



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**VICTOR CEZAR TOCANTINS DE SOUZA**

**MODELAGEM NUMÉRICA DE DADOS MCSEM 3D  
USANDO COMPUTAÇÃO PARALELA**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará – UFPA em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Doutor em Geofísica.

Orientador: Luiz Rijo

BELÉM-PARÁ

2007

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

---

S729m SOUZA, Victor Cezar Tocantins de  
Modelagem numérica de dados MCSEM usando computação paralela. / Victor Cezar Tocantins de Souza; orientador, Luiz Rijo. - 2007.  
110 f.: il.  
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2007.  
1 Geofísica aplicada. 2 Métodos eletromagnéticos. 3. Elementos finitos. 4. MCSEM. 5 Computação paralela. 6 Método do gradiente conjugado. 7 Exploração de petróleo. 8 Águas profundas.  
I. Universidade Federal do Pará. II. Rijo, Luiz, Orient. III. Título

CDD 20º ed.: 622.15

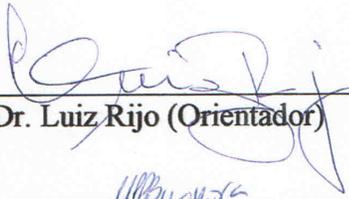
---

**VICTOR CEZÁR TOCANTINS DE SOUZA**

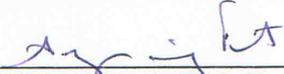
**MODELAGEM NUMÉRICA DE DADOS MCSEM 3D USANDO COMPUTAÇÃO  
PARALELA**

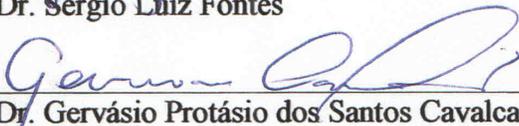
Tese apresentada no Curso de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará -UFPA, em cumprimento às exigências para a obtenção do Grau de Doutor em Geofísica no Instituto de Geociências.

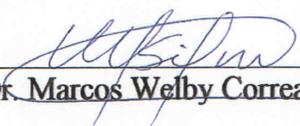
**COMITÊ DE TESE:**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Luiz Rijo (Orientador)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marco Polo Pereira Buonora

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Sérgio Luiz Fontes

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Marcos Welby Correa Silva

A minha mãe, Dona Dina  
compreensiva, educadora e carinhosa

Ao meu pai, Seu Antonio  
experiente e aconselhador

A minha esposa Renata  
companheira e amorosa

Aos meus irmãos e irmãs  
sempre presentes na minha vida

## AGRADECIMENTOS

A minha esposa Renata pelo carinho e compreensão em todos os momentos.

A minha família, pelo esforço e dedicação para que eu pudesse estudar.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luiz Rijo (Pesquisador visitante do PRH-06) pelo ensino, dedicação e apoio dispensado durante a realização desta tese.

Nestes anos de estudos tive a felicidade de ser aluno e algumas vezes colegas da maioria dos professores do CPGF/UFPA e agradeço profundamente a todo o corpo docente desta instituição por ter me ajudado a construir o meu conhecimento.

A Agência Nacional do Petróleo – ANP e a Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, através do Programa de Recursos Humanos da ANP para o setor petróleo e gás natural – PRHANP/MME/MCT pelo suporte financeiro quanto bolsista.

Ao professor Verma (in memoriam) pelo ensino e pela sua coordenação do PRH-06.

Ao professor Jessé pelos ensinamentos de física e geofísica em minha graduação e pós-graduação e também pela sua atuação como coordenador do PRH-06.

Ao professor André pelos ensinamentos como professor e pela sua dedicação e companheirismo na atual coordenação do PRH-06.

Aos membros da banca examinadora. Professores Dr. Marco Polo Pereira Buonora, Dr. Sérgio Luiz Fontes, Dr. Gervásio Protásio dos Santos Cavalcante e Dr. Marcos Welby Correa Silva pela correção deste texto e pelas sugestões para o aprimoramento desta Tese.

Aos professores do Laboratório de Processamento Sísmico (PROSIS). Especialmente ao professor Dr. Lourenildo Leite, chefe do PROSIS, por ter cedido o uso do *cluster* em meus experimentos.

Ao colega Msc. Francisco Neto por sua atenção e cooperação em programação paralela.

A Benildes, secretária do curso de Pós-Graduação em Geofísica UFPA, sempre disposta a ajudar em todas as horas.

A todos os colegas de curso, especialmente, Frayzer, Rodrigo e Valdelirio todos do PROEM.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1.1	Representação esquemática do método MCSEM. Um transmissor eletromagnético, localizado próximo ao fundo do mar, para maximizar o acoplamento dos campos elétrico e magnético com as rochas do fundo oceânico, gera campos eletromagnéticos que interagem com a subsuperfície. A resposta desta interação são registrados pelos instrumentos depositados no fundo do oceano. Fonte: Contable e Srnka, 2007. . . . .	16
2.1	Layout conceitual do método MCSEM. Um transmissor do tipo dipolo elétrico, localizado próximo ao fundo do mar injeta uma corrente de várias centenas de amperes no oceano, criando campos eletromagnéticos que se propagam no substrato marinho. Receptores registram os campos elétricos e magnéticos para vários espaçamentos do transmissor. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	20
2.2	Modelo teórico do MCSEM 1D. Um dipolo elétrico horizontal encontra-se a uma distância $h_0$ da superfície, numa camada de condutividade $\sigma_1$ limitada por dois semi-espaços com condutividades $\sigma_0$ e $\sigma_2$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	22
2.3	Geometria dos campos do método MCSEM. Ao longo do eixo do transmissor, o campo é puramente radial – geometria <i>in-line</i> . Ao longo do eixo perpendicular ao transmissor, o campo é puramente azimutal – geometria <i>broadside</i> . Fonte: Constable e Weiss, 2006. . . . .	30
2.4	Experimento 1: (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	31
2.5	Resposta <i>in-line</i> da amplitude e fase do experimento 1 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ . (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	31
2.6	Resposta <i>broadside</i> da amplitude e fase do experimento 1 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ ; (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	32
2.7	Experimento 2: (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	32
2.8	Resposta <i>in-line</i> da amplitude e fase do experimento 2 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ ; (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	33

2.9	Resposta <i>broadside</i> da amplitude e fase do experimento 2 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ ; (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	33
2.10	Experimento 3 (RIJO, 2006): (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	34
2.11	Resposta <i>in-line</i> da amplitude e fase do experimento 3 em função do espaçamento fonte-receptor, para uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ ; (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	34
2.12	Resposta <i>broadside</i> da amplitude e fase do experimento 3 em função do espaçamento fonte-receptor, para uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ ; (b) Fase de $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	35
2.13	Análise das respostas do método MCSEM. No topo esta ilustrado um típico modelo 1D. Abaixo temos as respostas <i>in-line</i> para a subsuperfície com reservatório (linha verde) e sem reservatório (linha azul). O campo elétrico normalizado é obtido dividindo as magnitudes do campo elétrico para o modelo com reservatório pelo modelo sem reservatório (linha vermelha). Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	36
2.14	Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência <i>in-line</i> e <i>broadside</i> para o experimento 1, a uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ normalizada <i>in-line</i> ; (b) Amplitude de $E_x$ normalizada <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	38
2.15	Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência <i>in-line</i> e <i>broadside</i> para o experimento 2, a uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ normalizado <i>in-line</i> ; (b) Amplitude de $E_x$ normalizado <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	39
2.16	Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência <i>in-line</i> e <i>broadside</i> para o experimento 3, a uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de $E_x$ normalizado – <i>in-line</i> ; (b) Amplitude de $E_x$ normalizado – <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	40
3.1	Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em $z$ , para $x = 0.5$ e $y = 0.5$ , para o <i>problema teste</i> . O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 21 pontos para as coordenadas $x$ , $y$ e $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	45

3.2	Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para o resultado ilustrado na Figura 3.1. Fonte: elaborado pelo Autor. . .	46
3.3	Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em $z$ para $x = 0.5$ e $y = 0.5$ para o problema teste. O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 41 pontos para as coordenadas $x$ , $y$ e $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	47
3.4	Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para os resultados ilustrados na Figura 3.3. Fonte: elaborado pelo Autor. .	48
3.5	Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em $z$ , para $x = 0.5$ e $y = 0.5$ , para o <i>problema teste</i> . O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 81 pontos para as coordenadas $x$ , $y$ e $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	55
3.6	Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para o resultado apresentado na Figura 3.5. Fonte: elaborado pelo Autor.	56
4.1	Geometria 3D de um “slab” condutivo enterrado em um semi-espço. Fonte: Pridmore et al. (1981). . . . .	66
4.2	Geometria 3D de um “slab” condutivo enterrado em um semi-espço. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	67
4.3	Modelo canônico de reservatório tridimensional para o MCSEM. O topo do reservatório encontra-se a uma altura $h$ do fundo oceânico; o reservatório possui largura $w$ , comprimento $l$ e espessura $t$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	68
4.4	Modelo geolétrico 3D para o experimento 1. $h = 1$ Km, $w = 5$ Km, $l = 5$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	70
4.5	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>in-line</i> para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.4: (a) Amplitude <i>in-line</i> ; (b) Fase <i>in-line</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	71
4.6	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>broadside</i> para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.4: (a) Amplitude <i>broadside</i> ; (b) Fase <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	71
4.7	Modelo geolétrico 3D para o experimento 2. $h = 1$ Km, $w = 5$ Km, $l = 10$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	72

4.8	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>in-line</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.7: (a) Amplitude <i>in-line</i> ; (b) Fase <i>in-line</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	73
4.9	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>broadside</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.7: (a) Amplitude <i>broadside</i> ; (b) Fase <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	73
4.10	Modelo geoeletrico 3D para o experimento 2. $h = 1$ Km, $w = 10$ Km, $l = 5$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	74
4.11	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>in-line</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.10: (a) Amplitude <i>in-line</i> ; (b) Fase <i>in-line</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	75
4.12	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>broadside</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.10: (a) Amplitude <i>broadside</i> ; (b) Fase <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	75
4.13	Modelo geoeletrico 3D para o experimento 2. $h = 1$ Km, $w = 10$ Km, $l = 10$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	76
4.14	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>in-line</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.13: (a) Amplitude <i>in-line</i> ; (b) Fase <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	77
4.15	Respostas em amplitude e fase do campo $E_x$ na geometria <i>broadside</i> para o modelo geoeletrico 3D apresentado na Figura 4.13: (a) Amplitude <i>broadside</i> ; (b) Fase <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	77
4.16	Respostas normalizadas <i>in-line</i> e <i>broadside</i> do campo $E_x$ para os experimentos 1, 2, 3 e 4: (a) Amplitudes dos campos $E_x$ <i>in-line</i> ; (b) Amplitudes dos campos $E_x$ <i>broadside</i> . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	78
5.1	Modelo servidor-cliente. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	85
5.2	Comparações entre as soluções exatas e numéricas do <i>problema teste</i> para $x = 0.5$ e $y = 0.5$ , obtidos em processamento paralelo. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	94
5.3	Modelo geoeletrico 3D para o experimento 2. $h = 1$ Km, $w = 9.6$ Km, $l = 2$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	96

5.4	Resposta em amplitude de $E_x$ <i>in-line</i> para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.3. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	97
5.5	Amplitudes normalizadas para a configuração <i>in-line</i> para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.3. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	98
5.6	Modelo geométrico 3D para o experimento 2. $h = 1$ Km, $w = 9.6$ Km, $l = 2$ Km e $t = 100$ m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal $y-x$ ; (c) Seção transversal $z-x$ ; (d) Seção transversal $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	99
5.7	Amplitudes normalizadas para a configuração <i>in-line</i> para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.6. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	100
5.8	Amplitudes normalizadas para a configuração <i>in-line</i> para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.6. Fonte: elaborado pelo Autor. . . . .	101

## RESUMO

Desenvolvemos a modelagem numérica de dados sintéticos *Marine Controlled Source Electromagnetic* (MCSEM) usada na exploração de hidrocarbonetos para simples modelos tridimensionais usando computação paralela. Os modelos são constituídos de duas camadas estratificadas: o mar e o sedimentos encaixantes de um delgado reservatório tridimensional, sobrepostas pelo semi-espaço correspondente ao ar. Neste Trabalho apresentamos uma abordagem tridimensional da técnica dos elementos finitos aplicada ao método MCSEM, usando a formulação da decomposição primária e secundária dos potenciais acoplados magnético e elétrico. Num pós-processamento, os campos eletromagnéticos são calculados a partir dos potenciais espalhados via diferenciação numérica. Exploramos o paralelismo dos dados MCSEM 3D em um levantamento multitransmissor, em que para cada posição do transmissor temos o mesmo processo de cálculos com dados diferentes. Para isso, usamos a biblioteca Message Passing Interface (MPI) e o modelo servidor cliente, onde o processador administrador envia os dados de entradas para os processadores clientes computar a modelagem. Os dados de entrada são formados pelos parâmetros da malha de elementos finitos, dos transmissores e do modelo geoeletrico do reservatório. Esse possui geometria prismática que representa lentes de reservatórios de hidrocarbonetos em águas profundas. Observamos que quando a largura e o comprimento horizontais desses reservatório têm a mesma ordem de grandeza, as resposta *in-line* são muito semelhantes e conseqüentemente o efeito tridimensional não é detectado. Por sua vez, quando a diferença nos tamanhos da largura e do comprimento do reservatório é significativa o efeito 3D é facilmente detectado em medidas *in-line* na maior dimensão horizontal do reservatório. Para medidas na menor dimensão esse efeito não é detectável, pois, nesse caso o modelo 3D se aproxima de um modelo bidimensional. O paralelismo dos dados é de rápida implementação e processamento. O tempo de execução para a modelagem multitransmissor em ambiente paralelo é equivalente ao tempo de processamento da modelagem para um único transmissor em uma máquina seqüencial, com o acréscimo do tempo de latência na transmissão de dados entre os nós do *cluster*, o que justifica o uso desta metodologia na modelagem e interpretação de dados MCSEM. Devido a reduzida memória (2 Gbytes) em cada processador do *cluster* do departamento de geofísica da UFPA, apenas modelos muito simples foram executados.

Palavras chaves: Geofísica aplicada. Métodos eletromagnéticos. Elementos finitos. Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM). Computação paralela. Método do gradiente conjugado. Exploração de petróleo. Águas profundas.

## ABSTRACT

We developed the numerical modeling of Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM) synthetic data used in hydrocarbon exploration for three-dimensional models using parallel computation. The models are formed of two stratified layers: the sea and the host with a thin three-dimensional embedded reservoir overlapped by the air half-space. In this work we present a three-dimensional finite elements technique of MCSEM modeling using the primary and secondary decomposition of the magnetic and electric coupled potentials. The electromagnetic fields are calculated by numerical differentiation of the scattered potentials. We explore the parallelism of the MCSEM 3D data in a multitransmitter survey, where as for each transmitter position we have the same forward model but with different data. For this, we use Message Passing Interface library (MPI) and the client server approach, where the server processor sends the input data to client processors to perform the calculation. The input data are formed by the parameters of the finite element mesh, together with informations about the transmitters and the geoelectric model of hydrocarbon reservoir with prismatic geometry. We observe that when the horizontal width and the length of the reservoir have the same order of magnitude, the in-line responses are very similar and the consequently the three-dimensional effect is not detectable. On the other hand, when the difference in the sizes of the horizontal width and the length of the reservoir is very large, the effect 3D is easily detected in in-line along the biggest dimension of the reservoir. For measures done along the lesser dimension this effect is not detectable, therefore, the model 3D approaches to a bidimensional model. The parallelism of multiple data has fast implementation and processing, and its time of execution is of the same order of the serial problem, with the addition of the latency time in the data transmission among the cluster nodes, which justifying this methodology in modeling and interpretation MCSEM data. Only simple 3D models were computed because of the reduced memory (2 Gbytes in each node) of the cluster of UFPA Departament of Geophysics.

Key words: Applied geophysics. Electromagnetic methods. Finite elements. Marine Controlled Source Electromagnetic (MCSEM). Parallel computation. Conjugated gradient method. Oil exploration. Deep waters.

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	16
1.1	MOTIVAÇÃO E ANÁLISE DE TRABALHOS ANTERIORES . . . . .	16
1.2	OBJETIVOS . . . . .	17
1.3	DESCRIÇÃO DA TESE . . . . .	18
2	<b>O MÉTODO MCSEM</b> . . . . .	20
2.1	APRESENTAÇÃO . . . . .	20
2.2	TEORIA ELETROMAGNÉTICA PARA O MÉTODO MCSEM 1D . . . . .	21
2.2.1	<b>Modo TE</b> . . . . .	23
2.2.2	<b>Modo TM</b> . . . . .	24
2.2.3	<b>As componentes do campo elétrico</b> . . . . .	26
2.2.3.1	Campo $E_x$ . . . . .	27
2.2.3.2	Campo $E_y$ . . . . .	28
2.2.3.3	Campo $E_z$ . . . . .	29
2.3	O MÉTODO MCSEM 1D . . . . .	29
2.3.1	<b>O levantamento MCSEM</b> . . . . .	29
2.3.2	<b>Resultados para o MCSEM 1D</b> . . . . .	30
2.3.3	<b>Interpretação das anomalias apresentadas pelo método MCSEM 1D</b>	35
3	<b>METODOLOGIA NUMÉRICA E COMPUTACIONAL</b> . . . . .	41
3.1	APRESENTAÇÃO . . . . .	41
3.2	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS . . . . .	41
3.2.1	<b>O problema teste</b> . . . . .	42
3.2.1.1	Definição do problema . . . . .	42
3.2.1.2	Solução pelo método dos elementos finitos . . . . .	43

3.2.1.3	Resultados . . . . .	45
3.3	O MÉTODO DO GRADIENTE BICONJUGADO . . . . .	48
3.3.1	O algoritmo . . . . .	50
3.3.2	O condicionamento . . . . .	51
3.3.3	A estrutura de dados . . . . .	53
3.3.4	Aplicação . . . . .	55
4	O MÉTODO MCSEM 3D . . . . .	57
4.1	APRESENTAÇÃO . . . . .	57
4.2	POTENCIAIS ELETROMAGNÉTICOS ACOPLADOS $\mathbf{A} - \phi$ . . . . .	57
4.3	A ANÁLISE DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS . . . . .	60
4.3.1	Implementação para o elemento tetraedral . . . . .	64
4.3.2	Validação do método . . . . .	65
4.4	O MODELAMENTO 3D DE DADOS MCSEM . . . . .	67
4.4.1	O campo primário . . . . .	68
4.4.2	Resultados . . . . .	70
5	O MÉTODO MCSEM 3D USANDO COMPUTAÇÃO PARALELA	80
5.1	APRESENTAÇÃO . . . . .	80
5.2	A COMPUTAÇÃO PARALELA . . . . .	80
5.2.1	Arquiteturas de Computação Paralela . . . . .	81
5.2.2	Programação paralela . . . . .	82
5.2.3	Decomposição do problema em paralelo . . . . .	84
5.3	BASES DO MPI . . . . .	85
5.3.1	Inicializando e finalizando o MPI . . . . .	86
5.3.2	Comunicadores . . . . .	86
5.3.3	Mensagem . . . . .	88
5.3.4	Comunicação ponto a ponto . . . . .	88

5.3.5	<b>Comunicação coletiva</b> . . . . .	89
5.4	<b>PARALELIZANDO O PROBLEMA TESTE</b> . . . . .	90
5.4.1	<b>Resultados</b> . . . . .	93
5.5	<b>O MCSEM 3D PARALELIZADO</b> . . . . .	95
6	<b>CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES</b> . . . . .	102
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	104

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO E ANÁLISE DE TRABALHOS ANTERIORES

A exploração de hidrocarbonetos em águas profundas representa uma atividade de custo muito elevado na indústria do petróleo. Assim, o desenvolvimento de novas técnicas em geofísica tornam-se imprescindíveis para a redução do risco exploratório. Em torno de sete anos atrás uma nova técnica de investigação geofísica, baseada no método eletromagnético de fonte controlada, tem sido utilizada com grande sucesso no suporte à sísmica para a exploração de hidrocarbonetos em águas profundas e ultraprofundas (CONSTABLE; SRNKA, 2007). Essa técnica denominada *Marine Controlled Source ElectroMagnetic* – MCSEM usa uma fonte do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH) móvel próximo ao fundo do mar, e um arranjo de receptores de campos eletromagnéticos que se encontram depositados no fundo oceânico, como ilustra a Figura 1.1.

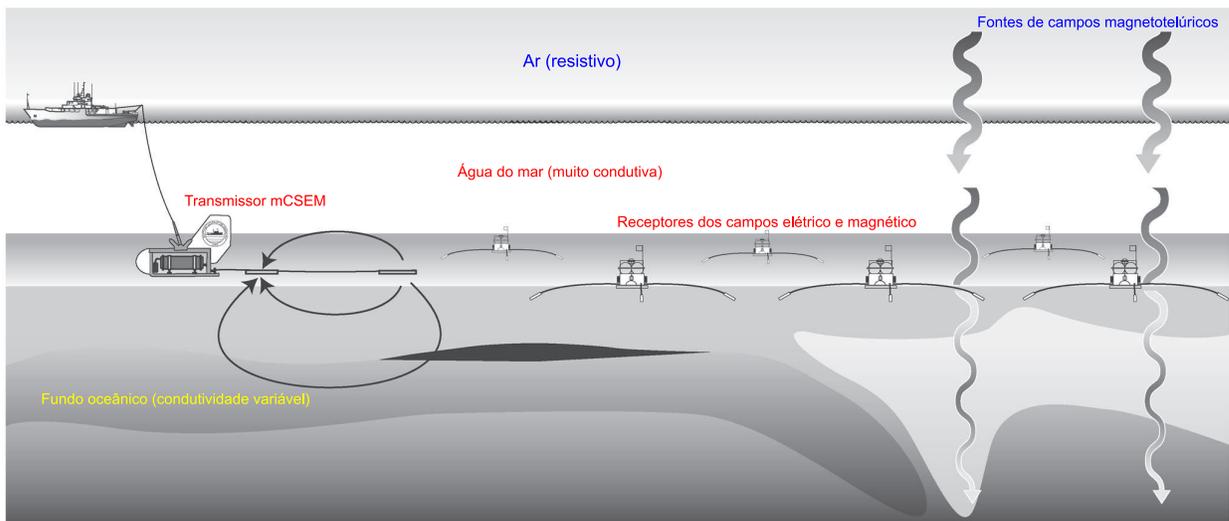


Figura 1.1. Representação esquemática do método MCSEM. Um transmissor eletromagnético, localizado próximo ao fundo do mar, para maximizar o acoplamento dos campos elétrico e magnético com as rochas do fundo oceânico, gera campos eletromagnéticos que interagem com a subsuperfície. A resposta desta interação são registrados pelos instrumentos depositados no fundo do oceano. Fonte: Constable e Srnka, 2007.

Os campos eletromagnéticos registrados nos receptores são combinações das energias difundidas através da coluna d'água, das camadas do fundo oceânico e no ar. A ideia desta técnica é extrair informações geoeletricas sobre possíveis reservatórios de hidrocarbonetos a partir dos registros destes campos.

Levantamentos de MCSEM têm se transformado numa promissora ferramenta de detecção e mapeamento de reservatório de hidrocarbonetos *offshore* (ELLINGSRUD, et al., 2002). Porém, os seus fundamentos já são bastante estabelecidos no meio acadêmico, e vêm sendo empregados em investigação geofísica desde dos final dos anos 70 e começo da década de 80 (CHAVE; et al., 1988). Os primeiros levantamentos do método MCSEM foram empregados na investigação da litosfera do oceano Pacífico (YOUNG; COX, 1981).

A primeira solução teórica de grande impacto, para um modelo estratificado no domínio da frequência, foi apresentada por Chave e Cox (1982) que utilizaram os potenciais de Hertz para derivar as equações de campo. A solução unidimensional no domínio do tempo foi introduzida logo depois pelos trabalhos de Edwards e Chave (1986) e Cheesman, Edwards e Chave (1987).

No modelamento 2D do método destacam-se os trabalhos utilizando elementos finitos de Everett e Edwards (1993) e Unsworth, Travis e Chave (1993), desenvolvidos para o domínio do tempo e da frequência respectivamente. Rijo (2004) desenvolveu para a Petrobras um programa de modelagem 2.5D usando elementos finitos.

Em relação a inversão de dados MCSEM. Temos exemplos de caso 1D os artigos de Flosadottir e Constable (1996) e Rijo e Almeida (2005) baseados nos algoritmos OCCAM e Marquardt respectivamente. Por sua vez, os artigos reportados por Unsworth e Oldenburg (1995) e MacGregor, Sinha e Constable (2001) são exemplos da aplicação do MCSEM no caso bidimensional.

Com o interesse crescente na técnica MCSEM, resultados de novas pesquisas em modelagem 2.5D e 3D têm sido apresentadas. Por exemplo, o recente trabalho de Li e Key (2007) mostra o desenvolvimento de um algoritmo de elementos finitos adaptativo para o problema 2.5D. Por sua vez, o artigo de Li e Constable (2007), apresenta os efeitos da batimetria nas medidas do MCSEM em 2.5D. Em relação à modelagem 3D, poucos trabalhos foram publicados, destacando-se o artigo de Um e Alumbaugh (2007), na qual o código de diferenças finitas desenvolvido por Newman e Alumbaugh (1995) é empregado ao método MCSEM, e os que utilizam o método de equação integral, como por exemplo, os artigos de Zhdanov e Lee (2005) e Gribenko e Zhdanov (2007).

## 1.2 OBJETIVOS

Modelagem de dados MCSEM 3D é bastante recente e apresenta-se em estágios iniciais de pesquisa. Entre as principais técnicas numéricas utilizadas no modelamento geofísico:

equação integral, diferenças finitas e elementos finitos, a última é a menos desenvolvida na aplicação do método e, até o momento, não temos o conhecimento de nenhum artigo publicado da referida técnica em dados MCSEM 3D, salvo o trabalho introdutório de Everett (2006). Além disso, aplicações do método das diferenças finitas e da equação integral, já são bastante utilizadas em modelos de MCSEM 3D (UM; ALUMBAUGH, 2007; UEDA; ZHDANOV, 2006).

Esta Tese tem dois objetivos principais. O primeiro é apresentar uma abordagem tridimensional da técnica dos elementos finitos aplicada à modelagem direta do método MCSEM. Para isso, usaremos a formulação do problema eletromagnético (EM) para o método MCSEM em termos dos potenciais acoplados magnético  $\mathbf{A}$  e elétrico  $\phi$  apresentado em Badea et al. (2001). O segundo objetivo é explorar o paralelismo dos dados MCSEM 3D em ambiente de computação paralela (*cluster*) a fim de acelerar o processo computacional em um levantamento multitransmissor (ou na prática multireceptor). Uma vez que, no levantamento MCSEM o transmissor do sinal eletromagnético é um dipolo elétrico móvel. E tal qual na Sísmica, para cada posicionamento do transmissor (receptor) teremos uma modelagem numérica diferente, executada de modo independente e em paralelo às outras modelagens processadas no *cluster*. Isto é, o problema do MCSEM multitransmissor (multireceptor) é naturalmente paralelizável em relação as posições dos transmissores (ou receptores).

### 1.3 DESCRIÇÃO DA TESE

A modelagem de dados MCSEM 3D usando computação paralela é um problema exigente tanto do ponto de vista matemático quanto computacional. Diversos tópicos da matemática numérica e da computação são necessários na sua construção e solução. Esta Tese aborda temas que vão desde algoritmos numéricos de grande precisão numérica na obtenção das transformadas de Hankel (ANDERSON, 1989; KONG, 2007), até o uso de bibliotecas em ambientes de paralelização, passando por estruturas de dados e algoritmos eficientes na solução de grandes sistemas lineares esparsos. Os capítulos deste trabalho são descritos brevemente a seguir:

**Capítulo 1** - No capítulo 1 apresentaremos o método MCSEM. Assim como, uma revisão da literatura do desenvolvimento do método na modelagem direta e inversa.

**Capítulo 2** - Neste capítulo, mostraremos em detalhes a formulação teórica do método MCSEM. Vamos considerar um simples modelo 1D estratificado, em que um dipolo elétrico horizontal (DEH) está limitado por dois semi-espacos e a partir dos potenciais

de Schelkunoff derivar os campos eletromagnéticos de interesse do método na aplicação na exploração de hidrocarbonetos.

**Capítulo 3** - No capítulo 3 introduziremos a metodologia empregada na modelagem tridimensional do método MCSEM. Mostraremos os principais aspectos de implementação e solução do método dos elementos finitos como ferramenta para resolver problemas de valor de fronteira. Para este desenvolvimento, usaremos um problema de valor de contorno 3D que possui uma solução analítica conhecida. A justificativa da análise particular deste problema de valor de contorno é que a metodologia empregada na sua solução numérica será a mesma na computação da solução do MCSEM 3D.

**Capítulo 4** - Apresentamos neste capítulo a modelagem numérica do MCSEM em três dimensões. Para alcançar isto, faremos a ligação dos tópicos estudados nos capítulos 2 e 3. Primeiro mostraremos a formulação do problema em termos de potenciais vetor magnético e escalar elétrico, assim como a justificativa do seu uso. Depois validaremos a metodologia através da solução de um problema de fonte controlada 3D conhecido. Por fim, analisaremos a modelagem tridimensional do MCSEM usando as formulações desenvolvidas neste capítulo.

**Capítulo 5** - No capítulo 5 usaremos o método de paralelismo para o MCSEM 3D com  $N$  transmissores. Uma teoria introdutória em computação paralela e MPI é feita a fim de entendermos a metodologia empregada na paralelização. Em seguida, apresentaremos os algoritmos e aspectos de implementação da paralelização através dos resultados obtidos.

**Capítulo 6** - O último capítulo trata das conclusões e recomendações para trabalhos posteriores nesta linha de pesquisa.

## 2 O MÉTODO MCSEM

### 2.1 APRESENTAÇÃO

O método MCSEM – “Marine Controlled Source Electromagnetic”, também denominado SBL<sup>1</sup> – “SeaBed Logging” (EIDESMO et al., 2002) é uma nova ferramenta disponível para a exploração de hidrocarbonetos em águas profundas e ultraprofundas (EDWARDS, 2005). Basicamente, o método MCSEM usa uma fonte do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH) móvel próximo ao fundo do mar, e um arranjo de receptores de campos eletromagnéticos que se encontram depositados no fundo oceânico, como ilustra a Figura 2.1. O dipolo elétrico transmite um sinal eletromagnético de baixa frequência, de décimos à algumas unidades de Hertz, energizando as camadas do fundo do mar. Devido a natureza tridimensional da fonte, a difusão da energia eletromagnética (EM) se dá em todas as direções da coluna de água e o sinal EM detectado nos arranjos de receptores é uma combinação da energia EM transmitida diretamente entre o transmissor e o receptor e da energia EM “refletidos e refratados” pelo mar, pelo ar e pelas camadas de interesse do fundo oceânico, notadamente reservatórios de hidrocarbonetos.

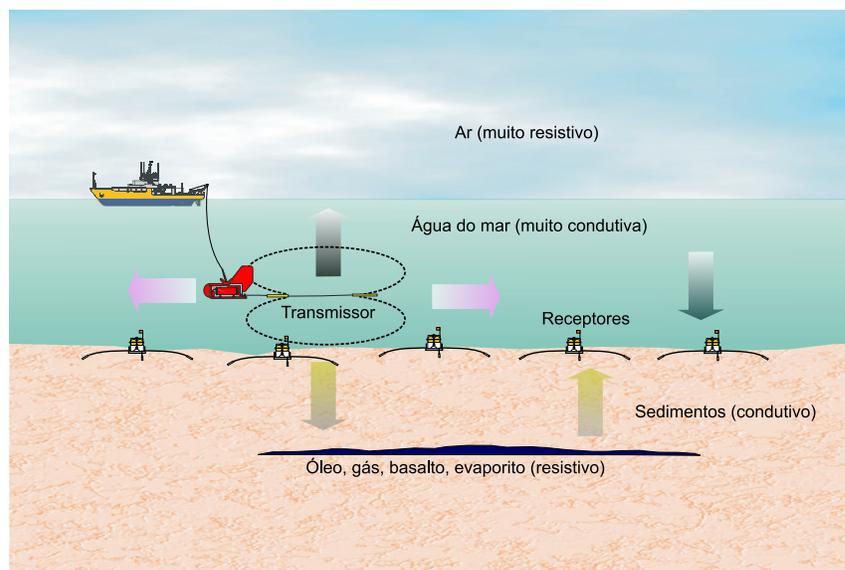


Figura 2.1. Layout conceitual do método MCSEM. Um transmissor do tipo dipolo elétrico, localizado próximo ao fundo do mar injeta uma corrente de várias centenas de amperes no oceano, criando campos eletromagnéticos que se propagam no substrato marinho. Receptores registram os campos elétricos e magnéticos para vários espaçamentos do transmissor. Fonte: elaborado pelo Autor.

<sup>1</sup>marca registrada emgs

Apesar das recentes aplicações em exploração de petróleo e gás, as bases desta técnica já são bastantes conhecidas nos métodos eletromagnéticos para outros tipos de fontes EM, como mostram os trabalhos de Chave et al. (1988) e Chave (1982).

No caso do dipolo elétrico horizontal, o método MCSEM foi inicialmente usado para o estudo da litosfera oceânica (CHAVE; COX, 1983). Além dessa, outras aplicações do MCSEM foram desenvolvidas na investigação do fundo oceânico, como por exemplo: o estudo de cordilheiras mesoceânicas (MACGREGOR; SINHA; CONSTABLE, 2001); a exploração de sedimentos sub-basalto (MACGREGOR; SINHA, 2000) e recentemente a detecção de gás hidratado (WEITEMEYER; CONSTABLE; KEY, 2006).

Neste capítulo, mostraremos em detalhes a formulação teórica do método MCSEM. Vamos considerar um simples modelo 1D estratificado, em que um dipolo elétrico horizontal está limitado por dois semi-espacos e a partir dos potenciais de Schelkunoff derivar os campos eletromagnéticos de interesse do método. Para a aplicação na exploração de hidrocarbonetos, aspectos da física do método, fatores geométricos e análises das respostas serão discutidos a seguir.

## 2.2 TEORIA ELETROMAGNÉTICA PARA O MÉTODO MCSEM 1D

Como foi apresentado anteriormente, o método MCSEM usa como fonte eletromagnética um dipolo elétrico horizontal. Para este tipo de fonte os modos de propagação TE e TM existem simultaneamente. Assim, os campos eletromagnéticos serão dados pela soma desses dois modos de propagação. A seguir, demonstraremos como obter estes campos eletromagnéticos usando os potenciais de Schelkunoff, porém, sabendo que no método MCSEM o campo elétrico é o campo de maior interesse, equacionaremos explicitamente somente as componentes desse campo. A metodologia apresentada para o campo elétrico também é aplicada na derivação do campo magnético e pode ser obtida sem dificuldades. Seguimos a metodologia adotada por Rijo (2003, 2004, 2006).

A Figura 2.2 ilustra um dipolo elétrico horizontal a uma distância  $h_0$  da superfície de referência, representada pela interface ar e mar. O dipolo elétrico encontra-se numa camada de espessura  $h_1$  e condutividade  $\sigma_1$ , limitada por dois semi-espacos: o superior com uma condutividade  $\sigma_0$  e uma camada inferior de condutividade  $\sigma_2$ . As condutividades  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  representam para o MCSEM, respectivamente, o ar, o mar e o semi-espaco infinito de sedimentos do fundo oceânico.

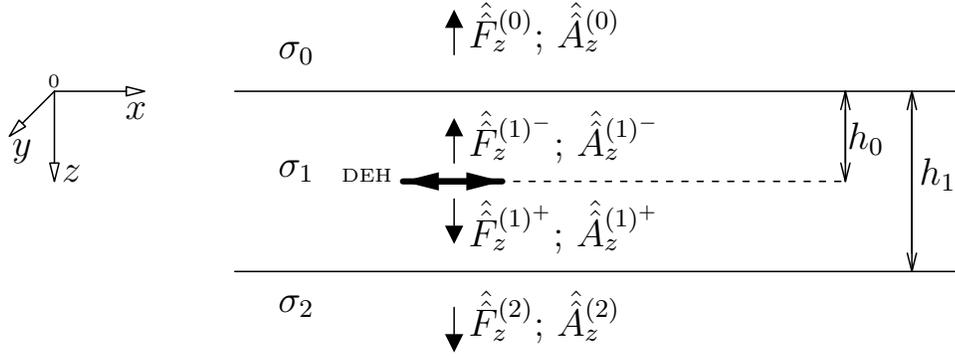


Figura 2.2. Modelo teórico do MCSEM 1D. Um dipolo elétrico horizontal encontra-se a uma distância  $h_0$  da superfície, numa camada de condutividade  $\sigma_1$  limitada por dois semi-espacos com condutividades  $\sigma_0$  e  $\sigma_2$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Seguindo o trabalho de Ward e Hohmann (1988), estabelecemos arbitrariamente que os potenciais de Schelkunoff  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{A}$  possuam apenas uma simples componente na direção  $z$ . Assim,

$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{u}_z \quad \text{e} \quad \mathbf{F} = F_z \mathbf{u}_z, \quad (2.1)$$

onde  $\mathbf{u}_z$  é um vetor unitário na direção  $z$  e  $A_z$  e  $F_z$  são funções escalares de  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Com isso (HARRINGTON, 1961), podemos dividir o nosso problema em componentes  $\text{TM}_z$  e  $\text{TE}_z$  que podem ser expressas pelo conjunto a seguir:

$$\begin{array}{ll} \text{TM}_z & \text{TE}_z \\ E_x = \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}, & E_x = -\frac{\partial F_z}{\partial y}, \\ E_y = \frac{1}{\eta} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z}, & E_y = \frac{\partial F_z}{\partial x}, \\ E_z = \frac{1}{\eta} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) A_z, & E_z = 0. \end{array} \quad (2.2)$$

$$\begin{array}{ll} \text{TM}_z & \text{TE}_z \\ H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}, & H_x = \frac{1}{\mathfrak{z}} \frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z}, \\ H_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x}, & H_y = \frac{1}{\mathfrak{z}} \frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z}, \\ H_z = 0, & H_z = \frac{1}{\mathfrak{z}} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) F_z. \end{array} \quad (2.3)$$

A partir da divisão dos modos, analisamos as equações para os potenciais  $F_z$  e  $A_z$  separadamente, e no final somar as suas contribuições para a obtenção dos campos eletromagnéticos.

### 2.2.1 Modo TE

Para o modo TE, o potencial  $\hat{F}_z$  no domínio  $(k_x, k_y, z)$ , para cada uma das três camadas, é dado pelas somas das componentes diretas e refletidas. Desta maneira e observando a Figura 2.2, teremos:

$$\hat{F}_z^{(0)} = F_0 e^{u_0 z}, \quad z < 0 \quad (2.4a)$$

$$\hat{F}_z^{(1)-} = F_1 \left( e^{u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad 0 < z < h_0 \quad (2.4b)$$

$$\hat{F}_z^{(1)+} = F_1 \left( e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad h_0 < z < h_1 \quad (2.4c)$$

$$\hat{F}_z^{(2)} = F_2 e^{-u_2(z-h_1)}, \quad z > h_1 \quad (2.4d)$$

em que  $h_0$  é a profundidade do transmissor e  $h_1$  é a espessura da camada onde está localizado o transmissor. A amplitude  $F_1$  do potencial incidente representa o potencial  $F$  gerado por um dipolo elétrico horizontal no espaço ilimitado (RIJO, 2006) dado por

$$F_1 = -I(\omega) ds_x \frac{ik_y}{2\mathcal{Y}_1(k_x^2 + k_y^2)}, \quad (2.5)$$

em que  $I(\omega)$  é a corrente energizante,  $\mathcal{Y}_1$  é admitância da camada 1 e  $ds_x$  é o comprimento do dipolo elétrico.

Para se determinar os coeficientes de reflexão  $R_{TE}^{(1)-}$  e  $R_{TE}^{(1)+}$  e as constantes  $F_0$  e  $F_2$  são necessárias as seguintes derivadas em relação a  $z$  dos potenciais de Schelkunoff  $\hat{F}_z^{(0)}$ ,  $\hat{F}_z^{(1)-}$ ,  $\hat{F}_z^{(1)+}$  e  $\hat{F}_z^{(2)}$  expressos acima, isto é:

$$\frac{1}{\mathfrak{z}_0} \frac{\partial \hat{F}_z^{(0)}}{\partial z} = \mathcal{Y}_0 F_0 e^{u_0 z}, \quad z < 0 \quad (2.6a)$$

$$\frac{1}{\mathfrak{z}_1} \frac{\partial \hat{F}_z^{(1)-}}{\partial z} = \mathcal{Y}_1 F_1 \left( e^{u_1(z-h_0)} - R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad 0 < z < h_0 \quad (2.6b)$$

$$\frac{1}{\mathfrak{z}_1} \frac{\partial \hat{F}_z^{(1)+}}{\partial z} = -\mathcal{Y}_1 F_1 \left( e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad h_0 < z < h_1 \quad (2.6c)$$

$$\frac{1}{\mathfrak{z}_2} \frac{\partial \hat{F}_z^{(2)}}{\partial z} = -\hat{\mathcal{Y}}_2 F_2 e^{-u_2(z-h_1)}, \quad z > h_1 \quad (2.6d)$$

em que  $\widehat{\mathcal{Y}}_2$  é a admitância no topo da terceira camada, prevendo possíveis estratificações da subsuperfície. Ou seja, para o método MCSEM,  $\widehat{\mathcal{Y}}_2$  pode representar o embasamento de sedimentos, ou uma estratificação de sedimentos com um possível reservatório de petróleo.

Usando a continuidade de  $\widehat{F}_z$  e de  $\partial\widehat{F}_z/\partial z$  em  $z = 0$  e  $z = h_1$  e resolvendo para  $R_{TE}^{(1)-}$  e  $R_{TE}^{(1)+}$  teremos

$$R_{TE}^{(1)-} = \frac{\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_0 \left[ 1 + \frac{\mathcal{Y}_1 - \widehat{\mathcal{Y}}_2}{\mathcal{Y}_1 + \widehat{\mathcal{Y}}_2} e^{-2u_1(h_1-h_0)} \right]}{1 - \frac{\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_0}{\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_0} \left( \frac{\mathcal{Y}_1 - \widehat{\mathcal{Y}}_2}{\mathcal{Y}_1 + \widehat{\mathcal{Y}}_2} \right) e^{-2u_1 h_1}} \quad (2.7)$$

e

$$R_{TE}^{(1)+} = \frac{\frac{\mathcal{Y}_1 - \widehat{\mathcal{Y}}_2}{\mathcal{Y}_1 + \widehat{\mathcal{Y}}_2} \left[ 1 + \frac{\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_0}{\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_0} e^{-2u_1 h_0} \right] e^{-2u_1 h_1}}{1 - \frac{\mathcal{Y}_1 - \mathcal{Y}_0}{\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_0} \left( \frac{\mathcal{Y}_1 - \widehat{\mathcal{Y}}_2}{\mathcal{Y}_1 + \widehat{\mathcal{Y}}_2} \right) e^{-2u_1 h_1}}. \quad (2.8)$$

No caso do substrato ser o semi-espaco infinito teríamos  $\widehat{\mathcal{Y}}_2 = \mathcal{Y}_2$ , a admitância da camada 2. Se por outro lado o substrato é formado por camadas estratificadas, então a admitância  $\widehat{\mathcal{Y}}_2$  seria obtida pela fórmula de recorrência (RIJO, 2006):

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{Y}}_j &= \mathcal{Y}_j \frac{\widehat{\mathcal{Y}}_{j+1} + \mathcal{Y}_j \tanh[u_j h_j]}{\mathcal{Y}_j + \widehat{\mathcal{Y}}_{j+1} \tanh[u_j h_j]}, \quad j = 2, \dots, N-1 \\ \widehat{\mathcal{Y}}_N &= \mathcal{Y}_N, \\ \mathcal{Y}_j &= \frac{u_j}{\mathfrak{z}_j} = \frac{u_j}{i\omega\mu_j}. \end{aligned}$$

em que  $u_j^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_j^2 = k_r^2 - k_j^2$  e  $k_j^2 = -\mathfrak{z}_j \mathfrak{y}_j = -i\omega\mu_j\sigma_j$ .

### 2.2.2 Modo TM

Representando a mesma função de  $\widehat{F}_z$  no modo TE. Para o modo TM temos o potencial  $\widehat{A}_z$ , que no domínio  $(k_x, k_y, z)$ , para cada uma das três camadas, é dado por:

$$\widehat{A}_z^{(0)} = A_0 e^{u_0 z}, \quad z < 0 \quad (2.9a)$$

$$\widehat{A}_z^{(1)-} = A_1 \left( e^{u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad 0 < z < h_0 \quad (2.9b)$$

$$\widehat{A}_z^{(1)+} = A_1 \left( e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad h_0 < z < h_1 \quad (2.9c)$$

$$\hat{A}_z^{(2)} = A_2 e^{-u_2(z-h_1)}, \quad z > h_1 \quad (2.9d)$$

em que  $h_0$  é a profundidade do transmissor e  $h_1$  é a espessura da camada onde se localiza o transmissor. Semelhantemente ao modo TE, a amplitude  $A_1$  também representa o potencial incidente gerado por um dipolo elétrico em um espaço ilimitado, só que agora, como temos o modo TM, o potencial em questão é o potencial Schelkunoff  $A$ , e a amplitude  $A_1$  é dado pela seguinte equação (RIJO, 2006):

$$A_1 = -I(\omega) ds_x \frac{ik_x}{2(k_x^2 + k_y^2)}. \quad (2.10)$$

Novamente, para se determinar os coeficientes de reflexão  $R_{TM}^{(1)-}$  e  $R_{TM}^{(1)+}$  e as constantes  $A_0$  e  $A_2$ , são necessárias as derivadas em relação a  $z$  dos potenciais de Schelkunoff  $\hat{A}_z^{(0)}$ ,  $\hat{A}_z^{(1)-}$ ,  $\hat{A}_z^{(1)+}$  e  $\hat{A}_z^{(2)}$  expressos em (2.9a – 2.9b), isto é:

$$\frac{1}{\eta_0} \frac{\partial \hat{A}_z^{(0)}}{\partial z} = \mathcal{Z}_0 A_0 e^{u_0 z}, \quad z < 0 \quad (2.11a)$$

$$\frac{1}{\eta_1} \frac{\partial \hat{A}_z^{(1)-}}{\partial z} = \mathcal{Z}_1 A_1 \left( e^{u_1(z-h_0)} - R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad 0 < z < h_0 \quad (2.11b)$$

$$\frac{1}{\eta_1} \frac{\partial \hat{A}_z^{(1)+}}{\partial z} = -\mathcal{Z}_1 A_1 \left( e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right), \quad h_0 < z < h_1 \quad (2.11c)$$

$$\frac{1}{\eta_2} \frac{\partial \hat{A}_z^{(2)}}{\partial z} = -\hat{\mathcal{Z}}_2 A_2 e^{-u_2(z-h_1)}, \quad z > h_1 \quad (2.11d)$$

em que  $\mathcal{Z}_0$  e  $\mathcal{Z}_1$  são as impedâncias das camadas 0 e 1, e  $\hat{\mathcal{Z}}_2$  é a impedância no topo da camada 2. Usando a continuidade de  $\hat{A}_z$  e de  $\partial \hat{A}_z / \partial z$  nas interfaces  $z = 0$  e  $z = h_1$  e solucionando o sistema de equações para  $R_{TM}^{(1)-}$  e  $R_{TM}^{(1)+}$ , teremos:

$$R_{TM}^{(1)-} = \frac{\frac{\mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_0}{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_0} \left[ -1 + \frac{\mathcal{Z}_1 - \hat{\mathcal{Z}}_2}{\mathcal{Z}_1 + \hat{\mathcal{Z}}_2} e^{-2u_1(h_1-h_0)} \right]}{1 - \frac{\mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_0}{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_0} \left( \frac{\mathcal{Z}_1 - \hat{\mathcal{Z}}_2}{\mathcal{Z}_1 + \hat{\mathcal{Z}}_2} \right) e^{-2u_1 h_1}} \quad (2.12)$$

e

$$R_{TM}^{(1)+} = \frac{\frac{\mathcal{Z}_1 - \hat{\mathcal{Z}}_2}{\mathcal{Z}_1 + \hat{\mathcal{Z}}_2} \left[ -1 + \frac{\mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_0}{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_0} e^{-2u_1 h_0} \right] e^{-2u_1 h_1}}{1 - \frac{\mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_0}{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_0} \left( \frac{\mathcal{Z}_1 - \hat{\mathcal{Z}}_2}{\mathcal{Z}_1 + \hat{\mathcal{Z}}_2} \right) e^{-2u_1 h_1}}. \quad (2.13)$$

No caso do subestrato ser um semi-espaco infinito, teriamos  $\widehat{\mathcal{Z}}_2 = \mathcal{Z}_2$ . Se por outro lado o subestrato é formado por uma estratificaco de camadas, então a impedância  $\widehat{\mathcal{Z}}_2$  na superfície da camada 2 será obtida pela fórmula de recorrência (RIJO, 2006):

$$\begin{aligned}\widehat{\mathcal{Z}}_j &= \mathcal{Z}_j \frac{\widehat{\mathcal{Z}}_{j+1} + \mathcal{Z}_j \tanh [u_j h_j]}{\mathcal{Z}_j + \widehat{\mathcal{Z}}_{j+1} \tanh [u_j h_j]}, & j = 2, \dots, N - 1 \\ \widehat{\mathcal{Z}}_N &= \mathcal{Z}_N, \\ \mathcal{Z}_j &= \frac{u_j}{\eta_j} = \frac{u_j}{\sigma_j}.\end{aligned}$$

em que  $u_j^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_j^2 = k_r^2 - k_j^2$  e  $k_j^2 = -\mathfrak{z}_j \eta_j = -i\omega\mu_j\sigma_j$ .

### 2.2.3 As componentes do campo elétrico

Anteriormente, analisamos o problema do método MCSEM 1D, do domínio espectral  $(k_x, k_y, z)$  usando os potenciais de Schelkunoff, com isso determinamos os coeficientes de reflexão para os modos TE e TM.

De posse dos coeficientes de reflexão  $R_{TE}^{(1)-}$ ,  $R_{TE}^{(1)+}$ ,  $R_{TM}^{(1)-}$  e  $R_{TM}^{(1)+}$  devemos agora voltar ao domínio espacial  $(x, y, z)$ . Para tanto, são realizadas duas transformadas inversas de Fourier para obter o campo desejado no domínio  $(x, y, z)$ . Como para o método MCSEM a região de interesse é a região acima do fundo do mar, onde estão depositados os receptores, e o campo elétrico é o campo de maior importância (EIDESMO et al., 2002), deduziremos apenas as equacões das componentes do campo elétrico somente para esta região. Ou seja aonde  $h_0 < z < h_1$ , para outra região ( $z > h_1$ ) o campo elétrico é obtido e modo análogo, sem dificuldades.

Para a região 1 de interesse os potenciais  $F_z$  e  $A_z$  são dados por

$$F_z(x, y, z) = -\frac{Ids_x}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{TE} \frac{1}{\mathcal{Y}_1} \frac{ik_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

em que

$$K_{TE}(k_x, k_y, z) = e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)}$$

e

$$A_z(x, y, z) = -\frac{Ids_x}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_{TM} \frac{ik_x}{k_x^2 + k_y^2} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

em que

$$K_{TM}(k_x, k_y, z) = e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)}.$$

Por questão computacional é vantajoso substituir as transformadas duplas de Fourier pela transformada de Hankel (RIJO, 2006). Assim, empregando a identidade

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 2\pi \int_0^{\infty} f(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r$$

em que  $k_r^2 = k_x^2 + k_y^2$  e  $r^2 = x^2 + y^2$ . Os potenciais  $F_z$  e  $A_z$  tornam-se

$$F_z(x, y, z) = -\frac{Ids_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\infty}^{\infty} K_{TE}(k_r) J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1 k_r} dk_r$$

e

$$A_z(x, y, z) = -\frac{Ids_x}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} K_{TM}(k_r) J_0(k_r r) \frac{1}{k_r} dk_r$$

em que

$$K_{TE}(k_x, k_y, z) = \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right]$$

e

$$K_{TM}(k_x, k_y, z) = \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right].$$

Nesta transformação,  $J_0$  e  $J_1$  representam, respectivamente, as funções de Bessel de primeira espécie de ordem 0 e 1. Podemos a partir das equações (2.2) e (2.3) calcular os campos elétrico e magnético. Desse modo, seguindo a formulação de Rijo (2006), Ward e Hohmann (1988), as componentes do campo elétrico nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  são apresentadas a seguir:

### 2.2.3.1 Campo $E_x$

$$E_x^{(1)} = E_x^{(1)}|_{TM} + E_x^{(1)}|_{TE} = \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial F_z^{(1)}}{\partial y}$$

$$E_x^{(1)} = \frac{Ids_x}{4\pi\eta_1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^{\infty} K'_{TM}(k_r) J_0(k_r r) \frac{u_1}{k_r} dk_r + \frac{Ids_x}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int_0^{\infty} K_{TE}(k_r) J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1 k_r} dk_r, \quad (2.14)$$

em que as funções kernel  $K'_{TM}$  e  $K_{TE}$  são dadas por

$$\begin{aligned} K'_{TM}(k_r) &= \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right], \\ K_{TE}(k_r) &= \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right]. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Usando as propriedades de derivadas em relação as funções de Bessel  $J_0(k_r r)$  e  $J_1(k_r r)$  (WARD; HOHMANN, 1988), obtemos

$$\begin{aligned}
E_x^{(1)} = & -\frac{Ids_x}{4\pi\eta_1} \left( \frac{1}{r} - \frac{2x^2}{r^3} \right) \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_1(k_r r) u_1 dk_r \\
& -\frac{Ids_x}{4\pi\eta_1} \frac{x^2}{r^2} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_0(k_r r) u_1 k_r dk_r \\
& -\frac{Ids_x}{4\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{2y^2}{r^3} \right) \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_1(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} dk_r \\
& -\frac{Ids_x}{4\pi} \frac{y^2}{r^2} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} k_r dk_r. \quad (2.16)
\end{aligned}$$

### 2.2.3.2 Campo $E_y$

$$E_y^{(1)} = E_y^{(1)}|_{TM} + E_y^{(1)}|_{TE} = \frac{1}{\eta_1} \frac{\partial^2 A_z^{(1)}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial F_z^{(1)}}{\partial x}$$

$$E_y^{(1)} = \frac{Ids_x}{4\pi\eta_1} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \int_0^\infty K'_{TM}(k_r) J_0(k_r r) \frac{u_1}{k_r} dk_r - \frac{Ids_x}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \int_0^\infty K_{TE}(k_r) J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1 k_r} dk_r, \quad (2.17)$$

em que as funções kernel  $K'_{TM}$  e  $K_{TE}$  são dadas por

$$\begin{aligned}
K'_{TM}(k_r) &= \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right], \\
K_{TE}(k_r) &= \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right]. \quad (2.18)
\end{aligned}$$

Usando o mesmo procedimento usado para a componente  $x$ , teremos o campo elétrico na direção  $y$ , que é dado por

$$\begin{aligned}
E_y^{(1)} = & +\frac{Ids_x}{2\pi\eta_1} \frac{xy}{r^3} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_1(k_r r) u_1 dk_r \\
& -\frac{Ids_x}{4\pi\eta_1} \frac{xy}{r^2} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_0(k_r r) u_1 k_r dk_r \\
& -\frac{Ids_x}{2\pi} \frac{xy}{r^3} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_1(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} dk_r \\
& +\frac{Ids_x}{4\pi} \frac{xy}{r^2} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} k_r dk_r. \quad (2.19)
\end{aligned}$$

### 2.2.3.3 Campo $E_z$

$$E_z^{(1)} = E_z^{(1)}|_{TM} + E_z^{(1)}|_{TE} = \frac{1}{\eta_1} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) A_z^{(1)} + 0 = \frac{1}{\eta_1} k_r^2 A_z^{(1)}$$

$$E_z^{(1)} = -\frac{I ds_x}{4\pi\eta_1} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_0(k_r r) k_r dk_r. \quad (2.20)$$

Seguindo a formulação apresentada anteriormente às componentes  $x$  e  $y$ , a componente  $z$  do campo elétrico é dada por

$$E_z^{(1)} = \frac{I ds_x}{4\pi\eta_1} \frac{x}{r} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(z-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(z+h_0)} + R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(z+h_0)} \right] J_1(k_r r) k_r^2 dk_r \quad (2.21)$$

## 2.3 O MÉTODO MCSEM 1D

Uma vez que a teoria EM necessária foi estabelecida na seção anterior, podemos agora aplicá-la explicitamente às características do método MCSEM. Observando a Figura 2.1 notamos que o método MCSEM encaixa-se perfeitamente à representação geoeletrica ilustrada na Figura 2.2. Se considerarmos uma camada reservatório 1D com uma determinada espessura, teremos um modelo estratificado para o fundo do mar. Se por sua vez o reservatório é bi ou tridimensional, a representação geoeletrica da Figura 2.2 é considerada como o modelo primário para os modelos 2D e 3D. Para as análises das curvas do MCSEM, esse modelo primário é conhecido como modelo de referência, ou modelo semi-espaço, ou ainda, para esta Tese, será também denominado de modelo NOHC – (*No Hydrocarbons*) em contrapartida a modelos com uma estrutura geológica contendo reservatório denominados de modelo HC – (*Hydrocarbons*). Desse modo, o modelo NOHC é formado pelo ar de condutividade  $\sigma_0$ , o mar com condutividade  $\sigma_1$  e o semi-espaço de sedimentos de condutividade  $\sigma_2$ . O modelo HC será dado pelo modelo NOHC, além de uma heterogeneidade que representa o reservatório de petróleo e/ou gás. Seja este 1D (camada infinita), 2D ou tridimensional.

### 2.3.1 O levantamento MCSEM

Um dos principais aspectos no método MCSEM é a configuração geométrica das medidas feitas em relação ao transmissor, como ilustra a Figura 2.3. Quando o receptor encontra-se alinhado ao longo do eixo do dipolo elétrico horizontal temos a geometria *in-line*, e para este caso, o campo é puramente radial. Se por outro lado, o receptor está perpendicular ao transmissor, o campo passa ser puramente azimutal, e teremos a geometria *broadside*. Para outros

azimutes o campo é uma combinação vetorial de ambas configurações. Se considerarmos um sistema cartesiano  $(x, y, z)$  e um DEH na direção  $x$ , a geometria *in-line* corresponde as medidas do campo elétrico  $E_x$  na direção  $x$ . Já para a geometria *broadside* teremos medidas do campo elétrico  $E_x$  na direção  $y$ . Respostas do método MCSEM são geralmente apresentadas nessas duas geometrias, como veremos a seguir no caso unidimensional.

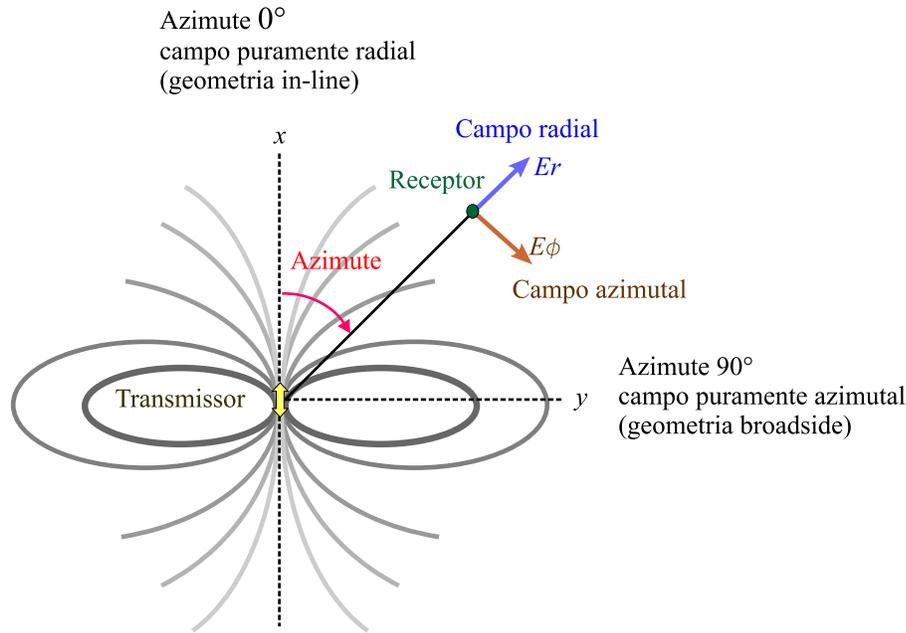


Figura 2.3. Geometria dos campos do método MCSEM. Ao longo do eixo do transmissor, o campo é puramente radial – geometria *in-line*. Ao longo do eixo perpendicular ao transmissor, o campo é puramente azimutal – geometria *broadside*. Fonte: Constable e Weiss, 2006.

### 2.3.2 Resultados para o MCSEM 1D

Modelos MCSEM 1D são de grande importância na modelagem numérica e na aplicação da indústria. Isto porque, na teoria dos elementos finitos, a resposta 1D atua como fonte para modelos bi e tridimensional e, na prática, a modelagem 1D pode ser usada para projetar rapidamente vários parâmetros de levantamentos, tais como, a resistividade do sedimento e a profundidade do alvo. Assim, um estudo das resposta 1D do MCSEM é necessário.

O primeiro experimento analisado, apresentado por Constable e Weiss (2006) será denominado de experimento 1. Nesse, o modelo de referência é formado por três camadas: o ar, o mar com espessura de 1000 m e resistividade  $0.3 \Omega\text{m}$  e uma camada semi-infinita de sedimentos de  $1 \Omega\text{m}$  como ilustra a Figura 2.4a. O modelo 1D, com reservatório, apresenta além

das características do modelo de referência, uma camada reservatório soterrada a 1000 m de profundidade, com espessura de 100 m e resistividade de  $100 \Omega\text{m}$ , como mostra a Figura 2.4b.



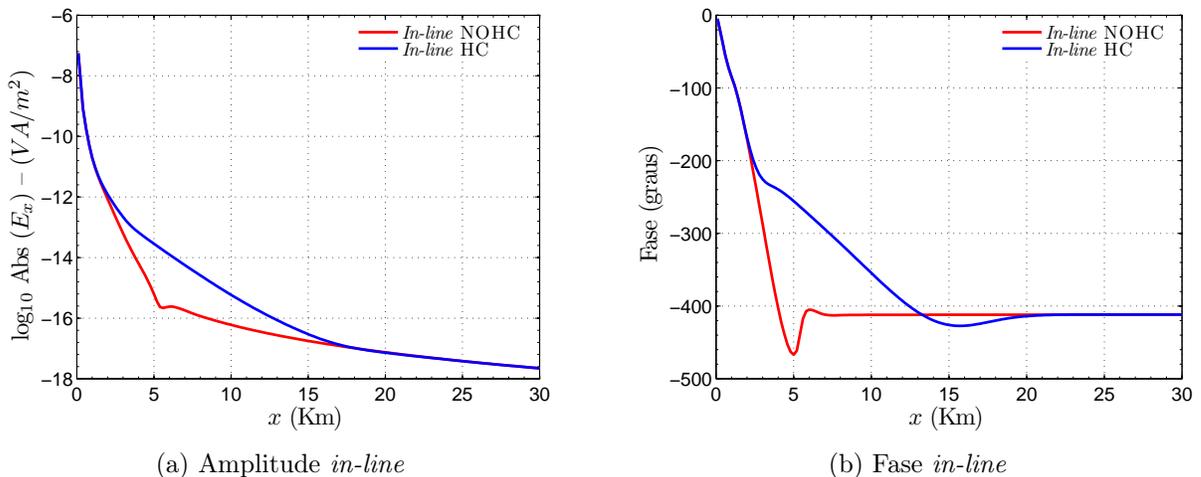
(a) Modelo de referência – NoHC

(b) Modelo com reservatório 1D – HC

Figura 2.4. Experimento 1: (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório.

Fonte: elaborado pelo Autor.

O DEH está localizada a 30 m do fundo do mar, numa frequência de 1 Hz. As amplitudes e fases do campo elétrico  $E_x$  desse experimento nas geometrias *in-line* e *broadside* são ilustradas pelas Figuras 2.5 e 2.6.



(a) Amplitude *in-line*

(b) Fase *in-line*

Figura 2.5. Resposta *in-line* da amplitude e fase do experimento 1 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ . (b) Fase de  $E_x$ .

Fonte: elaborado pelo Autor.

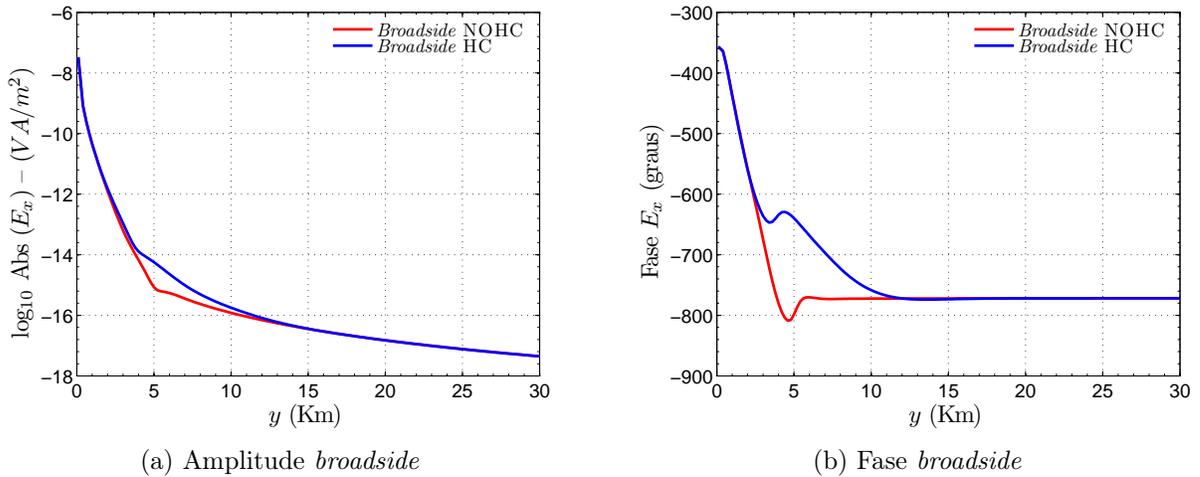
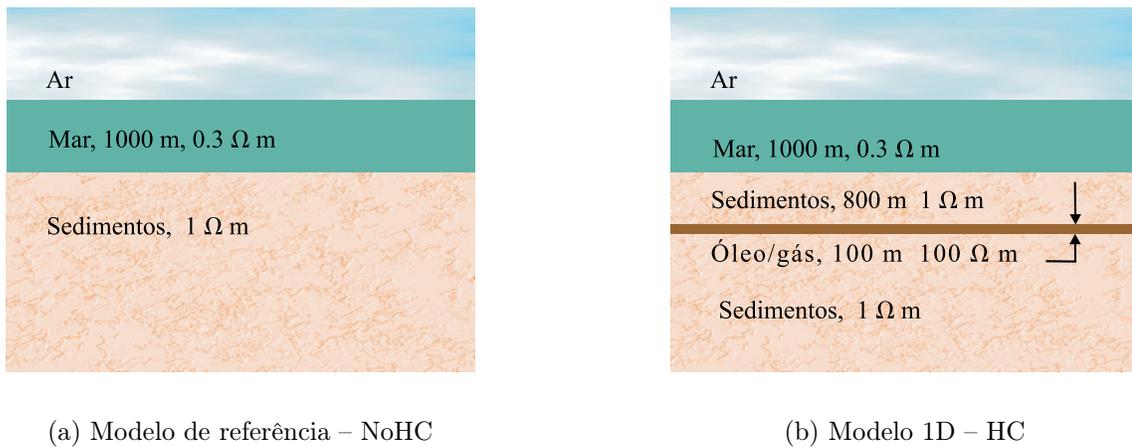


Figura 2.6. Resposta *broadside* da amplitude e fase do experimento 1 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ ; (b) Fase de  $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

O segundo ensaio apresentado, denominado experimento 2, é o sugerido em Eidesmo et al. (2002). Este experimento é muito semelhante ao apresentado anteriormente, a diferença entre eles é que para este ensaio, a profundidade do reservatório em relação ao fundo do mar é de 800 m, como mostra a Figura 2.7.



(a) Modelo de referência - NoHC

(b) Modelo 1D - HC

Figura 2.7. Experimento 2: (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório. Fonte: elaborado pelo Autor.

As respostas *in-line* e *broadside* são apresentadas nas Figuras 2.8 e 2.9. A frequência usada neste ensaio é de 0.5 Hz e o DEH também está a 30 m do fundo do mar. Observamos que as respostas do ângulo de fase para este experimento são tomadas no sentido horário, enquanto no experimento 1, temos a fase tomada no sentido anti-horário.

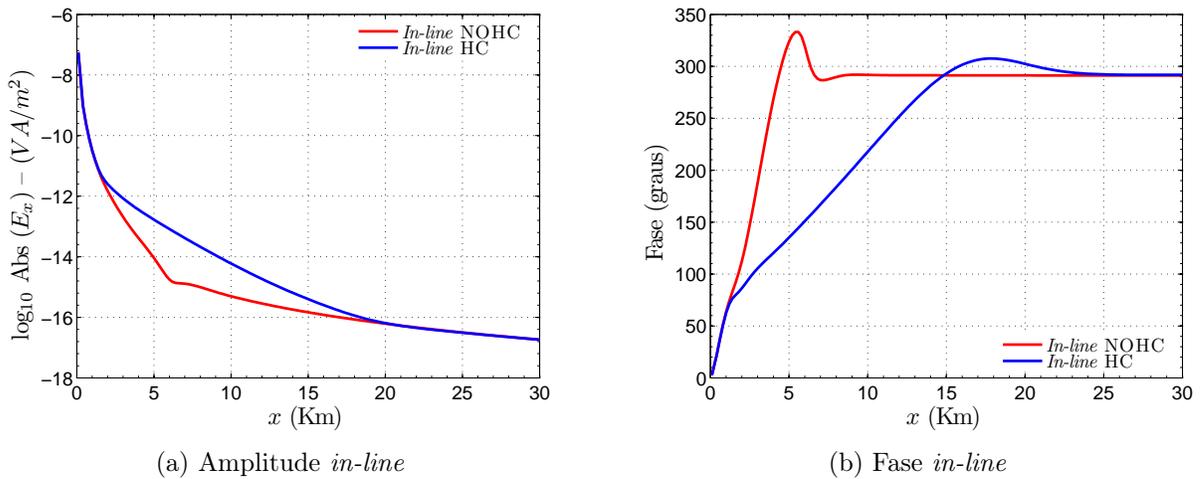


Figura 2.8. Resposta *in-line* da amplitude e fase do experimento 2 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ ; (b) Fase de  $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

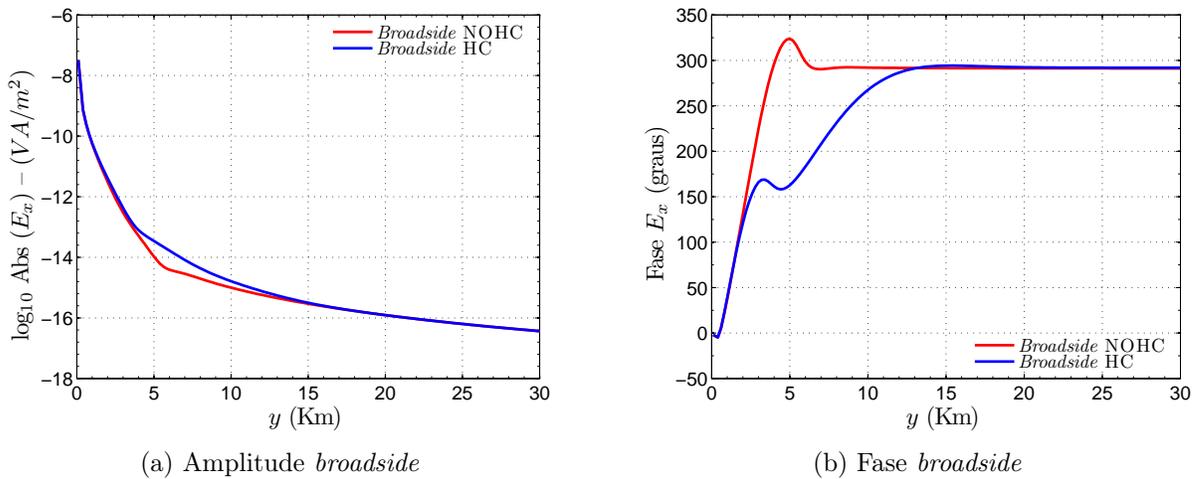


Figura 2.9. Resposta *broadside* da amplitude e fase do experimento 2 em função do espaçamento fonte-receptor para uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ ; (b) Fase de  $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Uma terceira modelagem, bem mais exigente, é o experimento proposto por Rijo (2006). Neste, o modelo de referência, mostrado pela Figura 2.10a, possui uma coluna d'água de 1600 m com uma resistividade de  $0.3 \Omega\text{m}$  e um semi-espaço de sedimentos com a resistividade  $1 \Omega\text{m}$ . O modelo com reservatório apresenta a camada de hidrocarbonetos a 2000 m de profundidade do fundo oceânico com uma espessura de 50 m e resistividade de  $30 \Omega\text{m}$ , como está ilustrado na Figura 2.10b.

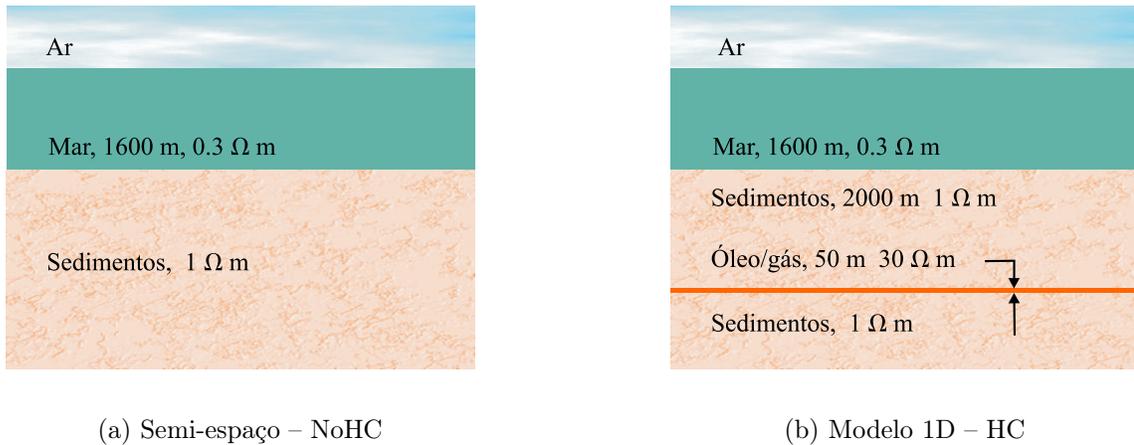


Figura 2.10. Experimento 3 (RIJO, 2006): (a) Modelo de referência; (b) Modelo com reservatório. Fonte: elaborado pelo Autor.

A resposta *in-line* deste experimento para um DEH localizado a 1570 m de profundidade, numa frequência de 0.1 Hz está ilustrada na Figura 2.11. Na Figura 2.11a observamos que para distâncias próximas ao dipolo, a amplitude do campo elétrico do modelo com reservatório é praticamente igual a do modelo de referência. Por sua vez, para distâncias fonte-receptores entre 5 Km e 11 Km, a magnitude do campo elétrico para o modelo com reservatório é ligeiramente maior do que a do modelo de referência. Já nas distâncias fonte-receptores maiores que 11 Km as amplitudes para os dois modelos são bastantes próximas. Em relação as curvas de fase mostrada na Figura 2.11b, notamos apenas um deslocamento de fase do modelo HC em relação ao modelo NOHC.

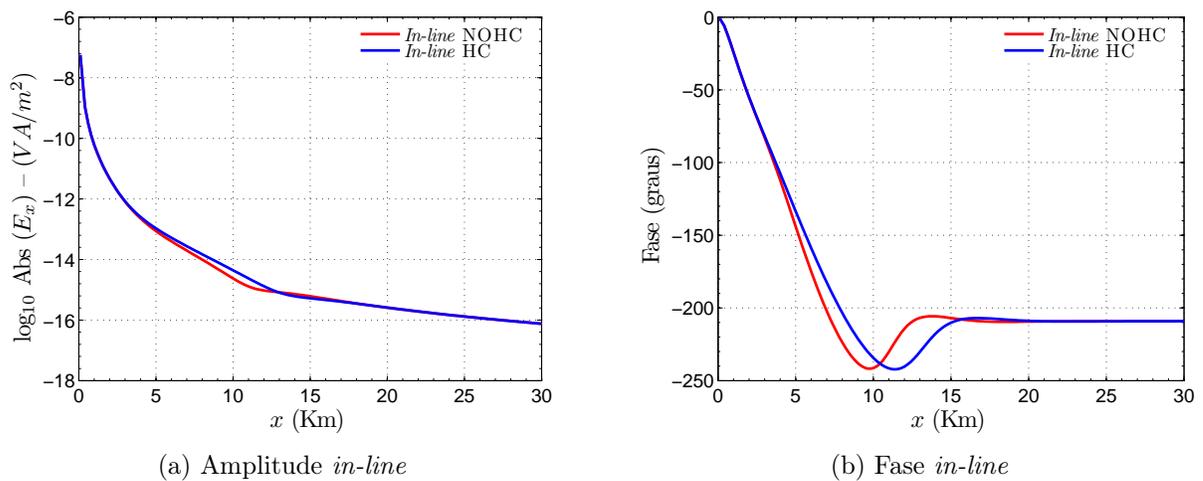


Figura 2.11. Resposta *in-line* da amplitude e fase do experimento 3 em função do espaçamento fonte-receptor, para uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ ; (b) Fase de  $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

As Figura 2.12a e 2.12b mostram as respostas em amplitude e fase para o experimento 3 em *broadside*. Observamos que as respostas tanto em amplitude quanto em fase para os modelo NOHC e modelo HC são praticamente indistinguíveis, o que era esperado. Uma vez que, se para a geometria que apresenta maior sensibilidade à camada reservatório – geometria *in-line* (CONSTABLE; WEISS, 2006) – a detecção já é bastante difícil. Para geometria *broadside* a identificação da camada resistiva é praticamente impossível, já que a camada de reservatório apresenta-se bastante delgada e com um médio contraste de resistividade em relação ao sedimento encaixante.

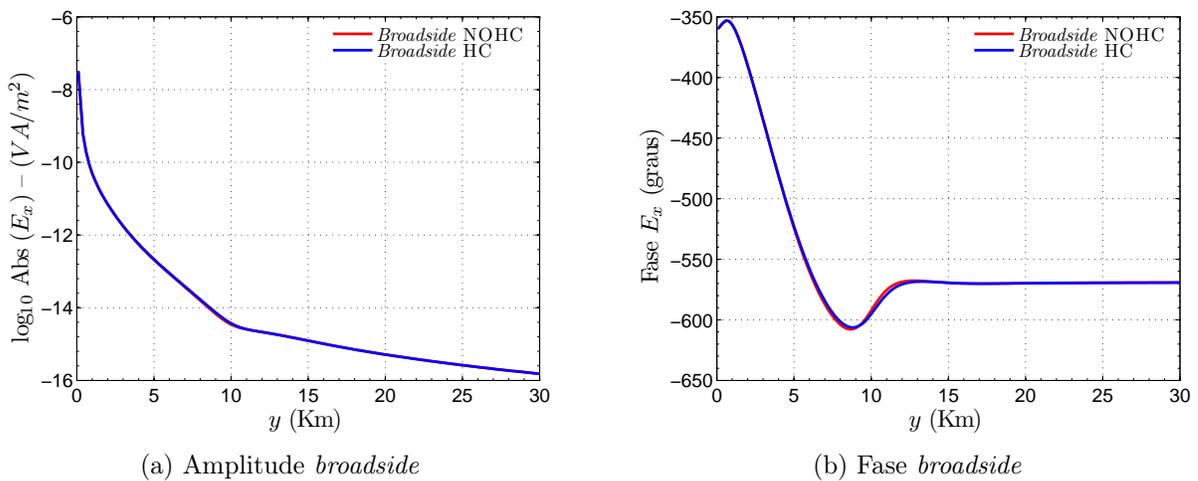


Figura 2.12. Resposta broadside da amplitude e fase do experimento 3 em função do espaçamento fonte-receptor, para uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$ ; (b) Fase de  $E_x$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Um ponto importante na modelagem MCSEM 1D é referente à avaliação das integrais das transformadas de Hankel. Em todos os modelos experimentais realizados nesta seção, as integrais foram computadas usando os filtros de Anderson, que são discutidos em detalhe por Anderson (1989), Chave (1983) e Anderson (1979).

### 2.3.3 Interpretação das anomalias apresentadas pelo método MCSEM 1D

Nas duas subseções anteriores analisamos a geometria do levantamento e os resultados de alguns ensaios 1D para o método MCSEM. Nesta subseção apresentaremos como as respostas do MCSEM são interpretadas, e assim inferir sobre o modelo geológico do fundo do mar. Para isso, começamos o nosso estudo observando a Figura 2.13, que ilustra um típico modelo 1D e a sua resposta para a geometria *in-line*.

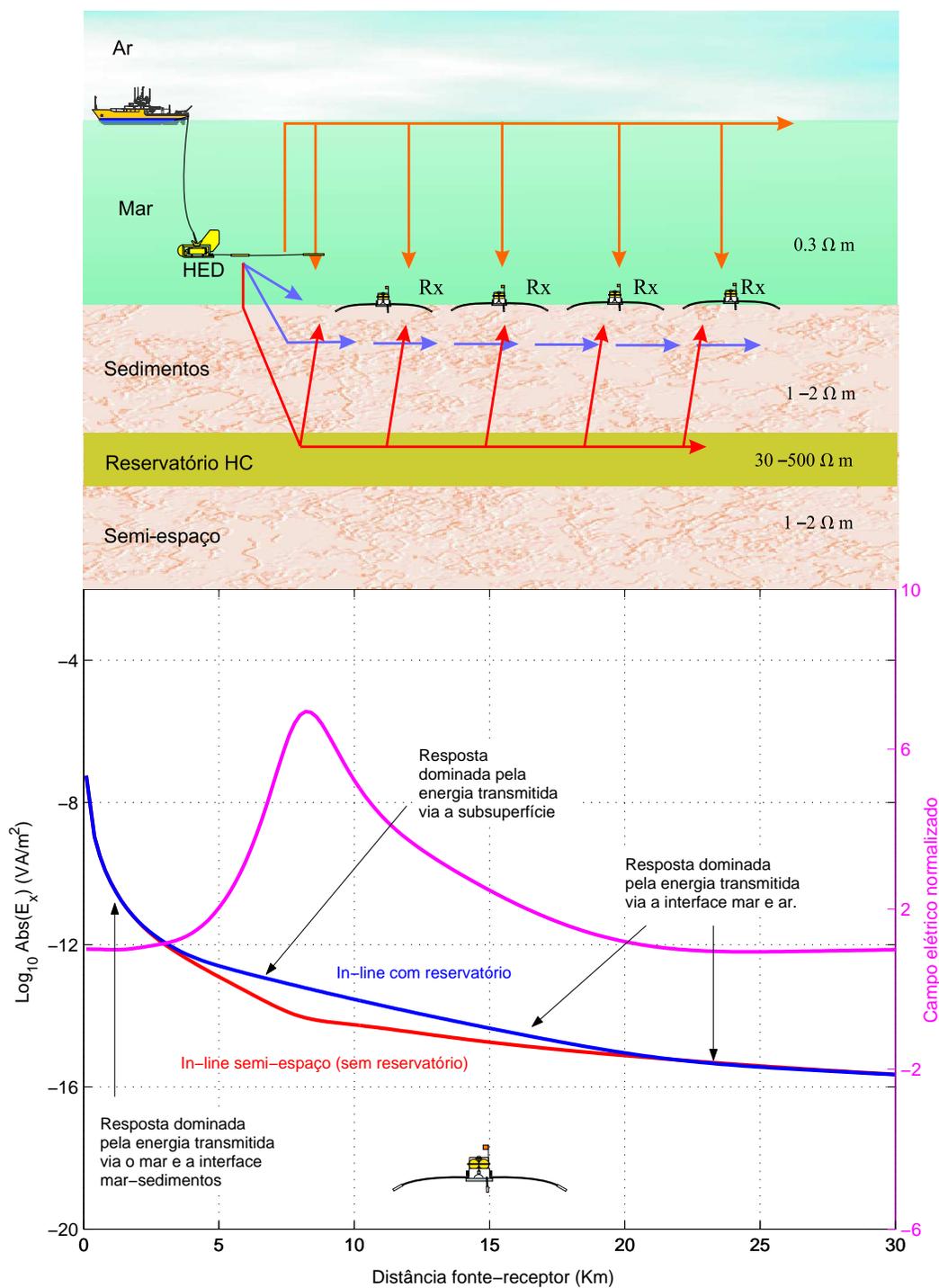


Figura 2.13. Análise das respostas do método MCSEM. No topo esta ilustrado um típico modelo 1D. Abaixo temos as respostas *in-line* para a subsuperfície com reservatório (linha verde) e sem reservatório (linha azul). O campo elétrico normalizado é obtido dividindo as magnitudes do campo elétrico para o modelo com reservatório pelo modelo sem reservatório (linha vermelha). Fonte: elaborado pelo Autor.

No topo da Figura 2.13 está ilustrado o layout de um levantamento MCSEM. Observamos neste esquema que os campos eletromagnéticos medidos nos receptores são combinações de inúmeras trajetórias de propagação de energia, que inclui o sinal transmitido diretamente entre fonte e receptor, através da água do mar; as refrações e reflexões via a interface água-ar e ao longo do fundo oceânico; e reflexões e refrações via possíveis camadas de alta resistividade. Assim, para determinados espaçamentos entre fonte e receptor, uma “informação” particular contida na trajetória de propagação de energia dominará as respostas eletromagnéticas medidas nos receptores, contudo pode haver superposição de efeitos, como geralmente ocorre entre a resposta do reservatório e a interface mar-ar.

Uma maneira rápida de extrair esta informação é normalizar os campos eletromagnéticos medidos nos receptores por valores de referência. Esses valores de referência são dados pelos campos eletromagnéticos avaliados nos mesmos espaçamentos para um modelo de referência, que para o MCSEM, é o modelo sem reservatório ou modelo semi-espaço. Desse modo, a resposta normalizada evidenciará a possível influência de uma camada de alta resistividade (camada reservatório); como ilustra o campo normalizado mostrado no gráfico inferior da Figura 2.13.

Na parte inferior da Figura 2.13, observamos duas curvas para os valores absolutos do campo elétrico para os modelos com e sem reservatório; essas curvas estão representadas pelas cores verde e azul respectivamente. Uma terceira curva, na cor vermelha, mostra a razão dessas duas amplitudes e indica o quanto uma amplitude é maior ou menor do que a outra (resposta normalizada) através deste gráfico, notamos que para distâncias fonte-receptores pequenas, as curvas verde e azul são aproximadamente iguais, isto porque, neste intervalo a energia dominante é aquela proveniente da transmissão direta entre fonte e receptores e da energia propagada via interface água e sedimento. Assim, a resposta normalizada é aproximadamente 1.

Para distâncias fonte-receptores entre 3 a 8 Km a resposta para o modelo com reservatório é bem maior do que a do modelo de referência, e por conseguinte a curva normalizada torna-se maior que 1. Deste modo, para essas distâncias entre fonte e receptores o reservatório é detectado, já que os campos eletromagnéticos medidos representam a energia transmitida via subsuperfície (Figura 2.13). Por última análise, temos os grandes espaçamentos entre fonte e receptores, onde as curvas das magnitudes dos campos elétricos para os modelos com reservatório e de referência se aproximam novamente, o que implica em uma amplitude normalizada próxima a unidade novamente. De fato, para essas distâncias entre fonte e receptores, a energia dominante é aquela refletida e refratada pela interface água-ar. Esta

energia é comumente conhecida na literatura como “air-waves” (JOHANSEN et al, 2005).

É importante ressaltar que este comportamento é típico para um modelo unidimensional, e depende de fatores como a frequência utilizada, a espessura da camada reservatório e dos contrastes de resistividade entre as camadas do modelo. Para modelos bi e tridimensional as trajetórias do fluxo da energia são bem mais complicadas e este comportamento já não é garantido. Mesmo para modelos unidimensionais é impossível separar nitidamente a resposta do reservatório e o efeito da “air-wave”. Essa é uma desvantagem de se usar o campo normalizado (curva vermelha). Na inversão 1D, é preferível os dados normalizados (RIJO; ALMEIDA, 2005).

Na subseção 2.3.2, determinamos os campos elétricos em três experimentos para as geometrias *in-line* e *broadside*. Se agora dividirmos as amplitudes desses campos pelos seus respectivos valores de referências, como explicado anteriormente, teremos as respostas normalizadas para as duas geometrias. A Figura 2.14 ilustra os campos elétricos normalizados *in-line* (Figura 2.14a) e *broadside* (Figura 2.14b) para o experimento 1. Observamos que a resposta normalizada *in-line* é bem maior do que a resposta *broadside*. Isto devido à geometria radial que abrange uma componente vertical da corrente elétrica a qual é interrompida pela camada resistiva horizontal; já a componente azimutal é largamente horizontal e pouco perturbada pela camada reservatório (CONSTABLE; WEISS, 2006; EIDESMO et al., 2002).

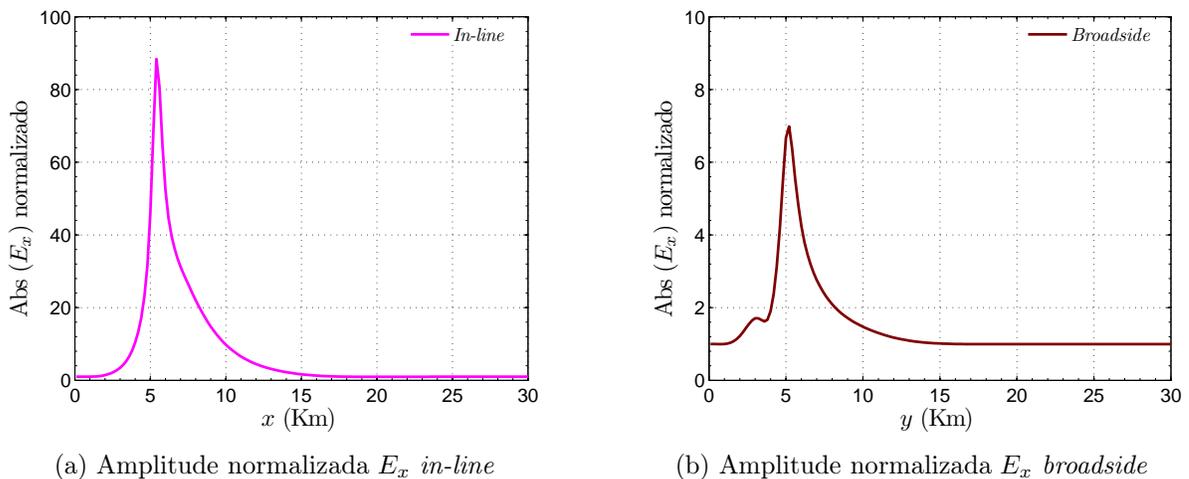


Figura 2.14. Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência *in-line* e *broadside* para o experimento 1, a uma frequência de 1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$  normalizada *in-line*; (b) Amplitude de  $E_x$  normalizada *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

No experimento 2, o modelo sugerido por Eidesmo et al. (2002) é muito semelhante ao apresentado no experimento 1 (CONSTABLE; WEISS, 2006), porém a frequência usada no

experimento 2 é a metade da utilizada no experimento 1. A diferença entre as respostas normalizadas nesses dois experimentos é observada comparando as Figuras 2.14 e 2.15. Na Figura 2.15, observamos que a resposta normalizada *in-line* (Figura 2.15a) é bem menor do a resposta normalizada *in-line* do experimento 1. Já a resposta *broadside* (Figura 2.15b) é ligeiramente menor comparada à apresentada na Figura 2.14b. Ou seja, a frequência usada na modelagem tem um importante papel na detecção do reservatório. Sabe-se que quanto maior a frequência implica em uma maior resolução do método. Porém, em prospecção eletromagnética existe um compromisso entre resolução do método e profundidade de investigação. É o caso do experimento 3 analisado a seguir, onde o alvo está muito distante da fonte por ser detectado em uma “alta frequência”.

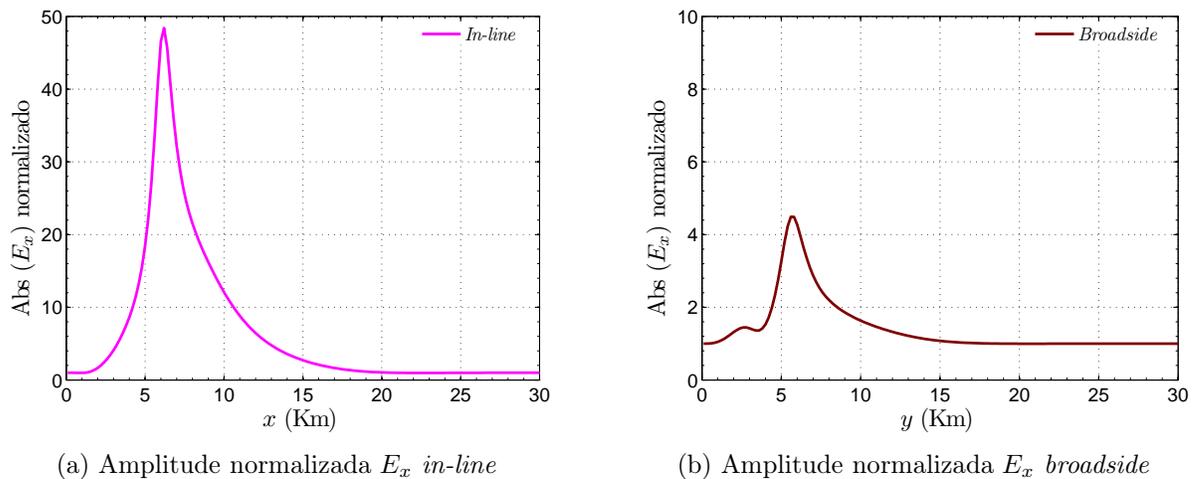
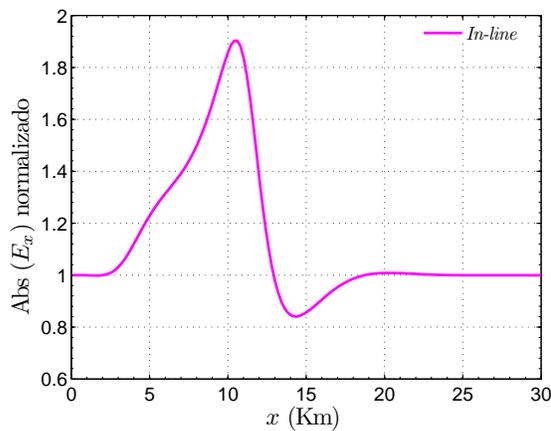


Figura 2.15. Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência *in-line* e *broadside* para o experimento 2, a uma frequência de 0.5 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$  normalizado *in-line*; (b) Amplitude de  $E_x$  normalizado *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

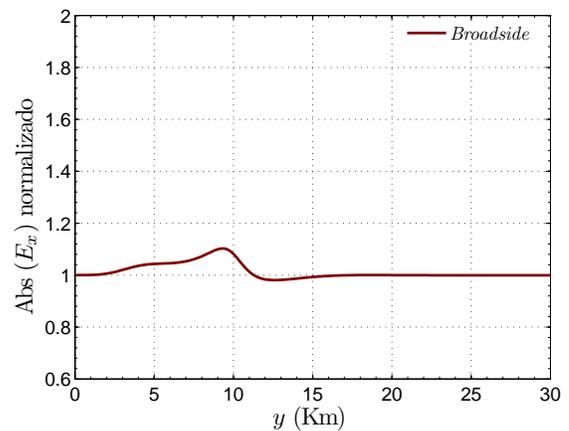
Para o experimento 3, o topo da camada reservatório está a uma profundidade de 1600 m. Para esta profundidade a frequência usada deve ser muito baixa, a fim de que a heterogeneidade seja detectada, como no caso para a frequência de 0,1 Hz. As respostas normalizadas *in-line* e *broadside* deste ensaio estão ilustradas na Figura 2.16.

Pela resposta normalizada para a geometria *in-line* (Figura 2.16a), notamos que para distâncias de interesse fonte-receptores entre 5 e 15 Km a magnitude do campo elétrico para o modelo com reservatório está em torno de 90% a mais do que o valor absoluto do campo elétrico do modelo de referência. Apesar deste valor ser baixo em relação aos obtidos para os dois primeiros experimentos, ele representa uma boa anomalia, e com a precisão atual dos instrumentos de medidas e sofisticadas técnicas de processamento de sinais, este tipo de

resposta é perfeitamente exequível na prática. O que não é o caso da configuração *broadside*. Na Figura 2.16b, observamos que a resposta normalizada apresenta uma pequena oscilação em torno de 1. Uma anomalia como esta não é detectada na prática, uma vez que esta oscilação representa uma imprecisão numérica revelada como ruído e, desta forma, não mensurável. Assim, para modelos exigentes, como no caso do experimento 3, a geometria *in-line* pode apresentar alguma resposta detectável na prática, porém para a geometria *broadside* essa resposta é praticamente desprezível. Por isto, na realidade, toda as análises das curvas do método MCSEM são feitas para a geometria *in-line* e para esta Tese será a geometria mais utilizada.



(a) Amplitude normalizada  $E_x$  *in-line*



(b) Amplitude normalizada  $E_x$  *broadside*

Figura 2.16. Amplitudes dos campos elétricos normalizadas pelas respostas do modelo de referência *in-line* e *broadside* para o experimento 3, a uma frequência de 0.1 Hz: (a) Amplitude de  $E_x$  normalizado – *in-line*; (b) Amplitude de  $E_x$  normalizado – *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

### 3 METODOLOGIA NUMÉRICA E COMPUTACIONAL

#### 3.1 APRESENTAÇÃO

No capítulo anterior apresentamos o método MCSEM 1D e desenvolvemos a sua teoria em detalhes. Também vimos como inferir informação da subsuperfície a partir das curvas normalizadas das respostas do campo elétrico.

Neste capítulo, apresentamos a metodologia empregada na modelagem tridimensional do método MCSEM, iniciando-se com a descrição dos principais aspectos de implementação e solução do método dos elementos finitos como ferramenta para resolver problemas de valor de fronteira. Para este desenvolvimento será usado um problema de valor de contorno 3D com solução analítica conhecida e que, devido a simplicidade da sua solução e implementação computacional será denominado *problema teste*.

A justificativa da análise do *problema teste* é que a metodologia de solução empregada neste problema será a mesma utilizada na solução do MCSEM 3D. Isto quer dizer que todo código computacional desenvolvido na solução do *problema teste* poderá ser reutilizado com maior segurança para a modelagem numérica do método MCSEM 3D.

#### 3.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

De modo geral, problemas de valor de fronteira que surgem em modelagem matemática podem ser definidos por uma equação diferencial na forma

$$\mathcal{L}\phi = f, \tag{3.1}$$

sujeitos à condições de fronteira ou transição representados pela equação

$$\mathcal{B}(\phi) = 0, \tag{3.2}$$

em seu domínio  $\Omega$  e sobre a sua fronteira  $S_c = \partial\Omega$ . Na equação (3.1),  $\mathcal{L}$  é um operador diferencial,  $f$  é uma função de excitação conhecida e  $\phi$  é uma quantidade a ser determinada.

Infelizmente, existem poucas soluções analíticas para (3.1) e elas estão restritas a casos teóricos simples e de relevância prática limitada. A fim de obter a solução de (3.1) para modelos mais realísticos precisamos usar técnicas numéricas que aproximam uma solução aproximada da solução verdadeira. Entre essas técnicas, o método dos elementos finitos possui grande aplicabilidade na modelagem eletromagnética em geofísica.

O principal atrativo do método dos elementos finitos para a geofísica, e particularmente para os métodos elétricos e eletromagnéticos, é que esta técnica permite incorporar modelos geoeletricos complexos e/ou heterogeneidades diretamente em seu domínio  $\Omega$  de solução trazendo, assim, grande benefício à análise das respostas da modelagem eletromagnética.

### 3.2.1 O problema teste

Na literatura, o estudo do método dos elementos finitos geralmente constitui-se de três etapas. A primeira etapa resume-se a um problema motivador de valor de fronteira, formado por uma equação diferencial e condições de contorno. A segunda etapa é a formulação fraca ou variacional deste problema e a última etapa é um método de construção de sistema de equações lineares a partir de equações elementares dos elementos finitos, comumente representado pelos métodos de Rayleigh-Ritz ou Galerkin.

Neste trabalho apresentaremos diretamente a derivação em termos dos elementos finitos de um *problema teste* de contorno 3D, apresentado em Stalnaker e Everret (2002), usando o método de Galerkin. O objetivo desta metodologia é verificar inicialmente a validade do código de elementos finitos tridimensional desenvolvido comparando o resultado numérico com a solução analítica. O segundo objetivo é justificar o emprego do desenvolvimento do algoritmo do gradiente biconjugado como ferramenta apropriada na solução de sistemas lineares que surgem da formulação de elementos finitos 3D. Como demonstração mais detalhada da teoria sobre o método dos elementos finitos citamos os trabalhos de Axelsson e Barker (1984); Becker, Carey e Oden (1981), Chaba (1983) e Rijo (2006).

#### 3.2.1.1 Definição do problema

Seja a equação diferencial

$$\nabla^2 u - \tau^2 u = f \quad (3.3)$$

em que  $\nabla^2$  é o operador laplaciano,  $\tau^2 = \alpha + i\beta$  é uma constante complexa e a função fonte  $f$  é igual a

$$f(x, y, z) = - \left[ 3\tau^2 + \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \right] \text{sen}(\tau x) \cos(\tau y) e^{i\frac{\alpha}{\beta} z}. \quad (3.4)$$

A função analítica que satisfaz a equação (3.3) é a função solução  $u(x, y, z)$  dada por:

$$u(x, y, z) = \text{sen}(\tau x) \cos(\tau y) e^{i\frac{\alpha}{\beta} z}. \quad (3.5)$$

### 3.2.1.2 Solução pelo método dos elementos finitos

O problema estabelecido na seção anterior é conhecido como a formulação forte do problema de valor de fronteira, uma vez que procuramos a solução exata diretamente da equação diferencial. Para solucionarmos o problema através do método dos elementos finitos, precisamos primeiro expressar o problema em termos de sua formulação fraca. Partindo da equação (3.3) e expandindo o operador laplaciano  $\nabla^2$  em termos das coordenadas cartesianas teremos

$$\frac{\partial u^2}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + \frac{\partial u^2}{\partial z^2} - \tau^2 u = f. \quad (3.6)$$

Ao aplicarmos o critério de Galerkin (BECKER; CAREY; ODEN, 1981) obtemos

$$\int_{\Omega} N_k \left( \frac{\partial u^2}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2} + \frac{\partial u^2}{\partial z^2} \right) d\Omega - \tau^2 \int_{\Omega} N_k u d\Omega = \int_{\Omega} N_k f d\Omega, \quad (3.7)$$

onde  $N_k$  são funções bases definidas em Axelsson e Barker (1984). Para elementos tetraedrais os valores de  $k$  variam de 1 a 4 (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). Usando a integração por partes na equação (3.7) teremos:

$$- \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right) d\Omega + \oint_{\Gamma} N_k \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \tau^2 \int_{\Omega} N_k u d\Omega = \int_{\Omega} N_k f d\Omega \quad (3.8)$$

para  $k = 1, 2, 3$  e  $4$ . Ao expandirmos  $u$  e  $f$  em termos das funções bases  $N_l$  para um tetraedro segue

$$u = \sum_{l=1}^4 N_l u_l, \quad f = \sum_{l=1}^4 N_l f_l, \quad (3.9)$$

e substituindo as expansões de  $u$  e  $f$  em (3.8) teremos

$$\begin{aligned} & - \sum_{l=1}^4 u_l \left[ \int_{\Omega} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega \right] - \tau^2 \sum_{l=1}^4 u_l \int_{\Omega} N_k N_l d\Omega \\ & = \sum_{l=1}^4 f_l \int_{\Omega} N_k N_l d\Omega, \quad k = 1, 2, 3 \text{ e } 4. \end{aligned} \quad (3.10)$$

O termo  $\oint_{\Gamma} N_k \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma$  não é considerado, pois na formação da matriz global as contribuições internas se compensam, em virtude da continuidade da função nas faces do elemento tetraedral (CHABA, 1983; RIJO, 2006) e na fronteira do domínio  $\partial\Omega$  as condições de contorno são do tipo essencial (AXELSSON; BARKER, 1984); suficientes para garantir a unicidade

da solução.

Para o elemento tetraedral, as funções bases são (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000):

$$\begin{cases} N_k &= \frac{1}{V_e}(a + bx_k + cy_k + dz_k); \\ N_l &= \frac{1}{V_e}(a + bx_l + cy_l + dz_l); \end{cases} \quad (3.11)$$

para os índices  $k$  e  $l = 1, 2, 3$  e  $4$ . Nas equações anteriores  $V_e$  representa o volume do tetraedro.

Substituindo  $N_k$  e  $N_l$  em (3.10) conseguimos

$$\sum_{l=1}^4 u_l \left[ \left( \frac{b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l}{36V_e} \right) + \tau^2(1 + \delta_{kl}) \frac{V_e}{20} \right] = - \sum_{l=1}^4 f_l (1 + \delta_{kl}) \frac{V_e}{20},$$

$$k = 1, 2, 3 \text{ e } 4. \quad (3.12)$$

Desenvolvendo a equação (3.12), teremos um sistema de equações ( $4 \times 4$ ) que pode ser representado na forma matricial  $M_e u_e = f_e$ , em que  $M_e = N_e + P_e$  é a matriz do elemento finito local formada pelas parcelas

$$N_e = \frac{1}{36V_e} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 + d_1 d_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 + d_1 d_3 & b_1 b_4 + c_1 c_4 + d_1 d_4 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 + d_2 d_1 & b_2 b_2 + c_2 c_2 + d_2 d_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 + d_2 d_3 & b_2 b_4 + c_2 c_4 + d_2 d_4 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 + d_3 d_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 + d_3 d_2 & b_3 b_3 + c_3 c_3 + d_3 d_3 & b_3 b_4 + c_3 c_4 + d_3 d_4 \\ b_4 b_1 + c_4 c_1 + d_4 d_1 & b_4 b_2 + c_4 c_2 + d_4 d_2 & b_4 b_3 + c_4 c_3 + d_4 d_3 & b_4 b_4 + c_4 c_4 + d_4 d_4 \end{bmatrix}; \quad (3.13)$$

e

$$P_e = \frac{V_e}{20} \tau^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

O vetor  $u_e$  é formado pelas variáveis locais nos quatro nós do tetraedro e pode ser representado por:

$$u_e = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T. \quad (3.15)$$

Por sua vez,  $f_e$  é o vetor fonte local dado explicitamente por:

$$f_e = -\frac{V_e}{20} \left[ \sum_{i=1}^4 (1 + \delta_{1,i}) f_i \quad \sum_{i=1}^4 (1 + \delta_{2,i}) f_i \quad \sum_{i=1}^4 (1 + \delta_{3,i}) f_i \quad \sum_{i=1}^4 (1 + \delta_{4,i}) f_i \right]^T. \quad (3.16)$$

A partir das derivações da matriz e do vetor fonte local para um elemento podemos somar as contribuições destes para todo o domínio da solução a fim de formar o sistema global de equações lineares (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). Após a imposição das condições de contorno, o sistema é solucionado por um método direto ou iterativo (SAAD, 2000).

### 3.2.1.3 Resultados

Uma vez que a solução analítica do nosso problema teste é conhecida e, também, de fácil implementação computacional podemos comparar o resultado numérico com a solução exata através de simulações do *problema teste*. Desta forma, avaliamos o desempenho e a precisão do código de elementos finitos 3D desenvolvido.

Na primeira simulação, fazemos  $\alpha = 1.0$  e  $\beta = 2.0$  no termo da fonte (3.4) da equação diferencial (3.3) e na solução exata (3.5) e consideramos o domínio em  $x$ ,  $y$  e  $z$  variar de 0 a 1. Os resultados para as partes real e imaginária de um perfil em  $z$ , para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$ , estão ilustrados na Figura 3.1.

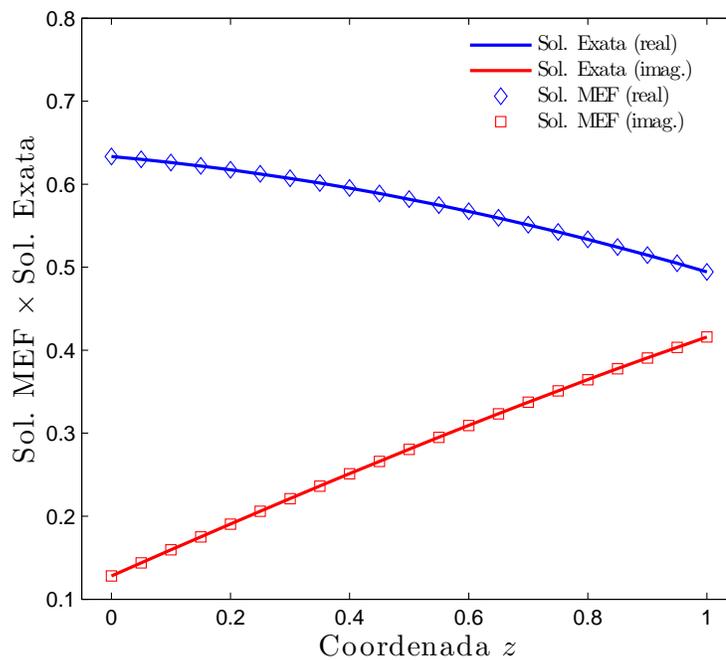


Figura 3.1. Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em  $z$ , para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$ , para o *problema teste*. O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 21 pontos para as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Para esta simulação inicial  $x$ ,  $y$  e  $z$  foram discretizados em 21 nós para cada coordenada.

As condições de contorno impostas para o método dos elementos finitos (MEF) foram calculadas usando a solução exata (3.5). Em outras palavras, o método dos elementos finitos aproxima uma solução para todo o domínio a partir de valores conhecidos da solução exata na fronteira. A diferença entre as soluções exata e numérica, aqui simplesmente denotada como erro, está mostrada na Figura 3.2.

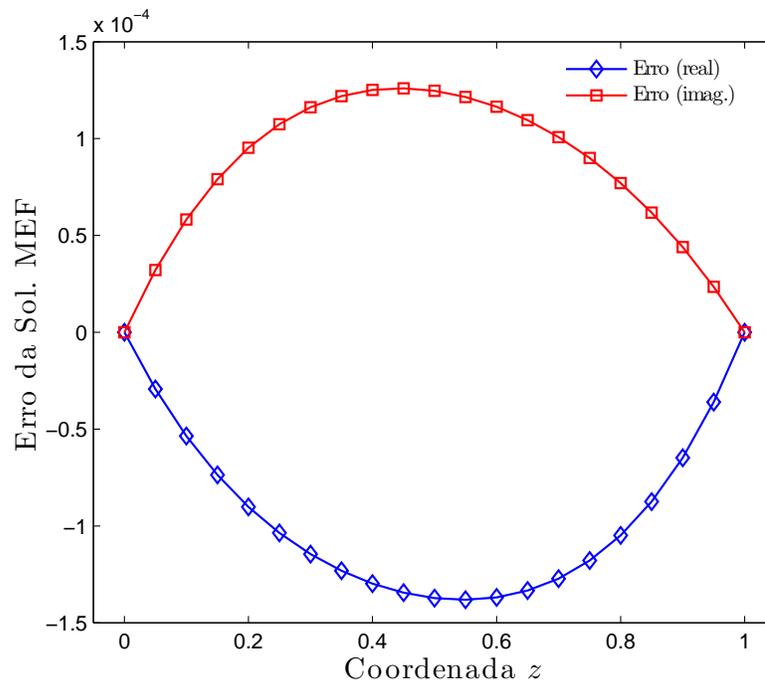


Figura 3.2. Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para o resultado ilustrado na Figura 3.1. Fonte: elaborado pelo Autor.

Os resultados apresentados para o *problema teste* são muito próximos àqueles publicados em Stalnakar e Everett (2002), o que valida o programa computacional desenvolvido. Porém, fatores computacionais importantes devem ser, cuidadosamente, analisados em modelagem 3D. Entre eles, o principal é o método numérico empregado na solução das equações lineares.

Para o nosso *problema teste*, a solução numérica foi obtida usando o método direto da eliminação gaussiana com tempo aproximado de processamento de 40 segundos. O número de variáveis do sistema ( $N_{var}$ ) é igual ao produto dos pontos discretizados nas três coordenadas ( $N_{var} = 21 \times 21 \times 21 = 9261$ ). Entretanto, para problemas de modelagem tridimensionais usando o método dos elementos finitos, o número de variáveis cresce rapidamente, assim como, a semi-banda da matriz global do sistema linear de equações. As conseqüências dessas duas características em problemas 3D são o crescimento da memória alocada na execução do programa e o tempo computacional do processo.

No exemplo corrente do *problema teste*, a semi-banda ( $w_{sb}$ ) da matriz global de elementos finitos para uma malha regular é dada por:  $w_{sb} = (nos_z \times (nos_y + 1) + 2) \times gl = 464$ , usando uma seqüência de numeração dos nós que segue respectivamente a coordenada  $z$ ,  $y$  e  $x$ . Na expressão anterior as variáveis  $nos_z$  e  $nos_y$  são, respectivamente os números de nós nas coordenadas  $z$  e  $y$ , e  $gl$  é o grau de liberdade por nó, que para o caso do *problema teste* é igual a um, pois trata-se de uma equação diferencial simples. Com isto, a memória alocada ( $M_{alloc}$ ) para a matriz global contendo variáveis complexas de dupla precisão (16 bytes) é dada por  $M_{alloc} = N_{var} \times w_{sb} \times 16$  bytes e para a primeira simulação do *problema teste* teremos:  $M_{alloc} = 9261 \times 464 \times 16$  bytes  $\approx 65.5$  megabytes.

Se agora fizermos uma discretização no domínio da solução de  $(41 \times 41 \times 41)$  para as três coordenadas, somente a matriz global alocará aproximadamente 1,9 Gbytes e o tempo de processamento será de 3 horas e 18 minutos em um PC de 2.8 GHz de clock e 3 Gbytes de memória RAM. Os resultados para a parte real e a imaginária nesta segunda simulação para o mesmo perfil apresentados anteriormente são mostrados na Figura 3.3.

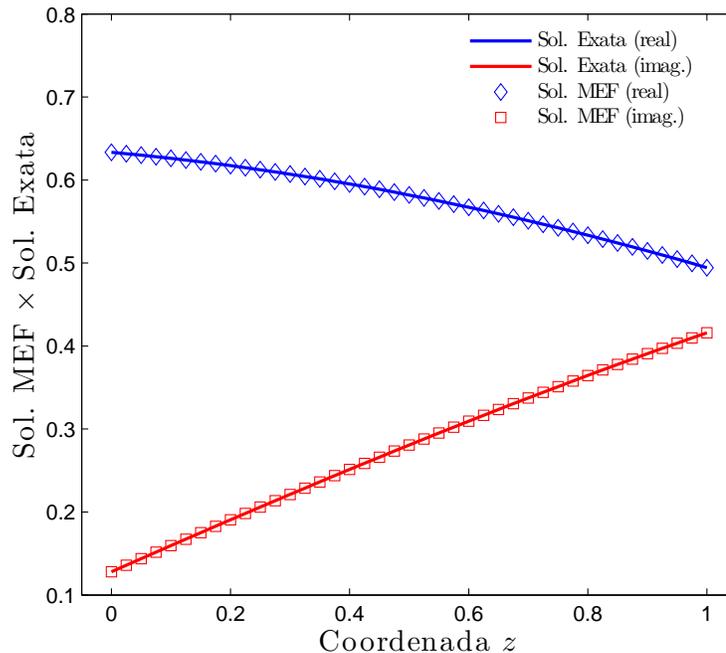


Figura 3.3. Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em  $z$  para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$  para o problema teste. O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 41 pontos para as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

O erro entre a solução exata e a solução obtida numericamente para o perfil apresentado na Figura 3.3 é mostrado na Figura 3.4. Nesta, observamos que a precisão da solução numérica teve uma melhora na ordem de uma casa decimal.

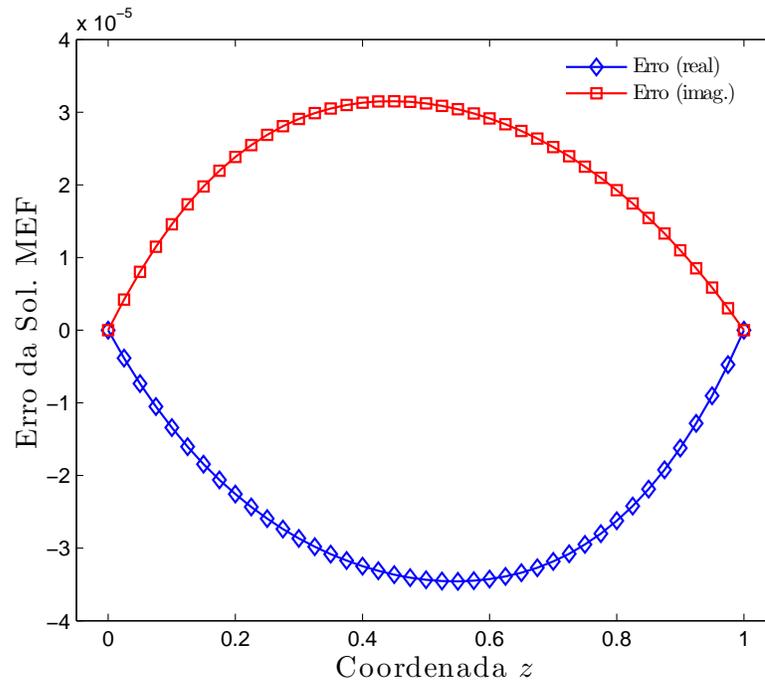


Figura 3.4. Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para os resultados ilustrados na Figura 3.3. Fonte: elaborado pelo Autor.

Após a apresentação das duas simulações anteriores podemos observar que a modelagem numérica por elementos finitos em um domínio tridimensional apresenta uma boa precisão, mas os fatores do tempo de processamento e o uso de memória crescem rapidamente quando se usa o método de eliminação gaussiana na solução das equações lineares, o que o torna pouco atraente para esse tipo de problema. A solução para esta questão é o uso de métodos iterativos como a classe dos métodos do gradiente conjugado. Na próxima seção veremos todo o desenvolvimento de um algoritmo dessa classe que contemple esses fatores.

### 3.3 O MÉTODO DO GRADIENTE BICONJUGADO

Aplicações dos métodos dos elementos finitos em problemas de valor de fronteira geralmente levam à solução de um sistema linear de equações esparsas que pode ser representado matricialmente, por uma equação do tipo  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ , onde  $A$  é uma matriz simétrica definida positiva, comumente denotada por matriz de coeficientes do sistema ou matriz global,  $\mathbf{b}$  é o vetor fonte e  $\mathbf{x}$  é o vetor das variáveis a serem determinadas (AXELSSON; BARKER, 1984). Tradicionalmente a solução deste sistema é encontrada utilizando-se duas classes de métodos: os métodos diretos e os métodos iterativos.

No processo dos métodos diretos a solução, via de regra, é obtida através da eliminação Gaussiana com suas variações e técnicas como, por exemplo, os métodos de Gauss-Jordan, o método de Cholesky (ATKINSON, 1989) e o método frontal (DONGARRA, et al., 1998). Estes métodos são provavelmente os mais usados para a computação dos elementos finitos (AXELSSON; BARKER, 1984) devido a sua robustez numérica e simplicidade de implementação. Entretanto, como observamos na seção anterior, para problemas tridimensionais dois fatores tornam-se extremamente críticos na solução de sistema lineares. O primeiro deles é a alocação de memória utilizada no armazenamento da matriz do sistema e o segundo é o tempo de processamento da solução.

Analisando-se esses dois aspectos os métodos diretos tornam-se praticamente proibitivos e, assim, menos indicados na solução de sistemas lineares que surgem em problemas de valor de fronteira 3D. Isto porque esses problemas levam a uma matriz do sistema altamente esparsa e com largura de banda muito grande, ocasionando uma alocação de memória inviável.

Mesmo que o armazenamento desta matriz fosse possível, o tempo de processamento seria bastante elevado devido ao aparecimentos de inúmeros “fill-in” (termo usado na eliminação Gaussiana para representar entradas nulas da matriz do sistema que são substituídas por elementos não-nulos nas operações elementares de fatorização). Desta forma, para problemas tridimensionais, faz-se necessário o uso de técnicas que contornem ou que minimizem esses dois fatores críticos como, por exemplo, técnicas que usam métodos iterativos na busca da solução de grandes sistemas de equações lineares esparsos.

Entre as técnicas dos métodos iterativos, o método do gradiente conjugado e suas variantes, proposto por Hestenes e Stiefel (1952), tem sido bastante usado na solução de sistemas de equações lineares em que a matriz de coeficientes é simétrica definida positiva. De fato, este método requer pequeno uso de memória computacional e possui rápida convergência à solução do sistema.

Problemas de modelagem numérica eletromagnética geralmente apresentam funções e/ou condições de fronteiras complexas (COGGON, 1971; RIJO, 1977), e têm como consequência o surgimento de matrizes complexas, simétricas e não Hermitianas (FREUND, 1992). Ao longo desta seção analisaremos a metodologia empregada para a solução dos sistemas lineares que surgem de problemas de valor de contorno usando o método dos elementos finitos. Esta estratégia de solução será empregada em todas as aplicações de solução de sistema lineares desta Tese.

### 3.3.1 O algoritmo

O objetivo dessa análise é a solução do sistema

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (3.17)$$

em que  $A \in \mathbb{C}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{b} \in \mathbb{C}^N$ . Desde que a matriz dos coeficientes  $A$  é simétrica e não Hermitiana, ela é uma matriz mal condicionada e o método do gradiente conjugado padrão não pode ser aplicado diretamente (FREUND, 1992). Por outro lado, o sistema poderia ser transformado em um sistema Hermitiano pela formação da equação normal  $A^h A \mathbf{x} = A^h \mathbf{b}$ , onde  $A^h$  denota a transposta conjugada de  $A$ . Entretanto, se a matriz  $A$  é mal condicionada, a matriz  $A^h A$  é ainda mais mal condicionada, acarretando em uma taxa de convergência muito baixa para a técnica do gradiente conjugado.

O método do gradiente biconjugado é uma generalização do método do gradiente conjugado que surge da extensão de Lanczos de  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  para a matriz simétrica Hermitiana.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & A \\ A^h & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{b}} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

O vetor  $\tilde{\mathbf{b}}$ , que é usado como extensão de  $\mathbf{b}$  é escolhido de modo conveniente e determina o valor da extensão do vetor  $\mathbf{x}$ . Esse procedimento evita a formação de equações normais pobremente condicionada (SMITH, 1996). Para matrizes complexas e simétricas, a escolha de  $\tilde{\mathbf{b}}$  é feita em Jacobs (1981). O método resultante é o mesmo do algoritmo do gradiente conjugado para matrizes complexas, com todos os conjugados transpostos substituídos por simples transpostos. Esta técnica tem sido discutida em trabalhos de Jacobs (1981) e van der Vorst (2003) e no contexto do modelamento eletromagnético por Sarkar (1987) e Smith, Peterson e Mitra (1990). Uma iteração deste algoritmo é dada por

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{w}_k}{\mathbf{p}_k^T A \mathbf{p}_k}; \quad (3.19a)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k; \quad (3.19b)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{b} + A\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{r}_k + \alpha_k A\mathbf{p}_k; \quad (3.19c)$$

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{r}_{k+1}; \quad (3.19d)$$

$$\beta_{k+1} = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \mathbf{w}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^T \mathbf{w}_k}; \quad (3.19e)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{w}_{k+1} + \beta_{k+1} \mathbf{p}_k, \quad (3.19f)$$

onde  $\mathbf{x}_k$  é a solução aproximada corrente,  $\mathbf{r}_k$  é o vetor residual corrente,  $\mathbf{p}_k$  é a direção de procura em que a solução aproximada é alterada e  $\mathbf{w}_{k+1}$  será redefinido a seguir. Para um valor inicial de  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_g$  as inicializações padrões são

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_g, \quad \mathbf{r}_0 = \beta_0 - A\mathbf{x}_0, \quad \mathbf{w}_0 = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{p}_0 = \mathbf{r}_0. \quad (3.20)$$

### 3.3.2 O preconditionamento

O preconditionamento é uma técnica usada para melhorar o número de condição espectral de uma matriz. Este número, nomeado  $\kappa(A)$ , é representado por  $\kappa(A) = \lambda_N/\lambda_1$ , onde  $\lambda_1$  e  $\lambda_N$  são o menor e o maior autovalores de  $A$ , respectivamente. Intuitivamente o número  $\kappa(A)$  mede o grau de distorção das formas esféricas das superfícies do funcional. Assim, quando temos  $\kappa(A)$  grande, significa que as superfícies do funcional tendem a ser elipses, ocasionando uma convergência lenta em direção ao minimizador. Por outro lado, quando este número se aproxima do valor unitário, as superfícies do funcional tenderão a ser esféricas, e o mínimo do funcional é alcançado rapidamente.

Suponha que  $C$  é uma matriz simétrica definida positiva próxima (não muito diferente) de  $A$  e seja fácil de inverter. Então podemos solucionar  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  indiretamente por

$$C^{-1}A\mathbf{x} = C^{-1}\mathbf{b}. \quad (3.21)$$

Se  $\kappa(C^{-1}A) \ll \kappa(A)$  ou se os autovalores de  $C^{-1}$  estão mais próximos um dos outros do que os autovalores de  $A$ , podemos solucionar (3.17) mais rapidamente do que o sistema original. Intuitivamente, o preconditionamento é uma tentativa de “esticar” a forma quadrática para fazê-la parecer mais esférica, visto que os autovalores estão mais juntos.

Um preconditionador perfeito é  $C = A$ , para este preconditionador,  $C^{-1}A$  tem um número de condição espectral igual a 1 e forma quadrática perfeitamente esférica, logo, a solução é alcançada em apenas uma iteração. Infelizmente este preconditionamento é inútil, uma vez que em cada iteração do preconditionamento o sistema  $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$  é resolvido, e voltamos ao sistema original.

O preconditionador mais simples é a matriz diagonal, cujas entradas são idênticas aquelas de  $A$ . O processo de aplicação deste preconditionador é conhecido como preconditionamento diagonal ou preconditionamento de Jacobi (GOLUB; LOAN, 1996).

O preconditionamento utilizado neste trabalho é o da fatorização incompleta, em que

$C = A$ , mas a solução do sistema  $C\mathbf{x} = \mathbf{b}$  é feita usando eliminação Gaussiana apenas nos elementos não nulos de  $A$ , ou seja, sem o aparecimento de “fill-in”. Este condicionamento é conhecido, também, por condicionador ILU0. Meijerink e van der Vorst (1977) mostrou que o método do gradiente biconjugado pode ser acelerado usando uma fatorização aproximada da matriz do tipo

$$C^T C \approx A, \quad (3.22)$$

para preconditionar o sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ . O condicionamento efetivamente muda o problema que está sendo resolvido para o seguinte sistema condicionado.

$$C^{-T} A C^{-1} \mathbf{x}' = C^{-T} \mathbf{b}_1, \quad (3.23)$$

onde  $\mathbf{x}' \equiv C\mathbf{x}$  e  $C^{-T} = (C^T)^{-1}$ . Após eliminarmos a variável  $\mathbf{w}$  da equação (3.19), o método do gradiente biconjugado pode ser aplicado ao sistema condicionado efetuando-se as seguintes substituições:  $A \rightarrow C^{-T} A C^{-1}$ ,  $\mathbf{x} \rightarrow C\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{b} \rightarrow C^{-T} \mathbf{b}$ ,  $\mathbf{r} \rightarrow C^{-T} \mathbf{r}$  e  $\mathbf{p} \rightarrow C\mathbf{p}$ . Com o auxílio da álgebra, este método reduz a equação (3.19), ao redefinir  $\mathbf{w}_{k+1}$  a

$$\mathbf{w}_{k+1} \equiv A^{-1} \mathbf{r}_{k+1}, \quad (3.24)$$

em que  $A^{-1} = C^{-1} C^{-T}$ .

Este condicionamento é extremamente necessário, pois, para sistemas complexos, a convergência não é garantida quando o condicionador não é aplicado. Desta forma, os algoritmos de uso prático sempre contém algum tipo de condicionamento.

O condicionador mais usado em sistemas lineares derivados de problemas eletromagnéticos são os baseados em técnicas de sobre-relaxação sucessiva simétrica – (SSOR) e os baseados nas fatorizações incompletas da matriz coeficiente – (ILU) alguns exemplos de condicionador ILU são, o condicionador incompleto de Cholesky modificado (MIC), e o condicionador incompleto de Cholesky deslocado (SIC) (WU et al., 2003).

Neste trabalho, o condicionamento usado é fatorização ILU0 (BENZI, 2002), na qual a eliminação Gaussiana é desenvolvida sem “fill-in” nas posições em que os coeficientes da matriz  $A$  são iguais a zero, com isto, os espaços alocados de memória para a matriz condicionadora  $C$  e a matriz de coeficientes  $A$  possuem o mesmo tamanho. A versão condicionada para o algoritmo do gradiente biconjugado é descrita por (AXELSSON; BARKER, 1984):

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{w}_k}{\mathbf{p}_k^T A \mathbf{p}_k}; \quad (3.25a)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k; \quad (3.25b)$$

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{b} + A \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{r}_k + \alpha_k A \mathbf{p}_k; \quad (3.25c)$$

$$\mathbf{w}_{k+1} = A^{-1} \mathbf{r}_{k+1}; \quad (3.25d)$$

$$\beta_{k+1} = \frac{\mathbf{r}_{k+1}^T \mathbf{w}_{k+1}}{\mathbf{r}_k^T \mathbf{w}_k}; \quad (3.25e)$$

$$\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{w}_{k+1} + \beta_{k+1} \mathbf{p}_k, \quad (3.25f)$$

### 3.3.3 A estrutura de dados

As aplicações dos métodos dos elementos finitos levam ao surgimento de matrizes esparsas. A fim de se tirar proveito do grande número de elementos iguais a zeros, a elaboração de esquemas especiais é necessária para representar, tanto quanto é possível, somente os elementos não nulos das matrizes de coeficientes  $A$ . Existem muitos métodos de armazenamento de dados que representam a matriz de coeficientes, dos quais podemos citar: o armazenamento por linha comprimida (CRS) e a sua versão coluna (CCS), o armazenamento (LC-CS), usado em (CHABA, 1993), o armazenamento por diagonal comprimida (CDS), etc. Pode-se encontrar um levantamento detalhado das estruturas de dados empregadas em matrizes esparsas podem ser encontradas em Chaba, 1993, Barret *et al.*, 1993 e Saad, 2000.

O esquema de armazenamento usado neste trabalho é o esquema Ellpack-Itpack (SAAD, 2000) que é muito popular em máquinas vetoriais. A suposição contida neste esquema é a de que existam no máximo  $N_d$  elementos simétricos não nulos por linha na matriz de coeficientes  $A$ , em que  $N_d$  é pequeno. Por exemplo, suponhamos uma típica matriz  $6 \times 6$  simétrica dada pela equação (3.26) a seguir,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 & a_{25} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{14} & 0 & a_{34} & a_{44} & a_{45} & 0 \\ 0 & a_{25} & a_{35} & a_{45} & a_{55} & a_{56} \\ 0 & 0 & a_{36} & 0 & a_{56} & a_{66} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Neste exemplo,  $N_d = 4$  e  $N = 6$ . Se  $N_d \ll N$ , a matriz  $A$  pode ser representada por dois arranjos de dimensões  $(N_d \times N)$ ; um do tipo complexo e outro do tipo inteiro. No

primeiro arranjo,  $COEF$  contem os elementos diferentes de zero em cada linha da matriz  $A$ , armazenados em uma coluna do arranjo  $COEF(1 : N_d, 1 : N)$ , completando-se a coluna por zeros quando necessário, de acordo com a equação (3.27) para a matriz  $A$  da equação (3.26).

$$COEF = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} & a_{44} & a_{55} & a_{66} \\ a_{12} & a_{25} & a_{34} & a_{45} & a_{56} & 0 \\ a_{14} & 0 & a_{35} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{36} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Junto com o arranjo  $COEF$ , um arranjo de inteiros,  $JCOEF(1 : N_d, 1 : N)$ , deve armazenar as posições das colunas de cada entrada de  $COEF$ , como mostra a equação (3.28) para a matriz  $A$  de (3.26),

$$JCOEF = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Neste esquema, vemos que a diagonal principal da matriz coeficientes,  $A$ , está representada nas primeiras linhas das matrizes  $COEF$  e  $JCOEF$ . A seguir, as colunas destas matrizes são completadas pelos elementos diferentes de zeros em seqüência da referida linha da diagonal principal. É importante dizer que essa estrutura de dados é diferente do armazenamento feito por diagonais, uma vez que, os elementos nulos podem existir entre dois elementos diferentes de zeros. Por exemplo, para a coluna 2 dos arranjos  $COEF$  e  $JCOEF$ , observamos que o elemento  $a_{25}$  vem logo abaixo do elemento  $a_{22}$ , e, existem dois elementos nulos entre eles que não são armazenados. Esta característica não ocorre no esquema por diagonais.

Com esta estrutura de dados temos uma economia de memória significativa, principalmente em se tratando de problemas tridimensionais. Além disso, esta estrutura acarreta numa otimização da operação produto matriz–vetor em cada iteração do algoritmo do gradiente biconjugado, uma vez que as parcelas que contribuem efetivamente para essa operação (elementos não nulos) estão alocadas, de modo, contíguo nos primeiros endereços de memória.

### 3.3.4 Aplicação

Anteriormente verificamos que a aplicação da técnica de eliminação gaussiana na solução de problemas de valores fronteira 3D, demanda grande uso de memória e elevado tempo de processamento. Isso foi evidenciado na simulação do *problema teste* para a discretização de 41 nós para o domínio  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Por sua vez, utilizando o método do gradiente biconjugado na solução do sistema linear, verificamos que a memória alocada conjuntamente para as matrizes global e condicionadora é em torno 20 Mbytes e o tempo computacional de execução da simulação é de, aproximadamente 13 segundos. Desta forma, concluímos que métodos iterativos da classe dos gradientes conjugados são os mais adequados para o nosso tipo de problema. Por exemplo, se aumentarmos a discretização para  $81 \times 81 \times 81$ , o número de variáveis é de 531441, com uma semibanda igual a 6644. A memória alocada para a matriz global na eliminação gaussiana seria em torno de 53 Gbytes, o que é totalmente inviável. Se usarmos o método do gradiente biconjugado alocaremos aproximadamente 150 Mbytes de memória para as matrizes global e condicionadora. A execução do programa utiliza em torno de 500 Mbytes de memória e o tempo total de execução é próximo a 2 minutos e 20 segundos. A Figura 3.5 ilustra o resultado para o mesmo perfil apresentado para as discretizações anteriores.

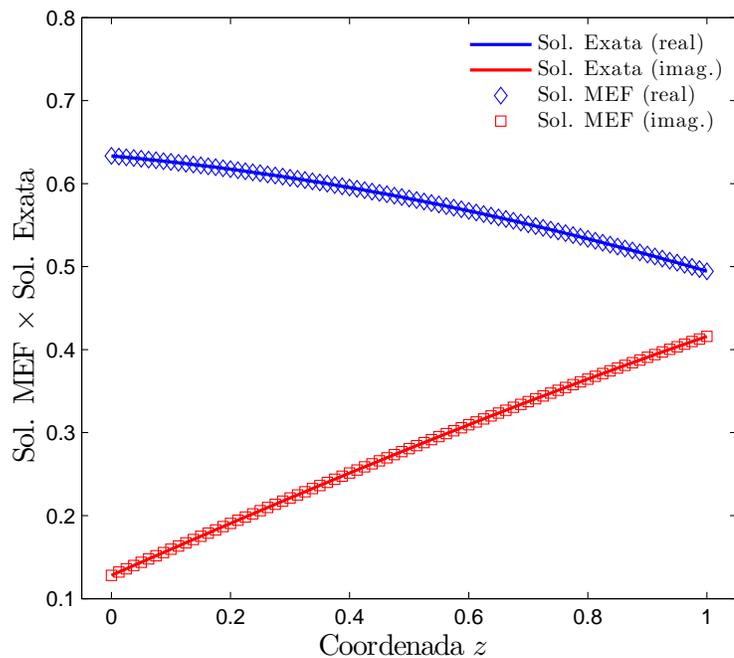


Figura 3.5. Comparação entre a solução exata e a solução numérica de um perfil em  $z$ , para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$ , para o *problema teste*. O domínio de discretização vai de 0 até 1 e foi amostrado em 81 pontos para as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Evidentemente, a densidade de nós neste caso é tão grande que fica difícil avaliar alguma melhora, a não ser pelo erro entre a solução exata e a numérica como ilustra a Figura 3.6. Observamos que as diferenças entre os resultados analíticos e numéricos, tanto para a parte real quanto à imaginária, diminuíram praticamente em uma casa decimal em relação a discretização de  $41 \times 41 \times 41$ . A partir deste fato, observamos que uma melhor acuracidade só é alcançada se o domínio for altamente discretizado, o que é bastante exigente, mesmo para o método do gradiente biconjugado. Em nossos experimentos usamos um PC equipado com processador Pentium 4 HT de 2.8 GHz de “clock” e 3 Gbytes de RAM, numa plataforma Linux Red Hat Enterprise 4.0.

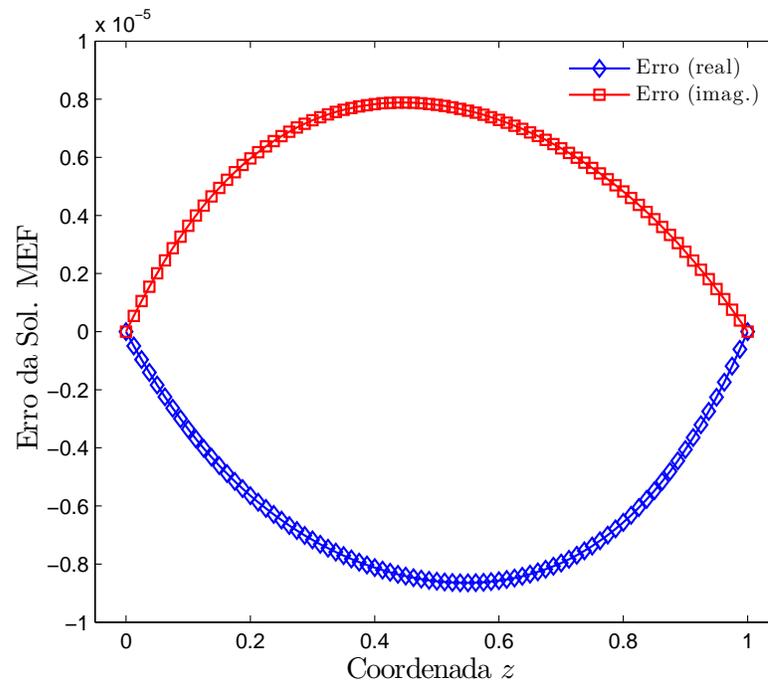


Figura 3.6. Diferença entre a solução exata e a solução obtida pelo método dos elementos finitos para o resultado apresentado na Figura 3.5. Fonte: elaborado pelo Autor.

Em conclusão, a finalidade de simulações numéricas com um *problema teste* usando o método dos elementos finitos é validar o código fonte desenvolvido para problemas tridimensionais, os quais demandam uso de grande memória. Assim, o desenvolvimento de algoritmos eficientes são mandatórios para este tipo de problema, principalmente no algoritmo de solução de equações lineares, comumente conhecido como *solver*. As aplicações e exemplos do *solver* desenvolvido nesta Tese podem ser verificadas em Souza, Rijo e Silva (2005).

## 4 O MÉTODO MCSEM 3D

### 4.1 APRESENTAÇÃO

Nos dois capítulos anteriores apresentamos dois importantes estudos desta Tese. No capítulo 2, desenvolvemos e discutimos as bases do método MCSEM usando um modelo unidimensional, mostramos em detalhes a formulação do problema 1D em termos de decomposição em ondas planas e aplicamos esta técnica em modelos geoeletricos unidimensionais representativos na exploração de hidrocarbonetos. No capítulo 3, apresentamos a formulação do método dos elementos finitos na solução numérica de um problema de valor fronteira 3D e justificamos o uso da técnica do gradiente biconjugado na solução de sistemas de equações lineares que surgem neste tipo de problema.

Neste capítulo apresentaremos a modelagem numérica do MCSEM em três dimensões. Para isto, o problema do MCSEM 3D será formulado em termos dos potenciais vetor magnético e escalar elétrico acoplados. Em seguida, aplicaremos a técnica dos elementos finitos à esta formulação a fim de computar os potenciais espalhados. A seguir validaremos esta metodologia e os algoritmos desenvolvidos através da solução de um problema de fonte controlada 3D conhecido na literatura. Por último, aplicamos todo este procedimento em modelos tridimensionais do MCSEM.

### 4.2 POTENCIAIS ELETROMAGNÉTICOS ACOPLADOS $\mathbf{A} - \phi$

O método dos elementos finitos aplicados em problemas de eletromagnetismo podem ser formulados em termos de potenciais auxiliares acoplados, ou diretamente em termos dos campo vetoriais elétrico e/ou magnético. Uma das grandes vantagens, entre outras, da formulação em termos de potenciais é a sua estabilidade numérica através do espectro de frequência, ao contrário da formulação em termos de campos eletromagnéticos, que em baixas frequências apresentam-se pouco estáveis devido ao sistema de equações lineares associado ao problema torna-se quase singular (VOLAKIS; CHATTERJEE; KEMPEL, 1998). Este fator por si só é muito importante no método MCSEM, onde as frequências são baixas variando de 0.1 Hz a 1 Hz.

Existem várias formulações em termos de potenciais eletromagnéticos. Podemos citar a formulação  $(\mathbf{A}, \phi)$  apresentadas nos trabalhos de Biro e Preis (1989), Haber et al.(2000) e Badea et al. (2001). A formulação usando os potenciais  $(\mathbf{A}, \phi - \psi)$  mostradas em Biro e

Preis (1989), Biro e Preis (1990) e Everett e Schultz (1996). E a formulação dos potenciais  $(\mathbf{T}, \Omega)$  usada em elementos finitos vetoriais (MITSUHATA; UCHIDA, 2004). Neste trabalho usaremos a formulação  $(\mathbf{A}, \phi)$  baseada no artigo de Everett et al. (2001) e nos trabalhos de Hou e Torres-Verdin (2003, 2004).

Sejam as equações de Maxwell no domínio da frequência para um meio isotrópico e livre de cargas. Se considerarmos uma dependência temporal do tipo  $e^{i\omega t}$  em regime quasi-estático, podemos representá-las do seguinte modo

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E}) = 0, \quad (4.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \sigma \mathbf{E} = \mathbf{J}_0, \quad (4.1b)$$

$$\nabla \cdot (\mu_0 \mathbf{H}) = 0, \quad (4.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + i\omega \mu_0 \mathbf{H} = 0. \quad (4.1d)$$

Notamos que para a equação (4.1b), o termo da fonte elétrica é representado por um vetor densidade de corrente externa  $\mathbf{J}_0$ .

Considerando o campo elétrico e o campo magnético sendo a soma de uma componente primária  $[\mathbf{E}^p, \mathbf{H}^p]$  mais uma componente secundária  $[\mathbf{E}^s, \mathbf{H}^s]$ , e que a condutividade do meio  $\sigma$  seja igual a do modelo primário estratificado  $\sigma^p$  mais uma parcela anômala  $\Delta\sigma$  em determinada região. Podemos escrever as realções  $\mathbf{E} = \mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s$  e  $\sigma = \sigma^p + \Delta\sigma$ , que podem ser substituídas nas equações (4.1a) – (4.1d). Assim, teremos:

$$\nabla \cdot [\epsilon_0(\mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s)] = 0, \quad (4.2a)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s) - (\sigma^p + \Delta\sigma)(\mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s) = \mathbf{J}_0, \quad (4.2b)$$

$$\nabla \cdot [\mu_0(\mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s)] = 0, \quad (4.2c)$$

$$\nabla \times (\mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s) + i\omega \mu_0(\mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s) = 0. \quad (4.2d)$$

Uma vez que para os campos primários  $\mathbf{E}^p$  e  $\mathbf{H}^p$  as equações de Maxwell são satisfeitas. Podemos escrever as seguintes relações para os campos secundários

$$\nabla \cdot [\epsilon_0 \mathbf{E}^s] = 0, \quad (4.3a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^s - (\sigma^p + \Delta\sigma) \mathbf{E}^s = \Delta\sigma \mathbf{E}^p, \quad (4.3b)$$

$$\nabla \cdot [\mu_0 \mathbf{H}^s] = 0, \quad (4.3c)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^s + i\omega \mu_0 \mathbf{H}^s = 0. \quad (4.3d)$$

Considerando um meio linear, das equações (4.3c) e (4.3d) podemos definir o potencial magnético secundário  $\mathbf{A}^s$  e o potencial elétrico secundário  $\Phi^s$  do seguinte modo (HOU, TORRES-VERDIN, 2003, 2004)

$$\mathbf{H}^s \equiv \nabla \times \mathbf{A}^s, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{E}^s \equiv -i\omega\mu_0\mathbf{A}^s - \nabla\Phi^s. \quad (4.5)$$

Em termos de potenciais EM, a equação (4.3b) torna-se a equação:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^s + i\omega\mu_0\sigma\mathbf{A}^s + \sigma\nabla\Phi^s = \mathbf{J}^s \quad (4.6)$$

em que  $\mathbf{J}^s = \Delta\sigma\mathbf{E}^p$ . A discretização da equação 4.6 leva a matrizes assimétricas de elementos finitos e a possibilidade de surgimentos de modos espúrios instáveis (BADEA et al., 2001; EVERETT et al., 2001). Para evitar estas dificuldades, aplicamos a identidade vetorial

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^s = -\nabla^2\mathbf{A}^s + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}^s)$$

e incorporamos o calibre de Coulomb  $\nabla \cdot \mathbf{A}^s = 0$ . à equação (4.6) tornando-se a primeira equação em termos de potenciais  $\mathbf{A}^s$  e  $\phi^s$

$$\nabla^2\mathbf{A}^s - i\omega\mu_0\sigma(\mathbf{A}^s + \nabla\phi^s) = -\mathbf{J}^s, \quad (4.7)$$

para qual a forma discretizada é numericamente estável. Na derivação de (4.7) nós definimos o potencial escalar reduzido  $\Phi^s \equiv i\omega\mu_0\phi^s$ , que levará a uma matriz de elementos finitos simétrica.

Tomando o divergente da equação (4.3b), e lembrando da propriedade  $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H}^s = 0$  temos a segunda equação para os potenciais acoplados  $\mathbf{A}^s$  e  $\phi^s$

$$i\omega\mu_0\nabla \cdot (\sigma\mathbf{A}^s) + \nabla \cdot (\sigma\nabla\Phi^s) = \nabla \cdot \mathbf{J}^s, \quad (4.8)$$

e após a introdução do potencial reduzido  $\Phi^s \equiv i\omega\mu_0\phi^s$  na equação (4.8), podemos encontrar os potenciais  $\mathbf{A}^s$  e  $\phi^s$  resolvendo as equações (4.7) e (4.8) conjuntamente, formando o seguinte sistema

$$\nabla^2\mathbf{A}^s - i\omega\mu_0\sigma(\mathbf{A}^s + \nabla\phi^s) = -\mathbf{J}^s \quad (4.9a)$$

$$i\omega\mu_0\nabla \cdot (\sigma\mathbf{A}^s) + i\omega\mu_0\nabla \cdot (\sigma\nabla\phi^s) = \nabla \cdot \mathbf{J}^s. \quad (4.9b)$$

É útil ter um entendimento físico do que representa o potencial vetor magnético  $\mathbf{A}$  e o potencial escalar elétrico  $\phi$ . Campos elétricos são induzidos por cargas e/ou por fluxo magnético variante no tempo. um campo elétrico causado por cargas pode ser considerado como o gradiente de um escalar (GRIFFITHS, 1999). Assim,  $\nabla\phi$  representa o campo elétrico feito pelo acúmulo de cargas, enquanto o termo  $\mathbf{A}$  representa o campo induzido pelo fluxo magnético. Devido a característica magnética de  $\mathbf{A}$ , nem uma carga está associado à este termo. Então,  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ . Deste modo, as duas partes do campo elétrico  $\mathbf{E}$  corresponde aos campos potenciais produzido por fontes distintas.

Uma vez tendo os potenciais secundários, os campos eletromagnéticos são recuperados via algum algoritmo de diferenciação numérica. Neste item, devemos ter uma atenção especial. Em modelos 3D, a diferenciação numérica ordinária não responde satisfatoriamente, uma vez que, para obtermos bons resultados devemos discretizar densamente a vizinhança nos pontos do cálculo da derivada, o que acarretaria numa alocação de memória excessiva e impraticável. O problema é de difícil solução e vários métodos e algoritmos são desenvolvidos particularmente a cada problema a fim de obter uma resposta satisfatória. Por exemplo, nos trabalhos de Badea et al. (2001) e Everett et al. (2001) foram usados o método moving least squares interpolation (MLSI) para o cálculo das derivadas. Nesta Tese empregaremos métodos “splines” nos cálculos das derivadas semelhante a Rijo (2006) na modelagem do MCSEM 2.5D. Em nossa experiência, verificamos que desde que a região de interesse seja discretizada de modo uniforme nas três coordenadas, os resultados obtidos com este método foram satisfatórios.

#### 4.3 A ANÁLISE DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Apesar de todo avanço de hardware e de algoritmos, a modelagem numérica 3D usando o método dos elementos finitos ainda é bastante tímida se comparada a outros métodos de modelagem utilizados em geofísica, por exemplo o método da equação integral (HOHMANN, 1975) e o das diferenças finitas (HABER et al., 2000; LABRECQUE, 1999; MACKIE; SMITH; MADDEN, 1994). Uma das possíveis razões para este fato é sem dúvida o esforço computacional demandado pelo método dos elementos finitos que é consideravelmente maior entre os principais métodos de modelagem numérica. Mesmo em problemas de pequeno porte, como visto para o *problema teste*, o método dos elementos finitos requer grande demanda computacional. Em modelagem numérica tridimensional, podemos citar alguns artigos que usam o método dos elementos finitos. Por exemplo, o clássico artigo de Pridmore et al. (1981) aplicado à fonte controlada e o trabalho mais recente de Wu et al. (2003) utilizado

em modelamento de regime DC. Com a redução dos custos em hardware, e por conseqüência o barateamento de memória RAM, novos artigos sobre elementos finitos 3D foram apresentados. Podemos citar o trabalho de Stanalker et al. (2006) empregado no modelamento de alvos condutivos enterrados, e os artigos de Mitsuata e Uchida (2004) e Zyserman e Santos (2000), que analisam a modelagem em três dimensões do método magnetotelúrico.

Para a modelagem numérica do MCSEM 3D a principal técnica utilizada é o método da equação integral, isto é evidenciado no trabalho de Zhdanov e Lee (2005) e no artigo de Ueda e Zhdanov (2006) que faz uma aproximação quasi-linear das equações de Maxwell representadas em termos de equação integral. O uso do método das diferenças finitas também é aplicado em modelos em que o mar é infinito, como é descrito por Constable e Weiss (2006). Todavia, em termos de elementos finitos, temos conhecimento apenas do trabalho introdutório apresentado por Everett (2006).

Nesta seção iremos desenvolver o método dos elementos finitos para o problema EM 3D usando a formulação dos potenciais eletromagnéticos  $\mathbf{A}$  e  $\phi$  apresentado na seção anterior. Esta formulação segue o paper de Badea et al. (2001) e Everett et al (2001). Porém, trabalhamos diretamente com as equações dos potenciais espalhados  $\mathbf{A}^s$  e  $\phi^s$  a exemplo dos artigos de Hou e Torres-verdin (2003, 2004) que empregam o método das diferenças finitas.

Reescrevendo equações (4.9a) e (4.9b) em termos de coordenadas cartesianas, obtemos as equações para as componentes secundárias do potencial vetor magnético e do potencial escalar elétrico secundário, como mostra o conjunto de equações (4.10a) – (4.10d).

$$\frac{\partial^2 A_x^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x^s}{\partial z^2} - i\omega\mu_0\sigma A_x^s - i\omega\mu_0\sigma \frac{\partial\phi^s}{\partial x} = -\Delta\sigma E_x^p; \quad (4.10a)$$

$$\frac{\partial^2 A_y^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y^s}{\partial z^2} - i\omega\mu_0\sigma A_y^s - i\omega\mu_0\sigma \frac{\partial\phi^s}{\partial y} = -\Delta\sigma E_y^p; \quad (4.10b)$$

$$\frac{\partial^2 A_z^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z^s}{\partial z^2} - i\omega\mu_0\sigma A_z^s - i\omega\mu_0\sigma \frac{\partial\phi^s}{\partial z} = -\Delta\sigma E_z^p; \quad (4.10c)$$

$$\begin{aligned} & -i\omega\mu_0 \left( \frac{\partial\sigma A_x^s}{\partial x} + \frac{\partial\sigma A_y^s}{\partial y} + \frac{\partial\sigma A_z^s}{\partial z} \right) - i\omega\mu_0 \left( \frac{\partial^2\sigma\phi^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\sigma\phi^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\sigma\phi^s}{\partial z^2} \right) \\ & = - \left( \frac{\partial\Delta\sigma E_x^p}{\partial x} + \frac{\partial\Delta\sigma E_y^p}{\partial y} + \frac{\partial\Delta\sigma E_z^p}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (4.10d)$$

Aplicando o critério de Galerkin (BECKER; CAREY; ODEN, 1981) nas equações (4.10a) – (4.10d) e considerando as condutividades constantes em cada elemento, teremos:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial^2 A_x^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x^s}{\partial z^2} \right) d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_x^s d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial x} d\Omega_e \\ & = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_x^p d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.11a)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial^2 A_y^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y^s}{\partial z^2} \right) d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_y^s d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial y} d\Omega_e \\ & = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_y^p d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.11b)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial^2 A_z^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z^s}{\partial z^2} \right) d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_z^s d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial z} d\Omega_e \\ & = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_z^p d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.11c)$$

$$\begin{aligned} & -i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial A_x^s}{\partial x} + \frac{\partial A_y^s}{\partial y} + \frac{\partial A_z^s}{\partial z} \right) d\Omega_e - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial^2 \phi^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi^s}{\partial z^2} \right) d\Omega_e \\ & = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial E_x^p}{\partial x} + \frac{\partial E_y^p}{\partial y} + \frac{\partial E_z^p}{\partial z} \right) d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.11d)$$

para  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Usando a integração por partes (Teorema de Green) descrito em Zienkiewicz e Taylor (2000) podemos expandir as equações (4.11a) – (4.11d) em:

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial A_x^s}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial A_x^s}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial A_x^s}{\partial z} \right) d\Omega_e + \oint_{\Gamma} N_k \nabla A_x^s \cdot \mathbf{n} d\Gamma - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_x^s d\Omega_e \\ & - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial x} d\Omega_e = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_x^p d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.12a)$$

$$\begin{aligned} & - \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial A_y^s}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial A_y^s}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial A_y^s}{\partial z} \right) d\Omega_e + \oint_{\Gamma} N_k \nabla A_y^s \cdot \mathbf{n} d\Gamma - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_y^s d\Omega_e \\ & - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial y} d\Omega_e = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_y^p d\Omega_e \end{aligned} \quad (4.12b)$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial A_z^s}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial A_z^s}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial A_z^s}{\partial z} \right) d\Omega_e + \oint_{\Gamma} N_k \nabla A_z^s \cdot \mathbf{n} d\Gamma - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k A_z^s d\Omega_e \\
& - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial \phi^s}{\partial z} d\Omega_e = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k E_z^p d\Omega_e
\end{aligned} \tag{4.12c}$$

$$\begin{aligned}
& - i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial A_x^s}{\partial x} + \frac{\partial A_y^s}{\partial y} + \frac{\partial A_z^s}{\partial z} \right) d\Omega_e \\
& + i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial \phi^s}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial \phi^s}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial \phi^s}{\partial z} \right) d\Omega_e - \oint_{\Gamma} N_k \nabla \phi^s \cdot \mathbf{n} d\Gamma \\
& = -\Delta\sigma \int_{\Omega_e} N_k \left( \frac{\partial E_x^p}{\partial x} + \frac{\partial E_y^p}{\partial y} + \frac{\partial E_z^p}{\partial z} \right) d\Omega_e
\end{aligned} \tag{4.12d}$$

para  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Aplicando as condições de continuidade dos potenciais  $\mathbf{A}^s$  e  $\phi^s$  nas fronteiras dos elementos, substituindo as componentes dos potenciais magnéticos  $[A_x^s, A_y^s, A_z^s]$  e elétrico  $\phi^s$  e as expansões dos campos  $[E_x^p, E_y^p, E_z^p]$  em termos das funções bases  $N_l$  obtemos.

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N A_{x,l}^s \left[ \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega_e + i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e \right] \\
& + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^N \phi_l^s \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial N_l}{\partial x} d\Omega_e = \Delta\sigma \sum_{l=1}^N E_{x,l}^p \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e;
\end{aligned} \tag{4.13}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N A_{y,l}^s \left[ \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega_e + i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e \right] \\
& + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^N \phi_l^s \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial N_l}{\partial y} d\Omega_e = \Delta\sigma \sum_{l=1}^N E_{y,l}^p \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e;
\end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^N A_{z,l}^s \left[ \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega_e + i\omega\mu_0\sigma \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e \right] \\
& + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^N \phi_l^s \int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial N_l}{\partial z} d\Omega_e = \Delta\sigma \sum_{l=1}^N E_{z,l}^p \int_{\Omega_e} N_k N_l d\Omega_e;
\end{aligned} \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}
& i\omega\mu_0\sigma \left( \sum_{l=1}^N A_{x,l}^s \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_k}{\partial x} d\Omega_e + \sum_{l=1}^N A_{y,l}^s \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_k}{\partial y} d\Omega_e + \sum_{l=1}^N A_{z,l}^s \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_k}{\partial z} d\Omega_e \right) \\
& + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^N \phi_l^s \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial N_k}{\partial x} \frac{\partial N_l}{\partial x} + \frac{\partial N_k}{\partial y} \frac{\partial N_l}{\partial y} + \frac{\partial N_k}{\partial z} \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega_e \\
& = -\Delta\sigma \sum_{l=1}^N \int_{\Omega_e} N_k \left( E_{x,l}^p \frac{\partial N_l}{\partial x} + E_{y,l}^p \frac{\partial N_l}{\partial y} + E_{z,l}^p \frac{\partial N_l}{\partial z} \right) d\Omega_e;
\end{aligned} \tag{4.16}$$

para  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Nesta última equação usamos a identidade

$$-\int_{\Omega_e} N_k \frac{\partial N_l}{\partial x} d\Omega_e = \int_{\Omega_e} N_l \frac{\partial N_k}{\partial x} d\Omega_e - \oint_{\partial\Omega_e} N_k N_l d\Sigma_e$$

a fim de obter uma matriz elemental simétrica. Note que a integral de superfície se auto-cancela nas interfaces dos elementos e não é considerada nas equações (4.13) – (4.16).

#### 4.3.1 Implementação para o elemento tetraedral

Para elemento tetraedral a função base simplex para os quatro nós é dada por (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000)

$$N_l = \frac{1}{V_e} (a_l + b_l x + c_l y + d_l z),$$

em que as constantes  $a_l$ ,  $b_l$ ,  $c_l$  e  $d_l$  são determinadas em termos das coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  de cada nó e  $V_e$  é o volume do tetraedro (BECKER; CAREY; ODEN, 1981). Assim, expandindo as componentes cartesianas do vetor potencial  $\mathbf{A}$  e o potencial escalar  $\phi$  como a soma destas funções simplex em (4.13) – (4.16), teremos o seguinte sistema de equações local.

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^4 A_{x,l}^s \left[ \left( \frac{b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l}{36v} \right) + i\omega\mu_0\sigma \frac{v}{20} (1 + \delta_{kl}) \right] + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^4 \phi_l^s \frac{b_l}{24} \\
& = \Delta\sigma \sum_{l=1}^4 E_{x,l}^p (1 + \delta_{kl}) \frac{v}{20};
\end{aligned} \tag{4.17a}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{l=1}^4 A_{y,l}^s \left[ \left( \frac{b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l}{36v} \right) + i\omega\mu_0\sigma \frac{v}{20} (1 + \delta_{kl}) \right] + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^4 \phi_l^s \frac{c_l}{24} \\
& = \Delta\sigma \sum_{l=1}^4 E_{y,l}^p (1 + \delta_{kl}) \frac{v}{20};
\end{aligned} \tag{4.17b}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^4 A_{z,l}^s \left[ \left( \frac{b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l}{36v} \right) + i\omega\mu_0\sigma \frac{v}{20}(1 + \delta_{kl}) \right] + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^4 \phi_l^s \frac{d_l}{24} \\ & = \Delta\sigma \sum_{l=1}^4 E_{z,l}^p (1 + \delta_{kl}) \frac{v}{20}; \end{aligned} \quad (4.17c)$$

$$\begin{aligned} & i\omega\mu_0\sigma \left( \sum_{l=1}^4 A_{x,l}^s \frac{b_k}{24} + \sum_{l=1}^4 A_{y,l}^s \frac{c_k}{24} + \sum_{l=1}^4 A_{z,l}^s \frac{d_k}{24} \right) + i\omega\mu_0\sigma \sum_{l=1}^4 \phi_l^s \left( \frac{b_k b_l + c_k c_l + d_k d_l}{36v} \right) \\ & = -\Delta\sigma \sum_{l=1}^4 \left( \frac{b_l}{24} E_{x,l}^p + \frac{c_l}{24} E_{y,l}^p + \frac{d_l}{24} E_{z,l}^p \right); \end{aligned} \quad (4.17d)$$

para  $k = 1, 2, 3$  e  $4$ .

A implementação computacional deste sistema é feita de modo semelhante àquela realizada para o *problema teste* descrito no capítulo anterior. Primeiro o domínio tridimensional é discretizado em hexaedros prismáticos que são formados por cinco tetraedros (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). Evidentemente, por se tratar de um sistema de quatro equações (4 graus de liberdade por nó), a matriz local será  $16 \times 16$  e o vetor local terá 16 entradas. As contribuições da matriz e do vetor local para cada elemento do domínio de discretização formarão o sistema de equações lineares global, que após a imposição das condições de fronteiras, será solucionado pelo método do gradiente biconjugado, descrito no capítulo 3.

Uma vez que os potenciais secundários são obtidos pela solução do sistema de equações global, os campos magnético e elétrico secundários são calculados respectivamente pelas equações (4.4) e (4.5) usando um algoritmo de derivada numérica “spline”, como mencionado anteriormente.

### 4.3.2 Validação do método

No capítulo 3, estávamos preocupados com a validade dos códigos desenvolvidos para as aplicações da técnica dos elementos finitos em três dimensões e do método do gradiente biconjugado. E esses foram validados na simulação do *problema teste*.

De modo semelhante ao que foi realizado anteriormente, faremos primeiro uma comparação do código desenvolvido para o MCSEM 3D para um modelo tridimensional de fonte controlada descrito por Pridmore et al. (1981). Com isto, podemos usar o código com maior convicção e também testar o desempenho do algoritmo de diferenciação numérica utilizado em nossos programas.

O modelo sugerido em Pridmore et al. (1981) consiste de um “slab” condutivo enterrado em um semi-espaço resistivo de condutividade  $\sigma_1$  igual a  $0.0333 \text{ S/m}$ . O corpo prismático, possui uma condutividade  $\sigma_2 = 1 \text{ S/m}$ ; a altura, a largura e a espessura do “slab” são respectivamente  $90 \text{ m}$ ,  $30 \text{ m}$  e  $120 \text{ m}$ , e o seu topo está enterrado a  $30 \text{ m}$  de profundidade ( $d$ ) da interface do semi-espaço, como ilustra a Figura 4.1.

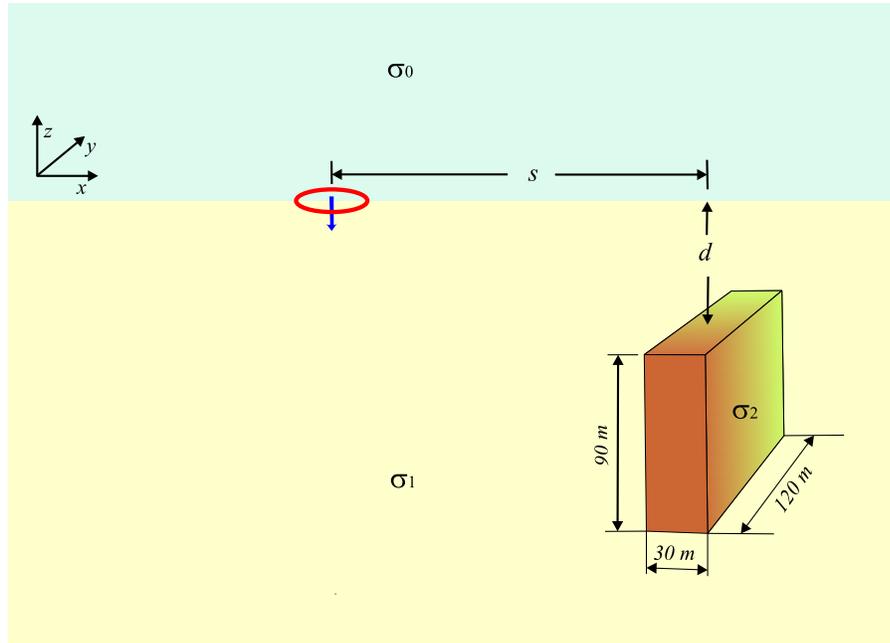


Figura 4.1. Geometria 3D de um “slab” condutivo enterrado em um semi-espaço.  
Fonte: Pridmore et al. (1981).

A fonte eletromagnética para o modelo da Figura 4.1 é um dipolo magnético vertical de momento dipolar igual a  $4\pi \text{ A-espira } m$  e encontra-se a uma distância  $s$  do topo do “slab” igual a  $75 \text{ m}$ . Devido a simetria azimutal deste tipo de fonte, o campo elétrico primário para a região inferior do semi-espaço é dada por (RIJO, 2006)

$$E_{\phi}^{(p)}(r, z) = -\frac{i\omega\mu_0 m_z}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{2\mathcal{Y}_0 e^{-u_0 h_0}}{\mathcal{Y}_0 + \mathcal{Y}_1} e^{-u_1 z} J_1(k_r r) k_r^2 dk_r, \quad z \geq 0, \quad (4.18)$$

em que  $m_z$  é momento de dipolo,  $\phi$ ,  $r$  e  $z$  são as componentes em coordenadas cilíndricas;  $h_0$  é a altura em que se encontra o dipolo magnético vertical;  $u_0$  e  $u_1$  são as constantes de propagação no ar e no “host” resistivo.  $\mathcal{Y}_0$  e  $\mathcal{Y}_1$  são respectivamente as admitâncias do ar e do semi-espaço inferior.

A modelagem feita por Pridmore et al. (1981) usou a formulação dos elementos finitos das equações de Maxwell em termos do campo elétrico para elementos hexaédricos, e força

todas as componentes do campo elétrico serem contínuas, o que viola a condição de fronteira da componente normal do campo elétrico através dos blocos hexadrais. O campo magnético para o experimento de Pridmore et al. (1981) foi recuperado via diferenciação numérica do campo elétrico usando spline nodal e a função tensor de Green (HARRINGTON, 1961).

Em nossas simulações obtemos resultados a partir da diferenciação dos potenciais acoplados. As respostas real e imaginária para o campo magnético secundário na direção  $z$  do modelo ilustrado pela Figura (4.1) são apresentadas na Figura 4.2 e são semelhantes às obtidas em Pridmore et al. (1981) e Stanalcker (2004). Com este experimento confirmamos a validade dos nossos códigos de elementos finitos e de diferenciação, estando apto para ser usados no MCSEM 3D.

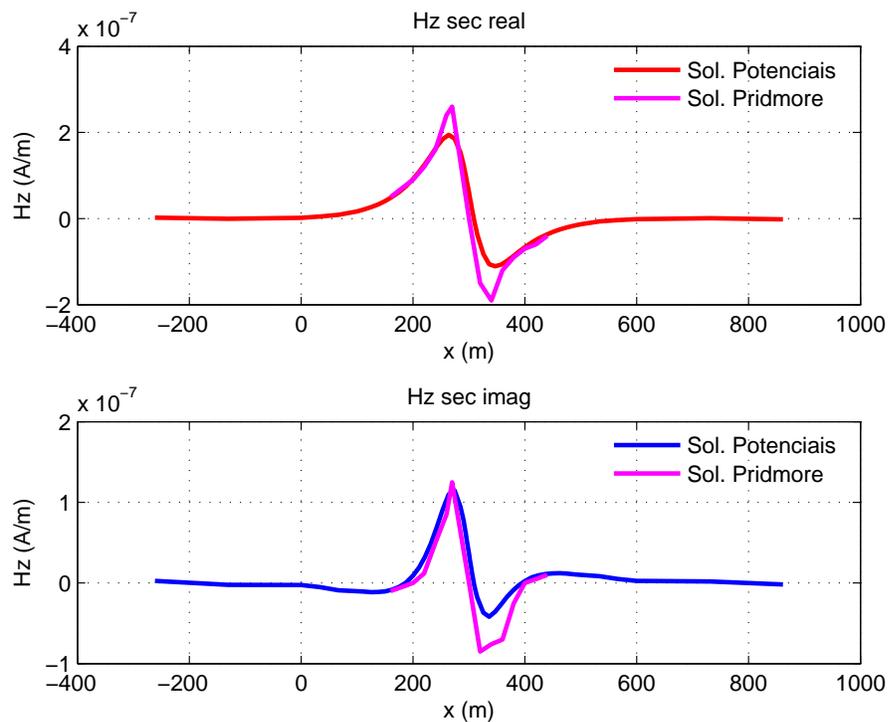


Figura 4.2. Geometria 3D de um “slab” condutivo enterrado em um semi-espaço.  
Fonte: elaborado pelo Autor.

#### 4.4 O MODELAMENTO 3D DE DADOS MCSEM

Uma vez que possuímos a formulação do problema em termos dos potenciais eletromagnéticos acoplados  $\mathbf{A}$  e  $\phi$ , e constatamos a validade do programa de elementos finitos 3D desenvolvido, devemos agora aplicar esta formulação aos modelos geoeletricos do método MCSEM, o que é feito a seguir.

O grande atrativo dos métodos dos elementos finitos é a sua capacidade de incorporar geometrias complexas da geologia, porém já constatamos que a aplicação do método dos elementos finitos em modelos tridimensionais requer grande uso de memória, e este fato é mais crítico quando usamos malhas regulares, que é o nosso caso. Assim os modelos geolétricos tridimensionais para o MCSEM apresentados nesta Tese serão restritos a uma única estrutura anômala, que representa o reservatório de hidrocarbonetos como ilustra a Figura 4.3. Para este modelo, chamado daqui em diante de modelo padrão ou canônico, o reservatório possui as seguintes características geométricas: o seu topo encontra-se a uma altura  $h$  do fundo oceânico, sua largura está convencionado na direção  $x$  e é dado por  $w$ , o seu comprimento  $l$  está na direção  $y$  e a espessura é  $t$ . Nesta ilustração, observamos que o modelo primário é formado pelo ar, mar e o embasamento; tal como, nos modelos 1D estratificados unidimensionais estudados no capítulo 2.

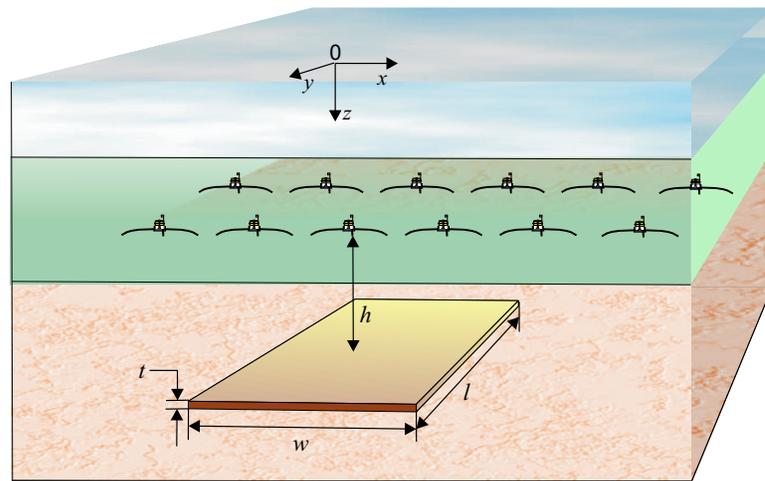


Figura 4.3. Modelo canônico de reservatório tridimensional para o MCSEM. O topo do reservatório encontra-se a uma altura  $h$  do fundo oceânico; o reservatório possui largura  $w$ , comprimento  $l$  e espessura  $t$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

#### 4.4.1 O campo primário

Na seção de análise do elementos finitos, observamos que o termo fonte do sistema de equações lineares, equações (4.17a) – (4.17d), depende dos campos elétricos primários nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  na região em que se encontra a anomalia, ou seja, o embasamento. Tomando como referência a Figura 2.2, observamos que o embasamento é representado pela região 2 desta figura, e os valores dos campos  $E_x^p$ ,  $E_y^p$  e  $E_z^p$  são obtidos da mesma maneira daquela apresentada no capítulo dois, e são dados pelas seguintes equações abaixo (RIJO, 2003):

$$\begin{aligned}
E_x^{(2)} = & -\frac{Ids_x}{4\pi\eta_2} \left( \frac{1}{r} - \frac{2x^2}{r^3} \right) \int_0^\infty \mathcal{K}_{TM}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_1(k_r r) u_2 dk_r \\
& - \frac{Ids_x}{4\pi\eta_2} \frac{x^2}{r^2} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TM}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_0(k_r r) u_2 k_r dk_r \\
& - \frac{Ids_x}{4\pi} \left( \frac{1}{r} - \frac{2y^2}{r^3} \right) \int_0^\infty \mathcal{K}_{TE}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_1(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} dk_r \\
& - \frac{Ids_x}{4\pi} \frac{y^2}{r^2} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TE}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} k_r dk_r,
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{(2)} = & + \frac{Ids_x}{2\pi\eta_2} \frac{xy}{r^3} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TM}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_1(k_r r) u_2 dk_r \\
& - \frac{Ids_x}{4\pi\eta_2} \frac{xy}{r^2} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TM}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_0(k_r r) u_2 k_r dk_r \\
& - \frac{Ids_x}{2\pi} \frac{xy}{r^3} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TE}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_1(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} dk_r \\
& + \frac{Ids_x}{4\pi} \frac{xy}{r^2} \int_0^\infty \mathcal{K}_{TE}^{(2)}(k_r) e^{-u_2(z-h_1)} J_0(k_r r) \frac{1}{\mathcal{Y}_1} k_r dk_r
\end{aligned} \tag{4.20}$$

e

$$E_z^{(2)} = \frac{Ids_x}{4\pi\eta_2} \frac{x}{r} \int_0^\infty \left[ e^{-u_1(h_1-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(h_1+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(h_1+h_0)} \right] e^{-u_2(z-h_1)} J_1(k_r r) k_r^2 dk_r; \tag{4.21}$$

onde os termos  $\mathcal{K}_{TM}^{(2)}$  e  $\mathcal{K}_{TE}^{(2)}$  são dados por

$$\mathcal{K}_{TM}^{(2)}(k_r) = e^{-u_1(h_1-h_0)} + R_{TM}^{(1)-} e^{-u_1(h_1+h_0)} - R_{TM}^{(1)+} e^{u_1(h_1+h_0)}$$

e

$$\mathcal{K}_{TE}^{(2)}(k_r) = e^{-u_1(h_1-h_0)} + R_{TE}^{(1)-} e^{-u_1(h_1+h_0)} + R_{TE}^{(1)+} e^{u_1(h_1+h_0)}.$$

Os coeficientes de reflexão para o modo TE,  $R_{TE}^{(1)-}$  e  $R_{TE}^{(1)+}$  e para o modo TM  $R_{TM}^{(1)-}$  e  $R_{TM}^{(1)+}$  são obtidos pelas expressões descritas no capítulo 2. Uma vez, que as expressões para o cálculo dos campos primários foram obtidas, devemos agora computá-las com grande precisão a fim de obter as respostas de pequenas magnitudes característica do MCSEM. No capítulo 2 usamos os filtros de Anderson de 801 pontos (ANDERSON, 1989) no cálculo das transformadas de Hankel das expressões do campo elétrico. Recentemente, Kong (2007) apresentou novos filtros de 61, 121 e 241 pontos para a solução das transformadas de Hankel que surgem das expressões de campos eletromagnéticos radiados por antenas. Os filtros de Kong têm se mostrado tão precisos quanto os de Anderson em testes de soluções analíticas conhecidas (KONG, 2007). Porém, para os problemas em MCSEM os filtros de Anderson já

são amplamente utilizados nas várias formulações existente (CHAVE, 1982; CONSTABLE; WEISS, 2007, FLOSADOTTIR; CONSTABLE, 1996). Assim, decidimos usar em todas as nossas simulações de MCSEM 3D os filtros de Anderson (ANDERSON, 1989).

#### 4.4.2 Resultados

Na seção anterior justificamos a geometria dos modelos 3D utilizados em nossa modelagem. Apesar desses modelos possuírem simples formatos de reservatório, acreditamos que eles sejam de grande importância em uma primeira aproximação da realidade geológica, uma vez que muitos reservatórios podem ser modelados por uma fina lente resistiva em um meio homogêneo condutivo. A Figura 4.4 ilustra o modelo do experimento 1.

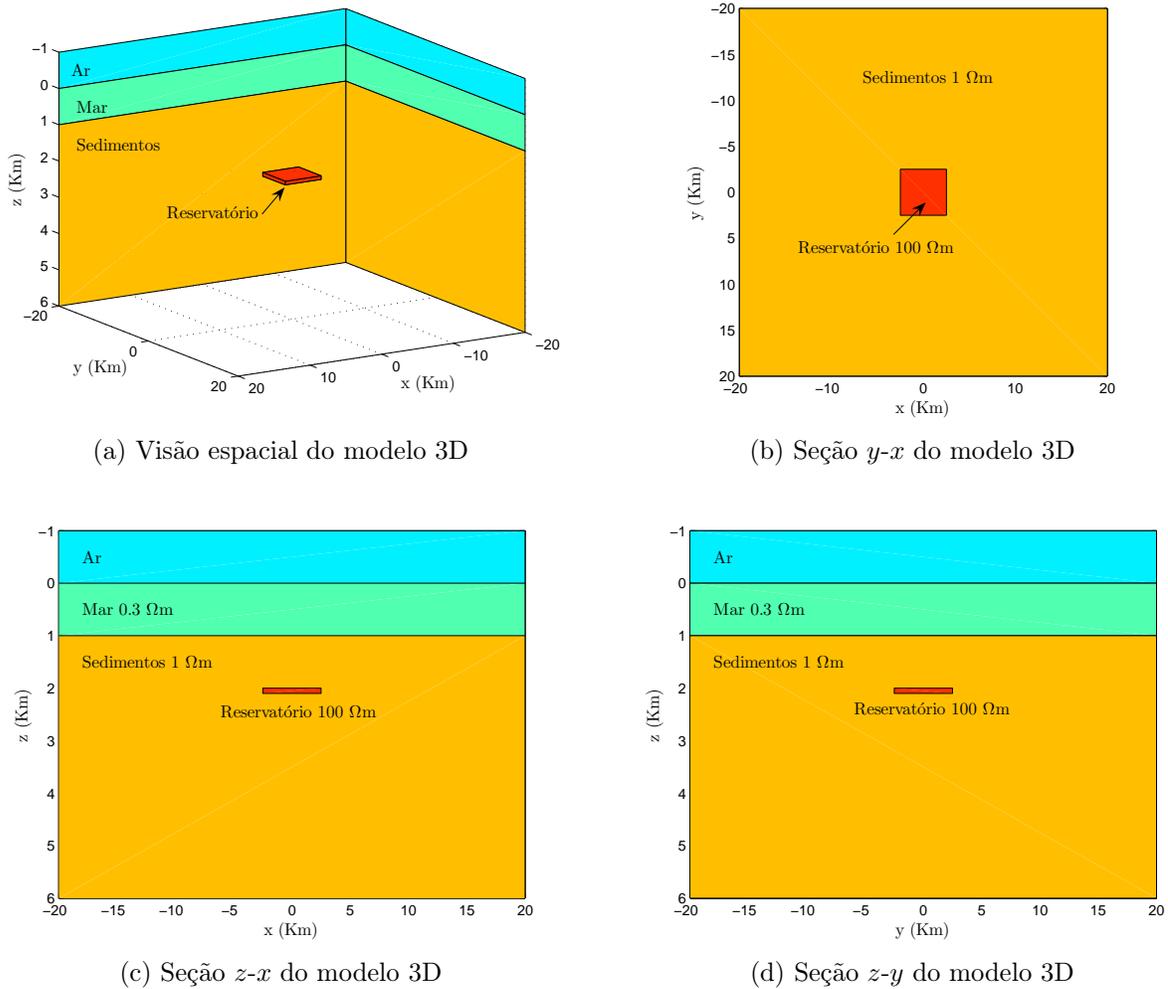
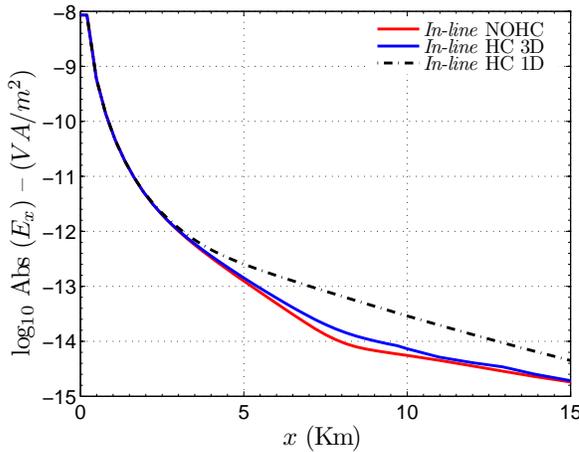
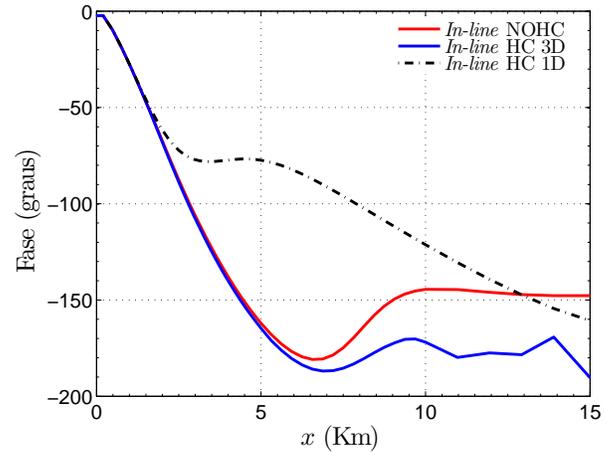


Figura 4.4. Modelo geoeletrico 3D para o experimento 1.  $h = 1\text{Km}$ ,  $w = 5\text{Km}$ ,  $l = 5\text{Km}$  e  $t = 100\text{m}$ : (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y$ - $x$ ; (c) Seção transversal  $z$ - $x$ ; (d) Seção transversal  $z$ - $y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Observamos na Figura 4.4a uma visão volumétrica do reservatório em relação ao meio primário. As seções transversais  $x$ - $y$ ,  $z$ - $x$  e  $z$ - $y$  são apresentadas nas Figuras 4.4b, 4.4c e 4.4d, respectivamente. As respostas *in-line* e *broadside* em amplitude e fase para o experimento 1 estão lustrados nas Figuras 4.5 e 4.6 respectivamente.

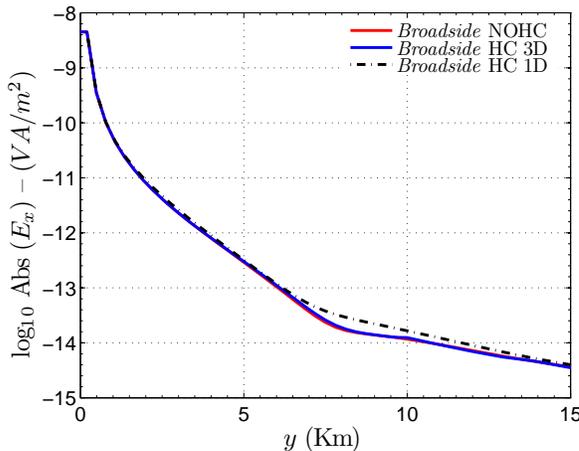


(a) Amplitude *in-line* para o experimento 1.

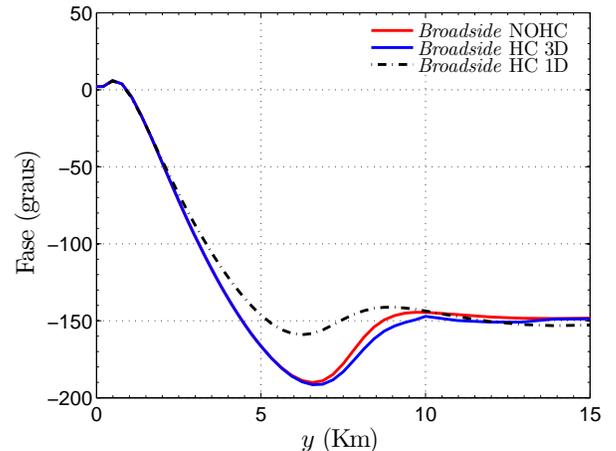


(b) Fase *in-line* para o experimento 1.

Figura 4.5. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *in-line* para o modelo geológico 3D apresentado na Figura 4.4: (a) Amplitude *in-line*; (b) Fase *in-line*. Fonte: elaborado pelo Autor.



(a) Amplitude *broadside* para o experimento 1.



(b) Fase *broadside* para o experimento 1.

Figura 4.6. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *broadside* para o modelo geológico 3D apresentado na Figura 4.4: (a) Amplitude *broadside*; (b) Fase *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

Por estas ilustrações, observamos que para a geometria *in-line* conseguimos distinguir a curva do modelo com reservatório (HC) da curva do modelo de referência (NOHC). Iso, já não é evidenciado pela resposta *broadside*, o que era de se esperar.

No segundo experimento, dobramos o comprimento do reservatório na direção  $y$ , passando de 5 Km para 10 Km, como ilustram as seções  $y$ - $x$  e  $z$ - $y$  nas Figuras 4.7b e 4.7d e deixamos inalterada a largura do reservatório na direção  $x$  em 5 Km. Assim temos, o reservatório com a maior tamanho em  $y$  do que em  $x$ .

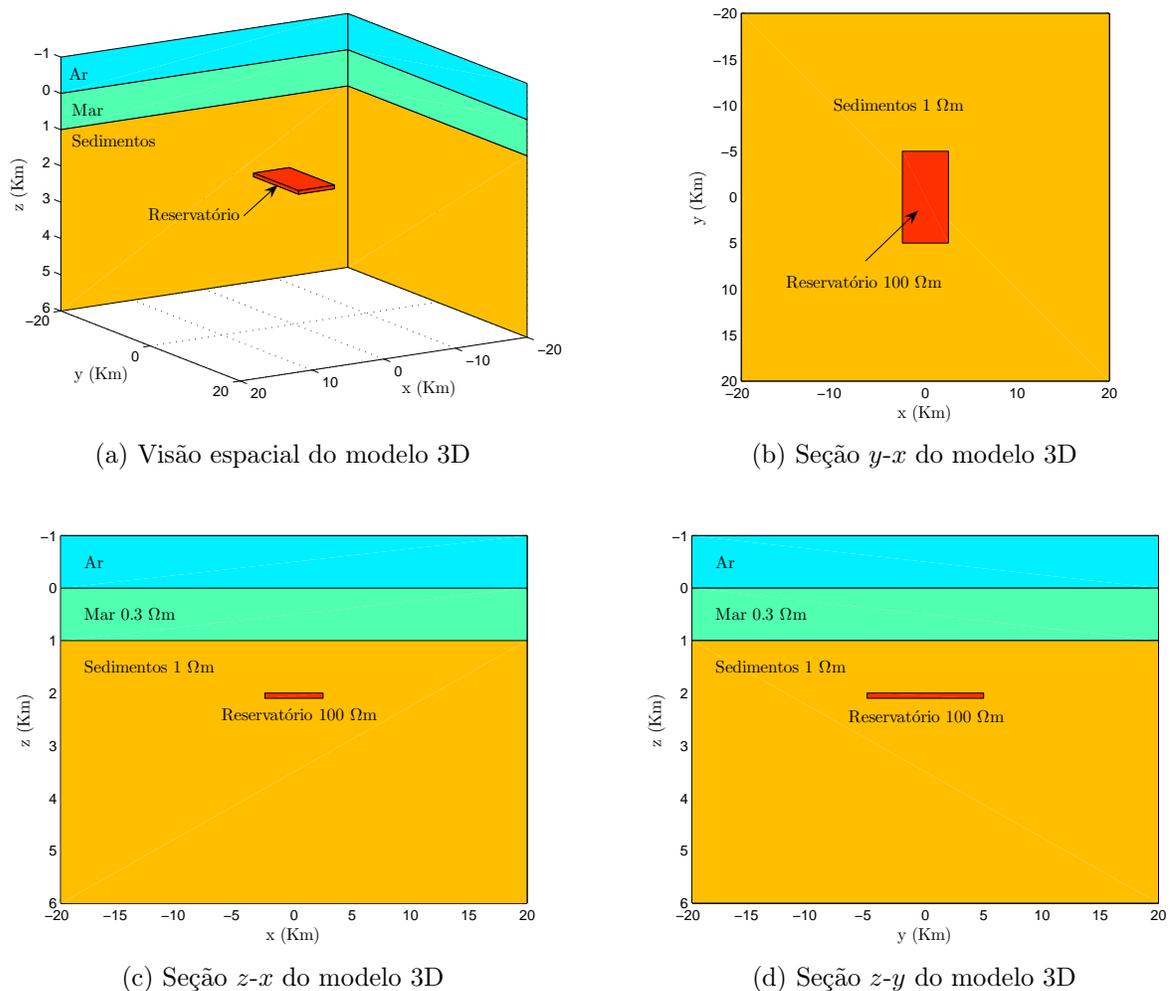


Figura 4.7. Modelo geolétrico 3D para o experimento 2.  $h = 1$  Km,  $w = 5$  Km,  $l = 10$  Km e  $t = 100$  m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y$ - $x$ ; (c) Seção transversal  $z$ - $x$ ; (d) Seção transversal  $z$ - $y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Os resultados do experimento 2 são ilustrados a seguir. Na geometria *in-line* não observamos uma diferença considerável entre as curvas obtidas no experimento 1, Figura 4.5a e Figura 4.5b, e as curvas *in-line* obtidas do experimento 2, Figura 4.8a e Figura 4.8b.

Por sua vez, para a geometria *broadside*, existe uma diferença desprezível entre as respostas do experimento 2, Figura 4.9a e Figura 4.9b e àquelas obtidas no primeiro experimento, Figura 4.6a e Figura 4.6b.

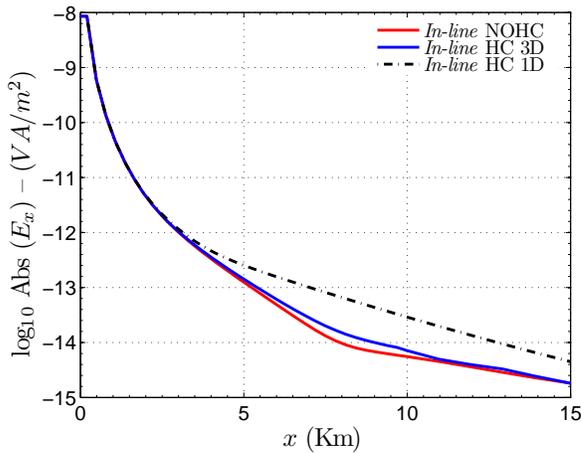
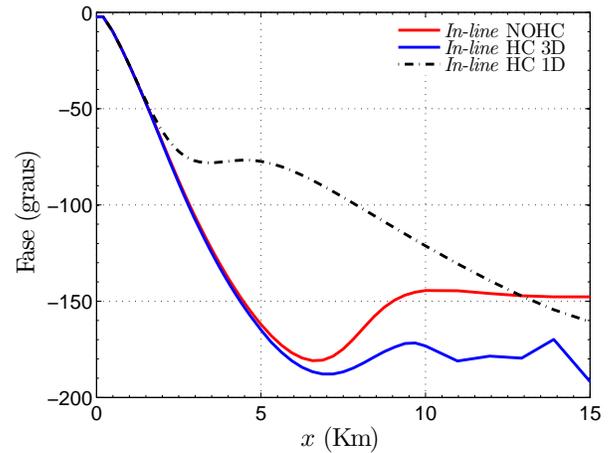
(a) Amplitude *in-line* para o experimento 2.(b) Fase *in-line* para o experimento 2.

Figura 4.8. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *in-line* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.7: (a) Amplitude *in-line*; (b) Fase *in-line*. Fonte: elaborado pelo Autor.

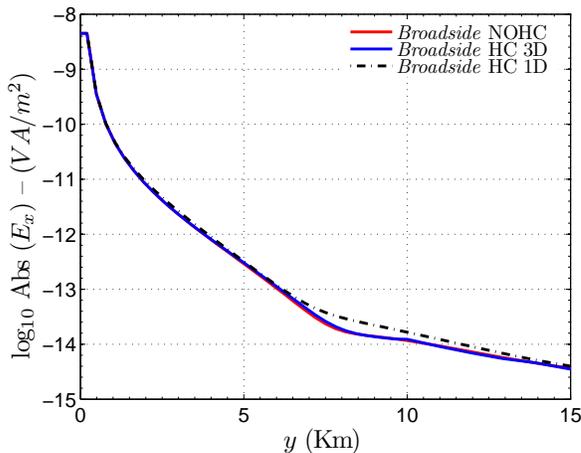
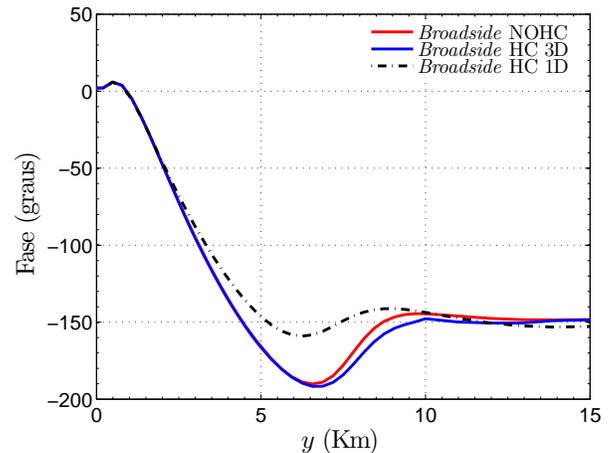
(a) Amplitude *broadside* para o experimento 2.(b) Fase *broadside* para o experimento 2.

Figura 4.9. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *broadside* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.7: (a) Amplitude *broadside*; (b) Fase *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

Para o terceiro experimento fizemos o inverso do que foi modificado no experimento 2, ou seja, aumentamos a largura do reservatório de 5 Km para 10 Km e fixamos o comprimento do reservatório em 5 Km, como ilustra a visão espacial, mostrada pela Figura 4.10a e as seções  $y-x$ ,  $z-x$  e  $z-y$ , apresentadas pelas Figuras 4.10b, 4.10c e 4.10d respectivamente.

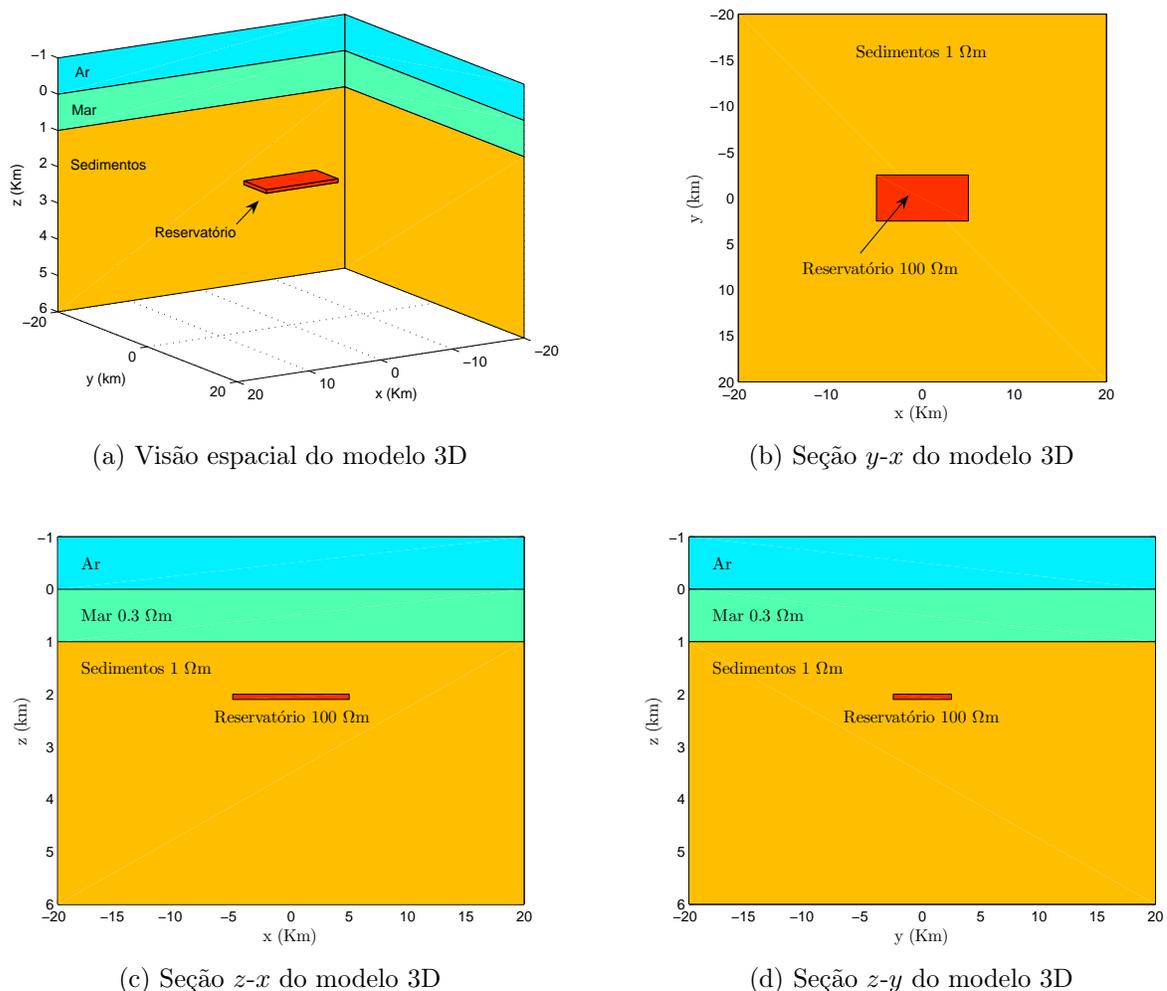


Figura 4.10. Modelo geolétrico 3D para o experimento 2.  $h = 1 \text{ Km}$ ,  $w = 10 \text{ Km}$ ,  $l = 5 \text{ Km}$  e  $t = 100 \text{ m}$ : (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y-x$ ; (c) Seção transversal  $z-x$ ; (d) Seção transversal  $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

O resultado *in-line* para o terceiro experimento está ilustrado pelo par de curvas em amplitude e fase do campo elétrico  $E_x$ , Figuras 4.11a e 4.11b respectivamente. Neste experimento, observamos novamente que a curva com o reservatório (HC), em azul, é praticamente a mesma daquelas obtidas para os dois primeiros experimentos.

A seguir observaremos que a diferença entre as respostas *in-line* obtidas nestes três modelos estudados existe, mas só é visualizada quando as amplitudes do campo elétrico são normalizadas pela amplitude de referência.

Para o caso da geometria *broadside*, as curvas em amplitude, Figura 4.12a, e em fase, Figura 4.12b do modelo com reservatório (HC) apresentam-se extremamente próximas às curvas obtidas para o modelo de referência (NOHC), o que já foi evidenciado para os experimentos 1 e 2 neste tipo de geometria.

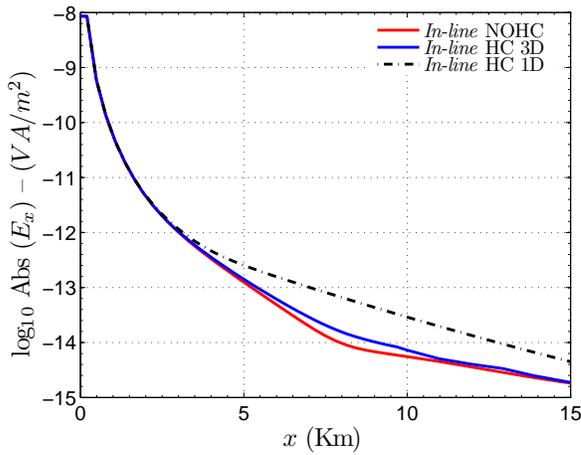
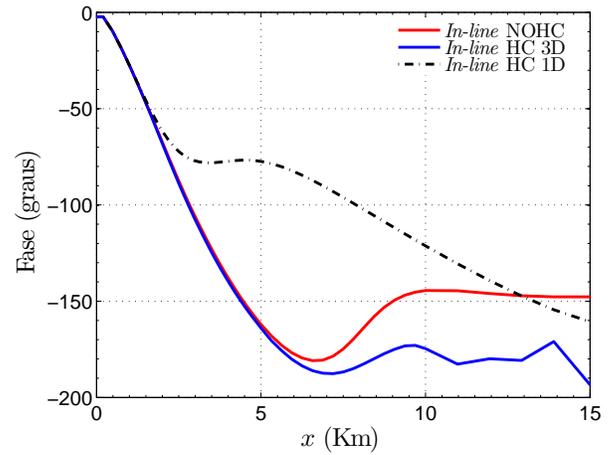
(a) Amplitude *in-line* para o experimento 3.(b) Fase *in-line* para o experimento 3.

Figura 4.11. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *in-line* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.10: (a) Amplitude *in-line*; (b) Fase *in-line*. Fonte: elaborado pelo Autor.

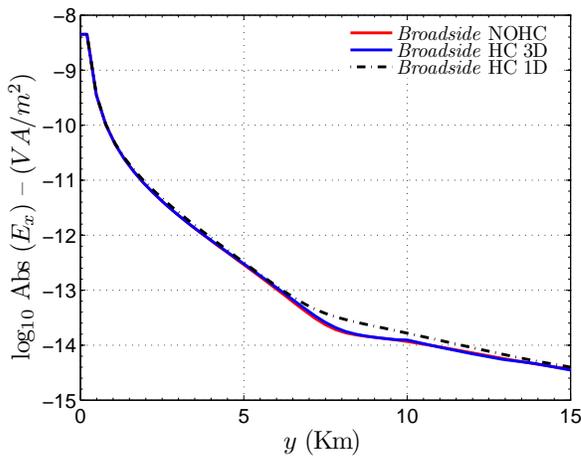
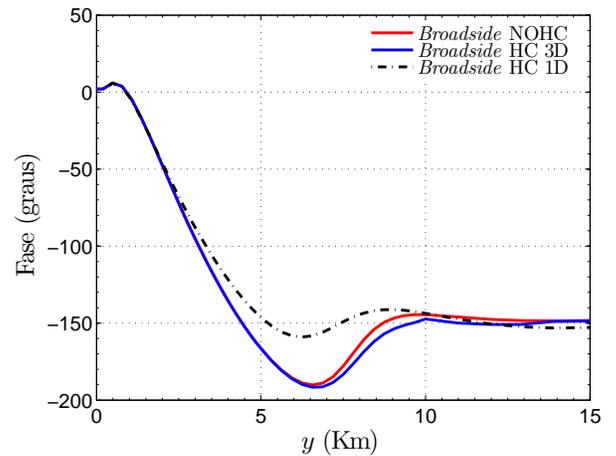
(a) Amplitude *broadside* para o experimento 3.(b) Fase *in-line* para o experimento 3.

Figura 4.12. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *broadside* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.10: (a) Amplitude *broadside*; (b) Fase *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

Para o quarto e último experimento, fizemos tanto a largura quanto o comprimento passarem dos seus 5 Km para 10 Km. Assim, teremos um reservatório com o dobro das dimensões em  $x$  e  $y$  do apresentado no experimento 1. A Figura 4.13 ilustra este reservatório em sua visão tridimensional, Figura 4.13a, na visão em planta, Figura 4.13b e nas suas duas visões laterais, apresentadas pelas Figuras 4.13c e 4.13d.

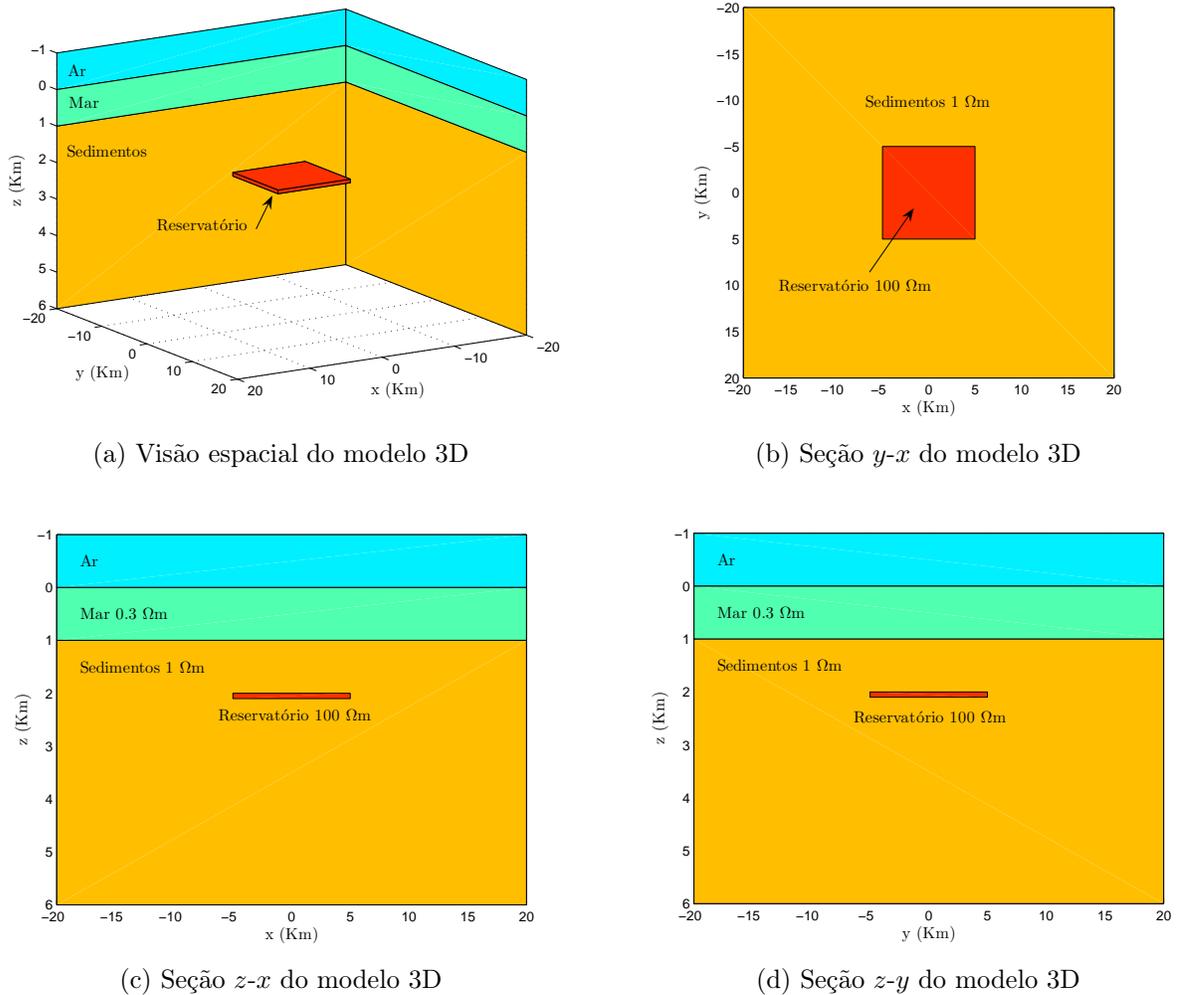


Figura 4.13. Modelo geoeletrico 3D para o experimento 2.  $h = 1 \text{ Km}$ ,  $w = 10 \text{ Km}$ ,  $l = 10 \text{ Km}$  e  $t = 100 \text{ m}$ : (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y-x$ ; (c) Seção transversal  $z-x$ ; (d) Seção transversal  $z-y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

As curvas do campo elétrico  $E_x$  em amplitude e fase para a geometria *in-line*, estão ilustradas nas Figuras 4.14a e 4.14b. Observando esses dois gráficos percebemos que eles são muito próximos aos seus correspondentes do terceiro experimento, Figuras 4.11a e 4.11b. Isto faz sentido uma vez que a largura do reservatório em ambos os casos são as mesmas.

As Figura 4.15a e 4.15b mostram os resultados para a geometria *broadside* do experimento 4. Como era de se esperar o perfil do campo  $E_x$  (HC) está muito próximo ao campo  $E_x$  de referência (NOHC).

Dos quatros experimentos realizados, notamos que os modelos apresentam respostas muito próximas uma das outras. Isto é, para a relação das proporções apresentadas pelas dimensões dos reservatórios, o efeito tridimensional não é aparentemente observado com facilidade.

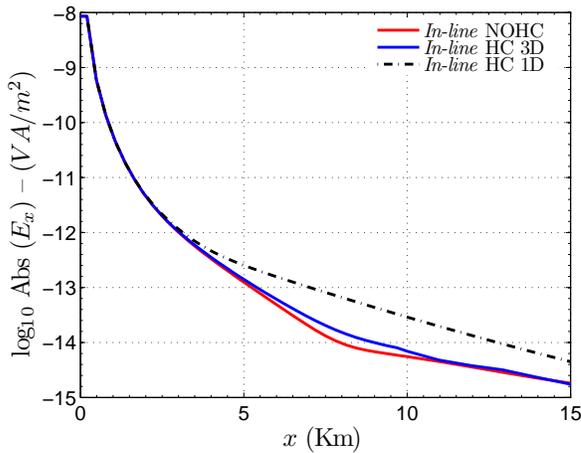
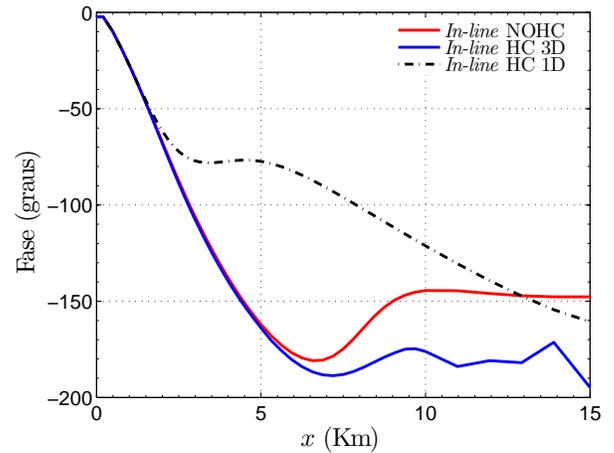
(a) Amplitude *in-line* para o experimento 4.(b) Fase *in-line* para o experimento 4.

Figura 4.14. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *in-line* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.13: (a) Amplitude *in-line*; (b) Fase *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

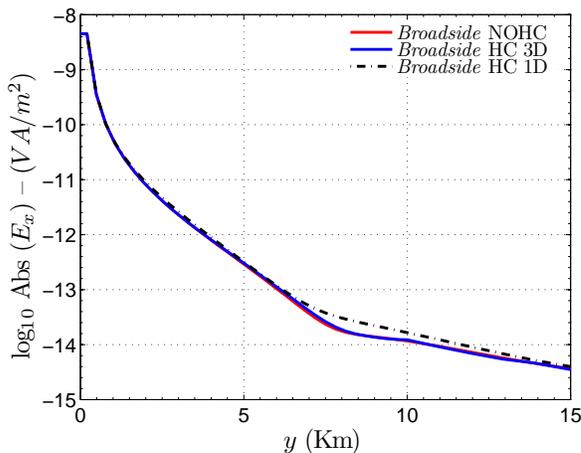
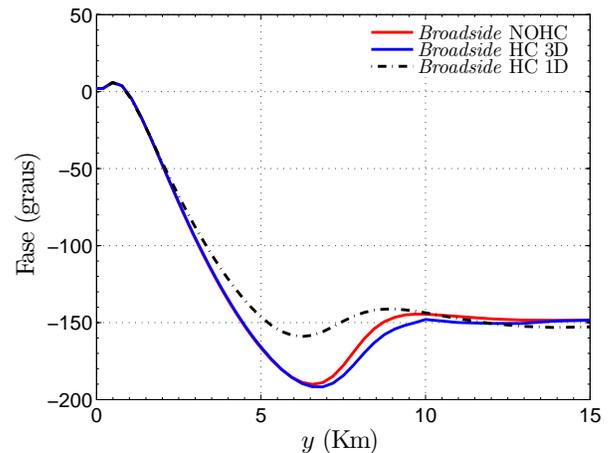
(a) Amplitude *broadside* para o experimento 4.(b) Fase *broadside* para o experimento 4.

Figura 4.15. Respostas em amplitude e fase do campo  $E_x$  na geometria *broadside* para o modelo geolétrico 3D apresentado na Figura 4.13: (a) Amplitude *broadside*; (b) Fase *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

Para a modelagem do MCSEM 3D realizamos quatro experimentos baseados nas combinações das larguras e comprimentos do reservatório. Observamos que o perfil do campo  $E_x$  para a geometria *in-line* apresenta uma diferença bem mais significativa do que a obtida na geometria *broadside*.

No capítulo 2 verificamos anomalias do MCSEM mais facilmente, quando normalizamos

o campo  $E_x$  obtido com a presença do reservatório (HC) pelo o campo  $E_x$  de referência (NOHC). Para o caso 1D esta normalização só é realmente útil quando os modelos são bastantes exigentes, mas para o caso tridimensional ela é obrigatória.

A Figura 4.16 ilustra os campos normalizados para os quatros experimentos realizados anteriormente. A Figura 4.16a mostra os resultados para a geometria *in-line*, enquanto a Figura 4.16b apresenta as normalizações para a geometria *broadside*

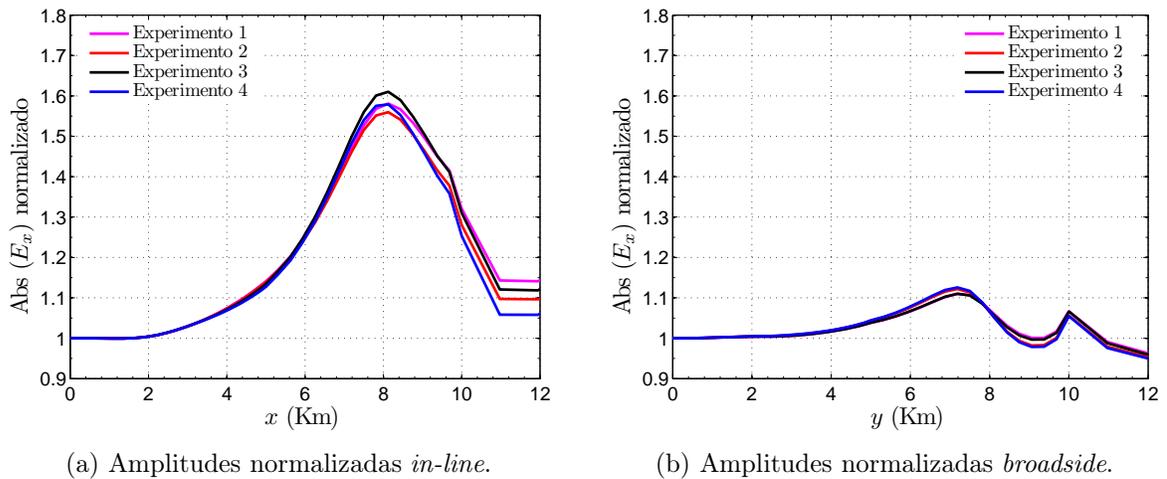


Figura 4.16. Respostas normalizadas *in-line* e *broadside* do campo  $E_x$  para os experimentos 1, 2, 3 e 4: (a) Amplitudes dos campos  $E_x$  *in-line*; (b) Amplitudes dos campos  $E_x$  *broadside*. Fonte: elaborado pelo Autor.

Observamos na Figura 4.16a que as anomalias da geometria *in-line* estão na ordem de 55% a 60% do valor de referência. Teste mostraram que quando o comprimento do reservatório possui em torno de 70% ou mais do valor da largura do reservatório, os campos elétricos medidos *in-line* são praticamente invariáveis, isto quer dizer que para medidas *in-line*, o modelo tridimensional do reservatório se comporta praticamente como um modelo bidimensional. No caso da geometria *broadside*, Figura 4.16b, verificamos que os campos normalizados estão muito próximos uns aos outros e com valores em torno de 10% do valor de referência.

Neste capítulo fizemos a modelagem numérica tridimensional para o problema do MCSEM, já tínhamos alertado da grandeza do problema 3D. Por exemplo, em nossos experimentos, o domínio do modelo foi discretizado em 94 nós na direção  $x$ , 95 nós na direção  $y$  e 65 nós na direção  $z$  totalizando 580.450 nós. Como para cada nó temos 4 graus de liberdade, os 3 potenciais magnéticos mais o potencial escalar, o número total de variáveis a ser solucionado foi igual a  $580.450 \times 4$ , resultando em 2.797.440 variáveis. O tempo de execução do programa foi próximo a 3 horas e meia, em uma máquina Pentium duo core de 3.4 GHz e 6 Gbytes

de RAM na plataforma Windows XP 64 bits. O que mostra a complexidade do problema, mesmo para um simples modelo. Um fato comum nestes experimentos é que a fonte que energiza encontra-se em posicionamento fixo operando numa única frequência. Nós a posicionamos nas coordenadas  $x = 0$ ,  $y = 0$  e  $z = 970\text{ m}$  e a frequência utilizada foi de 0.125 Hz. Se quisermos fazer modelagem para várias posições da fonte ou para várias frequências devemos executar novamente o programa para cada posição ou para cada frequência, o que é um pouco desalentador. Uma maneira de executar o modelagem do MCSEM 3D para vários posicionamentos de fonte e/ou frequência é usar ambiente paralelo de processamento, é o que discutiremos no próximo capítulo.

## 5 O MÉTODO MCSEM 3D USANDO COMPUTAÇÃO PARALELA

### 5.1 APRESENTAÇÃO

Até este momento, a resposta do método MCSEM tem sido analisada para uma única fonte e vários receptores dispostos no fundo oceânico ou equivalentemente, um receptor e vários transmissores. Porém, na prática o levantamento do MCSEM é realizado para um transmissor móvel (EIDESMO et al., 2002), implicando que para cada posição do transmissor teremos medidas distintas dos campos eletromagnéticos no conjunto dos receptores. Esta variação nas medidas é consequência do campo primário excitante, que é função da posição espacial do transmissor. Assim, tomando  $N$  posições para o transmissor teremos  $N$  campos primários, e deveremos fazer  $N$  vezes o modelamento numérico do método MCSEM.

Além da grandiosidade do problema, a característica de fazer  $N$  simulações numéricas nos remete a estratégia de uso de algum tipo de paralelismo computacional ao nosso problema a fim de alcançar um melhor desempenho. Devido necessitarmos executar  $N$  processos para as  $N$  posições da fonte, o caminho mais natural de paralelismo é executar concomitantemente o MCSEM 3D em  $N$  processos independentes. Ou seja, para cada processo teremos uma posição da fonte específica e um modelo numérico associado. Este paralelismo no processo acarretará na diminuição do tempo total de execução. Por exemplo, se o MCSEM 3D leva em torno de 10 horas de processamento serial na execução para 10 posições da fonte, com o paralelismo teríamos idealmente o tempo de processamento reduzido de 10 horas para  $10 \text{ horas}/10 = 1 \text{ h}$ .

Neste capítulo apresentamos o método de paralelismo empregado para o MCSEM 3D para  $N$  fontes. Uma teoria introdutória em computação paralela e MPI (implementação de programação paralela usada nesta Tese) é feita a fim de entendermos a metodologia empregada no nosso paralelismo. Em seguida mostramos os algoritmos e aspectos de implementação da paralelização. Por último os resultados das simulações da modelagem usando computação paralela são apresentados.

### 5.2 A COMPUTAÇÃO PARALELA

Do ponto de vista computacional, paralelismo é uma estratégia em hardware e/ou software, que é utilizada para obter resultados mais rápidos de grandes e complexos processos (tarefas). Um grande processo pode ser executado serialmente, passo a passo, ou, pode ser dividido para ser executado em paralelo. O paralelismo, portanto, é efetuado:

- Dividindo-se um processo, em várias outros processos;
- Distribuindo-se tarefas por entre vários processos, que irão executá-las simultaneamente;
- Coordenar os processos.

Os principais motivos para se usar paralelismo são: aumentar o desempenho (reduzindo o tempo) no processamento, resolver grandes problemas computacionais, fazer uso de um ambiente distribuído para resolução de tarefas e obter ganhos de desempenho.

### 5.2.1 Arquiteturas de Computação Paralela

A classificação das máquinas mais utilizada atualmente foi proposta por Flynn<sup>1</sup>, 1966, (apud PACHECO, 1997). Esta classificação foi elaborada segundo o fluxo de instruções e dados nos processadores e apresenta-se em quatro tipos: SISD, MISD, SIMD e MIMD. As máquinas SISD (single instruction single data) possuem um fluxo de instruções atuando sobre um fluxo de dados, sendo as tradicionais máquinas monoprocessadas. A classe MISD (multiple instruction single data) possui vários fluxos de instruções atuando sobre um fluxo de dados e praticamente o seu uso é inexistente. As divisões SIMD (single instruction multiple data) e MIMD (multiple instruction multiple data) representam as máquinas conhecidas como paralelas, sendo as primeiras com um fluxo de instruções atuando sobre diferentes dados (multiprocessadores/multicomputadores) e a segunda possibilitando múltiplos fluxos sobre dados distintos (máquinas vetoriais). Um dos tipos de multicomputadores que nos últimos anos vem ganhando destaque são as máquinas do tipo Network of Workstation (NOW), que são estações de trabalho em rede. Os agregados de computadores, também conhecidos como *clusters*, são considerados uma evolução das máquinas NOW. Em máquinas tipo *cluster*, podem ser utilizados computadores tradicionais como PCs interligados através de uma rede de comunicação. As principais diferenças das máquinas *cluster* em relação às máquinas NOW são encontradas em nível de software, onde o Sistema Operacional (SO) pode ser configurado retirando os serviços desnecessários, e na rede de comunicação de alto desempenho e baixa latência a fim de obter uma comunicação eficiente.

---

<sup>1</sup>FLYNN, M. Very high-speed computing systems, Proceedings of the IEEE, Vol. 54, pp. 1901-1909, 1966

### 5.2.2 Programação paralela

Na busca por um ganho de desempenho na execução de aplicações (tipicamente redução do tempo de execução), o software tem papel importante, pois é ele que irá comandar o hardware durante o processamento. No caso de grande parte das arquiteturas paralelas, entre elas os agregados de computadores, o desenvolvimento de aplicações paralelas é fundamental, pois caso contrário (se continuarmos a desenvolver aplicações seqüências) o paralelismo disponível em nível de hardware não seria explorado.

Para o desenvolvimento de aplicações paralelas, podemos optar por uma das seguintes alternativas:

- Exploração implícita do paralelismo;
- Exploração explícita do paralelismo.

A exploração implícita do paralelismo é empregada com a utilização de ferramentas automáticas (tipicamente compiladores paralelizantes) que automatizam a criação de binários paralelos. A escrita dos programas pode seguir a mesma metodologia da programação seqüencial, sem a necessidade do programador explicitamente declarar os pontos onde o paralelismo será explorado e nem como isso será realizado. O compilador irá automaticamente detectar os pontos onde é possível uma execução paralela e gerar um código paralelo. Esta técnica é altamente dependente da arquitetura de hardware utilizada (o código paralelo gerado para a máquina A pode não funcionar na máquina B) e da disponibilidade de uma ferramenta para paralelização automática para a linguagem de programação utilizada. A principal vantagem é um possível reaproveitamento de códigos seqüências já existentes. Hoje em dia existem compiladores paralelizantes basicamente para as linguagens Fortran e C, disponibilizados para algumas arquiteturas de máquinas paralelas. A exploração implícita do paralelismo não pode ser considerada uma solução definitiva para a programação paralela pelas seguintes razões (Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho – CENAPAD, 2006).

- Pode não ocorrer à exploração total do paralelismo: as ferramentas tendem a atuar sobre partes restritas do código fonte e a não resolver problemas de dependências de dados, gerando falsas positivas;
- Não são atuantes a qualquer tipo de aplicação: nem todas as aplicações são passíveis de paralelização automática;

- Geram código geralmente menos eficientes: no estágio atual, estas ferramentas não conseguem superar a atividade humana (exploração explícita do paralelismo).

Por outro lado, a exploração explícita do paralelismo força que o programador especifique os pontos onde o paralelismo será explorado e como esta tarefa será realizada. O conjunto destas ações é denominada de programação paralela de aplicações. Ela possibilita a escrita de programas com vários fluxos de execução isolados, que deverão ser executados de forma independente e concomitantemente.

Na programação paralela explícita, preocupações que não eram o centro das atenções na programação seqüencial devem merecer uma maior destaque. São elas:

- Fluxos de execução diferentes: na programação seqüencial existe apenas um fluxo de execução ativo em um determinado momento enquanto que na paralela podem existir vários;
- Dependências de dados: com mais de um fluxo de execução, inclui-se uma possibilidade de um dado não estar pronto para utilizá-lo num determinado momento (ele pode estar sendo processado em outro fluxo de execução). Na programação seqüencial isto é facilmente detectável, porém na paralela não;
- Cooperação: um dos princípios do processamento paralelo é a cooperação entre todas as unidades processadoras para a resolução dos problemas. Esta cooperação deve ser explicitada nos programas;
- Comunicações e sincronizações: a cooperação entre os processos depende de comunicações e sincronizações entre eles.

Para explicitar o paralelismo em programas, são utilizadas diversas formas de estratégias, entre elas destacam-se: Diretivas ao compilador, Linguagens paralelas e bibliotecas para exploração do paralelismo, a seguir apresentamos um resumo dessas estratégias.

Na utilização de diretivas ao compilador, o trabalho de paralelização é dividido entre o compilador e o programador. O programador diz onde poderá ocorrer execução em paralelo e o compilador gera um código para a execução paralela. Sua principal vantagem é a divisão do trabalho. Ela possui como desvantagem a necessidade do compilador reconhecer as diretivas especiais e ter capacidade de paralelização, desta forma a sua utilização é pouco difundida.

Para a escrita de programas paralelos com linguagens paralelas, que é apontada por muitos como o caminho ideal da programação paralela, existe um software projetado especificamente para executar tarefas em paralelo. Sua principal desvantagem é a reduzida utilização das linguagens devido ao baixo número de arquiteturas de hardware disponíveis para sua execução.

O emprego de linguagens de programação tradicionais (C e Fortran) com a utilização de bibliotecas para a exploração do paralelismo é a opção mais difundida atualmente. A grande portabilidade das bibliotecas entre as mais diversas arquiteturas é um grande trunfo para sua elevada utilização. Diversas bibliotecas para a exploração do paralelismo estão disponíveis, merecendo destaque a Parallel Virtual Machine (PVM) e o MPI.

### 5.2.3 Decomposição do problema em paralelo

O primeiro passo no projeto de um algoritmo paralelo é decompor o problema em problemas menores. Então, os problemas menores são designados para os processadores trabalharem simultaneamente. De modo geral, existem dois tipos de decomposição: a decomposição em domínio e a decomposição funcional. Na decomposição em domínio ou paralelismo de dados, os dados são divididos em pedaços de aproximadamente o mesmo tamanho e então mapeado para diferentes processadores. Cada processador trabalha somente sobre a parte do dado que lhe é atribuído. Evidentemente o processo pode necessitar se comunicar periodicamente para troca de dados. Paralelismo de dados fornece a vantagem de manter um simples controle de fluxo. Para a decomposição funcional ou paralelismo em tarefa, o problema é decomposto em um grande número de pequenas tarefas que são atribuídas para cada processador, processadores que terminam rapidamente a sua tarefa são incubidos de mais trabalho. O paralelismo em tarefa é implementado num modelo servidor-cliente. As tarefas são alocadas a um grupo de processos escravos pelo processo mestre, que pode também fazer algumas tarefas. A Figura 5.1 ilustra o modelo servidor-cliente.

O modelo servidor-cliente pode ser implementado virtualmente em qualquer nível num programa. Por exemplo, se quisermos simplesmente executar um programa com múltiplas entradas, a implementação servidor-cliente deve apenas executar múltiplas cópias do código serial, com o servidor designando cada diferente entrada à cada cliente. Este é o caso do paralelismo implementado nesta Tese, onde executaremos o código do MCSEM 3D para cada posição do transmissor móvel (entradas) usando a abordagem paralela do MPI, que será detalhado um pouco mais na próxima seção.

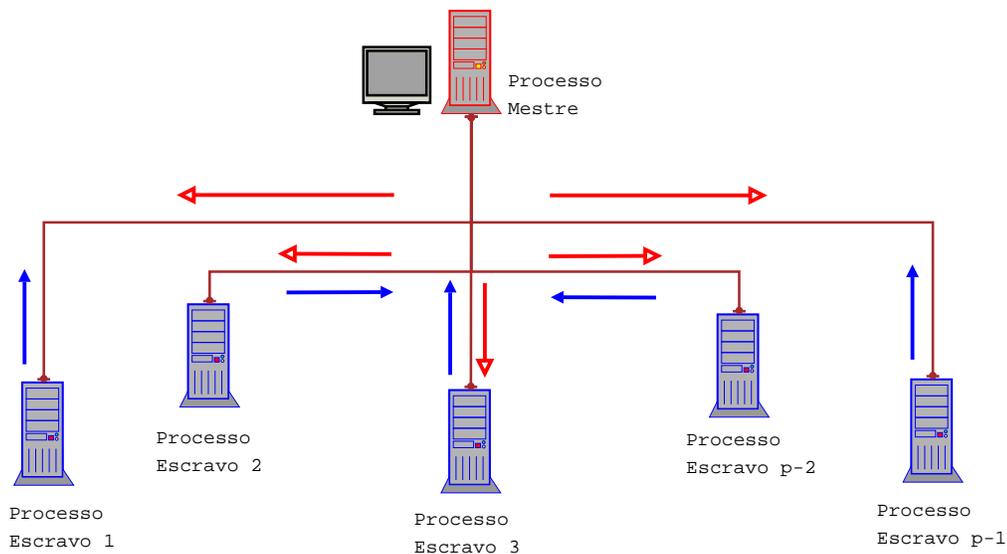


Figura 5.1. Modelo servidor-cliente. Fonte: elaborado pelo Autor.

### 5.3 BASES DO MPI

Historicamente, existem duas aproximações em programação paralela. Elas são

1. Uso de de linguagens de dados paralela baseada em diretivas.
2. Explicitas troca de mensagens (message passing) via bibliotecas de uma linguagem padrão.

Numa linguagem de dados paralela baseada em diretivas, tal como o Fortran de alto performance (HPF) ou OpemMP, um código serial é feito paralelo acrescentando diretivas (que aparece como comentários no código serial) que diz ao compilador como distribuir os dados e o trabalho entre os processadores. Os detalhes de como a distribuição de dados, computação e comunicação são feitos são deixados ao compilador. Linguagens de dados paralelo usualmente são implementados sobre arquiteturas de memória compartilhadas porque o espaço de memória global simplifica a escrita de compiladores.

Na aproximação por troca de mensagens, a programação paralela é deixado ao programador que explicitamente divide os dados e os trabalhos através dos processadores, bem como gerencia a comunicação entre eles. Grande parte das primeiras gerações de máquinas paralelas utilizava a arquitetura de trocas de mensagens, uma vez que ela possuía um menor custo se comparada com a arquitetura de memória compartilhada (multiprocessadores). Neste contexto foram desenvolvidas várias bibliotecas distintas para exploração do paralelismo usando trocas de mensagens. Assim, os fabricantes de máquinas paralelas disponibilizavam bibliote-

cas para trocas de mensagens que funcionavam corretamente em seu hardware, porém eram incompatíveis com as máquinas de outros fabricantes. Muitas das diferenças encontradas nas rotinas para trocas de mensagens eram apenas na sintaxe; entretanto freqüentemente essas diferenças causavam sérios problemas no porte de uma aplicação paralela de uma biblioteca para outra. O MPI foi criado essencialmente para resolver este problema, definindo um conjunto padrão de rotinas para trocas de mensagens que pode ser utilizado para escrever um programa paralelo portátil utilizando C, C++ ou Fortran. Devido ao fato do MPI ser simplesmente uma biblioteca o seu uso em um programa fonte é simplesmente feito pela diretiva `#include <mpi.h>` em C ou `USE MPI` em Fortran.

A biblioteca MPI nada mais é do que um conjunto de funções em C ou subrotinas em Fortran que inserimos no código fonte para fazer comunicação de dados entre processos. A seguir, relacionamos alguns conceitos pertinentes nas comunicações entre os processos e as suas respectivas subrotinas utilizados nos programas paralelos desenvolvidos nesta Tese. Para uma referência completa sobre MPI temos as obras de Pacheco (1997), Snir e Gropp (1998), Groop, Lusk e Skjellum (1999) e Dongarra et al. (2003).

### 5.3.1 Inicializando e finalizando o MPI

Após a inclusão da biblioteca MPI no programa fonte, a inicialização e finalização do ambiente MPI são realizadas através das subrotinas `MPI_Init(ierr)` e `MPI_Finalize(ierr)`, em que `ierr` é um inteiro que retorna o código de erro. Todo programa em MPI deve ter essas duas subrotinas e não necessariamente elas devem aparecer no início do programa. O Programa 5.1 ilustra o uso dessas duas subrotinas.

---

#### Programa 5.1 Inicialização e término do MPI

---

```

Program
Use MPI
Integer :: ierr
Call MPI_Init(ierr)
...
Call MPI_Finalize(ierr)
End Program

```

---

### 5.3.2 Comunicadores

Comunicador é um identificador representando um grupo de processos que podem se comunicar um com os outros. Dentro de cada comunicador, os processos são numerados

consecutivamente, iniciando do zero. Este número de identificação é conhecido como rank do processador naquele comunicador. O nome do comunicador é requerido como argumento para todas as operações ponto a ponto e operações coletivas. O MPI automaticamente fornece um comunicador padrão chamado `MPI_Comm_World`. Ele é o comunicador de todos os processadores. Se necessitamos saber o rank de um processo devemos fazê-lo usando a subrotina `MPI_Comm_Rank(comm, rank, ierr)`, e se desejarmos saber quantos processos são executados pelo comunicador chamamos a subrotina `MPI_Comm_Size(comm, size, ierr)`. Uma aplicação da importância dos comunicadores é dado pelo Programa 5.2, denominado “hello”.

---

### Programa 5.2 Programa “hello”

---

```

Program hello
Use MPI
Integer :: myrank, mysize, ierr
! Início MPI:
Call MPI_Init(ierr)
! Número do meu rank:
Call MPI_Comm_Rank(MPI_Comm_World, myrank, ierr)
! Número total de processadores:
Call MPI_Comm_Size(MPI_Comm_World, mysize, ierr)
If (myrank /= 0) Then
    Write(*,*) , "Processor", myrank, "of", mysize, " :␣Hello!"
End If
! Fim MPI:
Call MPI_Finalize(ierr)
End Program hello

```

---

Quando executado, por exemplo, para 5 processadores a saída no prompt deste programa será, não necessariamente nessa ordem:

```

Processor 1 of 5: Hello!
Processor 2 of 5: Hello!
Processor 3 of 5: Hello!
Processor 4 of 5: Hello!

```

Embora os detalhes do que acontece quando o programa é executado variam de sistema para sistema, os passos essenciais são os mesmos, contanto que executamos um processo sobre cada processador.

Analisando a saída do Programa 5.2, podemos observar:

1. O usuário distribui uma diretiva para o sistema operacional que tem o efeito de colocar uma cópia do programa executável em cada processador.

2. Cada processador começa a executar a cópia do seu programa executável.
3. Diferentes processos podem executar diferentes declarações pelas ramificações dentro do programa basedas no rank do seu processo.

O terceiro item é muito importante. Na maioria das máquinas de programação MIMD, cada processador roda um diferente programa. Entretanto, na prática, isto não é usualmente necessário, e a aparência de que “cada processo executa diferentes programas” é obtido colocando declarações de ramificações dentro de um simples programa. Assim, no programa “hello”, ainda que as declarações executadas pelo processo 0 são essencialmente diferentes daquelas executadas pelos outros processos, nós evitamos escrever distintos programas pela inclusão da declaração de ramificação

```
...
If (myrank /= 0) Then
...

```

Esta forma de programação MIMD é frequentemente chamada de programação *single-program multiple-data* (SPMD). Nesta Tese todos os programas usam o paradigma SPMD (PACHECO, 1997).

### 5.3.3 Mensagem

Antes de falarmos sobre as comunicações entre os processos, é necessário definirmos as características básicas das mensagens trocadas entre eles. Uma mensagem é caracterizada por um “corpo” e por um “envelope”.

O “corpo” da mensagem é descrito por um *buffer* – `buf`, que nada mais é do que uma locação de memória, o *type* – `dtype` que é o tipo de dado do *buffer* e um contador – `count` do número de itens do *buffer*. Em Fortran, o *buffer* é apenas o nome de uma variável, e o endereço da memória alocada está implícito.

De modo geral, no *envelope* temos informações sobre o destino da mensagem – `dest`, da fonte da mensagem – `send`, do comunicador do processo – `comm`, de variável de *status* que indica se a mensagem foi devidamente recebida e de retorno de código de erro – `ierr`.

### 5.3.4 Comunicação ponto a ponto

A operação de comunicação elementar em MPI é a comunicação “ponto a ponto”, é a comunicação direta entre dois processos, sendo que um envia e outro recebe a mensagem. As

duas subrotinas básicas na comunicação ponto a ponto são `MPI_Send` e `MPI_Recv` e suas chamadas são feitas como mostra o fragmento do Programa 5.3

---

### Programa 5.3 Comunicação ponto a ponto em MPI

---

```

Program
Use MPI
Call MPI_Init(ierr)
...
MPI_Send(buf, count, dtype, dest, tag, comm, ierr);
...
MPI_Recv(buf, count, dtype, source, tag, comm, status, ierr);
...
Call MPI_Finalize(ierr)
End Program

```

---

#### 5.3.5 Comunicação coletiva

Anteriormente, vimos que a comunicação ponto a ponto envolve dois processos de cada vez, se quisermos fazer comunicação com mais de dois processos devemos usar processos de comunicação coletiva. A subrotina coletiva que mais usamos em nossos códigos é a `MPI_Bcast`, apresentada a seguir.

---

### Programa 5.4 Comunicação coletiva `MPI_Bcast`

---

```

Program
Use MPI
Call MPI_Init(ierr)
...
Call MPI_Bcast (send_buffer, send_count, send_type, rank, comm)
...
Call MPI_Finalize(ierr)
End Program

```

---

A subrotina `MPI_Bcast` habilita fazermos uma cópia de dados da memória de um processo raiz para as mesmas locações de memória de outros processadores. Este tipo de comunicação é extremamente importante para o nosso problema, visto que, existem variáveis comuns a todos os processos como, por exemplo, as variáveis que definem a malha.

Uma outra subrotina coletiva importante em processos multi-tarefas, é a subrotina de sincronização `MPI_Barrier`. Essa subrotina bloqueia os processo até todos os processos terem sido chamados pela subrotina `MPI_Barrier`. Quando `MPI_Barrier` retorna estão sincronizados.

Após termos contato com algumas subrotinas da biblioteca MPI de nosso interesse, podemos implementar os nossos código em paralelo, e para isto começaremos com a paralelização do *problema teste*. Após o desenvolvimento e experimentos deste código podemos aplicá-lo com maior segurança ao MCSEM 3D.

#### 5.4 PARALELIZANDO O PROBLEMA TESTE

Na última seção vimos algumas descrições das subrotinas MPI que serão utilizadas em nosso código de paralelismo. Logicamente, a biblioteca MPI apresenta um número bem maior de subrotinas, mas para o nosso objetivo essas são suficientes. Nesta seção, implementaremos o código paralelo do *problema teste* devido este ser um problema simples e de fácil controle. Após o código ser testado faremos as modificações pertinentes à implementação paralela do MCSEM 3D. Esta metodologia é semelhante àquela desenvolvida nos capítulos 3 e 4.

O objetivo do *problema teste* é calcular a solução numérica por meio dos elementos finitos para a seguinte equação

$$\nabla^2 u - \tau^2 u = f \quad (5.1)$$

em que  $\nabla^2$  é o operador laplaciano,  $\tau^2 = \alpha + i\beta$  é uma constante complexa e o termo fonte  $f$  é dado por

$$f(x, y, z) = - [3\tau^2 + (\alpha/\beta)^2] \text{sen}(\tau x) \cos(\tau y) e^{i\frac{\alpha}{\beta}z}. \quad (5.2)$$

Observamos que para a equação do termo fonte, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  são escolhidos livremente. A idéia do paralelismo é executar um código paralelo para vários  $\alpha$ 's e  $\beta$ 's. O Programa 5.5 mostra como usamos o paradigma servidor cliente para este caso.

Como as entradas só podem ser feitas para o processador raiz, que no MPI é identificado por rank 0, esse nó envia os parâmetros de entrada aos outros nós do processo. Isto pode ser feito através das duas funções `sendfrom_pr0` e `recvfrom_pr0` apresentadas no Programa 5.5. Neste, verificamos que os valores de  $\alpha$ 's e  $\beta$ 's estão armazenados em vetores e seus componentes são enviados pelo processo 0 para os demais `my_proc-1`, onde `my_proc` é o número total de processadores envolvidos.

---

**Programa 5.5** Enviando e recebendo dados
 

---

```

Function sendfrom_pr0 Result(srderr)
Implicit None
Integer      :: srderr
If (my_rank==0) Then
  ierr=get_dataINPUT();
  Do dest=1,my_proc-1
    tag=0;
    Call MPI_Send(vec_alpha(dest),1,MPI_Double_Precision,&
                  dest,tag,MPI_Comm_World,srderr);

    tag=1;
    Call MPI_Send(vec_beta(dest),1,MPI_Double_Precision,&
                  dest,tag,MPI_Comm_World,srderr);

  End Do
End If
End Function sendfrom_pr0
Function recvfrom_pr0 Result(srderr)
Implicit None
Integer      :: srderr
If (my_rank /=0 ) Then
  tag=0;
  Call MPI_Recv(alpha,1,MPI_Double_Precision,source,&
                tag,MPI_Comm_World,status,srderr);

  tag=1;
  Call MPI_Recv(beta,1,MPI_Double_Precision,source,&
                tag,MPI_Comm_World,status,srderr);

  Call Allocate_data_mesh();
End If
End Function recvfrom_pr0

```

---

Após enviarmos os  $\alpha$ 's e  $\beta$ 's aos seus processadores via uma comunicação ponto a ponto, podemos enviar as entradas que são comuns a todos os processos usando comunicação coletiva. O Programa 5.6 mostra esse processo através da subrotina `MPI_Bcast`, que envia as variáveis `ntetra_hex`, `toler` e `n_source` do processador raiz para todos os demais processadores pertencentes ao comunicador padrão do MPI, o `MPI_Comm_World`. A variável `ntetra_hex` indica se os hexaedros da malha 3D são formados por 5 ou 6 tetraedros, já a variável `toler` é a tolerância da convergência do gradiente biconjugado na solução do sistema linear, tipicamente seu valor é de  $10^{-12}$ . A variável `n_source` é apenas um indicador do número total de processos, que é repassado a todos os processadores do comunicador.

O mesmo procedimento é realizado para as variáveis que controlam a construção da malha. As variáveis `N_divx`, `N_divy` e `N_divz` representam o número total da discretização nas coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ . A variável `NUnknowns` significa o número total de incógnitas do sistema linear.

Num problema tridimensional, a discretização da malha deve ser flexível, afim de comportar mais racionalmente a memória utilizada. No trecho do Programa 5.6, as variáveis `grupo_divx`, `grupo_divy` e `grupo_divz` representam o número de grupos em que as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  estão divididos, para este problema, usamos apenas 1 grupo para cada coordenada. Com isso, `intf_coordx`, `intf_coordy` e `intf_coordz` que descrevem as interfaces desse grupos serão formadas pelos pontos que limitam os domínios em  $x$ ,  $y$  e  $z$ , ou seja, o vetor  $[0 \ 1]$ .

---

### Programa 5.6 Enviando dados coletivos

---

```

...
! Número de tetraedros formadores dos hexaedros.
Call MPI_Bcast(ntetra_hex,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);
! Tolerância da solução numérica do sistema.
Call MPI_Bcast(toler,1,MPI_Double_Precision,0,MPI_Comm_World,mpierr);
! Número total de alpha's e beta's
Call MPI_Bcast(n_source,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);
! Variáveis da construção da malha
Call MPI_Bcast(N_divx,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(N_divy,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(N_divz,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(NUnknowns,1,MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,mpierr);

Call MPI_Bcast(grupo_divx,Size(grupo_divx),MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,
  mpierr);
Call MPI_Bcast(grupo_divy,Size(grupo_divy),MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,
  mpierr);
Call MPI_Bcast(grupo_divz,Size(grupo_divz),MPI_Integer,0,MPI_Comm_World,
  mpierr);

Call MPI_Bcast(intf_coordx,Size(intf_coordx),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(intf_coordy,Size(intf_coordy),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(intf_coordz,Size(intf_coordz),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);

Call MPI_Bcast(fat_geomx,Size(fat_geomx),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(fat_geomy,Size(fat_geomy),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);
Call MPI_Bcast(fat_geomz,Size(fat_geomz),MPI_Double_Precision,0,
  MPI_Comm_World,mpierr);
...

```

---

Em nosso algoritmo, temos a facilidade de discretizar regularmente ou não cada grupo de coordenada. As variáveis `fat_geomx`, `fat_geomy` e `fat_geomz` controlam se as discretizações no domínio são regulares ou não. Para a simulação do *problema teste* usamos uma

discretização regular para as três coordenadas.

É importante dizer que, todas as variáveis da construção da malha foram primeiramente calculadas no nó 0 e depois enviadas para os demais processos, aliviando, deste modo, a carga computacional nos nós que efetivamente resolverão o código numérico.

Após as entradas para cada processo terem sido enviadas via mensagem ponto a ponto ou coletiva, o processamento do *problema teste* é executado em cada nó com os seus resultados enviados ao processador 0, como ilustra o Programa 5.7, em que a comunicação ponto a ponto é novamente utilizada.

---

#### Programa 5.7 Recebendo dados dos processos

---

```

Subroutine get_result()
Implicit None
Integer :: j,grerr
  If (my_rank==0) Then
    Allocate(buffer_result(NUnknowns*n_source), STAT=grerr)
    buffer_result=(0.d0,0.d0);
  End If
  If(my_rank /=0) Then
    tag=3;
    Call MPI_SEND(sol(1:NUnknowns),NUnknowns,MPI_DOUBLE_COMPLEX,&
      0,tag,MPI_COMM_WORLD,grerr);

  End If
  If(my_rank==0) Then
    tag=3
    Do source=1,n_source
      j=(source-1)*NUnknowns+1;
      Call MPI_RECV(buffer_result(j:NUnknowns*source),&
        NUnknowns,MPI_DOUBLE_COMPLEX,source,&
        tag,MPI_COMM_WORLD,status,grerr);

    End Do
  End If
End Subroutine get_result

```

---

#### 5.4.1 Resultados

O *cluster* disponível para os nossos experimentos possui 11 nós, cada um contendo 2 processadores e 2 Gbytes de RAM num ambiente Linux *Red Hat*. Como a memória disponível por nó é relativamente baixa, podemos executar modelos de pequenos a médio porte.

O objetivo de usarmos o *problema teste* é verificar o código paralelo desenvolvido, que será a base para o paralelismo do MCSEM 3D. Em nosso experimento para o *problema teste* as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  variam de 0 a 1 e são discretizadas em 31 pontos. Os resultados em perfis em  $z$  para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$  de dois processos estão ilustrados abaixo pela Figura 5.2.

O número total de processos executados foi igual a 11 e os valores dos vetores de entrada que representando os  $\alpha$  e  $\beta$  foram dados por:  $\alpha = 2, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 5$  e  $7$  e  $\beta = -1, 1, 2, 3, -2, 4, 1, 3, 5$  e  $7$ . Como observamos a Figura 5.2, a solução e o erro entre os valores numérico e exato quando  $\alpha = 2$  e  $\beta = -1$  foram muito bons como ilustram as Figuras (5.2a) e (5.2b). Resultado também conseguido para  $\alpha = 2$  e  $\beta = 1$  mostrados pelas Figuras (5.2c) e (5.2d).

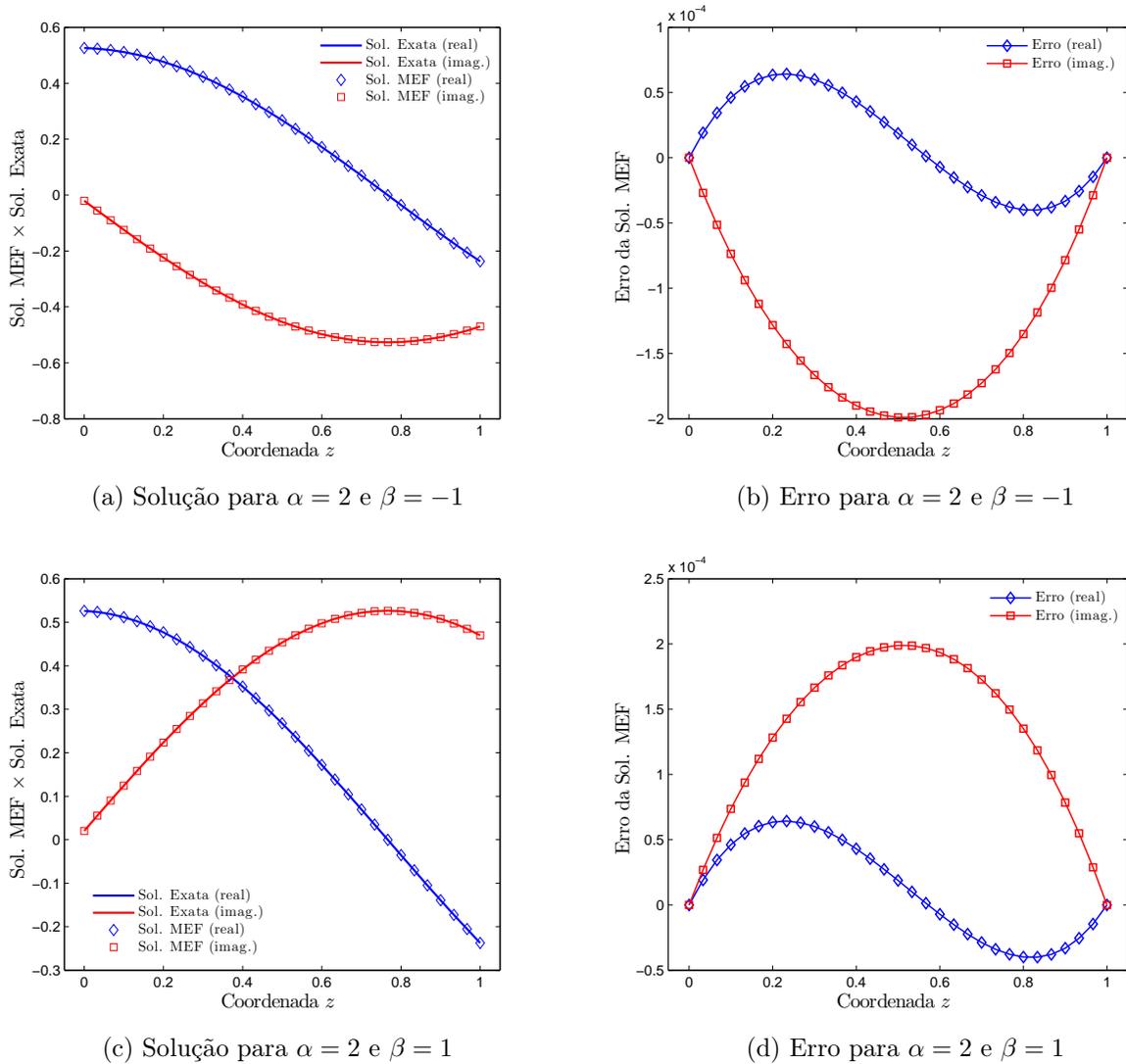


Figura 5.2. Comparações entre as soluções exatas e numéricas do *problema teste* para  $x = 0.5$  e  $y = 0.5$ , obtidos em processamento paralelo. Fonte: elaborado pelo Autor.

Para compilarmos os programas em MPI, usamos a diretiva `mpif90`, Se todos os arquivos fontes estivessem no formato fixo (`.for`), deveríamos usar a diretiva `mpif77`. Após a compilação e a geração do arquivo executável, por exemplo `toy.x`. podemos executá-lo usando o seguinte comando no “prompt” do terminal :

```
[victor@adm paralelo]$ mpirun -np 11 toy.x.
```

Esta diretiva diz que o MPI deve ser executado em 11 nós. Para o nó 0, o nó administrador, os cálculos não são computados. Isto é feito através de uma simples tomada de decisão, como ilustra o fragmento de Programa 5.8.

---

**Programa 5.8** Execução dos programas para os processos de 1 a  $np-1$

---

```

...
If(my_rank /= 0)Then
  Call set_mesh_fem();
  Call set_matrix_ls();
  Call Solve();
  Call deallocate_ls();
End If
...

```

---

Após a execução do programa em cada processo devemos sincronizar os resultados a fim de enviar os resultados para o nó 0, que é o nó acessível aos arquivos de saída. A sincronização é feita pela chamada da subrotina `Call MPI_Barrier(MPI_Comm_World, mpierr)`, e o envio deve ser feito através de uma comunicação ponto a ponto.

## 5.5 O MCSEM 3D PARALELIZADO

Na seção precedente, estudamos o paralelismo do *problema teste*, verificamos passo a passo os principais pontos e estratégias usadas na paralelização seguindo o paradigma cliente servidor. Nesta seção, vamos aplicar essas estratégias na paralelização do MCSEM 3D. Ressaltando que devido a complexidade do problema MCSEM 3D e das limitações de memória do *cluster* (2 Gbytes/nó) usado em nossos experimentos os modelos apresentados serão mais restritos em suas dimensões.

Uma característica dos modelos de reservatório apresentados no capítulo anterior é que as respostas *in-line* foram muito semelhantes. Isso se deve a fato das dimensões da largura e comprimento do reservatório serem equivalentes em escala. Afim de analisarmos o paralelismo e oportunamente modelos de reservatórios com maior disparidade em suas proporções, executaremos dois tipos de experimentos.

Para o primeiro experimento, o modelo de reservatório possui uma proporção entre a largura horizontal e comprimento de 4.8 : 1, como ilustra a Figura 5.3.

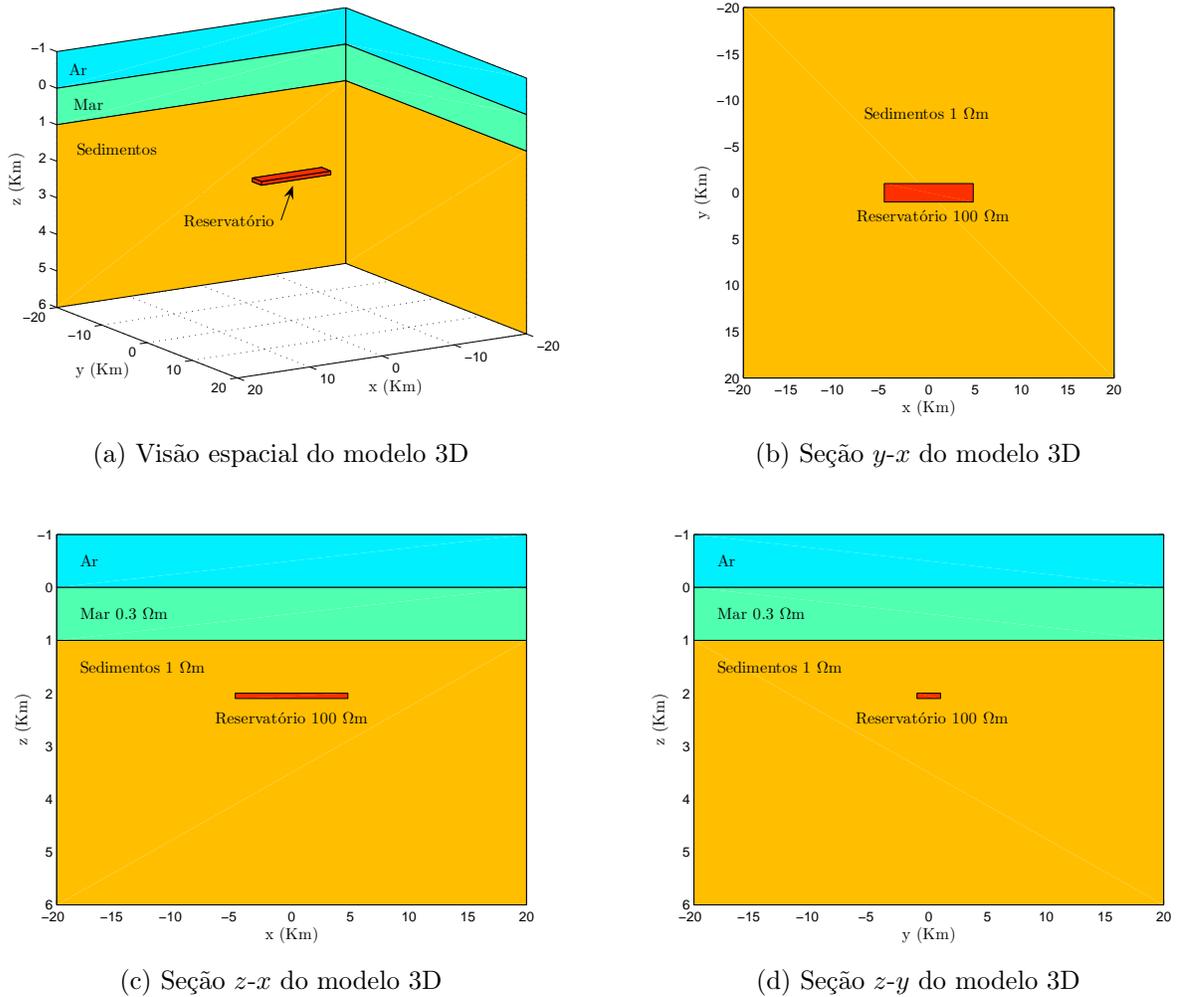


Figura 5.3. Modelo geolétrico 3D para o experimento 2.  $h = 1$  Km,  $w = 9.6$  Km,  $l = 2$  Km e  $t = 100$  m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y$ - $x$ ; (c) Seção transversal  $z$ - $x$ ; (d) Seção transversal  $z$ - $y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

Este modelo de reservatório é o que chamamos de modelo “genuinamente 3D”, uma vez que as suas dimensões são bem diferentes entre si  $w = 9.6$  Km,  $l = 2$  Km e  $t = 100$  m.

O paralelismo do problema foi feito para este modelo em 7 nós, que representa 7 posições de fonte do tipo dipolo elétrico horizontal (DEH), ou equivalentemente 7 posições de receptores, numeradas de 1 a 7, todos operando na mesma frequência de 0.125 Hz.

Os dados de entrada, tal como no *problema teste*, foram feitas no administrador (nó 0) e depois espalhados a outros processos através da subrotina `MPI_Bcast`, assim como os parâmetros da malha de elementos finitos. Já as posições dos dipolos foram passadas aos sete nós através da comunicação ponto a ponto.

A Figura 5.4 ilustra as resposta obtidas em amplitude de  $E_x$  para esse arranjo de fontes. Os sete dipolos elétricos estão simetricamente posicionados em  $x = -7.5$  Km,  $x = -5$  Km,  $x = -2.5$  Km,  $x = 0$  Km,  $x = 2.5$  Km,  $x = 5$  Km e  $x = 7.5$  Km, todos na mesma profundidade de  $z = 970$  m. As coordenadas em  $y$  para todos os sete dipolos horizontais são iguais a 0 Km.

Os posicionamentos dos dipolos foram escolhidos de tal modo a evitar pontos de singularidades nos cálculos dos campo elétricos primários. Para efeito de comparação entre as curvas NOHC e HC, a resposta do modelo de referência para o dipolo central, DEH 4, é mostrada pela curva tracejada em preto.

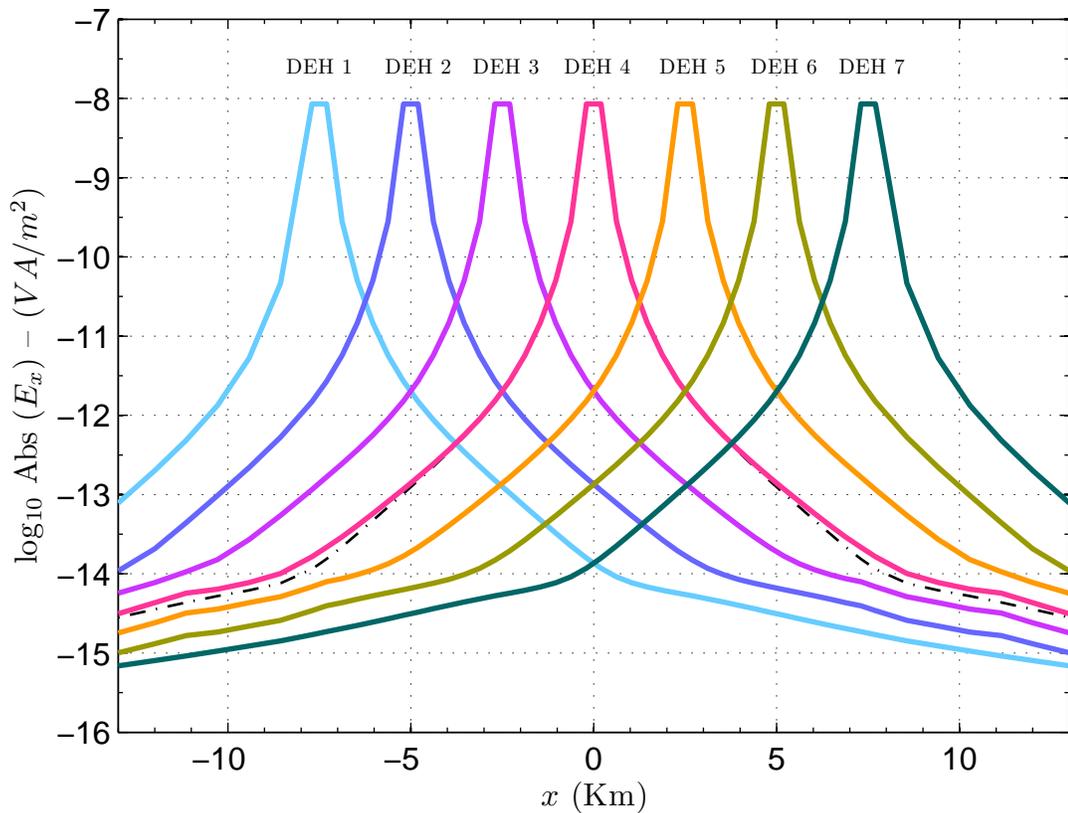


Figura 5.4. Resposta em amplitude de  $E_x$  *in-line* para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.3. Fonte: elaborado pelo Autor.

As respostas do campo  $E_x$  normalizadas pelos seus respectivos campo primário são apresentadas pela Figura 5.5. Observamos nessa figura, que a curva normalizada para os dipolos elétricos 1 e 7 estão próximos a 1. Isto quer dizer que as fontes estão tão distantes do reservatório que as suas energias atenuadas não são capazes de detectar o alvo. Vemos também que as anomalias produzidas pelos dipolos 5 e 3 são maiores do que a conseguida para o dipolo

central, DEH 4. Presume-se que isto ocorra devido as fontes 5 e 3 “iluminarem” uma parte maior do reservatório do que a fonte central. Visto que, para a fonte central a região do sinal dominada pela onda direta entre o transmissor e os receptores é maior do que para as fontes 5 e 3. Este um resultado interessante que merece maiores análises e testes, mas foge o enfoque desta Tese. Também, observamos nas partes finais das curvas um comportamento não suave dos gráficos. A razão para isso, é que nesta região a malha é pouco discretizada, o que afeta a precisão das derivadas numéricas dos potenciais secundários. Esta limitação é decorrente da memória RAM de cada nó do *cluster* (2 Gbytes).

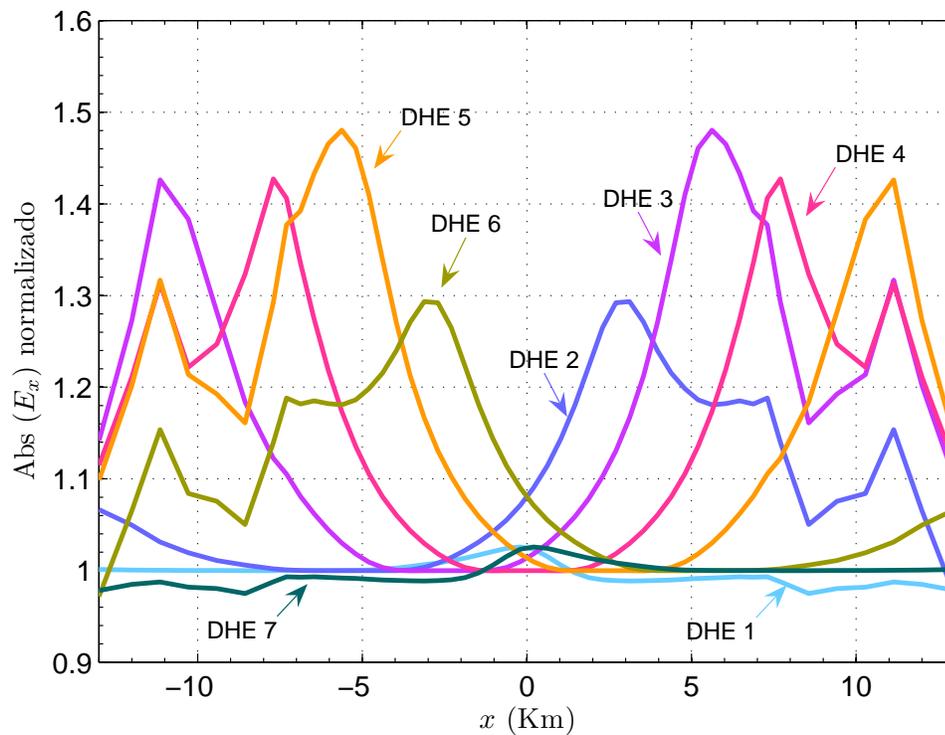


Figura 5.5. Amplitudes normalizadas para a configuração *in-line* para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.3. Fonte: elaborado pelo Autor.

No primeiro experimento, implementamos o MCSEM 3D em paralelo e analisamos as respostas das curvas *in-line* para um modelo de reservatório muito fino em seu comprimento comparado à sua largura horizontal, foi o que chamamos de modelo genuinamente 3D.

Agora, neste segundo experimento, voltaremos a um modelo de reservatório com a largura horizontal muito próximo ao seu comprimento, semelhante aos modelos apresentados no capítulo 4. A Figura 5.6 ilustra esta situação, em que o reservatório apresenta 9.6 Km de largura horizontal, 10 Km de comprimento e espessura de 100 m. O motivo do reservatório ter

9.6 Km de largura e não 10 Km é que temos dois transmissores em  $x = -5$  Km e  $x = 5$  Km. Como mencionado anteriormente, isso ocasionaria singularidades nos cálculos dos campos elétricos primários. Visto que as respostas para esses dois casos (9.6 Km e 10 Km) são muito próximas, decidimos não alterar a geometria do reservatório e assim podermos comparar a resposta *in-line* do campo elétrico desse modelo com a resposta obtida para modelo do primeiro experimento (modelo genuinamente 3D).

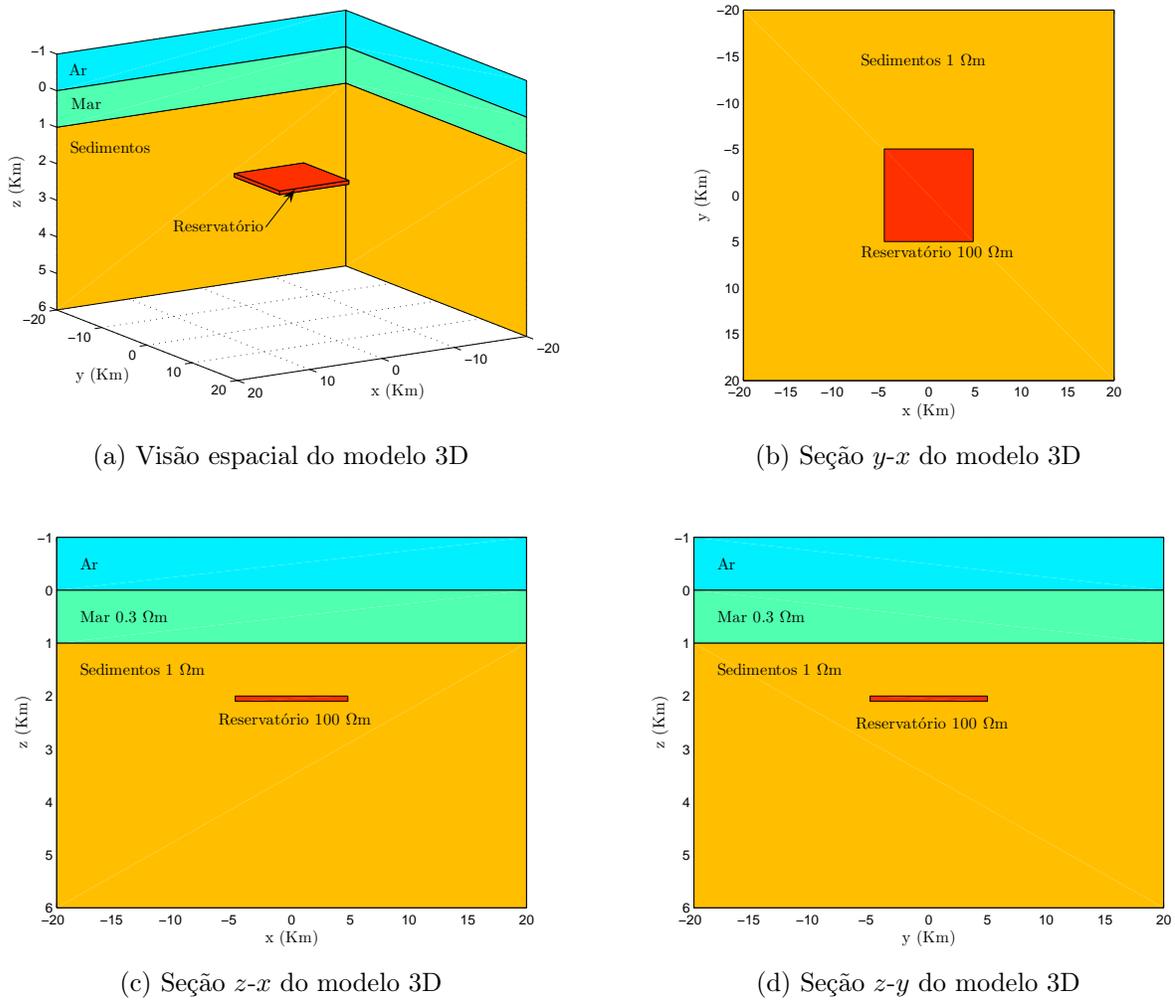


Figura 5.6. Modelo geolétrico 3D para o experimento 2.  $h = 1$  Km,  $w = 9.6$  Km,  $l = 2$  Km e  $t = 100$  m: (a) Visão volumétrica; (b) Seção transversal  $y$ - $x$ ; (c) Seção transversal  $z$ - $x$ ; (d) Seção transversal  $z$ - $y$ . Fonte: elaborado pelo Autor.

A Figura 5.7 apresenta os resultados em amplitudes de  $E_x$  na geometria *in-line* para o modelo geolétrico mostrado na Figura 5.6. A execução paralela deste experimento foi também para sete transmissores, e as posições dos dipolos elétricos estão simetricamente em relação ao reservatório e se mantiveram inalteradas em relação ao experimento 1.

Do mesmo modo que fizemos no experimento 1, apresentamos a curva do campo  $E_x$  de referência (curva tracejada em preto) para a fonte central – DEH 4.

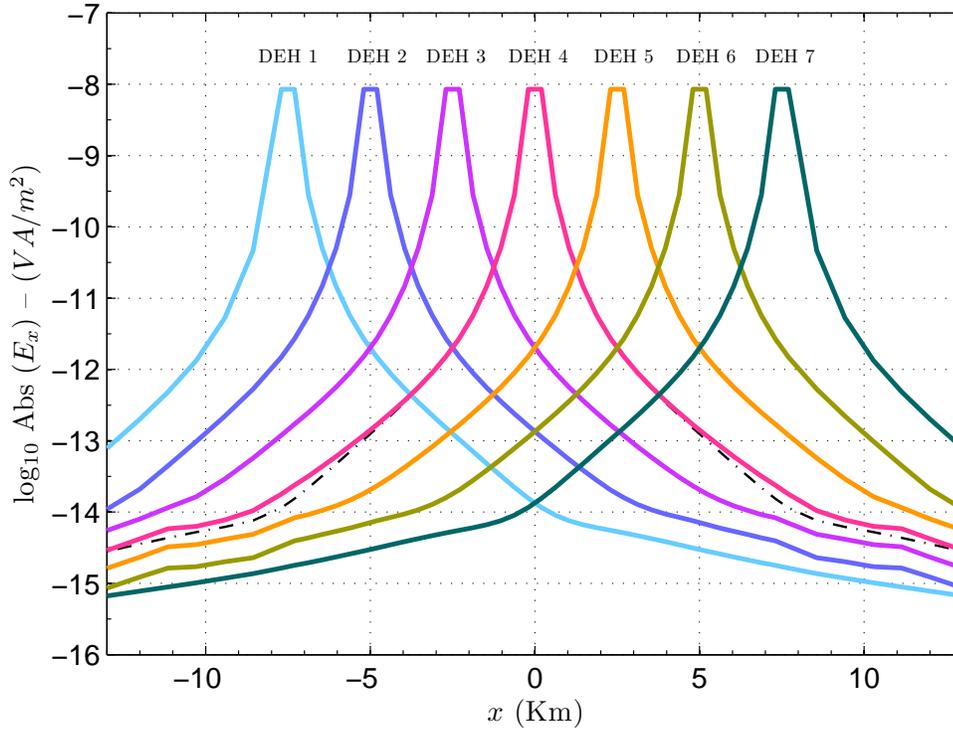


Figura 5.7. Amplitudes normalizadas para a configuração *in-line* para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.6. Fonte: elaborado pelo Autor.

Analisando diretamente as curvas obtidas na Figura 5.7 e na Figura 5.5 não percebemos o efeito do aumento do reservatório. Entretanto, se normalizarmos as curvas obtidas no experimento 2 pelas suas correspondentes curvas de referência, notaremos um aumento na anomalia, como ilustra a Figura 5.8.

Nesta figura observamos que as anomalias (curvas para os dipolos 3 e 5) são superiores a 60%, maiores do que as anomalias conseguida no experimento 1, que não chegavam a 50%. Com isto, observamos o efeito do comprimento do reservatório. Se o comprimento é bem menor que a largura, o efeito 3D é detectado na resposta *in-line*. Por sua vez se a comprimento é da mesma ordem de magnitude da largura este efeito já não é notado facilmente, e o modelo se comporta como um modelo bidimensional.

Para terminarmos este capítulo, reportamos alguns números em relação ao desempenho do paralelismo do MCSEM 3D. Em nossos dois experimentos discretizamos as coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  em 58, 53 e 38 pontos irregularmente espaçados. O número total de variáveis foi de

467.248 bem menor se comparado aos modelos executados no capítulo 4, em que o número total de icónitas era de 2.797.440.

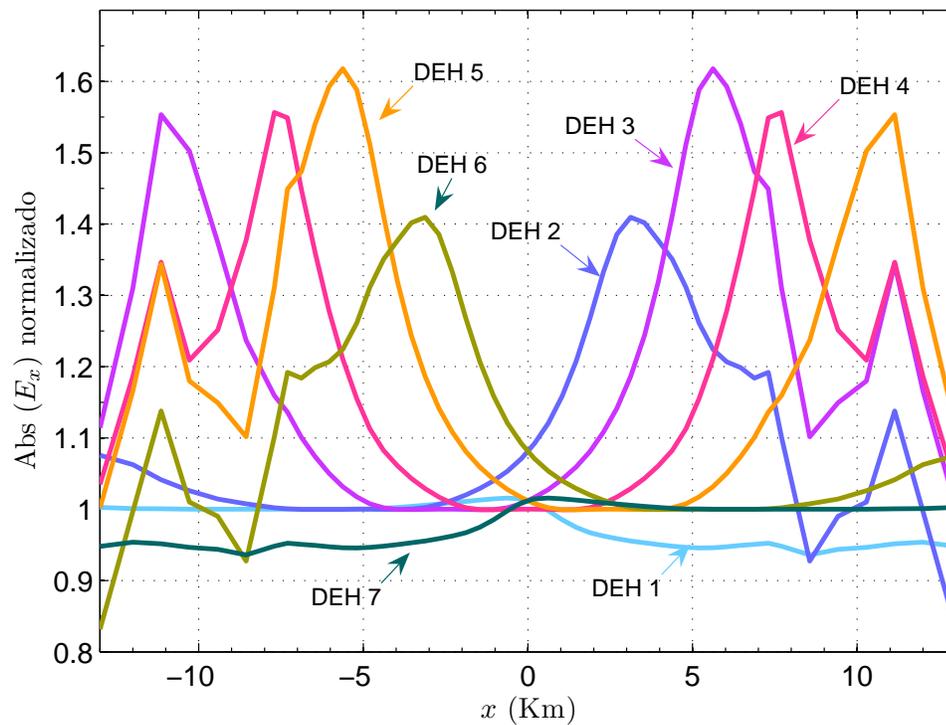


Figura 5.8. Amplitudes normalizadas para a configuração *in-line* para as sete posições do DEH do modelo apresentado na Figura 5.6. Fonte: elaborado pelo Autor.

O tempo de execução para o experimento em paralelo para 8 nós, sete fontes mais o nó administrador – nó 0, foi de aproximadamente 30 minutos. Quando executamos o mesmo experimento serialmente, o programa foi executado em 26 minutos. Se esse código fosse executado 7 vezes, teríamos um tempo total em torno de 3 horas. Assim, mostramos que a paralelização para o problema MCSEM 3D é aplicável e útil.

## 6 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Esta Tese tratou da modelagem de dados MCSEM 3D em ambiente de computação paralela. Para isso, abordamos o problema em duas etapas. Na primeira etapa, de formulação e de construção de algoritmos numéricos, o problema MCSEM 3D foi descrito através da decomposição primária e secundária de dois potenciais eletromagnéticos acoplados, o potencial vetor magnético  $\mathbf{A}$  e o potencial escalar elétrico  $\phi$ . A parcela secundária desses potenciais acoplados foi solucionada através do método dos elementos finitos 3D. Uma vez tendo a solução numérica secundária, os campos eletromagnéticos foram calculados por derivação através da técnica “spline”. Em uma segunda etapa, de processamento paralelo, consideramos o problema MCSEM 3D para multitransmissores, onde para cada posição do transmissor temos associado um problema de modelagem diferente. A modelagem de dados MCSEM 3D foi implementada seguindo o paradigma do paralelismo funcional em que, para cada processo foi atribuído a tarefa de uma modelagem numérica por elementos finitos independente.

A modelagem numérica de dados MCSEM através da técnica dos elementos finitos é um problema que demanda grande esforço computacional, tanto em tempo de processamento, quanto em uso de memória. Num primeiro desafio, implementamos o método do gradiente biconjugado de acordo com as nossas necessidades. Para isso, criamos estruturas de dados eficientes e otimizadas tal que a demanda por memória fosse minimizada. Os algoritmos foram testados pela implementação da técnica dos elementos finitos 3D em um problema de valor de fronteira de solução conhecida, denominado *problema teste*. Seus desempenhos foram comparados em precisão com a solução analítica, e em tempo de execução e uso de memória com o método direto de eliminação gaussiana. Concluímos nesses testes que o uso de métodos iterativos, tipo gradiente boconjugado são imperativos nos problemas de modelagem 3D.

A formulação do problema MCSEM 3D foi feita através dos potenciais eletromagnéticos acoplados, a fim de podermos usar a técnica convencional dos elementos finitos, que é fundamentada na interpolação de funções bases nodais. A partir da solução em termos de potenciais, os campos eletromagnéticos são recuperados via diferenciação numérica. Vimos, através de um exemplo tridimensional, que esta formulação se mostrou precisa em problemas de fonte controlada indutiva e no MCSEM 3D. Um outro fator importante para este tipo de abordagem é a estabilidade numérica proveniente da imposição de continuidade na solução numérica, característica imposta tanto pelo método dos elementos finitos quanto pela formulação em termos de potenciais.

Os modelos de reservatórios analisados neste trabalho se limitaram a simples modelos hexaedrais, caracterizado por uma fina espessura em relação a sua largura e seu comprimento. Esses modelos reproduzem na geologia lentes de reservatórios, e são muito comuns em bacias sedimentares. Observamos que quando a largura horizontal e o comprimento desses reservatório estão na mesma ordem de grandeza, as resposta *in-line* são muito semelhantes e o efeito tridimensional não é detectado. Já se tivermos uma grande diferença nos tamanhos da largura e do comprimento do reservatório, é possível detectar este efeito em medidas *in-line* na maior dimensão do reservatório. Se a medida for na menor dimensão esse efeito também não é detectável, visto que o modelo 3D se aproxima de um modelo bidimensional. Apesar da geometria simplificada dos modelos, a quantidade de memória computacional usada em nossa simulações foram na ordem de 5 Gbytes em uma máquina serial, demonstrando a grandiosidade do problema.

Em termos de paralelismo concluímos que a metodologia empregada é de fácil implementação. A paralelização para multitransmissores foi feita usando a biblioteca MPI. A principal finalidade desta paralelização era a redução do tempo de processamento. Observamos que as respostas obtidas foram na mesma ordem do problema serial, com o acréscimo do tempo de latência de transmissão de dados entre os nós clientes e o nó servidor. O que justifica o seu uso no MCSEM 3D, onde se tem uma fonte móvel.

O método MCSEM apresenta-se em estágio de desenvolvimento. Este trabalho vem corroborar com as pesquisas sobre o método. A formulação em termos de potenciais eletromagnéticos mostra-se promissora nas técnicas do métodos eletromagnéticos. Outras formulações devem ser empregadas. Assim como o uso de elementos finitos de borda ou vetoriais, no qual o ar não é discretizado e a formulação em termos de campos eletromagnéticos pode ser empregada diretamente. Uma das dificuldades enfrentadas em nosso trabalho foi em relação a diferenciação numérica. Quando utilizamos malhas com uma discretização tão regular quanto possível obtivemos resultados apurados. Mas esta regularização leva a um grande uso de memória o que o torna um intimidador do seu uso. Assim novos algoritmos de diferenciação numérica devem ser implementados e testados. Assim como o uso de malhas adaptativas e com refinamento local. Em termos de paralelismo vimos que o método é plenamente viável, desde que os nós tenham memória suficiente ao tipo de problema. Para modelar situações geológicas tridimensionais mais realistas com o método MCSEM é necessário um sistema de computador de grande porte, como por exemplo um *cluster* de no mínimo 25 nós, tendo 16 ou 32 Gbytes de memória em cada nó. Sabemos que o desenvolvimento na ciência e tecnologia é gradual e contínuo, esta Tese é mais uma contribuição para o progresso desse método.

## REFERÊNCIAS

ANDERSON, W. L., O. A hybrid fast Hankel transform algorithm for electromagnetic modeling. **Geophysics**, v. 54, p. 263-266, 1989.

\_\_\_\_\_. Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptative digital filtering. **Geophysics**, v. 44, p. 1287-1305, 1979.

ATKINSON, E. K. **Introduction to numerical analysis**. New York: John Wiley and Sons, 1989. 587p.

AXELSSON, O. **Iterative solution methods**. New York: Cambridge University Press, 2000. 667p.

AXELSSON, O.; BARKER, V. A. **Finite element solution theory and computation**. London: Academic Press, 1984. 456p.

BADEA, E. A. et al. Finite-element analysis of controlled-source electromagnetic induction using Coulomb-gauged potentials. **Geophysics**, v. 66, p. 789-799, 2001.

BARRET, R. et al. **Templates for the solution of linear systems: Building blocks for iterative methods**. Philadelphia: SIAM - Society of Industrial and Applied Mathematics, 1993. 142p.

BECKER, E. B.; CAREY, G. F.; ODEN, J. T. **Finite elements - An introduction**. New Jersey: Prentice-Hall, 1981. 258p.

BENZI, M. Preconditioning techniques for large linear systems: A survey. **Journal of Computational Physics**, v. 182, p. 418-477, 2002.

BIRÓ, O.; PREIS, K. Finite element analysis of 3-D eddy currents. **IEEE Trans. Magn.**, v. 26, p. 418-423, 1990.

\_\_\_\_\_. On the use of the magnetic vector potential in the finite element analysis of three-dimensional eddy currents. **IEEE Trans. Magn.**, v. 25, p. 3145-3159, 1989.

Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho – CENAPAD. Curso de MPI. Disponível em: <http://www.inf.unioeste.br/~guilherme/TSC/material/mpi.pdf>. Acesso em 05 out. 2006.

CHABA, A. **Os efeitos Delaware e Groningen: Um estudo quantitativo por elementos finitos**. 1993. 126 f. Dissertação (Mestrado em Geofísica) Universidade Federal do Pará – Centro de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, 1993.

CHAVE, A. D. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion. **Geophysics**, v. 48, p. 1671-1686, 1983.

CHAVE, A. D.; CONSTABLE, S. C.; EDWARDS, N. Electrical exploration methods for the seafloor. In: **Electromagnetic methods in applied geophysics-theory**, Tulsa, Society of Exploration Geophysics, vol 1, 1988, p. 931-966.

CHAVE, A. D.; COX, S. C. Controlled electromagnetic source for measuring electrical conductivity beneath the oceans 1. Forward problem and model study. **J. Geophys. Res.**, 87, NO. B7: p. 5327-5338, 1982.

CHAVE, A. D.; COX, S. C. EM induction by ocean currents and the conductivity of the oceanic lithosphere. **J. Geomagn. Geoelectr.**, v. 35, p. 491-499, 1983.

CHEESMAN, S. J.; EDWARDS, R. N.; CHAVE, A. D. On the theory of sea-floor conductivity mapping using transient electromagnetic systems. **Geophysics**, v. 52, p. 204-217, 1987.

COGGON, J. H. Electromagnetic and electrical modelling by the finite element method. **Geophysics**, v. 36, p. 418-477, 1971.

CONSTABLE, S. C.; COX, C. S. Marine controlled source electromagnetic sounding 2. The PEGASUS experiment. **Journal of Geophysical Research**, v. 101, NO. B3, p. 5519-5530, 1996.

CONSTABLE, S. C.; SRNKA, L. J. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. **Geophysics**, v. 72, p. WA3-WA12, 2007.

CONSTABLE, S. C.; WEISS, C. J. Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods: Insights from 1D modeling. **Geophysics**, v. 71, p. 43-51, 2006.

COX, C. S. et al. Controlled source electromagnetic sounding of the oceanic lithosphere. **Nature**, Issue 6057, v. 320, p. 52-54, 1986.

DONGARRA, J. J. et al. **Numerical linear algebra for high-performance computer**. New York: Philadelphia, SIAM - Society of Industrial and Applied Mathematics, 1998. 360p.

DONGARRA, J.; et al. **Sourcebook of parallel computing**. San Francisco: Ca, Morgan Kaufmann Publishers, 2003. 842p.

EDWARDS, N. Marine controlled source electromagnetics principles, methodologies, future commercial applications. **Surveys in Geophysics**, v. 26, p. 675-700, 2005.

EDWARDS, R. N.; CHAVE, A. D. A transient dipole-dipole method for mapping the conductivity of the seafloor. **Geophysics**, 51: p. 984-987, 1986.

ELLINGSRUD, S. et al. Remote sensing of hydrocarbon layers by seabed logging (SBL): Results from a cruise offshore Angola. **The Leading Edge**, v. 21, p. 972-982, 2002.

EIDSMO, T. et al. Sea Bed Logging (SBL), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas. **First Break**, v. 20, p. 144-152, 2002.

EVERETT, M. E. Finite element analysis of shallow-water marine controlled-source electromagnetic signals for hydrocarbon exploration. In: Marine Establishment – MARELEC, Meeting, 2006. Amsterdam. Disponível em <http://marineem.ucsd.edu/Publications/2006/marelec-2006-everett.doc>. Acesso em 31 jul. 2006.

EVERETT, M. E.; EDWARDS, R. N. Transient marine electromagnetics: The 2.5-D forward problem. **Geophysical J. Int.**, v. 113, p. 545-561, 1993.

EVERETT, M. E.; SCHULTZ, A. Geomagnetic induction in a heterogeneous sphere: azimuthally symmetric test computations and the response of an undulating 660-Km discontinuity. **J. Geophys. Res.**, v. 101, p. 2765-2783, 1996.

EVERETT, M. E. et al. 3-D finite element analysis of induction logging in a dipping formation. **IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.**, v. 39, p. 2244-2252, 2001.

FREUND, R. W. Conjugate gradient-type methods for linear systems with complex symmetric coefficient matrices. **SIAM Journal: Sci. Stat. Comput.**, v. 13, p. 425-448, 1992.

FLOSADOTTIR, A. H.; CONSTABLE, S. Marine controlled source electromagnetic sounding 1. Modeling and experimental design **J. Geophys. Res.**, v. 101, p. 5507-5517, 1996.

GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. **Matrix computations**. Baltimore: The John Hopkins University Press, 1996. 664p.

GRAMA, A.; GUPTA, A.; KARYPIS G. **Introduction to Parallel Computing**. London: Addison Wesley, 2003. 636p.

GRIBENKO, A.; ZHDANOV, M. Rigorous 3D inversion of marine CSEM data based on the integral equation method. **Geophysics**, v. 72, p. WA73-WA84, 2007.

GRIFFITHS, D. J. **Introduction to electrodynamics**. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 576p.

GROPP, W.; LUSK, E.; SKJELLUM, A. **Using MPI - 2nd Edition: Portable Parallel Programming with the Message Passing Interface**. Cambridge Massachusetts: The MIT Press, 1999. 395p.

HABER E.; ASCHER U. M.; ARULIAH, D. A.; OLDENBURG, D. W. Fast simulation of 3-D electromagnetic problems using potentials. **Journal of Computational Physics**, v. 163, p. 150-171, 2000.

HARRINGTON, R. F. **Time-harmonic electromagnetic fields**. New York: McGraw-Hill, 1961. 496p.

HESTENES, M. R.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **J. Res. Nat. Bur. Stand.**, v. 49, p. 409-436, 1952.

HOHMANN, G. W. Three-dimensional induced polarization and EM modeling. **Geophysics**, v. 40, p. 309-324, 1975.

HOU, J.; TORRES-VERDIN, C. Finite-difference modeling of borehole induction data in the presence of 3D electrical conductivity anisotropy using coupled scattered potentials. In: SEG INT. EXPOSITION AND ANNUAL MEETING, 74th 2004, Denver. **Expanded abstract...** Tulsa: SEG, 2004.

\_\_\_\_. Finite-difference modeling of EM fields using coupled potentials in 3D anisotropic media: applications to borehole logging. In: SEG INT. EXPOSITION AND ANNUAL MEETING, 73th 2003, Dallas. **Expanded abstract...** Tulsa: SEG, 2003.

Introduction to MPI. Disponível em: <http://webct.ncsa.uiuc.edu:8900/webct/public/home.pl>. Acesso em 05 out. 2006.

JACOBS, D. A. H. The exploitation of sparsity by iterative methods. In: DUFF, I. S. **Sparse matrices and their uses**, Academic Press, 1981, p. 191-222.

JOHANSEN, S. E. et al. Subsurface hydrocarbons detected by electromagnetic sounding. **First Break**, v. 23, p. 31-36, 2005.

KELLEY, C. T. **Iterative methods for linear and nonlinear equations**. Philadelphia: SIAM - Society of Industrial and Applied Mathematics, 1995. 180p.

KONG, F. N. Hankel transform filters for dipole antenna radiation in a conductive medium. **Geophysics Prosp.**, v. 55, p 83-89, 2007.

LABRECQUE, D. J. Finite-difference modeling of 3-D EM fields with scalar and vector potentials. In: Ed. ORISTAGLIO, M.; SPIES, B. Three-dimensional electromagnetics – Geophysical development series: v. 7. Tulsa **Society of Exploration Geophysics**, 1999, p. 146-176.

LI, Y.; KEY, K. 2D marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 1 - An adaptive finite-element algorithm. **Geophysics**, v. 72, p. WA51-WA62, 2007.

LI, Y.; CONSTABLE, S. 2D marine controlled-source electromagnetic modeling: Part 2 - The effect of bathymetry. **Geophysics**, v. 72, p. WA63-WA71, 2007.

MACGREGOR, L.; SINHA, M. C. Use of marine controlled-source electromagnetic sounding for sub-basalt exploration. **Geophysical Prospecting**, v. 48, p 1091-1106, 2000.

MACGREGOR, L.; SINHA, M. C.; CONSTABLE, S. Electrical resistivity structure of the Valu Fa Ridge, Lau Basin, from marine controlled-source electromagnetic sounding. **Geophysical J. Int.**, v. 146, p 217-236, 2001.

MACKIE, R. L.; SMITH, J. T.; MADDEN, T. R. Three-dimensional electro-magnetic modeling using finite difference equations: the magnetotelluric example. **Radio Sci.**, v. 29, p. 923-935, 1994.

MEIJERINK, J. A.; van der VORST, H. A. Iterative solution method for linear systems for which the coefficient matrix is an M-matrix. **Math. Com.**, v. 31, p. 148-162, 1977.

MITSUHATA, Y. ; UCHIDA, T. 3D magnetotelluric modeling using the T- $\Omega$  finite-element method. **Geophysics**, v. 69, p. 108-119, 2004.

NEWMAN, G. A.; ALUMBAUGH, D. L. Frequency-domain modelling of airborne electromagnetic responses using staggered finite differences: **Geophysical Prospecting**, v. 43, 1021-1042, 1995.

PAIGE, C. C.; SAUNDERS, M. A. Solution of sparse indefinite systems of linear equations. **SIAM Journal: Numer. Anal.**, v. 12, p. 617-629, 1975.

PACHECO, Peter S. **Parallel programming with mpi**. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1997. 500p.

PRIDMORE, D.; HOHMANN, G.; WARD, S.; SILL, W. An investigation of finite-element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions. **Geophysics**, v. 46, p. 1009-1024, 1981.

RIJO, L. Modelagem de dados MCSEM 1D. **Relatório de atividades do convênio UFPA/ Petrobras/ Fadesp**. 2003. 50p.

\_\_\_\_\_. Modelagem de dados MCSEM 2.5D. **Relatório de atividades do convênio UFPA/ Petrobras/ Fadesp**. 2004. 60p.

\_\_\_\_\_. **Modeling of electric and electromagnetic data**. 1977. PhD Thesis - University of Utah, Salt Lake City, 1977. 240p.

\_\_\_\_\_. Notas de aula do Curso de Pós-Graduação em Geofísica. Disponível em: <http://www.rijo.pro.br>. Acesso em 31 jul. 2006.

RIJO, L.; ALMEIDA, F. L. Constrained 1D inversion of MCSEM data on resistive oil reservoir. INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 9th, Salvador, **Extend abstract**, 2005. 1 CD-ROM.

SAAD, Y. **Iterative methods for sparse linear systems**. Philadelphia: SIAM - Society of Industrial and Applied Mathematics, 2000. 528p.

SARKAR, T. K. On the application of the generalized biconjugate gradient method. **J. Electromagn. Waves and Appl.**, v. 1 n. 3, p. 223-242, 1987.

SMITH, C. F.; PETERSON, A. F.; MITTRA, R. The biconjugate gradient method for electromagnetic scattering. **IEEE Trans. Antennas Propagat.**, v. 38, p. 938-940, 1990.

SMITH, J. T. Conservative modeling of 3-D electromagnetic fields, Part II: Biconjugate gradient solution and an accelerator. **Geophysics**, v. 61, p. 1319-1324, 1996.

SNIR, M.; GROPP, W. **MPI - The complete reference Volume 1, the MPI core**. Cambridge Massachusetts: The MIT Press, 1998. 336p.

SOUZA, V. C. T.; RIJO, L.; SILVA, M. W. C. The preconditioned biconjugate gradient algorithm applied to geophysical electromagnetic modeling. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL SOCIETY, 9th, Salvador, **Extend abstract** 2005. 1 CD-ROM.

STALNAKER, J. L.; EVERETT, M. E. Finite element analysis of controlled-source electromagnetic induction for near-surface geophysical prospecting. In: SEG TECHNICAL PROGRAM **Expanded abstracts**, 2002, p. 688-691.

STALNAKER, J. L. A finite element approach to the 3D CSEM modeling problem and applications to the study of the effect of target interaction and topography. 2004. PHD Thesis - Texas A & M University, Texas, 2004. 171p.

STALNAKER, J.L. ; EVERETT, M.E.; BENAVIDES, A.; PIERCE, C.J., Jr. Mutual induction and the effect of host conductivity on the EM induction response of buried plate targets using 3-D finite-element analysis. **IEEE Trans.Geosci Remote Sens.**, v. 44, p. 251-259, 2006.

UEDA, T.; ZHDANOV, M. S. Fast Numerical modeling of multitransmitter electromagnetic data using multigrid quasi-linear approximation. **IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.**, v 44, p. 1428-1434, 2006.

UM, E. S.; ALUMBAUGH, D. L. On the physics of marine controlled-source electromagnetic method. **Geophysics**, v. 72, p. WA13-WA26, 2007.

UNSWORTH, M.; OLDENBURG, D. Subspace inversion of electromagnetic data: application to mid-ocean-ridge exploration. **Geophysical J. Int.**, v. 123, p. 161-168, 1995.

UNSWORTH, M.; TRAVIS, B. J.; CHAVE, A. D. Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth. **Geophysics**, v. 58, p. 198-214, 1993.

VOLAKIS, J. L.; CHATTERJEE, A.; KEMPEL, L. C. **Finite element method for electromagnetics**. New York: IEEE PRESS, 1998. 368p.

VORST van der, H. A. **Iterative Krylov method for large linear systems**. New York: Cambridge University Press, 2003. 236p.

WARD, S. H.; HOHMANN, G. W. Electromagnetic theory for geophysical applications. In: NABIGHIAN, M. (Ed).**Electromagnetic methods in applied geophysics-theory**. Society of Exploration Geophysics, vol 1, 1988, p. 130-311.

WEITEMEYER, K.; CONSTABLE, S.; KEY, K. Marine EM techniques for gas-hydrate detection and hazard mitigation. **The Leading Edge**, v. 25, p. 629-632, 2006.

WU, X. et al. Computations of secondary potential for 3D DC resistivity modelling using an incomplete Choleski conjugate-gradient method. **Geophysical Prospecting**, v. 51, p. 567-577, 2003.

YOUNG P. D.; COX, C. S. Electromagnetic active source sounding near the east Pacific rise. **Geophysical Research Letters**, v. 8, p. 1043-1046, 1981.

ZHDANOV, M. S.; LEE, S. K. Integral equations method for 3-D modeling of electromagnetic fields in complex structures with inhomogeneous background conductivity in marine CSEM applications. In: SEG ANNUAL MEETING, 2005, Houston. **Expanded abstract...** Tulsa: SEG, 2005. p 510-513.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method – Volume 1: the basis**. Oxford: Butterworth Heinemann, 2000. 707p.

ZYSERMAN, F. I.; SANTOS, J. E. Parallel finite element algorithm with domain decomposition for three-dimensional magnetotelluric modelling. **Journal of Applied Geophysics**, v. 44, p. 337-351, 2000