



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE
MODIFICADA USANDO O OPERADOR DE FEIXES GAUSSIANOS**

CARLOS AUGUSTO SARMENTO FERREIRA

**BELÉM - PARÁ
2007**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

CARLOS AUGUSTO SARMENTO FERREIRA

**MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE
MODIFICADA USANDO O OPERADOR DE FEIXES GAUSSIANOS**

**Tese apresentada ao Programa de Pós-
Graduação em Geofísica da Universidade
Federal do Pará, para obtenção do título
de Doutor em Geofísica.**

**Área de Concentração:
Métodos Sísmicos**

**Orientador:
João Carlos Ribeiro Cruz**

BELÉM-PARÁ
2007

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

F383m Ferreira, Carlos Augusto Sarmiento
Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade modificada usando o operador de feixes gaussianos. / Carlos Augusto Sarmiento Ferreira; orient. João Carlos Ribeiro Cruz. – 2007

187 f. : il.

Tese (Doutorado em Geofísica) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2007.

1. Sísmica. 2. Migração em profundidade. 3. Kirchhoff. 4. Feixes gaussianos. 5. Zona de Fresnel. 6. Bacia do Solimões. I. Universidade Federal do Pará. II. Cruz, João Carlos Ribeiro, orient. III. Título.

CDD 20º ed.: 551.22

CARLOS AUGUSTO SARMENTO FERREIRA

**MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE
MODIFICADA USANDO O OPERADOR DE FEIXES GAUSSIANOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Doutor em Geofísica.

BANCA EXAMINADORA:



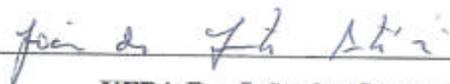
UFPA Dr. João Carlos Ribeiro Cruz - Orientador



UNICAMP Dr. Jörg Dietrich Wilhelm Schleicher



UFPA Dr. German Garabito Callapino



UFPA Dr. João dos Santos Protázio



PETROBRAS Dr. Djalma Manoel Soares Filho

A meus pais, minhas irmãs e às
minhas sobrinhas Jéssica e Manuela.

AGRADECIMENTOS

O assunto “feixes gaussianos” me foi apresentado em abril 2001, pelo meu então orientador de doutorado, Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz, que me propôs que primeiramente eu estudasse a “modelagem” do campo de ondas sísmico usando esse princípio, mais precisamente a “sobreposição de feixes gaussianos”. Em agosto do mesmo ano, o Prof. Mikhail M. Popov, então professor visitante do Programa de Pesquisa e Pós-Graduação (PPPG) da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e um dos introdutores desta teoria em sismologia, ministrou uma pequena palestra sobre o assunto para os alunos do Curso de Pós-Graduação em Geofísica (CPGf) da UFPa, onde abordou principalmente aspectos teóricos sobre os feixes gaussianos, baseado na teoria do raio e na teoria paraxial do raio. A seguir, pesquisando sobre o assunto da minha tese de doutoramento em migração de dados sísmicos, conheci os trabalhos de N. R. Hill, Samuel Gray e Dave Hale sobre o assunto, que abordavam somente as condições necessárias para usarem um feixe gaussiano como elemento do processo de migração. Até então, meu único propósito era simular sismogramas sintéticos usando feixes gaussianos, pois era preciso entender como o “problema direto” funcionava, ou seja, em que variáveis dependia a simulação do campo de ondas baseado nesta teoria. Até meados de agosto de 2002, eu não lograra sucesso nenhum em obter resultados numéricos, embora a parte teórica já fosse de conhecimento adiantado por parte de minha pessoa.

Entre agosto e dezembro de 2002, fui aluno-visitante do Laboratório de Geofísica Computacional (LGC), do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC), da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), onde continuei a pesquisar maneiras numéricas de obter o campo de ondas sísmico usando feixes gaussianos. Dessa época, datam os primeiros sucessos com a teoria, onde em novembro daquele ano consegui finalmente simular meu primeiro sismograma sintético baseado inteiramente na teoria de sobreposição de feixes gaussianos. No presente caso, consegui calcular a parte cinemática do sismograma, porém a parte dinâmica (função-peso) não tinha significado físico algum para mim, sendo que apenas os resultados numéricos que existiam na literatura foram usados como aproximação do seu significado físico.

Finalmente, ao voltar a Belém e continuar meus estudos sobre o uso de feixes gaussianos em migração de dados sísmicos, finalmente percebi que a parte dinâmica da sobreposição apresentava uma ligação com os elementos do volume de Fresnel, parte dos quais são de suprema importância para estudos de resolução de dados sísmicos e abertura do operador de migração. Com esse conhecimento e usando a teoria de empilhamento de difrações (migração em verdadeira amplitude), resolvi o problema da parte dinâmica, relacionando-a aos elementos do volume de Fresnel e formalizando um significado à sua função-peso.

Durante todo esse período, morei em alguns lugares diferentes da minha terra natal, conheci vários amigos e convivi com diversos colegas, além de ter trabalhado e discutido algumas teorias diversas com vários pesquisadores de renome nacional e internacional na área de imageamento sísmico e, mais especificamente, sobre feixes gaussianos. Nesse caso, considero que as amizades e a convivência quase que diária constituem um pouco do esforço que se faz para se chegar a um objetivo. Assim, o autor gostaria de agradecer às diversas pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho...

- Ao **Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz**, meu orientador, pela escolha do assunto em questão e por todas as oportunidades que me ofereceu a fim de realizar todos os objetivos deste trabalho;
- À amiga **Benildes Lopes**, secretária do CPGf, pela amizade, pelo bom humor e pelos inúmeros favores prestados a mim durante minha longa estadia no curso;
- Ao **Prof. Dr. German Garabito**, pela amizade e pela preciosa ajuda computacional, principalmente na migração do modelo da Bacia do Solimões;
- Ao **Dr. Pedro Andrés Chira Oliva**, pela amizade e pelas várias discussões (sérias e jocosas) sobre o assunto, durante todo o desenvolvimento desse trabalho;
- Ao **Prof. Dr. Martin Tygel**, pelo apoio dispensado e pela oportunidade a mim oferecida de ter trabalhado no LGC e de ter estudado na UNICAMP, respectivamente um dos laboratórios mais respeitados em termos de pesquisas em processamento, modelagem e imageamento sísmico do país e do mundo e uma das universidades mais importantes do Brasil;
- Ao **Prof. Dr. Jörg Schleicher**, com o qual estudei vários aspectos sobre a teoria de imageamento de dados sísmicos em verdadeira amplitude e em cujo os trabalhos descobri uma maneira de resolver a parte dinâmica do operador de feixes gaussianos, além de algumas discussões científicas via e-mail sobre o assunto;
- A **Rodrigo Portugal**, por gentilmente ceder e permitir o uso de uma versão acadêmica de seu programa de modelagem de construção de frente de ondas (CFO).
- A **Adriano Azzoni** e **Sindélia Freitas**, pela preciosa ajuda dispensada a minha pessoa durante meus primeiros dias “depressivos” de estadia em Campinas-SP;
- Ao **Prof. Dr. Mikhail M. Popov**, pelo apoio dispensado via e-mail sobre a idéia de usar feixes gaussianos tanto em migração como em modelagem de dados sísmicos;

- A **Ludek Kliměš, Ivan Pšencik e Vlastislav Červený**, pesquisadores da Universidade Charles (República Tcheca), pelo apoio dispensado via e-mail e por fornecerem, gentilmente, artigos de suas autorias, via correio, sobre o assunto em questão;
- Aos meus diversos amigos do Laboratório de Processamento de Dados Sísmicos (PRO-SIS)/Centro de Geociências/UFPA, entre os quais **Jonas Júnior, Edson Cruz, Rubenvaldo Pereira, Charles Lima, Cláudia Priscila Nazaré, Márcio Marcelo Pessoa, Ana Cristina Marques e Francisco Mota de Souza**, pelo companheirismo, pelas “farras”, pelos bons e maus momentos e pela convivência;
- A algumas amigas da vida, em especial a **Leoneire Costa**, jornalista e “amiga virtual”, com a qual discuti largamente sobre o assunto em questão (mesmo não sendo da área dela) e pelos conselhos sempre “pra cima” acerca da vida pessoal e profissional;
- Um agradecimento especial à amiga e geóloga **Cláudia P. Nazaré**, pelo seu apoio constante na configuração de várias figuras presentes nesta tese e pelas relevantes informações dos modelos geológicos da Bacia do Solimões.
- Aos diversos amigos do Curso de Graduação em Geologia, hoje “espalhados” pelo mundo, e aos professores, principalmente durante os estágios de campo, fundamentais em nossa formação profissional e acadêmica;
- Ao **Curso de Pós-Graduação em Geofísica (CPGF/UFPA)**, pela infra-estrutura e apoio na realização desta pesquisa.
- Agradeço ao **Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico (CNPQ)**, pelo apoio financeiro em forma de bolsa de estudo, nível de doutorado, durante todos os estágios desta pesquisa.
- Esta tese somente foi concluída graças aos recursos extras provenientes do fundo CTPETRO/CNPQ-FINEP, em apoio à **Rede Cooperativa de Pesquisa em Risco Exploratório em Petróleo e Gás**, em particular ao projeto de pesquisa “**Modelagem Sísmica e Visualização 3D de Alvos Exploratórios em Bacias Sedimentares**” (CPGF/UFPA). Por isso, agradeço ao **Prof. Dr. Milton Porsani** (CPGG/UFBA), pelo empenho na aquisição desses recursos, e ao professor **German Garabito**, por me orientar nesse sentido. Como chefe do projeto de pesquisa nesta questão, agradeço ao professor **João Cruz** pelo apoio.
- E, finalmente, *last but not least*, aos meus amados pais, **José Augusto e Ana Maria**, por compreenderem um filho que se dedicou a estudar tanto na vida.

“O geofísico é uma pessoa que passa como um especialista excitado, na base de ser capaz de realizar, com uma fortuidade prolífica e infinita, linhas de fórmulas incompreensíveis, calculadas com precisão micrométrica a partir de hipóteses vagas, baseadas em figuras debatíveis derivadas de experimentos inconclusivos, realizados com instrumentos de precisão problemática, por pessoas de confiabilidade duvidosa e mentalidade questionável, cujo objetivo é chatear e confundir um desesperado grupo de fanáticos conhecidos como geólogos.”

(Citado por Gary Corey Aldunate)

RESUMO

A teoria dos feixes gaussianos foi introduzida na literatura sísmica no início dos anos 80 por pesquisadores russos e tchecos, e foi originalmente utilizada no cálculo do campo de ondas eletromagnéticas, baseado na teoria escalar da difração. Na teoria dos feixes gaussianos, o campo de ondas sísmicas é obtido por uma integral, cujo o integrando é constituído de duas partes, a saber: (1) as amplitudes dos campos das ondas na vizinhança do ponto de observação e (2) a função fase de cada um desses campos de ondas, que neste caso é representada por um tempo de trânsito paraxial complexo. Como ferramenta de imageamento, mais precisamente como operador de migração, os primeiros trabalhos usando feixes gaussianos datam do final da década de 80 e início dos anos 90. A regularidade dos campos de ondas descritos pelos feixes gaussianos, além de sua alta precisão em regiões singulares do modelo de velocidades, tornaram o uso de feixes gaussianos como uma alternativa híbrida viável para a migração. Nesse trabalho, unimos a flexibilidade da migração tipo Kirchhoff em profundidade em verdadeira amplitude com a regularidade da descrição do campo de ondas, representado pela sobreposição de feixes gaussianos. Como forma de controlar de forma estável quantidades usadas na construção de feixes gaussianos, utilizamos informações advindas do volume de Fresnel, mais precisamente a zona de Fresnel ao redor do ponto de reflexão e a zona de Fresnel projetada, localizada ao redor do ponto de registro do sismograma e cuja a informação se encontra nas curvas de reflexão de dados sísmico. Nosso processo de migração pode ser chamado como uma migração Kirchhoff em verdadeira amplitude usando um operador de feixes gaussianos.

ABSTRACT

The Gaussian Beam (GB) concept was introduced in the seismic literature by Russian and Czech researchers in the beginning of the 80's. This theory, which by its turn was based on the scalar electromagnetic diffraction theory, is in fact a (zero order) complex paraxial ray theory, designed to satisfactorily describe the seismic wavefield propagation beyond the standard zero order ray theory, up to then the only theory used to describe the high frequency seismic wavefield propagation in smoothed velocity models. As an imaging tool, the first works to deal with GB's were published in the end of the 80's and in the beginning of the 90's. The regularity in the description of the wavefield by GB's, as well as its high accuracy in some singular regions of the velocity model, transformed the use of GB's into a viable hybrid alternative in the migration theory. In this work, we unite the flexibility in imaging of the true amplitude prestack Kirchhoff depth migration with the regularity in the description of the wavefield by a superposition of GB's. As a way of controlling in a very stable way some quantities used in the construction of the beams, we have made use of some informations based on the Fresnel volume elements, more specifically speaking the Fresnel zone radius around the reflection point in depth and its counterpart, projected towards the acquisition surface. This information is centred around the recording point of the seismogram and is also present in the seismic data reflection traveltime curves. Our migration process can be named a true amplitude prestack Kirchhoff depth migration using GB's as Green function, namely KGB-PSDM.

LISTA DE SÍMBOLOS

Vetores	
$x_J, x_{J'}, x_{MJ}, x_{RJ} (J = 1, 2)$	Coordenadas cartesianas locais dos vetores-posição 2D \vec{x} , \vec{x}' , \vec{x}_M , \vec{x}_R , respectivamente
$\xi_J, \xi_{0J} (J = 1, 2)$	Coordenadas dos vetore-parâmetros 2D $\vec{\xi}$ e $\vec{\xi}_0$ na superfície que identificam a posição de um par fonte-receptor
$\xi_J^P (J = 1, 2)$	Coordenadas do vetor-posição $\vec{\xi}^P$ que identifica posições dentro de uma zona de Fresnel projetada
$x_{SI}(\xi_J), x_{GI}(\xi_J) (I, J = 1, 2)$	Coordenadas de vetores-posição 2D \vec{x}_S (fontes) e \vec{x}_G (geofones) parametrizados pelo vetor 2D $\vec{\xi}$
$y_J (J = 1, 2)$	Coordenadas cartesianas de um vetor arbitrário 2D \vec{y}
$p_I^q (I = 1, 2)$	Componentes centradas no raio do vetor vagarosidade 2D \vec{p}^q
$x_j (j = 1, 2, 3)$	Coordenadas cartesianas globais do vetor posição 3D $\hat{\vec{x}}$
$q_j (j = 1, 2, 3)$	Coordenadas centradas no raio do vetor-posição 3D $\hat{\vec{q}}$
$\mathbf{e}_i (i = 1, 2, 3)$	Vetores base ortonormal do sistema de coordenadas centrada no raio
$n_i (i = 1, 2, 3)$	Vetor 3D normal a uma superfície (refletor)
$\gamma_j (j = 1, 2, 3)$	Coordenadas do raio do vetor 3D $\hat{\vec{\gamma}}$
$p_j, p_{0j} (j = 1, 2, 3)$	Componentes cartesianas do vetor vagarosidade $\hat{\vec{p}}$ e do vetor de projeção no plano de medição $\hat{\vec{p}}_0$
Matrizes	
$\mathbf{\Pi}$	Matriz propagadora 4 x 4 centrada no raio (3D)
\mathbf{Q}, \mathbf{P}	Matrizes dinâmicas 2 x 2 centradas no raio
$\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$	Sub-matrizes 2 x 2 da matriz $\mathbf{\Pi}$
$\mathbf{\Pi}$	Matriz 2 x 2 centrada no raio (2D)
Q_1, Q_2, P_1, P_2	Elementos da matriz 2 x 2 centrada no raio $\mathbf{\Pi}$
$\mathbf{M} = \mathbf{PQ}^{-1}$	Matriz 2 x 2 de segundas derivadas do tempo de trânsito em coordenadas centradas no raio
\mathbf{V}	Matriz 2 x 2 de segundas derivadas cruzadas do campo de velocidade em coordenadas centradas no raio
\mathbf{T}	Matrix propagadora superfície-a-superfície 4 x 4 em coordenadas cartesianas locais
$\mathbf{A}_I, \mathbf{B}_I, \mathbf{C}_I, \mathbf{D}_I (I = 1, 2)$	Sub-matrizes 2 x 2 da matriz \mathbf{T} para cada ramo do raio
$\mathbf{H}_F, \mathbf{H}_P$	Matrizes 2 x 2 das zonas de Fresnel e zona de Fresnel projetada em coordenadas cartesianas
$\mathbf{\Gamma}_J (J = 1, 2)$	Matriz 2 x 2 de configuração de geometria
Λ	Matriz que envolve produtos de sub-matrizes de \mathbf{T} e $\mathbf{\Gamma}_J (J = 1, 2)$

ϵ	Matriz 2 x 2 (complexa) de parâmetro do feixe (3D)
ϵ_1, ϵ_2	Sub-matrizes 2 x 2 (reais) da matriz ϵ (3D)
Funções	
$A(\vec{x}), A(\vec{\xi}), A(\vec{\xi}^P)$	Amplitudes dos campos de ondas em $\vec{x}, \vec{\xi}, \vec{\xi}^P$, respectivamente
$A(R)$	Amplitude do campo de ondas no ponto final do raio em R parametrizado pelo conjunto de valores γ (notação de Červený)
$u(\vec{\xi}, t)$	Deslocamento da partícula na direção do raio emergente em $G(\vec{\xi})$
$U(\vec{x}, t), U(\vec{\xi}, t), U(\vec{\xi}^P, t)$	Campos de ondas escalares observados em $\vec{x}, \vec{\xi}, \vec{\xi}^P$ (deslocamento analítico da partícula), respectivamente, no tempo t
$U_{VA}(\vec{\xi}, t)$	Deslocamento analítico da partícula em verdadeira amplitude
$U(R', \omega)$	Espectro do deslocamento analítico da partícula no ponto R' (notação de Červený)
P_G, P_I	Reflexão de onda primária P em $G(\vec{\xi})$ e reflexão de onda P no ponto de emergência do raio-imagem em I
$S(\vec{\xi}), G(\vec{\xi})$	Par fonte-geofone parametrizado por $\vec{\xi}$
$\bar{S}(\vec{\xi}), \bar{G}(\vec{\xi})$	Par fonte-geofone paraxiais parametrizado por $\vec{\xi}$
$w(\vec{\xi}, M)$	Função-peso de migração
$\Phi(\vec{\xi}^P)$	Função-peso do operador de feixes gaussianos
$\Phi(\gamma_1, \gamma_2)$	Função-peso do operador de feixes gaussianos em coordenadas do raio (notação de Červený)
$M = M(x, y, z)$ (3D) ou $M = M(x, z)$ (2D)	Ponto arbitrário em profundidade
$\tau(\vec{x})$	Função tempo de trânsito em \vec{x}
$\tau_R(\vec{\xi})$	Superfície de tempo de trânsito de reflexão
$\tau_D(\vec{\xi}, M)$	Superfície de Huygens ou de difração
$\tau_R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)$	Superfície relativa de reflexão
$\tau_D(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P, M)$	Superfície relativa de difração
$\tau(R', R)$	Tempo de trânsito paraxial no ponto final R' baseado no tempo de trânsito de um raio no ponto final R , parametrizado por um conjunto de valores γ (notação de Červený)
$D(\vec{\xi}^P, L_{ij})$	Função de decaimento gaussiano da amplitude
$I(M, t = 0)$ e $I(\hat{\vec{x}}, t = 0)$	Seções migradas em profundidade
$F^{(A)}(t)$	Pulso-fonte analítico

Variáveis	
s	Comprimento de arco de raio
t	Tempo
ω	Frequência angular de oscilação
Símbolos	
A	Abertura de migração
A_P	Abertura da zona de Fresnel projetada
\mathcal{A}	Coefficiente de perda de energia por transmissão através das interfaces
D	Domínio de integração no sistema de coordenadas do raio $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$
S_0	Superfície de integração em superfície (abertura de migração)
H	Operador matemático de Transformada de Hilbert
∇	Operador matemático nabra
$V.P.$	Valor principal de Cauchy de uma integral
v	Velocidade de propagação do campo de ondas
λ	Comprimento de onda
β	Gradiente de velocidade
h	Meio-afastamento entre o par fonte-geofone
S, R	Pontos ao longo de uma raio (inicial e final) parametrizados por γ (notação de Červený)
SRG	Mnemônico para raio central com reflexão no ponto R (notação de Schleicher)
\overline{SRG}	Mnemônico para raio paraxial a SRG (notação de Schleicher)
SR, RG	Mnemônicos para ramos do raio com reflexão no ponto R (notação de Schleicher)
\mathcal{R}_c	Coefficiente de reflexão de onda plana
J	Jacobiano do raio
J_T	Jacobiano de transformação
K_{NIP}	Curvatura da onda NIP
K_N	Curvatura da onda Normal
r_P	Raio da zona de Fresnel projetada
T	Período de uma onda monofreqüente, operação matemática de transposição
\mathcal{L}	Fator de espalhamento geométrico
σ	Fator de espalhamento geométrico 2,5-D intra-plano
l	Comprimento da trajetória do raio refletido a partir da fonte S até o receptor G
$\Delta x, \Delta z$	Amostragem nas direções x e z , respectivamente

Σ^0	Superfície curvilínea inicial abrangendo uma região D
Σ^\perp	Superfície plana perpendicular ao raio em $q_3 = s$
Σ^R	Superfície-alvo formada pela interseção de vários pontos finais R de um campo de raios com uma interface (fictícia ou não) (notação de Červený)
<hr/>	
Acrônimos	
AGC	Automatic Gain Control
AVO/AVA	Amplitude versus offset/Amplitude versus ângulo
CMP, CDP	Common Midpoint, Common Depth Point
CPGF	Curso de Pós-Graduação em Geofísica
CRS	Common Reflection Surface
KGB	Kirchhoff-Gaussian-Beam
NMO, DMO	Normal Moveout, Dip Moveout
MZO	Migration to Zero Offset
PROSIS	Laboratório de Processamento de Dados Sísmicos
PSDM	Prestack Depth Migration
TDR	Traçamento Dinâmico do Raio
UFPA	Universidade Federal do Pará
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S. A.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	MOTIVAÇÃO.....	23
1.2	ESTRUTURA DA TESE.....	28
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	30
2.1	TEORIA DO RAIOS.....	30
2.1.1	Equações cinemáticas do raio	30
2.1.2	Equação de transporte	31
2.1.3	Validade da teoria do raio	32
2.1.4	Equações dinâmicas do raio	33
3	FEIXES GAUSSIANOS	37
3.1	TEORIA DOS FEIXES GAUSSIANOS.....	37
3.1.1	Sistemas de coordenadas	37
3.1.2	Definição	38
3.1.3	Propriedade dos feixes gaussianos	39
3.1.4	Aplicação em um meio homogêneo 2D	43
3.1.5	Algoritmo de construção de feixes gaussianos	46
3.2	SOBREPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS.....	47
3.2.1	Integral de sobreposição de feixes gaussianos	47
3.2.2	Descrição em coordenadas cartesianas locais	51
3.2.3	Restrição da integral de sobreposição ao volume de Fresnel	53
3.2.4	Obtenção dos parâmetros dos feixes gaussianos em função da zona de Fresnel projetada - caso 2D	59
3.2.5	Determinação da função-peso $\Phi(\vec{\xi}^P)$	62
3.2.6	Forma final da integral (operador) de feixes gaussianos	64
4	MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE MODIFICADA USANDO O OPERADOR DE FEIXES GAUSSIANOS	66

4.1	FÓRMULA DE MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO 3D.....	66
4.1.1	Sobre a notação matemática.....	66
4.1.2	Migração Kirchhoff pré-empilhamento 3D.....	66
4.1.3	Vantagens e desvantagens da migração Kirchhoff.....	68
4.1.4	Principais hipóteses da migração em verdadeira amplitude (SCHLEICHER; TYGEL; HUBRAL, 1993).....	72
4.1.5	Teoria da migração em verdadeira amplitude.....	74
4.2	INTEGRAL DE MIGRAÇÃO MODIFICADA.....	78
4.3	ASPECTOS MATEMÁTICOS.....	81
4.3.1	Análise assintótica do operador de migração.....	81
4.4	RESPOSTA AO IMPULSO E PONTO DIFRATOR.....	82
4.4.1	Resposta ao impulso.....	82
4.4.2	Ponto difrator.....	85
4.5	ALGORITMO E FLUXOGRAMA DE MIGRAÇÃO KGB-PSDM.....	87
5	APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS.....	89
5.1	MEIO HOMOGÊNEO.....	89
5.1.1	Refletores plano-horizontais e mergulhantes.....	89
5.1.2	Refletores curvos.....	94
5.1.3	Variação com o conteúdo de frequência do dado.....	98
5.2	MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE.....	102
5.2.1	Modelos geológicos em sinclinal e anticlinal.....	102
5.2.2	Sensibilidade em relação a erros no modelo de velocidades.....	108
5.2.3	Amplitudes.....	108
5.3	OUTROS RESULTADOS NUMÉRICOS EM 2D.....	109
5.4	DADOS SINTÉTICOS MARMOUSI.....	115
6	APLICAÇÃO EM DADOS SÍSMICOS SINTÉTICOS 2D REPRESENTATIVOS DA BACIA DO SOLIMÕES.....	121
6.1	A BACIA DO SOLIMÕES.....	121
6.2	MODELOS REPRESENTATIVOS DA BACIA DO SOLIMÕES.....	126
6.2.1	Seção geológica proposta para a construção do modelo de velocidades.....	126
6.2.2	Modelo de velocidades.....	128
6.3	DADOS SÍSMICOS.....	130

6.3.1	Geração dos dados sísmicos sintéticos.....	131
6.4	MIGRAÇÃO DOS DADOS.....	134
6.4.1	Famílias de dados sísmicos em afastamento-comum.....	134
6.4.2	Modelo de velocidades usando na migração.....	134
6.4.3	Resultados encontrados.....	136
6.5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	143
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS.....	146
7.1	PRINCIPAIS CONCLUSÕES.....	146
7.2	PERSPECTIVAS FUTURAS.....	151
	REFERÊNCIAS.....	153
	APÊNDICES.....	161
	A - QUANTIDADES DINÂMICAS DA TEORIA PARAXIAL DO RAIIO.....	162
	B - ESCOLHA DOS PARÂMETROS DOS GB's.....	167
	C - TRANSFORMAÇÕES DE COORDENADAS.....	169
	D - APROXIMAÇÕES PARAXIAIS DE TEMPO DE TRÂNSITO.....	171
	E - FEIXE GAUSSIANO 2.5D.....	181
	F - SUPERFÍCIE DE REFLEXÃO COMUM (CRS) E ZONAS DE FRESNEL.....	184

1 INTRODUÇÃO

O problema sísmico consiste no problema direto e no problema inverso. No problema direto, fontes de energia são posicionadas adequadamente sobre a superfície da Terra, ao longo de coordenadas específicas, e vários sensores, conhecidos como geofones, são também adequadamente posicionados próximos a essas fontes. Uma vez ordenados geometricamente as fontes e os sensores, um *experimento sísmico* é realizado, quando uma fonte de energia é acionada e registros no tempo em cada um dos sensores são obtidos. No problema inverso, tomando-se os registros observados em diversos sensores, um *processamento de dados* é realizado, e o objetivo principal é obter uma imagem representativa da sub-superfície o mais próximo possível da realidade, assim como algumas propriedades físicas ao longo das interfaces que delinham as estruturas rochosas.

Tanto o experimento sísmico como o processamento de dados se baseiam na física de propagação de um campo de ondas dentro do meio em consideração. O princípio básico de um levantamento de dados sísmicos nos diz que as “reflexões” provenientes da energia impulsiva enviada para o interior da Terra se refletem, se difratam ou reverberam em interfaces de materiais que apresentam propriedades físicas diferentes. Em especial, as reflexões sísmicas são usadas principalmente para mapear relações estratigráficas de formações geológicas e, em certos casos, identificar os tipos de fluidos que as mesmas contém. Baseado nisso, um *sistema de aquisição de dados sísmicos* é estabelecido, como forma de se estudar as principais propriedades físicas do meio iluminado pelo experimento sísmico. De uma maneira geral, para o caso 2D, os dados são adquiridos usando uma fonte-comum (*common shot*), com arranjos de sensores simétricos (*split spread*) ou assimétricos (*end on*), sendo que nos casos 3D utiliza-se também arranjos do tipo *cross spread*. A partir desses dados, é realizado um rearranjo nas posições dos sensores e das fontes, de modo a termos outros tipos de “famílias” de dados, com diferentes características em relação ao experimento sísmico. Os principais produtos do sistema de aquisição de dados são: ponto-médio-comum ou CMP (*common midpoint*), receptor-comum (*common receiver*), afastamento-comum (*common offset*) e afastamento-nulo (*zero offset*). Nesses casos, a física de propagação não muda, o que permite usar todos esses conjuntos de dados de acordo com o fluxograma de processamento.

No que diz respeito ao processamento dos dados, o procedimento tradicional de processamento é baseado na geometria de aquisição de dados estabelecida pela técnica CDP (*common depth point*) – também denominada de cobertura múltipla, devido ao número de vezes em que um ponto refletor é amostrado (Figura 1.1). O mapeamento de refletores usando esta técnica permite que cada ponto refletor seja amostrado por muitos pares de fontes e geofones, localizados simetricamente em relação ao ponto médio do dispositivo CDP. No

entanto, no caso de refletores inclinados, a técnica CDP não amostra o mesmo ponto refletor em profundidade.

Se considerarmos apenas o caso de uma fonte e três receptores (Figura 1.1), a distância entre a fonte e os geofones durante a fase de aquisição, chamada de “afastamento” (do inglês, *offset*), cresce com o número do receptor. À medida que o afastamento cresce, aumenta o tempo de trânsito da energia sísmica para viajar através da Terra e chegar ao receptor. Assim, as sinuosidades correspondentes às reflexões primárias aparecem nos afastamentos mais distantes com um tempo de trânsito maior, sendo este fenômeno conhecido como “sobretempo normal” (do inglês, *moveout*). A fim de realinhar os eventos sísmicos, se usa a “velocidade de empilhamento” dos dados, sendo que a determinação das velocidades de empilhamento para o processamento de dados sísmicos (chamada de análise de velocidade) representa uma das etapas fundamentais do *fluxograma de processamento de dados sísmicos* (Figura 1.2). A técnica que compensa o atraso nos tempos de trânsito das reflexões primárias nas famílias CMP se chama correção NMO (*normal moveout*).

A seguir, é realizado um empilhamento CMP. Em cada família CMP, após a correção NMO, os traços são somados ou “empilhados” em um único traço, que é considerado como equivalente ao traço ter sido obtido com a fonte e o geofone localizados no ponto médio da seção CMP. O empilhamento geralmente comprime os dados em um volume mais maleável, conhecido como seção de afastamento nulo, ao mesmo tempo em que aumenta a razão sinal-ruído do dado sísmico.

Em refletores inclinados, a velocidade de empilhamento NMO é maior do que em refletores planos, e depende do ângulo de mergulho do refletor. Com a velocidade maior, os eventos com mergulho não se alinham adequadamente somente com a correção NMO. Para corrigir esse efeito, é preciso aplicar uma correção dinâmica aos dados, conhecida como correção DMO (*dip moveout*) (Hale, 1984). Esta correção final permite que eventos com mergulho sejam empilhados com a mesma velocidade de eventos sem mergulho, e assim o posterior empilhamento CMP apresentará um razão sinal/ruído melhor do que a razão de um empilhamento com apenas a correção NMO.

Apesar das principais informações da sub-superfície advirem de eventos de reflexões, outros tipos importantes de fenômenos são observados na propagação do campo de ondas sísmico no interior da Terra, como a refração e a difração.

Reflexões múltiplas de diversas ordens (reverberações da energia em diferentes tipos de refletores com diferentes tipos de impedância acústica) e diversos tipos de conversões de onda (PS, PSP, etc) também fazem parte do espectro de fenômenos contidos em um dado sísmico, porém estes são considerados como ruídos e geralmente eliminados durante a fase

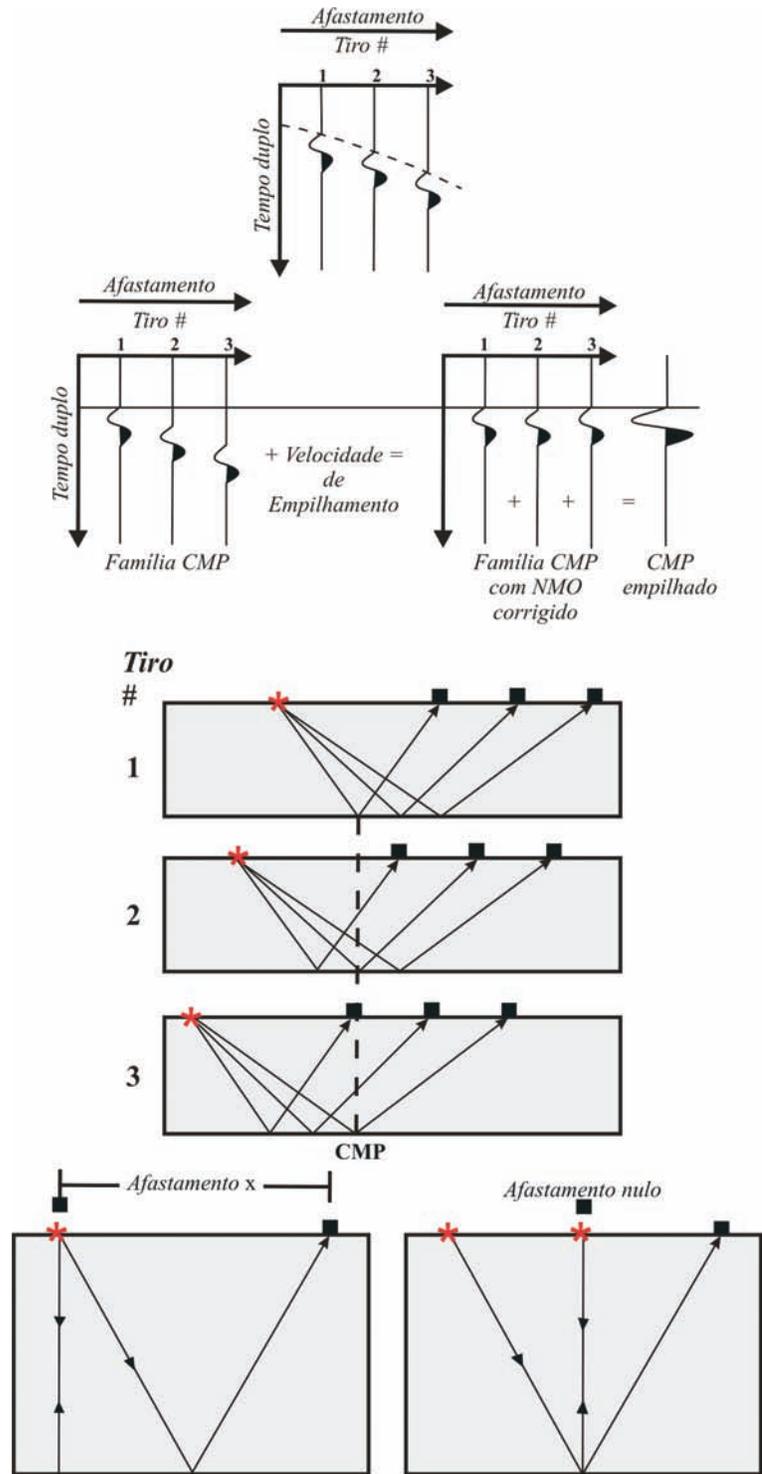


Figure 1.1: Significado físico do empilhamento CMP. (Adaptado de Farmer et al., 1993).

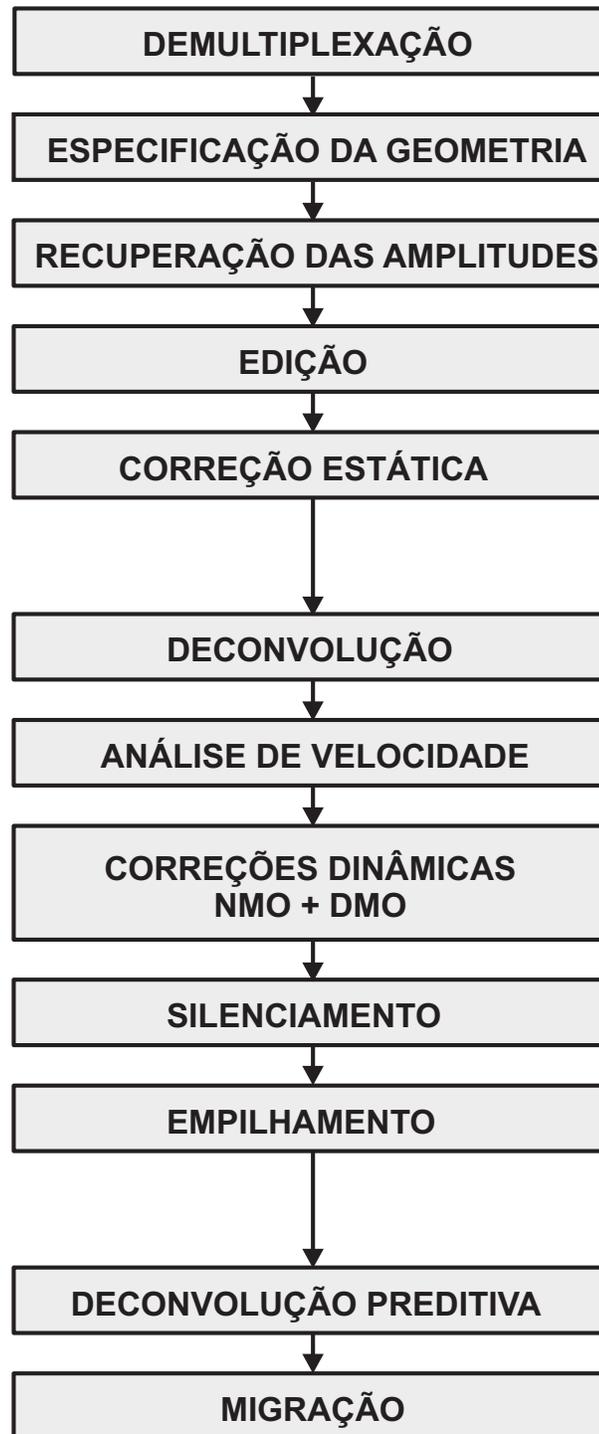


Figure 1.2: Fluxograma do processamento de dados sísmicos. (Adaptado de Yilmaz, 1987).

de processamento ou processadas separadamente.

Em todos os ambientes geológicos, dos mais simples aos mais complexos, realizar o imageamento com esses tipos de energia apresenta três tipos de problemas fundamentais (Farmer et al., 1993): a imagem se apresenta de forma “borrada”, tem formato errôneo e se encontra posicionada no local errado. Com o objetivo de se obter uma imagem interpretável, a energia sísmica deve ser focalizada em uma imagem bem definida, com o formato correto e posicionada em sua posição verdadeira. Quanto mais definida é a imagem e quanto mais verdadeira é sua posição e formato, mais precisamente a estrutura pode ser avaliada e explorada. O método que define, modela e localiza a imagem chamamos de “migração”. No fluxograma de processamento (Figura 1.2), a migração é realizada em seguida às correções dinâmicas e ao empilhamento CMP, e representa uma das etapas mais importantes de todo processamento, pois a mesma implica em uma imagem a ser interpretada da geologia de sub-superfície.

Existem diferentes *tipos* de migração, sendo que essas numerosas soluções ou algoritmos geralmente são referidas pelos nomes de seus autores (e.g., Gazdag, Stolt) ou pelos tipos de soluções que representam (e.g., diferenças finitas, representações integrais). Todas são consideradas como *técnicas* no processo de imageamento, cada uma com suas vantagens e desvantagens.

Os diversos tipos de migração são geralmente aplicadas em uma categoria mais ampla de migração, chamada de *classes*: pós-empilhamento, pré-empilhamento, 2D ou 3D, em tempo ou em profundidade. Para o imageamento, a tendência principal é pós-empilhamento para pré-empilhamento, 2D para 3D, migração no tempo para migração em profundidade. Geralmente, esta tendência é melhor compreendida examinando as potencialidades e fraquezas de cada uma dessas classes (Yilmaz, 1987; Farmer et al., 1993).

No presente trabalho, nos concentraremos no tipo *integral* de migração, conhecida com migração Kirchhoff (Schneider, 1978; Bleistein, 1987; Schleicher et al., 1993), aplicada à classe *pré-empilhamento 3D em profundidade*. No entanto, modificaremos nosso operador integral de migração ao introduzir os chamados feixes gaussianos (Červený, 1982; Popov, 1984; Hill, 1990; Hill, 2001) como função de Green do problema do imageamento, usando a teoria de migração em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993).

O nome “migração Kirchhoff” que adotamos neste trabalho, como operador matemático básico no processo de imageamento, se deve basicamente a duas idéias. A primeira, advém do princípio da difração escalar, de onde o princípio de Huygens de fontes secundárias^{1.1}

^{1.1}Princípio segundo o qual cada ponto de uma frente de onda funciona como um ponto emissor de uma nova frente de onda. A sobreposição das várias frentes de ondas em um ponto de observação origina o fenômeno de interferência das frentes de ondas.

é usado para explicar o caminho seguido por um raio de energia luminosa para atravessar uma fenda de difração, localizada sobre um anteparo, e observado em um ponto qualquer, podendo ser este ponto sobre um detetor ou um novo anteparo. A segunda idéia se relaciona ao trabalho pioneiro de Hagedoorn (1954), cujas superfícies de máxima convexidade foram posteriormente relacionadas à equação de onda escalar e se tornaram familiar na literatura geofísica como migração Kirchhoff (Schneider, 1978; Hertweck et al., 2003). Nesse caso, o nome foi escolhido devido à integral de Kirchhoff, que descreve a propagação de um campo de ondas dentro de um modelo em profundidade, em analogia à descrição do fenômeno da difração escalar.

Matematicamente, a integral de Kirchhoff que nos referiremos no texto é derivada do teorema de Green, usado para resolver aproximadamente equações diferenciais parciais, em particular a equação de onda escalar (acústica) de um campo de ondas sísmico.

1.1 MOTIVAÇÃO

Atualmente os métodos sísmicos de processamento de dados têm se direcionado cada vez mais na busca de atributos petrofísicos (e.g., densidade, porosidade) e parâmetros elásticos (velocidades de ondas P e S , impedância acústica, índices de anisotropia, razão de Poisson, etc) importantes para a prospecção geofísica. Alguns métodos de migração, por exemplo, têm sido adaptados de forma a fornecer prováveis atributos indicadores de hidrocarbonetos (análises AVO/AVA^{1,2}), além de seu objetivo tradicional de obter imagens de estruturas geológicas de interesse. Dessa forma, em alguns casos também se atribui à migração o status de operador de inversão, normalmente sob a forma de operadores integrais do campo de ondas.

Na busca de solucionar problemas de interesse para a prospecção geofísica, ao longo dos anos vários métodos de migração tem sido propostos (Schneider, 1978; Cohen e Bleistein, 1979; Beylkin, 1985; Bleistein et al., 1987).

Bleistein (1987), por sua vez baseado em Beylkin (1985), foi um dos primeiros a propor um operador de migração no qual se usa um algoritmo do tipo Kirchhoff na busca de parâmetros do meio. Posteriormente, Schleicher et al. (1993), usando elementos da teoria do raio, da teoria paraxial do raio e do traçamento dinâmico do raio, desenvolveram um algoritmo de migração que corrige o efeito do espalhamento geométrico das seções sísmicas, obtidas segundo diferentes tipos de geometria de aquisição de dados. Este último algoritmo representa uma migração pré-empilhamento com amplitude verdadeira, desenvolvida como uma extensão a partir do caso com afastamento nulo descrito por Hubral et al. (1991), sendo

^{1,2}Acrônimo para *Amplitude versus Offset* e *Amplitude versus Angle*

uma importante ferramenta na análise AVO/AVA, uma vez que seu resultado é proporcional às amplitudes de reflexão sobre pontos em profundidade (e.g., sobre o refletor). Um algoritmo mais específico, para o estudo direto de atributos sísmicos, resulta no chamado empilhamento múltiplo de difrações (Tygel et al., 1993) e utiliza múltiplos pesos de migração na busca de parâmetros de inversão. Tygel et al. (1996) e, posteriormente, Bleistein e Jaramillo (1998), desenvolveram uma abordagem geral em cascata de imageamento sísmico que permite ao usuário uma ampla escolha de informações.

Apesar de todos os desenvolvimentos obtidos até o presente momento, os algoritmos citados acima fazem ainda um amplo uso da teoria do raio de ordem zero como forma de encontrar a função de Green do problema do imageamento. Em métodos sísmicos, a teoria do raio de ordem zero tem sido amplamente aplicada ao modelamento, imageamento e a problemas de inversão. Entretanto, a teoria do raio somente pode ser efetivamente aplicada em meios com campos de velocidades suaves, onde o comprimento de onda da energia sísmica característico é muito menor do que as dimensões estruturais que desejamos imagear. Neste caso, alguns fenômenos de propagação da onda, tais como as difrações observadas em ambientes onde a geologia é complexa ou em meios que apresentam fortes variações de velocidade, não podem ser adequadamente simulados usando esta teoria. Algumas outras restrições dizem respeito a ocasionais singularidades devido à ocorrência de cáusticas ao longo do caminho de um raio.

O uso de campos de onda paraxiais tem sido uma maneira atrativa e eficiente de lidar com as limitações da teoria do raio (Červený, 1983). Em geral, estes campos podem ser de natureza real ou complexa.

Em imageamento sísmico, a teoria paraxial do raio real tem sido aplicada com sucesso em métodos de empilhamento sísmico, como o CRS^{1,3} (Garabito, 2001; Chira Oliva, 2003), e representa uma ferramenta fundamental em migração com amplitude verdadeira (Schleicher et al., 1993). Por outro lado, a teoria paraxial complexa é usada para descrição de campos de onda em meios lateralmente variados em meios 2D e 3D (Červený, 1982; Červený et al., 1982; Popov, 1996) e em métodos de migração (Hill, 2001).

Uma das diferenças entre os campos paraxiais e a teoria do raio de ordem zero é a regularidade da descrição do campo de ondas sísmico em regiões singulares. De fato, os feixes gaussianos são especialmente regulares em regiões do campo de onda onde prevalecem as cáusticas. Além do mais, o princípio de Fermat, no qual está baseado o *two point ray-tracing*^{1,4}, não é mais aplicado, uma vez que podemos calcular o campo de ondas em cada receptor através de uma sobreposição dos campos paraxiais em torno de suas vizinhanças.

^{1,3}Acrônimo para *Common Reflection Surface*.

^{1,4}Do inglês no original, “traçamento de raio entre dois pontos”.

Vamos agora comentar mais detalhadamente o que tem sido considerado na literatura como “migração de feixes gaussianos”.

Aparentemente, os primeiros trabalhos a lidarem com o assunto feixes gaussianos para efeitos de imageamento foram Raz (1987) e Costa (1989).

Posteriormente, Hill (1990) desenvolveu a migração usando feixes gaussianos para dados pós-empilhados, através da decomposição de ondas planas em feixes gaussianos e sua posterior extrapolação para baixo. Apesar da “simplicidade” do presente método em decompor o campo de ondas próximos à superfície, considerando a velocidade constante, este algoritmo pode ser estendido para modelos com variação lateral de velocidade. Este trabalho discute e descreve qualitativamente a obtenção dos principais parâmetros utilizados neste tipo de imageamento.

Em Hill (2001), a migração é estendida para dados pré-empilhamento 3D. A ênfase principal deste tipo de migração 3D pré-empilhamento em profundidade é a separação de diversos elementos do campo de ondas (no caso, separação em feixes gaussianos) com diferentes tipos de mergulho, localizados aproximadamente ao redor do ponto de referência.

Assim, são necessárias vários empilhamentos oblíquos de caráter local^{1.5}, que decompoem cada elemento do campo de ondas nessas direções em ondas planas. O esforço e o custo computacional são muito grandes, uma vez que se exige toda uma seqüência de transformações para uma única seção de afastamento-comum. Uma vez obtidas todas as migrações de todas as seções de meio-afastamento nas coordenadas de ponto-médio comum, a imagem final é obtida somando-se estes resultados ao longo das direções de meio-afastamento (Hill, 2001).

Neste trabalho, estudamos a migração usando feixes gaussianos de uma maneira diferente dos procedimentos que têm sido vistos ultimamente na literatura. O operador em consideração é representado como um operador de migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade, pois usa a flexibilidade do algoritmo Kirchhoff em extrapolar o campo de ondas sísmico observado em superfície para pontos em sub-superfície, usando soluções assintóticas aproximadas da equação de onda da elastodinâmica. No entanto, por outro lado, faz uso de uma sobreposição de feixes gaussianos como função de Green do problema de imageamento. Este procedimento é muito parecido com o trabalho de Hill (2001), porém não se separa o campo de ondas em elementos de feixes gaussianos com diferentes direções de mergulho.

A sobreposição ponderada de feixes gaussianos pode ser vista aqui de diferentes maneiras. Como uma função de Green, assintoticamente ela se torna equivalente à solução da teoria do raio de ordem zero, através do uso de uma função-peso específica. Ordens superiores na

^{1.5}Em inglês, *local slant stack*.

freqüência da teoria do raio não são consideradas neste trabalho. Como elemento físico^{1.6}, a função-peso da integral de sobreposição é relacionada ao volume de Fresnel do campo de ondas, limitando o número de raios paraxiais a serem usados na reconstrução de uma observação em uma posição de referência. Nesse caso, também advogamos o uso de elementos do volume de Fresnel como um vínculo físico à construção dos feixes gaussianos e como uma forma de controle de algumas quantidades que definem os feixes em si, como suas meia-larguras, que são quantidades que servem para se obter os envelopes gaussianos de raios paraxiais ao redor de um raio central. Em Hill (1990) e Hill (2001), se mostrou que a variação do valor da meia-largura do feixe gaussiano para efeitos de migração não afeta significativamente as imagens finais, desde que o valor da meia-largura seja menor que o comprimento de onda sísmico para uma freqüência de referência que esteja na parte final do espectro de freqüência dos dados sísmicos. Neste trabalho, esse controle nos valores das meias-larguras, para todos os feixes, é garantido (automaticamente) pelo uso de elementos do volume de Fresnel nos cálculos de parâmetros que definem as meias-larguras, forçando que as mesmas tenham tamanhos finitos e não introduzam valores espúrios nas funções de Green simuladas do campo de ondas.

Fisicamente, as zonas de Fresnel e os feixes gaussianos não apresentam uma ligação direta. No caso sísmico, as zonas de Fresnel representam quantidades dinâmicas que estão relacionadas a propriedades físicas de um refletor (e.g., curvatura) e, por isso mesmo, estão diretamente ligadas à resolução espacial do imageamento (Schleicher et al., 1997). Podem ser calculadas através de um procedimento chamado traçamento dinâmico do raio (TDR) e através da teoria paraxial do raio (Bortfeld, 1989), de onde suas principais quantidades podem ser obtidas também diretamente de medidas de tempo de trânsito (Hubral et al., 1993). A exemplo da teoria do raio de ordem zero, os feixes gaussianos também são soluções assintóticas aproximadas da equação da elastodinâmica, e também podem ser descritos pela teoria paraxial do raio. Um feixe gaussiano apresenta como suporte um raio central e necessita do TDR para a determinação de suas principais quantidades dinâmicas (e.g., curvatura de frente de onda, meia-largura, etc). No entanto, para se descrever um feixe gaussiano ao longo de um raio necessitamos especificar condições iniciais complexas que controlam seu comportamento espacial tanto na fonte como no receptor. Na literatura existente até o presente momento, aparentemente apenas Müller (1984) propôs soluções analíticas com significado físico para os chamados “parâmetros de feixe”, que controlam as quantidades espaciais de um feixe gaussiano. Estes parâmetros, porém, ainda apresentam um certo grau de liberdade em sua escolha, o que tem gerado resultados numéricos espúrios em sismogramas

^{1.6}Matematicamente, um raio é uma representação da trajetória do caminho da energia, enquanto que um feixe representa uma quantidade física do campo de ondas, que pode ser inclusive medida (Červený, 2000).

sintéticos (Müller, 1984).

Uma das quantidades mais importantes de um feixe gaussiano é a sua meia-largura ao longo de um raio, e garantir que seu valor seja o menor possível tanto no ponto final como no ponto inicial de seu raio central representa uma estabilidade numérica muito boa. Um vínculo mais rígido para o controle da meia-largura é restringí-lo ao volume de Fresnel ao longo de um raio. Como estamos usando a projeção das zonas de Fresnel ao longo da superfície de aquisição dos dados sísmicos, com este vínculo garantimos analiticamente um controle da quantidade espacial do feixe gaussiano tanto na fonte como no receptor. É baseado neste vínculo “espacial” que relacionamos feixes gaussianos e zonas de Fresnel nesse trabalho.

É preciso lembrar que o uso de funções de Green advindas de fontes pontuais construídas através de feixes gaussianos foi anteriormente sugerida por Hill (1990), baseado no trabalho de Wapenaar et al. (1989).

No presente caso deste trabalho, a função de Green é representada por uma integral ponderada, cujo significado físico de sua função-peso é modificado em detrimento do significado proposto por Červený (2000, 2001), de natureza apenas numérica, aliada à formulação em verdadeira amplitude descrita por Schleicher et al. (1993). Recentemente, Albertin et al. (2004) propuseram uma migração de feixes gaussianos em verdadeira amplitude usando o mesmo procedimento de Beylkin (1985). Neste trabalho em questão, foi feita uma importante análise da diretividade do operador de migração, porém necessitando de uma clareza quanto à especificação de funções-peso para garantir a verdadeira amplitude, bem quanto à equalização dos mergulhos dos eventos sísmicos.

No caso da migração Kirchhoff tradicional, a curva de Huygens serve para empilhar os tempos de difrações oriundos de um ponto imagem – através de uma integral de superfície ao longo dos dados sísmicos, em uma trajetória de difração – e posicionar as mesmas em profundidade. Antes desse empilhamento, porém, projetamos o raio da zona de Fresnel ao redor do traço e determinamos localmente uma curva de empilhamento referente a todos os eventos paraxiais, contidos no dado sísmico, refletidos dentro da zona de Fresnel daquele traço. Após o empilhamento local desses eventos, o resultado é um novo traço, com todas as informações da zona de Fresnel contidas em si, e que pode ser empilhado a seguir pela curva de Huygens. A contribuição do feixe gaussiano se resume, neste caso, a somar todas as contribuições paraxiais, dentro de uma zona de Fresnel, ao traço empilhado pelo operador de migração. Desta forma, adicionamos à integral em consideração os conceitos de zona de Fresnel e zona de Fresnel projetada (Hubral et al., 1993; Schleicher et al., 1993, 1997, 2004), dois conceitos ligados a quantidades dinâmicas do TDR, à abertura de migração e à sua

resolução horizontal. Teoricamente, o resultado obtido fornece uma migração em verdadeira amplitude usando feixes gaussianos. No entanto, a estimativa das amplitudes precisa ser melhor explorada em trabalhos futuros.

1.2 ESTRUTURA DA TESE

Introdução. – Revisão de literatura e motivação deste trabalho.

Fundamentos teóricos. – Neste capítulo fazemos uma revisão geral de vários aspectos teóricos referentes à teoria do raio de ordem zero, suas vantagens e desvantagens.

Feixes gaussianos. – Definição de feixes gaussianos. Propriedades dos feixes gaussianos e aplicação em um meio 2D com velocidade constante. São introduzidas algumas idéias *ad hoc* sobre os parâmetros que governam o comportamento de um feixe gaussiano. A integral de sobreposição de feixes gaussianos, em termos de parâmetros do raio, é introduzida também *ad hoc* e suas principais propriedades estudadas. Estudamos o mesmo operador em termos de coordenadas cartesianas locais. Através do estudo de elementos do volume de Fresnel, reescrevemos o mesmo operador em termos das coordenadas da zona de Fresnel projetada em direção da linha de aquisição sísmica. Os parâmetros dos feixes gaussianos são calculados em termos de elementos do volume de Fresnel. A determinação de uma função-peso específica e a forma final do operador de feixes gaussianos são determinados.

Migração de Kirchhoff modificada usando o operador de feixes gaussianos. – Através do princípio de Kirchhoff para a difração escalar, discutimos para o caso acústico a fórmula de migração 3D pré-empilhamento, baseado na integral de Bleistein. As vantagens e desvantagens do operador resultante são discutidas. São introduzidas e discutidas as principais hipóteses referentes à teoria de migração Kirchhoff em verdadeira amplitude. Baseado nisso, a fórmula de migração 3D pré-empilhamento modificada usando o operador de feixes gaussianos é determinada.

Aplicação em dados sintéticos. – Neste capítulo aplicamos o operador definido no Capítulo 4 em vários exemplos sintéticos 2.5D de interesse prático. Inicialmente, são migrados refletores planos (horizontais e inclinados) e curvos (sinclinais e anticlinais). São testadas também a migração de seções sísmicas com vários tipos de afastamentos entre fontes e geofones e quanto ao conteúdo de frequência contido nos dados. Finalmente, testamos o operador em um modelo com gradiente constante de velocidade. Em mode-

los 2D, testamos o presente operador em dois modelos mais complexos e no conjunto de dados sintéticos Marmousi.

Aplicações em dados sintéticos representativos da Bacia do Solimões (AM). —

Aplicamos o operador de migração KGB-PSDM em dados sintéticos representativos da Bacia do Solimões (AM).

Conclusões e Perspectivas. — Discutimos as principais conclusões de perspectivas desse trabalho.

Referências. — Listamos todos os trabalhos de literatura usados nesta tese.

Apêndices. A-Quantidades dinâmicas da teoria paraxial do raio; B-Escolha dos parâmetros dos GB's; C-Transformações de coordenadas; D-Aproximações paraxiais de tempo de trânsito; E-Feixe gaussiano 2.5D; F-Superfície de Reflexão Comum (CRS) e zonas de Fresnel.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A simulação de ondas de volume em meios estratificados 3D pode ser descrita através de métodos baseados na solução aproximada da equação da elastodinâmica, usando diferenças finitas e/ou elementos finitos, e em aproximações assintóticas de alta frequência. Nesta seção nos limitaremos ao último método, estudando seus aspectos cinemáticos (cálculo de raios, tempos de trânsito e frentes de onda) e dinâmicos (principalmente amplitude). A teoria paraxial do raio é referenciada somente como complemento à teoria do raio (Apêndice A), uma vez que esta se encontra diretamente ligada às quantidades dinâmicas que estudaremos a seguir.

2.1 TEORIA DO RAIIO

2.1.1 Equações cinemáticas do raio

Em um meio perfeitamente elástico, isotrópico e não-homogêneo, a teoria do raio pode ser obtida resolvendo-se a equação da elastodinâmica, tomando como solução a série assintótica do raio (Červený e Ravindra, 1971). Neste caso, o termo de ordem zero ($n = 0$) da série é de interesse prático. Considerando somente a componente compressional principal do campo de ondas sísmico e introduzindo o *ansatz* de ordem zero

$$U(\hat{\mathbf{x}}, t) = A(\hat{\mathbf{x}}) e^{-i\omega(t-\tau(\hat{\mathbf{x}}))}, \quad (2.1)$$

onde $\tau = \tau(\hat{\mathbf{x}})$ representa o tempo de trânsito, obtemos a equação iconal

$$\nabla\tau \cdot \nabla\tau = \frac{1}{v(\hat{\mathbf{x}})^2}, \quad (2.2)$$

onde $v = v(\hat{\mathbf{x}})$ representa a velocidade da onda *PP*. Nas equações acima, $\hat{\mathbf{x}} = (x_1, x_2, x_3)^T$ representa o vetor-posição 3D, t é o tempo, ω é a frequência angular de oscilação, ∇ é o operador gradiente e $A(\hat{\mathbf{x}})$ representa o termo de amplitude da onda.

Como a Eq. (2.2) normalmente não é fácil de resolver numericamente, por se tratar de uma equação diferencial parcial de segunda ordem, uma maneira mais eficiente de se obter as soluções de (2.2) é usar o método das características (Bleistein, 1986; Bleistein et al., 1987). As equações características nesse caso são chamadas de equações do raio, as quais são equações diferenciais ordinárias de primeira ordem e que podem ser manipuladas numericamente através de um algoritmo do tipo Runge-Kutta^{2.1}. Em 3D, este sistema de

^{2.1}O algoritmo Runge-Kutta é formado por qualquer conjunto de equações diferenciais de primeira ordem

equações é dado por

$$\frac{dx_i}{d\sigma} = p_i, \quad \frac{dp_i}{d\sigma} = -\frac{1}{v^3} \frac{\partial v}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.3)$$

Aqui σ representa um parâmetro medido ao longo do raio. As parametrizações mais comuns são o comprimento do arco de raio s e o tempo de trânsito τ , de acordo com

$$\sigma = \sigma_0 + \int_{s_0}^s v(s) ds = \sigma_0 + \int_{\tau_0}^{\tau} v^2(\tau) d\tau. \quad (2.4)$$

x_i são coordenadas cartesianas dos pontos pertencentes ao raio e $p_i = \partial\tau/\partial x_i$ são componentes cartesianas do vetor vagarosidade $\hat{\mathbf{p}} = \nabla\tau$. O termo σ_0 representa um parâmetro inicial do raio.

2.1.2 Equação de transporte

A solução da equação de transporte^{2.2}

$$2(\nabla\tau \cdot \nabla A) v + v^2 A \nabla^2\tau + A(\nabla\tau \cdot \nabla v^2) = 0, \quad (2.5)$$

é mais elaborada, principalmente por depender explicitamente da solução da equação iconal (2.2). No caso da equação (2.5), existe um adicional extra: a presença de um termo de gradiente de velocidade, representado por ∇v^2 . Conforme veremos a seguir, a presença de fortes gradientes de velocidade, principalmente quando estes estiverem relacionados a camadas finas e em regime de altas frequências, representa uma das limitações da teoria do raio. Assim, desprezamos este termo temporariamente e ajustemos a Eq. (2.5) de forma a transformá-la em uma equação diferencial ordinária. Desprezando o termo mencionado, fazendo uso da igualdade $\frac{d\vec{x}}{d\sigma} = \hat{\mathbf{p}}$ e do lema de Smirnov (Portugal, 2002), temos a seguinte equação

$$\frac{d}{d\sigma} \ln[A^2] = \frac{d}{d\sigma} \ln\left[\frac{v}{J}\right], \quad (2.6)$$

onde J é o chamado *jacobiano do raio*. Integrando em relação a σ , temos a seguinte solução da equação de transporte

$$A(\sigma) = A(\sigma_0) \sqrt{\frac{v(\sigma) J(\sigma_0)}{v(\sigma_0) J(\sigma)}}. \quad (2.7)$$

O significado físico do jacobiano do raio J está relacionado à densidade de raios, que

e que podem ser integradas recursivamente, considerando a solução anterior de um passo como valor de entrada para a próxima integração.

^{2.2}A equação de transporte é obtida considerando o termo de ordem ω da solução (2.1) na equação da elastodinâmica.

pode ser representado matematicamente por

$$J = \frac{1}{v} \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\sigma, \gamma_1, \gamma_2)} \right|, \quad (2.8)$$

sendo x, y, z coordenadas cartesianas e $\sigma, \gamma_1, \gamma_2$, conforme veremos a seguir, coordenadas do raio. Podem existir situações onde $J(\sigma)$ se anula. Neste caso, estamos diante de uma cáustica, onde o raio de curvatura da frente de onda se anula e a amplitude tende a um valor infinito.

2.1.3 Validade da teoria do raio

Agora comentemos sobre a validade da teoria do raio em meios estratificados. Em termos de aplicações práticas, podemos afirmar que a teoria do raio somente se aplica a modelos de velocidade nos quais o comprimento de onda sísmico λ é muito menor que as dimensões estruturais que se deseja estudar. Assim, λ dever ser menor do que quantidades como o raio de curvatura de uma interface, o comprimento desta interface, o tamanho de estruturas em bloco e menor do que medidas de “não-homogeneidades” de propriedades materiais, e.g., $\eta/|\nabla\eta|$ (Hertweck, 2000), onde η pode representar qualquer uma das quantidades comentadas acima. Basicamente, podemos escrever

$$\frac{|\nabla\eta|}{\eta} l_v \ll 1, \quad (2.9)$$

sendo l_v ($\lambda < l_v$) uma distância máxima segundo a qual a relação acima é válida. Seguindo novamente Hertweck (2000), o sumário a seguir mostra algumas situações onde a teoria do raio pode falhar.

Incidência pós-crítica.— Quando o raio apresenta um ângulo de incidência maior do que o ângulo de incidência crítico, temos uma situação de incidência pós-crítica e o iconal para o raio transmitido torna-se complexo. Nessa situação, o traçamento do raio tem de ser interrompido na interface se o raio (de acordo com o código do raio) continuar com o iconal complexo.

Pontas e vértices em interfaces.— Se um raio incidir em um vértice ou em uma ponta de uma interface, o vetor normal à interface no ponto de interseção se torna indefinido. Como demonstrado em Bleistein (1984), a normal à interface em um vértice, para uma dada direção escolhida dentro de um cone de difração, dependerá do ângulo de incidência da onda incidente, do ângulo azimutal do raio incidente em um plano normal

ao vetor normal e um ângulo azimutal referente aos raios difratados. Assim, novamente o traçamento de raio pára em um vértice ou em uma ponta.

Raios tangentes à interface.— Se um raio é localmente tangente a uma interface, uma zona de sombra pode se formar além do ponto de tangência e o raio se torna um contorno entre a zona de sombra e a região iluminada. Tais raios podem ser calculados usando a teoria do raio, enquanto que a amplitude ao longo do raio e várias ondas difratadas que penetram na zona de sombra não podem ser consideradas, requerendo tratamento especial. O campo de onda das *head waves* não pode ser calculado, uma vez que as *head waves* pertencem a classe das ondas de alta ordem na frequência e, assim sendo, somente podem ser tratados com a ajuda de termos de alta ordem da série do raio.

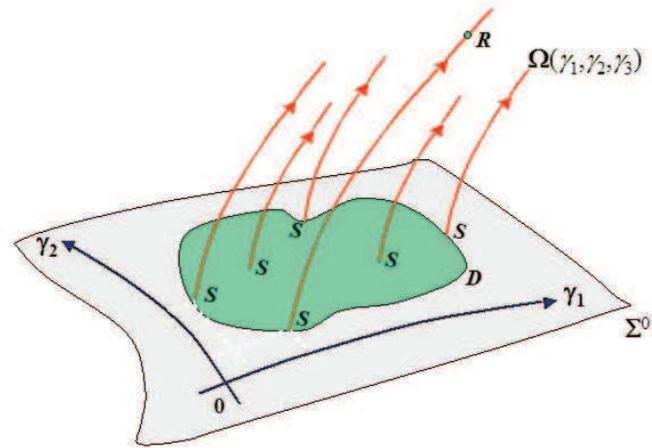
Cáusticas.— A teoria do raio de ordem zero não é capaz de calcular as amplitudes na vizinhança de cáusticas, mas em grandes distâncias além das cáusticas os valores de amplitudes se tornam apreciáveis.

Regiões de altos gradientes de velocidade.— Em tais regiões a teoria do raio pode falhar ou pode ser imprecisa devido à formação de zonas de sombra e zonas de cáusticas.

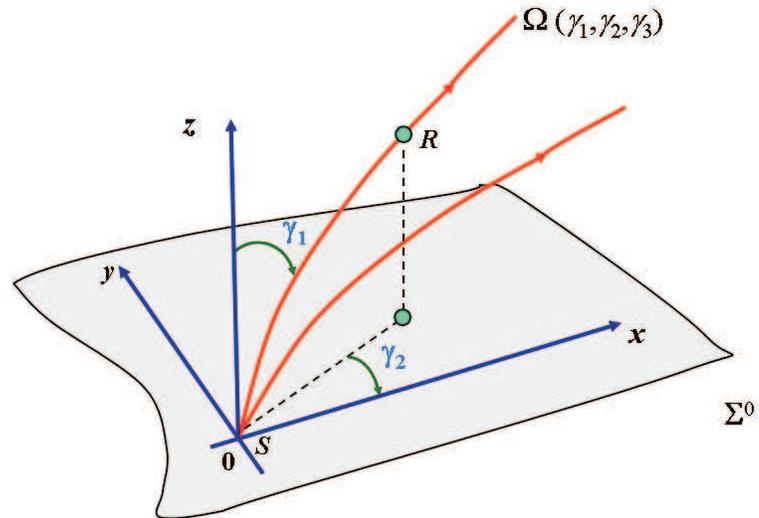
2.1.4 Equações dinâmicas do raio

A fim de entender o sistema de traçamento dinâmico do raio (TDR), devemos introduzir dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas do raio (SCR) e o sistema de coordenadas centradas no raio (SCCR). Nas figuras 2.1 e 2.2 estão representados os respectivos sistemas de coordenadas, descritos a seguir. Adotamos a notação de Červený (2001) para a representação funcional de um raio. Assim, S e R são pontos pertencentes a um raio, localizados em coordenadas distintas ao longo do mesmo, parametrizados por um conjunto de valores $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$. Os parâmetros γ_1 e γ_2 são usados para “rotular” o raio, enquanto γ_3 varia ao longo do mesmo.

No SCR, dado uma superfície curvilínea inicial Σ^0 , representamos um raio por $\Omega(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, passando através da mesma, onde as coordenadas γ_1, γ_2 são especificadas ao longo desta superfície enquanto γ_3 é especificada em uma direção perpendicular à superfície inicial. Os diferentes valores atribuídos a γ_3 determinam um caminho percorrido pelo raio ou uma outra superfície a qual o mesmo pertence. Três situações distintas podem acontecer neste caso. No primeiro caso (Figura 2.1a), fixados γ_1 e γ_2 para cada raio originado na superfície Σ^0 , variamos γ_3 na direção perpendicular ao plano. Temos, assim, a situação onde vários raios se originam em Σ^0 e definem uma região D sobre a mesma (Figura 2.1a). No segundo



(a)



(b)

Figure 2.1: Sistema de coordenadas do raio. (a) Frente de onda.(b) Fonte pontual.

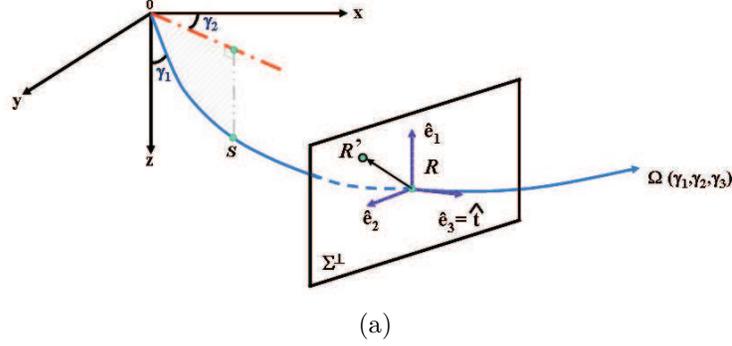


Figure 2.2: Sistema de coordenadas centradas no raio.

caso, a variação de γ_1 e γ_2 define uma *direção de propagação*, a partir de um ponto sobre Σ^0 , e vários raios são traçados com a variação de γ_3 (Figura 2.1b). Temos, assim, a situação de uma fonte pontual. Um ponto R , ao longo de um raio nesses conjuntos, é representado pelo funcional $\Omega(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ e a coordenada atribuída a γ_3 é o comprimento do raio. No terceiro caso, γ_3 é fixado e γ_1 e γ_2 variam, formando uma superfície inicial.

No sistema SCCR (Figura 2.2), dado um raio arbitrário Ω , cujo ponto inicial se encontra em S sobre a superfície Σ^0 , fixamos algum ponto ao longo de seu comprimento de arco, e.g., em R , e formamos um sistema de coordenadas ortogonal 2D, cujos componentes são q_1 e q_2 , em um plano perpendicular Σ^\perp ao raio em $q_3 = s$. Nesse sistema os pontos S e R possuem coordenadas $S = (0, 0, -s)$ e $R = (0, 0, 0)$. Desta maneira, um ponto R' situado nas vizinhanças do raio e sobre o plano Σ^\perp apresenta como vetor posição

$$\hat{\mathbf{r}}(q_1, q_2, s) = \hat{\mathbf{r}}(0, 0, s) + q_1 \vec{\mathbf{e}}_1 + q_2 \vec{\mathbf{e}}_2, \quad (2.10)$$

onde os vetores-base $\vec{\mathbf{e}}_1$ e $\vec{\mathbf{e}}_2$ estão situados sobre o plano Σ^\perp . A direção do terceiro vetor-base $\vec{\mathbf{e}}_3 = \vec{\mathbf{t}}$ coincide com o vetor tangencial em R .

Usando o sistema SCCR, introduzimos o sistema TDR (Červený, 2001)

$$\frac{d\mathbf{Q}}{ds} = v \mathbf{P}, \quad \frac{d\mathbf{P}}{ds} = -\frac{1}{v^2} \mathbf{V} \mathbf{Q}, \quad (2.11)$$

onde as matrizes \mathbf{Q} , \mathbf{P} , \mathbf{V} são matrizes 2 x 2 cujas componentes são definidas por

$$Q_{IJ} = \frac{\partial q_I}{\partial \gamma_J} \Big|_{q_1, q_2=0}, \quad P_{IJ} = \frac{\partial p_I}{\partial \gamma_J} \Big|_{q_1, q_2=0}, \quad V_{IJ} = \frac{\partial^2 v}{\partial q_I \partial q_J} \Big|_{q_1, q_2=0}, \quad (2.12)$$

onde os índices $I, J = 1, 2$. $\mathbf{V} = \mathbf{V}(R)$ é uma matriz cujos componentes representam

derivadas segunda cruzadas do campo de velocidade em coordenadas centradas no raio e $v = \mathbf{V}(0, 0, s)$ é a velocidade ao longo do raio. Matematicamente, \mathbf{Q} é a matriz de transformação de coordenadas do raio para coordenadas centradas no raio e \mathbf{P} é uma matriz de transformação de coordenadas do raio para coordenadas de componentes de vagarosidade do raio. Fisicamente, \mathbf{Q} é matriz de espalhamento geométrico, enquanto \mathbf{P} não apresenta um significado físico óbvio. Desta maneira, definimos uma matriz 2 x 2 \mathbf{M} de derivadas segundas do tempo de trânsito em relação a coordenadas centradas no raio como

$$M_{IJ} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial q_I \partial q_J} \Big|_{q_1, q_2=0}, \quad (2.13)$$

que é equivalente a escrever $\mathbf{M}(R) = \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}$, avaliada ao longo do raio. Aqui, levamos em consideração o fato de que $p_I^q = \frac{\partial \tau}{\partial q_J}$, ao longo do raio.

O conhecimento das matrizes dinâmicas do sistema (2.11) é de fundamental importância para o cálculo das amplitudes ao longo de um raio. Em termos dessa quantidade, podemos reescrever (2.7) da seguinte maneira

$$A(\sigma) = A(\sigma_0) \sqrt{\frac{\det \mathbf{Q}(\sigma_0)}{\det \mathbf{Q}(\sigma)}}. \quad (2.14)$$

Como pode ser visto através da equação acima e da definição (2.8), $J(\sigma)$ e $\det \mathbf{Q}(\sigma)$ estão intimamente ligados. Quando, por exemplo, existe um estreitamento do tubo de raios, (2.14) tende para o infinito. Nos estudos de propagação do campo de ondas, esta situação caracteriza o fato do campo de raios ter passado por uma cáustica.

3 FEIXES GAUSSIANOS

Na primeira parte deste capítulo, estudaremos a teoria paraxial complexa do raio, representada pelos feixes gaussianos (em inglês, *Gaussian beams* ou GBs). Os feixes gaussianos representam uma extensão analítica da teoria do raio estudada no capítulo anterior, incorporando todas as suas características cinemáticas, principalmente para o traçamento dos raios, e suas características dinâmicas, para a determinação das amplitudes e para a obtenção de quantidades dinâmicas, i.e., curvaturas de frentes de onda e/ou segundas derivadas de tempo de trânsito, para a representação em forma de série de Taylor do tempo de trânsito em coordenadas centradas no raio ou em coordenadas cartesianas gerais ou locais. Veremos que a regularidade da descrição do campo de ondas é uma das grandes vantagens desta extensão, permitindo que a sobreposição de feixes seja também uma alternativa para representar o campo de ondas em regiões do modelo de velocidades onde geralmente a teoria do raio costuma falhar na simulação do campo de ondas.

Na segunda parte deste capítulo, estudamos a sobreposição de feixes gaussianos. A descrição deste operador em termos de coordenadas cartesianas locais é introduzida seguindo a literatura (Kliměš, 1984). Posteriormente, utilizando elementos do volume de Fresnel, introduzimos transformações de coordenadas de modo a descrever o mesmo operador em termos de coordenadas da zona de Fresnel projetada sobre a superfície de aquisição de dados sísmicos. Assim, definimos o operador final de tal forma que, usando o método da fase estacionária (Bleistein, 1984), determinamos uma nova função-peso para o operador, introduzindo um significado físico ao mesmo, não estudado anteriormente na literatura.

3.1 TEORIA DOS FEIXES GAUSSIANOS

3.1.1 Sistema de coordenadas

A princípio, as derivadas da função de tempo de trânsito e suas respectivas expansões em série de Taylor, bem como o sistema dinâmico de traçamento de raio, podem ser especificados em qualquer sistema de coordenadas (Červený, 2001). No capítulo anterior o SCCR foi usado para explicar o sistema TDR. Este sistema de coordenadas especifica propriedades que variam *ao longo do raio*. Assim, usamos a notação de Červený para denotar pontos ao longo do raio, onde S e R são pontos do raio parametrizados por um conjunto de valores γ .

Neste capítulo adotamos inicialmente a mesma notação para introduzir o conceito de feixes gaussianos e a sua sobreposição em um ponto de observação, além das principais propriedades do operador. No entanto posteriormente é necessário introduzir um sistema de coordenadas cartesianas para descrever o operador de feixes gaussianos em termos de

coordenadas de superfície de aquisição dos dados, pois o operador de migração (Schleicher et al., 1993) é descrito nessas coordenadas. Isso será feito através de transformações de coordenadas, relacionando coordenadas do raio, coordenadas centradas no raio e coordenadas cartesianas locais, conforme veremos a seguir.

O sistema de coordenadas cartesianas é considerado um sistema mais estável e apropriado para as expansões em série de Taylor (Kliměš, 1989). Em termos de descrição do campo de ondas, seu caráter local garante uma estabilidade numérica maior.

3.1.2 Definição

Considerando que uma frente de onda atravessa um meio qualquer (acústico, elástico, etc), a trajetória da energia é descrita matematicamente por um raio, representado por uma curva formada por todas as coordenadas dos pontos por onde essa energia passa, podendo ser refletida e/ou transmitida em diversos tipos de descontinuidades. Na vizinhança (paraxial) de um raio qualquer, acompanhando-o ao longo de toda a sua trajetória, descrevemos outros raios cujas amplitudes decaem exponencialmente com a distância perpendicular ao raio central a essa vizinhança^{3.1}, sendo que, em conjunto com o mesmo, formam um *feixe* contínuo e coerente ao longo da mesma trajetória. Assim definidos, no domínio da frequência feixes gaussianos são soluções harmônico-temporais e assintóticas da equação da elastodinâmica, concentradas próximas aos seus raios centrais (Kliměš, 1984), cujo perfil de amplitude é gaussiano.

Consideremos uma onda PP – i.e., uma onda P incidente que continua a ser P depois de refletida – e tomemos um raio arbitrário de sua frente de onda. Na vizinhança deste raio, construímos soluções aproximadas da equação da elastodinâmica, de acordo com as seguintes condições: 1) a solução se concentra próximo ao raio central e sua amplitude decai exponencialmente com a distância perpendicular ao raio; 2) a solução não deve apresentar singularidades ao longo do raio. Se as duas condições acima forem obedecidas, em conjunto com o uso das soluções do sistema TDR, o vetor deslocamento complexo em um ponto R' nas proximidades deste raio é dado por (Červený, 2001)

$$\mathbf{U}(R', \omega) = \frac{\Lambda_0 \hat{\mathbf{t}}}{\sqrt{\det \mathbf{Q}(R)}} \exp[i\omega(\tau(R) + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{M}(R) \bar{\mathbf{q}})], \quad (3.1)$$

onde Λ_0 representa um termo de amplitude inicial. A Eq. (3.1) é a solução aproximada da equação da elastodinâmica na vizinhança de um raio central, conhecida como feixe gaussiano, onde $\hat{\mathbf{t}}$ é um vetor unitário tangente ao longo do raio, $\bar{\mathbf{q}} = (q_1, q_2)^T$ é um vetor de coordenadas

^{3.1}Por “raio central”, se entenda o raio de “suporte” ao feixe.

pertencentes a um plano perpendicular ao raio, cuja origem se encontra fixada em um ponto arbitrário R ao longo do raio, e $\mathbf{M}(R) = \mathbf{P}(R)[\mathbf{Q}(R)]^{-1}$ representa uma matriz complexa 2×2 . No caso do feixe gaussiano, um papel fundamental é representado pelo procedimento TDR^{3.2}, que determina as matrizes 2×2 $\mathbf{P}(R)$ e $\mathbf{Q}(R)$, as quais são soluções do sistema de equações diferenciais ordinárias, de primeira ordem, conforme visto anteriormente no Capítulo 2. Finalmente, $\tau(R)$ representa o tempo de trânsito em um ponto ao longo do raio.

Na Figura 3.1 vemos um exemplo de um feixe gaussiano associado a um raio em um meio 2D. Na parte superior da figura, vemos que o feixe tem como suporte principal um raio qualquer, que se propaga pelo meio de forma regular. Um feixe regular, contínuo, ao redor do caminho do raio o acompanha por toda a sua trajetória; porém a largura deste feixe aumenta ou permanece constante em algumas regiões, dependendo do tamanho de sua seção transversal. O campo de ondas, entretanto, permanece regular ao longo de todo o raio. Na parte inferior da figura, vemos os dois tipos de sistemas de coordenadas associados ao feixe. O sistema de coordenadas centradas no raio é formado especificando-se duas coordenadas: o comprimento do arco s e uma coordenada perpendicular ao raio neste ponto, denominado n , que nada mais é do que a distância em relação ao raio central. Assim, um ponto na vizinhança deste raio tem como coordenadas, neste sistema, (s, n) . A Figura 3.2a mostra um esquema desse sistema de coordenadas em 2D.

3.1.3 Propriedades dos feixes gaussianos

Um feixe gaussiano representado pela Eq. (3.1) apresenta as seguintes propriedades:

- (1) $Im(\mathbf{M}) > 0$. A parte imaginária da matriz \mathbf{M} das derivadas segundas do tempo de trânsito, em coordenadas centradas no raio, deve ser positiva-definida^{3.3}. Esta condição garante fisicamente a concentração de todos os raios paraxiais ao longo do raio central. Ela também é responsável pelo decaimento gaussiano da amplitude ao redor do raio central.
- (2) $det\mathbf{Q} \neq 0$. Esta condição garante a regularidade do campo de ondas descrito pelo feixe gaussiano ao longo de todo o raio. Uma vez que a amplitude dos elementos do campo de ondas é inversamente proporcional à raiz quadrada dessa quantidade [vide Eq. (2.14)], um feixe gaussiano se comporta de maneira regular ao longo de todo o raio. Isto somente acontece porque \mathbf{Q} é uma quantidade complexa e sua parte imaginária é sempre não-nula, o que garante a primeira condição.

^{3.2}Traçamento Dinâmico do Raio, previamente definido no Capítulo 2.

^{3.3}Se uma matriz 2×2 \mathbf{A} é real, ela será positiva-definida se $\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{A} \mathbf{x} > 0$. Se a matriz 2×2 \mathbf{A} for hermitiana, ela será positiva-definida se todos seus auto-valores forem positivos.

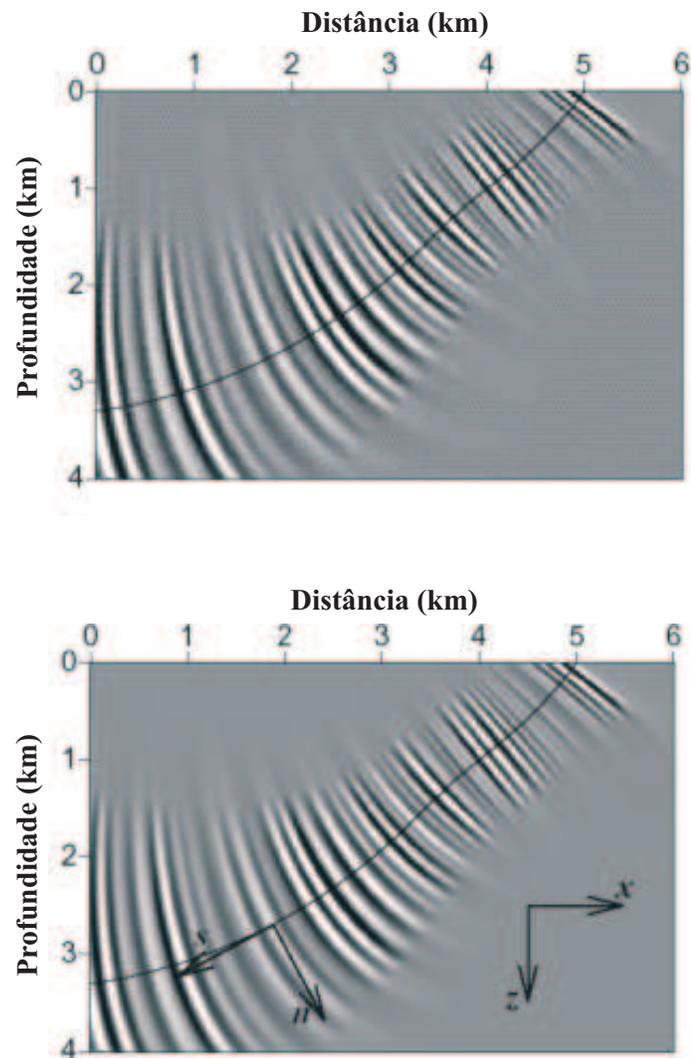


Figure 3.1: Um feixe gaussiano 2D. *Acima*: Feixe gaussiano e seu raio central. *Abaixo*: Sistema de coordenadas centradas no raio (s, n) e sistema de coordenadas cartesianas (x, y) . (Adaptado de Hale, 1992).

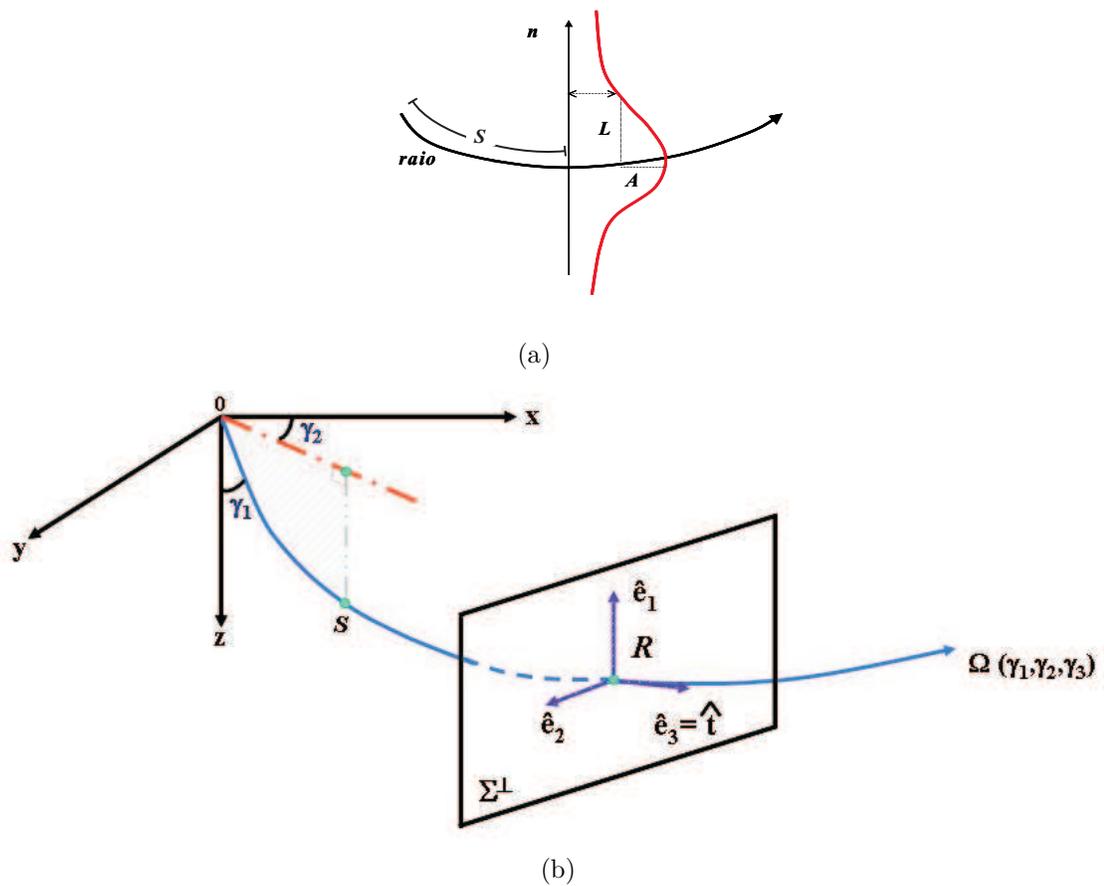


Figure 3.2: (a) Esquema 2D de um feixe gaussiano, mostrando as coordenadas centradas no raio (s, n), a meia-largura L e a amplitude gaussiana A . (b) Esquema 3D mostrando um raio parametrizados por γ_1 e γ_2 e o sistema de coordenadas centradas no raio no ponto R .

Estas duas condições estão diretamente relacionadas à escolha das condições iniciais do TDR, as quais nesse caso devem ser complexas. Portanto, devemos analisar o comportamento das quantidades dinâmicas $\mathbf{M}(R)$ e $\mathbf{Q}(R)$ no ponto de interesse qualquer em R , e determinar as suas respectivas formas analíticas a partir das condições iniciais complexas.

Devemos levar em consideração o uso da matriz propagadora centrada no raio $\mathbf{\Pi}$ (Apêndice A) e algumas de suas características, como a simplecticidade e a regra da cadeia (Červený, 2001). Em meios estratificados, a regra da cadeia garante o TDR de forma contínua, de modo que podemos descrever as múltiplas reflexões que um raio de um experimento sísmico sofre através da continuidade dessa matriz em cada ramo de raio traçado através do meio. As componentes das múltiplas matrizes propagadoras (elas mesmas sub-matrizes que fazem parte do sistema TDR) também podem ser decompostas de forma análoga à matriz propagadora. A mais importante delas, a matriz \mathbf{Q} , e as sub-matrizes \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 da matriz propagadora $\mathbf{\Pi}$, podem ser continuadas através do meio e fornecer informações de propriedades importantes do campo de onda, como a matriz da zona de Fresnel e o espalhamento geométrico (Červený, 2000). Uma vez especificadas as condições iniciais complexas do TDR, podemos estabelecer as condições em algum ponto final do raio, mais especificamente no receptor. Um excelente exemplo do uso das condições iniciais complexas para um meio não-homogêneo 2D pode ser visto em Müller (1984), inclusive com expressões analíticas para a curvatura da frente de onda e para a meia-largura do feixe gaussiano. A extensão para o meio 3D é possível, bastando substituir escalares por sub-matrizes 2×2 .

Os elementos da matriz propagadora centrada no raio são representados pelas soluções do sistema TDR (2.11). Estas soluções lineares garantem que podemos obter uma solução para \mathbf{P} e \mathbf{Q} em um ponto final do raio (e.g., em um ponto R), em função da solução em um ponto inicial do raio S . Considerando que agora lidamos com feixes gaussianos, definimos $\mathbf{Q}(S)[\mathbf{P}(S)]^{-1} = \epsilon = \epsilon_1 + i \epsilon_2$ (Apêndice B), onde ϵ é uma matriz complexa diagonal 2×2 cujas matrizes ϵ_1 e ϵ_2 especificam certas condições iniciais de propagação do feixe gaussiano (Müller, 1984). Assim, considerando uma solução da matriz propagadora centrada no raio (Apêndice A), temos

$$\mathbf{P}(R)[\mathbf{Q}(R)]^{-1} = [(\mathbf{P}_1 \epsilon_1 + \mathbf{P}_2) + i \mathbf{P}_2 \epsilon_2][(\mathbf{Q}_1 \epsilon_1 + \mathbf{Q}_2) + i \mathbf{Q}_1 \epsilon_2]^{-1}, \quad (3.2)$$

Multiplicando-se (3.2) por seu complexo conjugado, separamos em parte real

$$Re(\mathbf{P}(R) [\mathbf{Q}(R)]^{-1}) = [(\mathbf{P}_1 \epsilon_1 + \mathbf{P}_2)(\mathbf{Q}_1 \epsilon_1 + \mathbf{Q}_2)^T + \mathbf{P}_1 \epsilon_2 \epsilon_2^T \mathbf{Q}_1] \mathbf{W}^{-1}, \quad (3.3)$$

onde não se usou nenhuma propriedade simplética, e em parte imaginária

$$\text{Im}(\mathbf{P}(R) [\mathbf{Q}(R)]^{-1}) = \epsilon_2^T \mathbf{W}^{-1} = \epsilon_2^T [\mathbf{Q}_2^* \overline{\mathbf{Q}_2^*}^T]^{-1} \quad (3.4)$$

onde se utilizou a propriedade simplética $\mathbf{P}_2 \mathbf{Q}_1^T - \mathbf{P}_1 \mathbf{Q}_2^T = \mathbf{I}$ (Červený, 2001). As matrizes 2×2 complexas \mathbf{W} e \mathbf{Q}_2^* resultam de produtos e somas envolvendo elementos do TDR real que são definidas no Apêndice A.

A Eq. (3.3) representa, em R , a segunda derivada em relação às coordenadas centradas no raio do tempo de trânsito em (3.1), ou simplesmente $Re(\mathbf{M}(R))$. Em outras palavras, pode representar também a curvatura da frente de onda que é observada em R . Como pode ser visto, ela é definida em termos das sub-matrizes da matriz propagadora centrada no raio $\mathbf{\Pi}$ e das matrizes complexas de condição inicial ϵ , que também são matrizes 2×2 . Se, por exemplo, anularmos em (3.3) a parte imaginária de ϵ e considerarmos que $\mathbf{P}_1 = \mathbf{0}$ (condição de meio homogêneo constante), teremos novamente a solução do sistema TDR para um campo paraxial real. Conseqüentemente, (3.4) será nulo em R , i.e., não haverá influência do feixe no ponto de observação. No caso dessa última condição não ser verdadeira, definimos como a meia-largura do feixe gaussiano a seguinte equação (Müller, 1984)

$$[\mathbf{L}(S, R)]^T \mathbf{L}(S, R) = \frac{2}{\omega} \{ \mathbf{W} \epsilon_2^{-T} \} = \frac{2}{\omega} \mathbf{Q}_2^* \overline{\mathbf{Q}_2^*}^T \epsilon_2^{-T}. \quad (3.5)$$

Novamente, esta quantidade também é função das sub-matrizes da matriz propagadora centrada no raio e dos elementos da matriz ϵ . É interessante notar que quando a parte imaginária de ϵ é nula, (3.5) tende a um valor infinito, i.e., localmente em R a meia-largura do feixe é infinita e o campo de ondas é localmente representado por uma onda plana (Müller, 1984). A parte imaginária de (3.5) não tem significado físico e não a consideraremos nessa tese.

3.1.4 Aplicação em um meio homogêneo 2D

Em um meio 2D, a matriz propagadora 4×4 $\mathbf{\Pi}$ [Apêndice A, Eq. (A-5)] se torna uma matriz 2×2 , formada pelos elementos superiores-esquerdo de cada sub-matriz 2×2 . No caso do meio homogêneo, uma solução do sistema TDR é dada por (Červený, 2001)

$$\mathbf{\Pi}(S, R) = \begin{pmatrix} Q_1 = 1 & Q_2 = v l(S, R) \\ P_1 = 0 & P_2 = 1 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

sendo v a velocidade e $l(S, R)$ o comprimento de arco de raio entre S e R . Considerando o

caso 2D, substituindo em (3.5) os valores de (3.6), temos

$$L(S, R) = \pm \sqrt{\frac{2}{\omega} \left\{ \frac{(\epsilon_1 + v l(S, R))^2}{\epsilon_2} + \epsilon_2 \right\}}. \quad (3.7)$$

O sinal \pm indica duas soluções matemáticas possíveis para a Eq. (3.7), devido à raiz quadrada. Porém, para efeitos numéricos, usamos apenas a solução “+” para a meia-largura. Fisicamente, os valores positivos e negativos da meia-largura indicam que seu comprimento é simétrico em relação ao raio central.

Quando $l(S, R) = 0$, a relação

$$L^2(S, S) = \frac{2}{\omega} \left(\frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}{\epsilon_2} \right) = L^2(0), \quad (3.8)$$

representa a meia-largura inicial do feixe, a qual é função somente dos parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 e da frequência angular de oscilação ω . Expandindo o termo quadrático dentro da raiz quadrada em (3.7), teremos a seguinte relação para a meia-largura (Červený et al., 1982)

$$L(S, R) = \pm L(0) \left(1 + \frac{2}{\omega} \frac{(2\epsilon_1 + v l(S, R))}{\epsilon_2} \frac{v l(S, R)}{L^2(0)} \right)^{1/2}. \quad (3.9)$$

Pela expressão acima, vemos que a meia-largura do feixe está diretamente relacionada ao comprimento do arco do raio. Como visto anteriormente, quando $\epsilon_2 \rightarrow 0$, a meia-largura tende ao infinito, representando ondas planas tanto na fonte como no ponto de observação, como havia sido mencionado (Müller, 1984). A Eq. (3.9) ainda apresenta a seguinte relação quando $l(S, R) \rightarrow \infty$

$$L(S, R) \cong \sqrt{\frac{2}{\omega \epsilon_2}} v l(S, R), \quad (3.10)$$

que é a equação da assíntota da Eq. (3.9) (Červený et al., 1982).

Pode-se estender a fórmula da meia-largura do feixe para um modelo de velocidade com gradiente constante. Teremos (Červený et al., 1982)

$$L(S, R) = \pm L(0) \left(1 + \frac{2}{\omega} \frac{(2\epsilon_1 + \sigma(S, R))}{\epsilon_2} \frac{\sigma(S, R)}{L^2(0)} \right)^{1/2}, \quad (3.11)$$

onde agora

$$\sigma(S, R) = \int_S^R v(\eta) d\eta. \quad (3.12)$$

O raio da curvatura da frente de onda pode ser obtido de maneira similar, usando a

Eq. (3.3). Portanto, introduzindo as soluções (3.6) em (3.3), teremos

$$R(S, R) = \frac{(\epsilon_1 + vl(S, R))^2 + \epsilon_2^2}{\epsilon_1 + vl(S, R)}. \quad (3.13)$$

Quando $l(S, S) = 0$, temos

$$R(S, S) = \frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}{\epsilon_1} = R(0). \quad (3.14)$$

A curvatura inicial é dada por

$$K(0) = \frac{1}{R(0)} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}. \quad (3.15)$$

Logo, teremos:

$$R(S, R) = R(0) \left(\frac{1 + \left(2 + \frac{vl(S, R)}{\epsilon_1}\right) \frac{vl(S, R)}{R(0)}}{1 + \frac{vl(S, R)}{\epsilon_1}} \right). \quad (3.16)$$

No caso de um modelo de velocidade com gradiente de velocidade constante, a equação acima ficará (Červený et al., 1982)

$$R(S, R) = R(0) \left(\frac{1 + \left(2 + \frac{\sigma(S, R)}{\epsilon_1}\right) \frac{\sigma(S, R)}{R(0)}}{1 + \frac{\sigma(S, R)}{\epsilon_1}} \right), \quad (3.17)$$

onde $\sigma(S, R)$ é dado por (3.12).

Apesar das equações (3.9) e (3.13) [e (3.11) e (3.17)] fornecerem formas analíticas para a meia-largura do feixe e para o raio de curvatura, os parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 possuem um grau de liberdade em sua escolha. Discutamos algumas escolhas estudadas em Müller (1984):

- (a) $\epsilon_1 \neq 0$ e $\epsilon_2 = 0$. O feixe é infinitamente largo para todos os valores de $l(S, R)$, sendo que a curvatura inicial é proporcional a $1/\epsilon_1$ [Eq. (3.15)]. Qualquer sinal de ϵ_1 é possível. O caso quando $\epsilon_1 \rightarrow \infty$ corresponde ao caso de uma onda plana na fonte. A sobreposição de feixes deste tipo resulta nos sismogramas do tipo WKBJ (Müller, 1984);
- (b) $\epsilon_1 = 0$ e $\epsilon_2 > 0$. A meia-largura é finita para todos os valores de l , sendo que o valor inicial de $L(0)$ é proporcional a $\sqrt{\epsilon_2}$, onde ϵ_2 deve ser positivo. A curvatura inicial [Eq. (3.15)] se anula, i.e., a frente de onda do feixe na fonte é plana;
- (c) $\epsilon_1 \neq 0$ e $\epsilon_2 > 0$. Tanto a meia-largura como a curvatura apresentam valores finitos ao longo do raio;

- (d) $\epsilon_1 = -P_2(R)/P_1(R)$ e $\epsilon_2 = 0$. Caso especial de (a), onde no ponto final do feixe a curvatura da frente de onda se anula, i.e, a frente de onda é plana e o feixe é localmente uma onda plana;
- (e) $\epsilon_1 = 0$ e $\epsilon_2 = |Q_2(R)/Q_1(R)|$. Caso especial de (b), no qual a meia-largura no ponto final do feixe apresenta um valor mínimo possível;
- (f) $\epsilon_1 = -Q_2(R)/Q_1(R)$ e $\epsilon_2 = \omega_0 v d^2/2 Q_1^2(R)$. A meia-largura no ponto final do feixe tem um valor d para uma frequência ω_0 , sendo d arbitrário.

Segundo Müller (1984), os casos (a) e (d) correspondem à aproximação paraxial real (caso limite dos feixes gaussianos para ϵ real). Uma vez que ϵ é real para estes dois casos, $Q_2(R)$ também é real e pode se anular no ponto final do feixe, levando à amplitudes divergentes. Os casos (e) e (f) são interessantes do ponto de vista prático, pois garantem feixes gaussianos estreitos nos pontos finais de observação, o que é altamente desejável.

3.1.5 Algoritmo de construção de feixes gaussianos

Nesta seção, descrevemos as etapas para a construção de feixes gaussianos paraxiais [Eq. (3.1)] (Hill, 1990)

- (I) **Traçamento cinemático do raio.** – Obtenção das trajetórias e dos tempos de trânsito dos raios integrando-se o sistema de equações diferenciais (2.3).
- (II) **Curvatura de frente de onda (traçamento dinâmico).** – Simultaneamente ao passo I, integra-se o sistema de equações (2.11), em coordenadas centradas no raio. Neste caso, $\mathbf{P}(S)$ e $\mathbf{Q}(S)$ são quantidades complexas, as quais determinam a curvatura da frente de onda e a meia-largura do feixe.
- (III) **Construção do campo de onda.** – Calcula-se $U(R', \omega)$, dada por (3.1), que representa uma solução assintótica da equação de onda escalar do campo sísmico (Hill, 1990).

Como mencionado anteriormente, a solução (3.1) é bem comportada se obedecer as condições $Im(\mathbf{P}/\mathbf{Q}) > 0$ e $det\mathbf{Q} \neq 0$. Escolhendo-se apropriadamente os valores iniciais para \mathbf{P} e \mathbf{Q} (Apêndice B), as condições mencionadas acima serão sempre verdadeiras ao longo de todo o raio.

3.2 SOBREPOSIÇÃO DE FEIXES GAUSSIANOS

A fim de simularmos o campo de ondas usando os feixes gaussianos estudados nas seções anteriores, nesta seção estudaremos a sobreposição de feixes gaussianos. Para uma melhor compreensão e para uma simplificação da notação matemática, usaremos a mesma notação usada em Červený (2000) e Červený (2001). Também nos limitaremos a resumir a discussão somente ao caso acústico, por motivos de simplicidade. O caso elástico apresenta as mesmas propriedades discutidas a seguir para a sobreposição, sendo que as amplitudes devem ser adequadamente descritas. Porém não estudaremos o mesmo, remetendo-nos apenas à literatura quando necessário. A anisotropia também pode ser considerada em conjunto com o caso elástico, novamente com as devidas modificações a serem considerada em relação aos traçamentos cinemáticos e dinâmicos. O caso elástico-anisotrópico pode ser visto em Červený (2000).

3.2.1 Integral de sobreposição de feixes gaussianos

Agora determinamos o campo de ondas elementar $U(R', \omega)$ observado em um receptor fixo R' , aqui calculado no domínio da frequência. Se a teoria do raio for considerada, raios devem ser traçados, usando um modelo de velocidade, em um meio específico, sendo suas trajetórias e tempos de trânsito determinados para cada par fonte-receptor fixo. Este procedimento é conhecido como *two point raytracing* e é considerado como dispendioso computacionalmente (Červený et al., 1982).

Se, por outro lado, os campos paraxiais complexos [i.e., Eq. (3.1)] forem usados, o mesmo procedimento pode ser executado sem que um único raio, representado pelo funcional $\Omega(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$, atinja o ponto de observação em R' . Na Figura 3.2b vemos um raio de um campo de ondas parametrizado por γ_1 e γ_2 . O ponto R' se encontra na vizinhança de um ponto R ao longo de um raio, sobre o plano Σ^\perp perpendicular a esse plano. Neste exemplo, γ_1 e γ_2 representam quaisquer parâmetros do raio usados para descrever raios individuais (e.g., os ângulos de partida). Desta maneira, o campo de ondas total em R' é obtido por uma integral de sobreposição de todos os outros raios do campo de ondas cujos planos Σ^\perp contendo seus respectivos R se encontrem na vizinhança do ponto R' , contendo o mesmo. No domínio da frequência, o espectro da sobreposição é dada por (Červený, 2000)

$$U(R', \omega) = \iint_D d\gamma_1 d\gamma_2 \Phi(\gamma_1, \gamma_2) A(R) \exp[i\omega\tau(R', R)], \quad (3.18)$$

onde $U(R', \omega)$ representa a componente cartesiana do vetor deslocamento no receptor R , D denota a região dos parâmetros do raio em consideração e $\Phi(\gamma_1, \gamma_2)$ é uma função-peso

determinada assintoticamente (Kliměš, 1984).

O ponto R pertence ao mesmo raio que teve início em S . Finalmente, o termo $A(R) e^{i\omega\tau(R',R)}$ representa os feixes gaussianos conectados ao raio central Ω , onde $\tau(R', R)$ é o tempo de trânsito paraxial em R' devido ao tempo de trânsito ao longo de um raio em R .

O fator de amplitude em (3.18) é decomposto em dois componentes

$$A(R) = A^\Omega(R) \sqrt{\frac{\det\mathbf{Q}(S)}{\det\mathbf{Q}(R)}}, \quad (3.19)$$

onde

$$A^\Omega(R) = \sqrt{\frac{\rho(S)v(S)}{\rho(R)v(R)}} \mathcal{R}_C. \quad (3.20)$$

O fator (3.20) é chamado de amplitude livre de espalhamento geométrico, i.e., constituído por termos pertencentes somente ao raio em si (densidade, velocidade de fase nos pontos finais e iniciais do raio, coeficientes de reflexão/transmissão normalizados ao longo do raio, etc).

Fatores dependentes do espalhamento, que englobam o espalhamento geométrico e deslocamentos de fase devido a cáusticas e alguns outros fatores, e.g., deslocamento de fase devido à própria fonte, estão contidos em (3.19) (Červený, 2000).

A priori, o receptor R' pode estar localizado em qualquer ponto arbitrário dentro do meio, incluindo interfaces estruturais ou a superfície da Terra. Por sua vez, o ponto R pode ser escolhido arbitrariamente *ao longo* do raio Ω , desde que se encontre na vizinhança quadrática de $R'^{3,4}$. Em um meio estratificado, $A(R)$ deve ser analiticamente continuado ao longo do meio e conter um fator de escala apropriado em seu ponto final (Docherty, 1987). O receptor R' pode ainda se situar em regiões onde o campo de ondas apresenta um comportamento complicado, com a presença de vários ramos, separado por superfícies de cáusticas. No caso de uma superfície alvo Σ^R , passando através de R' (ou em sua vizinhança), os pontos R são representados pelos pontos finais dos raios sobre Σ^R , i.e., a interseção de Ω com Σ^R (Figura 3.3).

Para efeito computacional, podemos facilmente expressar a sobreposição de feixes de forma local, usando coordenadas cartesianas gerais. Desta maneira, consideramos que tanto os tempos de trânsito como as amplitudes são expressadas em coordenadas cartesianas gerais. As relações de transformação entre um sistema de representação e outro podem ser encontrados em várias referências (Červený, 2001; Schleicher et al., 2004) [vide Apêndice C].

^{3,4}Por “vizinhança quadrática”, nos referimos àquela região em volta do raio central na qual a expansão de Taylor até a segunda ordem descreve as quantidades envolvidas com a precisão desejada.

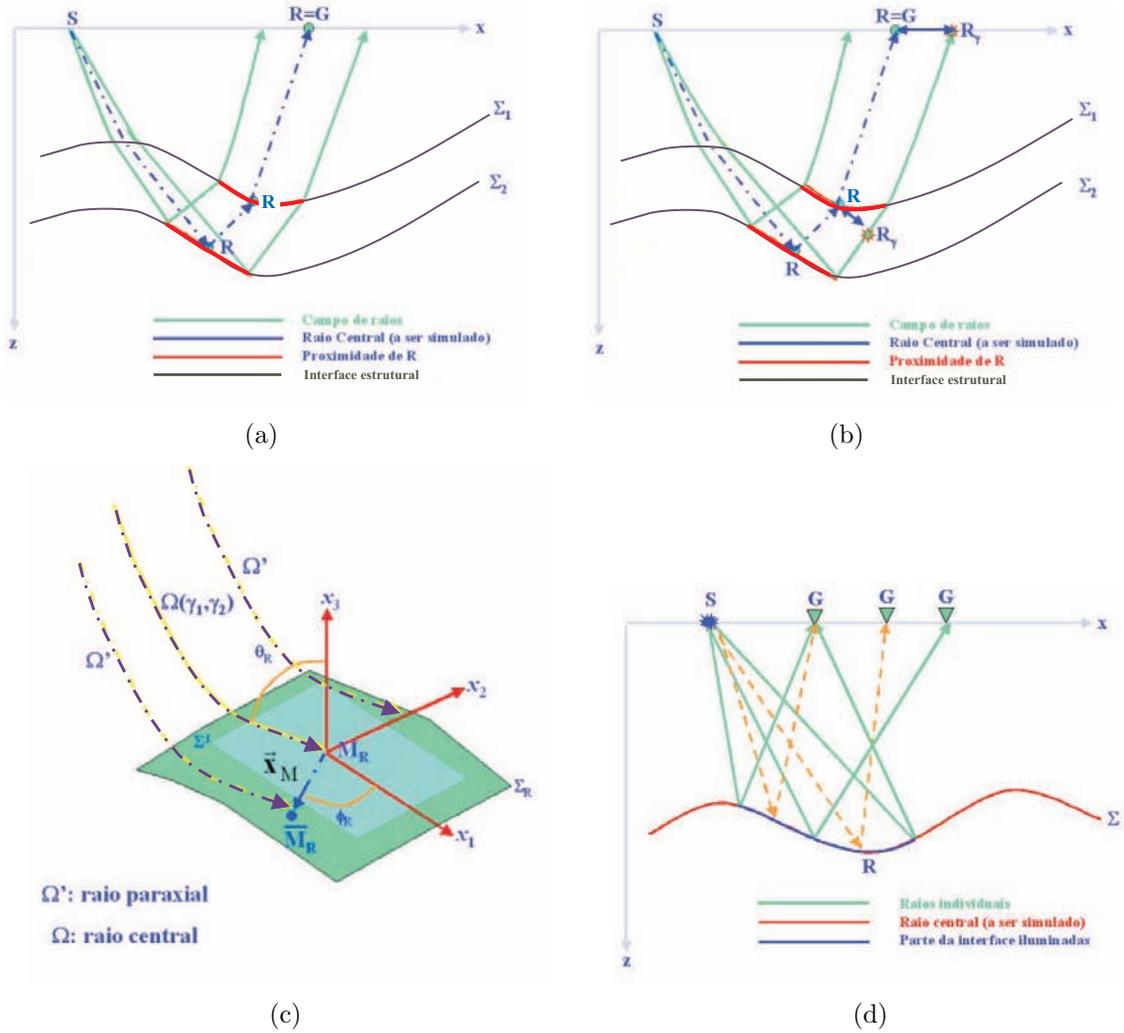


Figure 3.3: As principais características da integral de sobreposição de feixes gaussianos: (a) O ponto R' pode estar localizado em qualquer ponto dentro do meio, ao longo do raio central. (b) O ponto R pode estar localizado em qualquer ponto na vizinhança paraxial do ponto R' . (c) Exemplo de superfície alvo Σ_R e um sistema de coordenadas cartesianas local. (d) Situação de cóstica.

A representação (3.18) do campo de ondas apresenta algumas vantagens quando comparada à teoria do raio de ordem zero. Como demonstrado em Červený (1983), em regiões onde predominam zonas de sombra, cáusticas e descontinuidades, a sobreposição de feixes gaussianos descreve um campo regular. No caso das zonas de sombra, o uso de feixes gaussianos prevê um campo regular dentro desta zona a partir de raios que se encontram próximos desta região. As cáusticas, por sua vez, são suavizadas, enquanto as descontinuidades se tornam contínuas.

Recentemente, Ferreira e Cruz (2003) compararam os campos de ondas simulados pela teoria do raio, feixes gaussianos e diferenças finitas em um meio 2D homogêneo, onde estudaram o comportamento de reflexões críticas usando um modelo formado por um refletor plano sobre um semi-espaco infinito e uma família de tiro comum. Em termos apenas comparativos das tendências dos comportamento das amplitudes, foi observado que quando o coeficiente de reflexão se torna complexo, as amplitudes previstas pela teoria do raio tendem ao infinito, com uma mudança de fase de 90° (Figura 3.4). No entanto, se a representação (3.18) do campo de ondas for usada, observa-se uma suavização do comportamento das amplitudes no mesmo ponto crítico, após o qual – na região pós-crítica – voltam a apresentar uma tendência normal, concordando com as amplitudes descritas pela teoria do raio e diferenças finitas.

Comparando apenas as tendências dos comportamentos das amplitudes advindas dos três tipos de esquema, observamos que a teoria do raio (diamantes verdes) apresenta uma variação abrupta com descontinuidade ao infinito no comportamento das amplitudes, mais especificamente onde o coeficiente de reflexão se torna complexo (Figura 3.4). A curva de amplitudes descrita pelos feixes gaussianos (círculos vermelhos) apresenta uma tendência similar à curva da teoria do raio, porém de uma maneira mais suave. Por sua vez, a curva de amplitudes derivada do esquema de diferenças finitas (cruzes azuis) apresenta, após as reflexões pós-críticas, um caráter oscilatório que, segundo Červený (1985), advém da interferência de *head waves*. A curva em cor cian representa uma suavização da curva de amplitudes do esquema de diferenças finitas e mostra um comportamento similar à curva de amplitude do feixe gaussiano nas regiões pré-críticas e pós-críticas. Em ambos os casos, entretanto, a descrição do campo de ondas via (3.18) é regular e contínua.

É curioso notar o comportamento das três curvas de amplitudes na Figura 3.4 em determinadas regiões. Antes de 0.6 km, a curva de amplitudes da teoria do raio apresenta uma boa concordância com a curva de amplitudes dos feixes gaussianos, porém ambas divergem completamente do comportamento da curva de amplitudes do esquema de diferenças finitas. Essa diferença se deve à sensibilidade do esquema de modelagem de diferenças finitas quanto

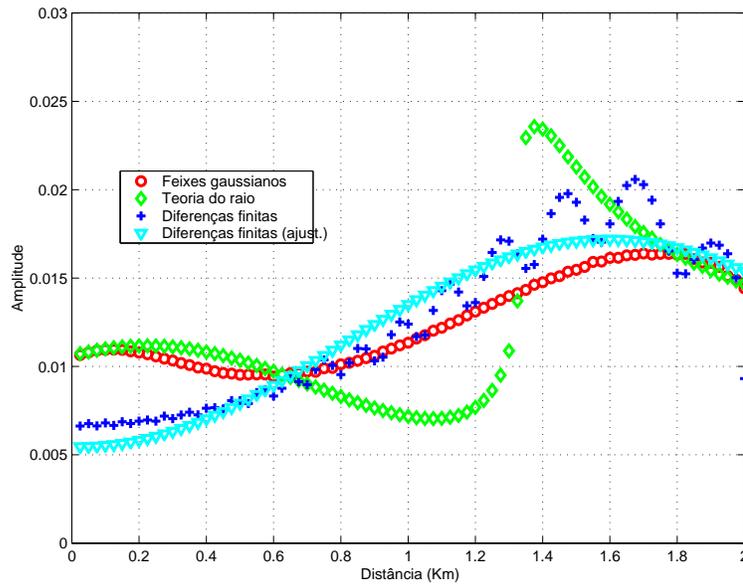


Figure 3.4: Comparação de amplitudes: teoria do raio (diamantes verdes), feixe gaussiano (círculos vermelhos) e diferenças finitas (cruzes azuis). A curva de cor cian representa uma curva interpolada e suavizada a partir da curva de diferenças finitas. Observa-se um boa concordância entre o perfil desta curva e do feixe gaussiano.

aos pontos de discretização de malha no tempo e no espaço. Logo, para os vários valores de intervalo em tempo e espaço testados, as reflexões pré-críticas resultantes não são confiáveis para esse exemplo. Assim se observa a discrepância nas amplitudes vistas no gráfico antes de 0.6 km.

Após 0.6 km, as curvas de amplitudes dos feixes gaussianos e diferenças finitas seguem uma mesma tendência, com uma concordância razoável. Ambas divergem, porém, da curva de amplitudes da teoria do raio quando a mesma sofre uma descontinuidade: sua amplitude tende ao infinito, enquanto as demais amplitudes continuam através do ponto crítico. Mesmo após a zona de reflexão crítica, por volta de 1.2 km, as curvas dos feixes gaussianos e das diferenças finitas continuam em sua tendência suave, porém a curva de amplitudes da teoria do raio sofre uma mudança abrupta por volta de 1.4 km. Finalmente, após o ponto de reflexão crítica, as três curvas voltam a concordar por volta de 1.8 km.

3.2.2 Descrição em coordenadas cartesianas locais

Em termos computacionais, é mais fácil expressar localmente a integral de sobreposição em coordenadas cartesianas locais. Este fato se deve principalmente porque, assim, avaliamos

a integral (3.18) apenas *localmente*, em coordenadas cartesianas, e não nos preocupamos com coordenadas centradas no raio, que são descritas ao longo do raio e precisam de uma transformação de coordenadas centradas no raio para coordenadas cartesianas locais. Assim, vamos considerar que tanto a amplitude como o tempo de trânsito em (3.18) são calculados usando coordenadas cartesianas. A expressão (3.20), para a amplitude, pode ser útil em termos práticos, por envolver apenas quantidades conhecidas da geometria de aquisição de dados sísmicos e por usar as coordenadas da terminação final das coordenadas dos raios. Porém devemos considerar também a Eq. (3.19), por envolver termos do TDR. Assim, considerando apenas o caso acústico, localmente poderemos fazer uso das relações (A-9) para a determinação da amplitude. As relações de transformação entre um sistema de coordenadas e outro podem ser vistas em várias referências (Červený, 2001; Schleicher et al., 2004), porém nesta tese sumarizamos as transformações de coordenadas no Apêndice C.

Em termos locais, consideramos que o tempo de trânsito parabólico (Apêndice D) é dado por (D-4), sendo as relações entre as matrizes TDR e as matrizes do propagador superfície-a-superfície (Bortfeld, 1989) dadas por (A-9). Deve ser observado que estas relações apresentam termos de rotação (matrizes \mathbf{G}), não-homogeneidade do meio (matrizes \mathbf{E}) e curvaturas (matrizes \mathbf{D}) (Červený, 2001), avaliadas somente nos pontos finais e iniciais do caminho de um raio, ou seja, de caráter apenas local. Se desconsiderarmos o efeito da topografia nas observações, as matrizes \mathbf{D} são nulas. Igualmente, podemos em alguns casos (Hill, 1990) considerar que localmente o meio é homogêneo, anulando o efeito das matrizes \mathbf{E} nas equações (A-9).

Agora suponha que cada R de um campo de ondas representa os pontos finais dos raios na superfície da Terra, sendo que o conjunto de todos os pontos determina uma área de emergência dos raios. Em coordenadas cartesianas, o tempo de trânsito é dado por (D-4) e a amplitude $A(R)$ é representada por (2.14), através do uso das relações (A-9). Consideramos que os pontos finais dos raios, descritos por um sistema de coordenadas cartesianas locais com origem no centro da área de emergência, são representados pelo vetor 2D $\vec{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T$, onde T representa a operação matemática de transposição. Usando a transformação de coordenadas de parâmetros do raio para coordenadas cartesianas locais (Apêndice C), temos que

$$d\gamma_1 d\gamma_2 = \frac{(\det \mathbf{Q}(\vec{\mathbf{x}}))^{-1}}{\cos \theta} dx_1 dx_2, \quad (3.21)$$

sendo θ o ângulo de emergência em superfície e $\mathbf{Q}(\vec{\mathbf{x}})$ a matriz 2D de espalhamento geométrico ou, simplesmente, a matriz de transformação entre o sistema de coordenadas do raio e o sistema de coordenadas centradas no raio (Červený, 2001)^{3.5}. Inserindo o resultado acima

^{3.5}O elemento diferencial $d\gamma_1 d\gamma_2$ está relacionado também ao ângulo sólido que subtende o conjunto de

em (3.18), teremos

$$U(\vec{x}_G, \omega) = \iint_D dx_1 dx_2 \frac{\Phi(\vec{x})}{\cos \theta \det \mathbf{Q}(\vec{x})} A(\vec{x}) \exp [i\omega \tau(\vec{x}_G, \vec{x})]. \quad (3.22)$$

A Eq.(3.22) tem o mesmo significado que (3.18), porém agora a mesma está sendo expressada em coordenadas cartesianas locais, sobre a superfície de observação e/ou aquisição, sendo \vec{x}_G o vetor-posição dos receptores. O domínio de integração D , a priori, engloba todos os pontos de raios que atingem a superfície de observação, sem restrições quanto ao número de raios que são *necessários* à construção da observação em \vec{x}_G . Também ainda não fizemos consideração alguma sobre a expressão analítica da função-peso Φ . A princípio, podemos utilizar apenas a expressão numérica obtida por Červený (2001) e Kliměš (1984), usando as equações (3.3) e (3.4) para o campo paraxial complexo, porém seu significado físico não é claro à primeira vista. Uma nova interpretação pode ser vista em Ferreira e Cruz (2004a, 2004b), onde se restringe a construção de feixes gaussianos ao volume de Fresnel (Hubral et al., 1993, Schleicher et al., 2004). Esta restrição é útil na construção de sismogramas sintéticos, pois inclui um vínculo físico para o campo paraxial, limitando o número de raios paraxiais que devem ser usados para a construção das observações em \vec{x}_G . Na seção a seguir, mostraremos como usar o volume de Fresnel para a determinação de uma expressão analítica para Φ .

3.2.3 Restrição da integral de sobreposição ao volume de Fresnel

A extensão ao volume de Fresnel para a Eq. (3.22) pode ser obtida usando o conceito de zona de Fresnel (Hubral et al., 1993). Recentemente, Schleicher et al. (1997) e Schleicher et al.(2004) estenderam esta definição para a zona de Fresnel projetada como um critério analítico para a determinação da abertura mínima do processo de migração. A zona de Fresnel pode ser projetada de sua posição em profundidade em direção à superfície de aquisição de dados através da matriz propagadora superfície-a-superfície (Bortfeld, 1989). Nosso objetivo nesta seção é usar o conceito de zona de Fresnel projetada como um vínculo ao número de raios paraxiais necessários para a integral de sobreposição de feixes gaussianos (3.22).

Segundo Hubral et al. (1993) e Schleicher et al. (1997), as zonas de Fresnel são seções transversais ao “volume de Fresnel” (tubos de raios), formadas pelo conjunto de pontos de raios originados em uma fonte S (Aki e Richards, 1980). A área subtendida por esse ângulo sólido, no presente caso, é formado pelos pontos de terminações dos raios com alguma superfície (fictícia ou não) que intercepta o caminho de cada um deles. No caso em que a superfície que intercepta os raios for a superfície da Terra, essa área corresponde à região de emergência dos raios do experimento sísmico.

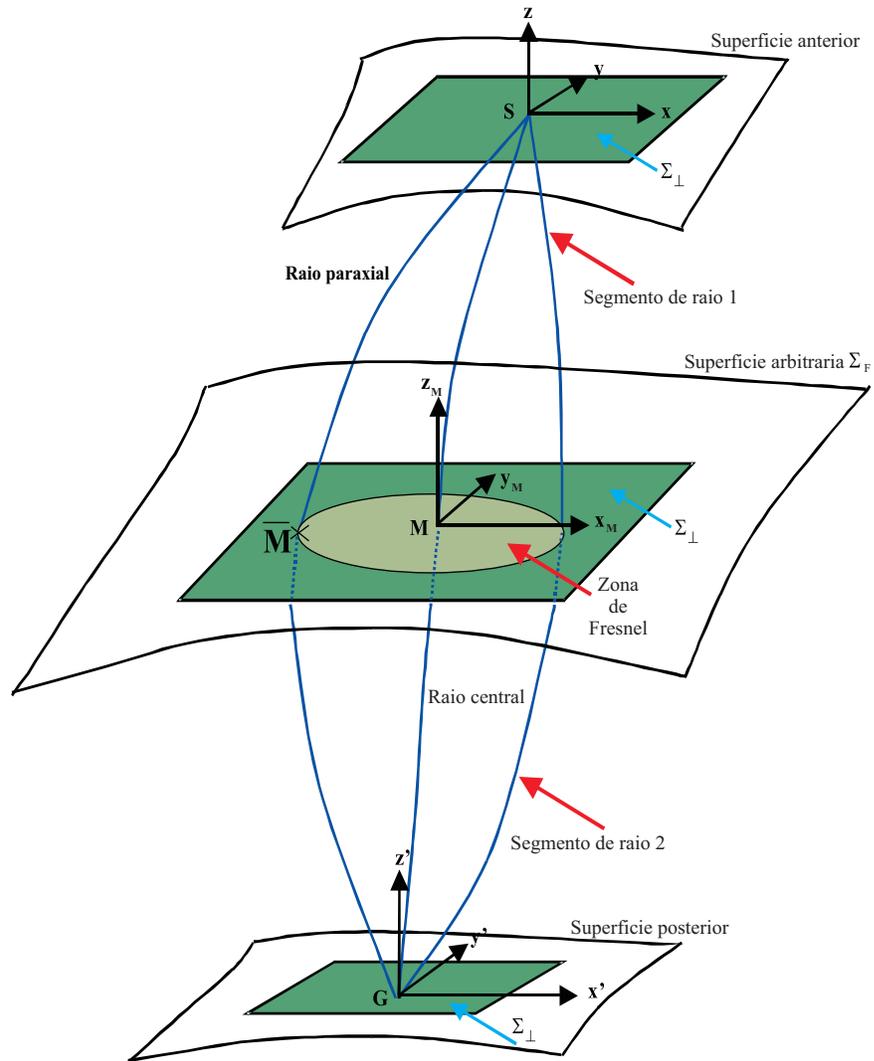


Figure 3.5: Sistema sísmico em conjunto com o volume de Fresnel. Em cada superfície de interesse do sistema, estabelecemos sistemas de coordenadas cartesianas 2D locais. (Adaptado de Schleicher et al., 1997).

interseção dos raios paraxiais com alguma interface (fictícia ou não) durante seu caminho entre uma fonte S e um receptor G , considerando que a soma dos tempos de trânsito de cada ramo do raio paraxial não deve diferir do tempo de trânsito ao longo do raio central por mais de meio período da onda mono-freqüente T (Figura 3.5). Em outras palavras, para um par fixo fonte-receptor (S, G) (Kravtsov e Orlov, 1980)

$$|\tau_1(S, \overline{M}) + \tau_2(\overline{M}, G) - \tau(S, G)| \leq \frac{T}{2}, \quad (3.23)$$

sendo $\tau_1(S, \overline{M})$ e $\tau_2(\overline{M}, G)$ os tempos de trânsito paraxiais de dois ramos do raio e $\tau(S, G)$ o tempo de trânsito ao longo de um raio central. O ponto \overline{M} representa um ponto na vizinhança do ponto de “reflexão” especular M . Podemos ainda considerar que os pontos \overline{M} definem uma superfície Σ_F (Figura 3.5), que pode ser uma superfície de reflexão e/ou transmissão ou ainda um plano tangente ao ponto de interseção entre o raio e a superfície Σ_F . O volume de Fresnel, em outras palavras, representa o envelope de todas as zonas de Fresnel definidas ao longo de todas as superfícies arbitrárias que interceptam o raio ao longo de seu caminho.

Para encontrarmos uma expressão para a zona de Fresnel em termos de parâmetros dos raios paraxiais, consideramos que o raio $S\overline{M}$ seja um raio paraxial do primeiro segmento do raio SG (Figura 3.5)^{3.6}. De forma análoga, consideramos que $\overline{M}G$ representa o raio paraxial do segundo segmento do raio. No primeiro segmento do raio, a superfície anterior é representada pela superfície onde se encontra a fonte S , enquanto a superfície posterior é representada pela superfície de “reflexão” Σ_F . No segundo ramo do raio, a superfície anterior passa a ser descrita pela superfície de reflexão Σ_F e a superfície posterior será aquela onde se encontra o receptor G . No primeiro caso, consideramos uma superfície auxiliar tangente Σ_{\perp} em S e nele estabelecemos um sistema de coordenadas 2D, com sua origem em S . Assim, para cada ponto \overline{S} localizado sobre a superfície anterior, onde se encontra S , definimos um vetor 2D $\vec{x} = (x, y)^T$ das projeções normais de \overline{S} sobre o plano auxiliar tangente em S . Na superfície posterior em G , construímos um sistema de coordenadas análogo e estabelecemos um vetor-posição 2D $\vec{x}' = (x', y')^T$ para as projeções de pontos \overline{G} sobre a superfície auxiliar tangente em G . Sobre a superfície auxiliar Σ_{\perp} em M , as projeções dos pontos \overline{M} são descritas pelo vetor-posição $\vec{x}_M = (x_M, y_M)^T$. As projeções dos vetores vagarosamente do raio SG sobre os três planos descritos anteriormente são dados por \vec{p}_0 , \vec{p}'_0 e \vec{p}_{M0} , respectivamente. Assim,

^{3.6}Estamos considerando o caso de uma reflexão/transmissão em uma superfície fictícia Σ_F . No caso de uma reflexão/transmissão real, sobre um refletor Σ_R , M_R representa um ponto de reflexão sobre um refletor, ao redor do qual se forma uma zona de Fresnel. \overline{M}_R representa um ponto paraxial a M_R , sobre uma seção transversal ao redor deste ponto, descritos por um sistema de coordenadas 2D local.

fazemos uso da Eq. (D-4) para escrever os tempos de trânsitos dos segmentos de raios paraxiais nestes sistemas de coordenadas. Temos, portanto (Schleicher et al., 2004)

$$\tau_1(\vec{\mathbf{x}}, \vec{\mathbf{x}}_M) = \tau_{01} - \vec{\mathbf{p}}_0 \cdot \vec{\mathbf{x}} + \vec{\mathbf{p}}_{M0} \cdot \vec{\mathbf{x}}_M - \vec{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{B}_1^{-1} \vec{\mathbf{x}}_M + \frac{1}{2} \vec{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{A}_1 \vec{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \vec{\mathbf{x}}_M \cdot \mathbf{D}_1 \mathbf{B}_1^{-1} \vec{\mathbf{x}}_M \quad (3.24)$$

e

$$\tau_2(\vec{\mathbf{x}}', \vec{\mathbf{x}}_M) = \tau_{02} - \vec{\mathbf{p}}_{M0} \cdot \vec{\mathbf{x}}_M + \vec{\mathbf{p}}'_0 \cdot \vec{\mathbf{x}}' - \vec{\mathbf{x}}_M \cdot \mathbf{B}_2^{-1} \vec{\mathbf{x}}' + \frac{1}{2} \vec{\mathbf{x}}_M \cdot \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{A}_2 \vec{\mathbf{x}}_M + \frac{1}{2} \vec{\mathbf{x}}' \cdot \mathbf{D}_2 \mathbf{B}_2^{-1} \vec{\mathbf{x}}', \quad (3.25)$$

onde τ_{01} e τ_{02} são os tempos de trânsito do raio central SG ao longo de cada um dos ramos. As matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{D} são as sub-matrizes do propagador superfície-a-superfície de Bortfeld (1989), especificadas no Apêndice A. Inserindo as aproximações parabólicas (3.24) e (3.25) para $\vec{\mathbf{x}} = 0$ e $\vec{\mathbf{x}}' = 0$ em (3.23), teremos a seguinte desigualdade

$$|\vec{\mathbf{x}}_M \cdot \mathbf{H}_F \vec{\mathbf{x}}_M| \leq T', \quad (3.26)$$

onde \mathbf{H}_F é a chamada matriz da zona de Fresnel (Hubral et al., 1993; Schleicher et al., 2004). Em termos das sub-matrizes propagadoras de Bortfeld, esta matriz é dada por

$$\mathbf{H}_F = \mathbf{D}_1 \mathbf{B}_1^{-1} + \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{A}_2. \quad (3.27)$$

Geometricamente, para uma reflexão real, a zona de Fresnel projetada é definida como uma região em um plano Σ_P , localizado sobre a superfície de aquisição de dados, e que pertence a um conjunto de raios paraxiais de reflexão verdadeiros $\overline{SM_RG}$ (paraxiais ao raio SM_RG) que refletem dentro da verdadeira zona de Fresnel sobre Σ_R (Schleicher et al., 1997). Estabelecemos um vetor-posição $\vec{\mathbf{x}}_R = (x_R, y_R)^T$ para todos os pontos das projeções de $\overline{M_R}$ sobre o plano tangente auxiliar Σ_\perp ao refletor em M_R . Dessa forma, podemos estabelecer a projeção da zona de Fresnel verdadeira sobre a superfície de aquisição de dados através de um mapeamento direto de $\vec{\mathbf{x}}_R$ para $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)^T$, sendo este um vetor-posição sobre a zona de Fresnel projetada. Esse mapeamento é considerado de primeira ordem (Schleicher et al., 1997) e dado por

$$\vec{\xi} - \vec{\xi}_0 = (\mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{H}_F) \vec{\mathbf{x}}_R, \quad (3.28)$$

sendo

$$\mathbf{\Lambda} = (\mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{\Gamma}_G + \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{\Gamma}_S). \quad (3.29)$$

As matrizes $\mathbf{\Gamma}_j$ ($j = S, G$) são chamadas de matrizes de configuração (Schleicher et al., 1993). No caso de geometria de tiro comum, temos $\mathbf{\Gamma}_S = \mathbf{0}$ e $\mathbf{\Gamma}_G = \mathbf{I}$; se a configuração for

de afastamento comum, temos $\mathbf{\Gamma}_S = \mathbf{I}$ e $\mathbf{\Gamma}_G = \mathbf{I}$, onde $\mathbf{0}$ e \mathbf{I} são as matrizes nula e identidade, respectivamente. A Eq. (3.26) é reescrita como

$$|(\vec{\xi} - \vec{\xi}_0) \cdot \mathbf{H}_P(\vec{\xi} - \vec{\xi}_0)| \leq T', \quad (3.30)$$

onde agora

$$\mathbf{H}_P = \mathbf{\Lambda}^T \mathbf{H}_F^{-1} \mathbf{\Lambda} \quad (3.31)$$

é conhecida como a matriz da zona de Fresnel projetada (Schleicher et al., 1997).

Agora vamos reescrever a Eq. (3.22) para a situação em que consideramos como contribuição à observação em $\vec{\mathbf{x}}_G$ somente raios com terminações pertencentes à região projetada A_P .

Na Figura 3.6a vemos uma representação em 3D de um experimento sísmico no qual uma fonte S ilumina um refletor de interesse Σ com um campo de raios. O ponto M_R sobre Σ representa o ponto central de reflexão especular no qual centramos um sistema de coordenadas locais (x_{R1}, x_{R2}, x_{R3}) . A superfície plana Σ^\perp é uma superfície tangente a Σ e centrada em M_R sobre a qual projetamos uma área D , correspondente à área iluminada do refletor. A região D_P representa a região de emergência de todos os raios do campo de ondas que foram refletidos em D , sobre a superfície de aquisição de Σ_P . No ponto central de D_P posicionamos um sistema de coordenadas cartesianas locais (x_1, x_2, x_3) , a partir do qual descrevemos todos os pontos de terminações do campo de raios sobre D_P . A Eq. (3.22) foi escrita nesse sistema de coordenadas.

Devido à geometria de aquisição, descrevamos a mesma situação em um sistema de coordenadas cartesianas geral (ξ_1, ξ_2, ξ_3) sobre a superfície da Terra (Schleicher et al., 1993). Nesse sistema de coordenadas, um geofone $G(\vec{\xi})$ contido em D_P é parametrizado pelo vetor 2D $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)^T$, enquanto que no sistema cartesiano local o mesmo geofone é descrito pelo vetor 2D $\vec{\mathbf{x}}_G$. Um ponto de terminação de um raio qualquer do campo de ondas que não seja o raio contendo a reflexão do ponto central é descrito no sistema local pelo vetor 2D $\vec{\mathbf{x}}$, enquanto que no sistema cartesiano geral é descrito pelo vetor 2D $\vec{\xi}^P = (\xi_1^P, \xi_2^P)^T$. No entanto, os vetores-diferença 2D $\vec{\mathbf{x}}_G - \vec{\mathbf{x}}$ e $\vec{\xi} - \vec{\xi}^P$ são iguais nos dois sistemas de coordenadas, conforme pode ser visto na Figura 3.6b. Nela vemos o plano $\xi_1\xi_2$ que contém a região D_P com os dois eixos correspondentes do sistema de coordenadas cartesianas locais e o vetor de localização $\vec{\mathbf{x}}_G$ do geofone G e de um ponto na sua vizinhança, localizado por $\vec{\mathbf{x}}$. As mesmas posições são localizadas no sistema geral pelos vetores $\vec{\xi}$ e $\vec{\xi}^P$, respectivamente, conforme discutido acima.

A região A_P , contida em D_P , representa a zona de Fresnel projetada do geofone $G(\vec{\xi})$,

formada pela reflexão de todos os raios paraxiais dentro da zona de Fresnel A_F sobre o refletor Σ . A região A_P possui um raio de influência r_P que contém as distâncias paraxiais para as quais a Eq. (3.23) é válida. Se os vetores 2D $\vec{\xi}^P$ representarem pontos contidos exclusivamente em A_P , podemos restringir a região de integração na Eq. (3.22) referente a eventos de reflexão paraxiais segundo a Eq. (3.23). Assim, considerando apenas o caso de reflexões primárias e supondo que localmente em Σ , $\vec{x}_R = \overline{M}$, na superfície de aquisição de dados podemos estender a transformação de coordenadas (3.21) no seguinte produto em cascata^{3.7}

$$d\gamma_1 d\gamma_2 = \frac{\partial(\gamma_1, \gamma_2)}{\partial(x_1, x_2)} dx_1 dx_2 = \frac{\partial(\gamma_1, \gamma_2)}{\partial(x_{R_1}, x_{R_2})} \frac{\partial(x_{R_1}, x_{R_2})}{\partial(x_1, x_2)} \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(\xi_1^P, \xi_2^P)} d\xi_1^P d\xi_2^P. \quad (3.32)$$

As coordenadas descritas pelo vetor-posição $\vec{\xi}^P = (\xi_1^P, \xi_2^P)^T$ referem-se às coordenadas de pontos sobre a superfície de aquisição de dados nas proximidades de um ponto de observação [i.e., próximas ao receptor $G(\vec{\xi})$], obedecendo a norma $\|\vec{\xi}^P - \vec{\xi}\|^2 \leq r_P$, onde r_P é raio da zona de Fresnel projetada. Somente raios refletidos dentro da zona de Fresnel verdadeira que emergem dentro da zona de Fresnel projetada A_P , obedecendo a norma do raio da área, são considerados na somatória em (3.32).

Parametrizando as coordenadas de posição \vec{x} para pontos fora da região A_P , de tal forma que $\vec{x} = \vec{x}(\vec{\xi})$, a equação acima pode ser reescrita

$$d\gamma_1 d\gamma_2 = \frac{\partial(\gamma_1, \gamma_2)}{\partial(x_1, x_2)} dx_1 dx_2 = \frac{\partial(\gamma_1, \gamma_2)}{\partial(x_{R_1}, x_{R_2})} \frac{\partial(x_{R_1}, x_{R_2})}{\partial(\xi_1, \xi_2)} \frac{\partial(\xi_1, \xi_2)}{\partial(\xi_1^P, \xi_2^P)} d\xi_1^P d\xi_2^P. \quad (3.33)$$

O primeiro jacobiano de transformação na equação acima representa o determinante do inverso do espalhamento geométrico do raio, avaliado em pontos descritos localmente pelo vetor-posição \vec{x}_R sobre o refletor. Como esta transformação faz uma mudança de variável de coordenadas do raio para coordenadas cartesianas geral, envolve uma matriz de rotação responsável pelo aparecimento do ângulo de emergência $\theta_R = \theta$, como visto em (3.22). O segundo jacobiano envolve a transformação de coordenadas representada por (3.28), que fisicamente representa a projeção da zona de Fresnel em profundidade para a superfície de aquisição de dados. Finalmente, o terceiro jacobiano representa uma função do tipo *cut off*^{3.8}, que vincula fisicamente a influência direta de pontos que pertençam somente à zona projetada sobre a superfície de aquisição de dados.

^{3.7}Nos jacobianos apresentados a seguir, consideramos que os dois primeiros elementos das últimas colunas não variam com a terceira coordenada de transformação, sendo identicamente nulos. Assim, jacobianos 3D se reduzem aos jacobianos 2D vistos acima.

^{3.8}No caso, uma função de corte, cujo o valor é 0 ou 1, dependendo se um ponto se localiza fora ou dentro, respectivamente, da zona de Fresnel.

Levando em consideração a dependência das coordenadas em relação umas às outras, podemos escrever que

$$\frac{\partial(\xi_1, \xi_2)}{\partial(\xi_1^P, \xi_2^P)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial\xi_1}{\partial\xi_1^P} & \frac{\partial\xi_1}{\partial\xi_2^P} \\ \frac{\partial\xi_2}{\partial\xi_1^P} & \frac{\partial\xi_2}{\partial\xi_2^P} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial\xi_1}{\partial\xi_1^P} & 0 \\ 0 & \frac{\partial\xi_2}{\partial\xi_2^P} \end{vmatrix} = 1, \quad (3.34)$$

uma vez que podemos considerar uma relação linear, tal que $\frac{\partial\xi_1}{\partial\xi_1^P} = \frac{\partial\xi_2}{\partial\xi_2^P} = 1$. Assim, finalmente, fazendo uso da transformação de coordenadas (3.33) e as considerações acima, teremos finalmente que (3.22) pode ser reescrita como (Ferreira e Cruz, 2005a; Ferreira e Cruz, 2005b; Ferreira e Cruz, 2005c; Ferreira e Cruz, 2005d; Ferreira, 2005; Ferreira et al., 2005)

$$U(\vec{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \omega) = \iint_{A_P} d\xi_1^P d\xi_2^P \frac{\det \mathbf{\Lambda}}{\det \mathbf{H}_F} \frac{\Phi(\vec{\xi}^P)}{\cos \theta_P \det \mathbf{Q}(\vec{\xi}^P)} A(\vec{\xi}^P) \exp[i\omega\tau(\vec{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \vec{\xi}^P)]. \quad (3.35)$$

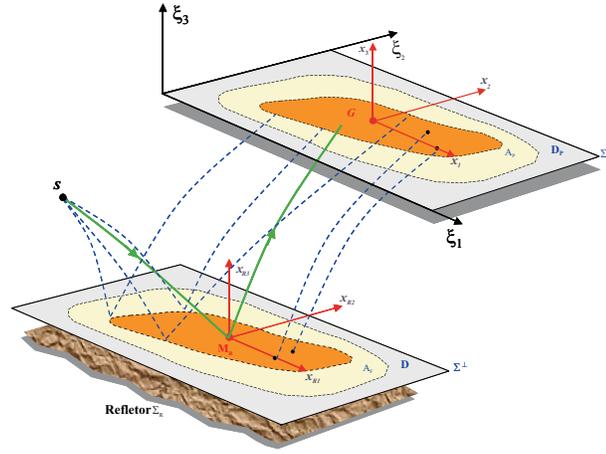
A integral (3.35) se encontra restrita à zona de Fresnel em superfície, projetada a partir da zona de Fresnel sobre Σ_R . Tanto a amplitude como a função-peso são igualmente continuadas através do meio (i.e., projetadas) e calculadas em seus respectivos pontos de emergência em $\vec{\xi}^P$. O ângulo θ_P representa o ângulo de emergência dentro da zona de Fresnel projetada.

Como pode ser visto, (3.35) representa a sobreposição do campo de ondas em um ponto cujo vetor-posição é $\vec{\xi}$, sobre a superfície de aquisição de dados (linha sísmica), considerando raios paraxiais emergentes dentro da zona de Fresnel projetada, parametrizada pelo vetor-posição $\vec{\xi}^P$. Com esta nova representação, podemos inferir uma nova forma analítica para a função-peso Φ , que será deduzida em uma seção a seguir.

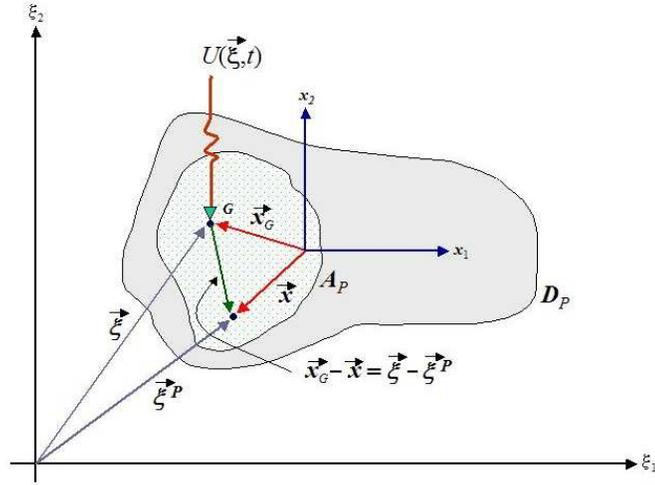
3.2.4 Obtenção dos parâmetros dos feixes gaussianos em função da zona de Fresnel projetada – caso 2D

Para expressarmos os parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 de um feixe gaussiano em termos de elementos do volume de Fresnel, consideremos os casos (b) e (e), discutidos por Müller (1984) e descritos na seção 3.1.4 deste trabalho, e reduzimos nosso estudo ao meio 2D. Assim, teremos uma situação ideal em que um feixe gaussiano apresenta seu valor de meia-largura, no ponto final de sua trajetória, com o menor valor possível. Em particular, este caso pode ser facilmente obtido minimizando-se a Eq. (3.5) em relação a ϵ_1 e ϵ_2 , respectivamente (Müller, 1984). Porém, nesta seção enfatizaremos a possibilidade de obtermos os mesmos parâmetros através de valores obtidos dos elementos do volume de Fresnel.

A Eq. (3.35) restringe espacialmente a contribuição de raios paraxiais à observação em



(a)



(b)

Figure 3.6: (a) Em um experimento sísmico, o raio central SM_RG reflete em um ponto M_R situado sobre um refletor Σ . Em M_R posiciona-se um sistema de coordenadas (x_{R1}, x_{R2}, x_{R3}) que localiza pontos pertencentes à região iluminada D , projetados sobre um plano Σ^\perp tangente ao ponto M_R e centrado no mesmo. A zona de Fresnel A_F encontra-se contida em D , formada apenas por pontos de interseção dos raios paraxiais nesta região. A projeção de ambas as regiões em direção à superfície de aquisição resulta nas regiões A_P e D_P , respectivamente. De maneira análoga, $A_P \subset D_P$. Na posição central de D_P posicionamos um sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3) que localiza pontos sobre a região D_P . (b) Visão em planta dos domínios D_P e A_P e suas relações com os sistemas de coordenadas cartesianas local e geral. $U(\vec{\xi}, t)$ é dado sísmico em G .

$\vec{x}_G(\vec{\xi})$ somente àqueles raios localizados dentro da zona de Fresnel projetada. No entanto, por motivos de resolução, é preciso que a meia-largura do feixe [vide Eq. (3.5)] também apresente um valor aproximadamente igual ao tamanho da zona de Fresnel projetada. Este vínculo físico nos fornecerá uma maneira extra – além das discutidas em Müller (1984) – de especificarmos os parâmetros ϵ_1 e ϵ_2 , desta vez em termos dos elementos do volume de Fresnel, pois assumimos que estes podem ser calculados em termos de elementos do volume de Fresnel. Através da Eq. (3.30), estimamos o raio da zona de Fresnel projetada em 2D

$$r_P = \sqrt{\frac{1}{f H_P}}, \quad (3.36)$$

onde f é a frequência dominante da onda mono-freqüente e H_P é o elemento superior direito da matriz da zona de Fresnel projetada (3.31). Igualando-se (3.36) a (3.5) para o caso 2D, eliminando-se as raízes quadradas, os termos semelhantes e resolvendo-se a equação resultante para ϵ_2 (considerando que $\epsilon_1 = 0$), teremos a seguinte equação algébrica do segundo grau

$$\epsilon_2^2 Q_1^2 - \frac{\pi}{H_P} \epsilon_2 + Q_2^2 = 0, \quad (3.37)$$

cuja solução é dada por

$$\epsilon_2^\pm = \frac{\frac{\pi}{H_P} \pm \sqrt{\left(\frac{\pi}{H_P}\right)^2 - 4 Q_1^2 Q_2^2}}{2 Q_1^2}. \quad (3.38)$$

As duas soluções (3.38), agora expressadas em termos do valor da zona de Fresnel projetada, devem ser testadas numericamente, pois dependem diretamente da solução do sistema TDR durante a modelagem do campo de ondas e do próprio valor da zona de Fresnel projetada^{3.9}.

É interessante notar que o parâmetro ϵ_2 é calculado baseado em uma quantidade física conhecida do campo de ondas, ou seja, o valor da zona de Fresnel projetada e que, assim sendo, formalmente restringe o valor de ϵ_2 somente ao conhecimento desta quantidade. Outros valores aleatórios não são mais possíveis, uma vez que o parâmetro não é mais livre para variar. Uma consequência benéfica desse fato é que feixes gaussianos infinitamente largos (quando $\epsilon_2 \rightarrow +\infty$) não são mais admissíveis nos pontos finais dos raios. Se fizermos uma comparação grosseira, no caso de considerarmos valores de zonas de Fresnel projetadas infinitamente largas (i.e., $H_P \rightarrow +\infty$), a Eq. (3.38) resultará em um dos casos discutidos por Müller (1984). Isso significa que as soluções da Eq. (3.38) representam um vínculo mais restritivo e uma condição física mais factível para o caso de feixes mais estreitos nos pontos finais de terminações dos raios. As soluções “+” e “-” apenas indicam escolhas possíveis de

^{3.9}Nesta tese, apenas a solução ϵ_2^+ foi utilizada. Os valores para ϵ_2^- foram desconsiderados por não termos obtido bons resultados com este parâmetro.

vínculos, quando se referem às zonas de Fresnel projetadas. Mas, acima de tudo, *fisicamente* falando, (3.38) indicam que as meias-larguras estão restritas ao volume de Fresnel do campo de ondas.

3.2.5 Determinação da função-peso $\Phi(\vec{\xi}^P)$

A função-peso Φ pode ser determinada através da análise assintótica da integral (3.35). Para isso, utilizamos o método da fase estacionária (Bleistein, 1984), segundo o qual uma integral dupla do tipo

$$I(\omega) = \iint_{\Omega} dy_1 dy_2 g(\vec{y}) \exp[i\omega \phi(\vec{y})], \quad (3.39)$$

onde $|\omega| \gg 1$, apresenta uma solução assintótica do tipo

$$I(\omega) \approx \frac{2\pi}{\omega} \frac{g(\vec{y}^*)}{\sqrt{|\det \Phi(\vec{y}^*)|}} \exp[i\omega \phi(\vec{y}^*) + \frac{i\pi}{4} \text{sgn}(\Phi(\vec{y}^*))], \quad (3.40)$$

supondo que $g(\vec{y}^*)$ seja uma função suave de seu argumento. Aqui, \vec{y}^* representa um ponto estacionário isolado da função de fase ϕ , segundo a condição $\nabla\phi = 0$, considerando que $\Phi(\vec{y}^*)$ não é singular. A matriz Φ é definida de tal forma

$$[\Phi(\vec{y}^*)]_{ij} = \left. \frac{\partial^2 \phi(\vec{y})}{\partial y_i \partial y_j} \right|_{\vec{y}=\vec{y}^*} \quad (3.41)$$

e a função $\text{sgn}(\Phi)$ é a assinatura de Φ , definida como

$$\text{sgn}(\Phi) = \text{sgn}(\lambda_1) + \text{sgn}(\lambda_2), \quad (3.42)$$

sendo λ_1 e λ_2 autovalores da matriz Φ .

A fim de considerarmos a aproximação (3.40), devemos levar em consideração que o meio que desejamos simular é estratificado e, portanto, os tempos de trânsito paraxiais são descritos por ramos de raio de acordo com as relações (3.24) e (3.25). Supondo inicialmente o caso de uma fonte pontual, para $\vec{x} = 0$, $\vec{x}_M \neq 0$ e $\vec{x}' \neq 0$, a soma dos dois ramos resulta

$$\tau(\vec{x}_M, \vec{x}') = \tau(S, G) + \vec{p}'_0 \cdot \vec{x}' - \vec{x}_M \cdot \mathbf{B}_2^{-1} \vec{x}' + \frac{1}{2} \vec{x}_M \cdot (\mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{A}_2 + \mathbf{D}_1 \mathbf{B}_1^{-1}) \vec{x}_M + \frac{1}{2} \vec{x}' \cdot \mathbf{D}_2 \mathbf{B}_2^{-1} \vec{x}'. \quad (3.43)$$

Como pode ser visto, temos duas variáveis de interesse, \vec{x}' e \vec{x}_M . Se considerarmos o caso de eventos refletidos em A_F , tomando como referência todos os pontos de emergência descritos pelo vetor \vec{x}' na superfície de aquisição, \vec{x}_M pode representar o vetor-posição de raios espalhados na vizinhança de M do raio central sem que os mesmos sejam raios especularmente

refletidos. Nesse caso, então, $\vec{\mathbf{x}}_M$ e $\vec{\mathbf{x}}'$ são vetores-posição *independentes* na equação de tempo de trânsito e não relacionáveis entre si. Igualmente não haverá uma relação matemática entre seus vetores vagarosidade, de modo que a equação de tempo de trânsito deve apresentar termos lineares extras em $\vec{\mathbf{p}}$ e $\vec{\mathbf{p}}'$, por exemplo. No caso oposto, quando se considera que os raios são *especularmente* refletidos, os vetores $\vec{\mathbf{x}}_M$ e $\vec{\mathbf{x}}'$ são dependentes um do outro e obedecem uma equação correspondente a Eq. (3.43). A Eq. (3.43) deve ser entendida como representando raios paraxiais especulares *dependentes*.

Com a ajuda da Eq. (3.31), projetamos esta variável de integração em direção à superfície de aquisição de dados. Assim (3.43), com a ajuda de (3.28), (3.29) e (3.31) torna-se

$$\begin{aligned} \tau(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P) = \tau(S, G) + \vec{\mathbf{p}}'_0 \cdot \mathbf{\Gamma}_G \vec{\xi} - (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}) \cdot (\mathbf{\Lambda}^T \mathbf{H}_F^{-T} \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{\Gamma}_G) \vec{\xi} + \frac{1}{2} (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}) \cdot \mathbf{H}_P (\vec{\xi}^P - \vec{\xi}) \\ + \frac{1}{2} \vec{\xi} \cdot (\mathbf{\Gamma}_G^T \mathbf{D}_2 \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{\Gamma}_G) \vec{\xi}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Uma análise de ponto estacionário desta equação (vide Apêndice D) nos mostra que $\vec{\xi}^{P*} = 0$. Este fato concorda com as considerações feitas para o resultado (3.34), i.e., de que tanto as coordenadas de superfície $\vec{\xi}$ como as as coordenadas dentro da zona de Fresnel projetada $\vec{\xi}^P$ são coordenadas dependentes entre si. Dessa forma, a análise estacionária de (3.35) fornecerá

$$U(\vec{\xi}, \omega) \cong \frac{\det \mathbf{\Lambda}}{\det \mathbf{H}_F} \frac{2\pi}{\omega} \frac{\Phi(\vec{\xi}^{P*})}{\cos \theta_P \det \mathbf{Q}(\vec{\xi}^{P*}) \sqrt{-\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^{P*})}} A(\vec{\xi}^{P*}) \exp[i\omega \tau(\vec{\xi}, \vec{\xi}^{P*})]. \quad (3.45)$$

Em (3.45), como resultado da análise assintótica, deve ser levado em consideração que $\sqrt{-\det \mathbf{H}_P} = \sqrt{|\det \mathbf{H}_P|} e^{i\pi/2} e^{\mp i\delta_0} = \sqrt{\det \mathbf{H}_P} e^{i\pi/2}$, sendo δ_0 a fase de $\det \mathbf{H}_P$, que representa um número complexo. O sinal negativo dentro da raiz quadrada advém da análise assintótica considerando \mathbf{H}_P complexo (Apêndice D). O ângulo θ_P é o ângulo de emergência dentro da zona de Fresnel projetada. A fim de que (3.45) se aproxime da solução de ordem zero da teoria do raio, introduzimos

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{\xi}^{P*}) = \frac{\omega}{2\pi} \cos \theta_P \det \mathbf{Q}(\vec{\xi}^{P*}) \sqrt{-\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^{P*})} \frac{\det \mathbf{H}_F}{\det \mathbf{\Lambda}} = \\ = \frac{i\omega}{2\pi} \cos \theta_P \det \mathbf{Q}(\vec{\xi}^{P*}) \sqrt{\det \mathbf{H}_F(\vec{\xi}^{P*})}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

onde os termos multiplicativos $\det \mathbf{H}_F$ e $\det \mathbf{\Lambda}$, quando introduzidos para dentro da raiz

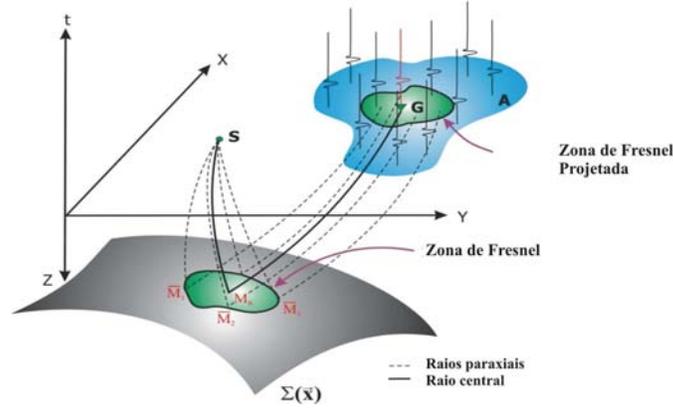


Figure 3.7: Zona de Fresnel projetada na superfície de aquisição de dados sísmicos.

quadrada da Eq. (3.46), resultam em $\det \mathbf{H}_F$.

A Eq. (3.46) representa a função-peso final para a Eq. (3.35). Como pode ser visto, ela é proporcional ao valor da zona de Fresnel do campo de raios em consideração. Com esta nova função-peso estabelecemos o simples fato de que os raios que influenciam diretamente no deslocamento da partícula no ponto de observação em $\vec{\xi}$ são aqueles que pertencem à zona de Fresnel do campo de onda do raio central, na posição do ponto estacionário. Desta maneira, estabelecemos um vínculo físico para o número de raios a serem somados e sobrepostos em $\vec{\xi}$, vínculo este que ainda não tinha sido estabelecido na literatura (vide, por exemplo, Červený, 2001 e Klimès, 1984). A partir do raio da zona de Fresnel, estimado a partir de (3.36), somamos apenas aqueles raios cujos pontos de emergência em superfície estejam dentro da zona de Fresnel projetada do ponto de observação $\vec{\xi}$. Estes pontos de emergência pertencem ao espaço $\vec{\xi}^P \subset \vec{\xi}$ (Figura 3.7).

3.2.6 Forma final da integral (operador) de feixes gaussianos

Agora inserimos o resultado (3.46) na integral de sobreposição (3.35) e interpretamos o significado físico da equação resultante. Fazendo uso de (3.46) e (3.34), (3.35) se torna

$$U(\vec{\xi}, \omega) = \frac{i\omega}{2\pi} \iint_{A_P} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} A(\vec{\xi}^P) \exp[i\omega\tau(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)]. \quad (3.47)$$

De acordo com esta fórmula, vemos que a componente espectral do deslocamento em $\vec{\xi}$ é governado pelo conhecimento do valor da zona de Fresnel projetada de cada elemento de reflexão (raios paraxiais complexos) nas posições $\vec{\xi}^P$ (Figura 3.6). Novamente temos a situação que a observação somente é influenciada em $\vec{\xi}$ por raios que foram refletidos

dentro da zona de Fresnel em profundidade e emergiram em superfície dentro da sua zona de Fresnel projetada. Este vínculo físico determina, assim, o número de raios exatos a serem superpostos em $\vec{\xi}$ a fim de reconstruir o campo naquela posição. A Eq. (3.47) é o resultado final desse capítulo e deve ser usado tanto como uma forma de calcular sismogramas sintéticos (Ferreira et al., 2005) como uma forma de calcular o *ansatz* do raio para a simulação do campo de ondas, usando explicitamente o conhecimento da zona de Fresnel como forma de reconstrução do campo de ondas nas posições de diversos receptores, para diferentes geometrias de aquisição de dados sísmicos.

Para efeitos computacionais, devemos considerar a Eq. (3.47) na seguinte forma

$$U(\vec{\xi}, \omega) = \frac{i\omega}{2\pi} \iint_{A^P} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} A(\vec{\xi}^P) D(\vec{\xi}^P, L) \exp[i\omega\tau^R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)], \quad (3.48)$$

onde a função $D(\vec{\xi}^P, L)$ é uma função *taper*, dada por

$$D(\vec{\xi}^P, L_{ij}) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\xi_i^P \xi_j^P}{L_{ij}^2}\right), \quad (3.49)$$

sendo L_{ij} dado pela Eq. (3.5). $D(\vec{\xi}^P, L)$, na realidade, representa a parte imaginária do tempo de trânsito paraxial complexo, enquanto $\tau^R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)$ é a parte real do tempo de trânsito parabólico. No domínio do tempo, considerando que $O(\vec{\xi}, t) = U(\vec{\xi}, t) * F(t)$ (* representa o operador de convolução) represente sismogramas, sendo $F(t)$ a assinatura da fonte, (3.48) ficará

$$O(\vec{\xi}, t) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{A^P} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D(\vec{\xi}^P, L) \dot{F}[(\vec{\xi}^P, t - \tau^R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P))]. \quad (3.50)$$

Formalmente, a Eq. (3.50) representa o sismograma observado. O domínio de integração A^P deve ser entendido como pertencente à zona de Fresnel projetada e que o sismograma pode ser obtido de sismogramas pré-calculados, que pode ser um sismograma calculado segundo a teoria do raio de ordem zero.

4 MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PRÉ-EMPILHAMENTO MODIFICADA USANDO O OPERADOR DE FEIXES GAUSSIANOS

Neste capítulo, estudaremos uma modificação do operador de empilhamento de difrações para a migração Kirchhoff pré-empilhamento em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993), a fim de utilizarmos o formalismo de feixes gaussianos neste tipo de operação de imageamento.

O objetivo principal do presente capítulo é mostrar que, com a introdução dos feixes gaussianos no formalismo de migração, é preciso modificar o operador de empilhamento de difrações (Schleicher et al., 1993), principalmente na sua interpretação física do problema do imageamento.

4.1 FÓRMULA DE MIGRAÇÃO PRÉ-EMPILHAMENTO 3D

4.1.1 Sobre a notação matemática

Nas seções a seguir, vetores com chapéu representam vetores-posição 3D, i.e., $\hat{\mathbf{x}} = (x_1, x_2, x_3)^T$ e vetores sem chapéu representam sua contra-parte em 2D, i.e., $\bar{\mathbf{x}} = (x_1, x_2)^T$. Em algumas situações, como quando nos referirmos a vetores-posições que definem pontos sobre superfícies apenas (e.g., sobre a superfície da Terra, contendo o plano $z = 0$), naturalmente teremos que $\hat{\mathbf{x}} = (\bar{\mathbf{x}}, 0)^T$, de modo que notação ficará subtendida. Apenas quando for necessário, e para efeito de simplificação da notação, indicaremos o tipo de vetor-posição usado em consideração. Os mesmos vetores 2D poderão assumir os subscritos S ou G , quando conveniente, ao se referirem às posições de fontes e geofones, respectivamente. O vetor-posição 3D acima especificado $\hat{\mathbf{x}}$, por exemplo, representa um ponto qualquer dentro do meio considerado, particularmente o ponto onde se deseja formar uma imagem.

4.1.2 Migração Kirchhoff pré-empilhamento 3D

Segundo Bleistein (1987), a fórmula de migração Kirchhoff pré-empilhamento 3D é dada por

$$I(\hat{\mathbf{x}}, t = 0) = \frac{1}{\pi A_I(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_S)} \iint_{S_0} dS A(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G) (\mathbf{n} \cdot \nabla \tau_G(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G)) \times \int i\omega F(\omega) U_S(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, \omega) e^{-i\omega [\tau_S(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_S) + \tau_G(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G)]} d\omega, \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{n} \cdot \nabla \tau_G = \cos \theta / c(\hat{\mathbf{x}}_G)$ é o termo de obliquidade e U_S representa o campo espalhado (observado). O termo $A(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G) = R(\hat{\mathbf{x}}) A_I(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_S)$ representa a amplitude, sendo $R(\hat{\mathbf{x}})$ o coeficiente de reflexão, e τ_i ($i = S, G$) os tempos de trânsito entre um ponto dentro do meio e as respectivas posições de fontes e sensores. Finalmente S_0 representa a área da abertura de migração.

Se considerarmos $F(\omega) = 1$, a exemplo de Claerbout (1971), (4.1) será semelhante à equação de Schneider (1978), a menos de alguns fatores. $F(\omega)$ também pode ser considerada como uma versão de banda limitada do pulso fonte (Bleistein, 1987) e, assim sendo, poderá ser inserida em (4.1) de modo a representar uma convolução no domínio do tempo (Sun e Gajewski, 1997), considerando o caráter de transformada inversa de Fourier (considerando também $t = 0$, que é conhecido como a “condição de imagem”) entre o produto $U_S(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, \omega)$ e $F(\omega)$ na Eq. (4.1). O mesmo filtro pode ser ajustado de modo a dar origem a um sinal analítico no domínio do tempo, formado pela combinação linear da parte real de U_S mais a transformada de Hilbert

$$H[U_S(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, \tau)] = \frac{1}{\pi} V.P. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U_S(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, t')}{\tau - t'} dt', \quad (4.2)$$

como parte imaginária (Schleicher et al., 1993). V.P. é o “valor principal de Cauchy”^{4.1}.

Se agora considerarmos que existe uma função-peso $w(\hat{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \hat{\mathbf{x}}_S(\vec{\xi}))$, podemos modificar a equação (4.1) para

$$I(\hat{\mathbf{x}}, t = 0) \cong \iint_{S_0} \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi_1, \xi_2)} \right| d\xi_1 d\xi_2 w(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \hat{\mathbf{x}}_S(\vec{\xi})) \frac{\partial}{\partial t} [U_S(\hat{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \hat{\mathbf{x}}_S(\vec{\xi}), t)]|_{t=\phi_2(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, \hat{\mathbf{x}})}, \quad (4.3)$$

onde $J_T = \partial(x, y) / \partial(\xi_1, \xi_2)$ é o jacobiano da transformação^{4.2} e $\phi_2(\hat{\mathbf{x}}_G, \hat{\mathbf{x}}_S, \hat{\mathbf{x}}) = \tau_S(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_S) + \tau_G(\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{x}}_G)$ é o tempo de trânsito observado. No caso de (4.1), a função-peso é dada por

$$w(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G(\vec{\xi}), \hat{\mathbf{x}}_S(\vec{\xi})) = \frac{A(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G) (\mathbf{n} \cdot \nabla \tau_G(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_G))}{\pi A_I(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}_S)} \quad (4.4)$$

Uma forma similar da Eq. (4.4), a menos de um fator de escala, aparece em Keho e Beydoun (1988).

A Eq. (4.3) apresenta uma forma semelhante ao operador proposto por Schleicher et al.

^{4.1}O valor principal de Cauchy de uma integral finita de uma função f , ao redor do ponto c , com $a \leq c \leq b$ é dado por (Weisstein, 2006) $V.P. \int_a^b f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} [\int_a^{c-\epsilon} f(x) dx + \int_{c+\epsilon}^b f(x) dx]$.

^{4.2}No presente caso, as componentes x e y não variam com a coordenada de transformação ξ_3 . Assim, os dois primeiros elementos da última coluna do jacobiano são nulos. Dessa forma, o jacobiano 3D se reduz ao jacobiano 2D definido acima.

(1993) para um processo de migração 3D, com afastamento finito, em amplitude verdadeira. Dizer que o resultado da operação (4.3) representa uma migração com amplitude verdadeira significa achar funções-peso w que eliminem o efeito do espalhamento geométrico na fase de imageamento. No momento, ainda não vamos fazer considerações sobre o jacobiano J_T e a função-peso w ; apenas consideraremos que seja válida a Eq. (4.3). A Eq. (4.4), por exemplo, não representa nenhum caso específico da função-peso, e sim apenas uma generalização devido ao fato de estarmos usando a aproximação WKB no limite das altas frequências. Por isso, considerando que a ligação seja verdadeira, estenderemos a formulação para os feixes gaussianos diretamente, sem considerarmos no momento a definição de termos específicos. A soma ponderada em (4.3) será nosso ponto de partida para contruirmos um operador de migração Kirchhoff em verdadeira amplitude usando feixes gaussianos.

4.1.3 Vantagens e desvantagens da migração Kirchhoff

Cinematicamente, podemos descrever a migração do tipo Kirchhoff da seguinte maneira. Dadas as posições de uma fonte e um receptor sobre a superfície da Terra, procuramos dentro de um volume de dados sísmicos (representado por amostras de tempo t , que por sua vez são representações de reflexões primárias de pontos do interior da Terra) tempos que representem os tempos de trânsito das posições das fontes e receptores em consideração em relação a um ponto difrator em profundidade. Se considerarmos o modelo mais simples de Terra (2D, isotrópica e com velocidade constante), o local dessas reflexões é representado por uma elipse, com seus respectivos focos localizados nas posições das fontes e dos receptores. No caso afastamento nulo, esta elipse se torna um círculo. Tanto no caso com afastamento finito como no caso de afastamento nulo, os pontos sobre a elipse/círculo são considerados como “candidatos” a pontos de reflexão. Nesse caso em particular, a migração Kirchhoff toma uma amostra em um traço não migrado e “espalha” a energia desta amostra sobre todos os pontos-candidatos a reflexão (Figura 4.1). Uma vez que vários traços são migrados em sucessão, em determinados pontos em subsuperfície haverá uma sobreposição construtiva de eventos e, portanto, um “reforço” da energia. Isto somente pode acontecer se estivermos diante de um ponto de reflexão verdadeiro. Logo, àquele ponto-imagem é associado um valor proporcional ao coeficiente de reflexão. O resultado final é uma imagem de todos os pontos que derivaram as energias contidas em um sismograma, i.e., uma imagem das estruturas geológicas em subsuperfície.

O princípio físico deste tipo de migração é chamado de *fonte secundária de Huygens* (Yilmaz, 1987). A subsuperfície é considerada como sendo formada por pontos ao longo dos horizontes refletoras, os quais servem, no caso homogêneo isotrópico, como fontes secundárias

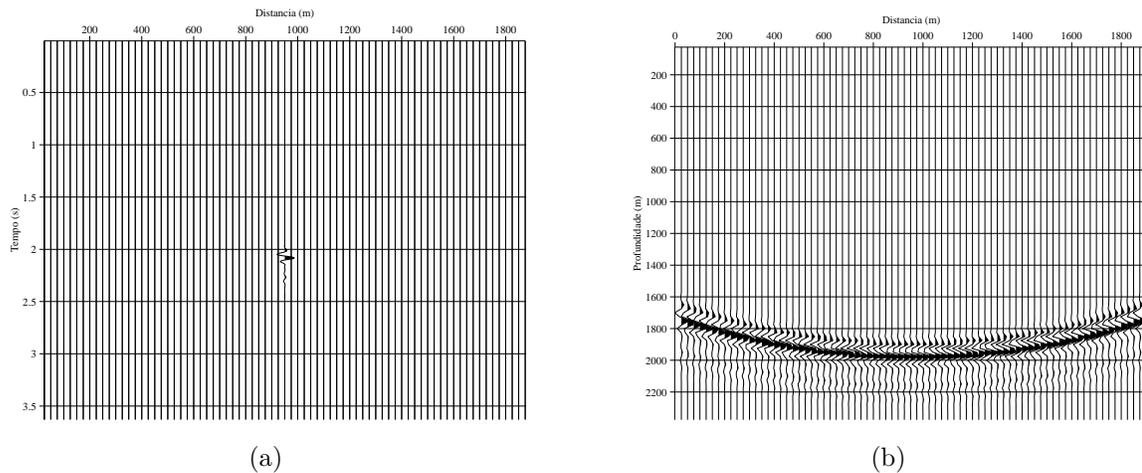


Figure 4.1: Resposta ao impulso do operador de migração: (a) Impulso no domínio do tempo. (b) Resposta no domínio da profundidade.

geradoras de frentes de ondas semi-circulares. No plano de observação (seções sísmicas), essas frentes de ondas produzem curvas hiperbólicas de tempo de trânsito. Sendo, porém, estes pontos sobre os refletores próximos uns aos outros, a sobreposição das diversas hipérbolas de cada uma das fontes produz uma resposta (imagem) da interface de reflexão verdadeira. Em contrapartida, se pensarmos em termos de processamento de dados sísmicos, uma seção afastamento nulo representa uma sobreposição de muitos tempos de trânsito hiperbólicos. Podemos visualizar isto de acordo com as *assinaturas* das fontes secundárias de Huygens nos principais planos de mapeamento de dados sísmicos. Na Figura 4.1, por exemplo, temos um exemplo em 2D, onde vemos a resposta ao impulso de um operador de migração. Claramente, a assinatura da fonte secundária no plano xz representa um semi-círculo. Se a situação fosse contrária, um ponto em profundidade mapearia em uma hipérbole no plano xt . Essas duas situações levam a dois esquemas práticos de migração, segundo Yilmaz (1987). O primeiro está representado na Figura 4.1 e representa a migração de um evento simples (um impulso) de uma seção sísmica. O resultado é chamado de *migração de resposta ao impulso*, ou simplesmente *resposta ao impulso*. O esquema alternativo de migração consiste no fato de que uma seção composta de uma hipérbole simples de difração é migrada para um ponto. Em outras palavras, o primeiro método se baseia na sobreposição de semi-círculos, enquanto que o segundo método se baseia na somatória de amplitudes ao longo de trajetórias hiperbólicas. O primeiro método, somente usado para seções afastamento nulo (posteriormente estendido a seções sísmicas com afastamento finito), foi usado antes da era dos computadores digitais e refere-se principalmente ao trabalho de Hagedoorn (1954). O segundo método, usado

tanto em seções afastamento nulo como em seções com afastamento finito, é conhecido como *empilhamento de difrações* e foi um dos primeiros métodos de migração implementados em computador. Basicamente consiste na busca da energia, no espaço xt , que resultaria de um ponto difrator (fonte secundária) localizado em um ponto particular no espaço xz .

A migração do tipo Kirchhoff tal qual a conhecemos atualmente evoluiu a partir do método gráfico de Hagedoorn (1954), i.e., de um simples método de imageamento para operadores de migração e inversão (Bleistein, 1999; Bleistein e Gray, 2000). Schneider (1978) foi um dos primeiros pesquisadores a basear teoricamente a migração Kirchhoff na teoria ondulatória (Gray et al., 2001). Posteriormente Bleistein (1987), baseado em Beylkin (1985), estendeu a teoria para inverter também para a refletividade, levando à estimativa de parâmetros em conjunto com um esquema de migração. Atualmente, existe uma miscelânea de métodos de imageamento que utilizam largamente o algoritmo Kirchhoff como suporte para o mapeamento de dados, análise AVO/AVA, análise NMO/DMO, MZO, etc (Tygel et al., 1996; Bleistein e Jaramillo, 1998).

Abaixo listamos algumas desvantagens da migração Kirchhoff. Seguindo Gray et al. (2001), portanto, temos:

- (a) **Aproximação assintótica.**— Todas as implementações do tipo Kirchhoff fazem uso explícito da aproximação assintótica. Esta aproximação somente é válida para grandes valores de ω , sendo ω a frequência angular de oscilação. No entanto, difradores que se encontram em vários comprimentos de onda aquém e/ou além destas frequências (por exemplo, camadas finas ou fortes gradientes de velocidades) não podem ser imageados propriamente.
- (b) **Distância de propagação.**— Quando a velocidade não é constante, as distâncias de propagação entre difradores, fontes e receptores são limitadas a serem grandes, mais do que alguns poucos comprimentos de onda. Não é permitido nesse caso propagar os campos nos receptores algumas poucas distâncias para o interior da Terra; apenas grandes distâncias são permitidas. Os múltiplos caminhos que a energia sísmica pode tomar entre um ponto e outro não são adequadamente descritos nesse caso. Esta característica também nos diz que o algoritmo Kirchhoff não é recursivo.
- (c) **Falta de precisão.**— A combinação dos dois itens anteriores resulta na falta de precisão da migração Kirchhoff. Algumas soluções paliativas têm sido propostas ao longo dos anos para enfrentar a falta de precisão do método: o uso de traçadores cinemáticos e dinâmicos mais eficientes, levando em consideração a preservação de amplitude e fase. Métodos híbridos, como os feixes gaussianos (Hill, 2001), que preservam a flexibilidade

do algoritmo Kirchhoff e aumentam a precisão às custas da decomposição local dos campos de onda nas fontes e nos receptores em “feixes”. Este caso é extremamente eficiente para lidar com o multicaminhamento da energia sísmica, uma vez que vários raios que se multiplicam entre dois pontos podem ser contidos em um único feixe de forma coerente e contínua e, conseqüentemente, imageados em conjunto, aumentando assim a resolução (Gray et al., 2001).

- (d) **Artefatos.**— Os artefatos são comuns tanto em modelamento como em migração do tipo Kirchhoff. Recentemente, usando uma configuração afastamento-nulo e a aproximação da fase estacionária, Hertweck et al. (2003) mostraram como se formam vários tipos de artefatos. A principal técnica usada para a eliminação desses artefatos tem sido o uso de funções do tipo *taper* (Sun, 2000). No caso de empilhamento de difrações (Schleicher et al., 1993), é comum termos interrupção de refletores devido a ruídos de diversas naturezas e dados amostrados grosseiramente. Se um evento puder ser migrado diretamente para o seu ponto de reflexão e/ou para a sua vizinhança, os artefatos são drasticamente reduzidos. O operador Kirchhoff migra principalmente eventos relacionados a reflexões primárias. Entretanto, em um dado sísmico existem vários outros tipos de eventos, tais como múltiplas, ondas convertidas, *head waves* e ondas de superfície, que são tratados pelo operador de forma semelhante aos eventos primários, sendo migrados para posições falsas e corroborando para interpretações erradas.
- (e) **Eficiência computacional.**— Especialmente em casos 3D, a migração Kirchhoff é muito dispendiosa, demandando grandes recursos computacionais, incluindo tempo de CPU, memória e espaço em disco. No entanto, entre as migrações 3D realizáveis na prática, a migração Kirchhoff é a menos dispendiosa. Mesmo incorporando pesos para tratar das amplitudes, é um método relativamente barato comparado a outros tipos de migração.
- (f) **Sensibilidade em relação à velocidade.**— Assim como todos os outros métodos de migração, a migração pré-empilhamento do tipo Kirchhoff é sensível à velocidade de migração. Uma velocidade incorreta acarreta o posicionamento errado de refletores no espaço de imagem. A precisão na construção de modelos de velocidades é fundamental para migração Kirchhoff.

No presente trabalho, daremos ênfase maior aos casos (c) e (d). Os casos (a), (b), (e) e (f) são inerentes à teoria aqui apresentada. O aumento da precisão segue as idéias de Hill (2001), porém da maneira como demonstraremos a seguir. Os artefatos são tratados

de forma automática em nosso algoritmo, conforme veremos a seguir, sem a necessidade de funções do tipo *taper*.

4.1.4 Principais hipóteses da migração em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993)

Nesta seção resumizamos algumas hipóteses da teoria de migração em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993). Sobre o modelo de Terra e sobre as reflexões de interesse, temos as seguintes hipóteses:

- O modelo de Terra é descrito como sendo um sistema de camadas elásticas, isotrópicas, suaves, separadas por muitos refletores desconhecidos, suaves e curvos, em sub-superfície, ao longo dos quais os coeficientes de reflexão podem variar.
- O deslocamento da partícula de reflexões primárias, advindo de uma fonte compressional pontual S (Figura 4.2), são descritos em termos solução de ordem zero da teoria do raio para a equação de onda da elastodinâmica.
- Nas vizinhanças de um raio central arbitrário, raios vizinhos conectando \bar{S} e \bar{G} são descritos pela teoria paraxial do raio.
- Considera-se como raio central (Figura 4.2) o raio que sai da fonte S para o refletor R e que termina no geofone G , denotado de SRG . Este se refere a uma onda P refletida, não-convertida, que cruza um certo número de interfaces no seu caminho descendente para o refletor e, após ser refletido, cruza um outro número de interfaces em seu caminho de volta para a superfície da Terra.

Sobre as reflexões primárias, o principal objetivo da migração em verdadeira amplitude consiste da remoção do fator do espalhamento geométrico das reflexões primárias sem o conhecimento dos refletores a serem imageados em sub-superfície. Assim, temos:

- Dado uma fonte pontual em S , considera-se conhecido fator de espalhamento geométrico para uma reflexão primária de onda P , registrado em G e posicionado em P_G no espaço (x, y, t) (Figura 4.2).
- A reflexão em verdadeira amplitude é obtida escalonando o sinal analítico da reflexão primária em P_G pelo seu fator de espalhamento geométrico conhecido (real ou imaginário), posicionando a sua parte real na mesma posição do sinal original registrado em P_G .

- A migração em verdadeira amplitude em profundidade é obtida posicionando-se a reflexão em verdadeira amplitude construída na primeira etapa em um ponto R em profundidade.
- A migração em verdadeira amplitude no tempo é obtida posicionando-se a reflexão em verdadeira amplitude, construída na primeira etapa, em um ponto P_I no espaço (x, y, t) , onde P_I possui uma coordenada temporal correspondente ao tempo duplo ao longo do raio-imagem que conecta os pontos I e R . I é o ponto de emergência do raio-imagem no ponto R .

O procedimento de migração em verdadeira amplitude utiliza um macro-modelo de velocidade, mas não necessita que se identifique as reflexões primárias em um volume de dados sísmicos. As principais etapas da estratégia para a sua realização da migração em verdadeira amplitude são:

- Considera-se que a superfície de medição $z = 0$ (Figura 4.2) é densamente coberta por pares de fonte-geofone (S, G) , parametrizados por um vetor comum de coordenadas $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)^T$, e por algumas matrizes constantes de configuração (Schleicher et al., 1993).
- As reflexões sísmicas primárias dos refletores a serem imageados são descritas, para cada par (S, G) , pela teoria do raio de ordem zero. Estas reflexões jazem sobre a chamada superfície de tempo de reflexão τ_R .
- Conectando-se cada ponto S e G a um ponto arbitrário em profundidade M (Figura 4.3), determina-se a chamada superfície de tempo de trânsito de difração (superfície de Huygens) τ_D para aquele ponto, ao longo da qual o empilhamento de difrações é realizado.
- Ambas as superfícies de tempo de trânsito dependem do par (S, G) e, portanto, são funções de $\vec{\xi}$. As superfícies serão tangentes se, e somente se, $M = R$ (Figura 4.4). Conseqüentemente, espera-se que o empilhamento de difrações, realizado com diferentes pesos ao longo da superfície de Huygens, resulte em contribuições não-nulas em $M = R$. Em caso contrário, a contribuição é considerada nula ou desprezível.
- A forma explícita da função-peso é determinada através da decomposição do raio central SRG em dois ramos SR e RG , onde o fator de espalhamento geométrico (real ou imaginário) é decomposto em contribuições dos ramos de raio descendente e ascendente SR e RG , respectivamente, e de um fator que carrega consigo a influência

do refletor no ponto de reflexão. Com isso, a função-peso não é afetada pelo refletor em R e pode ser calculada para cada par (S, G) e para cada ponto arbitrário M , sem levar em consideração se o mesmo se encontra situado sobre o refletor ou não.

- Os raios SM e MG podem ser traçados independentemente, sendo que a função-peso pode ser calculada usando-se TDR, para cada ramo de raio, ou através de perturbações dos tempos de trânsito nos pontos finais de ambos os ramos de raio, sobre certos planos tangentes naqueles pontos.

4.1.5 Teoria da migração em verdadeira amplitude

A fim de descrever e corrigir as reflexões sísmicas com afastamento finito em meios lateralmente variados, algumas hipóteses devem ser levadas em consideração (Schleicher et al., 1993).

- Considera-se a superfície da Terra ($z = 0$) como plana, onde podemos considerar alguns sistemas de coordenadas fixos $\vec{x} = (x, y)$ (Figura 4.3), a partir dos quais podemos descrever as posições de fontes e geofones através do vetor de parâmetros $\vec{\xi}$. À região A em $z = 0$ onde todas as coordenadas de todas as fontes e de todos os geofones, parametrizados por $\vec{\xi}$, se localizam, é chamada de *abertura*, dentro da qual a posição de um traço sísmico é função de $\vec{\xi}$. O volume de dados sísmico 3D $U(\vec{\xi}, t)$, coletado sobre A , pertence a uma determinada região em sub-superfície, iluminada por um experimento sísmico.
- Considera-se que $u(\vec{\xi}, t)$ representa subreposições das componentes principais das reflexões primárias, correspondente ao raio SRG da Figura 4.3, definida por uma fonte pontual compressional $S(\vec{\xi})$ e um geofone $G(\vec{\xi})$. A componente principal de reflexão descreve o deslocamento da partícula na direção do raio emergente em $G(\vec{\xi})$.
- O sinal analítico da partícula – i.e., a soma da parte real da reflexão $u(\vec{\xi}, t)$ mais sua transformada de Hilbert – é denotado por $U(\vec{\xi}, t)$ e pode ser expressado pela aproximação de ordem zero como

$$U(\vec{\xi}, t) = R_c \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{L}} F^{(A)}(t - \tau_R(\vec{\xi})), \quad (4.5)$$

onde $F^{(A)}(t)$ representa o pulso-fonte analítico. R_c representa o coeficiente de reflexão da onda plana no ponto de reflexão em R , \mathcal{A} significa a perda de energia devido

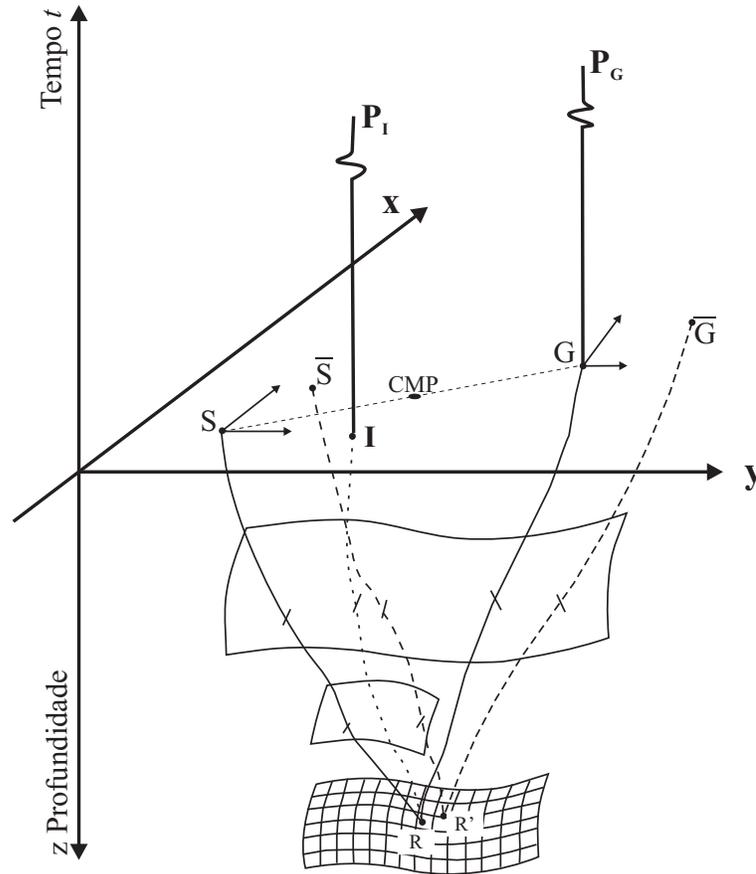


Figure 4.2: Modelo de Terra elástica 3D. Um refletor de interesse se encontra enterrado em um campo de velocidade lateralmente não-homogêneo. A reflexão de onda primária $P P_G$ em G , para uma fonte pontual localizada em S , pode ser descrita pelo raio SRG . Vários raios paraxiais podem ser traçados, inclusive $\overline{S R G}$, pertencente a um par paraxial de fonte e geofone $(\overline{S}, \overline{G})$. O raio IR é chamado de raio-imagem de um ponto de reflexão R . Uma migração em verdadeira amplitude no tempo move a reflexão primária original P_G para a reflexão P_I , localizado no tempo duplo de trânsito do raio-imagem IR . Uma migração em profundidade posiciona o sinal P_I no ponto R . Adaptado de Schleicher et al. (1993).

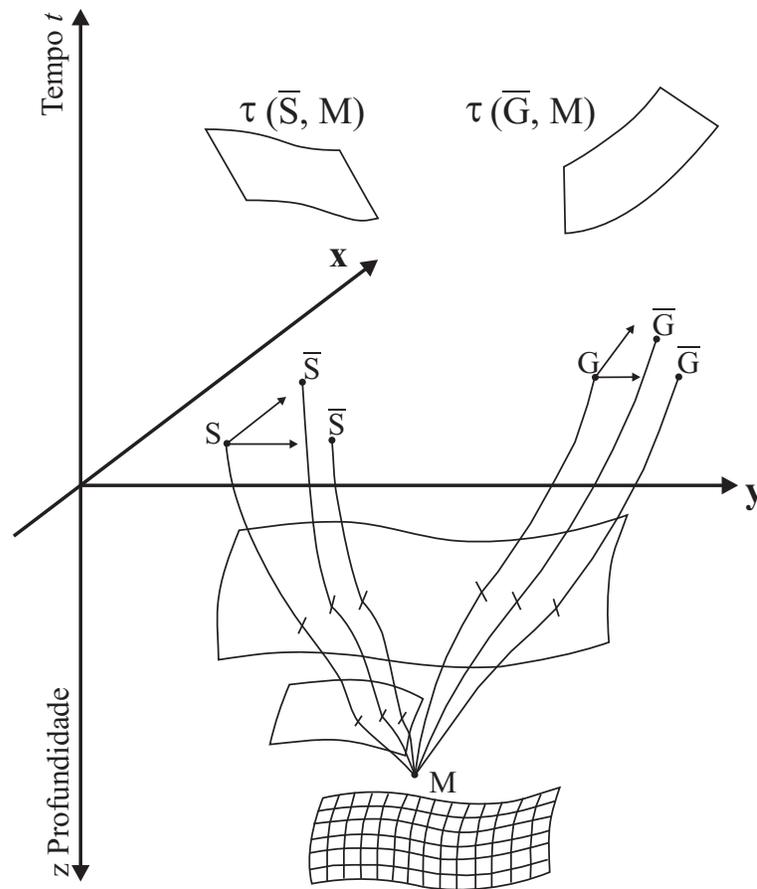
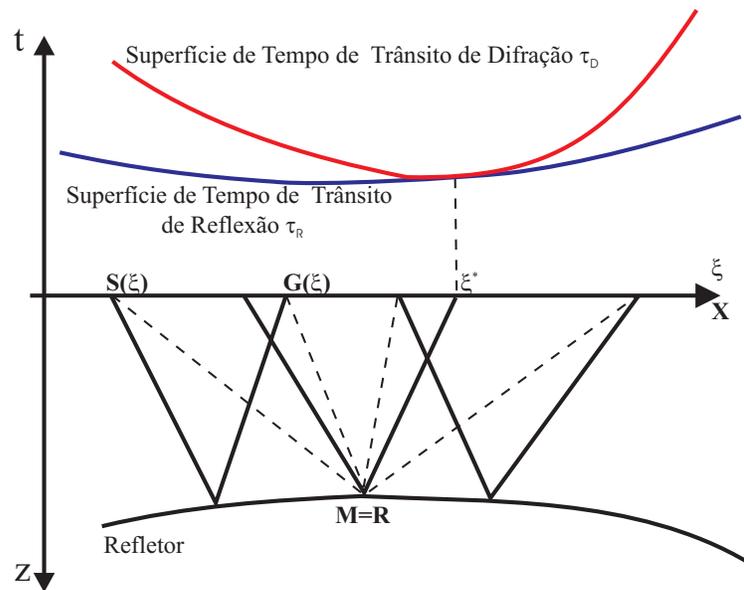
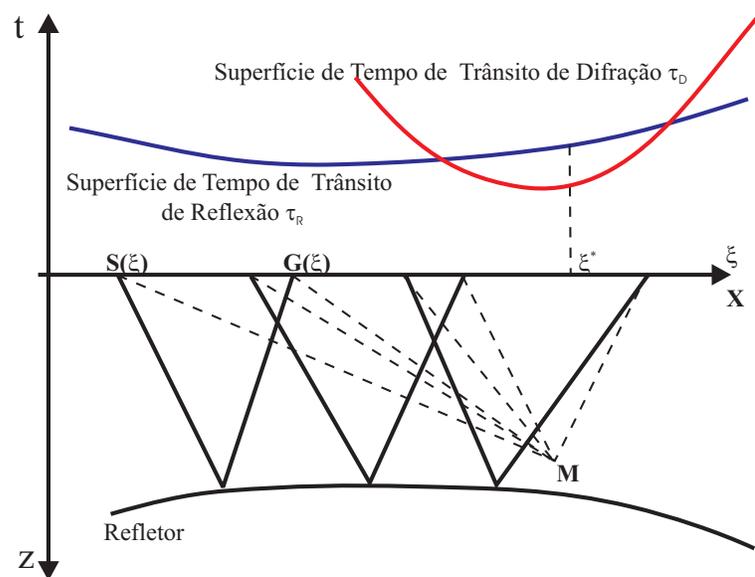


Figure 4.3: Um ponto M é especificado dentro de um modelo de velocidades. O tempo de trânsito é calculado para M a partir de todos os pontos fontes \bar{S} (superfície de tempo de trânsito $\tau(\bar{S}, M)$) e de todos os pontos receptores \bar{G} (superfície de tempo de trânsito $\tau(\bar{G}, M)$) da configuração de medida no plano $z = 0$. A soma de ambos os tempos de trânsito a partir de M define a superfície de Huygens para este ponto. (Adaptado de Schleicher et al., 1993).



(A)



(B)

Figure 4.4: Esquema 2D de uma superfície de tempo de trânsito τ_R e τ_D para diferentes escolhas do ponto M e para uma configuração em afastamento-comum. (a) M coincide com o ponto de reflexão R . Neste caso, τ_R e τ_D são tangentes para cada ponto. (b) M não coincide com o ponto de reflexão. Nesse caso, não há ponto de tangência. (Adaptado de Schleicher et al. 1993.)

às transmissões através de todas as interfaces, ao longo do raio, e \mathcal{L} é o fator de espalhamento geométrico normalizado.

- A função $\tau_R(\vec{\xi})$ representa o tempo de trânsito ao longo do raio SRG (Figura 4.2).
- A reflexão analítica primária de onda P [Eq. (4.5)] multiplicada por \mathcal{L} e deslocada para $t = 0$ é chamada de sinal analítico em verdadeira amplitude (VA)

$$U_{VA}(t) = \mathcal{L} U(\vec{\xi}, t + \tau_R(\vec{\xi})) = R_c \mathcal{A} F^{(A)}(t). \quad (4.6)$$

No formalismo de Schleicher et al. (1993) assume-se que um empilhamento de difrações modificado e ponderado representa um método apropriado para realizar a migração em amplitude verdadeira. Para isso, assume-se que para cada ponto (ξ_1, ξ_2) dentro da abertura A e para cada ponto fixo em sub-superfície M (Figura 4.4), em um macro-modelo de velocidade especificado, determinamos a superfície de Huygens $\tau_D(\vec{\xi}, M) = \tau(S, M) + \tau(M, G)$, sendo $\tau(S, M)$ e $\tau(M, G)$ tempos de trânsito de S para M e de M para G , respectivamente. Os empilhamentos de difrações são realizados através de uma soma ponderada ao longo da superfície de Huygens τ_D em relação a cada ponto M . Esta soma é representada pela integral

$$I(M, t) = -\frac{1}{2\pi} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(M, \vec{\xi}) \dot{U}(\vec{\xi}, t + \tau_D(\vec{\xi}, M)). \quad (4.7)$$

O ponto sobre a função U representa uma derivada em relação ao tempo e se destina a recuperar corretamente o pulso-fonte após a migração (Schleicher et al., 1993).

Na próxima seção estudaremos uma extensão deste operador, usando o conceito de feixes gaussianos estudado no capítulo anterior.

4.2 INTEGRAL DE MIGRAÇÃO MODIFICADA

Nesta seção, abordaremos o problema da migração 3D pré-empilhamento de uma maneira modificada. Tomemos a Eq. (4.7) no domínio da frequência

$$I(M, \omega) = -\frac{i\omega}{2\pi} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(M, \vec{\xi}) U^*(\vec{\xi}, \omega) e^{i\omega \tau_D(\vec{\xi}, M)}, \quad (4.8)$$

sendo que agora o dado sísmico $U^*(\vec{\xi}, \omega)$ é representado por uma sobreposição de feixes gaussianos, como na Eq. (3.48). Assim,

$$U^*(\vec{\xi}, \omega) = \frac{i\omega}{2\pi} F(\omega) \iint_{A_P} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} A(\vec{\xi}^P) D(\vec{\xi}^P, L) e^{-i\omega \tau_R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)}. \quad (4.9)$$

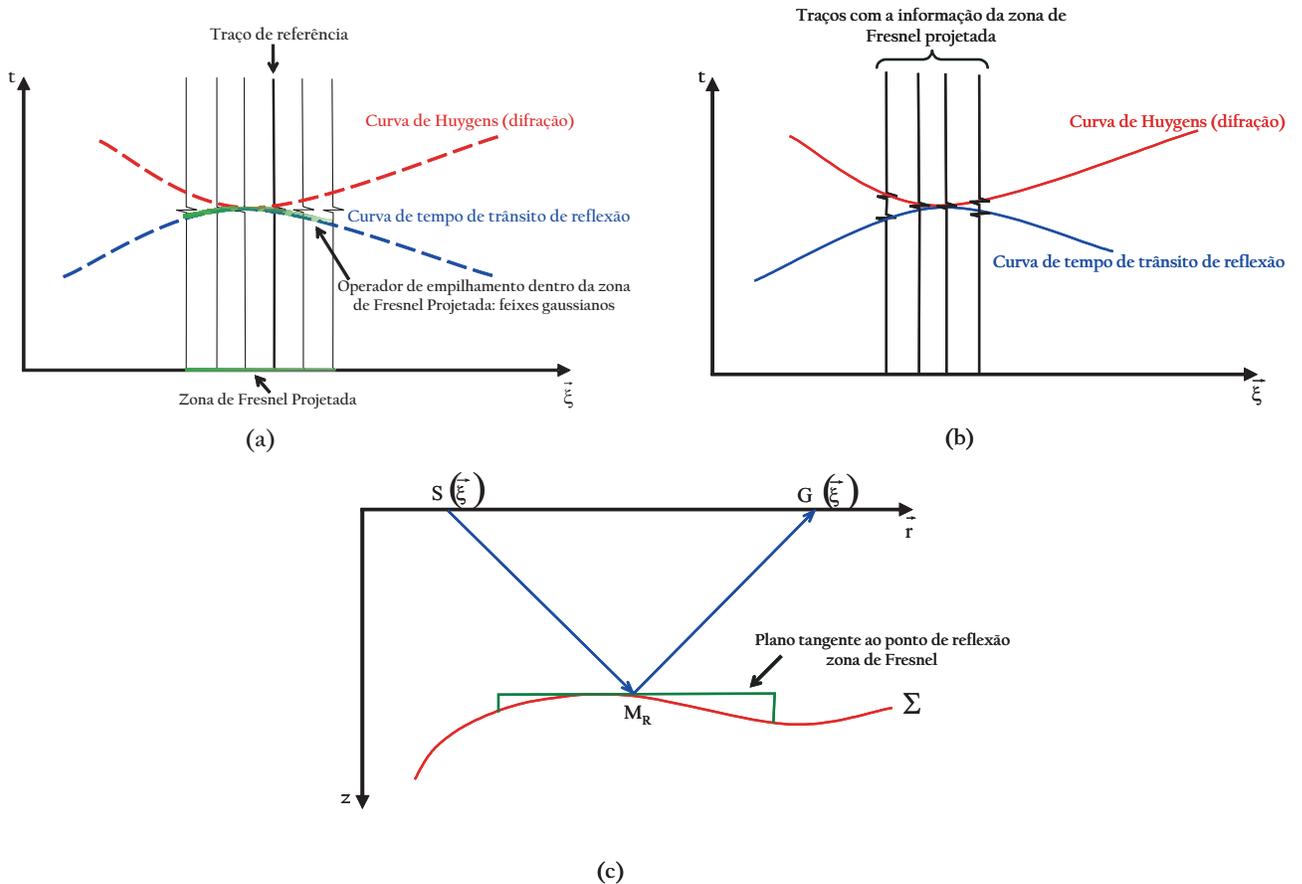


Figure 4.5: Esquema 2D mostrando o processo de empilhamento de feixes gaussianos. (a) Traço de referência associado a sua zona de Fresnel projetada (reta horizontal vermelha), juntamente com a sua curva de Huygens. (b) Traços com as suas respectivas informações de zona de Fresnel projetada. (c) Zona de Fresnel definida em profundidade para um par fonte-receptor associado a um ponto de reflexão M_R localizado sobre o refletor Σ .

Nessa equação, o dado sísmico a ser migrado $U^*(\vec{\xi}, \omega)$ precisa ser empilhado a priori, i.e., além do traço em consideração $\vec{\xi}$ contribuir com informações de reflexões de um ponto R em profundidade, devemos considerar contribuições contidas na vizinhança desse traço, localizadas em cada ponto $\vec{\xi}^P$, dentro de uma zona de Fresnel projetada A_P .

A Figura 4.5 mostra em 2D a estratégia representada pela Eq. (4.9). Em uma primeira etapa, supondo que o ponto de imageamento se encontre exatamente sobre um refletor, uma curva de Huygens tangente à curva de reflexão é construída para diferentes pares (S, G) (Figura 4.5a, linha tracejada vermelha). Antes de empilhar em direção ao seu ápice os eventos ao longo dessa curva de Huygens, o operador interno [Eq. (4.9)] empilha os eventos referentes à zona de Fresnel projetada (Figura 4.5a, linha horizontal contínua verde, ao redor de $\vec{\xi}$), contidos na curva de reflexão (linha contínua verde), originando um traço que contém todas essas informações em si. Na etapa a seguir, vários outros traços são produzidos com as informações de suas zonas de Fresnel projetadas (Figura 4.5b), sendo que estes eventos são finalmente empilhados a seguir pela curva de Huygens construída anteriormente (Figura 4.5b, linha contínua vermelha).

Na Eq. (4.9), o termo $D(\vec{\xi}^P, L)$ representa o decaimento exponencial gaussiano – controlado pelo fator de meia-largura L [vide Eq. (3.5) e Eq. (3.49)] – aplicado às amplitudes $A(\vec{\xi}^P)$, dentro da zona de Fresnel projetada do traço de referência $\vec{\xi}$. Assim, para cada zona de Fresnel projetada em direção à superfície, um *taper* automático é aplicado às amplitudes dos eventos dentro desta região e o resultado posicionado no ponto de referência. A função $\tau_R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)$ representa uma extrapolação local da superfície de tempo de trânsito de reflexão ao redor do ponto $\vec{\xi}$, dentro da zona de Fresnel projetada (Apêndice D). Quando o empilhamento dentro da zona de Fresnel é executado, o termo $\sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)}$ pondera essa soma de acordo com os valores de zona de Fresnel projetada, inserindo na amplitude do traço de referência as contribuições adequadas das amplitudes dos raios paraxiais, contidos nos traços vizinhos ao traço de referência.

Inserindo (4.9) em (4.8) e voltando-se ao domínio de tempo, temos

$$I(M, t) = -\frac{1}{\pi^2} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\vec{\xi}, M) \iint_{A_P} d\xi_1^P d\xi_2^P \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^P)} D(\vec{\xi}^P, L) \ddot{U}(\vec{\xi}, t + \tau_D(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P, M)). \quad (4.10)$$

A exemplo de Schleicher et al. (1993), em (4.10) $I(M, t = 0)$ é resultado da migração por empilhamento de difrações para o ponto M , em profundidade, também conhecida como “migração Kirchhoff ponderada espacialmente e diferenciada no tempo”. Novamente temos a situação em que somamos contribuições ao longo de curvas de difrações τ_D . No entanto,

algumas diferenças básicas podem ser observadas nesse novo operador de migração. Agora, os dois pontos sobre U indicam uma derivada segunda em relação ao tempo. Previamente, a escolha \dot{U} em (4.7) tinha como objetivo recuperar corretamente o pulso-fonte. No presente caso, esta segunda derivada no tempo não parece ter um significado físico; ela surge apenas como consequência direta de termos introduzido os dados sísmicos $U^*(\vec{\xi}, \omega)$ como se fosse uma sobreposição de feixes gaussianos no kernel do operador de migração.

Finalmente $\tau_D(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P, M)$ é a curva de difração relativa (Apêndice D), que considera a contribuição paraxial de eventos difratados dentro da zona de Fresnel – e que contribuem para a observação em $\vec{\xi}$ – ao longo da curva de empilhamento de difração.

4.3 ASPECTOS MATEMÁTICOS

4.3.1 Análise assintótica do operador de migração

Para entender o novo significado físico da função-peso derivada em (3.46), é preciso derivar, via análise assintótica do operador de migração [Eq. (4.10)], a mesma função-peso como se ela fosse desconhecida. Para isso, precisamos revisar a derivação assintótica vista em Schleicher et al. (1993), principalmente dos tempos de trânsito paraxiais, que consideram apenas os pontos difratadores como contribuição à imagem. Nossa ênfase principal, agora, será nas zonas de Fresnel; por isso precisamos estudar e mudar as equações de tempo de trânsito de acordo com o princípio de zona de Fresnel projetada, que permitirá o uso do conceito de feixes gaussianos. As principais equações de tempo de trânsito envolvidas na análise estacionária encontram-se descritas no Apêndice D.

Avaliar assintoticamente a integral (4.10) significa expandir (D-) em uma série de Taylor ao redor dos pontos estacionários $\vec{\xi}^*$ e $\vec{\xi}^{P*}$, de forma que

$$\phi(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P, M) = \tau_{dif}(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}, M) + \frac{1}{2}(\vec{\xi} - \vec{\xi}^*) \cdot \mathbf{H}_P(\vec{\xi} - \vec{\xi}^*) + \frac{1}{2}(\vec{\xi}^P - \vec{\xi}^{P*}) \cdot \mathbf{H}'_P(\vec{\xi}^P - \vec{\xi}^{P*}), \quad (4.11)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_P &= \frac{\partial^2 \tau_{dif}}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \\ \mathbf{H}'_P &= \frac{\partial^2 \tau_{dif}}{\partial \xi_i^P \partial \xi_j^P} \end{aligned} \quad (4.12)$$

são as matrizes hessianas de (4.11) e as quantidades primadas se referem ao espaço $\vec{\xi}^P$. Inserindo os resultados acima na integral (4.10), no domínio da frequência e usando o método

da fase estacionária (Bleistein, 1984), teremos a seguinte equação integral

$$\begin{aligned} \hat{I}(M, \omega) &= \frac{\omega^2}{4\pi^2} \sqrt{\det \mathbf{H}'_P(\vec{\xi}^{P*})} w(\vec{\xi}^*, M) N_0(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}) \exp[i\omega \tau_{dif}(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}, M)] \\ &\times \int_A d\xi_1 d\xi_2 \exp\left[\frac{i\omega}{2}(\vec{\xi} - \vec{\xi}^*) \cdot \mathbf{H}_P(\vec{\xi} - \vec{\xi}^*)\right] \int_{A_F} d\xi_1^P d\xi_2^P \exp\left[\frac{i\omega}{2}(\vec{\xi}^P - \vec{\xi}^{P*}) \cdot \mathbf{H}'_P(\vec{\xi}^P - \vec{\xi}^{P*})\right], \end{aligned} \quad (4.13)$$

onde

$$N_0(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}) = D_2(\vec{\xi}^{P*}, L) \frac{\mathcal{R}_C(\vec{\xi}^*) \mathcal{A}_C}{\mathcal{L}}. \quad (4.14)$$

Resolvendo as integrais [vide Eq. (3.40)], teremos

$$\begin{aligned} \hat{I}(M, \omega) &= \frac{\omega^2}{4\pi^2} \sqrt{\det \mathbf{H}'_P(\vec{\xi}^{P*})} w(\vec{\xi}^*, M) N_0(\vec{\xi}^{P*}, \vec{\xi}^*) \exp[i\omega \tau_{dif}(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}, M)] \\ &\times \left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^2 \frac{1}{\sqrt{\det \mathbf{H}'_P(\vec{\xi}^{P*})} \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^*)}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Cancelando os termos simétricos, chegaremos a seguinte expressão

$$\hat{I}(M, \omega) = \frac{w(\vec{\xi}^*, M) N_0(\vec{\xi}^{P*}, \vec{\xi}^*) \exp[i\omega \tau_{dif}(\vec{\xi}^*, \vec{\xi}^{P*}, M)]}{\sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^*)}}. \quad (4.16)$$

Exceto quanto ao deslocamento de fase de 90° representado por $\exp[i\frac{\pi}{2}]$, (4.16) representa a mesma solução dada em Schleicher et al. (1993). A assinatura da matriz \mathbf{H}_P está implícita. Por sua vez, $w(\vec{\xi}^*, M)$ precisa apenas corrigir o resultado do espalhamento geométrico, da mesma forma vista em Schleicher et al. (1993), porém levando em consideração que as fases independem do número de cáusticas no caminho do raio central. Dessa forma, justificamos a escolha de função-peso (3.46) ao invés do função-peso numérica descrita por Klimês (1984) e Červený (2001), pois sua inserção em (4.10) e posterior análise assintótica em 4 variáveis resulta em (4.16), que é o mesmo resultado dado em Schleicher et al. (1993), quando $Im[\mathbf{H}_P] = 0$ [vide Eq. (4.15)].

4.4 RESPOSTA AO IMPULSO E PONTO DIFRATOR

4.4.1 Resposta ao impulso

Antes de testar um algoritmo de migração em qualquer tipo de dado, sua resposta impulsiva precisa ser testada. Como já foi visto anteriormente neste capítulo (vide Figura

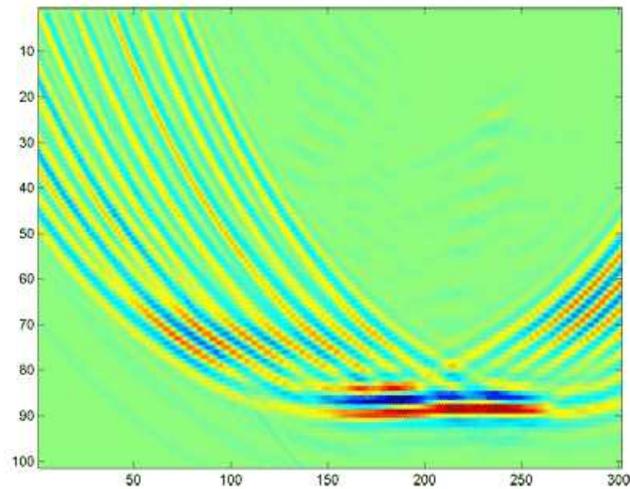


Figure 4.6: Oito elipses de migração usadas para formar a imagem de um refletor plano em profundidade. Os eixos vertical e horizontal encontram-se sem escala.

4.1), a resposta ao impulso do operador de migração Kirchhoff é representada por uma elipse, com os focos nas posições de fontes e geofones. Isso significa que os “candidatos” a pontos de reflexão podem possuir até aproximadamente 90° de mergulho. Por outro lado, devido ao efeito de “espalhamento” no ponto de reflexão quando da propagação do campo de ondas^{4,3}, o operador procura na sua vizinhança contribuições para a imagem no ponto de interesse. Como vários traços são migrados em sucessão, o efeito de interferência cancela contribuições fora de fase e intensifica aquelas contribuições que se encontram em fase. O resultado final são pontos alinhados ao longo de uma curva e/ou superfície, i.e., sobre o refletor (Figura 4.6).

Na Figura 4.7a, representamos um sismograma composto de um único evento no tempo, i.e., um impulso no domínio do tempo. A aplicação do algoritmo KGB-PSDM sobre este impulso nos leva ao resultado observado na Figura 4.7b. Novamente a resposta impulsiva do operador é elíptica, devido ao fato do algoritmo ser essencialmente Kirchhoff, porém vemos que o caráter elíptico da curva se restringe mais acentuadamente a uma zona próxima do ponto difrator, localizado em $z = 1000m$, para o ponto médio $x = 1250m$. Esta região se refere à zona de Fresnel do ponto espalhador de energia e é o resultado da contribuição dos traços vizinhos ao traço de referência. Isso nos indica que o algoritmo KGB-PSDM procura imagear “zonas” próximas ao ponto de difração e não somente o ponto difrator. Em conjunto

^{4,3}Em inglês, isso se chama “*smear*”, i.e., quando parte da energia do campo de onda incidente se espalha ao redor do ponto de reflexão.

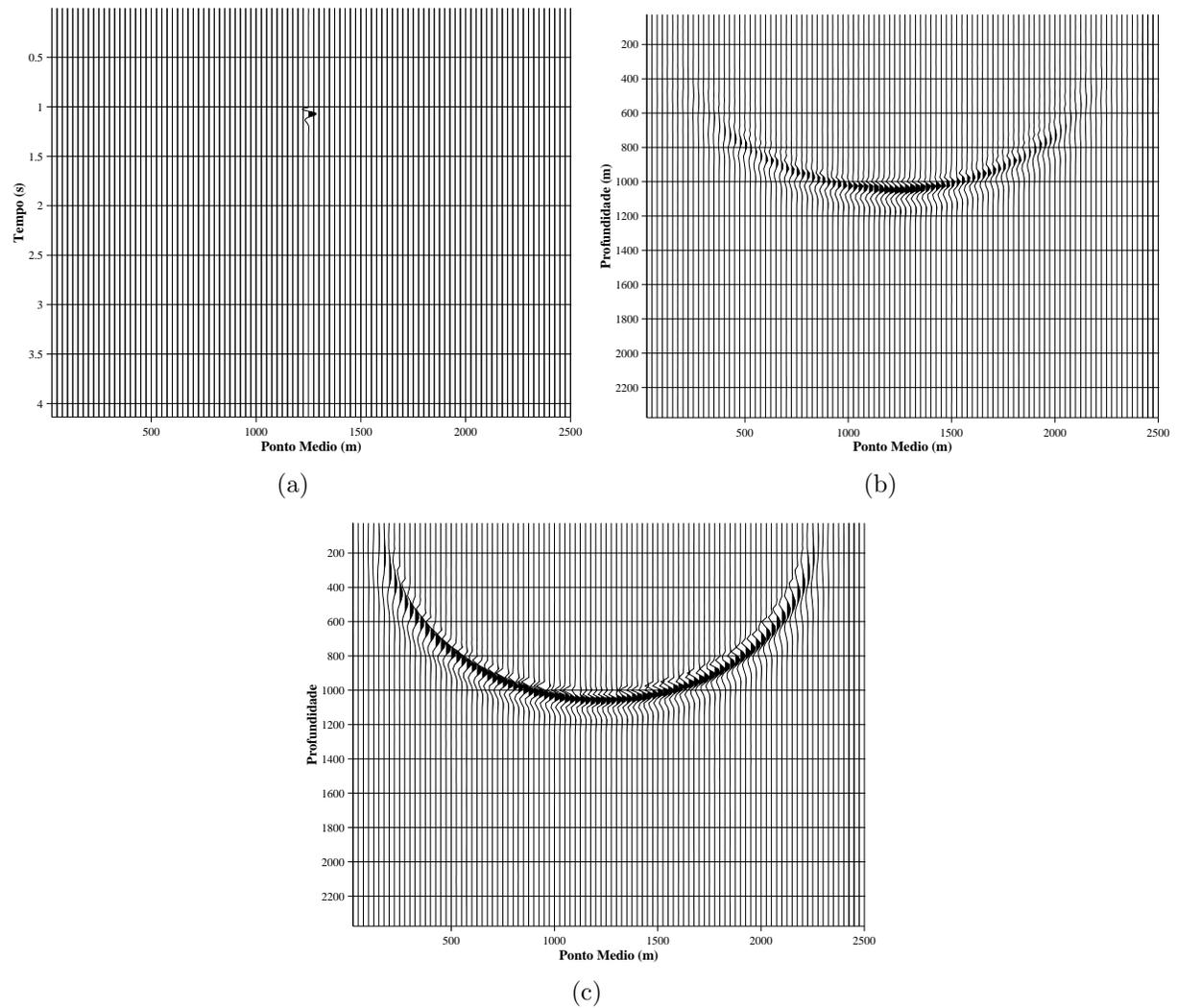


Figure 4.7: Comparação das respostas ao impulso dos operadores KGB-PSDM e Kirchhoff-PSDM. (a) Impulso no domínio do tempo. (b) Resposta impulsiva do operador, mostrando a elipse de migração. Notar que, apesar da forma elíptica do operador, há um reforço apenas nas proximidades da zona de Fresnel, onde se encontra o ponto difrator. (c) Resposta ao impulso do operador Kirchhoff-PSDM

com as zonas de outros pontos difratores vizinhos, o envelope de todas as zonas reunidas formará a imagem final do refletor a ser imageado. Para efeitos comparativos, na Figura 4.7c vemos a resposta ao impulso do operador Kirchhoff-PSDM.

Para eventos com mergulho, é preciso fazer uma estimativa da inclinação do refletor. Isso dependerá de alguns fatores que serão, entre outras coisas, discutidos no Capítulo 5. Mas como a princípio o ângulo de mergulho do refletor é desconhecido *durante* o processo de migração, é necessário assumir algumas hipóteses:

1. Assumir que podem existir vários eventos no tempo com diferentes mergulhos em um ponto $(\vec{\xi}, t)$ no volume de dados;
2. Pressupor que para cada ângulo de mergulho existe uma frequência de interferência que está relacionada ao tamanho do raio da zona de Fresnel projetada;
3. Assumir que, para cada um desses ângulos de mergulho, raios de zona de Fresnel de diferentes tamanhos existem, e podem ser considerados para o imageamento;
4. Considerar que cada evento com mergulho dentro da seção sísmica é equivalente a uma linha radial no domínio da frequência-número-de-ondas (Hale, 1984).

Assim, para o considerar o efeito do mergulho ou inclinação do refletor no tamanho do raio da zona de Fresnel, introduzimos no Capítulo 5 uma soma na frequência para todos os eventos com mergulho no operador KGB-PSDM. Em todo caso, mesmo que o evento apresente mergulho e haja diferentes tamanhos de raios de zona de Fresnel, a resposta do operador ao impulso continua sendo elíptica (Lüth et al., 2005).

4.4.2 Ponto difrator

Agora testemos a resposta do operador em relação a um ponto difrator em profundidade. A Figura 4.8a nos mostra uma seção sísmica devido a um ponto difrator em profundidade. A curva representa uma hipérbole de difração para um ponto localizado em uma profundidade de $1000m$, sendo que o meio acima do mesmo é homogêneo, com velocidade constante de $2000m/s$. Neste exemplo, usamos um pulso de fase mínima do tipo Ricker, com período total de $50ms$ para uma frequência dominante de $50Hz$.

Na Figura 4.8b vemos o resultado da migração KGB-PSDM para um evento difrator. Como esperado, o processo de migração colapsa a curva de difração, e o resultado é posicionado em profundidade. No caso específico do algoritmo KGB-PSDM, a imagem mostra uma zona e não um foco. Isso mostra que o nosso algoritmo, baseado em feixes gaussianos, procura localizar “zonas” e não focos, como o operador Kirchhoff tradicional (Figura 4.8c).

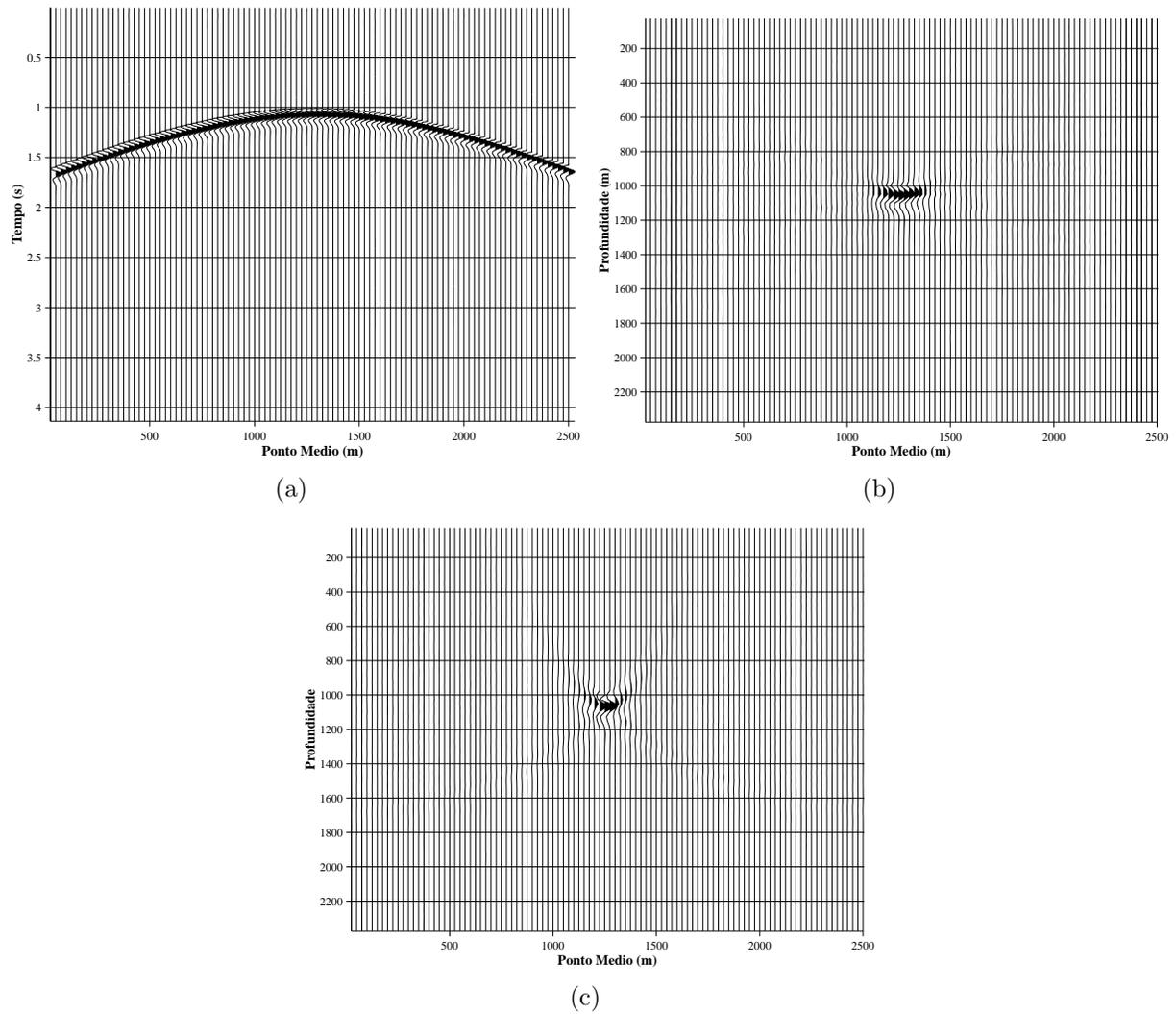


Figure 4.8: Migração de um ponto difrator. (a) Seção sísmica sintética (dado de entrada), mostrando uma hipérbole de difração. (b) Migração de um evento difrator: como esperado, o operador KGB-PSDM colapsa a hipérbole para um foco, no ápice da curva. No presente caso, porém, vemos que o foco em si é maior em tamanho e, na realidade, representa uma zona de Fresnel. (c) Migração Kirchhoff-PSDM para o ponto difrator.

4.5 ALGORITMO E FLUXOGRAMA DE MIGRAÇÃO KGB-PSDM

Nesta seção mostramos o algoritmo e o fluxograma com o qual se realiza a migração KGB-PSDM (Figura 4.9).

O algoritmo pode ser sumarizado da seguinte maneira:

- Em um volume de dados sísmicos 3D $U(\vec{\xi}, t)$ selecionamos seções em ponto médio comum (CMP).
- Cada traço da seção CMP é derivado em relação ao tempo. Nos casos de dados 2D e 2.5D, se usa a meia-derivada anti-causal.
- Tomando o macro-modelo de velocidades previamente estabelecido para os dados sísmicos em consideração, se executa os traçamentos cinemáticos e dinâmicos, respectivamente, para cada ponto M dentro do modelo, em relação a cada coordenada $\vec{\xi}$ de cada traço sísmico. Com estes traçamentos, são determinados os tempos de trânsito, amplitudes e se calcula os elementos referentes ao volume de Fresnel, bem como os parâmetros referentes ao feixe gaussiano, como a matriz de meia-largura \mathbf{L} e as matrizes de parâmetros do feixes ϵ_1 e ϵ_2 . No caso 2D, essas quantidades são representadas pelas quantidades escalares L , ϵ_1 , ϵ_2 .
- Em um espaço de imagem, considerando cada ponto M dentro do mesmo, se constrói a curva de Huygens $\tau_D(\vec{\xi}, M)$ em relação a cada coordenada $\vec{\xi}$ de cada traço sísmico, considerando os tempos de trânsito e amplitudes previamente determinadas através dos traçamentos cinemáticos e dinâmicos.
- A seguir, usando uma estimativa do raio da zona de Fresnel projetada em relação a cada coordenada $\vec{\xi}$, para cada ponto M em consideração, se executa um empilhamento ao longo da curva $\tau_R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)$ (Figura 4.5), para cada coordenada $\vec{\xi}^P$ dentro da A_P da coordenada $\vec{\xi}$. O empilhamento dentro de A_P pondera as amplitudes dos eventos de reflexão através de uma gaussiana centrada em $\vec{\xi}$, cuja largura é determinada pelo parâmetro de meia-largura \mathbf{L} .
- O resultado do empilhamento $U[\vec{\xi}, t = \tau_R(\vec{\xi}, \vec{\xi}^P)]$, para cada $\vec{\xi}^P$ dentro de A_P , é atribuído a $U[\vec{\xi}, t = \tau_D(\vec{\xi}, M)]$. Em seguida, esse resultado é atribuído a M , em profundidade.

Todo esse processo é sumarizado pelo fluxograma a seguir (Figura 4.9). O *loop* na frequência se justifica pelo conteúdo de frequência nos dados, conforme será visto no Capítulo 5.

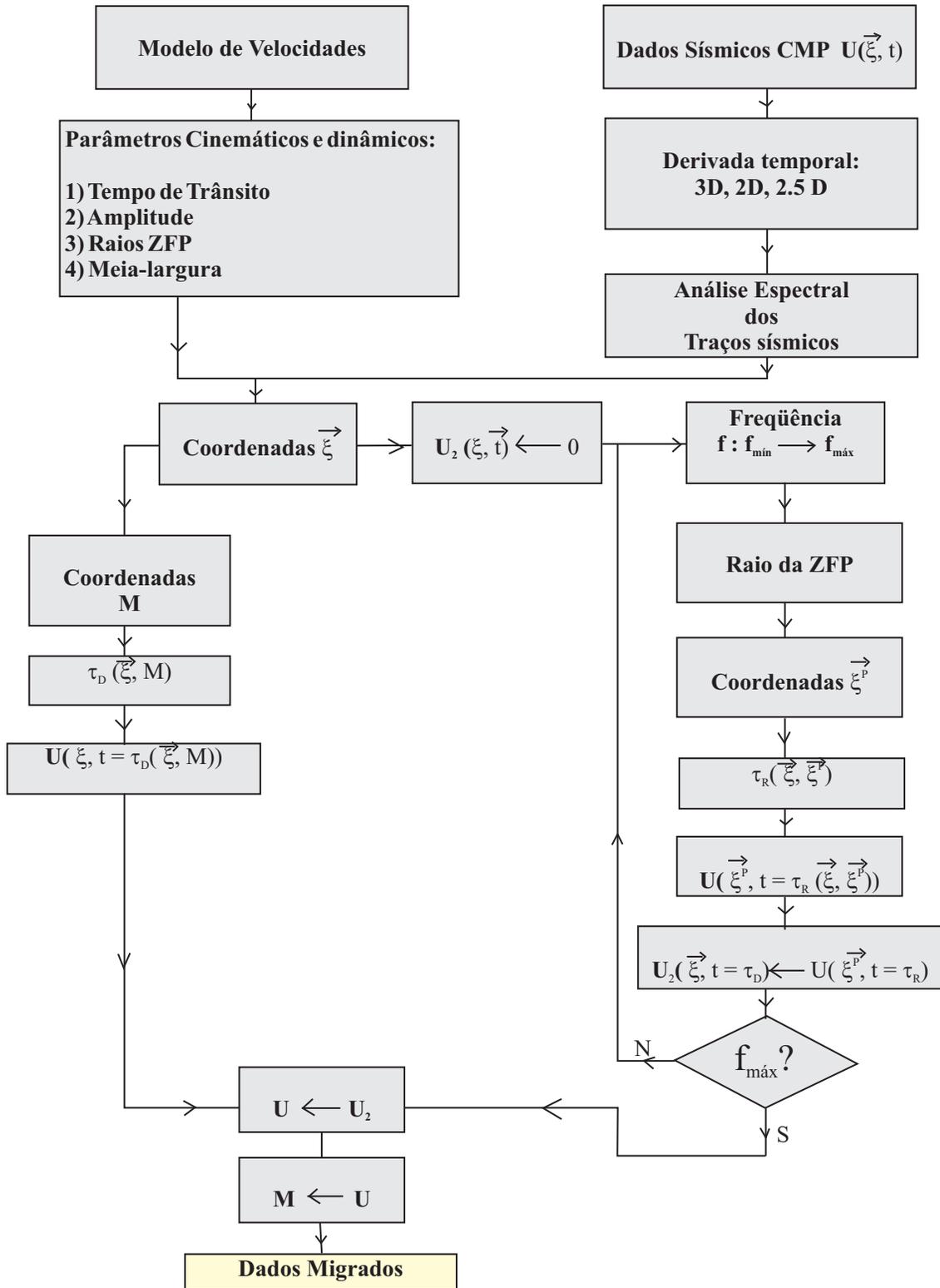


Figure 4.9: Diagrama de blocos para a migração KGB-PSDM.

5 APLICAÇÃO EM DADOS SINTÉTICOS

Neste capítulo, aplicaremos a Eq. (4.10) em exemplos sintéticos para efeito de imageamento de tipos de refletores clássicos encontrados em prospecção geofísica.

A seguir consideramos o meio mais simples de Terra (meio homogêneo) e, através de dados sísmicos em afastamento finito, obtidos através de um esquema de modelagem Kirchhoff, perfazemos a migração de refletores clássicos comumente encontrados em exploração sísmica. Neste primeiros exemplos discutimos as diferenças observadas em cada imagem quanto à presença de artefatos e resolução lateral dos refletores imageados. Escolhemos como principais tipos de refletores camadas planas horizontais e mergulhantes, e refletores curvos, tais como sinclinais e anticlinais. Nesses refletores, calculamos os coeficientes de reflexão em verdadeira amplitude e comparamos os resultados com os resultados obtidos através de modelagem Kirchhoff, o presente algoritmo (KGB-PSDM) e a migração Kirchhoff em verdadeira amplitude (Schleicher et al., 1993).

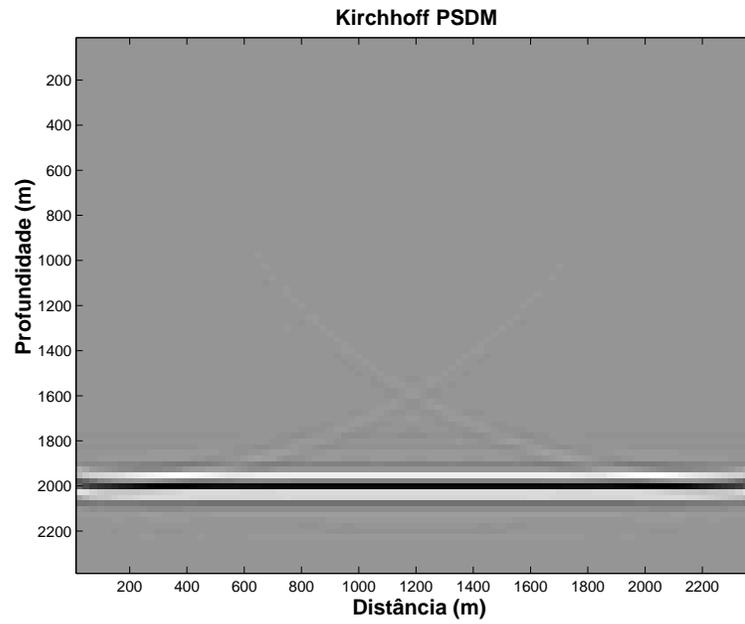
A seguir, ainda usando o modelo de um meio homogêneo, consideramos o imageamento de estruturas curvas, tais como sinclinais e anticlinais, e refazemos a análise de amplitude apenas para efeito de comparação entre a migração KGB-PSDM e a migração Kirchhoff em verdadeira amplitude. Por fim, analisamos o efeito do conteúdo de frequência presente nos dados. Como complemento ao caso do meio homogêneo constante, estudamos o caso de um meio onde temos um gradiente de velocidade constante.

Para efeito prático, nos primeiros exemplos deste capítulo as migrações realizadas foram do tipo 2.5D, onde os fatores intra-planos foram adequadamente introduzidos, tanto na modelagem dos dados como no imageamento, a fim de simular as amplitudes dos eventos de reflexão. O operador KGB-PSDM 2.5D é discutido no Apêndice E. A seguir, testamos o mesmo processo de migração em dois modelos mais complexos com dados sísmicos 2D. Finalmente, testamos o algoritmo nos dados sísmicos sintéticos Marmousi (Versteeg, 1994), como forma de aferir o imageamento em meios geológicos com grande complexidade estrutural.

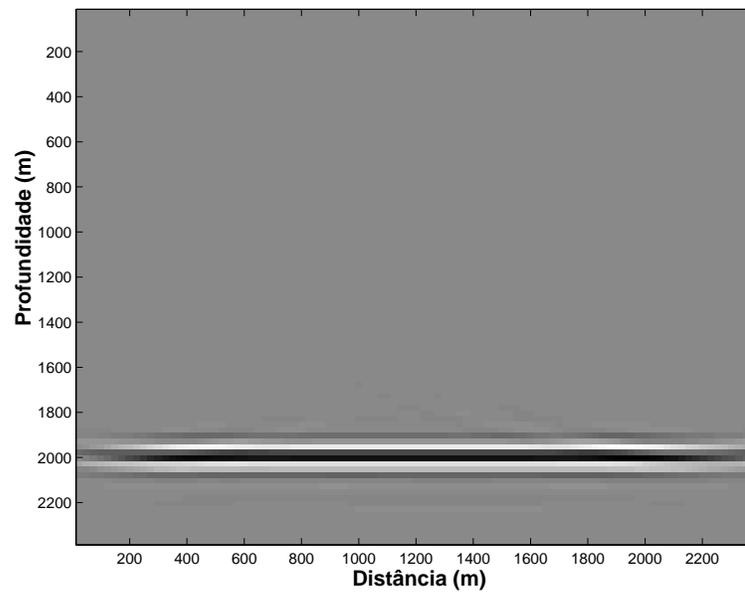
5.1 MEIO HOMOGENEO

5.1.1 Refletores planos horizontais e mergulhantes

No primeiro exemplo, consideramos a existência de um refletor plano e horizontal em profundidade, localizado em $z=2000\text{m}$. Na camada superior consideramos como velocidade da onda compressional o valor de 2000 m/s , sobre um semi-espaço infinito onde a velocidade é de 3500 m/s . Na superfície acima deste refletor efetuamos uma aquisição de dados sísmicos em afastamento comum, com meio-afastamento de $h=12.5\text{m}$, sendo 95 geofones dispostos ao

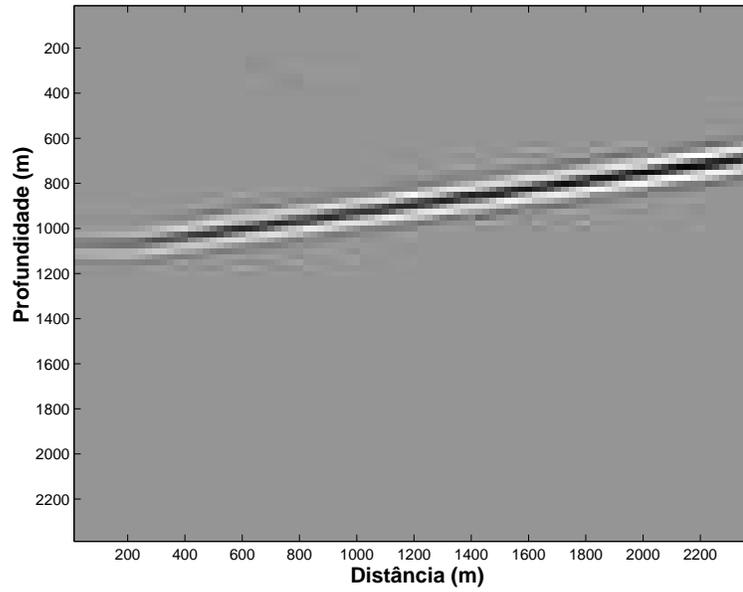


(a)

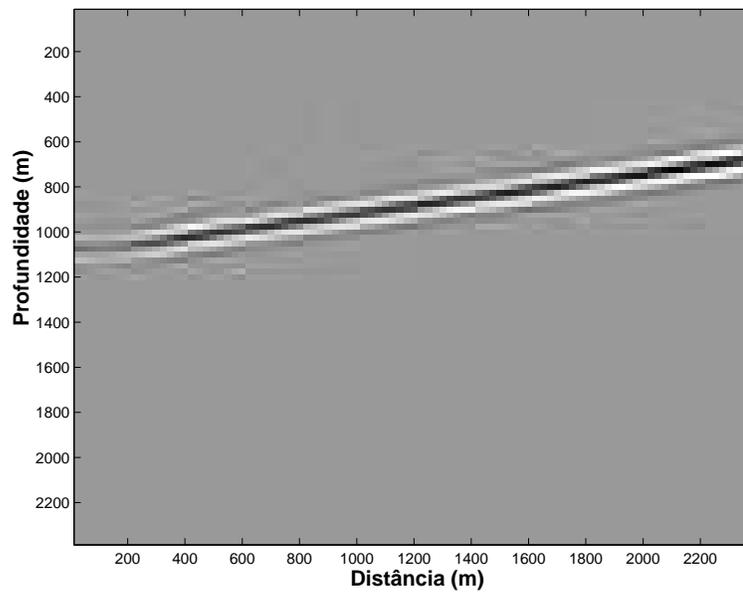


(b)

Figure 5.1: (a) Migração Kirchhoff em verdadeira amplitude para um refletor plano horizontal posicionado à $z=2000\text{m}$. (b) Migração KGB-PSDM de um refletor plano horizontal. Imagem obtida usando as zonas de Fresnel projetadas.



(a)



(b)

Figure 5.2: Migração KGB-PSDM de um refletor mergulhante: (a) Imagem obtida usando as zonas de Fresnel projetadas. (b) Imagem obtida usando a migração Kirchhoff em verdadeira amplitude.

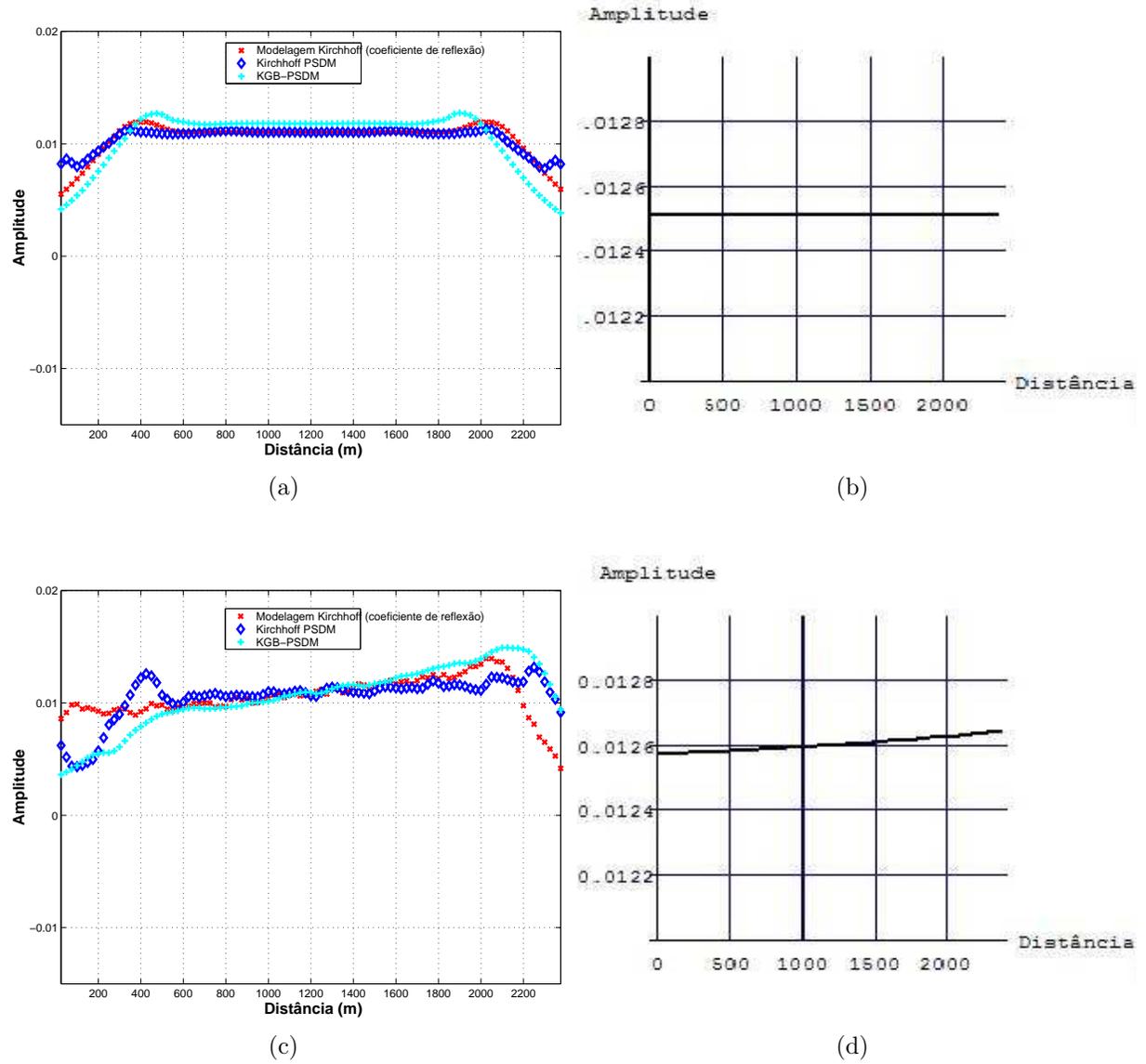


Figure 5.3: Comparação de amplitudes: (a) Refletor plano. (b) Valores teóricos das amplitudes para o refletor plano. (c) Refletor inclinado em 7° para a esquerda. (d) Valores teóricos das amplitudes para o refletor mergulhante.

logo de 3275m de extensão. Na Figura 5.1a vemos o resultado da migração Kirchhoff em verdadeira amplitude para este refletor. Como usamos a velocidade verdadeira de migração, a estrutura encontra-se localizada em sua posição correta em sub-superfície. Como esperado, os artefatos de migração ocorrem em ambas as bordas do refletor, devido à abertura insuficiente dos dados nestas posições, resultando em um valor de amplitude correspondente à metade do valor da amplitude encontrada para pontos distantes da borda da estrutura (Hertweck et al., 2003).

Na Figura 5.1b, temos o resultado da migração usando a Eq. (4.10) através do uso das zonas de Fresnel projetada. Nela, não é mais visto os efeitos de borda – no presente caso, estes efeitos são eliminados automaticamente no processo de imageamento. Porém, podemos notar algumas diferenças em relação às amplitudes tanto nas bordas como em pontos distantes das bordas. Nas bordas, a amplitude não é reconstruída completamente, a exemplo da migração Kirchhoff tradicional, porém a perda parece ser maior do que o processo anterior. No restante do refletor, a amplitude é reconstruída de uma maneira uniforme; no entanto, a mesma parece ser maior em relação à amplitude reconstruída pelo processo Kirchhoff.

No segundo exemplo, temos um refletor plano mergulhando 7° para a esquerda (Figura 5.2). Na Figura 5.2a temos a migração usando as zonas de Fresnel projetadas, enquanto na Figura 5.2b, temos o resultado da migração Kirchhoff com verdadeira amplitude. Novamente uma das principais diferenças entre as duas imagens é a (quase) total ausência de artefatos nas bordas da imagem da estrutura, sendo o mesmo eliminado automaticamente pelo processo de migração com feixes gaussianos. O que vemos no alto da Figura 5.2a se deve, provavelmente, a ruído numérico. No canto esquerdo de ambas as imagens observa-se, nos dois casos, uma perda de resolução, em conjunto com a má reconstrução da amplitude.

Quanto às amplitudes, em ambas as imagens parece haver algumas diferenças em relação a cada tipo de refletor considerado. No caso do refletor horizontal, visualmente as amplitudes mostram um comportamento contínuo ao longo de todo refletor, porém próximo às bordas a resolução parece diminuir. Este fato pode estar relacionado à influência da quantidades de traços somados próximos às bordas, dentro da zona de Fresnel projetada. Em ambas as bordas, somente metade dos traços são somados nesses locais. Por outro lado, no caso do refletor mergulhante, este fato não parece influenciar o resultado final. Tanto na borda direita como na borda esquerda as amplitudes reconstruídas pelo processo KGB-PSDM se comparam ao processo Kirchhoff PSDM. Na Figura 5.3 fazemos uma comparação das amplitudes estimadas e teóricas para os refletores horizontal e mergulhante, respectivamente. As amplitudes foram coletadas automaticamente ao longo dos pontos-médios das

seções migradas em profundidade e os resultados comparados aos valores teóricos segundo a equação simplificada de Shuey (1985) para a aproximação acústica, considerando h e os ângulos de incidência/reflexão fixos. Os termos de gradiente e intercêpta da equação de Shuey são facilmente obtidos considerando apenas os valores de ondas P do modelo (Castagna et al., 1998), sendo que os valores de impedância acústica não dependem da variação das densidades através das interfaces, pois as mesmas são nulas nestes exemplos. No caso do meio homogêneo, é fácil mostrar geometricamente que o ângulo de incidência/reflexão associado a h nestes exemplos é aproximadamente igual a $0, 18^\circ$, e assim se mantém fixo porque é sempre estimado em relação a um eixo vertical no ponto de incidência. No caso do refletor plano, este eixo vertical é igual ao eixo normal ao refletor no ponto de incidência; porém no caso de um refletor plano mergulhante o eixo normal difere em direção do eixo vertical por um valor igual ao ângulo de mergulho. No entanto, a relação geométrica não muda, o que permite estimar os fatores angulares baseados nos valores de h e de profundidade z do refletor.

Nas Figuras 5.3a e 5.3c, as curvas em vermelho representam as amplitudes estimadas a partir da modelagem Kirchhoff 2.5D. Verificar que por causa disso um efeito de borda é visível na curva das amplitudes. As demais curvas sob a forma de diamantes e cruzes são as amplitudes estimadas através das migrações em verdadeira amplitude dos processos Kirchhoff-PSDM e KGB-PSDM, respectivamente. Por comparação, nas Figuras 5.3b e 5.3d mostramos as amplitudes obtidas teoricamente através da equação de Shuey. As amplitudes foram ajustadas e plotadas em uma escala adequada para o efeito de comparação.

No caso do refletor horizontal, observamos uma concordância nos *trends* das amplitudes, sendo que o processo KGB-PSDM “visualmente” superestima as amplitudes em, pelo menos, 25-30% das amplitudes ao longo de todo refletor e distante das bordas. Consideramos que essa estimativa se deva ao empilhamento de mais informação para cada ponto em profundidade devido à contribuição da vizinhança. Nas bordas, ocorre um subestimação das amplitudes, em concordância com as estimativas visuais anteriores. No entanto, a concordância nos *trends* é excelente. Para o caso do refletor mergulhante, a situação que aparentemente parecia melhor visualmente do que no caso do refletor horizontal, agora mostra um subestimação inicial na borda esquerda, seguida de uma concordância direção acima, terminando em uma sobrestimação na borda direita. O *trend* das amplitudes, entretanto, é excelente.

5.1.2 Refletores curvos

Neste caso consideramos a existência de um refletor curvo, sob a forma de um sinclinal visto em *strike*, localizado à profundidade de $z=1000\text{m}$, onde o fundo de sua calha alcança a profundidade de $z=1250\text{m}$. Neste caso, as amostragens consideradas nas direções x e z foram

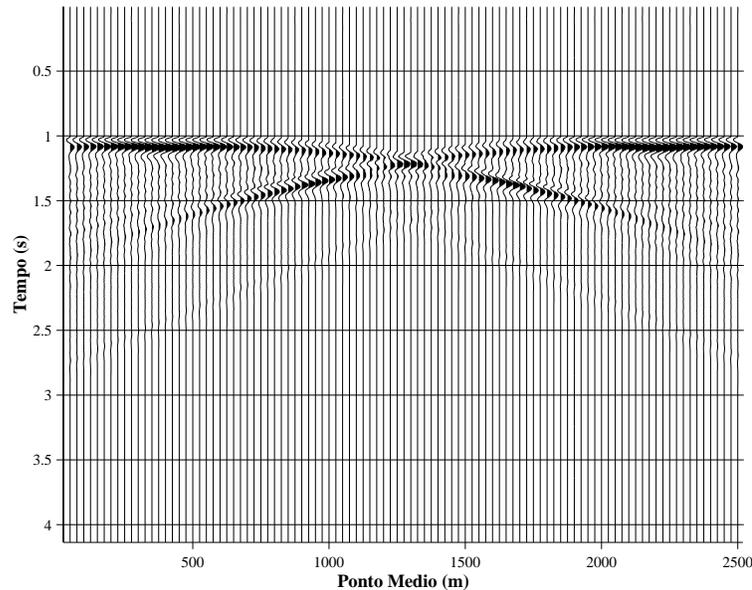


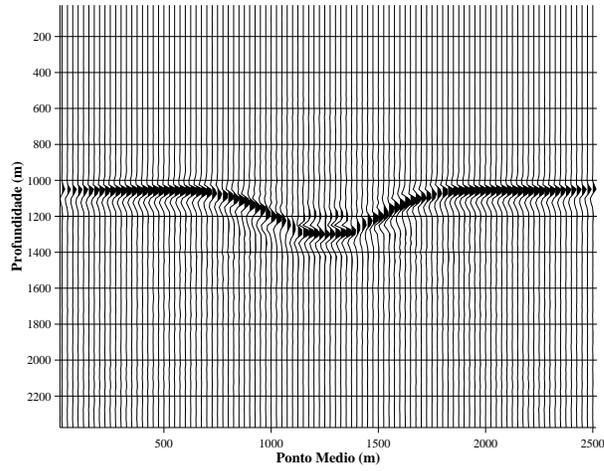
Figure 5.4: Sismograma sintético (dado de entrada) para o teste de migração de um refletor curvo.

$\Delta x = \Delta z = 25\text{m}$. O modelo de velocidades, bem como o número de pares fonte-receptor, é o mesmo do exemplo anterior.

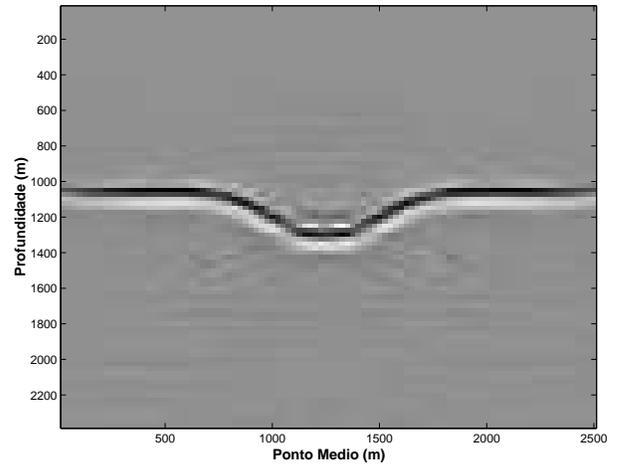
Na Figura 5.4 vemos o sismograma sintético (dado de entrada) usado no presente exemplo. Este dado foi gerado através de um código de modelamento do tipo Kirchhoff 2.5D, com $2h=25\text{m}$, para uma frequência dominante de $f=50\text{Hz}$. O pulso utilizado foi um pulso Ricker de fase mínima, com período total de duração de 50ms .

Nas Figuras 5.5a e 5.5b vemos os resultado da migração KGB-PSDM. Considerando que o modelo de velocidade utilizado foi o verdadeiro, o processo de migração posicionou corretamente o refletor em sua posição em profundidade. As Figuras 5.5c e 5.5d são equivalentes às imagens anteriores, porém usando a migração Kirchhoff tradicional. Nos sismogramas, não é possível perceber mudanças sutis, porém nas imagens é possível perceber uma sensível diminuição do número de artefatos e diferenças em termos de amplitude.

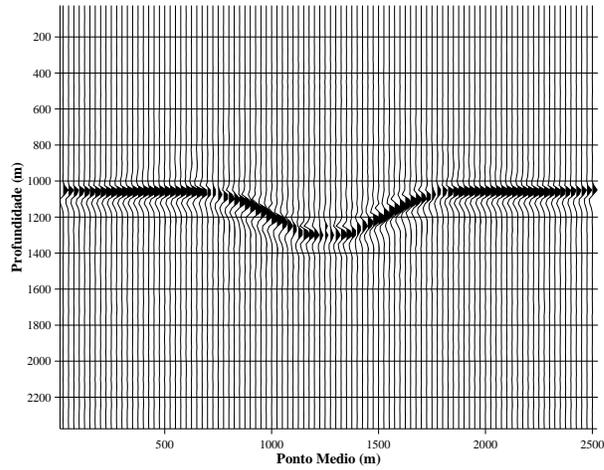
Para efeitos qualitativos, a Figura 5.6 mostra a comparação entre as amplitudes de picos coletadas ao longo do refletor em sinclinal, considerando os dois processos de migração. Diferentemente do exemplo dos refletores planos, não comparamos o resultado das amplitudes em relação ao processo de modelagem em si, uma vez que o modelo em sinclinal apresenta mais de uma chegada simples em vários geofones que registram as chegadas de reflexões de áreas referentes à calha da estrutura. De fato, existem até três chegadas advindas da região da calha (cf. Figura 5.4), e para efeito de comparação de amplitudes, essas chegadas devem ser



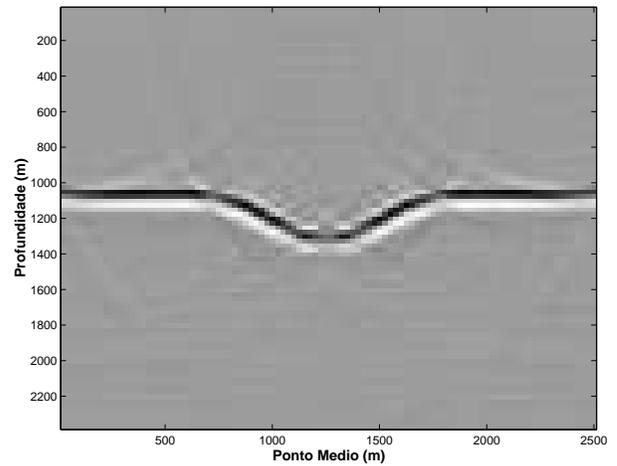
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5.5: Refletor curvo. (a) Migração KGB-PSDM. (b) Imagem KGB-PSDM. (c) Migração Kirchhoff PSDM. (d) Imagem Kirchhoff PSDM.

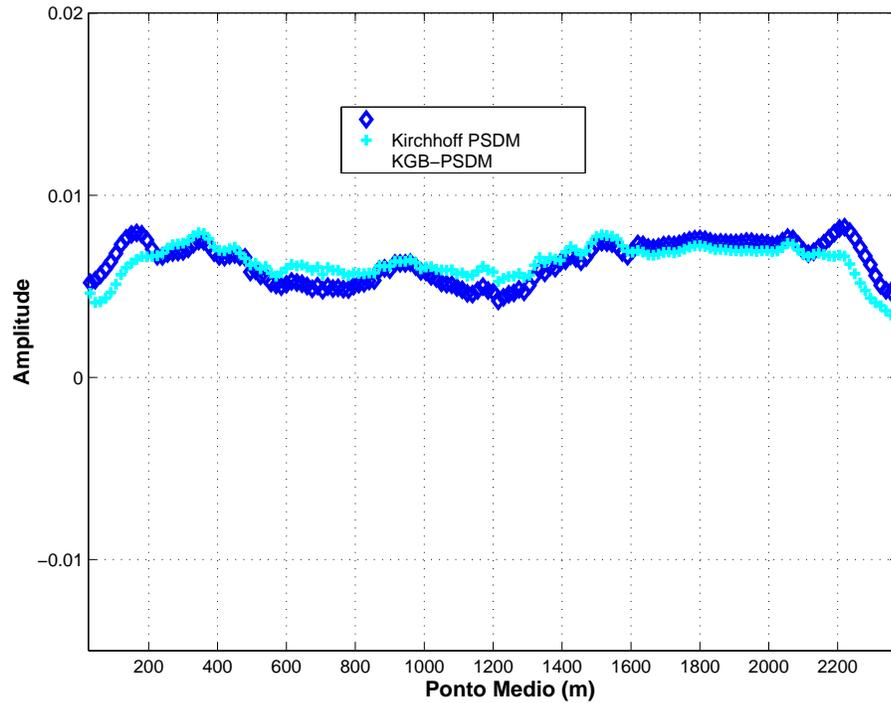


Figure 5.6: Comparação de amplitudes para o modelo em sinclinal.

isoladas das outras (Tygel et al., 1998), a fim de compará-las com as amplitudes preservadas durante o processo de migração. Assim, na Figura 5.6 comparamos apenas as amplitudes obtidas pelos dois processos de migração. A habilidade do algoritmo KGB-PSDM é, portanto, testada em modelos onde cáusticas e múltiplas chegadas são comuns em regiões onde existe uma focalização do campo de ondas. No presente caso, observamos que ocorre uma excelente concordância entre os *trends* das curvas de amplitudes, com algumas particularidades isoladas. De um modo geral, ao longo de todo o refletor, as amplitudes advindas do processo KGB-PSDM mostram-se equivalentes ao processo Kirchhoff tradicional. No lado esquerdo da curva observamos uma pequena sobrestimação nas amplitudes KGB-PSDM em relação a Kirchhoff, embora com uma concordância excelente em relação aos *trends*. No lado direito, por sua vez, observamos uma subestimação de amplitudes. No entanto, novamente ambos os *trends* se acham em excelente concordância.

Portanto, para o caso de refletores curvos em um meio homogêneo, o algoritmo KGB-PSDM consegue o imageamento com o preservação das amplitudes.

O tamanho do raio da zona de Fresnel também influencia na imagem final. Na Figura 5.7 temos uma comparação entre as imagens adquiridas usando a migração Kirchhoff e a migração KGB-PSDM para alguns tamanhos de zona de Fresnel diferentes. Os resultados

nos mostram que o aumento gradativo no tamanho do raio da zoza de Fresnel projetada acarreta um descréscimo na resolução da imagem. Apesar de sutis, estas diferenças existem e não podem desprezadas.

5.1.3 Variação com o conteúdo de frequência do dado

Nesta seção discutimos um ponto importante que advém do fato das zonas de Fresnel serem quantidades dependentes da frequência. Em uma modelagem numérica, a determinação das zonas de Fresnel depende das posições das mesmas em profundidade, da geometria de aquisição dos dados e da frequência dominante da fonte sísmica (Schleicher et al., 1997; Schleicher et al., 2004). Os valores referentes aos tamanhos das zonas de Fresnel dependem das posições em profundidades (sobre os refletores) porque, para cada ponto a ser imageado sobre um refletor de interesse, as quantidades dinâmicas representadas pelos elementos da matriz propagadora de Bortfeld (ou os elementos da matriz propagadora centrada no raio) dependem do TDR calculado ao longo do caminho de um raio central, e por isso variam de ponto a ponto. Conseqüentemente, as curvaturas dos refletores influenciam nos tamanhos das zonas de Fresnel (Schleicher et al., 1997). Assim, apesar da frequência dominante do sinal, as diversas zonas de Fresnel sobre várias partes do refletor podem ser “mascaradas” pelo conteúdo de frequência dominante do dado sísmico. Em conjunto com a geometria de aquisição dos dados, ao longo de um mesmo refletor teremos várias zonas de Fresnel, com diferentes “frequências” de imageamento. Logo, embora até um certo ponto as quantidades dinâmicas que são usadas para o cálculo das zonas de Fresnel sejam controladas durante o imageamento (i.e., elas são calculadas previamente para cada ponto do espaço da imagem), é razoável supor que várias zonas de Fresnel se formem ao longo de um mesmo refletor, em diferentes partes do mesmo, onde as curvaturas diferem umas das outras. Portanto, ao serem projetadas em direção à superfície de aquisição, também estão presentes nos dados sísmicos. Isso significa que este conteúdo de frequência, além do conteúdo do sinal, deve ser considerado durante o processo de migração. Ilustraremos esse efeito para o caso do modelo de sinclinal, com afastamento $2h=15\text{m}$.

Na Figura 5.8, mostramos três exemplos de imageamento para o mesmo modelo geológico usando diferentes frequências para o cálculo das zonas de Fresnel. Na Figura 5.8a, a frequência dominante do sinal é de 10Hz e somente as partes planas do sinclinal foram corretamente imageadas; a parte curva do refletor (calha) não foi vista pelo operador de migração. Isso enfatiza o fato de que as zonas de Fresnel nas partes planas apresentam valores diferentes do valores referentes às partes curvas, dentro da calha. Essas frequências são mais altas (i.e., os tamanhos das zonas de Fresnel na calha da estrutura devem ser menores) e a

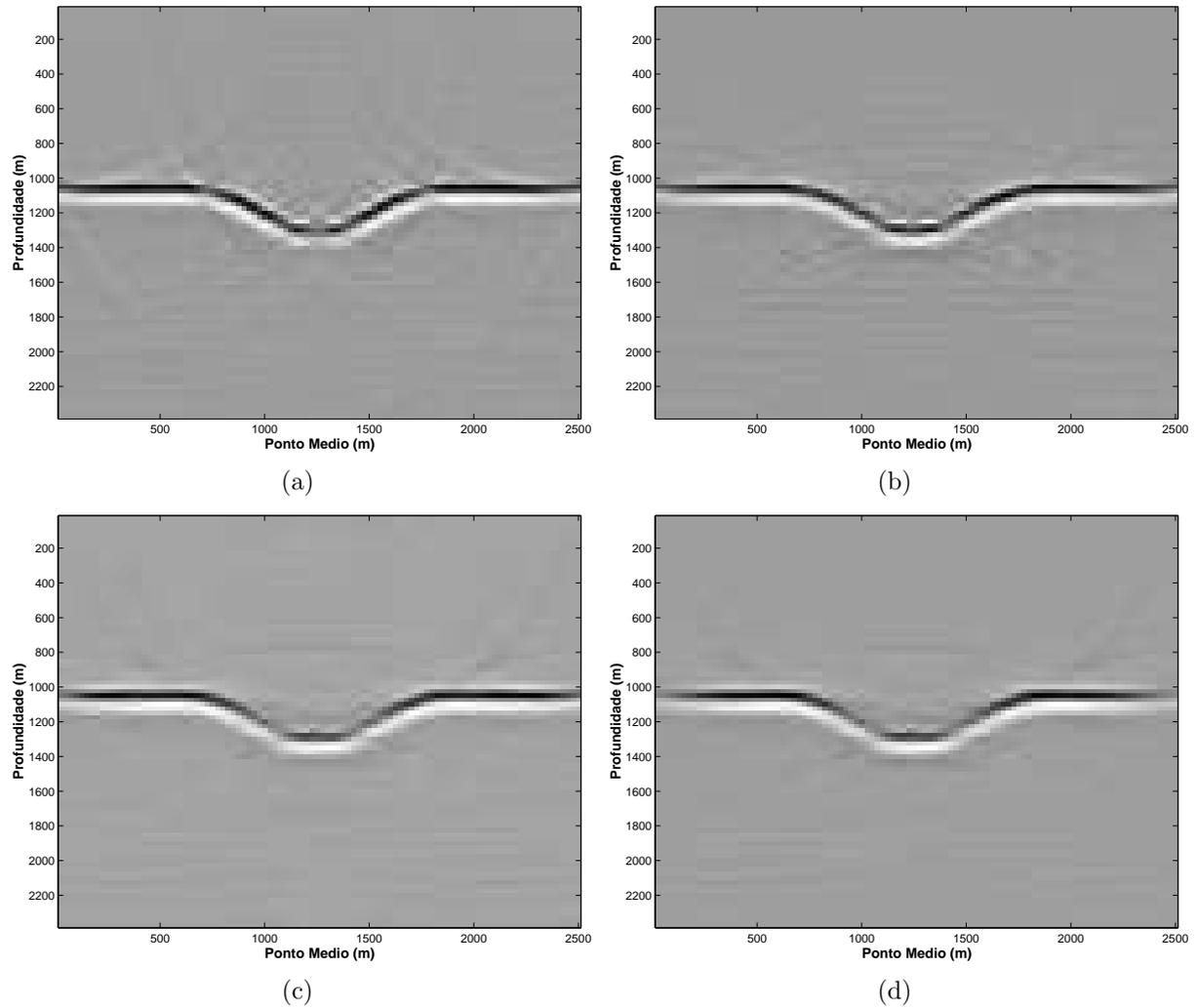
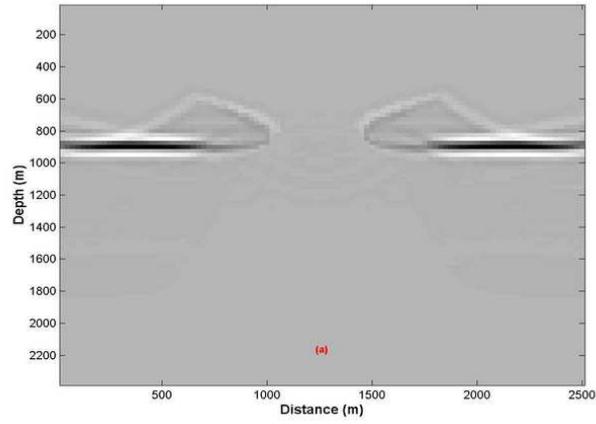
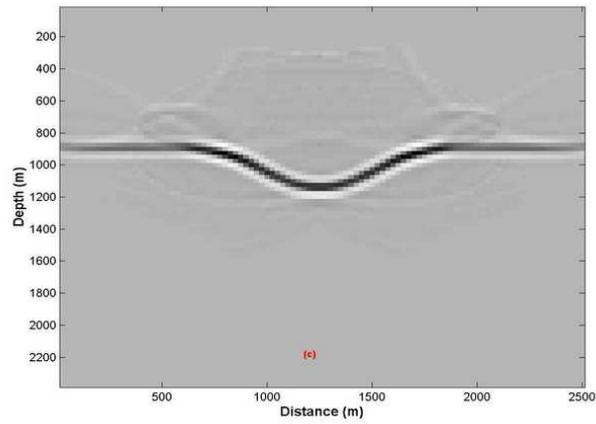


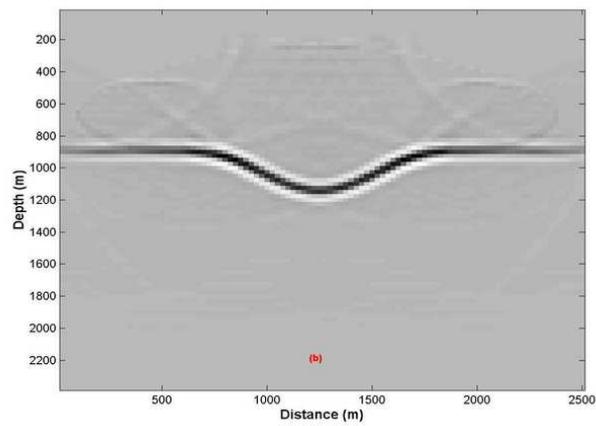
Figure 5.7: Imageamento usando diferentes tamanhos de raio de zona de Fresnel projetada. (a) Imagem Kirchhoff-PSDM. (b) Imagem KGB-PSDM obtida com o tamanho correspondente a uma zona de fresnel. (c) Imagem KGB-PSDM obtida com duas vezes o tamanho do raio da zona de Fresnel. (d) Imagem KGB-PSDM obtida usando um raio de zona de Fresnel com três vezes o seu tamanho original.



(a)



(b)



(c)

Figure 5.8: Conteúdo de frequência dos dados: (a) 10Hz. (b) 50Hz. (c) 100Hz.

soma na frequência não foi suficiente para imagear as referidas partes.

Nas Figuras 5.8*b* e 5.8*c*, as frequências usadas foram 50 e 100 Hz, respectivamente. Dessa vez a calha da estrutura é corretamente imageada, embora o conteúdo de frequência de 100 Hz não tenha trazido uma mudança significativa na imagem. Por outro lado, as partes planas foram mal imageadas e suas resoluções não foram suficientes para formar uma imagem mais nítida daquela parte da estrutura. Os artefatos de migração vistos nas imagens finais são o resultado desse fato, pois quando uma parte do refletor não é imageada devido ao seu conteúdo de frequência, imediatamente o artefatos surgem. No primeiro caso (Figura 5.8*a*), as partes planas do sinclinal são imageadas corretamente, inclusive sem os efeitos de borda. No entanto, artefatos originados da calha do sinclinal são introduzidos na imagem, porque não foi encontrado nos dados as informações pertinentes à frequência que se está usando para o imageamento daquela região. Nos outros exemplos (Figuras 5.8*b* e 5.8*c*), o fenômeno volta a se repetir, porém desta vez os artefatos são originados a partir das bordas.

O exemplo acima nos indica claramente que, para realizarmos o imageamento completo, devemos considerar uma faixa de frequência bem maior do que somente a frequência dominante do sinal. Para efeitos computacionais, propomos reescrever o operador KGB-PSDM da seguinte maneira^{5.1}

$$I(M, t) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_A d\xi_1 d\xi_2 w(\vec{\xi}, M) \sum_{i=i_{f_{min}}}^{i_{f_{max}}} \iint_{A^{P^i}} d\xi_1^{P^i} d\xi_2^{P^i} \sqrt{\det \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^{P^i}, f_i)} \times \ddot{U}[\vec{\xi}, t + \tau_D(\vec{\xi}, \vec{\xi}^{P^i}, M)], \quad (5.1)$$

onde o intervalo $f_i = [i_{f_{min}}, i_{f_{max}}]$ corresponde ao conteúdo de frequência de cada traço presente nos dados, que deve ser fornecido a priori ao processo de migração. A somatória na frequência não tem nada a ver com o espectro de frequência dos dados, e sim com o fato das zonas de Fresnel serem dependentes da frequência, i.e., $\mathbf{H}_P = \mathbf{H}_P(\vec{\xi}^{P^i}, f_i)$. O processo necessita considerar diversas zonas de Fresnel com diferentes tamanhos e, portanto, com vários tipos de frequência. As imagens da Figura 5.8 foram obtidas, cada uma, sem a integração na frequência, assim como as imagens das Figuras 5.1, 5.2 e 5.3.

A diferença maior nas imagens é correspondente ao visto na Figura 5.8, i.e., pelo fato da migração KGB-PSDM usar explicitamente os valores das zonas de Fresnel projetadas, sem a varredura em um intervalo de frequência considerado, apenas haverá o imageamento de regiões cujo a zona de Fresnel corresponde à frequência dominante. Isso faz com que certas

^{5.1}Jörg Schleicher (comunicação pessoal) aponta para a necessidade de centralizar o plano tangente de projeção da zona de Fresnel no ponto de reflexão com a inclinação do refletor e comparar com os resultados da soma na frequência de acordo com o operador da Eq. (5.1), conforme discutido no Capítulo 4.

partes de determinados refletores sejam iluminadas e outras não. E ao contrário, quando ocorre uma varredura na frequência, todas as frequências contribuirão para a imagem final, seja ela dominante ou não.

5.2 MEIO COM GRADIENTE CONSTANTE DE VELOCIDADE

5.2.1 Modelos geológicos de sinclinal e anticlinal

Agora consideremos um caso onde temos um meio com gradiente vertical constante de velocidade (Figura 5.9).

No presente caso, a velocidade do meio varia com o valor da profundidade z através da seguinte relação

$$v_P = v_0 + \beta(z - z_0), \quad (5.2)$$

sendo β o gradiente da velocidade (medido em s^{-1}) e z_0 o valor de profundidade inicial. No presente exemplo em particular, consideramos que a velocidade das ondas P nos sedimentos acima das estruturas em forma de anticlinal e em forma de sinclinal variam de $v_0=2.0$ km/s até $v_P=3.5$ km/s. O gradiente assumido nessa situação apresenta um valor de $\beta=0.975$ s^{-1} . Sobre estes modelos de velocidade, assumidos como verdadeiros, foi realizada uma aquisição de dados em afastamento-comum de $2h=12.5$ m.

Na Figura 5.10 vemos os resultados das migrações KGB-PSDM (*a* e *b*) comparados com a migração Kirchhoff PSDM (*c* e *d*), para o modelo do domo. Pelos sismogramas *b* e *d*, vemos que os resultados das migrações são comparáveis e não podemos tirar muitas conclusões a esse respeito. Nas imagens, porém, as características são mais evidentes. A imagem KGB-PSDM é muito menos ruidosa do que a imagem Kirchhoff PSDM, porém a imagem Kirchhoff apresenta melhor resolução nos flancos do domo. Nesse último caso em particular, vemos que a migração KGB-PSDM apresenta uma certa “dificuldade” quando lida com os ângulos junto aos flancos do domo. Esta “conseqüência” se deve ao fato de que o valor da zona de Fresnel nessa região (e, conseqüentemente, a estimativa de seu raio projetado) não foi bem estimada em relação ao ângulo de incidência, e a imagem perdeu em resolução. A diretividade do operador, com o ângulo de incidência estimado pelo TDR não foi suficiente para garantir a amplitude correta nessa região.

Na Figura 5.11 temos os resultados da comparação das migrações para o modelo em sinclinal. Novamente, nos sismogramas não podemos tirar muitas conclusões em relação aos detalhes. Os resultados são apenas comparativos. Na imagem, porém, vemos que a migração KGB-PSDM é muito menos ruidosa do que a migração Kirchhoff, com algumas diferenças em certas partes do refletor, como nas bordas.

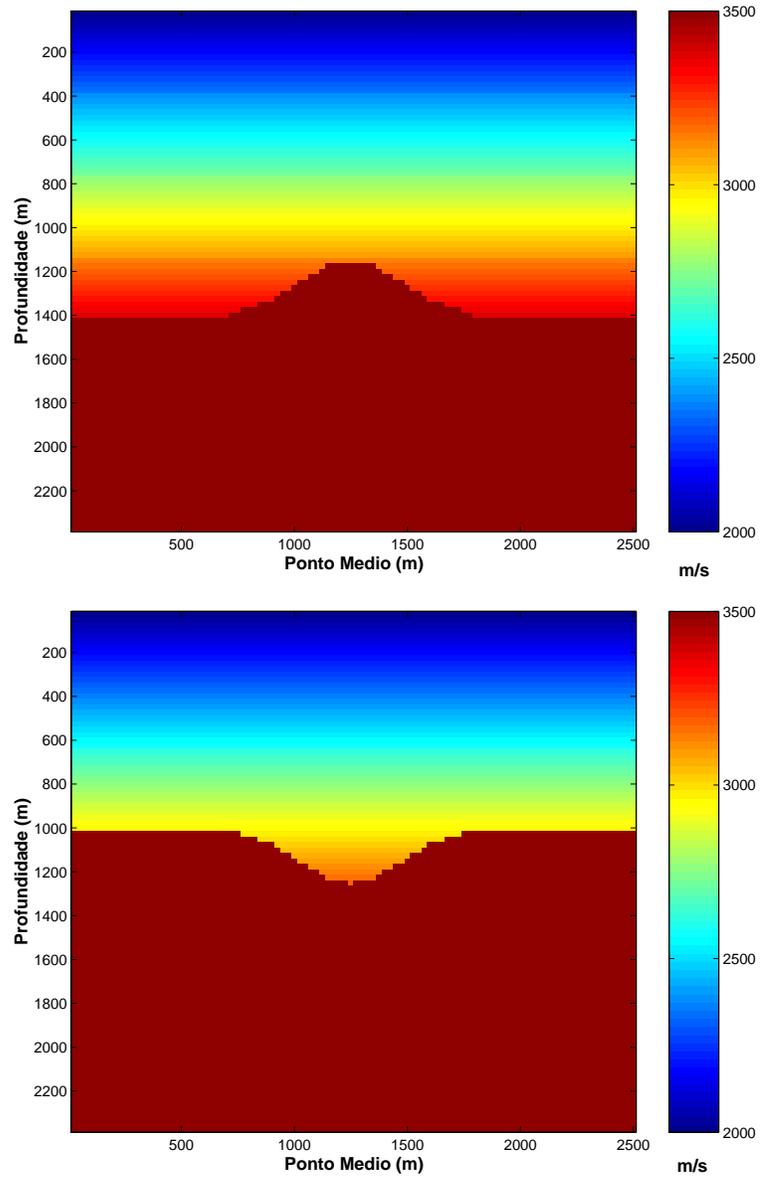


Figure 5.9: Modelos de velocidades com gradiente vertical constante. Nestes modelos consideramos $\frac{dv}{dz} = 0.975 \text{ s}^{-1}$. (a) Modelo de um anticlinal. (b) Modelo de um sinclinal.

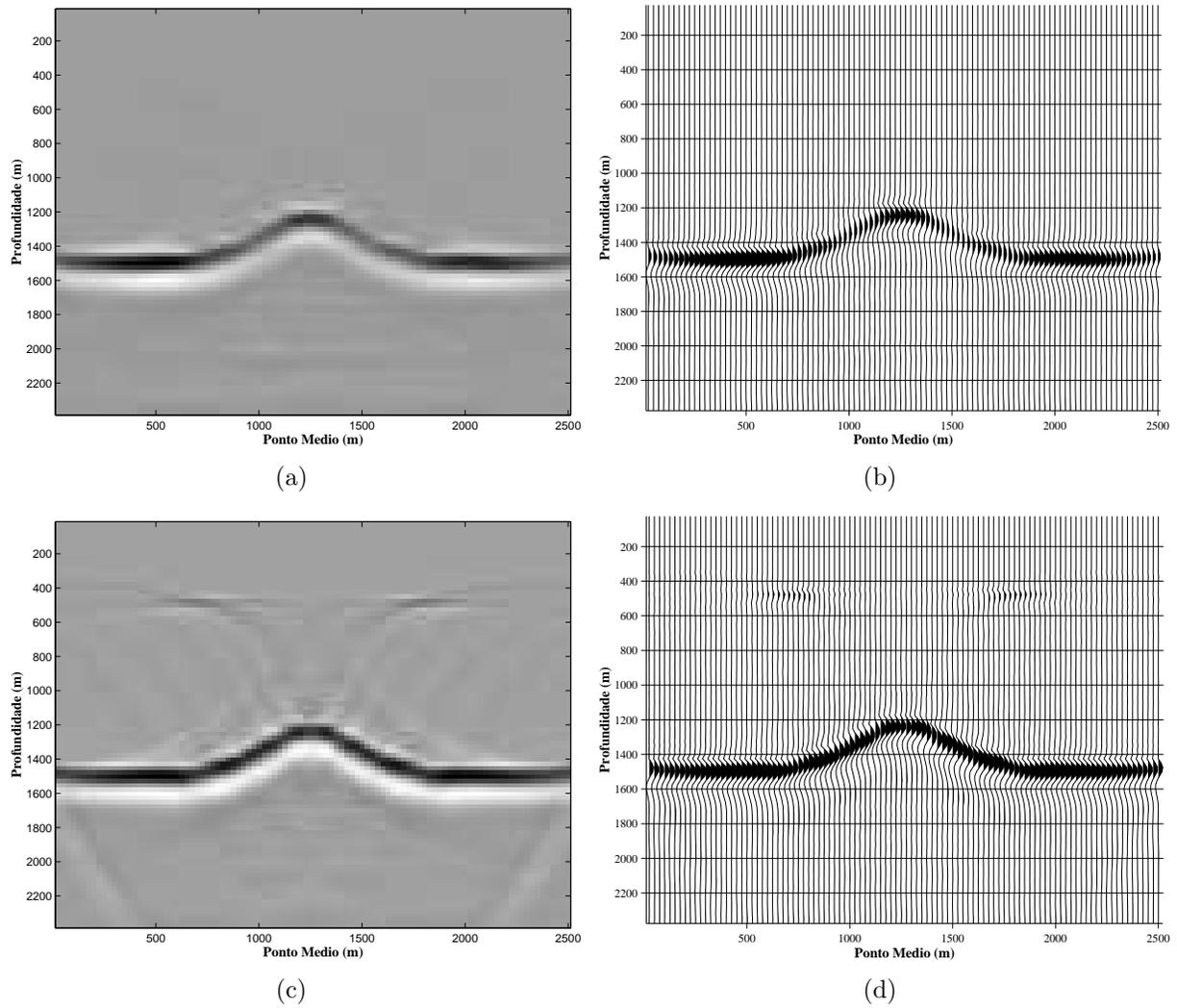


Figure 5.10: Migração com gradiente constante de velocidade para o modelo de velocidades da Figura 6.13a. (a) Imagem KGB-PSDM. (b) Migração KGB-PSDM. (c) Imagem Kirchhoff PSDM. (d) Migração Kirchhoff PSDM.

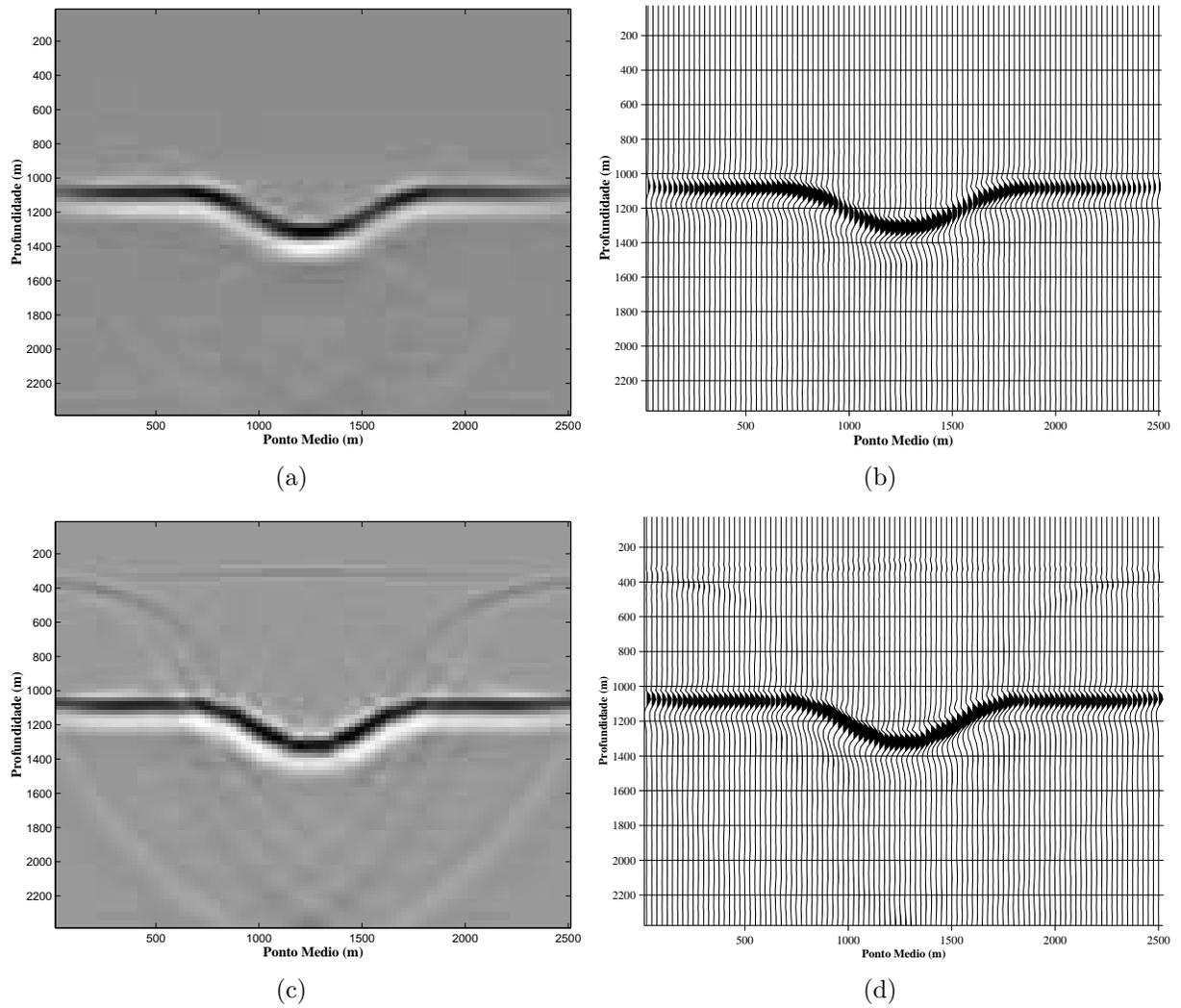


Figure 5.11: Migração com gradiente constante de velocidade para o modelo de velocidades da Figura 6.13b. (a) Imagem KGB-PSDM. (b) Migração KGB-PSDM. (c) Imagem Kirchhoff PSDM. (d) Migração Kirchhoff PSDM.

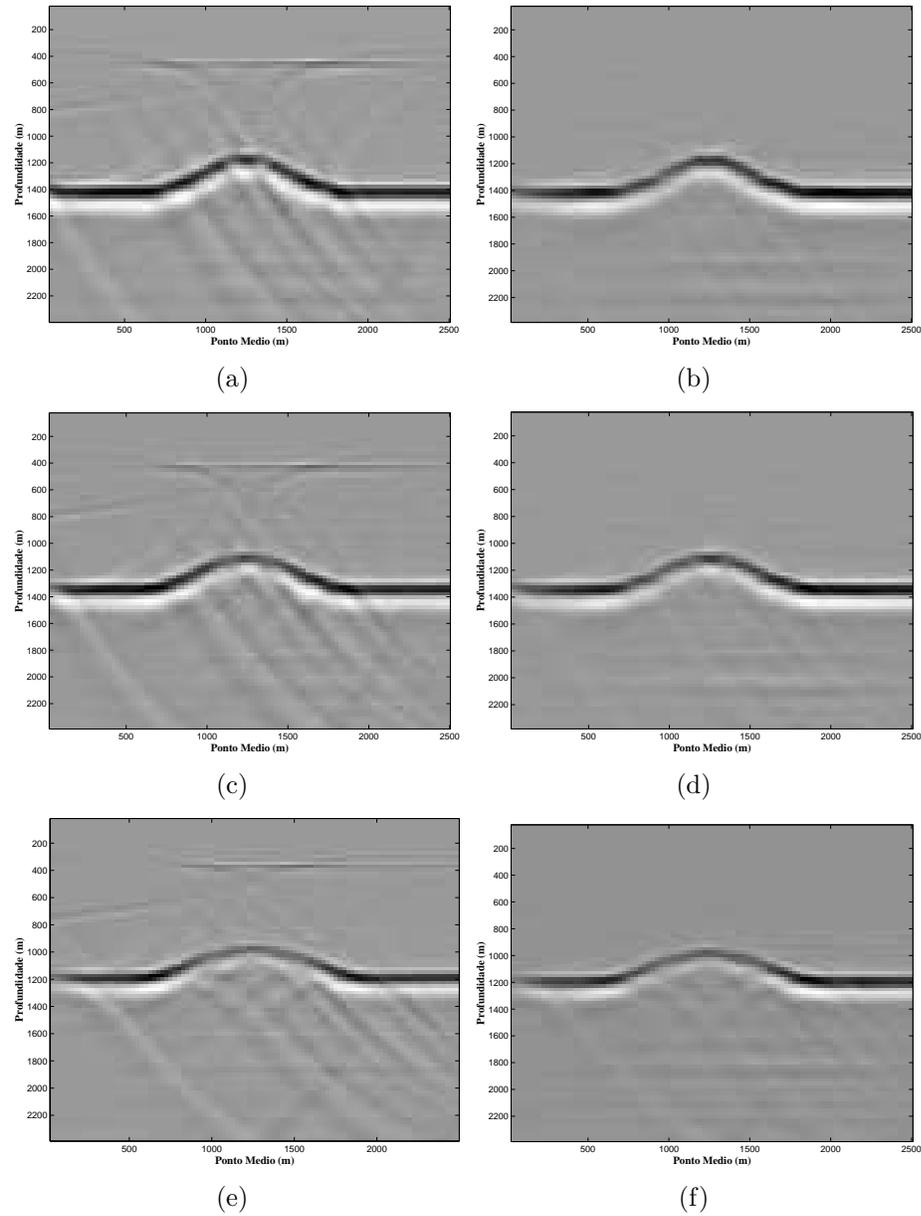


Figure 5.12: Comparação de sensibilidade em relação a erros no modelo de velocidade nas migrações Kirchhoff e KGB-PSDM, respectivamente. Erros em percentuais de velocidade: (a) e (b) 5% menor, (c) e (d) 10% menor, (e) e (f) 20% menor.

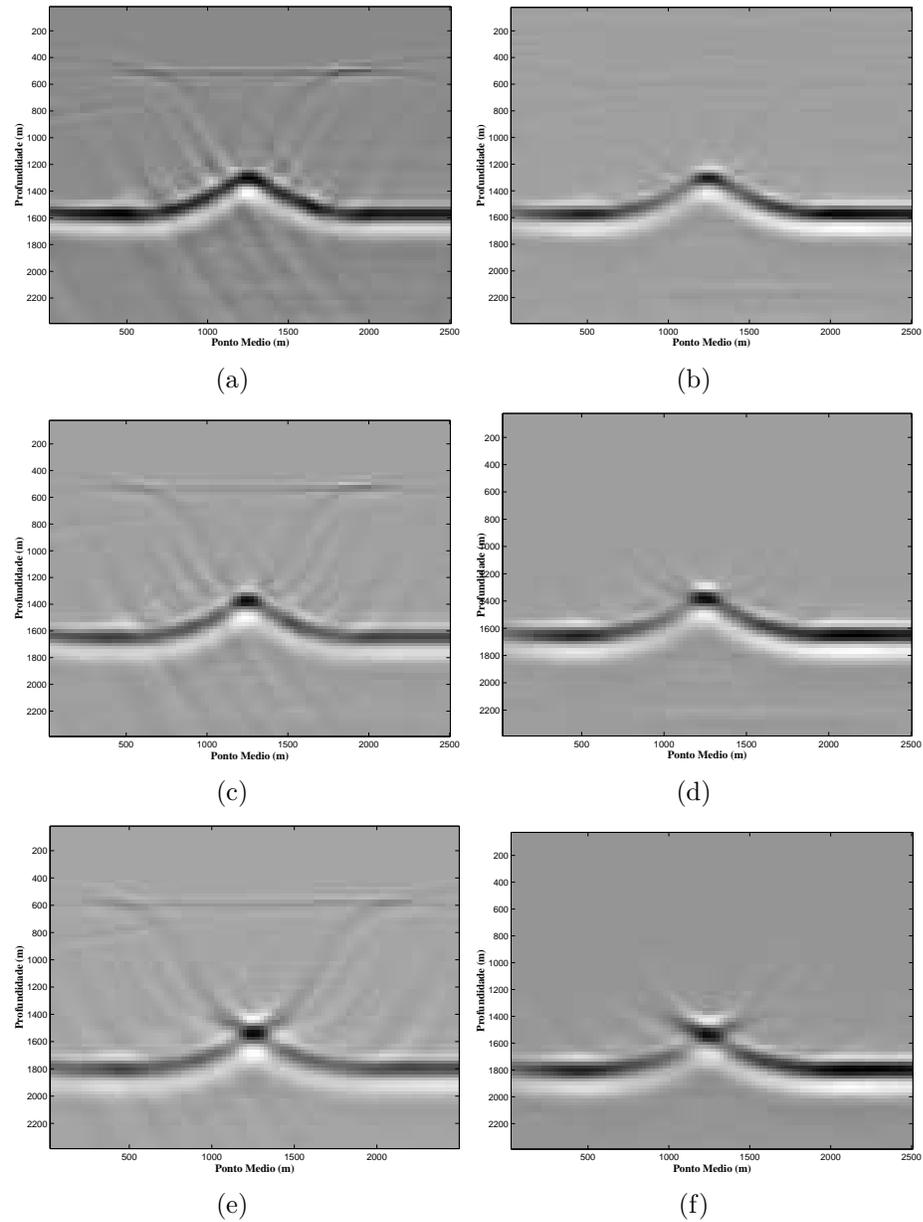


Figure 5.13: Comparação de sensibilidade em relação a erros no modelo de velocidade nas migrações Kirchhoff e KGB-PSDM, respectivamente. Erros em percentuais de velocidade: (a) e (b) 5% maior, (c) e (d) 10% maior, (e) e (f) 20% maior.

5.2.2 Sensibilidade em relação a erros no modelo de velocidade

Nesta seção analisamos e comparamos os resultados do processo de migração para os operadores Kirchhoff e KGB-PSDM, respectivamente, em relação a erros no modelo de velocidade. Usaremos, neste exemplo, o modelo geológico de anticlinal e seu modelo de velocidade (Figura 5.9a).

Na Figura 5.12 vemos os resultados de testes com erros a menor na velocidade de migração (submigração), variando entre 5 e 20 %, respectivamente, em intervalos de 5%. À esquerda da figura, temos os resultados da migração Kirchhoff; à direita, vemos os resultados da migração KGB-PSDM. Como o modelo de velocidade não está correto, as estruturas foram submigradas para posições falsas. Na migração Kirchhoff, além dos artefatos de borda e do ruído, no alto de todas as imagens se pode notar um artefato advindo das partes retas da estrutura, conforme explicado em Hertweck et al. (2003). Com o uso da migração KGB-PSDM, esses ruídos e artefatos desaparecem, porém quanto maior o erro para menor na velocidade, os artefatos voltam a aparecer (vide abaixo da estrutura nas Figuras 5.12e e 5.12f).

Na Figura 5.13 testamos a sobremigração, com velocidades de migração maiores do que os valores verdadeiros. Novamente, os valores de velocidade variam de 5 a 20%, em incrementos de 5%. A sobremigração não consegue colapsar as difrações para os ápices de suas hipérbolas (Yilmaz, 1987), de modo que o formato final da estrutura não corresponde ao seu verdadeiro formato em profundidade. Além disso, na migração Kirchhoff podemos notar artefatos das partes planas da estrutura, além dos artefatos de borda, comuns nesse tipo de migração. Usando a migração KGB-PSDM, os artefatos de borda e os artefatos das partes planas desaparecem, porém vemos que o efeito da sobremigração é análogo a Kirchhoff, sendo menos ruidoso, numericamente falando.

5.2.3 Amplitudes

Em relação às amplitudes, na Figura 5.14 vemos uma comparação preliminar das amplitudes normalizadas, obtidas através do processo de migração para o modelo do domo, usando a velocidade verdadeira de migração.

A curva vermelha representa as amplitudes a serem recuperadas. Em verde, temos as amplitudes recuperadas pelo processo Kirchhoff. Observa-se que há uma grande oscilação dos valores recuperados, principalmente ao longo da parte dômica. Estas oscilações se devem a erros na extração das amplitudes, principalmente devido à presença de ruídos de natureza numérica. Usando a migração KGB-PSDM, observamos que os valores de amplitudes recuperadas ao longo da parte dômica não oscilam igual a Kirchhoff, porém os valores são ainda

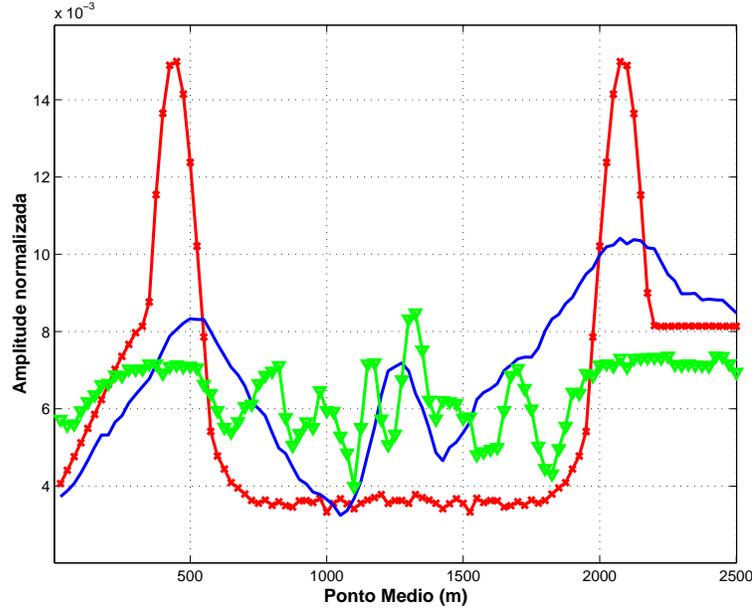


Figure 5.14: Comparação de amplitudes normalizadas recuperadas pelos dois tipos de migração (verde-Kirchhoff; azul-KGB-PSDM) em relação às amplitudes verdadeiras (curva em vermelho).

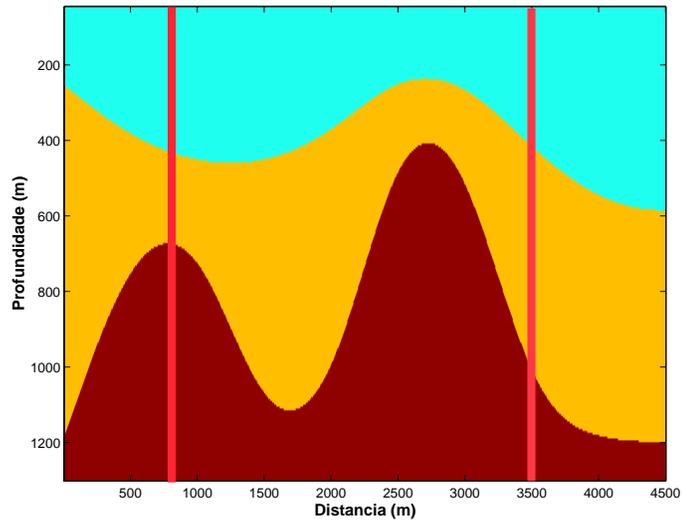
insatisfatórios em relação aos valores verdadeiros.

5.3 OUTROS RESULTADOS NUMÉRICOS EM 2D

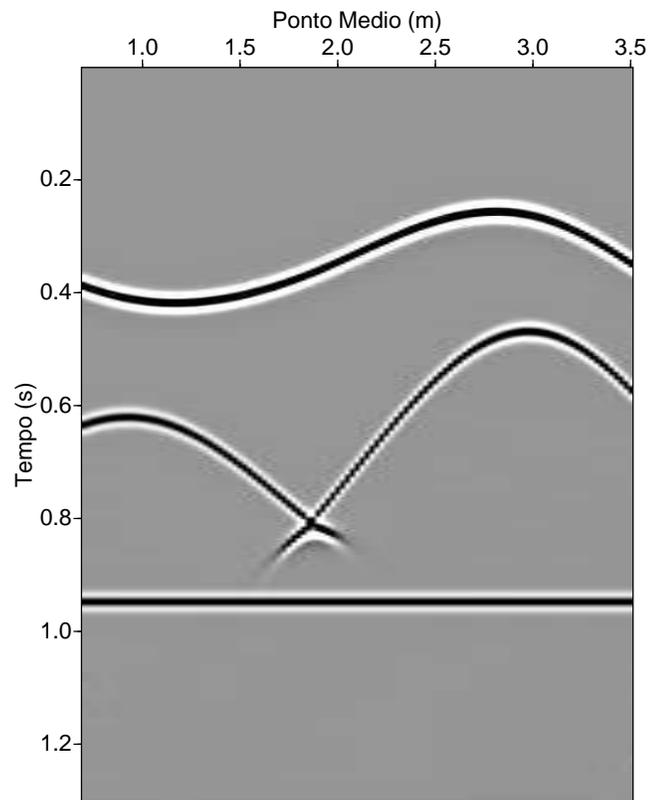
Nesta seção mostraremos os resultados da migração KGB-PSDM comparados à migração Kirchhoff-PSDM em dois meios acústicos separados por interfaces suaves, imersos em meios 2D com gradientes constante de velocidade. O gradiente assumido para ambos os modelos nos testes de migração foi de $\beta = 0.975 \text{ s}^{-1}$. Em ambos os casos, os sismograma foram calculados considerando uma aquisições em afastamento-comum variando de 0 a 400 metros, com intervalos de 100 metros. Foram migrados os dados em afastamento-comum de 100 e 200 m, respectivamente. Cada seção é composta de 113 traços, espaçados de 25m cada um. A frequência de pico usada para a obtenção dos dados foi de 30Hz.

Modelo A

A Figura 5.15a mostra o modelo de velocidades usando nos testes de migração (Garabito, 2001). Nesse modelo em particular, as cores entre as camadas servem apenas para mostrar suas variações de espessuras, i.e., não servem para indicar valores de velocidades. As duas barras verticais vermelhas indicam os limites da linha sísmica. Na Figura 5.15b,



(a)



(b)

Figure 5.15: (a) Modelo de velocidades do Modelo A (Garabito, 2001). As barras verticais vermelhas indicam os limites da linha sísmica. (b) Seção sísmica sintética ($2h=200\text{m}$) usado para os testes de migração.

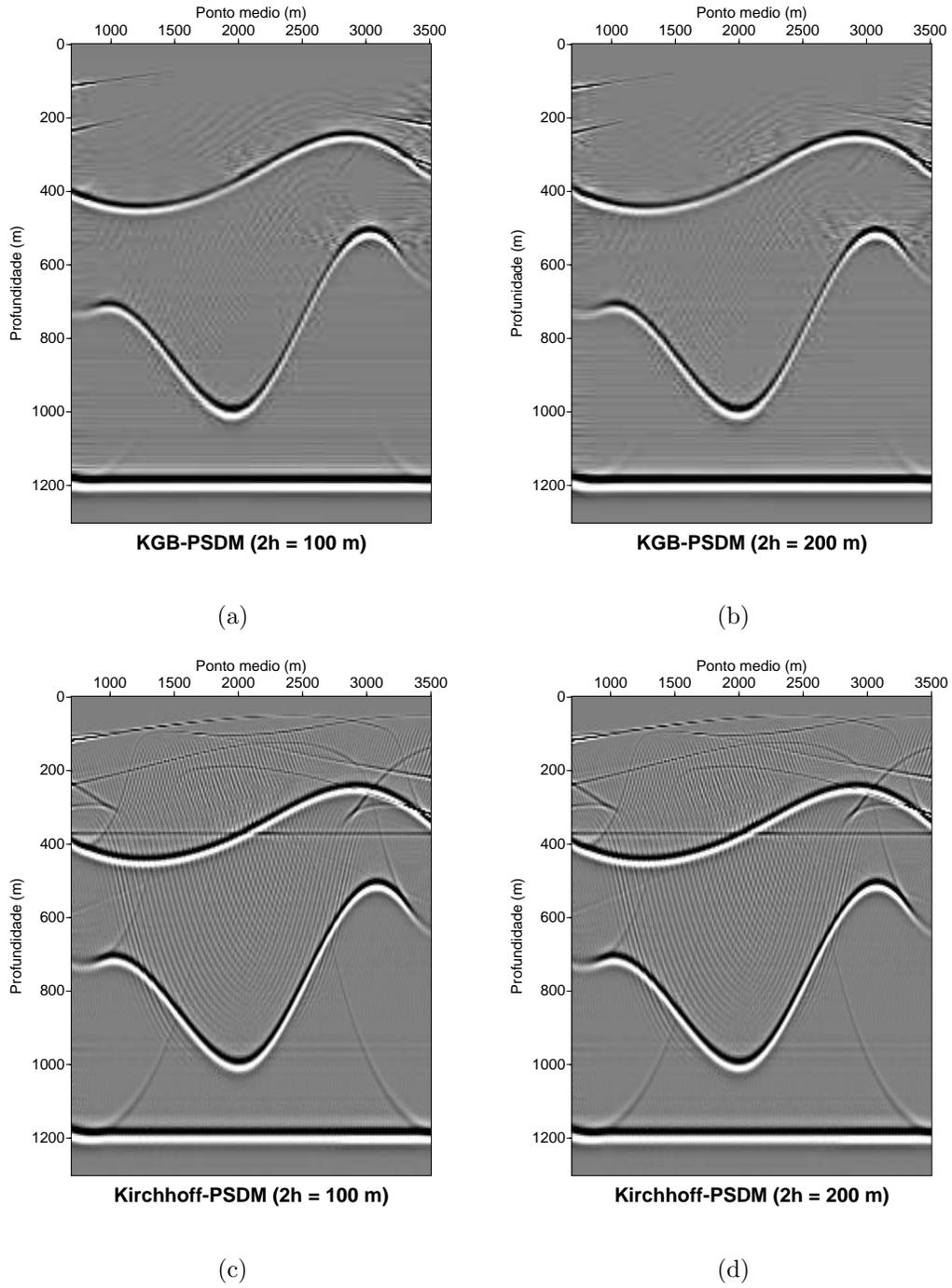


Figure 5.16: Migrações obtidas para o modelo de velocidades do Modelo A. Migrações KGB-PSDM: (a) e (b). Migrações Kirchhoff-PSDM: (c) e (d). AGC=100%.

mostramos um dos dados usados nos testes, onde temos uma família em afastamento-comum com $2h = 200$ m. Além dos eventos de reflexão das duas primeiras interfaces, os eventos de reflexão de um refletor plano-horizontal foram posicionado à profundidade de $z=1200$ m, apenas para testarmos o poder de resolução de nosso programa de migração em regiões abaixo de domos.

Na Figura 5.16 vemos os resultados obtidos pelos dois processos de migração. Como em ambos os casos foi usado o modelo verdadeiro de velocidades, todos os refletores foram corretamente posicionados em suas respectivas posições em profundidade, tendo sido os contornos de todos os refletores bem imageados pelos dois processos. As principais diferenças se encontram nos artefatos de migração presentes em ambas as imagens.

Na migração KGB-PSDM (Figura 5.16*a,b*) vemos que quase todos os artefatos foram atenuados, com exceção dos vistos no alto das imagens. Alguns pequenos artefatos são vistos nas bordas do refletor plano, mas os mesmos se encontram bastante atenuados.

Na migração Kirchhoff-PSDM (Figura 5.16*c,d*), os artefatos estão presentes em quase todas as partes da imagem, principalmente no alto da figura e nas bordas. O artefato mais impressionante é o que corta o primeiro refletor em sua extensão horizontal, na profundidade $z=400$ m. Segundo Hertweck et al. (2003), este artefato é proveniente do último refletor. Nas imagens obtidas pela migração KGB-PSDM, este falso refletor não é imageado, tendo sido atenuado pelo processo.

Modelo B

O Modelo B é mais elaborado que o primeiro, com várias feições geológicas acrescentadas como forma de testar nosso programa em algumas situações comuns encontradas em exploração (Figura 5.17*a*). Além de interfaces curvas suaves, imersas em um meio com gradiente constante de velocidade, introduzimos algumas feições em *pinch out*^{5.2} (por volta de $z=1600$ m), para verificar o poder de resolução do processo de migração, e um refletor com forte mergulho.

Na Figura 5.18 mostramos apenas os resultados das migrações para o afastamento $2h=200$ m. Na Figura 5.18*a* vemos o resultado da migração KGB-PSDM, enquanto na Figura 5.18*b* vemos o resultado da migração Kirchhoff-PSDM. Como foi usado o modelo verdadeiro de velocidades, todos os refletores foram corretamente posicionados em suas posições espaciais em profundidade. No entanto, a diferença principal entre as duas imagens é a presença de artefatos de migração. Enquanto na migração Kirchhoff-PSDM a imagem é permeada de

^{5.2}Termo usado para definir um acunhamento de um reservatório (Duarte, 2003). Também se refere a uma feição estratigráfica.

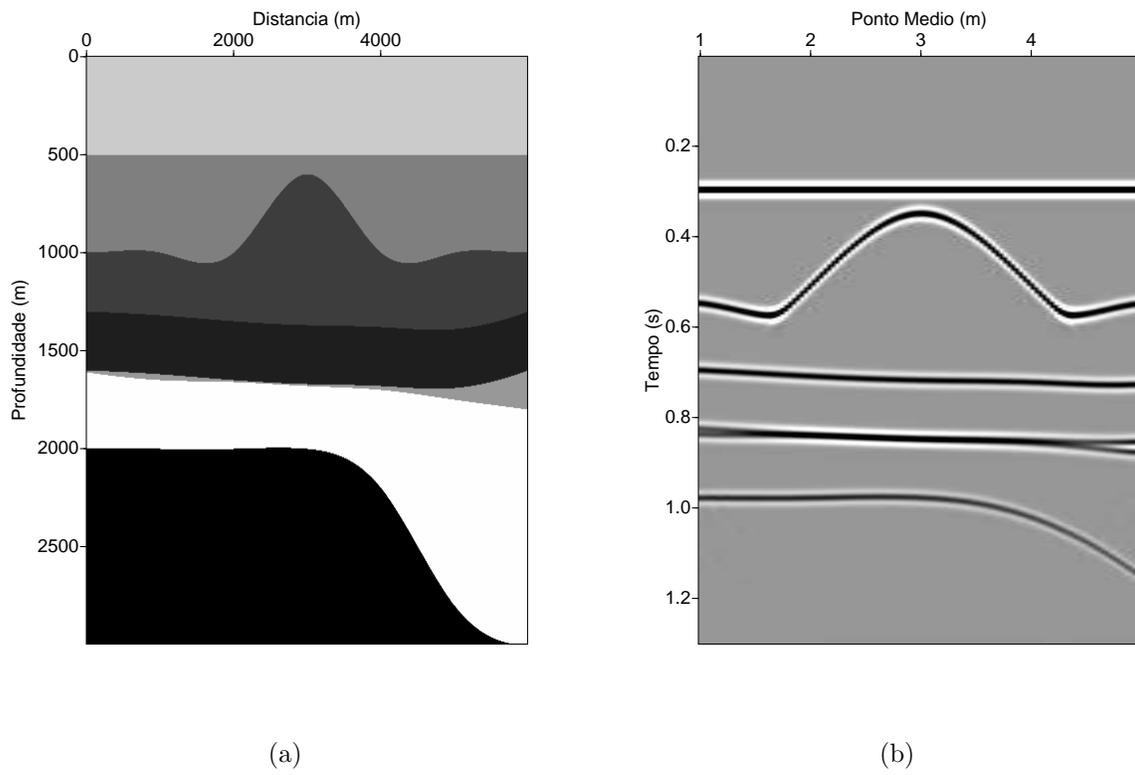


Figure 5.17: (a) Modelo de velocidades do Modelo B. (b) Seção sísmica sintética ($2h=200\text{m}$) usado para os testes de migração.

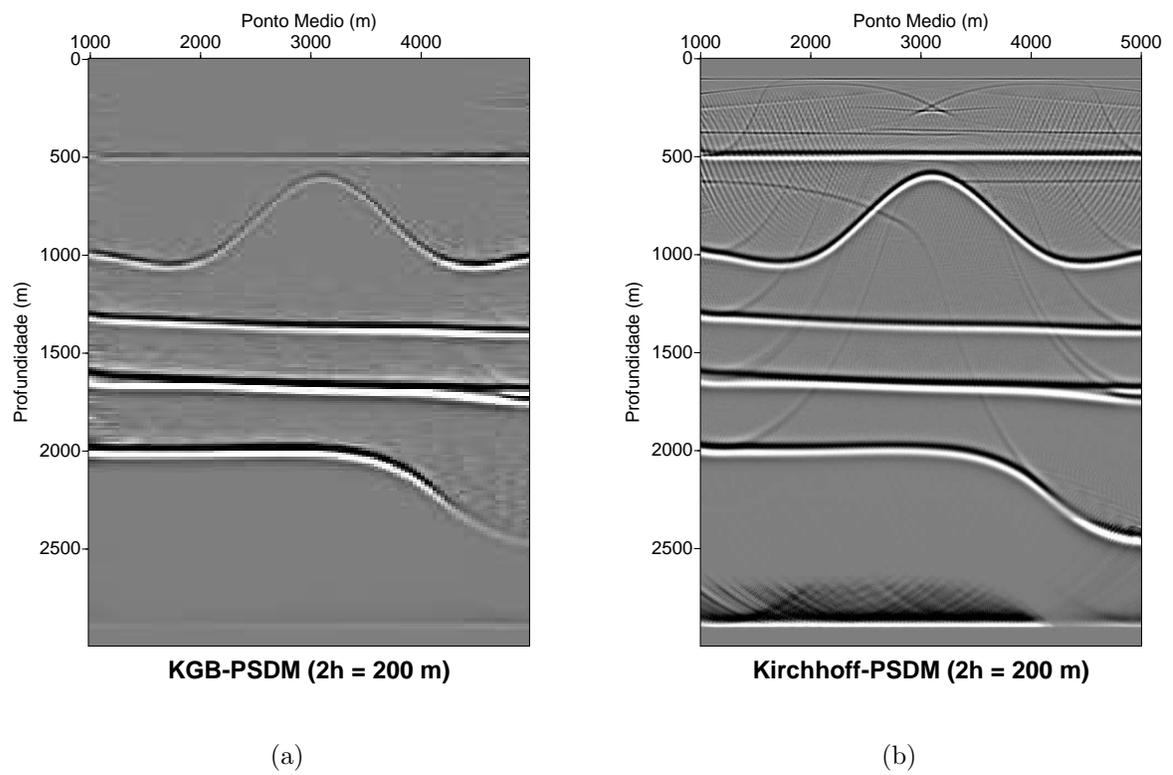


Figure 5.18: (a) Migração KGB-PSDM para o Modelo B. (b) Migração Kirchhoff-PSDM para o Modelo B. AGC=100%

artefatos de borda (presente em todos os refletores) e artefatos advindos de partes planas dos refletores, na migração KGB-PSDM todos esses efeitos são largamente atenuados. Em ambas as imagens, os *pinch outs* são claramente distinguidos, com uma boa separação entre os eventos. Curiosamente, na parte superior da imagem KGB-PSDM (onde, na imagem obtida com a migração Kirchhoff-PSDM, existem mais artefatos) a atenuação é maior, atingindo inclusive os eventos de reflexão.

Também se observa na imagem Kirchhoff-PSDM a presença de um falso refletor abaixo da profundidade $z=1500$ m. Este falso refletor não é visto na imagem KGB-PSDM. Em todos os casos, porém, a migração KGB-PSDM é menos suscetível ao aparecimento de artefatos.

5.4 DADOS SINTÉTICOS MARMOUSI

Os dados sintéticos Marmousi (Versteeg, 1994) tornaram-se por muito tempo dados de teste para vários algoritmos de migração. Trata-se de um dado acústico 2D, de estrutura complexa, baseado na geologia da bacia de Cuanza, em Angola (Versteeg, 1994). O estilo estrutural desse modelo é dominado por falhas lítricas de crescimento, as quais se levantam desde um truncamento de sal até chegar à complicada estrutura de velocidade na parte superior do modelo (Figura 5.19).

O dado consiste de 240 famílias de tiro comum, com um intervalo entre cada tiro de 25 m. Os tiros foram dados a partir de 3 km até 9 km. Cada família de tiro é formada por 96 traços, com intervalo de grupo de 25 m, sendo o afastamento mais próximo de 200 m e o afastamento mais distante de 2750 m. Cada traço possui 750 amostras de tempo, com 4 ms de intervalo de amostragem. O tempo total de registro é de 3 s.

Os principais alvos de migração deste modelo são as regiões indicadas pelas setas A, B, C e D (trapas estruturais e estratigráficas) (Figura 5.19), onde se localizam os principais reservatórios de hidrocarbonetos. Sob as falhas, os campos de onda são distorcidos, criando efeitos complexos na sua propagação. Na parte central do modelo, as falhas F1, F2 e F3 apresentam mergulhos de 37° , 50° e 70° , respectivamente. Uma seção com afastamento-finito $2h=200$ m é mostrada na Figura 5.20.

Nas Figuras 5.21 e 5.22 temos os resultados das migrações em profundidade para o modelo Marmousi usando os algoritmos Kirchhoff e KGB, respectivamente. Para este exemplo em particular, os tempos de trânsito foram obtidos através de uma solução simples da equação iconal em diferenças finitas (Vidale, 1988). O modelo de velocidades para o presente exemplo (Figura 5.19) foi amostrado com os seguintes valores: $(N_x, N_z)=(615, 200)$ e $(dx, dz)=(15\text{m}, 15\text{m})$. Os dados Marmousi foram migrados para um espaço com $(N_{x_{mig}}, N_{z_{mig}})=(1200, 600)$ e com $(dx_{mig}, dz_{mig})=(5\text{m}, 5\text{m})$. Para a frequência adotada pelo programa KGB-

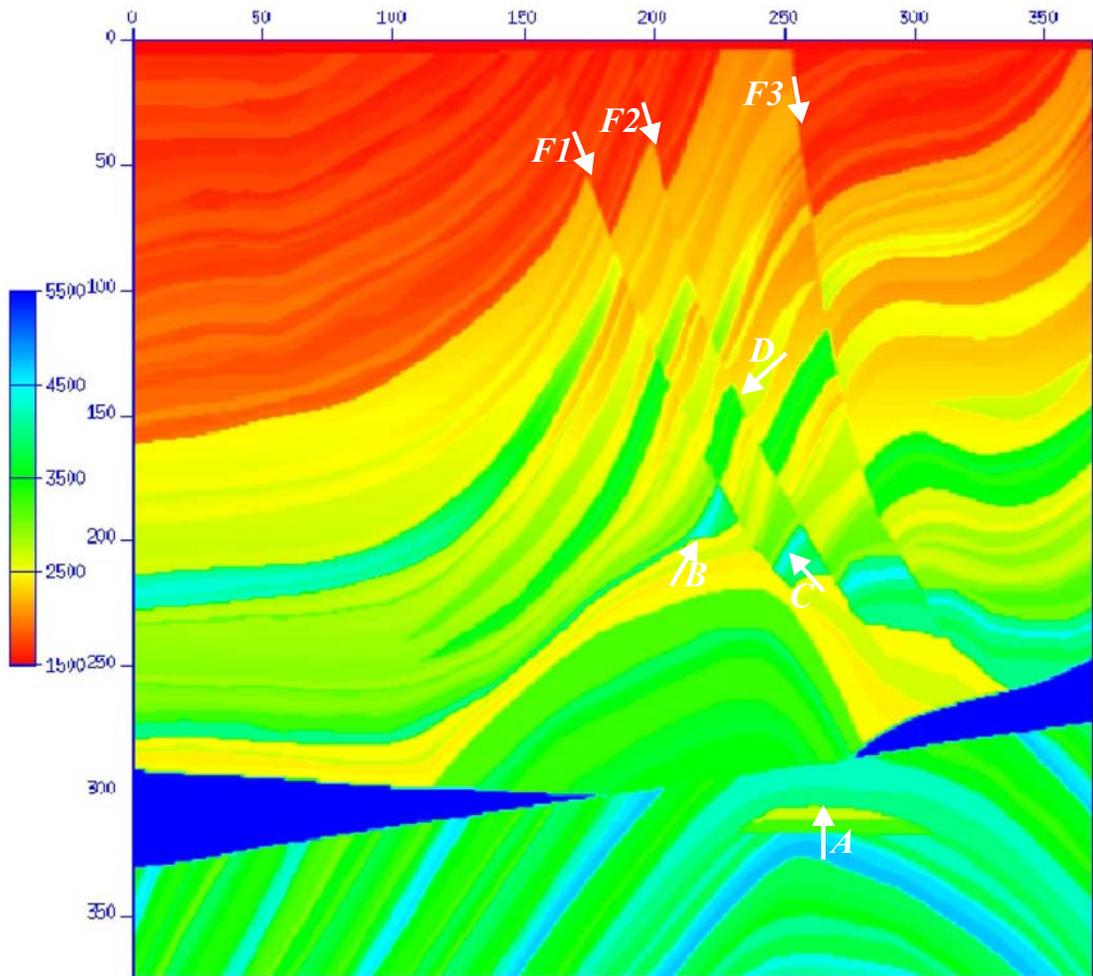


Figure 5.19: Modelo de velocidades Marmousi (Versteeg, 1994).

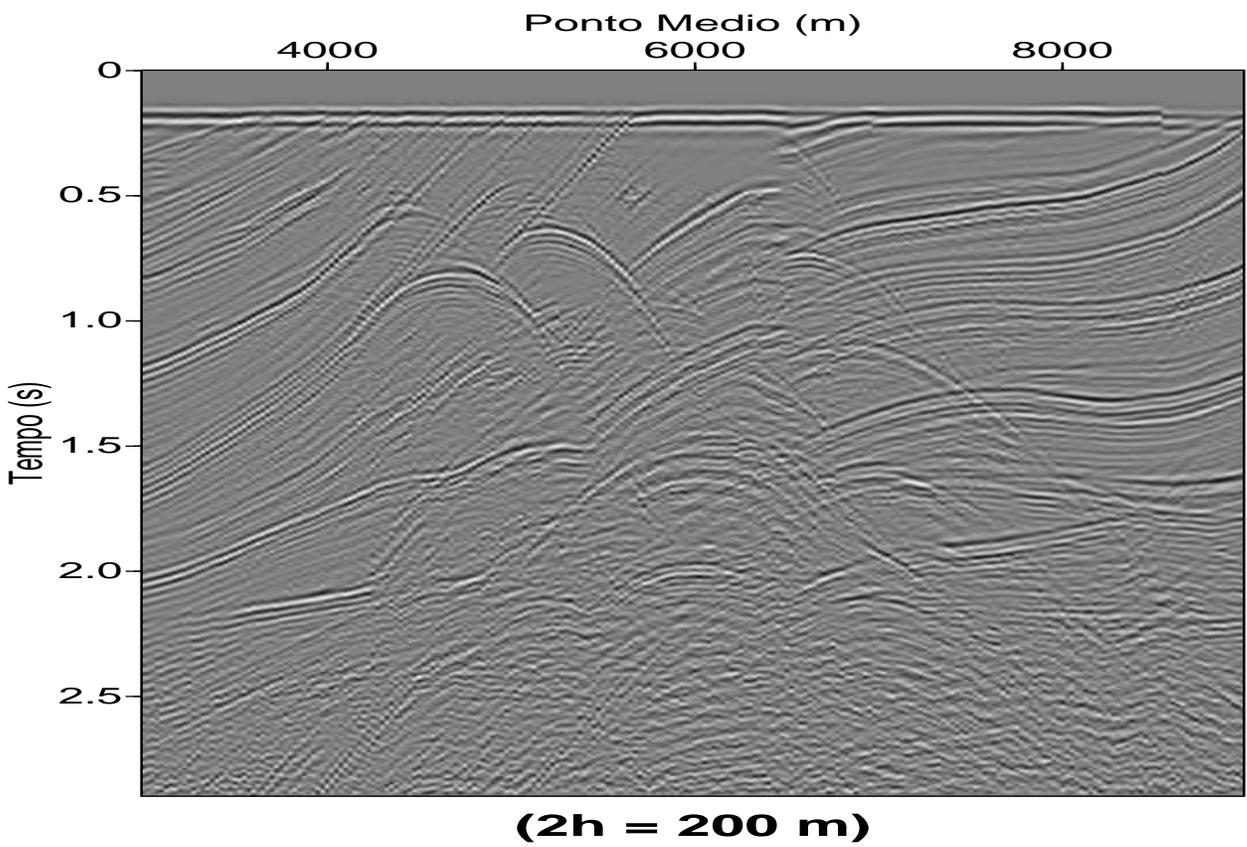


Figure 5.20: Seção sísmica sintética em afastamento-finito para o modelo Marmousi ($2h=200$ m). AGC=100%.

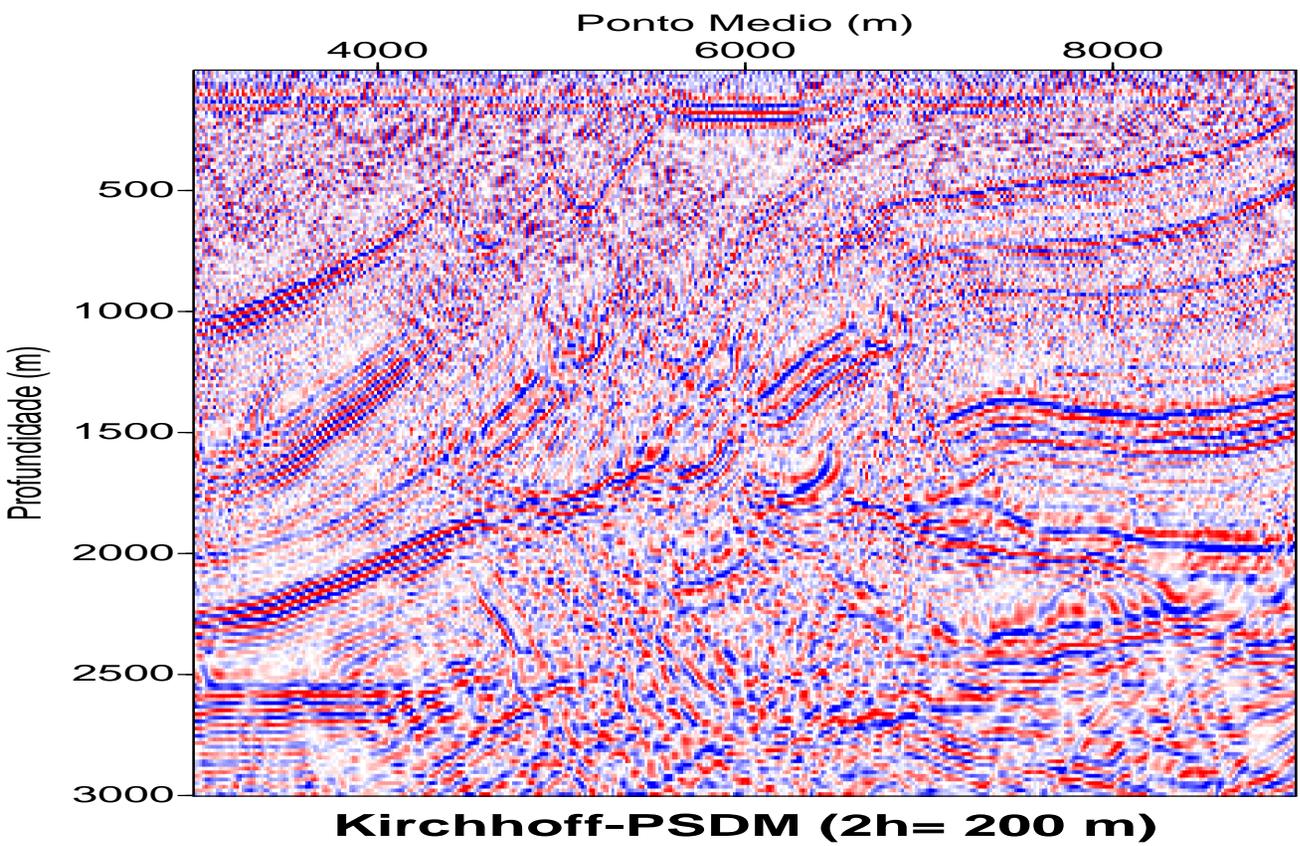


Figure 5.21: Migração Kirchhoff-PSDM para o modelo Marmousi. AGC=100%.

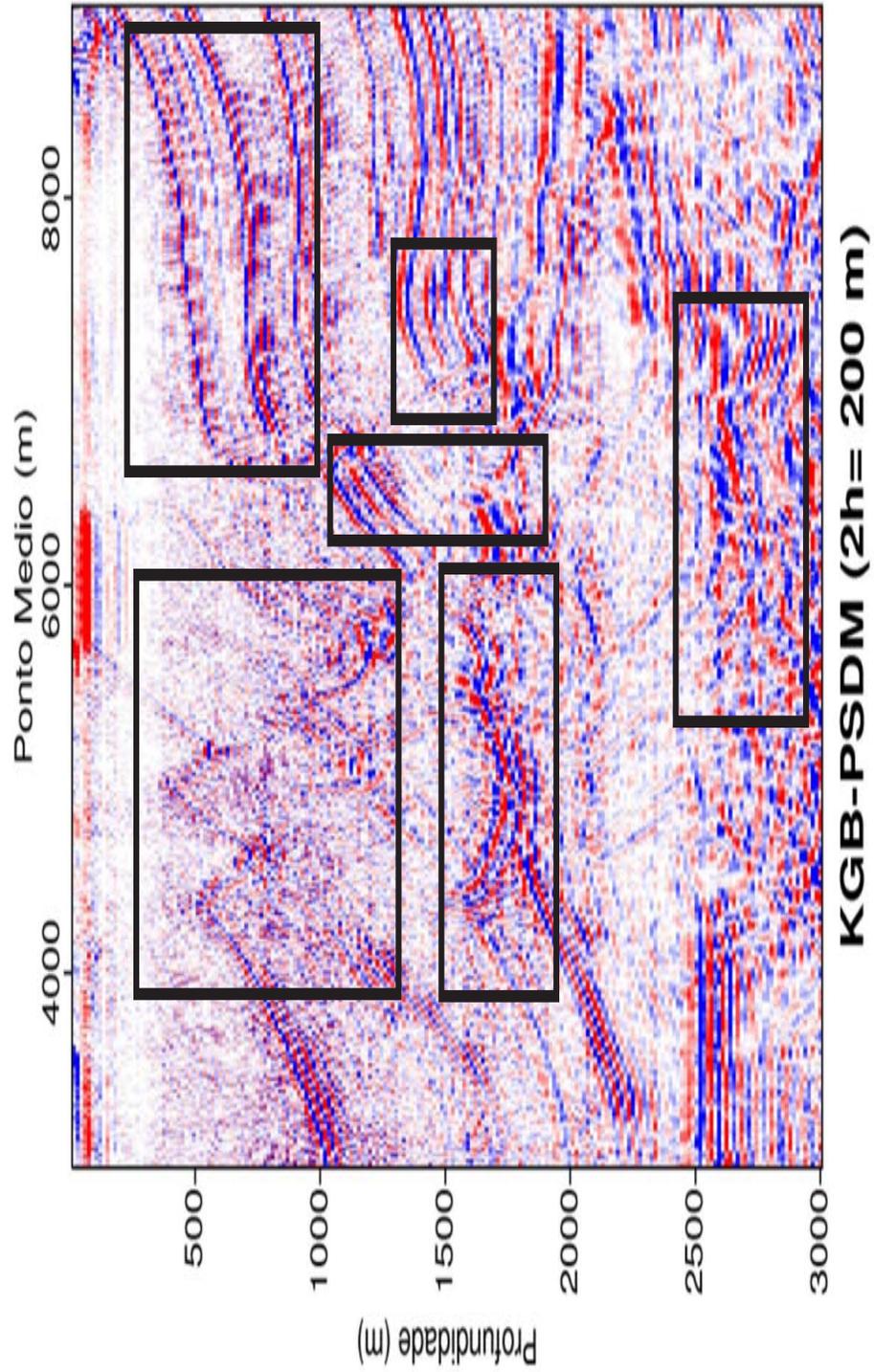


Figure 5.22: Migração KGB-PSDM para o modelo Marmousi. AGC=100%.

PSDM, consideramos o intervalo entre 50-60 Hz, com sub-intervalos de 2Hz.

Notamos que a imagem KGB-PSDM (Figura 5.22) é menos ruidosa que a imagem Kirchhoff-PSDM (Figura 5.21). Observa-se que todas as três falhas são muito bem imageadas, enquanto que os refletores à direita da falha F3 apresentam excelentes continuidades laterais. Também se observa que à profundidade $z=2500$ m, entre as coordenadas $x=6000$ m e $x=8000$ m, o processo KGB-PSDM foi mais eficiente em imagear continuamente o topo do reservatório e o flanco do domo. Essa é uma região complexa do modelo, onde os eventos de propagação do campo de ondas são “mascarados” por diversos efeitos – como, por exemplo, a triplicação das frentes de onda –, sendo que a função de Green nessa parte do modelo precisa simular com maior acurácia o campo de ondas. Como o uso do processo KGB-PSDM, que se baseia na aproximação paraxial do raio, vemos a efetividade do processo em imagear regiões complexas do modelo de velocidades. As demais diferenças entre as duas imagens encontram-se assinaladas na Figura 5.22.

6 APLICAÇÃO EM DADOS SÍSMICOS SINTÉTICOS 2D DA BACIA DO SOLIMÕES (AM)

Neste capítulo aplicamos a migração KGB-PSDM em um dado sísmico sintético 2D representativo da Bacia do Solimões, localizado no Estado do Amazonas (AM), noroeste do Brasil. Esta bacia se localiza em uma região da Amazônia onde as soleiras de diabásio, intrudidas em uma megasseqüência paleozóica, foram muito importantes para a maturação da matéria orgânica que deu origem às acumulações de hidrocarbonetos existentes na região. No entanto, em termos de aquisição de dados, as soleiras dificultam a exploração sísmica, pois as mesmas são responsáveis pela perturbação do sinal, gerando forte divergência esférica e múltiplas de alta velocidade. Além de aumentar o risco exploratório consideravelmente, os dados sísmicos provenientes desta região representam um desafio ao processamento de dados convencional, principalmente no que diz respeito à resolução final das imagens.

As soleiras de diabásio apresentam altos contrastes de velocidades, dificultando o imageamento de camadas de rochas-reservatório e rochas-geradoras. Por causa de todos esses problemas, esses dados têm sido alvo de estudos do projeto “Modelagem e Visualização 3D da Bacia do Solimões”, por parte do Laboratório de Processamento de Dados Sísmicos (PRO-SIS), Curso de Pós-Graduação em Geofísica (CPGf), Universidade Federal do Pará (UFPA) desde meados de 2002, quando o primeiro modelamento foi executado usando diferenças finitas (Lima, 2003). Posteriormente, Nazaré et al. (2005) compararam a aplicação dos métodos de processamentos de dados CMP e CRS nos dados sísmicos de cobertura múltipla de Lima (2003). Desde então, esses dados têm servido de teste para estudos de modelagem, imageamento e inversão.

O desafio principal, além do modelamento 2D, tem sido desde então o imageamento (migração) desses dados sísmicos, até o presente momento não implementado em profundidade.

6.1 A BACIA DO SOLIMÕES

A Bacia do Solimões está localizada na região norte do Brasil, entre os paralelos 2° e 8° S e meridianos 62° e 72° O de Greenwich. É limitada ao norte pelo Escudo das Guianas, ao sul pelo Escudo Central Brasileiro, a leste pelo Arco de Purus e a oeste pelo Arco de Iquitos (Figura 6.1). Ocupa aproximadamente uma área de 450.000 km^2 , dentro do Estado do Amazonas, e apresenta um formato semelhante a um elipsóide, cuja direção de seu eixo principal é



Figure 6.1: Mapa de localização da Bacia do Solimões (Eiras, 1998). Cortesia de C. P. Nazaré.

E.N.E-O.S.O (Lima, 2003; Nazaré et al., 2005). A bacia pode ainda ser sub-dividida em duas sub-bacias, separadas pelo arco estrutural de Carauari: sub-bacia de Jandiatuba e sub-bacia do Juruá [Figura 6.2] (Eiras, 1998). A sub-bacia Juruá, correspondente à parte oriental, é mais conhecida devido à intensa pesquisa de petróleo desenvolvida pela PETROBRAS desde o fim da década de 70. A sub-bacia Jandiatuba, correspondente à parte ocidental, é pouco conhecida devido a restrições legais e ambientais existentes no Brasil para pesquisar petróleo em áreas indígenas e reservas florestais (Eiras, 1998).

As primeiras pesquisas para petróleo nesta bacia datam do final da década de 50 e início da década de 60, durante os primórdios da PETROBRAS (Eiras, 1998). Nesta fase, foram concluídos os estudos de 17 poços (2 pioneiros e 15 estratigráficos), perfurações estas realizadas ao longo das margens de rios e baseadas apenas em estudos gravimétricos. Somente a partir da metade da década de 70 a pesquisa para a exploração de petróleo foi retomada na bacia. Desta vez, foram utilizados métodos geofísicos mais modernos para a época – como, por exemplo, sísmica de reflexão de cobertura múltipla, sistema digital de gravação de dados, carga moldada e programas computacionais de processamento de dados –, com os quais foi possível identificar com maior precisão horizontes sísmicos abaixo de 2.500 m de profundidade, apesar da presença de espessas e extensas soleiras de diabásio intrudidas

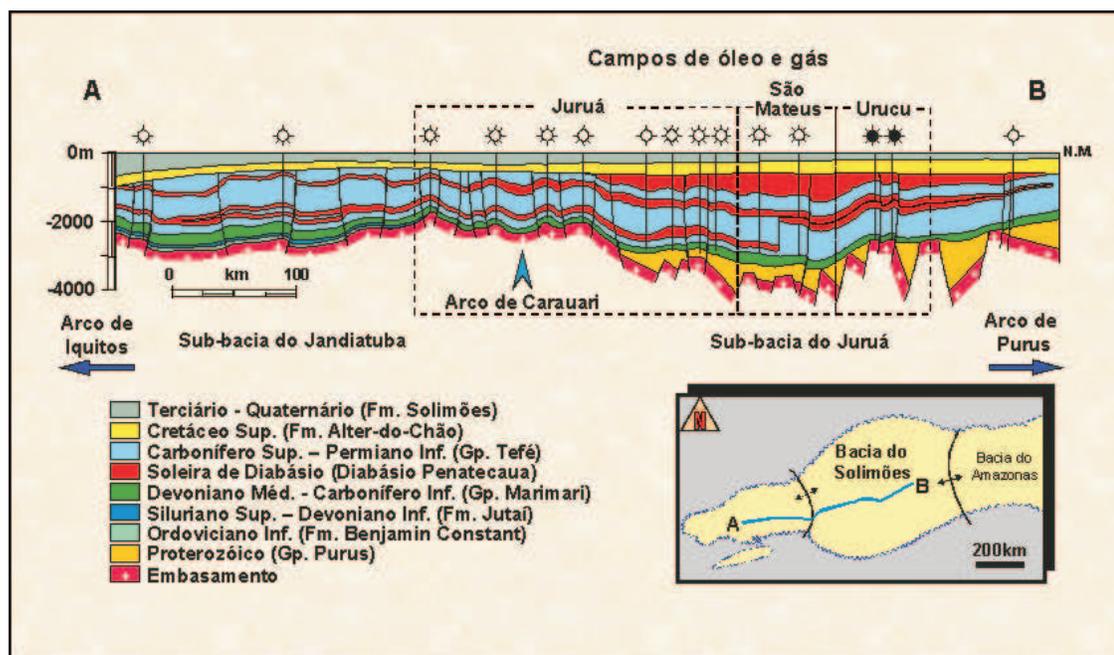


Figure 6.2: Seção geológica regional da Bacia do Solimões (Eiras, 1998).

em seqüências permo-carboníferas. Em 1978, foi descoberta a província gasífera do Juruá, baseada na interpretação de linhas sísmicas e o conseqüente mapeamento de um alinhamento de estruturas em forma dômica sobre o bloco alto de uma falha reversa. Entre 1980 e 1984, com o prosseguimento das atividades exploratórias, novos campos de gás foram descobertos ao longo deste lineamento. Porém, em 1986, ocorre um marco na exploração de petróleo na Amazônia: foi descoberta a província petrolífera do Urucu, sendo que a sua produção começou a ser escoada até a cidade de Manaus-AM cerca de dois anos depois.

Ainda segundo Eiras (1998), na fase pós-Juruá foram perfurados mais de 200 poços (146 exploratórios e 54 estratigráficos), sendo que a bacia está coberta por cerca de 62.260 km de linhas sísmicas 2D, levantadas a partir de 1976. Somente na região do Urucu, existem cerca de 34.502 registros (3.939 km lineares) de seções sísmicas de reflexão 3D, obtidas a partir de 1988. Existem ainda 64.198 km de perfis gravimétricos, 20.198 km de perfis magnetométricos e 372.788 km de perfis aero-magnetométricos. Todo esse esforço exploratório foi responsável pela descoberta de 9 campos de gás (Juruá), 5 campos de óleo, gás e condensado (Urucu), 1 campo de gás (Rio Copacá) e 2 campos de gás e condensado (São Mateus), além de algumas acumulações sub-comerciais. Estima-se um volume total *in place* desses campos de cerca de 113,9 bilhões de metros cúbicos de gás e de 164,3 milhões de barris de óleo e condensado.

O arcabouço estrutural da Bacia do Solimões mostra que seu substrato faz parte de

faixas móveis, acrescidas a um núcleo mais antigo, individualizadas por caracteres descritivos e não-genéticos (Eiras, 1998). Na sub-bacia Jandiátuba, o substrato é representado por rochas ígneas e metamórficas, enquanto que na sub-bacia do Juruá se destacam, além dessas rochas, rochas sedimentares depositadas em uma sucessão de bacias que constituíam um amplo sistema de *rifts* proterozóicos. Nos estratos fanerozóicos se evidenciam eventos tectônicos que atuaram nas placas gonduânica e sul-americana, respectivamente, bem como reflexos de interações ocorridas nas bordas das mesmas. Foram introduzidas nessas placas epirogenias periódicas que reativaram arcos regionais e controlaram invasões marinhas, processos deposicionais e erosivos, além de um magmatismo mesozóico. Os fenômenos geológicos causaram deformações intraplaca sob a forma de dobras e falhas, de caráter transpressivos, originando dobras anticlinais e falhas reversas com direção preferencial NE-SO e, secundariamente, NO-SE. As anticlinais compõem as principais trapas de acumulação de óleo, gás e condensados atualmente conhecidas.

O arcabouço estratigráfico fanerozóico da bacia atinge 3.800 m e 3.100 m de espessura nas sub-bacias Juruá e Jandiátuba, respectivamente (Eiras, 1998).

As rochas paleozóicas e mesozóicas não afloram em superfície, enquanto que os afloramentos de rochas terciárias e quaternárias estão restritos aos barrancos dos grandes rios. As rochas paleozóicas encontram-se intrudidas por diques e soleiras de diabásio (Figura 6.2), as quais controlaram fortemente a evolução térmica da matéria orgânica contida na rocha geradora devoniana e o tipo de acumulado na rocha reservatório carbonífera.

As soleiras de diabásio ocorrem em todas as bacias paleozóicas brasileiras, com destaque para as bacias do Amazonas e Solimões, onde o evento de intrusão de rocha básica, denominado Penatecaua, é atribuído à abertura do Atlântico Norte no período juro-triássico, e que foi responsável pela injeção de centenas de milhares de quilômetros cúbicos de material magmático nessas bacias (Lima, 2003). Três grupos de soleiras com espessura de até 150 m, cada uma, foram intrudidas em camadas argilosas, acompanhando grosseiramente os planos de estratificação (Lima, 2003). De acordo com Eiras (1998), o arcabouço estratigráfico dessa bacia pode ser dividido em seis seqüências na seguinte ordem:

- **Ordoviciano inferior.** Composta por rochas clásticas neríticas.
- **Siluriano Superior-Devoniano Inferior.** Composta por rochas clásticas e carbonáticas neríticas.
- **Devoniano Médio-Carbonífero Inferior.** Composta por rochas clásticas e depósitos silicosos neríticos e glácio-marinhos.

- **Carbonífero Superior-Permiano Inferior.** Composta por rochas clásticas, carbonáticas e evaporíticas marinhas e continentais.
- **Cretáceo Superior.** Composta por rochas clásticas.
- **Terciário-Quaternário.** Compostas por arenitos e pelitos flúvio-lacustres.

A megasseqüência paleozóica é a mais importante, pois contém as rochas geradoras, reservatório e selante, respectivamente, bem como as feições estruturais que compõem as trapas responsáveis pelas acumulações de óleo, gás e condensados.

Dois sistemas petrolíferos são identificados na Bacia do Solimões: Jandiatuba-Juruá (!) e Jandiatuba-Uerê (?)^{6.1}. O sistema Jandiatuba-Juruá (!) é o mais importante da bacia, pois contém quase a totalidade das acumulações comerciais de óleo, gás e condensado. Os elementos essenciais desse sistema são: rocha-geradora devoniana com mais de 40 m de espessura e mais de 4% de teor médio de carbono orgânico; rocha-reservatório carbonífera com cerca de 18% de porosidade; e excelente rocha-selante evaporítica (carbonífera), situada acima da rocha-reservatório. A pouca carga sedimentar foi compensada pelo efeito térmico de rochas intrusivas básicas juro-triássicas, o que permite classificar esse sistema como atípico (Eiras, 1998).

Segundo Eiras (1998), os processos desse sistema foram efetivos na criação de quase todos os campos de óleo, gás e condensados. Todos os elementos essenciais se encontram posicionados no tempo e no espaço, permitindo a atuação dos processos requeridos para formar acumulações: formações de trapas pretéritas no Paleozóico; início da geração do petróleo no Carbonífero por efeito de soterramento, e expulsão do mesmo no Triássico por efeito do calor de intrusões básicas; migração primária para os arenitos devonianos situados acima e abaixo da rocha-geradora; migração secundária através dessas camadas carreadoras ou através de falhas antigas; acumulação de petróleo em amplas trapas mistas formadas em paleoaltos ou linhas de charneira – ou ainda em trapas estratigráficas, em discordâncias angulares, *pinch outs* ou *onlaps*^{6.2} –; reativação por uma tectônica compressiva (conhecida como Tectônica Juruá, no Jurocretáceo), seguido de remobilização e concentração do petróleo nas novas trapas.

Quanto ao sistema petrolífero Jandiatuba-Uerê (?), este é deficiente em vários aspectos e representa uma quantidade ínfima de petróleo na bacia (Eiras, 1998). A heterogeneidade da rocha-reservatório (variações diagenéticas), a pouca eficiência da rocha-selante e a

^{6.1}Os símbolos (!) e (?) indicam o grau de correlação entre o óleo acumulado e o extrato orgânico obtido da rocha geradora. (!) indica boa correlação, enquanto (?) indica correlação hipotética (Eiras, 1998).

^{6.2}Feição estratigráfica marinha na qual camadas horizontais ou aproximadamente horizontais são depositadas contra uma superfície discordante em aclave, devido a uma subida eustática do mar (Duarte, 2003).

pouca definição do tipo de trapa nos registros sísmicos são seus principais pontos negativos. Porém, como pontos favoráveis, podemos citar a possibilidade de existirem diferentes tipos de *plays*^{6.3}, distintos dos *plays* Juruá, e chances de conter maiores quantidades líquidas de petróleo, uma vez que a rocha-reservatório se encontra estratigraficamente mais baixa e mais distante da fonte de calor das soleiras que cranquearam o petróleo na rocha-geradora ou na rocha-reservatório.

Em termos exploratórios e geofísicos, as rochas magmáticas presentes na Bacia do Solimões representam um desafio ao processamento de dados sísmicos. Elas podem deteriorar a qualidade das seções sísmicas, porque causam perda de energia do sinal, causam a formação de múltiplas e uma alta atenuação devido ao efeito de divergência esférica. Esses efeitos podem prejudicar a interpretação dos dados pela formação de falsas estruturas devido aos efeitos de *pull up*^{6.4} e *pull down*^{6.5}, além de aumentar o risco exploratório.

Em termos petrolíferos, a Bacia do Solimões é a mais importante das nossas bacias paleozóicas por diversos motivos. Além de ser a única bacia paleozóica brasileira com uma produção comercial de petróleo, é a terceira maior produtora de óleo, além de conter o segundo maior volume de óleo-equivalente recuperável do Brasil (Eiras, 1998; Lima e Garabito, 2003).

6.2 MODELOS REPRESENTATIVOS DA BACIA DO SOLIMÕES

Nesta seção nos concentraremos na descrição dos principais modelos (geológico e de velocidades) considerados até o presente momento para um modelo representativo da Bacia do Solimões. Os modelos sintéticos construídos tiveram como base informações reais de seções sísmicas, dados de geofísica de poço e dados geológicos de campo (Figura 6.3). Estas informações representam o arcabouço geológico da Província Petrolífera do Urucu, na Bacia do Solimões.

As informações geofísicas (seções sísmicas reais interpretadas e perfis de poços) foram obtidas de Lima (2003). Também foram utilizados dados geoquímicos de Alves et al. (2000), para justificar a presença de soleiras de diabásio saltadas de nível e/ou bifurcadas. A partir dessas informações e de trabalhos recentes sobre o assunto (Nazaré et al., 2005), foi possível propor uma seção geológica no domínio da profundidade como base para a construção do

^{6.3}Objetivo exploratório ou designação dada a um reservatório de petróleo, ou ainda a um conjunto de reservatórios contíguos de petróleo (Duarte, 2003).

^{6.4}Pseudo-elevação. Nos levantamentos de reflexão sísmica, redução localizada do tempo de reflexão ocasionada por uma camada de alta velocidade sobrejacente (Duarte, 2003).

^{6.5}Pseudo-depressão. Em reflexão sísmica, aumento localizado do tempo de reflexão ocasionado pela presença de um corpo sobrejacente de baixa velocidade (Duarte, 2003).

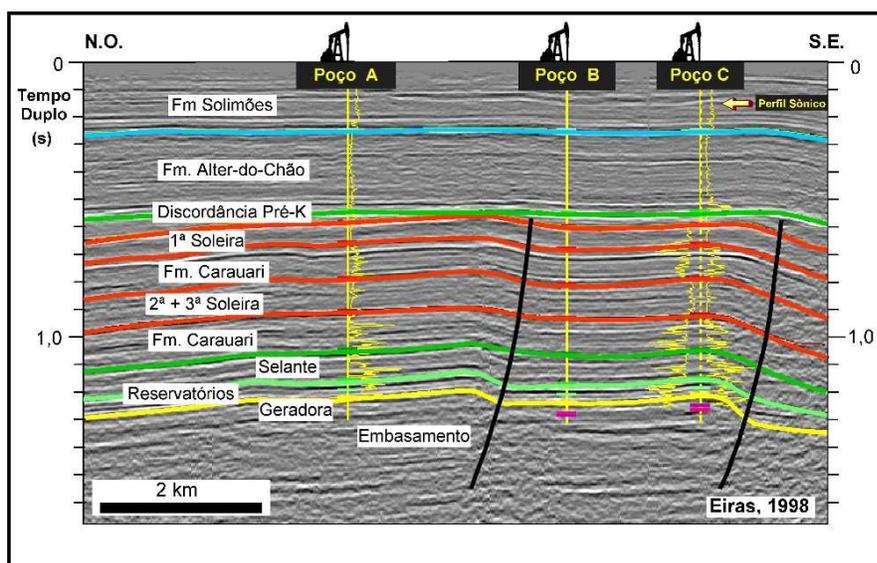


Figure 6.3: Seção sísmica migrada no tempo e interpretada de um modelo geológico da Bacia do Solimões, em conjunto com os dados de perfis de poços. Adaptado de Lima (2003).

modelo de velocidades para a aquisição dos dados sintéticos. Os dados sintéticos foram obtidos pela técnica de diferenças finitas (Lima, 2003; Nazaré et al., 2005).

6.2.1 Seção geológica proposta para a construção do modelo de velocidades

Na seção geológica mostrada a seguir (Figura 6.4), foram consideradas 11 camadas representativas de rochas sedimentares e 4 soleiras de diabásio, além do embasamento, as quais compõem cerca de 3.200 metros de espessura de rocha considerados neste modelo. Essas camadas foram reunidas em dois agrupamentos: um inferior, com cerca de 2.500 metros de espessura, composto por camadas de alta velocidade, que se encontram dobradas, falhadas e intrudidas por soleiras de diabásio; e uma superior, com cerca de 500 metros de espessura, compostas por camadas de baixa velocidade e não deformadas (Figura 6.4). A ordem adotada para a denominação das camadas é da mais jovem para a mais antiga, ou seja, da mais superior, de velocidade baixa, para a mais inferior, de velocidade alta. As características quanto às espessuras e velocidades foram obtidas segundo Eiras (1998) e estão disposta como:

- **Unidade I.** Constituída essencialmente por argilitos.
- **Unidade II.** É essencialmente constituída por arenitos.

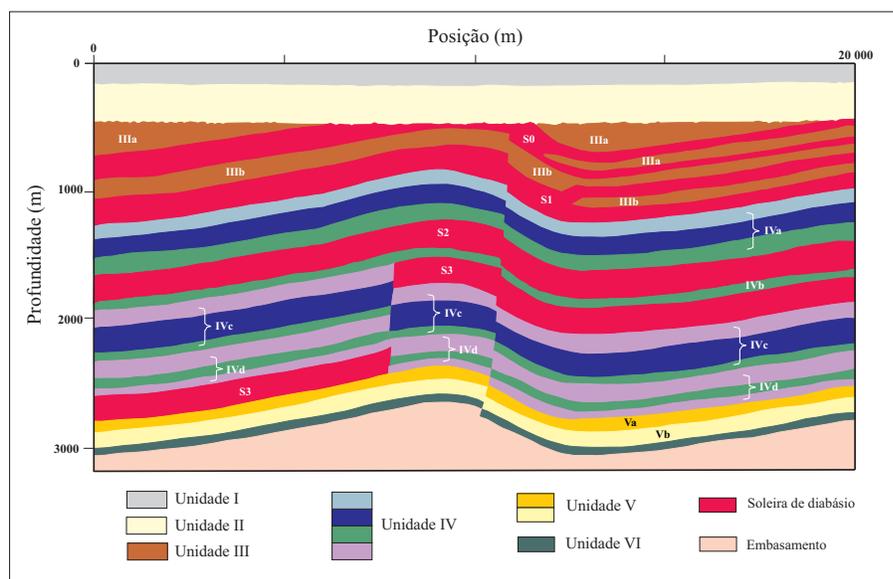


Figure 6.4: Modelo geológico usado na modelagem da Bacia do Solimões. (Cortesia de C. P. Nazaré).

- **Unidade III.** É composta por siltitos e está separada da unidade anterior por uma discordância regional. A mesma acunha por truncamento erosivo em direção ao ápice de uma dobra, onde a mesma se encontra ausente devido à erosão. Esta unidade está entrecortada por soleiras de diabásio que bifurcam e saltam de nível, formando uma situação estrutural complexa.
- **Unidade IV.** Trata-se de uma seqüência evaporítica, constituída por folhelhos, calcários, anidritas e halitas, onde as soleiras S3 e S4 se encontram intrudidas, sendo que a soleira S2 se encontra próximo ao contato desta unidade com a unidade anterior.
- **Unidade V.** É constituída de arenitos.
- **Unidade VI.** É constituída de folhelhos.

O embasamento (EMB) foi considerado como sendo localizado a uma profundidade de 2.640 metros, no ápice de uma estrutura em anticlinal. Nesta seção, a rocha geradora, reservatório e a rocha selante são representadas pelas unidades VI, V e IV, respectivamente.

6.2.2 Modelo de velocidades

O modelo de velocidades (Figura 6.5) foi construído originalmente com uma malha regular com 4001 células na horizontal e 701 células na vertical, com um intervalo de amostragem

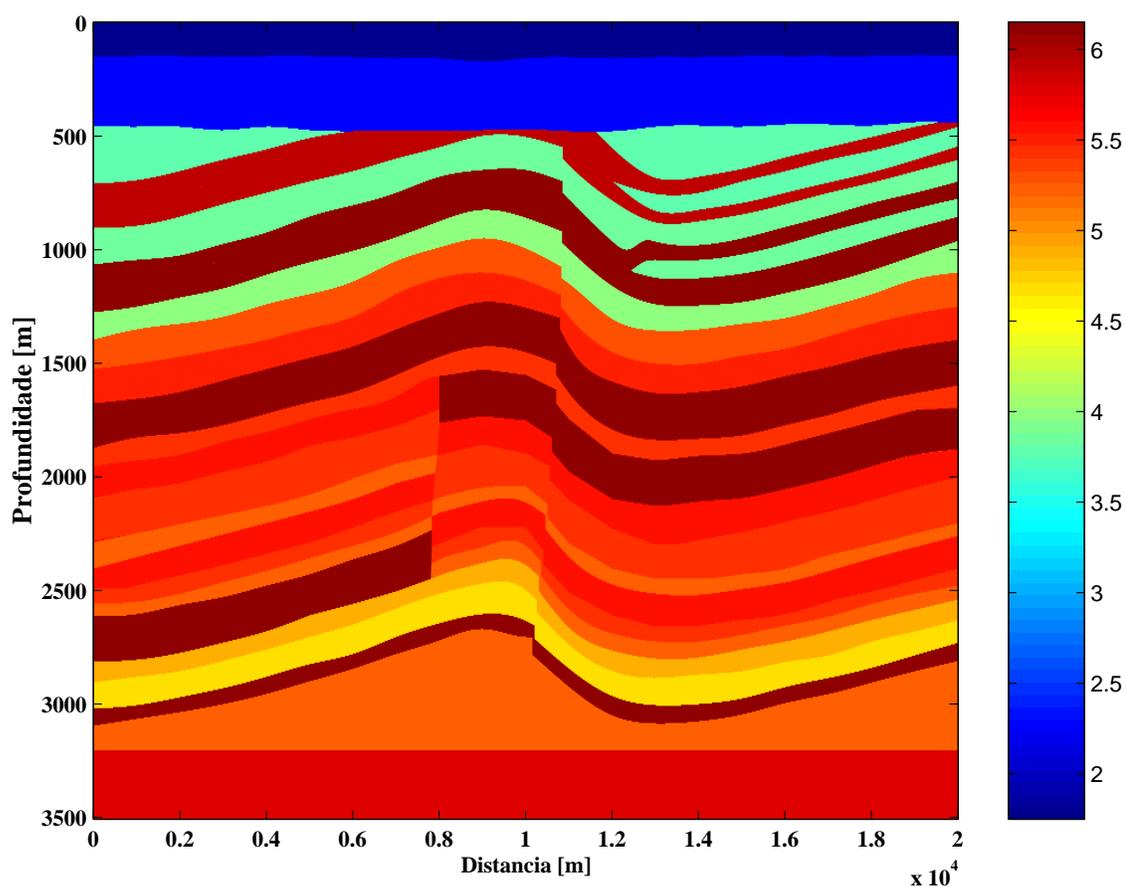


Figure 6.5: Modelo de velocidades construído a partir de uma seção geológica em profundidade (Nazaré et al., 2005). A barra lateral indica os valores das velocidades, em Km/s.

constante de 5 metros em cada direção (Nazaré et al., 2005). As dimensões desse modelo são de 20.000 metros no eixo horizontal e 3.500 metros no eixo vertical.

A geometria do modelo (i.e., espessura de camadas e as feições estruturais) e as velocidades atribuídas às unidades geológicas foram obtidas levando-se em conta as informações geofísicas e geológicas descritas anteriormente. Foram consideradas velocidades médias intervalares invariáveis tanto na vertical como na horizontal, bem como densidades constantes para todas as unidades litológicas consideradas no modelo. A distribuição das unidades intervalares médias nas unidades é (Nazaré et al., 2005):

- **Unidade I.** 1750 m/s.
- **Unidade II.** 2300 m/s.
- **Unidade III.** Camada IIIa: 3750 m/s; camada IIIb: 3850 m/s.

- **Unidade IV.** Camada IVa1: 4000 m/s; camada IVa2: 5300 m/s; camada IVa3: 5500 m/s; camada IVb: 5450 m/s; camada IVc1: 5600 m/s; camada IVc2: 5400 m/s; camada IVc3: 5200 m/s; camada IVd1: 5600 m/s; camada IVd2: 5400 m/s; camada IVd3: 5200 m/s.
- **Unidade V.** Camada Va: 4850 m/s; camada Vb: 4650 m/s.
- **Unidade VI.** 6100 m/s.
- **Soleiras de diabásio.** S1: 5900 m/s; S2, S3, S4: 6150 m/s.
- **Embasamento (EMB).** 5250 m/s.

É importante notar neste modelo de velocidades algumas características importantes (Nazaré et al., 2005). As quatro soleiras de diabásio (incluindo as duas primeiras, que contém bifurcações) e o falhamento principal (a partir da posição 10 Km) foram interpretados a partir das seções sísmicas, dados de poço e dados geoquímicos. Portanto, são estruturas que apresentam uma explicação estrutural plausível. No entanto, na parte oeste da quarta soleira observamos um salto de nível que não foi interpretado diretamente das seções sísmicas. Uma vez que foi observada uma variação lateral de velocidades nesta região, dados de poços e dados geoquímicos corroboraram para a sua interpretação e, portanto, foi incluído neste ponto uma pequena “falha”, para justificar o salto da soleira em consideração. Dessa forma, se justifica a presença desse elemento estrutural neste ponto do modelo de velocidades, porém o mesmo não é estruturalmente plausível, e a sua presença foi apenas induzida. Como elemento de imageamento, no entanto, representa um desafio aos algoritmos de migração, pois além de apresentar uma variação lateral de velocidade da “falha” presumida nesta região do modelo, a resolução da imagem final poderá influenciar em sua interpretação, o que não foi possível usando os tipos de imageamento convencionais, como os que corroboraram para a interpretação da falha principal, por exemplo.

6.3 DADOS SÍSMICOS

No conhecimento do autor, os primeiros trabalhos de modelagem da Bacia do Solimões foram realizados por Lima (2003) e Lima e Garabito (2003). Nestes trabalhos, além da configuração de um modelo de velocidades baseado em um modelo geológico interpretado a partir de uma seção migrada no tempo (Lima e Garabito, 2003), foram estabelecidos critérios de estudo para a modelagem sísmica usando a técnica das diferenças finitas. Dessa forma, foram determinados os critérios de dispersão, estabilidade numérica e de condições

de absorção de borda, por exemplo. Foi possível obter através destas primeiras modelagens os primeiros *snapshots* da propagação do campo de ondas acústico, bem como planejar a modelagem, realizar a aquisição sintética de dados e visualizar alguns resultados, como as seções sísmicas do tipo fonte-comum (*split spread*) em diversas posições ao longo da linha sísmica dentro do modelo.

Nesta seção levaremos em consideração os resultados numéricos (modelo de velocidade e os dados sísmicos) do trabalho de Nazaré et al. (2005), por representarem a complementação do trabalho de Lima (2003) e cujos dados formam um banco de informações completo para o processamento de dados e, conseqüentemente, o imageamento de um modelo geológico representativo da Bacia do Solimões.

6.3.1 Geração dos dados sísmicos sintéticos

Segundo Nazaré et al. (2005), a modelagem do modelo da Bacia do Solimões foi realizada segundo a técnica das diferenças finitas (aproximação para a solução da equação da onda acústica), onde foram utilizados aproximadamente 7 pontos da malha por comprimento de onda. A malha original do modelo de velocidade da Figura 6.5 possui 4001 pontos na horizontal e 701 pontos na vertical. A velocidade máxima do modelo é de 6150 m/s e o tamanho espacial da amostragem nas duas dimensões é de 5 metros, sendo o valor aproximado para a amostragem no tempo de 3,6 ms.

Após determinar os principais parâmetros para a modelagem, foi realizado um experimento de modelagem utilizando um programa de diferenças finitas de segunda ordem no tempo e décima oitava ordem no espaço.

A geração das seções de fonte-comum foi realizada ao longo de uma linha sísmica de 20 km de comprimento. A primeira e a última fonte foram posicionadas nas coordenadas 3600 e 16400 metros, respectivamente. A distância entre duas fontes consecutivas é de 100 metros. Foram geradas 129 famílias de tiro-comum, com arranjo simétrico do tipo *split spread*, composto de um total 145 receptores, espaçamento de 50 metros entre si. O afastamento máximo entre fones e geofones é de 3600 metros. O tempo total de registro é de 2 segundos, com um intervalo de amostragem de 4 milissegundos.

A Figura 6.6a mostra uma seção sísmica fonte-comum simétrica, cuja fonte encontra-se localizada na posição 10 km. Na Figura 6.6b temos uma seção de ponto-médio-comum, após seu rearranjo para estas coordenadas.

Na Figura 6.7, temos dois produtos finais da modelagem. Na Figura 6.7a, temos uma seção com afastamento-nulo modelada, onde foram sobrepostas à mesma curvas de interpretação das posições no tempo das duas primeiras soleiras de diabásio e suas respectivas

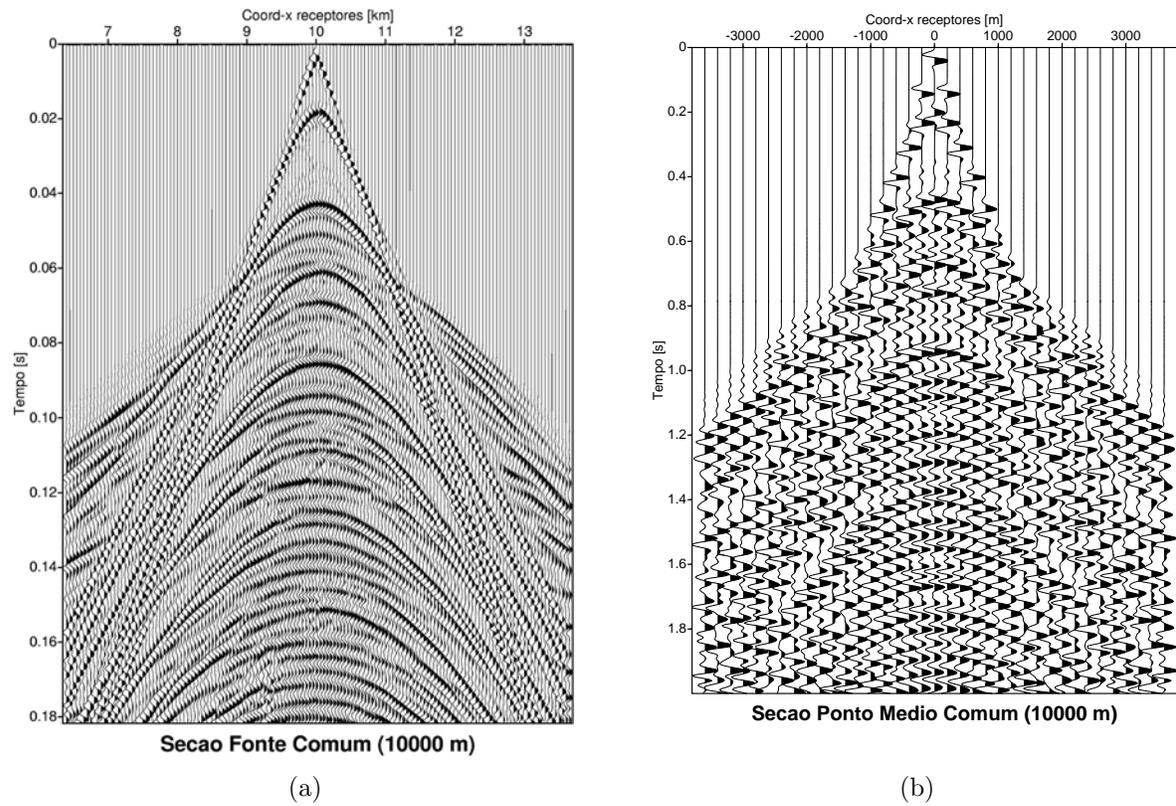


Figure 6.6: Dados gerados pela modelagem. (a) Seção sísmica fonte-comum composta por 145 traços, na posição 10 Km. (b) Seção ponto-médio comum.

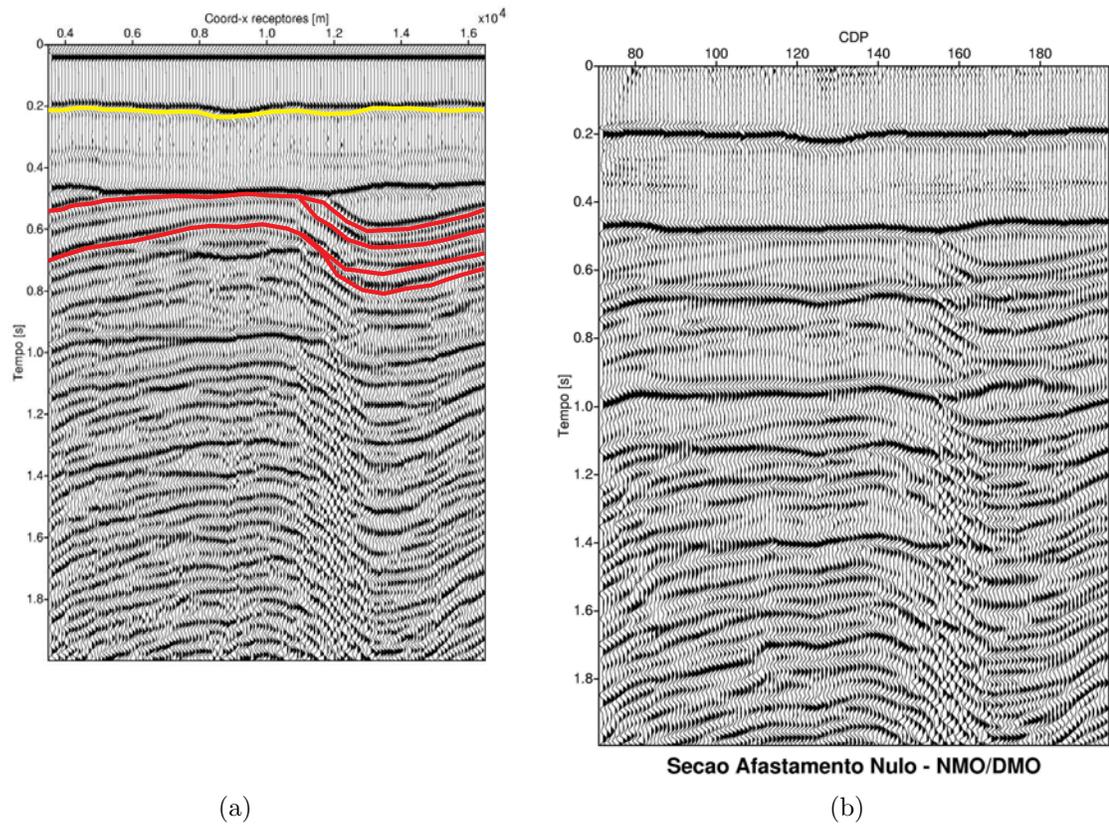


Figure 6.7: Produtos do processamento de dados sísmico. (a) Seção afastamento-nulo modelada e com interpretação geológica das soleiras. (b) Seção afastamento-nulo simulada pelo método de empilhamento ponto-médio-comum de um pacote comercial de processamento (FOCUS). Adaptado de Nazaré et al. (2005).

bifurcações. Na Figura 6.7b, temos uma seção com afastamento-nulo simulada pelo método ponto-médio-comum de um pacote comercial de processamento de dados sísmico (FOCUS).

6.4 MIGRAÇÃO DOS DADOS

Nesta seção realizaremos a migração pré-empilhamento dos dados sintéticos 2D de um modelo geológico representativo da Bacia do Solimões. Utilizaremos, para este fim, o modelo de velocidades de Nazaré et al. (2005) (Figura 6.5) e quatro seções em afastamento-comum, com $2h=50, 200, 400, 1000$ m, respectivamente.

Sobre esses dados serão efetuadas migrações pré-empilhamento usando os algoritmos Kirchhoff e KGB-PSDM.

Para evitar o efeito do falseamento horizontal nos resultados de migração, foi usado o critério de amostragem espacial (Yilmaz, 1987) para o conteúdo de frequência de eventos com mergulho: $\Delta x < \frac{v_{min}}{4f_{máx} \sin(\theta_{máx})}$, onde v_{min} é a velocidade mínima do modelo de velocidades, $f_{máx}$ é a máxima frequência do espectro de um traço sísmico e $\theta_{máx}$ é o máximo ângulo de mergulho de um evento sísmico. Para o exemplo da Bacia do Solimões, foram usados os seguintes valores padrões: $v_{min} = 1.75 \text{ km/s}$, $\theta_{máx} = 60^\circ$ e $f_{máx} = 80 \text{ Hz}$. Para evitar o falseamento vertical, foi usado o critério $\Delta z < \frac{v_{min}}{4f_{máx}}$ (Hertweck, 2000).

6.4.1 Famílias de dados sísmicos em afastamento-comum

Na Figura 6.8, vemos quatro seções sísmicas, em diversos afastamentos (0, 50, -3600, 3600, sendo todos os valores expressos em metros), dos dados da Bacia do Solimões. Nos afastamentos mais próximos (0 e 50 metros, respectivamente), podemos ver as principais características do modelo, como as bifurcações de algumas soleiras e as difrações da região da falha. Nos afastamentos maiores, estas características não são mais discerníveis.

Cada seção em afastamento-comum é formada por 129 traços, espaçados a cada 100 metros. Cada traço possui 505 amostras no tempo, com $dt = 4 \text{ ms}$, num total de 2s de registro.

6.4.2 Modelos de velocidades usados na migração

Nos exemplos considerando um modelo de velocidade com gradiente constante, devido a ajustes numéricos do programa de migração KGB-PSDM, a malha do modelo de velocidades original (Figura 6.5) foi reamostrado para $(N_x, N_z) = (800, 350)$, com amostragens nas direções horizontal e vertical dados por $dx=25$ m e $dz=10$ m (Figura 6.9). Nesta figura,

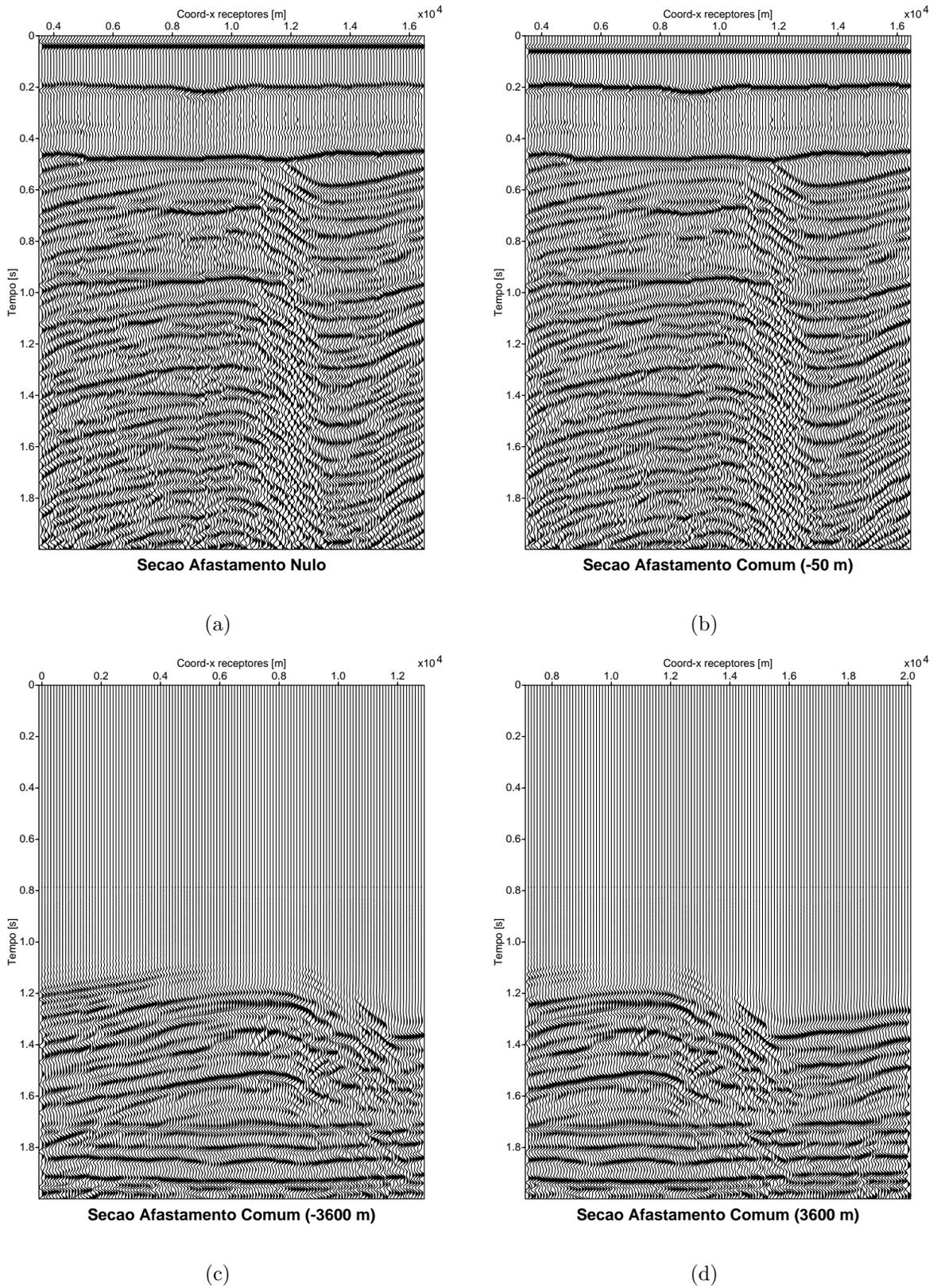


Figure 6.8: Seções sísmicas em afastamento-comum. (a) Afastamento nulo. (b) 50 metros. (c) -3600 metros. (d) 3600 metros. (Cortesia de C. P. Nazaré).

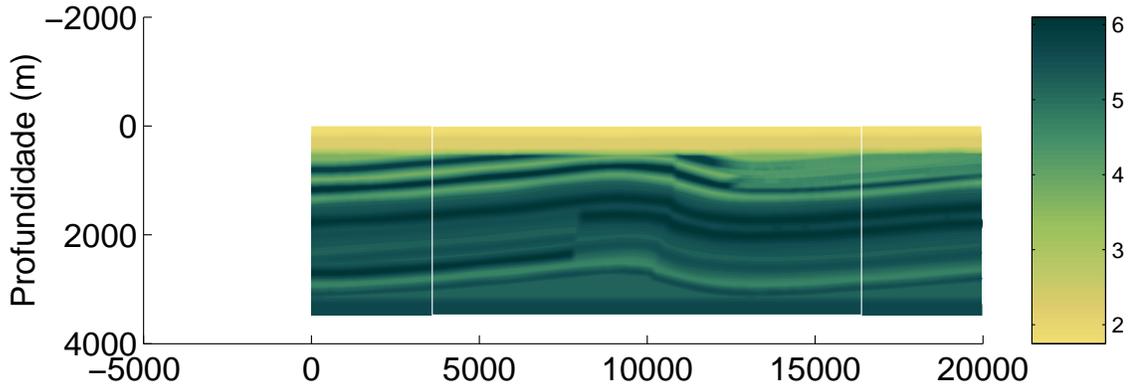


Figure 6.9: Modelo de velocidades (reamostrado) para a migração. A janela indica a linha sísmica. A escala horizontal encontra-se em metros e os valores das velocidades em Km/s.

a caixa branca abrange, na superfície, a linha sísmica, compreendida entre as coordenadas (valores em metros) $x = 3600$ e $x = 16.400$.

Nos exemplos em que foi usado o modelo verdadeiro de velocidade, os tempos de trânsito foram calculados através da solução da equação iconal, sendo que a malha do modelo de velocidades foi ajustada com os seguintes parâmetros: intervalo de amostragem $dx = dz = 12.5m$ e malha com $(N_x, N_z) = (1024, 280)$ células na horizontal e vertical, respectivamente.

6.4.3 Resultados encontrados

Nesta seção mostramos os resultados das migrações KGB-PSDM para as quatro famílias em afastamento-comum do modelo da Bacia do Solimões. Para estes exemplos, foi executado um *loop* na frequência correspondente a 251 valores, espaçados em $0.2 Hz$, entre as frequências 10 e $50 Hz$, respectivamente. A frequência dominante original de modelagem dos dados é de cerca de $20 Hz$; portanto, dentro da faixa de varredura na frequência.

Em primeiro lugar, comparemos se o operador interno do kernel do operador de migração simula adequadamente os dados de entrada pelo empilhamento de feixes.

Na Figura 6.10 vemos os dois dados de entrada vistos pelos dois tipos de migração. No primeiro (Figura 6.10a), temos o dado sísmico original ($2h = 200 m$), que não sofreu nenhum tipo de pré-processamento antes de ser migrado, a não ser a derivada temporal de cada traço.

O mesmo dado serve de entrada para a migração KGB-PSDM, porém cada traço do mesmo sofre o empilhamento de feixes, onde as informações de zona de Fresnel são posi-

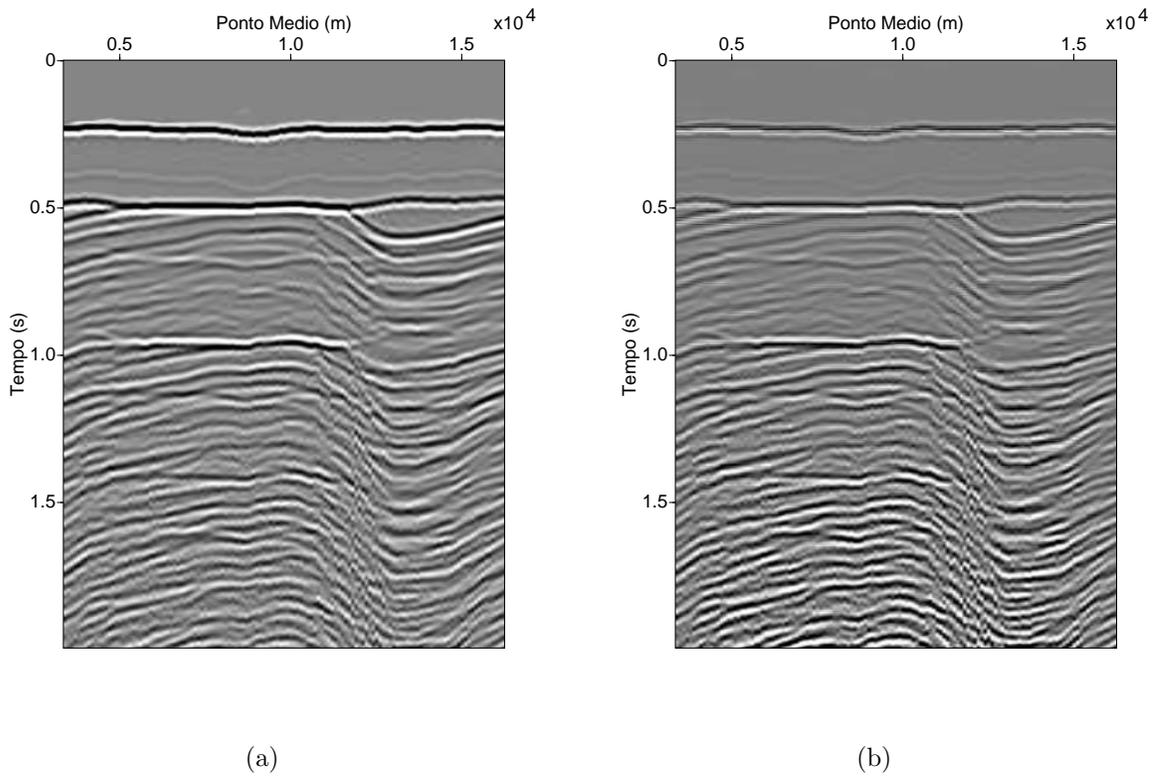


Figure 6.10: Dados de entrada em afastamento-comum ($2h = 200\text{m}$). (a) Dado original visto pela migração Kirchhoff. (b) Dado de entrada para a migração KGB-PSDM, como resultado da sobreposição de feixes gaussianos. AGC=100%.

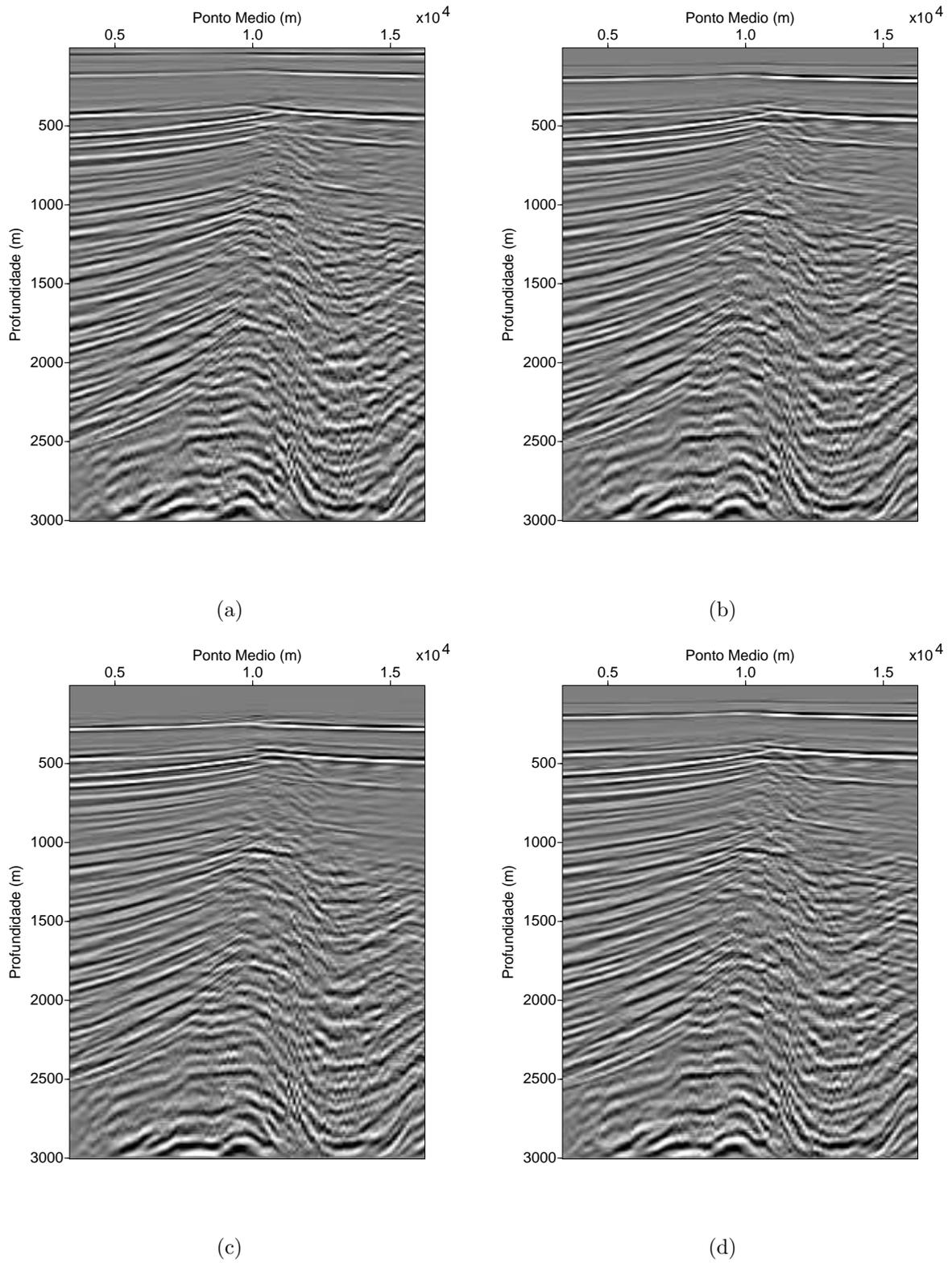


Figure 6.11: Migrações KGB-PSDM para os afastamentos (a) $2h = 50$ m, (b) $2h = 200$ m, (c) $2h = 400$ m e (d) $2h = 1000$ m. AGC=100%.

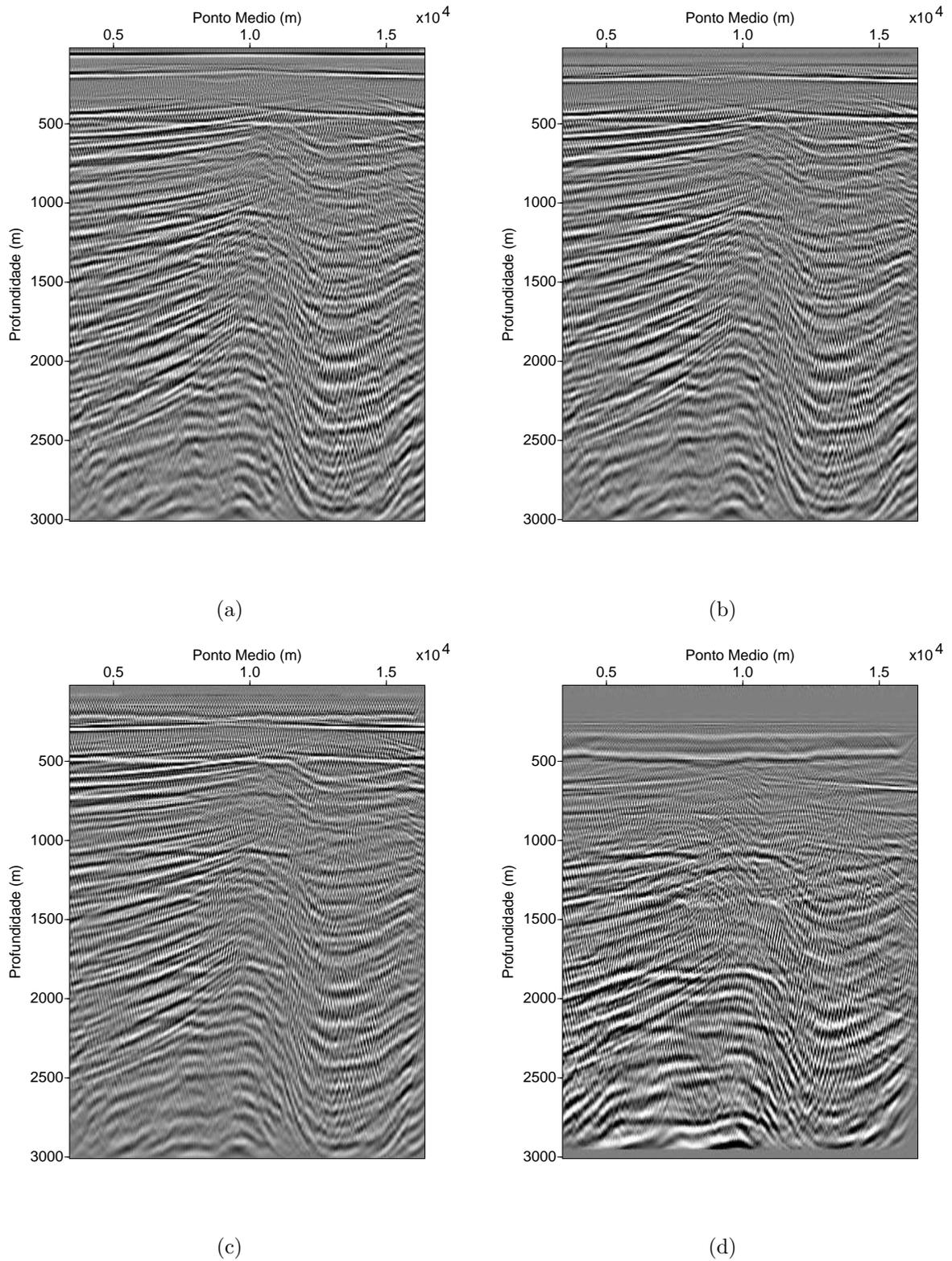


Figure 6.12: Migrações Kirchhoff-PSDM para os afastamentos (a) $2h = 50$ m, (b) $2h = 200$ m, (c) $2h = 400$ m e (d) $2h = 1000$ m. AGC=100%.

cionadas, após o empilhamento local, em cada traço, resultando em um novo sismograma de entrada, conforme visto na Figura 6.10*b*. Podemos ver que a seção em afastamento-comum resultante apresenta todos os eventos contidos na seção original, porém existem algumas diferenças em termos de amplitudes. Enquanto na parte superior da Figura 6.10*b*, entre 0 e 1.0 s, o eventos de reflexão sofreram uma espécie de “filtragem”, após 1.0 s os eventos foram reforçados pelo empilhamento de feixes. Isso conseqüentemente aumenta a razão sinal/ruído dos dados nesse intervalo da janela de tempo.

- **Meio com gradiente constante de velocidade**

Nesta primeira abordagem, os dados foram migrados considerando um meio com gradiente constante de velocidade, com $\beta = 0.975 \text{ s}^{-1}$. Apesar de não ser o procedimento correto para a migração, serve para mostrar as principais características da migração KGB-PSDM.

Foram realizadas as migrações pré-empilhamento dos dados da Bacia do Solimões para os afastamentos $2h=50, 200, 400, 1000$ m. Na Figura 6.11 vemos os resultados encontrados, para os quatro afastamentos, utilizando a migração KGB-PSDM. De forma análoga, na Figura 6.12 vemos os resultados encontrados pela migração Kirchhoff-PSDM. Visualmente vemos que as imagens obtidas pelo processo KGB-PSDM apresentam uma boa resolução e uma quase total ausência de artefatos de migração. Nos afastamentos mais próximos, várias feições geológicas podem ser vistas adequadamente: as camadas mergulhando à esquerda, na parte esquerda do modelo, entre as profundidades $z=500$ m e $z=2500$ m; a discordância, na profundidade $z=500$ m; o contorno do domo, entre as profundidades $z=2000$ m e $z=2500$ m, etc.

Nas migrações usando Kirchhoff-PSDM (Figura 6.12), todas essas características são vistas, porém as imagens são permeadas de artefatos de migração, que reduzem a qualidade da mesma. Mas a diferença mais instigante se encontra na família de afastamento $2h=1000$ m, onde a migração Kirchhoff-PSDM apresenta um resultado completamente “distorcido” quando comparado a KGB-PSDM, que manteve as características das imagens dos outros afastamentos.

Neste exemplo, apesar da aproximação do campo de velocidades ser insuficiente para o imageamento completo do dado, vemos a migração KGB-PSDM sofreu menos do efeito do falseamento espacial do que Kirchhoff.

- **Migração usando uma solução da equação iconal**

Soluções da equação iconal [Eq. (2.2)] são comumente encontradas na literatura (Vidale, 1988; Gray e May, 1994). Nesta seção utilizamos os tempos de trânsito obtidos de uma

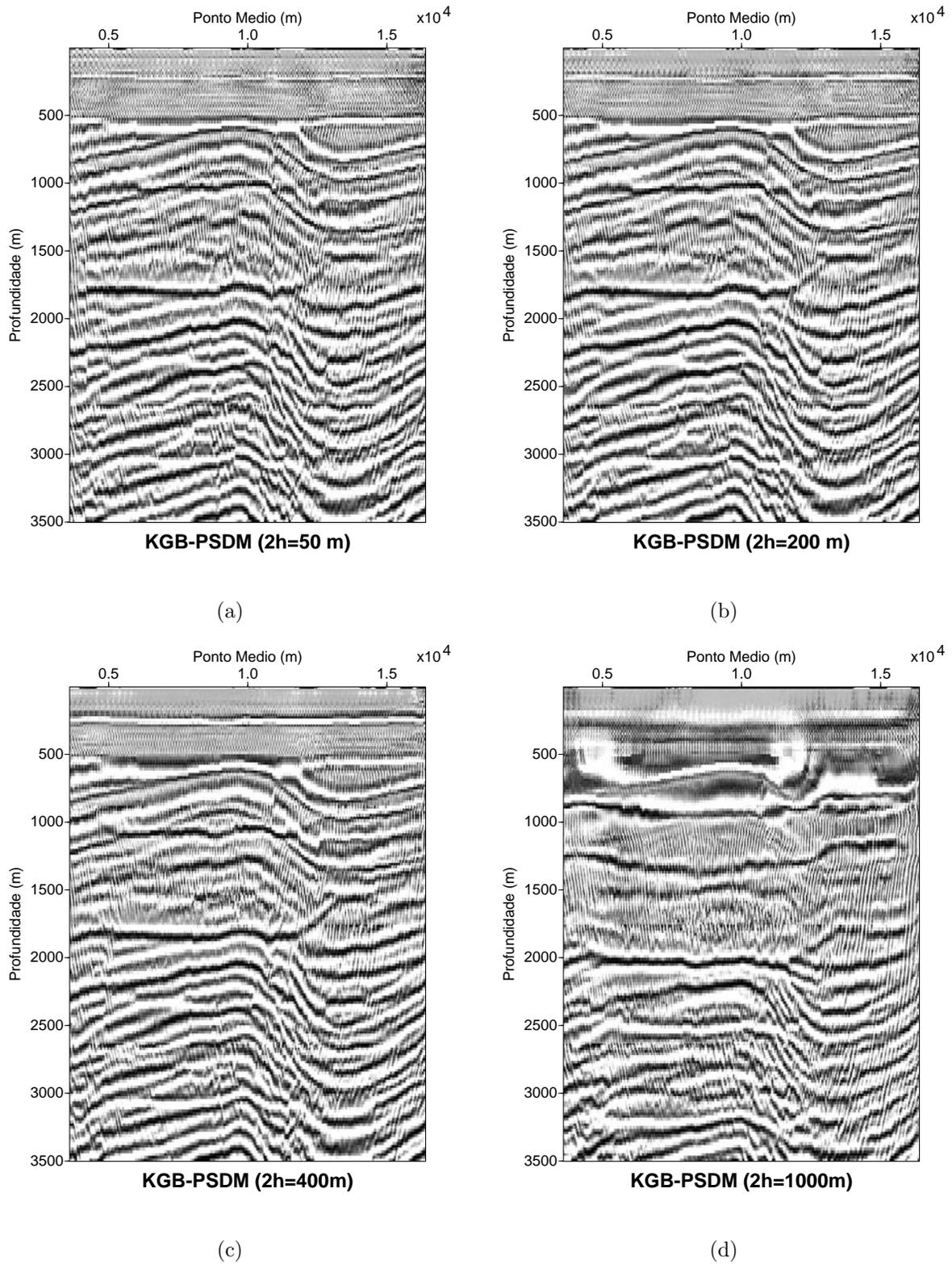


Figure 6.13: Migrações KGB-PSDM usando tempos de trânsito da equação iconal para os afastamentos (a) $2h = 50$ m, (b) $2h = 200$ m, (c) $2h = 400$ m e (d) $2h = 1000$ m. GAGC=100%.

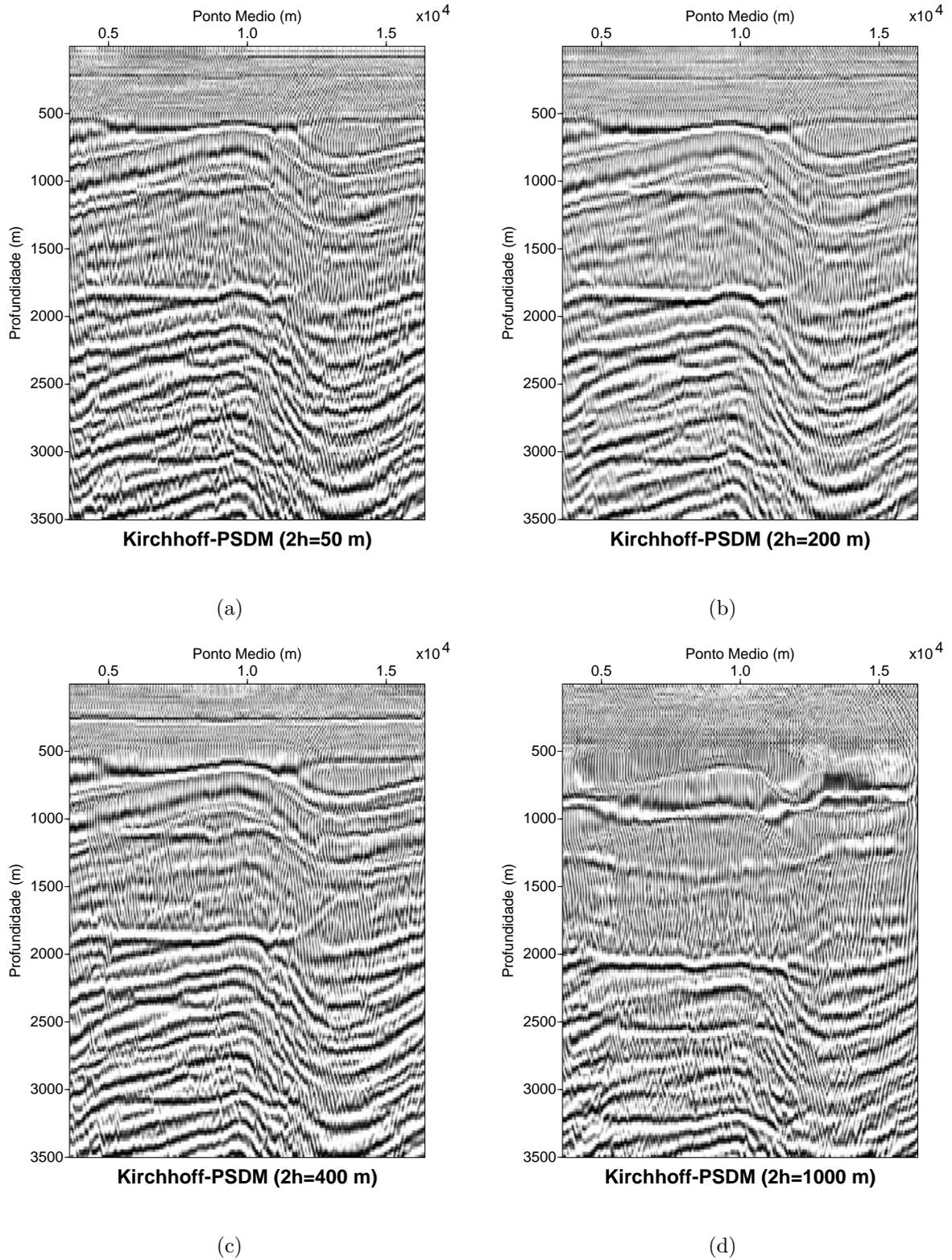


Figure 6.14: Migrações Kirchhoff-PSDM usando tempos de trânsito da equação iconal para os afastamentos (a) $2h = 50$ m, (b) $2h = 200$ m, (c) $2h = 400$ m e (d) $2h = 1000$ m. GAGC=100%.

solução simples da equação iconal (Vidale, 1988) para realizarmos as migrações Kirchhoff e KGB-PSDM, respectivamente.

Nas Figuras 6.13 e 6.14 vemos os resultados das migrações KGB-PSDM e Kirchhoff-PSDM, respectivamente, usando os tempos de trânsito de uma solução em diferenças finitas da equação iconal (Vidale, 1988). Em ambos os casos, os tempos de trânsito foram efetivamente calculados pela equação iconal, e os eventos foram corretamente posicionados em sub-superfície. No entanto, diversas diferenças podem ser observadas ao longo de todas as seções em afastamento-comum. Nos afastamentos $2h = 50, 200$ e 400 m, por exemplo, vemos que as principais diferenças se encontram nas polaridades dos eventos migrados para as posições das duas primeiras soleiras, localizadas logo abaixo de $z = 500$ m. Enquanto Kirchhoff mostra polaridades positivas dos eventos referentes às soleiras (Figura 6.14), a migração KGB-PSDM mostra as referidas polaridades invertidas (Figura 6.13). No afastamento $2h = 1000$ m, para ambos os casos, também se nota a mudança de polaridade da imagem KGB em relação à imagem Kirchhoff, porém não é possível discernir a forma da primeira soleira adequadamente.

Quanto à questão da resolução horizontal das imagens, excetuando o fato da inversão de polaridade de alguns eventos, se nota que as imagens KGB-PSDM migram eventos com uma melhor continuidade lateral do que Kirchhoff-PSDM. Em alguns casos, como embaixo da segunda soleira (abaixo de $z = 1000$ m), a migração KGB-PSDM consegue imagear eventos em todos os afastamentos que não são migrados por Kirchhoff.

Devido à simplicidade da solução da equação iconal para os tempos de trânsito usados neste exemplo, se nota em ambos os tipos de migração a presença de artefatos inerentes aos métodos usados. Este fato é reconhecido por vários autores (Gray e May, 1994) e prontamente previsto em teoria. Nesse caso, a equação iconal é apenas efetiva em calcular os tempos de trânsito das *primeiras* chegadas, o que em meios complexos não são as chegadas mais energéticas (Gray e May, 1994). Normalmente, as chegadas mais energéticas do campo de ondas estão associadas a “desdobramentos” das frentes de onda, que são divididas em ramos secundários de chegadas de energia. Para um imageamento mais efetivo em meios com geologia complexa, é recomendável o uso de chegadas mais energéticas, com mais *ramos* de tempo de trânsito. Estas chegadas secundárias podem ser calculadas com o método da construção de frente de ondas (Portugal, 2002), e assim melhorar a resolução das imagens migradas.

6.5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Como visto nos exemplos anteriores, obtivemos a migração dos dados referentes a um

modelo sintético representativo da Bacia do Solimões considerando que o modelo de velocidades dos dados é conhecido com bastante precisão. Em cima desse modelo de velocidades, foi realizado um traçamento cinemático e dinâmico de raios, que possibilitou a determinação de todas as quantidades necessárias ao imageamento – e.g., tempo de trânsito, amplitudes, estimativas dos raios da zona de Fresnel (em profundidade e projetada) –, com as quais foi possível implementar a migração usando feixes gaussianos. Portanto, em primeiro lugar, a determinação “aproximadamente exata” do modelo de velocidades é essencial no presente processo de migração – primeiramente por se tratar de uma migração “essencialmente Kirchhoff”; e em segundo lugar, porque qualquer migração do “tipo Kirchhoff” é sensível ao modelo de velocidades, conforme visto no Capítulo 6. No entanto, existem dois fatores críticos a serem considerados, a saber: a somatória na frequência e o ângulo de incidência sobre o ponto de reflexão.

O conteúdo de frequência é necessário porque implica no uso direto da quantidade zona de Fresnel, que depende da frequência usada e de propriedades do refletor, como a sua curvatura no ponto de reflexão. Por sua vez, a estimativa da zona de Fresnel de um experimento sísmico – e, portanto, sua respectiva resolução lateral – está relacionada com o período da onda sísmica mono-freqüente. Se considerarmos que se deseja apenas um tipo de evento de reflexão (no caso, ondas compressionais), nos reportaremos ao período do pulso-fonte usado para descrever os eventos de reflexão nos dados sísmicos. Em outras palavras, conforme Hubral et al. (1993), medidas de tempo de trânsito podem nos fornecer essas informações. Logo, esse “conteúdo de frequência” pode ser obtido diretamente dos dados ou através de um processo de análise dos traços sísmicos, como já vem sendo sugerido na literatura (Gray et al., 2001). Como em outras implementações de migração de feixes gaussianos esse conteúdo de frequência é previsto em teoria e influencia na escolha de quantidades importantes, como janelas de empilhamento e tamanho de meias-larguras, além da própria discretização no domínio da vagarosidade (Hill, 1990; Hill, 2001), também é necessário que se faça este estudo para o presente operador de migração. Com a determinação desse intervalo de frequência dos dados, se pode definir os valores mínimos e máximos a serem usados no processo de migração KGB-PSDM.

O último elemento importante ao presente método é considerar que, durante o imageamento, o ângulo de incidência sobre o refletor pode ser calculado em conjunto com os valores da zona de Fresnel. Este ângulo de incidência é previsto em teoria e faz parte da definição da zona de Fresnel (Apêndice B). No presente caso, consideramos que na fase de obtenção das quantidades dinâmicas um “ângulo-candidato” é calculado e usado para se determinar os valores de zona de Fresnel. No entanto, em um estudo futuro mais elaborado esse ângulo

deve ser “precisamente” calculado usando outros processos, como inversão ou otimização, por exemplo. Isso complementaria o presente método com uma maior precisão. Uma outra maneira de se resolver esse problema, sem se preocupar com o ângulo de incidência sobre o refletor, é considerar o processo de migração no domínio da vagarosidade (Hill, 2001; Albertin et al., 2004), usando empilhamentos oblíquos, onde a questão do ângulo é tratada com maior consistência.