



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

TESE DE DOUTORADO

**MODELAGEM 1D E 2,5D DE DADOS DO
MÉTODO CSEM MARINHO EM MEIOS COM
ANISOTROPIA TRANSVERSAL INCLINADA**

WALLESON GOMES DOS SANTOS

BELÉM-PARÁ

2014

WALLESON GOMES DOS SANTOS

**MODELAGEM 1D E 2,5D DE DADOS DO MÉTODO
CSEM MARINHO EM MEIOS COM ANISOTROPIA
TRANSVERSAL INCLINADA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Orientador: Cícero Roberto Teixeira Régis

Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP)
(Biblioteca do Instituto de Geociências/UFPA)

Santos, Walleson Gomes dos, 1981-
Modelagem 1D e 2,5D de dados do método CSEM
marinho em meios com anisotropia transversal inclinada /
Walleson Gomes dos Santos. – 2014.

Inclui bibliografias

Orientador: Cícero Roberto Teixeira Régis
Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Pará,
Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em
Geofísica, Belém, 2014.

1. Eletromagnetismo – Modelos matemáticos. 2.
Anisotropia. 3. Método dos elementos finitos. I. Título.

CDD 22. ed. 530.141

WALLESON GOMES DOS SANTOS

**MODELAGEM 1D E 2,5D DE DADOS DO MÉTODO
CSEM MARINHO EM MEIOS COM ANISOTROPIA
TRANSVERSAL INCLINADA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Doutor em Geofísica.

Data de Aprovação: 28/02/2014

Banca Examinadora:



Professor Cícero Roberto Teixeira Régis (Orientador)
Doutor em geofísica
Universidade Federal do Pará – UFPA

Professor Altem Nascimento Pontes (Membro)
Doutor em física
Universidade do Estado do Pará – UEPA



Professor Marcos Welby Correa Silva (Membro)
Doutor em geofísica
Universidade Federal do Pará – UFPA



Professor Paulo Roberto de Carvalho (Membro)
Doutor em geofísica
Universidade Federal Rural da Amazônia – UFRA



Professor Victor Cezar Tocantins de Souza (Membro)
Doutor em geofísica
Universidade Federal do Pará – UFPA

Dedico este trabalho a minha esposa Hilda
Carolina e aos meus filhos Wallace Gabriel e
Maria Eduarda.

AGRADECIMENTOS

A meu pai, Manoel Domingos, e a minha mãe, Maria Ivone, que estão presentes em todos os momentos da minha vida através de seus ensinamentos.

Aos meus irmãos, pelo apoio e torcida pela conclusão deste curso.

Ao professor Dr. Cícero Roberto Teixeira Regis, pelos importantes ensinamentos e sugestões ao longo da elaboração deste trabalho.

Aos amigos Edelson Luz e Valdelírio Silva, pela construção e compartilhamento de conhecimentos e esclarecimentos de diversos temas importantes para elaboração desta tese.

Aos colegas do laboratório PROEM, Mateus, Anderson, Felipe, Diego, Gildenilson, Julielson, Rosilda e Edna pelos momentos de descontração e construção de conhecimentos.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa que financiou este estudo.

Ao Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Geofísica do Petróleo (INCT-GP), pelo suporte financeiro que proporcionou a participação em eventos de geofísica.

A coordenação do Programa de Pós-Graduação em Geofísica (CPGF/UFPA), pelo apoio durante o curso.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos a solução do campo eletromagnético gerado por um dipolo elétrico horizontal em meios transversalmente isotrópicos com eixo de simetria vertical (TIV) e com eixo de simetria inclinado (TII). Para modelos unidimensionais, o campo eletromagnético foi obtido por duas metodologias distintas: (1) solução semi-analítica das equações de Maxwell com auxílio de potenciais vetores no caso TIV e (2) em modelos com anisotropia transversal inclinada o campo eletromagnético foi separado em primário e secundário, e então, o campo secundário foi calculado pelo método de elementos finitos no domínio (k_x, k_y, z) da transformada de Fourier. Para estruturas bidimensionais, foi aplicada a mesma metodologia usado nos modelos TII unidimensionais, onde o campo secundário foi calculado pelo método de elementos finitos no domínio (x, k_y, z) , da transformada de Fourier, com a utilização de malhas não estruturadas para discretização dos modelos. Estas respostas foram usados para avaliar os efeitos da anisotropia elétrica nos dados CSEM marinho 1D e 2,5D.

Palavras-chave: Anisotropia elétrica. CSEM marinho. Modelagem eletromagnética. Método de elementos finitos.

ABSTRACT

In this work I present the solution to the electromagnetic field generated by a horizontal electric dipole in transversally isotropic media with vertical (TIV) as well as inclined (TII) symmetry axis. In one-dimensional models the electromagnetic field was obtained with two distinct methods: (1) For the TIV case, I have written a semi-analytical solution to the Maxwell's equations, by using a vector potential formulation; (2) For the TII case, the field was represented as the composition of primary and secondary fields, where primary fields are those found in an underlying isotropic layered medium, and the secondary field is calculated numerically via the finite element method in the spatial Fourier transform domain (k_x, k_y, z) . This last methodology was also used to calculate the fields in two-dimensional structures, including inclined anisotropy in any region of the models. In this 2,5D case, I have applied the finite element method in the (x, k_y, z) domain. Here I have used unstructured meshes to discretise the media, and parallel programming to solve the linear systems of equations. The responses were used to study the effects of electrical anisotropy in marine CSEM data.

Keywords: Electrical anisotropy. Marine controlled-source electromagnetic. Electromagnetic modeling. Finite element method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação esquemática de um levantamento CSEM marinho. Um dipolo elétrico horizontal (DEH) é rebocado acima de receptores que são implantados no fundo do mar. O DEH emite um sinal eletromagnético contínuo que é registrado pelos receptores.	13
Figura 2 – Modelo interpretativo de um meio estratificado com anisotropia.	18
Figura 3 – Modelo interpretativo para o método MCSEM sem reservatório.	24
Figura 4 – Resultados para a componente E_x <i>inline</i> e <i>broadside</i>	25
Figura 5 – Resultados para a componente H_y <i>inline</i> e <i>broadside</i>	26
Figura 6 – Resultados para a componente E_z (<i>inline</i>) e H_z (<i>broadside</i>).	27
Figura 7 – Modelo interpretativo para o método MCSEM com reservatório.	28
Figura 8 – Resultados da componente E_x (<i>inline</i>) para os modelos definidos na Figura (7a). Em (c) o campo foi normalizado pelos valores da curva $(\rho_h, \rho_v) = (1, 1)\Omega \cdot m$ - noHC (linha azul). Em (d) o campo foi normalizado pelos valores da curva $(\rho_h, \rho_v) = (1, 4)\Omega \cdot m$ - noHC (linha preta).	29
Figura 9 – Resultados da componente E_x (<i>inline</i>) para os modelos definidos na Figura (7b).	30
Figura 10 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do <i>background</i> está demonstrado nos gráficos.	31
Figura 11 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do <i>background</i> está demonstrado nos gráficos.	32
Figura 12 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do <i>background</i> está demonstrado nos gráficos.	33
Figura 13 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do <i>background</i> está demonstrado nos gráficos.	34
Figura 14 – Componente real do campo elétrico no plano xz para os modelos sem reservatório e com reservatório. O valor da resistividade do meio encaixante está demonstrado nos gráficos.	35
Figura 15 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para os modelos sem reservatório e com reservatório. O valor da resistividade do meio encaixante está demonstrado nos gráficos.	36

Figura 16 – Modelo interpretativo de um meio estratificado com anisotropia inclinada.	38
Figura 17 – Parte real da componente E_x no domínio (k_x, k_y, z) .	43
Figura 18 – Parte imaginária da componente E_x no domínio (k_x, k_y, z) .	43
Figura 19 – Parte real da componente E_y no domínio (k_x, k_y, z) .	43
Figura 20 – Parte imaginária da componente E_y no domínio (k_x, k_y, z) .	44
Figura 21 – Parte real da componente E_z no domínio (k_x, k_y, z) .	44
Figura 22 – Parte imaginária da componente E_z no domínio (k_x, k_y, z) .	44
Figura 23 – Parte real da componente H_x no domínio (k_x, k_y, z) .	45
Figura 24 – Parte imaginária da componente H_x no domínio (k_x, k_y, z) .	45
Figura 25 – Parte real da componente H_y no domínio (k_x, k_y, z) .	45
Figura 26 – Parte imaginária da componente H_y no domínio (k_x, k_y, z) .	46
Figura 27 – Parte real da componente H_z no domínio (k_x, k_y, z) .	46
Figura 28 – Parte imaginária da componente H_z no domínio (k_x, k_y, z) .	46
Figura 29 – Modelo interpretativo para o método MCSEM sem reservatório.	47
Figura 30 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 29 nas posições de medida com profundidade $z = 1500\text{m}$. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	48
Figura 31 – Componente H_y do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 29 nas posições de medida com profundidade $z = 1500\text{m}$. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	49
Figura 32 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação do campo. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	51
Figura 33 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação do campo. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	52
Figura 34 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação da densidade de corrente. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	53

Figura 35 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação da densidade de corrente. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.	54
Figura 36 – Modelo interpretativo para o método MCSEM com reservatório.	55
Figura 37 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 36 nas posições de medida com profundidade $z = 1500m$. O sedimento é isotrópico com resistividade de $1\Omega \cdot m$ e o reservatório tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (10, 100)\Omega \cdot m$ e ângulo de inclinação definido nas figuras.	56
Figura 38 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 36 nas posições de medida com profundidade $z = 1500m$. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$ e o sedimento tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e ângulo de inclinação definido nas figuras.	57
Figura 39 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$	58
Figura 40 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$	59
Figura 41 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$	60
Figura 42 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$	61
Figura 43 – Modelo 1, para análise da influência da anisotropia vertical nos dados MCSEM 2,5D.	69
Figura 44 – Malha gerada para o modelo 1.	70
Figura 45 – Componentes E_x e H_y <i>inline</i> para o modelo da Figura (43). O reservatório é isotrópico e tem resistividade igual a $100\Omega \cdot m$. O sedimento tem anisotropia vertical com valores de resistividades indicados na figura.	71

Figura 46 – Componentes E_x e H_y <i>inline</i> para o modelo da Figura (43). O sedimento é isotrópico e tem resistividade igual a $1\Omega \cdot m$. O reservatório tem anisotropia vertical com valores de resistividades indicados na figura. . .	72
Figura 47 – Modelo 2, para análise da influência da anisotropia inclinada nos dados MCSEM 2,5D.	73
Figura 48 – Malha gerada para o modelo 2.	73
Figura 49 – Componentes E_x e H_y <i>inline</i> para o modelo da Figura (47). O reservatório é isotrópico e tem resistividade igual a $100\Omega \cdot m$. O sedimento tem anisotropia inclinada com resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e ângulos de inclinação dos planos de isotropia indicados na figura. . .	74
Figura 50 – Componentes E_x e H_y <i>inline</i> para o modelo da Figura (47). O sedimento é isotrópico e tem resistividade igual a $1\Omega \cdot m$. O reservatório tem anisotropia inclinada com resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (10, 100)\Omega \cdot m$ e ângulos de inclinação dos planos de isotropia indicados na figura. .	75

SUMÁRIO

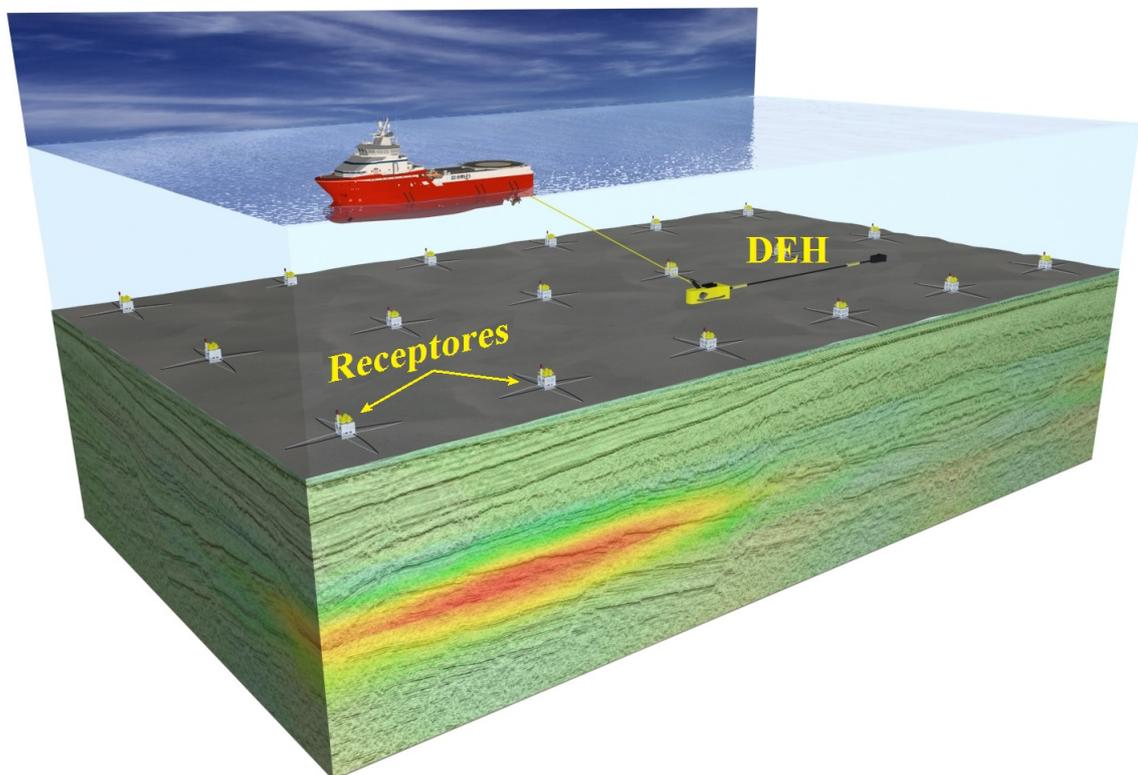
1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Apresentação	13
1.2	Trabalhos anteriores	14
1.3	Motivação e objetivos	14
1.4	Descrição da tese	16
2	MEIO ESTRATIFICADO COM ANISOTROPIA VERTICAL	17
2.1	Cálculo do campo eletromagnético	17
2.1.1	Meio Homogêneo	17
2.1.2	Meio Estratificado	20
2.2	Efeitos da anisotropia vertical nos dados MCSEM 1D	24
3	MEIO ESTRATIFICADO COM ANISOTROPIA INCLINADA	37
3.1	Cálculo do campo eletromagnético	37
3.1.1	Campo eletromagnético secundário	37
3.1.2	Cálculo do campo secundário pelo método de elementos finitos	40
3.2	Efeitos da anisotropia inclinada nos dados MCSEM 1D	47
4	MODELAGEM 2,5D DE DADOS CSEM MARINHO EM MEIOS COM ANISOTROPIA INCLINADA	62
4.1	Modelagem eletromagnética	62
4.1.1	Equações do campo secundário	62
4.1.2	Aproximação por elementos finitos	65
4.2	Resultados	68
4.2.1	Modelo 1	68
4.2.2	Modelo 2	69
5	CONCLUSÃO	76
	REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

Nos últimos treze anos, o método eletromagnético de fonte controlada em ambiente marinho (*marine controlled-source electromagnetic* - MCSEM) tem se firmado como uma importante técnica de exploração para mapear e caracterizar reservatórios de hidrocarbonetos em águas profundas. O método CSEM marinho usa um dipolo elétrico horizontal (DEH) como fonte, que é rebocado próximo ao fundo do mar. Esse dipolo emite um sinal eletromagnético a baixa frequência (na faixa de 0,1 Hz - 10 Hz), que é detectado por um arranjo de receptores posicionados no assoalho marinho. A distribuição de resistividade abaixo do fundo do mar pode ser determinada pela interpretação dos dados do campo eletromagnético medido em função das distâncias fonte-sensor (CONSTABLE; SRNKA, 2007).

Figura 1 – Representação esquemática de um levantamento CSEM marinho. Um dipolo elétrico horizontal (DEH) é rebocado acima de receptores que são implantados no fundo do mar. O DEH emite um sinal eletromagnético contínuo que é registrado pelos receptores.



Fonte: Adaptado de Electromagnetic Geoservices (2014).

Na interpretação dos dados CSEM marinho o meio abaixo do assoalho marinho é usualmente considerado um meio eletricamente isotrópico. Contudo, é comumente conhecido que sequências de camadas sedimentares, que são frequentemente encontradas na exploração de óleo e gás, apresentam anisotropia elétrica (TOMPKINS, 2005; QUIREIN et al., 2012).

Nesta tese serão realizadas simulações numérica do método CSEM marinho para estruturas unidimensionais e bidimensionais com anisotropia elétrica.

1.2 Trabalhos anteriores

A anisotropia elétrica já foi bastante estudada na perfilagem de indução (ALUMBAUGH; LU, 2001; KOELMAN et al., 2001; LU; ALUMBAUGH, 2001; HOU; MALLAN; TORRES-VERDÍN, 2006; RABINOVICH et al., 2006; MALLAN; TORRES-VERDÍN, 2007) e recentemente vem sendo estudada em dados marinhos de fonte controlada. Vejamos a seguir os trabalhos mais relevantes nessa área.

Na modelagem unidimensional, Everett e Constable (1999) estudaram o efeito da anisotropia horizontal nas medidas do método CSEM marinho considerando um modelo com dois semiespaços homogêneos, um deles representando o mar isotrópico e outro o substrato com anisotropia horizontal. Tompkins (2005) analisou os efeitos da anisotropia vertical na resposta MCSEM da componente x do campo elétrico para um meio estratificado 1D considerando o mar um semiespaço infinito. Lu e Xia (2007) estudaram os efeitos da anisotropia vertical nas componentes do campo eletromagnético (EM) para um modelo com dois semiespaços (mar/sedimentos) mostrando a distribuição do campo elétrico nos planos xz e yz . Løseth e Ursin (2007) descreveram um método que calcula o campo eletromagnético num meio estratificado com anisotropia geral, neste método os autores resolvem as equações do campo eletromagnético no domínio (k_x, k_y, z) das transformadas de Fourier usando matrizes de propagação para avaliar as condições de contorno.

Na modelagem bidimensional, Kong et al. (2008) mostraram as respostas do método CSEM marinho 2,5D com anisotropia vertical. Li e Dai (2011) apresentaram a solução, por elementos finitos adaptativos, do método CSEM marinho em estruturas 2D com anisotropia inclinada, usando como modelo primário um meio isotrópico.

1.3 Motivação e objetivos

As reservas de hidrocarbonetos mais comuns em águas profundas estão contidas em formações laminadas de folhelho e arenito encontradas tipicamente em ambientes de turbiditos. Cerca de 30% a 40% das reservas de hidrocarbonetos do mundo estão

confinadas em formações turbidíticas, portanto, a definição do potencial de produção desses reservatórios é importante para exploração de seus recursos minerais. Nos últimos anos várias técnicas foram desenvolvidas pela indústria do petróleo para identificar e estimar o potencial de produção das reservas de turbiditos, o que deu-lhes um papel econômico importante na exploração e produção de hidrocarbonetos. As principais regiões de exploração em águas profundas apresentam estes tipos de formações: a costa ocidental da África, o Mar do Norte, o Golfo do México e as bacias sedimentares marginais da costa brasileira (MILANI et al., 2000; FANINI et al., 2001; LIMA, 2004; THAKUR et al., 2010).

Quando a formação é constituída por uma sequência de camadas finamente laminadas que apresentam contrastes de resistividade, tais como as formações laminadas de folhelho e arenito, a mesma pode ser caracterizada como um meio anisotrópico. Neste caso a anisotropia elétrica é referida como anisotropia macroscópica (COUTINHO, 2005; YIN; KURNIAWAN, 2008).

Na inversão de algumas medidas MCSEM, a resistividade da camada encaixante (*background*) determinada pelos receptores alinhados com o transmissor (geometria *inline*) é muito maior do que resistividade obtida pelos receptores alinhados perpendicularmente ao transmissor (geometria *broadside*). Essa diferença obtida na interpretação dos dados MCSEM pode ser causada pela anisotropia elétrica (RAMANANJAONA; MACGREGOR; ANDRÉIS, 2011).

Portanto, desconsiderar os efeitos da anisotropia na interpretação de dados MCSEM pode levar a uma imagem geoeletrica distorcida das estruturas do fundo oceânico e, até mesmo, a interpretações erradas dos dados medidos.

Com o intuito de definir as relações existentes entre as medidas MCSEM e a anisotropia elétrica do meio abaixo do assoalho marinho, será realizado um estudo para avaliar de que maneira a anisotropia afeta estas medidas, para tanto, esta tese tem os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar de forma detalhada a formulação e a modelagem numérica para o cálculo do campo gerado pela fonte dipolar do método eletromagnético de fonte controlada em ambiente marinho tanto em meios estratificados quanto em meios bidimensionais, incluindo a presença de zonas com anisotropia transversal com eixo de simetria inclinado em qualquer parte dos modelos e empregando o método dos elementos finitos como ferramenta numérica na resolução do problema;
- Definir a relação entre a geometria transmissor-receptor de medidas e a anisotropia;
- Verificar como as componentes do campo eletromagnético são afetadas pela anisotropia no método CSEM marinho;

- Verificar se a simetria nos dados medidos é afetada pela anisotropia transversal com eixo de simetria inclinado;

1.4 Descrição da tese

No segundo capítulo desta tese apresentamos detalhadamente a solução do campo elétrico gerado por um dipolo elétrico horizontal (DEH) num meio estratificado com anisotropia elétrica vertical e avaliamos o efeito dessa anisotropia nas medidas do método CSEM marinho considerando modelos que incluem o ar e o reservatório. Para estes modelos também avaliamos a distribuição do campo elétrico e da densidade de corrente no plano xz .

No terceiro capítulo encontramos o campo eletromagnético de um DEH num meio estratificado com anisotropia inclinada, usando a separação do campo EM no domínio (k_x, k_y, z) das transformadas de Fourier, evitando, assim, as singularidades do dipolo. A partir dessa solução estudamos o efeito da anisotropia inclinada nos dados MCSEM do mesmo modo que será feito no capítulo 2. Vale ressaltar a importância deste capítulo, pois não existe na literatura um estudo parecido com este. Løseth e Ursin (2007) apresentaram uma solução para modelos unidimensionais com anisotropia inclinada, entretanto, eles utilizaram uma metodologia, para obtenção do campo eletromagnético, diferente da apresentada neste trabalho e mostraram poucos resultados, apenas, da componente x do campo elétrico para modelos nos quais a espessura do mar é de 300 metros.

No quarto capítulo apresentamos a formulação por elementos finitos do campo eletromagnético de um DEH em estruturas bidimensionais com anisotropia inclinada. Diferente de Li e Dai (2011) usamos como modelo primário, na separação dos campos, o meio estratificado anisotrópico, cuja formulação será descrita nos capítulos 2 e 3 deste trabalho. Para modelos em que o meio sedimentar que envolve o reservatório apresenta anisotropia ou mesmo camadas, esta metodologia apresenta a vantagem de não ter que simular o pacote sedimentar por uma heterogeneidade de grandes dimensões, evitando assim, uma malha com um grande número de nós e conseqüentemente um sistema de grande porte na solução de elementos finitos.

O último capítulo trata das conclusões sobre as análises feitas nesta tese e recomendações para trabalhos posteriores nesta linha de pesquisa.

2 MEIO ESTRATIFICADO COM ANISOTROPIA VERTICAL

Neste capítulo, vamos investigar os efeitos da anisotropia nas medições CSEM efetuadas no fundo do mar, considerando um modelo estratificado transversalmente isotrópico com eixo de simetria vertical (TIV), e discutir a dependência que o efeito anisotrópico tem da geometria transmissor-receptor. Mostramos também a distribuição do campo elétrico e do vetor densidade de corrente no plano vertical que contém o dipolo elétrico.

2.1 Cálculo do campo eletromagnético

Esta seção trata do desenvolvimento teórico necessário para obtenção do campo eletromagnético gerado por um dipolo elétrico horizontal num meio estratificado com anisotropia vertical (Figura 2).

2.1.1 Meio Homogêneo

Para se determinar o campo eletromagnético num meio de camadas plano-paralelas anisotrópicas é necessário, primeiramente, determinar a solução do problema para um meio homogêneo, anisotrópico e ilimitado. Partindo das equações de Maxwell no domínio da frequência:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_v / \epsilon, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - (\bar{\sigma} + i\omega\epsilon)\mathbf{E} = I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t), \quad (2.2)$$

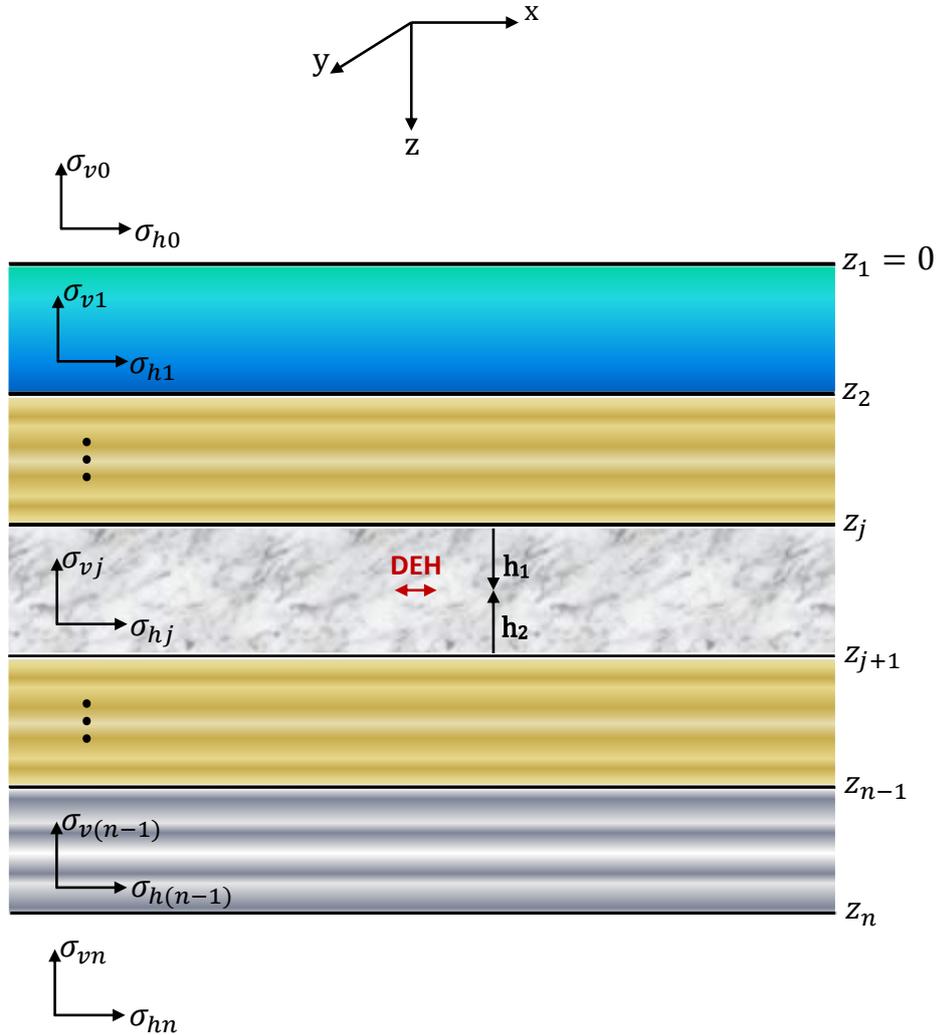
$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu\mathbf{H} = \mathbf{0}. \quad (2.4)$$

Onde ρ_v é a densidade volumétrica de carga e $I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t)$ representa o vetor densidade de corrente do dipolo elétrico localizado em $(0, 0, z_t)$, sendo ds o vetor deslocamento que fornece o comprimento e a orientação do dipolo. Para meios transversalmente isotrópicos com eixo de simetria vertical a condutividade é definida pelo tensor:

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_v \end{pmatrix}.$$

Figura 2 – Modelo interpretativo de um meio estratificado com anisotropia.



Fonte: Do autor

Em ambientes sedimentares pode-se adotar para permissividade dielétrica e permeabilidade magnética os mesmos valores do vácuo, ou seja, $\epsilon = \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$ e $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$, também é comum se usar a condição quase-estática $\sigma_h \gg \omega\epsilon$ e $\sigma_v \gg \omega\epsilon$, devido a faixa relativamente baixa de frequência utilizada no método MCSEM. Nesta condição, $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular e, σ_h e σ_v são, respectivamente, as condutividades horizontal e vertical da formação dadas em S/m.

Como consequência da equação (2.3), o campo magnético pode ser escrito como o rotacional de um potencial vetor

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} . \tag{2.5}$$

Substituindo (2.5) em (2.4), segue:

$$\nabla \times (\mathbf{E} + i\omega\mu \mathbf{A}) = 0 \implies \mathbf{E} = -i\omega\mu \mathbf{A} - \nabla U. \quad (2.6)$$

Onde U é um potencial escalar.

Agora, inserindo esta última expressão e (2.5) em (2.2), obtém-se:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} - \bar{\sigma} (-i\omega\mu \mathbf{A} - \nabla U) = I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t). \quad (2.7)$$

Aplicando a identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})$ à equação (2.7), tem-se:

$$\begin{aligned} -\nabla^2 A_x + \frac{\partial}{\partial x}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma_h \frac{\partial U}{\partial x} + i\omega\mu\sigma_h A_x &= I(\omega) ds_x \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t), \\ -\nabla^2 A_y + \frac{\partial}{\partial y}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma_h \frac{\partial U}{\partial y} + i\omega\mu\sigma_h A_y &= I(\omega) ds_y \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t), \\ -\nabla^2 A_z + \frac{\partial}{\partial z}(\nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma_v \frac{\partial U}{\partial z} + i\omega\mu\sigma_v A_z &= I(\omega) ds_z \delta(x)\delta(y)\delta(z - z_t). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Seguindo o procedimento descrito por Kaufman e Keller (1989), para um dipolo elétrico orientado na direção x , uma configuração conveniente para o potencial vetor é $\mathbf{A} = (A_x, 0, A_z)$, a qual, ainda, garante a completa definição do campo magnético. Uma boa condição de calibre neste caso é

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\sigma_h \cdot U.$$

Essas escolhas levam, as equações em (2.8), num sistema de duas equações diferenciais acopladas em termos das componentes do potencial vetor \mathbf{A} :

$$\nabla^2 A_x + k_h^2 A_x = -I(\omega) ds_x \delta(x)\delta(y)\delta(z), \quad (2.9)$$

$$\nabla^2 A_z + k_v^2 A_z = \left(1 - \frac{1}{\lambda^2}\right) \frac{\partial}{\partial z} \nabla \cdot \mathbf{A}, \quad (2.10)$$

onde $k_h^2 = -i\omega\mu\sigma_h$, $k_v^2 = -i\omega\mu\sigma_v$ e $\lambda^2 = \sigma_h/\sigma_v$.

A substituição da condição de calibre na equação (2.6) nos permite escrever o campo elétrico como

$$\mathbf{E} = -i\omega\mu \mathbf{A} + \frac{1}{\sigma_h} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}). \quad (2.11)$$

A solução da equação (2.9) no domínio (k_x, k_y, z) , da transformada de Fourier, é definida por Rijo (2004) como:

$$\hat{A}_x(k_x, k_y, z) = \begin{cases} I(\omega) ds_x \frac{e^{-u(z-z_t)}}{2u}, & (z - z_t) > 0, \\ I(\omega) ds_x \frac{e^{u(z-z_t)}}{2u}, & (z - z_t) < 0, \end{cases} \quad (2.12)$$

onde $u^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_h^2$.

A partir da equação (2.10), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k_v^2 A_z = \left(1 - \frac{1}{\lambda^2}\right) \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}.$$

Escrevendo esta última equação no domínio (k_x, k_y, z) , tem-se:

$$\frac{\partial^2 \hat{A}_z}{\partial z^2} - \lambda^2 v^2 \hat{A}_z = (\lambda^2 - 1) i k_x \frac{\partial \hat{A}_x}{\partial z}, \quad (2.13)$$

onde $v^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_v^2$.

A solução da equação (2.13), considerando (2.12), é dada por:

$$\hat{A}_z = \begin{cases} \frac{i k_x I(\omega) ds_x}{2k_r^2} \left(e^{-u(z-z_t)} - e^{-\lambda v(z-z_t)} \right), & (z - z_t) > 0, \\ -\frac{i k_x I(\omega) ds_x}{2k_r^2} \left(e^{u(z-z_t)} - e^{\lambda v(z-z_t)} \right), & (z - z_t) < 0, \end{cases} \quad (2.14)$$

onde $k_r^2 = k_x^2 + k_y^2$.

De posse da solução do potencial \mathbf{A} , podemos obter o campo eletromagnético para o meio homogêneo anisotrópico através das equações (2.5) e (2.11).

2.1.2 Meio Estratificado

Agora, tendo como base os resultados obtidos para o meio homogêneo, podemos obter a solução para o estratificado. Para isso, iremos primeiramente encontrar a solução do potencial \mathbf{A} , no domínio (k_x, k_y, z) de Fourier, para uma camada j do meio estratificado que contenha o transmissor (Figura 2). Então, obteremos a solução do potencial \mathbf{A} no domínio espacial através da transformada inversa de Fourier e com o auxílio das equações (2.5) e (2.11) encontramos a solução do campo eletromagnético.

Para regiões que não contenham a fonte, a equação (2.9) torna-se homogênea

$$\nabla^2 A_x + k_h^2 A_x = 0,$$

com solução no domínio (k_x, k_y, z) da forma

$$C_1(k_x, k_y) e^{-uz} + C_2(k_x, k_y) e^{uz}, \quad (2.15)$$

em que as parcelas da solução correspondem ao decaimento da onda no sentido positivo e negativo do eixo z .

Numa camada que contenha a fonte, a solução da equação diferencial não homogênea (2.12) deve ser adicionada a solução complementar (2.15) (WARD; HOHMANN, 1988).

Portanto, a componente x do potencial \mathbf{A} no domínio (k_x, k_y, z) para uma camada j é dada por

$$\begin{aligned}\hat{A}_{x(-)}^{(j)} &= A_{xj} \left[e^{u_j(z-z_j)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j)} + R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-2h_2)} \right], \\ \hat{A}_{x(+)}^{(j)} &= A_{xj} \left[e^{-u_j(z-z_j-2h_1)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j)} + R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-2h_2)} \right],\end{aligned}\quad (2.16)$$

com $A_{xj} = \frac{I(\omega) ds_x e^{-u_j h_1}}{2u_j}$. Os termos subscritos $(-)$ e $(+)$ significam, respectivamente, o potencial na camada j para as posições acima e abaixo da fonte.

Substituindo (2.16) em (2.13) determina-se a componente z do potencial \mathbf{A} numa camada j , dada por

$$\begin{aligned}\hat{A}_{z(-)}^{(j)} &= \frac{-ik_x A_{xj} u_j}{k_r^2} \left[e^{u_j(z-z_j)} - R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j)} + R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-2h_2)} \right] \\ &\quad + A_{zj} \left[e^{\lambda_j v_j(z-z_j)} + R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j)} - R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-2h_2)} \right], \\ \hat{A}_{z(+)}^{(j)} &= \frac{ik_x A_{xj} u_j}{k_r^2} \left[e^{-u_j(z-z_j-2h_1)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j)} - R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-2h_2)} \right] \\ &\quad - A_{zj} \left[e^{-\lambda_j v_j(z-z_j-2h_1)} - R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j)} + R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-2h_2)} \right],\end{aligned}\quad (2.17)$$

com $A_{zj} = \frac{I(\omega) ds_x e^{-\lambda_j v_j h_1}}{k_r^2}$.

Para se determinar os coeficientes de reflexão, $R_x^{(j)}$, $R_x^{(j+1)}$, $R_z^{(j)}$ e $R_z^{(j+1)}$, é conveniente escrever a equação (2.17) como:

$$\begin{aligned}\hat{A}_{z(-)}^{(j)} &= \frac{-ik_x}{k_r^2} \frac{\partial \hat{A}_{x(-)}^{(j)}}{\partial z} + \hat{A}_{v(-)}^{(j)}, \\ \hat{A}_{z(+)}^{(j)} &= \frac{-ik_x}{k_r^2} \frac{\partial \hat{A}_{x(+)}^{(j)}}{\partial z} + \hat{A}_{v(+)}^{(j)},\end{aligned}$$

onde,

$$\begin{aligned}\hat{A}_{v(-)}^{(j)} &= A_{zj} \left[e^{\lambda_j v_j(z-z_j)} + R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j)} - R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-2h_2)} \right], \text{ e} \\ \hat{A}_{v(+)}^{(j)} &= -A_{zj} \left[e^{-\lambda_j v_j(z-z_j-2h_1)} - R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j)} + R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-2h_2)} \right].\end{aligned}$$

Os coeficientes de reflexão são obtidos a partir das definições de impedância de superfície ($\hat{\mathcal{Z}}$) e admitância de superfície ($\hat{\mathcal{Y}}$) no domínio (k_x, k_y, z) empregadas nas interfaces de interesse (WARD; HOHMANN, 1988; SANTOS, 2007).

$$\hat{\mathcal{Z}}_{j-1} = - \frac{\hat{E}_{x, TM}^{(j)}}{\hat{H}_{y, TM}^{(j)}} \Bigg|_{z=z_j}, \quad \hat{\mathcal{Z}}_{j+1} = \frac{\hat{E}_{x, TM}^{(j)}}{\hat{H}_{y, TM}^{(j)}} \Bigg|_{z=z_{j+1}}$$

e

$$\hat{\mathcal{Y}}_{j-1} = - \frac{\hat{H}_{y, TE}^{(j)}}{\hat{E}_{x, TE}^{(j)}} \Bigg|_{z=z_j}, \quad \hat{\mathcal{Y}}_{j+1} = \frac{\hat{H}_{y, TE}^{(j)}}{\hat{E}_{x, TE}^{(j)}} \Bigg|_{z=z_{j+1}},$$

que, utilizando as equações (2.5) e (2.11), resulta em:

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{Y}}_{j-1} &= \frac{\frac{\partial \hat{A}_{x(-)}^{(j)}}{\partial z}}{i\omega\mu_j \hat{A}_{x(-)}^{(j)}} \quad \text{e} \quad \hat{\mathcal{Y}}_{j+1} = -\frac{\frac{\partial \hat{A}_{x(+)}^{(j)}}{\partial z}}{i\omega\mu_j \hat{A}_{x(+)}^{(j)}}. \\ \hat{\mathcal{Z}}_{j-1} &= \frac{1}{\sigma_{hj}} \frac{\frac{\partial \hat{A}_{v(-)}^{(j)}}{\partial z}}{\hat{A}_{v(-)}^{(j)}} \quad \text{e} \quad \hat{\mathcal{Z}}_{j+1} = -\frac{1}{\sigma_{hj}} \frac{\frac{\partial \hat{A}_{v(+)}^{(j)}}{\partial z}}{\hat{A}_{v(+)}^{(j)}}. \end{aligned}$$

Aplicando as equações (2.16) e (2.17) às relações acima, tem-se

$$\begin{aligned} R_x^{(j)} &= \frac{(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) + (\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) e^{-2u_j h_2}}{(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) - (\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) e^{-2u_j H_j}}, \\ R_x^{(j+1)} &= \frac{(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) + (\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) e^{-2u_j h_1}}{(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j + \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) - (\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j-1})(\mathcal{Y}_j - \hat{\mathcal{Y}}_{j+1}) e^{-2u_j H_j}}, \end{aligned}$$

onde $\mathcal{Y}_j = \frac{u_j}{i\omega\mu_j}$ e H_j é a espessura da camada j .

E, também,

$$\begin{aligned} R_z^{(j)} &= \frac{(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) - (\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) e^{-2u_j h_2}}{(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) - (\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) e^{-2u_j H_j}}, \\ R_z^{(j+1)} &= \frac{(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) - (\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) e^{-2u_j h_1}}{(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j + \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) - (\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j-1})(\mathcal{Z}_j - \hat{\mathcal{Z}}_{j+1}) e^{-2u_j H_j}}, \end{aligned}$$

onde $\mathcal{Z}_j = \frac{\lambda_j v_j}{\sigma_{hj}}$.

Definidos os coeficientes de reflexão pode-se, então, escrever a solução das componentes do potencial \mathbf{A} em (x, y, z) aplicando a transformada inversa dupla de Fourier.

As componentes do campo elétrico, estando o transmissor acima dos receptores numa camada j , são definidas através da substituição da solução do potencial \mathbf{A} na equação (2.11):

$$\begin{aligned} E_x^{(j)}(x, y, z) &= \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi \sigma_{hj}} \left(\frac{2x^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\ &\quad - \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi \sigma_{hj}} \frac{x^2}{r^2} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r \\ &\quad + \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi} \left(\frac{2y^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\ &\quad - \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi} \frac{y^2}{r^2} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r, \end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{(j)}(x, y, z) &= \frac{I(\omega) ds_x x y}{2\pi \sigma_{hj} r^3} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad - \frac{I(\omega) ds_x x y}{4\pi \sigma_{hj} r^2} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r \\
&\quad - \frac{I(\omega) ds_x x y}{2\pi r^3} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad + \frac{I(\omega) ds_x x y}{4\pi r^2} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r,
\end{aligned} \tag{2.19}$$

onde,

$$K_{xy}^h(k_r) = \frac{1}{\mathcal{Y}} \left(e^{-u_j(z-z_j-h_1)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j+h_1)} + R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right)$$

e,

$$K_{xy}^v(k_r) = \lambda_j v_j \left[e^{-\lambda_j v_j(z-z_j-h_1)} - R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j+h_1)} - R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right].$$

$$E_z^{(j)}(x, y, z) = \frac{I(\omega) ds_x x}{4\pi r} \int_0^\infty K_z^v(k_r) J_1(k_r r) k_r^2 dk_r \tag{2.20}$$

onde,

$$K_z^v(k_r) = \frac{1}{\sigma_{vj}} \left[e^{-\lambda_j v_j(z-z_j-h_1)} - R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j+h_1)} + R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right].$$

As componentes do campo magnético, estando o transmissor acima dos receptores numa camada j , são definidas através substituição da solução do potencial \mathbf{A} na equação (2.5):

$$\begin{aligned}
H_x^{(j)}(x, y, z) &= -\frac{I(\omega) ds_x x y}{2\pi r^3} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad + \frac{I(\omega) ds_x x y}{4\pi r^2} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r \\
&\quad + \frac{I(\omega) ds_x x y}{2\pi r^3} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad - \frac{I(\omega) ds_x x y}{4\pi r^2} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r,
\end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
H_y^{(j)}(x, y, z) &= \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi} \left(\frac{2x^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad - \frac{I(\omega) ds_x x^2}{4\pi r^2} \int_0^\infty K_{xy}^v(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r \\
&\quad + \frac{I(\omega) ds_x}{4\pi} \left(\frac{2y^2}{r^3} - \frac{1}{r} \right) \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_1(k_r r) dk_r \\
&\quad - \frac{I(\omega) ds_x y^2}{4\pi r^2} \int_0^\infty K_{xy}^h(k_r) J_0(k_r r) k_r dk_r,
\end{aligned} \tag{2.22}$$

onde,

$$K_{xy}^h(k_r) = \left[e^{-u_j(z-z_j-h_1)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j+h_1)} - R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right]$$

e,

$$K_{xy}^v(k_r) = \left[e^{-\lambda_j v_j(z-z_j-h_1)} - R_z^{(j)} e^{-\lambda_j v_j(z-z_j+h_1)} + R_z^{(j+1)} e^{\lambda_j v_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right].$$

$$H_z^{(j)}(x, y, z) = \frac{I(\omega) ds_x y}{4\pi r} \int_0^\infty K_z^h(k_r) J_1(k_r r) k_r^2 dk_r \quad (2.23)$$

onde,

$$K_z^h(k_r) = \frac{1}{u_j} \left[e^{-u_j(z-z_j-h_1)} + R_x^{(j)} e^{-u_j(z-z_j+h_1)} + R_x^{(j+1)} e^{u_j(z-z_j-h_1-2h_2)} \right].$$

2.2 Efeitos da anisotropia vertical nos dados MCSEM 1D

Vamos investigar os efeitos da anisotropia nas medições do método CSEM marinho considerando as geometrias *inline* e *broadside* para disposição transmissor-receptor. Com dipolo orientado na direção x , pode-se medir apenas as componentes E_x , H_y e E_z na geometria *inline* (medidas ao longo do eixo x) o que pode ser verificado assumindo $y = 0$ nas equações do campo eletromagnético definidas na seção (2.1). Analogamente, na geometria *broadside* pode-se medir apenas as componentes E_x , H_y e H_z do campo eletromagnético. Nessa investigação vamos considerar o transmissor sempre a 30 m do fundo do mar e que ele funciona num regime de frequência de 0,25 Hz.

Figura 3 – Modelo interpretativo para o método MCSEM sem reservatório.

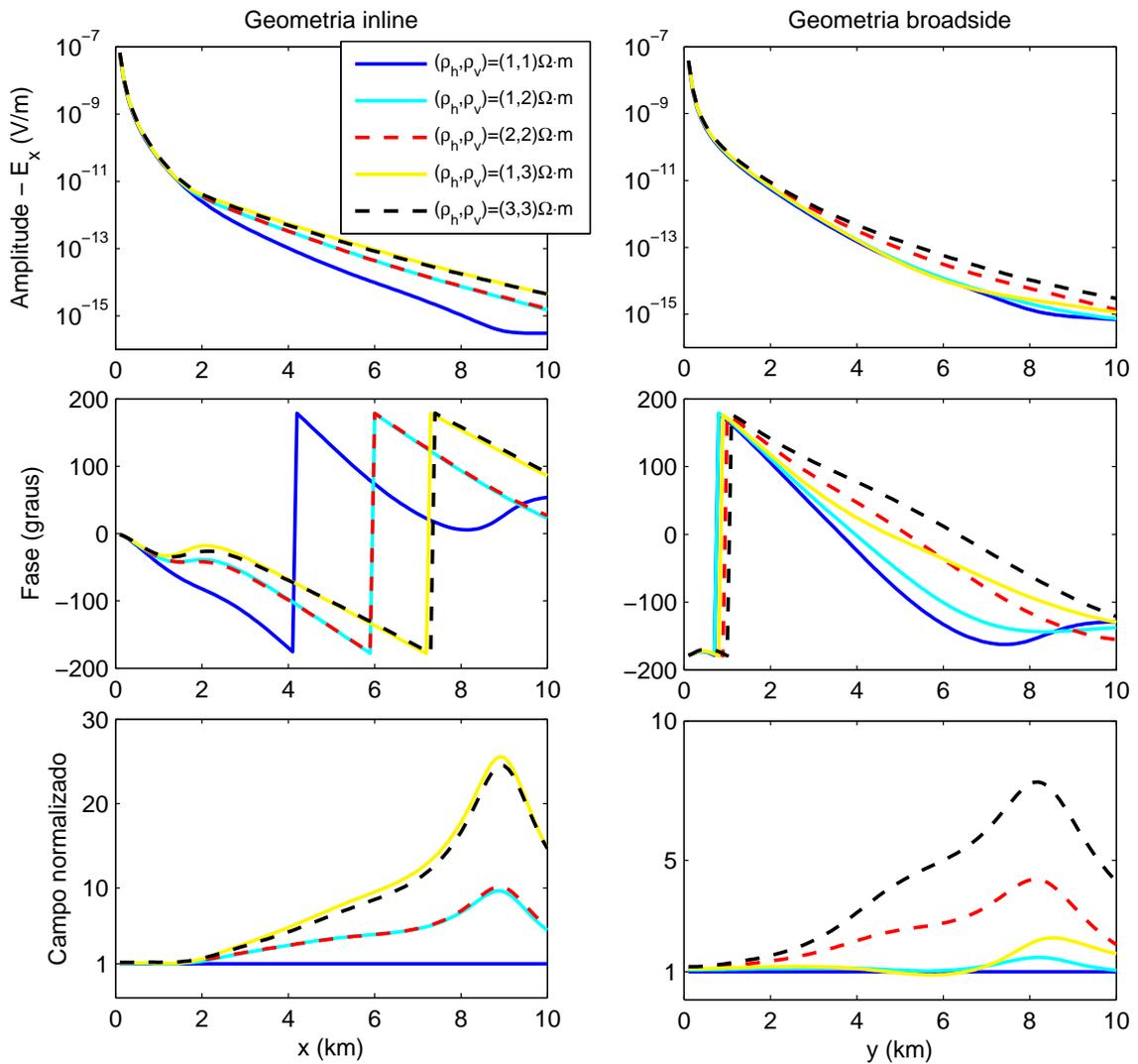


Fonte: Do autor

Para analisarmos a dependência que o efeito anisotrópico tem da geometria transmissor-receptor e verificarmos como as componentes do campo eletromagnético

são afetadas pela anisotropia. Iremos considerar o modelo dado na Figura (3), que é constituído pelos meios: ar, mar e sedimentos sem a presença do reservatório. O ar é simulado como um semiespaço homogêneo e isotrópico, o mar é uma camada isotrópica com espessura de 1500 m e resistividade de $0,3 \Omega \cdot m$ e o meio sedimentar abaixo do fundo do mar é representado por um semiespaço homogêneo com anisotropia vertical. A resistividade do pacote sedimentar é o parâmetro que irá variar para estas primeiras simulações.

Figura 4 – Resultados para a componente E_x *inline* e *broadside*.



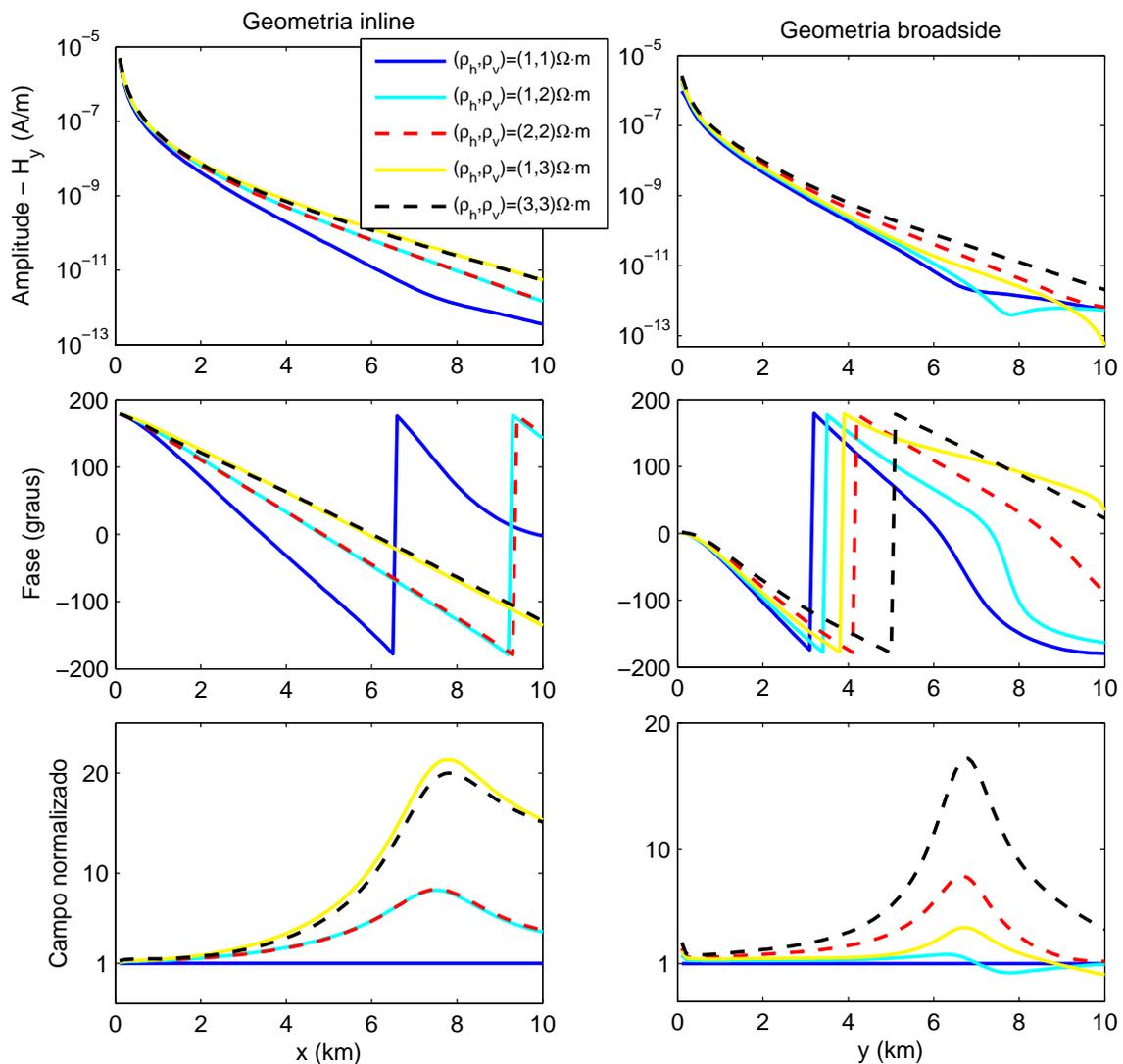
Fonte: Do autor

A Figura (4) mostra que para as medidas de E_x *inline* os modelos com o mesmo valor da resistividade vertical apresentam, aproximadamente, a mesma resposta, ainda que, o valor da resistividade horizontal seja diferente. Verifica-se, também, que um aumento da resistividade vertical implica num aumento da amplitude de E_x *inline*. Para as medidas

de E_x *broadside* os modelos com o mesmo valor da resistividade horizontal apresentam a mesma resposta até uma distância de, aproximadamente, 7 km a partir desta distância a resposta começa a sofrer influência da resistividade vertical.

Portanto, podemos concluir que a componente E_x *inline* é mais sensível a resistividade vertical, enquanto que, a componente E_x *broadside* é mais sensível a resistividade horizontal para medidas mais próximas do transmissor e passa a sofrer influência da resistividade vertical para posições de medidas mais afastadas do transmissor. As mesmas conclusões obtidas para componente E_x se aplicam à componente H_y , como mostra a Figura (5).

Figura 5 – Resultados para a componente H_y *inline* e *broadside*.

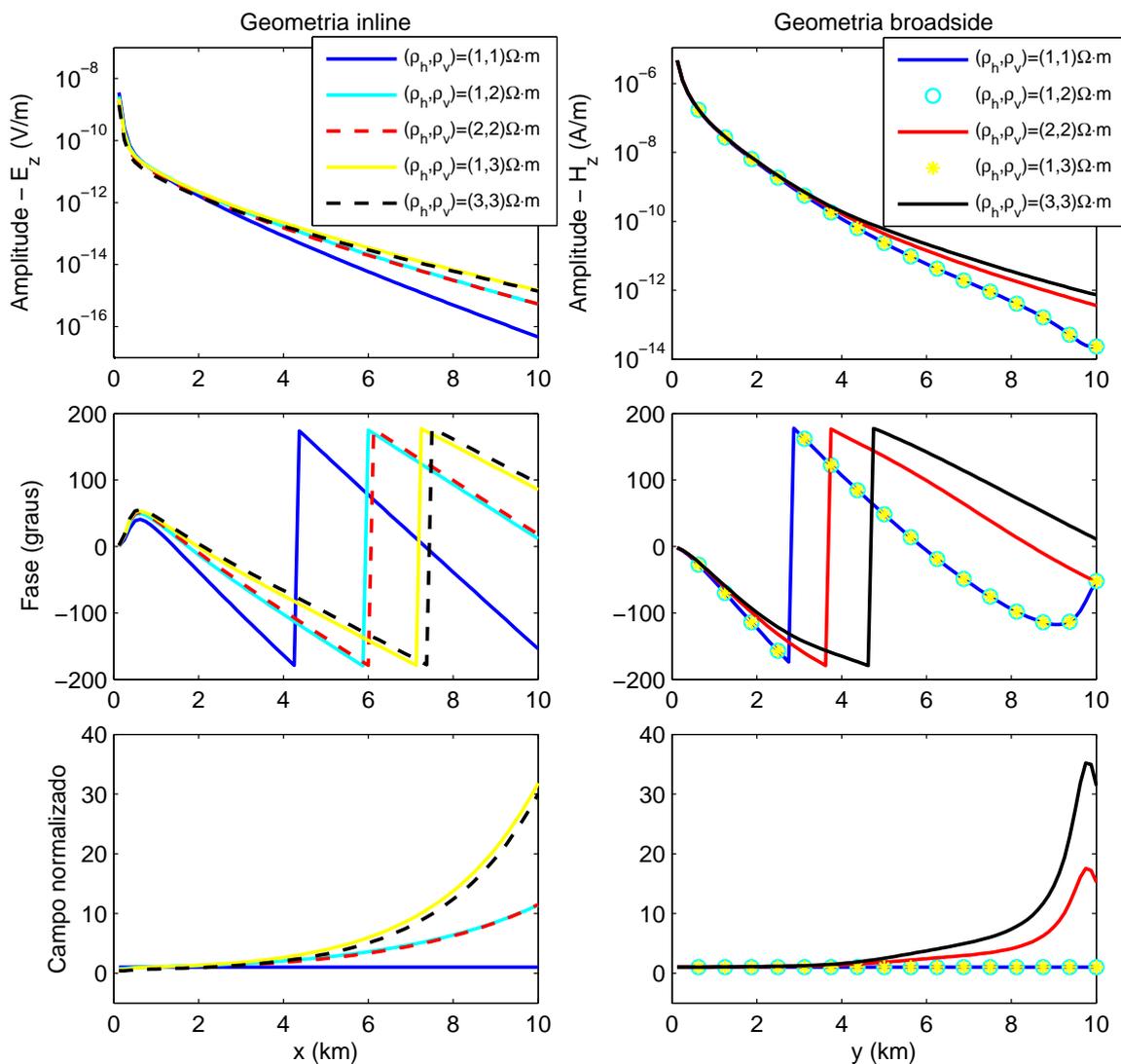


Fonte: Do autor

A Figura (6) mostra que a componente E_z é mais sensível a resistividade vertical, enquanto que, a componente H_z é afetada apenas pela resistividade horizontal (veja que a

equação (2.23) da seção (2.1) independe de σ_v). Isso ocorre porque, E_z e H_z são gerados, respectivamente, por correntes elétricas verticais e correntes elétricas horizontais.

Figura 6 – Resultados para a componente E_z (*inline*) e H_z (*broadside*).



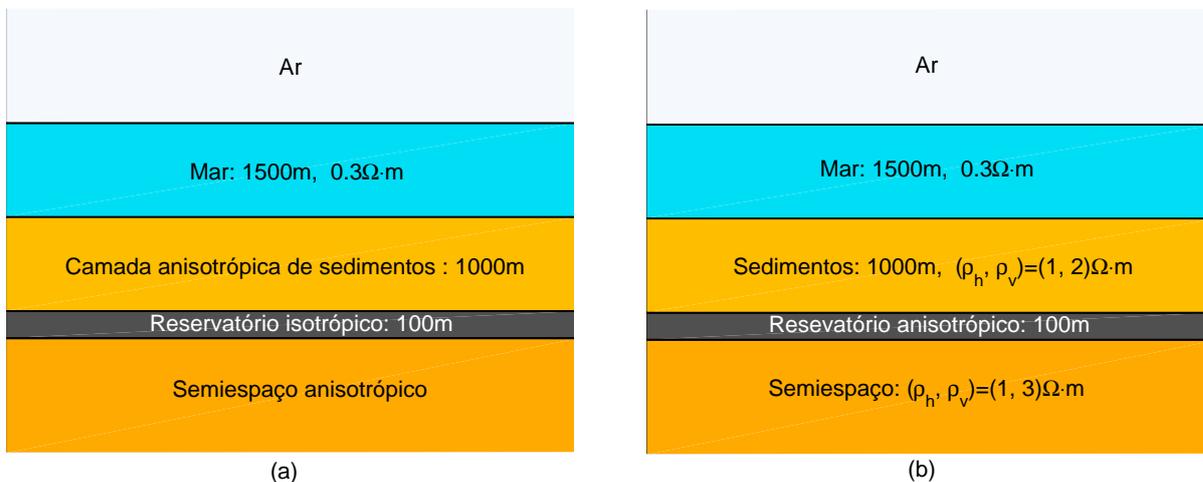
Fonte: Do autor

Agora, vamos considerar os modelos com reservatório definidos na Figura (7), para avaliar a influência da anisotropia na “resposta” do reservatório. Com esse propósito, vamos analisar duas situações distintas: (1) meio encaixante com variação de anisotropia e reservatório com hidrocarboneto de resistividade $100 \Omega \cdot m$ (Figura 7a); (2) meio encaixante com anisotropia fixa e reservatório com hidrocarboneto e anisotropia variável (Figura 7b). As anomalias geradas pelo reservatório serão obtidas através da normalização das respostas dos modelos com reservatório (HC) pelas respostas dos modelos sem reservatório (noHC).

A Figura (8) mostra as respostas obtidas para o modelo da Figura (7a) em que ocorre variação da resistividade anisotrópica no meio encaixante. Neste caso, um erro na

determinação da anisotropia do meio encaixante pode levar a interpretações erradas sobre os alvos resistivos.

Figura 7 – Modelo interpretativo para o método MCSEM com reservatório.



Fonte: Do autor

As Figuras (8a) e (8c) mostram que um meio sem reservatório pode gerar uma anomalia semelhante a de um meio com reservatório quando a anisotropia do meio encaixante é subestimada. Assim, um meio que não apresenta um alvo resistivo poderia ser interpretado como um meio que contém reservatório.

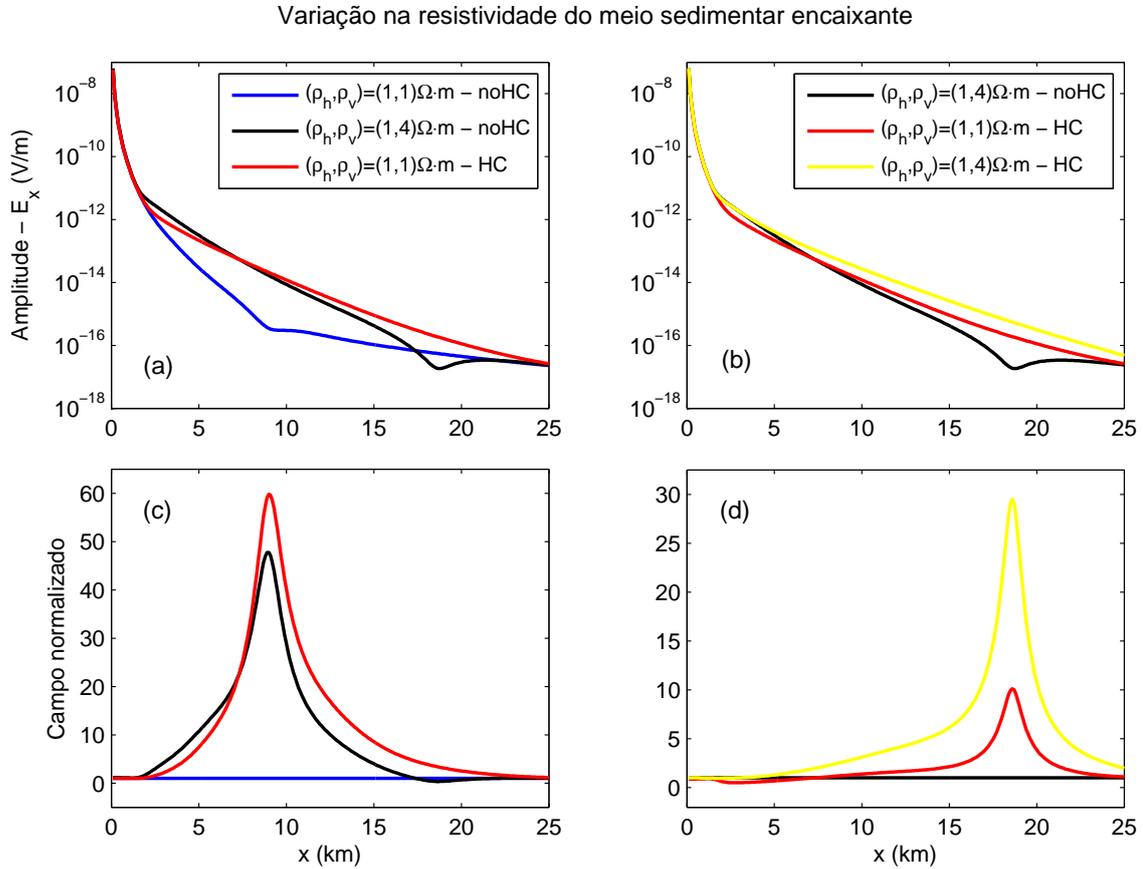
As Figuras (8b) e (8d) mostram que uma sobrestimação da anisotropia do meio encaixante minimiza a anomalia gerada pelo reservatório resistivo. Neste caso, a anisotropia leva a uma subestimação do reservatório.

A Figura (9) mostra a resposta para segunda simulação (Figura 7b), onde a anisotropia do reservatório está variando. Nesta situação, um aumento na resistividade vertical do hidrocarboneto produz um aumento na amplitude de E_x .

Uma análise da distribuição do campo elétrico e do vetor densidade de corrente, no plano xz que contém o dipolo elétrico horizontal, reafirma a observação de que as medidas *inline* sofrem maior influência da resistividade vertical. Esse fato pode ser observado nas Figuras (10), (11), (12) e (13), pois uma variação na resistividade vertical causa uma mudança considerável da distribuição do campo e da densidade de corrente, enquanto que, se a resistividade vertical é mantida constante, tal distribuição sofre pouca alteração quando a resistividade horizontal varia.

Essa mudança na distribuição do campo elétrico e do vetor densidade de corrente refere-se, principalmente, ao decaimento do campo, uma vez que um aumento na resistividade vertical diminui a taxa de decaimento do campo elétrico. O fato do decaimento do campo ter uma dependência maior da resistividade vertical pode ser justificado pela

Figura 8 – Resultados da componente E_x (*inline*) para os modelos definidos na Figura (7a). Em (c) o campo foi normalizado pelos valores da curva $(\rho_h, \rho_v) = (1, 1)\Omega \cdot m$ - noHC (linha azul). Em (d) o campo foi normalizado pelos valores da curva $(\rho_h, \rho_v) = (1, 4)\Omega \cdot m$ - noHC (linha preta).



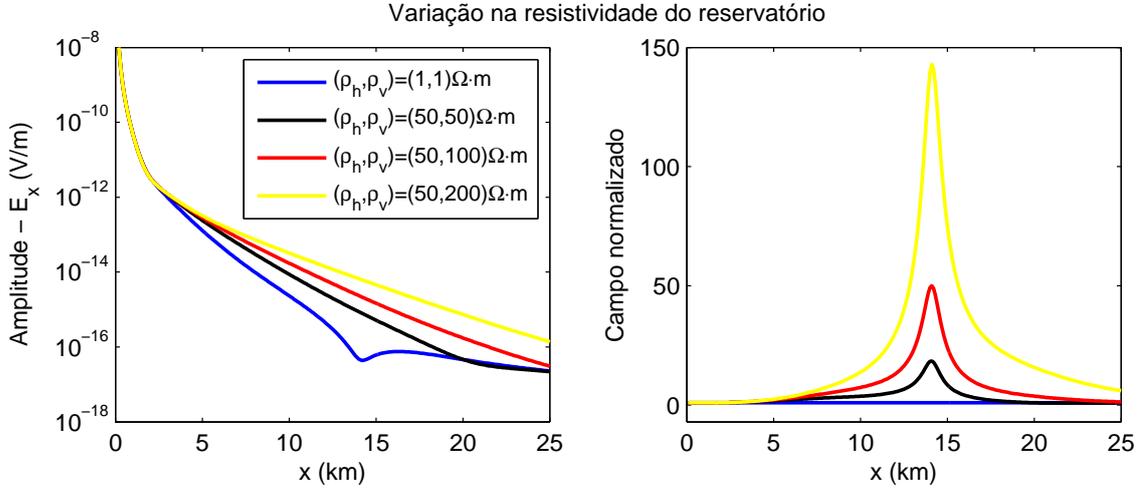
Fonte: Do autor

orientação próxima da vertical que as linhas de campo e linhas de corrente assumem. Segundo Constable e Weiss (2006) o efeito galvânico resultante do acúmulo de carga nas interfaces da formação produz perturbações detectáveis nas medidas dos campos EM realizadas no fundo do mar. Um e Alumbaugh (2007) mostraram que este efeito é diretamente proporcional ao contraste de resistividade dos meios e a componente normal do vetor densidade de corrente para meios isotrópicos.

Aplicando a lei de Gauss à interface entre dois meios transversalmente isotrópicos com eixo de simetria vertical, temos:

$$\rho_s = \epsilon_2 E_2^n - \epsilon_1 E_1^n,$$

onde ρ_s é a densidade superficial de carga e a letra n sobrescrita indica que a componente é normal à interface que separa os dois meios. Fazendo uso da lei de Ohm, nesta equação,

Figura 9 – Resultados da componente E_x (*inline*) para os modelos definidos na Figura (7b).


Fonte: Do autor

obtemos

$$\varrho_s = \epsilon_2 \frac{J_2^n}{\sigma_{v_2}} - \epsilon_1 \frac{J_1^n}{\sigma_{v_1}}.$$

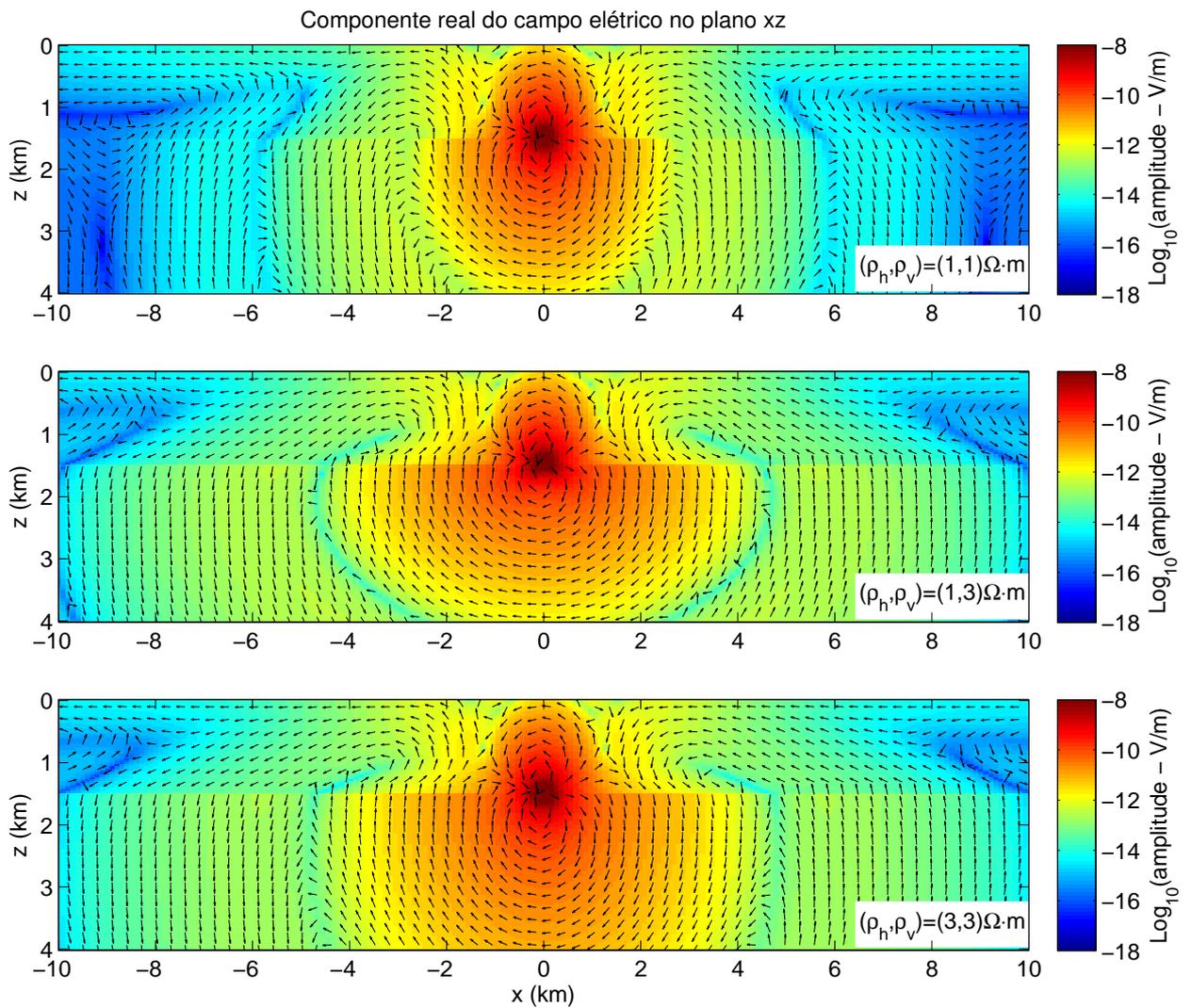
Pela continuidade da componente z do vetor densidade de corrente $J^n = J_2^n = J_1^n$, logo

$$\varrho_s = J^n \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_{v_2}} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_{v_1}} \right).$$

Esta equação justifica o fato já evidenciado de que as configurações em que as linhas de corrente assumem orientações próximas a vertical contribuem para um aumento do efeito galvânico. Esse tipo de configuração das linhas de corrente não ocorre na região abaixo da fonte, como podemos observar nos resultados.

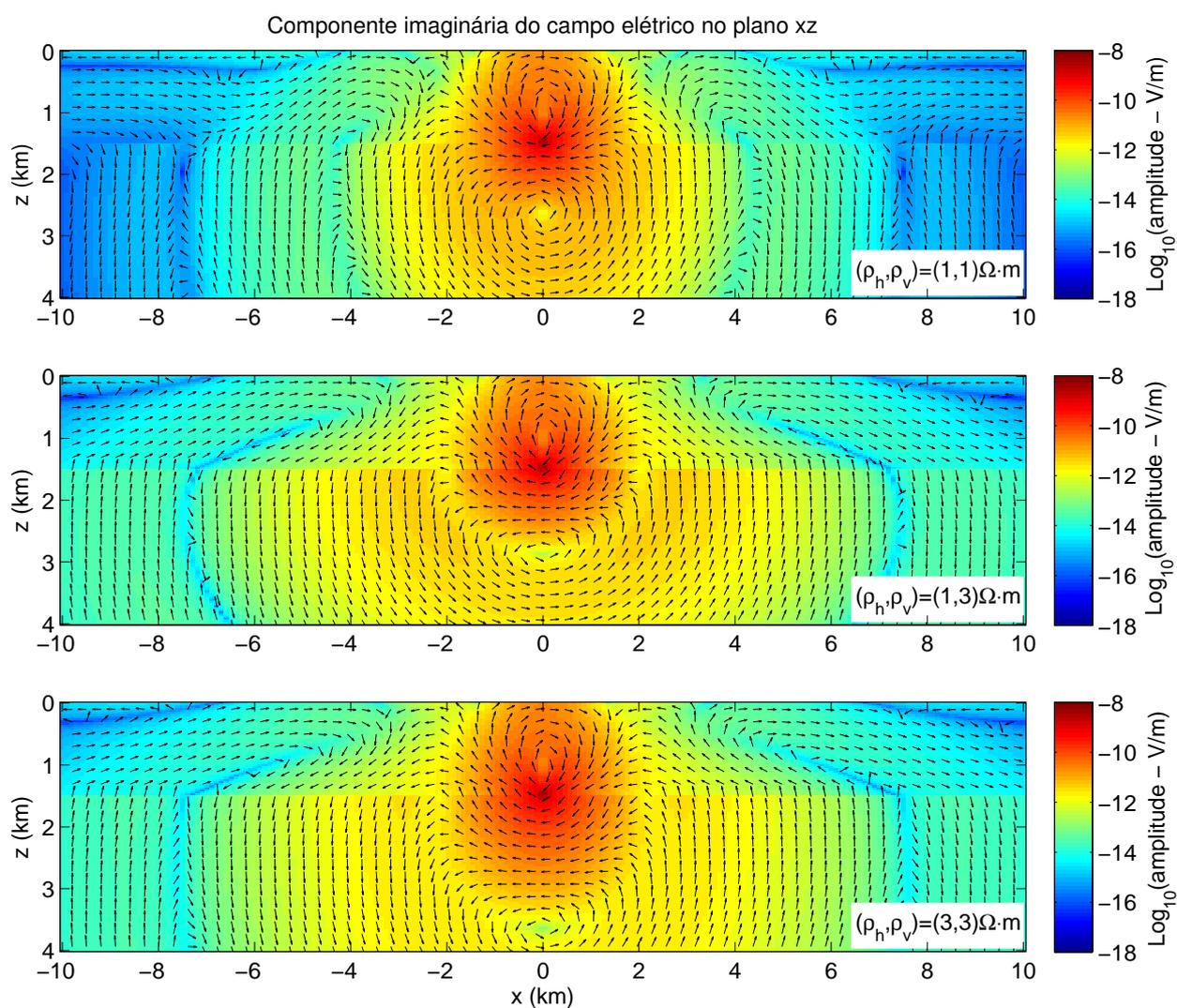
O campo elétrico e o vetor densidade de corrente no plano xz são mostrados, respectivamente, nas Figuras (14) e (15) para os modelos com e sem reservatório. Na presença do reservatório o campo apresenta um menor decaimento se comparado ao modelo sem reservatório. Entretanto, essa diferença diminui se a resistividade vertical do meio encaixante aumenta. Isso mostra, como foi dito antes, que a anisotropia pode mascarar a presença do reservatório.

Figura 10 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do *background* está demonstrado nos gráficos.



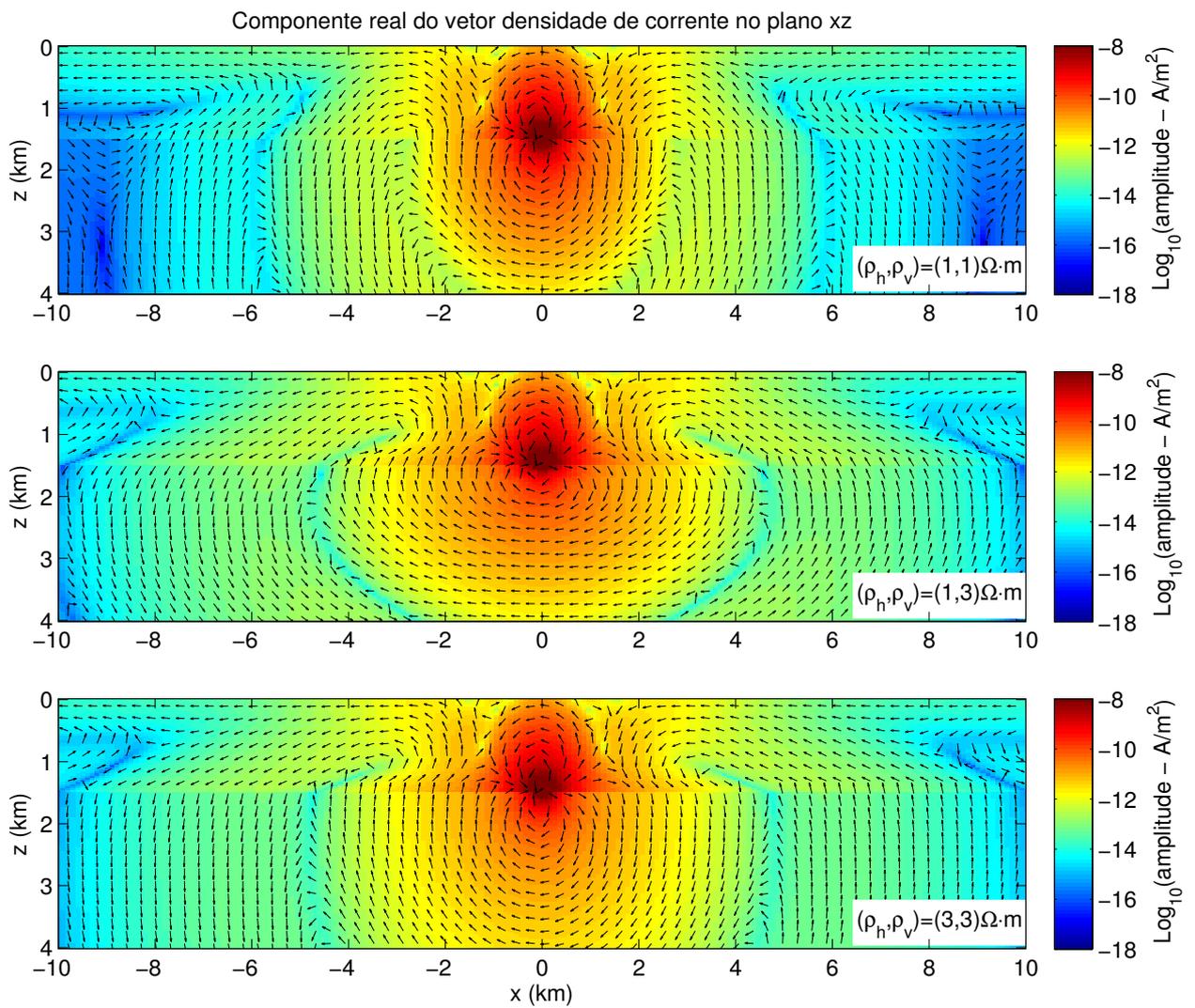
Fonte: Do autor

Figura 11 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do *background* está demonstrado nos gráficos.



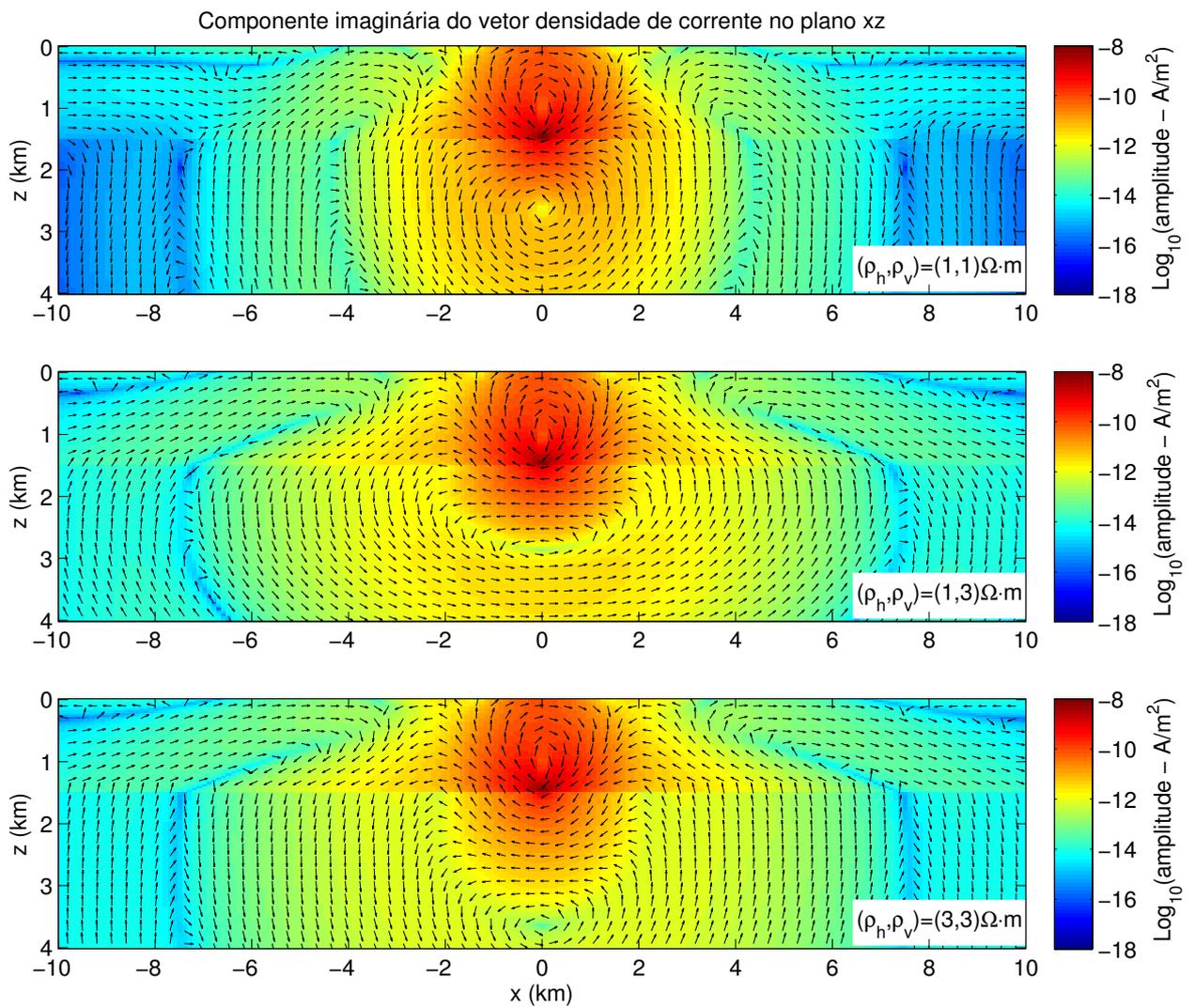
Fonte: Do autor

Figura 12 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do *background* está demonstrado nos gráficos.



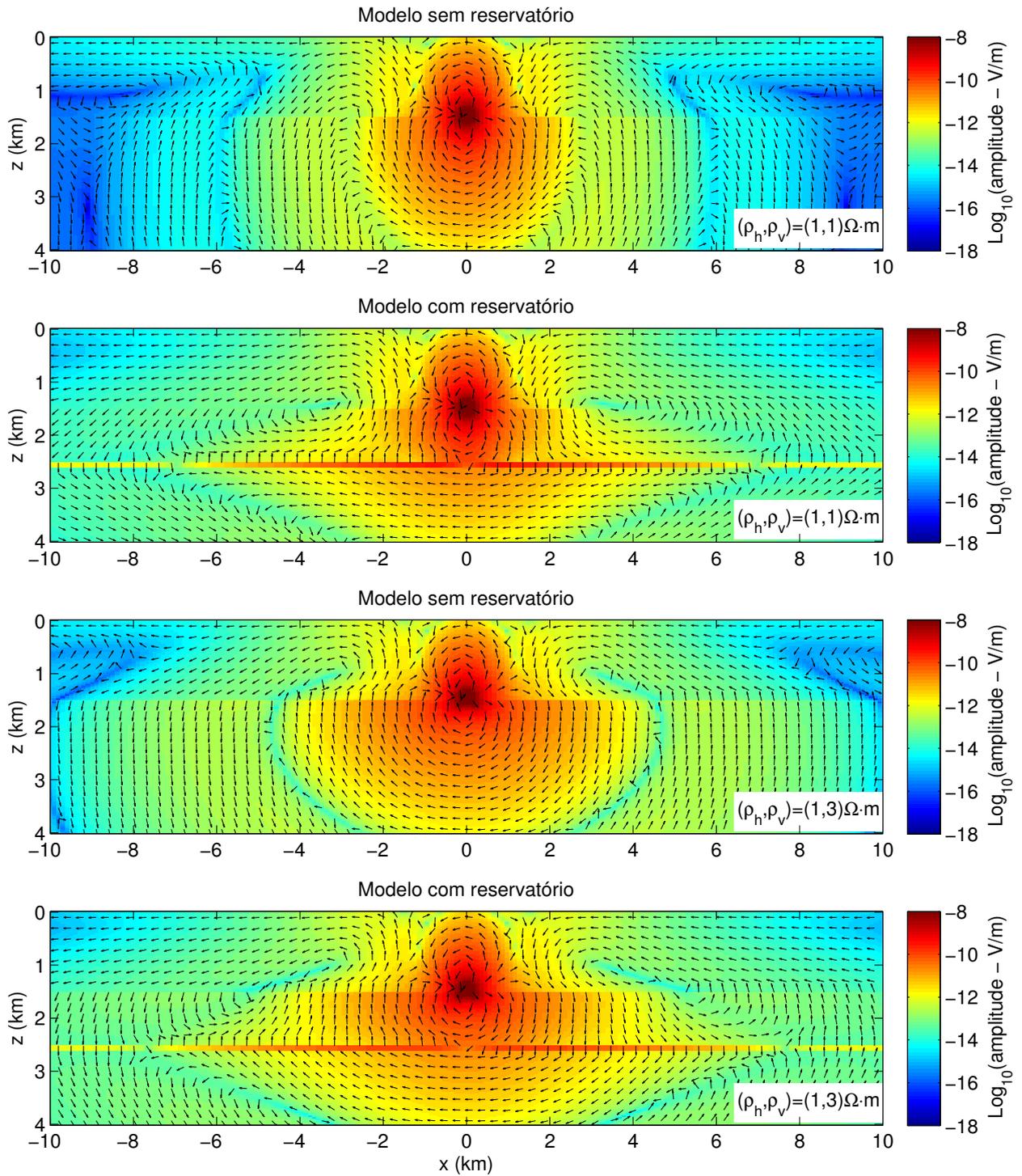
Fonte: Do autor

Figura 13 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. O valor da resistividade do *background* está demonstrado nos gráficos.



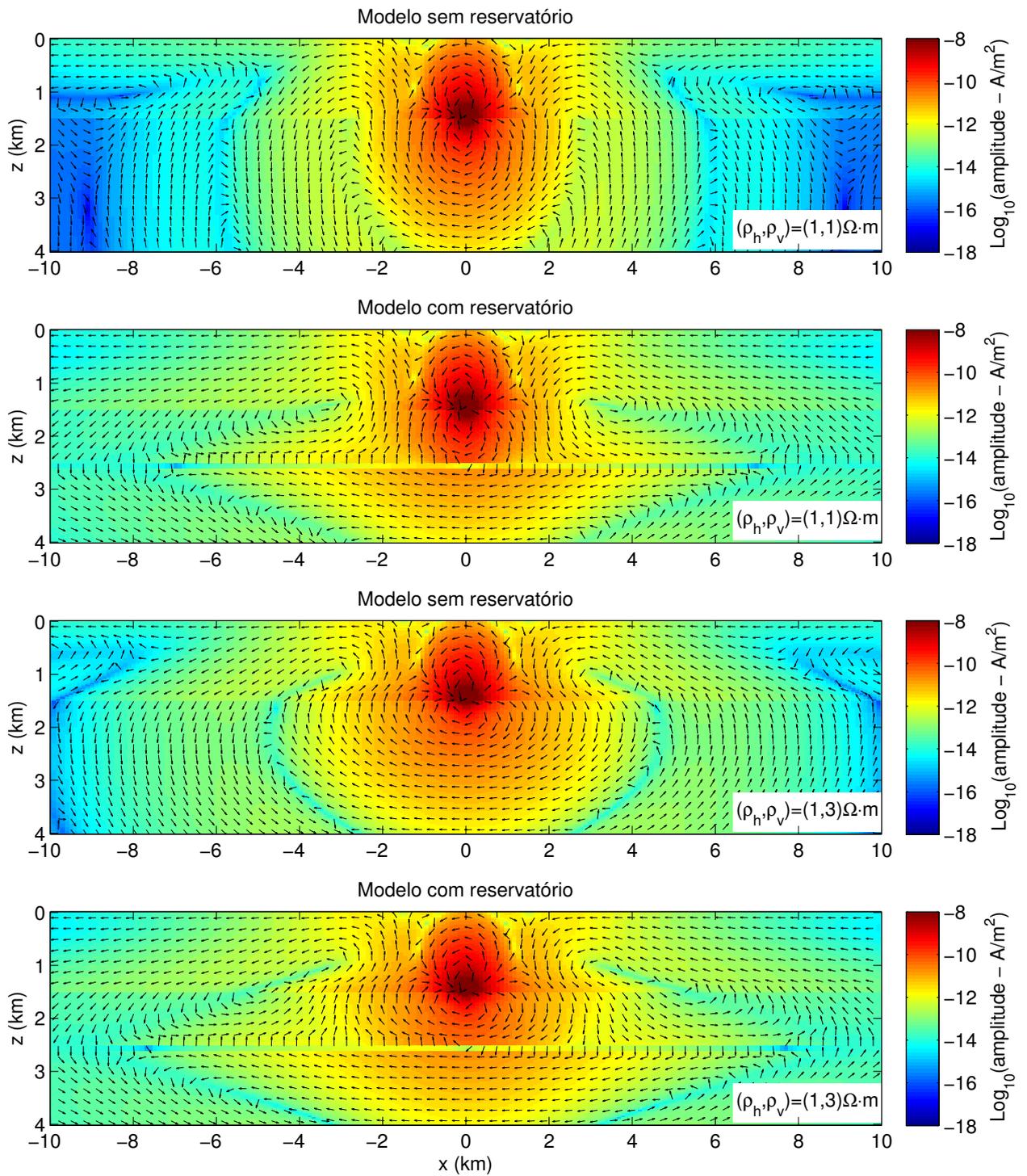
Fonte: Do autor

Figura 14 – Componente real do campo elétrico no plano xz para os modelos sem reservatório e com reservatório. O valor da resistividade do meio encaixante está demonstrado nos gráficos.



Fonte: Do autor

Figura 15 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para os modelos sem reservatório e com reservatório. O valor da resistividade do meio encaixante está demonstrado nos gráficos.



Fonte: Do autor

3 MEIO ESTRATIFICADO COM ANISOTROPIA INCLINADA

Neste capítulo vamos calcular o campo eletromagnético gerado por um dipolo elétrico horizontal num meio estratificado transversalmente isotrópico com eixo de simetria inclinado - TII (Figura 16). A partir da solução desse campo, será avaliada a influência da anisotropia inclinada nos dados MCSEM. As respostas apresentadas aqui, irão variar entre as respostas de meios TIV, vistas no capítulo (2), e as respostas de um meio estratificado transversalmente isotrópico com o eixo de simetria horizontal (TIH), pois estes dois casos são casos particulares do meio TII, em que os ângulos de inclinação são 0° e 90° , respectivamente.

3.1 Cálculo do campo eletromagnético

Para evitarmos as singularidades geradas pelo dipolo elétrico horizontal (DEH), separamos o campo eletromagnético (EM) em campo primário e campo secundário. O campo primário é o campo EM induzido pelo DEH num meio estratificado transversalmente isotrópico com eixo de simetria vertical (TIV), que foi definido no capítulo (2). Vejamos agora como calcular o campo secundário.

3.1.1 Campo eletromagnético secundário

Consideremos a lei de Ampère-Maxwell no regime quase-estático e a lei de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{H} - \bar{\bar{\sigma}} \mathbf{E} = I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z), \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + i\omega\mu \mathbf{H} = \mathbf{0}. \quad (3.2)$$

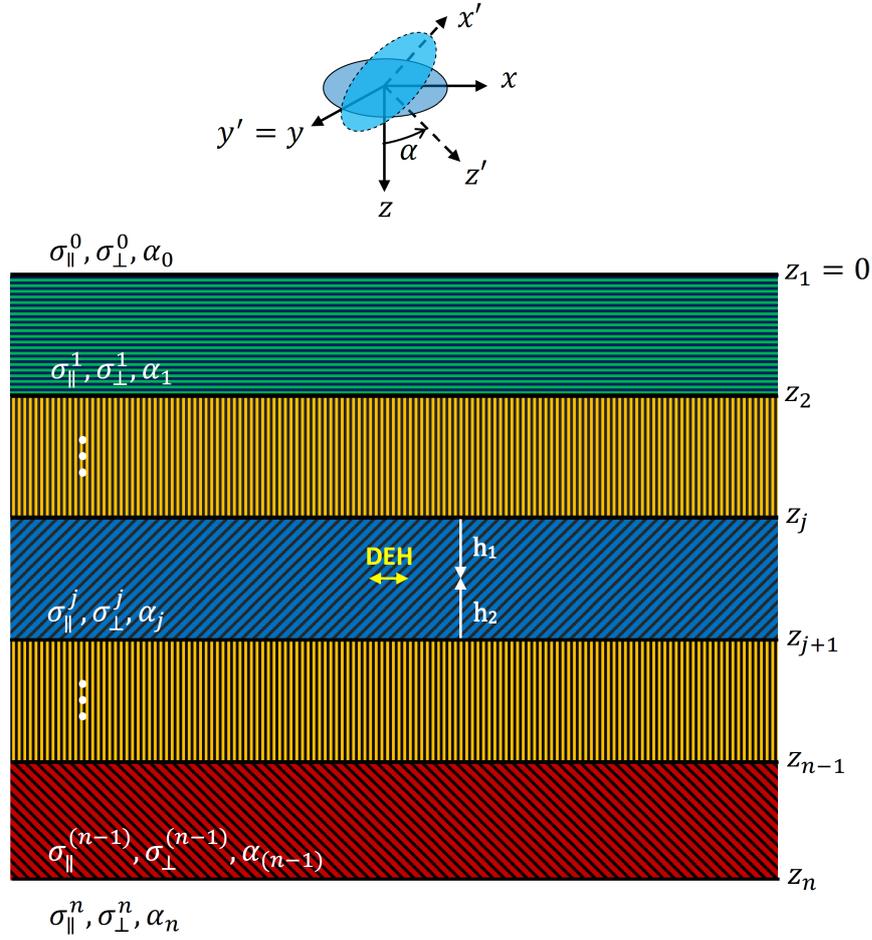
Onde $I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z)$ representa a distribuição de corrente do dipolo elétrico, μ_0 é o valor da permeabilidade magnética no vácuo e $\bar{\bar{\sigma}}$ é o tensor condutividade elétrica do meio com anisotropia inclinada para uma rotação em torno do eixo y

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} \cos^2 \alpha + \sigma_{\perp} \sin^2 \alpha & 0 & (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & \sigma_{\parallel} & 0 \\ (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \alpha \cos \alpha & 0 & \sigma_{\parallel} \sin^2 \alpha + \sigma_{\perp} \cos^2 \alpha \end{pmatrix}.$$

O campo secundário é o campo induzido pelas heterogeneidades presentes no meio estratificado e portanto

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s$$

Figura 16 – Modelo interpretativo de um meio estratificado com anisotropia inclinada.



Fonte: Do autor

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_p + \Delta\bar{\sigma}.$$

Substituindo estas três últimas igualdades em (3.1) e (3.2) temos,

$$\nabla \times (\mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s) - (\bar{\sigma}_p + \Delta\bar{\sigma}) (\mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s) = I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z), \quad (3.3)$$

$$\nabla \times (\mathbf{E}^p + \mathbf{E}^s) + i\omega\mu (\mathbf{H}^p + \mathbf{H}^s) = \mathbf{0}. \quad (3.4)$$

Usando as equações de Ampère-Maxwell e Faraday para o modelo primário,

$$\nabla \times \mathbf{H}^p - \bar{\sigma}_p \mathbf{E}^p = I(\omega) ds \delta(x)\delta(y)\delta(z),$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^p + i\omega\mu \mathbf{H}^p = \mathbf{0},$$

nas equações (3.3) e (3.4) obtemos,

$$\nabla \times \mathbf{H}^s - \bar{\sigma} \mathbf{E}^s = \Delta \bar{\sigma} \mathbf{E}^p, \quad (3.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^s + i\omega\mu \mathbf{H}^s = \mathbf{0}. \quad (3.6)$$

A solução do campo primário é conhecida e, portanto, para obtermos o campo EM no meio estratificado com anisotropia inclinada precisamos resolver as equações (3.5) e (3.6) e somar o campo secundário encontrado com o campo primário nas posições de medida.

Passemos, então, à solução das equações (3.5) e (3.6). A partir destas equações vamos obter, no domínio (k_x, ky, z) das transformadas de Fourier, um sistema de equações diferenciais de primeira ordem para as componentes x e y do campo eletromagnético. Dessa forma, da equação (3.6), temos

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z^s}{\partial y} - \frac{\partial E_y^s}{\partial z} + i\omega\mu H_x^s &= 0, \\ \frac{\partial E_x^s}{\partial z} - \frac{\partial E_z^s}{\partial x} + i\omega\mu H_y^s &= 0, \\ \frac{\partial E_y^s}{\partial x} - \frac{\partial E_x^s}{\partial y} + i\omega\mu H_z^s &= 0. \end{aligned}$$

Aplicando a estas equações a transformada dupla de Fourier em relação as variáveis x e y , obtemos

$$\frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} = ik_y \hat{E}_z^s + i\omega\mu \hat{H}_x^s, \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \hat{E}_x^s}{\partial z} = ik_x \hat{E}_z^s - i\omega\mu \hat{H}_y^s, \quad (3.8)$$

$$\hat{H}_z^s = \frac{1}{i\omega\mu} \left(ik_y \hat{E}_x^s - ik_x \hat{E}_y^s \right). \quad (3.9)$$

Para equação (3.5) temos,

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_z^s}{\partial y} - \frac{\partial H_y^s}{\partial z} - \sigma_{xx} E_x^s - \sigma_{xz} E_z^s &= J_x^s, \\ \frac{\partial H_x^s}{\partial z} - \frac{\partial H_z^s}{\partial x} - \sigma_{yy} E_y^s &= J_y^s, \\ \frac{\partial H_y^s}{\partial x} - \frac{\partial H_x^s}{\partial y} - \sigma_{zx} E_x^s - \sigma_{zz} E_z^s &= J_z^s. \end{aligned}$$

Onde $J_x^s = \Delta \sigma_{xx} E_x^p + \Delta \sigma_{xz} E_z^p$, $J_y^s = \Delta \sigma_{yy} E_y^p$ e $J_z^s = \Delta \sigma_{zx} E_x^p + \Delta \sigma_{zz} E_z^p$. Aplicando a estas equações a transformada dupla de Fourier em relação as variáveis x e y , obtemos

$$\frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} = ik_y \hat{H}_z^s - (\sigma_{xx} \hat{E}_x^s + \sigma_{xz} \hat{E}_z^s) - \hat{J}_x^s, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \hat{H}_x^s}{\partial z} = ik_x \hat{H}_z^s + \sigma_{yy} \hat{E}_y^s + \hat{J}_y^s, \quad (3.11)$$

$$\hat{E}_z^s = \frac{1}{\sigma_{zz}} \left(ik_x \hat{H}_y^s - ik_y \hat{H}_x^s - \sigma_{zx} \hat{E}_x^s - \hat{J}_z^s \right). \quad (3.12)$$

Substituindo (3.12) em (3.8), obtemos

$$\frac{\partial \hat{E}_x^s}{\partial z} = -ik_x \frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} \hat{E}_x^s + \frac{k_x k_y}{\sigma_{zz}} \hat{H}_x^s - \left(\frac{k_x^2}{\sigma_{zz}} + i\omega\mu \right) \hat{H}_y^s - \frac{ik_x}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s. \quad (3.13)$$

Substituindo (3.12) em (3.7), obtemos

$$\frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} = -ik_y \frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} \hat{E}_x^s + \left(\frac{k_y^2}{\sigma_{zz}} + i\omega\mu \right) \hat{H}_x^s - \frac{k_x k_y}{\sigma_{zz}} \hat{H}_y^s - \frac{ik_y}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s. \quad (3.14)$$

Substituindo (3.9) em (3.11), obtemos

$$\frac{\partial \hat{H}_x^s}{\partial z} = \frac{ik_x k_y}{\omega\mu} \hat{E}_x^s + \left(\sigma_{yy} - \frac{ik_x^2}{\omega\mu} \right) \hat{E}_y^s + \hat{J}_y^s. \quad (3.15)$$

Substituindo (3.9) e (3.12) em (3.10), obtemos

$$\frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} = \left(\frac{ik_y^2}{\omega\mu} - \sigma_{xx} + \frac{\sigma_{xz}\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} \right) \hat{E}_x^s - \frac{ik_x k_y}{\omega\mu} \hat{E}_y^s + ik_y \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \hat{H}_x^s - ik_x \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \hat{H}_y^s + \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s - \hat{J}_x^s. \quad (3.16)$$

3.1.2 Cálculo do campo secundário pelo método de elementos finitos

As equações (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16) formam um sistema de equações diferenciais de primeira ordem,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{s} \quad (3.17)$$

onde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -ik_x \frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} & 0 & \frac{k_x k_y}{\sigma_{zz}} & -\left(\frac{k_x^2}{\sigma_{zz}} + i\omega\mu \right) \\ -ik_y \frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} & 0 & \left(\frac{k_y^2}{\sigma_{zz}} + i\omega\mu \right) & -\frac{k_x k_y}{\sigma_{zz}} \\ \frac{ik_x k_y}{\omega\mu} & \left(\sigma_{yy} - \frac{ik_x^2}{\omega\mu} \right) & 0 & 0 \\ \left(\frac{ik_y^2}{\omega\mu} - \sigma_{xx} + \frac{\sigma_{xz}\sigma_{zx}}{\sigma_{zz}} \right) & -\frac{ik_x k_y}{\omega\mu} & ik_y \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} & -ik_x \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \hat{E}_x^s \\ \hat{E}_y^s \\ \hat{H}_x^s \\ \hat{H}_y^s \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} -\frac{ik_x}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s \\ \frac{ik_y}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s \\ \hat{J}_y^s \\ \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \hat{J}_z^s - \hat{J}_x^s \end{pmatrix}$$

A equação (3.17) será solucionada pelo método de elementos finitos, seguindo os mesmos procedimentos descritos por Reddy (1985), utilizando as funções base lineares

$$\varphi_{k-1}(z) = 1 - \frac{z - z_{k-1}}{z_k - z_{k-1}},$$

$$\varphi_k(z) = \frac{z - z_{k-1}}{z_k - z_{k-1}},$$

para um subintervalo k da partição do domínio em z . Para simplificar a representação das funções base, usaremos os índices locais 1 e 2 para cada subintervalo ou elemento. Definindo as componentes x e y do campo EM secundário, no subintervalo k , como combinação linear destas funções base

$$\begin{aligned}\hat{E}_x^s &= \hat{E}_{x(1)}^s \varphi_1 + \hat{E}_{x(2)}^s \varphi_2, \\ \hat{E}_y^s &= \hat{E}_{y(1)}^s \varphi_1 + \hat{E}_{y(2)}^s \varphi_2, \\ \hat{H}_x^s &= \hat{H}_{x(1)}^s \varphi_1 + \hat{H}_{x(2)}^s \varphi_2, \\ \hat{H}_y^s &= \hat{H}_{y(1)}^s \varphi_1 + \hat{H}_{y(2)}^s \varphi_2,\end{aligned}$$

e para o campo elétrico primário em \mathbf{s}

$$\begin{aligned}\hat{E}_x^p &= \hat{E}_{x(1)}^p \varphi_1 + \hat{E}_{x(2)}^p \varphi_2, \\ \hat{E}_y^p &= \hat{E}_{y(1)}^p \varphi_1 + \hat{E}_{y(2)}^p \varphi_2, \\ \hat{E}_z^p &= \hat{E}_{z(1)}^p \varphi_1 + \hat{E}_{z(2)}^p \varphi_2.\end{aligned}$$

Agora, aplicando o método de Galerkin à equação (3.17) obtemos,

$$\int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{u} \right) dz = \int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \mathbf{s} dz \quad i = 1, 2. \quad (3.18)$$

Substituindo

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \hat{E}_{x(1)}^s \varphi_1 + \hat{E}_{x(2)}^s \varphi_2 \\ \hat{E}_{y(1)}^s \varphi_1 + \hat{E}_{y(2)}^s \varphi_2 \\ \hat{H}_{x(1)}^s \varphi_1 + \hat{H}_{x(2)}^s \varphi_2 \\ \hat{H}_{y(1)}^s \varphi_1 + \hat{H}_{y(2)}^s \varphi_2 \end{pmatrix} = \mathbf{u}_1 \varphi_1 + \mathbf{u}_2 \varphi_2,$$

e

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} -\frac{ik_x}{\sigma_{zz}} \left(\hat{J}_{z(1)}^s \varphi_1 + \hat{J}_{z(2)}^s \varphi_2 \right) \\ -\frac{ik_y}{\sigma_{zz}} \left(\hat{J}_{z(1)}^s \varphi_1 + \hat{J}_{z(2)}^s \varphi_2 \right) \\ \hat{J}_{y(1)}^s \varphi_1 + \hat{J}_{y(2)}^s \varphi_2 \\ \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}} \left(\hat{J}_{z(1)}^s \varphi_1 + \hat{J}_{z(2)}^s \varphi_2 \right) - \left(\hat{J}_{x(1)}^s \varphi_1 + \hat{J}_{x(2)}^s \varphi_2 \right) \end{pmatrix} = \mathbf{s}_1 \varphi_1 + \mathbf{s}_2 \varphi_2,$$

em (3.18) temos,

$$\sum_{j=1}^2 \left(\mathbf{u}_j \int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} dz - \mathbf{A} \cdot \mathbf{u}_j \int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \varphi_j dz \right) = \sum_{j=1}^2 \mathbf{s}_j \int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \varphi_j dz \quad i = 1, 2 \quad (3.19)$$

onde

$$\int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} dz = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \quad i, j = 1, 2$$

e

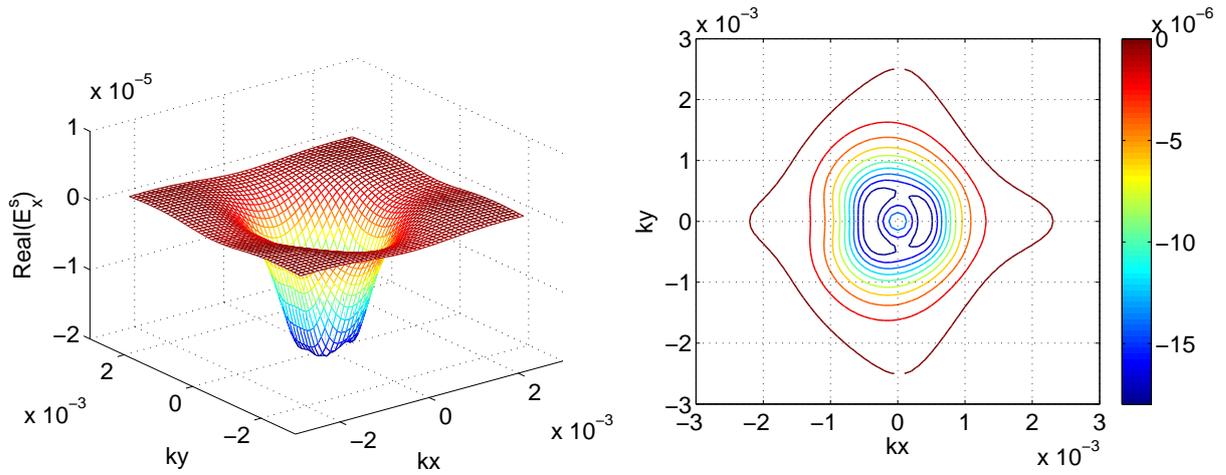
$$\int_{z_1}^{z_2} \varphi_i \varphi_j dz = \frac{z_2 - z_1}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad i, j = 1, 2.$$

A discretização em elementos finitos da equação (3.19) resulta num sistema linear de ordem $4 \cdot n$ em que n é o número de nós da partição. Tal sistema será solucionado pelo método da decomposição LU e fornecerá as componentes \hat{E}_x^s , \hat{E}_y^s , \hat{H}_x^s e \hat{H}_y^s no domínio (k_x, k_y, z) da transformada de Fourier. As componentes \hat{E}_z^s e \hat{H}_z^s podem, então, ser obtidas através das equações (3.12) e (3.9). Aplicando a transformada inversa dupla de Fourier a estas componentes chegamos a solução do campo secundário no domínio espacial. As transformadas inversas são realizadas com o uso dos filtros digitais de 81 pontos seno e cosseno.

Antes de partirmos para a análise dos resultados, vamos avaliar a solução do campo secundário no domínio (k_x, k_y, z) da transformada de Fourier. Para tanto, vamos considerar o modelo da Figura (29) onde o semiespaço, que representa a camada sedimentar, é um meio com anisotropia transversal inclinada. O meio sedimentar tem $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e ângulo de inclinação do eixo de simetria $\alpha = 30^\circ$. Para estas respostas considerou-se que o transmissor funciona num regime de frequência de 0.25Hz.

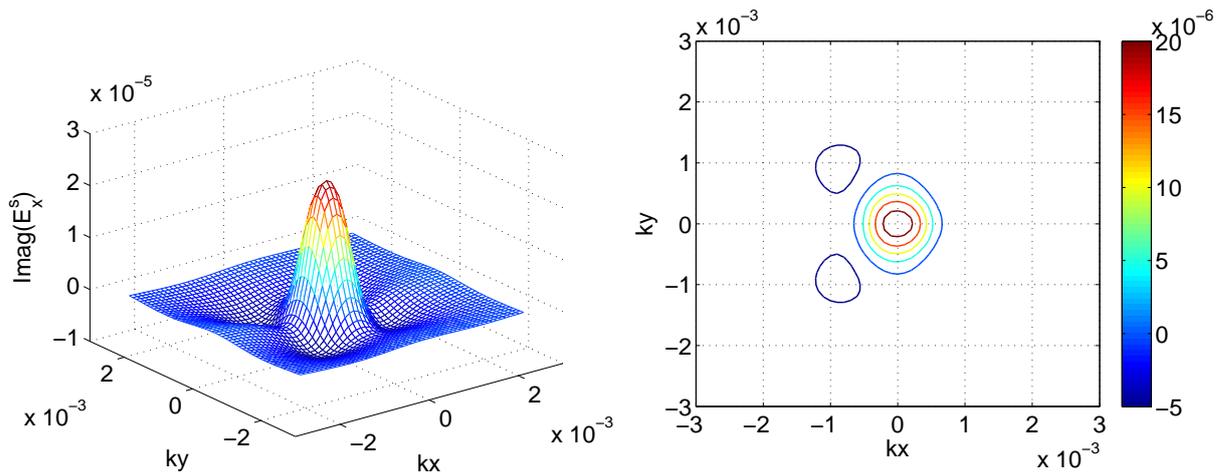
As Figuras (17) a (28) mostram as componentes do campo secundário em função de k_x e k_y para $z = 1600$ m. Essa análise é importante para sabermos qual filtro utilizar nas transformadas inversas. Se a função for par usaremos o filtro cosseno, se for ímpar o filtro usado será o filtro seno. Nestas figuras verificamos, com o auxílio das curvas de nível, que as componentes \hat{E}_x^s , \hat{E}_z^s e \hat{H}_y^s são funções pares e as componentes \hat{E}_y^s , \hat{H}_x^s e \hat{H}_z^s são ímpares, em relação a k_y . Em relação a k_x , as componentes do campo secundário não são funções par ou ímpar, então, neste caso, usaremos os filtros seno e cosseno para transformada inversa em k_x .

Figura 17 – Parte real da componente E_x no domínio (k_x, k_y, z) .



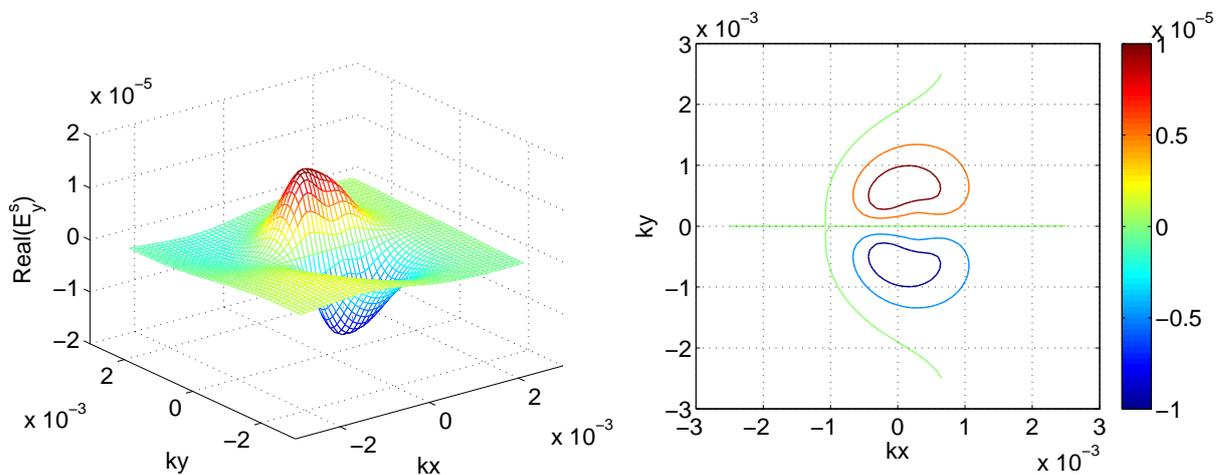
Fonte: Do autor

Figura 18 – Parte imaginária da componente E_x no domínio (k_x, k_y, z) .



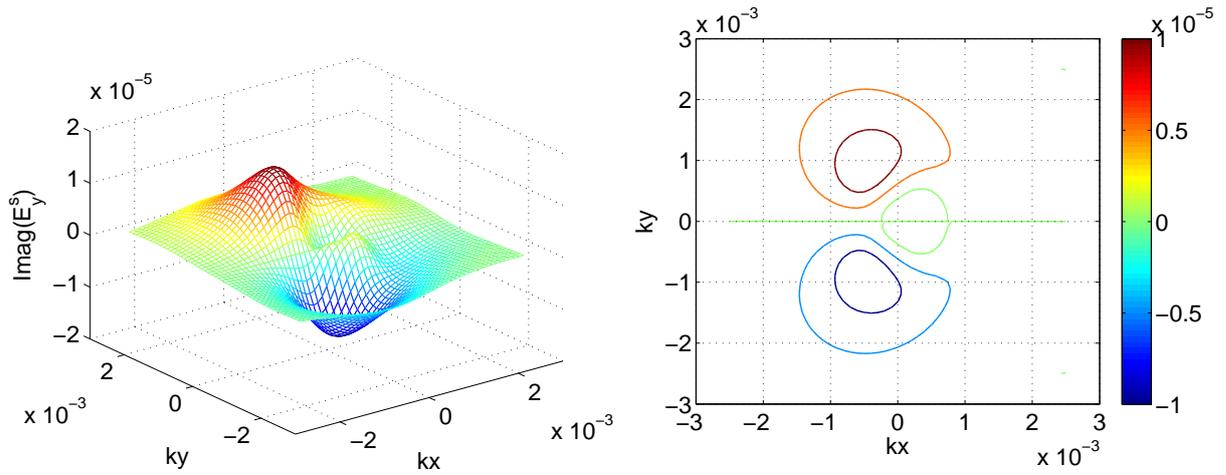
Fonte: Do autor

Figura 19 – Parte real da componente E_y no domínio (k_x, k_y, z) .



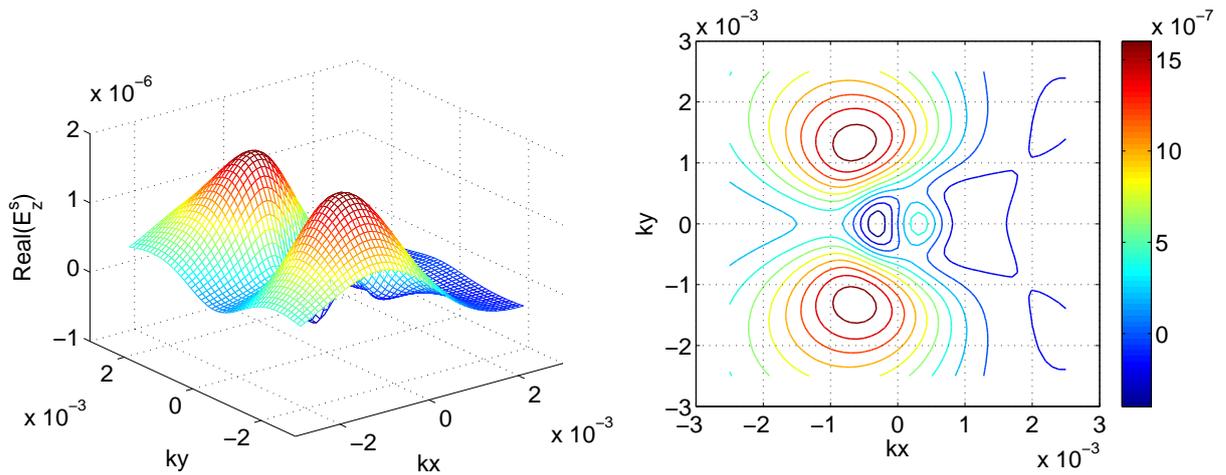
Fonte: Do autor

Figura 20 – Parte imaginária da componente E_y no domínio (k_x, k_y, z) .



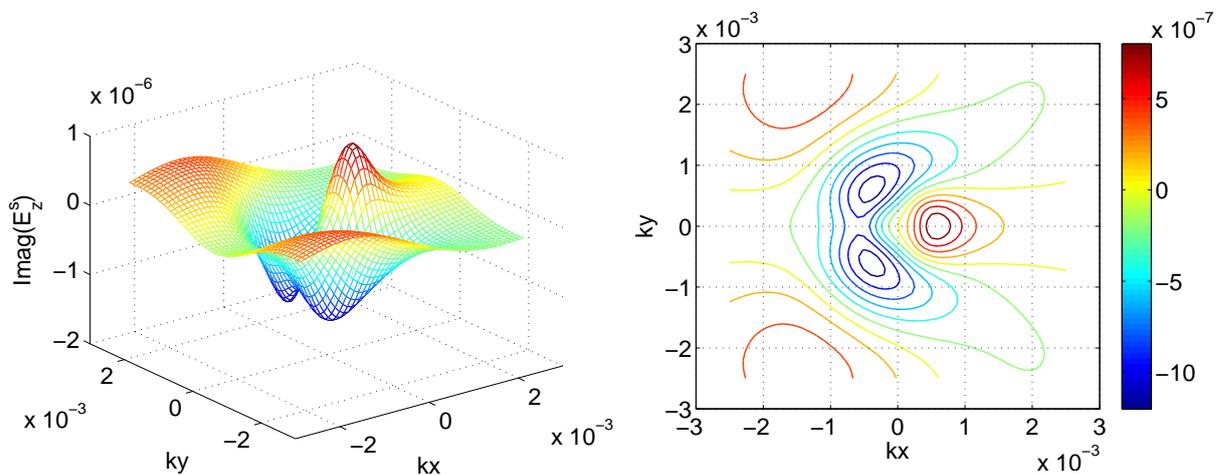
Fonte: Do autor

Figura 21 – Parte real da componente E_z no domínio (k_x, k_y, z) .



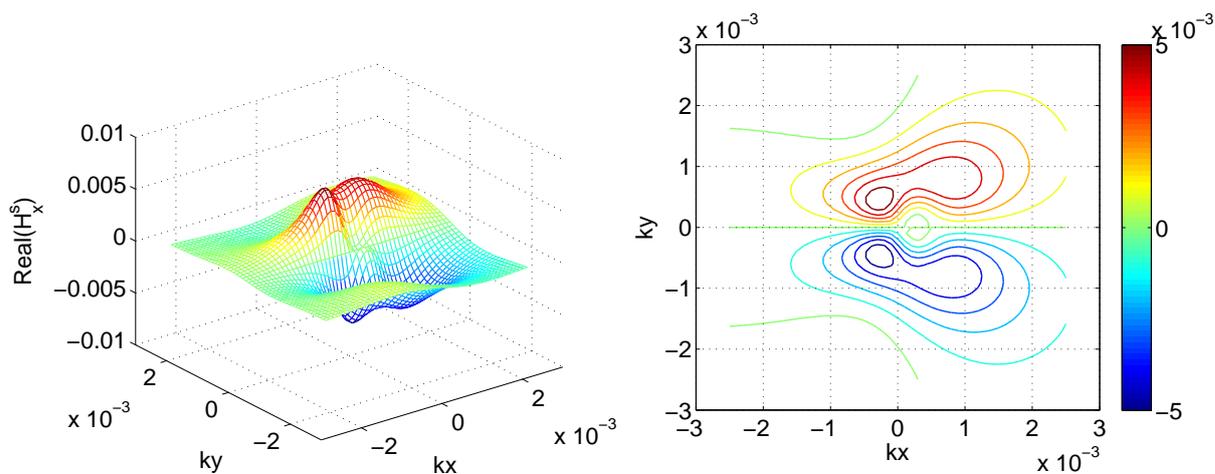
Fonte: Do autor

Figura 22 – Parte imaginária da componente E_z no domínio (k_x, k_y, z) .



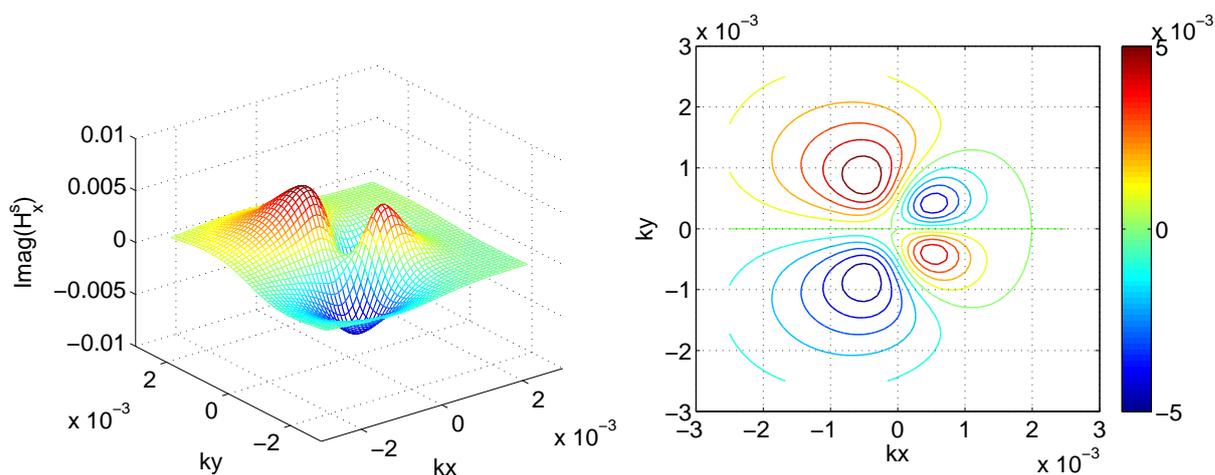
Fonte: Do autor

Figura 23 – Parte real da componente H_x no domínio (k_x, k_y, z) .



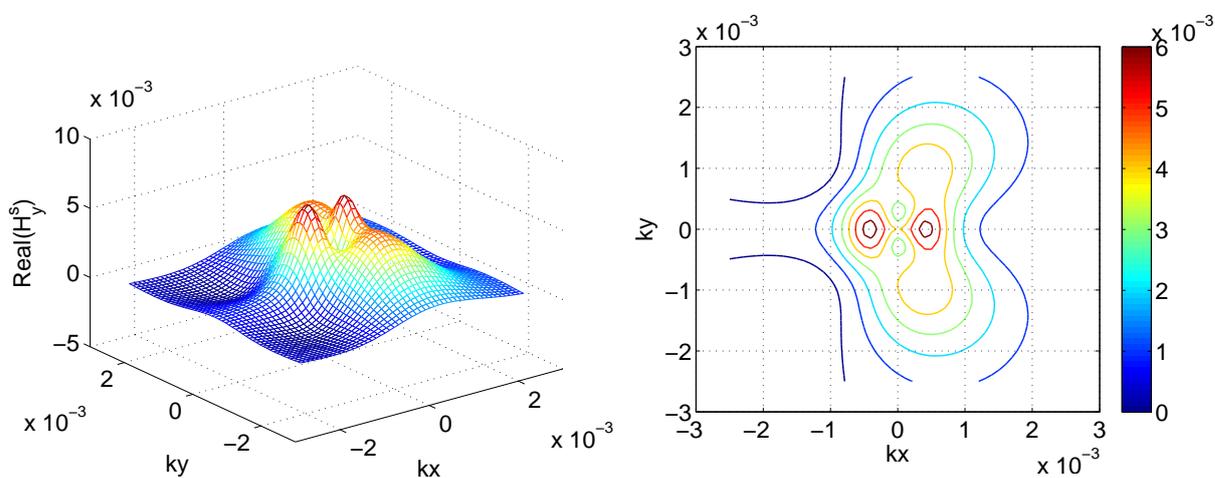
Fonte: Do autor

Figura 24 – Parte imaginária da componente H_x no domínio (k_x, k_y, z) .



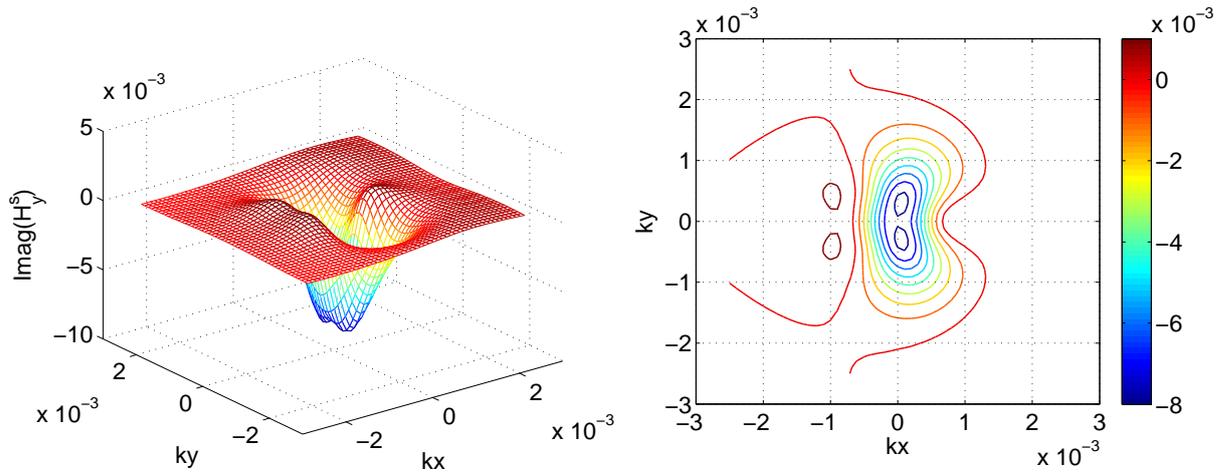
Fonte: Do autor

Figura 25 – Parte real da componente H_y no domínio (k_x, k_y, z) .



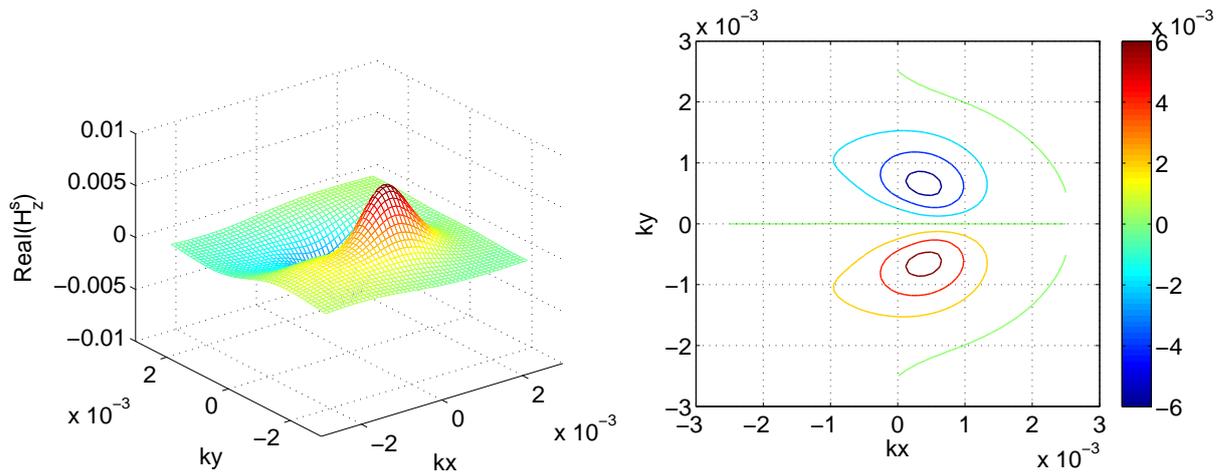
Fonte: Do autor

Figura 26 – Parte imaginária da componente H_y no domínio (k_x, k_y, z) .



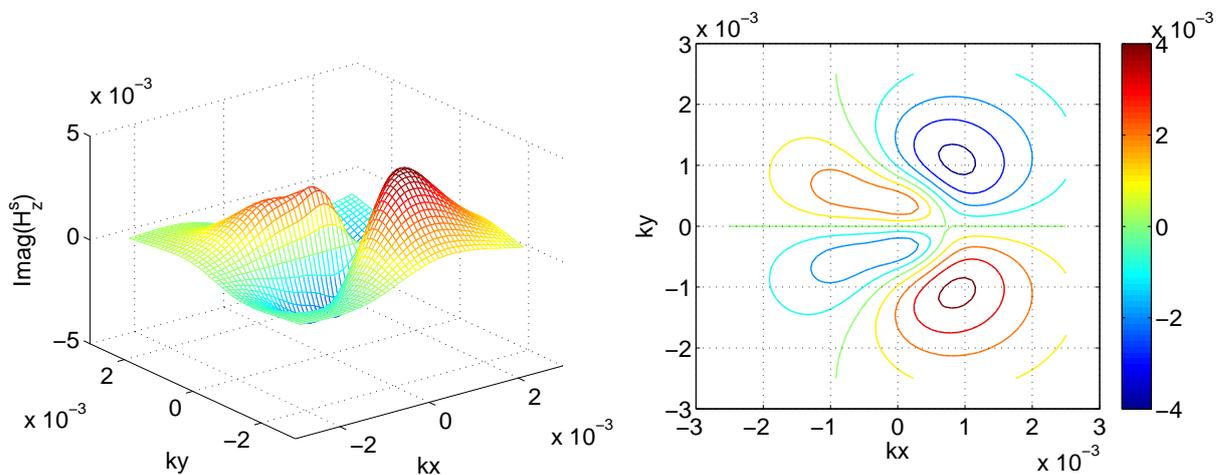
Fonte: Do autor

Figura 27 – Parte real da componente H_z no domínio (k_x, k_y, z) .



Fonte: Do autor

Figura 28 – Parte imaginária da componente H_z no domínio (k_x, k_y, z) .



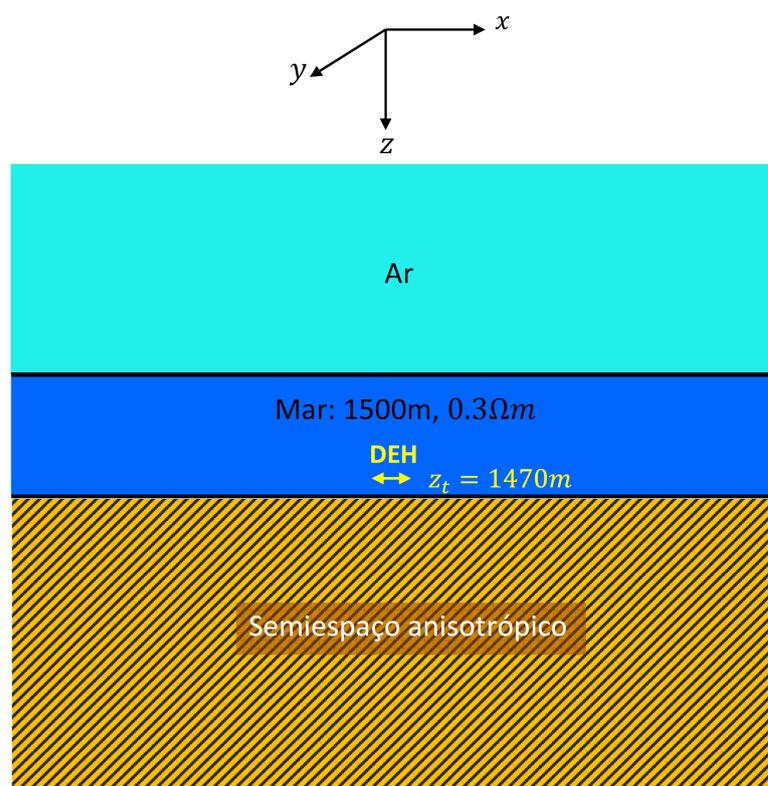
Fonte: Do autor

3.2 Efeitos da anisotropia inclinada nos dados MCSEM 1D

Vamos investigar os efeitos da anisotropia inclinada nas medições do método CSEM marinho considerando as geometrias *inline* e *broadside* para disposição transmissor-receptor. Faremos, também, uma análise da distribuição do campo elétrico e do vetor densidade de corrente no plano xz que contém o DEH. Nessa investigação vamos considerar o transmissor sempre a 30 m do fundo do mar e que ele funciona num regime de frequência de 0,25 Hz.

Iremos considerar dois modelos nesse estudo, o primeiro representa o pacote sedimentar como um semiespaço anisotrópico, simulando um meio sem reservatório, ilustrado na Figura (29). O segundo modelo representa um pacote sedimentar com reservatório (Figura 36), para o qual vamos avaliar a influência da anisotropia do meio encaixante nas medidas CSEM considerando um reservatório isotrópico; e a influência da anisotropia do reservatório considerando as camadas de sedimentos, acima e abaixo do reservatório, isotrópicas.

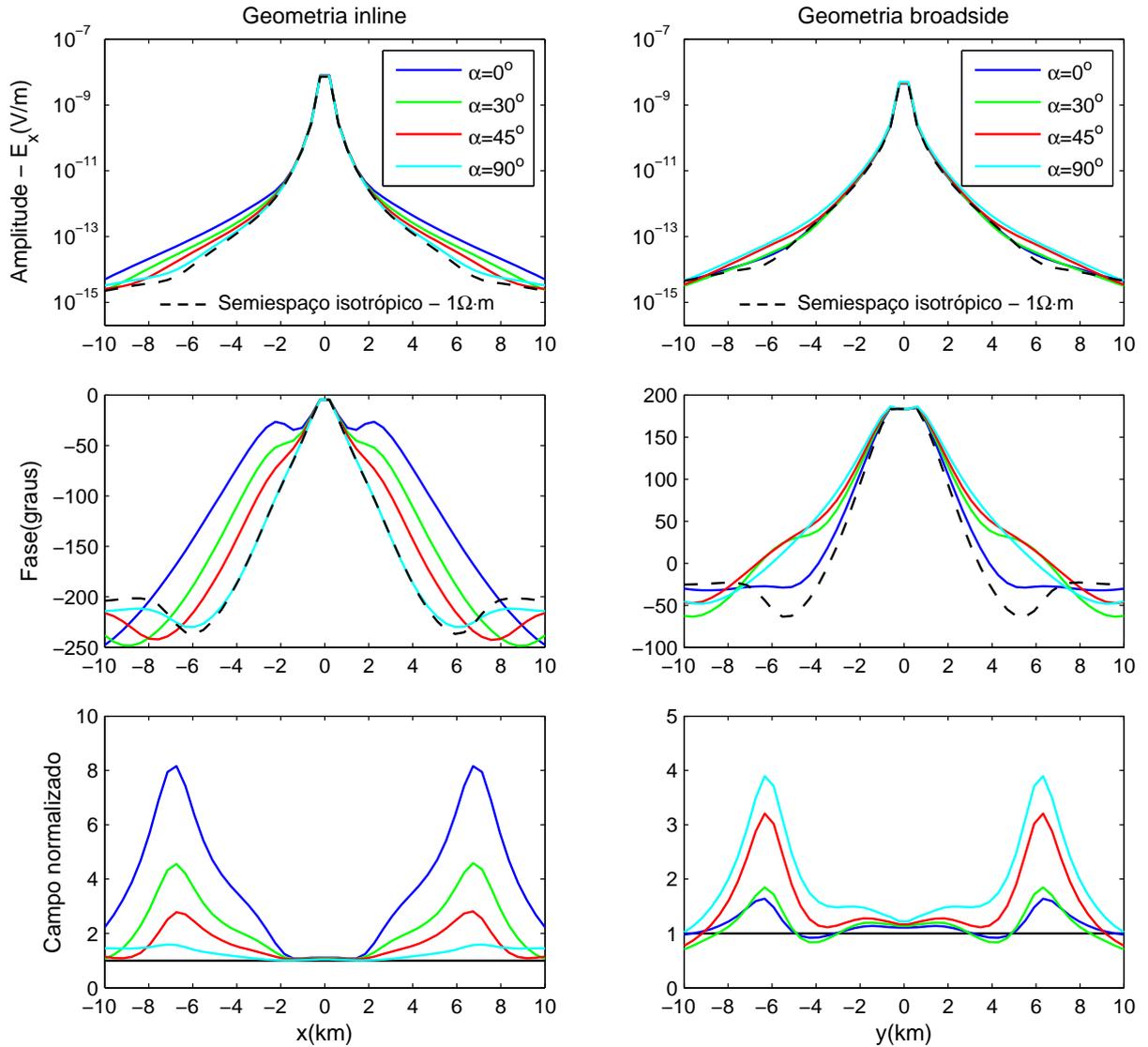
Figura 29 – Modelo interpretativo para o método MCSEM sem reservatório.



Fonte: Do autor

A Figura (30) mostra, para geometria *inline*, uma redução na amplitude da componente E_x a medida que a inclinação aumenta e, para geometria *broadside*, ocorre o inverso. Como vimos no capítulo 2 as medidas *inline* são mais sensíveis à resistividade

Figura 30 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 29 nas posições de medida com profundidade $z = 1500\text{m}$. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot \text{m}$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.

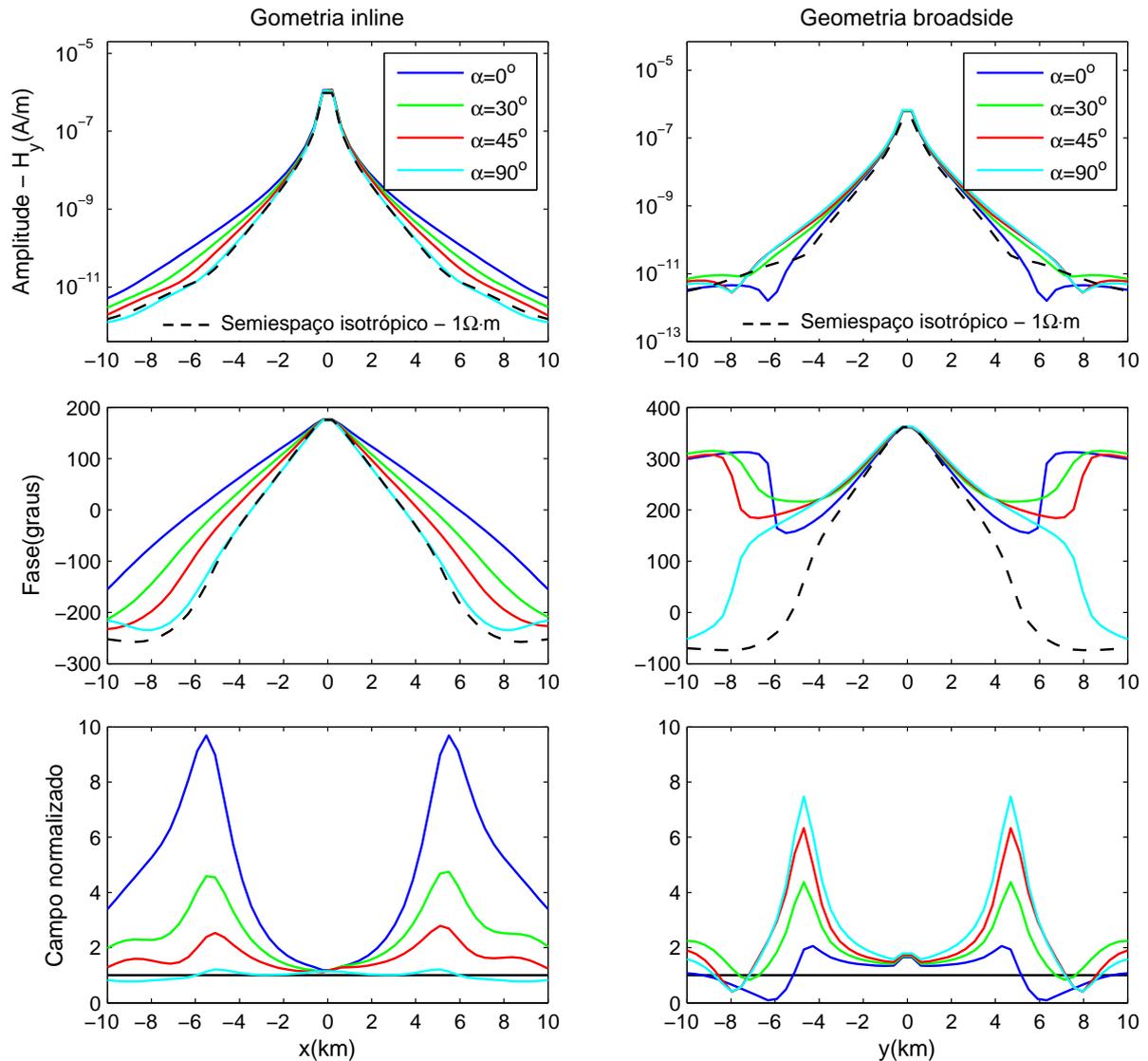


Fonte: Do autor

vertical e as medidas *broadside* mais sensível à resistividade horizontal para medidas não tão longe da fonte onde a resistividade vertical passa a influenciar. Considerando que em nossos modelos a resistividade na direção do eixo de anisotropia é maior do que a resistividade nos planos de isotropia ($\rho_{\perp} > \rho_{\parallel}$), podemos concluir que a medida que a inclinação aumenta a resistividade na vertical diminui e conseqüentemente a amplitude da componente E_x *inline* também diminui. Na direção horizontal ocorre o inverso, um aumento na resistividade horizontal implica num aumento da amplitude de E_x *broadside* para pequenas distâncias fonte-sensor. A mesma conclusão pode ser obtida para componente H_y do campo magnético

ilustrada na Figura (31).

Figura 31 – Componente H_y do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 29 nas posições de medida com profundidade $z = 1500\text{m}$. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.



Fonte: Do autor

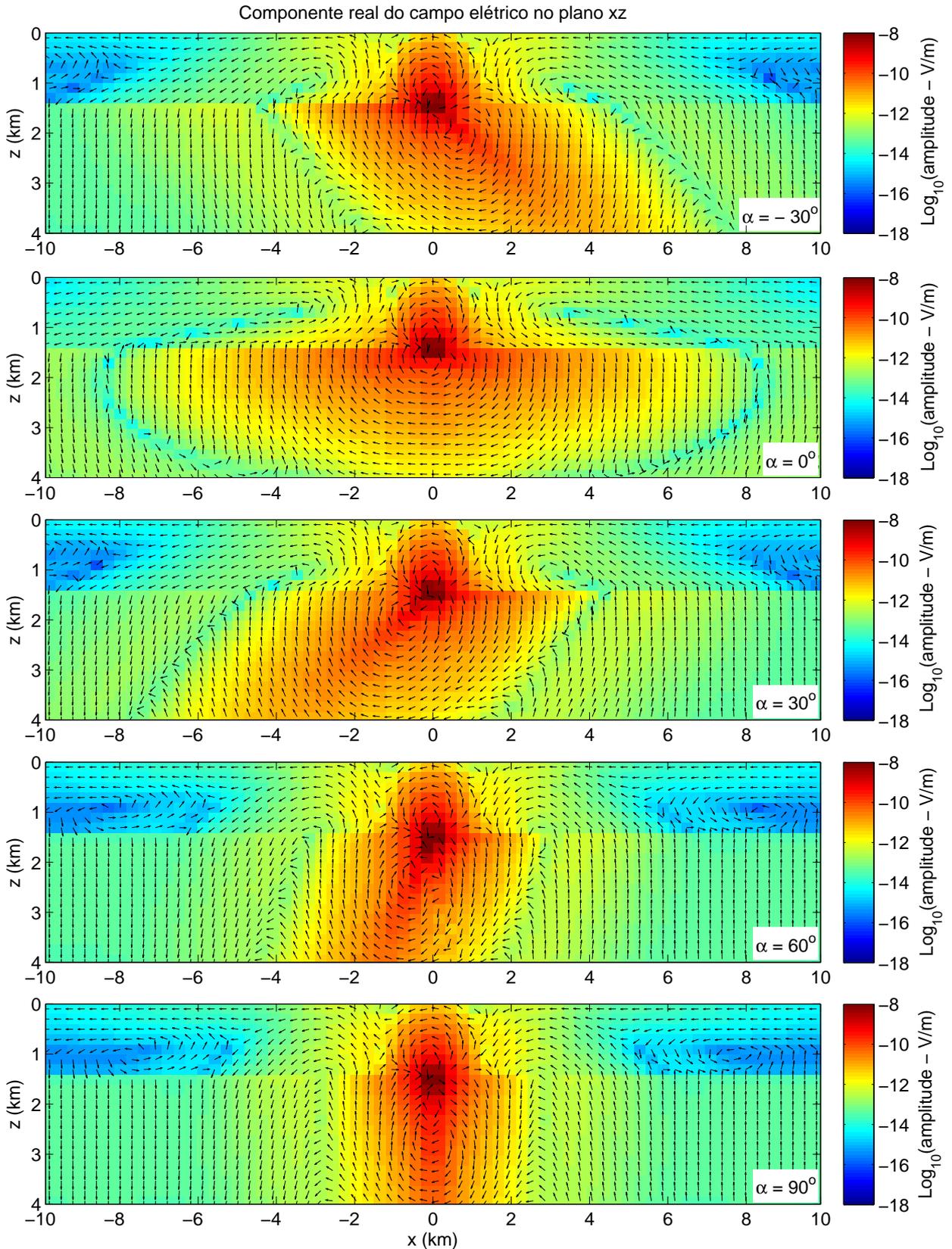
A distribuição do campo elétrico no plano xz para um modelo sem reservatório é ilustrada nas Figuras (32) e (33). Verificamos que a amplitude do campo no plano diminui com um aumento da inclinação dos planos de isotropia. Isso ocorre porque o dipolo elétrico horizontal gera linha de campo preferencialmente na direção vertical e como foi dito antes um aumento na inclinação implica numa diminuição da resistividade na direção vertical, portanto, com um incremento no ângulo de inclinação o campo elétrico decai mais rapidamente. Nas Figuras (34) e (35), que mostra a distribuição de corrente no

plano xz , vemos que as linhas de corrente assumem uma direção próxima à direção dos planos de isotropia que são mais condutivos.

Para os modelos com reservatório (Figuras 37 e 38) verificamos nas medidas *inline* que com o aumento da inclinação a amplitude do campo diminui, reduzindo, assim, a anomalia gerada em relação ao modelo de referência. Isto indica que ambientes com anisotropia elétrica inclinada pode ocorrer uma subestimação do reservatório. Este problema pode ser minimizado com a análise das respostas *broadside*, que mostra para medidas próximas ao transmissor anomalias maiores com o aumento da inclinação.

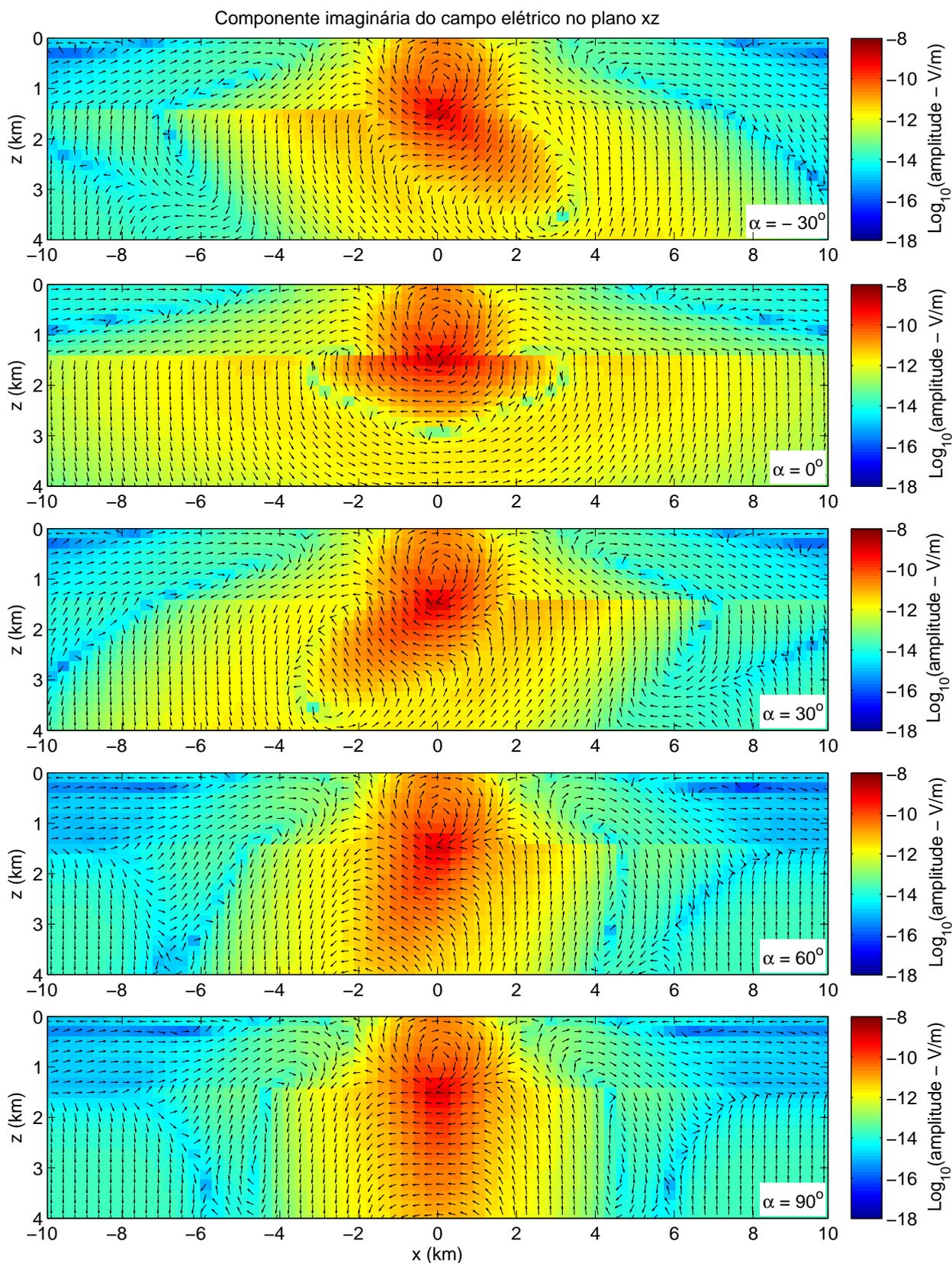
As Figuras (39), (40), (41) e (42) mostram a distribuição de campo e corrente elétrica para o modelo com reservatório. Nessas figuras verificamos que os efeitos da anisotropia inclinada são maiores para o modelo em que a resistividade do meio encaixante é de $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, quando comparado com o modelo em que a resistividade do meio referido é de $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$. Isto é coerente, pois quanto maior for o contraste entre as resistividades nas direções principais de anisotropia maior será o efeito da anisotropia para uma mesma inclinação.

Figura 32 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação do campo. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.



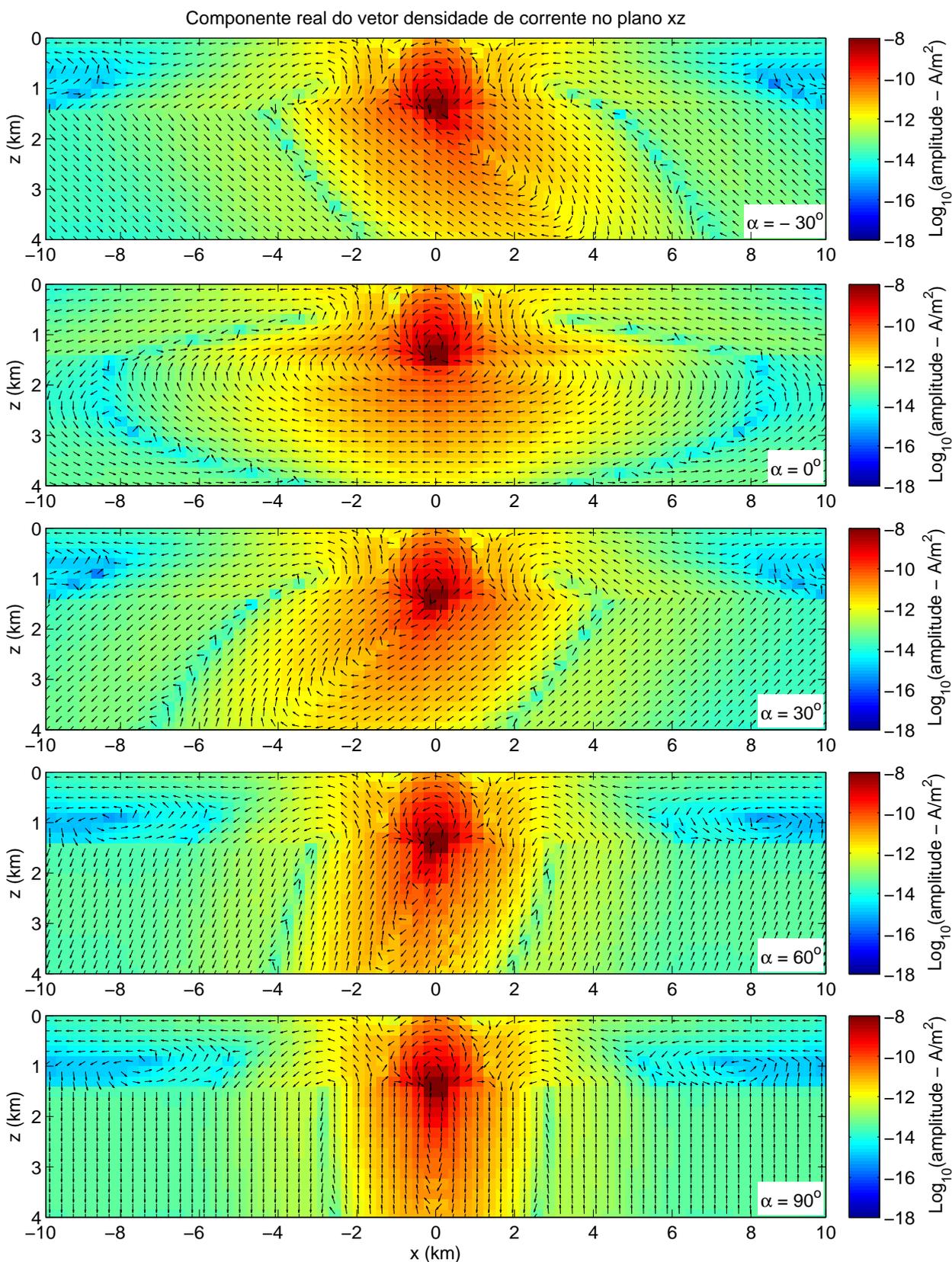
Fonte: Do autor

Figura 33 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação do campo. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.



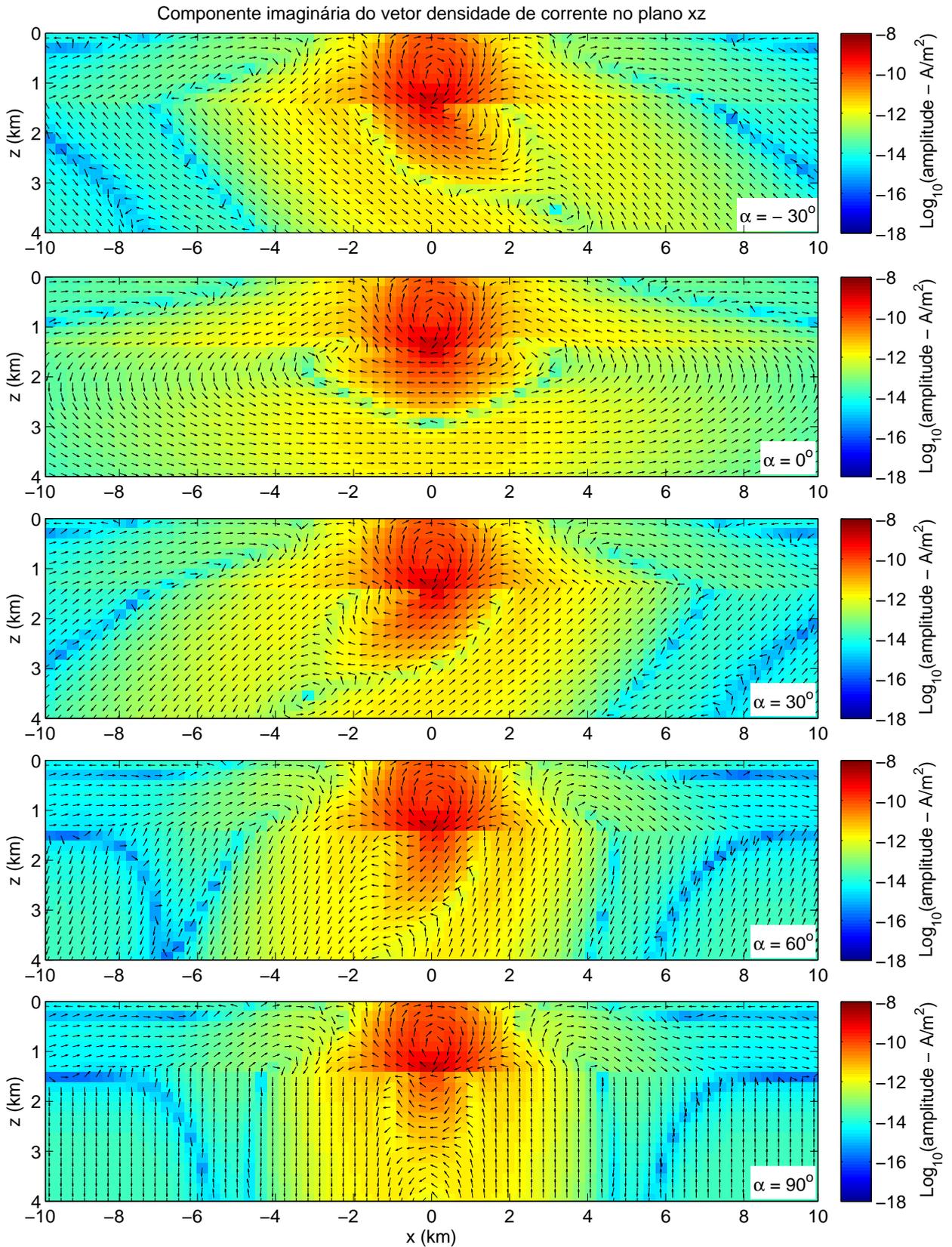
Fonte: Do autor

Figura 34 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação da densidade de corrente. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.



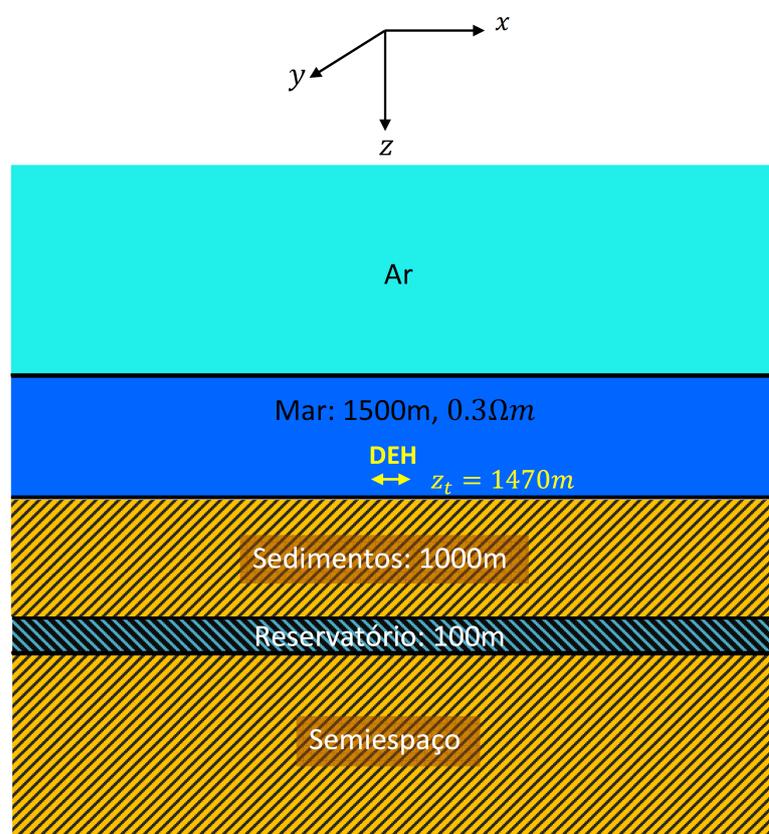
Fonte: Do autor

Figura 35 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo sem reservatório. A cor de fundo representa a amplitude e as setas indicam a orientação da densidade de corrente. A camada sedimentar tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e o valor do ângulo de inclinação está definido nas figuras.



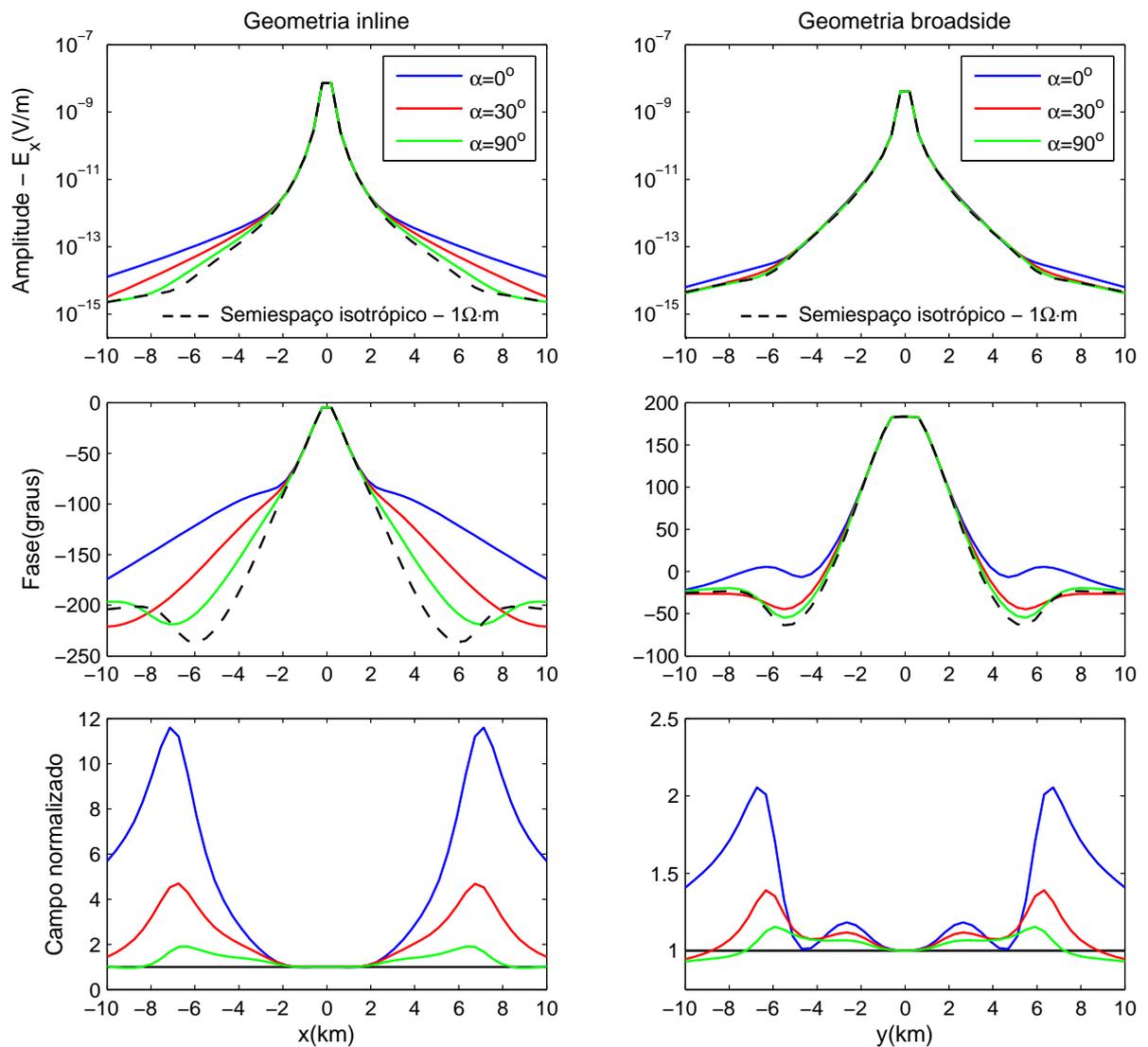
Fonte: Do autor

Figura 36 – Modelo interpretativo para o método MCSEM com reservatório.



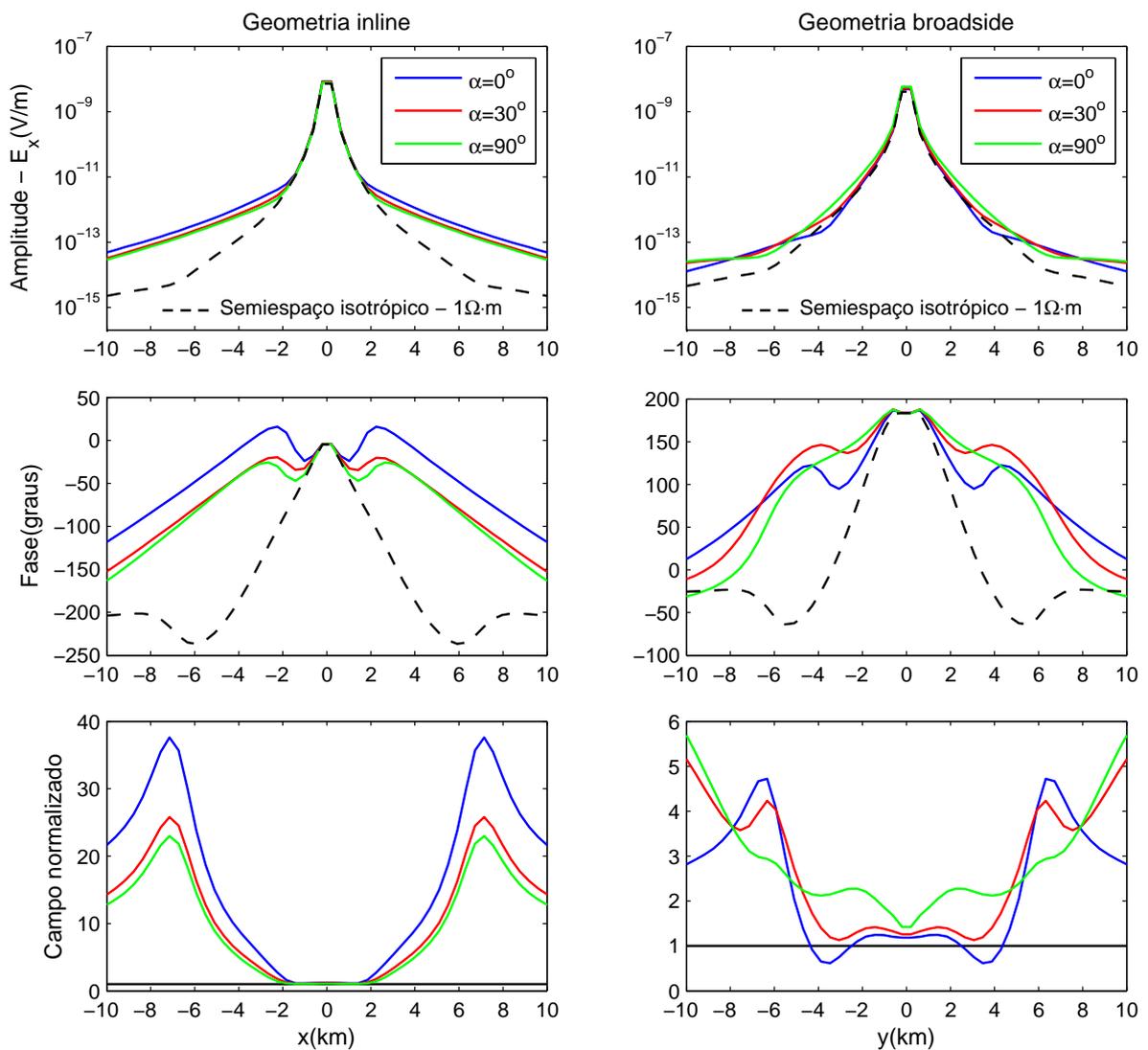
Fonte: Do autor

Figura 37 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 36 nas posições de medida com profundidade $z = 1500\text{m}$. O sedimento é isotrópico com resistividade de $1\Omega \cdot m$ e o reservatório tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (10, 100)\Omega \cdot m$ e ângulo de inclinação definido nas figuras.



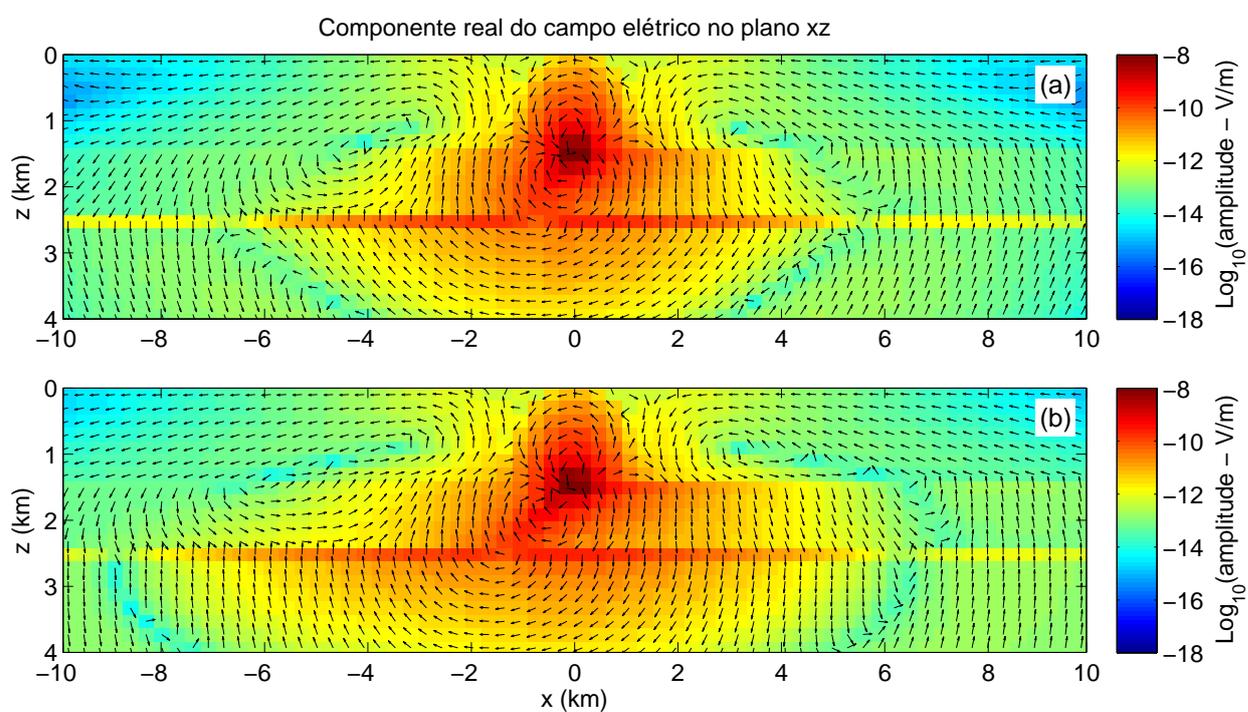
Fonte: Do autor

Figura 38 – Componente E_x do campo elétrico calculada para o modelo da Figura 36 nas posições de medida com profundidade $z = 1500m$. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$ e o sedimento tem resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e ângulo de inclinação definido nas figuras.



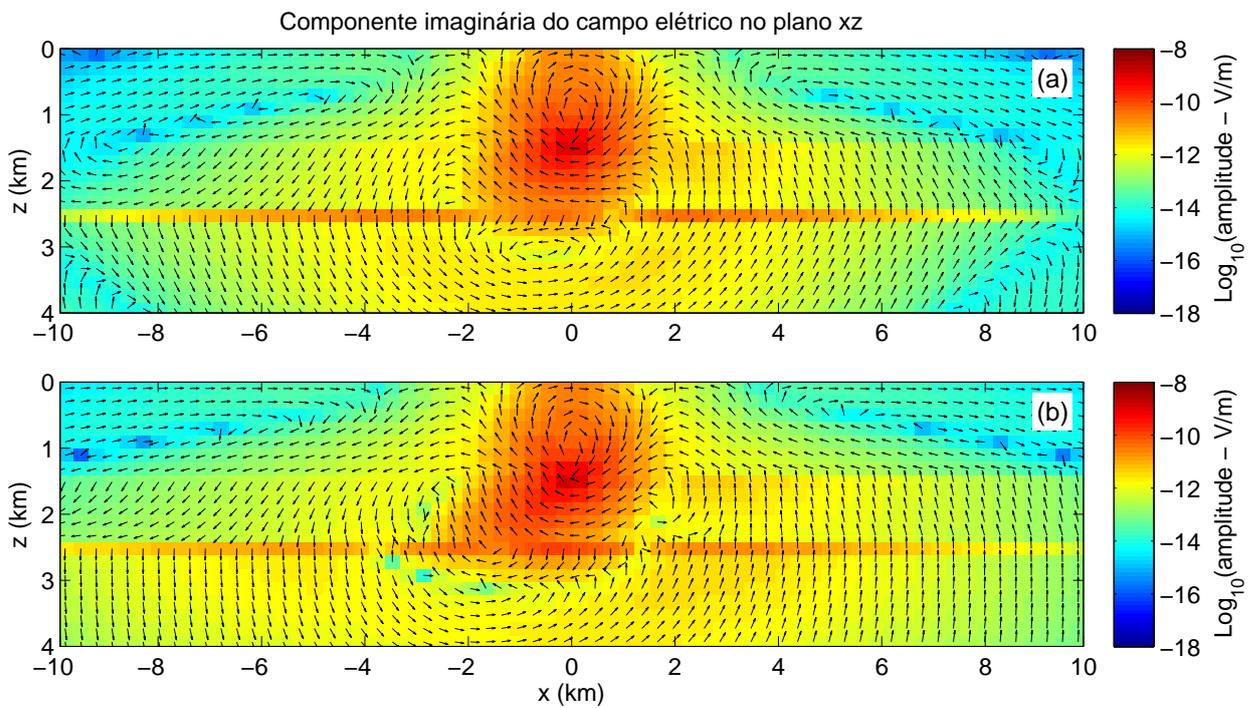
Fonte: Do autor

Figura 39 – Componente real do campo elétrico no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^{\circ}$.



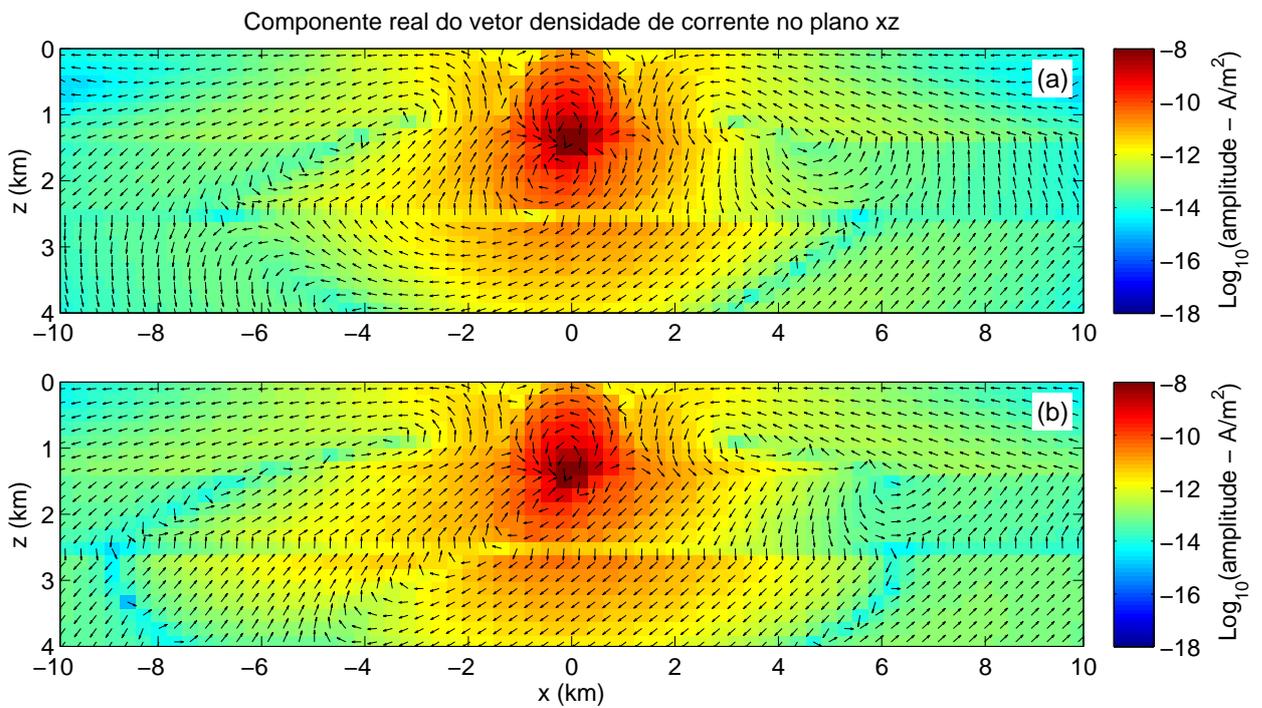
Fonte: Do autor

Figura 40 – Componente imaginária do campo elétrico no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^{\circ}$.



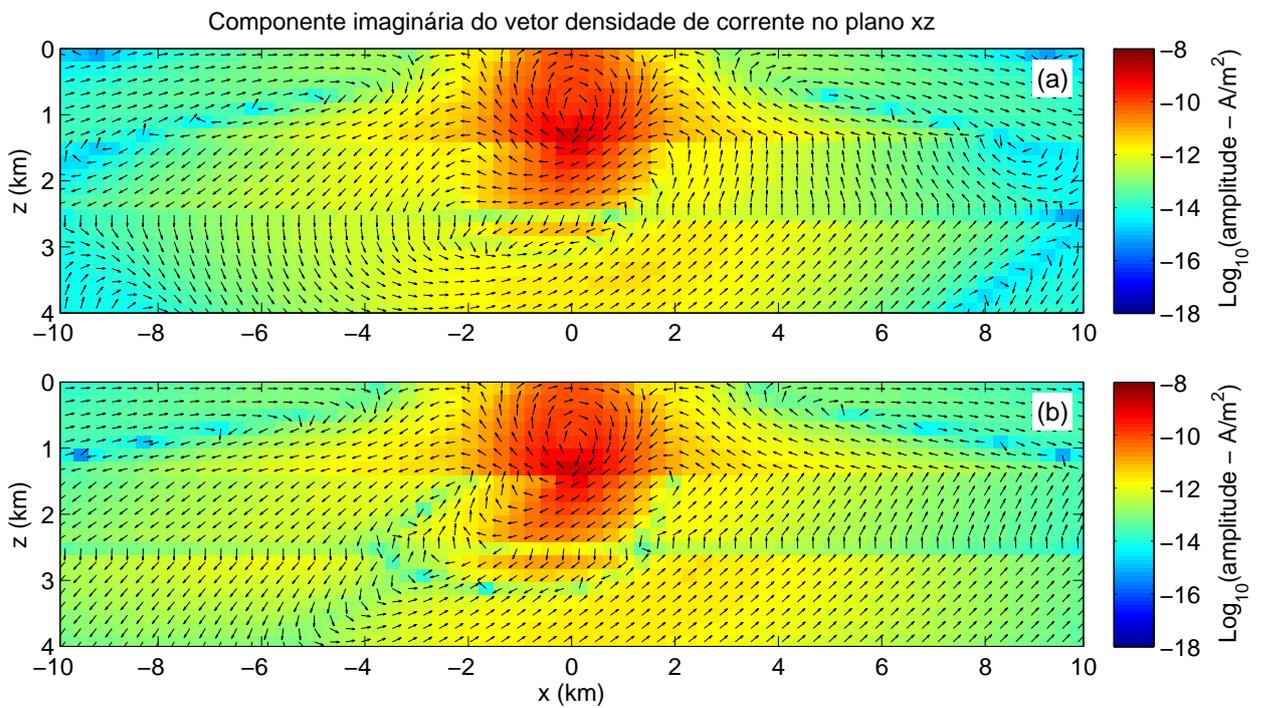
Fonte: Do autor

Figura 41 – Componente real do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^{\circ}$.



Fonte: Do autor

Figura 42 – Componente imaginária do vetor densidade de corrente no plano xz para o modelo com reservatório. O reservatório é isotrópico com resistividade de $50\Omega \cdot m$. Em (a) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 3)\Omega \cdot m$ e em (b) $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$, nos dois casos o ângulo de inclinação $\alpha = 30^{\circ}$.



Fonte: Do autor

4 MODELAGEM 2,5D DE DADOS CSEM MARINHO EM MEIOS COM ANISOTROPIA INCLINADA

4.1 Modelagem eletromagnética

4.1.1 Equações do campo secundário

Seguindo a mesma metodologia empregada na seção (3.1) separamos o campo EM em campo primário e campo secundário. Chamamos campo primário aquele gerado no meio com ausência de heterogeneidades, ou seja, apenas com o modelo 1D, sujeito ao mesmo transmissor. O campo secundário é dado pela diferença entre o campo total no meio 2D e o campo primário. Aplicando a separação dos campos primário e secundário às equações de Maxwell, obtemos

$$\nabla \times \mathbf{H}^s - \sigma \mathbf{E}^s = \Delta \sigma \mathbf{E}^p, \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^s - i\omega\mu\mathbf{H}^s = \mathbf{0}, \quad (4.2)$$

onde

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ \sigma_{zx} & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{\parallel} \cos^2 \alpha + \sigma_{\perp} \sin^2 \alpha & 0 & (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ (\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}) \sin \alpha \cos \alpha & 0 & \sigma_{\parallel} \sin^2 \alpha + \sigma_{\perp} \cos^2 \alpha \end{pmatrix}.$$

Da equação (4.1), temos

$$\frac{\partial H_z^s}{\partial y} - \frac{\partial H_y^s}{\partial z} - \sigma_{xx} E_x^s - \sigma_{xz} E_z^s = \Delta \sigma_{xx} E_x^p + \Delta \sigma_{xz} E_z^p,$$

$$\frac{\partial H_x^s}{\partial z} - \frac{\partial H_z^s}{\partial x} - \sigma_{yy} E_y^s = \Delta \sigma_{yy} E_y^p,$$

$$\frac{\partial H_y^s}{\partial x} - \frac{\partial H_x^s}{\partial y} - \sigma_{zx} E_x^s - \sigma_{zz} E_z^s = \Delta \sigma_{zx} E_x^p + \Delta \sigma_{zz} E_z^p.$$

Escrevendo essas três últimas equações no domínio (x, k_y, z) , temos

$$ik_y \hat{H}_z^s - \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} - \sigma_{xx} \hat{E}_x^s - \sigma_{xz} \hat{E}_z^s = \Delta \sigma_{xx} \hat{E}_x^p + \Delta \sigma_{xz} \hat{E}_z^p, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \hat{H}_x^s}{\partial z} - \frac{\partial \hat{H}_z^s}{\partial x} - \sigma_{yy} \hat{E}_y^s = \Delta \sigma_{yy} \hat{E}_y^p, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - ik_y \hat{H}_x^s - \sigma_{zx} \hat{E}_x^s - \sigma_{zz} \hat{E}_z^s = \Delta \sigma_{zx} \hat{E}_x^p + \Delta \sigma_{zz} \hat{E}_z^p. \quad (4.5)$$

Da equação (4.2), temos

$$\frac{\partial E_z^s}{\partial y} - \frac{\partial E_y^s}{\partial z} + i\omega\mu H_x^s = 0,$$

$$\frac{\partial E_x^s}{\partial z} - \frac{\partial E_z^s}{\partial x} + i\omega\mu H_y^s = 0,$$

$$\frac{\partial E_y^s}{\partial x} - \frac{\partial E_x^s}{\partial y} + i\omega\mu H_z^s = 0.$$

Escrevendo essas três últimas equações no domínio (x, k_y, z) , temos

$$ik_y \hat{E}_z^s - \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} + i\omega\mu \hat{H}_x^s = 0, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial \hat{E}_x^s}{\partial z} - \frac{\partial \hat{E}_z^s}{\partial x} + i\omega\mu \hat{H}_y^s = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - ik_y \hat{E}_x^s + i\omega\mu \hat{H}_z^s = 0. \quad (4.8)$$

De (4.3) e (4.5), obtemos, respectivamente,

$$\hat{E}_x^s = \frac{1}{\sigma_{xx}} \left(ik_y \hat{H}_z^s - \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} - \sigma_{xz} \hat{E}_z^s - \Delta\sigma_{xx} \hat{E}_x^p - \Delta\sigma_{xz} \hat{E}_z^p \right), \quad (4.9)$$

$$\hat{E}_z^s = \frac{1}{\sigma_{zz}} \left(\frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - ik_y \hat{H}_x^s - \sigma_{zx} \hat{E}_x^s - \Delta\sigma_{zx} \hat{E}_x^p - \Delta\sigma_{zz} \hat{E}_z^p \right). \quad (4.10)$$

Substituindo (4.10) em (4.9), temos

$$\hat{E}_x^s = -\frac{1}{\gamma^2} \left[\sigma_{xz} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \sigma_{zz} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} - ik_y (\sigma_{xz} \hat{H}_x^s + \sigma_{zz} \hat{H}_z^s) + C_1 \hat{E}_x^p + C_2 \hat{E}_z^p \right], \quad (4.11)$$

onde $\gamma^2 = \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{xz}^2$, $C_1 = \sigma_{zz}\Delta\sigma_{xx} - \sigma_{xz}\Delta\sigma_{zx}$ e $C_2 = \sigma_{zz}\Delta\sigma_{xz} - \sigma_{xz}\Delta\sigma_{zz}$.

Substituindo (4.9) em (4.10), temos

$$\hat{E}_z^s = \frac{1}{\gamma^2} \left[\sigma_{xx} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \sigma_{zx} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} - ik_y (\sigma_{xx} \hat{H}_x^s + \sigma_{zx} \hat{H}_z^s) + C_3 \hat{E}_x^p + C_4 \hat{E}_z^p \right], \quad (4.12)$$

onde $C_3 = \sigma_{zx}\Delta\sigma_{xx} - \sigma_{xx}\Delta\sigma_{zx}$ e $C_4 = \sigma_{zx}\Delta\sigma_{xz} - \sigma_{xx}\Delta\sigma_{zz}$.

Substituindo (4.12) em (4.6) e (4.11) em (4.8), obtemos, respectivamente,

$$\hat{H}_x^s = \frac{\gamma^2}{v_x^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} - \frac{1}{v_x^2} \left[ik_y \left(\sigma_{xx} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \sigma_{zx} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) + k_y^2 \sigma_{zx} \hat{H}_z^s + ik_y P_1 \right], \quad (4.13)$$

$$\hat{H}_z^s = -\frac{\gamma^2}{v_z^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{1}{v_z^2} \left[ik_y \left(\sigma_{xz} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \sigma_{zz} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) + k_y^2 \sigma_{xz} \hat{H}_x^s + ik_y P_2 \right], \quad (4.14)$$

onde $v_x^2 = k_y^2 \sigma_{xx} + i\omega\mu\gamma^2$, $v_z^2 = k_y^2 \sigma_{zz} + i\omega\mu\gamma^2$, $P_1 = C_3 \hat{E}_x^p + C_4 \hat{E}_z^p$ e $P_2 = C_1 \hat{E}_x^p + C_2 \hat{E}_z^p$.

Substituindo (4.14) em (4.13) e (4.13) em (4.14), obtemos

$$\begin{aligned} \hat{H}_x^s &= \frac{k_y^2 \sigma_{zx}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{\sigma_{zz} u_{xx}^2 - i\omega\mu\sigma_{zx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \\ &\quad - ik_y \left(\frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) + \frac{ik_y}{u_{xz}^2} (u_{xx}^2 q_z - i\omega\mu\sigma_{zx} q_x), \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_z^s &= -\frac{\sigma_{xx} u_{zz}^2 - i\omega\mu\sigma_{xz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{k_y^2 \sigma_{zx}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \\ &\quad - ik_y \left(\frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) - \frac{ik_y}{u_{xz}^2} (u_{zz}^2 q_x - i\omega\mu\sigma_{xz} q_z), \end{aligned} \quad (4.16)$$

onde $u_{xx}^2 = k_y^2 + i\omega\mu\sigma_{xx}$, $u_{zz}^2 = k_y^2 + i\omega\mu\sigma_{zz}$, $u_{xz}^2 = u_{xx}^2 u_{zz}^2 + \omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}^2$, $q_x = \Delta\sigma_{xx} \hat{E}_x^p + \Delta\sigma_{xz} \hat{E}_z^p$ e $q_z = \Delta\sigma_{zx} \hat{E}_x^p + \Delta\sigma_{zz} \hat{E}_z^p$.

Por um procedimento análogo, definimos \hat{E}_x^s e \hat{E}_z^s em termos de \hat{E}_y^s e \hat{H}_y^s como

$$\begin{aligned} \hat{E}_x^s &= \frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \\ &\quad - ik_y \left(\frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) - \frac{i\omega\mu}{u_{xz}^2} (u_{zz}^2 q_x - i\omega\mu\sigma_{xz} q_z), \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_z^s &= \frac{i\omega\mu u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \\ &\quad + ik_y \left(\frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) + \frac{i\omega\mu}{u_{xz}^2} (i\omega\mu\sigma_{xz} q_x - u_{xx}^2 q_z). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Finalmente, substituindo (4.15) e (4.16) em (4.4), obtemos

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sigma_{xx} u_{zz}^2 - i\omega\mu\sigma_{xz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{k_y^2 \sigma_{zx}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_y^2 \sigma_{zx}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{\sigma_{zz} u_{xx}^2 - i\omega\mu\sigma_{xz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) \\ &\quad + ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) - ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) - \sigma_{yy} \hat{E}_y^s = \\ &\quad \Delta\sigma_{yy} \hat{E}_y^p - ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} q_x - \frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} q_z \right) - ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} q_z - \frac{i\omega\mu\sigma_{xz}}{u_{xz}^2} q_x \right). \end{aligned} \quad (4.19)$$

e substituindo (4.17) e (4.18) em (4.7), temos

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) \\
 & + ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) + ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) - i\omega\mu \hat{H}_y^s = \\
 & -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} q_x - \frac{u_{xx}^2}{u_{xz}^2} q_z \right) - i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{zz}^2}{u_{xz}^2} q_x - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} q_z \right).
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

4.1.2 Aproximação por elementos finitos

O sistema formado pelas equações (4.19) e (4.20) será resolvido pelo método de elementos finitos. De posse da solução do campo eletromagnético secundário no domínio (x, k_y, z) , aplicaremos a transformada inversa de Fourier em k_y para obtermos a solução do campo secundário no domínio (x, y, z) , que será somada com o campo primário para obtermos a solução do problema.

Discretizando o domínio de aplicação das equações (4.19) e (4.20) em elementos finitos triangulares e aplicando o método de Galerkin a estas equações, obteremos:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_e} \varphi_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sigma_{xx,e} u_{zz,e}^2 - i\omega\mu \sigma_{xz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{k_y^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} \varphi_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_y^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{\sigma_{zz,e} u_{xx,e}^2 - i\omega\mu \sigma_{xz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz - \int_{\Omega_e} \varphi_i \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^s dx dz = \\
 & \int_{\Omega_e} \varphi_i \Delta \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^p dx dz - \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_z - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_x \right) dx dz.
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

e

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_e} \varphi_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} \varphi_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} \varphi_i ik_y \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz - \int_{\Omega_e} \varphi_i i\omega\mu \hat{H}_y^s dx dz = \\
 & - \int_{\Omega_e} \varphi_i i\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} \varphi_i i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz.
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Estas duas últimas equações podem ser escritas de forma mais compacta como

$$\int_{\Omega_e} \varphi_i \left(\frac{\partial \hat{H}_x^s}{\partial z} - \frac{\partial \hat{H}_z^s}{\partial x} - \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^s \right) dx dz = \int_{\Omega_e} \varphi_i \Delta \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^p dx dz, \tag{4.23}$$

$$\int_{\Omega_e} \varphi_i \left(\frac{\partial \hat{E}_x^s}{\partial z} - \frac{\partial \hat{E}_z^s}{\partial x} + i\omega\mu \hat{H}_y^s \right) dx dz = 0. \tag{4.24}$$

Nestas equações, usando a regra da derivada do produto de duas funções, os termos com derivadas parciais podem ser substituídos por

$$\varphi_i \frac{\partial \hat{H}_x^s}{\partial z} = \frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_x^s)}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \hat{H}_x^s,$$

$$\varphi_i \frac{\partial \hat{H}_z^s}{\partial x} = \frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{H}_z^s,$$

$$\varphi_i \frac{\partial \hat{E}_x^s}{\partial z} = \frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_x^s)}{\partial z} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \hat{E}_x^s,$$

$$\varphi_i \frac{\partial \hat{E}_z^s}{\partial x} = \frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{E}_z^s.$$

Realizando estas substituições nas equações (4.23) e (4.24), temos

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \hat{H}_x^s dx dz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{H}_z^s dx dz + \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_x^s)}{\partial z} \right] dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} \varphi_i \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^s dx dz = - \int_{\Omega_e} \varphi_i \Delta \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^p dx dz
 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \hat{E}_x^s dx dz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \hat{E}_z^s dx dz + \int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_x^s)}{\partial z} \right] dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} i\omega\mu \varphi_i \hat{H}_y^s dx dz = 0.
 \end{aligned}$$

Pelo teorema de Green

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial(\varphi_i \hat{H}_x^s)}{\partial z} \right] dx dz = \oint_{\partial\Omega_e} \varphi_i(\hat{H}_x^s, \hat{H}_z^s) \cdot d\vec{l},$$

$$\int_{\Omega_e} \left[\frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_z^s)}{\partial x} - \frac{\partial(\varphi_i \hat{E}_x^s)}{\partial z} \right] dx dz = \oint_{\partial\Omega_e} \varphi_i(\hat{E}_x^s, \hat{E}_z^s) \cdot d\vec{l},$$

então,

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} \hat{H}_x^s dx dz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial x} \hat{H}_z^s dx dz + \oint_{\partial\Omega_e} \varphi_i \hat{\mathbf{H}}^s \cdot d\vec{l} \\ & + \int_{\Omega_e} \varphi_i \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^s dx dz = - \int_{\Omega_e} \varphi_i \Delta \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^p dx dz \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} \hat{E}_x^s dx dz - \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial x} \hat{E}_z^s dx dz + \oint_{\partial\Omega_e} \varphi_i \hat{\mathbf{E}}^s \cdot d\vec{l} \\ & - \int_{\Omega_e} i\omega\mu \varphi_i \hat{H}_y^s dx dz = 0. \end{aligned}$$

Pela continuidade tangenciais dos campos $\hat{\mathbf{E}}^s$ e $\hat{\mathbf{H}}^s$ as integrais de linha na fronteira de cada elemento se anularão quando computadas com as contribuições dos elementos adjacentes, sobrando apenas aquelas das bordas da malha, na qual se considera as condições de Dirichlet homogêneas. Portanto, desprezando estas integrais nas duas últimas equações obtemos,

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial x} \left(\frac{\sigma_{xx,e} u_{zz,e}^2 - i\omega\mu\sigma_{xz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{k_y^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\ & + \int_{\Omega_e} \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} \left(\frac{k_y^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{E}_y^s}{\partial x} + \frac{\sigma_{zz,e} u_{xx,e}^2 - i\omega\mu\sigma_{xz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\ & + \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial\varphi_i}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu\sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\ & - \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} \left(\frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{H}_y^s}{\partial x} + \frac{i\omega\mu\sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial\hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\ & + \int_{\Omega_e} \varphi_i \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^s dx dz = - \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial\varphi_i}{\partial x} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{i\omega\mu\sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz \\ & - \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial\varphi_i}{\partial z} \left(\frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_z - \frac{i\omega\mu\sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_x \right) dx dz - \int_{\Omega_e} \varphi_i \Delta \sigma_{yy,e} \hat{E}_y^p dx dz \end{aligned} \tag{4.25}$$

e

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \left(\frac{\omega^2 \mu^2 \sigma_{xz}}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu u_{zz}^2}{u_{xz}^2} \frac{\partial \hat{H}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz \\
 & + \int_{\Omega_e} ik_y \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial x} - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} \frac{\partial \hat{E}_y^s}{\partial z} \right) dx dz + \int_{\Omega_e} \varphi_i i\omega\mu \hat{H}_y^s dx dz = \\
 & - \int_{\Omega_e} i\omega\mu \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \left(\frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{u_{xx,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz \\
 & - \int_{\Omega_e} i\omega\mu \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \left(\frac{u_{zz,e}^2}{u_{xz,e}^2} q_x - \frac{i\omega\mu \sigma_{xz,e}}{u_{xz,e}^2} q_z \right) dx dz.
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Estas equações resultam num sistema linear de ordem $2 \cdot n$ em que n é o número de nós da malha de elementos finitos. Tal sistema será solucionado pelo método da decomposição LU e fornecerá as componentes \hat{E}_y^s e \hat{H}_y^s no domínio (x, k_y, z) da transformada de Fourier. Com estas componentes encontramos as demais componentes do campo EM secundário. Aplicando a transformada inversa de Fourier a estas componentes chegamos a solução do campo secundário no domínio espacial. As transformadas inversas são realizadas com o uso dos filtros digitais de 81 pontos seno e cosseno.

4.2 Resultados

Nesta seção iremos avaliar as respostas do método CSEM marinho para estruturas bidimensionais com anisotropia vertical (TIV) e anisotropia inclinada (TII). Para tanto, vamos considerar dois modelos, um para a anisotropia TIV e outro para a anisotropia TII, avaliando separadamente a influência da anisotropia do sedimento e do reservatório nas medidas CSEM.

4.2.1 Modelo 1

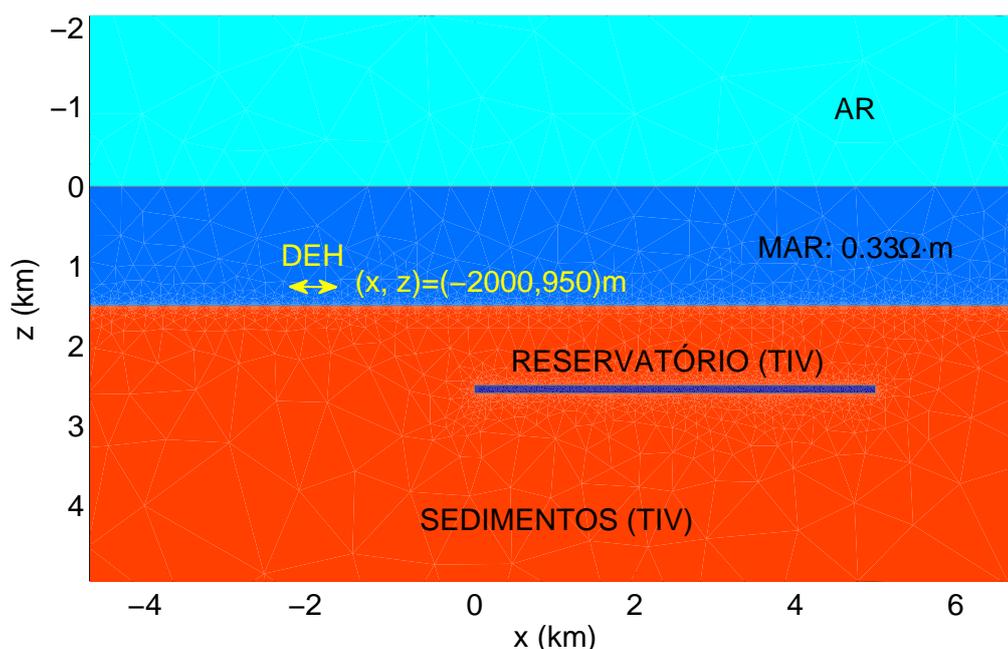
A Figura (43) mostra o modelo para o qual analisaremos a influência da anisotropia vertical nos dados MCSEM. Este modelo é o mesmo modelo proposto por Orange, Key e Constable (2009) para análise de dados MCSEM de estruturas 2D isotrópicas. Vamos considerar que o transmissor funciona num regime de frequência igual 0.1Hz.

Na Figura (45) consideramos o reservatório isotrópico e o sedimento com anisotropia. Verificamos, como era de se esperar, que um aumento na resistividade vertical do sedimento

produz um aumento na amplitude do campo. A resposta para o caso isotrópico (linha azul) é igual ao resultado apresentado no trabalho de Orange, Key e Constable (2009).

Na Figura (46) consideramos o sedimento isotrópico e o reservatório com anisotropia. Também, verificamos que um aumento na resistividade vertical do reservatório produz um aumento na amplitude do campo. Entretanto, as variações no campo normalizado, neste caso, são bem menores que as variações geradas no campo normalizado pela variação na resistividade vertical do sedimento. Isto, ocorre devido as dimensões do corpo que é limitado em x , é evidente que a amplitude do campo aumenta quando o comprimento do corpo aumenta na direção x . Aumentando a largura x do corpo indefinidamente o modelo 2D tende ao modelo canônico 1D, ou seja, a curva em azul irá tender para a curva preta pontilhada.

Figura 43 – Modelo 1, para análise da influência da anisotropia vertical nos dados MCSEM 2,5D.



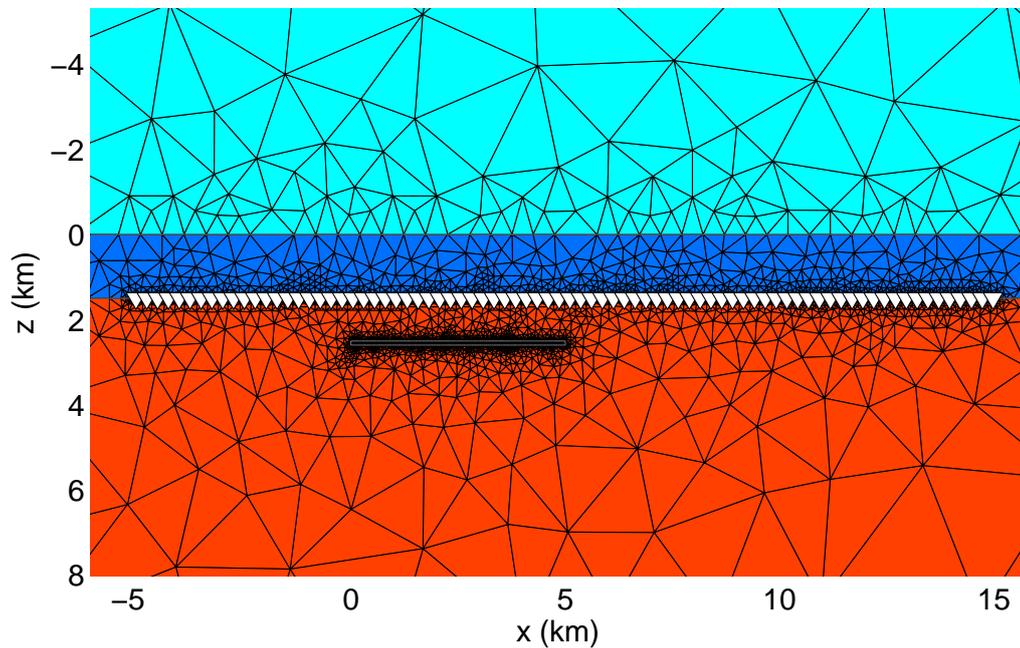
Fonte: Do autor

4.2.2 Modelo 2

A Figura (47) mostra o modelo para o qual analisaremos a influência da anisotropia inclinada nos dados MCSEM. Vamos considerar que o transmissor funciona num regime de frequência igual 0.25Hz.

Na Figura (49) consideramos o reservatório isotrópico e o sedimento com anisotropia. Como no caso unidimensional, verificamos que a amplitude do campo *inline* reduz com a

Figura 44 – Malha gerada para o modelo 1.

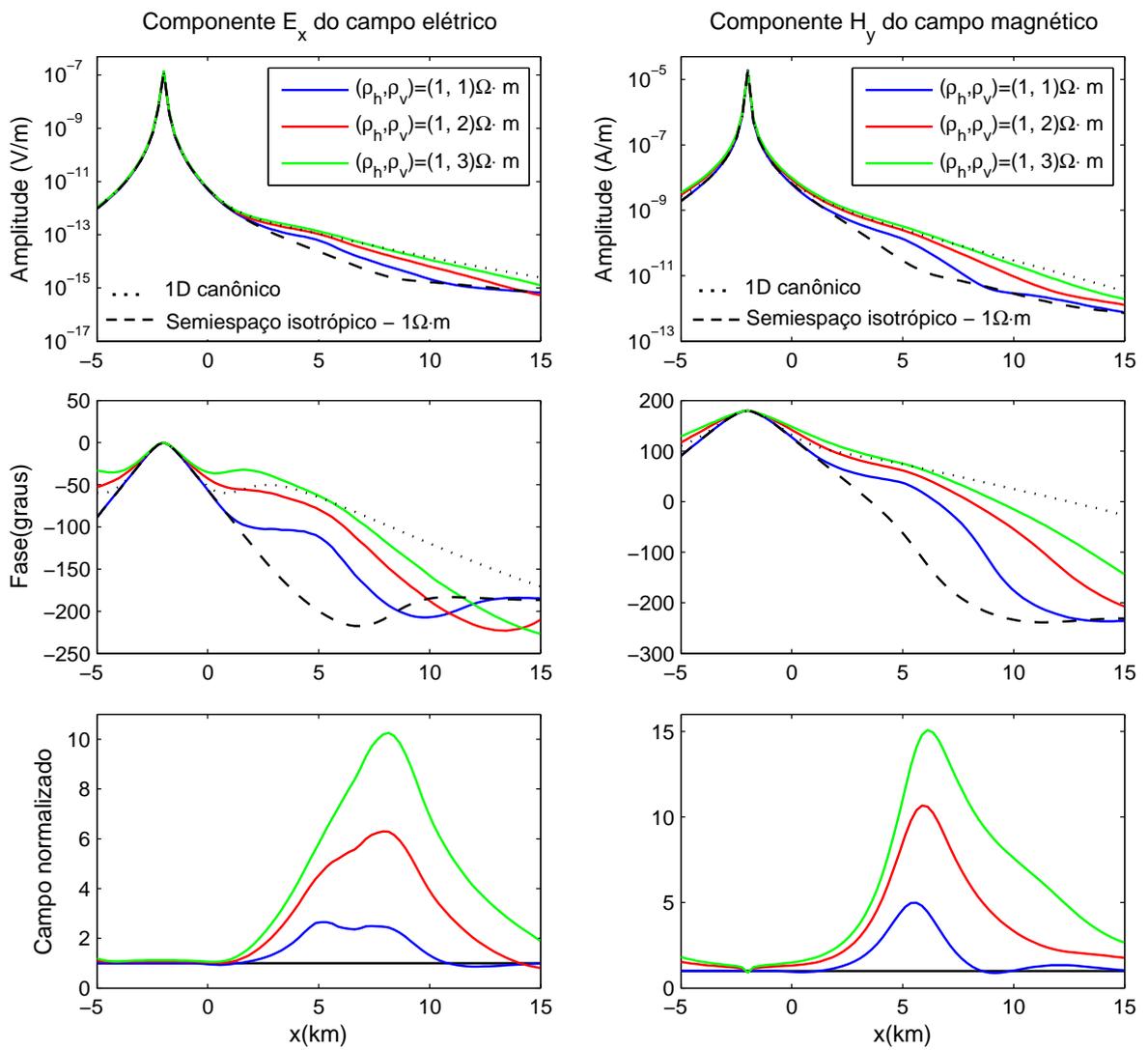


Fonte: Do autor

inclinação do eixo de anisotropia. Verifica-se ainda uma quebra na simetria em x para as respostas TII, exceto nos casos TIV e TIH. Essa ausência de simetria na direção x também ocorre nos modelos 1D como pode ser visto na figura (32), entretanto, para medidas no assoalho marinho essa falta de simetria é imperceptível graficamente. Li e Dai (2011) também observou essa assimetria considerando o meio sedimentar encaixante como uma heterogeneidade num semiespaço isotrópico. Para este modelo consideramos como modelo primário o modelo com anisotropia inclinada evitando, assim, uma malha muito refinada, entretanto, o cálculo do campo primário é mais complexo.

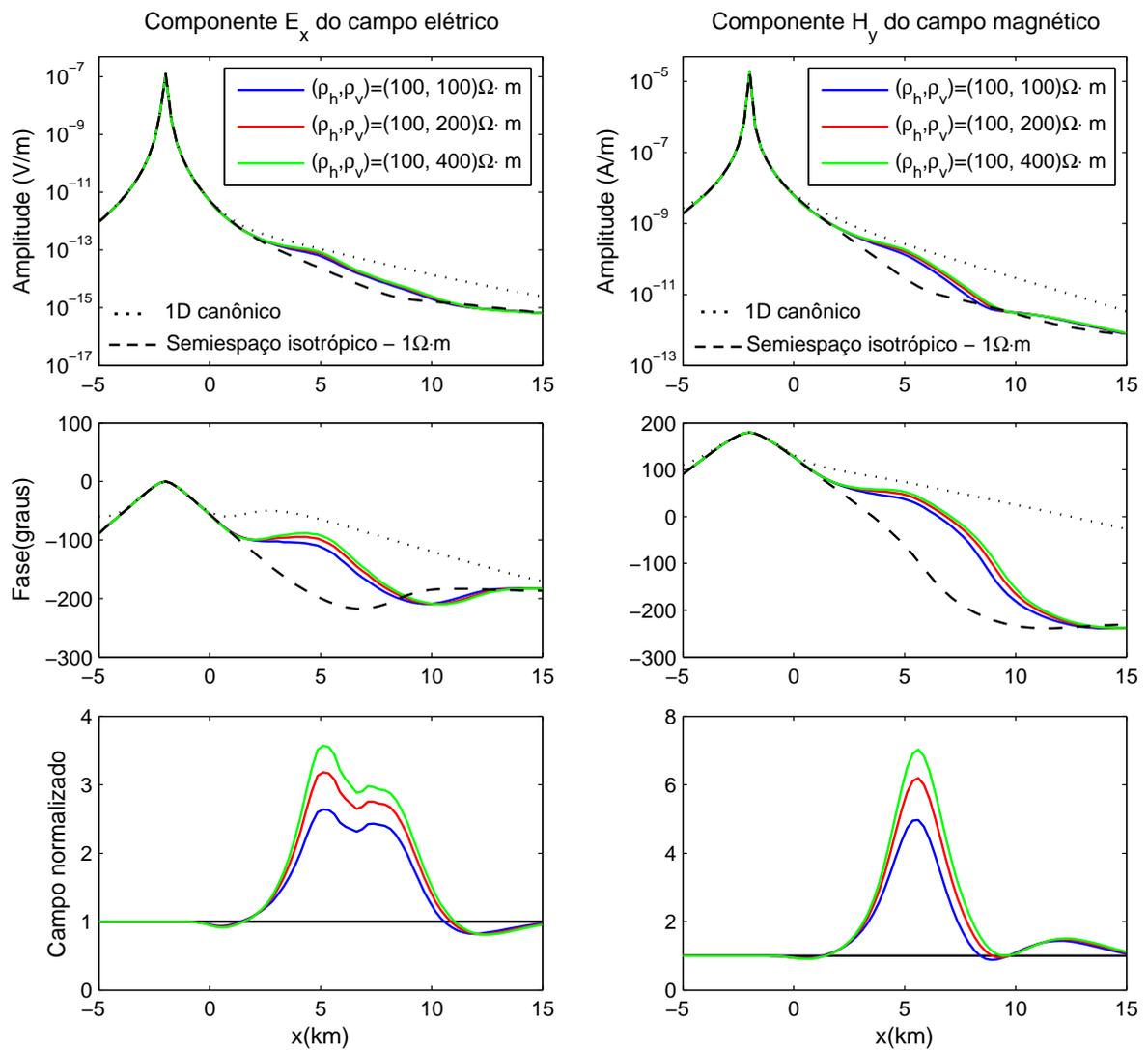
Na Figura (50) consideramos o sedimento isotrópico e o reservatório com anisotropia. Também, verificamos que a amplitude do campo reduz com um aumento na inclinação do eixo de anisotropia. Neste caso, observamos uma pequena assimetria das respostas em relação ao eixo x para $\alpha = 30$ e $\alpha = 45$.

Figura 45 – Componentes E_x e H_y *inline* para o modelo da Figura (43). O reservatório é isotrópico e tem resistividade igual a $100\Omega \cdot m$. O sedimento tem anisotropia vertical com valores de resistividades indicados na figura.



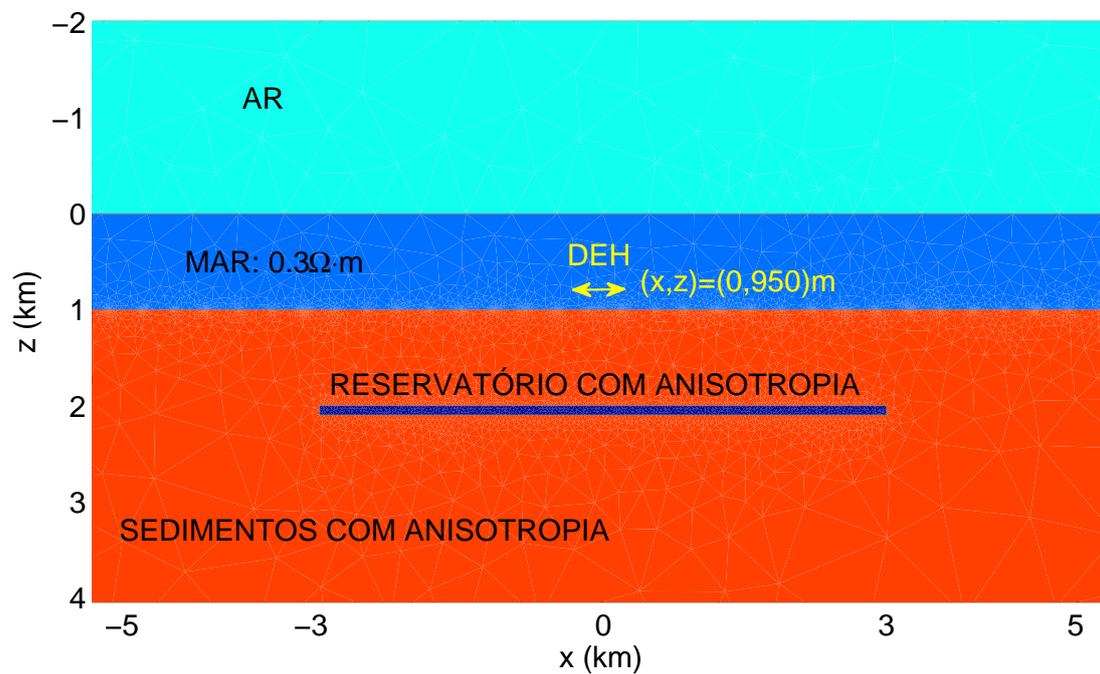
Fonte: Do autor

Figura 46 – Componentes E_x e H_y inline para o modelo da Figura (43). O sedimento é isotrópico e tem resistividade igual a $1\Omega \cdot m$. O reservatório tem anisotropia vertical com valores de resistividades indicados na figura.



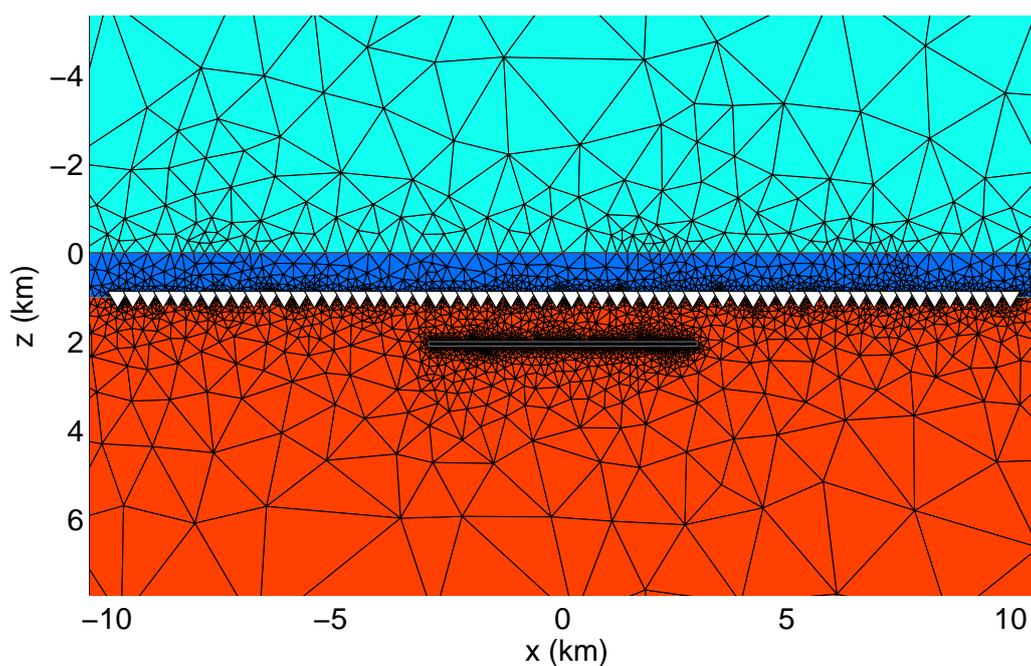
Fonte: Do autor

Figura 47 – Modelo 2, para análise da influência da anisotropia inclinada nos dados MCSEM 2,5D.



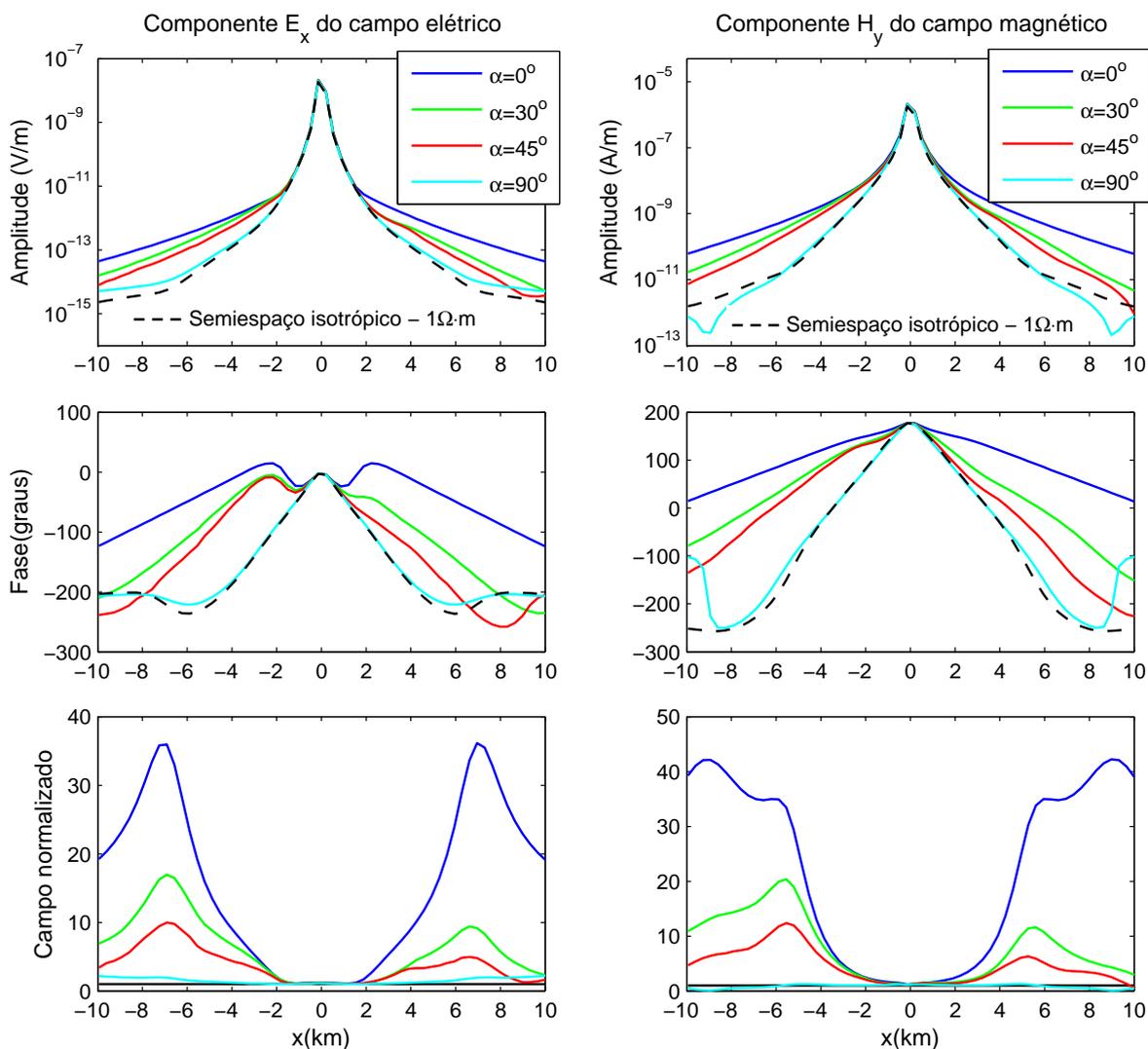
Fonte: Do autor

Figura 48 – Malha gerada para o modelo 2.



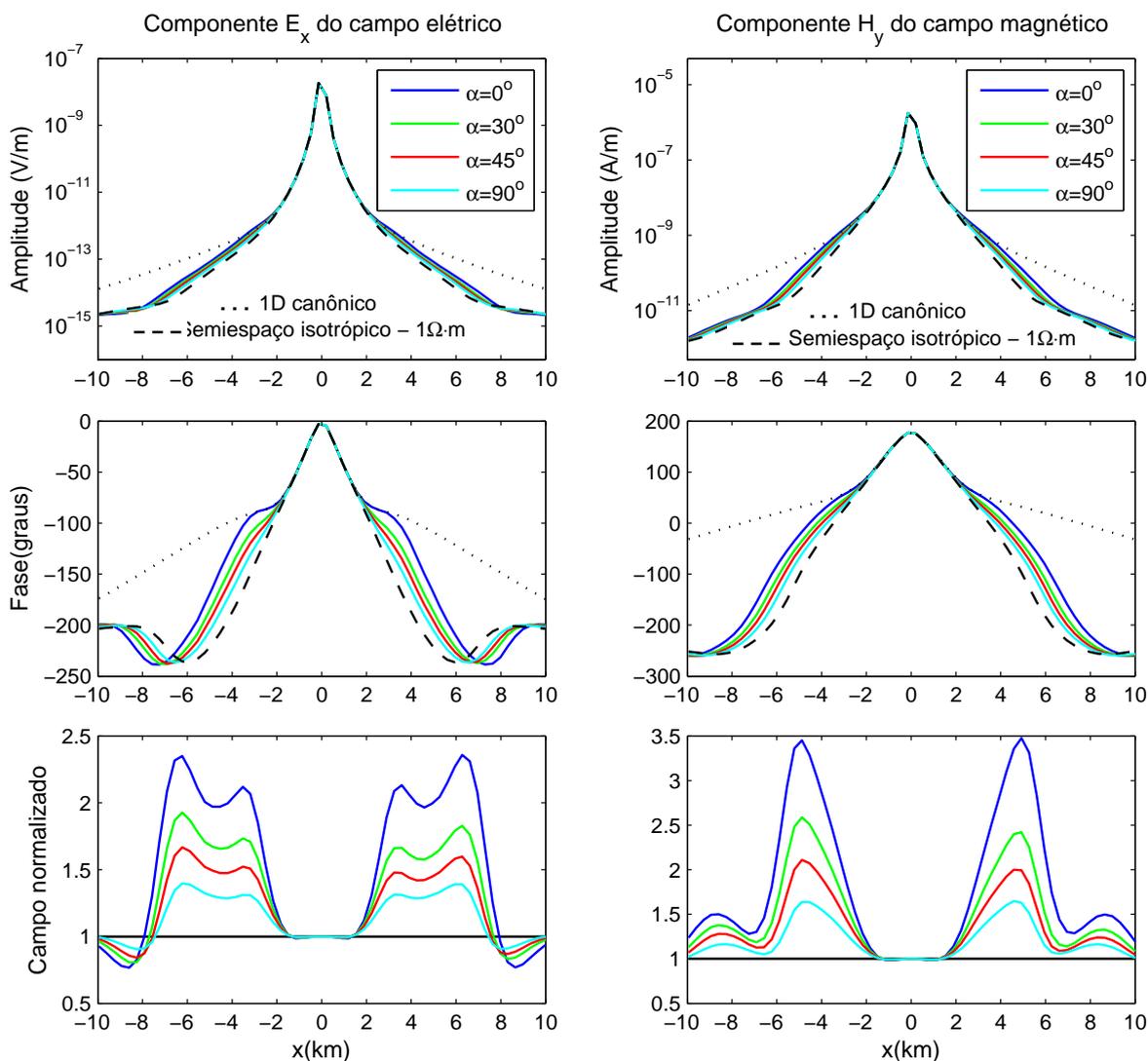
Fonte: Do autor

Figura 49 – Componentes E_x e H_y inline para o modelo da Figura (47). O reservatório é isotrópico e tem resistividade igual a $100\Omega \cdot m$. O sedimento tem anisotropia inclinada com resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (1, 10)\Omega \cdot m$ e ângulos de inclinação dos planos de isotropia indicados na figura.



Fonte: Do autor

Figura 50 – Componentes E_x e H_y inline para o modelo da Figura (47). O sedimento é isotrópico e tem resistividade igual a $1\Omega \cdot m$. O reservatório tem anisotropia inclinada com resistividades principais $(\rho_{\parallel}, \rho_{\perp}) = (10, 100)\Omega \cdot m$ e ângulos de inclinação dos planos de isotropia indicados na figura.



Fonte: Do autor

5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou de forma detalhada a formulação e a modelagem numérica unidimensional e bidimensional necessária para o estudo numérico dos efeitos da anisotropia transversal nos dados marinhos de fonte controlada (MCSEM).

Neste estudo verificamos que as medidas MCSEM, *inline* e *broadside*, são afetadas de maneira diferente pela anisotropia. Como mostramos no capítulo 2, as respostas *inline* são mais afetadas pela resistividade vertical enquanto que as medidas *broadside* sofrem uma influência maior da resistividade horizontal. Tal conclusão foi obtida considerando o meio estratificado com anisotropia do tipo TIV nas camadas.

Esta relação entre as geometrias de medidas e a anisotropia se estende para o meio estratificado com anisotropia transversal inclinada, visto no capítulo 3. Contudo, neste caso, os valores de resistividade na vertical e na horizontal dependem do ângulo de inclinação dos planos de isotropia, o que proporciona uma variação das medidas MCSEM entre as respostas dos meios transversalmente isotrópicos com eixo de simetria na vertical ($\alpha = 0^\circ$) e com o eixo de simetria na horizontal ($\alpha = 90^\circ$).

As anomalias geradas nas investigações MCSEM são obtidas a partir da normalização das medidas pela resposta de um modelo ou ambiente de referência. Seguindo este procedimento, mostramos que uma definição errada da anisotropia elétrica do modelo de referência, pode levar a falsas interpretações do modelo geológico investigado.

As situações observadas a cima também são verificadas na modelagem MCSEM de estruturas bidimensionais, entretanto, o que mais chamou a atenção foi a constatação de que a anisotropia transversal inclinada das heterogeneidades provoca uma quebra na simetria nas respostas MCSEM em relação ao transmissor.

Com base nos resultados apresentados e nas observações obtidas concluímos que a anisotropia afeta de forma distinta as componentes do campo eletromagnético conforme a disposição transmissor-receptor. Concluímos, também, que a anisotropia dificulta a interpretação dos dados MCSEM, podendo levar até a interpretações erradas desses dados quando os efeitos da anisotropia são mal avaliados. Portanto, o conhecimento de como a anisotropia afeta as medidas MCSEM contribui significativamente na interpretação dessas medidas.

Seguindo a metodologia apresentada neste trabalho, é possível avaliar o efeito da anisotropia inclinada em formações bidimensionais mais complexas, como por exemplo, modelos que incluam a batimetria do meio. Outro tema que pode ser estudado, a partir do que foi apresentado aqui, são as respostas MCSEM de meios com anisotropia transversal para diferentes orientações do transmissor em relação ao plano de isotropia.

REFERÊNCIAS

- ALUMBAUGH, D. L.; LU, X. Three-dimensional sensitivity analysis of induction logging in anisotropic media. *Petrophysics*, v. 42, n. 6, p. 566–579, 2001. Citado na página 14.
- CONSTABLE, S.; SRNKA, L. An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration. *Geophysics*, v. 72, n. 2, p. WA3–WA12, 2007. Citado na página 13.
- CONSTABLE, S.; WEISS, C. Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine em methods: Insights from 1d modeling. *Geophysics*, v. 71, n. 2, p. G43–G51, 2006. Citado na página 29.
- COUTINHO, M. R. *Estudo da Anisotropia Elétrica em Reservatórios Turbidíticos da Bacia de Campos*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2005. Citado na página 15.
- ELECTROMAGNETIC GEOSERVICES (EMGS). Schematic view of a controlled source electromagnetic (csem) survey. Disponível em: <http://www.emgs.com/image_library/method_illustrations>. Acesso em: 14.01.2014. Citado na página 13.
- EVERETT, M.; CONSTABLE, S. Electric dipole fields over an anisotropic seafloor: theory and application to the structure of 40 Ma pacific ocean lithosphere. *Geophysical Journal International*, v. 136, n. 1, p. 41–56, 1999. Citado na página 14.
- FANINI, O. N. et al. Enhanced, low-resistivity pay, reservoir exploration and delineation with the latest multicomponent induction technology integrated with NMR, nuclear, and borehole image measurements. In: *SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, 25-28 March, Buenos Aires, Argentina, 2001*. Society of Petroleum Engineers, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2118/69447-MS>>. Acesso em: 02.05.2011. Citado na página 15.
- HOU, J.; MALLAN, R.; TORRES-VERDÍN, C. Finite-difference simulation of borehole EM measurements in 3D anisotropic media using coupled scalar-vector potentials. *Geophysics*, v. 71, n. 5, p. G225–G233, 2006. Citado na página 14.
- KAUFMAN, A.; KELLER, G. V. *Induction Logging*. Amsterdam: Elsevier, 1989. Citado na página 19.
- KOELMAN, J. M. V. et al. Enhanced evaluation of low-resistivity reservoirs using multi-component induction log data. *Petrophysics*, v. 42, n. 6, p. 611–623, 2001. Citado na página 14.
- KONG, F. N. et al. A 2.5D finite-element-modeling difference method for marine csem modeling in stratified anisotropic media. *Geophysics*, v. 73, n. 1, p. F9–F19, 2008. Citado na página 14.
- LI, Y.; DAI, S. Finite element modelling of marine controlled-source electromagnetic responses in two-dimensional dipping anisotropic conductivity structures. *Geophysical Journal International*, v. 185, n. 2, p. 622–636, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 14, 16 e 70.

- LIMA, F. M. de. *Análise estratigráfica dos reservatórios turbidíticos do campo de Namorado*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Estadual Paulista, 2004. Citado na página 15.
- LØSETH, L. O.; URSIN, B. Electromagnetic fields in planarly layered anisotropic media. *Geophysical Journal International*, v. 170, n. 1, p. 44–80, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 16.
- LU, X.; ALUMBAUGH, D. One-dimensional inversion of three-component induction logging in anisotropic media. In: *71st SEG Annual International Meeting, 9-14 September, San Antonio, Texas, 2001*. Society of Exploration Geophysicists, 2001. p. 376–380. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1816621>>. Acesso em: 14.04.2014. Citado na página 14.
- LU, X.; XIA, C. Understanding anisotropy in marine csem data. In: *77th SEG Annual International Meeting, 23-28 September, San Antonio, Texas, 2007*. Society of Exploration Geophysicists, 2007. p. 633–637. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.2792498>>. Acesso em: 11.09.2013. Citado na página 14.
- MALLAN, R. K.; TORRES-VERDÍN, C. Effects of petrophysical, environmental, and geometrical parameters on multi-component induction measurements acquired in high-angle wells. *Petrophysics*, v. 48, n. 4, p. 277–294, 2007. Citado na página 14.
- MILANI, E. J. et al. Petróleo na margem continental brasileira: Geologia, exploração, resultados e perspectivas. *Revista Brasileira de Geofísica*, v. 18, n. 3, p. 352–396, 2000. Citado na página 15.
- ORANGE, A.; KEY, K.; CONSTABLE, S. The feasibility of reservoir monitoring using time-lapse marine csem. *Geophysics*, v. 74, n. 2, p. F21–F29, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 69.
- QUIREIN, J. et al. Evaluation of general resistivity density-based saturation in thin, laminated sand-shale sequences. In: *AAPG International Convention and Exhibition, 16-19 September, Singapore, 2012*. American Association of Petroleum Geologists, 2012. p. 376–380. Disponível em: <http://www.searchanddiscovery.com/documents/2012/41042quirein/ndx_quirein.pdf>. Acesso em: 14.12.2013. Citado na página 14.
- RABINOVICH, M. et al. Processing multi-component induction data for formation dips and anisotropy. *Petrophysics*, v. 47, n. 6, p. 506–526, 2006. Citado na página 14.
- RAMANANJAONA, C.; MACGREGOR, L.; ANDRÉIS, D. Sensitivity and inversion of marine electromagnetic data in a vertically anisotropic stratified earth. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 59, n. 2, p. 341–360, 2011. Citado na página 15.
- REDDY, J. N. On the numerical solution of differential equations by the finite element method, part ii: Alternative finite element formulations. *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, v. 16, n. 12, p. 1512–1528, 1985. Citado na página 41.
- RIJO, L. *Electrical geophysics: 1-D earth direct modeling*. Universidade Federal do Pará, 2004. Disponível em: <<http://geofisicabrasil.com/downloads.html>>. Acesso em: 5.12.2013. Citado na página 19.

- SANTOS, W. G. dos. *Arranjos coplanar e coaxial nas sondas de perfilagem de poço: ferramentas triaxiais em reservatórios laminados*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal do Pará, 2007. Citado na página 21.
- THAKUR, S. et al. An integrated petrophysical study for deep water turbidite reservoir to improve hydrocarbon saturation. In: *8ª Biennial International Conference and Exposition on Petroleum Geophysics, 16-19 September, Hyderabad, 2010*. Society of Petroleum Geophysicists, India, 2010. p. 1–7 (P–336). Disponível em: <<http://www.spgindia.org/2010/336.pdf>>. Acesso em: 11.11.2013. Citado na página 15.
- TOMPKINS, M. The role of vertical anisotropy in interpreting marine controlled-source electromagnetic data. In: *75th SEG Annual International Meeting, 6-11 November, Houston, Texas, 2005*. Society of Exploration Geophysicists, 2005. p. 514–517. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.2144369>>. Acesso em: 04.09.2013. Citado na página 14.
- UM, E.; ALUMBAUGH, D. On the physics of the marine controlled-source electromagnetic method. *Geophysics*, v. 72, n. 2, p. WA13–WA26, 2007. Citado na página 29.
- WARD, S.; HOHMANN, G. Electromagnetic theory for geophysical applications. In: *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*. Society of Exploration Geophysicists, 1988. cap. 4, p. 130–311. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.9781560802631.ch4>>. Acesso em: 12.12.2013. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- YIN, Y.; KURNIAWAN, B. Resistivity anisotropy models and multi-component induction measurements: Impact on sw and uncertainty of ppv estimation. In: *SPWLA 49th Annual Symposium, 25-28 MAY, Edinburgh, Scotland, 2008*. Society of Petrophysicists and Well Log Analysts, 2008. p. LLLL. Disponível em: <<http://www.spwla.org/publications/view/item/3121>>. Acesso em: 15.12.2013. Citado na página 15.