

INVERSÃO EM GEOFÍSICA DE POÇO : UM ESTUDO SOBRE AMBIGUIDADE

por

ÁLVARO BUENO BUORO

Geofísico (Universidade de São Paulo – 1988)

Tese submetida como requisito parcial ao grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

em

GEOFÍSICA

ao

Colegiado do Curso de Pós-Graduação em

Geofísica

da

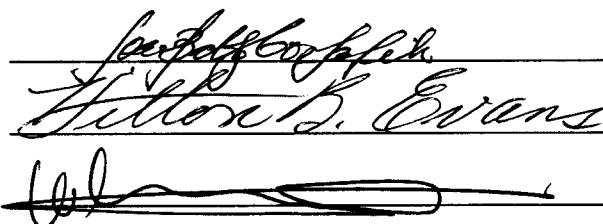
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

Banca Examinadora :

Dr. João Batista C. da Silva (Orientador)

Dr. Hilton Bernard Evans

Dr. Wladimir Shukowsky



Aprovado : 12/10/1990

BUORO, Álvaro Bueno. Inversão em geofísica de poço : um estudo sobre ambigüidade. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1990. 36 p. il.
Tese (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPa., 1990.

1. INVERSÃO EM GEOFÍSICA DE POÇO. 2. INVERSÃO DE DADOS GEOFÍSICOS – Ambigüidade. 3. GEOFÍSICA DE POÇO – Técnicas Estatísticas.

A minha família e a Rose.

ÍNDICE

Dedicatória	i
Índice	ii
Lista de Ilustrações	iii
Resumo	v
Abstract	vi
CAPÍTULO 1	
Introdução	1
CAPÍTULO 2	
Metodologia	4
2.1– O problema inverso	4
2.2– Análise fatorial Q–modal	5
CAPÍTULO 3	
Aplicação	8
3.1– Análise da ambigüidade	8
3.2– Redução da ambigüidade	12
CAPÍTULO 4	
Conclusão	16
Agradecimentos	17
Referência Bibliográfica	18
Apêndice	20

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figuras

- Fig. 1 – Hiperelipsóide de espalhamento de parâmetros (pontos na figura) num espaço de soluções (S1, S2, S3) tridimensional 22
- Fig. 2 – a) Cargas (CI1, CI2, CII1, CII2) definidas no espaço de soluções a partir da projeção dos fatores (I e II); b) Nova base no espaço de soluções (fatores I e II) e cargas das soluções 23
- Fig. 3 – Distribuição das soluções (x) no sub-espaço definido pelos fatores I e II. O ângulo α entre as soluções extremas é uma medida da ambigüidade 23
- Fig. 4 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A (com T igual a 1.3) (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d). 24
- Fig. 5 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I, para o modelo A (com T igual a 1.3) 25
- Fig. 6 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A (com T igual a 0.5) (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d) 26
- Fig. 7 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I para o modelo A (com T igual a 0.5) 27
- Fig. 8 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo B (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d) 28
- Fig. 9 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I para o modelo B 29

Fig. 10 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BL (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)	30
Fig. 11 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS1 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)	31
Fig. 12 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS2 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)	32
Fig. 13 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS3 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)	33
Fig. 14 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo AL (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)	34
Fig. 15 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A1 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)	35
Fig. 16 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A2 (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), (água+óleo)–caolinita (c), ortoclásio–caolinita (d)	36

Tabelas

Tab. 1 – Associação do tipo de instrumento (perfil) com a equação, sua ponderação e unidades	9
Tab. 2 – Autovalores não nulos de $(\bar{A} \bar{A}^t)$ normalizada), porcentagem da soma dos autovalores (traço) e porcentagem cumulativa do traço.	10

**INVERSÃO EM GEOFÍSICA DE POÇO:
UM ESTUDO SOBRE AMBIGUIDADE**
(TESE DE MESTRADO : Set./90)

ÁLVARO BUENO BUORO

Orientador : Dr. João Batista Correa da Silva

*Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPa
Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil*

RESUMO

A ambigüidade na inversão de dados de geofísica de poço é estudada através da análise fatorial Q-modal. Este método é baseado na análise de um número finito de soluções aceitáveis, que são ordenadas, no espaço de soluções, segundo a direção de maior ambigüidade. A análise da variação dos parâmetros ao longo dessas soluções ordenadas permite caracterizar aqueles que são mais influentes na ambigüidade. Como a análise Q-modal é baseada na determinação de uma região de ambigüidade, obtida de modo empírico a partir de um número finito de soluções aceitáveis, é possível analisar a ambigüidade devida não só a erros nas observações, como também a pequenos erros no modelo interpretativo. Além disso, a análise pode ser aplicada mesmo quando os modelos interpretativos ou a relação entre os parâmetros não são lineares.

A análise fatorial é feita utilizando-se dados sintéticos, e então comparada com a análise por decomposição em valores singulares, mostrando-se mais eficaz, uma vez que requer premissas menos restritivas, permitindo, desse modo, caracterizar a ambigüidade de modo mais realístico.

A partir da determinação dos parâmetros com maior influência na ambigüidade do modelo é possível reparametrizá-lo, agrupando-os em um único parâmetro, redefinindo assim o modelo interpretativo. Apesar desta reparametrização incorrer na perda de resolução dos parâmetros agrupados, o novo modelo tem sua ambigüidade bastante reduzida.

AMBIGUITY ANALYSIS OF WELL-LOGGING DATA

(MASTER THESIS : Sept./90)

ALVARO BUENO BUORO

Adviser : Dr. João Batista Correa da Silva

Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPa

Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brazil

ABSTRACT

The ambiguity in the inversion of well-logging data is studied using the Q-mode factor analysis. This method is based on the analysis of a finite number of acceptable solutions, which are ordered, in the solution space, along the greatest direction of ambiguity. The analysis of the parameters variation along these ordered solutions provides an objective way to characterize the parameters playing a major role in the problem ambiguity. Because the Q-mode analysis is based on the geometry of an ambiguity region, empirically estimated by a finite number of alternate solutions, it is possible to analyse the ambiguity due not only to errors in the observations, but also to small discrepancies between the interpretation model and the true sources. Moreover, the analysis can be applied even in the cases of nonlinear interpretation models or nonlinear parameter dependence.

The factor analysis was performed with synthetic data, and compared with the analysis using singular value decomposition, proving to be more efficient because of the less restrictive assumptions required in its application. As a result, it provides a more realistic way to characterize the ambiguity.

Following the determination of the most influential parameters in the model ambiguity, a reparametrization is possible by grouping these parameters into a single parameter. Despite the inevitable loss of resolution this reparametrization leads to a drastic reduction in the model ambiguity.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O problema inverso em geofísica é caracterizado como um problema mal posto no sentido de Hadamard (1902), uma vez que as soluções deste problema não apresentam nem unicidade nem estabilidade. O problema da não unicidade foi caracterizado teoricamente por Backus & Gilbert (1967) como sendo devido à impossibilidade de se obter, a partir de um número finito de observações, uma distribuição espacial contínua de propriedade física (ou da composição mineralógica no caso de geofísica de poço). A unicidade na interpretação geofísica é obtida, em geral, incorporando-se informação a priori através de hipóteses e simplificações sobre as fontes reais existentes na área em estudo. A introdução de informação a priori necessária para garantir a unicidade não implica, no entanto, na estabilidade das soluções na presença de ruído. O grau de estabilidade será proporcional à qualidade e quantidade de informação a priori introduzida. Não unicidade e instabilidade levam à aceitação de mais de uma solução para um dado problema inverso, ou seja : à ambigüidade.

A ambigüidade das soluções existe em maior ou menor grau em todos os problemas geofísicos inversos, de forma que uma análise desta ambigüidade faz-se necessária. No caso de fontes parametrizadas (ou seja, um modelo com número limitado de parâmetros), uma das abordagens mais comuns para se quantificar a ambigüidade é o estabelecimento de regiões de confiança para os parâmetros. Nele, a ambigüidade é caracterizada pelo volume de um hiperelipsóide no espaço de parâmetros, cuja equação é especificada pela matriz de covariância dos parâmetros e o nível de confiança estabelecido. Apesar da elegância, esta metodologia presume muitas hipóteses restritivas. Primeiramente, a ambigüidade é postulada como sendo causada exclusivamente pela presença de ruído aleatório nas observações. Este ruído é presumido ser Gaussiano, aditivo e com média nula; além disso, a matriz de covariância do ruído precisa ser totalmente conhecida a menos de um fator multiplicativo. Finalmente, o problema inverso precisa ser linear ou linearizado. Vale notar que a extensão do conceito de regiões de confiança para problemas não lineares tem sido assunto de muita controvérsia (Beale, 1960) e virtualmente não empregado na interpretação geofísica. Outra abordagem menos comum na análise da ambigüidade utiliza a decomposição em valores singulares da matriz sensibilidade (Menke, 1984). Esta metodologia permite uma análise semi-quantitativa da ambigüidade, bem como dos parâmetros responsáveis por ela. Esta análise pode ser feita so-

bre o modelo como um todo, simplesmente inspecionando a razão entre o maior e o menor valor singular, ou sobre os principais parâmetros causadores da ambigüidade, analisando os autovetores associados aos menores valores singulares. Esta análise também se restringe a problemas lineares ou linearizados. Apesar da importância da análise da ambigüidade, pouco se tem publicado sobre ela além dos métodos acima descritos.

No caso específico de geofísica de poço as abordagens empregadas para o estudo do problema inverso e a análise da ambigüidade envolvida podem ser divididas em dois grupos. No primeiro não se utiliza nenhuma análise quantitativa para determinar a ambigüidade da solução encontrada. São apresentadas apenas características específicas dos modelos, bem como aproximações utilizadas a fim de simplificar ou tornar mais rápida a solução do problema (Hashmy & Alberty, 1984; Gysen et al., 1987; Alberty & Hashmy, 1984; Cruz & Shonman, 1988; Ditzhuijzen & Masson, 1984; Hashmy et al., 1985; Ramsey & Helander, 1971). A única análise crítica da solução obtida (em alguns casos) é a comparação visual dos valores observados com os obtidos a partir do ajuste.

O segundo grupo de trabalhos pode ser subdividido em dois sub-grupos. Um compreendendo os trabalhos que não utilizam nenhuma premissa estatística e outro que utiliza premissas estatísticas para estabelecer critérios que determinem a qualidade das soluções.

Dentro do primeiro sub-grupo o trabalho de Mayer & Sibbit (1980) utiliza-se do valor da função de incoerência (definida como a norma 2 do vetor de resíduos, entre as observações e os ajustes do modelo), como indicador da qualidade da solução. Já Quirein et al. (1986) utiliza-se também do número de condição (razão entre o maior e o menor valor singular da matriz de sensibilidade associada ao problema inverso), para indicar a existência da ambigüidade no modelo.

No segundo sub-grupo tanto Mezzatesia et al. (1988) quanto Mitchell & Nelson (1988), estipulam regiões de confiança para determinar a ambigüidade dos parâmetros, o que, como já foi discutido, implica em várias premissas estatísticas. Freedman & Puffer (1988) por sua vez dão uma indicação da ambigüidade calculando, sob certas premissas estatísticas, a variância dos parâmetros no entorno da solução obtida.

Deve-se notar que a maioria dos trabalhos supra citados solucionam sistemas não lineares para resolver o problema inverso, e como já foi frisado anteriormente todas as análises

da ambigüidade comumente utilizadas foram propostas para sistemas lineares, o que implica que estas análises só são válidas no entorno da solução encontrada, uma vez que os sistemas utilizados precisam ser linearizados no entorno de um ponto no espaço de parâmetros.

O presente trabalho apresenta uma metodologia para analisar a ambigüidade em problemas lineares ou não lineares de inversão em geofísica de poço, num estágio de interpretação em que já se tenha informação a priori suficiente para introduzir um modelo interpretativo aproximadamente correto. A ambigüidade é analisada de modo semi-quantitativo através de um conjunto de soluções obtidas através de um algoritmo de busca vinculado. A este conjunto de soluções é aplicada uma análise fatorial modo Q, a fim de obter e ordenar os conjuntos de parâmetros responsáveis em maior e menor grau pela ambigüidade. Este procedimento é aplicado a dois modelos teóricos com características ligeiramente diferentes, que comparado à análise da ambigüidade por decomposição em valores singulares, permite caracterizar algumas diferenças entre as duas metodologias. Além disso, com base na determinação dos parâmetros mais importantes na causa da ambigüidade, é proposta uma metodologia que possibilita diminuir a ambigüidade do modelo como um todo, através da redefinição e agrupamento dos parâmetros originais.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA

Toda a análise deste trabalho supõe a interpretação de uma formação, definida como um conjunto de fácies cujas componentes mineralógicas podem ser expressas por um modelo interpretativo (proposto com ajuda de informação a priori), contendo um número de minerais que não deve exceder o número de perfis disponíveis.

A interpretação da formação é feita basicamente com a informação de todos os instrumentos de perfilagem utilizados. É suposto que cada instrumento registra informação provinda de um mesmo volume de rocha, de tal forma que o volume mineralógico inspecionado em cada um dos perfis seja o mesmo.

Apesar da análise da ambigüidade proposta neste trabalho se basear na inversão dos dados em um único ponto da formação (cada observação provém de um instrumento diferente, mas as medidas de todos os instrumentos são feitas no mesmo ponto) ela é válida para toda a formação, desde que o modelo interpretativo seja o mesmo.

2.1. O Problema Inverso

A interpretação de um conjunto de dados de poço, utilizando simultaneamente todos os perfis, amostras e informação geológica disponíveis, pode ser formulado como um problema inverso não linear. Este problema é solucionado minimizando-se um dos possíveis escalares (de acordo com a norma escolhida) associados ao vetor de resíduos, que é definido como a diferença entre o valor observado e o ajustado a partir do modelo proposto. Matematicamente, este problema inverso não linear e vinculado pode ser formulado como

$$\min || \bar{y}_o - \bar{f}(\bar{p}) || , \quad (1)$$

e sujeito a

$$0 \leq \bar{p} \leq 1 , \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^M \bar{p}_i = 1 , \quad (3)$$

$$\| \bar{y}_o - \bar{f}(\bar{p}) \| \leq T , \quad (4)$$

onde \bar{y}_o é o vetor N-dimensional contendo as observações, \bar{p} é o vetor M-dimensional de parâmetros do modelo, neste caso representando volumes de minerais ou líquidos da formação, $\| \cdot \|$ é uma norma qualquer, $\bar{f}(\bar{p})$ é o vetor cujo i-ésimo elemento é o valor do funcional ajustante no i-ésimo instrumento, e T é o maior valor da norma residual permitida para a aceitação de uma dada solução.

Os vínculos expressos pelas equações (2) e (3) traduzem imposições físicas dos parâmetros, que são volumes relativos de minerais e portanto devem estar individualmente situados entre 0 e 1, e ter a soma global igual a 1.

A tolerância T aceita no resíduo é uma quantidade que é função do nível de ruído presente nas observações e da capacidade do modelo estabelecido de descrever a composição mineralógica da formação.

Para solucionar a equação (1) na norma 2, com as restrições impostas em (2), (3) e (4) utilizou-se o algoritmo Complex (Box, 1965; Richardson & Kuester, 1973), modificado para incorporar os vínculos expressos pelas equações (3) e (4). Como este é um método de busca direta da solução, baseado num conjunto de aproximações iniciais (obtidas aleatoriamente), que são modificados até que sejam satisfeitas as equações (1) a (4), é possível obterem-se diversas soluções satisfatórias para o problema, bastando para isto começar a busca a partir de diferentes aproximações iniciais.

A partir de um grupo de soluções assim obtidas, é possível estabelecer de forma semi-quantitativa a ambigüidade dos parâmetros empregando a análise fatorial Q-modal.

2.2. Análise Fatorial Q-Modal

O estudo da ambigüidade, através da análise fatorial, é feito a partir da matriz $\bar{\bar{A}}$ de dados, cujas linhas correspondem às soluções e as colunas, aos valores dos parâmetros que definem estas soluções. A ambigüidade envolvendo os parâmetros pode ser analisada empiricamente através da dispersão conjunta, de todos os parâmetros, associada aos vetores colunas de $\bar{\bar{A}}$. Analogamente a ambigüidade nas soluções pode ser analisada pela dispersão associada às linhas de $\bar{\bar{A}}$. A matriz $\bar{\bar{A}}$, portanto, contém informação necessária para analisar a ambigüidade tanto dos parâmetros quanto das soluções. Estas análises são equivalentes e representam maneiras distintas de investigar o mesmo

problema.

Como procuramos analisar a ambigüidade nos parâmetros deveríamos aplicar uma análise fatorial R-modal sobre $\bar{\bar{A}}$, uma vez que este tipo de análise procura as principais interações entre os parâmetros causadores da ambigüidade (Davis, 1986). Lopes (1989), porém, chama a atenção para a sensibilidade desta análise à presença de ruído aleatório nos dados, bem como ao fato dela só detectar relações lineares entre os parâmetros, e mostra como superar estas dificuldades utilizando a análise fatorial Q-modal para analisar a ambigüidade dos parâmetros.

A análise fatorial Q-modal permite visualizar a ambigüidade dos parâmetros através da ambigüidade das soluções. A análise da ambigüidade das soluções é feita a partir de $\bar{\bar{A}}$, através da determinação, no espaço de soluções, do hiperelipsóide de espalhamento de parâmetros, cujos eixos são chamados fatores (figura 1). As direções destes eixos são dados pelos autovetores da matriz cosseno θ ($\bar{\bar{A}} \bar{\bar{A}}^t$ normalizada). Para diminuir a complexidade da visualização da dispersão é necessário reduzir a dimensionalidade do hiperelipsóide de espalhamento e ao mesmo tempo conservar o máximo de informação sobre a dispersão contida em $\bar{\bar{A}}$. Para isto, primeiramente define-se como nova base deste espaço de soluções os eixos do hiperelipsóide de espalhamento. Estes eixos estão relacionados aos eixos originais através das cargas das soluções. A carga de uma solução j num fator i é dada pela projeção do fator i no eixo j (figura 2). A seguir, vários eixos são abandonados de modo a poder-se representar cerca de 95% a 99% do espalhamento com apenas dois ou três fatores (Lopes, 1989), ou seja, o hiperelipsóide é reduzido a uma elipse ou um elipsóide, mantendo mais de 95% da informação original de $\bar{\bar{A}}$. Nos modelos analisados neste trabalho, a conservação de apenas dois fatores foi suficiente para explicar mais de 98% da dispersão dos parâmetros. Como alguns fatores (eixos) empregados na determinação do hiperelipsóide original foram eliminados, é possível redefinir a posição da elipse resultante levando em conta apenas os dois fatores retidos, de modo a melhor explicar a dispersão total. Esta redefinição é efetuada por uma rotação da elipse de espalhamento através de um método conhecido como Varimax (Davis, 1986). Assim, as soluções com maior e menor projeção (carga) no maior fator são extremas ao longo dessa principal direção de espalhamento; o ângulo entre estas soluções (figura 3) caracteriza de forma semi-quantitativa a ambigüidade inerente ao modelo em estudo (quanto maior o ângulo entre as soluções maior a ambigüidade).

Analisando agora a variação dos valores de cada parâmetro ao longo das soluções ordenadas segundo as cargas no fator I (o que indica a maior direção de ambigüidade), é possível avaliar de forma semi-quantitativa quais os parâmetros que mais influenciam na existência da ambigüidade das soluções, e portanto do problema inverso em estudo. Os parâmetros que mais influenciam na ambigüidade apresentarão uma variação média crescente ou decrescente ao longo das soluções ordenadas, ao passo que os parâmetros com pouca influência na ambigüidade apresentarão um comportamento oscilatório no entorno de um valor constante.

A vantagem desta abordagem é que, mesmo relações não lineares entre os parâmetros podem ser detectadas. Como estamos interessados somente na detecção dos parâmetros que mais produzem ambigüidade, podemos abrir mão do detalhe referente à determinação da relação particular de dependência entre eles, tornando esta abordagem mais robusta, no sentido de ser aplicável a uma classe maior de problemas em relação às abordagens tradicionais.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO

3.1. Análise da Ambigüidade

A metodologia descrita acima foi aplicada a observações sintéticas produzidas por dois modelos não lineares definidos a partir de cinco instrumentos (correspondentes aos perfis de densidade, neutrão(porosidade), sônico, raios gama e resistividade) e cinco parâmetros (correspondentes aos volumes de quartzo, ortoclásio, caolinita, água e óleo). Apesar do número de instrumentos coincidir com o número de parâmetros, o sistema é sobredeterminado porque a soma dos volumes deve ser 1.

Todos os funcionais utilizados para descrever as respostas instrumentais são lineares, com exceção do que descreve a resposta do perfil de condutividade (ou resistividade), onde a equação de Simandoux (1963) foi utilizada como funcional não linear.

Em função de cada instrumento medir grandezas diferentes, podemos encontrar entre cada uma das observações do sistema de equações, associado ao modelo em estudo, variações de até duas ordens de grandeza, o que causa uma dominação numérica de algumas linhas sobre outras, acarretando dificuldades numéricas na resolução do sistema. Para contornar este problema, os sistemas de equações correspondentes aos modelos aqui estudados, são solucionados minimizando a soma ponderada dos quadrados dos resíduos, de forma que as linhas dos sistemas passam a ter a mesma ordem de grandeza. Esta ponderação é feita através de uma matriz diagonal \bar{P}^2 , cujo i -ésimo elemento P_i^2 é definido como o inverso do quadrado da maior incerteza esperada na i -ésima observação, ou seja, as ponderações são estimativas das maiores variâncias esperadas em cada observação na formação em análise.

Deve-se notar que esta ponderação das observações só tem sentido caso o sistema não tenha ajuste exato, ou seja, o sistema não seja quadrado (vide apêndice).

O primeiro modelo, chamado modelo A, foi definido a partir do conjunto de instrumentos e parâmetros como

$$2.65 VQ + 2.55 VO_r + 2.4 VC + VA + 0.8 VOI = 2.22 , \quad (5)$$

$$-6VQ + 5VOr + 50VC + 100VA + 100VOI = 29.1, \quad (6)$$

$$167VQ + 182VOr + 364VC + 573VA + 606VOI = 294.8, \quad (7)$$

$$30VQ + 180VOr + 100VC = 67 \text{ e} \quad (8)$$

$$\frac{0.25VC \cdot VA}{(VA + VOI)} + 1.25VA = 0.056, \quad (9)$$

onde

VQ = volume de quartzo,

VOr = volume de ortoclásio,

VC = volume de caolinita,

VA = volume de água, e

VOI = volume de óleo.

A tabela 1 relaciona o tipo de perfil referente a cada equação acima, suas respectivas ponderações (Denicol, 1990), e as unidades de medida.

Tabela 1 – Associação do tipo de instrumento (perfil) com a equação, sua ponderação e unidades.

Perfil	Equação	Pesos P_i	Unidades
Densidade	5	37.04	g/cm^3
Neutrônico	6	0.67	up^*
Sônico	7	1.01	$\mu s/m$
Raios Gama	8	0.05	urg^{**}
Condutividade	9	7.69	mho/m

* Unidade de porosidade ,

** Unidade de raios gama

O funcional da equação (9) foi obtido a partir da equação de Simandoux (1963), fazendo resistividade da argila igual a 4, resistividade da água igual a 0.8, expoente de cimentação (m) igual a 2, expoente de saturação (n) igual a 2, e a constante litológica (a) igual a 1.

Foram calculadas 50 soluções deste sistema com tolerância 1.3 (segundo Denicol (1990), costuma-se aceitar valores para T de até 2), a partir das quais foi feita a análise fatorial Q-modal (QM). Nesta análise foram retidos dois fatores, uma vez que estes fatores são suficientes para

explicar 98.9% da dispersão dos parâmetros conforme indicado pela porcentagem cumulativa da soma dos autovalores (traço) mostrada na tabela 2. A análise da ambigüidade deste modelo não linear foi feita primeiramente de forma semi-quantitativa, tanto através do ângulo α entre as soluções extremas (figura 4a), como pela dispersão dos parâmetros (figuras 4b, c, d), levando-nos a concluir que o modelo A é bastante ambíguo, o que também pode ser visto empiricamente pelas dispersões de até 25% nos parâmetros. Por outro lado, foi feita a análise da variação dos parâmetros ao longo das soluções ordenadas (figura 5), que mostra tanto a correlação entre os volumes de quartzo e ortoclásio, quanto a aleatoriedade dos outros parâmetros, com a ordenação das soluções obtida pela análise QM, indicando que o quartzo e o ortoclásio são os parâmetros com maior influência na ambigüidade deste modelo.

Tabela 2 – Autovalores não nulos de $(\bar{A} \bar{A}^t)$ normalizada, porcentagem da soma dos autovalores (traço) e porcentagem cumulativa do traço.

Fator	Autovalor	Porcentagem do traço	Porcentagem cumulativa do traço
I	48.050	96.10	96.1
II	1.439	2.85	98.9
III	0.381	0.76	99.7
IV	0.138	0.27	99.9
V	0.002	0.004	100

A fim de comparar a análise QM com a feita por decomposição em valores singulares (DVS) é necessário linearizar o sistema de equações associado ao modelo. Para isto desprezou-se a influência da argila (caolinita) na equação (9), de modo que a função que relaciona a dependência da condutividade com o volume de água, agora representada pela equação de Archie, foi aproximada por uma função linear, através do método de mínimos quadrados, no intervalo de volume de água de 0 a 20%, empregou-se esta forma de linearização uma vez que se deseja obter um comportamento médio da curva e não uma linearização válida só nas proximidades de um ponto. Com isto, esta equação passou a ser

$$0.25 VA = 0.056 \quad . \quad (10)$$

O sistema linear composto pelas equações (5), (6), (7), (8) e (10) pode ser modificado para incorporar o vínculo expresso pela equação (3) (Coons, 1978), e então decomposto em valores

singulares. desta forma o sistema fornece um número de condição 45, com autovalores (108.3, 35.5, 5.7, 2.4), indicando boa estabilidade do modelo. O autovetor associado ao menor autovalor tem componentes 0.05 para o quartzo, 0.02 para o ortoclásio, 0.75 para água e -0.65 para o óleo, indicando que os volumes de água e óleo são os que carregam maior incerteza, ou seja, eles são os parâmetros com maior peso na ambigüidade do modelo.

Estes resultados, obtidos através da análise por DVS e QM indicam diferentes grupos de parâmetros com maior peso na ambigüidade do modelo, a análise por DVS indica água e óleo e a análise QM indica quartzo e ortoclásio. A fim de explicar esta discrepância entre as duas análises obtiveram-se novas soluções com tolerância de 0.5, ao invés de 1.3, refazendo-se então a análise QM. Com isto a ambigüidade do modelo A diminuiu, como pode ser visto pela diminuição do ângulo α na figura 6a em relação à 4a. Além disto, houve também uma inversão nos parâmetros com maior peso na ambigüidade, como mostra a análise da variação dos parâmetros ao longo das soluções ordenadas (figura 7), agora os volumes de água e óleo passaram a ser os mais influentes, coincidindo com a análise por DVS. Apesar disto, ainda não se pode dizer que neste modelo, onde a dispersão obtida pela análise QM para os parâmetros chega no máximo a 15% (figura 7), seja um problema pouco ambíguo, como nos leva a crer a análise por DVS.

Deve-se notar que a discrepância entre as análises é devida à tolerância estabelecida como aceitável no cálculo das 50 soluções alternativas. Isto ocorre porque a análise por DVS é uma análise sobre possíveis dependências lineares entre os parâmetros, válida no entorno do ponto com a menor norma Euclidiana possível do resíduo, enquanto a análise QM detecta a principal direção de incerteza na região do espaço de parâmetros onde o ajuste está abaixo de um nível de tolerância, via de regra maior que o nível de tolerância obtido na análise por DVS. Deve-se frisar que a escolha de um nível de tolerância maior permite levar em conta tanto a simplicidade do modelo utilizado como o erro nas observações de campo. Vale notar ainda que a análise QM do modelo linearizado (AL) não difere da análise do modelo não linear, como pode-se notar pela comparação das figuras 4 e 14.

O modelo B foi definido com os mesmos funcionais lineares apresentados pelas equações (5) a (8) do modelo A, diferindo deste apenas na equação (9), onde a resistividade da água diminui de 10 vezes, e na geração das observações sintéticas (geradas agora sob novo conjunto de parâmetros);

deste modo, o modelo B é expresso como:

$$2.65 VQ + 2.55 VOr + 2.4 VC + VA + 0.8 VOI = 2.28 , \quad (11)$$

$$-6 VQ + 5 VOr + 50 VC + 100 VA + 100 VOI = 20.2 , \quad (12)$$

$$167 VQ + 182 VOr + 364 VC + 573 VA + 606 VOI = 261.5 , \quad (13)$$

$$30 VQ + 180 VOr + 100 VC = 66 e \quad (14)$$

$$\frac{0.25 VC \cdot VA}{(VA + VOI)} + 12.5 VA = 0.222 . \quad (15)$$

A análise QM deste modelo, com T igual a 1.3 (figura 8), leva-nos a concluir que o modelo B é caracterizado por um grau de ambigüidade próximo ao do modelo A, apresentando dispersões nos parâmetros de até 25%; do mesmo modo, os parâmetros com maior influência na ambigüidade são os volumes de quartzo e ortoclásio (figura 9).

Aproximando o modelo B, por um modelo linear (BL), da mesma maneira que o modelo A, e fazendo a análise por DVS, concluímos que o número de condição de 19 indica um problema estável. A ambigüidade, mesmo que restrita, ocorrerá ao longo do autovetor associado ao menor valor singular (5.74), que tem componentes 0.65 para o quartzo, -0.76 para o ortoclásio, 0.001 para a água e 0.02 para o óleo, indicando que os volumes de quartzo e ortoclásio são os mais incertos na solução do problema, e portanto os parâmetros com maior peso na ambigüidade do problema.

Neste caso as análises QM e por DVS coincidem, sugerindo que a direção da ambigüidade, determinada pelos parâmetros relacionados aos volumes de quartzo e ortoclásio, é a mais influente tanto sobre o ponto de resíduo mínimo, quanto na região adjacente, onde o resíduo é maior.

Com estes dois exemplos pode-se inferir que a análise QM é mais geral, abrangendo uma região do espaço de parâmetros maior que a análise por DVS.

3.2. Redução da Ambigüidade

A redução da ambigüidade presente num modelo pode ser feita às custas de uma perda de resolução em alguns parâmetros. Esta perda é necessária uma vez que a quantidade e a qualidade das observações de campo, sendo fixas, limitam a quantidade de informação que pode ser obtida pelo modelo interpretativo. Por isto, quando se deseja diminuir a ambigüidade de um modelo é necessário simplificá-lo através da perda de resolução em alguns parâmetros. A fim de otimizar

esta simplificação é necessário agrupar os parâmetros com maior influência na ambigüidade do modelo.

No caso de apenas dois parâmetros (a e b) dentre outros (c,d,...) serem os responsáveis pela ambigüidade do modelo, a reparametrização é feita do seguinte modo. Define-se

$$Vx = Va + Vb \quad , \quad (16)$$

e

$$Px_i = pda Pa_i + pdb Pb_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad , \quad (17)$$

onde

Va = Volume do mineral a,

Vb = volume do mineral b,

pda = ponderação do mineral a,

pdb = ponderação do mineral b,

Pa_i = coeficiente do mineral a no funcional correspondente à i - ésima observação,

Pb_i = coeficiente do mineral b no funcional correspondente à i - ésima observação,

Px_i = coeficiente do grupo de minerais a e b no funcional correspondente à i - ésima observação, e

N = número de observações.

Tomando as ponderações como

$$pda = \frac{Va}{(Va + Vb)} \quad e \quad (18)$$

$$pdb = \frac{Vb}{(Va + Vb)} \quad (19)$$

teremos que (17) passará a

$$\frac{Va Pa_i}{(Va + Vb)} + \frac{Vb Pb_i}{(Va + Vb)} = Px_i,$$

ou seja

$$Va Pa_i + Vb Pb_i = Px_i (Va + Vb) \quad (20)$$

substituindo agora (16) em (20) temos

$$Pa_i Va + Pb_i Vb = Px_i Vx \quad e$$

Desta maneira a i -ésima observação do sistema inicial que era

$$Pa_i Va + Pb_i Vb + Pc_i Vc + \dots = obs_i$$

passará a ser:

$$Px_i Vx + Pc_i Vc + \dots = obs_i,$$

Com isto pode-se concluir que uma reparametrização baseada em (16 e 17), com as ponderações dadas em (18 e 19) permite agrupar os dois parâmetros com maior influência na ambigüidade em um novo parâmetro. Deve-se notar que a determinação individual dos parâmetros a e b não é mais possível, mas apenas a soma deles.

Neste trabalho a reparametrização foi efetuada através de valores obtidos para os dois principais parâmetros causadores da ambigüidade, em uma solução aceitável (Va e Vb nas equações 18 e 19). A fim de analisar a influência da escolha de uma solução particular na reparametrização escolheram-se três soluções representativas ($S1$, $S2$, $S3$) do modelo BL (figura 10) e refizeram-se as análises QM e por DSV sobre os três novos modelos interpretativos ($BS1$, $BS2$, $BS3$) respectivamente calculados a partir da reparametrização empregando estas três soluções.

Analisando a ambigüidade destes três modelos através da análise QM (figuras 11, 12 e 13) primeiramente observa-se, pela diminuição do ângulo α , a sensível redução da ambigüidade destes modelos em relação ao modelo BL. Esta conclusão também é corroborada pela análise por DVS, onde o número de condição do modelo BL, que era de 19, passa para 8.5 no modelo $BS1$, 8.4 no modelo $BS2$ e 8.3 no modelo $BS3$. Estes modelos apresentam menores dispersões dos parâmetros em relação ao modelo BL, conforme mostram as figuras 10, 11, 12 e 13. Ressalte-se que a tolerância utilizada no modelo BL foi menor que a utilizada nos modelos $BS1$, $BS2$ e $BS3$, o que reforça a diminuição da ambigüidade proporcionada pela reparametrização. Conclui-se portanto, que a reparametrização reduz a ambigüidade do modelo e pode ser feita a partir de qualquer solução factível.

Para analisar a influência da escolha dos parâmetros, a serem reparametrizados, na redução da ambigüidade do modelo, optou-se pelo modelo A linearizado (cuja análise QM pode ser observada na figura 14). Sobre este modelo foram feitas duas reparametrizações, uma sobre o quartzo e o ortoclásio (indicada pela análise QM com $T = 1.3$) gerando o modelo A1, e outra sobre água e óleo (indicação da análise por DVS) gerando o modelo A2. A análise QM dos modelos A1 e A2 (figura 15 e 16) deixa claro, pela análise do ângulo α , que o modelo A1 é mais efetivo na redução da ambigüidade que o modelo A2, o qual nem mesmo permite uma melhora significativa em relação ao modelo original.

A análise da ambigüidade por DVS, indica por sua vez, que o modelo A2, com número de condição de 14.5, é menos ambíguo que o modelo A1, com número de condição de 45, o que inclusive não indica nenhuma melhora do modelo A1 em relação ao modelo linear original, que também tem número de condição 45.

As duas análises demonstram isoladamente consistência na determinação dos parâmetros mais influentes na ambigüidade. A análise por DVS detecta apenas a região de ambigüidade circunvizinha da solução de menor resíduo, onde a dependência entre os parâmetros é linear. Já a análise QM detecta a ambigüidade sobre uma região mais ampla de soluções possíveis, não sendo necessário que existam relações de dependência linear entre os parâmetros.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou uma metodologia para analisar a ambigüidade presente na inversão de dados geofísicos de perfilagem de poço, num estágio de interpretação onde já se tenha informação a priori suficiente para introduzir um modelo interpretativo aproximadamente correto.

A ambigüidade é estudada a partir da análise fatorial Q-modal sobre um conjunto de soluções, que são ordenadas segundo a direção de maior ambigüidade, permitindo a determinação tanto dos parâmetros com maior influência na ambigüidade do modelo, como do grau de ambigüidade deste modelo.

Esta análise foi aplicada a dois modelos e seus resultados foram comparados com a análise por decomposição em valores singulares (DVS). Com isto pôde-se mostrar que a análise fatorial Q-modal não só mapeia a região de ambigüidade, causada pelas simplificações do modelo e dos erros nas observações, como também detecta quais os parâmetros com maior influência na ambigüidade do modelo, de modo superior ao da análise por DVS.

Para os casos em que seja interessante sacrificar a resolução dos parâmetros em busca de uma menor ambigüidade do modelo, propõe-se uma reparametrização, sobre os parâmetros com maior influência na ambigüidade, baseada em qualquer solução aceitável. Foi demonstrado que a partir da determinação, pela análise fatorial, dos parâmetros a serem reparametrizados, a escolha da solução sobre a qual é baseada a reparametrização é irrelevante.

Estes resultados permitem concluir que a análise fatorial generaliza a análise por DVS, uma vez que analisa uma região maior do espaço de parâmetros, pode ser aplicada a modelos não lineares e detecta qualquer tipo de relação de dependência entre os parâmetros, quer sejam lineares ou não lineares. Em suma, a análise fatorial Q-modal é mais robusta que os métodos tradicionais na análise da ambigüidade.

Vale notar que esta análise pode ser facilmente adaptada para utilizar uma maior quantidade de informação a priori. Deve-se considerar, porém, que a informação a priori utilizada sob a forma de ponderação, nível de tolerância, vínculos, modelo interpretativo, e coeficientes dos funcionais deste modelo, tem grande influência na análise.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. João Batista C. da Silva pela decisiva colaboração na definição do tema da tese, e pela orientação e revisão sempre criteriosas e pacientes.

Ao Prof. Dr. Wladimir Shukowsky pelas sugestões e revisão do texto final.

Ao Prof. Dr. Hilton B. Evans pelas sugestões e revisão do texto final.

A todos da administração, secretaria e manutenção que indiretamente também participaram desta, especialmente ao André sempre disposto a ajudar a entender os Bugs dos micros.

Ao Prof. MsC. Jorge W. Leão pelo apoio computacional sempre paciente.

A todos os colegas que ajudaram a tornar esta tese uma realidade, quer seja discutindo, quer seja dando risadas, especialmente ao Marcus Vinicius.

Ao Paulo Sérgio Denicol e ao Túlio R. Cruz pelo efetivo e desprendido apoio recebido em Macaé.

Ao Cyril Andalcio pela calorosa hospitalidade e importante apoio tanto no Rio como em Macaé.

À Benaia pela leitura paciente das primeiras versões da tese e a Jacira pelo café sempre acompanhado de um bom papo nas horas certas.

À Simone Lopes pelo imprecindível apoio no começo do desenvolvimento dos programas computacionais.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ALBERTY, M., & HASHMY, K.H., 1984, Application of ultra to log analysis. SPWLA 25th Ann. Log. Symposium Transactions, June 10–13.
- BACKUS, G., & GILBERT, F., 1967, Numerical applications of a formalism for geophysical inverse problems. *Geophysics, S. R. Astr. Soc.*, 13:247–276.
- BEALE, E.M.L., 1960, Confidence regions in non-linear estimation. *J. Roy. Stat. Soc. Série B*, 22:41–76.
- BOX, M.J., 1965, A new method of constrained optimizations and a comparison with other methods. *Computer J.*, 8:42–52.
- COONS, S.A., 1978, Constrained least-squares. *Comput. & graphics*, 3:43–47.
- CRUZ, T.R.R., & SHONMAN, M.U., 1988, Teste da Aplicabilidade das Técnicas de Programação Linear na Interpretação de Perfis. *Anais do II Seminário Técnico de Operações Geológicas, Petrobrás, Salvador, Bahia*, 1:270-275.
- DAVIS, J.C., 1986, *Statistics and data analysis in geology*. New York, John Wiley & Sons. 550 p.
- DENICOL, P.S., 1990, Informação verbal.
- DITZHUIJZEN, P.J.D., & MASSON, D., 1984, A multilog evaluation package using linear programming techniques to evaluate porosity and lithology in hydrocarbon bearing complex lithologies. SPE 12376, 5th Offshore South East Asia, Singapore febr. 21–24.
- FREEDMAN, R., & PUFFER, E.J., 1988, Self-consistent log interpretation method (SLIM), application to shaly sands. SPWLA 29th Ann. Log. Symposium Transactions, June 5–8.
- GYSEN, M.; MAYER, C.; HASHMY, K.H., 1987, A new approach to log analysis involving simultaneous optimization of unknowns and zoned parameters. 11th Formation Evaluation Symposium, Calgary, Alberta, sept. 8–16.
- HADAMARD, 1902, Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Bull. Princeton Univ.*, 13:1–20

- HASHMY, K.H., & ALBERTY, M.W., 1984, Use of physical samples and inverse log evaluation for improved formation analysis. 2nd Ann. Conference of the Nigerian Ass. of Petroleum Expl., Lagos, Nigeria, nov. 27-29.
- HASHMY, K.H.; ROBINSON, K.A.; ROJAS, J.M.; SKOPEC, R.A., 1985, Wireline coring device aids evaluation of complex geologic areas. SPE 14299.
- LOPES, S.G.F., 1989, Análise de ambigüidade em métodos de campo potenciais através da análise fatorial Q-modal. Tese de Mestrado, Univ. Federal do Pará.
- MAYER, C., & SIBBIT, 1980, GLOBAL- A new approach to computer processed log interpretation. SPE 9341, 55th Ann. Conference of Petroleum Engineers of Aime, Dallas, sept. 21-24.
- MENKE, W. , 1984, Geophysical data analysis - discrete inverse theory, Academic Press Inc.
- MEZZATESIA, A.; RODRIGUEZ, E.; FROST, E., 1988, OPTIMA: A statistical approach to log analysis. Geobyte, vol.3 n.3 aug.
- MITCHELL, K.W., & NELSON, R.J., 1988, A practical approach to statistical log analysis. SPWLA 29th Ann. Log. Symposium Transactions, june 5-8.
- QUIREIN, J.; KIMMINAU, S.; LAVIGNE, J.; SINGER, J.; WENDEL, F., 1986, A coherent framework for developing and applying multiple formation evaluation models. SPWLA 27th Ann. Log. Symposium Transactions, june 9-13.
- RAMSEY, T.L., & HELANDER, D.P., 1971, Formation evaluation by linear programming in the presence of errors and uncertainty. SPE 3568. 46th Ann. Fall Meet. of the Society of Petroleum Engineers, New Orleans, L.A., oct. 3-6.
- RICHARDSON, J.A., & KUESTER, J.M., 1973, The complex method for constrained optimization. ACM Comm., 16(8):487-489.
- SIMANDOUX, P., 1963, Mesures dielectriques en milieu poreux, application a mesure des saturations en eau, etude du comportement des massifs argileux. Revue de l'institut Francais du Petrole, número suplementar, 193-215.

APÊNDICE

Considerando o sistema linear

$$\overline{\overline{B}}\overline{\overline{x}} = \overline{\overline{y}},$$

sua resolução por mínimos quadrados ponderados empregando uma matriz de pesos $\overline{\overline{P}}^2$ é dada por

$$\overline{\overline{x}} = (\overline{\overline{B}}^t \overline{\overline{P}}^2 \overline{\overline{B}})^{-1} \overline{\overline{B}}^t \overline{\overline{P}}^2 \overline{\overline{y}},$$

se tivermos o número de parâmetros M igual ao número de observações N então, considerando que as matrizes sejam inversíveis, teremos

$$\overline{\overline{x}} = \overline{\overline{B}}^{-1} \overline{\overline{P}}^{-2} \overline{\overline{B}}^t \overline{\overline{B}}^t \overline{\overline{P}}^2 \overline{\overline{y}} = \overline{\overline{B}}^{-1} \overline{\overline{y}},$$

que corresponde à solução do sistema por mínimos quadrados sem ponderação, ou seja, se $M = N$ a utilização de ponderação é irrelevante.

No caso de sistemas não lineares isto também ocorre, uma vez que a solução por mínimos quadrados do sistema é representada por

$$T = \sum_{i=1}^N (y_i^c - y_i^o)^2 P_i^2,$$

sendo y_i^o as observações calculadas pelo modelo, y_i^c as observações de campo, e P_i^2 a ponderação na i -ésima observação. Desta forma pode-se notar que caso o primeiro termo seja zero, os pesos P_i^2 podem assumir praticamente qualquer valor.

No problema particular estudado neste trabalho temos o vínculo da soma dos parâmetros ter de ser igual a um, o que implica em um parâmetro ser uma combinação linear dos demais. Com isto o problema

$$\overline{\overline{B}}\overline{\overline{x}} = \overline{\overline{y}},$$

pode ser rescrito como

$$\overline{\overline{B}}'\overline{\overline{x}}' = \overline{\overline{y}}',$$

sendo $\overline{\overline{B}}'$ uma matriz N por $M-1$, \bar{x}' um vetor de dimensão $M-1$ e \bar{y}' um vetor de dimensão N . Por isso N deve ser maior que $M-1$ neste problema, a fim de se poder introduzir a matriz de pesos $\overline{\overline{P}}^2$ e evitar um mal condicionamento numérico na resolução do problema.

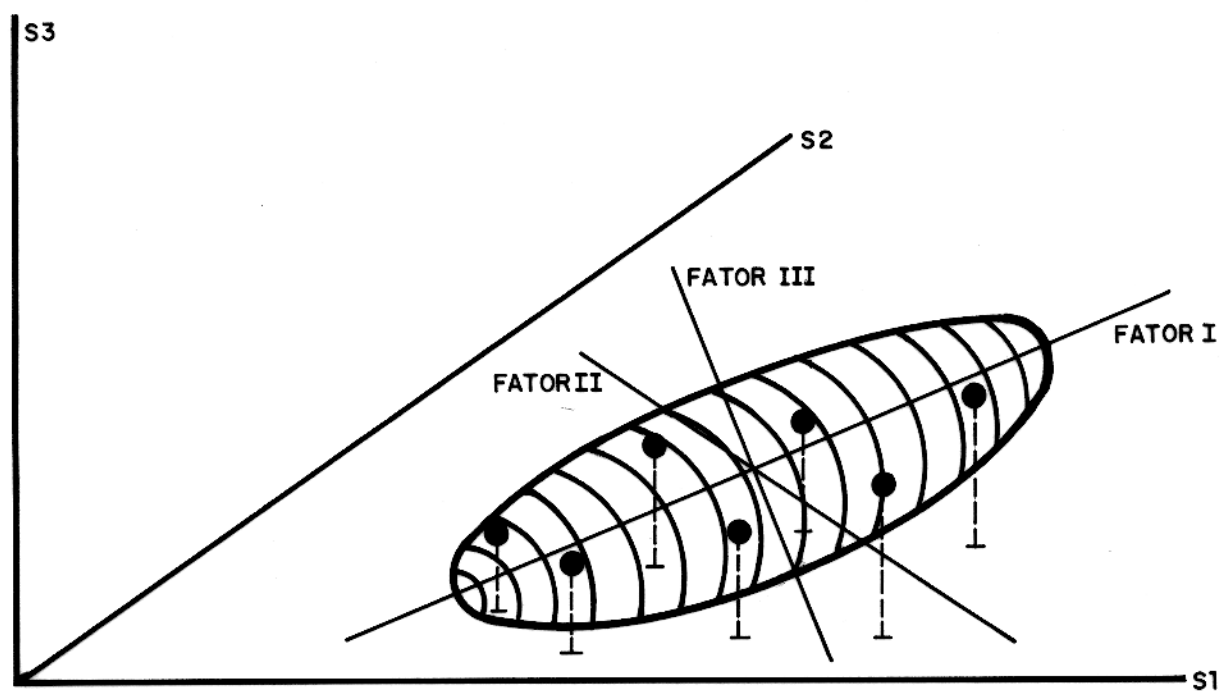


Fig.1 – Hiperelipsóide de espalhamento de parâmetros (pontos na figura) num espaço de soluções ($S1$, $S2$, $S3$) tridimensional

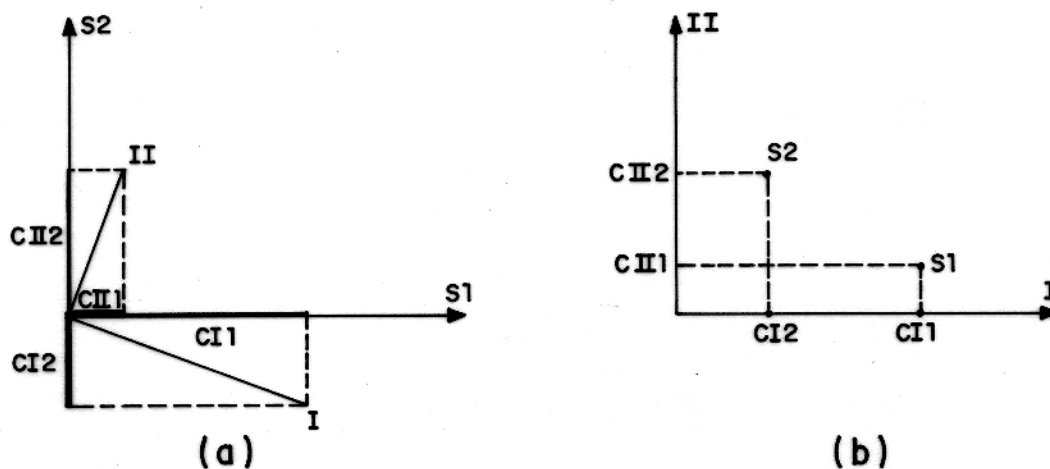


Fig.2 – a) Cargas ($CI1$, $CI2$, $CH1$, $CH2$) definidas no espaço de soluções a partir da projeção dos fatores (I e II); b) Nova base no espaço de soluções (fatores I e II) e cargas das soluções

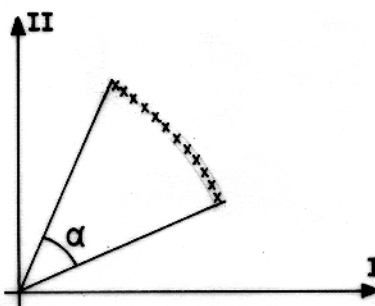


Fig.3 – Distribuição das soluções (x) no sub-espaço definido pelos fatores I e II . O ângulo α entre as soluções extremas é uma medida da ambigüidade

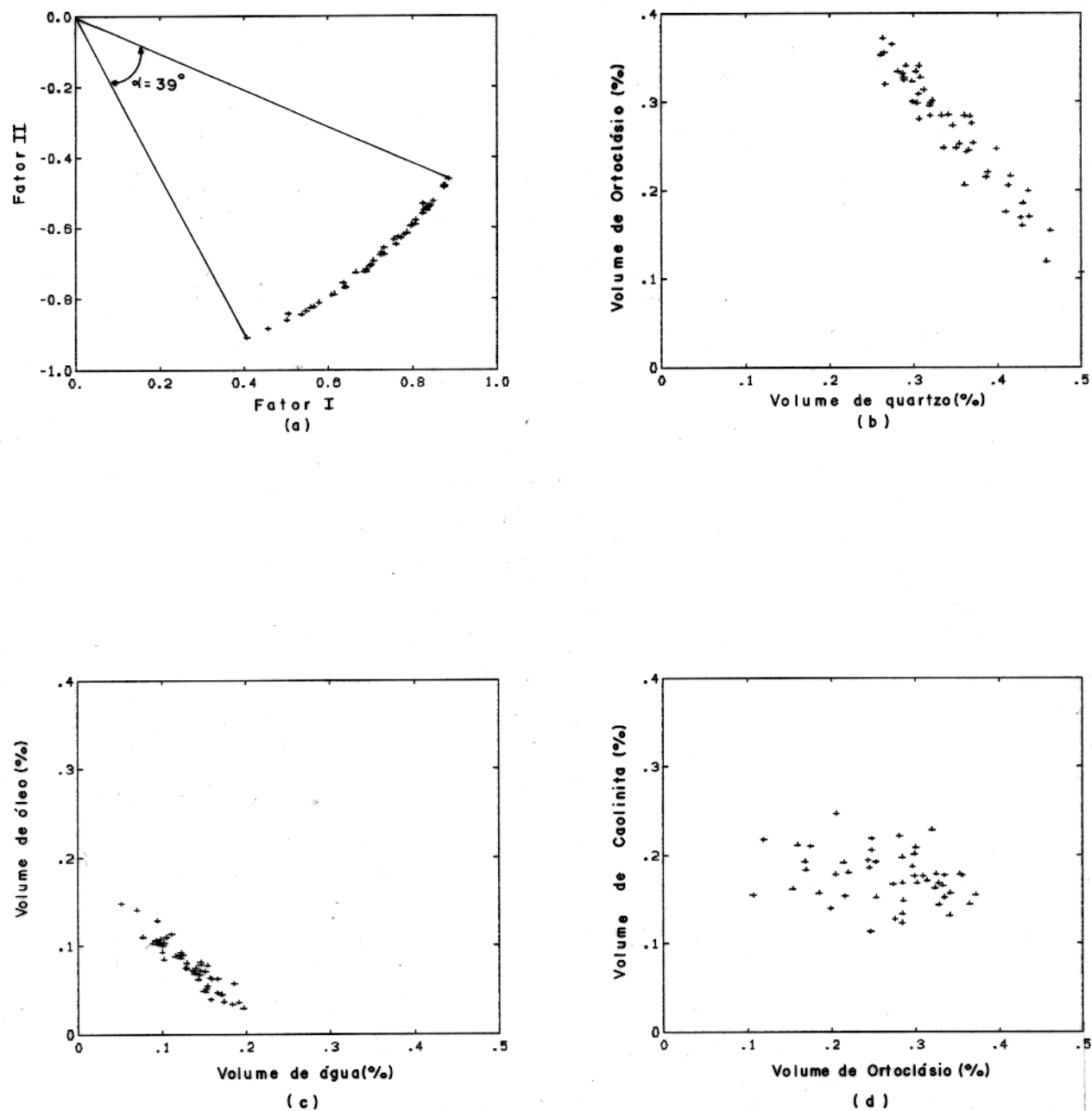


Fig.4 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A (com T igual a 1.3) (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d).

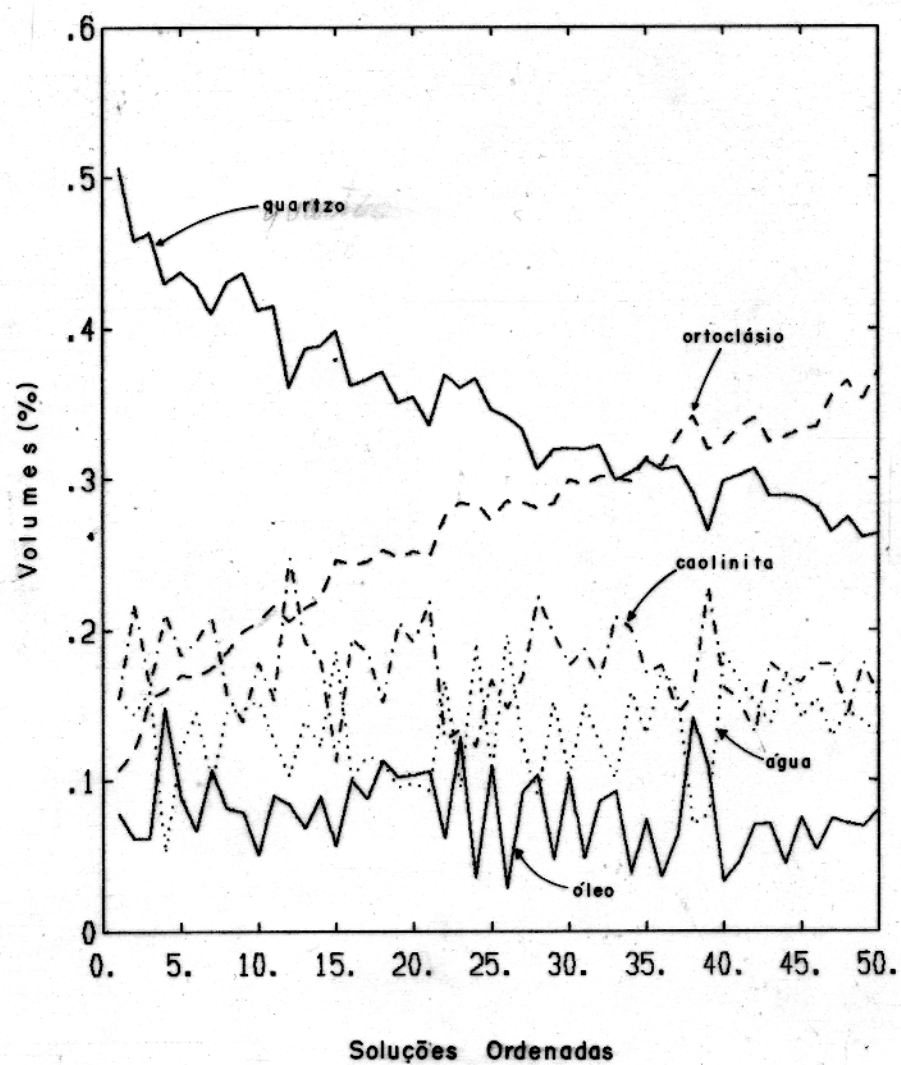


Fig.5 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I, para o modelo A (com T igual a 1.3)

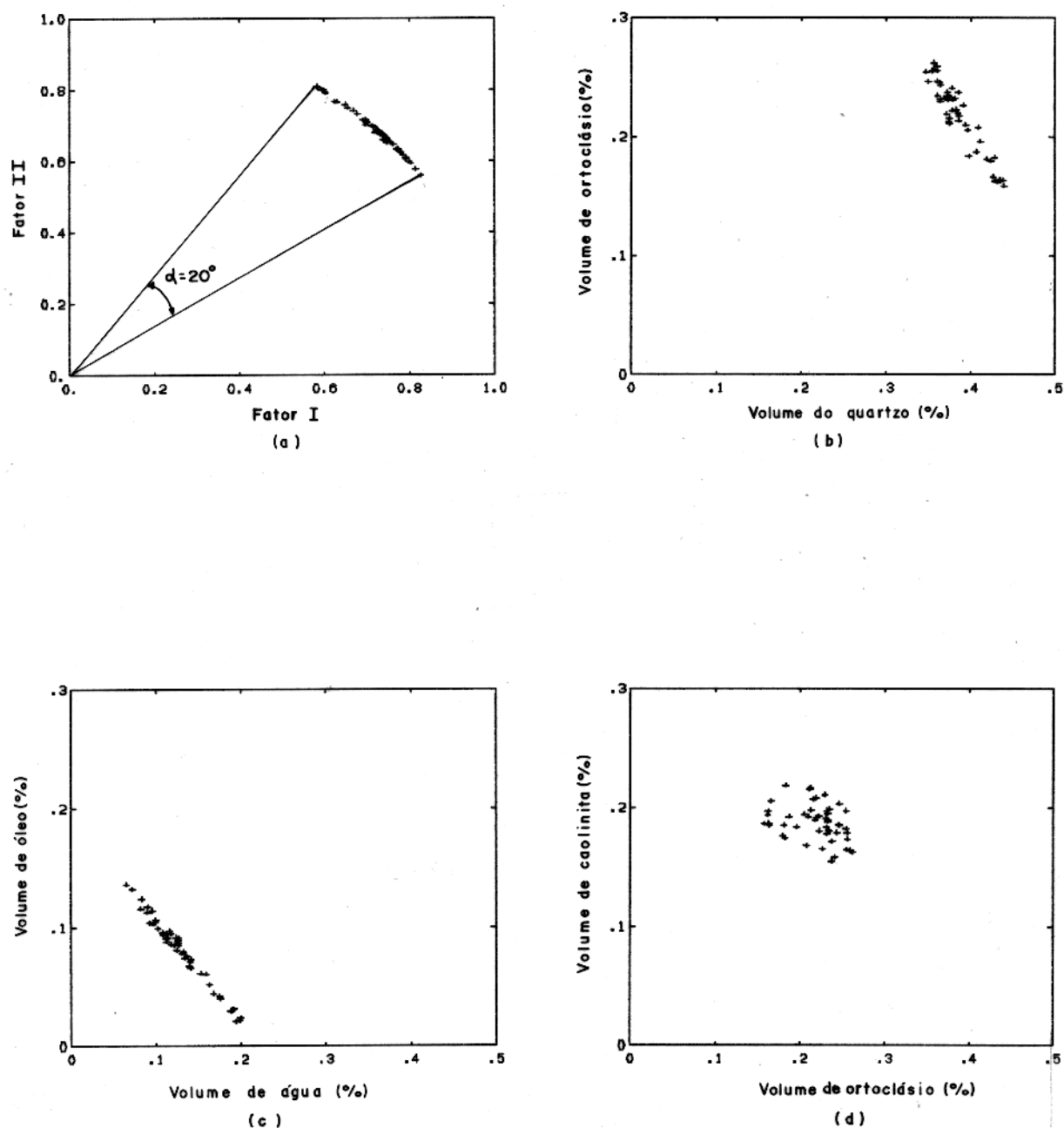


Fig.6 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A (com T igual a 0.5) (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)

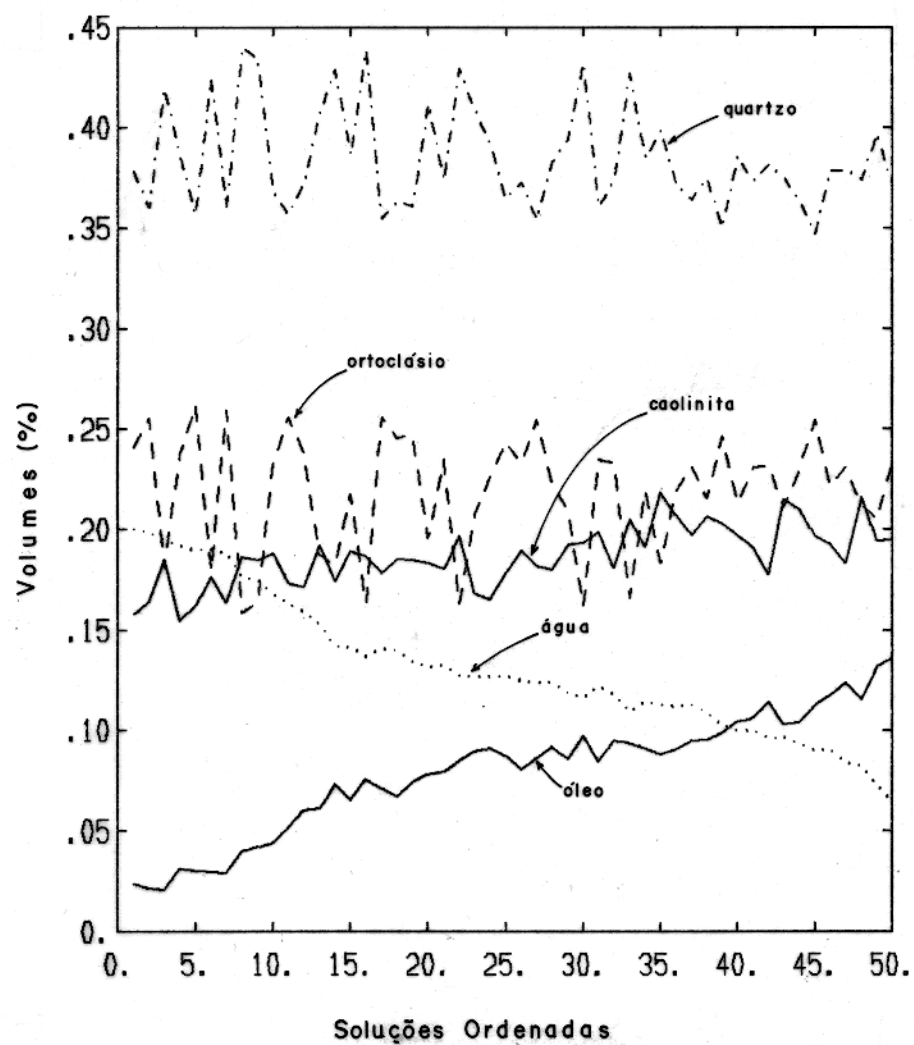


Fig.7 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I para o modelo A (com T igual a 0.5)

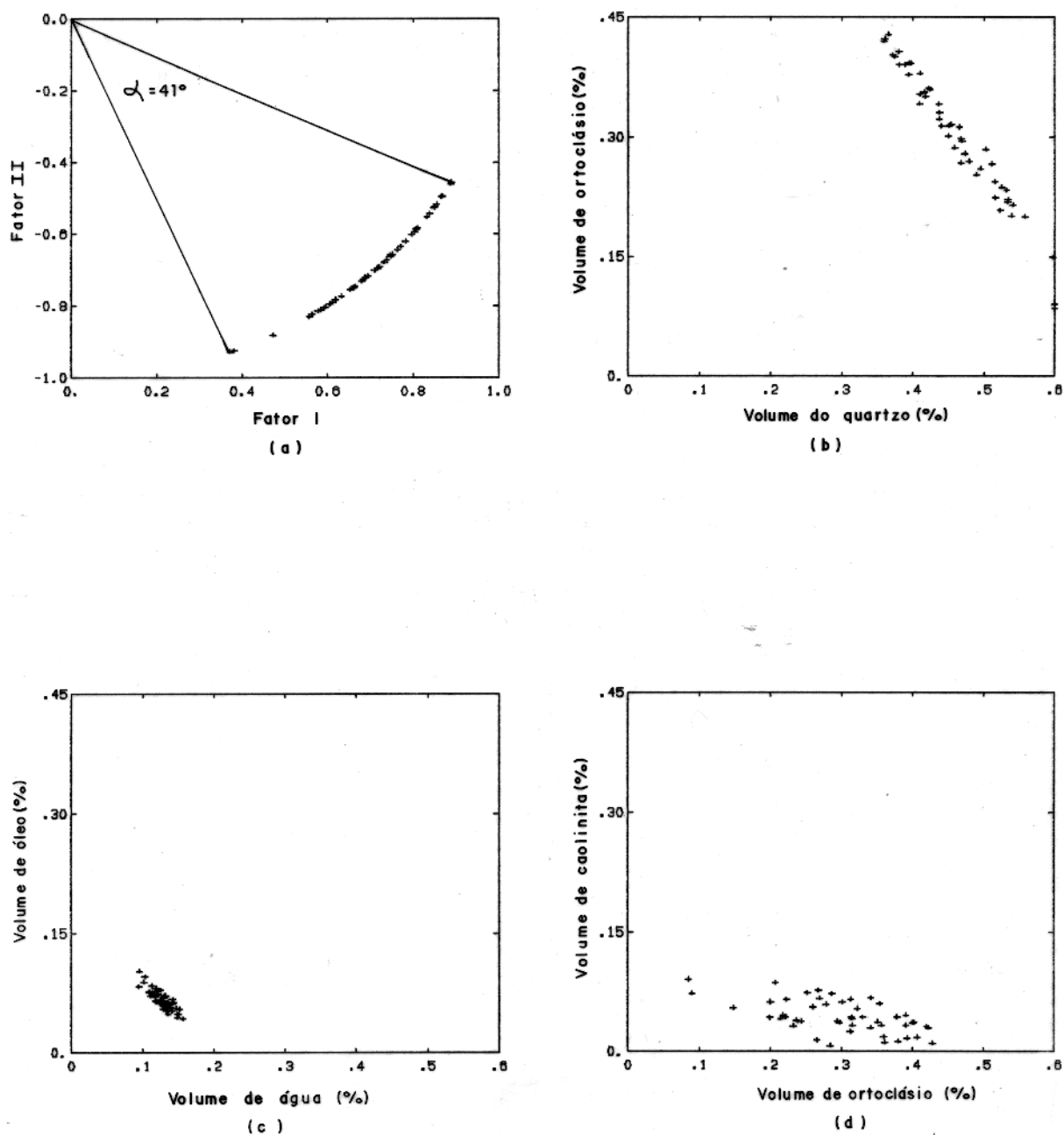


Fig.8 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo B (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)

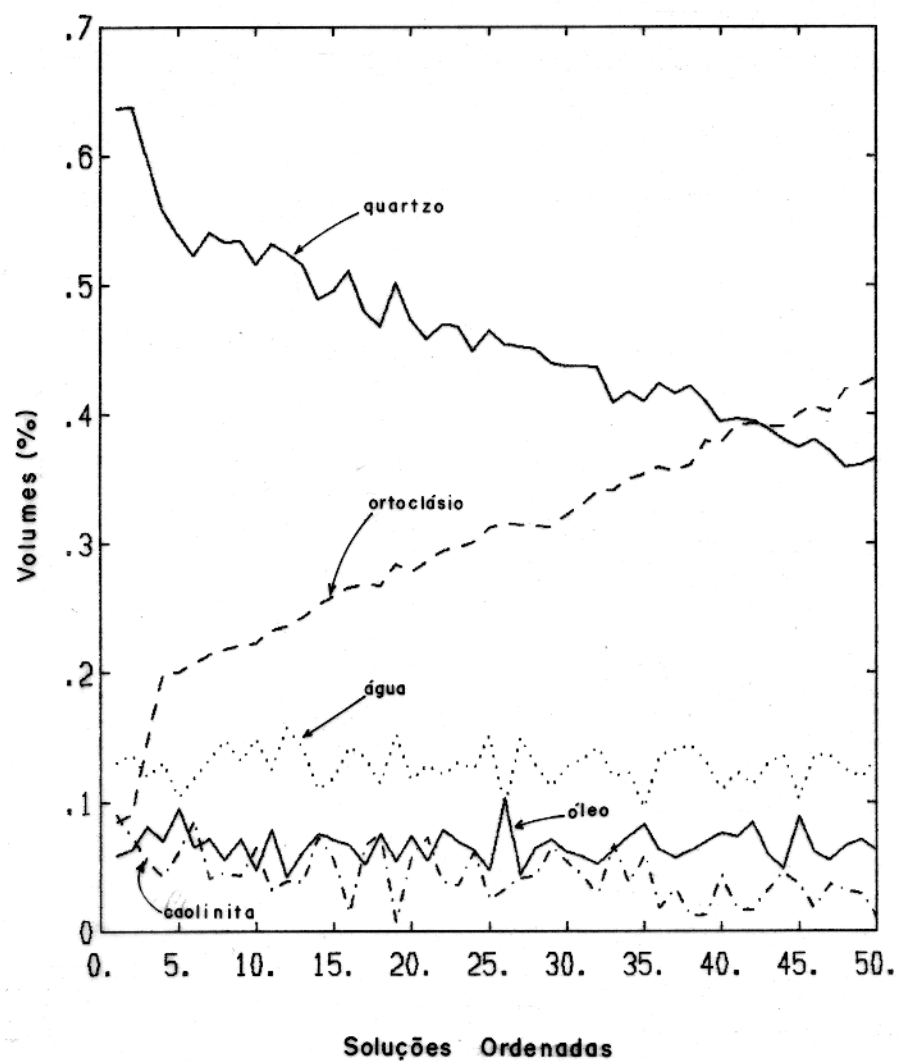


Fig.9 – Variação dos parâmetros com as soluções ordenadas segundo as cargas no fator I para o modelo B

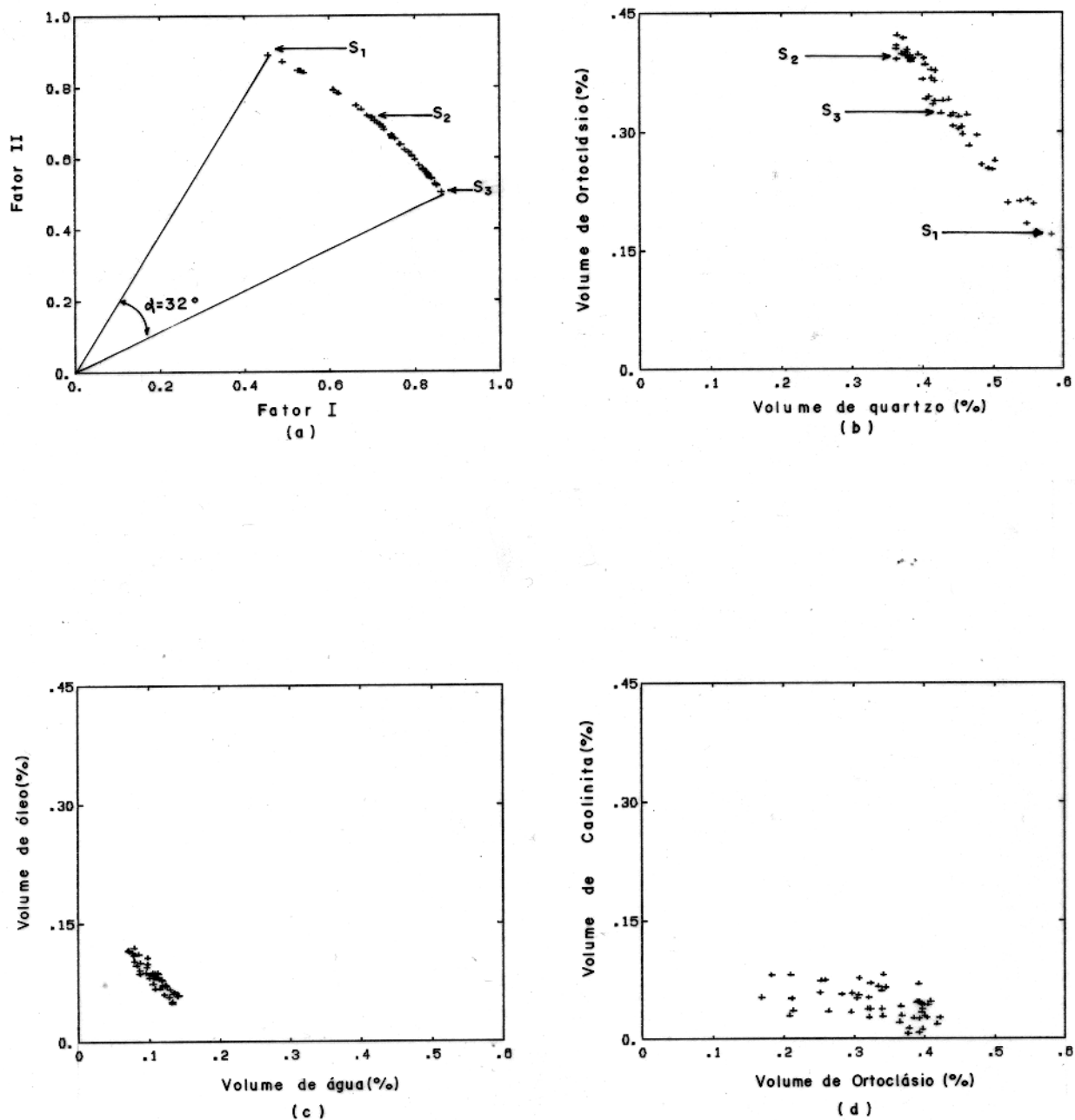


Fig.10 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BL (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)

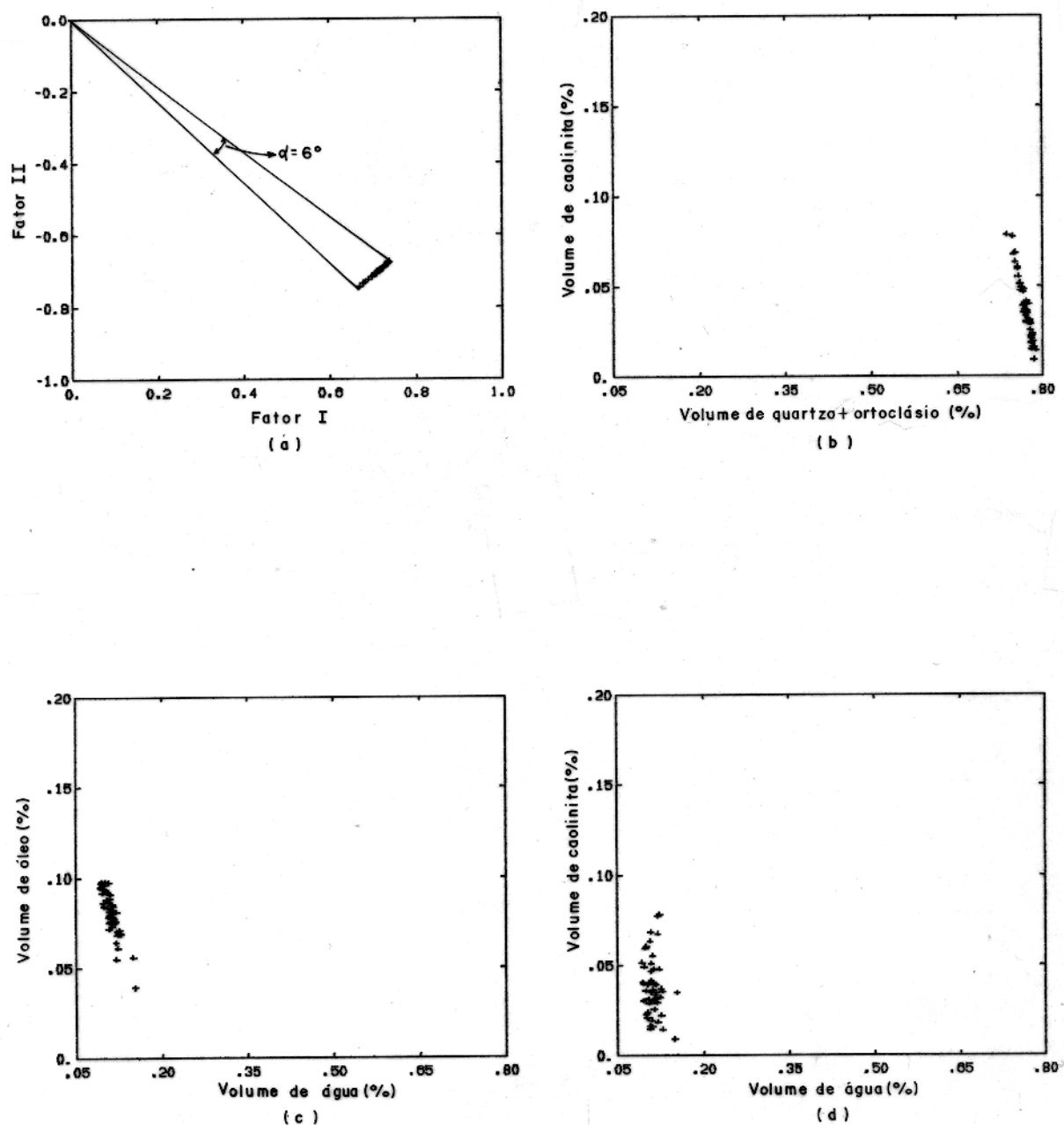


Fig.11 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS1 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)-caolinita (b), água-óleo (c), água-caolinita (d)

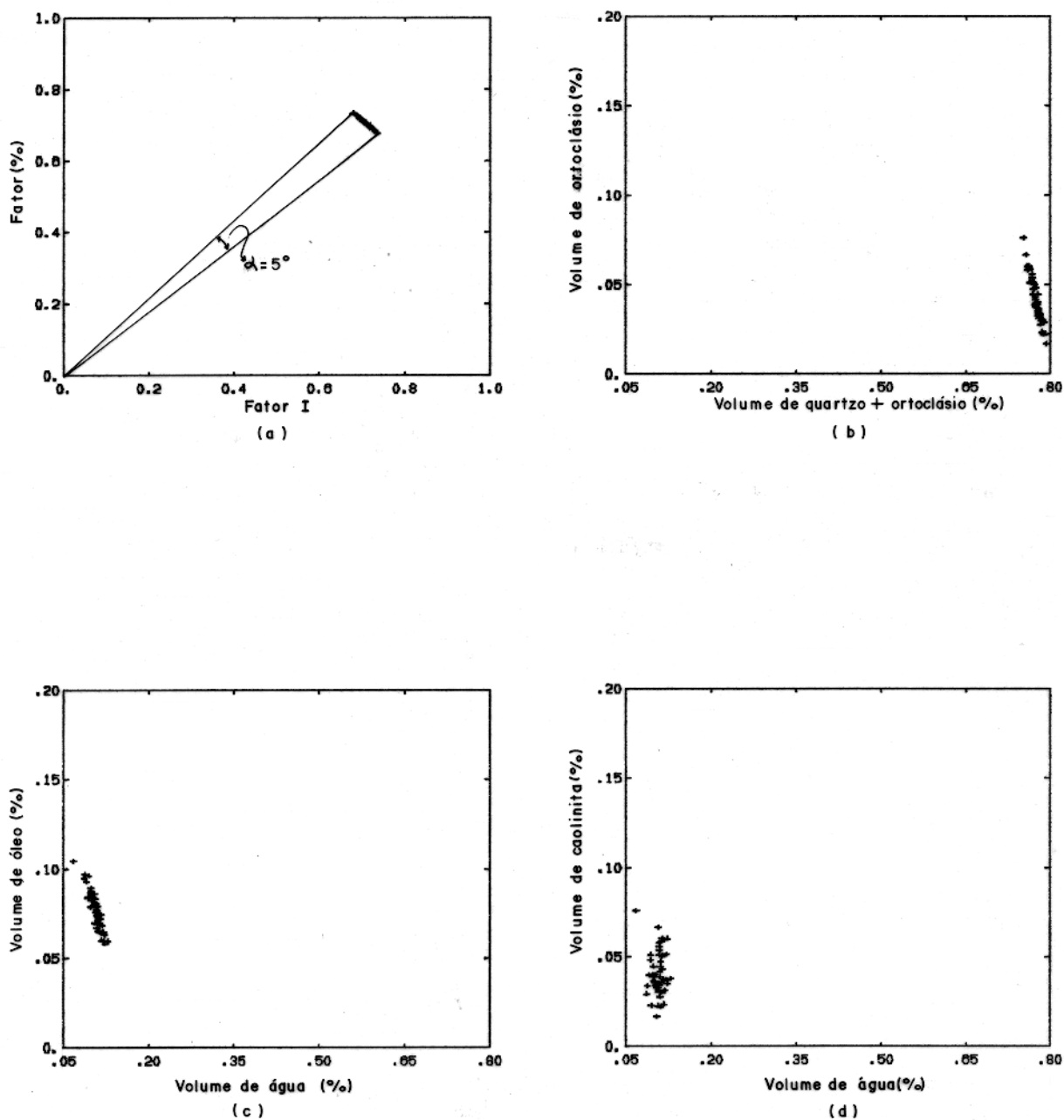


Fig.12 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS2 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)

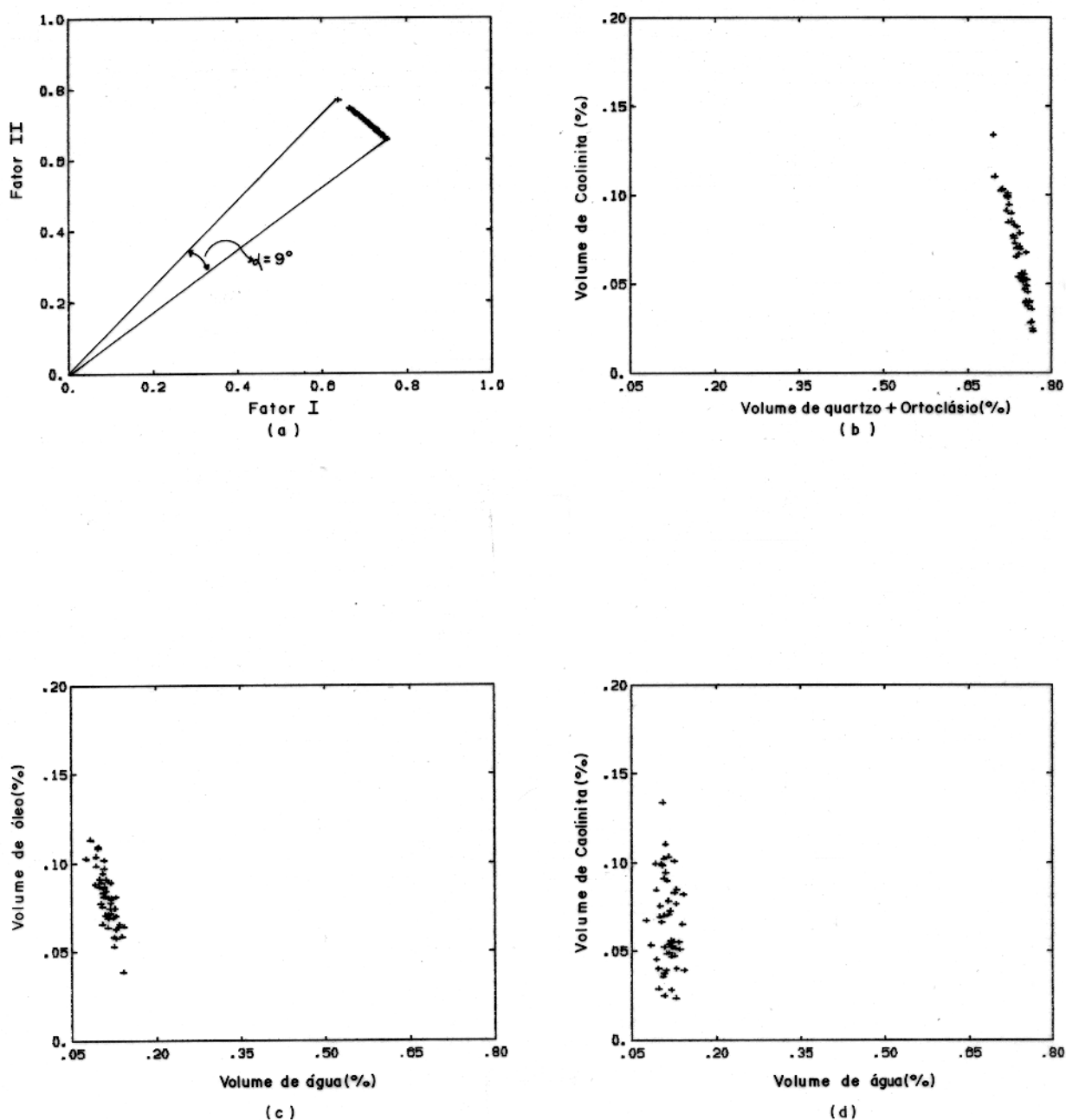


Fig.13 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo BS3 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)

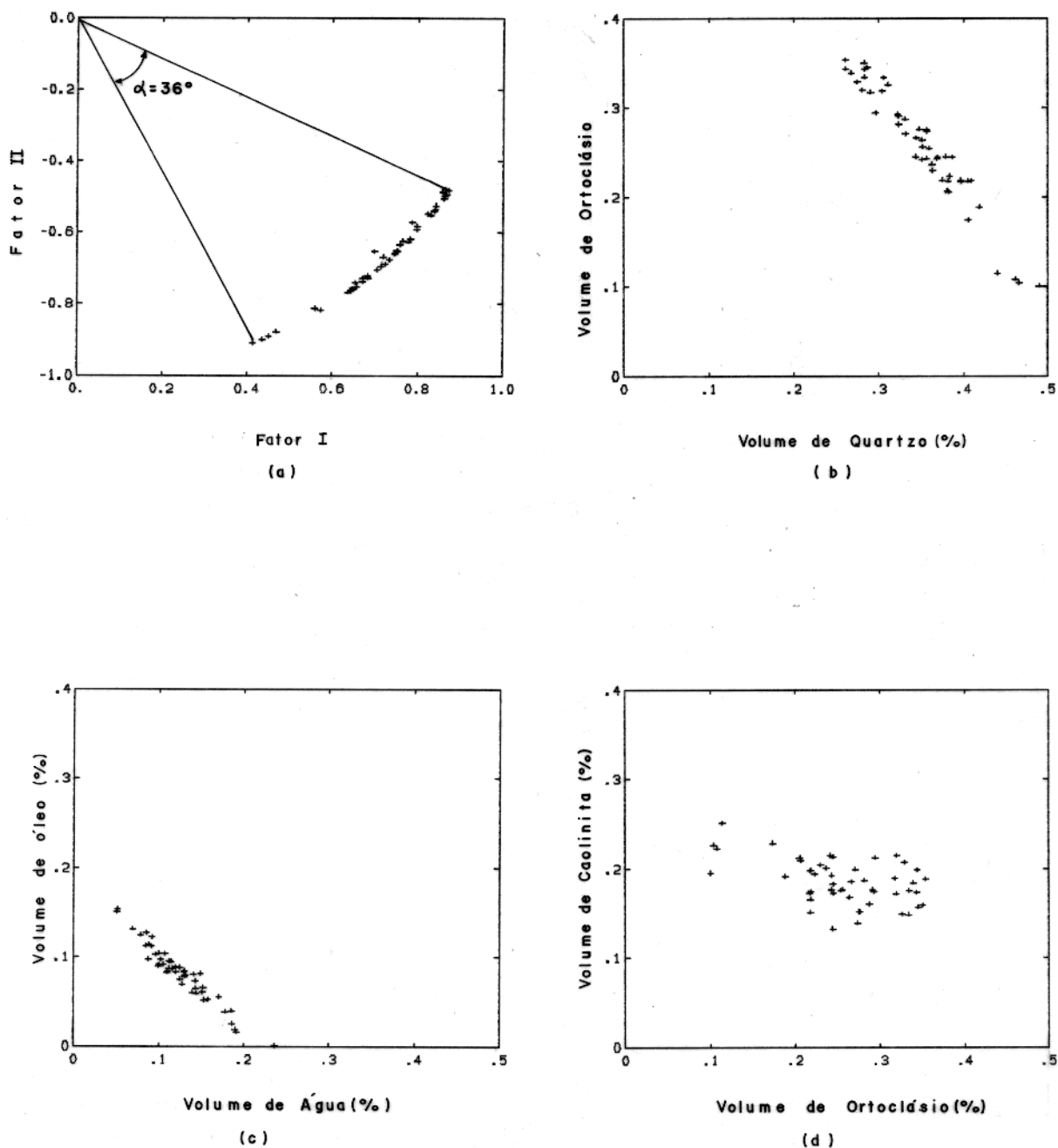


Fig.14 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo AL (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), água–óleo (c), ortoclásio–caolinita (d)

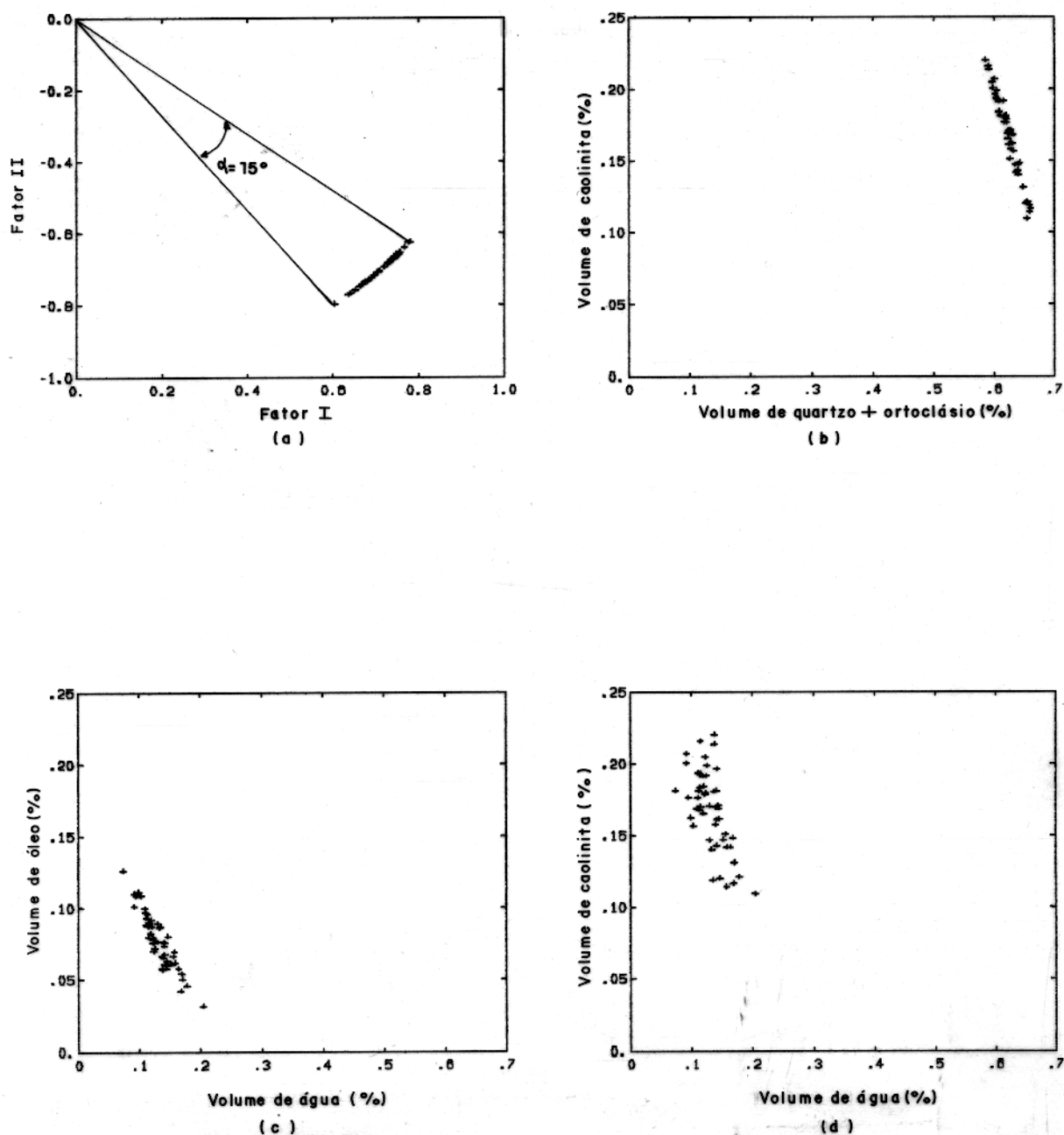


Fig.15 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A1 (a); e projeção das soluções nos planos do (quartzo+ortoclásio)–caolinita (b), água–óleo (c), água–caolinita (d)

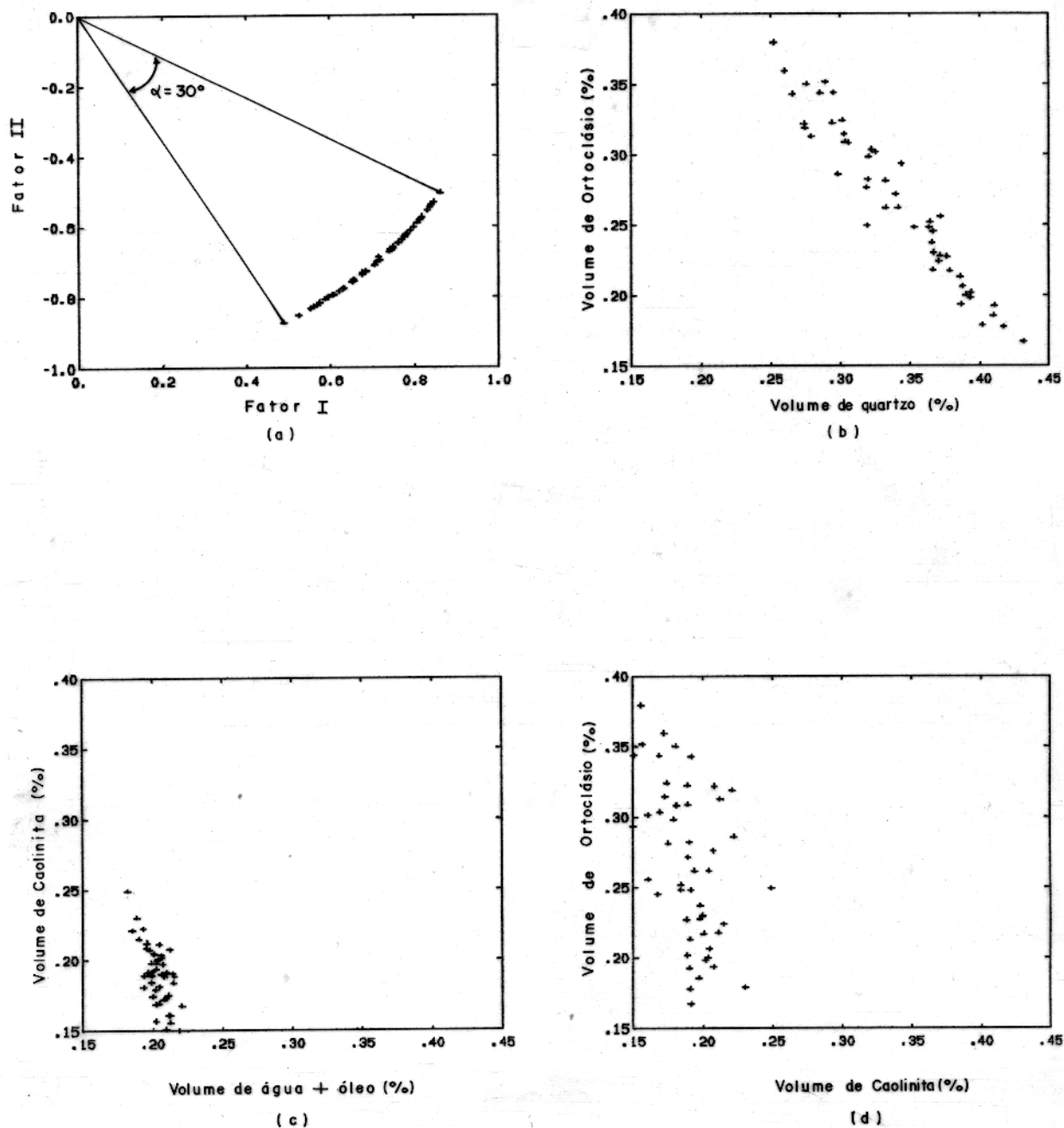


Fig.16 – Projeção das soluções (+) sobre os fatores I e II (cargas das soluções) para o modelo A2 (a); e projeção das soluções nos planos do quartzo–ortoclásio (b), (água+óleo)–caolinita (c), ortoclásio–caolinita (d)