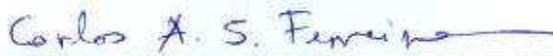
Prof. Dr. German Garabito Callapino
(Orientador)



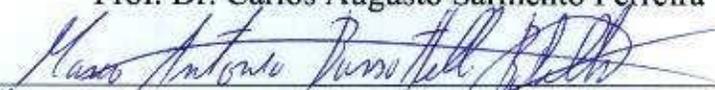
Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz



Prof. Dr. Paulo Eduardo Miranda Cunha



Prof. Dr. Carlos Augusto Sarmiento Ferreira



Prof. Dr. Marco Antônio Barsottelli Botelho

BELÉM - PARÁ
2012

Aos meus pais,
meus primeiros professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter proporcionado saúde, confiança e determinação para finalizar esta tese.

Em especial quero agradecer a minha grande esposa que Deus colocou em minha vida pelo seu apoio, compreensão, amor e carinho. “Amo você B“, minha eterna branquinha.

A minha filha Emanuelle pela compreensão nos momentos de ausência necessários para a concretização deste trabalho.

Aos meus pais, por não medirem esforços na minha criação e educação fazendo com que me tornasse uma pessoa de bem.

Ao Prof. Dr. German Garabito que me apresentou o tema desta tese, bem como pelo apoio, orientação, amizade e por todas as oportunidades oferecidas a minha pessoa para concretização do referido trabalho.

Ao Prof. Dr. João Carlos pelas valorosas contribuições dispensadas ao longo do desenvolvimento desta tese.

Aos membros da Banca Examinadora por aceitarem gentilmente participar deste processo.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Pará (FAPESPA), pelo apoio financeiro em forma de bolsa de estudo, nível de doutorado, durante todas as etapas desta pesquisa.

Ao amigo Carlos Sarmiento pelas longas e valorosas discussões via internet acerca do referido assunto, bem como aos seus incentivos em alguns momentos difíceis que precederam a conclusão deste trabalho.

Aos amigos Danilo Ferreira, Rafael Furtado pelo grande apoio durante minha estadia na cidade de Natal-RN, principalmente em um período que enfrentei um problema de saúde.

Ao amigo Williams Lima pela amizade constante.

Aos professores do CPGF.

A amiga Benildes Lopes por seu grande apoio e valorosa amizade.

A todos os amigos que de uma forma direta ou indireta cooperaram para a conclusão desta tese.

RESUMO

O método de migração do tipo Kirchhoff se apresenta na literatura como uma das ferramentas mais importantes de todo o processamento sísmico, servindo de base para a resolução de outros problemas de imageamento, devido ao um menor custo computacional em relação aos métodos que tem por base a solução numérica da equação da onda. No caso da aplicação em três dimensões (3D), mesmo a migração do tipo Kirchhoff torna-se dispendiosa, no que se refere aos requisitos computacionais e até mesmo numéricos para sua efetiva aplicação. Desta maneira, no presente trabalho, objetivando produzir resultados com uma razão sinal /ruído maior e um menor esforço computacional, foi utilizado uma simplificação do meio denominado 2.5D, baseado nos fundamentos teóricos da propagação de feixes gaussianos. Assim, tendo como base o operador integral com feixes gaussianos desenvolvido por Ferreira e Cruz (2009), foi derivado um novo operador integral de superposição de campos paraxiais (feixes gaussianos), o mesmo foi inserido no núcleo do operador integral de migração Kirchhoff convencional em verdadeira amplitude, para a situação 2,5D, definindo desta maneira um novo operador de migração do tipo Kirchhoff para a classe pré-empilhamento em verdadeira amplitude 2.5D (KGB, do inglês *Kirchhoff-Gaussian-Beam*). Posteriormente, tal operador foi particularizado para as configurações de medida afastamento comum (CO, do inglês *common offset*) e ângulo de reflexão comum (CA, do inglês *common angle*), ressaltando ainda, que na presente Tese foi também idealizada uma espécie de flexibilização do operador integral de superposição de feixes gaussianos, no que concerne a sua aplicação em mais de um domínio, quais sejam, afastamento comum e fonte comum. Nesta Tese são feitas aplicações de dados sintéticos originados a partir de um modelo anticlinal.

Palavras chave: Sísmica. Imageamento Sísmico. Feixes Gaussianos. Migração. Ângulo comum.

ABSTRACT

A Kirchhoff-type migration is considered in the geophysics literature as one of the most fundamental tools in seismic data processing, the base for solution of several imaging problems. In this respect, it must be considered its wide use and its successful history for the oil and gas industry, associated with its low computational cost and flexibility to deal with non-wavefield datasets when compared to other methods. However in 3D, even when compared to other existing and most effective methods, its computational cost and implementation is still considered high, due to several reasons: new acquisition technologies, data storage and burden, azimuth richness, etc. Thus the main objective of the present work is to implement and simulate migration results (i.e., images) with high signal-to-noise ratios and with a less computer burdens in 2.5D media, using the theoretical framework of Gaussian Beams (GBs). By considering one implementation of a superposition of GBs integral operator studied by Ferreira and Cruz (2009) and by the use of the stationary phase method (Bleistein, 2000), a new integral superposition migration operator using paraxial fields (i.e., GBs) was implemented and studied. Theoretically speaking, the present migration operator was inserted in the kernel of a conventional, 2.5D, true-amplitude, prestack Kirchhoff migration integral operator, thus defining a 2.5D prestack Kirchhoff-Gaussian Beam (KGB) migration operator. The present migration operator was later configured to hold common-offset (CO) and common-angle (CA) seismic acquisition configurations. I remark that in the present thesis one flexibility of the GB migration operator was idealized in order to handle its effective application in more the one sorting configuration, i.e., common-offset and common-source.

Key words: Seismic. Seismic Imaging. Gaussian Beam. Migration. Common Angle.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 2.1- Sistema de coordenadas do raio $(\sigma, \gamma_1, \gamma_2)$ com a representação do vetor vagarosidade \vec{p}_0 e de suas componentes.....20
- Figura 2.2 - Sistema de coordenadas centradas no raio. O vetor \vec{e}_3 é o raio unitário tangente em S enquanto que os vetores \vec{e}_1, \vec{e}_2 formam um sistema cartesiano de coordenadas em um plano perpendicular ao raio, tendo origem no ponto de interseção do referido plano com o raio central. As coordenadas atuais são determinadas por q_1, q_2 e q_321
- Figura 2.3 - Esboço de um tubo de raios em $2D$: γ_2 é o ângulo de partida do raio central, tendo em vista que os ângulos de partida dos raios paraxiais diferem de γ_2 por um incremento de ângulo $d\gamma_2$. O ponto F é chamado foco ou ponto cáustico de segunda ordem.....22
- Figura 2.4 - Representação esquemática 2,5D, onde a propagação da onda é 3D e as variações do meio ocorrem no plano (x_1, x_3) imediatamente abaixo da linha sísmica.....25
- Figura 3.1- Representação esquemática 3D de duas superfícies de tempos de trânsito τ_R (superfície de reflexão) e τ_D (superfície de difração) para uma configuração afastamento-comum: (a) R coincide com o ponto de reflexão R_R , nesta situação, τ_R e τ_D são tangentes para cada ponto; (b) R não coincide com o ponto de reflexão R_R , isto é, não há ponto de tangência, sendo que em ambos os casos o parâmetro ξ^* representa o ponto estacionário (BLEISTEIN et al., 2000).....38
- Figura 3.2- Representação esquemática de um raio que parte de uma fonte S , reflete em R e emerge em G , cujo ângulo de reflexão é determinado por α_R e os ângulos no ponto de incidência entre cada um dos ramos do raio e a direção vertical por $\alpha_R^i (i = S, G)$40
- Figura 3.3- Representação esquemática para o cálculo do tempo de difração para um ponto $R(x, z)$ em subsuperfície com velocidade constante c , para um par fonte (S) receptor (G) com coordenada x_m para o ponto médio e meio afastamento h44
- Figura 3.4- Geometria da reflexão em um meio com velocidade constante v para um par fonte-receptor, cuja trajetória de reflexão segue a seguinte disposição: $SR - RG$, onde, R possui as coordenadas (x, z) , com h representando o meio-afastamento e x_m a coordenada do ponto médio (Modificado, FOMEL et al., 1999).....48
- Figura 3.5- Representação esquemática da curva de empilhamento no domínio ângulo-comum, sendo a mesma traçada no espaço (X_m, h, t)48
- Figura 3.6- Representação esquemática da não verificação da condição $|\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2}$ ditada pelas equações que definem a curva de empilhamento no domínio CA (Modificado SANTIAGO, 2004).....49

Figura 3.7- Curvas de difração em CA sobre a pirâmide de difração para um ponto difrator R de coordenadas $x = 0.0$ e $z = 1000m$ em um meio com velocidade $c = 3000m/s$. As curvas variam de $\alpha_R = 10^\circ$ a $\alpha_R = 75^\circ$, com passo de 5° , sendo α_R crescente para o lado direito e esquerdo da pirâmide.....	50
Figura 3.8- Curvas de tempos de difração CA para um determinado ponto difrator com $x = 0.0m$, $z = 1000m$ e $c = 3000m/s$ para $\alpha_R = 2^\circ$ (cor vermelha) e $\alpha_R = 10^\circ$ (cor azul).....	58
Figura 3.9- Os pesos $w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$ para a migração com verdadeira amplitude, onde $\alpha_R = 2^\circ$ (cor amarela) e $\alpha_R = 10^\circ$ (cor verde).....	52
Figura 4.1- Representação esquemática 2D do processo de empilhamento das amplitudes utilizando os feixes gaussianos.....	55
Figura 5.1- Interpretação geométrica da técnica de migração Kirchhoff modificada na configuração de medida afastamento comum em um meio homogêneo.....	64
Figura 5.2- Curvas de difração nos domínios afastamento comum, CO (cor azul), fonte comum, CS (cor ciano) e ângulo comum, CA (cor preta) sobre a pirâmide de difração, para um ponto difrator R em ($x = 0.0$ e $z = 1000m$) em um meio com velocidade constante de $c=3000m/s$	65
Figura 5.3- Curvas de difração nos domínios afastamento comum, CO (cor azul), fonte comum, CS (cor ciano) e ângulo comum, CA (cor preta) sobre a pirâmide de difração, para um ponto difrator R em ($x=0.0$ e $z=1000m$) em um meio com velocidade constante de $c=3000m/s$, vista sob outra angulação.....	66
Figura 6.1- Modelo de velocidades constante, representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.....	69
Figura 6.2- Respostas ao impulso para um traço com afastamento $100m$. Esquerda: Kirchhoff convencional. Direita: Kirchhoff modificado.....	69
Figura 6.3- Seção sísmica sintética com afastamento constante $100m$ (dado de entrada) para o teste de migração sem ruído aleatório aditivo.....	70
Figura 6.4- Seção sísmica sintética com afastamento constante $100m$ (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.....	70
Figura 6.5- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	71
Figura 6.6- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	71
Figura 6.7- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.....	72

Figura 6.8- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.....	72
Figura 6.9- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	73
Figura 6.10- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	73
Figura 6.11- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 15.....	74
Figura 6.12- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 15.....	74
Figura 6.13- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.....	75
Figura 6.14- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.....	75
Figura 6.15- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.....	76
Figura 6.16- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.....	76
Figura 6.17- Seção sísmica sintética com afastamento constante 100m (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3.....	77
Figura 6.18- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3.....	77
Figura 6.19- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 3.....	77
Figura 6.20- Modelo de velocidades com gradiente vertical constante ($g = 0.7s^{-1}$), representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.....	78
Figura 6.21- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	79

Figura 6.22- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	79
Figura 6.23- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.....	80
Figura 6.24- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.....	80
Figura 6.25- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	81
Figura 6.26- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.....	81
Figura 6.27- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão / sinal ruído é igual a 15.....	82
Figura 6.28- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.....	82
Figura 6.29: Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.....	83
Figura 6.30- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal/ ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.....	83
Figura 6.31- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.....	84
Figura 6.32- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.....	84
Figura 6.33- Seção sísmica sintética com afastamento constante 500m (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3.....	85
Figura 6.34- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 3.....	85
Figura 6.35- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 3.....	85

Figura 7.1- Migração K-CA em profundidade considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 0^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	87
Figura 7.2- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 0^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	87
Figura 7.3- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 20^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	88
Figura 7.4- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 20^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	88
Figura 7.5- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 40^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	89
Figura 7.6- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 40^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.....	89
Figura 7.7- Migração K-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.....	90
Figura 7.8- Migração KGB-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7. aleatório.....	90
Figura 7.9- Migração K-CA em tempo, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.....	91
Figura 7.10- Migração KGB-CA em tempo, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.....	91
Figura 7.11- CIG referente ao processo K-CA em profundidade.....	92
Figura 7.12- CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade para a coordenada fixa $x=2500m$	92
Figura 7.13- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir do CIG referente ao processo K-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.....	93
Figura 7.14- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor vermelha: obtido a partir do CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.....	93
Figura A1- Representação esquemática de um sistema de coordenadas centradas no raio.....	101
Figura A2 - Sistema de coordenadas centrado no raio (s, n) . A base deste novo sistema de coordenadas é formada por dois vetores unitários t e n , onde t é um vetor unitário tangente e n é um vetor unitário perpendicular ao raio \mathcal{Q}	102

Figura A3-Representação esquemática da propagação de um feixe gaussiano em um meio com velocidade constante.....104

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	ESTRUTURA DA TESE	19
2	TEORIA DO RAIOS: UMA BREVE REVISÃO	22
2.1	EQUAÇÃO DA ELASTODINÂMICA	22
2.2	EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA	24
2.3	EQUAÇÕES ICONAL E DE TRANSPORTE	24
2.4	SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO ICONAL	26
2.5	CONDIÇÕES INICIAIS PARA UMA FONTE PONTUAL 3D	27
2.6	SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE	27
2.7	TEORIA PARAXIAL DO RAIOS E TRAÇAMENTO DINÂMICO DO RAIOS	29
2.8	PROPAGAÇÃO DA ONDA NA SITUAÇÃO 2,5D	33
2.9	EQUAÇÕES DO RAIOS 2,5D	34
2.10	AMPLITUDES 2,5D	34
2.11	ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO 2,5D	35
2.12	TRAÇAMENTO DINÂMICO DO RAIOS EM 2,5D	35
3	OPERADORES DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF	37
3.1	OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF 2.5D EM VERDADEIRA AMPLITUDE	37
3.1.1	Função peso 2,5D	40
3.2	OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM VERDADEIRA AMPLITUDE NO DOMÍNIO AFASTAMENTO COMUM (CASO 2,5D)	42
3.2.1	Casos analíticos para um migração em verdadeira amplitude no domínio afastamento comum	43
3.2.1.1	Velocidade constante	43
3.2.1.2	Gradiente constante	45
3.3	OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM VERDADEIRA AMPLITUDE NO DOMÍNIO ÂNGULO COMUM (CASO 2,5D)	46

3.3.1 Casos analíticos para uma migração Kirchhoff 2,5D em verdadeira amplitude no domínio ângulo comum	47
3.3.1.1 Curva de difração	47
3.3.1.2 Função peso	50
3.3.2 Descrição do algoritmo de migração K-CA	52
4 SUPERPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS PARA A SITUAÇÃO 2,5D	54
4.1 INTEGRAL DE SUPERPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS PARA A SITUAÇÃO 2,5D	54
4.1.1 Integral de superposição de feixes gaussianos para a configuração afastamento Comum	57
4.1.2 Integral de superposição de feixes gaussianos para a configuração fonte comum	58
4.2 CASOS ANALÍTICOS	59
4.2.1 Velocidade constante	59
4.2.1.1 Afastamento comum	59
4.2.1.2 Fonte comum	60
4.2.2 Gradiente constante	61
4.2.2.1 Afastamento comum	61
4.2.2.2 Fonte comum	62
5 OPERADORES DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF MODIFICADOS	63
5.1 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF 2,5D MODIFICADO NO DOMÍNIO AFASTAMENTO COMUM	63
5.2 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOF 2,5D MODIFICADO NO DOMÍNIO ÂNGULO COMUM	65
5.2.1 Principais passos do algoritmo KGB-CA	67
6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS A APARTIR DE DADOS SINTÉTICO NO DOMÍNIO CO	68
6.1 MEIO HOMOGENEO	68
6.1.1 Resposta ao impulso	69

6.1.2 Migração K-PSTM e KGB-PSTM sem ruído	70
6.1.3 Migração K-PSTM e KGB-PSTM com ruído	72
6.1.4 Migração K-PSDM e KGB-PSDM sem ruído	73
6.1.5 Migração K-PSDM e KGB-PSDM com ruído	74
6.2 AMPLITUDES VERDADEIRAS (MEIO HOMOGÊNEO)	75
6.3 MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE	78
6.3.1 Migração K-PSTM e KGB-PSTM sem ruído	78
6.3.2 Migração K-PSTM e KGB-PSTM com ruído	79
6.3.3 Migração K-PSDM e KGB-PSDM sem ruído	81
6.3.4 Migração K-PSDM e KGB-PSDM com ruído	82
6.4 AMPLITUDES VERDADEIRAS (MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE)	83
7 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS A PARTIR DE UM DADO SINTÉTICO NO DOMÍNIO CA	86
7.1 MIGRAÇÃO K-CA E KGB-CA SEM RUÍDO	86
7.2 MIGRAÇÃO K-CA E KGB-CA SOMADAS COM RUÍDO	90
7.3 AMPLITUDES VERDAEIRAS (MEIO HOMOGÊNEO)	92
8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	94
REFERÊNCIAS	96
APÊNDICES	100
APÊNDICE A- PROPAGAÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS EM 2,5D	101
APÊNDICE A.1- MEIO HOMOGÊNEO CASO 2,5D	103
APÊNDICE B- RELAÇÕES ENTRE OS ELEMENTOS DAS MATRIZES PROPAGADORAS T e H	105
APÊNDICE C- MARIZES DA ZONA DE FRESNEL E ZONA DE FRESNEL PROJETADA	107

APÊNDICE C.1- PARÂMETRO H_p PARA UMA MEDIDA DE CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO COMUM (VELOCIDADE CONSTANTE)	108
APÊNDICE C.2- PARÂMETRO H_p PARA UMA MEDIDA DE CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO COMUM (GRADIENTE CONSTANTE)	108
APÊNDICE D- MATRIZES DA ZONA DE FRESNEL E ZONA FRESNEL PROJETADA EM CONDIÇÕES COMPLEXAS (SITUAÇÃO 2,5D)	109
APÊNDICE D.1- FORMA ANALÍTICA PARA O PARÂMETRO H_p NAS CONFIGURAÇÕES AFASTAMENTO COMUM E FONTE COMUM EM CONDIÇÕES COMPLEXAS (CASO 2,5D)	111
APÊNDICE E- MEIA LARGURA DE UM FEIXE GAUSSIANO (CASO 2,5D)	112
APÊNDICE E.1-VELOCIDADE CONSTANTE	112
APÊNDICE E.2- GRADIENTE CONSTANTE	113
APÊNDICE F- PESO PARA A MIGRAÇÃO NO DOMÍNIO CA (MEIO HOMOGÊNEO)	114

1 INTRODUÇÃO

Em todos os ambientes geológicos, dos mais simples aos mais complexos, a realização de um imageamento consiste em uma tarefa que apresenta três problemas fundamentais, quais sejam: a imagem se apresenta com baixa resolução, tem seu formato errôneo e se encontra posicionada no local errado. Assim, uma imagem interpretável significa obter-se uma energia sísmica focalizada e bem definida, com o formato correto e em sua posição verdadeira, isto é, quanto mais definida for a imagem e quanto mais verdadeira sua posição e formato, mais precisamente a estrutura poderá ser avaliada e explorada. Neste sentido, o método que define, modela e localiza a imagem denomina-se “migração”, a qual representa uma das etapas mais importantes de todo processamento sísmico, em virtude da mesma transformar (migrar) os dados sísmicos em uma imagem da região de interesse em subsuperfície a ser interpretada.

Existem diferentes tipos de migração e todas são consideradas como métodos no processo de imageamento, cada um com suas vantagens e desvantagens. Assim, a migração tem como objetivo principal, fornecer a imagem dos refletores de interesse em subsuperfície. Em virtude desta importância, ao longo dos anos foram desenvolvidos métodos de migração com o propósito de melhorar cada vez mais a resolução das imagens em subsuperfície. Dentre os métodos citados acima se destaca o método de migração tipo Kirchhoff (SCHNEIDER, 1978; BLEISTEIN, 1987; SCHLEICHER et al., 1993; TYGEL et al., 1996), o qual é extensamente utilizado na indústria de petróleo para obter imagens da subsuperfície a partir do dado sísmico. A migração tipo Kirchhoff é bastante versátil, visto permitir migrar dados completos ou apenas parte dele, no entanto, a referida migração faz um amplo uso da teoria do raio de ordem zero, como forma de encontrar a função de Green do problema de imageamento, sendo esta teoria aplicada de forma efetiva em meios suaves. Desta forma, alguns fenômenos de propagação da onda, como por exemplo, as difrações observadas em ambientes, onde a geologia do meio é complexa ou em meios que apresentam fortes variações laterais de velocidades, não podem ser simuladas de forma adequada. Somado a estes fatos, existem outras restrições vinculadas à teoria do raio de ordem zero, as quais se referem às singularidades ocasionais advindas da ocorrência de cáusticas (cruzamento de raios) ao longo do caminho de um determinado raio especular, das zonas de sombra, etc. Assim, havendo a necessidade crescente de melhorar a qualidade das imagens, estudiosos vem desenvolvendo pesquisas de imageamento sísmico (ALBERTIN et al., 2004; BLEISTEIN, 2008;

HILL, 1990, 2001; FERREIRA, 2007; FERREIRA; CRUZ, 2004a, 2005a, 2005b, 2005c, 2005d, 2009; GRAY; BLEISTEIN, 2009; POPOV et al., 2010, PROTASOV; TCHEVERDA, 2011), pesquisas estas que se utilizam das vantagens do método de feixes gaussianos (do inglês *Gaussian Beams* ou *GB's*) na solução da equação da onda sísmica, tais vantagens sendo apresentadas em Cervený (1982, 1983, 1985, 2000), Popov(1982, 2002), Müller (1984), Novack (2003), Žáček (2006), Kravtsov et al., (2007)). Todas estas pesquisas estabelecem que a técnica de migração que utiliza os fundamentos teóricos dos *GB's*, torna-se uma técnica poderosa de imageamento sísmico, com precisão comparável às migrações que utilizam a solução da equação da onda, bem como, quando comparadas à flexibilidade e confiabilidade das migrações do tipo Kirchhoff.

Diante do exposto, o presente trabalho abordará uma integral de migração denominada migração Kirchhoff 2,5D em verdadeira amplitude (TYGEL et al., 1996), aplicada a uma classe de migração pré-empilhamento em tempo e/ou profundidade. Contudo, tal integral será modificada em seu núcleo, através de uma aproximação do campo de ondas, definida por um operador integral de superposição de feixes gaussianos, como função de Green do problema de imageamento no domínio do afastamento fonte-receptor constante (CO, do inglês *common offset*) e ângulo de reflexão comum (CA, do inglês *common angle*) similarmente a Ferreira e Cruz (2009).

1.1 ESTRUTURA DA TESE:

Além deste capítulo introdutório, esta tese é composta pelos seguintes capítulos:

Capítulo 2 - São apresentadas as idéias básicas e fórmulas estabelecidas pela teoria do raio de ordem zero, inicialmente em 3D e posteriormente em 2,5D dentro de um contexto resumido.

Capítulo 3 - É apresentada a forma analítica do operador de migração Kirchhoff 2,5D em sua forma geral, bem como sua particularização para as configurações de medida CO e CA. Ainda neste capítulo, são obtidas expressões matemáticas para os seguintes parâmetros: linhas de empilhamento, fatores de espalhamento geométrico, fatores de correção, abertura de migração e para a função peso de migração, segundo uma distribuição de velocidades vertical simples

(velocidade constante e gradiente constante), levando-se em consideração o domínio CO e CA, sendo neste último apenas para velocidade constante.

Capítulo 4 - É apresentado um operador de superposição de feixes gaussianos para situação 2,5D, evidenciando sua flexibilidade, no que se refere a sua utilização em mais de um domínio, por exemplo, afastamento comum e fonte comum, com suas devidas parametrizações para um meio com velocidade constante e gradiente constante.

Capítulo 5 - Neste capítulo a integral de migração Kirchhoff 2,5D em verdadeira amplitude é modificada, através da inserção de um operador de superposição de feixes gaussianos em seu núcleo para o domínio CO e CA.

Capítulo 6 - Inicialmente, são apresentados resultados numéricos da aplicação do operador KGB em dois dados sintéticos simples, quais sejam meio com velocidade constante e gradiente constante, tanto no tempo quanto na profundidade. Para efeito comparativo os mesmos dados também são migrados através da utilização do método de migração Kirchhoff convencional (K). Ainda neste capítulo mostra-se uma comparação entre os coeficientes de reflexão advindos da modelagem com os coeficientes de reflexão estimados através das migrações K e KGB.

Capítulo 7 - É apresentado um resultado obtido pelo operador de migração KGB no domínio CA em um dado sintético simples, considerando uma distribuição de velocidade constante. Para efeito de comparação foi implementado no mesmo dado a migração Kirchhoff no referido domínio. Em seguida, similarmente ao que foi mostrado no Capítulo 6, apresenta-se uma comparação entre os coeficientes de reflexão oriundos da modelagem com suas respectivas estimativas, obtidas através dos processos de migração K e KGB.

Capítulo 8 - Conclusões e algumas perspectivas referente ao algoritmo KGB-CA proposto nesta tese.

Referências – São listados todos os trabalhos da literatura usados nesta tese.

Apêndices – A- Propagação de feixes gaussianos em 2,5D; A.1- Meio homogêneo (Caso 2,5D); B- Ralações entre os elementos das matrizes propagadoras \mathbf{T} e $\mathbf{\Pi}$; C- Matrizes da zona de Fresnel e zona de Fresnel projetada; C.1- Parâmetro H_p para uma medida de configuração afastamento comum (Velocidade constante); D- Matrizes da zona de Fresnel e zona de Fresnel projetada em condições complexas (Situação 2,5D); D.1- Fórmula analítica para o parâmetro H_p nas configurações afastamento comum e fonte comum em condições complexas (Caso 2,5D); E- Meia largura de um feixe gaussiano (Caso 2,5D); E.1- Velocidade constante; E.2- Gradiente constante; F- Peso para a migração no domínio CA (Meio homogêneo).

2 TEORIA DO RAIOS: UMA BREVE REVISÃO

A Teoria do Raio soluciona a equação da onda elástica, utilizando uma série assintótica no limite de altas frequências (ČERVENÝ; RAVINDRA, 1971), sendo a mesma efetivamente aplicada em meios suaves, onde o comprimento de onda é muito menor, quando comparados com as dimensões características do meio que se deseja obter informações. Estas, se referindo aos aspectos cinemáticos (cálculos dos raios, tempos de trânsito e frentes de onda), bem como aos aspectos dinâmicos, principalmente a amplitude.

2.1 EQUAÇÃO DA ELASTODINÂMICA

A equação da elastodinâmica descreve o movimento de uma partícula em um determinado meio, onde as propriedades e os parâmetros físicos são tratados como funções contínuas e suaves. Neste sentido, seja uma partícula dentro de um corpo sólido com um volume V e uma superfície limite S , nestas condições a segunda lei de Newton da Mecânica pode ser escrita na forma:

$$\iiint_V \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} dV = \iiint_V \vec{f} dV + \iint_S \vec{T}(\vec{n}) dS, \quad (2.1)$$

onde, $\vec{u}(\vec{x}, t)$ é o vetor deslocamento, t o tempo, $\rho(\vec{x})$ a densidade do corpo, \vec{f} a densidade das forças externas e $\vec{T}(\vec{n})$ a tração que age no volume V da partícula pela superfície limite S , sendo \vec{n} normal à superfície limite. Na forma diferencial, a Equação (2.1) é dada por (ver, por exemplo, Aki & Richards (1980), capítulo 2):

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = f_j + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.2)$$

onde, τ é um tensor simétrico de segunda ordem, que descreve a condição de tensão em qualquer ponto $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ em subsuperfície sob a condição de um deslocamento infinitesimal.

O conjunto das três Equações (2.2) é denominado de equação do movimento para um meio contínuo. Para resolver esta equação matemática, que descreve a propagação das ondas, torna-se necessário que a mesma seja especificada em termos do deslocamento u_j , utilizando uma relação entre a tensão e a deformação. Estes tensores são mutuamente dependentes, assim, supondo deformações lineares pequenas e um sólido anisotrópico perfeitamente elástico, a lei de Hooke generalizada é determinada por:

$$\tau_{ij} = c_{ijkl} e_{kl}, \quad (2.3)$$

onde, o tensor tensão τ_{ij} relaciona-se linearmente com o tensor deformação e_{kl} , através do tensor de parâmetros elásticos de quarta ordem c_{ijkl} , o qual especifica as propriedades elásticas do meio. Os tensores tensão e deformação são simétricos, isto é:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}; e_{kl} = e_{lk}, \quad (2.4)$$

tendo como consequência imediata as seguintes simetrias:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk} = c_{klij}. \quad (2.5)$$

Assim, o número de componentes independentes do tensor de parâmetros elásticos c_{ijkl} , diminui de 81 para 21, podendo assim representar os nove elementos do tensor deformação pela seguinte equação:

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (2.6)$$

Observa-se que as componentes de deformação dependem linearmente das derivadas das componentes do deslocamento. Desta maneira, substituindo (2.6) em (2.3), obtém-se:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + c_{ijlk} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (2.7)$$

Ainda simplificando a Equação (2.7) usando a propriedade de simetria $c_{ijkl} = c_{ijlk}$ e inserindo o resultado na Equação (2.2), tem-se:

$$\rho \frac{u_j}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) = f_j. \quad (2.8)$$

A Equação (2.8) é denominada equação da elastodinâmica para um meio anisotrópico não homogêneo perfeitamente elástico, estando implícito um sistema hiperbólico de três equações diferenciais parciais de segunda ordem, não admitindo solução analítica em sua forma geral. No entanto, como as propriedades elásticas para muitos materiais são independentes de direção ou orientação em um meio isotrópico, o tensor c_{ijkl} pode ser expresso por apenas dois parâmetros elásticos independentes, λ e μ , denominados parâmetros de Lamé (AKI; RICHARDS, 1980), isto é:

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (2.9)$$

onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker, i.e., $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$.

Nestas condições, a equação da onda elástica para um meio isotrópico não homogêneo perfeitamente elástico, não considerando o termo que representa a fonte ($\vec{f} = 0$) é expressa por:

$$(\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \nabla^2 \vec{u} + \nabla \lambda (\nabla \cdot \vec{u}) + \nabla \mu \times (\nabla \times \vec{u}) + 2(\nabla \mu \cdot \nabla) \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (2.10)$$

sendo ∇ , $\nabla \cdot$ e $\nabla \times$ os operadores matemáticos denominados, gradiente, divergente e rotacional, respectivamente.

2.2 EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA

A propagação do campo de ondas acontece através de um determinado meio, o qual pode apresentar a ocorrência de fluidos, que em geral estão contidos em camadas geológicas representando deformações nas condições de rigidez, afetando assim a propagação do campo. Em outras palavras, um fluido é caracterizado por não suporta tensões de corte e por isso considera-se que $\mu = 0$, ou seja, não tem rigidez (onde μ é o módulo de rigidez). Dessa forma, tal fato caracteriza uma aproximação para um meio sólido (caso acústico), muito utilizada na prospecção sísmica. Assim, a Equação (2.10) simplifica-se em:

$$\nabla(\lambda \nabla \cdot \vec{u}) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \quad (2.11)$$

Para tanto, se faz necessário a substituição do vetor deslocamento $\vec{u}(\vec{x}, t)$ da Equação (2.11) pela pressão definida por:

$$P(\vec{x}, t) = -\lambda \nabla \cdot \vec{u}(\vec{x}, t), \quad (2.12)$$

obtendo-se a chamada equação da onda acústica:

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho} \nabla P \right) = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (2.13)$$

Para um meio com densidade ρ constante, a Equação (2.13) transforma-se em:

$$\Delta P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (2.14)$$

sendo Δ o operador matemático denominado Laplaciano e $c = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}}$ a velocidade de propagação da onda acústica.

2.3 EQUAÇÕES ICONAL E DE TRANSPORTE

Considerando uma região do espaço, onde os efeitos ondulatórios podem ser observados (campo de ondas), deve-se procurar uma solução aproximada de alta frequência harmônica no tempo na seguinte forma:

$$P(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} U(\vec{x}), \quad (2.15)$$

sendo ω uma frequência angular. Assim, inserindo (2.15) em (2.14), obtém-se a equação da onda reduzida, denominada equação de Helmholtz para o domínio da frequência:

$$\left(\Delta + \frac{\omega^2}{c^2}\right)U = 0. \quad (2.16)$$

Neste sentido, para determinação das equações iconal e de transporte, deve-se assumir uma densidade constante ρ e uma velocidade variável $c = c(\vec{x})$, buscando assim, uma solução na forma:

$$U = e^{-i\omega\tau}A(\vec{x}), \quad (2.17)$$

onde, $\tau = \tau(\vec{x})$ é denominado iconal e $A(\vec{x})$ a amplitude. Supondo que a frequência angular seja alta e inserindo a Equação (2.17) na equação reduzida da onda (2.16), obtém-se:

$$e^{i\omega\tau} \left\{ \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} - (\nabla\tau)^2 \right) A + i\omega(2\nabla\tau \cdot \nabla A + \Delta\tau A) + \Delta A \right\} = 0, \quad (2.18)$$

onde, ∇ e Δ são os operadores matemáticos denominados gradiente e laplaciano, respectivamente. Desta maneira, igualando a zero os coeficientes do polinômio do segundo grau em ω da equação acima, tem-se:

$$\omega^0: \Delta A = 0, \quad (2.19)$$

$$\omega^1: 2\nabla\tau \cdot \nabla A + \Delta\tau A = 0, \quad (2.20)$$

$$\omega^2: (\nabla\tau)^2 - \frac{1}{c^2} = 0. \quad (2.21)$$

Assumindo que a Equação (2.19) é satisfeita, tem-se que as Equações (2.20) e (2.21) denominam-se, respectivamente, equação de transporte e equação do iconal, onde esta última resolve a parte cinemática do problema, enquanto que a primeira soluciona a parte dinâmica. Deste modo, um procedimento para encontrar a solução das Equações (2.20) e (2.21), caracteriza-se em determinar primeiramente a solução da Equação (2.21) e em seguida inseri-la na Equação (2.20) determinando assim, uma solução para a amplitude.

É válido ressaltar que a Equação (2.16) não satisfaz de forma exata os restos da Equação (2.18). No entanto, considerando ΔA pequeno, a equação da onda pode ser aproximada localmente pelas equações iconal e transporte, porém podendo o termo ΔA aumentar ao longo do raio. Neste sentido, para diminuir uma provável discrepância, em virtude deste aumento, uma série infinita para U é introduzida, denominada série do raio, isto é:

$$U = e^{i\omega\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A(\vec{x})}{(-i\omega)^n}. \quad (2.22)$$

Assim, substituindo (2.22) em (2.16), obtém-se novamente a equação eikonal (2.21) e um conjunto periódico de equações de transporte, ou seja:

$$2\nabla\tau \cdot \nabla A_{n+1} + \Delta\tau A_{n+1} = \Delta A_n, \quad n = -1, 0, 1 \dots; \quad A_{-1} = 0. \quad (2.23)$$

O termo de amplitude de ordem-zero é caracterizado para $n=-1$ na Equação (2.23), obtendo-se (2.20). A maioria dos trabalhos científicos vincula-se à teoria do raio de ordem zero, pois é muito difícil controlar condições de ordem mais altas. No entanto, as Equações (2.20) e (2.21) nesse formalismo permanecem simples até mesmo se a equação da onda acústica possuir uma densidade ρ variável.

2.4 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO ICONAL

A equação iconal representa uma equação diferencial parcial não-linear de primeira ordem para o tempo de trânsito $\tau(\vec{x})$, este denominado iconal da Equação (2.17). A equação iconal definida pela relação $t = \tau(\vec{x})$ e tendo como curvas características os raios e a frente de onda num instante t pode ser resolvida através do método das características (BRONSTEIN; SEMENDJAJEW, 1991), o qual tem como objetivo principal converter uma equação diferencial parcial em um sistema de equações ordinárias (sistema de traçamento de raios), que descrevem a trajetória do raio, sendo que esta conversão é determinada através de quantidades auxiliares não pertencentes às quantidades originais do problema.

O sistema de traçamento de raios em coordenadas Cartesianas é formado pelas equações (ČERVENÝ, 2001):

$$\frac{dx_i}{d\sigma} = p_i; \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.24)$$

$$\frac{dp_i}{d\sigma} = -\frac{1}{c^3} \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{c^2} \right); \quad i = 1, 2, 3, \quad (2.25)$$

onde, $c = c(\vec{x}) = (x_1, x_2, x_3)$ é a velocidade da onda, $p_i = \frac{\partial \tau}{\partial x_i}$ as componentes do vetor vagarosidade $\vec{p} = \nabla\tau$ em coordenadas cartesianas e σ um parâmetro que representa uma função monótona ao longo de toda a trajetória do raio calculado por:

$$\sigma = \sigma_0 + \int_{s_0}^s c(s) ds, \quad (2.26)$$

com s representando o comprimento de arco ao longo de um raio e σ_0 um parâmetro inicial do referido raio.

2.5 CONDIÇÕES INICIAIS PARA UMA FONTE PONTUAL 3D

A solução do sistema de traçamento de raios definido pelas Equações (2.24) e (2.25) necessita de uma especificação em relação as suas condições iniciais. Assim, considerando uma fonte pontual 3D vinculada a um meio isotrópico, tais condições podem ser expressas como segue (ČERVENÝ, 2001):

$$\vec{x}(\gamma_3 = 0, \gamma_1, \gamma_2) = \vec{x}_0, \quad (2.27)$$

$$\vec{p}(\gamma_3 = 0, \gamma_1, \gamma_2) = \vec{p}_0 = \frac{1}{c(\vec{x}_0)} (\text{sen}(\gamma_1) \cos(\gamma_2), \text{sen}(\gamma_1)\text{sen}(\gamma_2), \cos(\gamma_1)), \quad (2.28)$$

onde, \vec{x}_0 é um ponto de partida, γ_1 o ângulo que o vetor \vec{p}_0 faz com a direção x_3 e γ_2 o ângulo que a projeção de \vec{p}_0 no plano (x_1, x_2) faz com a direção x_1 (ver, Figura 2.1).

2.6 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE TRANSPORTE

A equação de transporte é uma equação diferencial linear de primeira ordem para a propriedade dinâmica da onda $A(\vec{x})$ (amplitude), cuja solução permite avaliar o deslocamento da partícula. Esta equação pode ser reescrita como uma equação diferencial ordinária ao longo da trajetória do raio, usando as coordenadas do mesmo, expressa por (ČERVENÝ, 2001):

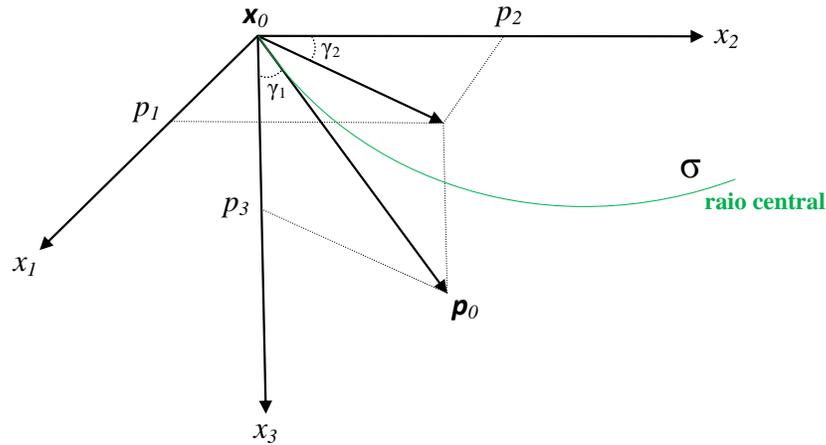
$$\frac{2}{c^2} \frac{\partial A}{\partial \sigma} + \frac{A}{cJ} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{J}{c} \right) = 0, \quad (2.29)$$

onde, o parâmetro J (Jacobiano do raio) tem como regra operacional fazer a mudança das coordenadas do raio $\sigma, \gamma_1, \gamma_2$ para as coordenadas cartesianas x_1, x_2, x_3 , além de ser igual a zero, quando a curvatura da frente de onda tende para o infinito, caracterizando assim, os chamados pontos cústicos ou singulares, os quais acarretam problemas para a propriedade dinâmica da onda (ver, Figura 2.3). Portanto, em uma interpretação geométrica, J representa a densidade do campo do raio, o qual pode ser expresso como um funcional determinante, ou seja:

$$J = \frac{1}{c} \left| \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(\sigma, \gamma_1, \gamma_2)} \right|, \quad (2.30)$$

onde, σ é um parâmetro monotônico ao longo do raio (ver, Figura 2.1).

Figura 2.1 - Sistema de coordenadas do raio $(\sigma, \gamma_1, \gamma_2)$ com a representação do vetor vagarosidade \vec{p}_0 e de suas componentes.



Contudo, a Equação (2.29) pode ser resolvida por separação de variáveis, tendo como implicação a obtenção do termo principal para amplitude, como segue:

$$A = \frac{c(\gamma_1, \gamma_2)}{\sqrt{\frac{J}{c}}}, \quad (2.31)$$

onde, C é a constante de integração dependente apenas dos parâmetros de partida γ_1, γ_2 (ver, Figura 2.1).

Observa-se que a solução da equação de transporte foi reduzida ao cálculo do Jacobiano do raio, com o propósito de identificar os dados iniciais do mesmo, isto é, a constante de integração. Sendo assim, devido ao fato das frentes de onda serem conhecidas, a avaliação de J pode ser resolvida numericamente (POPOV, 2002). Por outro lado, desprezando o termo que inclui o gradiente de velocidade em (2.29) e fazendo utilização da relação $\frac{dx_i}{d\sigma} = p_i$ (ver, (2.24)) simultaneamente com o lema de Smirnov (PORTUGAL, 2002), a equação diferencial (2.29) pode ser reescrita em uma equação diferencial ordinária expressa por:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(A^2) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln\left(\frac{c}{J}\right). \quad (2.32)$$

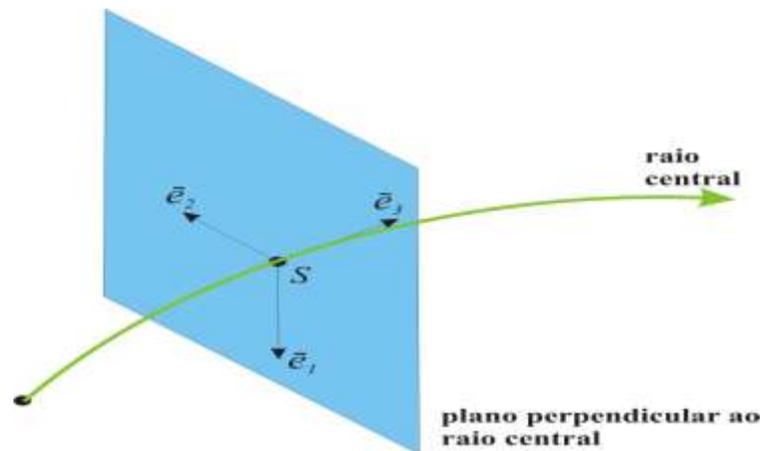
Assim, integrando ambos os membros de (2.32) na variável σ , tem-se como implicação uma expressão analítica para estimar o valor do parâmetro amplitude $A(\vec{x})$, isto é:

$$A(\sigma) = A(\sigma_0) \sqrt{\frac{c(\sigma)J(\sigma_0)}{c(\sigma_0)J(\sigma)}}. \quad (2.33)$$

2.7 TEORIA PARAXIAL DO RAIOS E TRAÇAMENTO DINÂMICO DO RAIOS

A amplitude do raio não pode ser calculada sem a avaliação do J , assim, a avaliação do mesmo e de algumas outras características geométricas da frente de onda na vizinhança de um raio central conhecido, pode ser feita durante um procedimento denominado traçamento dinâmico do raio. O sistema de traçamento dinâmico do raio pode ser expresso em diversas formas e em vários sistemas de coordenadas, no entanto, uma simples forma pode ser obtida em coordenadas centradas no raio q_1, q_2 e q_3 . O sistema de coordenadas centradas no raio é um sistema ortogonal curvilíneo introduzido de tal forma, que o próprio raio representa o terceiro eixo do sistema, os outros são formados por duas linhas perpendiculares entre si, intersectando o raio num plano perpendicular (ver, Figura 2.2). Os vetores unitários do sistema podem ser construídos a partir dos raios tangente, normal e binormal. Maiores detalhes a respeito deste sistema podem ser encontrados em Červený (2001).

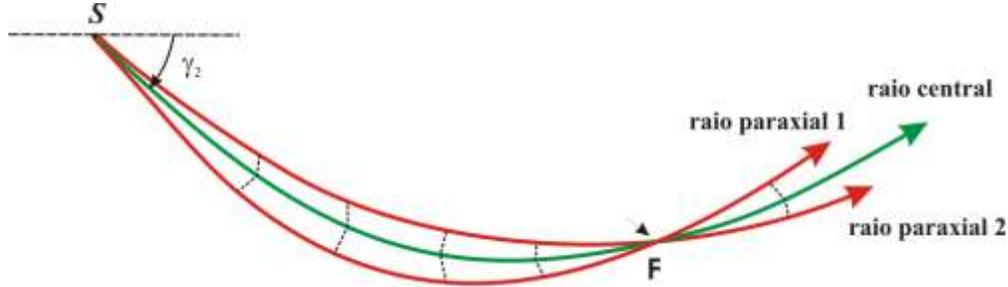
Figura 2.2 - Sistema de coordenadas centradas no raio. O vetor \vec{e}_3 é o raio unitário tangente em S enquanto que os vetores \vec{e}_1, \vec{e}_2 formam um sistema cartesiano de coordenadas em um plano perpendicular ao raio, tendo origem no ponto de interseção do referido plano com o raio central. As coordenadas atuais são determinadas por q_1, q_2 e q_3 .



No sistema de coordenadas centradas no raio, a equação iconal pode ser usada para derivar um simples sistema de equações diferenciais ordinárias lineares de primeira ordem para raios situados na vizinhança de um raio central. Estes raios são denominados raios paraxiais, tendo como sistema relevante o sistema de traçamento do raio paraxial, onde o volume coberto por tais raios denomina-se tubo de raios (ver, Figura 2.3). A partir do traçamento do sistema de raios paraxiais, obtém-se imediatamente o sistema de traçamento dinâmico do raio, o qual é

composto de quatro equações diferenciais ordinárias lineares de primeira ordem. Nota-se que os dois sistemas são bastante conectados, porém, possuindo um significado físico diferente nas quantidades calculadas.

Figura 2.3 - Esboço de um tubo de raios em 2D: γ_2 é o ângulo de partida do raio central, tendo em vista que os ângulos de partida dos raios paraxiais diferem de γ_2 por um incremento de ângulo $d\gamma_2$. O ponto F é chamado foco ou ponto cáustico de segunda ordem.



Usando as coordenadas centradas no raio q_1, q_2 e q_3 , as coordenadas do raio $\sigma, \gamma_1, \gamma_2$ e a relação abaixo:

$$J_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} = \left| \frac{\partial(x_1, x_2, x_3)}{\partial(\sigma, \gamma_1, \gamma_2)} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} = c_0 \left| \frac{\partial(q_1, q_2)}{\partial(\gamma_1, \gamma_2)} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}}, \quad (2.34)$$

onde, o índice 0 denota os parâmetros do raio central, pode-se reescrever (2.31), como segue:

$$A = \frac{c(\gamma_1, \gamma_2)}{\sqrt{\frac{1}{c} \left| \frac{\partial(q_1, q_2)}{\partial(\gamma_1, \gamma_2)} \right|}} \Bigg|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}}. \quad (2.35)$$

Desta forma, introduzindo uma notação adicional em (2.35):

$$\begin{aligned} Q_{1,1} &= \frac{\partial q_1}{\partial \gamma_1} \Bigg|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} & Q_{1,2} &= \frac{\partial q_1}{\partial \gamma_2} \Bigg|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} \\ Q_{2,1} &= \frac{\partial q_2}{\partial \gamma_1} \Bigg|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} & Q_{2,2} &= \frac{\partial q_2}{\partial \gamma_2} \Bigg|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} \end{aligned} \quad (2.36)$$

e definindo:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_{1,1} & Q_{1,2} \\ Q_{2,1} & Q_{2,2} \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

obém-se a seguinte equação:

$$A = \frac{c_0(\gamma_1, \gamma_2)}{\sqrt{\frac{1}{c_0} |\det Q|}}. \quad (2.38)$$

Esta é a expressão para a amplitude avaliada num raio central de um tubo de raios (POPOV, 2002). Note que as condições $\gamma_1 = \gamma_{10} = \gamma_{20}$ poderiam também ter sido expressas por $q_1, q_2 = 0$.

Assim, introduzindo a transformação da matriz \mathbf{P} de coordenadas do raio para componentes centradas no raio do vetor vagarosidade \vec{p} , tem-se:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} \\ P_{2,1} & P_{2,2} \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

com as componentes sendo:

$$\begin{aligned} P_{1,1} &= \left. \frac{\partial p_1}{\partial \gamma_1} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} & P_{1,2} &= \left. \frac{\partial p_1}{\partial \gamma_2} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} \\ P_{2,1} &= \left. \frac{\partial p_2}{\partial \gamma_1} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} & P_{2,2} &= \left. \frac{\partial p_2}{\partial \gamma_2} \right|_{\gamma_1=\gamma_{10}=\gamma_{20}} \end{aligned} \quad (2.40)$$

e utilizando a matriz V , cujos os componentes contém as segundas derivadas da velocidade c em relação a q ao longo do raio central, isto é:

$$V_{ik} = \left. \frac{\partial^2 c}{\partial q_i \partial q_k} \right|_{q_1=q_2=0}, \quad i, k = 1, 2, \quad (2.41)$$

tem-se que o sistema de traçamento dinâmico do raio é definido da seguinte forma (ČERVENÝ, 2001):

$$\frac{d\mathbf{Q}}{ds} = c\mathbf{P}; \quad \frac{d\mathbf{P}}{ds} = \frac{1}{c^2} \mathbf{V}\mathbf{Q} \leftrightarrow \frac{d}{ds} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & c\mathbf{I} \\ -\frac{\mathbf{V}}{c^2} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{P} \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

onde, s é o comprimento do arco ao longo do raio central, podendo o mesmo ser substituído por qualquer parâmetro monotônico, por exemplo, o tempo de trânsito.

Para efeito de manipulação, uma forma compactada do sistema (2.42) pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{d\mathbf{W}}{ds} = \mathbf{S}\mathbf{W}, \quad (2.43)$$

com $\mathbf{W} = (\mathbf{Q}, \mathbf{P})^T$ e \mathbf{S} sendo a matriz dos coeficientes. Existe uma matriz fundamental 4×4 denominada matriz propagadora do sistema (2.42) ou simplesmente matriz propagadora do raio definida por (ČERVENÝ, 2001):

$$\mathbf{\Pi}(S, G) = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

onde, as matrizes 2×2 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ podem ser obtidas pela solução do sistema (2.42) para as condições iniciais $\mathbf{Q}(S) = \mathbf{I}, \mathbf{P}(S) = \mathbf{0}$ (solução da onda plana) e $\mathbf{Q}(S) = \mathbf{0}, \mathbf{P}(S) = \mathbf{I}$ (solução da fonte pontual), com \mathbf{I} representando a matriz identidade e $\mathbf{0}$ a matriz nula.

Assim, a partir da matriz (2.44), destaca-se a possibilidade de obter-se o chamado fator de espalhamento geométrico e outros parâmetros dinâmicos. De acordo com esta afirmação, Popov (2002) define o fator do espalhamento geométrico \mathcal{L} , o qual descreve a divergência geométrica de uma onda emitida a partir de uma fonte pontual localizada em S , como segue:

$$\mathcal{L} = \sqrt{J} = \sqrt{\det \mathbf{Q}_2}, \quad (2.45)$$

cuja sua forma normalizada é definida por:

$$|\mathcal{L}| = \frac{1}{c_S c_G} \sqrt{|\det \mathbf{Q}_2|}, \quad (2.46)$$

sendo, c_S, c_G as velocidades de propagação da onda no ponto fonte S e no ponto receptor G , nesta ordem.

Contudo, outra matriz propagadora \mathbf{T} (ver, Equação B.4) de superfície para superfície é utilizada, sendo que a mesma foi introduzida por Bortfeld (1989), tendo como submatriz mais importante, a matriz superior direita 2×2 \mathbf{B} , que corresponde à matriz \mathbf{Q}_2 da matriz propagadora $\mathbf{\Pi}$ centrada no raio. A matriz \mathbf{B} descreve o fator de espalhamento geométrico de uma onda emitida a partir de um ponto fonte S . A relação completa entre a matriz propagadora \mathbf{T} e a matriz propagadora $\mathbf{\Pi}$ pode ser encontrada em Červený (2001) e de uma forma resumida no Apêndice (A) desta tese. Assim, utilizando esta relação, o fator de espalhamento geométrico para o caso de uma fonte pontual em sua forma normalizada é reescrito por (SCHLEICHER et al., 1993):

$$|\mathcal{L}| = \frac{\sqrt{\cos(\alpha_S)\cos(\alpha_G)}}{\sqrt{c_S c_G}} \sqrt{|\det \mathbf{B}|}, \quad (2.47)$$

onde, α_S é o ângulo inicial do raio central em S e α_G o ângulo de emergência do raio central em G . Os parâmetros c_S e c_G são novamente as velocidades de propagação da onda no ponto fonte S e no ponto receptor G , respectivamente.

É válido observar que as equações anteriormente definidas levaram em consideração um meio tridimensional (3D). Contudo, em termos computacionais, tal meio caracteriza-se por um custo elevado no que diz respeito a sua implementação. Objetivando uma redução no esforço computacional, esta tese utilizará a situação 2,5D, cuja característica principal é considerar o processamento dos dados em um meio 2D para as propriedades físicas, mantendo a propagação do campo de ondas em 3D (BLEISTEIN, 1986).

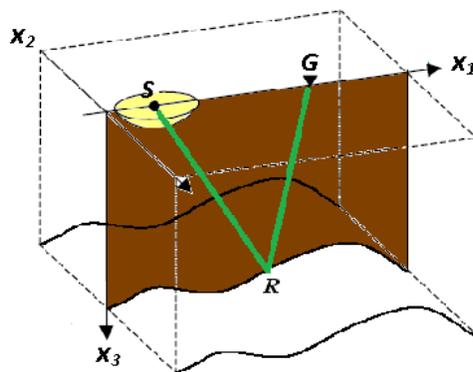
2.8 PROPAGAÇÃO DA ONDA NA SITUAÇÃO 2,5D

Na propagação da onda, levando-se em consideração a situação 2,5D é válido destacar três pontos fundamentais, como segue (BLEISTEIN, 1986):

- (I) A propagação da onda é 3D;
- (II) O meio em subsuperfície tem variações somente em duas dimensões, ou seja, as variações ocorrem apenas no plano vertical;
- (III) A aquisição sísmica coincide em um destes planos verticais de simetria, caracterizado pela linha sísmica 2D registrada.

Desta forma, considerando um sistema de coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) é conveniente posicioná-lo de tal forma que a segunda componente x_2 esteja na direção em que não haja variações das propriedades físicas do meio, fazendo com que os eixos x_1 e x_3 sejam fixados, definindo assim, o plano vertical de simetria do modelo em subsuperfície mencionado anteriormente. Este plano coincide com a linha de aquisição sísmica considerada plana na direção do eixo x_1 (ver, Figura 2.4) e os raios que partem no plano (x_1, x_3) permanecem neste plano, significando que o traçado de raio na situação 2,5D é similar a um problema 2D de traçado de raios.

Figura 2.4 - Representação esquemática 2,5D, onde a propagação da onda é 3D e as variações do meio ocorrem no plano (x_1, x_3) imediatamente abaixo da linha sísmica.



2.9 EQUAÇÕES DO RAIOS 2,5D

Com base nos conceitos expostos anteriormente relativos à situação 2,5D e considerando que a velocidade da onda varia apenas com $c = c(x_1, x_3)$, reescreve-se as equações que compõem o sistema de traçamento de raios como segue (ver, Equações 2.24 e 2.25):

$$\frac{dx_i}{d\sigma} = p_i; i = 1,3, \quad (2.48)$$

$$\frac{dp_i}{d\sigma} = -\frac{1}{c^3} \frac{\partial c}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{c^2} \right); i = 1,3, \quad (2.49)$$

onde, as condições iniciais para tal sistema advêm das Equações (2.27) e (2.28), as quais apresentam uma particularidade em que $\gamma_2 = 0$, ou seja:

$$\vec{x}(\gamma_1, 0) = \vec{x}_0, \quad (2.50)$$

$$\vec{p}(\gamma_1, 0) = \frac{1}{c_0} (\text{sen}(\gamma_1), \cos(\gamma_1)). \quad (2.51)$$

Portanto, observa-se que o sistema de traçamento de raios em 2,5D é o mesmo encontrado em uma situação 2D, rotulando assim a equação iconal como a mesma do problema 2D. É claro que para uma propagação dentro do plano (x_1, x_3) é necessária a existência de um parâmetro que determine os raios, como em qualquer outro problema 2D.

2.10 AMPLITUDES 2,5D

Neste tópico será abordado como se comporta um raio em um meio 2,5D, onde a velocidade não varia em uma das dimensões espaciais, em particular x_2 . Neste sentido, utilizando a segunda componente do vetor vazarosidade (ver, Equação 2.24) juntamente com o que foi exposto na seção (2.8) tem-se como implicação a seguinte equação:

$$\frac{dp_2}{d\sigma} = -\frac{1}{c^3} \frac{\partial c}{\partial x_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{c^2} \right) = 0, \quad (2.52)$$

evidenciando a não variação da segunda componente do vetor vazarosidade \vec{p} ao longo de um raio em um meio 2,5D. Assim, com base nesta informação, descompacta-se o funcional determinante (ver, Equação 2.30), reescrevendo sua segunda coluna e avaliando o mesmo em $p_2 = 0$, a fim de determinar o Jacobiano especial $J_{2,5D}$, como segue:

$$J_{2,5D} = \frac{1}{c} \det \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \sigma} & p_2 & \frac{\partial x_3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \gamma_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \gamma_1} & \frac{\partial x_3}{\partial \gamma_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \gamma_2} & \sigma & \frac{\partial x_3}{\partial \gamma_2} \end{pmatrix} = \frac{1}{c} \det \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \sigma} & 0 & \frac{\partial x_3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \gamma_1} & 0 & \frac{\partial x_3}{\partial \gamma_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial \gamma_2} & \sigma & \frac{\partial x_3}{\partial \gamma_2} \end{pmatrix}_{p_2=0} \rightarrow J_{2,5D} = \sigma J_{2D}. \quad (2.53)$$

Os zeros pertencentes à segunda coluna da Equação (2.53) são uma consequência da avaliação específica em, $p_2 = 0$ somado ao fato de x_2 ser independente de γ_1 (situação 2,5D). Agora, substituindo (2.53) em (2.33), obtém-se uma equação matemática para a amplitude 2,5D como segue:

$$A_{2,5D}(\sigma) = A(\sigma_0) \sqrt{\frac{c(\sigma)\sigma_0 J_{2D}(\sigma_0)}{c(\sigma_0)\sigma J_{2D}(\sigma)}}. \quad (2.54)$$

2.11 ESPALHAMENTO GEOMÉTRICO 2,5D

O espalhamento geométrico para uma fonte pontual 3D (ver, Equação 2.45) em um meio 2,5D pode ser decomposto em contribuições dentro e fora do plano, através da equação abaixo, sendo a mesma definida da seguinte forma (BLEISTEIN, 1986):

$$\mathcal{L} = \bar{\mathcal{L}}\sqrt{\sigma}, \quad (2.55)$$

onde, $\bar{\mathcal{L}}$ é o fator de espalhamento geométrico 2D corrigido por um fator σ , este correspondente ao espalhamento geométrico fora do plano, calculado ao longo dos raios SR e RG (ver, Figura 2.4), assim, σ pode ser decomposto em σ_S e σ_G .

2.12 TRAÇAMENTO DINÂMICO DO RAIOS EM 2,5D

Em meios 2,5D o sistema de traçamento dinâmico (2.43) é desmembrado em dois sistemas, sendo um dentro do plano (do inglês *in-plane*) e outro fora do plano (do inglês *out-of-plane*) (MIQUELES, 2006), cujas condições iniciais para resolver tais sistemas são necessariamente matrizes diagonais, sendo necessário então, armazenar apenas a diagonal de cada uma dessas matrizes. Neste sentido, considerando $\mathbf{W}_{(t)} = (Q_{11}, P_{11})^T$ e $\mathbf{W}_{(0)} = (Q_{22}, P_{22})^T$, reescreve-se o sistema (2.43) em duas formas, como segue:

$$\frac{d\mathbf{W}_{(i)}}{ds} = \mathbf{S}_{(i)}\mathbf{W}_{(i)}, \text{ (Sistema in-plane) }, \quad (2.56)$$

$$\frac{d\mathbf{W}_{(0)}}{ds} = \mathbf{S}_{(0)}\mathbf{W}_{(0)}, \text{ (Sistema out-of-plane) }, \quad (2.57)$$

com

$$\mathbf{S}_{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & c^{2-n}(s) \\ E(s) & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{(0)} = \begin{bmatrix} 0 & c^{2-n}(s) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.58)$$

e

$$E(s) = -\mathcal{P}(\vec{p})\mathbf{J}^T\mathcal{P}(\mathbf{H}_v)\mathbf{J}\mathcal{P}(\vec{p})/v^{n-1}(s) \text{ (MIQUELES, 2006)}, \quad (2.59)$$

sendo \mathbf{J} uma matriz simplética de ordem dois, $\vec{p} = \nabla\tau$, \mathbf{H}_c uma matriz Hessiana (em \mathbb{R}^3) em coordenadas cartesianas de $c = c(\vec{x})$ e n neste contexto assumi valores no conjunto $\{-1, 1, 0, 2\}$. Destaca-se que \mathcal{P} em (2.59) indica uma operação $\mathcal{P}: \mathbb{R}^3, \mathbb{R}^{3 \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^{2 \times 2}$ que elimina os elementos que possuem índice 2 sobre vetores e/ou matrizes tridimensionais, isto é:

$$\mathcal{P}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{13} \\ A_{31} & A_{33} \end{bmatrix} \text{ e } \mathcal{P}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix}, \quad (2.60)$$

para $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$. Quando $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$ são tais que $A_{12} = A_{21} = A_{32} = A_{23} = A_{22} = 0$ e $a_2 = 0$.

Para um meio com velocidade constante ou gradiente constante os sistemas (2.56) e (2.57) são equivalentes, isto é, os mesmos possuem a mesma solução (MIQUELES, 2006), fato este de suma importância para o desenvolvimento e implementação da técnica proposta no presente trabalho.

3 OPERADORES DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF

Neste capítulo o desenvolvimento matemático concentrar-se-á em dois tipos de integrais de migração Kirchhoff, aplicada à classe pré-empilhamento 2,5D nas configurações de medida afastamento comum (CO) e ângulo de reflexão comum (CA).

3.1 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF 2,5D EM VERDADEIRA AMPLITUDE

A forma geral da integral de migração do tipo Kirchhoff em 3D é dado por (SCHLEICHER et al., 1993; TYGEL et al., 1996):

$$I(R, t) = \left(-\frac{1}{2\pi}\right) \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\xi) \partial_t U(\xi, t = \tau_D(\xi, R)), \quad (3)$$

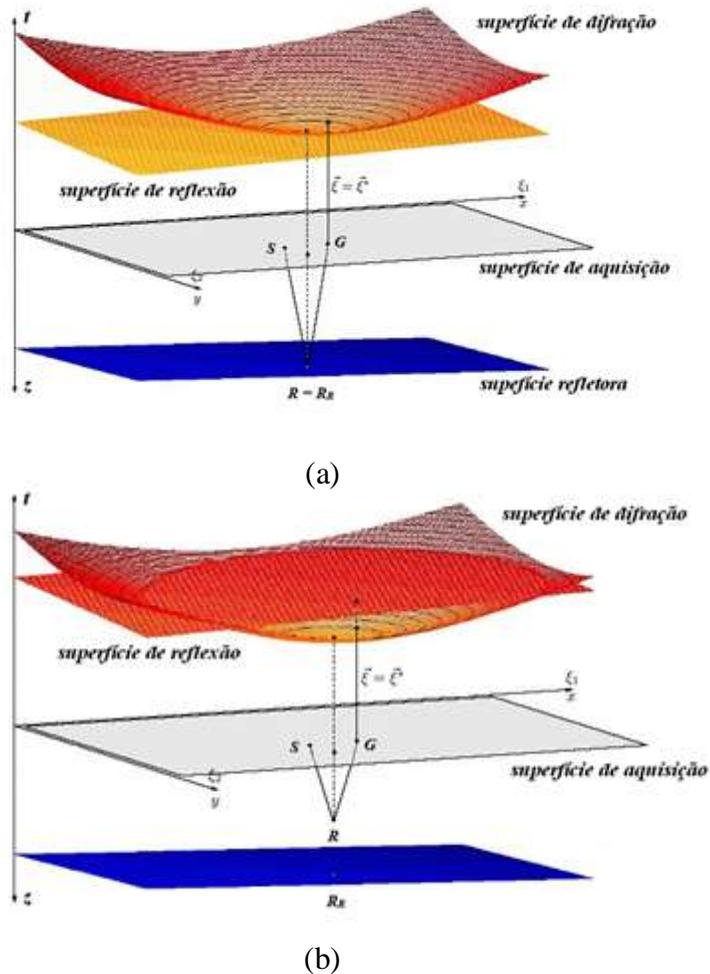
onde, $I(R, t)$ denota a amplitude migrada para um dado ponto R da seção de saída ou seção migrada, $U(\xi, t)$ representa os dados sísmicos da seção de entrada descritos pelo parâmetro de configuração bidimensional $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, cuja variação do mesmo ocorre dentro de uma abertura de migração A , ∂_t indica uma derivada temporal aplicado aos dados sísmicos, objetivando recuperar o pulso-fonte após a migração. Neste sentido, para cada ponto R da seção de saída, a Equação (3) é avaliada nos valores das amplitudes da seção sísmica de entrada ao longo da superfície de difração $\tau_D(\xi, R)$, a qual está compreendida na abertura A e ponderada pela função peso $w(\xi)$, função esta, determinada através da análise estacionária (BLEISTEIN et al., 2000) da Equação (3). Esta ponderação procura remover da amplitude migrada o efeito do espalhamento geométrico, caracterizando assim, uma migração do tipo Kirchhoff em verdadeira amplitude (SCHLEICHER et al., 1993). Na migração por empilhamento de difrações, que é o caso abordado neste capítulo, cada ponto de uma malha regular previamente definida, chamada zona alvo de migração é considerado hipoteticamente como um ponto difrator, a partir do qual são calculados os tempos de trânsito entre as posições de fonte e receptor, criando a superfície de empilhamento conhecida como superfície de Huygens. Assim, para um dado ponto R define-se:

$$\tau_D(\xi, R) = \tau(S, R) + \tau(R, G), \quad (3.1)$$

onde, $\tau(S, R)$ e $\tau(R, G)$ são os tempos de trânsito computados ao longo das trajetórias dos raios que ligam a fonte S ao ponto R e este ao receptor G . O termo “empilhamento de difrações” se aplica ao somatório das amplitudes dos traços sísmicos, realizado ao longo das superfícies de difrações. Em relação a esta abordagem são possíveis duas situações, conforme as Figuras (3.1a)

e (3.1b), onde a primeira diz respeito ao ponto difrator R coincidente com o ponto de reflexão R_R . Nesta situação, a superfície de difração $\tau_D(\xi, R)$ será tangente à superfície de tempos de trânsito de reflexão $\tau_R(\xi, R)$, fazendo com que o resultado do empilhamento assumira um valor significativo (Figura 3.1a). Enquanto que na segunda situação, o valor do empilhamento ao longo da superfície de difração atribuído ao ponto em questão será desprezível, quando comparado com o valor anterior, visto que o ponto R não coincide com o ponto de reflexão R_R (Figura 3.1b).

Figura 3.1- Representação esquemática 3D de duas superfícies de tempos de trânsito τ_R (superfície de reflexão) e τ_D (superfície de difração) para uma configuração afastamento-comum: (a) R coincide com o ponto de reflexão R_R , nesta situação, τ_R e τ_D são tangentes para cada ponto; (b) R não coincide com o ponto de reflexão R_R , isto é, não há ponto de tangência, sendo que em ambos os casos o parâmetro $\vec{\xi}^*$ representa o ponto estacionário (BLEISTEIN et al., 2000).



Aplicando a Transformada de Fourier na Equação (3), tem-se:

$$I(R, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\xi, R) U(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, R)}. \quad (3.1)$$

Em seguida, considerando uma determinada abertura de migração A como se fosse uma “tira infinita” na coordenada ξ_2 , com ξ_1 limitado ao intervalo $a_1 \leq \xi_1 \leq a_2$ reescreve-se (3.1) da seguinte forma:

$$I(R, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2} d\xi_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2 w(\xi, R) U(\xi, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi, R)}. \quad (3.2)$$

A integral em ξ_2 é avaliada assintoticamente pelo método da fase estacionária (Bleistein et al., 2000), sendo a condição da fase estacionária dada por:

$$\frac{\partial\tau_D(\xi, R)}{\partial\xi_2} = \left(\frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G}\right) \xi_2 = 0, \quad (3.3)$$

significando então que, a fase $\tau_D(\xi, R)$ do integrando em (3.2) possui um ponto estacionário em $\xi_2 = 0$. No entanto, para se aplicar o método da fase estacionária, as seguintes relações abaixo se fazem necessárias:

$$\left. \frac{\partial^2\tau_D(\xi, R)}{\partial\xi_2^2} \right|_{(\xi_1, 0, R)} = \frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G} e \operatorname{sgn} \left[\left. \frac{\partial^2\tau_D(\xi, R)}{\partial\xi_2^2} \right|_{(\xi_1, 0, R)} \right] = +1, \quad (3.4)$$

Deste modo, aplicando o método da fase estacionária na integral interna em (3.2), obtém-se:

$$I(R, \omega) \cong \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi_1 w_{2D}(\xi_1, 0, R) \left(\frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G}\right)^{\frac{1}{2}} U(\xi_1, 0, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi_1, 0, R)}, \quad (3.5)$$

permitindo assim, definir a integral de migração 2,5D pela seguinte representação matemática:

$$I(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi_1 w_{2,5D}(\xi_1, R) U(\xi_1, \omega) e^{i\omega\tau_D(\xi_1, R)}. \quad (3.6)$$

Contudo, passando a expressão acima para o domínio do tempo, tem-se:

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\xi_1 w_{2,5D}(\xi_1, R) \partial_{-t}^{\frac{1}{2}} U(\xi_1, t + \tau_D(\xi_1, R)), \quad (3.7)$$

onde, $\partial_{-t}^{\frac{1}{2}}$ é uma operação matemática definida como uma meia derivada em relação ao tempo, U o campo de ondas observado no plano de referência a partir de uma fonte pontual 3D. Destaca-se que, nas Equações (3.6) e (3.7) é utilizada as seguintes notações simplificadas:

$$U(\xi_1, \omega) = U(\xi_1, 0, \omega), \tau_D(\xi_1, R) = \tau_D(\xi_1, 0, R) \text{ e } w_{2,5D}(\xi_1, R) = w_{2D}(\xi_1, 0, R) \left(\frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.8)$$

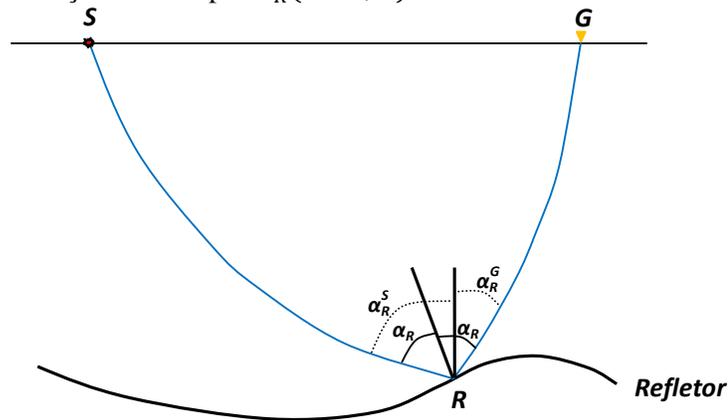
3.1.1 Função peso 2,5D

A função peso $w(\xi, R)$ que compõe (3.1) é expressa por (TYGEL et al., 1996):

$$w(\xi, R) = \left[\frac{c^2(R)h_B}{2c\cos^2(\alpha_R)} \right] \mathcal{L}_S \mathcal{L}_G, \quad (3.9)$$

onde, \mathcal{L}_S e \mathcal{L}_G são os fatores do espalhamento geométrico ao longo dos segmentos SR e RG do raio, respectivamente, devido a uma fonte pontual 3D (Figura 3.2), $c(R)$ é a velocidade do meio no ponto R e h_B representa o determinante de Beylkin em 3D. Por fim α_R representa o ângulo de reflexão em R .

Figura 3.2- Representação esquemática de um raio que parte de uma fonte S , reflete em R e emerge em G , cujo ângulo de reflexão é determinado por α_R e os ângulos no ponto de incidência entre cada um dos ramos do raio e a direção vertical por $\alpha_R^i (i = S, G)$.



O determinante de Beylkin (1985) mencionado anteriormente é definido por:

$$h_B = \det \begin{bmatrix} \nabla \tau_D \\ \left(\frac{\partial}{\partial \xi_1} \right) \nabla \tau_D \\ \left(\frac{\partial}{\partial \xi_2} \right) \nabla \tau_D \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

sendo o mesmo, avaliado em relação ao par fonte-receptor localizado na superfície e vinculado ao ponto R (Figura 3.2).

Baseado nos argumentos similares que conduziram os resultados anteriores, no que diz respeito à decomposição do espalhamento geométrico em contribuições fora e dentro do plano (ver, seção (2.11)), os mesmos podem ser utilizados para decompor o determinante de Beylkin. Neste sentido, pode-se reescrever o determinante em 2D da seguinte maneira:

$$\bar{h}_B = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_D}{\partial x_1} & \frac{\partial \tau_D}{\partial x_3} \\ \frac{\partial^2 \tau_D}{\partial \xi_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 \tau_D}{\partial \xi_1 \partial x_3} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Usando ainda as considerações inerentes ao caso 2,5D, Castro e Červený (1991) apresentaram uma simplificação para o determinante de Beylkin, cuja representação matemática em 2D é expressa por:

$$\bar{h}_B = \frac{2c \cos^2(\alpha_R)}{c(R)} \left[\Gamma_S \frac{\cos(\alpha_R^S)}{\sigma_S} + \Gamma_G \frac{\cos(\alpha_R^G)}{\sigma_G} \right], \quad (3.12)$$

onde, Γ_S e Γ_G representam as contribuições correspondentes às configurações de medida fontes-receptores, as quais neste caso são escalares a especificar, α_R o ângulo de reflexão, α_R^i ($i = S, G$) os ângulos no ponto de incidência entre cada um dos ramos do raio com a direção vertical e $c(R)$ a velocidade do meio no ponto R (ver, Figura 3.2).

Finalmente, utilizando as expressões (2.55) e (3.11) em (3.9), obtém-se:

$$w(\xi_1, R) = \frac{c^2(R) \bar{h}_B \bar{L}_S \bar{L}_G (\sigma_S + \sigma_G)}{2c \cos^2(\alpha_R) \sqrt{\sigma_S \sigma_G}}, \quad (3.13)$$

sendo \bar{h}_B o determinante de Beylkin para o caso 2D. Assim, substituindo (3.13) em (3.8) tem-se:

$$w_{2,5D}(\xi_1, R) = \left[\frac{c^2(R) \bar{h}_B \bar{L}_S \bar{L}_G}{2c \cos^2(\alpha_R)} \sqrt{\sigma_S + \sigma_G} \right]. \quad (3.14)$$

Tal equação define a função peso 2,5D que compõe (3.7), a fim de definir a integral de migração Kirchhoff em verdadeira amplitude 2,5D. Por outro lado, considerando um meio verticalmente não homogêneo e substituindo a equação (3.12) em (3.14), obtém-se uma nova representação matemática para a função peso $w_{2,5D}(\xi_1, R)$:

$$w_{2,5D}(\xi_1, R) = c(R) \bar{L}_S \bar{L}_G \sqrt{\sigma_S + \sigma_G} \left[\Gamma_S \frac{\cos(\alpha_R^S)}{\sigma_S} + \Gamma_G \frac{\cos(\alpha_R^G)}{\sigma_G} \right], \quad (3.15)$$

onde, $\cos \alpha_R^S$ e $\cos \alpha_R^G$ são determinados pela seguinte expressão (MARTINS et al., 1997):

$$\cos(\alpha_R^i) = \sqrt{\left[1 - \left\{ \frac{c(R)(x-x_i)}{\sigma_i} \right\}^2 \right]}, \quad (i = S, G) \quad (3.16)$$

com $(x - x_i)$, $i = S, G$ representando uma distância horizontal em relação a fonte S ou ao receptor S .

Para tanto é válido observar que o peso (3.15) garante a recuperação do coeficiente de reflexão, quando considerado que cada evento de reflexão primária pode ser descrito, utilizando a teoria do raio de ordem zero (SCHLEICHER et al., 1993):

$$U(\xi_1, t) = U_0(\xi_1)F[t - \tau_R(\xi_1)] \quad (3.17)$$

onde, $F[.]$ é a assinatura analítica da fonte sísmica, $\tau_R(\xi_1)$ o tempo de reflexão e $U_0(\xi_1)$ a amplitude registrada, representada por:

$$U_0 = \frac{R_c \mathcal{A}}{\bar{L}}, \quad (3.18)$$

sendo \bar{L} o fator de espalhamento geométrico 2,5D, devido uma fonte pontual ao longo do raio de referência, R_c o coeficiente de reflexão da onda plana no ponto de reflexão e \mathcal{A} representa os fatores das perdas por transmissão através das interfaces.

3.2 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM VERDADEIRA AMPLITUDE NO DOMÍNIO AFASTAMENTO COMUM (CASO 2,5D)

No operador aqui apresentado, a seção de entrada será com afastamento ($2h$) constante, formada por traços sísmicos com um mesmo meio afastamento fonte-receptor ($h = \frac{x_G(\xi_1) - x_S(\xi_1)}{2}$), onde cada traço é representado pela coordenada ponto médio comum (x_m), a qual é a variável de integração, isto é:

$$x_m = \frac{x_S(\xi_1) + x_G(\xi_1)}{2}, \quad (3.19)$$

sendo $x_S(\xi_1)$ e $x_G(\xi_1)$ as coordenadas da fonte e do receptor, respectivamente, para um dado afastamento h constante. Neste sentido, seja $\xi_1 = x_m$, $x_S = x_m - h$ e $x_G = x_m + h$. Assim, inserindo tais parametrizações em (3.7), o mesmo é reescrito, como segue:

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} dx_m w_{2,5D}(x_m, R) \partial_{-t}^{\frac{1}{2}} U(x_m, t + \tau_D(x_m, R)). \quad (3.20)$$

Neste caso, $U(x_m, t)$ representa o dado sísmico 2,5D na seção CO a ser migrada, salientando que os tempos de difração $\tau_D(x_m, R)$ devem ser próprios para o domínio CO, levando em consideração a especificidade do meio considerado.

3.2.1 Casos analíticos para uma migração em verdadeira amplitude no domínio afastamento comum

3.2.1.1 Velocidade constante

Neste subtópico serão obtidas expressões analíticas para a curva de difração $\tau_D(x_m, R)$, para os fatores de espalhamento geométrico \bar{L}_S e \bar{L}_G , para os fatores de correção σ_S e σ_G , bem como para a função peso de migração $w_{2,5D}(x_m, R)$, segundo uma distribuição de velocidades vertical constante na situação 2,5D, sendo ainda apresentada uma expressão matemática para quantificar o parâmetro H_p .

Para um meio com velocidade constante v , as componentes do espalhamento geométrico 2D (\bar{L}_S e \bar{L}_G) no plano de propagação são definidas por (MARTINS et al., 1997):

$$\bar{L}_S = \sqrt{\frac{l_S}{c}}, \quad \bar{L}_G = \sqrt{\frac{l_G}{c}} \quad (3.21)$$

e as componentes fora deste plano, por (Martins et al., 1997):

$$\sigma_S = cl_S, \quad \sigma_G = cl_G, \quad (3.22)$$

onde, l_S e l_G definem os comprimentos dos ramos dos raios SR e RG (Figura 3.3), através da expressão:

$$l_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + z^2}, \quad (i = S, G) \quad (3.23)$$

Agora, substituindo (3.16), (3.21), (3.22) e (3.23) em (3.15), onde na primeira $c(R) = c$, obtém-se a expressão analítica para a função peso $w_{2,5D}(x_m, R)$:

$$w_{2,5D}(x_m, R) = z \left(\Gamma_G \frac{l_S}{l_G} + \Gamma_S \frac{l_G}{l_S} \right) \sqrt{\frac{1}{c} \left(\frac{1}{l_S} + \frac{1}{l_G} \right)}. \quad (3.24)$$

Para tanto, como o domínio em questão é o afastamento comum, faz-se necessário substituir $\Gamma_S = \Gamma_G = 1$ (SCHLEICHER et al., 1993) em (3.24), obtendo-se (MARTINS et al., 1997):

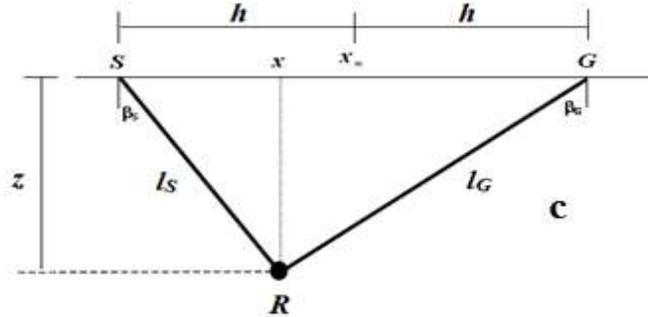
$$w_{2,5D}(x_m, R) = z \left(\frac{l_S}{l_G} + \frac{l_G}{l_S} \right) \sqrt{\frac{1}{c} \left(\frac{1}{l_S} + \frac{1}{l_G} \right)}. \quad (3.25)$$

Apresenta-se a seguir a forma analítica para construir as curvas de empilhamento $\tau_D(x_m, R)$ para um modelo com velocidade constante v (MARTINS et al., 1997), ou seja:

$$\tau_D(\xi_1, R) = \frac{1}{c} \left[\sqrt{(x - x_S)^2 + z^2} + \sqrt{(x - x_G)^2 + z^2} \right] = \frac{l_S + l_G}{c} \quad (3.26)$$

visto que o tempo de difração do ponto R em relação ao par fonte-receptor SG é dado pela soma dos comprimentos dos raios l_S e l_G dividida pela velocidade c (Figura 3.3).

Figura 3.3- Representação esquemática para o cálculo do tempo de difração para um ponto $R(x, z)$ em subsuperfície com velocidade constante c , para um par fonte (S) receptor (G) com coordenada x_m para o ponto médio e meio afastamento h .



Para reescrever (3.26) levando em consideração o domínio CO, utiliza-se a Figura (3.3), verificando-se que:

$$l_S^2 = (x - x_m + h)^2 + z^2 \text{ e } l_G^2 = (x - x_m - h)^2 + z^2 \quad (3.27)$$

Assim, substituindo (3.27) em (3.26), obtém-se uma nova formulação para o cálculo dos tempos de difração no domínio em consideração:

$$\tau_D(x_m, R) = \frac{1}{c} \left[\sqrt{(x - x_m + h)^2 + z^2} + \sqrt{(x - x_m - h)^2 + z^2} \right]. \quad (3.28)$$

Por fim, considerando os fundamentos teóricos apresentados no Apêndice (C.1), mostra-se a seguir uma expressão analítica que quantifica o parâmetro H_P para o domínio afastamento comum:

$$H_P = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{cl_G} + \frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{cl_S} \right)^2}{\frac{1}{cl_G}\cos^2(\beta_S) + \frac{1}{cl_S}\cos^2(\beta_G)}, \quad (3.29)$$

onde, β_S, β_G definem o ângulo que o raio central forma com a normal da linha de aquisição, c a velocidade do meio e l_S, l_G os comprimentos dos ramos dos raios SR e RG (Figura 3.3).

Neste sentido, uma migração com verdadeiras amplitudes do tipo Kirchhoff 2,5D no domínio afastamento comum para um meio com velocidade constante, onde os dados sísmicos são constituídos unicamente por ondas P (reflexões primárias), apresenta um operador, cuja representação matemática no domínio do tempo, caracteriza-se pela inserção de (3.25) em (3.20), tendo como resultado:

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} dx_m z \left(\frac{l_S}{l_G} + \frac{l_G}{l_S} \right) \sqrt{\frac{1}{c} \left(\frac{1}{l_S} + \frac{1}{l_G} \right)} \partial_{-t}^{\frac{1}{2}} U(x_m, t + \tau_D(x_m, R)), \quad (3.30)$$

onde, z representa a profundidade.

3.2.1.2 Gradiente constante

Similarmente ao que foi apresentado anteriormente em relação à função peso, curva de difração e abertura de migração, no que diz respeito as suas expressões analíticas, o mesmo será exposto aqui, porém, levando em consideração um meio com gradiente constante.

Segundo Martins et al. (1997) a função peso para este tipo de abordagem é definida por:

$$w_{2,5D}(x_m, R) = \frac{(\sigma_S \cos(\alpha_R^G) + \sigma_G \cos(\alpha_R^S))}{c_0} \sqrt{\frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G}}, \quad (3.31)$$

onde,

$$\sigma_i = \frac{l_i}{2} \sqrt{g^2 l_i + 4c(z)c_0}, \quad (i = S, G) \text{ (ver também em CASTILLO, 2000)} \quad (3.32)$$

om $\cos(\alpha_R^i)$ ($i = S, G$) determinado por (3.16) e l_i ($i = S, G$) especificado por (3.23). Nesta situação, c_0 representa a velocidade próxima à superfície, $c(z)$ a velocidade variando linearmente com a profundidade e g o valor do gradiente que, neste caso é constante. Com relação à curva de difração $\tau_D(x_m, R)$, neste tipo de situação é expressa por (MARTINS et al., (1997):

$$\tau_D(x_m, R) = \frac{1}{g} \ln \left[\left(1 + \frac{g^2 l_S^2 + 2g\sigma_S}{2c_0 c(z)} \right) \left(1 + \frac{g^2 l_G^2 + 2g\sigma_G}{2c_0 c(z)} \right) \right]. \quad (3.33)$$

Por fim, define-se a abertura de migração através da seguinte expressão, (ver, Apêndice C.2):

$$H_P = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_G) \cos(\beta_S)}{\sigma_G} + \frac{\cos(\beta_G) \cos(\beta_S)}{\sigma_S} \right)^2}{\frac{1}{\sigma_G} \cos^2(\beta_S) + \frac{1}{\sigma_S} \cos^2(\beta_G)} \quad (3.34)$$

Assim, a Equação (3.20) pode ser reescrita para este tipo de distribuição de velocidades, como segue:

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} dx_m \frac{(\sigma_S \cos(\alpha_R^G) + \sigma_G \cos(\alpha_R^S))}{c_0} \sqrt{\frac{1}{\sigma_S} + \frac{1}{\sigma_G}} \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(x_m, t + \tau_D(x_m, R)). \quad (3.35)$$

3.3 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM VERDADEIRA AMPLITUDE NO DOMÍNIO ÂNGULO COMUM (CASO 2,5D)

Analicamente, a migração Kirchhoff por empilhamento no domínio ângulo comum pode ser definida, sem perda de generalidade, pelo mesmo operador geral (3.7), onde, o parâmetro de configuração neste contexto é o ângulo α (SANTIAGO, 2004):

$$I(R, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U^{\alpha_R}(\alpha, t + \tau_D^{(\alpha_R)}(\alpha, R)), \quad (3.36)$$

sendo R um ponto em subsuperfície, α_R o ângulo de reflexão, que neste caso é mantido constante e indicando a manipulação de uma seção com o mesmo ângulo de reflexão, α o ângulo de mergulho da migração, que caracteriza neste contexto a variável de integração, $\tau_D^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$ o tempo de difração vinculado ao ponto R , $\partial_{t-}^{\frac{1}{2}}$ indica uma meia derivada temporal aplicada ao dado sísmico de entrada, $w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$ o peso a ser aplicado para a correção dos efeitos do espalhamento geométrico, $I(R, t)$ a amplitude resultante do empilhamento que é atribuído ao ponto R . Vale ressaltar, que novamente todos os parâmetros que compõem a equação (3.36) são calculados para o domínio CA com a devida atenção no meio em questão.

Com relação a este tipo de migração CA é importante tecer alguns comentários, pois o parâmetro a ser mantido constante não é mais o meio afastamento h como na migração convencional afastamento comum, e sim, o ângulo de reflexão α_R . Neste sentido, para um dado ponto R no domínio migrado, mantendo o ângulo de reflexão α_R e variando o ângulo de mergulho α , calcula-se a curva de difração $\tau_D^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$ e o peso $w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$. Desta maneira, nos dados de entrada $U^{(\alpha_R)}(\alpha, t)$ coletam-se as amostras especificadas pela curva de difração, sendo aplicado em cada amostra seu respectivo peso, em seguida se faz o somatório das mesmas e o resultado coloca-se no referido ponto R . Assim, repete-se o procedimento para todos os pontos do domínio migrado em questão, obtendo então uma seção migrada correspondente a um determinado ângulo de reflexão.

3.3.1 Casos analíticos para uma migração Kirchhoff 2,5D em verdadeira amplitude no domínio ângulo comum

3.3.1.1 Curva de difração

Segundo Fomel et al. (1999), considerando um ponto R em subsuperfície com coordenadas especificadas por (x, z) , em um meio com velocidade constante c , contendo um par fonte-receptor com meio afastamento h e coordenada ponto médio x_m ilustrado na Figura (3.4), obtém-se a curva de difração no domínio ângulo comum, definida por três expressões: (ver, Figura (3.5)):

$$t = \frac{2z}{c} \frac{\cos(\alpha)\cos(\alpha_R)}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)} \quad (3.37)$$

$$h = z \frac{\sin(\alpha_R)\cos(\alpha)}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}, \quad (3.38)$$

e

$$x_m = x + z \frac{\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}, \quad (3.39)$$

onde, t é o tempo de trânsito, h o meio afastamento relacionado com a profundidade z , x_m a coordenada do ponto médio relacionada com as componentes (x, z) do ponto R , α o ângulo de mergulho da migração (variável de integração) e α_R o ângulo de reflexão.

Figura 3.4- Geometria da reflexão em um meio com velocidade constante v para um par fonte-receptor, cuja trajetória de reflexão segue a seguinte disposição: $SR - RG$, onde, R possui as coordenadas (x, z) , com h representando o meio-afastamento e x_m a coordenada do ponto médio (Modificado, FOMEL et al., 1999).

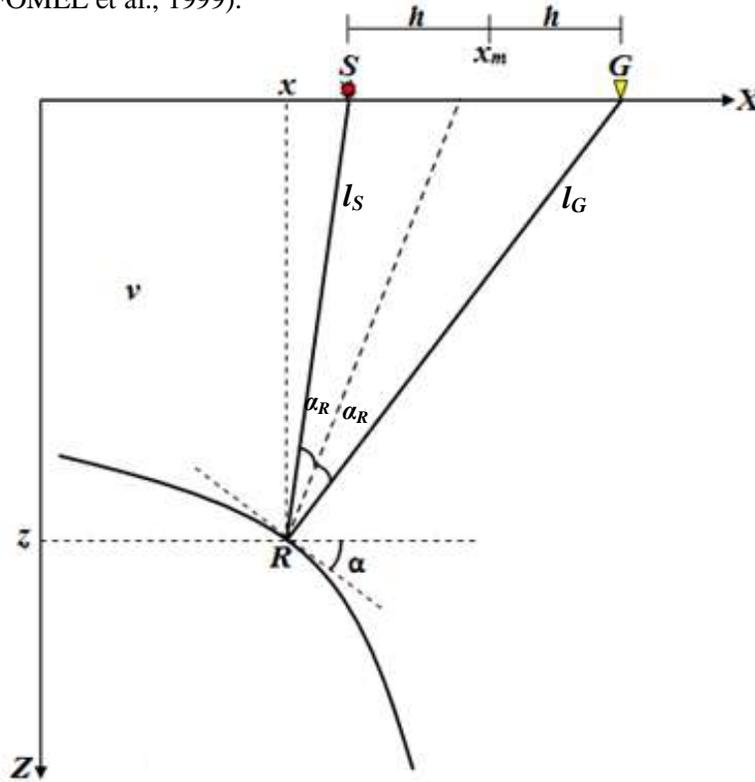
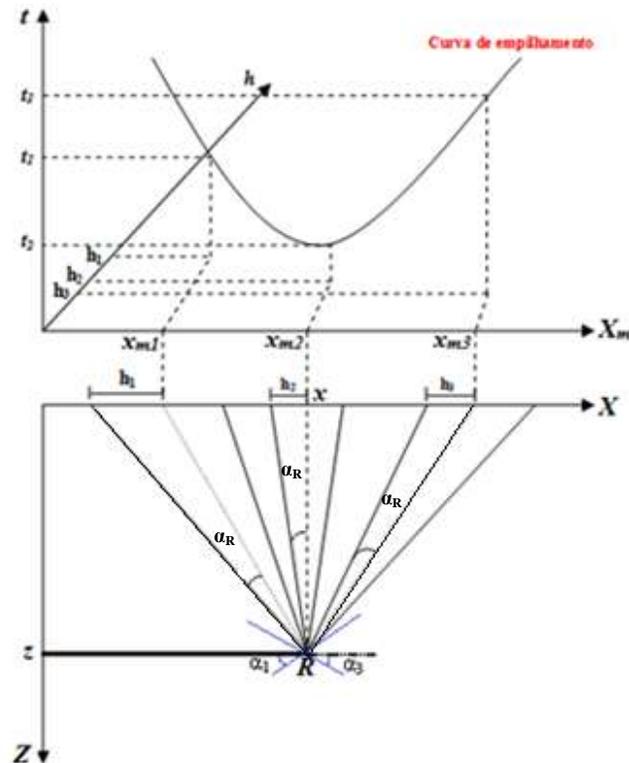


Figura 3.5- Representação esquemática da curva de empilhamento no domínio ângulo-comum, sendo a mesma traçada no espaço (X_m, h, t) .



Para tanto é válido observar, que as equações (3.37), (3.38) e (3.39) limitam os valores possíveis do ângulo α com a seguinte condição (FOMEL et al., 1999):

$$\cos^2(\alpha) > \sin^2(\alpha_R) \text{ ou } |\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2}, \quad (3.40)$$

sendo:

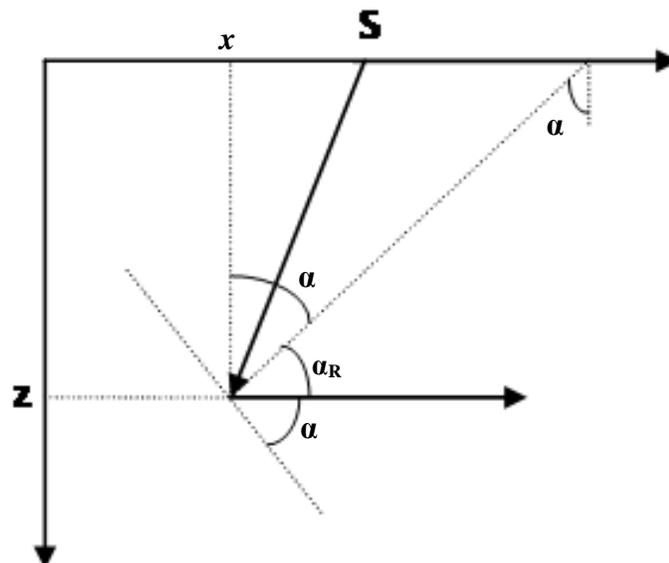
$$\alpha_R = \arcsen\left(\sqrt{\frac{h^2\left[\left(\frac{ct}{2}\right)^2 - (x_m - x)^2\right]}{\left(\frac{ct}{2}\right)^4 - h^2(x_m - x)^2}}\right) \quad (3.41)$$

e

$$\alpha = \arccos\left(\sqrt{\frac{\left(\frac{ct}{2}\right)^2\left[\left(\frac{ct}{2}\right)^2 - (x_m - x)^2\right]}{\left(\frac{ct}{2}\right)^4 - h^2(x_m - x)^2}}\right) \text{ (SAVA; FOMEL, 2003)}. \quad (3.42)$$

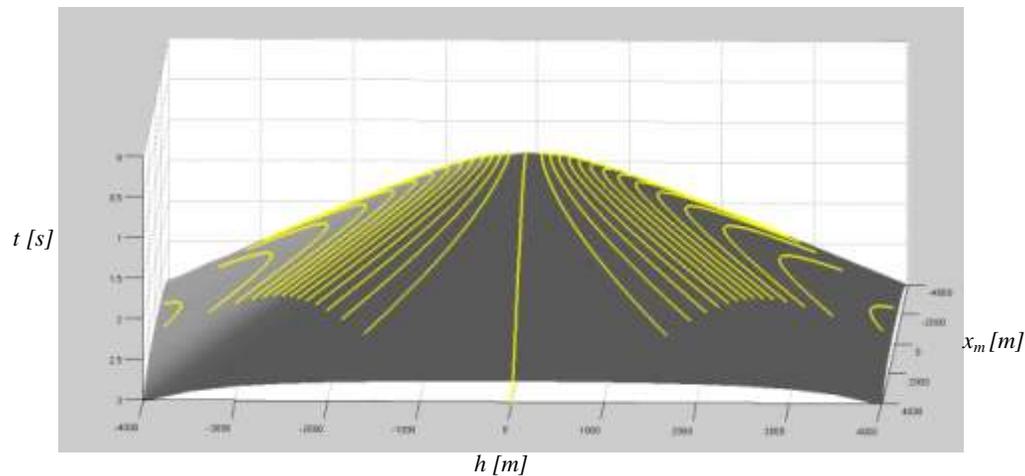
Desta forma, a Figura (3.6) ilustra um raio que não verifica (3.37), indicando que para um meio com velocidade constante, o raio refletido não retorna à superfície e, portanto, sua chegada não é registrada. Por outro lado, essa condição também implica na limitação do máximo mergulho da interface que se pode migrar adequadamente para um determinado ângulo de reflexão.

Figura 3.6- Representação esquemática da não verificação da condição $|\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2}$ ditada pelas equações que definem a curva de empilhamento no domínio CA (Modificado SANTIAGO, 2004).



É válido salientar, que de acordo com Fowler (1997) as curvas de tempo de difração, as quais validam a cinemática de uma migração do tipo Kirchhoff em qualquer domínio, em particular no CA estão sobre uma pirâmide de difração (pirâmide de Cheops), tal afirmação é visualizada na figura a seguir:

Figura 3.7- Curvas de difração em CA sobre a pirâmide de difração para um ponto difrator R de coordenadas $x = 0.0$ e $z = 1000m$ em um meio com velocidade $c = 3000m/s$. As curvas variam de $\alpha_R = 10^\circ$ a $\alpha_R = 75^\circ$, com passo de 5° , sendo α_R crescente para o lado direito e esquerdo da pirâmide.



3.3.1.2 Função peso

Para definir a função peso que retira da amplitude migrada o efeito inevitável do espalhamento geométrico em um meio com velocidade constante c , faz-se primeiramente o uso da equação (3.14), particularizando a mesma para o meio em questão. Ressalta-se que nesta abordagem o parâmetro de referência é o ângulo de mergulho α (ver, Figura 3.4), desta maneira, sem perda de generalidade reescreve-se (3.14) da seguinte forma (TYGEL apud SANTIAGO, 2004):

$$w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) = 2 \sqrt{\frac{l_S l_G}{c}} (l_S + l_G). \quad (3.43)$$

Neste contexto, os comprimentos l_S , l_G são obtidos utilizando os triângulos retângulos SxR e GxR , respectivamente (ver, Figura 3.4), onde os mesmos são definidos por:

$$l_S = \frac{z}{\cos(\alpha - \alpha_R)} \quad (3.44)$$

e

$$l_G = \frac{z}{\cos(\alpha + \alpha_R)}. \quad (3.45)$$

Ainda nesta abordagem,

$$l_S + l_G = ct, \quad (3.46)$$

com t determinado pela equação (3.37). Logo, substituindo (3.44), (3.45) e (3.46) em (3.43), obtém-se (ver, Apêndice F):

$$w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) = 2 \sqrt{\frac{2z^3}{c} \frac{\sqrt{\cos(\alpha)\cos(\alpha_R)}}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}}. \quad (3.47)$$

Para efeito de ilustração, mostra-se nas Figuras (3.8) e (3.9) as curvas dos tempos de difração e os pesos de um determinado ponto R em subsuperfície, respectivamente, sendo atribuídos para o mesmo os valores $x = 0.0$, $z = 1000m$, com a velocidade do meio considerada constante e igual a $3000m/s$, para $\alpha_R = 2^\circ$ e $\alpha_R = 10^\circ$.

Figura 3.8- Curvas de tempos de difração CA para um determinado ponto difrator com $x = 0.0m$, $z = 1000m$ e $c = 3000m/s$ para $\alpha_R = 2^\circ$ (cor vermelha) e $\alpha_R = 10^\circ$ (cor azul).

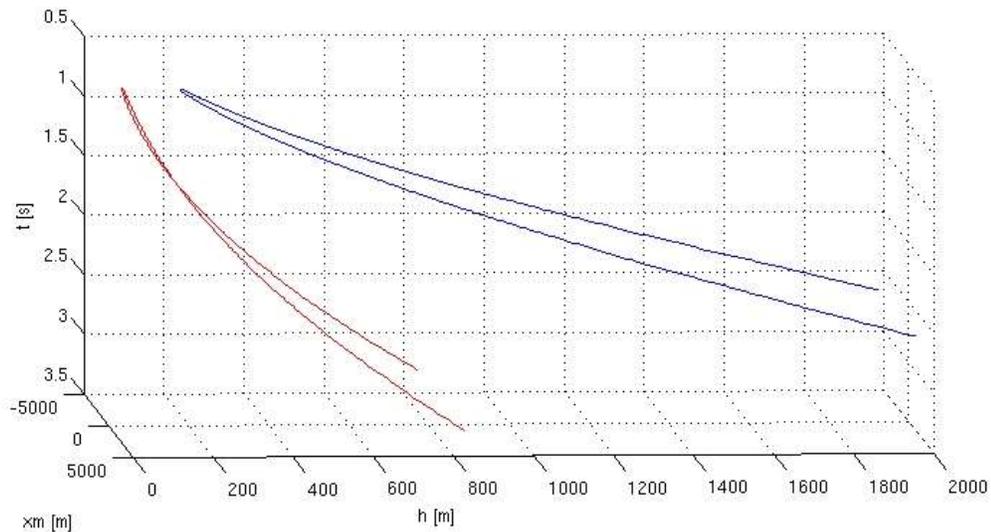
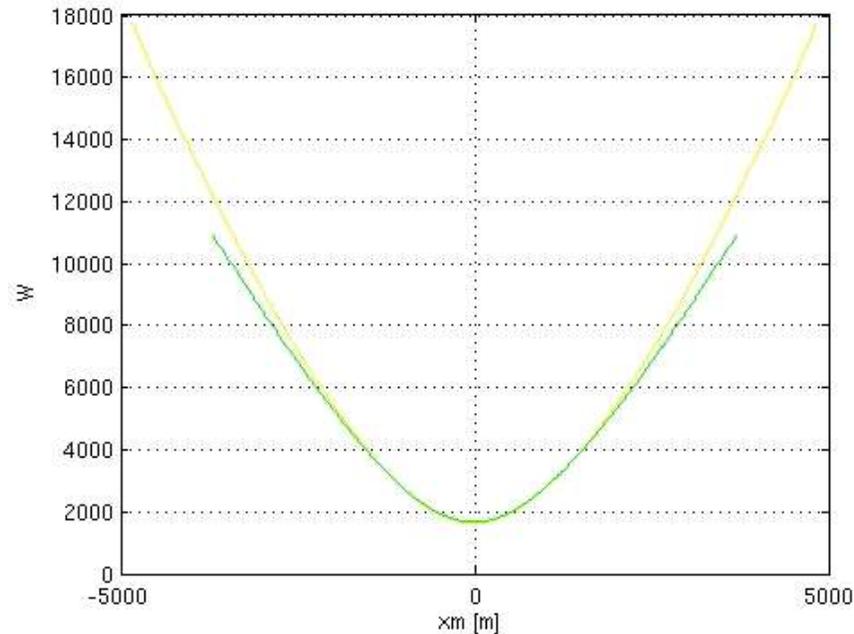


Figura 3.9- Os pesos $w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R)$ para a migração com verdadeira amplitude, onde $\alpha_R = 2^\circ$ (cor amarela) e $\alpha_R = 10^\circ$ (cor verde).



3.3.2 Descrição do algoritmo de migração K-CA

A seguir serão apresentadas as principais etapas do algoritmo utilizado no presente trabalho, para implementar a migração Kirchhoff em verdadeira amplitude 2,5D no domínio CA:

I- Entrada:

- Volume do dado sísmico com cobertura múltipla organizado em famílias fonte comum (CS);

II- Determinação dos ângulos de mergulho para cada ângulo comum:

- Calculam-se os ângulos de mergulho α para cada ângulo de reflexão comum α_R , segundo a condição $|\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2}$;

III- Para cada ponto imagem da seção de saída (tempo e/ou profundidade) calcular:

- O ponto médio, meio afastamento e a curva de difração CA, bem como a função peso associada à curva de difração CA;

IV- Uma busca no volume de dados:

- Obter no volume de dados (em cada tiro comum (CS)) os traços sísmicos que correspondem à curva de difração CA;

V- Somando amplitudes:

- Somam-se as amplitudes ao longo da curva de difração CA, repetindo o procedimento para todos os pontos de amostragem das seções de saída (tempo e/ou profundidade);

VI- Saída:

- Seções migradas para cada ângulo; seção migrada empilhada final.

4 SUPERPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS PARA A SITUAÇÃO 2,5D

Neste capítulo será abordada a simulação de um campo de ondas, utilizando os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos (Apêndice A). Este procedimento é uma aproximação assintótica, tal como o método do raio, produzindo uma aproximação do campo de ondas, mesmo em regiões singulares do modelo de velocidades (ČERVENÝ, 1983), tais como: regiões cústicas, regiões críticas, transições de regiões iluminadas para regiões de sombra, etc. O procedimento é baseado na simulação do campo de ondas por um sistema de feixes gaussianos, onde o campo de ondas é gerado por uma fonte em um determinado meio e decomposto em contribuições, correspondendo a raios individuais. Estas contribuições são avaliadas ao longo dos raios pelo método da equação da onda parabólica, fornecendo soluções concentradas na vizinhança dos raios (ČERVENÝ, 1982; POPOV, 1982:). Do ponto de vista físico, as soluções da equação parabólica correspondem aos feixes gaussianos. Desta maneira, o campo de ondas em qualquer ponto do meio é determinado por uma integral de superposição de feixes gaussianos individuais (ver, Equação A.2), passando através de uma vizinhança do referido ponto.

4.1 INTEGRAL DE SUPERPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS PARA A SITUAÇÃO 2,5D

Segundo Ferreira e Cruz (2009), o operador de superposição de feixes gaussianos de dados 3D no domínio da frequência é dado por:

$$\psi(\vec{\xi}, \omega) = \frac{i\omega}{2\pi} \iint_{A_p} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D_L(\vec{\xi}^P) U(\vec{\xi}^P, \omega) e^{-i\omega T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi})}, \quad (4.1)$$

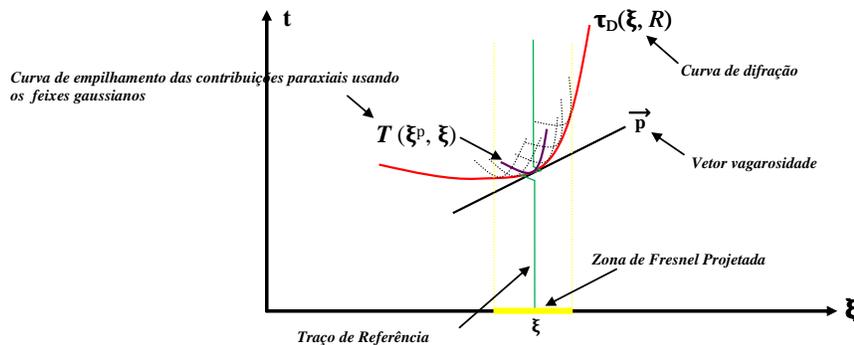
onde,

$$T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi}) = \vec{p}^T (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}) + \frac{1}{2} (\vec{\xi}^P - \vec{\xi})^T \mathbf{H}_P (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}), \quad (4.2)$$

representa o tempo de trânsito paraxial, calculado em referência ao tempo de trânsito de reflexão $\tau_R(\vec{\xi})$ de um raio central que parte de $S(\vec{\xi})$ e emerge em $G(\vec{\xi})$, A_p a zona de Fresnel projetada (SCHLEICHER et al., 1997; SCHLEICHER; TYGEL; HUBRAL, 2007), caracterizando a abertura que contém o traço de referência $\vec{\xi}$, \vec{p} o vetor vagarosidade horizontal do raio central,

T indica uma operação matemática de transposição, $\mathbf{H}_p(\vec{\xi}^P)$ a matriz da zona de Fresnel projetada, $D_L(\vec{\xi}^P)$ determina o fator de decaimento da amplitude do dado sísmico no interior de um feixe centrado na coordenada $\vec{\xi}$, definindo a chamada janela gaussiana, \mathbf{L} a matriz da meia-largura efetiva do feixe (MÜLLER, 1984). Finalmente, $U(\vec{\xi}^P, \omega)$ representando uma janela do dado sísmico original $U(\vec{\xi}, \omega)$, contido dentro da abertura da zona de Fresnel projetada. Contudo, para um melhor entendimento da contribuição paraxial adquirida quando se usa a Equação (4.1), observe a Figura (4.1), onde a curva de difração $\tau_D(\xi, R)$ é a curva de empilhamento de Huygens do operador de migração Kirchhoff (ver, Equação (3)). O vetor vagarosidade \vec{p} da Equação (4.2) determina a direção dos eventos chamada de direção de “*slant*” ou direção oblíqua, que na realidade é uma função linear (reta em 2D e plano em 3D), $\mathbf{H}_p(\vec{\xi}^P)$ é responsável pela curvatura local dos eventos paraxiais ao redor do traço de referência $\vec{\xi}$. Sendo assim, a Equação (4.1) sobre A_p empilha esses eventos em $\vec{\xi}$, caracterizando assim, um empilhamento oblíquo local. Tais considerações são estendidas sem perda de generalidade para o operador de superposição de feixes gaussianos de dados 2,5D definido a seguir.

Figura 4.1- Representação esquemática 2D do processo de empilhamento das amplitudes utilizando os feixes gaussianos.



Assim, utilizando os conceitos teóricos da situação 2,5D (BLEISTEIN, 1986), em conjunto com a estratégia utilizada no capítulo anterior, que define o Operador de migração Kirchhoff para o caso 2,5D, mostra-se a seguir o desenvolvimento matemático para a obtenção do operador integral de superposição, capaz de simular o campo de ondas sísmico utilizando os feixes gaussianos. Neste sentido, reescrevendo a Equação (4.1) em sua forma descompactada, obtém-se:

$$\psi(\xi, \omega) = \frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1^P}^{a_2^P} d\xi_1^P \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D_L(\vec{\xi}^P) U(\vec{\xi}^P, \omega) e^{-i\omega T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi})}. \quad (4.3)$$

Em seguida, aplicando o método da fase estacionária (BLEISTEIN et al., 2000) na integral interna da Equação (4.3), tem-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D_L(\vec{\xi}^P) U(\vec{\xi}^P, \omega) e^{-i\omega T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi})} \cong \sqrt{\frac{2\pi}{-i\omega}} \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}_1^P)} D_L(\xi_1^P) U(\xi_1^P, \omega) \times \frac{\exp\left\{-i\omega T_P(\xi_1^P, \xi_1) + \frac{i\pi}{4} \left[\text{sign}\left(\frac{\partial^2 T_P}{\partial \xi_2^{P2}}\right) - 1 \right]\right\}}{\sqrt{\left| \det\left(\frac{\partial^2 T_P}{\partial \xi_2^{P2}}\right) \right|}}. \quad (4.4)$$

É válido salientar que, para concluir a análise da integral interna do Operador (4.3), faz-se necessário avaliar o termo $T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi})$ (ver, Equação (4.2)) em um determinado ponto estacionário ξ_2^{P*} . Sendo assim, para efeito da manipulação algébrica, modifica-se a Equação (4.2) para a seguinte forma:

$$T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi}) = p_1(\xi_1^P - \xi_1) + p_2(\xi_2^P - \xi_2) + \frac{1}{2} \vec{\eta}^T \mathbf{H}_P \vec{\eta}, \quad (4.5)$$

pois, $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)^T$, $\vec{\xi}^P = (\xi_1^P, \xi_2^P)$, $\vec{p} = (p_1, p_2)^T$, onde:

$$\begin{cases} \vec{\eta} = (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}) = (\xi_1^P - \xi_1, \xi_2^P - \xi_2) \\ \mathbf{H}_P = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \end{cases}. \quad (4.6)$$

Ainda para simplificação dos cálculos, pode-se escrever outra representação matemática para a Equação (4.5):

$$\begin{aligned} T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi}) &= p_1(\xi_1^P - \xi_1) + p_2(\xi_2^P - \xi_2) + \frac{1}{2} [(\xi_1^P - \xi_1)^2 H_{11} + (\xi_1^P - \xi_1)(\xi_2^P - \xi_2) H_{12}] \\ &+ \frac{1}{2} [(\xi_1^P - \xi_1)(\xi_2^P - \xi_2) H_{21} + (\xi_2^P - \xi_2)^2 H_{22}]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Sendo que, aplicando a condição de estacionaridade dada por Bleistein et al. (2000) na expressão acima, em um determinado ponto estacionário ξ_2^P , obtém-se:

$$\frac{\partial T_P}{\partial \xi_2^P} = p_2 + \frac{1}{2} [(\xi_1^P - \xi_1) H_{12} + (\xi_1^P - \xi_1) H_{21}] + (\xi_2^P - \xi_2) H_{22} = 0, \quad (4.8)$$

tendo como implicação duas igualdades:

$$\frac{\partial^2 T_P}{\partial \xi_2^{P2}} = H_{22} \text{ e } \text{sign}\left(\frac{\partial^2 T_P}{\partial \xi_2^{P2}}\right) = +1. \quad (4.9)$$

Portanto, inserindo (4.9) em (4.4), tem-se:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D_L(\vec{\xi}^P) U(\vec{\xi}^P, \omega) e^{-i\omega T_P(\vec{\xi}^P, \vec{\xi})} \cong \sqrt{\frac{2\pi}{-i\omega}} \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\xi_1^P)} \\ \times D_L(\xi_1^P) U(\xi_1^P, \omega) \frac{1}{\sqrt{H_{22}}} \times e^{-i\omega T_P(\xi_1^P, \xi_1)}. \quad (4.10)$$

Substituindo (4.10) em (4.3), define-se a representação matemática do operador integral de superposição de feixes gaussianos 2,5D no domínio da frequência:

$$\psi(\xi_1, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} d\xi_1^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\xi_1^P, 0, \xi_1)} D_L(\xi_1^P, 0, \xi_1) \frac{1}{\sqrt{H_{22}}} U_{2,5}(\xi_1^P, 0, \omega) e^{-i\omega T_P(\xi_1^P, 0, \xi_1)}. \quad (4.11)$$

No entanto, na situação 2,5D o $\det \mathbf{H}_P = H_{11}H_{22}$ (ČERVENÝ, 2001), e quando inserido em (4.11), tem-se:

$$\psi(\xi_1, \omega) = \sqrt{\frac{-i\omega}{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} d\xi_1^P \sqrt{H_{11}(\xi_1^P, 0, \xi_1)} D_L(\xi_1^P, 0, \xi_1) U_{2,5}(\xi_1^P, 0, \omega) e^{-i\omega T_P(\xi_1^P, 0, \xi_1)}. \quad (4.12)$$

Finalmente, aplicando a transformada de Fourier inversa em (4.12), tem-se uma representação matemática para a integral de superposição de feixes gaussianos 2,5D no domínio do tempo:

$$\psi(\xi_1, t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} d\xi_1^P \sqrt{H_{11}(\xi_1^P, 0, \xi_1)} D_L(\xi_1^P, 0, \xi_1) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U_{2,5}(\xi_1^P, t - T_P(\xi_1^P, \xi_1)), \quad (4.13)$$

ressaltando que, $H_{11}(\xi_1^P, 0, \xi_1)$ é o elemento superior esquerdo da matriz zona de Fresnel projetada em condições complexas (ver, Apêndice D).

4.1.1 Integral de superposição de feixes gaussianos para a configuração afastamento comum

A particularização da Equação (4.13) para a configuração de medida afastamento comum, em que o termo $U(\xi_1^P, t)$ representa uma janela do dado sísmico original $U(\xi_1, t)$ contido dentro da abertura da zona de Fresnel projetada, faz parte de uma seção com afastamento ($2h$) constante, formada por traços sísmicos com o mesmo meio afastamento fonte-receptor:

$$h = \frac{x_G(\xi_1) - x_S(\xi_1)}{2}, \quad (4.14)$$

sendo cada traço representado pela coordenada ponto médio comum x_m :

$$x_m = \frac{x_S(\xi_1) + x_G(\xi_1)}{2}, \quad (4.15)$$

onde, $x_S(\xi_1)$ e $x_G(\xi_1)$ são as coordenadas da fonte e do receptor, respectivamente, para um dado h constante. Neste sentido, seja:

$$\xi_1 = x_m, \xi_1^P = x_m^P, x_S(\xi_1^P) = x_m^P - h \text{ e } x_G(\xi_1^P) = x_m^P + h, \quad (4.16)$$

visto neste contexto ter-se interesse somente nas observações advindas dos raios refletidos dentro da zona de Fresnel em profundidade, os quais emergem na superfície, permanecendo na zona de Fresnel em sua forma projetada. Deste modo, inserindo (4.16) na Equação (4.13), esta é reescrita, como segue:

$$\psi(x_m, t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_m^P \sqrt{H_{11}(x_m^P, 0, x_m)} D_L(x_m^P, 0, x_m) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(x_m^P, t - T_P(x_m^P, x_m)), \quad (4.17)$$

onde,

$$H_{11} = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_S)\cos(\beta_G)}{Q_{2,RG}^*} + \frac{\cos(\beta_S)\cos(\beta_G)}{Q_{2,SR}^*} \right)^2}{\frac{Q_{1,RG}^*}{Q_{2,RG}^*} \cos^2(\beta_S) + \frac{P_{2,SR}^*}{Q_{2,SR}^*} \cos^2(\beta_G)} \quad (4.18)$$

e

$$D = e^{\left[\frac{(x_m^P - x_m)^2}{2L^2} \right]}, \quad (4.19)$$

sendo,

$$L = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 Q_{1,RG} + Q_{2,RG})^2 + \varepsilon_2^2 Q_{1,RG}^2}{\omega \varepsilon_2}}. \quad (4.20)$$

Nesta abordagem é importante destacar que: o sobrescrito * indica uma quantidade complexa, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ parâmetros a especificar, β_S, β_G os ângulos que o raio central forma com a normal da linha de aquisição, ω a frequência angular do campo de ondas sísmica e P_2, Q_1, Q_2 elementos escalares que caracterizam o raio central, os quais são oriundos do sistema de traçamento dinâmico do raio (TDR). Maiores detalhes quanto ao desenvolvimento matemático que definem os parâmetros H_{11} e L encontram-se nos Apêndices (D e E).

4.1.2 Integral de superposição de feixes gaussianos para a configuração fonte comum

Matematicamente, a superposição de feixes gaussianos na configuração de medida fonte comum é definida pelo mesmo operador geral (4.13), onde, neste contexto, o parâmetro de configuração que individualiza cada traço de uma seção fonte comum $U(\xi_1, t)$ é o valor x_G da coordenada do receptor, desta maneira se tem $U(\xi_1, t) = U(x_G, t)$, contudo, conforme o que foi

exposto no subtópico anterior, no que se refere às observações dos raios refletidos, faz-se um procedimento similar no dado original, cuja representação é dada por:

$$U(x_G^P, t), \quad (4.21)$$

onde,

$$U(x_G^P, t) \subset U(x_G, t) \quad (4.22)$$

Desta forma, considerando a parametrização:

$$\xi_1 = x_G, \xi_1^P = x_G^P, x_S(\xi_1) = x_{S_0} \text{ e } x_G(\xi_1) = x_{G_0} + (\xi_1 - \xi_0), \quad (4.23)$$

em que x_{S_0} e x_{G_0} são coordenadas de um par fonte-receptor fixo definido por $\xi_1 = \xi_0$ na Equação (4.13), tem-se uma nova formulação para o operador de superposição de feixes gaussianos no domínio em questão:

$$\psi(x_G, t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_G^P \sqrt{H_{11}(x_G^P, 0, x_G)} D_L(x_G^P, 0, x_G) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(x_G^P, t - T_P(x_G^P, x_G)), \quad (4.24)$$

onde,

$$H_{11} = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_{S_0}) \cos(\beta_G)}{Q_{2,RG}^*} \right)^2}{\frac{Q_{1,RG}^*}{Q_{2,RG}^*} \cos^2(\beta_{S_0}) + \frac{P_{2,S_0R}^*}{Q_{2,S_0R}^*} \cos^2(\beta_G)} \quad (\text{ver, Apêndice D}), \quad (4.25)$$

sendo todos os outros termos que compõe a Equação (4.24) similares aos da Equação (4.17), porém, calculados para o domínio fonte comum. Destaca-se ainda, que neste domínio a fonte $x_S(\xi_1)$ é fixada em x_{S_0} .

4.2 CASOS ANALÍTICOS

Neste tópico serão obtidas fórmulas analíticas para o parâmetro H_{11} , cuja distribuição vertical de velocidades é simples, ou seja, velocidade constante e gradiente constante, levando em consideração as medidas de configuração afastamento comum e fonte comum, na respectiva ordem.

4.2.1 Velocidade constante

4.2.1.1 Afastamento comum

O sistema TDR 3D (ČERVENÝ, 2001) é desacoplado em dois sistemas, sendo o primeiro chamado *in-plane* e o segundo de *out-of-plane*, quando se leva em consideração a propagação da onda sísmica na situação 2,5D (MIQUELES, 2006). Ainda segundo Miqueles (2006), ambos os sistemas são iguais quando a velocidade do meio é constante. Assim, partindo desse pressuposto é possível reescrever a quantidade H_{11} para um meio homogêneo 2,5D com velocidade constante, visto Červený (2001) já ter apresentado uma solução para o sistema *in-plane* nestas condições. Tal solução é representada pela matriz centrada no raio $\Pi(S, G)$, como segue:

$$\Pi(S, G) = \begin{pmatrix} Q_1 = 1 & Q_2 = cl(S, G) \\ P_1 = 0 & P_2 = 1 \end{pmatrix}, \quad (4.26)$$

onde, c representa a velocidade do meio e $l(S, G)$ o comprimento do arco de raio entre S e G . Deste modo, utilizando (4.26) para descrever o comportamento de cada raio em seus respectivos ramos tem-se:

$$Q_{1,SR} = Q_{1,RG} = 1, P_{1,SR} = P_{1,RG} = 0, P_{2,SR} = P_{2,RG} = 1, Q_{2,SR} = cl_S \text{ e } Q_{2,RG} = cl_G, \quad (4.27)$$

onde, l_S e l_G definem os comprimentos dos raios SR e RG . Assim, inserindo (4.27) em (D.12), (D.13) e (D.14), obtém-se:

$$Q_{1,RG}^* = 0, Q_{2,SR}^* = (\varepsilon_1 + cl_S) + i\varepsilon_2, P_{2,SR}^* = 1 \text{ e } Q_{2,RG}^* = (\varepsilon_1 + cl_S) + i\varepsilon_2 + cl_G, \quad (4.28)$$

observando que, em condições complexas $Q_{1,SR}^* = Q_{1,RG}^* = 0$ (ver, (D.5)). Neste sentido, considerando $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \left| \frac{Q_{2,RG}}{Q_{1,RG}} \right|$ (MÜLLER, 1984) e em seguida substituindo em (4.28), tem-se:

$$Q_{1,RG}^* = 0, Q_{2,SR}^* = c(l_S + il_G), P_{2,SR}^* = 1 \text{ e } Q_{2,RG}^* = c(l_S + l_G + il_G). \quad (4.29)$$

Finalmente, substituindo (4.29) em (4.18) na situação 2,5D, tem-se como implicação uma nova expressão para H_{11} na configuração afastamento comum em um meio com velocidade constante:

$$H_{11} = \frac{\left[\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{c(l_S+l_G+il_G)} \right) + \left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{c(l_S+il_G)} \right) \right]^2}{\cos^2(\beta_G)[c(l_S+il_G)]^{-1}}. \quad (4.30)$$

4.2.1.2 Fonte comum

O parâmetro H_{11} para este tipo de configuração sísmica no caso 2,5D é estabelecido de forma similar ao que foi exposto no item anterior, destacando que nesta abordagem faz-se a substituição de (4.29) em (4.25), onde, após algumas manipulações algébricas temos:

$$H_{11} = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_{S_0})\cos(\beta_G)}{c(l_{S_0}+l_G+il_G)} \right)^2}{\cos^2(\beta_G)[c(l_{S_0}+il_G)]^{-1}}. \quad (4.31)$$

4.2.2 Gradiente constante

Nesta situação o modelo de velocidade pode ser expresso como uma função contínua da profundidade z , isto é, a velocidade varia linearmente com a profundidade, representando a mesma através da seguinte relação:

$$c(z) = c_0 + gz, \quad (4.32)$$

sendo, c_0 a velocidade próximo a superfície e g o gradiente de velocidade. Assim, segundo Červený (2001) a matriz centrada no raio $\Pi(S, G)$ (ver, (B.5)) nestas condições é definida por:

$$\Pi(S, G) = \begin{pmatrix} Q_1 = 1 & Q_2 = \sigma(S, G) \\ P_1 = 0 & P_2 = 1 \end{pmatrix}, \quad (4.33)$$

onde, σ representa um parâmetro monotônico medido ao longo do raio introduzido na seção (2.4) (ver, (2.26)), que neste caso é determinado pela Equação (3.33). Neste sentido, utilizando (4.33) para descrever o comportamento de cada raio especular em seus respectivos ramos SR e RG , se observa sem perda de generalidade o seguinte:

$$Q_{1,SR} = Q_{1,RG} = 1, P_{1,SR} = P_{1,RG} = 0, P_{2,SR} = P_{2,RG} = 1, Q_{2,SR} = \sigma_S \text{ e } Q_{2,RG} = \sigma_G. \quad (4.34)$$

Desta maneira, inserindo (4.34) em (D.12), (D.13) e (D.14) para o caso 2,5D, tem-se:

$$Q_{1,RG}^* = 0, Q_{2,SR}^* = (\varepsilon_1 + \sigma_S) + i\varepsilon_2, P_{2,SR}^* = 1 \text{ e } Q_{2,RG}^* = (\varepsilon_1 + \sigma_S) + i\varepsilon_2 + \sigma_G. \quad (4.35)$$

De forma análoga ao que foi mostrado quando o modelo de velocidade é constante, insere-se $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \left| \frac{Q_{2,RG}}{Q_{1,RG}} \right|$ e (4.34) em (4.35), obtendo-se:

$$Q_{1,RG}^* = 0, Q_{2,SR}^* = \sigma_S + i\sigma_G, P_{2,SR}^* = 1 \text{ e } Q_{2,RG}^* = \sigma_S + \sigma_G(1 + i). \quad (4.36)$$

4.2.2.1 Afastamento comum

Substituindo (4.36) em (4.18) define-se o parâmetro H_{11} para configuração afastamento comum, situação 2,5D, levando em consideração um modelo de velocidade com gradiente constante, isto é:

$$H_{11} = \frac{\left[\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{\sigma_S + \sigma_G + i\sigma_G} \right) + \left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{\sigma_S + i\sigma_G} \right) \right]^2}{\cos^2(\beta_G)[\sigma_S + i\sigma_G]^{-1}}. \quad (4.37)$$

4.2.2.2 Fonte comum

Similarmente ao processo desenvolvido no item anterior, substitui-se (4.36) em (4.25), onde, H_{11} é reescrito para a configuração fonte comum no caso 2,5D com gradiente constante, como segue:

$$H_{11} = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_{S_0})\cos(\beta_G)}{\sigma_{S_0} + \sigma_G + i\sigma_{S_0}} \right)^2}{\cos^2(\beta_G)[\sigma_{S_0} + i\sigma_G]^{-1}}. \quad (4.38)$$

5 OPERADORES DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF MODIFICADOS

Será apresentada uma integral de migração Kirchhoff 2,5D modificada em seu núcleo, através de uma aproximação do campo de ondas dada por uma superposição de feixes gaussianos. Nesta abordagem, a integral de Kirchhoff modificada será particularizada para as configurações de medida CO e CA.

5.1 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF 2,5D MODIFICADO NO DOMÍNIO AFASTAMENTO COMUM

O operador de migração Kirchhoff 2,5D no domínio afastamento comum, definido no Capítulo 3 (ver, Equação (3.20)) será expresso pela seguinte representação matemática no domínio da frequência:

$$I(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2}} dx_m w_{2,5D}(x_m, R) \psi(x_m, \omega) e^{i\omega\tau_D(x_m, R)}, \quad (5.1)$$

sendo neste caso o dado sísmico $\psi(x_m, \omega)$ determinado através de uma superposição de feixes gaussianos (ver, Equação (4.17)). Desta forma, passando a Equação (4.17) para o domínio da frequência e em seguida, inserindo a mesma em (5.1), tem-se:

$$I(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2}} dx_m w_{2,5D}(x_m, R) e^{i\omega\tau_D(x_m, R)} \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi} \int_{a_1^P}^{a_2^P}} dx_m^P \sqrt{H_{11}(x_m^P, 0, x_m)} \\ \times D_L(x_m^P, 0, x_m) U(x_m^P, 0, \omega) e^{-i\omega T_P(x_m^P, 0, x_m)}. \quad (5.2)$$

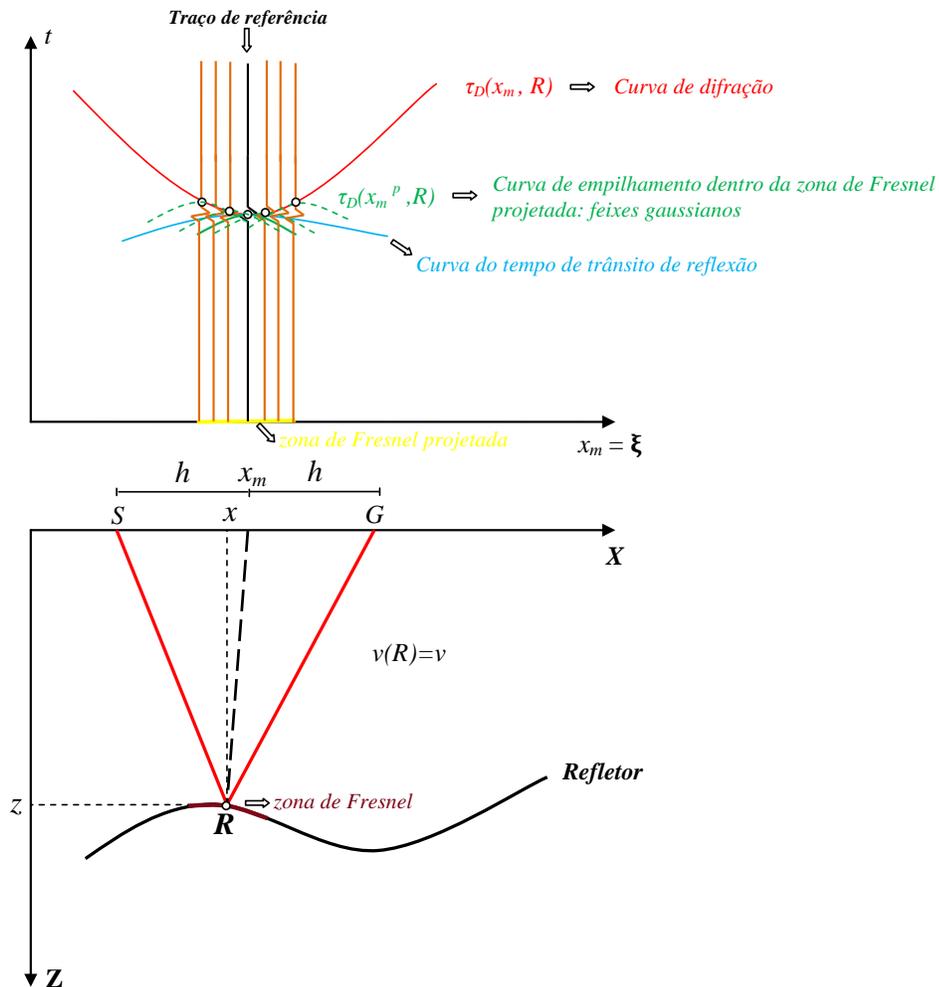
Assim, aplicando a Transformada de Fourier Inversa na Equação (5.2), obtém-se:

$$I(R, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2} dx_m w_{2,5D}(x_m, R) \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_m^P \sqrt{H_{11}(x_m^P, 0, x_m)} \\ \times D_L(x_m^P, 0, x_m) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} \left[\partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(x_m, t + \tau_D(x_m, x_m^P, R)) \right]. \quad (5.3)$$

Em particular para as realizações numéricas da Equação (5.3) em um meio, onde a velocidade é constante, torna-se necessário a inserção das Equações (3.25) e (4.29) em (5.3), por

outro lado, se o meio apresentar um modelo de velocidade com gradiente constante, insere-se as Equações (3.31) e (4.46) em (5.3). O operador integral de migração (5.3) possui as mesmas características do operador de migração definido por (SCHLEICHER et al., 1993; TYGEL et al., 1996), no entanto, a curva de difração $\tau_D(x_m, x_m^P, R)$ apresenta uma característica peculiar, no que diz respeito às contribuições paraxiais (feixes gaussianos) de eventos difratados dentro de uma abertura considerada (zona de Fresnel), que por conseguinte, contribui para as observações em x_m ao longo da curva de empilhamento propriamente dita $\tau_D(x_m, R)$ (ver, Figura 5.1).

Figura 5.1- Interpretação geométrica da técnica de migração Kirchhoff modificada na configuração de medida afastamento comum em um meio homogêneo.



5.2 OPERADOR DE MIGRAÇÃO KIRCHHOFF 2,5D MODIFICADO NO DOMÍNIO ÂNGULO COMUM

Nesta nova abordagem será utilizada a mesma técnica exposta anteriormente, no que se refere à inserção de uma integral de superposição de feixes gaussianos na Equação (3.36). Destacando que, diferentemente do processo anterior, a referida integral encontra-se particularizada para a configuração de medida fonte comum (CS) (ver, Equação (4.24)). Tal mudança deu-se devido a uma análise sobre a forma com que as curvas de difração se dispõem sobre a chamada pirâmide de difração, isto é, verificou-se que uma determinada curva de difração CA corta as curvas de empilhamento referente ao domínio CS (Figura 5.2 e 5.3), ou seja, todas as contribuições advindas do “*beam stack*”, levando em consideração os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos são atreladas a uma referida curva CA, fato este, não verificado neste contexto, se o domínio utilizado fosse o CO, porém, não descartando a possibilidade de fazer este procedimento no referido domínio, visto Bleistein (2009), apresentar uma formulação matemática para a migração Kirchhoff no domínio CA em uma forma geral, ou seja, formas de se fazer o “*beam stack*” utilizando uma integral de superposição de feixes gaussianos nos domínios CO,CS e até mesmo no próprio CA. Contudo a presente abordagem possui um caráter próprio, observando que resultados numéricos posteriores indicarão a eficácia da técnica idealizada no presente trabalho, no que diz respeito à determinação de uma imagem sísmica migrada.

Figura 5.2- Curvas de difração nos domínios afastamento comum, CO (cor azul), fonte comum, CS (cor ciano) e ângulo comum, CA (cor preta) sobre a pirâmide de difração, para um ponto difrator R em ($x = 0.0$ e $z = 1000m$) em um meio com velocidade constante de $c=3000m/s$.

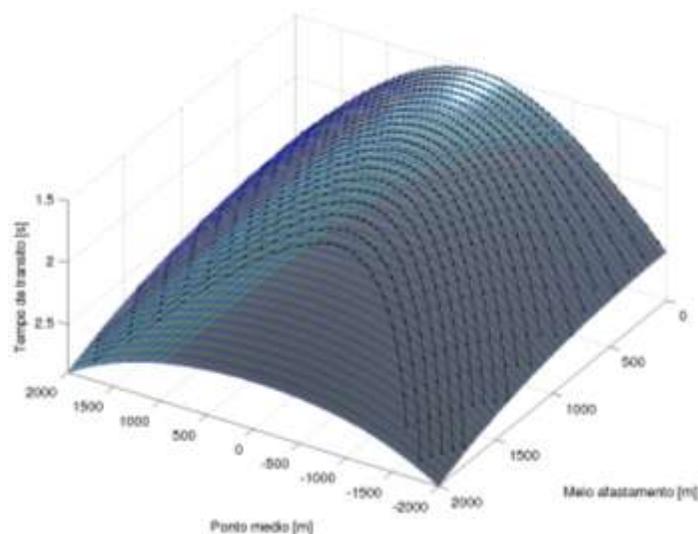
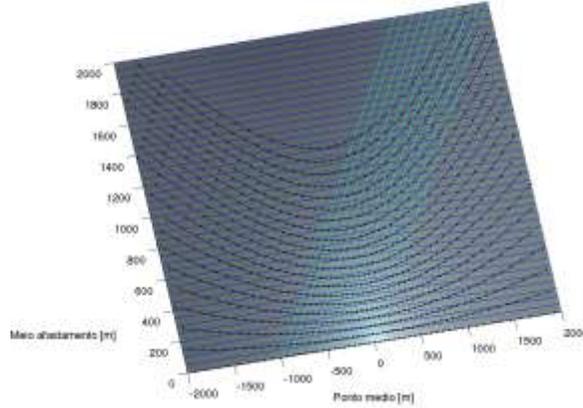


Figura 5.3- Curvas de difração nos domínios afastamento comum, CO (cor azul), fonte comum, CS (cor ciano) e ângulo comum, CA (cor preta) sobre a pirâmide de difração, para um ponto difrator R em $(x=0.0$ e $z=1000m)$ em um meio com velocidade constante de $c=3000m/s$, vista sob outra angulação.



Neste sentido, passando a Equação (3.36) para o domínio da frequência, obtém-se:

$$I(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\alpha w_{2,5D}^{(\alpha_R)} \psi(R, \omega) e^{i\omega\tau_D^{(\alpha_R)}(\alpha, R)}, \quad (5.4)$$

sendo nesta situação $\psi(R, \omega)$ determinado por uma integral de superposição de feixes gaussianos no domínio CS (ver, Equação (4.24)), a qual no domínio da frequência é definida por:

$$\psi(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_G^P \sqrt{H_{11}(x_G^P, 0, x_G)} D_L(x_G^P, 0, x_G) U(x_G^P, 0, \omega) e^{-i\omega T_P(x_G^P, 0, x_G)}. \quad (5.5)$$

Desta maneira, inserindo (5.5) em (5.4), tem-se:

$$\psi(R, \omega) = \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1}^{a_2} d\alpha w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) e^{i\omega\tau_D^{(\alpha_R)}(\alpha, R)} \sqrt{-\frac{i\omega}{2\pi}} \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_G^P \sqrt{H_{11}(x_G^P, 0, x_G)}$$

$$\times D_L(x_G^P, 0, x_G) U(x_G^P, 0, \omega) e^{-i\omega T_P(x_G^P, 0, x_G)}. \quad (5.6)$$

Finalmente, aplicando a Transformada de Fourier Inversa na Equação (5.6) se define um novo operador de migração Kirchhoff modificado em 2,5D, levando em consideração os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos para o domínio ângulo comum (KGB - CA), como segue:

$$I(R, t) = -\frac{1}{2\pi} \int_{a_1}^{a_2} d\alpha w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) \int_{a_1^P}^{a_2^P} dx_G^P \sqrt{H_{11}(x_G^P, 0, x_G)} \\ \times D_L(x_G^P, 0, x_G) \partial_{t-}^{\frac{1}{2}} \left[\partial_{t-}^{\frac{1}{2}} U(\alpha, t + \tau_D(\alpha, x_G^P, R)) \right]. \quad (5.7)$$

Contudo, nesta situação (CA) a referida Tese restringiu-se a aplicações vinculadas ao um meio com velocidade constante, neste sentido, faz-se necessário a particularização das expressões que compõem a Equação (5.7) para tal especificidade, porém, este procedimento necessita apenas

de algumas manipulações algébricas, visto que todas as referidas expressões para um meio homogêneo estão definidas no presente trabalho.

5.2.1 Principais passos do algoritmo KGB-CA

Nesta seção serão listadas as etapas que implementam a migração KGB-CA:

I- Entrada:

- Volume do dado sísmico com cobertura múltipla organizado em famílias fonte comum (CS);

II- Determinação dos ângulos de mergulho para cada ângulo comum:

- Calculam-se os ângulos de mergulho α para cada ângulo de reflexão comum α_R , segundo a condição $|\alpha| + |\alpha_R| < \frac{\pi}{2}$;

III- Para cada ponto imagem da seção de saída (tempo e/ou profundidade), calcular:

- O ponto médio, meio afastamento e a curva de difração CA, bem como a função peso associada à curva de difração CA;

IV- Uma busca no volume de dados:

- Obter no volume de dados (em cada tiro comum (CS)) os traços sísmicos que correspondem à curva de difração CA;

V- Tempos da curva de difração:

- Para cada tempo das curvas de difração CA, calcular a curva paraxial no domínio CS, os parâmetros que definem a abertura e o peso da integral de feixes gaussianos no domínio CS, em seguida fazer o empilhamento dos traços paraxiais;

VI- Somando amplitudes:

- Somam-se as amplitudes advindas da soma paraxial ao longo da curva de difração CA, repetindo o procedimento para todos os pontos de amostragem das seções de saída (tempo e/ou profundidade);

VII- Saída:

- Seções migradas para cada ângulo; seção migrada empilhada final.

6 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS A PARTIR DE DADOS SINTÉTICOS NO DOMÍNIO CO

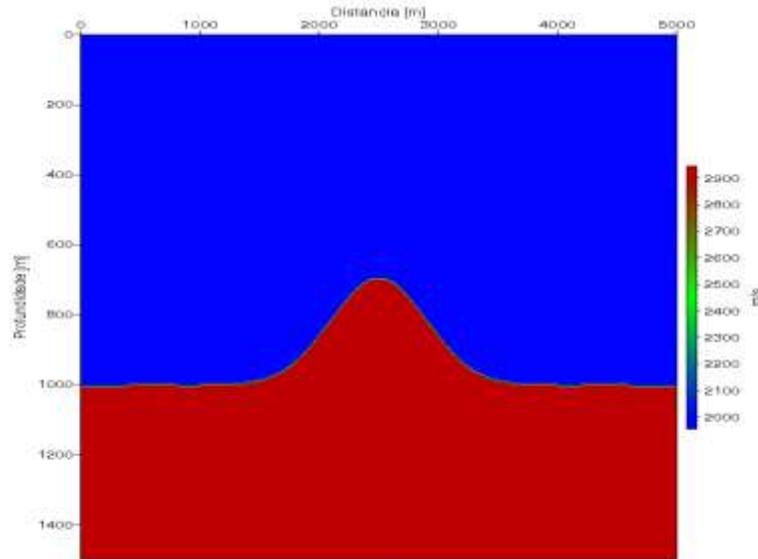
Para efeito de ilustração, inicialmente será apresentado às respostas ao impulso dos operadores de migração Kirchhoff convencional (K) e Kirchhoff modificado (KGB) para um meio com velocidade constante, também apresentar-se-á uma comparação qualitativa em relação às imagens obtidas, usando o operador de migração pré-empilhamento Kirchhoff em verdadeira amplitude 2,5D em tempo e profundidade (K-PSTM e K-PSDM) (ver, Equação (3.20)) e o operador de migração pré-empilhamento Kirchhoff-Gaussian-Beam em verdadeira amplitude 2,5D em tempo e profundidade (KGB-PSTM e KGB-PSDM) (ver, Equação (5.3)), no domínio fonte-receptor constante em um meio homogêneo, bem como em um meio com gradiente constante de velocidade, utilizando um dado sintético sob a forma de um anticlinal sem e com ruído aditivo aleatório. Será apresentada ainda, uma comparação entre as amplitudes extraídas dos processos acima citados, sem e com ruído aleatório aditivo, juntamente com os coeficientes de reflexão, os quais são oriundos da modelagem, onde o objetivo é destacar a estabilidade e a acurácia do algoritmo aqui proposto (KGB-PSTM e KGB-PSDM) em relação ao algoritmo convencional (K-PSTM e KGB-PSDM), no que diz respeito à correção do efeito do espalhamento geométrico.

6.1 MEIO HOMOGENEO

No primeiro exemplo, o dado sísmico sintético foi gerado pelo programa de traçado de raios SEIS 88 (ČERVENÝ; PSENČICK, 1988) com a utilização do espalhamento geométrico de uma fonte pontual 3D no modelamento, considerando um meio-afastamento $h=50m$ constante, o número de amostra do traço $nt = 751$, o intervalo de amostragem $dt = 0.002ms$ e a forma do sinal da fonte representada pela função Gabor com frequência dominante de $30hz$. No modelo sintético em questão é considerado a existência de um refletor curvo, sob a forma de um anticlinal, localizado a uma profundidade de $z = 1000m$, cujo topo de seu domo atinge a profundidade de $z = 700m$, dividindo o modelo em uma camada superior com velocidade da onda P (onda primária) igual a $2000m/s$ sobre um substrato homogêneo, o qual apresenta

velocidade constante igual a 2900m/s (Figura 6.1). Para efeito de ilustração será mostrado nas Figuras (6.3) e (6.4) as seções sísmicas de entrada com afastamento constante de 100m sem e com ruído aleatório aditivo, sendo neste último a razão sinal ruído igual a 15 para os processos de migração K-PSTM, KGB-PSTM, K-PSDM e KGB-PSDM, respectivamente.

Figura 6.1- Modelo de velocidades constante, representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.



6.1.1 Resposta ao impulso

A Figura (6.2) mostra a resposta ao impulso do operador Kirchhoff convencional (esquerda) e a resposta ao impulso do operador de migração Kirchhoff modificado (direita), para um traço com afastamento 100m . Este último resultado foi obtido utilizando uma aproximação do campo de ondas, definida por uma integral de superposição de feixes gaussianos, onde a mesma foi inserida no núcleo do operador Kirchhoff convencional.

Figura 6.2- Respostas ao impulso para um traço com afastamento 100m . Esquerda: Kirchhoff convencional. Direita: Kirchhoff modificado.

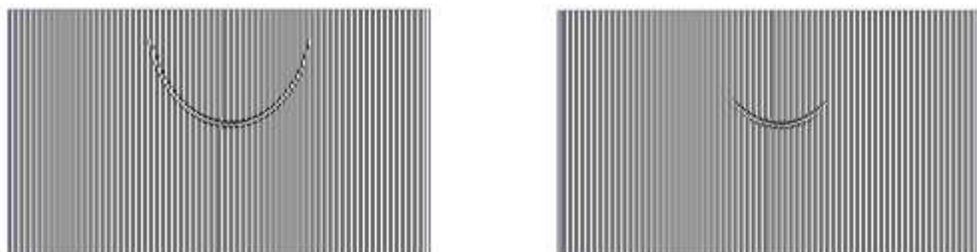


Figura 6.3- Seção sísmica sintética com afastamento constante 100m (dado de entrada) para o teste de migração sem ruído aleatório aditivo.

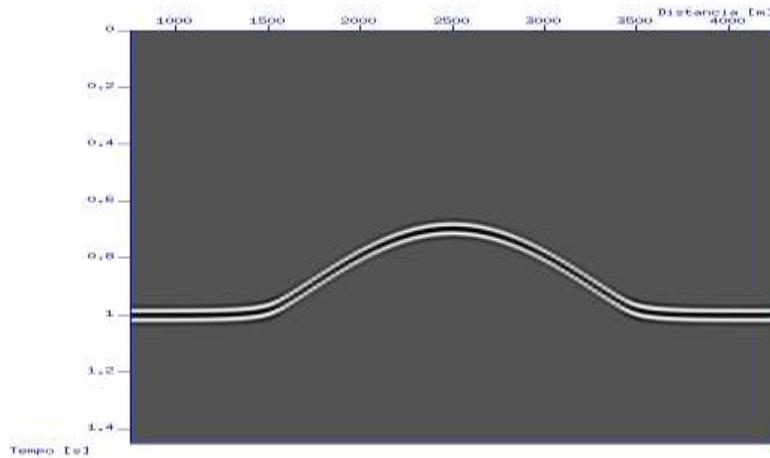
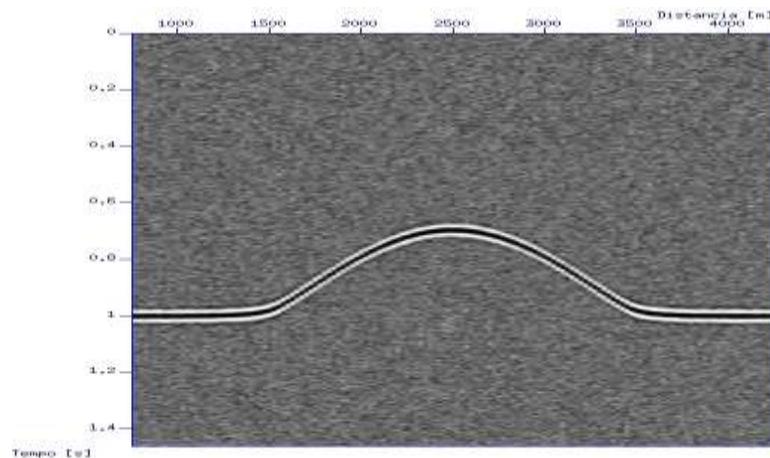


Figura 6.4- Seção sísmica sintética com afastamento constante 100m (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.



6.1.2 Migração K-PSTM e KGB-PSTM sem ruído

Nas Figuras (6.5) e (6.6) são mostrados os resultados da aplicação das Equações (3.20) e (5.3), respectivamente, para um meio com velocidade constante em uma seção de entrada, a qual é visualizada na Figura (6.3). Os resultados mostram que ambas as imagens migradas apresentam uma boa continuidade dos refletores, no entanto, diferindo quanto à resolução da imagem, pois neste aspecto a imagem migrada da Figura (6.6) apresenta-se mais limpa quando comparada a imagem migrada da Figura (6.4), isto é, tanto os efeitos de borda são atenuados como a resolução do refletor aumenta.

Figura 6.5- Migração Kirchoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.

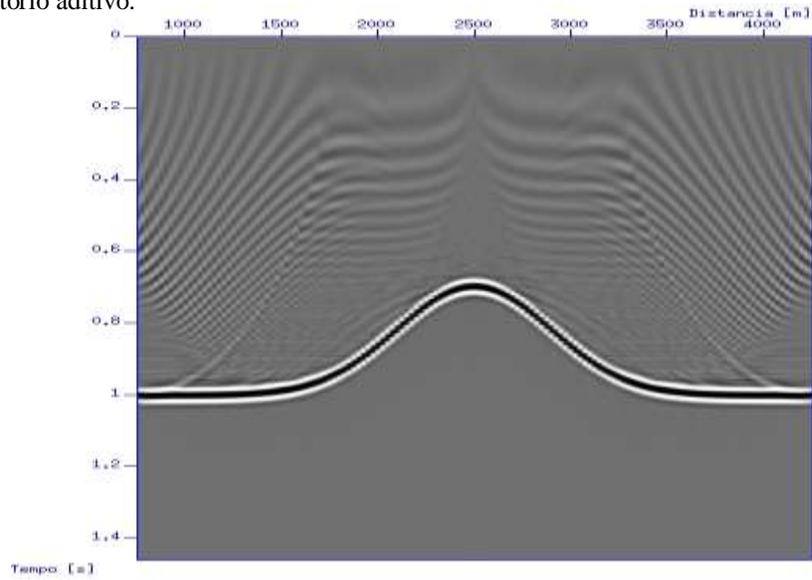
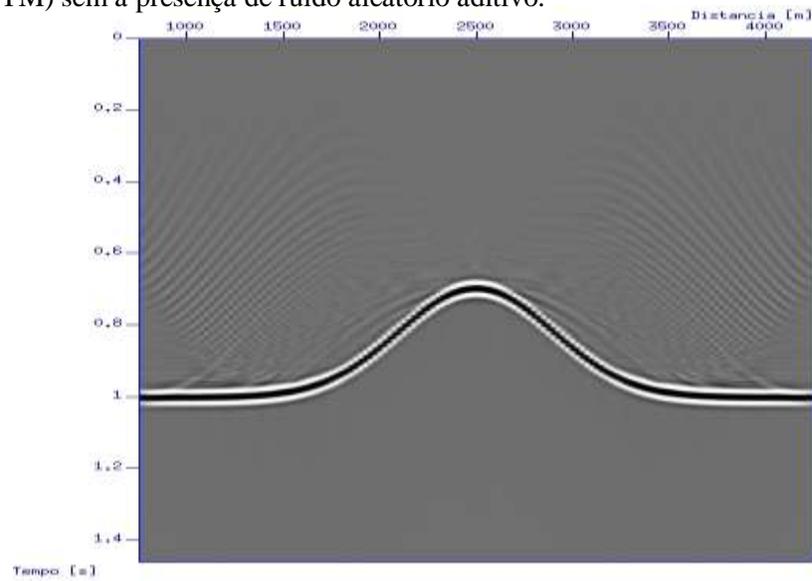


Figura 6.6- Migração Kirchoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.



6.1.3 Migração K-PSTM e KGB-PSTM com ruído

Os resultados migrados são mostrados nas Figuras (6.7) e (6.8). Pode-se ver claramente que o resultado da migração advinda do método de migração Kirchhoff convencional (ver, Figura 6.7), foi mais afetado devido à presença de ruído aleatório aditivo, comparado ao resultado obtido pelo operador KGB-PSTM (ver, Figura 6.8), o qual apresenta uma melhora na qualidade da imagem migrada.

Figura 6.7- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.

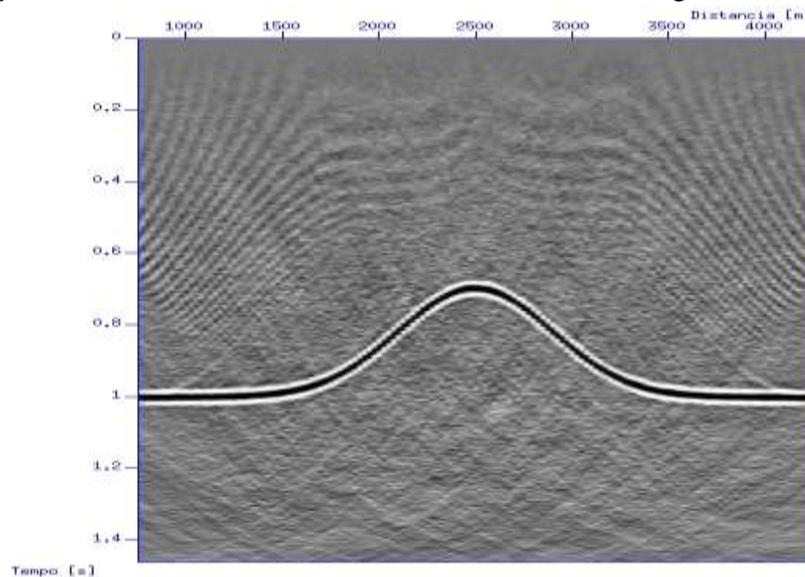
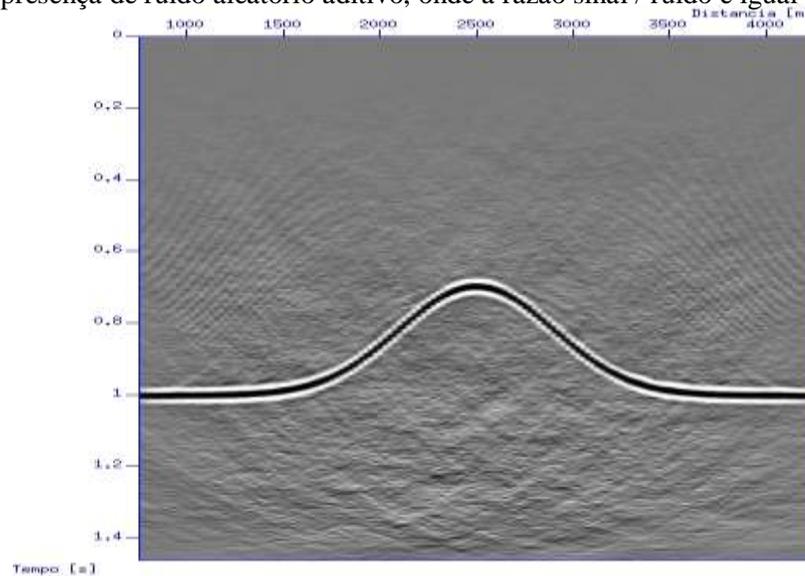


Figura 6.8- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15.



6.1.4 Migração K-PSDM e KGB-PSDM sem ruído

As Figuras (6.9) e (6.10) mostram as seções migradas pelos métodos K-PSDM e KGB-PSDM. Nota-se que nestes resultados também existem diferenças quanto à resolução das imagens. Na seção migrada da Figura (6.9), por exemplo, vê-se uma contaminação maior de ruído na parte superior do modelo, além de apresentar efeitos de bordas mais acentuados quando comparados com os da seção migrada da Figura (6.10).

Figura 6.9- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.

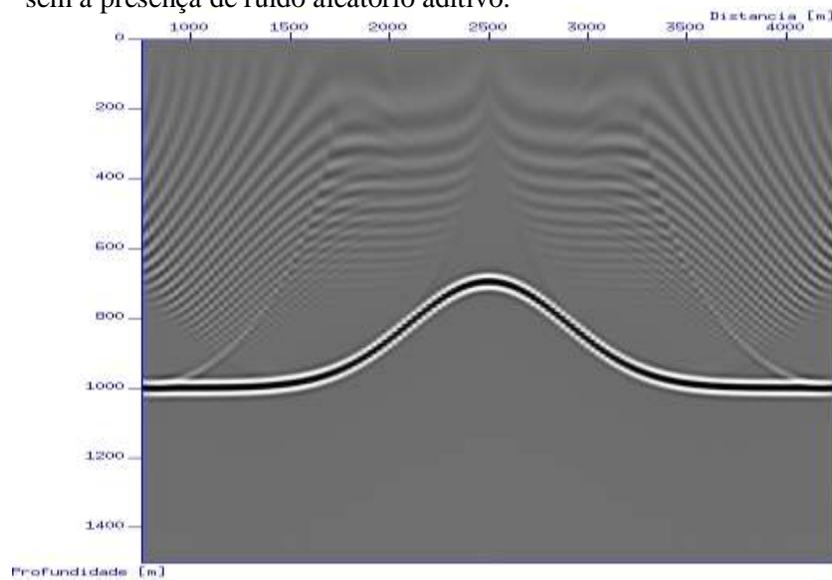
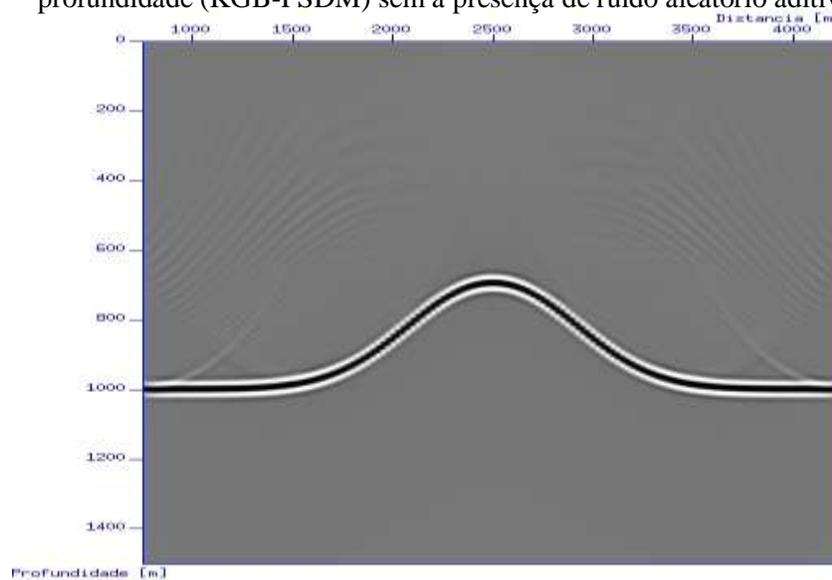


Figura 6.10- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.



6.1.5 Migração K-PSDM e KGB-PSDM com ruído

Os resultados dos métodos K-PSDM e KGB-PSDM neste tipo de situação, podem ser visualizados nas Figuras (6.11) e (6.12), respectivamente. Os resultados mostram que a imagem migrada pelo método KGB-PSDM (Figura 6.12) apresenta-se mais limpa comparada ao resultado obtido pelo método K-PSDM (Figura 6.11), ou seja, a razão sinal / ruído aumenta, fazendo com que o refletor torne-se mais nítido.

Figura 6.11- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 15.

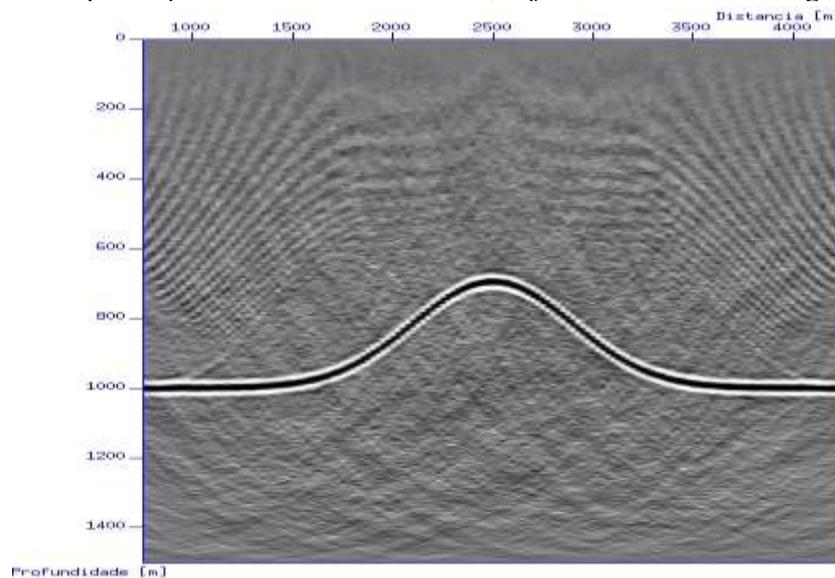
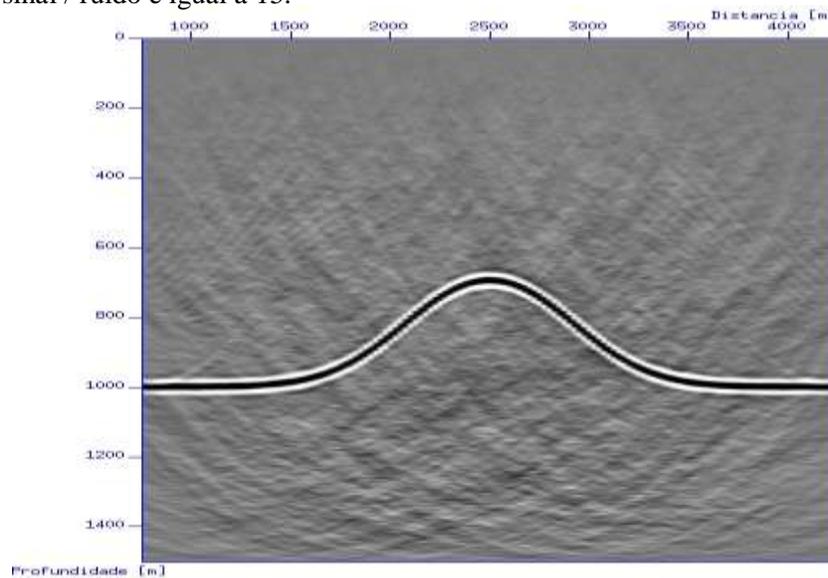


Figura 6.12- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 15.



6.2 AMPLITUDES VERDADEIRAS (MEIO HOMOGENEO)

Para verificar que os testes implementados anteriormente, sem e com a presença de ruído aleatório aditivo apresentam amplitudes verdadeiras (SCHLEICHER et al., 1993; TYGEL et al., 1996), foram retiradas as amplitudes das seções migradas (estimativa do coeficiente de reflexão) e comparadas com o valor exato do coeficiente de reflexão oriundo da modelagem de acordo com a seguinte ordem, isto é:

- I- Sem a presença de ruído aleatório aditivo (K-PSTM – KGB-PSTM - Coeficiente de reflexão) (ver, Figura 6.13);
- II- Com a presença de ruído aleatório aditivo (K-PSTM – KGB-PSTM - Coeficiente de reflexão) (ver, Figura 6.14);
- III- Sem a presença de ruído aleatório aditivo (K-PSDM – KGB-PSDM - Coeficiente de reflexão) (ver, Figura 6.15);
- IV- Com a presença de ruído aleatório aditivo (K-PSDM – KGB-PSDM - Coeficiente de reflexão) (ver, Figura 6.16);

Figura 6.13- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.

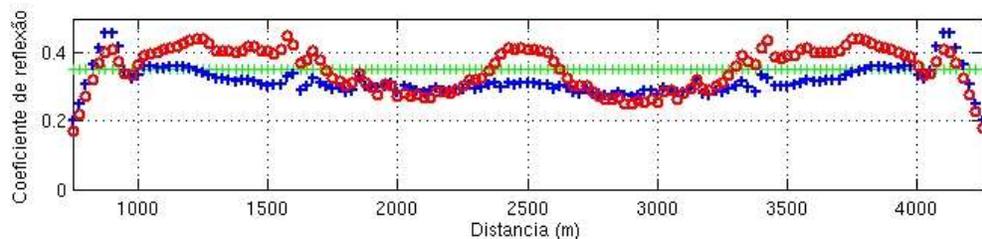


Figura 6.14- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.

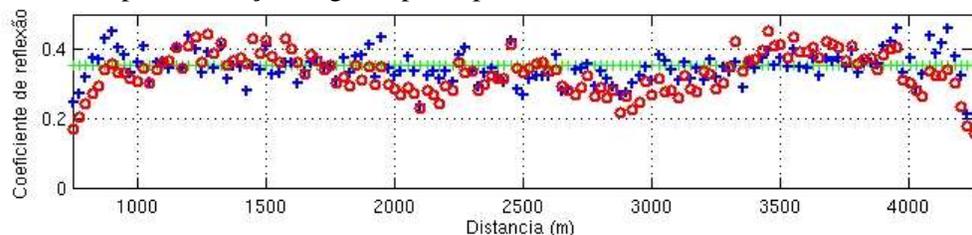


Figura 6.15- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.

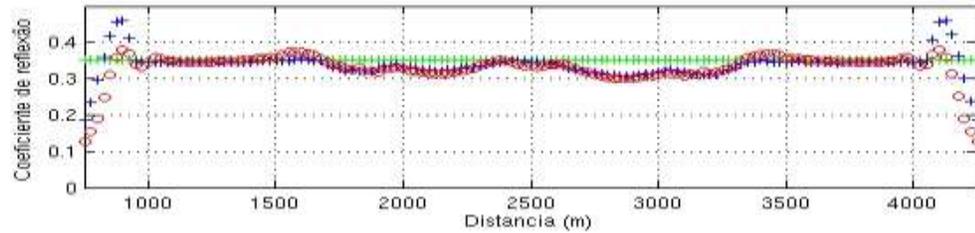
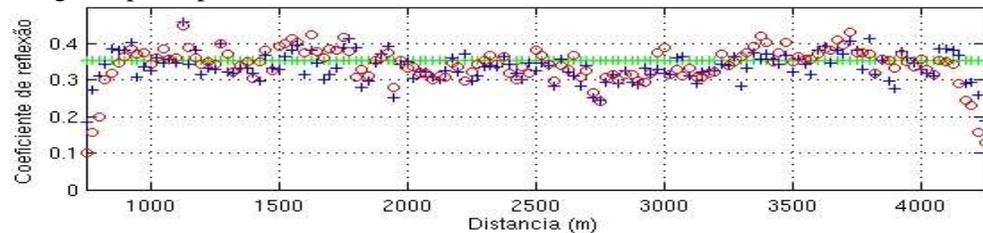


Figura 6.16- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.



Como uma análise preliminar, acordando com os resultados mostrados nas Figuras (6.13, 6.14, 6.15 e 6.16) é possível verificar que em ambos os processos de migração, a concordância entre os valores obtidos a partir das migrações com amplitudes verdadeiras, isto é Kirchhoff e Kirchhoff Gaussian Beam, tanto no tempo quanto na profundidade, apresenta-se de maneira satisfatória, mesmo em condições onde o dado sísmico apresenta contaminação de ruído.

Baseado na análise anterior motivou-se a inserir uma quantidade maior de ruído aleatório aditivo (razão sinal / ruído igual a 3) (ver, Figura 6.17) no dado de entrada em utilização, objetivando verificar a robustez, por exemplo, do método KGB-PSDM em relação ao método convencional K-PSDM, no que se refere à resolução da imagem. Tais resultados podem ser visualizados nas Figuras (6.18) e (6.19). Novamente neste teste, o operador proposto neste trabalho mostra-se mais robusto na melhora da razão sinal / ruído da imagem migrada.

Figura 6.17- Seção sísmica sintética com afastamento constante 100m (dado de entrada) 77 para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3.

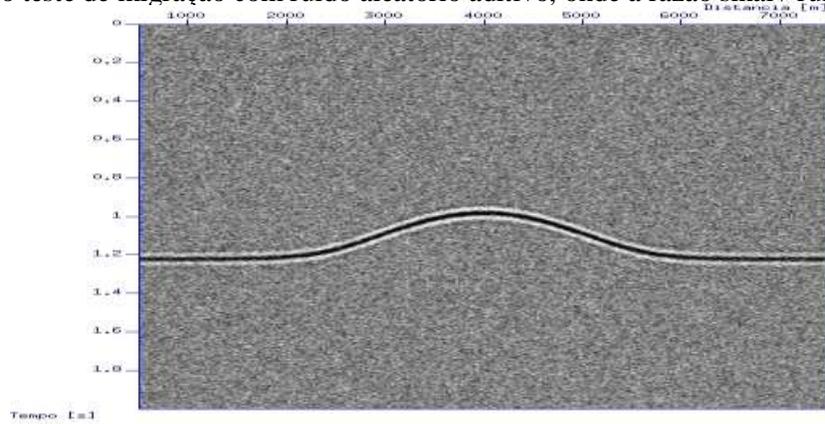


Figura 6.18- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3.

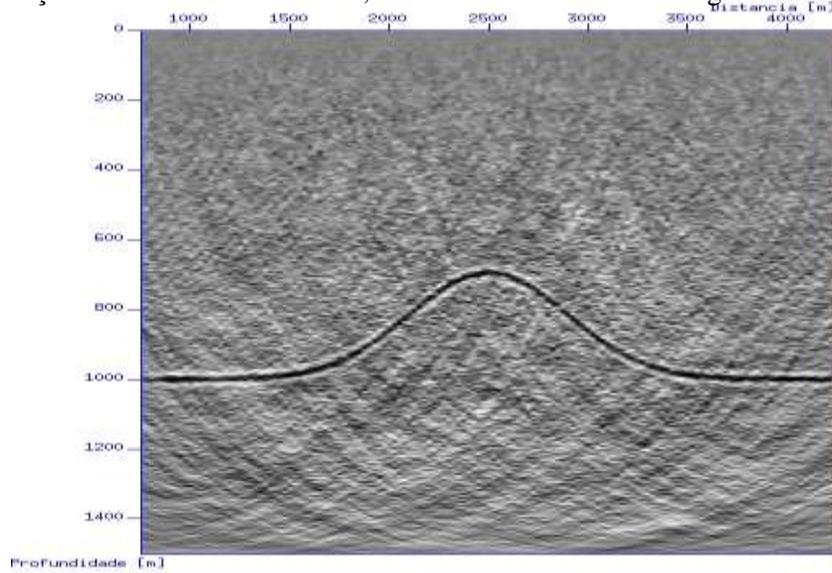


Figura 6.19- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal / ruído é igual a 3.



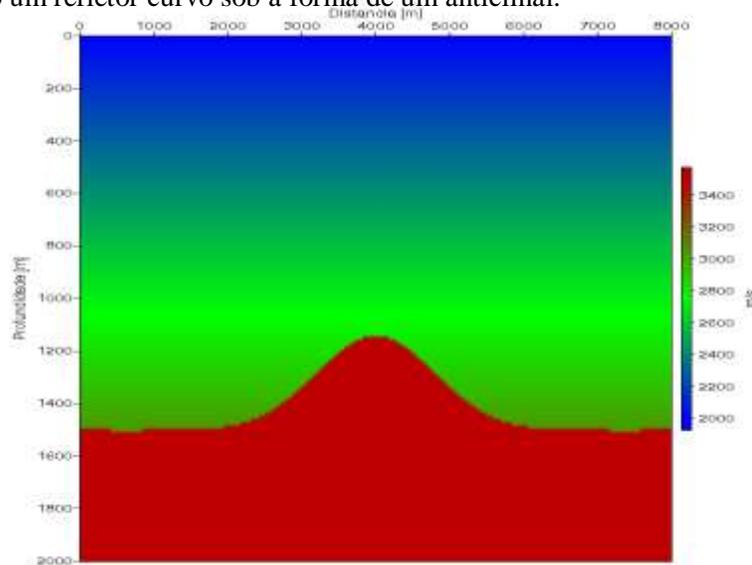
6.3 MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE

Nesta situação também foi utilizado o programa SEIS88 (ČERVENÝ; PSENČICK, 1988), através da teoria do raio de ordem zero para gerar um dado sísmico oriundo de um modelo que possui uma camada com gradiente vertical constante sobre um substrato homogêneo, com velocidade igual a 3500m/s separados por uma interface suave (Figura 6.20). A velocidade c da camada superior varia com a profundidade z de acordo com a expressão:

$$c = c_0 + g(z - z_0), \quad (6.1)$$

onde, g define o gradiente da velocidade, z_0 o valor da profundidade inicial e c_0 a velocidade inicial. Neste contexto, o gradiente assumido possui um valor de $g = 0.7\text{s}^{-1}$ com c_0 assumindo um valor de 2000m/s .

Figura 6.20- Modelo de velocidades com gradiente vertical constante ($g = 0.7\text{s}^{-1}$), representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.



6.3.1 Migração K-PSTM e KGB-PSTM sem ruído

Nas Figuras (6.21 e 6.22) têm-se as seções migradas através dos operadores K-PSTM e KGB-PSTM, respectivamente. Os resultados mostram que a seção migrada advinda do processo KGB-PSTM (Figura 6.22) apresenta-se mais limpa na parte superior, quando comparada com a parte superior da Figura (6.21), salientando ainda, que os efeitos de borda visualizados na Figura (6.21) são claramente atenuados na Figura (6.22).

Figura 6.21- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.

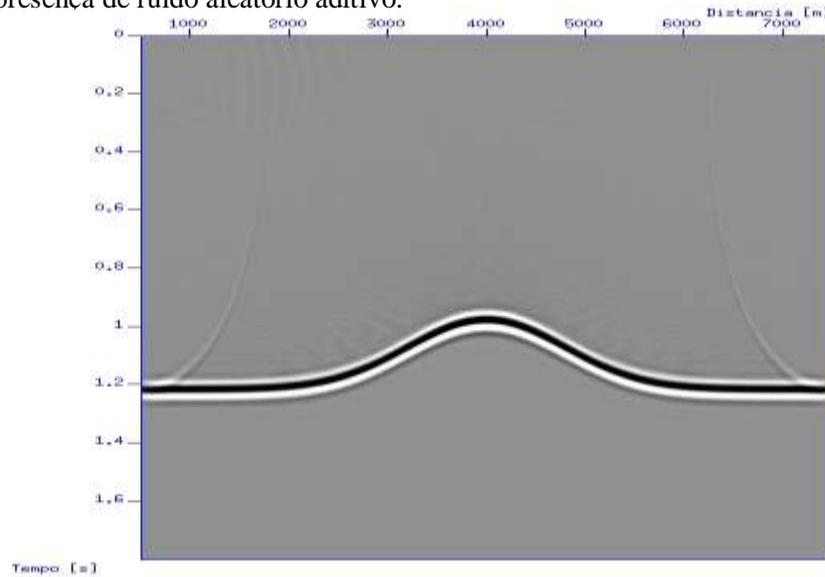
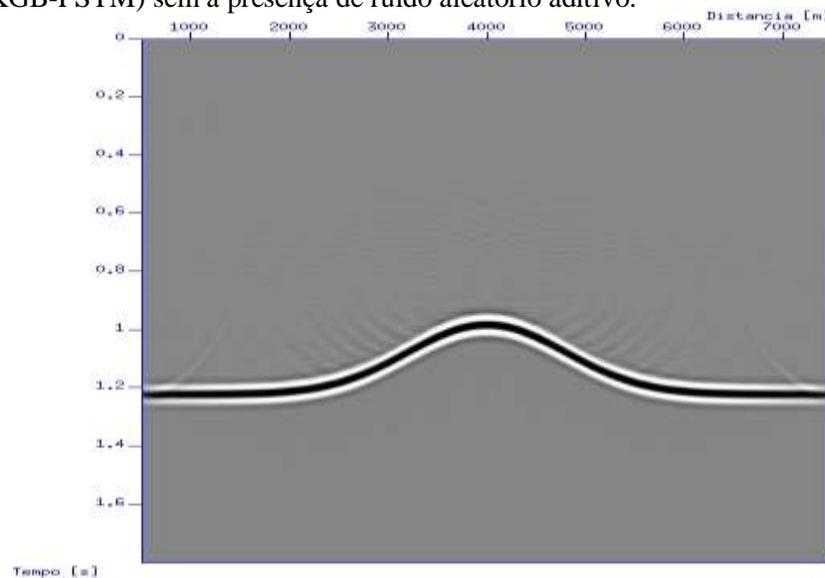


Figura 6.22- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.



6.3.2 Migração K-PSTM e KGB-PSTM com ruído

As Figuras (6.23) e (6.24) apresentam os resultados das seções migradas advindas dos métodos convencional (K-PSTM) e modificado (KGB-PSTM) na respectiva ordem. Observa-se que existem diferenças, quanto à resolução, entre as duas imagens, haja vista a imagem migrada através do processo KGB-PSTM ser menos contaminada devido à presença de ruído no dado de

entrada, quando comparada com a imagem migrada da Figura (6.23), destacando ainda, a atenuação dos efeitos de borda na Figura (6.24).

Figura 6.23- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em tempo (K-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.

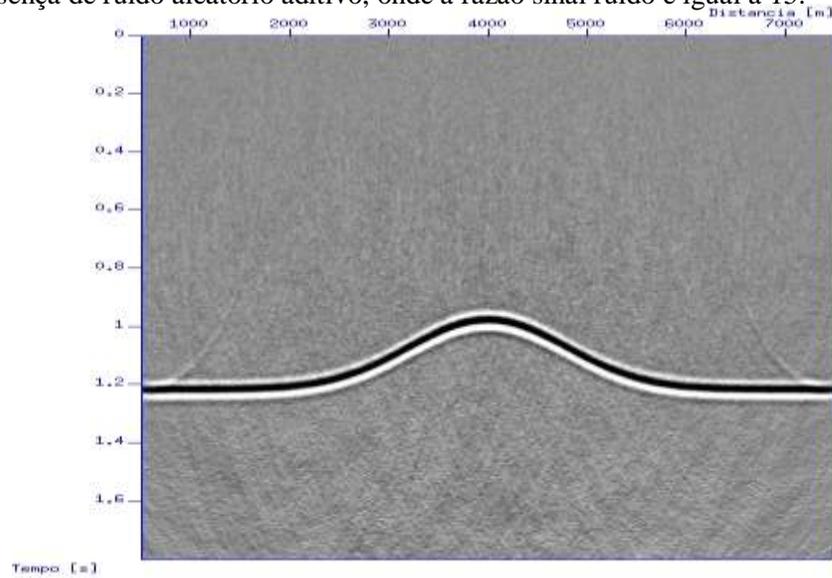
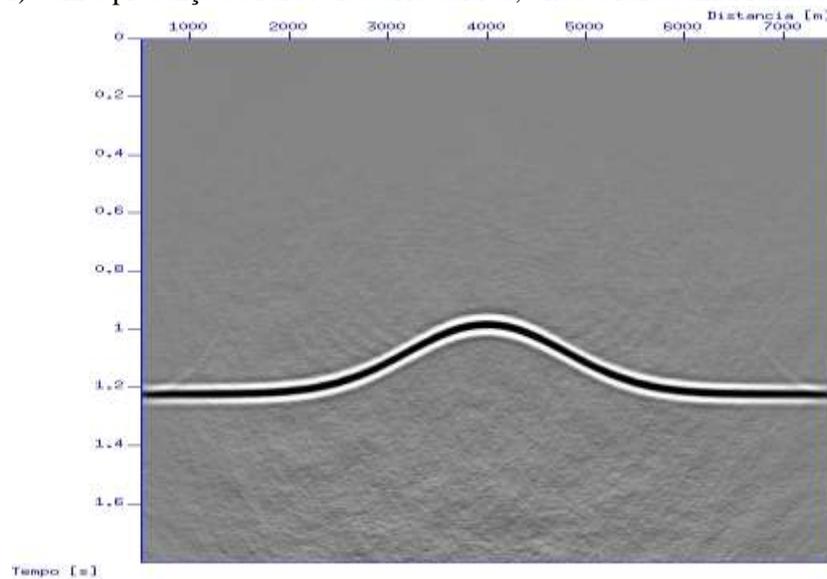


Figura 6.24- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em tempo (KGB-PSTM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.



6.3.3 Migração K-PSDM e KGB-PSDM sem ruído

Os resultados das migrações K-PSDM e KGB-PSDM representados pelas Figuras (6.25 e 6.26), respectivamente, apresentam o refletor em subsuperfície na sua verdadeira posição espacial, visto utilizar-se a verdadeira velocidade de migração. No entanto, a imagem migrada pelo método KGB-PSDM (Figura 6.26) apresenta-se com uma resolução maior do refletor, principalmente na região central do modelo, quando comparada com a imagem oriunda do processo K-PSDM (Figura 6.25), ressaltando que os efeitos de bordas presentes em ambas as seções migradas são mais atenuados na Figura (6.26).

Figura 6.25- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.

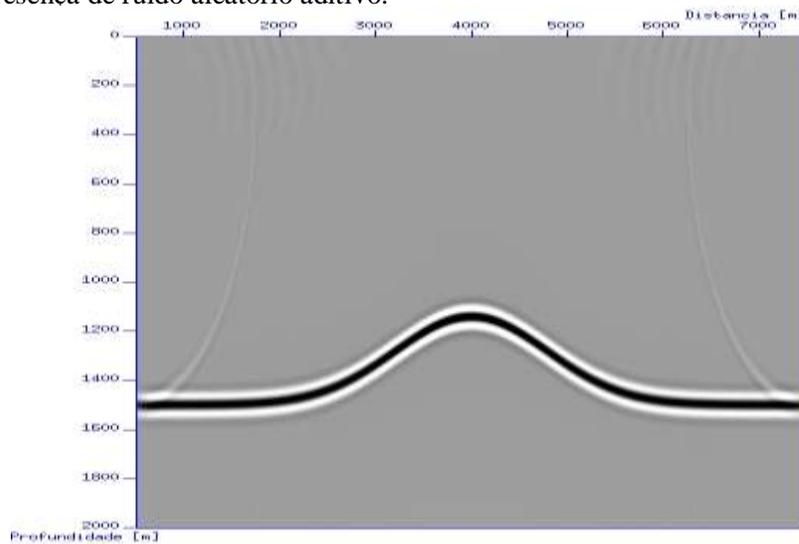
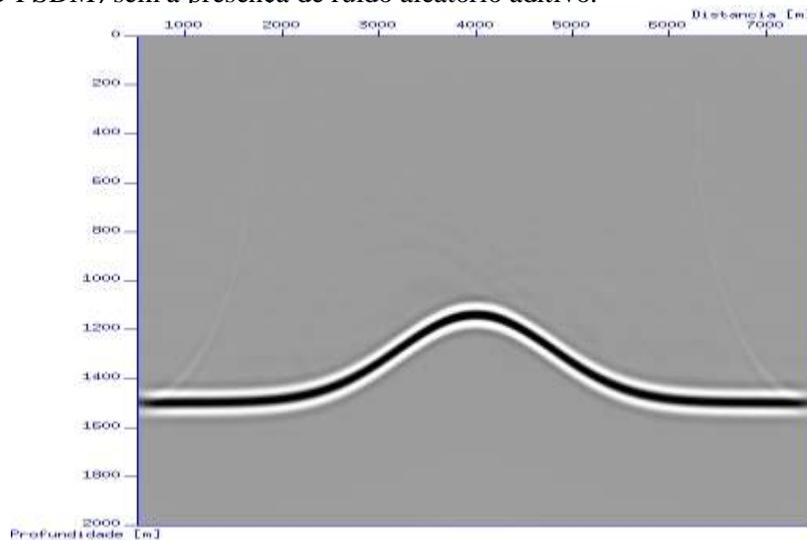


Figura 6.26- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) sem a presença de ruído aleatório aditivo.



6.3.4 Migração K-PSDM e KGB-PSDM com ruído

Adicionando ruído aleatório no dado de entrada (razão / sinal igual a 15), foram aplicados os métodos K-PSDM e KGB-PSDM, cujos resultados são apresentados nas Figuras (6.27 e 6.28), respectivamente. As referidas imagens apresentam uma satisfatória continuidade no refletor, porém, as mesmas diferem quanto à resolução, uma vez que na Figura (6.27) nota-se uma contaminação maior de ruído quando comparada à Figura (6.28), destacando novamente a atenuação dos efeitos de borda na seção migrada advinda do processo KGB-PSDM (Figura 6.28).

Figura 6.27- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão / sinal ruído é igual a 15.

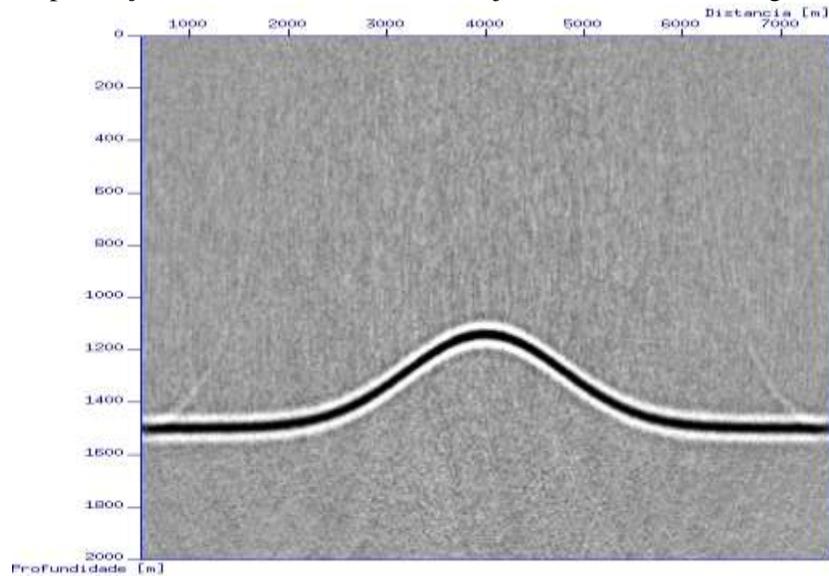
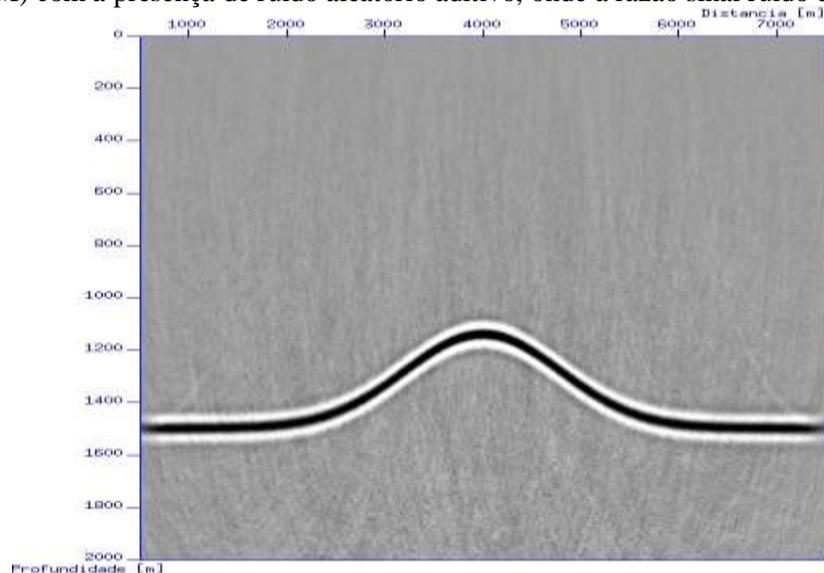


Figura 6.28- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 15.



6.4 AMPLITUDES VERDADEIRAS (MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE)

Similarmente ao que foi apresentado no t3pico (6.2), a respeito do conceito de amplitudes verdadeiras, ser3a mostrado a seguir figuras comprobat3rias que mostram a recupera33o das mesmas em uma situa33o especial (gradiente constante) de forma satisfat3ria, destacando a discord3ncia nas bordas de ambos os processos, onde este efeito acontece em virtude da abertura limitada do operador, sendo mais acentuado no processo KGB. Tais figuras seguir3o a ordem:

- I - Sem a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo (K-PSTM – KGB-PSTM - Coeficiente de reflex3o) (ver, Figura 6.29);
- II- Com a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo (K-PSTM – KGB-PSTM - Coeficiente de reflex3o) (ver, Figura 6.30);
- III- Sem a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo (K-PSDM – KGB-PSDM - Coeficiente de reflex3o) (ver, Figura 6.31);
- IV- Com a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo (K-PSDM – KGB-PSDM - Coeficiente de reflex3o) (ver, Figura 6.32);

Figura 6.29- Coeficientes de reflex3o sem a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo. Cor azul: obtido a partir da se33o migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da se33o migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.

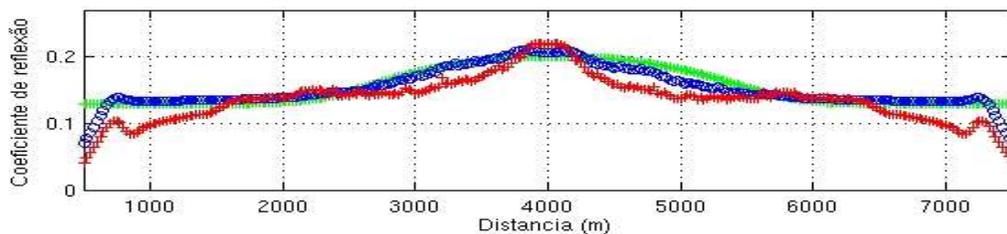


Figura 6.30- Coeficientes de reflex3o com a presen3a de ru3do aleat3rio aditivo, onde a raz3o sinal/ ru3do 3 igual a 15. Cor azul: obtido a partir da se33o migrada pelo operador K-PSTM. Cor vermelha: obtido a partir da se33o migrada pelo operador KGB-PSTM. Cor verde: valor exato.

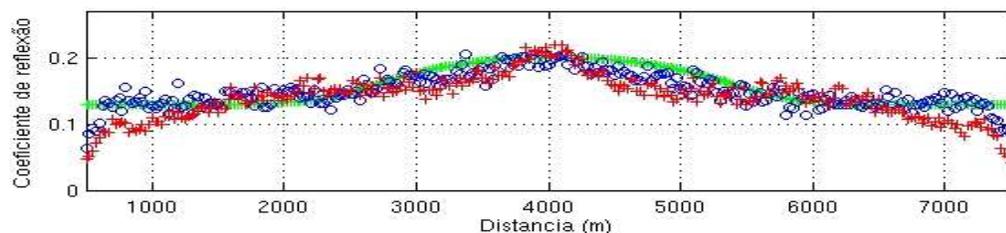


Figura 6.31- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.

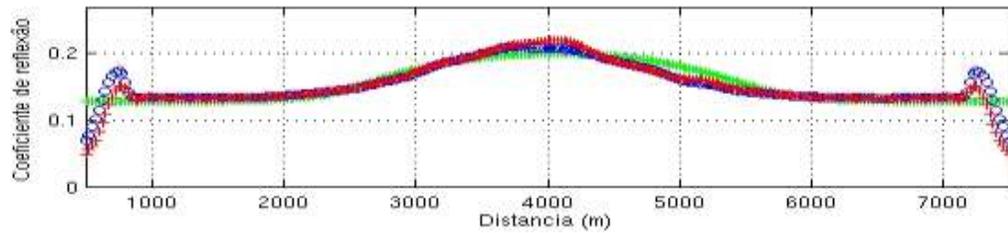
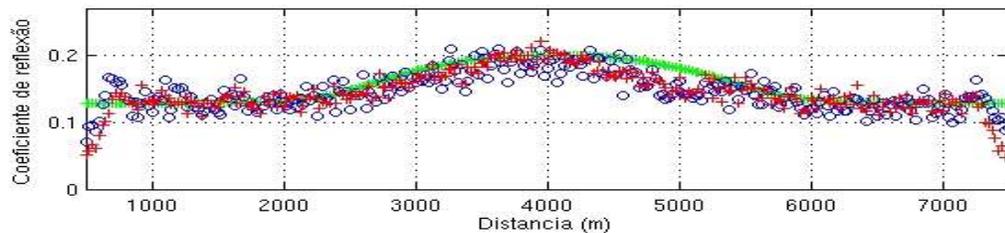


Figura 6.32- Coeficientes de reflexão com a presença de ruído aleatório aditivo, cuja razão sinal ruído é igual a 15. Cor azul: obtido a partir da seção migrada pelo operador K-PSDM. Cor vermelha: obtido a partir da seção migrada pelo operador KGB-PSDM. Cor verde: valor exato.



Observando a Figura (6.32), a qual apresenta uma satisfatória concordância entre os valores obtidos a partir das migrações K-PSDM (cor azul) e KGB-PSDM (cor vermelha) e o valor exato do coeficiente de reflexão (cor verde), mesmo na presença de ruído aleatório aditivo, foi possível avaliar a robustez do método proposto nesta Tese, por exemplo, K-PSDM versus KGB-PSDM, tendo como entrada o dado visualizado na Figura (6.33), estando os resultados de ambos os processos expostos nas Figuras (6.34 e 6.35), respectivamente.

Figura 6.33- Seção sísmica sintética com afastamento constante 500m (dado de entrada) para o teste de migração com ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal / ruído é igual a 3. 85

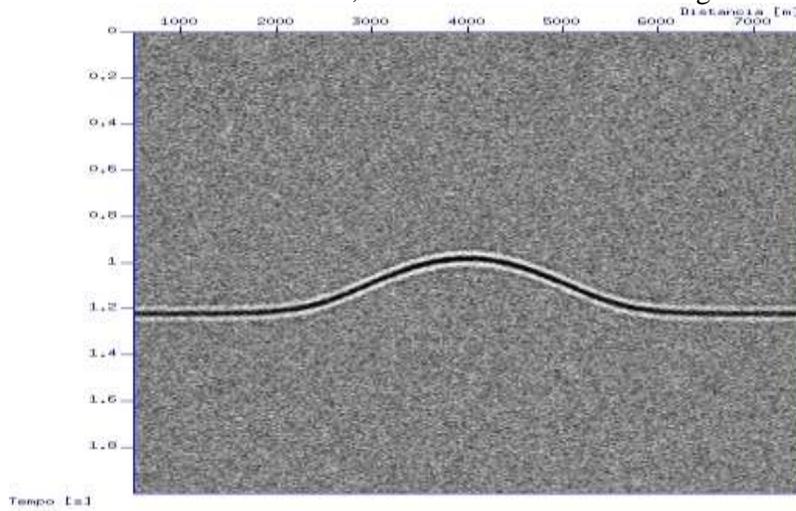


Figura 6.34- Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade (K-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 3.

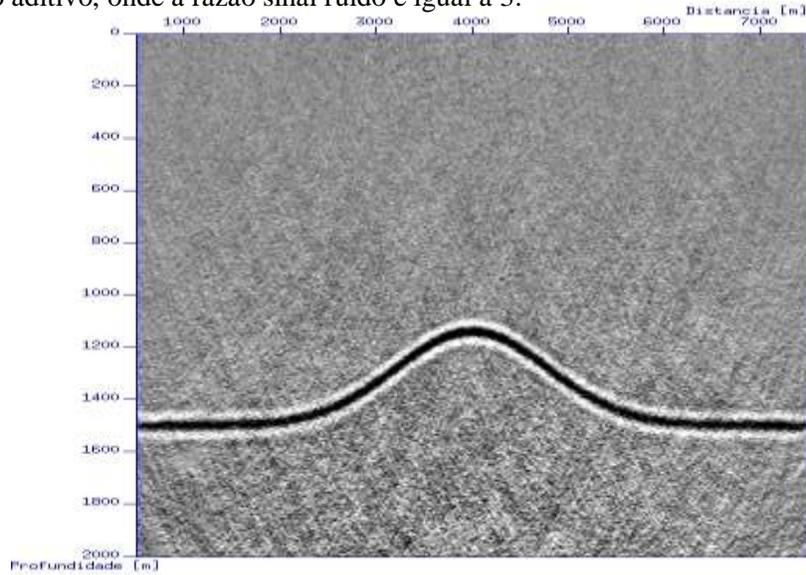
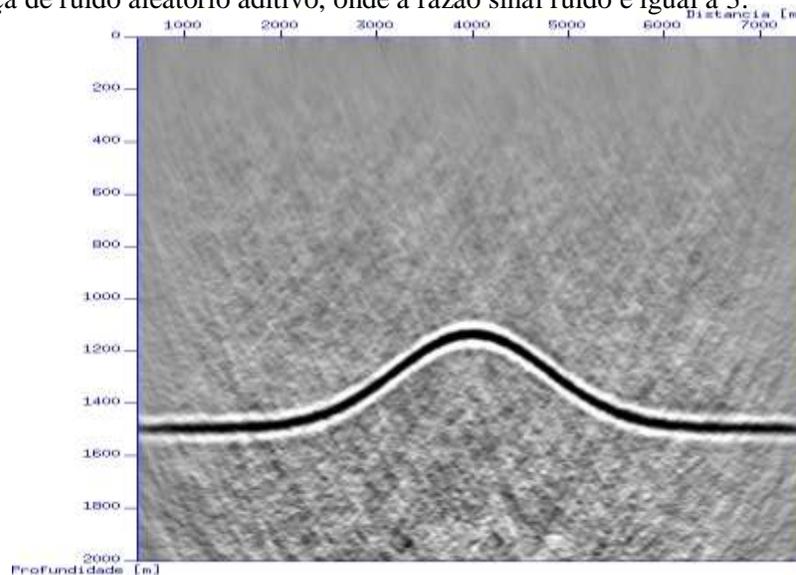


Figura 6.35- Migração Kirchhoff Gaussian Beam pré-empilhamento em profundidade (KGB-PSDM) com a presença de ruído aleatório aditivo, onde a razão sinal ruído é igual a 3.



7 RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS A PARTIR DE UM DADO SINTÉTICO NO DOMÍNIO CA

Neste capítulo, como resultados numéricos será mostrada uma comparação entre as imagens obtidas, usando o operador de migração pré-empilhamento Kirchhoff (K-CA) (ver, Equação (3.36)) e o operador de migração pré-empilhamento Kircchoff-Gaussian-Beam (KGB-CA) (ver, Equação (5.7)) em verdadeira amplitude 2,5D em profundidade e tempo, levando em consideração o domínio ângulo comum (CA) para um meio homogêneo, utilizando o mesmo dado sintético com e sem ruído aleatório aditivo, oriundo do modelo representado na Figura (6.1). Ambos os processos irão considerar que os ângulos de reflexão variam de 0° a 40° graus, porém, as três primeiras figuras são referentes aos ângulos de reflexão 0° , 20° e 40° graus. Em seguida, mostram-se as seções migradas somadas referentes a todos os ângulos, os quais variam de 0° a 40° graus. Apresenta-se ainda, uma comparação entre as amplitudes extraídas do processo sem ruído, referente a uma família de imagem comum (CIG, do inglês *common image gather*) para coordenada fixa $x=2500m$, caracterizando uma posição central do domo (Figura 6.1), juntamente com os coeficientes de reflexão, os quais são obtidos da modelagem, objetivando verificar como os resultados preliminares aqui apresentados, se comportam em relação à estabilidade, bem como à acurácia do algoritmo aqui proposto (KGB-CA) em conjunto com K-CA, no que se refere à correção do espalhamento geométrico.

7.1 MIGRAÇÃO K-CA E KGB-CA SEM RUÍDO

Os resultados da migração CA, considerando os ângulos de reflexão $\alpha_R = 0^\circ$, $\alpha_R = 20^\circ$ e $\alpha_R = 40^\circ$ para os processos K-CA e KGB-CA em profundidade são apresentados nas Figuras (7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 e 7.6), respectivamente aos referidos ângulos. Constata-se claramente que os resultados advindos do método KGB-CA se apresentam menos afetados por ruído e por artefatos de migração na parte superior do modelo, quando comparados com as imagens oriundas do processo K-CA. Em relação à resolução do refletor novamente o processo KGB-CA se mostra mais eficiente.

Figura 7.1- Migração K-CA em profundidade considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 0^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.

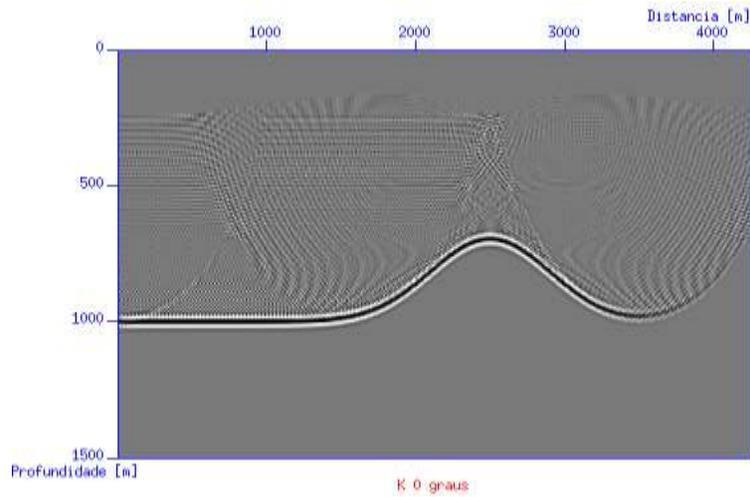


Figura 7.2- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 0^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.

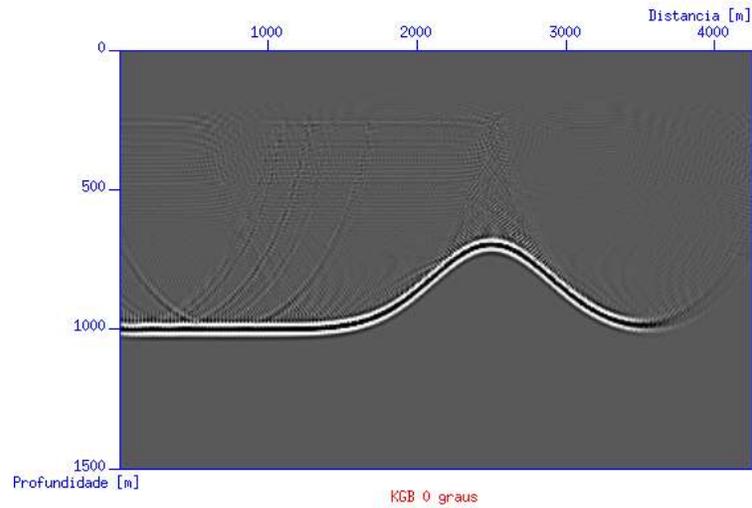


Figura 7.3- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 20^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.

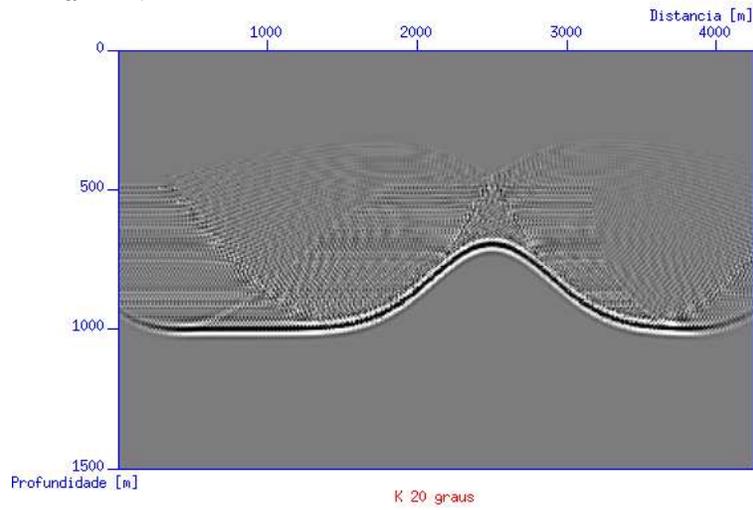


Figura 7.4- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 20^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.

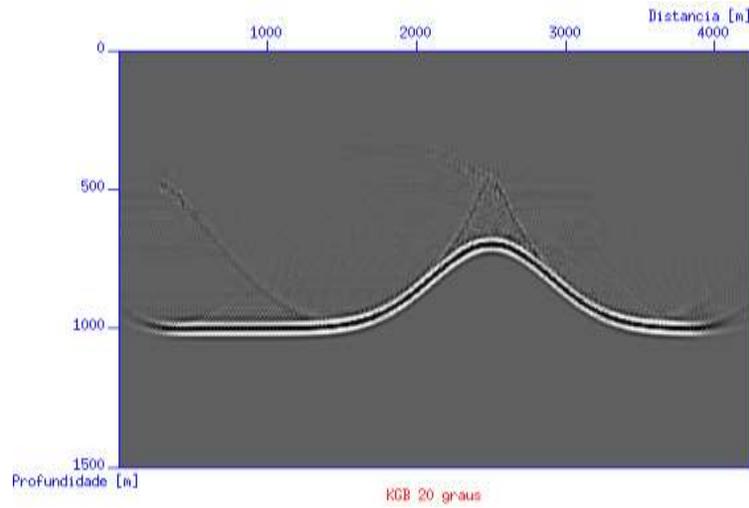


Figura 7.5- Migração K-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 40^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.

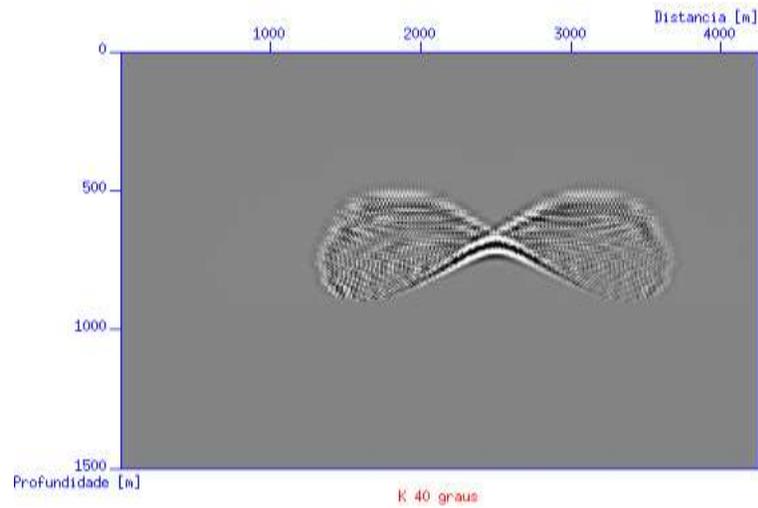
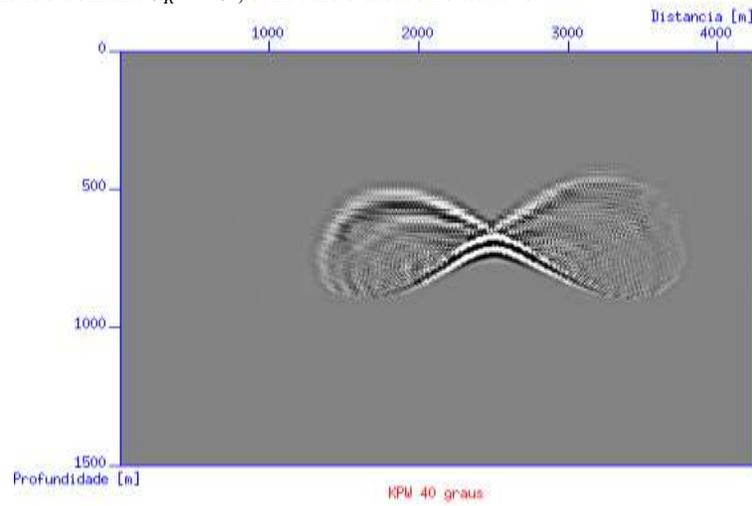


Figura 7.6- Migração KGB-CA em profundidade, considerando um ângulo de reflexão comum $\alpha_R = 40^\circ$, sem ruído aleatório aditivo.



7.2 MIGRAÇÃO K-CA E KGB-CA SOMADAS COM RUÍDO

Para verificar a influência do ruído no resultado das migrações K-CA (Figura 7.7) e KGB-CA (Figura 7.8) em profundidade, foi adicionado ruído aleatório aditivo no dado de entrada de cobertura múltipla, cuja a razão / sinal ruído é igual a 7. Em seguida, migrou-se e somou-se 40 seções de ângulo comum, os quais variam de 0° a 40° graus. Os resultados mostraram uma evidente diferença entre as duas imagens, principalmente no que se refere à questão do aumento da resolução, ou seja, a imagem migrada através do método KGB-CA apresentou um melhor resultado comparado ao método K-CA. Por outro lado, para efeito de comparação foi repetido o mesmo processo exposto anteriormente, porém, em tempo, onde novamente, o resultado obtido pelo método KGB-CA (Figura 7.10) apresentou-se mais eficiente no aumento da resolução da imagem migrada, tornando a mesma mais nítida quando comparada à imagem advinda do processo K-CA (Figura 7.9).

Figura 7.7- Migração K-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.

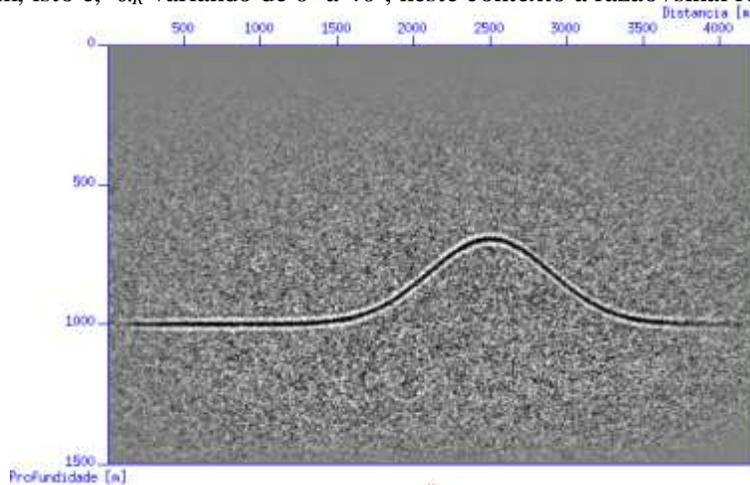


Figura 7.8- Migração KGB-CA em profundidade, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.

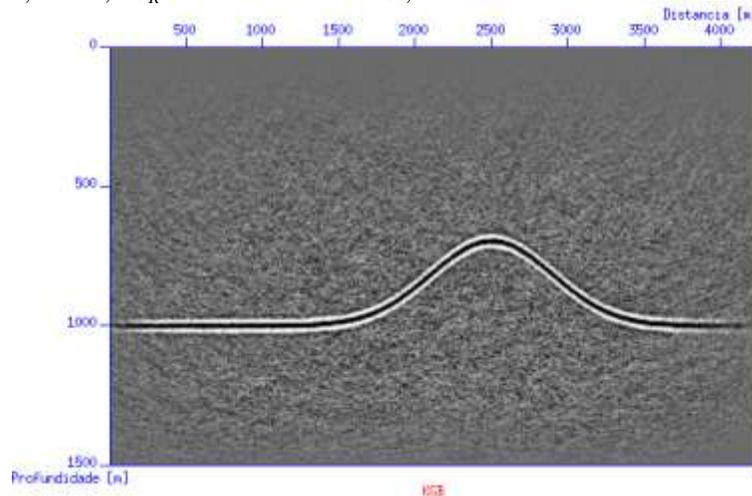


Figura 7.9- Migração K-CA em tempo, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.

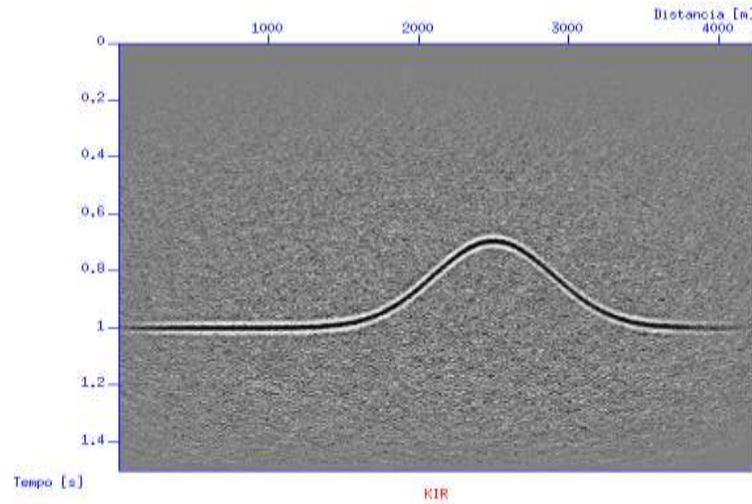
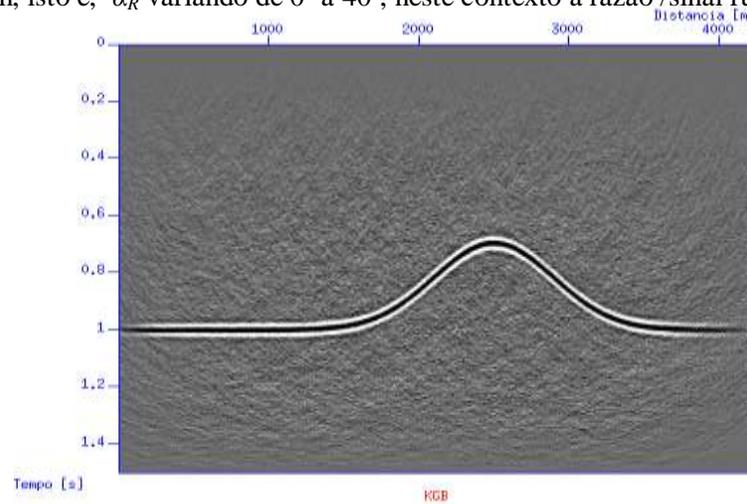


Figura 7.10- Migração KGB-CA em tempo, considerando todos os ângulos de reflexão comum, isto é, α_R variando de 0° a 40° , neste contexto a razão /sinal ruído é igual a 7.



7.3 AMPLITUDES VERDADEIRAS (MEIO HOMOGENEO)

Objetivando verificar o comportamento das amplitudes, que neste processo é uma estimativa dos valores exatos dos coeficientes de reflexão, coletam-se as mesmas em um determinado CIG, referente a uma coordenada fixa $x=2500m$, do processo K-CA (Figura 7.11) e KGB-CA (Figura 7.12). Na Figura (7.13), mostra-se uma comparação entre os coeficientes de reflexão oriundos da modelagem (cor verde) e suas respectivas estimativas (cor azul) retiradas do K-CA. Similarmente, apresenta-se na Figura (7.14) uma comparação entre os coeficientes exatos (cor verde) e suas estimativas (cor vermelha), estas, advindas do processo KGB-CA. Sobre estes resultados têm-se a principio duas colocações, onde, inicialmente, analisando a imagem dos CIG's, nota-se uma forte diminuição dos ruídos na imagem produzida pelo processo KGB-CA quando comparada à imagem do CIG referente ao método K-CA, em seguida, analisando os gráficos das amplitudes, verifica-se que ambos os processos K-CA e KGB-CA apresentam flutuações em relação aos valores exatos dos coeficientes de reflexão, no entanto, as amplitudes extraídas do processo KGB-CA são menos discrepantes em relação aos valores exatos, produzindo assim uma melhor recuperação dos valores exatos referente aos coeficientes de reflexão.

Figura 7.11- CIG referente ao processo K-CA em profundidade para a coordenada fixa $x=2500m$.

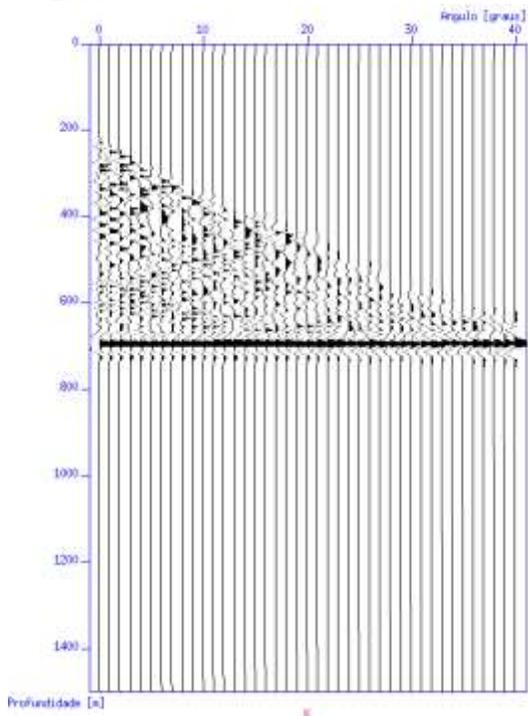


Figura 7.12- CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade para a coordenada fixa $x=2500m$.

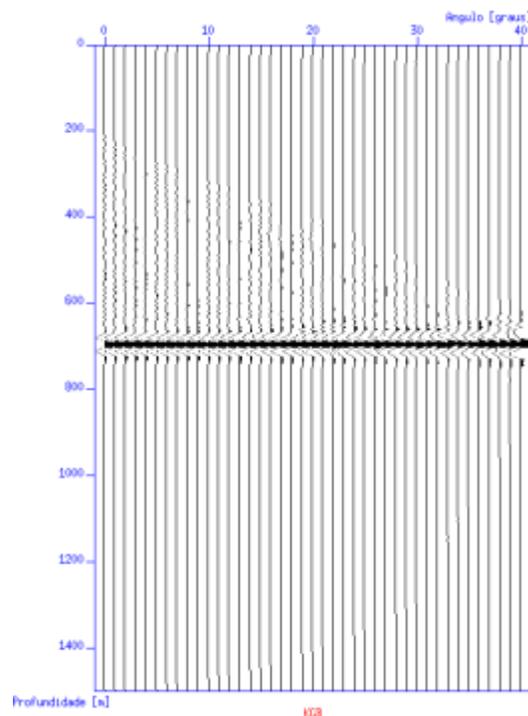


Figura 7.13- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor azul: obtido a partir do CIG referente ao processo K-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.

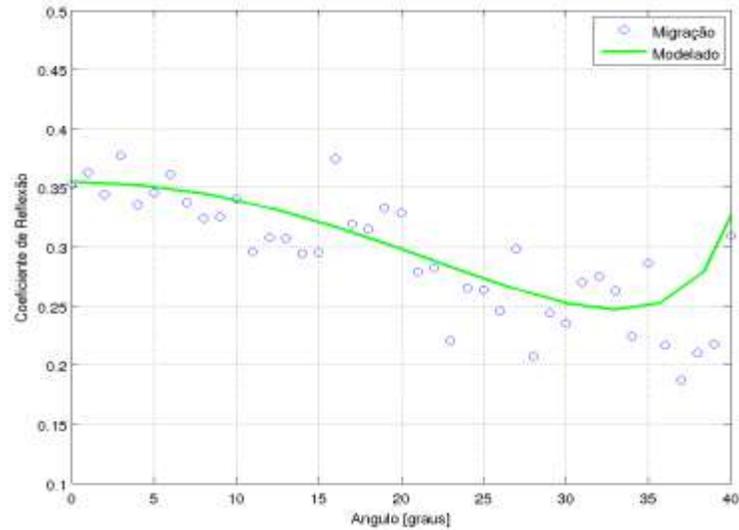
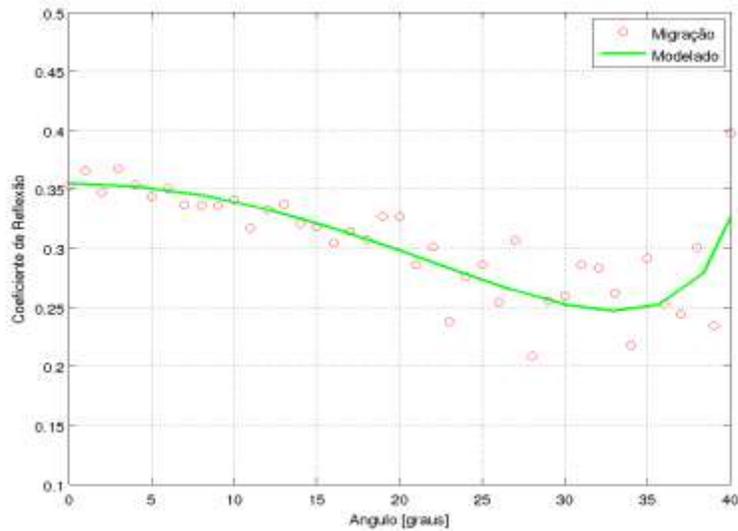


Figura 7.14- Coeficientes de reflexão sem a presença de ruído aleatório aditivo. Cor vermelha: obtido a partir do CIG referente ao processo KGB-CA em profundidade. Cor verde: valor exato.



8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Na presente tese constituiu-se como primeira etapa a simplificação das fórmulas gerais para meios 3D, validas quando se tem uma distribuição de velocidade arbitraria, onde os parâmetros não variam na direção perpendicular à linha de aquisição sísmica (situação 2,5D). Tais fórmulas compõem os operadores de migração Kirchhoff convencional (K-PSTM e/ou K-PSDM) e Kirchhoff modificado (KGB-PSTM e/ou KGB-PSDM), sendo neste último, seu núcleo alterado através de uma integral de superposição de feixes gaussianos. Particularmente, tais operadores foram definidos para as configurações de medida afastamento comum e ângulo de reflexão comum. Em relação à integral de superposição de feixes gaussianos mencionada anteriormente, idealizou-se uma flexibilidade em relação a sua aplicabilidade, no que se refere ao domínio a ser utilizado, i.e, afastamento comum e fonte comum. Ainda no âmbito das simplificações, foram apresentadas fórmulas analíticas para a referida pesquisa no que se refere, por exemplo, à determinação das curvas de empilhamento e os pesos de amplitude verdadeira dos operadores integrais aqui utilizados, considerando duas distribuições de velocidade, quais sejam, velocidade constante e velocidade com gradiente vertical constante, destacando que para a configuração ângulo comum, restringiu-se à distribuição de velocidade constante.

Posteriormente, testou-se em dois dados sintéticos o algoritmo Kirchhoff-Feixes-Gaussianos (KGB, do inglês *Kirchhoff-Gaussian-Beam*) na configuração afastamento comum (CO), tanto em tempo como na profundidade, sendo os dados simulados a partir de um modelo que representa uma estrutura em subsuperfície sob a forma de um anticlinal. No primeiro modelo considerou-se um meio homogêneo, onde as velocidades acima e abaixo do refletor são admitidas constantes, já em relação ao segundo, a velocidade acima do refletor apresenta-se de forma variável de acordo com a profundidade (gradiente vertical constante), enquanto que abaixo do refletor, a velocidade é considerada constante. Em ambos os resultados obtidos o método KGB mostrou-se mais efetivo na diminuição dos artefatos de migração, bem como no aumento da razão / sinal ruído das imagens migradas, quando comparadas com as imagens oriundas do processo convencional de migração Kirchhoff. Ainda sobre estes testes, verificou-se que o algoritmo KGB permite estimar os coeficientes de reflexão, neste sentido, para efeito de comparação, foram extraídas as amplitudes das seções migradas (tempo e profundidade) exatamente sobre o refletor, constatando uma satisfatória concordância entre os valores

calculados e exatos do coeficiente de reflexão advindos da modelagem, havendo maiores diferenças nas bordas, porém com uma excelente tendência quando confrontadas com as amplitudes relacionadas ao algoritmo Kirchhoff convencional em verdadeira amplitude.

Como maior contribuição nesta Tese, foi apresentada uma nova alternativa de imageamento, utilizando os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos no domínio ângulo de reflexão comum. Neste contexto, os primeiros resultados mostram-se consistentes, no que diz respeito ao aumento da razão sinal ruído, apresentando ainda uma satisfatória recuperação dos coeficientes de reflexão no teste aqui apresentado.

Enquanto perspectivas, principalmente no que concerne ao algoritmo de migração CA proposto na referida tese, o qual em virtude da não necessidade de se fazer algum tipo de interpolação e/ou pré-condicionamentos de dados nos domínios ponto médio e meio afastamento, torna-se possível a aplicação dos métodos K-CA e KGB-CA em dados reais para a migração pré-empilhamento em tempo, bem como para análise da variação da amplitude com o ângulo de reflexão (AVA, do inglês *amplitude versus angle*), ressaltando que, devido os resultados aqui apresentados indicarem um aumento na razão sinal/ruído nas imagens migradas, a migração KGB-CA poderá também ser utilizada para o processo de análise de velocidade da migração em tempo. Aponta-se ainda como perspectivas, o desenvolvimento teórico relacionado à migração Kirchhoff no domínio ângulo comum em um meio com gradiente constante e, posteriormente, atrelando à mesma os fundamentos teóricos dos feixes gaussianos, os quais foram apresentados nesta tese.

REFERÊNCIAS

- ABERTIN, U.; YINGST, D.; KITSCHENSIDE, P. True-amplitude beam migration. In: ANNUAL MEETING, 74th, 2004, Denver, USA. **Expanded Abstract**. Denver, USA: SEG, 2004. Obtido via base de dados Technical Program. 1 CD-ROM
- AKI, K.; RICHARDS, P. G. **Quantitative seismology**: theory and método. New York: W. H. Freeman and Company, 1980. v.1, p.932.
- BEYLKIN, G. Imaging of discontinuities in the inverse scattering formalism by inversion of a generalized Radon transform. **J. Math. Phys.**, v.26, p. 99-108, 1985.
- BLEISTEIN, N. Two-and-one-half-dimensional in-plane wave propagation. attributes. **Journal of Seismic Exploration**, v.10, p. 19-29, 1986.
- BLEISTEIN, N. On the imaging of reflectors in the Earth. **Geophysics Prospecting**, v.52, p.931-942, 1987.
- BLEISTEIN, N.; COHEN, K. J.; STOCKWELL, Jr. W. J. Mathematics of multidimensional seismic imaging, migration, and inversion. Springer-Veerlag New York. Inc, 2000, p.510p.
- BLEISTEIN, N. **Mathematics of modeling, migration and inversion with gaussian beams**. Colorado, USA, CWP, 2008. (Monograph).
- BLEISTEIN, N. **Mathematics of modeling, migration and inversion with gaussian beams**. Colorado, USA, CWP, 2009. (Monograph).
- BORTFELD, R. Geometrical ray theory: rays and traveltimes in seismic systems (second-order approximations of the traveltimes) **Geophysics**, v. 48, n.3, p. 1342–1349, 1989.
- BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A. Taschenbuch der mathematic. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, ISBN, 1991, p.3-8154-2000-8.
- CASTILLO, L. L. A. **Migração com amplitude verdadeira em meios com gradiente constante de velocidade**. 2000. 56f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Pará-Centro de Geociências- Curso de pós-graduação em geofísica, Belém, Pará, 2000.
- CASTRO, M. A.; ČERVENÝ, V. 3-D inversion of seismic reflection data using dynamic ray tracing. In: 2nd ANNUAL INTERNATIONAL MEETING, Salvador, Brasil. **Expanded Abstracts**: SBGf, p.811-816, 1991. 1 CD-ROM.
- ČERVENÝ, V. Expansion of a plane wave Gaussian beams. **Studia Geoph et Geod**, v.26, p.120-131, 1982.

ČERVENÝ, V. Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structures by the Gaussian Beam method. **Geophys. J. R. astr. Soc.**, v.73, p.389-426, 1983.

ČERVENÝ, V. Gaussian beam synthetic seismograms. **J. Geophys.**, v.58, p.44-72. 1985.

ČERVENÝ, V. Summation of paraxial Gaussian beams and of paraxial ray approximations in inhomogeneous anisotropic layered structures. *Seismic waves in complex 3D structure*, **Report**, Charles University, Prague, v.10, p. 121-159. 2000.

ČERVENÝ, V. **Seismic ray theory**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001, p.713.

ČERVENÝ, V.; RAVINDRA, R. **Theory of seismic head waves**. University of Toronto Press, 1971.

CHIRA-OLIVA, P.; TYGEL, M.; ZHANG, Y.; HUBRAL, P. Analytic CRS stack formula for a 2D curved measurement surface and finite-offset reflection. **Journal of Seismic Exploration**. v.10, p.245-262, 2001.

FERREIRA, C. A. S. **Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade modificada usando o operador de feixes gaussianos**. 2007. 187f. Tese (doutorado)- Universidade Federal do Pará, Programa de Pós- Graduação em Geofísica, Belém, Pará, 2007.

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. Modified Kirchhoff prestack migration using the gaussian beam operator as Green function. In: EAGE CONFERENCE & EXHIBITION, 66th, Paris, France. **Expanded Abstract**, 2004a. 1 CD-ROM.

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. Migração pré-empilhamento em profundidade usando o operador de feixes gaussianos como função de Green – Resultados numéricos e teóricos. In: **WORKSHOP DA REDE NORTE DE RISCO EXPLORATÓRIO**, 2, Belém, Pará, 2005a. 1 CD-ROM.

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. **Modified Kirchhoff prestack depth migration using the Gaussian beam operator as Green function – Theoretical and numerical results**. In: WAVE INVERSION TECHNOLOGY MEETING, Karlsruhe, Alemanha, 2005b. (Report 8).

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. **Modified Kirchhoff prestack depth migration using the Gaussian beam operator as Green function – Theoretical and numerical results**. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 9., 2005, Salvador. *Anais*. Salvador: SBGf, 2005c. 1 CD-ROM.

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. Migração KGB-PSDM em meios com gradiente constante de velocidade. In: **WORKSHOP DA REDE COOPERATIVA DE PESQUISA EM RISCO EXPLORATÓRIO**, 3, 2005, Salvador. *Anais*. Salvador: SBGf, 2005d. 1 CD-ROM.

FERREIRA, C. A. S.; CRUZ, J. C. R. A comparison of two true-amplitude Gaussian beam migration/inversion operators. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 11, 2009, Salvador. *Anais*. Salvador: SBGf, 2005. 1 CD-ROM.

- FOMEL, S.; PRUCHA, M. Angle gather time migration. Stanford Exploration Project, **Report100**, p.141-151, 1999.
- FOWLER, P. A comparative overview of prestack time migration methods: 67th Annual Internat. Mtg. Soc. Expl. Geophys. Expanded Abstracts, p.1571-1574, 1997.
- GRAY, S. H.; BLEISTEIN, N. True-amplitude Gaussian-beam migration. **Geophysics**, v.74, n.2, s11-s23, 2009.
- HILL, N. R. Gaussian beam migration. **Geophysics**, v.55, p.1416-1428, 1990.
- HILL, N. R. Prestack Gaussian beam depth migration. **Geophysics**, v.66, p.1240-1250, 2001.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HANITZSCH, C. Determination of Fresnel zones from traveltimes measurements. **Geophysics**, v.58, p.703-712, 1993.
- KRAVTSOV Y. A.; BERCYNKI P. Gaussian Beams in inhomogeneous media: a review. **Studia Geoph. et Geod.**, v.51, p.1-36, 2007.
- MARTINS, J.M.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; SANTOS, L.T. True-amplitude migration and demigration. **Journal of Seismic Exploration**, v.6, p.159-180, 1997.
- MIQUELES, E. X. **Modelamento sísmico em meios analíticos**. 2006. 100f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Departamento de Matemática, Curitiba, Paraná, 2006.
- MÜLLER, G. Efficient calculation of Gaussian beam seismograms for two dimensional inhomogeneous media. **Geophysics. J. R. Astr. Soc.**, v.79, p.153-166, 1984.
- NOWACK, R. L. Calculation of synthetic seismograms with Gaussian beams. **Pure and Applied Geophysics**, v.160, p.487-507, 2003.
- POPOV, M. M. A new method of computation of wave fields using Gaussian beams. **Wave Motion**, v.4, p.85-97, 1982.
- POPOV, M. M. **Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists**. EDUFBA, Salvador, Bahia, Brasil, 2002, 172p.
- POPOV, M. M.; SEMTCHENOK, N. M.; POPOV, P. M. Depth migration by the Gaussian beam summation method. **Geophysics**, v.75, p.81-93, 2010.
- PORTUGAL, R. S. **Construção de imagens em verdadeira amplitude por dados de reflexão: formulação matemática e construção de algoritmos**. 2002. 128f. Tese (doutorado)- Universidade Estadual de Campinas – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, São Paulo, 2002.

PROTASOV, M. I.; TCHEVERDA, V. A. True amplitude imaging by inverse generalized Radon transform based on Gaussian beam decomposition of acoustic Green's function. **Geophysical Prospecting**, v.59, p.197-209, 2011.

SANTIAGO, T. M. G. **Migração Kirchhoff 2,5D em tempo no domínio de ângulo comum e em amplitude verdadeira**. 2004. 96f. Dissertação (mestrado)- Universidade Estadual de Campinas- Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências, Campinas, São Paulo, 2004.

SAVA, P. C.; FOMEL, S. Angle - domain common - image gathers by wave field continuation methods. **Geophysics**, v.68, p.1065 – 1074, 2003.

SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 3D true – amplitude finite – offset migration, **Geophysics**, v.58, n.8, p.1112 – 1126, 1993.

SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; TYGEL, M.; JAYA, M. S. Minimum apertures and Fresnel zones in migration and demigration. **Geophysics**, v.67, p.183-194, 1997.

SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. **Seismic True-Amplitude Imaging**, Tulsa, USA, Society of Exploration Geophysicists, 2007, p.383.

SCHNEIDER, J.; W. A. Integral formulation for migration in two and three dimensions. **Geophysics**, v.43, p.49-76, 1978.

TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P. An unified approach to 3D seismic reflection imaging – Part II: Theory. **Geophysics**, v.61, p.759-775, 1996.

ŽÁČEK K. Optimization of the shape of Gaussian beams. **Studia Geoph et Geod**, v.50, p.349-365, 2006.

APÊNDICES

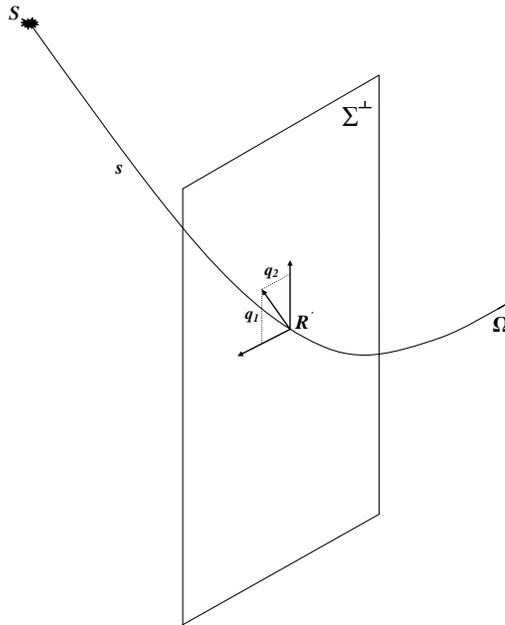
APÊNDICE A- PROPAGAÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS EM 2,5D

Segundo Červený (2001), a equação da onda em coordenadas centradas no raio apresenta uma solução, cuja representação matemática em 3D é dada por:

$$u_{GB}^{3D}(q_1, q_2, s, \omega) = \sqrt{\frac{c(s)}{\det[Q(s)]}} \exp\left\{i\omega\tau_0(s) + \frac{i\omega}{2}\vec{q}^T \mathbf{PQ}^{-1}\vec{q}\right\}, \quad (\text{A.1})$$

onde, $\vec{q} = (q_1, q_2)$ é um vetor de coordenadas pertencente a um plano ortogonal Σ^\perp ao raio Ω , sendo $q_3 = s$, com a origem fixada em um ponto arbitrário R' ao longo do raio (Figura A1), \mathbf{PQ}^{-1} representa uma matriz \mathbf{M} complexa 2×2 , sendo as matrizes \mathbf{P} e \mathbf{Q} soluções do sistema de traçamento dinâmico do raio sob condições iniciais complexas (POPOV, 2002; ČERVENÝ, 2001), $\tau_0(s)$ indica o tempo de trânsito ao longo do raio, ω representa a frequência de oscilação, s o comprimento do arco ao longo do raio e $c(s)$ representando os valores de velocidades ao longo do raio.

Figura A1- Representação esquemática de um sistema de coordenadas centradas no raio.



É valido salientar dois pontos importantes quanto às propriedades que envolvem as matrizes \mathbf{P} e \mathbf{Q} , isto é:

I- $\det [\mathbf{Q}(s)] \neq 0$ - para um s arbitrário. Esta condição garante a regularidade do feixe gaussiano ao longo de todo o raio, por exemplo, amplitudes finitas em cáusticas;

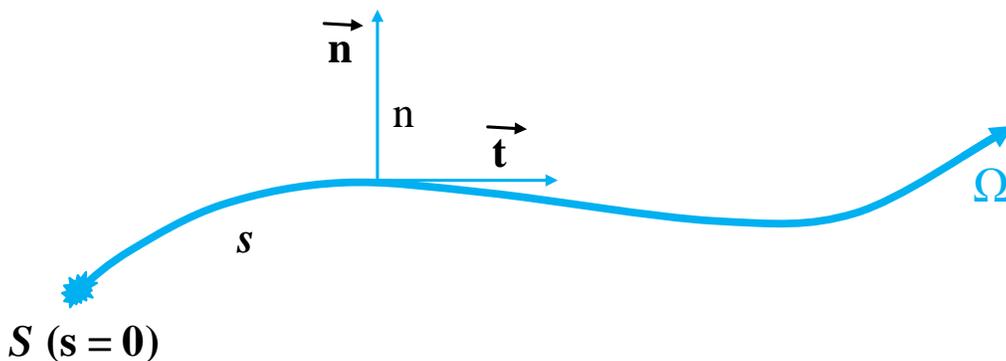
II- $\text{Im} \left[\frac{P(s)}{Q(s)} \right] > 0$ - a referida condição garante a concentração das soluções ao redor dos raios de referência, ou seja, fisicamente todos os raios paraxiais concentram-se na vizinhança do raio central.

Neste sentido, de acordo com os conceitos da propagação da onda em uma situação 2,5D, Bleistein (2008) apresentou uma representação matemática em coordenadas centradas no raio, referente a uma solução da equação da onda, caracterizando uma propagação de feixes gaussianos para o caso 2,5D, a qual é expressa por:

$$u_{GB}^{2,5D}(n, s, \omega) = \left(\frac{c(s_0)c(s)}{iQ(s)(\sigma - \sigma_0)} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ i\omega\tau_0(s) + \frac{i\omega(n-n_0)^2}{2} PQ^{-1} \right\}. \quad (\text{A.2})$$

Neste caso, usa-se s e $q_1 = n$, sendo s o comprimento do arco ao longo do raio Ω , n a distância perpendicular ao raio central na posição s (ver, Figura A2), σ_0 uma constante, σ um parâmetro que representa uma função monótona ao longo de toda a trajetória do raio Ω calculado pela Equação (2.26). Para tanto, as matrizes dinâmicas \mathbf{P} , \mathbf{Q} e \mathbf{PQ}^{-1} que compõe a Equação (A.1) tornam-se escalares, isto é, P , Q e PQ^{-1} correspondem aos elementos superiores esquerdos das respectivas matrizes.

Figura A2 - Sistema de coordenadas centrado no raio (s, n) . A base deste novo sistema de coordenadas é formada por dois vetores unitários \mathbf{t} e \mathbf{n} , onde \mathbf{t} é um vetor unitário tangente e \mathbf{n} é um vetor unitário perpendicular ao raio Ω .



APÊNDICE A.1- MEIO HOMOGÊNEO (CASO 2,5D)

Antes de definir a representação matemática da propagação de feixes gaussianos para o caso 2,5D em um meio homogêneo, faz-se necessário a utilização de uma expressão que também define a propagação de um feixe gaussiano, particularmente em uma situação 2D, tal expressão no domínio da frequência é dado por (ČERVENÝ, 2001):

$$u_{GB}^{2D}(n, s, \omega) = \left[\frac{c(s)}{Q(s)} \right]^{\frac{1}{2}} \exp \left\{ i\omega\tau_0(s) + \frac{i\omega(n-n_0)^2}{2} PQ^{-1} \right\} \quad (\text{A.3})$$

Assim, particularizando (A.3) para um meio homogêneo, deve-se assumir que a velocidade da onda seja $c(s) = c_0$, bem como, definir os valores iniciais de P e Q como segue (HILL, 1990):

$$Q = \frac{\omega_r L_0^2}{c(s_0)} = \frac{\omega_r L_0^2}{c_0}, P = \frac{i}{c_0(s_0)} = \frac{i}{c_0} = \frac{i}{c_0}, s = s_0, \quad (\text{A.4})$$

onde, L_0 especifica a largura inicial do feixe, vinculada a uma frequência de referência ω_r com c_0 representando a velocidade constante do meio.

Portanto, pode-se verificar que as soluções do sistema do traçamento dinâmico do raio (TDR) sob condições iniciais complexas para P e Q são definidas por:

$$Q = \frac{\omega_r L_0}{c_0} + i(s - s_0), P = \frac{i}{c_0}. \quad (\text{A.5})$$

Desta forma, tem-se:

$$\frac{P}{Q} = \frac{i}{\omega_r L_0^2 + i c_0 (s - s_0)}. \quad (\text{A.6})$$

Levando em consideração (A5) e (A6) e em seguida substituindo as mesmas em (A3), obtém-se a representação matemática de um feixe gaussiano em um meio homogêneo para o caso 2D:

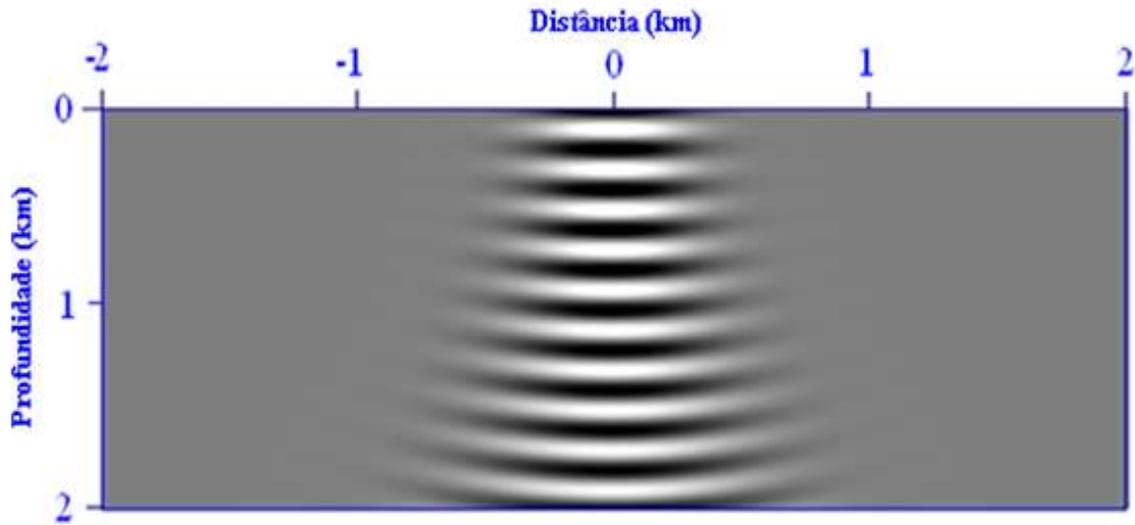
$$u_{GB}^{2D}(n, s, \omega) = \frac{c_0}{\sqrt{\omega_r L_0^2 + i c_0 (s - s_0)}} \exp \left\{ i\omega\tau_0(s) + \frac{i\omega(n-n_0)^2}{2[\omega_r L_0^2 + i c_0 (s - s_0)]} \right\}. \quad (\text{A.7})$$

Por fim, para definir uma representação matemática que rege a propagação de um feixe gaussiano para o caso 2,5D, levando em consideração o meio em questão, utiliza-se uma manipulação algébrica envolvendo as Equações (A2) e (A3), sendo que esta última já particularizada para o meio homogêneo (ver, Equação (A7)), em conjunto com a identidade

$\sqrt{\frac{c(s_0)}{i(\sigma - \sigma_0)}} = \frac{1}{\sqrt{i(s - s_0)}}$ e, considerando $\sigma = \sigma_0 + \int_{s_0}^s c(s) ds$ e $c(s_0) = c_0$ tem-se $u_{GB}^{2,5D}$ para o caso homogêneo (BLEISTEIN, 2008) (Figura A3):

$$u_{GB}^{2,5D}(n, s, \omega) = \frac{c_0}{\sqrt{i[\omega_r L_0^2 + ic_0(s-s_0)](s-s_0)}} \exp\left\{i\omega\tau_0(s) + \frac{i\omega(n-n_0)^2}{2[\omega_r L_0^2 + ic_0(s-s_0)]}\right\}. \quad (\text{A.8})$$

Figura A3-Representação esquemática da propagação de um feixe gaussiano em um meio com velocidade constante.



APÊNDICE B- RELAÇÕES ENTRE OS ELEMENTOS DAS MATRIZES PROPAGADORAS T e Π

De acordo com o formalismo matemático apresentado por Červený (2001), as matrizes T e Π estão intimamente relacionadas, através da seguinte relação:

$$T(G, S) = Y'(G)\Pi(G, S)Y^{-1}(S), \quad (\text{B.1})$$

onde:

$$Y'(G) = \epsilon_G \begin{bmatrix} \frac{1}{\cos(\beta_G)} & 0 \\ \frac{E_G}{\cos(\beta_G)} - \epsilon_G \frac{K_G}{c_G} & \cos(\beta_G) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

e

$$Y^{-1}(S) = \epsilon_S \begin{bmatrix} \cos(\beta_S) & 0 \\ -\left(\frac{E_S}{\cos(\beta_S)} - \epsilon_S \frac{K_S}{c_S}\right) & \frac{1}{\cos(\beta_S)} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Nas Equações (B.2) e (B.3) os parâmetros β_S, β_G definem os ângulos que o raio central forma com a normal da linha de aquisição, K_S, K_G a curvatura da linha de aquisição, c_S, c_G as velocidades, E_S, E_G fatores de heterogeneidade que indicam as variações de velocidades de primeira ordem na vizinhança dos pontos inicial e final do raio central (ČERVENÝ, 2001) e $\epsilon_S = -1, \epsilon_G = 1$ indicam a escolha das direções normais à linha de aquisição (CHIRA et al., 2001). É importante destacar, que tais parâmetros são estimados em S e G , respectivamente. Assim, seguindo o formalismo de Bortfeld (1989) e Červený (2001) para a representação em 2D das matrizes propagadoras T e Π , respectivamente, tem-se:

$$T(G, S) = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad (\text{B.4})$$

e

$$\Pi(G, S) = \begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 \\ P_1 & P_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.5})$$

com $A, B, C, D, Q_1, Q_2, P_1$ e P_2 sendo elementos escalares que caracterizam o raio central. Assim, substituindo (B.2), (B.3), (B.4), (B.5) em (B.1), levando em consideração que a linha de aquisição é plana, isto é, $K_S = K_G = 0$ e admitindo que na vizinhança inicial e final do raio central as velocidades locais sejam constantes, tem-se a ausência de heterogeneidade na vizinhança do mesmo, ou seja, $E_S = E_G = 0$. Dessa forma, obtém-se:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{Q_1 \cos(\beta_S)}{\cos(\beta_G)} & -\frac{Q_2}{\cos(\beta_S) \cos(\beta_G)} \\ -P_1 \cos(\beta_S) \cos(\beta_G) & -\frac{P_2 \cos(\beta_G)}{\cos(\beta_S)} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Neste sentido, aplicando-se a igualdade de matrizes em (B.6), tem-se:

$$A = -\frac{Q_1 \cos(\beta_S)}{\cos(\beta_G)}, \quad (\text{B.7})$$

$$B = -\frac{Q_2}{\cos(\beta_S) \cos(\beta_G)}, \quad (\text{B.8})$$

$$C = -P_1 \cos(\beta_S) \cos(\beta_G), \quad (\text{B.9})$$

$$D = -\frac{P_2 \cos(\beta_G)}{\cos(\beta_S)}. \quad (\text{B.10})$$

APÊNDICE C- MATRIZES DA ZONA DE FRESNEL E ZONA DE FRESNEL PROJETADA

De acordo com Hubral et al. (1993), a matriz da zona de Fresnel é definida em função das sub-matrizes propagadoras de Bortfeld (1989), como segue:

$$\mathbf{H}_F = \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{A}_2 + \mathbf{D}_1 \mathbf{B}_1^{-1}. \quad (\text{C.1})$$

Por outro lado, a matriz da zona de Fresnel projetada também possui uma definição analítica, a qual é definida pela seguinte expressão (SCHLEICHER et al., 1997):

$$\mathbf{H}_P = \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{H}_F^{-1} \mathbf{\Lambda}, \quad (\text{C.2})$$

onde,

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{\Gamma}_G + \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{\Gamma}_S, \quad (\text{C.3})$$

com as matrizes $\mathbf{\Gamma}_S$ e $\mathbf{\Gamma}_G$ definindo as chamadas matrizes de configuração (SCHLEICHER et al., 1993).

Dessa forma, ao se utilizar as relações envolvendo as matrizes \mathbf{T} e $\mathbf{\Pi}$ (Apêndice B) e substituindo as mesmas em (C.1), (C.2) e (C.3) para o caso 2D ou 2,5D, novas expressões analíticas definirão H_F e H_P , destacando que as mesmas são agora escalares, dependendo dos elementos que compõe a matriz propagadora $\mathbf{\Pi}(S, G)$ centrada no raio, como segue:

$$H_F = \frac{Q_{1,RG}}{Q_{2,RG}} \cos^2(\beta_S) + \frac{P_{2,SR}}{Q_{2,SR}} \cos^2(\beta_G), \quad (\text{C.4})$$

e

$$H_P = \Lambda^2 H_F^{-1}, \quad (\text{C.5})$$

com Λ expresso por:

$$\Lambda = \left[\left(-\frac{Q_{2,RG}}{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)} \right)^{-1} \Gamma_G + \left(-\frac{Q_{2,SR}}{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)} \right)^{-1} \Gamma_S \right], \quad (\text{C.6})$$

onde, Γ_S e Γ_G são escalares a especificar, ressaltando que os índices SR e RG caracterizam cada ramo de um raio especular de referência.

APÊNDICE C.1- PARÂMETRO H_p PARA UMA MEDIDA DE CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO COMUM (VELOCIDADE CONSTANTE)

Com base nas Equações definidas anteriormente, primeiramente substitui-se (4.26) em (C.4), em seguida faz-se a substituição $\Gamma_S = \Gamma_G = 1$ (SCHLEICHER et al., 1993) em (C.6) e os resultados de ambas substituições insere-se em (C.5), onde, após algumas manipulações algébricas, tem-se:

$$H_p = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{cl_G} + \frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{cl_S} \right)^2}{\frac{1}{cl_G}\cos^2(\beta_S) + \frac{1}{cl_S}\cos^2(\beta_G)}. \quad (C.7)$$

APÊNDICE C.2- PARÂMETRO H_p PARA UMA MEDIDA DE CONFIGURAÇÃO AFASTAMENTO COMUM (GRADIENTE CONSTANTE)

O parâmetro H_p para um modelo de velocidades com gradiente constante é estabelecido segundo a substituição de (4.33) em (C.4) em conjunto com a substituição de $\Gamma_S = \Gamma_G = 1$ (SCHLEICHER et al., 1993) em (C.6), sendo os dois resultados inseridos na expressão (C.5), obtendo-se:

$$H_p = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{\sigma_G} + \frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{\sigma_S} \right)^2}{\frac{1}{\sigma_G}\cos^2(\beta_S) + \frac{1}{\sigma_S}\cos^2(\beta_S)}, \quad (C.8)$$

ressaltando que o parâmetro σ_i ($i = S, G$) é determinado pela Equação (3.32).

APÊNDICE D- MATRIZES DA ZONA DE FRESNEL E ZONA FRESNEL PROJETADA EM CONDIÇÕES COMPLEXAS (SITUAÇÃO 2,5D)

O sistema de traçamento dinâmico de raios (TDR) em função dos feixes gaussianos é idêntico ao definido por Červený (2001), no entanto, as submatrizes de ordem 2×2 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$, oriundas de tal sistema não são quantidades reais e sim complexas ao longo de um determinado raio especular. Sendo assim, tal observação deve ser levada em consideração na Equação (4.13), observando que com base nesses fatos é necessário e suficiente introduzir tal informação nas Equações (C.1) e (C.2).

Deste modo, utilizando a forma matricial que representa uma solução real ou complexa do sistema TDR, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}(G) \\ \mathbf{P}(G) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1(G, S) & \mathbf{Q}_2(G, S) \\ \mathbf{P}_1(G, S) & \mathbf{P}_2(G, S) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}(S) \\ \mathbf{P}(S) \end{pmatrix}, \quad (\text{D.1})$$

onde, neste caso considera-se um raio central localizado entre S e G , com G identificando um ponto final arbitrário do mesmo e $\mathbf{Q}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_1$ e \mathbf{P}_2 sendo submatrizes de ordem 2×2 . Por outro lado, manipulando algebricamente (D.1) obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(G) &= \mathbf{Q}_1(G, S)\mathbf{Q}(S) + \mathbf{Q}_2(G, S)\mathbf{P}(S) \\ \mathbf{P}(G) &= \mathbf{P}_1(G, S)\mathbf{Q}(S) + \mathbf{P}_2(G, S)\mathbf{P}(S) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

Assim, multiplicando $\mathbf{P}^{-1}(S)$ em ambas as relações de (D.2) e usando a relação $\mathbf{Q}(S)\mathbf{P}^{-1}(S) = \mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}_1 + i\mathbf{\Sigma}_2$ (sendo $\mathbf{\Sigma}$ uma matriz complexa diagonal 2×2 que segue uma extensão das linhas de Müller (1984), onde as constantes $\mathbf{\Sigma}_1$ e $\mathbf{\Sigma}_2$ podem ser escolhidas de modo a garantir algumas características importantes dos feixes gaussianos), tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(G)\mathbf{P}^{-1}(S) &= \mathbf{Q}_1(G, S)\mathbf{Q}(S)\mathbf{P}^{-1}(S) + \mathbf{Q}_2(G, S)\mathbf{P}(S)\mathbf{P}^{-1}(S) = (\mathbf{Q}_1\mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{Q}_2) + i\mathbf{Q}_1\mathbf{\Sigma}_2 \\ \mathbf{P}(G)\mathbf{P}^{-1}(S) &= \mathbf{P}_1(G, S)\mathbf{Q}(S)\mathbf{P}^{-1}(S) + \mathbf{P}_2(G, S)\mathbf{P}(S)\mathbf{P}^{-1}(S) = (\mathbf{P}_1\mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{P}_2) + i\mathbf{P}_1\mathbf{\Sigma}_2 \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Então, reescrevendo (D.3) na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}(G) \\ \mathbf{P}(G) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & (\mathbf{Q}_1\mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{Q}_2) + i\mathbf{Q}_1\mathbf{\Sigma}_2 \\ \mathbf{0} & (\mathbf{P}_1\mathbf{\Sigma}_1 + \mathbf{P}_2) + i\mathbf{P}_1\mathbf{\Sigma}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{P}(S) \end{pmatrix}. \quad (\text{D.4})$$

Desta maneira, fazendo uma analogia entre (D.1) e (D.4) é possível determinar as submatrizes complexas $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$, salientando que as mesmas são indexadas com o símbolo “*”, determinado uma quantidade complexa:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_1^* &= \mathbf{0}, \mathbf{Q}_2^* = (\mathbf{Q}_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 + \mathbf{Q}_2) + i\mathbf{Q}_1 \boldsymbol{\Sigma}_2 \\ \mathbf{P}_1^* &= \mathbf{0}, \mathbf{P}_2^* = (\mathbf{P}_1 \boldsymbol{\Sigma}_1 + \mathbf{P}_2) + i\mathbf{P}_1 \boldsymbol{\Sigma}_2.\end{aligned}\quad (\text{D.5})$$

Agora, utilizando a matriz propagadora centrada no raio (ČERVENÝ, 2001) para descrever o comportamento de cada raio em seus respectivos ramos, temos:

$$\mathbf{P}_{2,SR}^* = (\boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{P}_{1,SR} + \mathbf{P}_{2,SR}) + i\boldsymbol{\Sigma}_2 \mathbf{P}_{1,SR}, \quad (\text{D.6})$$

$$\mathbf{Q}_{2,SR}^* = (\boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{Q}_{1,SR} + \mathbf{Q}_{2,SR}) + i\boldsymbol{\Sigma}_2 \mathbf{Q}_{1,SR}, \quad (\text{D.7})$$

e

$$\mathbf{Q}_{2,RG}^* = \mathbf{Q}_{1,RG} [(\boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{Q}_{1,SR} + \mathbf{Q}_{2,SR}) + i\boldsymbol{\Sigma}_2 \mathbf{Q}_{1,SR}] + \mathbf{Q}_{2,RG} [(\boldsymbol{\Sigma}_1 \mathbf{P}_{1,SR} + \mathbf{P}_{2,SR}) + i\boldsymbol{\Sigma}_2 \mathbf{P}_{1,SR}]. \quad (\text{D.8})$$

Portanto, manipulando algebricamente (C1), (C2) e (C3) com as Equações (D6), (D7) e (D.8), obtém-se as fórmulas analíticas das matrizes zona de Fresnel e zona de Fresnel projetada em condições complexas:

$$\mathbf{H}_F^* = \mathbf{Q}_{1,RG}^* [\mathbf{Q}_{2,RG}^*]^{-1} \cos^2(\beta_S) + \mathbf{P}_{2,SR}^* [\mathbf{Q}_{2,SR}^*]^{-1} \cos^2(\beta_G) \quad (\text{D.9})$$

e

$$\mathbf{H}_P^* = (\boldsymbol{\Lambda}^*)^T (\mathbf{H}_F^*)^{-1} \boldsymbol{\Lambda}^*, \quad (\text{D.10})$$

sendo,

$$\boldsymbol{\Lambda}^* = \left(-\frac{\mathbf{Q}_{2,RG}^*}{\cos(\beta_G) \cos(\beta_S)} \right)^{-1} \boldsymbol{\Gamma}_G + \left(-\frac{\mathbf{Q}_{2,SR}^*}{\cos(\beta_G) \cos(\beta_S)} \right)^{-1} \boldsymbol{\Gamma}_S. \quad (\text{D.11})$$

Para a situação 2D ou 2,5D a matriz propagadora 4×4 em (D.1) reduz-se à ordem 2×2 , composta pelos elementos superiores esquerdo de cada submatriz 2×2 . Assim, as Equações (D.6), (D.7), (D.8), (D.9), (D.10) e (D.11) são reescritas, respectivamente:

$$P_{2,SR}^* = (\varepsilon_1 P_{1,SR} + P_{2,SR}) + i\varepsilon_2 P_{1,SR}, \quad (\text{D.12})$$

$$Q_{2,SR}^* = (\varepsilon_1 Q_{1,SR} + Q_{2,SR}) + i\varepsilon_2 Q_{1,SR}, \quad (\text{D.13})$$

$$Q_{2,RG}^* = Q_{1,RG} [(\varepsilon_1 Q_{1,SR} + Q_{2,SR}) + i\varepsilon_2 Q_{1,SR}] + Q_{2,SR} [(\varepsilon_1 P_{1,SR} + P_{2,SR}) + i\varepsilon_2 P_{1,SR}], \quad (\text{D.14})$$

$$H_F^* = \frac{Q_{1,RG}^*}{Q_{2,RG}^*} \cos^2(\beta_S) + \frac{P_{2,SR}^*}{Q_{2,SR}^*} \cos^2(\beta_G), \quad (\text{D.15})$$

$$H_P^* = \frac{\boldsymbol{\Lambda}^*}{H_F^*}, \quad (\text{D.16})$$

e

$$\Lambda^* = \left(-\frac{Q_{2,RG}^*}{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)} \right)^{-1} \Gamma_G + \left(-\frac{Q_{2,SR}^*}{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)} \right)^{-1} \Gamma_S, \quad (\text{D.17})$$

APÊNDICE D.1- FÓRMULA ANALÍTICA PARA O PARÂMETRO H_p NAS CONFIGURAÇÕES AFASTAMENTO COMUM E FONTE COMUM EM CONDIÇÕES COMPLEXAS (CASO 2,5D)

Atribuindo valores apropriados aos parâmetros Γ_S e Γ_G , pode-se particularizar a Equação (D.17) para as configurações afastamento comum e fonte comum, bem como (D.16):

- 1- Afastamento comum: Seja $\Gamma_S = \Gamma_G = 1$ (SCHLEICHER et al., 1993) em (D.17), logo substituindo a mesma em (D.16), tem-se:

$$H_P^* = \frac{\left[\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{Q_{2,RG}^*} \right) + \left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{Q_{2,SR}^*} \right) \right]^2}{H_F^*}, \quad (\text{D.18})$$

- 2- Fonte comum: Neste caso, atribui-se os valores $\Gamma_S=0$ e $\Gamma_G=1$ (SCHLEICHER et al., 1993) em (D.17) e em seguida, o resultado insere-se na Equação (D.10), obtendo-se:

$$H_P^* = \frac{\left(\frac{\cos(\beta_G)\cos(\beta_S)}{Q_{2,RG}^*} \right)^2}{H_F^*}. \quad (\text{D.19})$$

Destaca-se ainda, que o parâmetro H_F^* nas Equações (D.18) e (D.19) é expresso por (D.15).

APÊNDICE E- MEIA LARGURA DE UM FEIXE GAUSSIANO (CASO 2,5D)

Segundo Müller (1984), a expressão analítica para L na situação 2D é definida pela seguinte expressão matemática:

$$L = \sqrt{\frac{2 (\varepsilon_1 Q_1 + Q_2)^2 + \varepsilon_2^2 Q_1^2}{\omega \varepsilon_2}}. \quad (\text{E.1})$$

Tal expressão é a mesma para o caso 2,5D, pois Červený (2000) afirma que o referido caso não modifica a integral de superposição de feixes gaussianos, considerando apenas que a amplitude $U(\xi_1^P, 0, \omega)$ (ver, por exemplo, Equação (4.17)) é a amplitude 2,5D do raio paraxial.

Como na presente pesquisa se utiliza as meias larguras dos feixes, as quais possuem em seus pontos finais os menores valores possíveis (MÜLLER, 1984), reescreve-se (E.1) da seguinte forma:

$$L = \sqrt{\frac{2 (\varepsilon_1 Q_{1,RG} + Q_{2,RG})^2 + \varepsilon_2^2 Q_{1,RG}^2}{\omega \varepsilon_2}}. \quad (\text{E.2})$$

APÊNDICE E.1- VELOCIDADE CONSTANTE

Considerando a meia largura L no ponto final do feixe, apresentando um valor mínimo possível, isto é:

$$\varepsilon_1 = 0, \varepsilon_2 = \left| \frac{Q_{2,RG}}{Q_{1,RG}} \right| \quad (\text{MÜLLER, 1984}), \quad (\text{E.3})$$

insere-se (E.3) em (E.2), obtendo-se:

$$L = \sqrt{\frac{2 (Q_{2,RG})^2 + Q_{2,RG}^2 Q_{1,RG}}{\omega \left(\frac{Q_{2,RG}}{Q_{1,RG}} \right)}}, \quad (\text{E.4})$$

onde, substituindo (4.26) em (E.4) tem-se a equação analítica que define a meia largura do feixe em um meio com velocidade constante:

$$L = 2 \sqrt{\frac{c l_G}{\omega}}. \quad (\text{E.5})$$

E.2- GRADIENTE CONSTANTE

A meia largura correspondente a este tipo de abordagem é definida pela inserção de (4.33) em (E.3) e o resultado substituído em (E.2), implicando na seguinte equação:

$$L = 2\sqrt{\frac{\sigma_G}{\omega}}, \quad (\text{E.6})$$

salientando que o parâmetro σ_G é expresso por:

$$\sigma_G = \frac{l_G}{2} \sqrt{g^2 l_G^2 + 4c(z)c_0}, \quad (\text{ver, Equação (3.33)}). \quad (\text{E.7})$$

APÊNDICE F- PESO PARA MIGRAÇÃO NO DOMÍNIO CA (MEIO HOMOGENEO)

Para facilitar o desenvolvimento matemático, repete-se a Equação (3.43), ou seja:

$$w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) = 2 \sqrt{\frac{l_S l_G}{c}} (l_S + l_G), \quad (\text{F.1})$$

em seguida, substitui-se (3.37) em (3.46), obtendo-se:

$$l_S + l_G = c \frac{2z}{c} \frac{\cos(\alpha) \cos(\alpha_R)}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}, \quad (\text{F.2})$$

assim, inserindo (F.2), (3.44) e (3.45) em (F.1), tem-se:

$$w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) = 2 \sqrt{\frac{2z^3}{c} \frac{1}{\cos(\alpha - \alpha_R)} \frac{1}{\cos(\alpha + \alpha_R)} \frac{\cos(\alpha) \cos(\alpha_R)}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}}. \quad (\text{F.3})$$

Agora, utilizando a relação trigonométrica $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$, para todo a, b pertencente ao conjunto dos números reais em $\cos(\alpha - \alpha_R) \cos(\alpha + \alpha_R)$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \alpha_R) \cos(\alpha + \alpha_R) &= \frac{1}{2} [\cos(2\alpha) + \cos(2\alpha_R)] = \frac{1}{2} [2\cos^2(\alpha) - 1 + 2\cos^2(\alpha_R) - 1] \\ &= \cos^2(\alpha) + \cos^2(\alpha_R) - 1 = -[1 - \cos^2(\alpha_R) - \cos^2(\alpha)] = -[\sin^2(\alpha_R) - \cos^2(\alpha)] = \\ &= \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R), \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

visto que, $\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\alpha)$ e $\cos^2(\alpha_R) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\alpha_R)$. Desta maneira, inserindo (F.4) em (F.3) e em seguida manipulando algebricamente tais equações, defini-se a expressão analítica para a função peso no domínio CA em um meio homogêneo:

$$w_{2,5D}^{(\alpha_R)}(\alpha, R) = 2 \sqrt{\frac{2z^3}{c} \frac{\sqrt{\cos(\alpha) \cos(\alpha_R)}}{\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha_R)}}. \quad (\text{F.5})$$