



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**AVALIAÇÃO DE ALGORITMOS PARA CONVERSÃO DE MODELOS
DE VELOCIDADE DE TEMPO PARA PROFUNDIDADE**

LEANDRO DA SILVA SADALA VALENTE

Belém
2013

LEANDRO DA SILVA SADALA VALENTE

AVALIAÇÃO DE ALGORITMOS PARA CONVERSÃO DE MODELOS DE
VELOCIDADE DE TEMPO PARA PROFUNDIDADE

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para a obtenção do título de mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Sísmicos.
Orientador: Prof. Dr. Jessé Carvalho Costa.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Valente, Leandro da Silva Sadala

Avaliação de algoritmos para convenção de modelos de velocidades de tempo para profundidade / Leandro da Silva Sadala Valente; Orientador: Jessé Carvalho Costa - 2013.

Dissertação (mestrado em geofísica) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2013.

1. Prospecção - Métodos geofísicos. 2. Prospecção sísmica. 3. Velocidade de migração em tempo. 4. Conversão tempo profundidade. I. Costa, Jessé Carvalho da, *orient.* II. Universidade Federal do Pará IV. Título.

CDD 22º ed.: 551.22

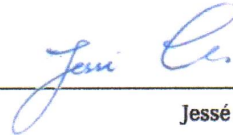
LEANDRO DA SILVA SADALA VALENTE

AVALIAÇÃO DE ALGORITMOS PARA CONVERSÃO DE MODELOS DE
VELOCIDADE DE TEMPO PARA PROFUNDIDADE

Dissertação apresentada como requisito à
obtenção do grau de mestre em ciências na área
de geofísica.

Data da aprovação: 26/03/2013

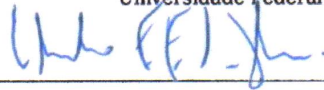
Banca examinadora:



Jessé Carvalho Costa

Doutor em Geofísica

Universidade Federal do Pará



Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Doutor em Geofísica

PETROBRAS



Luiz Alberto Santos

Doutor em Engenharia Civil

PETROBRAS

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me guia todos os dias de minha vida.

Agradeço a minha mulher por ter assumido o papel de pai de nosso filho nos momentos em que estive ocupado realizando este trabalho.

Agradeço a minha mãe por ter me incentivado desde cedo a estudar e perseguir os meus objetivos.

Agradeço aos demais familiares que me ajudarem de alguma maneira nesta conquista.

Agradeço ao Prof. Jessé com quem adquiri enorme conhecimento e que na Universidade foi como meu segundo pai e a Prof. Ellen por quem tenho grande admiração.

Agradeço à Petrobras, em especial ao Rui Pinheiro, que cedeu parte do tempo de trabalho para a finalização deste trabalho.

Por último, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma nesta pesquisa.

RESUMO

Ainda hoje, a migração em tempo é o processo de imageamento substancialmente empregado na indústria do petróleo. Tal popularidade é devida ao seu alto grau de eficiência e robustez, além de sua habilidade em focalizar refletores nos mais variados ambientes geológicos. Entretanto, em áreas de alta complexidade geológica a migração em tempo falha de tal forma que a migração em profundidade e um campo de velocidade em profundidade são indispensáveis. Esse campo é geralmente obtido através de processos tomográficos partindo de um campo de velocidade inicial. A conversão de campos de velocidade de tempo para profundidade é uma forma rápida de se obter um campo inicial mais consistente geologicamente para tais processos. Alguns algoritmos de conversão tempo-profundidade recentemente desenvolvidos baseados no traçamento de raios-imagem são revistos e um algoritmo alternativo baseado na propagação da frente de onda-imagem é proposto. Os algoritmos são aplicados a dados sintéticos bidimensionais e avaliados de acordo com suas eficiência e acurácia, destacando suas vantagens, desvantagens e limitações na obtenção de campos de velocidade em profundidade.

Palavras-chave: Prospecção - Métodos geofísicos. Prospecção Sísmica. Velocidade de migração em tempo. Conversão tempo-profundidade.

ABSTRACT

Even today, time migration is the imaging process substantially employed in the oil industry. Such popularity is due to its high degree of efficiency and robustness, and its ability to focus reflectors in various geological environments. However, in areas of high geological complexity, time migration fails so that depth migration and a depth velocity field are indispensable. This field is usually obtained through tomographic iterative processes starting from an initial velocity field. The conversion of velocity fields from time to depth is a quick way of obtaining a geologically more consistent initial velocity field for such processes. Some algorithms for time-to-depth conversion based on newly developed image-ray tracing are reviewed and an alternative algorithm based on propagation of the image-wavefront is proposed. The algorithms are applied to two-dimensional synthetic data and evaluated according to their efficiency and accuracy, highlighting their advantages, disadvantages and limitations in obtaining depth velocity fields.

Keywords: Prospecting - Geophysical methods. Seismic prospecting. Time migration velocity. Time-to-depth conversion.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 MIGRAÇÃO SÍSMICA	11
2.1 CONCEITOS BÁSICOS	11
2.2 TIPOS DE MIGRAÇÃO	11
2.2.1 Migração sísmica em profundidade	13
2.2.2 Migração sísmica em tempo	14
2.2.2.1 Velocidade de migração em tempo e aproximações para o tempo de trânsito	17
3 CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE	19
3.1 INTRODUÇÃO	19
3.2 FUNDAMENTOS	20
3.2.1 Sistemas de coordenadas	20
3.2.2 Traçamento cinemático de raios	21
3.2.3 Traçamento dinâmico de raios	22
3.3 RELAÇÃO ENTRE OS CAMPOS DE VELOCIDADE EM TEMPO E PROFUNDIDADE	23
3.3.1 Relação tridimensional	23
3.3.1.1 Abordagem de Cameron, Fomel e Sethian (2007)	23
3.3.1.2 Abordagem de Iversen e Tygel (2008)	25
3.3.1.3 Comparação entre as abordagens de Cameron, Fomel e Sethian (2007) e Iversen e Tygel (2008) para o caso tridimensional	26
3.3.2 Relação bidimensional	26
4 VELOCIDADE INTERVALAR EM TEMPO	27
4.1 INTRODUÇÃO	27
4.2 OBTENÇÃO REGULARIZADA DA VELOCIDADE INTERVALAR	28
4.2.1 Formulação do problema unidimensional	28
4.2.2 Formulação do problema bidimensional com parametrização unidimensional	29
4.2.3 Formulação do problema por regularização shaping	30
5 ALGORITMOS DE CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE	32
5.1 PROBLEMA INVERSO BIDIMENSIONAL	32
5.2 ALGORITMOS DE INVERSÃO	32

6 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS	36
6.1 EXPERIMENTO 1: MODELO GAUSSIANO	36
6.2 EXPERIMENTO 2: MODELO MARMOUSOFT	38
6.2.1 Conversão a partir do campo de velocidade Dix exato	38
6.2.2 Conversão a partir do campo de velocidade Dix estimado	40
6.3 COMPARAÇÃO EM TERMOS COMPUTACIONAIS	42
6.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE IVERSEN E TYGEL (2008)	42
7 CONCLUSÕES	43
REFERÊNCIAS	44

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, a migração em tempo tem sido rotineiramente empregada no imageamento sísmico. A popularidade da migração em tempo se deve principalmente a rapidez, robustez e ao perfeito entendimento da construção do modelo de velocidade de migração em tempo. Esse entendimento possibilita gerar tais produtos com significativa qualidade. Além disso, novos algoritmos para análise de velocidade de migração em tempo baseados em migração pré-empilhamento em tempo (PSTM - *Prestack Time Migration*) tem surgido (FOMEL, 2003; PINHEIRO, 2008; SCHLEICHER; COSTA; NOVAIS, 2008). Estas técnicas podem ser utilizadas para obter modelos de velocidade mais aprimorados para PSTM, abrindo mão da análise de velocidade convencional baseada em famílias ponto-médio comum (CMP - *Common-Midpoint Gathers*).

Por outro lado, em regiões de alta complexidade geológica, como por exemplo na presença de variações abruptas de velocidade, o imageamento sísmico requer migração em profundidade. Esta, por sua vez, necessita da disponibilidade de um modelo de velocidade em profundidade. Desse modo, a construção desse modelo acaba sendo uma fase crítica para o sucesso do imageamento sísmico em profundidade. A estimativa desse modelo geralmente depende de técnicas tomográficas baseadas em algoritmos iterativos. Com esse objetivo, muitas metodologias de tomografia têm sido propostas, por exemplo, a apresentada em Billette et al. (2003), Clapp, Biondi e Claerbout (2004).

Os métodos tomográficos geralmente têm como ponto de partida modelos de velocidade homogêneos ou de empilhamento convertidos verticalmente. Os modelos de velocidade resultantes são extremamente dependentes dos modelos iniciais e dos vínculos de regularização empregados (COSTA et al., 2008). Conseqüentemente, a conversão de tais modelos de tempo para profundidade torna-se um processo altamente demandado. Adicionalmente, a robustez da análise de velocidade da migração em tempo indica que tal procedimento é bem mais eficaz no fornecimento de um modelo inicial com a qualidade necessária para a tomografia.

Por estas razões, muitas tentativas têm sido feitas para melhorar a conversão dos modelos de velocidade de tempo para profundidade. Em uma linha de investigação, Cameron, Fomel e Sethian (2007) descrevem como obter modelos de velocidade em profundidade a partir de modelos de velocidade de migração em tempo usando traçamento dinâmico de raios-imagem. O algoritmo proposto consiste no traçamento de raios-imagem para transformar o campo de velocidade intervalar no domínio do tempo para o domínio da profundidade, sendo este último função das coordenadas do raio. O campo de velocidade intervalar em profundidade é em seguida interpolado em uma malha regular com base no método *fast marching* (SETHIAN, 1999a,b).

Uma técnica alternativa de parametrização do problema muito similar a anterior proposta com o intuito de aumentar sua eficiência é apresentada em Iversen e Tygel (2008). A principal diferença é que esta quando aplicada a dados tridimensionais necessita apenas do campo de

velocidade de migração em tempo referente à um azimute como ponto de partida, enquanto que naquela, três campos de velocidade de migração em tempo são necessários para construção do modelo de velocidade em profundidade.

Embora a conversão de modelos de velocidade de migração em tempo para profundidade seja um processo muito atrativo, ele é um problema malposto (CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2007; CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2008). Assim, a presença de regularização se torna um componente indispensável a todos os algoritmos para obter resultados razoavelmente coerentes. A regularização pode ser adicionada em duas fases: durante a estimativa do campo de velocidade intervalar a partir do campo de velocidade de migração em tempo, e durante o traçamento dos raios-imagem.

O objetivo deste estudo é comparar diferentes técnicas de conversão tempo-profundidade empregada nos algoritmos de traçamento de raios-imagem, assim como apresentar um algoritmo alternativo de conversão tempo-profundidade sem a utilização do traçado de raios-imagem e identificar suas vantagens e desvantagens em relação às outras técnicas. Para isso, aplicam-se os métodos sob investigação ao problema da estimativa do modelo de velocidade em profundidade a dados sintéticos bidimensionais. A primeira técnica resolve o problema usando o algoritmo de Cameron, Fomel e Sethian (2008). Este procedimento envolve além da regularização na estimativa do campo de velocidade intervalar em tempo, o cálculo de médias intrínsecas durante o traçamento de raios-imagem. A segunda técnica faz uso do algoritmo descrito por Iversen e Tygel (2008), na qual a regularização está ligada ao pressuposto de que certas derivadas sob certas condições podem ser negligenciadas. A última técnica consiste em aplicar o algoritmo alternativo de conversão tempo-profundidade simulando a propagação da frente de onda-imagem em subsuperfície. Para avaliar a qualidade dos modelos de velocidade em profundidade resultantes, comparam-se não somente os modelos, como também as frentes de onda-imagem produzidas.

2 MIGRAÇÃO SÍSMICA

Este capítulo destina-se a uma breve recapitulação sobre o conceito e principais aspectos sobre migração sísmica, tendo como base teórica a migração Kirchhoff.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS

A migração sísmica é o processo pelo qual os eventos sísmicos são reposicionados em tempo ou espaço para as posições em subsuperfície onde tais eventos foram gerados. Através desse processo, tenta-se compensar a dispersão e as variações espaciais e direcionais da velocidade da onda sísmica que fazem os eventos sísmicos serem registrados em posições diferentes daquelas esperadas sob as considerações simplificadas de modelos de camadas plano-paralelas.

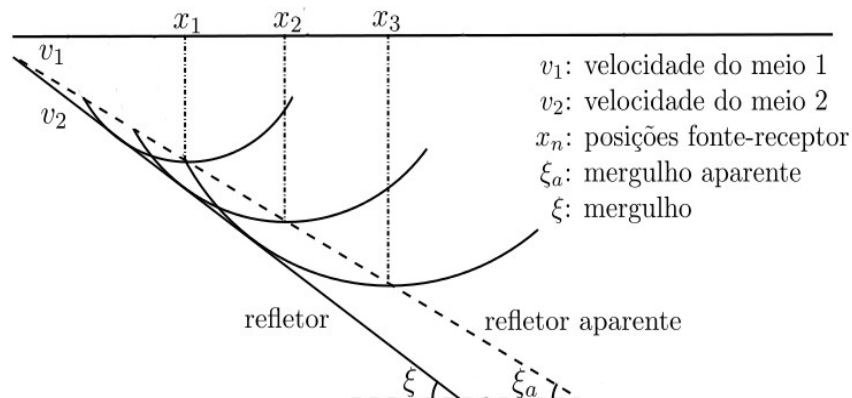
É característica da migração sísmica o aumento na resolução espacial das imagens da subsuperfície. Refletores que apresentam inclinação na seção não-migrada são deslocados para suas posições corretas em subsuperfície na direção de maiores inclinações (Fig. 2.1). Eventos hiperbólicos referentes a difrações presentes na seção não-migrada são colapsados em eventos pontuais. Além disso, as triplicações são desdobradas em sinclinais (Fig. 2.2), deixando as imagens mais interpretáveis geologicamente.

A Figura 2.3 é um exemplo de migração de um dado real. Na Figura 2.3a tem-se a seção empilhada e na Figura 2.3b o resultado da migração. Facilmente se observa que as difrações e as triplicações presentes na Figura 2.3a desapareceram, proporcionando maior grau de qualidade a imagem sísmica.

2.2 TIPOS DE MIGRAÇÃO

A migração sísmica pode ser em tempo e ou em profundidade. Apesar dessas

Figura 2.1: Esquema geométrico da migração pós-empilhamento de um refletor inclinado.

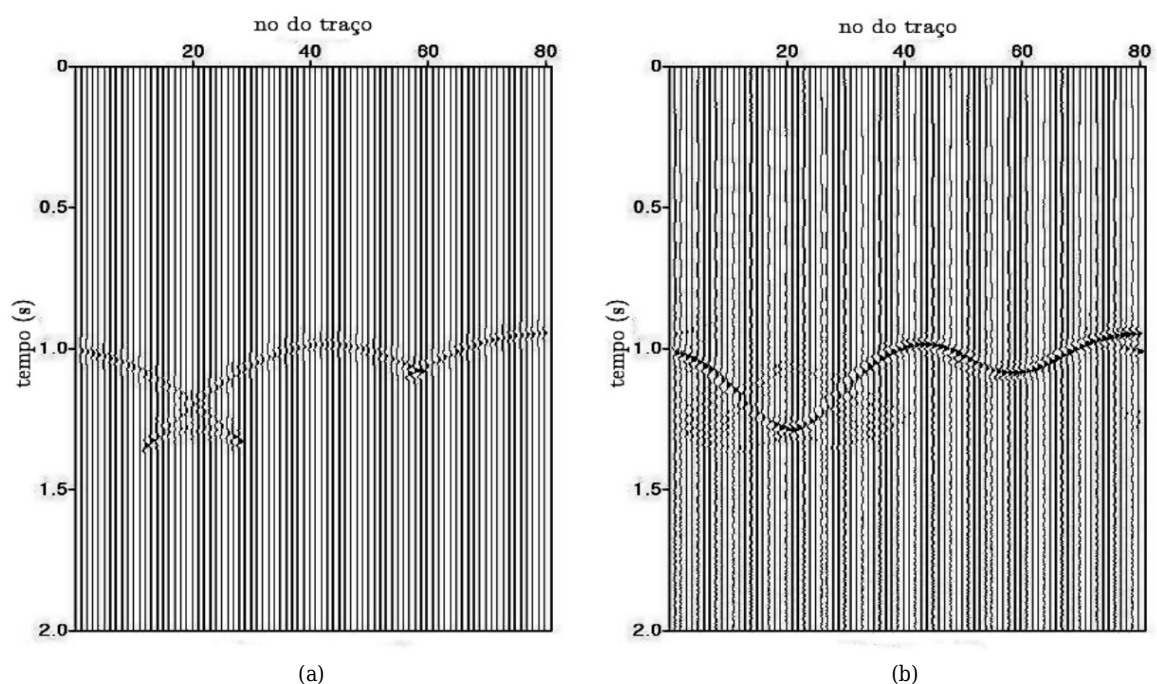


denominações lembrarem os eixos verticais de uma figura em que uma imagem sísmica está sendo apresentada, não há nenhuma correlação direta entre ambas. Os resultados de ambos os processos podem ser analisados com o eixo vertical sendo tanto tempo quanto profundidade. O que, na verdade, acusa que tipo de migração está sendo aplicada são as premissas físicas que o algoritmo de migração leva em consideração a respeito do ambiente geológico, que para o geofísico se resume simplesmente no grau de acurácia do modelo de velocidade que ele dispõe.

A migração em tempo é caracterizada como um processo bastante eficiente e muito robusto. Sua habilidade em produzir imagens com níveis elevados de focalização dos refletores a uma baixa demanda computacional a torna um processo de frequente utilização na indústria. Entretanto, imagens de boa qualidade só são possíveis em ambientes geológicos com pequenas a moderadas variações laterais de velocidade, caso contrário a aproximação hiperbólica do tempo de trânsito é falha, gerando imagens de baixa qualidade, isto é, com baixa focalização.

Em regiões onde as variações laterais de velocidade são mais abruptas, a migração em profundidade é a ideal. Neste caso, nenhuma aproximação é feita com relação ao tempo de trânsito e nenhuma condição é imposta ao modelo de velocidade. Com isso, os algoritmos de migração em profundidade são capazes de gerar imagens estruturalmente bem focalizadas mesmo em áreas geológicas muito complexas. No entanto, a migração em profundidade é um processo com elevadíssima demanda computacional, além de ser altamente dependente de um modelo de velocidade em profundidade razoavelmente acurado, cuja obtenção é uma tarefa árdua e de alta complexidade.

Figura 2.2: Desdobramento de triplicações presentes na seção não-migrada após a migração.

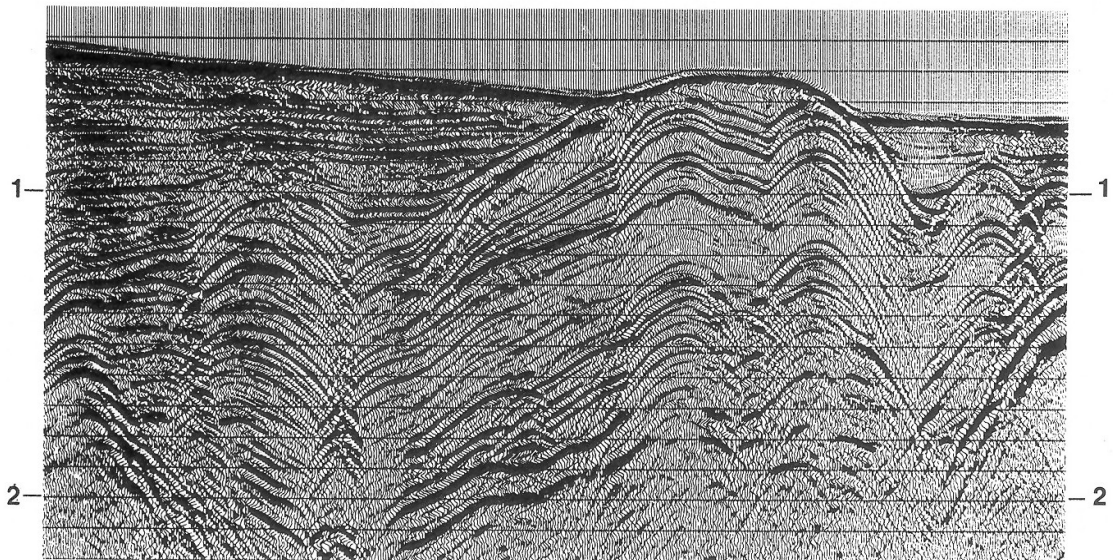


2.2.1 Migração sísmica em profundidade

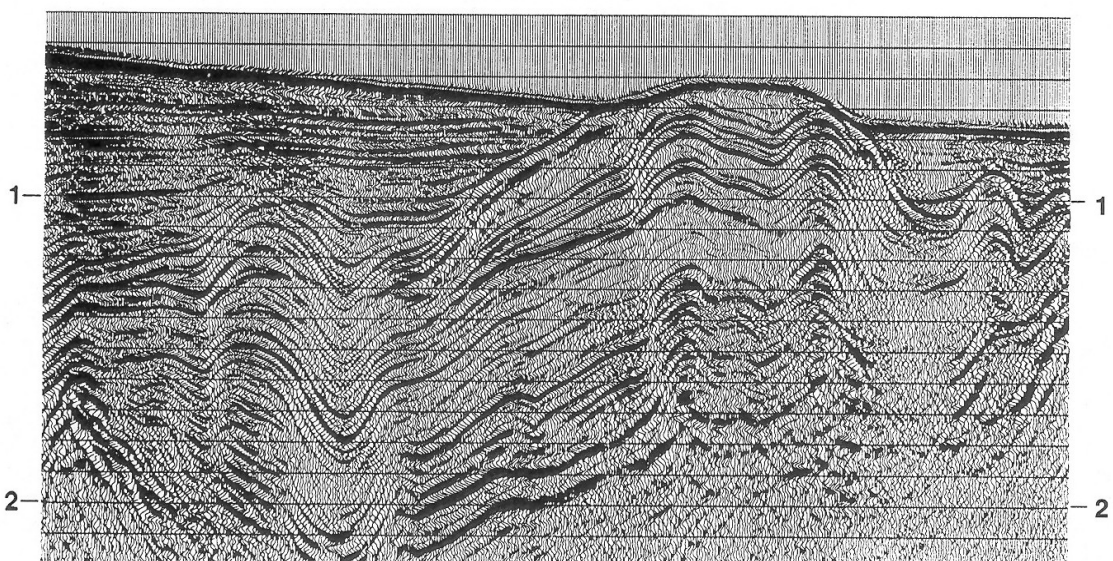
A migração em profundidade pode ser bem entendida baseando-se na migração Kirchhoff bidimensional. Assim, dados um modelo de velocidade e um ponto ambos em profundidade, a migração Kirchhoff consiste basicamente em calcular a curva de tempo de difração correspondente ao ponto considerado e aplicar uma soma ponderada de todas as amostras da seção empilhada que correspondam aos tempos da curva de difração e posicionar o resultado na seção migrada nas coordenadas do ponto em questão.

Figura 2.3: Migração de um dado real.

(a) seção empilhada.



(b) seção migrada.



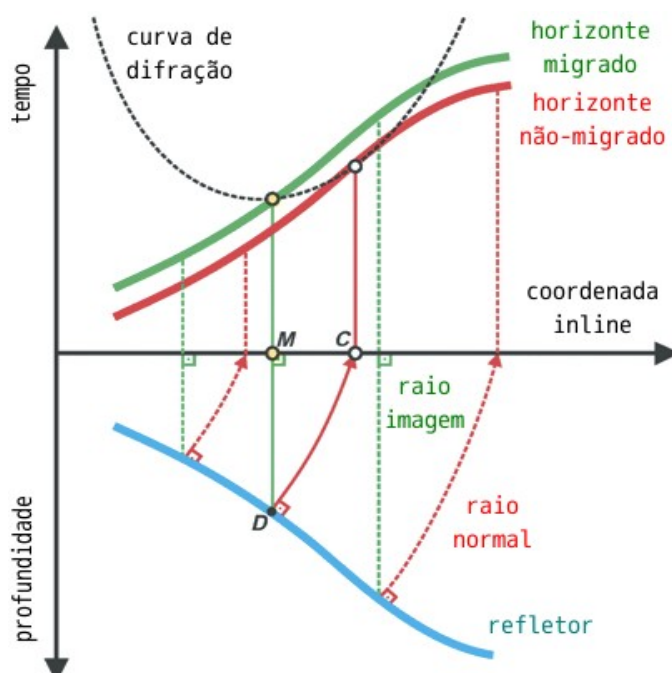
Baseado na premissa de que a seção empilhada seja muito aproximadamente idêntica à seção de afastamento nulo, a curva de difração associada a um ponto em subsuperfície é dada pelo dobro dos tempos de trânsito ao longo dos segmentos de reta que unem o ponto em questão e o ponto na superfície de registro correspondente ao par fonte-receptor com afastamento nulo. A operação de soma ao longo da curva de difração é aproximadamente tangente ao horizonte correspondente a um evento de reflexão na seção empilhada. Assim, a soma Kirchhoff produz valores significativos nos pontos que caem exatamente e/ou próximos ao refletor e valores desprezíveis para pontos distantes do refletor. A seção migrada é finalmente formada pela aplicação da soma Kirchhoff a todos os pontos referentes a uma malha pré-definida no domínio de migração.

2.2.2 Migração sísmica em tempo

A migração em tempo pode ser vista pela simples alteração da descrição da migração em profundidade apresentada acima. Após o empilhamento ao longo da curva de difração de um dado ponto em subsuperfície, em vez de atribuir o resultado ao ponto original em profundidade, atribui-se ao ápice da curva de difração (Fig. 2.4). Isso se dá pelo fato de o ápice da curva de difração representar o tempo de trânsito estacionário da propagação da onda sísmica desde o ponto em profundidade até o ponto na superfície de registro. Conseqüentemente, o raio-imagem que emerge de um ponto em subsuperfície é aquele que possui tempo de trânsito estacionário.

A premissa para que esse processo seja eficiente é que a curva de difração possua um

Figura 2.4: Esboço geométrico da migração pós-empilhamento em tempo (modificada de Iversen e Tygel (2008)).



único ápice. Na ausência de perturbações laterais abruptas de velocidade, a curva de difração pode ser aproximada por uma hipérbole nas vizinhanças do ápice da curva. Assim, pode-se formular a migração em tempo sem a dependência do modelo de velocidade em profundidade.

Assim, considerando uma seção de afastamento nulo, sendo x a coordenada *inline*, t o tempo duplo e dado um ponto (x^μ, t^μ) na seção migrada a ser construída, a curva hiperbólica de tempo de trânsito ao longo da qual os dados sísmicos das amostras (x, t) na seção não-migrada são empilhados é dado por

$$t^2(x) = (t^\mu)^2 + \frac{4(x - x^\mu)^2}{(v^\mu)^2} \quad (2.1)$$

em que $v^\mu(x^\mu, t^\mu)$ é a velocidade de migração em tempo. É importante lembrar que a equação (2.1) só é válida para a migração em tempo pós-empilhamento bidimensional.

A formulação da migração pré-empilhamento bidimensional é um pouco diferente, já que agora vários afastamentos devem ser tratados em vez de um único. Desse modo, considerando um meio homogêneo com velocidade v , a aproximação da curva de difração, desde a fonte na coordenada x^s até um difrator situado num ponto D em subsuperfície correspondente na seção migrada a um ponto (x^μ, t^μ) , e por sua vez até o receptor na coordenada x^g (Fig. 2.5), é expressa por

$$t(x^\mu, t^\mu, x^s, x^g) = \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{x^\mu - x^s}{v^\mu}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{x^\mu - x^g}{v^\mu}\right)^2}, \quad (2.2)$$

na qual x^s é a posição da fonte e x^g é a posição do receptor. Pode-se reescrever (2.2), levando em conta as coordenadas do ponto-médio $x = (x^s + x^g)/2$ e do meio-afastamento $y = (x^g - x^s)/2$, na forma

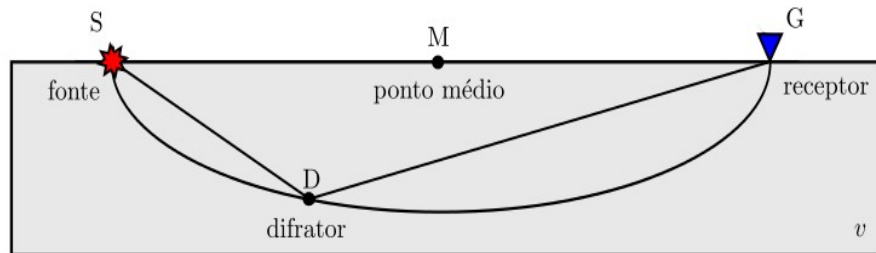
$$t(x^\mu, t^\mu, x, y) = \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{x^\mu - x + y}{v^\mu}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{x^\mu - x - y}{v^\mu}\right)^2}. \quad (2.3)$$

As equações (2.2) e (2.3) são facilmente estendidas para o caso tridimensional, substituindo x^s , x^g , x^μ , x e y nessa ordem por \mathbf{x}^s , \mathbf{x}^g , \mathbf{x}^μ , \mathbf{x} e \mathbf{y} , obtendo-se

$$t(\mathbf{x}^\mu, t^\mu, \mathbf{x}^s, \mathbf{x}^g) = \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{\|\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^s\|^2}{(v^\mu)^2}} + \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{\|\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^g\|^2}{(v^\mu)^2}}, \quad (2.4)$$

e

Figura 2.5



$$t(\mathbf{x}^\mu, t^\mu, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{\|\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x} + \mathbf{y}\|^2}{(v^\mu)^2}} + \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{\|\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2}{(v^\mu)^2}}. \quad (2.5)$$

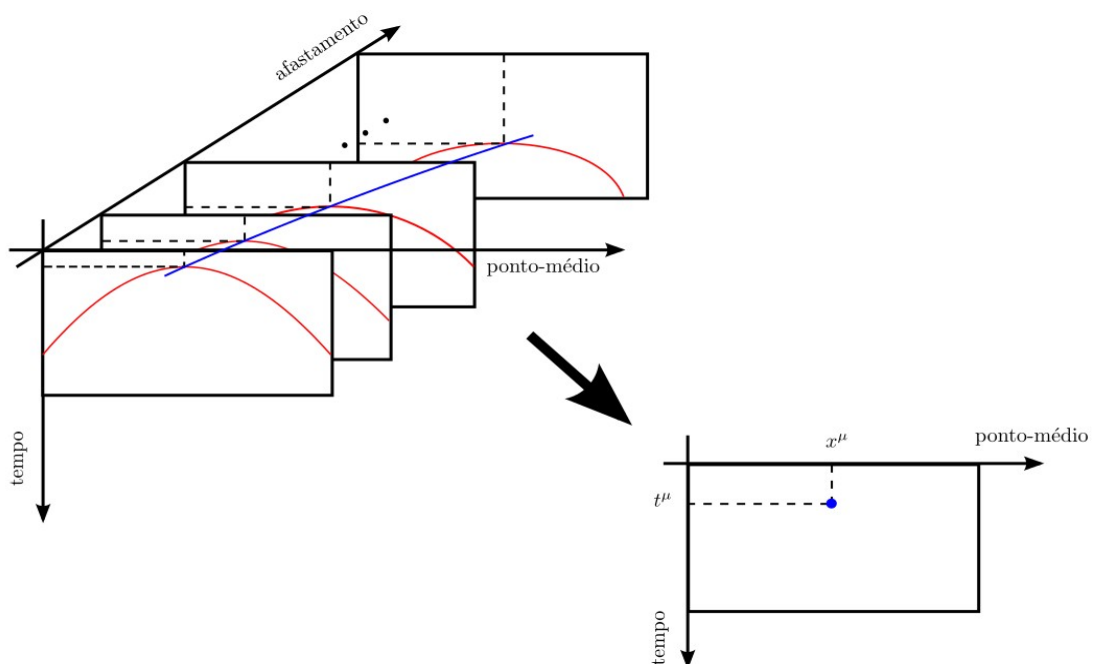
A migração pré-empilhamento em tempo bidimensional é mostrada graficamente na Figura 2.6. Primeiramente, ordenam-se os dados não-migrados em famílias de afastamento comum, e em seguida, escolhe-se um ponto no domínio de migração (x^μ, t^μ) para o qual os dados devem ser migrados. Calculam-se as curvas de difração de acordo com (2.3) para cada afastamento. Para cada seção de afastamento comum, somam-se as amostras ao longo da curva de difração correspondente, posicionando o resultado no ápice da curva situado nas coordenadas espaciais (x, y) e no tempo

$$t = \sqrt{(t^\mu)^2 + \frac{4y^2}{(v^\mu)^2}}. \quad (2.6)$$

Por último, somam-se as amostras ao longo do afastamento com base na equação (2.6) e posiciona-se o resultado em seu ápice, isto é, nas coordenadas $(x, y = 0, t^\mu)$.

A chave para a migração em tempo seja ela pós ou pré-empilhamento em duas ou três dimensões é a obtenção do modelo de velocidade de migração em tempo. No passado, utilizava-se como velocidade de migração a própria velocidade de empilhamento para regiões com pouca variação lateral de velocidade, e para aquelas regiões com moderada variação de velocidade, utilizava-se a velocidade de empilhamento corrigida de DMO (*Dip Moveout*). Métodos mais recentes de obtenção das velocidades de migração em tempo podem ser vistos em Fomel (2003), Schleicher, Costa e Novais (2008) e Schleicher e Costa (2009).

Figura 2.6: Esboço gráfico da migração pré-empilhamento bidimensional em tempo.



2.2.2.1 Velocidade de migração em tempo e aproximações para o tempo de trânsito

A depender da velocidade em subsuperfície e da dimensão do problema, a velocidade de migração em tempo v^μ e o tempo de trânsito, podem ocorrer numa das seguintes formas:

- (1) Quando a velocidade em subsuperfície é constante, a equação (2.4) é exata, e portanto, a velocidade de migração é idêntica à velocidade em subsuperfície;
- (2) Quando a velocidade em subsuperfície é dependente unicamente da profundidade, a equação (2.4) é o resultado da expansão de Taylor do tempo de trânsito na vizinhança do ponto \mathbf{x}^μ , e a velocidade de migração em tempo fica dependente apenas do tempo, resultando em

$$v(t^\mu) = \sqrt{\frac{2}{t^\mu} \int_0^{t^\mu} v(z(\tau))^2 d\tau} ; \quad (2.7)$$

- (3) Quando a velocidade em subsuperfície é bidimensionalmente arbitrária, a equação (2.4) é novamente o resultado da expansão de Taylor do tempo de trânsito na vizinhança do ponto \mathbf{x}^μ , sendo expressa por

$$v(x_1^\mu, t^\mu) = \sqrt{\frac{2}{t^\mu} \int_0^{t^\mu} v(x_1, \tau)^2 d\tau} . \quad (2.8)$$

- (4) Quando a velocidade em subsuperfície é tridimensionalmente arbitrária, a equação (2.4) não é mais o resultado da expansão de Taylor do tempo de trânsito, devendo ser reformulada. Para se encontrar uma forma análoga da aproximação do tempo de trânsito para o caso tridimensional, faz-se uso da relação (HUBRAL; KREY, 1980)

$$\Psi = \frac{[\mathbf{R}(\mathbf{x}^\mu, t^\mu)]^{-1}}{v(\mathbf{x}^\mu)} , \quad (2.9)$$

na qual Ψ é a matriz cujas componentes são as segundas derivadas do tempo de trânsito de um ponto \mathbf{x} em subsuperfície até o ponto \mathbf{x}^μ na superfície de registro, \mathbf{R} é a matriz dos raios de curvatura da frente de onda emergente do ponto \mathbf{x} . A expansão de Taylor para o tempo de trânsito até segunda ordem de um raio próximo a um raio-imagem é dada por

$$t(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(t^\mu + \Delta\mathbf{x}^\dagger \Psi \Delta\mathbf{x}) + \mathcal{O}(\|\Delta\mathbf{x}\|^3) , \quad (2.10)$$

na qual \dagger indica a operação de transposição. Elevando-se os dois membros de (2.4) ao quadrado e desprezando os termos de terceira ordem, chega-se a uma aproximação para o tempo de trânsito tridimensional, expressa por

$$t(\mathbf{x}^\mu, t^\mu, \mathbf{x}^s, \mathbf{x}^g) = \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^s)^\dagger \Psi (\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^s)} + \sqrt{\left(\frac{t^\mu}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}(\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^g)^\dagger \Psi (\mathbf{x}^\mu - \mathbf{x}^g)} , \quad (2.11)$$

e a velocidade de migração por

$$v^\mu(x_1^\mu, x_2^\mu, \tau^\mu) = \sqrt{\frac{2}{t^\mu} \int_0^{t^\mu} v(x_1, x_2, \tau)^2 d\tau} . \quad (2.12)$$

3 CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE

Este capítulo tem por objetivo definir o processo de conversão tempo-profundidade, mostrar como mapear um conjunto de dados sísmicos do domínio do tempo para o domínio da profundidade, esclarecer os parâmetros referentes a cada um desses domínios e principalmente como converter um modelo de velocidade de tempo para profundidade.

3.1 INTRODUÇÃO

Todos os processos de geração de imagens no domínio do tempo, tais como, seções empilhadas e/ou migradas em tempo, são considerados intermediários, mas cada um deles com alto grau de relevância. O procedimento posterior a esses, cujo papel é levar os dados sísmicos do domínio do tempo para o domínio da profundidade, denomina-se **conversão tempo-profundidade**.

A conversão tempo-profundidade de um conjunto de dados não-migrados medidos em uma superfície plano-horizontal requer o traçamento de **raios-normais**¹ (HUBRAL; KREY, 1980) a partir da superfície de registro desse conjunto de dados. A realização desse experimento só é possível caso se tenha informação suficiente acerca do conjunto de dados e do apanhado estrutural da subsuperfície, para que, então, se possa gerar um modelo de velocidade em profundidade adequado, além de definir as direções iniciais e os tempos de trânsito duplos ao longo dos raios-normais. Assim, um evento de um conjunto de dados não-migrados que está localizado em (x_1, x_2, t) é convertido de tempo para profundidade simplesmente através da construção do raio-normal que sai do ponto médio (x_1, x_2, x_3) e avança até o ponto correspondente à metade do tempo de trânsito duplo $t/2$ do evento.

Hubral e Krey (1980) propõem uma forma recursiva de recuperar as velocidades das camadas, posições e curvaturas das interfaces para o caso de um modelo de velocidade tridimensional constituído por camadas homogêneas, a partir do conhecimento da função tempo de trânsito e de suas duas primeiras e segundas derivadas com relação à posição horizontal de coincidência fonte-receptor de cada horizonte no conjunto de dados não-migrados. As primeiras derivadas do tempo de trânsito estão relacionadas com a direção de incidência do raio-normal no ponto de emergência na superfície de medida, enquanto que as segundas derivadas estão relacionadas com os raios de curvatura da onda no ponto de incidência normal.

Analogamente à conversão tempo-profundidade utilizando raios-normais, pode-se ainda converter dados sísmicos migrados em tempo do domínio do tempo para o domínio da profundidade através do traçamento de **raios-imagem**² (HUBRAL, 1977) . Uma vantagem da utilização dos raios-imagem sobre os raios-normais é que para aqueles a condição inicial é conhecida, sendo caracterizada pela perpendicularidade do vetor vagarosidade na superfície de

1 Raios perpendiculares aos refletores em subsuperfície.

2 Raios perpendiculares à superfície de registro.

registro. Assim, o papel da conversão tempo-profundidade, em cada ponto (x_1^t, x_2^t, t^t) no domínio de migração em tempo, é mover o evento deste ponto ao longo do raio-imagem que sai do ponto $(x_1 = x_1^t, x_2 = x_2^t, x_3)$ na superfície de registro e avança em profundidade até que metade do tempo duplo de migração $\tau = t^t/2$ seja consumido.

Em Hubral e Krey (1980), descreve-se também um algoritmo para transformar ao longo de raios-imagem as posições, os mergulhos e as curvaturas de cada ponto pertencente aos horizontes, do domínio do tempo para suas respectivas posições, mergulhos e curvaturas no domínio da profundidade para o caso de um modelo de velocidade tridimensional constituído por camadas homogêneas. Por outro lado, em Iversen, Åstebøl e Gjøystdal (1987), mostra-se uma generalização desse algoritmo para modelos de velocidade constituído por camadas heterogêneas.

Uma das metodologias tratadas neste trabalho, refere-se à conversão tempo-profundidade de dados sísmicos migrados em tempo através do traçado de raios-imagem. O traçamento de raios-imagem, embora, relativamente simples de ser implementado, apresenta algumas limitações. Uma delas está na não-uniformidade da cobertura desses raios em subsuperfície. Outras limitações estão relacionadas à dificuldade que a migração em tempo tem de lidar com variações laterais abruptas de velocidade (ROBEIN, 2003). Aliado a essas limitações, ainda há o problema da instabilidade. Cameron, Fomel e Sethian (2007) mostram a instabilidade desse problema para um modelo de velocidade específico. Portanto, necessita-se a incorporação de regularização no traçamento dos raios-imagem nesse tipo de conversão tempo-profundidade.

3.2 FUNDAMENTOS

Nesta seção, mostra-se como um modelo de velocidade em profundidade pode ser estimado a partir de um modelo de velocidade de migração em tempo através da conversão tempo-profundidade. Para isso, revemos as relações entre essas duas velocidades, estabelecidas por Cameron, Fomel e Sethian (2007), as quais são baseadas na teoria paraxial do raio (ČERVENÝ, 2001). Além disso, revemos as diferenças entre as metodologias de Cameron, Fomel e Sethian (2007) e Iversen e Tygel (2008) para o caso tridimensional. Esta última caracterizada por um forma alternativa de parametrização do problema. Finalmente, apresenta-se o esquema de conversão baseada na propagação geométrica da frente de onda-imagem.

3.2.1 Sistemas de coordenadas

A construção do traçado dos raios-imagem está baseada na solução simultânea das equações do traçamento cinemático e dinâmico de raios (ČERVENÝ, 2001). Dessa forma, para facilitar o entendimento da conversão tempo-profundidade, deve-se definir claramente os sistemas de coordenadas utilizados para formular o problema.

O primeiro sistema de coordenadas que deve ser citado é o que se refere ao conjunto de dados sísmicos migrados em tempo, que será representado por (x_1^t, x_2^t, t^t) . Um outro sistema é aquele referente às coordenadas ao longo do raio, que será representado por $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 = \tau)$. As

coordenadas centralizadas no raio apontam um terceiro sistema a ser representado por $(\eta_1, \eta_2, \eta_3 = \gamma_3)$, que é atribuído a cada ponto do raio-imagem. Finalmente, o último sistema é representado pelas coordenadas cartesianas globais (x_1, x_2, x_3) .

3.2.2 Traçamento cinemático de raios

O traçamento cinemático de raios em meios elásticos isotrópicos tridimensionais pode ser formulado a partir da solução da equação **Iconal** (POPOV, 2002). A equação Iconal na forma Hamiltoniana é dada por

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2} (v^2(\mathbf{x})\mathbf{p} \cdot \mathbf{p} - 1) = 0, \quad (3.1)$$

na qual \mathcal{H} é denominada Hamiltoniana, $\mathbf{p} \equiv \nabla_x \tau$ é definido como o vetor vagarosidade. Se o valor de τ é conhecido em alguma fronteira, a Hamiltoniana pode auxiliar na extensão da solução ao longo de trajetórias, os raios. Desse modo, para uma fonte pontual situada no ponto \mathbf{x}^s , tem-se que $t(\mathbf{x}^s) = 0$, e portanto, nessas condições qualquer vetor vagarosidade na forma

$$\mathbf{p}^s = \frac{\hat{\mathbf{p}}}{v(\mathbf{x}^s)}. \quad (3.2)$$

sendo $\hat{\mathbf{p}}$ um vetor unitário, satisfaz a equação (3.1).

Para se obter a solução na vizinhança $(\mathbf{x} + d\mathbf{x}, \mathbf{p} + d\mathbf{p})$ de uma fonte pontual ao longo das curvas, $\mathbf{x}(\zeta)$ e $\mathbf{p}(\zeta)$, em que ζ é um parâmetro que varia monotonicamente ao longo da trajetória, deve-se exigir que

$$d\mathcal{H} = \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{H} \frac{d\mathbf{x}}{d\zeta} + \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H} \frac{d\mathbf{p}}{d\zeta} = 0 \quad (3.3)$$

e

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = \mathbf{p} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{d\zeta}. \quad (3.4)$$

Consequentemente, as trajetórias $\mathbf{x}(\zeta)$ e $\mathbf{p}(\zeta)$ podem ser imediatamente obtidas por

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{d\zeta} &= \lambda(\zeta) \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H}, \\ \frac{d\mathbf{p}}{d\zeta} &= -\lambda(\zeta) \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{H}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

as quais são conhecidas como equações de Hamilton. Além disso, ao longo destas trajetórias

$$\frac{d\tau}{d\zeta} = \lambda(\zeta) \mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \mathcal{H}. \quad (3.6)$$

O valor de λ depende da escolha do parâmetro ζ ao longo da curva. Aqui, será usado como parâmetro o tempo de trânsito ao longo do raio, o que nos leva ao sistema de equações que define o traçamento cinemático de raios por

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} &= v(\mathbf{x})^2 \mathbf{p}, \\ \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} &= -\frac{\nabla_{\mathbf{x}} v}{v(\mathbf{x})}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

A avaliação de (3.3) requer o conhecimento do campo de velocidade e de seu gradiente, os quais

não podem ser acessados diretamente na conversão tempo-profundidade. Entretanto, esse problema é contornado através da introdução do traçamento dinâmico de raios.

3.2.3 Traçamento dinâmico de raios

O traçamento dinâmico de raios em meios elásticos isotrópicos tridimensionais é formulado nas coordenadas centralizadas no raio (Fig. 3.1). Desse modo, assumindo um raio-imagem qualquer, associa-se a ele o conjunto de coordenadas (η_1, η_2, η_3) . Para cada coordenada η_i é atribuído um vetor base unitário correspondente \mathbf{e}_i . Estes vetores unitários constituem as colunas de uma matriz de transformação ortonormal

$$\hat{\mathbf{H}} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3). \quad (3.8)$$

Essa matriz pode ser calculada em qualquer ponto ao longo do raio se, ao sistema de equações diferenciais que definem o traçamento de raios, agregar-se a equação

$$\frac{d\mathbf{e}_1}{d\tau} = -v^2 \left(\mathbf{e}_1 \cdot \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} \right) \mathbf{p}, \quad (3.9)$$

em que $d\mathbf{p}/d\tau$ é dado pela segunda equação em (3.3). Lembrando que $\mathbf{e}_3 = \mathbf{p}/\|\mathbf{p}\|$, o vetor \mathbf{e}_2 é facilmente obtido através do produto vetorial

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1. \quad (3.10)$$

De acordo com a formulação padrão do traçamento dinâmico completo de raios em termos de matrizes 4x4 nas coordenadas centralizadas no raio (ČERVENÝ, 2001), tem-se que

$$\frac{d\mathbf{\Pi}}{d\tau} = \mathbf{S}\mathbf{\Pi}, \quad (3.11)$$

em que $\mathbf{\Pi}$ é a matriz propagadora do raio, representada por

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{P}_1 & \mathbf{P}_2 \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

Adicionalmente,

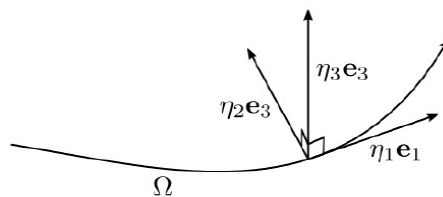
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & v_0^2 \mathbf{I} \\ -v_0^{-1} \mathbf{V} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad (3.13)$$

em que v_0 é a velocidade ao longo do raio central e \mathbf{I} é a matriz identidade, e

$$\mathbf{V} = \frac{\partial^2 v}{\partial \eta_i \partial \eta_j}, \quad (3.14)$$

com $i, j = 1, 2$, e a condição inicial para $\mathbf{\Pi}$ em (3.2) é

Figura 3.1: Coordenadas centralizadas no raio Ω .



$$\mathbf{\Pi}(\tau = 0) = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

Os primeiro e segundo conjunto de matrizes paraxiais que compõem $\mathbf{\Pi}$, $(\mathbf{Q}_1, \mathbf{P}_1)$ e $(\mathbf{Q}_2, \mathbf{P}_2)$, podem ser interpretados como componentes telescópica e de fonte-puntual (ČERVENÝ, 2001). Uma vez que os raios-imagem correspondem a uma onda plana inicial, o conjunto de matrizes paraxiais mais relevante é aquele cujo índice é um.

3.3 RELAÇÃO ENTRE OS CAMPOS DE VELOCIDADE EM TEMPO E PROFUNDIDADE

Esta relação é definida de acordo com as dimensões do problema. A seguir apresentamos estas relações para os casos 2D e 3D.

3.3.1 Relação tridimensional

Duas formas diferentes de se relacionar as velocidades no domínio do tempo com as velocidades no domínio da profundidade foram apresentadas recentemente. A primeira delas baseia-se no conhecimento dos campos de velocidade de migração em tempo referentes a pelo menos três azimutes, enquanto que para a segunda é suficiente o conhecimento do campo de velocidade de migração em tempo referente a apenas um azimute. Embora, a segunda metodologia pareça mais atraente, faz-se necessário o cálculo de uma quantidade maior de parâmetros em comparação com a primeira.

3.3.1.1 Abordagem de Cameron, Fomel e Sethian (2007)

Seja um raio central que chega à superfície de registro no ponto (γ_1, γ_2) e a matriz $\mathbf{\Psi}$ de segundas derivadas do tempo de trânsito de uma família de raios ao redor do raio central avaliada no mesmo ponto. Consequentemente, a matriz $\mathbf{\Psi}$ é correspondente àquela apresentada na equação (2.9) para uma família fonte-puntual de raios de um ponto (x_1, x_2, x_3) em subsuperfície. Além disso, de acordo com Červený (2001) e Popov (2002)

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{PQ}^{-1} \quad (3.16)$$

e

$$\frac{d\mathbf{\Psi}}{d\tau} = -v_0^2 \mathbf{\Psi}^2 - v_0^{-1} \mathbf{V}. \quad (3.17)$$

Por conveniência, introduz-se a matriz

$$\mathbf{K} = \mathbf{\Psi}^{-1} = v_0 \mathbf{R} = \mathbf{QP}^{-1}. \quad (3.18)$$

Como consequência, a equação (3.5) fica na forma

$$\frac{d\mathbf{K}}{d\tau} = v_0^2 \mathbf{I} + v_0^{-1} \mathbf{KVK}. \quad (3.19)$$

cuja condição inicial para o caso de uma família fonte-puntual é

$$\mathbf{K}(\tau = 0) = \mathbf{0}. \quad (3.20)$$

Considera-se, agora, um raio-imagem na superfície de registro no ponto $(\gamma_1, \gamma_2, \tau_1)$ e uma família fonte-puntual de raios emergentes do ponto $\mathbf{x}(\gamma_1, \gamma_2, \tau_0)$ em subsuperfície, pelo qual o raio-

imagem passa no tempo τ_0 , sendo $\tau_0 < \tau_1$. Derivando a matriz $\mathbf{\Pi}$ com relação a sua condição inicial, obtém-se

$$\mathbf{\Pi}' = \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_{11}}{\partial Q_{11}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{11}}{\partial Q_{21}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial Q_{12}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{12}}{\partial Q_{22}^{(0)}} \\ \frac{\partial Q_{21}}{\partial Q_{11}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{21}}{\partial Q_{21}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{22}}{\partial Q_{12}^{(0)}} & \frac{\partial Q_{22}}{\partial Q_{22}^{(0)}} \\ \frac{\partial P_{11}}{\partial P_{11}^{(0)}} & \frac{\partial P_{11}}{\partial P_{21}^{(0)}} & \frac{\partial P_{12}}{\partial P_{12}^{(0)}} & \frac{\partial P_{12}}{\partial P_{22}^{(0)}} \\ \frac{\partial P_{21}}{\partial P_{11}^{(0)}} & \frac{\partial P_{21}}{\partial P_{21}^{(0)}} & \frac{\partial P_{22}}{\partial P_{12}^{(0)}} & \frac{\partial P_{22}}{\partial P_{22}^{(0)}} \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

As derivadas não incluídas em (3.9) são nulas, uma vez que as colunas de $\mathbf{\Pi}$ são soluções linearmente independentes das equações Hamiltonianas do raio (ČERVENÝ, 2001; POPOV, 2002).

As matrizes $\mathbf{\Pi}$ e $\mathbf{\Pi}'$ são nessa ordem soluções dos problemas de valor inicial

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{\Pi}}{d\tau} &= \mathbf{S}(\tau)\mathbf{\Pi} \\ \mathbf{\Pi}(\tau_0) &= v(\tau_0)^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{\Pi}'}{d\tau} &= \mathbf{S}(\tau)\mathbf{\Pi}' \\ \mathbf{\Pi}'(\tau_0) &= \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

A solução de (3.11) é $\mathbf{\Pi}(\tau_0; \tau_1)$ (ČERVENÝ, 2001). Portanto, a solução de (3.10) é

$$\mathbf{\Pi}(\tau) = v(\tau_0)^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{P}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

e a matriz \mathbf{K} passa a ser

$$\mathbf{K}(\tau_0; \tau_1) = \mathbf{Q}(\tau_0; \tau_1)\mathbf{P}(\tau_0; \tau_1)^{-1} = \mathbf{Q}_2\mathbf{P}_2^{-1}. \quad (3.25)$$

Aplicando-se um deslocamento temporal de $-\Delta\tau$ à τ_0 e, levando-se em conta a equação (3.10), temos que

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(\tau_0 - \Delta\tau; \tau_0) &= \mathbf{0} + v(\tau_0)\Delta\tau\mathbf{I} + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \\ \mathbf{P}(\tau_0 - \Delta\tau; \tau_0) &= v(\tau_0)^{-1}\mathbf{I} + \mathcal{O}(\Delta\tau^2). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Logo, a variação nas condições iniciais de (3.10) é

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{Q}_0 &= v(\tau_0)\Delta\tau\mathbf{I} + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \\ \Delta\mathbf{P}_0 &= \mathbf{0} + \mathcal{O}(\Delta\tau^2). \end{aligned} \quad (3.27)$$

Com isso,

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(\tau_0 - \Delta\tau; \tau_1) &= \mathbf{K}(\tau_0; \tau_1) + \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{ij}^{(0)}} \Delta Q_{ij}^{(0)} + \sum_{i,j=1}^2 \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial P_{ij}^{(0)}} \Delta P_{ij}^{(0)} + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \\ &= \mathbf{K}(\tau_0; \tau_1) + \left(\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{11}^{(0)}} + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{22}^{(0)}} \right) v(\tau_0)\Delta\tau + \mathcal{O}(\Delta\tau^2). \end{aligned} \quad (3.28)$$

As derivadas em (3.16) são dadas por

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{ii}^{(0)}} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial Q_{ii}^{(0)}} \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{Q} \mathbf{P}^{-1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial Q_{ii}^{(0)}} \mathbf{P}^{-1}, \quad (3.29)$$

tal que, $i = 1, 2$. Assim,

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{11}^{(0)}} + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{22}^{(0)}} = v_0 (\mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_2^{-1} - \mathbf{Q}_2 \mathbf{P}_2^{-1} \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2^{-1}) . \quad (3.30)$$

Com base na propriedade simplética da matriz $\mathbf{\Pi}$ mostrada em Červený (2001) e expressa por

$$\mathbf{\Pi}^\dagger \mathbf{J} \mathbf{\Pi} = \mathbf{J} , \quad (3.31)$$

na qual

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix} , \quad (3.32)$$

simplifica-se a equação (3.18) de acordo com

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_2^\dagger \mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2^\dagger &= \mathbf{I} \\ \mathbf{P}_2^\dagger \mathbf{Q}_2 &= \mathbf{Q}_2^\dagger \mathbf{P}_2 , \end{aligned} \quad (3.33)$$

as quais são consequências daquela propriedade, ficando na forma

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{11}^{(0)}} + \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial Q_{22}^{(0)}} = v_0 (\mathbf{P}_2^\dagger)^{-1} \mathbf{P}_2^{-1} . \quad (3.34)$$

Substituindo (3.22) em (3.16) e derivando o resultado com relação ao tempo inicial, chega-se à

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \tau_0}(\tau_0; \tau_1) = -v^2(\tau_0) (\mathbf{P}_2^\dagger)^{-1} \mathbf{P}_2^{-1} . \quad (3.35)$$

Em Červený (2001), prova-se, também, que

$$\mathbf{P}_2^\dagger(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}', \mathbf{x}) , \quad (3.36)$$

em que \mathbf{x} e \mathbf{x}' são os pontos extremos do raio central.

Finalmente, aplicando-se (3.24) à (3.23) e levando em conta o tempo reverso, a relação entre as velocidades de migração em tempo e as velocidades em profundidade em três dimensões é expressa por

$$\frac{d\mathbf{K}(\mathbf{x}^\mu, \tau)}{d\tau} = v^2(\gamma(\mathbf{x}^\mu, \tau)) [\mathbf{Q}_1(\mathbf{x}^\mu, \tau)^\dagger \mathbf{Q}_1(\mathbf{x}^\mu, \tau)]^{-1} . \quad (3.37)$$

3.3.1.2 Abordagem de Iversen e Tygel (2008)

Aqui, faz-se uso da relação entre a velocidade de migração em tempo dependente do azimute $v(\mathbf{x}^\mu, t^\mu, \theta)$ com a matriz das segundas derivadas do tempo de trânsito simples $\Psi(\mathbf{x}^\mu, t^\mu)$, expressa por

$$t^\mu (v^\mu)^2 = \frac{2}{\mathbf{u}^\dagger \Psi \mathbf{u}} , \quad (3.38)$$

em que \mathbf{u} é o vetor de direção azimutal de migração usado na obtenção da velocidade de migração v^μ . Além desta relação, utiliza-se também a matriz correspondente de Ψ nas coordenadas centralizadas no raio para um raio imagem ascendente no estabelecimento da ligação entre as velocidades de migração em tempo e em profundidade. Desse modo, os autores mostram que a velocidade em profundidade ao longo dos raios-imagem é dada por

$$v(\gamma) = v^{dix}(\gamma)F(\gamma) , \quad (3.39)$$

na qual v^{dix} é a velocidade intervalar em tempo e F é o fator de espalhamento da velocidade expresso por

$$F(\gamma) = \frac{\mathbf{u}^\dagger \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{Q}_1 \mathbf{u}}{(\mathbf{u}^\dagger \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{Q}_1 \mathbf{u})^{1/2}} . \quad (3.40)$$

3.3.1.3 Comparação entre as abordagens de Cameron, Fomel e Sethian (2007) e Iversen e Tygel (2008) para o caso tridimensional

Aplicando o vetor direção azimutal \mathbf{u} à equação (3.25) e chamando $\partial \mathbf{K} / \partial \tau$ de $\mathbf{\Omega}$, chega-se à

$$v^2 = \mathbf{u}^\dagger \mathbf{\Omega} \mathbf{Q}_1^\dagger \mathbf{Q}_1 \mathbf{u} . \quad (3.41)$$

Comparando-se as expressões (3.27) e (3.29), conclui-se que o método de Cameron, Fomel e Sethian (2007) usa como dados de entrada a matriz $\mathbf{\Omega}$ e necessita do cálculo das matrizes \mathbf{Q}_1 e \mathbf{P}_1 no traçamento dinâmico de raios, enquanto que, o apanhado de Iversen e Tygel (2008) usa como entrada o campo de velocidade intervalar em tempo de um determinado azimute, necessitando ainda do cálculo do conjunto completo de matrizes paraxiais, ou seja, $\mathbf{\Pi}$, na determinação de F .

3.3.2 Relação bidimensional

Em duas dimensões, a relação entre as duas velocidades é idêntica nas duas metodologias apresentadas anteriormente. Na metodologia de Cameron, Fomel e Sethian (2007), as matrizes \mathbf{Q}_1 , \mathbf{P}_1 e \mathbf{K} se tornam os escalares Q , P e K , respectivamente. Consequentemente, a equação (3.25) fica na forma

$$\frac{\partial K(x_1^\mu, \tau)}{\partial \tau} = \frac{v^2(\gamma_1(x_1^\mu, \tau), \gamma_3(x_1^\mu, \tau))}{Q^2(x_1^\mu, \tau)} . \quad (3.42)$$

Aplicando-se a relação

$$\tau(v^\mu)^2 = v(x_1^\mu)R(x_1^\mu, \tau) , \quad (3.43)$$

em (3.30), obtém-se

$$v^{dix}(x_1^\mu, \tau) = \frac{v(\gamma_1(x_1^\mu, \tau), \gamma_3(x_1^\mu, \tau))}{|Q(x_1^\mu, \tau)|} . \quad (3.44)$$

A mesma expressão pode ser obtida substituindo F por $|Q|$ em (3.28).

4 VELOCIDADE INTERVALAR EM TEMPO

Este capítulo concentra-se em mostrar como obter um modelo de velocidades intervalares que seja plausível geologicamente, ou seja, que esteja de acordo com as formas estruturais e a litologia da região sob análise. Como consequência, pode-se obter um modelo de velocidade em profundidade pós-conversão com maior grau de correlação com os dados e maior interpretatividade geológica.

4.1 INTRODUÇÃO

Dix (1955) estabeleceu a relação entre as velocidades RMS e intervalares nas situações em que os afastamentos entre fontes e receptores possam ser considerados pequenos, sendo expressa por

$$v_i^{dix} = \sqrt{\frac{t_i(v_i^{rms})^2 - t_{i-1}(v_{i-1}^{rms})^2}{t_i - t_{i-1}}}, \quad (4.1)$$

em que t é o tempo.

Em meios em que o modelo de velocidade varia lateralmente, a expressão das velocidades intervalares pode ser obtida aproximando as velocidades RMS pelas velocidades de migração em tempo (CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2007), o que resulta em

$$v^{dix}(x, t) = \sqrt{\frac{\partial}{\partial t}[t(v^\mu(x, t))^2]}. \quad (4.2)$$

A inversão Dix sofre muito com problemas intrínsecos, tal como a suposição de que a velocidade depende apenas da profundidade, o que leva a estimativas totalmente incoerentes geologicamente. Além disso, ela é instável, principalmente, quando as velocidades RMS e/ou de migração em tempo variam muito abruptamente. Assim, geralmente, a estimativa das velocidades intervalares, é tratada como um problema de mínimos quadrados, que é regularizado no tempo com um operador diferencial para evitar tais variações e produzir resultados suavizados (CLAPP; SAVA; CLAERBOUT, 1998).

A estimativa das velocidades intervalares não é uma tarefa simples (CLAERBOUT, 1999). Técnicas avançadas foram desenvolvidas na tentativa de obter este modelo em ambientes geológicos complexos, no entanto, esses métodos são caros computacionalmente (BIONDI; SAVA, 1999; CLAPP, 2001).

Recentemente, Fomel (2007) desenvolveu uma outra maneira de regularizar problemas geofísicos, a qual baseia-se no reconhecimento de determinada operação responsável pelo mapeamento do modelo de entrada no espaço de funções admissíveis. Fomel chama essa operação de **shaping** e a aplica como regularizador na estimativa das velocidades intervalares em conjunto com as ideias de filtros *steering* (CLAPP; BIONDI; CLAERBOUT, 2004), construção de ondas planas (FOMEL; GUITTON, 2006) e destruição de ondas planas (FOMEL, 2002), com as quais são estimados os mergulhos de refletores em imagens migradas em tempo.

A seguir algumas estratégias para obter estimativas de velocidade intervalar em tempo de forma regularizada são apresentadas. Primeiramente, descreve-se o problema unidimensional, no qual a velocidade intervalar é obtida individualmente para cada posição lateral, isto é, considerando a velocidade intervalar como função apenas do tempo. Em seguida, trata-se o problema de maneira bidimensional parametrizado unidimensionalmente (CLAPP; SAVA; CLAERBOUT, 1998). Por fim, revê-se a técnica de regularização *shaping* aplicada a este tipo de problema.

4.2 OBTENÇÃO REGULARIZADA DA VELOCIDADE INTERVALAR

4.2.1 Formulação do problema unidimensional

Partindo da equação (4.1), pode-se obter a expressão para as velocidades RMS e/ou de migração em tempo em função das velocidades intervalares, dada por

$$v^{rms} = v^\mu = \frac{1}{\tau} \sqrt{\int_0^\tau (v^{dix})^2 dt}, \quad (4.3)$$

cuja forma discretizada é

$$v_{i,j}^{rms} = v_{i,j}^\mu = \frac{1}{j+1} \sqrt{\sum_{k=0}^j (v_{i,k}^{dix})^2}, \quad (4.4)$$

em que o primeiro subscrito indica a amostra espacial e o segundo a amostra temporal.

Pode-se ainda expressar (4.4) para uma única amostra espacial na forma matricial

$$\mathbf{W}(\mathbf{C}\mathbf{u} - \mathbf{d}) = \mathbf{0}, \quad (4.5)$$

em que \mathbf{C} é a matriz de integração causal expressa por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ 1 & 1 & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ 1 & 1 & \dots & 1 & \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

\mathbf{W} é a matriz peso dos dados cujos elementos são representados por

$$W_{ii} = \frac{w_i}{i+1}, \quad (4.7)$$

na qual i indica a índice temporal, e os vetores \mathbf{d} e \mathbf{u} são dados, respectivamente, por

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} v_0^\mu \\ 2v_1^\mu \\ \vdots \\ nv_{n-1}^\mu \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} v_0^{dix} \\ v_1^{dix} \\ \vdots \\ v_{n-1}^{dix} \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

na qual n denota o número de amostras temporais.

Para evitar problemas de instabilidade no cálculo das velocidades intervalares, adiciona-se o vínculo de suavidade ao problema de minimização da solução. Desse modo, o problema fica resumido a resolver no sentido de mínimos quadrados o sistema

$$\begin{bmatrix} \mathbf{WC} \\ \lambda \mathbf{D} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{Wd} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

cuja solução é

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{C}^\dagger \mathbf{W}^2 \mathbf{C} + \lambda^2 \mathbf{D}^\dagger \mathbf{D})^{-1} \mathbf{C}^\dagger \mathbf{W}^2 \mathbf{d}, \quad (4.10)$$

em que λ é o fator de regularização, $\hat{\mathbf{u}}$ é o vetor cujas componentes são os quadrados dos valores estimados das velocidades intervalares, e \mathbf{D} é o operador de diferenças representado por

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Este processo é aplicado recursivamente para cada posição espacial independentemente uma das outras, e ao final todos os resultados são agrupados, obtendo-se um modelo bidimensional.

Uma outra possibilidade de regularizar a estimativa das velocidades intervalares nesta mesma abordagem é substituir o vínculo de suavidade pelo de curvatura nula, trocando em (4.7) e (4.10) a matriz \mathbf{D} por \mathbf{L} , representada por

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

4.2.2 Formulação do problema bidimensional com parametrização unidimensional

Nesta abordagem, o problema da estimativa das velocidades intervalares é formulado similarmente ao anterior, no entanto, enquanto aquele obtém soluções locais, este obtém uma solução global com a vantagem de incorporar as variações laterais de velocidade na obtenção da solução.

Analogamente à formulação anterior, temos agora as matrizes \mathbf{W}' e \mathbf{C}' que estão relacionadas as matrizes \mathbf{W} e \mathbf{C} , respectivamente, da seguinte forma

$$\mathbf{W}' = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & & & \\ & \mathbf{W} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{W} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

e

$$\mathbf{C}' = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & & & \\ & \mathbf{C} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{C} \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

A regularização agora é constituída pelos vínculos de suavidade vertical e suavidade lateral, ou curvatura nula vertical e curvatura nula lateral. O vínculo de suavidade vertical é expresso pela matriz

$$\mathbf{D}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & & & \\ & \mathbf{D} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

e o vínculo de suavidade lateral é expresso pela matriz

$$\mathbf{D}_h = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{I} & & & \\ & -\mathbf{I} & \mathbf{I} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

O vínculo de curvatura nula vertical é representado pela matriz

$$\mathbf{L}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{L} & & & \\ & \mathbf{L} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

e o vínculo de curvatura nula lateral é representado pela matriz

$$\mathbf{L}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -2\mathbf{I} & \mathbf{I} & & \\ & \mathbf{I} & -2\mathbf{I} & \mathbf{I} & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & \mathbf{I} & -2\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

O sistema de equações a ser resolvido no sentido de mínimos quadrados agora passa a ser dado por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}'\mathbf{C}' \\ \lambda\mathbf{D}_v \\ \epsilon\mathbf{D}_h \end{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}' \approx \begin{bmatrix} \mathbf{W}'\mathbf{d}' \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

para o caso dos vínculos de suavidade, cuja solução fica sendo expressa por

$$\hat{\mathbf{u}}' = \left(\mathbf{C}'^\dagger \mathbf{W}'^2 \mathbf{C}' + \lambda^2 \mathbf{D}_v^\dagger \mathbf{D}_v + \epsilon^2 \mathbf{D}_h^\dagger \mathbf{D}_h \right)^{-1} \mathbf{C}'^\dagger \mathbf{W}'^2 \mathbf{d}', \quad (4.20)$$

na qual os vetores \mathbf{d}' e $\hat{\mathbf{u}}'$ são dados, respectivamente, por

$$\mathbf{d}' = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{m-1} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \hat{\mathbf{u}}' = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_0 \\ \hat{\mathbf{u}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{u}}_m \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

sendo m o número de amostras laterais. Para o caso dos vínculos de curvatura nula, o sistema a ser resolvido e a solução correspondente são obtidos, respectivamente, substituindo em (4.9) e (4.8) a matriz \mathbf{D}_v por \mathbf{L}_v e a matriz \mathbf{D}_h por \mathbf{L}_h .

4.2.3 Formulação do problema por regularização *shaping*

Considerando a equação (4.7) e substituindo os produtos \mathbf{WC} e \mathbf{Wd} por \mathbf{A} e \mathbf{b} , respectivamente, sua solução fica sendo dada por

$$\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{D}^\dagger \mathbf{D})^{-1} \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b}. \quad (4.22)$$

Fomel (2007) define a relação entre o operador *shaping* \mathbf{S} e o operador de regularização \mathbf{D} de acordo com a expressão

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \lambda^2 \mathbf{D}^\dagger \mathbf{D})^{-1} . \quad (4.23)$$

Substituindo (4.6) em (4.5), obtém-se a solução do problema da estimativa de velocidade intervalar por regularização *shaping*, a qual fica sendo expressa por

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}} &= (\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} + \mathbf{S}^{-1} - \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} \\ &= [\mathbf{I} + \mathbf{S} (\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} - \mathbf{I})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} . \end{aligned} \quad (4.24)$$

Finalmente, introduzindo o fator de escala $1/\varepsilon$ da matriz \mathbf{A} , (4.3) resulta em

$$\hat{\mathbf{u}} = [\varepsilon^2 \mathbf{I} + \mathbf{S} (\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} - \varepsilon^2 \mathbf{I})]^{-1} \mathbf{S} \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} . \quad (4.25)$$

O método do gradiente-conjugado pode ser usado no cálculo da matriz inversa em (4.2) iterativamente, aumentando a rapidez de convergência da solução. Além disso, exemplos sugerem relativa facilidade de se controlar a escolha de ε e \mathbf{S} em comparação com λ e \mathbf{D} .

5 ALGORITMOS DE CONVERSÃO TEMPO-PROFUNDIDADE

Inicialmente, neste capítulo, apresenta-se a formulação do problema inverso com fundamentação teórica nos raios-imagem. Em seguida, os diversos algoritmos de conversão são descritos. O último deles sendo uma nova proposta baseada na propagação da frente de onda-imagem.

5.1 PROBLEMA INVERSO BIDIMENSIONAL

Considera-se um raio-imagem que tenha chegado à superfície de registro na posição γ_1 , tal que $x_{1min} \leq \gamma_1 \leq x_{1max}$, no tempo τ , tal que $0 \leq \tau \leq \tau_{max}$. Traça-se este raio-imagem de volta juntamente com uma família de raios referentes a uma onda plana tangente à superfície de registro até que o tempo τ seja consumido e o raio alcance a posição (x_1, x_3) em subsuperfície.

Em outras palavras, deseja-se solucionar simultaneamente o conjunto de equações cinemático e dinâmico do traçamento de raios, que em duas dimensões é representado por

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} &= v^2(\mathbf{x})\mathbf{p} \\ \frac{d\mathbf{p}}{d\tau} &= -\frac{\nabla_{\mathbf{x}}v}{v(\mathbf{x})} \\ \frac{dQ}{d\tau} &= v^2(\mathbf{x})P \\ \frac{dP}{d\tau} &= -\frac{1}{v(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta_1^2} Q\end{aligned}\tag{5.1}$$

sujeito às condições iniciais

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(\tau = 0) &= (\gamma_1, 0) \\ \mathbf{p}(\tau = 0) &= \frac{\hat{\mathbf{x}}_3}{v^{dir}(\mathbf{x}(\tau = 0))} \\ Q(\tau = 0) &= 1 \\ P(\tau = 0) &= 0\end{aligned}\tag{5.2}$$

em que $\hat{\mathbf{x}}_3$ é o vetor unitário na direção de x_3 . A velocidade neste caso é dada pela expressão (3.44).

5.2 ALGORITMOS DE INVERSÃO

Cameron, Fomel e Sethian (2007) propuseram um algoritmo de traçamento de raios-imagem ajustando as frentes de onda-imagem a curvas polinomiais como uma forma de simplificar o cálculo das derivadas ao longo da mesma. Valente (2007) baseado nesse algoritmo propôs acrescentar regularização ao ajuste de forma a possibilitar maior liberdade na escolha do grau do polinômio. Logo após estes trabalhos, Cameron, Fomel e Sethian (2008) apresentaram um novo algoritmo de traçamento de raios, no qual as duas últimas equações em (5.1) são integradas com base no método de Lax-Friedrichs (LAX, 1954), resultando no esquema

$$\begin{aligned}
P_j^{n+1} &= \frac{P_{j+1}^n + P_{j-1}^n}{2} - \frac{\Delta\tau}{4\Delta\gamma_1^2 v_j^n} \left(\frac{v_{j+2}^n - v_j^n}{Q_{j+1}^n} - \frac{v_j^n - v_{j-2}^n}{Q_{j-1}^n} \right) \\
\frac{1}{Q_j^{n+1}} &= \frac{1}{Q_j^n} - \frac{\Delta\tau}{2} ((\nu_j^n)^2 P_j^n + (\nu_j^{n+1})^2 P_j^{n+1})
\end{aligned} \tag{5.3}$$

em que P_j^n denota o valor de P no j -ésimo raio-imagem na posição $\gamma_{1,j}$ e no tempo τ_n , ν_j^n denota a velocidade $v^{dix}(\gamma_1, \tau_n)$ em duas dimensões e seu quadrado em três dimensões. Nesta metodologia, nenhuma regularização adicional é necessária, pois ela está intrinsecamente agregada às médias dos valores de P ao longo da frente de onda-imagem. Esta abordagem é muito estável por causa que as médias em P amortecem as frequências mais altas.

Um outro algoritmo foi proposto em Iversen e Tygel (2008). Neste, deve-se primeiramente avaliar as derivadas

$$\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\gamma_1} \right)_j^n \quad \text{e} \quad \left[\frac{\Delta}{\Delta\gamma_1} \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\gamma_1} \right) \right]_j^n \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\gamma_1} \right)_j^n \tag{5.4}$$

e então estimar o campo de velocidade de acordo com (3.39). Por último, resolve-se o sistema (5.1), levando-se em conta que

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\Delta v}{\Delta\tau} \right)_j^n &= \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\tau} \right)_j^n Q_j^n + \nu_j^n \left(\frac{\Delta Q}{\Delta\tau} \right)_j^n \\
\left[\frac{\Delta}{\Delta\eta_1} \left(\frac{\Delta v}{\Delta\eta_1} \right) \right]_j^n &= \left[\frac{\Delta}{\Delta\gamma_1} \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\gamma_1} \right) \right]_j^n + P_j^n \left(\frac{\Delta v}{\Delta\tau} \right)_j^n
\end{aligned} \tag{5.5}$$

A segunda equação em (5.3) é uma aproximação baseada na premissa de que as derivadas nas coordenadas centralizadas no raio em relação γ_1 de ordens maiores do que um são desprezíveis. Esta é a única regularização incluída no problema. Além disso, os autores mencionam que para que este algoritmo tenha sucesso, os modelos de velocidade de migração e intervalar em tempo devam possuir um certo grau de suavidade.

Após a aplicação dos algoritmos de inversão, obtém-se como resultado os raios-imagem e/ou frentes de onda-imagem e principalmente o campo de velocidade $v(\mathbf{x}(\gamma_1, \tau))$, isto é, o campo de velocidades em profundidade em uma malha não-regular, ou seja, ao longo das trajetórias dos raios-imagem. Uma forma de obter este campo numa malha regular, seria aplicar diretamente interpolação e extrapolação nas regiões de borda. No trabalho de Cameron, Fomel e Sethian (2007), descreve-se um algoritmo muito eficiente para solucionar este problema, no qual soluciona-se a equação Iconal baseada nos métodos *fast marching* (SETHIAN, 1999a,b), obtendo-se não somente o campo de velocidade em profundidade $v(\mathbf{x})$, como também $\tau(\mathbf{x})$ e $\gamma_1(\mathbf{x})$. Estes dois últimos podendo ser utilizados na conversão de imagens migradas em tempo para imagens em profundidade.

Uma outra forma de abordar o problema, descrito em Cameron, Fomel e Sethian (2007), é através do método de curvas e/ou superfícies de nível (SETHIAN, 1999b). Que para este caso, resume-se a propagar a frente de onda-imagem tangente à superfície de registro no tempo $\tau = 0$ de volta à subsuperfície. Para isso, representa-se a frente de onda-imagem pelo nível nulo de uma

função bidimensional $\phi(\mathbf{x})$. Incorporam-se também as funções bidimensionais $p(\mathbf{x})$ e $q(\mathbf{x})$ ao longo das frentes de onda-imagem, tal que, para cada intervalo de tempo $\Delta\tau$ elas são equivalentes aos valores de P e Q , respectivamente. Essas funções satisfazem o sistema de equações

$$\begin{aligned}\frac{\partial\phi}{\partial\tau} &= v(\mathbf{x})\|\nabla\phi\| \\ \frac{\partial q(\mathbf{x})}{\partial\tau} &= v^2(\mathbf{x})p(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial p(\mathbf{x})}{\partial\tau} &= \frac{1}{v(\mathbf{x})}\frac{\partial^2 v}{\partial\eta_1^2}q(\mathbf{x}),\end{aligned}\tag{5.6}$$

em que

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 v}{\partial\eta_1^2} &= \left\|\frac{1}{\nabla\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x_1}\right\|^2\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} - \\ &2\left(\frac{1}{\nabla\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x_1}\cdot\frac{1}{\nabla\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x_3}\right)\frac{\partial^2 v}{\partial x_1\partial x_3} + \\ &\left\|\frac{1}{\nabla\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x_3}\right\|^2\frac{\partial^2 v}{\partial x_3^2}.\end{aligned}\tag{5.7}$$

As condições iniciais de (5.2) são

$$\begin{aligned}q(\mathbf{x}(\tau=0)) &= 1 \\ p(\mathbf{x}(\tau=0)) &= 0\end{aligned}\tag{5.8}$$

Além disso, esse esquema utiliza o algoritmo de conversão *fast marching* intrinsecamente para o cálculo do campo de velocidade $v(\mathbf{x})$.

Tendo como base o algoritmo baseado no método de curvas e/ou superfícies de nível, apresenta-se a seguir um algoritmo alternativo de conversão que tem como vantagem obter diretamente o campo de velocidade $v(\mathbf{x})$ e o tempo de trânsito $\tau(\mathbf{x})$. Com isso, evita-se o cálculo das quantidades $p(\mathbf{x})$ e $q(\mathbf{x})$. A obtenção da matriz posição de emergência dos raios-imagem na superfície de registro $\gamma_1(\mathbf{x})$ pode ser feita aplicando o algoritmo de conversão baseado em *fast marching* modificado para que somente esta grandeza seja calculada, haja vista que $v(\mathbf{x})$ e $\tau(\mathbf{x})$ já são conhecidos.

O algoritmo de propagação de frente de onda proposto neste trabalho apresenta diferenças em relação a alguns algoritmos abordados em trabalhos anteriores. Vinje, Iversen e Gjoystdal (1993), por exemplo, propagam a frente de onda verificando se há divergência acentuada ou cruzamento de raios, acrescentando pontos no primeiro caso e removendo pontos no segundo. Além disso, os autores elaboram um esquema específico de interpolação das grandezas envolvidas para uma malha regular. Outro exemplo, é o proposto em Filpo, Portugal e Vicentini (2011), que para evoluir a frente de onda, utilizam um esquema de diferenças finitas usando pontos de duas frentes de onda-imagem anteriores. No algoritmo proposto não há necessidade de acrescentar e/ou remover pontos ao longo das frentes de onda-imagem e requer o conhecimento apenas da frente de onda-imagem do passo temporal anterior.

No presente algoritmo, propaga-se a frente de onda-imagem $\phi(\mathbf{x})$ na direção de seu gradiente $\nabla\phi$, integrando o sistema

$$\begin{aligned}(x_1)_j^{n+1} &= (x_1)_j^n + v_j^n \left(\frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \cdot \hat{\mathbf{x}}_1 \right)_j^n \Delta\tau \\ (x_3)_j^{n+1} &= (x_3)_j^n + v_j^n \left(\frac{\nabla\phi}{\|\nabla\phi\|} \cdot \hat{\mathbf{x}}_3 \right)_j^n \Delta\tau\end{aligned}\quad (5.9)$$

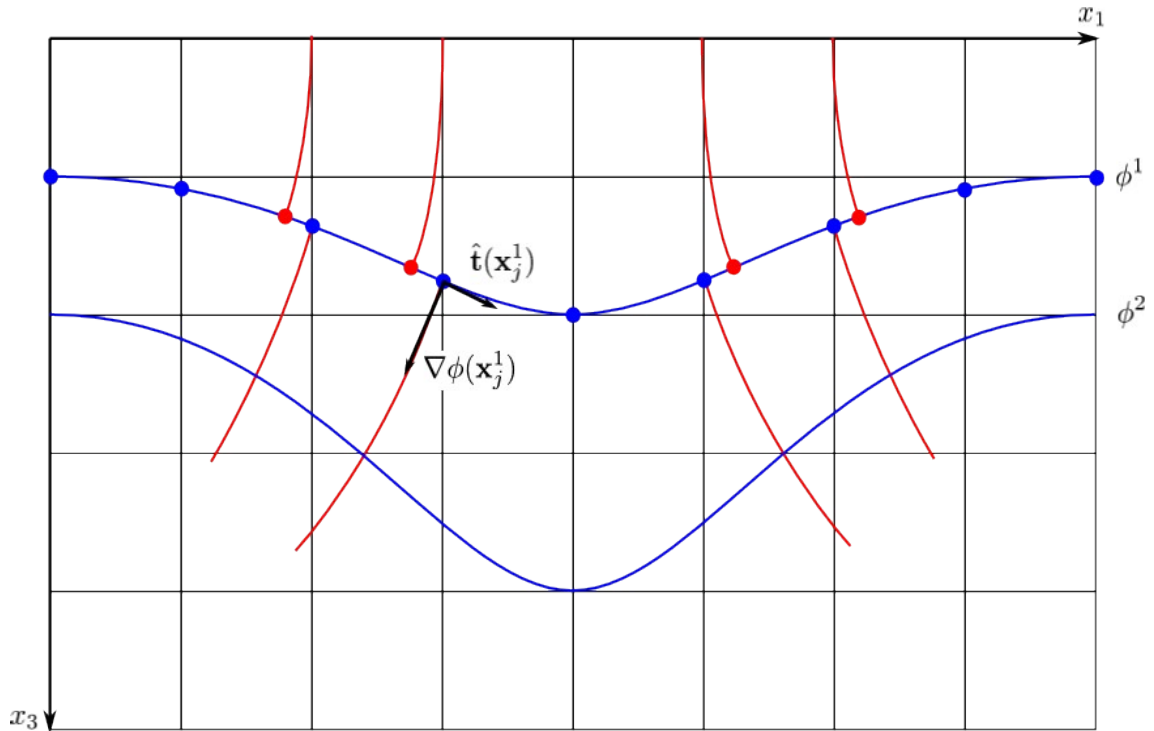
para obtenção das coordenadas da nova frente de onda $\phi^{n+1}(\mathbf{x}(\gamma_1))$ a partir da anterior $\phi^n(\mathbf{x}(\gamma_1))$, em que n indica o número do passo. A direção do gradiente $\nabla\phi$ é obtida através da rotação do vetor tangente unitário à frente de onda-imagem, expresso por

$$\hat{\mathbf{t}} = \frac{(\Delta x_1, \Delta x_3)}{\sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_3^2}} \quad (5.10)$$

de $-\pi/2$ rad em cada ponto ao longo da frente de onda-imagem. Em seguida, avaliam-se os pontos $\mathbf{x}^{n+1}(\gamma_1(\tau^0))$, tal que, $\tau^0 = 0$. Consequentemente, $x_1 = \gamma_1(\tau^0)$ e $x_3 = x_3(x_1, \tau^{n+1})$, ou seja, redefinem-se os pontos que constituem a frente de onda-imagem de forma a deixá-los exatamente nas mesmas posições laterais da malha. O próximo passo temporal é dado a partir da frente de onda-imagem formada por estas novas coordenadas (Fig. 5.1) e o campo de velocidade fica sendo dado por

$$v(\mathbf{x}) \equiv v^{dir}(\gamma_1 = x_1, \tau(\mathbf{x})) . \quad (5.11)$$

Figura 5.1: Esquema gráfico da propagação da frente de onda-imagem. O gradiente de ϕ não é calculado ao longo das trajetórias dos raios-imagem (pontos vermelhos), mas sim ao longo dos eixos verticais coincidentes com as posições laterais da malha (pontos azuis).



6 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Este capítulo apresenta alguns exemplos da aplicação dos algoritmos descritos no capítulo anterior. Esses algoritmos são comparados através da análise dos erros na obtenção dos campos de velocidade convertidos e do casamento entre as frentes de onda-imagem estimadas e as frentes de onda-imagem originais.

Como o passo temporal para a aplicação dos algoritmos de conversão é um fator crítico, sempre que não mencionado no texto, deve-se considerá-lo igual à 0,04 ms.

6.1 EXPERIMENTO 1: MODELO GAUSSIANO

Este modelo é o mesmo utilizado no trabalho de Cameron, Fomel e Sethian (2007), sendo matematicamente expresso por

(6.1)

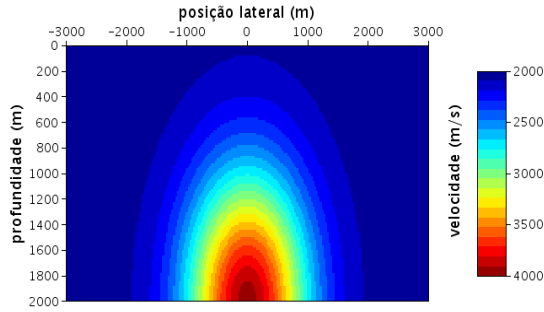
na unidade de km/s. A Figura 6.1a é a representação gráfica deste modelo já na unidade de m/s. Como apresentado no capítulo 3, os algoritmos de conversão tempo-profundidade necessitam ser alimentados pelo campo de velocidade intervalar em tempo, para este caso obtido simplesmente através da equação (4.1), e cujo resultado está representado na Figura 6.1b.

O resultado da aplicação dos algoritmos de traçamento de raios-imagem (CAMERON; FOMEL; SETHIAN, 2008) e da conversão *fast marching* sobre o campo de velocidade intervalar é mostrado na Figura 6.1c. E na Figura 6.1d é mostrado o resultado da aplicação do algoritmo de conversão por propagação de frente de onda-imagem apresentado neste trabalho. Observam-se diferenças consideráveis entre as duas abordagens, que podem ser verificadas pela análise dos erros relativos absolutos, Figuras 6.1e e 6.1f, respectivamente. A primeira abordagem apresentou erros relativamente baixos para a parte mais rasa do modelo, claramente justificáveis, pois as curvaturas das frentes de onda-imagem nessa região também são muito baixas, entretanto, para a parte mais profunda do modelo, os erros são mais altos, atingindo um máximo por volta de 11%. Por outro lado, a segunda abordagem não apresentou erros maiores do que 0,68%, indicando que mesmo com a aproximação de primeira ordem para o problema, os resultados são bastante acurados.

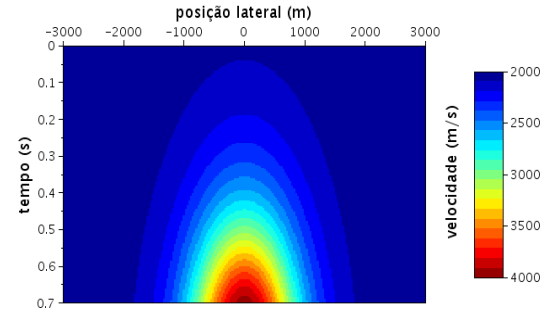
Outro ponto-chave na avaliação das conversões é analisar o acoplamento das frentes de onda-imagem estimadas com as originais, que podem ser apreciadas nas Figuras 6.1g e 6.1h. Há um pequeno deslocamento para as frentes de onda-imagem adquiridas pela abordagem de Cameron, Fomel e Sethian (2007,2008), e quase nenhum para aquelas produzidas pela abordagem deste trabalho, mais uma vez, comprovando eficiência da segunda metodologia.

Por último, analisa-se o fator de espalhamento geométrico Q obtido pelo traçamento de raios-imagem de Cameron, Fomel e Sethian (2008), com passos temporais distintos. A Figura 6.2

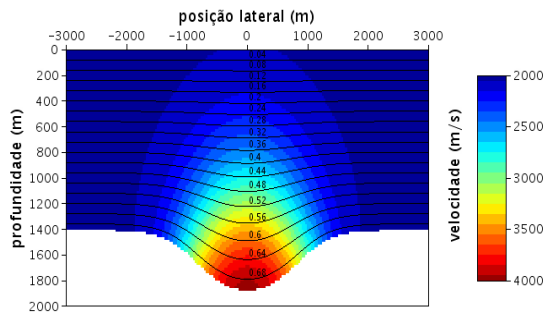
Figura 6.1: Conversão tempo-profundidade do modelo Gaussiano.



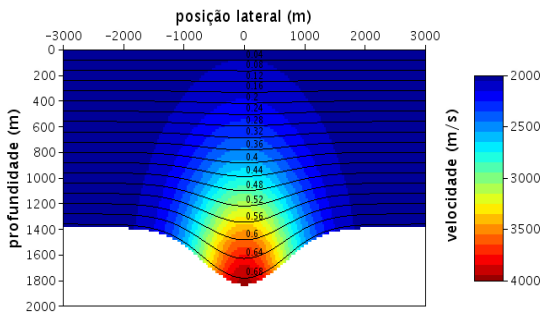
(a) velocidade original.



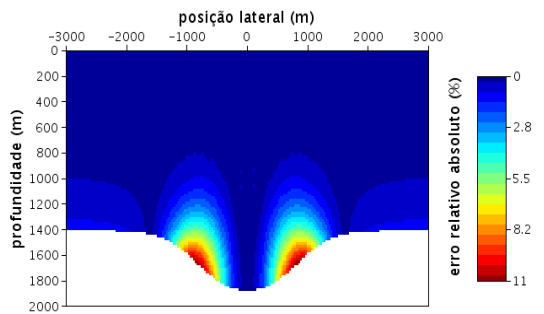
(b) velocidade intervalar em tempo.



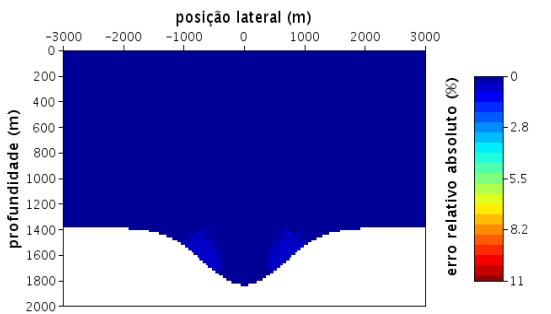
(c) velocidade estimada por traçamento de raios-imagem.



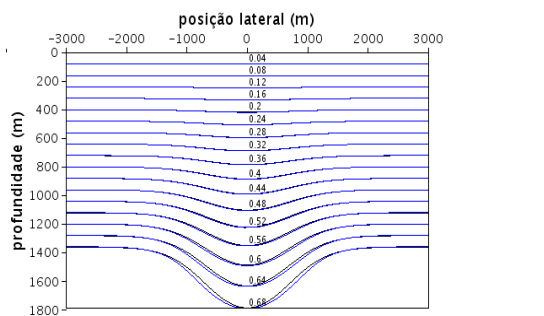
(d) velocidade estimada por propagação de frente de onda-imagem.



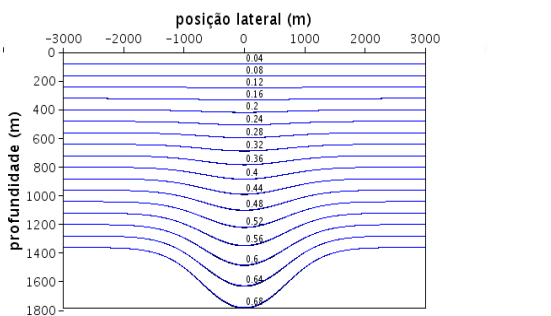
(e) erro absoluto relativo entre (a) e (c).



(f) erro absoluto relativo entre (a) e (d).



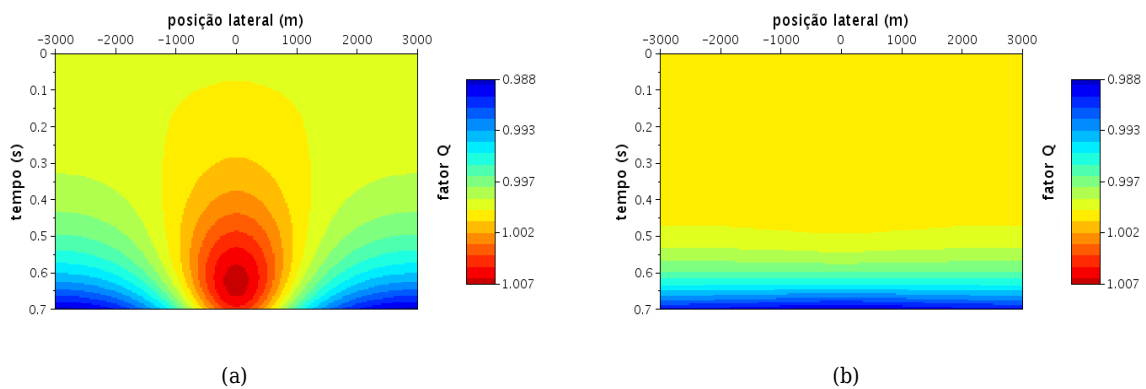
(g) frentes de onda-imagem em (c).



(h) frentes de onda-imagem em (d).

mostra os espalhamentos obtidos com $\Delta\tau = 4 \times 10^{-5}$ s e com $\Delta\tau = 8 \times 10^{-6}$ s. A diminuição do passo temporal implica um decréscimo na estimativa do campo de velocidade e conseqüentemente no deslocamento entre os raios-imagem e/ou frentes de onda-imagem estimados e originais. Analisando as duas figuras, vê-se que conforme o passo temporal diminui, o espalhamento geométrico tende a unidade. Isso prova porque o algoritmo de propagação de frente onda-imagem produz resultados mais acurados. Neste exemplo numérico a correção representada pela equação (3.44) pode ser desprezada, sugerindo que este efeito é de ordem menor para os modelos de velocidade suaves usados para migração em tempo.

Figura 6.2: Espalhamento geométrico Q da conversão tempo-profundidade do modelo gaussiano obtido por traçamento de raios com $\Delta\tau = 4 \times 10^{-5}$ s (a) e $\Delta\tau = 8 \times 10^{-6}$ s (b).



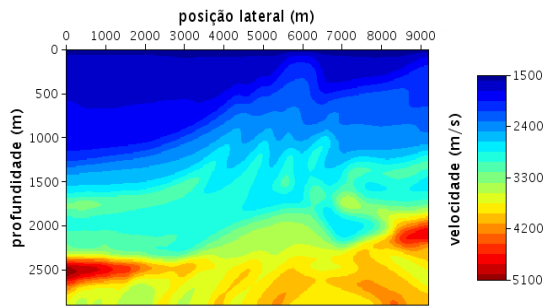
6.2 EXPERIMENTO 2: MODELO *MARMOUSOFT*

Este modelo é uma modificação do modelo sintético mundialmente conhecido por Marmousi (BILLETTE; PODVIN; LAMBARÉ, 1998). Ele é construído a partir da suavização do modelo original Marmousi, sendo denominado de *Marmousoft* (Fig. 6.3a).

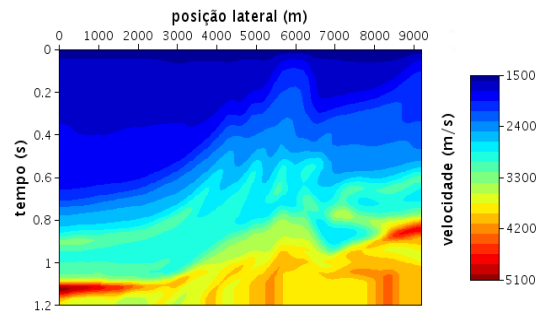
6.2.1 Conversão a partir do campo de velocidade Dix exato

O campo de velocidade intervalar (Fig. 6.3b) deste modelo foi obtido de forma idêntica àquele da seção anterior. O campo de velocidade convertido a partir deste modelo com a aplicação em cascata dos algoritmos de traçamento de raios-imagem e *fast-marching* está representado na Figura 6.3c, e o campo de velocidade convertido com o algoritmo de propagação de frente de onda-imagem está representado na Figura 6.3d. De antemão, observa-se que o primeiro modelo apresenta velocidades um pouco mais baixas na parte mais profunda do modelo em comparação com o modelo original, além de marcas lineares devido ao cruzamento dos raios-imagem nessas regiões. O segundo campo apresenta valores de velocidade mais consistentes com o modelo original e ausência daquelas marcas presentes no primeiro campo. Os erros relativos absolutos na obtenção dos campos convertidos são mostrados nas Figuras 6.3e e 6.3f. Observa-se claramente que a recuperação do campo de velocidade original foi bem mais eficiente com a

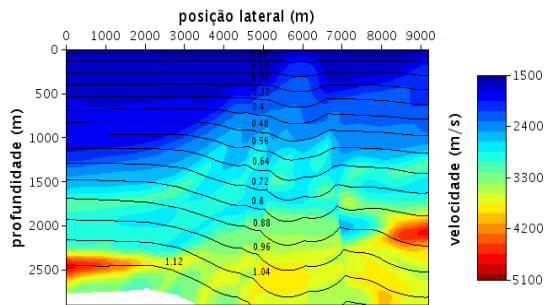
Figura 6.3: Conversão tempo-profundidade do modelo Marmousoft a partir da velocidade Dix exata.



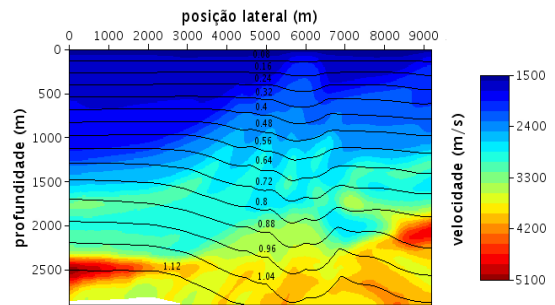
(a) velocidade original.



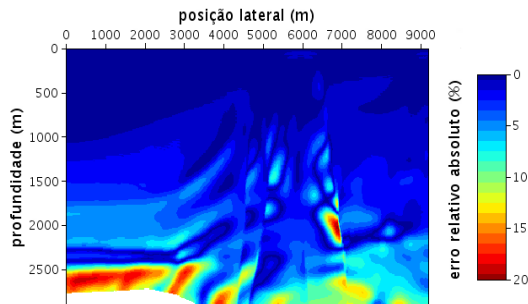
(b) velocidade intervalar em tempo.



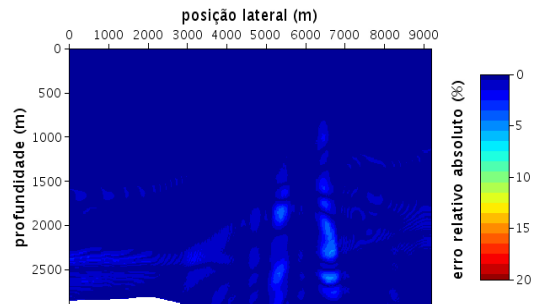
(c) velocidade estimada por traçamento de raios-imagem.



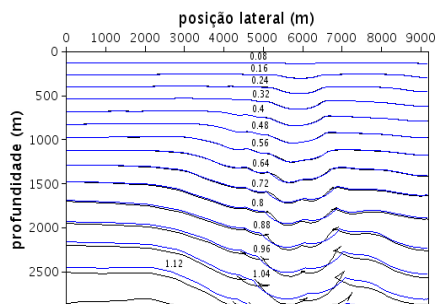
(d) velocidade estimada por propagação de frente de onda-imagem.



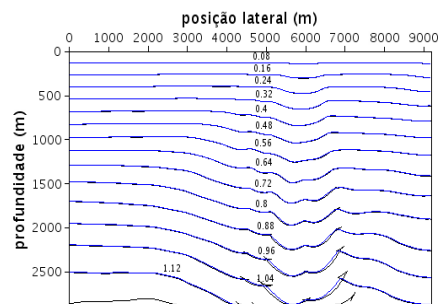
(e) erro absoluto relativo entre (a) e (c).



(f) erro absoluto relativo entre (a) e (d).



(g) frentes de onda-imagem em (c).



(h) frentes de onda-imagem em (d).

aplicação do algoritmo de propagação de frente de onda-imagem, uma vez que, os erros mais acentuados são locais e não ultrapassaram os 5,5%.

Essas diferenças são facilmente observadas na sobreposição das frentes de onda-imagem estimadas e originais, Figuras 6.3g e 6.3h, respectivamente. Os deslocamentos entre as frentes são mais pronunciáveis a medida que elas alcançam a parte mais profunda do modelo na metodologia baseada no traçamento de raios-imagem, enquanto que na metodologia de propagação de frente de onda-imagem, esses deslocamentos são mais amenos e aceitáveis, provando a eficácia da segunda metodologia.

6.2.2 Conversão a partir do campo de velocidade Dix estimado

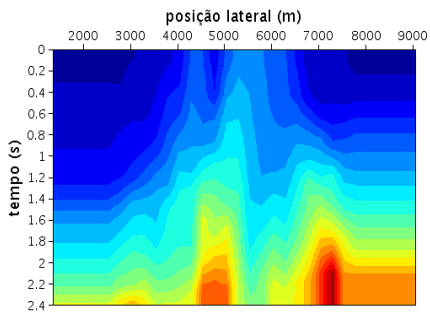
Diferentemente da seção anterior, onde o campo de velocidade intervalar fora obtido diretamente do campo de velocidade original, nesta seção obteve-se o campo de velocidade intervalar a partir do campo de velocidade NMO gerado através da análise de velocidade CMP convencional (Fig. 6.4a) com uma pequena suavização (Fig. 6.4b). Os campos de velocidade intervalares não-regularizado e regularizado com a abordagem da seção 4.2.1.2 são apresentados nas Figuras 6.4c e 6.4d, respectivamente.

Os campos convertidos por traçamento de raios utilizando os campos intervalares não-regularizado e regularizado são mostrados nas Figuras 6.4e e 6.4f, respectivamente. Observa-se que o campo da Figura 6.4e apresenta muitas marcas de cruzamento de raios o que leva a geração de muitos erros na conversão tempo-profundidade. Estas marcas continuam evidentes no modelo da Figura 6.4f, entretanto o campo convertido começa a ter caráter geológico, haja vista que o campo intervalar utilizado fora regularizado. A Figura 6.4g apresenta também marcas de afunilamento de frentes de onda, enquanto que na Figura 6.4h, essas marcas somem, gerando um modelo bem mais parecido com a geologia, consequência da regularização aplicada ao campo de velocidades intervalares.

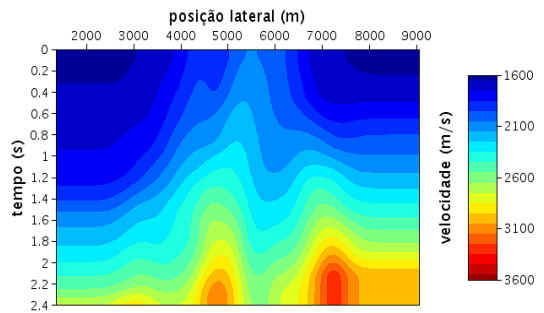
O que se deve salientar é que as conversões tempo-profundidade não obtiveram resultados muito satisfatórios, o que já era previsto, uma vez que, este campo de velocidade possui variações laterais de velocidade muito abruptas, o que viola as premissas da migração em tempo: campo de velocidade com baixa a moderada variação lateral de velocidade e aproximação hiperbólica da curva de difração.

Esses modelos apesar de não produzirem imagens bem focalizadas com os refletores posicionados corretamente em profundidade, podem ser utilizados como ponto de partida nos processos tomográficos, haja vista que, tais processos são altamente dependentes de modelos iniciais com alguma consistência geológica e na maioria das vezes os modelos usados são geralmente homogêneos ou com algum gradiente vertical de velocidade ou baseados nas velocidades de empilhamento convertidos para profundidade verticalmente.

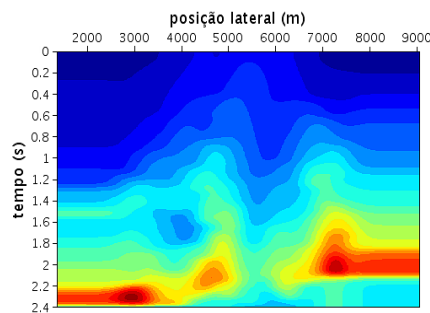
Figura 6.4: Conversão tempo-profundidade do modelo Marmousoft a partir da velocidade Dix estimada.



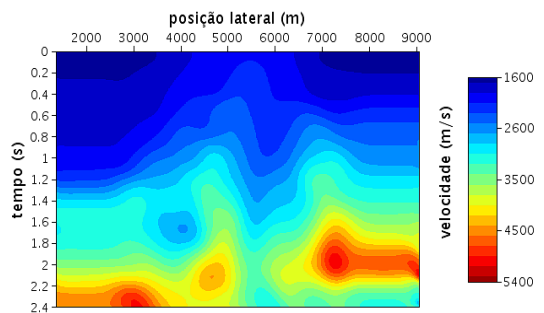
(a) velocidade NMO marcada.



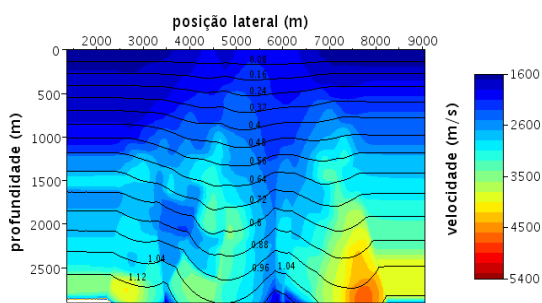
(b) velocidade NMO marcada suavizada.



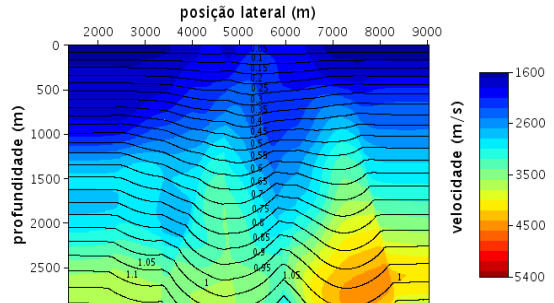
(c) velocidade intervalar em tempo não-regularizada.



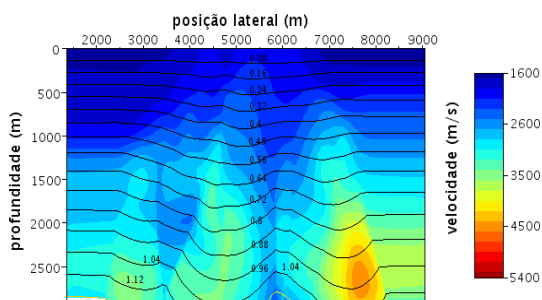
(d) velocidade intervalar em tempo regularizada.



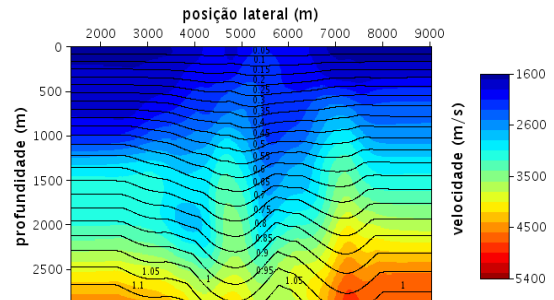
(e) velocidade estimada a partir de (c) por traçamento de raios-imagem.



(f) velocidade estimada a partir de (c) por propagação de frente de onda-imagem.



(g) velocidade estimada a partir de (d) por traçamento de raios-imagem.



(h) velocidade estimada a partir de (d) por propagação de frente de onda-imagem.

6.3 COMPARAÇÃO EM TERMOS COMPUTACIONAIS

Tanto na metodologia de Cameron, Fomel e Sethian (2007,2008) quanto na de Iversen e Tygel (2008) o passo temporal do traçado de raios-imagem deve ser minúsculo para evitar, primeiramente, instabilidade e, em segundo lugar a geração de campos de velocidade geologicamente incoerentes. Apesar do passo ser muito pequeno, ele não demanda de forma alguma custo computacional elevado.

Com relação ao algoritmo de conversão *fast marching*, apesar de ser muito eficiente, ele pode demandar um pouco mais de custo computacional a depender da malha em profundidade escolhida, uma vez que faz uso do método *Newton-Raphson* para os cálculos da velocidade, do tempo de trânsito e da posição de emergência dos raios-imagem, além de uma ordenação para a evolução da frente de onda-imagem.

Essas ponderações apresentam bem menor impacto na metodologia apresentada neste trabalho, haja vista que ela é estável e muito eficiente mesmo para passos temporais relativamente elevados, por exemplo, 4 ms. Além disso, não faz uso de nenhum método iterativo ou de ordenação para a estimativa da velocidade, tornando-o muito mais robusto.

Em três dimensões, o custo computacional dos algoritmos pode aumentar substancialmente, a depender das dimensões da malha escolhida. Por isso, é aconselhável que os algoritmos sejam paralelizados, principalmente o *fast marching*, que dentre todos acaba sendo o mais caro.

6.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE IVERSEN E TYGEL (2008)

Esta metodologia apesar de ter sido aplicada não gerou resultados satisfatórios, haja vista o alto grau de regularização empregado. Assim, recomenda-se a utilização dessa metodologia apenas para regiões de baixa complexidade estrutural, isto é, pouca variação lateral de velocidade.

7 CONCLUSÕES

Avaliaram-se duas metodologias recentes de conversão tempo-profundidade baseadas nos traçamento cinemático e dinâmico de raios-imagem e também uma terceira, proposta neste trabalho, baseada na propagação da frente de onda-imagem. Bidimensionalmente, as duas primeiras são bastante semelhantes, diferindo-se apenas no modo de regularizar o problema, enquanto que tridimensionalmente, a primeira demanda menos custo computacional, pois necessita calcular apenas parte da matriz de propagação, diferentemente da segunda, que necessita dela completa. Por outro lado, a primeira precisa ser alimentada por uma quantidade maior de dados. A terceira metodologia faz uso do traçado cinemático de raios e de um artifício geométrico para propagar a frente de onda-imagem, e a regularização empregada basea-se na suavização da frente de onda durante o cálculo do gradiente.

Os algoritmos de conversão foram aplicados à dados sintéticos bidimensionais com o objetivo de enumerar suas vantagens, desvantagens e limitações. Embora a metodologia de Iversen e Tygel (2008) tenha sido empregada, o artifício regularizador é forte demais para os modelos utilizados nos experimentos, levando à instabilidade. Assim, a análise ficou restrita aos algoritmos de Cameron, Fomel e Sethian (2008) e o apresentado neste trabalho.

Quanto ao algoritmo de Cameron, Fomel e Sethian (2008), o traçamento de raios necessita de um passo temporal pequeno o bastante para evitar instabilidade e erros mais acentuados. Além disso, essa abordagem demanda custo computacional maior, pois aplica em cascata o traçado de raios-imagem para a correção da velocidade e o algoritmo de conversão *fast marching*.

Já o algoritmo de conversão por propagação de frente de onda-imagem, apesar de ser uma aproximação de primeira ordem, não requer passo temporal muito pequeno, o que não prejudica de forma considerável a acurácia do método, além de ser bastante estável e demandar custo computacional bastante inferior.

Outro ponto importante é o comportamento do fator de espalhamento geométrico do algoritmo de traçado de raios-imagem de Cameron, Fomel e Sethian (2008). Verificou-se que quanto menor o passo temporal mais próximo da unidade seu valor se aproxima. Esse aspecto mostra o porquê de o algoritmo de propagação de frente de onda-imagem gerar resultados mais acurados quando o mesmo passo temporal é aplicado a ambos.

A conversão tempo-profundidade pode parecer um processo à primeira vista interessante na obtenção de um campo de velocidade ou uma imagem em profundidade, entretanto, deve-se ter em mente para que finalidade ela está sendo aplicada. Nos casos em que se deseja migrar em profundidade ou converter uma imagem de tempo para profundidade, é importante lembrar que os resultados só serão satisfatórios para regiões com branda a moderada variação de velocidade. Casos em que há bastante variação lateral de velocidade a conversão tempo-profundidade deve ter outro propósito, como por exemplo, a geração de um campo de velocidade inicial para tomografia.

REFERÊNCIAS

- ČERVENÝ, V. *Seismic ray theory*. 1st ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 722 p.
- BILLETTE, F et al. Practical aspects and applications of 2D stereotomography. *Geophysics*, [S.l.], v. 68, n. 3, p. 1008-1021. 2003.
- BILLETTE, F; LAMBARÉ, G. Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography. *Geophysical Journal International*, [S.l.], v. 135, n. 2, p. 671-690. 1998.
- BILLETTE, F; PODVIN, P; LAMBARÉ, G. Stereotomography with automatic picking: application to the Marmousi dataset. In: SEG ANNUAL MEETING, 68, 1998, New Orleans. *Proceedings*. New Orleans, 1998.
- BIONDI, B; SAVA, P. Wave-equation migration velocity analysis. In: SEG ANNUAL MEETING, 69, 1999, [S.l.]. *Proceedings*. [S.l.], 1999.
- BIONDI, B L. *3D Seismic Imaging*. 1st ed. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2006. 224 p. (Investigations in Geophysics, 14)
- BISHOP, T N et al. Tomographic determination of velocity and depth in laterally varying media. *Geophysics*, [S.l.], v. 50, n. 6, p. 903-923. 1985.
- CAMERON, M; FOMEL, S; SETHIAN, J. Time-to-depth conversion and seismic velocity estimation using time-migration velocity. *Geophysics*, [S.l.], v. 73, n. 5, p. VE205-VE210. 2008.
- CAMERON, M K; FOMEL, S B; SETHIAN, J A. Seismic velocity estimation from time migration. *Inversion Problems*, [S.l.], v. 23, n. 4, p. 1329-1369. 2007.
- CLAERBOUT, J. Everything depends on $v(x,y,z)$. *Stanford Exploration Project*, [S.l.], n. 100, p. 1-10. 1999.
- CLAPP, R G. *Geologically constrained migration velocity analysis*. 2001. (PhD thesis) - Stanford University, [S.l.], 2001.
- CLAPP, R G; BIONDI, B; CLAERBOUT, J F. Incorporating geologic information into reflection tomography. *Geophysics*, [S.l.], v. 69, n. 2, p. 533-546. 2004.
- CLAPP, R G et al. Regularizing velocity estimation using geologic dip information. In: SEG ANNUAL MEETING, 68, 1998, New Orleans. *Proceedings*. New Orleans, 1998.
- CLAPP, R G; SAVA, P; CLAERBOUT, J F. Interval velocity estimation with null-space. *Stanford Exploration Project*, [S.l.], n. 97, p. 147-157. 1998.
- COSTA, J C et al. Regularization in slope tomography. *Geophysics*, [S.l.], v. 73, n. 5, p. VE39-VE47. 2008.
- DIX, C H. Seismic velocities from surface measurements. *Geophysics*, [S.l.], v. 20, n. 1, p. 68-86. 1955.
- FILPO, E; PORTUGAL, R; VICENTINI, A. Model rays for depth-to-time conversion. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 11, 2011, Salvador. *Proceedings*. Salvador, 2011.

- FOMEL, S. Applications of plane-waves destruction filters. *Geophysics*, [S.l.], v. 67, n. 6, p. 1946-1960. 2002.
- FOMEL, S. Time migration velocity analysis by velocity continuation. *Geophysics*, [S.l.], v. 68, n. 5, p. 1662-1672. 2003.
- FOMEL, S. Shaping regularization in geophysical-estimation problems. *Geophysics*, [S.l.], v. 72, n. 2, p. R29-R36. 2007.
- FOMEL, S; GUITTON, A. Regularizing seismic inverse problems by model reparameterization using plane-wave construction. *Geophysics*, [S.l.], v. 71, n. 5, p. A43-A47. 2006.
- HAJNAL, Z; SEREDA, I T. Maximum uncertainty of interval velocity estimate. *Geophysics*, [S.l.], v. 46, n. 11, p. 1543-1547. 1981.
- HUBRAL, P. Some ray theoretical aspects. *Geophysical Prospecting*, [S.l.], v. 25, n. 4, p. 738-745. 1977.
- HUBRAL, P; KREY, T. *Interval velocities from seismic reflection time measurements*. 1st ed. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1980. 203 p.
- IVERSEN, E; ÅSTEBØL, K; GJØYSTDAL, H. Time-to-depth conversion of 3D seismic interpretation data by use of dynamic image-ray. In: SEG ANNUAL MEETING, 48, 1987, [S.l.]. *Proceedings*. [S.l.], 1987.
- IVERSEN, E; TYGEL, M. Image-ray tracing for joint 3D seismic velocity estimation and time-to-depth conversion. *Geophysics*, [S.l.], v. 73, n. 3, p. S99-S114. 2008.
- LAX, P D. Weak solutions of hyperbolic equations and their numerical computation. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, [S.l.], v. 7, n. 1, p. 159-193. 1954.
- PINHEIRO, L. *Análise de velocidades através de continuação de afastamentos*. 2008. (Tese de Doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- POPOV, M M. *Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists*. 1. ed. Salvador: EDUFBA, 2002. 172 p.
- POPOV, M M; PSENCIK, I. Computation of ray amplitudes in inhomogeneous media with curved interfaces.. *Studia Geophysica et Geodaetica*, [S.l.], v. 22, n. 3, p. 248-258. 1978.
- ROBEIN, É. *Velocities, time-imaging and depth-imaging in reflection seismics: Principles and methods*. 2nd ed. The Netherlands: EAGE Publications, 2003. 464 p.
- SCHLEICHER, J; COSTA, J C. Migration velocity analysis by double path-integral migration. *Geophysics*, [S.l.], v. 74, n. 6, p. WCA225-WCA231. 2009.
- SCHLEICHER, J; COSTA, J C; NOVAIS, A. Time-migration velocity analysis by image-wave propagation of common image-gathers. *Geophysics*, [S.l.], v. 73, n. 5, p. VE161-VE171. 2008.
- SETHIAN, J A. A fast level set method for monotonically advancing fronts. In: NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES, 4, 1996, [S.l.]. *Proceedings*. [S.l.], 1996.
- SETHIAN, J A. Fast marching methods. *SIAM Review*, [S.l.], v. 41, n. 2, p. 199-235. 1999a.
- SETHIAN, J A. *Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and material science*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999b. 33 p.

TIKHONOV, A N; ARSENIN, V Y. *Solution of ill-posed problems*. New York: Winston, 1977. 258 p. (Scripta series in mathematics)

VALENTE, L S S. *Estimativa de modelo de velocidade em profundidade a partir de velocidades de migração em tempo*. 2007. (TCC) - Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, 2007.

VALENTE, L S S; COSTA, J C; SCHLEICHER, J. Evaluation of time-to-depth conversion algorithms for depth velocity model building. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 11, 2011, Salvador. *Proceedings*. Salvador, 2011.

VINJE, V; IVERSEN, E; GJOYSTDAL, H. Traveltime and amplitude estimation using wavefront construction. *Geophysics*, [S.l.], v. 58, n. 8, p. 1157-1166. 1993.

YILMAZ, Ö. *Seismic data analysis*. 2nd ed. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2001. Volume 1. 2027 p. (Investigations in Geophysics, 10)