



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

ALEXANDRE DE SOUZA OLIVEIRA

**INVERSÃO GRAVIMÉTRICA DO RELEVO DO EMBASAMENTO
USANDO REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA**

BELÉM - PARÁ
2007



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

ALEXANDRE DE SOUZA OLIVEIRA

**INVERSÃO GRAVIMÉTRICA DO RELEVO DO EMBASAMENTO USANDO
REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Potenciais

Orientador: Prof. Dr. João Batista Corrêa da Silva

BELÉM-PARÁ
2007

ALEXANDRE DE SOUZA OLIVEIRA

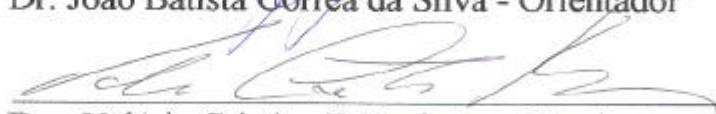
**INVERSÃO GRAVIMÉTRICA DO RELEVO DO EMBASAMENTO
USANDO REGULARIZAÇÃO ENTRÓPICA**

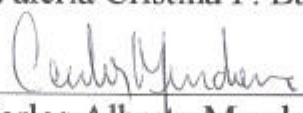
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

**Área de Concentração
Métodos Gravimétrico e Magnético**

BANCA EXAMINADORA:


UFPA Dr. João Batista Corrêa da Silva - Orientador


ON Dra. Valéria Cristina F. Barbosa - Membro


IAG-USP Dr. Carlos Alberto Mendonça - Membro

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação(CIP)
Biblioteca Geól. Rdº Montenegro G. de Montalvão

Oliveira, Alexandre de Souza

O48i Inversão gravimétrica do relevo do embasamento usando
regularização entrópica. / Alexandre de Souza Oliveira; Orientador,
João Batista Corrêa da Silva. – 2007

80 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Universidade Federal do
Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em
Geofísica, Belém, 2007.

1. Gravimetria. 2. Inversão gravimétrica. 3. Interpretação
gravimétrica. 4. Bacias marginais. 5. Bacias sedimentares. 6. Falhas.
7. Relevo do embasamento. 8. Regularização entrópica.
I. Universidade Federal do Pará. II. Silva, João Batista Corrêa da,
Orient. III. Título.

CDD 20º ed.: 526.7

*A minha família, Francisco, Ivanilde (pais)
e meu irmão Francisco por todo incentivo.*

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer à Capes pelo apoio financeiro através da bolsa de pesquisa e à UFPA pelo apoio técnico.

Gostaria de agradecer ao Professor João Batista que me permitiu trabalhar sob sua orientação sendo um exemplo de dedicação e compromisso e que muito me honrou com sua amizade e paciência durante esses dois anos de curso.

À prof^a. Dra. Valéria Cristina e ao prof. Carlos Alberto que aceitaram fazer parte deste comitê de avaliação.

A minha mãe, Ivanilde e ao meu irmão, Francisco que nos piores momentos pelos quais passei recentemente estiveram do meu lado me apoiando incondicionalmente.

Ao meu pai, Francisco por seu apoio em diversos momentos da minha vida.

À Benildes e toda sua família pelo carinho especial e por todo apoio que a mim foi concedido durante estes anos.

Aos amigos do curso Darci, Cláudia Priscila, William, Suzan e Karina por suas amizades.

Aos amigos de muito tempo Rodrigo, Rairyson, Alexander, Lucyanne, Talitha, Camila, Jaqueline, Ellen, Paulinha e Rairys por todo apoio ao longo desses anos.

À Mary por todo seu apoio e carinho durante um dos períodos mais tumultuados da minha vida e aos seus pais, sr. e sr^a. Cardoso por terem me recebido como um filho e me incentivado a buscar grandes propósitos em minha vida.

À família Freitas Cid por sempre torcerem pelo meu sucesso e de minha família.

Aos meus tios Roberto, Mauro, Gilberto, Beto, Edmilson, João, José e tias Ivanete, Ivaneide, Ivone, Ivana, Sandra e Fátima pelo apoio e incentivo.

Aos primos Jefferson, Geraldo, Keila e Kátia por sempre me apoiarem.

Aos professores da graduação Marcelo Lima, Sérgio Vizeu, Silvana Perez, Danilo Teixeira e professor Licurgo Brito pelo apoio a mim concedido.

Aos amigos da graduação Israel, Sérgio, Joatã, Antônio Ricardo, Nilzilene, Charles, Carlos e Jorge Edson que sempre torceram pelo meu sucesso e me apoiaram de diversas maneiras durante estes anos.

RESUMO

Apresentamos um novo método de inversão gravimétrica para estimar o relevo descontínuo do embasamento de bacias sedimentares, cujos pacotes sedimentares podem ter contraste de densidade constante ou variando hiperbolicamente com a profundidade. O método combina a maximização da medida de entropia de ordem zero e a minimização da medida de entropia de primeira ordem do vetor de soluções (profundidades do embasamento). O modelo interpretativo consiste de um conjunto de primas retangulares verticais justapostos, com o contraste de densidade conhecido, cujas espessuras representam as profundidades do embasamento e são os parâmetros a serem determinados. A minimização da entropia de ordem um favorece soluções apresentando descontinuidades abruptas e a maximização da entropia de ordem zero é empregada apenas para evitar sua minimização excessiva. O método foi aplicado a dados sintéticos simulando: (i) bacias intracratônicas com o relevo do embasamento suave ou apresentando descontinuidades abruptas localizadas e (ii) bacias marginais falhadas. No caso de embasamento suave, a comparação dos resultados com aqueles obtidos através da suavidade global e da suavidade ponderada mostrou que ambos os métodos delinearão o embasamento. No caso de embasamentos falhados, seja em bacias intracratônicas ou marginais, as soluções obtidas com a regularização entrópica e a suavidade ponderada foram equivalentes, delineando o embasamento e as descontinuidades, o que não ocorreu com a suavidade global. A regularização entrópica, no entanto, não requereu informação a priori sobre a profundidade, diferentemente da suavidade ponderada. Tanto o método proposto como os métodos das suavidades global e ponderada foram aplicadas a quatro conjuntos de dados reais. O primeiro é proveniente da Ponte do Poema que está localizada no campus da Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, permitiu certificar a aplicabilidade prática do método, uma vez que o relevo abaixo da ponte é acessível. O segundo, da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos. As soluções obtidas com a regularização entrópica e com a suavidade ponderada mostram um embasamento apresentando diversas descontinuidades verticais, o que não aconteceu com a suavidade global. O terceiro conjunto provém do graben de San Jacinto, situado na Califórnia, Estados Unidos, que levou a soluções em que o graben é assimétrico e apenas a suavidade ponderada apresentou solução com fundo achatado. O quarto conjunto de dados é oriundo do graben do Büyük Menderes, localizado

na Turquia ocidental. As soluções do método proposto e da suavidade ponderada apresentaram grandes deslocamentos verticais, confirmados pela geologia, o que não aconteceu com a suavidade global.

Palavras chaves: Gravimetria. Inversão Gravimétrica. Interpretação gravimétrica. Bacias Marginais. Bacias Sedimentares. Falhas. Relevo do Embasamento. Regularização Entrópica.

ABSTRACT

We present a new gravity inversion method, which estimates the basement relief of a sedimentary basin, whose sediments may present a constant or a decreasing density contrast with depth relative to the basement. The method combines the minimization of the first-order entropy measure with the maximization of the zeroth-order entropy measure of the solution vector (depths to the basement). The interpretation model consists of a set of rectangular juxtaposed vertical prisms with known density contrasts and whose thicknesses represent the depths to the basement relief and are the parameters to be estimated. The minimization of the first-order entropy favors solutions presenting abrupt discontinuities, and the maximization of the zeroth-order entropy is employed just to prevent its excessive minimization. We applied our method to synthetic data simulating: (i) intracratonic basins with smooth or discontinuous relief, and (ii) faulted marginal basins. In the case of a smooth basement relief, it was well delineated by the entropic regularization, and by the global and weighted smoothness. In the case of a faulted basement, either in intracratonic or marginal basins, the entropic regularization and the weighted smoothness delineated the basement relief with good precision, differently from the global smoothness. The entropic regularization, however, did not require the knowledge of the basin's maximum depth. We applied our method to four sets of real Bouguer anomalies. The first one comes from a profile across a bridge located in the campus of the Federal University of Pará, Belém. The solution delineated the known, discontinuous topography below the bridge. The second set comes from the northern portion of Steptoe Valley, Nevada. The solution delineated a discontinuous basement relief in accordance with the known geological setting of the area. The third set comes from the San Jacinto graben, situated in California, United States. The solution indicated an asymmetric graben, as already reported by other authors. The fourth data set comes from the Büyük Menderes graben, western Turkey. The solutions presented large vertical displacements on the northern border, which is confirmed by geological information.

Keywords : Gravimetric. Gravimetric Inversion. Gravimetric Interpretation. Marginal Basins. Sedimentary Basins. Fault. Basement Relief. Entropic Regularization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura -1:	Observações gravimétricas (acima) e modelo interpretativo (abaixo) consistindo de M prismas bidimensionais verticais justapostos. As espessuras dos prismas ($p_j, j=1, \dots, M$) são os parâmetros a serem estimados.....	20
Figura -2:	Bacia B_1 . Representação esquemática de um relevo caracterizado por altos valores de $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$	26
Figura -3:	Bacia B_2 . Representação esquemática de um relevo caracterizado por altos valores de $Q_0(p)$ e baixos valores de $Q_1(p)$	26
Figura -4:	Bacia B_3 . Representação esquemática de um relevo caracterizado por baixos valores de $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$	27
Figura -5:	Medidas de entropia de ordens zero (círcunferências) e um (cruzes), calculadas para as bacias B1, B2 e B3.....	27
Figura -6:	Representação esquemática de bacias com relevo descontínuo. (a) Relevo de uma bacia rasa (linha vermelha no painel inferior) e a respectiva anomalia (linha vermelha no painel superior). Em linha amarela no painel inferior a solução que minimiza ao mesmo tempo $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$; em linha amarela no painel superior, o respectivo ajuste. Em linhas pretas, a bacia associada a valores muito baixos de $Q_0(p)$ e sua respectiva anomalia. (b) Entropias de ordens zero e um da solução mostrada em (a) minimizando $Q_1(p)$ (cruz) e $Q_0(p)$ (círculo), que estabilizam em patamares. (c) Relevo de uma bacia profunda (linha vermelha no painel inferior) e a respectiva anomalia (linha vermelha no painel superior). Em linha amarela no painel inferior a solução que minimiza $Q_1(p)$, mas não $Q_0(p)$; em linha amarela no painel superior, o respectivo ajuste. Em linhas pretas, em ambos os painéis, a solução que minimiza $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$. (d) Entropias de ordens zero e um da soluções mostradas em (c) minimizando $Q_1(p)$, mas não $Q_0(p)$ (cruz e círculo amarelos) e minimizando tanto $Q_0(p)$ como $Q_1(p)$ (cruz e círculo pretos).....	29
Figura -7:	Representação esquemática das faixas de profundidade associadas a comportamentos distintos da regularização entrópica. (a) Faixa superficial contendo fontes rasas (mostradas em (b)). Nesta faixa apenas a minimização de $Q_1(p)$ é suficiente para obter boas estimativas do relevo. (c) Faixa intermediária contendo fontes mais profundas (d) que as da faixa superficial. Nesta faixa a maximização de $Q_0(p)$ (além da minimização de $Q_1(p)$) é necessária para a obtenção de boas soluções. (e) Faixa muito profunda contendo fontes (f) cujo sinal gravimétrico é muito fraco para permitir o delineamento das discontinuidades do relevo, mesmo com $\tau_0 \neq 0$ e $\tau_1 \neq 0$	31
Figura -8:	Distribuição das medidas de entropia de ordem um (linha preta com pontos azuis) ao longo das iterações, ilustrando o critério de parada. O processo iterativo foi interrompido na iteração 56 (seta vertical).....	33
Figura -9:	Modelo de um graben, em que d é o rejeito e H a profundidade do ponto médio da escarpa formada pela falha.....	34

Figura -10:	Localização dos pares (d , H), referentes ao modelo mostrado na Figura 9, usados para delinear as regiões R_1 , R_2 e R_3 mostradas na Figura 11.....	35
Figura -11:	Mapa das faixas rasa (R_1), intermediária (R_2) e Profunda (R_3) para o modelo mostrado na Figura 9.....	36
Figura -12:	Resultado ilustrado pelo ponto P_1 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=0,75$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,0325$ (linha preta).....	38
Figura -13:	Resultado ilustrado pelo ponto P_2 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,275$ (linha preta).....	38
Figura -14:	Resultado ilustrado pelo ponto P_3 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,475$ (linha preta).....	38
Figura -15:	Resultado ilustrado pelo ponto P_4 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=0,75$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,0975$ (linha preta).....	38
Figura -16:	Resultado ilustrado pelo ponto P_5 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,395$ (linha preta).....	39
Figura -17:	Resultado ilustrado pelo ponto P_6 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 0$ e $\beta = 0,750$ (linha preta).....	39
Figura -18:	Resultado ilustrado pelo ponto P_5 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 2$ e $\beta = 0,165$ (linha preta).....	39
Figura -19:	Resultado ilustrado pelo ponto P_6 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 2$ e $\beta = 0,750$ (linha preta).....	39
Figura -20:	Resultado ilustrado pelo ponto P_7 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 2$ e $\beta = 0,0375$ (linha preta).....	40
Figura -21:	Resultado ilustrado pelo ponto P_8 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma = 2,5$ e $\beta = 0,525$ (linha preta).....	40

Figura -22:	Resultado ilustrado pelo ponto P ₉ . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 0,165$ (linha preta).....	40
Figura -23:	Resultado ilustrado pelo ponto P ₁₀ . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1= 2,5$ e $\lambda_2=0,675$ (linha preta).....	40
Figura -24:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 1,75$ e $\lambda_2=0$ (linha preta).....	44
Figura -25:	Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 20.....	44
Figura -26:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\lambda = 1,25$ (linha preta).....	44
Figura -27:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 1,95$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).....	44
Figura -28:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\beta = 1,5$ km, $\lambda_1 = 1,25$ e $\lambda_2 = 0$ (linha preta).....	46
Figura -29:	Bacia intracratônica. Distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 30.....	46
Figura -30:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\beta = 1,5$ km e $\lambda = 1,25$ (linha preta).....	46
Figura -31:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\beta = 1,5$ km, $\lambda_s = 1,95$ e $\lambda_r = 0,000001$ (linha preta).....	46
Figura -32:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 0,75$ e $\lambda_2 = 0,025$ (linha preta).....	49
Figura -33:	Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 120.....	49
Figura -34:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\lambda = 1,35$ (linha preta).....	49
Figura -35:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 1,95$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).....	49
Figura -36:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\beta = 3,0$ km, $\lambda_1 = 1,75$ e $\lambda_2 = 0,45$ (linha	

	preta).....	52
Figura -37:	Bacia intracratônica. Distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 58.....	52
Figura -38:	Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\beta = 3,0$ km e $\gamma = 1,35$ (linha preta).....	52
Figura -39:	Bacia intracratônica. Teste com dados sintéticos. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\beta = 3,0$ km, $\gamma_s = 1,45$ e $\gamma_r = 0,000001$ (linha preta).....	52
Figura -40:	Bacia marginal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma_r = 1,5$ e $\gamma_s = 0,089$ (linha preta).....	55
Figura -41:	Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 99.....	55
Figura -42:	Bacia marginal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\gamma = 2,85$ (linha preta).....	55
Figura -43:	Bacia marginal. Teste com dados sintéticos. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\gamma_s = 1,25$ e $\gamma_r = 0,0001$ (linha preta).....	55
Figura -44:	Ponte do Poema. O lado oeste apresenta uma descontinuidade de maior amplitude (A) e menor gradiente topográfico (g_1) em relação ao lado leste.....	58
Figura -45:	Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com $\gamma_r = 0,00005$ e $\gamma_s = 0,0000219$ (linha preta).....	60
Figura -46:	Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com $\gamma = 40$ (linha preta).....	60
Figura -47:	Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com $\gamma_s = 0,1$ e $\gamma_r = 0,0001$ (linha preta).....	60
Figura -48:	Steptoe Valley. Anomalia Bouguer residual, resultante da remoção de um polinômio de grau um ajustado aos dados publicados por Carlson e Mabey (1963). Intervalo de contorno: 2,5 mGal.....	62
Figura -49:	Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com $\gamma_r = 0$ e $\gamma_s = 0,0465$ (linha preta).....	64
Figura -50:	Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com $\gamma = 1,25$ (linha preta).....	64
Figura -51:	Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com $\gamma_s = 0,3$ e $\gamma_r = 0,01$ (linha preta).....	64

- Figura -52: Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com, $\beta=3$ km, $\gamma = 0$ e $\gamma = 0,15$ (linha preta)..... 67
- Figura -53: Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com, $\beta=3$ km, $\gamma = 1,25$ (linha preta)..... 67
- Figura -54: Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com, $\beta=3$ km, $\gamma_s = 0,75$ e $\gamma_r = 0,000001$ (linha preta)..... 67
- Figura -55: Mapa geológico do Vale do Büyük Menderes. A linha tracejada em vermelho assinala a posição do perfil X-Y, transversal ao vale..... 69
- Figura -56: Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com, $\beta=2,597$ km, $\gamma = 1,5$ e $\gamma = 1,475$ (linha preta)..... 71
- Figura -57: Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com, $\beta=2,597$ km, $\gamma = 0,75$ (linha preta)..... 71
- Figura -58: Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com, $\beta=2,597$ km, $\gamma_s = 0,75$ e $\gamma_r = 0,000001$ (linha preta)..... 71

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	METODOLOGIA	19
3	REGIÃO DE VALIDADE TEÓRICA	34
4	TESTES COM DADOS SINTÉTICOS	41
4.1	BACIAS INTRACRATÔNICAS COM O RELEVO DO EMBASAMENTO SUAVE	41
4.1.1	Densidade constante	42
4.1.2	Densidade variando com a profundidade	45
4.2	BACIAS INTRACRATÔNICAS COM O RELEVO DO EMBASAMENTO PREDOMINANTEMENTE SUAVE, MAS COM DESCONTINUIDADES ABRUPTAS LOCAIS	47
4.2.1	Densidade constante	47
4.2.2	Densidade variando com a profundidade	50
4.3	BACIAS MARGINAIS	53
5	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	56
5.1	DADOS REAIS COM DENSIDADE CONSTANTE	56
5.1.1	Experimento controlado de campo: Ponte do Poema	56
5.1.1.1	Informações geológicas e geofísicas.....	56
5.1.1.2	Resultados.....	59
5.1.2	Steptoe Valley	61
5.1.2.1	Informações geológicas e geofísicas.....	61
5.1.2.2	Resultados.....	62
5.2	DADOS REAIS COM DENSIDADE VARIANDO COM A PROFUNDIDADE	65
5.2.1	Graben de San Jacinto	65
5.2.1.1	Informações geológicas e geofísicas.....	65
5.2.1.2	Resultados.....	65
5.2.2	Vale do Büyük Menderes	68
5.2.2.1	Informações geológicas e geofísicas.....	68
5.2.2.2	Resultados.....	69
6	CONCLUSÕES	72
	REFERÊNCIAS	74
	APÊNDICES	77
	APÊNDICE A: MÁXIMO E MÍNIMO DA ENTROPIA DE ORDEM ZERO	78

1 INTRODUÇÃO

As principais reservas provadas de petróleo são provenientes de acumulações aprisionadas em bacias sedimentares através de armadilhas estruturais, constituídas, principalmente por anticlínios e falhas, o que torna o mapeamento do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar de extrema importância na identificação de tais feições geológicas. A estimativa do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar a partir da gravimetria é um problema não linear, cuja solução é instável, necessitando, portanto da incorporação de informação geológica a priori. Comumente, essa incorporação é feita através da minimização de um funcional estabilizante (TIKHONOV ; ARSENIN, 1977).

Diferentes informações geológicas podem ser incorporadas à solução através de diversos funcionais estabilizadores. No caso de armadilhas estruturais originadas em bacias intracratônicas, o relevo do embasamento apresenta-se suave, sendo esta informação geológica a priori incorporada à solução estimada através de um funcional conhecido como suavidade global (BARBOSA; SILVA; MEDEIROS, 1997). Este funcional impõe que profundidades estimadas do relevo em pontos vizinhos estejam próximas entre si. Por outro lado, no caso de armadilhas produzidas em bacias intracratônicas localizadas em regiões tectônicas levemente instáveis, em geral exibem um embasamento com relevo suave interrompido por falhas, em geral de pequeno rejeito. Por outro lado, em bacias marginais predominam esforços distensores e o relevo do embasamento apresenta-se predominantemente suave com descontinuidades locais abruptas, em geral de grande rejeito. Neste caso, o funcional mais adequado a ser minimizado (conhecido como suavidade ponderada) impõe que profundidades estimadas do relevo em pontos vizinhos estejam em geral próximas entre si, podendo, apenas em alguns locais, diferir bastante. Como esse funcional não estabiliza completamente as soluções, informação a priori adicional precisa ser introduzida. Esta informação adicional consiste em impor que as estimativas das profundidades estejam o mais próximo possível da base da bacia, que é presumida ter um fundo achatado com profundidade conhecida, sujeito às observações serem ajustadas dentro da precisão experimental (BARBOSA ; SILVA; MEDEIROS, 1999a).

Os primeiros modelos interpretativos de pacotes sedimentares consideravam a densidade constante (BOTT, 1960; CORBATÓ, 1965). No entanto, na maioria das bacias sedimentares é comum ocorrer a compactação dos sedimentos, elevando a densidade do pacote sedimentar à medida que a profundidade aumenta. Desse modo, foram introduzidos, posteriormente, modelos mais realísticos, em que a densidade dos sedimentos aumenta com a profundidade, e, por conseguinte, o contraste de densidade com o embasamento, em geral, diminui com a profundidade. Por exemplo, Cordell (1973) e Chai e Hinze (1988) presumem que o contraste de densidade decai exponencialmente. Murthy e Rao (1979) admitiram uma variação linear do contraste de densidade com a profundidade para a equação da anomalia de um prisma horizontal 2D com seção poligonal. Bhaskara Rao (1986) estabeleceu uma variação quadrática para a densidade e Litinsky (1989) admitiu uma variação hiperbólica do contraste de densidade com a profundidade, sendo utilizada por Sari e Salk (2002) no delineamento do embasamento de bacias sedimentares. Chakravarthi e Rao (1993) introduziram a dependência parabólica da densidade com a profundidade e Chakravarthi (1994) utilizou a mesma dependência para modelar anomalias gravimétricas produzidas por bacias sedimentares. Viesweswara Rao, Chakravarthy e Raju (1994) adaptaram a função parabólica para corpos bidimensionais de forma arbitrária, aproximando-os por um polígono de N lados. Chakravarthi e Sundararajan (2005) apresentaram um algoritmo para estimar a profundidade do embasamento de bacias sedimentares 2,5D com densidade variando segundo a lei parabólica.

Os modelos interpretativos que admitem variação da densidade com a profundidade aproximam-se mais dos ambientes geológicos reais. Porém, a redução do contraste de densidade com a profundidade pode acentuar a instabilidade da estimativa do relevo do embasamento de uma bacia sedimentar devido à severa diminuição da resposta gravimétrica, registrada na superfície, devida ao reduzido contraste lateral de densidade entre sedimento e embasamento. Conseqüentemente, a solução, neste caso, demanda maior grau de estabilização, levando a profundidades subestimadas para o relevo do embasamento (SILVA; COSTA; BARBOSA, 2006). Desse modo, a reconstituição do relevo do embasamento, no caso do contraste de densidade do pacote sedimentar diminuir com a profundidade, é limitada a bacias pouco profundas e atenuações do contraste não muito severas, de modo a preservar uma resposta gravimétrica, causada pelo contraste entre sedimento e embasamento, acima do nível do ruído.

A regularização entrópica consiste da maximização da medida de entropia de ordem zero combinada com a minimização da medida de entropia de primeira ordem do vetor de parâmetros. Ela foi proposta originalmente por Campos Velho e Ramos (1997) e Ramos et al. (1999) e aplicada ao mapeamento de condutividade aparente no plano horizontal, resultando em soluções caracterizadas por distribuições espaciais de condutividade localmente suaves, separadas por descontinuidades abruptas. O mesmo resultado foi obtido por Silva et al. (2007) no mapeamento de densidade aparente a partir de dados gravimétricos. Neste trabalho a regularização entrópica é empregada na inversão gravimétrica do relevo descontínuo do embasamento de uma bacia, cujo pacote sedimentar apresenta tanto contrastes de densidade constantes como decrescentes com a profundidade.

Similarmente ao método de Barbosa, Silva e Medeiros (1999a), o presente método requer o conhecimento a priori do contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos. No entanto, ao contrário do método da suavidade ponderada de Barbosa, Silva e Medeiros (1999a), o método proposto não requer o conhecimento a priori da profundidade máxima do relevo do embasamento da bacia sedimentar. Esta característica torna o presente método operacionalmente mais simples e mais robusto em relação ao método da suavidade ponderada.

O método proposto foi aplicado a dados sintéticos, tanto para o caso em que a densidade do pacote sedimentar é presumida constante, como para a densidade variando com a profundidade. As observações são produzidas por modelos de bacias com relevo do embasamento predominantemente suave, mas apresentando, localmente, descontinuidades abruptas. As soluções obtidas produziram excelente delineamento do relevo verdadeiro do embasamento, inclusive de suas descontinuidades, o que não aconteceu com o método da suavidade global desenvolvido por Barbosa, Silva e Medeiros (1997). As soluções obtidas com o método proposto foram equivalentes às soluções obtidas com o método da suavidade ponderada introduzido por Barbosa, Silva e Medeiros, (1999a), mas não necessitaram da informação sobre a profundidade máxima da bacia.

Usando dados sintéticos, com contraste de densidade constante, realizamos um mapeamento sistemático no espaço Euclidiano 2D gerado pelo tamanho do rejeito de uma falha de gravidade e pela profundidade do seu ponto médio. A finalidade é determinar a região desse espaço na qual o método consegue delinear um relevo falhado. A região de validade mapeada

apresenta três sub-regiões separadas em profundidade: a primeira é rasa, onde apenas a minimização da entropia de ordem um produz soluções estáveis e com excelente delineamento do relevo do embasamento da bacia sedimentar. A segunda, intermediária, onde se faz necessário o uso da maximização da entropia de ordem zero, combinada com a minimização da entropia de primeira ordem para chegar a soluções estáveis, delineando o relevo do embasamento. A última faixa é profunda, onde não é possível obter soluções delineando o relevo do embasamento da bacia sedimentar com o método proposto, mesmo com a maximização da entropia de ordem zero.

O método também foi aplicado à interpretação de dados gravimétricos reais, tanto com contraste de densidade constante, quanto variável. Para o caso em que o contraste de densidade é constante usamos dois conjuntos de dados. O primeiro conjunto de dados consiste de um perfil cruzando a Ponte do Poema, no Campus da Universidade Federal do Pará, Belém, Pará. A anomalia negativa observada é devida ao vale abaixo da ponte, cuja profundidade é conhecida e foi estimada com excelente precisão pelo presente método. O segundo conjunto foi tomado ao longo de um perfil WNW-ESE transversal à porção norte do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos, pertencente à província “Basin and Range”. A anomalia apresenta altos gradientes gravimétricos que indicam a presença de falhas de alto ângulo com grandes deslocamentos verticais (CARLSON; MABEY, 1963). O resultado obtido pelo método proposto, de fato, apresentou uma solução indicando falhas de alta inclinação e grande rejeito vertical, concordando com as informações geológicas disponíveis. No caso em que a densidade é variável, aplicamos o método também a dois perfis gravimétricos reais. O primeiro foi obtido ao longo de uma seção transversal de direção SW-NE, cruzando o graben de San Jacinto situado na Califórnia. A solução obtida pelo método proposto apresentou uma descontinuidade mais abrupta na borda SW do que na borda NE. O segundo perfil é de direção SSE-NNW, transversal ao vale do Büyük Menderes, na Turquia ocidental. O resultado obtido pelo presente método apresentou uma solução exibindo uma falha de grande rejeito vertical do lado norte do vale, como havia sido previsto por informações geológicas.

2 METODOLOGIA

Formulação do problema inverso usando os vínculos da suavidade global, da suavidade ponderada e da regularização entrópica

Seja g^0 um conjunto de N observações gravimétricas realizadas ao longo de um perfil transversal à direção alongada de uma bacia sedimentar bidimensional. O perfil é paralelo ao eixo x de um sistema destro de coordenadas. A direção da bacia coincide com o eixo y , e o pacote sedimentar é presumido ser homogêneo ou apresentar contraste de densidade variando com a profundidade de acordo com a lei hiperbólica (LITINSKY, 1989)

$$\rho(z) = \frac{\rho_0 \rho^2}{\rho + z^2}, \quad (1)$$

sendo ρ o contraste de densidade, variável, entre os sedimentos e o embasamento, ρ_0 o contraste de densidade na superfície e ρ um fator que controla a diminuição do contraste de densidade com a profundidade, expresso em unidades de comprimento. Presume-se ainda que o contraste de densidade (constante ou variável) com o embasamento seja conhecido. Deseja-se estimar o relevo do embasamento da bacia (linha S na Figura 1), estabelecendo como modelo interpretativo um conjunto de M prismas 2D verticais, justapostos, com topos na superfície e larguras constantes, estabelecidas pelo intérprete. As espessuras dos prismas são os parâmetros a serem estimados e estão relacionados à anomalia gravimétrica g_i através da relação não linear

$$g_i = \sum_{j=1}^M A(p_j, \rho, r_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

ou

$$g_i = \sum_{j=1}^M F(p_j, \rho_0, \rho, r_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3)$$

em que $A(p_j, \rho, r_i)$ e $F(p_j, \rho_0, \rho, r_i)$ são funções não lineares que fornecem a anomalia, no ponto definido pelo vetor posição r_i , produzida pelo j -ésimo prisma com espessura p_j e

contraste de densidade constante (funcional 2), ou variando segundo a lei hiperbólica da equação (1), (funcional 3).

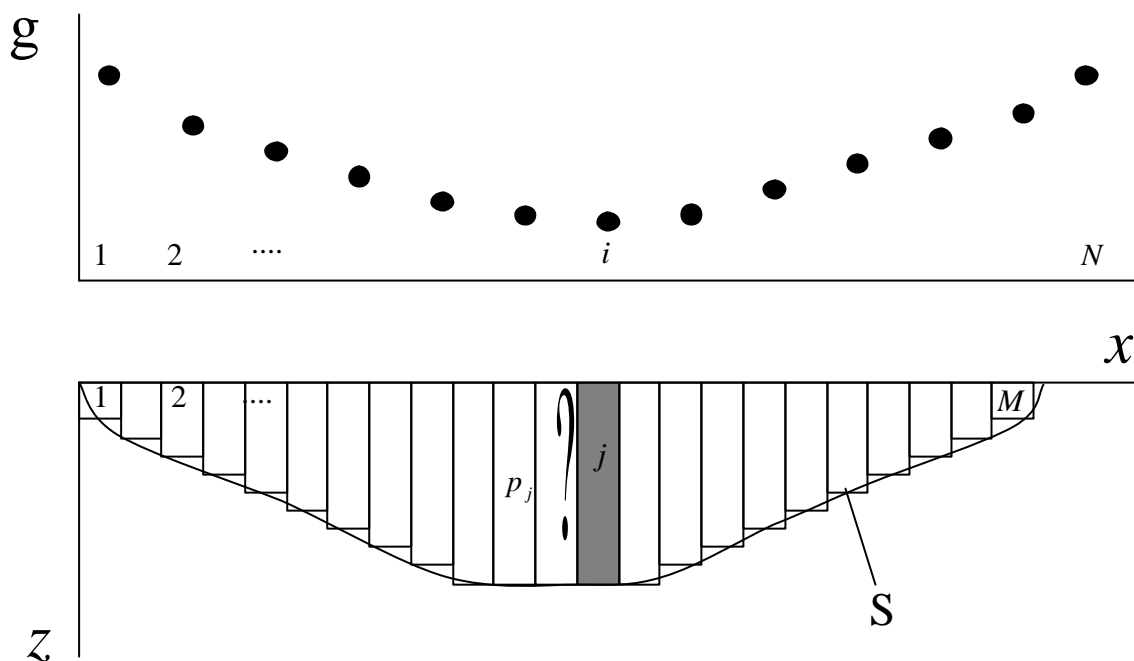


Figura 1- Observações gravimétricas (acima) e modelo interpretativo (abaixo) consistindo de M prismas bidimensionais verticais justapostos. As espessuras dos prismas ($p_j, j=1, \dots, M$) são os parâmetros a serem estimados.

A inversão gravimétrica consiste em estimar o vetor $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_M]^T$, a partir do vetor $\mathbf{g}^0(\mathbf{p}) = [g_1^0, \dots, g_N^0]^T$ contendo as observações da anomalia gravimétrica. A solução deste problema requer que os dados observados sejam ajustados pelo funcional (2) ou pelo funcional (3), o que pode ser obtido através da minimização do seguinte funcional não linear:

$$Q(\mathbf{p}) = \|\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|_2^2, \quad (4)$$

em que $\mathbf{g}(\mathbf{p})$ é um vetor N -dimensional contendo a anomalia teórica, produzida pelo modelo interpretativo [funcional (2) ou (3)], computada nos mesmos pontos de observação. O i -ésimo elemento, $g_i(\mathbf{p})$ desse vetor é a anomalia gravimétrica produzida pelos M prismas na i -ésima observação e $\|\cdot\|_2$ é a norma Euclidiana. O problema inverso de estimar o vetor \mathbf{p} que minimiza

o funcional (4) é mal posto por apresentar soluções instáveis, sendo, portanto, necessário incorporar informação geológica a priori para a obtenção de soluções estáveis. Isto pode ser realizado através de técnicas clássicas de regularização. A técnica de regularização mais comumente empregada na Geofísica, conhecida como *suavidade global*, impõe que a estimativa de cada parâmetro, \hat{p}_i , (espessura do i -ésimo prisma) esteja o mais próximo possível da estimativa do parâmetro \hat{p}_{i+1} (espessura do prisma adjacente), sujeito aos dados serem ajustados pela anomalia produzida pelo modelo interpretativo dentro da precisão experimental dos dados. Matematicamente, este problema é expresso por:

$$\min \|\mathbf{Rp}\|_2^2 \quad (5)$$

sujeito a

$$\|g^0 - g(p)\|_2^2 \leq \sigma^2 \quad (6)$$

em que σ^2 é uma estimativa da variância do ruído contido nos dados e \mathbf{R} é uma matriz cujas linhas contém apenas dois elementos não nulos iguais a 1 e -1 , localizados nas colunas correspondentes aos parâmetros i e $i+1$, cujas estimativas devem estar o mais próximo possível. O problema acima é resolvido minimizando o funcional

$$\lambda \|p\|_2^2 + \|g^0 - g(p)\|_2^2 + \|\mathbf{Rp}\|_2^2, \quad (7)$$

em que λ é um escalar não negativo escolhido de acordo com o critério descrito adiante. Este método produz, portanto, estimativas do relevo do embasamento essencialmente suaves, não sendo capaz de delinear corretamente relevos de embasamento contendo descontinuidades abruptas.

Barbosa, Silva e Medeiros (1999a) desenvolveram um método especialmente voltado à interpretação de relevos descontínuos do embasamento de bacias sedimentares, denominado *suavidade ponderada*. Este método minimiza os funcionais

$$\lambda \|p\|_2^2 + \|\mathbf{WRp}\|_2^2 \quad (8)$$

e

$$\gamma(\mathbf{p}) = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\max}\|_2^2, \quad (9)$$

sujeito ao vínculo (6), em que \mathbf{W} é uma matriz diagonal de pesos e \mathbf{p}_{\max} é um vetor de profundidades máximas do relevo do embasamento, conhecidas a priori. A matriz \mathbf{W} pondera a i -ésima linha de \mathbf{R} pelo i -ésimo elemento diagonal, w_{ii} , associando um grau maior ou menor de suavidade aos parâmetros adjacentes p_i e p_{i+1} . Esta associação ocorre de acordo com o valor de w_{ii} , ou seja, se $w_{ii}=1$, a suavidade entre as espessuras dos prismas adjacentes, p_i e p_{i+1} relacionados ao i -ésimo vínculo, deverá ser a maior possível (mas ainda devendo ser compatível com os dados gravimétricos). Por outro lado, se $w_{ii} \neq 0$, nenhuma transição suave é imposta entre tais espessuras. O elemento w_{ii} da matriz \mathbf{W} depende das estimativas de \mathbf{p} e quanto maior a diferença entre as estimativas das espessuras do i -ésimo par de prismas adjacentes, menor será o peso assinalado à suavidade entre eles. Devido à dependência de \mathbf{W} em \mathbf{p} , este vínculo é incorporado de modo iterativo e automático, sendo \mathbf{W} inicializada como a matriz identidade. Desta forma, as estimativas dos parâmetros adjacentes próximas entre si tenderão a se tornar, nas iterações subseqüentes, ainda mais próximas e vice-versa.

A minimização do funcional (9) é necessária para compensar a perda de estabilidade da solução, causada pela introdução da matriz \mathbf{W} , que relaxa a condição fortemente estabilizante de proximidade entre as estimativas de parâmetros adjacentes. A solução do problema gravimétrico inverso, estabilizada pelo vínculo de suavidade ponderada é obtida minimizando o funcional

$$\gamma(\mathbf{p}) = \|\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|_2^2 + \gamma_s \|\mathbf{WRp}\|_2^2 + \gamma_r \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{\max}\|_2^2. \quad (10)$$

As escolhas de γ (equação (7)), γ_s e γ_r (equação (10)) são feitas do seguinte modo. Os parâmetros γ e γ_s controlam a estabilidade da solução às custas do decréscimo da resolução, levando a uma solução suavizada que pode ser muito diferente da fonte verdadeira. Desse modo, estes parâmetros devem ser iguais ao menor valor positivo ainda produzindo soluções estáveis. O parâmetro γ_r , por sua vez, estabiliza as soluções, atraindo as estimativas para os valores máximos esperados para as profundidades. Assim, ele deve ser o maior valor produzindo um relevo estimado que não apresente mais discontinuidades que aquelas esperadas para o embasamento em estudo.

A estabilidade de uma solução é avaliada adicionando-se diversas seqüências de números pseudo-aleatórios aos dados observados (simulando realizações de uma variável aleatória) e obtendo-se, para valores fixos de β_s e β_r , as correspondentes soluções, que serão estáveis se estiverem suficientemente próximas entre si, de acordo com um critério estabelecido pelo intérprete.

A regularização entrópica é baseada na maximização da medida de entropia de ordem zero do vetor de estimativas dos parâmetros $\hat{\mathbf{p}}$, combinada com a minimização da medida de entropia de primeira ordem do vetor $\hat{\mathbf{p}}$. A maximização da medida de entropia como critério de inferência foi proposta por Jaynes (1957) usando o conceito de entropia de informação introduzida por Shannon, (SHANNON; WEAVER, 1949). A maximização da medida de entropia de ordem zero incorpora informação a priori sobre as fontes semelhante àquela incorporada pela *suavidade global*, pois tem como característica assegurar que a variação entre as estimativas das espessuras de prismas contíguos seja limitada, isto é, que as soluções produzidas apresentem uma variação espacial suave.

Por outro lado, a minimização da medida de entropia de primeira ordem, ou a sua combinação com a maximização da medida de entropia de ordem zero, possibilita a obtenção de estimativas de distribuições espaciais de parâmetros essencialmente suaves, mas apresentando descontinuidades mais abruptas que aquelas obtidas com o funcional estabilizante da suavidade (CAMPOS VELHO; RAMOS, 1997; RAMOS et al., 1999; SILVA et al., 2007). Desta forma, formulamos o presente método de inversão gravimétrica como

$$\text{maximize } \frac{Q_0(\mathbf{p})}{Q_{0\max}} \text{ e minimize } \frac{Q_1(\mathbf{p})}{Q_{1\max}} \quad (11)$$

sujeito a

$$\| \mathbf{g}^0 - \mathbf{g}^1 \|^2 \leq \epsilon \quad (12)$$

em que $Q_{0\max}$ e $Q_{1\max}$ são constantes de normalização,

$$Q_\beta(\mathbf{p}) = - \sum_{k=1}^L S_k \log(S_k), \quad \beta = 0 \text{ ou } 1, \quad (13)$$

são medidas de entropia de ordens zero (se $\beta = 0$) e um (se $\beta = 1$), sendo

$$S_k = r_k / \sum_{i=1}^L r_i, \quad (14)$$

$$r_k = \begin{cases} \hat{p}_k & \text{se } \hat{p}_k > 0 \\ |\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k| & \text{se } \hat{p}_k < 0 \end{cases} \quad (15)$$

e ϵ uma constante positiva (menor que 10^{-8}) que garante que teremos em qualquer situação um valor definido para a medida de entropia e L é um inteiro igual ao número de parâmetros M se $\alpha = 0$ e igual a $M-1$ se $\alpha = 1$.

O problema de otimização vinculada associado às equações (11) e (12) é resolvido minimizando-se o funcional

$$Q(\mathbf{p}) = \|\mathbf{g}^0 - \mathbf{g}(\mathbf{p})\|_2^2 + \lambda_0 Q_0(\mathbf{p}) / Q_{0\max} + \lambda_1 Q_1(\mathbf{p}) / Q_{1\max}, \quad (16)$$

em que λ_0 e λ_1 são números reais positivos denominados parâmetros de regularização. Como o funcional (13) é não linear em \mathbf{p} e não existem expressões analíticas simples para as Hessianas de $Q_0(\mathbf{p})$ e $Q_1(\mathbf{p})$, ele é minimizado através do método Quasi-Newton, usando a implementação BFGS (Gill et al., 1981) para a atualização da matriz Hessiana em cada iteração.

Significados físico e geológico da regularização entrópica

O funcional $Q_0(p)$ é mais simples de ser entendido que o funcional $Q_1(p)$. O máximo e o mínimo de $Q_0(p)$ ocorrem, respectivamente, quando todos os S_k são iguais e quando somente um dos S_k é diferente de zero, ou seja, quando todos os prismas do modelo interpretativo apresentam a mesma estimativa de espessura e quando todos os prismas, à exceção de um, apresentam estimativas iguais a zero (Apêndice A).

Para compreendermos o comportamento do funcional $Q_1(p)$, combinaremos as equações (13)-(15), obtendo:

$$Q_1(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^M \frac{|\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k|}{\sum_{i=1}^M |\hat{p}_{i+1} - \hat{p}_i|} \log \mathfrak{S}_k \quad (17)$$

Presumindo que a diferença não nula $|\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k|$ seja aproximadamente constante e igual a c , teremos

$$Q_1(\mathbf{p}) \approx \sum_1^D \frac{c}{Dc} \log \frac{c}{Dc} = \log(D), \quad (18)$$

sendo D o número de espessuras adjacentes para as quais $|\hat{p}_{k+1} - \hat{p}_k| \neq 0$, o que corresponde ao número de discontinuidades entre estimativas adjacentes. Desse modo, segundo a equação (18), a minimização de $Q_1(p)$ implica a minimização do número de discontinuidades nas estimativas das espessuras dos prismas do modelo interpretativo.

As Figuras 2 a 4 mostram relevos esquemáticos de bacias 2D. A Figura 5 mostra os valores de entropia associados às bacias B1-B3 calculados através da equação (13). A bacia B1 (Figura 2) apresenta altos valores de $Q_1(p)$ (muitas discontinuidades) e altos valores de $Q_0(p)$ (Figura 5). As bacias B2 (Figura 3) e B3 (Figura 4) apresentam valores baixos e muito próximos entre si de $Q_1(p)$ (poucas discontinuidades), mas valores substancialmente diferentes para $Q_0(p)$, já que a bacia B2 apresenta ainda muitos valores de espessuras de prismas diferentes de zero, ao passo que a bacia B3 apresenta apenas um valor de espessura diferente de zero (caso em que $Q_0(p)$ atinge o mínimo global). A Figura 5 mostra o acoplamento existente entre as medidas de entropia de ordens zero e um. A medida de entropia de ordem zero tende a diminuir ao longo das iterações, mesmo que apenas a medida de ordem um esteja sendo minimizada. Este acoplamento persiste mesmo após a razão de decrescimento da medida de entropia de ordem um ter diminuído substancialmente, podendo levar a uma solução apresentando um relevo com dimensão horizontal muito menor (bacia B3) que a esperada geologicamente (bacia B2). Assim, a tendência de ambas as medidas de entropia é diminuir ao logo das iterações, mesmo que apenas a medida de ordem um esteja sendo minimizada, havendo, portanto, o perigo de se estimar uma bacia com dimensão não realística ao longo de x (bacia B3). No entanto, a minimização de $Q_1(p)$ (e, conseqüentemente de $Q_0(p)$) é sujeita aos dados gravimétricos serem ajustados pelo funcional do modelo interpretativo. Conseqüentemente, no caso de bacias rasas, com resposta

gravimétrica bem definida, o valor de $Q_0(p)$ é impedido de baixar além de um valor mínimo sem comprometer o ajuste das observações (estimando, por exemplo, a bacia B3). No caso de bacias profundas, o sinal gravimétrico tem menor poder de resolução para distinguir entre as bacias B2 e B3. Nesse caso, sabendo-se que a bacia B3 não é geologicamente plausível, pode-se viciar a estimativa do relevo do embasamento para produzir bacias mais extensas, como a bacia B2, fazendo $\lambda_0 \neq 0$. Este procedimento impede que $Q_0(p)$ assuma valores excessivamente baixos, e força a sua estabilização em patamares realísticos.

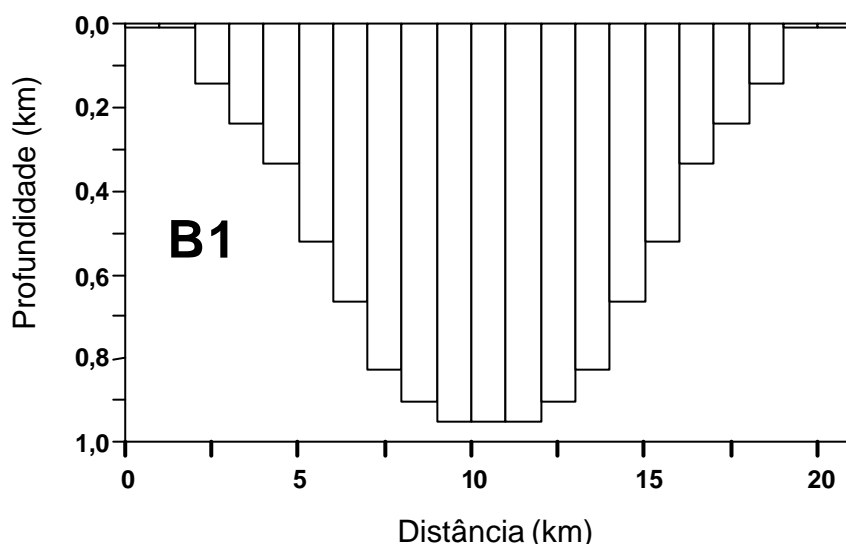


Figura 2 – Bacia B1. Representação esquemática de um relevo caracterizado por altos valores de $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$.

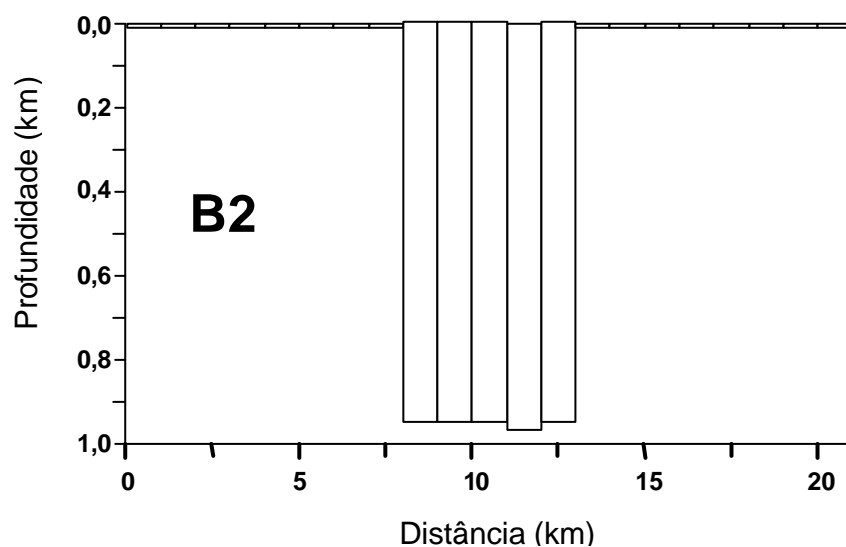


Figura 3 - Bacia B2. Representação esquemática de um relevo caracterizado por altos valores de $Q_0(p)$ e baixos valores de $Q_1(p)$.

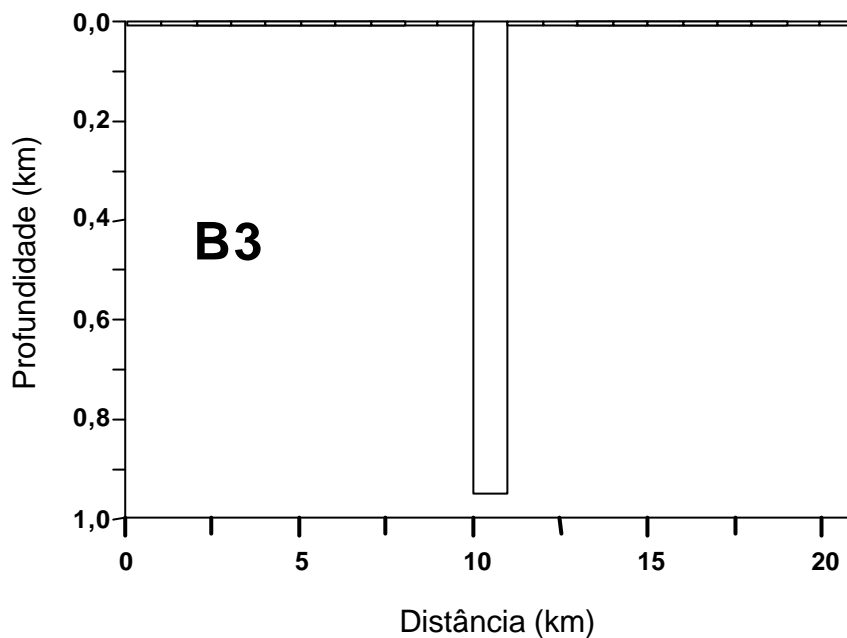


Figura 4 - Bacia B3. Representação esquemática de um relevo caracterizado por baixos valores de $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$.

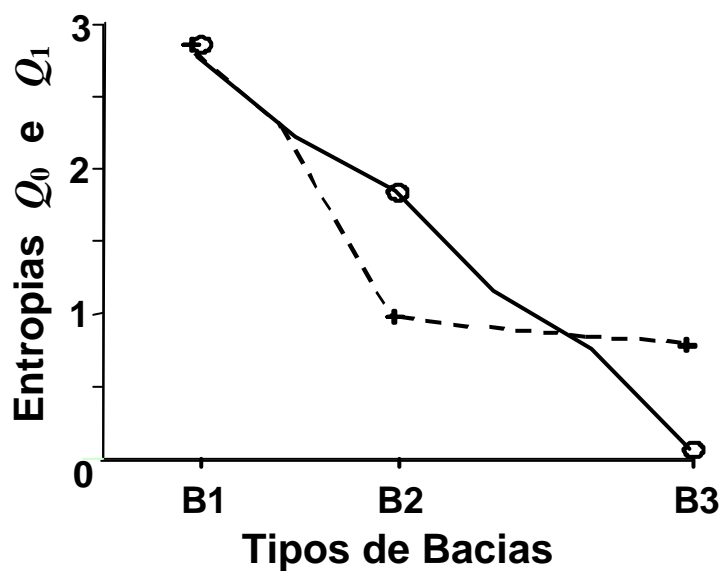


Figura 5 – Medidas de entropia de ordens zero (círcunferências) e um (cruzes), calculadas para as bacias B1, B2 e B3.

As idéias expostas acima serão ilustradas através de dois exemplos esquemáticos. O primeiro é o de uma bacia rasa (relevo e anomalia mostrados em linha vermelha na Figura 6a). A solução que minimiza a medida de entropia de ordem um é mostrada no painel inferior da Figura 6a e a sua anomalia é mostrada no painel superior da mesma figura, ambas em linha tracejada amarela. O atributo de mínima entropia desta solução é indicado na Figura 6b por uma cruz amarela. Esta figura mostra ainda que esta solução também minimiza a medida de entropia de ordem zero (círculo amarelo). A medida de entropia de ordem zero é estabilizada nesta solução, uma vez que valores menores desta medida produzirão estimativas de bacia muito estreitas, semelhantes àquela mostrada em linha preta no painel inferior da Figura 6a, produzindo um ajuste inaceitável (linha preta no painel superior da Figura 6a). Assim, se a bacia for rasa, a minimização da entropia de ordem um é suficiente para favorecer soluções semelhantes à bacia B2.

O segundo caso é o de uma bacia profunda (relevo e anomalia mostrados em linha vermelha na Figura 6c). A solução que minimiza a medida de entropia de ordem um é mostrada no painel inferior da Figura 6c e a sua anomalia é mostrada no painel superior da mesma figura, ambas em linha tracejada amarela. O atributo de mínima entropia de ordem um desta solução é indicado na Figura 6d por uma cruz amarela. Esta figura mostra ainda que esta solução não minimiza a medida de entropia de ordem zero (círculo amarelo). A medida de entropia de ordem zero pode ser reduzida (círculo preto na Figura 6d) sem modificar substancialmente o valor da entropia de ordem um, produzindo uma solução muito estreita (linha preta no painel inferior da Figura 6c) e um ajuste aceitável (linha preta no painel superior da Figura 6c). Assim, se a bacia for profunda, a minimização da entropia de ordem um é insuficiente para favorecer soluções semelhantes à bacia B2. Neste caso é necessário “maximizar” a medida de entropia de ordem zero para impedir que soluções semelhantes à bacia B3 sejam favorecidas. A maximização de $Q_0(p)$ na realidade é apenas uma maneira de impedir a sua excessiva minimização.

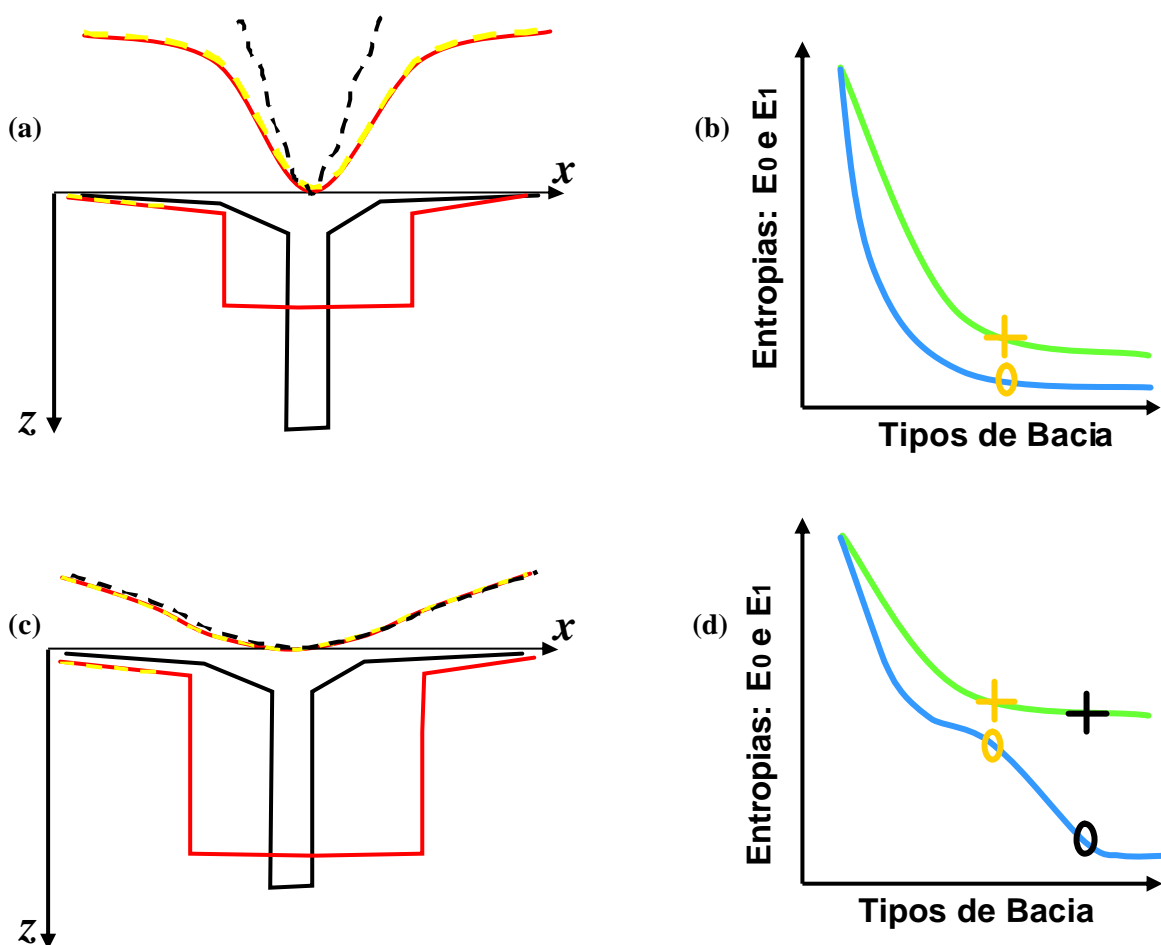


Figura 6—Representação esquemática de bacias com relevo descontínuo. (a) Relevo de uma bacia rasa (linha vermelha no painel inferior) e a respectiva anomalia (linha vermelha no painel superior). Em linha amarela no painel inferior a solução que minimiza ao mesmo tempo $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$; em linha amarela no painel superior, o respectivo ajuste. Em linhas pretas, a bacia associada a valores muito baixos de $Q_0(p)$ e sua respectiva anomalia. (b) Entropias de ordens zero e um da solução mostrada em (a) minimizando $Q_1(p)$ (cruz) e $Q_0(p)$ (círculo), que estabilizam em patamares. (c) Relevo de uma bacia profunda (linha vermelha no painel inferior) e a respectiva anomalia (linha vermelha no painel superior). Em linha amarela no painel inferior a solução que minimiza $Q_1(p)$, mas não $Q_0(p)$; em linha amarela no painel superior, o respectivo ajuste. Em linhas pretas, em ambos os painéis, a solução que minimiza $Q_0(p)$ e $Q_1(p)$. (d) Entropias de ordens zero e um das soluções mostradas em (c) minimizando $Q_1(p)$, mas não $Q_0(p)$ (cruz e círculo amarelos) e minimizando tanto $Q_0(p)$ como $Q_1(p)$ (cruz e círculo pretos).

A análise acima sugere a existência de três faixas de profundidade onde a regularização entrópica assume comportamentos distintos. A primeira (Figuras 7a e 7b) abriga

fontes rasas (linha vermelha no painel inferior da Figura 7b), para as quais o sinal gravimétrico é forte, impedindo a minimização extrema da entropia de ordem zero. Nesta faixa, não há, portanto, necessidade de impor a “maximização” de $Q_0(p)$ para impedir a sua minimização excessiva. A minimização de $Q_1(p)$ nesta faixa é suficiente para se obterem soluções estáveis, apresentando excelente delineamento do relevo do embasamento, inclusive de suas descontinuidades (linha amarela no painel inferior da Figura 7b). A segunda faixa (Figuras 7c e 7d) abriga fontes situadas em um nível intermediário de profundidade (linha vermelha no painel inferior da Figura 7d), em que o sinal gravimétrico é razoavelmente forte, mas não consegue impedir a minimização excessiva de $Q_0(p)$, sendo esta minimização impedida apenas com a combinação da maximização da entropia de ordem zero com a minimização da entropia de ordem um ($\lambda_0 > 0$ e $\lambda_1 > 0$). Esta combinação é necessária e suficiente para delinear, de modo estável, o relevo do embasamento da bacia, inclusive localizando as descontinuidades (linha amarela no painel inferior da Figura 7d). A terceira faixa (Figuras 7e e 7f) abriga fontes muito profundas (linha vermelha no painel inferior da Figura 7f) que produzem um sinal extremamente fraco, não sendo possível reconstituir as descontinuidades do relevo do embasamento. As soluções obtidas com $\lambda_0 > 0$ e $\lambda_1 > 0$, para valores pequenos de λ_1 , são semelhantes àquelas obtidas através da suavidade global e ajustam as observações. O aumento dos valores atribuídos a λ_1 leva a estimativas não realísticas do relevo já que todos os prismas do modelo interpretativo, à exceção de apenas um, apresentarão, neste caso, espessura estimada próxima a zero, não ajustando as observações como mostra a solução em preto na Figura 7f.

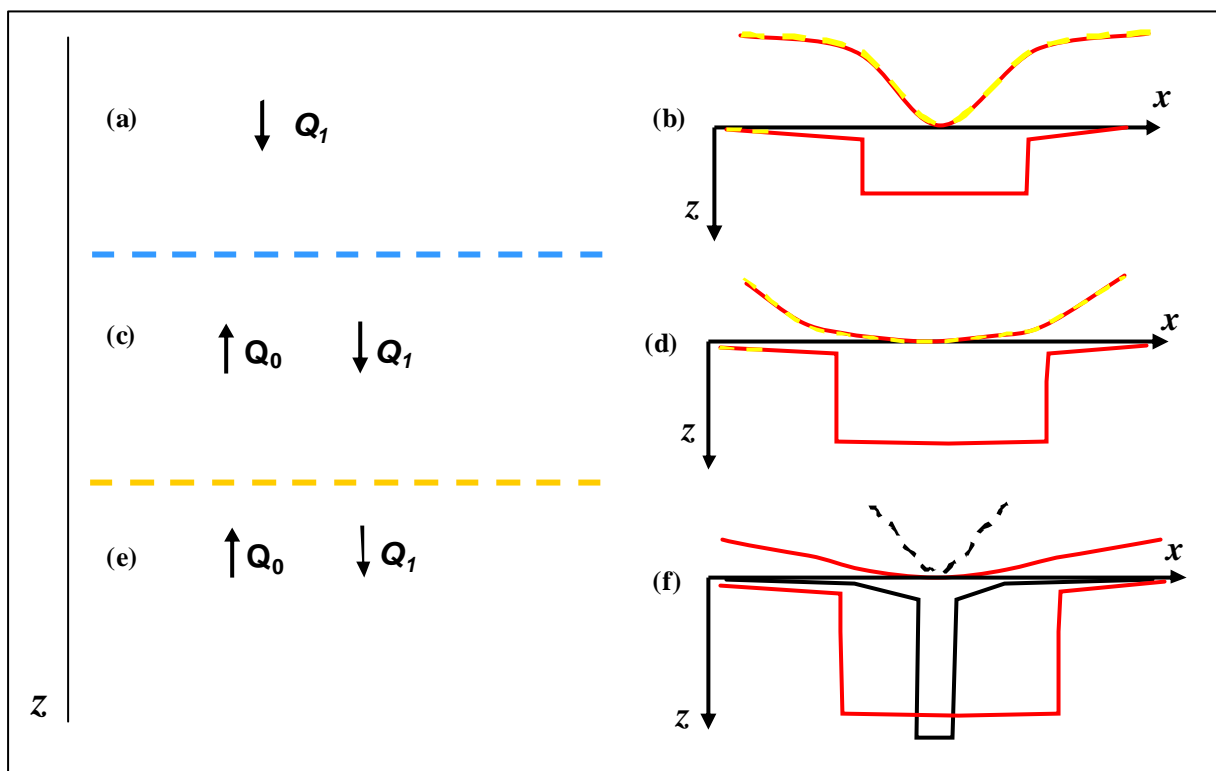


Figura 7 – Representação esquemática das faixas de profundidade associadas a comportamentos distintos da regularização entrópica. (a) Faixa superficial contendo fontes rasas (mostradas em (b)). Nesta faixa apenas a minimização de $Q_1(p)$ é suficiente para obter boas estimativas do relevo. (c) Faixa intermediária contendo fontes mais profundas (d) que as da faixa superficial. Nesta faixa a maximização de $Q_0(p)$ (além da minimização de $Q_1(p)$) é necessária para a obtenção de boas soluções. (e) Faixa muito profunda contendo fontes (f) cujo sinal gravimétrico é muito fraco para permitir o delineamento das discontinuidades do relevo, mesmo com $\lambda_0 \neq 0$ e $\lambda_1 \neq 0$.

Assim, ressaltamos que, na regularização entrópica voltada à determinação de discontinuidades do relevo do embasamento, a maximização da entropia de ordem zero ou não é necessária ou é introduzida apenas para evitar a sua minimização excessiva, não levando a um valor máximo de fato de $Q_0(p)$.

Nos casos acima em que $\lambda_0 \neq 0$ ou $\lambda_1 \neq 0$, estes valores são determinados de acordo com o critério estabelecido na próxima seção.

Escolha dos parâmetros α e β

Valores altos do parâmetro α favorecem descontinuidades nas estimativas das espessuras dos prismas contíguos. Um valor pequeno de α (mas suficiente para estabilizar a solução) produz uma solução semelhante à obtida com o estimador de suavidade global, ao passo que um valor muito alto produz soluções exibindo descontinuidades espúrias nas estimativas das espessuras dos prismas. Estas oscilações não são devidas à instabilidade, mas à tentativa de estimar fontes com limites mais nítidos. Assim, α , semelhantemente a β , deve ser o maior valor positivo que produza soluções estáveis sem, no entanto, apresentar um número maior de descontinuidades que o esperado para o embasamento sendo interpretado. Ao parâmetro β , por sua vez, deve ser atribuído, inicialmente, um valor muito pequeno, incluindo zero. Se a geometria da solução (pacote sedimentar) for reduzida a uma forma cujas dimensões horizontais são substancialmente menores que aquelas esperadas para a fonte verdadeira, o valor atribuído a β deve ser aumentado.

Critério de parada

O processo iterativo é interrompido de acordo com o critério descrito a seguir. Considere a distribuição da medida de entropia de primeira ordem, $Q_I(p)$, ao longo das iterações (Figura 8). Definimos uma medida da razão normalizada do decaimento de $Q_I(p)$ na iteração $k+1$ como $\text{grad}_{k+1}^{(1)} = \left| \frac{Q_{1,k+1} - Q_{1,k}}{Q_{1,k+1}} \right|$. Se $\text{grad}_{k+1}^{(1)}$ for menor do que 0,005 por cinco iterações consecutivas, presumimos que a distribuição de $Q_I(p)$ ao longo das iterações está convergindo para um nível aproximadamente constante e conseqüentemente o processo iterativo é interrompido, como ilustrado na Figura 8.

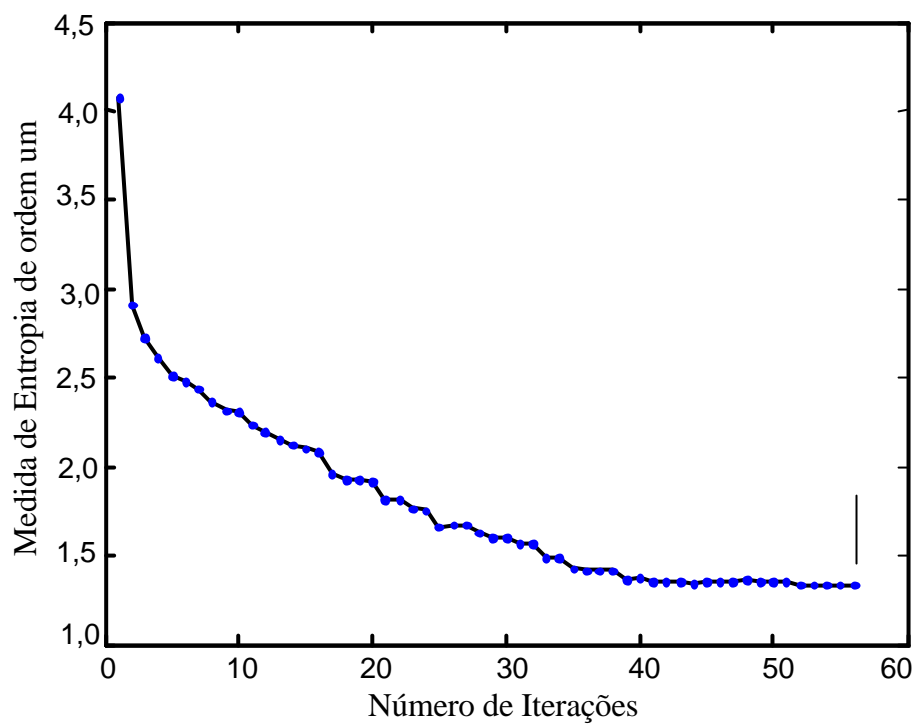


Figura 8 – Distribuição das medidas de entropia de ordem um (linha preta com pontos azuis) ao longo das iterações, ilustrando o critério de parada. O processo iterativo foi interrompido na iteração 56 (seta vertical).

3 REGIÃO DE VALIDADE TEÓRICA

Nesta seção ilustraremos, através de experimentos com dados sintéticos, a existência das três faixas de profundidade previstas no capítulo de Metodologia: a faixa rasa em que apenas $\rho_1 \neq 0$ é suficiente para delinear as falhas no embasamento, a faixa intermediária onde as falhas no relevo do embasamento só são delineadas com $\rho_0 \neq 0$ e $\rho_1 \neq 0$, e a faixa profunda em que o delineamento das falhas não é possível, mesmo com $\rho_0 \neq 0$ e $\rho_1 \neq 0$. Nestes experimentos trabalharemos com o modelo de um graben (Figura 9) limitado por falhas verticais com rejeito d e profundidade do ponto médio da escarpa produzida pela falha igual a H . Ilustraremos o mapeamento das três regiões no plano d - H apenas para o caso em que o contraste de densidade do pacote sedimentar é constante.

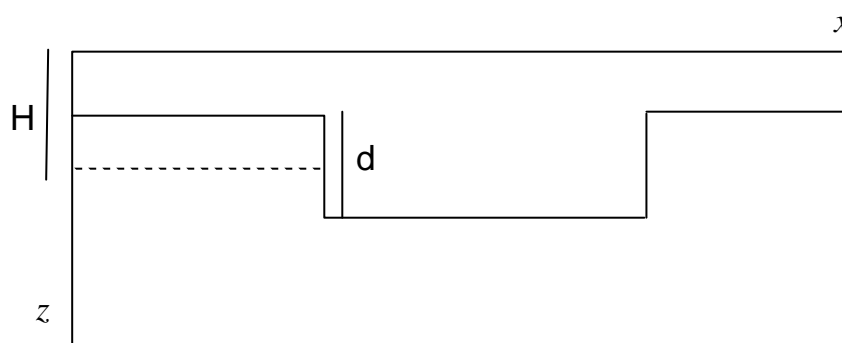


Figura 9 – Modelo de um graben, em que d é o rejeito e H a profundidade do ponto médio da escarpa formada pela falha.

A sistemática para a construção do mapeamento consistiu em fixar valores para d e incrementar o valor de H a partir do valor $d/2$, produzindo a anomalia do embasamento falhado definida pelo par (d, H) . A seguir, a anomalia é invertida usando o método da regularização entrópica com o contraste de densidade correto, primeiramente para $\rho_0=0$ e $\rho_1 \neq 0$. Se as falhas são corretamente delineadas, o ponto (d, H) é presumido pertencer à faixa rasa; o valor de H é incrementado e o processo se repete. Se as falhas não são corretamente determinadas, fazemos $\rho_0 \neq 0$ e $\rho_1 \neq 0$ e repetimos a inversão. Se a solução delinear as falhas, o ponto (d, H) é presumido pertencer à faixa intermediária; o valor de H é incrementado e o processo se repete. Se as falhas

não são corretamente delineadas, mesmo com $\theta_0 \neq 0$ e $\theta_1 \neq 0$, o ponto (d, H) é presumido pertencer à faixa profunda e a busca se encerra para o valor fixado para d , que agora é incrementado e o processo repetido.

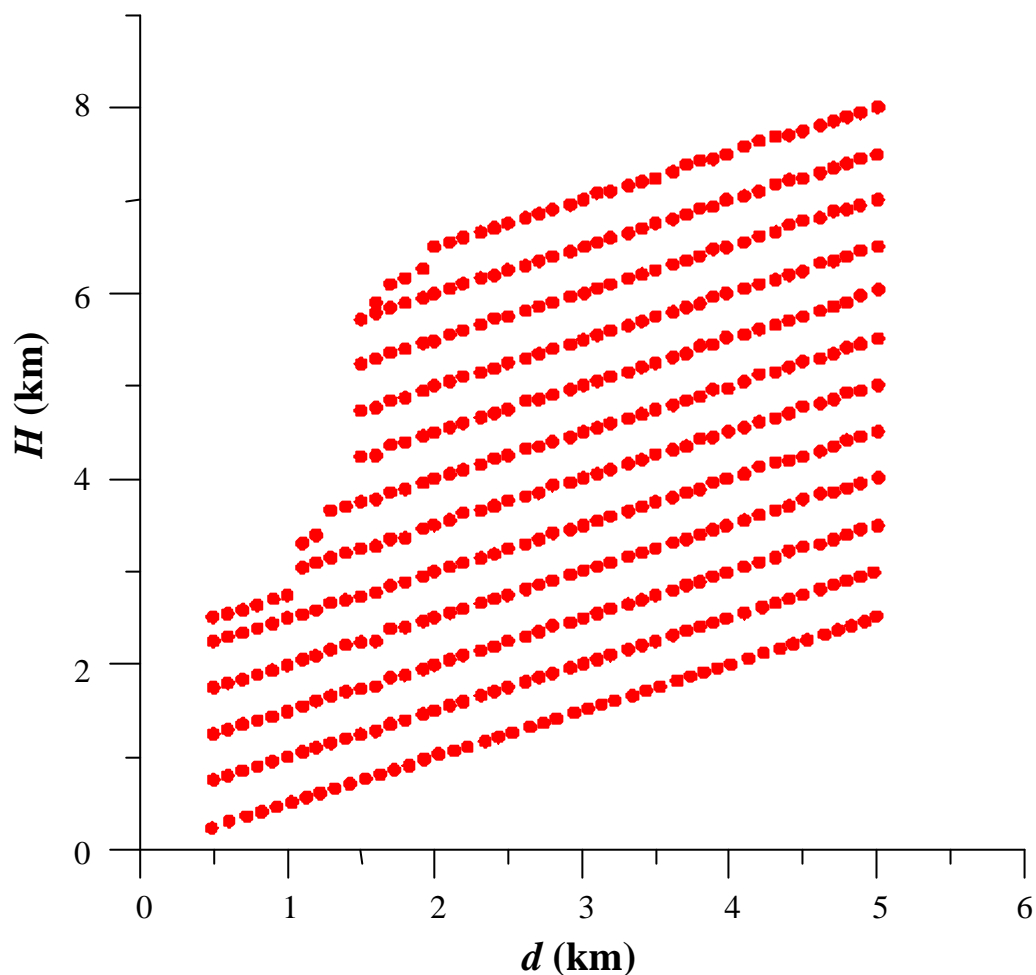


Figura 10 – Localização dos pares (d, H) , referentes ao modelo mostrado na Figura 9, usados para delinear as regiões R1, R2 e R3 mostradas na Figura 11.

Os valores atribuídos a d variaram de 0,5 km a 5,0 km com espaçamento de 0,1 km enquanto os valores atribuídos a H variaram com espaçamento de 0,5 km. A Figura 10 mostra as localizações dos pares de valores de d e H usados para o mapeamento das regiões. A Figura 11 mostra o mapa das faixas: rasa (região R₁), intermediária (região R₂) e profunda (região R₃).

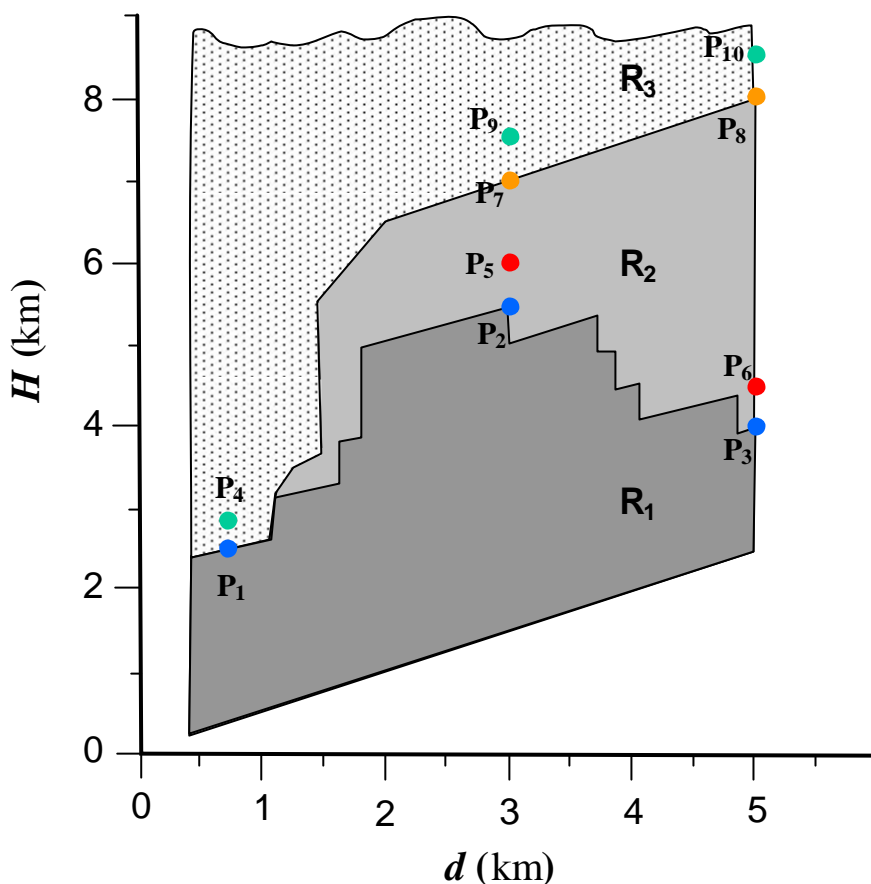


Figura 11 – Mapa das faixas rasa (R_1), intermediária (R_2) e profunda (R_3) para o modelo mostrado na Figura 9.

Note que, para valores de d menores que 1,2 km, a região R_2 não existe. O mapeamento da Figura 11 foi obtido através da análise das soluções correspondentes aos pares (d, H) mostrados na Figura 10. Apenas para ilustrar como estas faixas foram mapeadas, mostraremos a seguir as soluções localizadas na vizinhança de suas bordas. A delimitação da borda superior da região R_1 está exemplificada por soluções obtidas apenas pela minimização da entropia de primeira ordem, que estão identificadas na Figura 11 pelos círculos azul e verde em $d=0,75$ km, e pelos círculos azuis e vermelhos em $d=3,0$ km e $d=5,0$ km. Os círculos azuis, ilustrados pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 , representam soluções situadas na borda da região R_1 . Elas ainda delineiam muito bem as descontinuidades do embasamento (Figuras 12b, 13b e 14b para $d=0,75$ km, $d=3,0$ km e $d=5,0$ km, respectivamente). Os respectivos ajustes são mostrados nas Figuras 12a, 13a e 14a em linha preta. O círculo verde, ponto P_4 , em $d=0,75$ km e os círculos vermelhos, pontos P_5 e P_6 , em $d=3,0$ km e $d=5,0$ km, por sua vez, representam soluções situadas

fora da região R_1 e não delimitam as descontinuidades minimizando apenas $Q_1(p)$ (Figuras 15b, 16b e 17b, respectivamente). O círculo verde situa-se na região R_3 e os vermelhos na região R_2 . Os respectivos ajustes são mostrados nas Figuras 15a, 16a e 17a.

A delimitação da borda inferior da região R_2 está exemplificada pelas soluções usando a maximização da entropia de ordem zero combinada com a minimização da entropia de primeira ordem, que estão identificadas pelos círculos vermelhos, pontos P_5 e P_6 , em $d=3,0$ km e $d=5,0$ km. Os círculos vermelhos representam os mesmos modelos verdadeiros mostrados nas Figuras 16b e 17b, mas agora, através do uso da maximização da entropia de ordem zero combinada com a minimização da entropia de primeira ordem foi possível reconstituir o relevo falhado do embasamento da bacia sedimentar (Figuras 18b e 19b). Os respectivos ajustes são mostrados nas Figuras 18a e 19a em linha preta.

A delimitação da borda superior da região R_2 está exemplificada pelas soluções representadas por círculos laranjas e verdes na Figura 11. As soluções correspondentes aos círculos laranja, pontos P_7 e P_8 , em $d=3,0$ km e $d=5,0$ km delineiam o relevo falhado do embasamento (Figuras 20b e 21b), sendo os respectivos ajustes indicados nas Figuras 20a e 21a em linha preta. As soluções correspondentes aos círculos verdes, pontos P_9 e P_{10} , em $d=3,0$ km e $d=5,0$ km (Figura 11) foram obtidas através da combinação da minimização da entropia de primeira ordem com a maximização da entropia de ordem zero e não delineiam as descontinuidades (Figuras 22b e 23b). Os respectivos ajustes são mostrados nas Figuras 22a e 23a.

A região R_3 apresenta a borda superior aberta. A delimitação da sua borda inferior está ilustrada pelas soluções representadas pelos círculos verdes, que não delineiam as falhas no embasamento. Em $d=0,75$ km, a correspondente solução (Figura 15b) ilustrada pelo ponto P_4 foi obtida minimizando apenas a entropia de ordem um, uma vez que a região R_2 não existe para esse valor de d . Os círculos verdes, correspondentes aos pontos P_9 e P_{10} , em $d=3,0$ km e $d=5,0$ representam soluções (Figuras 22b e 23b) obtidas através da combinação da minimização da entropia de primeira ordem com a maximização da entropia de ordem zero.

Vale ressaltar que as regiões mapeadas na Figura 11 são válidas somente para o modelo de graben representado na Figura 9.

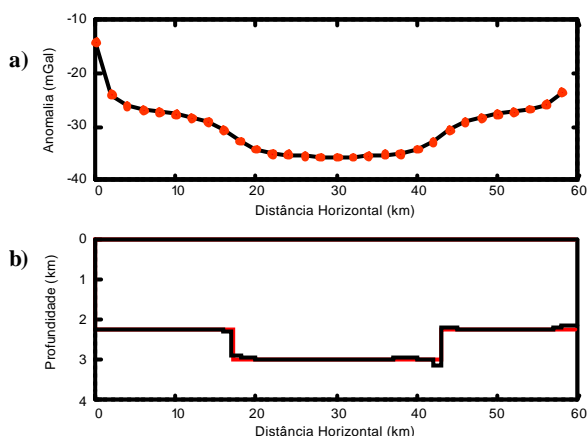


Figura 12 - Resultado ilustrado pelo ponto R. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=0,75$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\alpha = 0$ e $\alpha = 0,0325$ (linha preta).

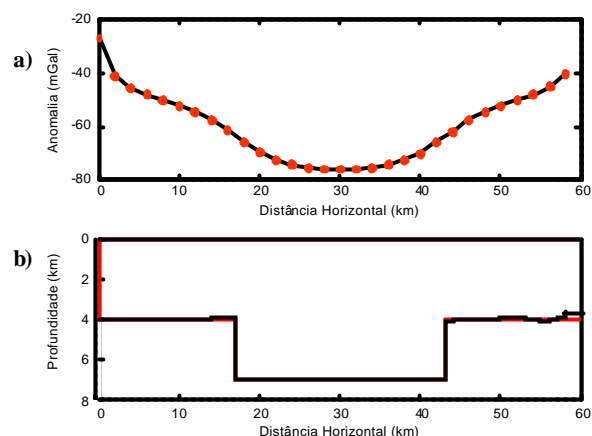


Figura 13 - Resultado ilustrado pelo ponto R. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\alpha = 0$ e $\alpha = 0,275$ (linha preta).

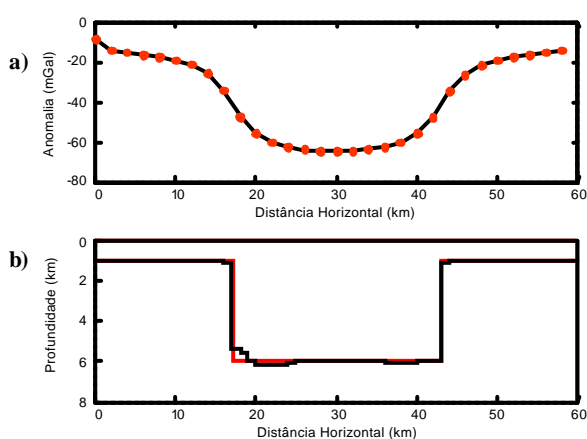
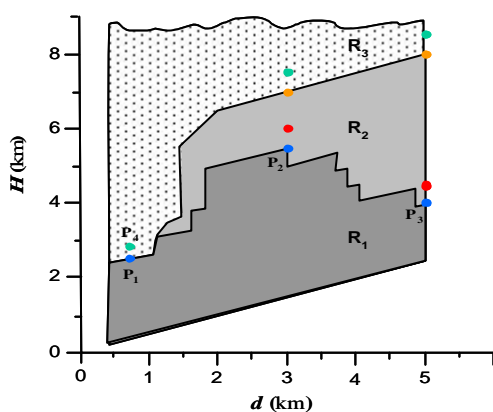


Figura 14 - Resultado ilustrado pelo ponto R. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\alpha = 0$ e $\alpha = 0,475$ (linha preta).

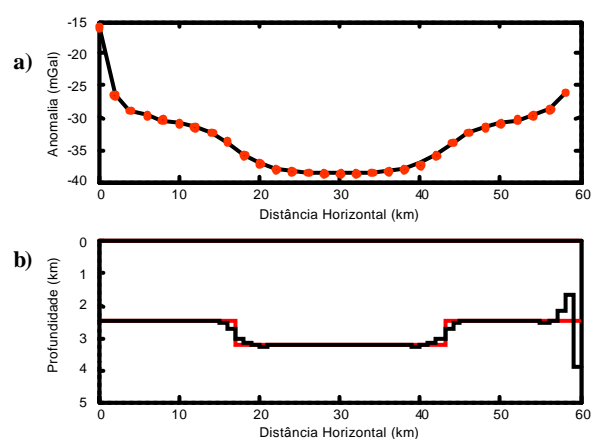


Figura 15 - Resultado ilustrado pelo ponto R. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=0,75$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\alpha = 0$ e $\alpha = 0,0975$ (linha preta).

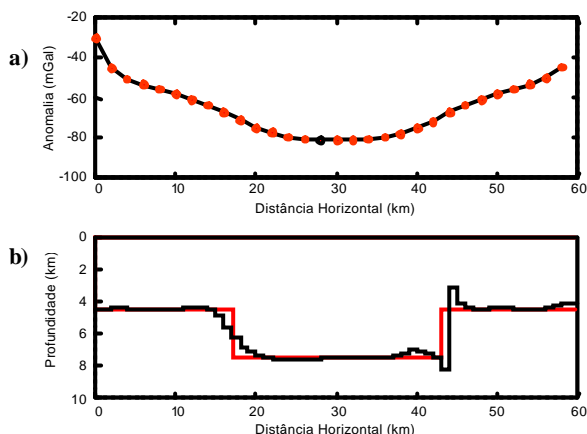


Figura 16 - Resultado ilustrado pelo ponto B. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = 0,395$ (linha preta).

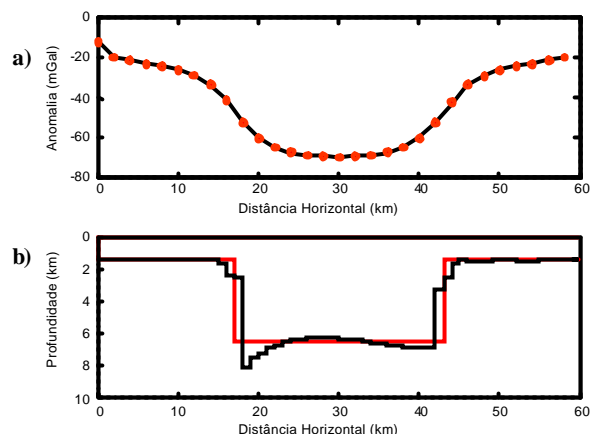


Figura 17 - Resultado ilustrado pelo ponto B. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 0$ e $\lambda_2 = 0,750$ (linha preta).

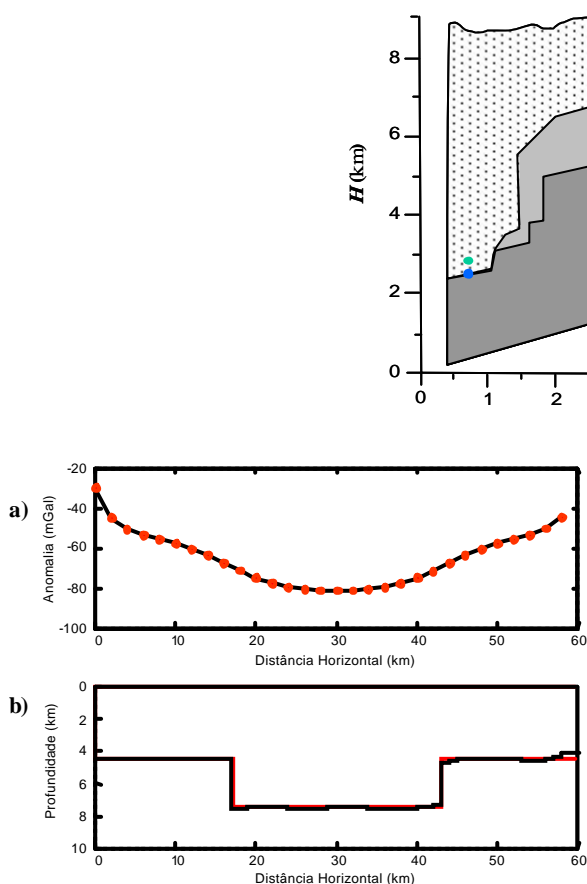


Figura 18 - Resultado ilustrado pelo ponto B. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 0,165$ (linha preta).

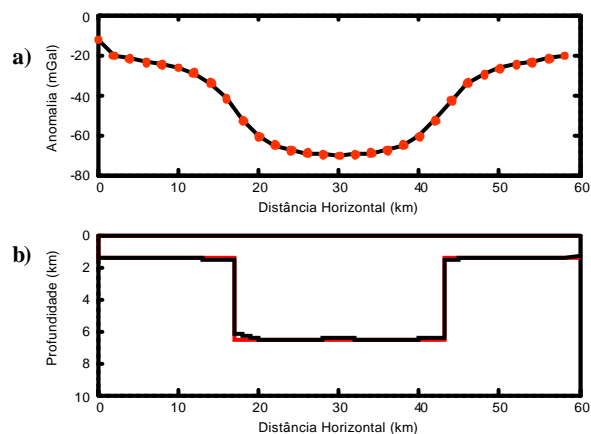
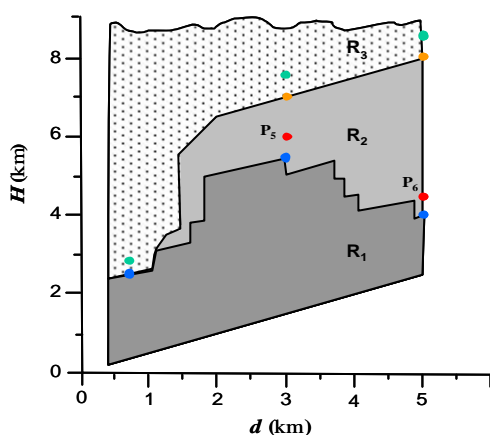


Figura 19 - Resultado ilustrado pelo ponto B. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 2$ e $\lambda_2 = 0,750$ (linha preta).

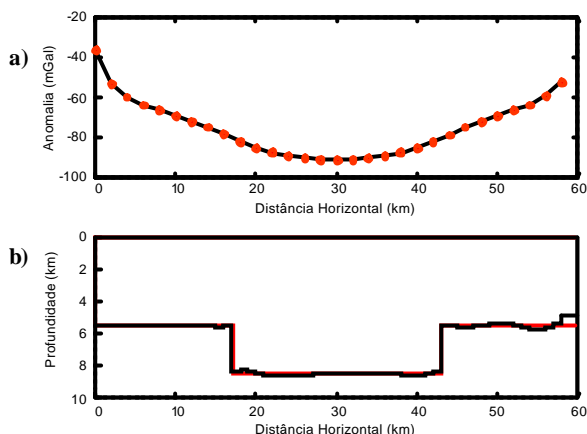


Figura 20 - Resultado ilustrado pelo ponto P_7 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma_1 = 2$ e $\gamma_2 = 0,0375$ (linha preta).

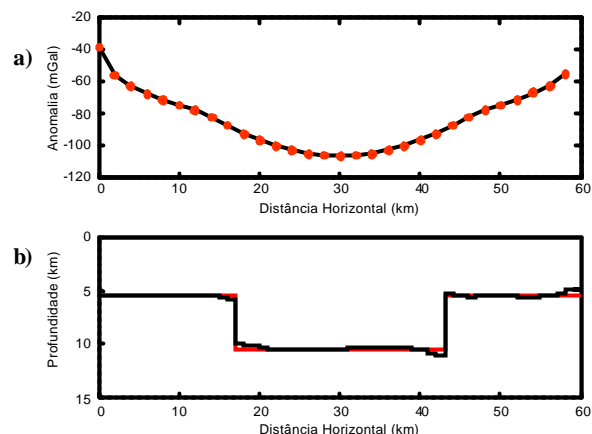


Figura 21 - Resultado ilustrado pelo ponto P_8 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma_1 = 2,5$ e $\gamma_2 = 0,525$ (linha preta).

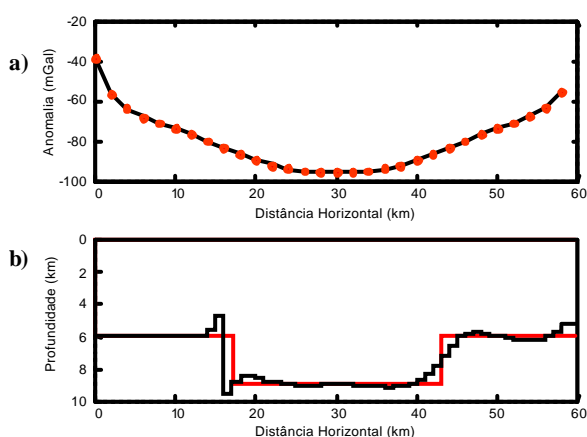
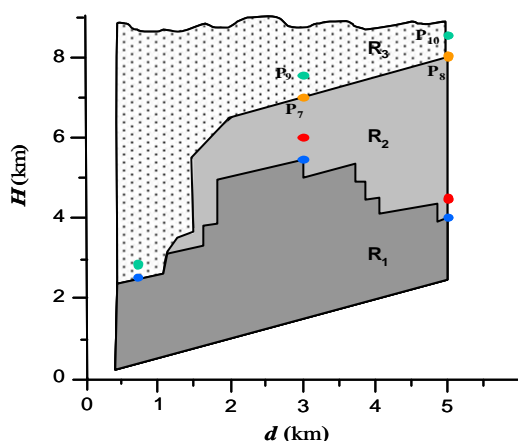


Figura 22 - Resultado ilustrado pelo ponto P_8 . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=3$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma_1 = 2$ e $\gamma_2 = 0,165$ (linha preta).

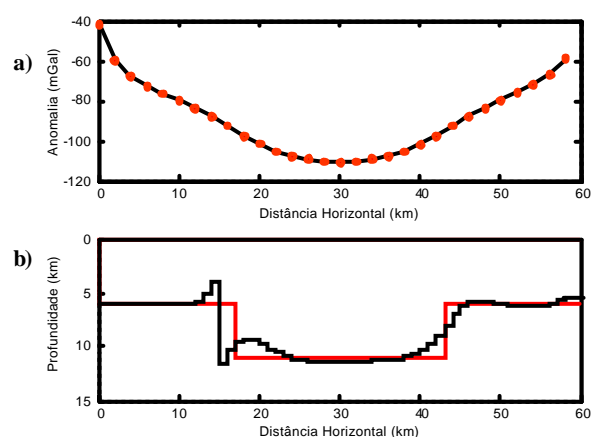


Figura 23 - Resultado ilustrado pelo ponto P_{10} . (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro com $d=5$ km (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\gamma_1 = 2,5$ e $\gamma_2 = 0,675$ (linha preta).

4 TESTES COM DADOS SINTÉTICOS

Nesta seção apresentamos aplicações do método proposto a dados gravimétricos sintéticos. As anomalias geradas através da equação (3) são produzidas por bacias 2D simuladas, apresentando contrastes de densidade constantes ou variáveis. A solução do problema gravimétrico inverso no plano $x-z$ é obtida pelo método da regularização entrópica, [minimante da equação (16) fazendo tanto $\alpha=0$ e $\beta=0$, como $\alpha=0$ e $\beta=0$]. Três ambientes geológicos são simulados: (i) bacias intracratônicas apresentando relevo do embasamento suave, (ii) bacias intracratônicas com o relevo do embasamento predominantemente suave, mas apresentando, localmente descontinuidades abruptas e (iii) bacias marginais apresentando falhas escalonadas. As soluções estabilizadas pela regularização entrópica são comparadas àquelas obtidas pelos métodos da *suavidade global* [minimante da equação (7) com $\alpha=0$] e da *suavidade ponderada* [minimante da equação (10) com $\alpha=0$ e $\beta=0$].

Em todos os testes, os contrastes de densidade empregados na inversão, constantes ou variáveis, coincidem com aqueles empregados na geração das anomalias teóricas.

4.1 BACIAS INTRACRATÔNICAS COM O RELEVO DO EMBASAMENTO SUAVE.

Nesta seção simulamos o ambiente de bacias situadas sobre regiões cratônicas no interior de uma placa litosférica, ou seja, regiões tectonicamente estáveis ou ligeiramente instáveis. O processo de formação desse tipo de bacia é explicado através da existência de um rift inicial ou de um *hot spot*, através dos quais houve ascensão de material da crosta inferior ou do manto, normalmente mais densos, e que se tornaram menos densos que o material subjacente devido à expansão térmica. Após o resfriamento, esse material volta a ser mais denso e sofre subsidência lenta e sem grandes movimentações, criando condições para o desenvolvimento de depressões no interior do cráton, como é o caso da Bacia do Amazonas.

4.1.1 Densidade constante

A Figura 24a mostra em pontos vermelhos as observações gravimétricas geradas por uma bacia sedimentar 2-D, simulada, cujo relevo do embasamento é predominantemente suave (linha vermelha na Figura 24b). O relevo do embasamento desta bacia está a 3,45 km de profundidade e o contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos é de $-0,3 \text{ g/cm}^3$. As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal.

A Figura 24b mostra, em linha preta, a inversão da anomalia da Figura 24a, produzida pelo método da regularização entrópica, com $M=60$, $\lambda_1 = 1,75$ e $\lambda_2 = 0$. Nota-se visualmente o excelente delineamento do relevo do embasamento. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 24a em linha preta. Na Figura 25 mostramos as distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações necessárias à obtenção da solução estabilizada pela regularização entrópica. A convergência ocorreu na iteração 20.

A solução produzida pelo método clássico da suavidade global usando $M=60$ e $\lambda_1=1,25$, mostrada em linha preta na Figura 26b, apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento da bacia sedimentar. A Figura 26a mostra, em linha preta, a anomalia gravimétrica ajustada.

Na Figura 27b em linha preta, apresentamos a inversão da mesma anomalia das Figuras 24a e 26a, produzida pelo método da suavidade ponderada, com $M=90$, $\lambda_s = 1,95$, $\lambda_r = 0,0001$ e a premissa que a profundidade máxima da bacia seja de 3,45 km. O número de prismas para o caso da suavidade ponderada é maior que aquele usado para a regularização entrópica e para a suavidade global porque a suavidade ponderada apresenta melhor desempenho quando o número de parâmetros é bem maior que o número de observações. A solução estimada produz excelente delineamento do relevo do embasamento. A anomalia ajustada está representada na Figura 27a em linha preta.

O estimador da suavidade global (Figura 26b), como esperado, produziu bons resultados, uma vez que o relevo do embasamento apresenta, de fato, o atributo presumido de suavidade. As soluções da suavidade ponderada (Figura 27b) e da regularização entrópica

(Figura 25b), embora projetados para fornecer estimativas de relevos descontínuos do embasamento, produziram excelentes estimativas, mostrando a sua robustez.

Regularização Entrópica

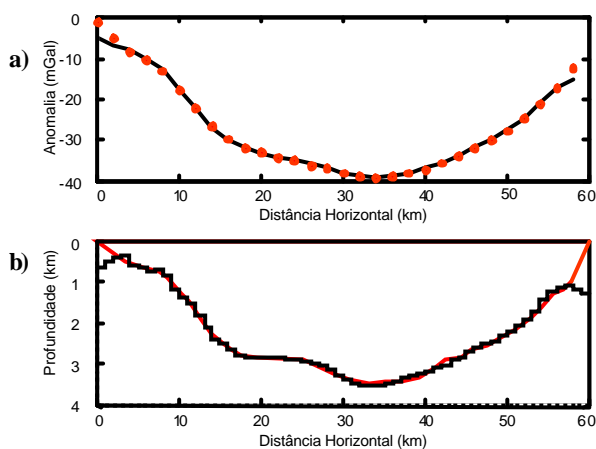


Figura 24 – Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda = 1,75$ e $\lambda = 0$ (linha preta).

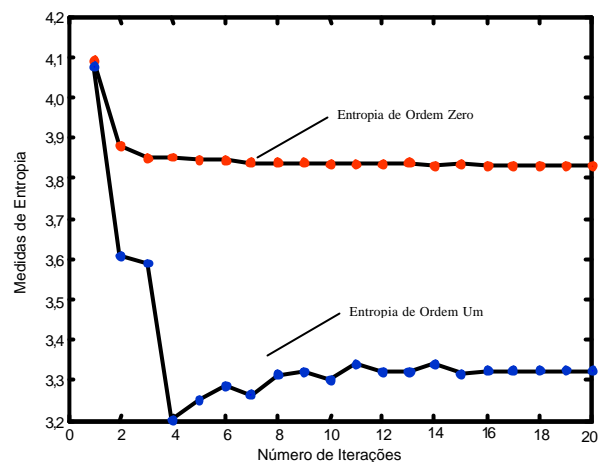


Figura 25 – Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 20.

Suavidade Global

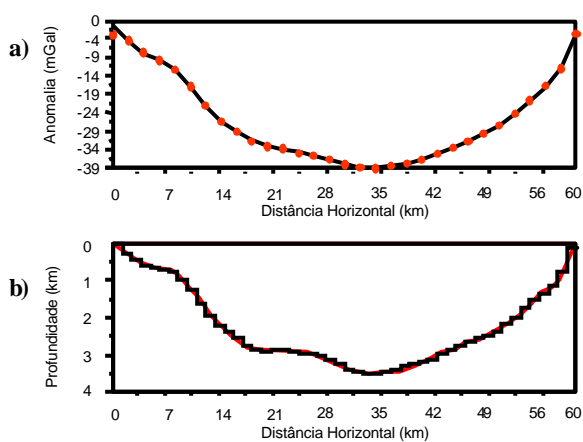


Figura 26 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\lambda = 1,25$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

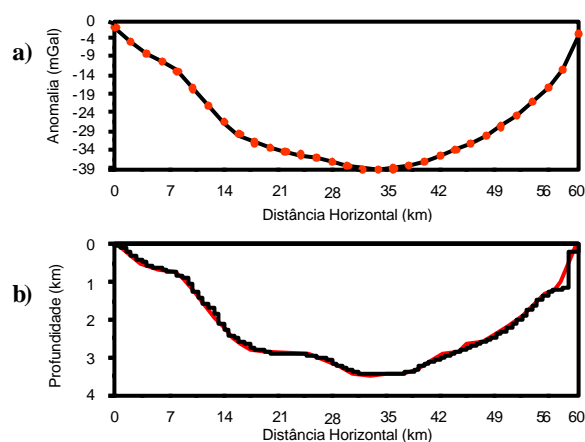


Figura 27 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 1,95$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).

4.1.2 Densidade variando com a profundidade

A Figura 28a mostra, em pontos vermelhos, as observações gravimétricas geradas por uma bacia simulada, 2D, cujo relevo do embasamento é suave, mostrado em linha vermelha, (Figura 28b). O contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos varia segundo a lei hiperbólica dada na equação (1), com $\alpha=1,5$ km e $\rho_0=-0,5$ g/cm³. As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal.

A Figura 28b mostra, em linha preta, a inversão da anomalia da Figura 28a, produzida pelo método da regularização entrópica, com $M=60$, $\alpha_s = 1,25$ e $\alpha_r = 0$. A solução obtida apresentou excelente delineamento da bacia sedimentar. A Figura 28a mostra, em linha preta, a anomalia ajustada. A Figura 29 mostra as distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações necessárias à obtenção da solução estabilizada pela regularização entrópica. A convergência ocorreu na iteração 30.

A Figura 30b mostra, em linha preta, a solução produzida pelo método da suavidade global usando $\alpha_s=1,25$ e $M=60$. A solução obtida apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento. A Figura 30a mostra, em linha preta, a anomalia gravimétrica ajustada.

A Figura 31b mostra, em linha preta, a inversão da mesma anomalia das Figuras 28a e 30a, produzida pelo método da suavidade ponderada, com $M=120$, $\alpha_s = 1,95$ e $\alpha_r = 0,000001$ e presumindo que a profundidade máxima seja de 1,7 km. O relevo do embasamento foi muito bem delineado neste caso. A anomalia ajustada está representada na Figura 31a em linha preta.

Note que o estimador da suavidade global (Figura 30b) produziu um resultado equivalente aos da suavidade ponderada (Figura 31b) e da regularização entrópica (Figura 28b), conseguindo delinear o relevo do embasamento. Para a suavidade ponderada, foi necessário presumir um modelo interpretativo com 120 prismas elementares, ao passo que para a regularização entrópica e suavidade global foram necessários apenas 60 prismas. Apesar da regularização entrópica e da suavidade ponderada favorecerem relevos apresentando descontinuidades abruptas, as soluções aproximaram-se do relevo verdadeiro que é suave, demonstrando a robustez destes estimadores.

Regularização Entrópica

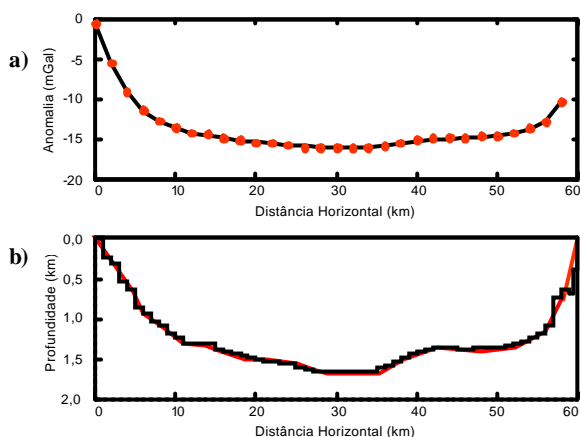


Figura 28 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\beta = 1,5$ km, $\gamma_s = 1,25$ e $\gamma_r = 0$ (linha preta).

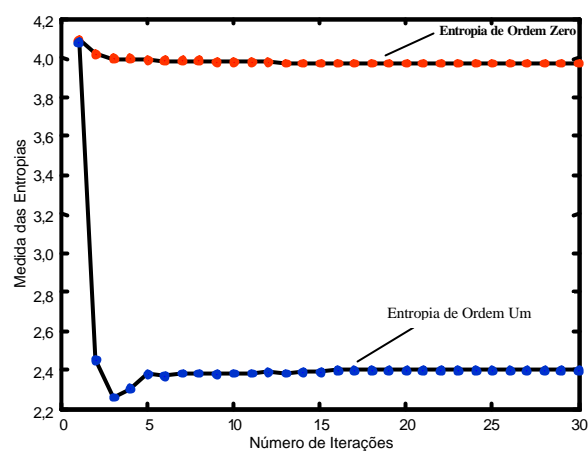


Figura 29 - Bacia intracratônica. Distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 30.

Suavidade Global

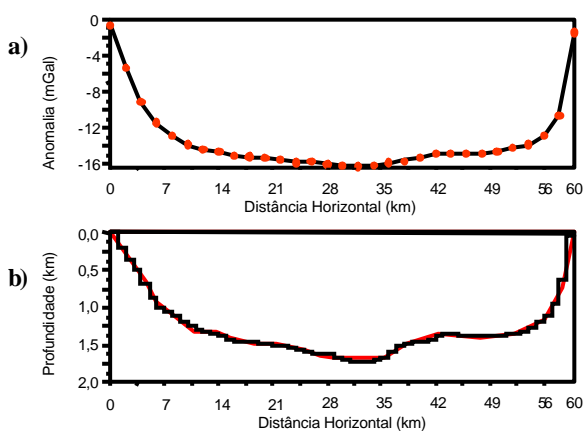


Figura 30 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\beta = 1,5$ km e $\gamma = 1,25$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

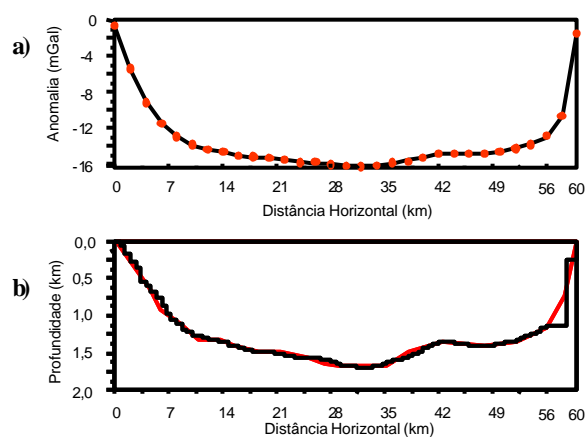


Figura 31 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\beta = 1,5$ km, $\gamma_s = 1,95$ e $\gamma_r = 0,000001$ (linha preta).

4.2 BACIAS INTRACRATÔNICAS COM O RELEVO DO EMBASAMENTO PREDOMINANTEMENTE SUAVE, MAS COM DESCONTINUIDADES ABRUPTAS LOCAIS.

Simulamos bacias que ocorrem em áreas tectonicamente estáveis, ou levemente instáveis, formadas por grandes depressões limitadas por falhas normais, semelhantes a um sistema composto por grabens e horst. O processo de formação dessas bacias pode estar associado ao desenvolvimento inicial de rifts no interior do continente, como a província Basin and Range, no estado de Nevada, Estados Unidos, ou a rifts abortados, adjacentes a margens continentais passivas como é o caso da Bacia do Recôncavo.

4.2.1 Densidade constante

A Figura 32a mostra em pontos vermelhos as observações gravimétricas geradas por uma bacia sedimentar simulada, 2-D, cujo embasamento (linha vermelha na Figura 32b) é em geral suave, mas apresenta localmente descontinuidades abruptas. O contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos é de $-0,24 \text{ g/cm}^3$. As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal.

A Figura 32b mostra, em linha preta, a inversão da anomalia da Figura 32a, produzida pelo método da regularização entrópica, com $M=60$, $\alpha = 0,75$ e $\beta = 0,025$. A solução apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento e de suas descontinuidades. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 32a em linha preta. A Figura 33 mostra as distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações necessárias à obtenção da solução estabilizada pela regularização entrópica. A convergência ocorreu na iteração 120.

A Figura 34b mostra, em linha preta, a solução produzida pela suavidade global com $M=60$ e $\alpha=1,35$. Nota-se que a estimativa não conseguiu delinear com exatidão o relevo do

embasamento, particularmente as suas descontinuidades. A Figura 34a mostra, em linha preta, a anomalia gravimétrica ajustada.

A Figura 35b mostra, em linha preta, a inversão da mesma anomalia das Figuras 32a e 34a, produzida pelo método da suavidade ponderada, com $M=90$, $\gamma_s = 1,95$, $\gamma_r = 0,0001$ e presumindo profundidade máxima de 2,0 km para a bacia. A solução obtida apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento, localizando inclusive as suas descontinuidades. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 35a em linha preta.

O método da suavidade global (Figura 34b), como esperado, produziu um resultado inferior aos da suavidade ponderada (Figura 35b) e da regularização entrópica (Figura 32b), não delineando as descontinuidades do relevo do embasamento. A suavidade ponderada e a regularização entrópica, por sua vez, produziram soluções equivalentes, delineando o relevo do embasamento, inclusive suas descontinuidades. A suavidade ponderada, no entanto, demandou um modelo interpretativo com 90 prismas elementares, ao passo que para a regularização entrópica foram necessários apenas 60 prismas. Além disso, a regularização entrópica, diferentemente da suavidade ponderada, não necessitou do conhecimento a priori sobre a profundidade máxima do embasamento.

Regularização Entrópica

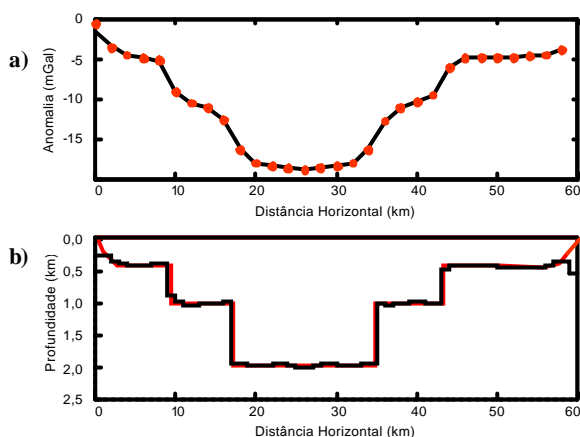


Figura 32 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda_s = 0,75$ e $\lambda_r = 0,025$ (linha preta).

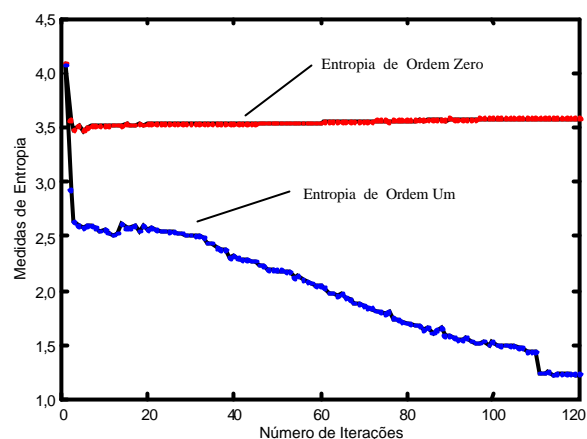


Figura 33 - Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 120.

Suavidade Global

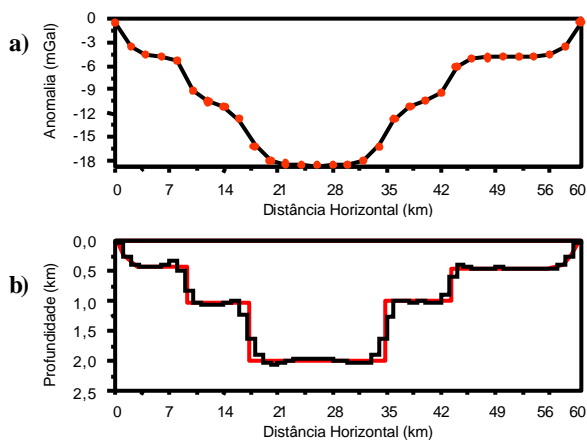


Figura 34 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\lambda = 1,35$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

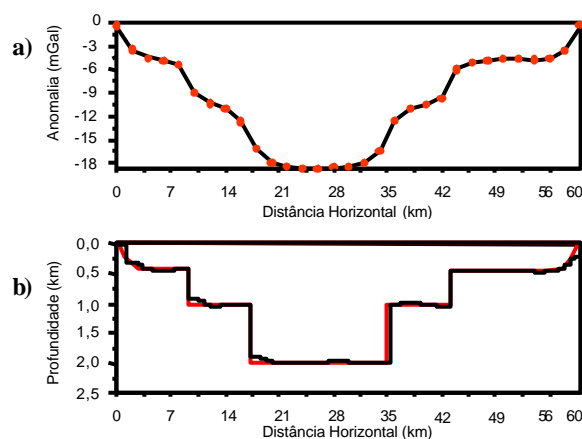


Figura 35 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 1,95$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).

4.2.2 Densidade variando com a profundidade

A Figura 36a mostra, em pontos vermelhos, as observações gravimétricas geradas por uma bacia sedimentar simulada, 2-D, cujo relevo do embasamento (linha vermelha na Figura 36b) é predominantemente suave, mas apresenta descontinuidades abruptas locais. A densidade é presumida variar com a profundidade de acordo com a lei hiperbólica da equação (1), com $z = 3,0$ km e $\rho_0 = -0,5$ g/cm³. As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal.

A Figura 36b mostra, em linha preta, a inversão da anomalia da Figura 36a, produzida pelo método da regularização entrópica, com $M=60$, $\alpha = 1,75$ e $\beta = 0,45$. A solução obtida apresentou um ótimo delineamento do relevo do embasamento e das suas descontinuidades. A anomalia gravimétrica ajustada é mostrada na Figura 36a em linha preta. A Figura 37 mostra as distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações necessárias à obtenção da solução estabilizada pela regularização entrópica. A convergência ocorreu na iteração 58.

A Figura 38b mostra, em linha preta, a solução produzida através da suavidade global com $M=60$ e $\alpha=1,35$. Nota-se que esta solução não conseguiu delinear o relevo do embasamento, particularmente as suas descontinuidades. A Figura 38a mostra, em linha preta, a anomalia gravimétrica ajustada.

A Figura 39b mostra, em linha preta, a inversão da mesma anomalia das Figuras 36a e 38a, sendo produzida pelo método da suavidade ponderada, com $M=90$, $\alpha_s = 1,45$ e $\alpha_r = 0,000001$ e a informação sobre a profundidade máxima do embasamento, que é 1,5 km. A solução apresentou um bom delineamento do relevo do embasamento, inclusive de suas descontinuidades. A anomalia ajustada está representada na Figura 39a em linha preta.

A estimativa do relevo produzida pelo método da suavidade global (Figura 38b), como esperado, foi inferior às da suavidade ponderada (Figura 39b) e da regularização entrópica (Figura 36b), não delineando as descontinuidades do relevo do embasamento. As soluções da suavidade ponderada e da regularização entrópica, por sua vez, delinearão o relevo do embasamento, inclusive suas descontinuidades, com precisões comparáveis. Para a suavidade ponderada, no entanto, foi necessário presumir um modelo interpretativo com 90 prismas

elementares, ao passo que para a regularização entrópica foram necessários apenas 60 prismas. Além disso, a regularização entrópica, diferentemente da suavidade ponderada, não necessitou o conhecimento a priori sobre a profundidade máxima do embasamento.

Regularização Entrópica

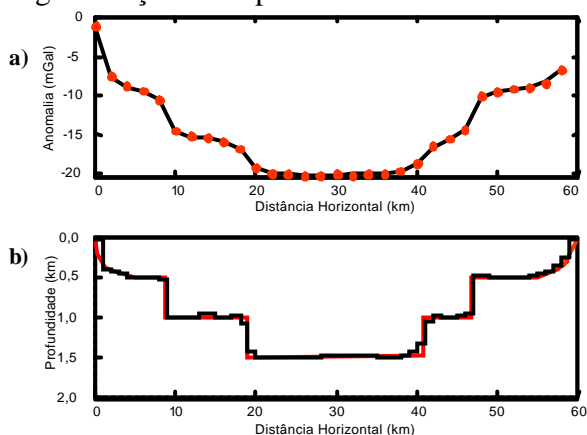


Figura 36 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\beta = 3,0$ km, $\rho_0 = -0,5$ g/cm³, $\rho_s = 1,75$ e $\rho_r = 0,45$ (linha preta).

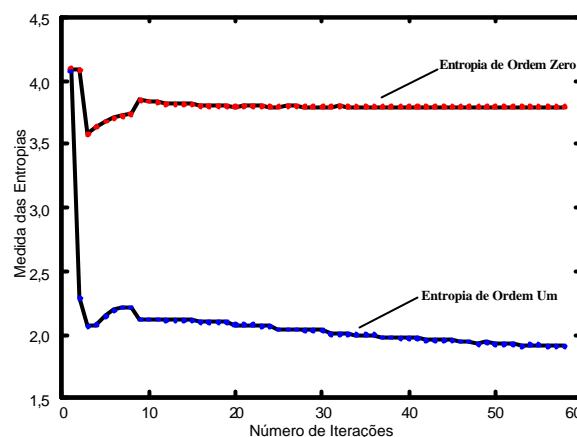


Figura 37 - Bacia intracratônica. Distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 58.

Suavidade Global

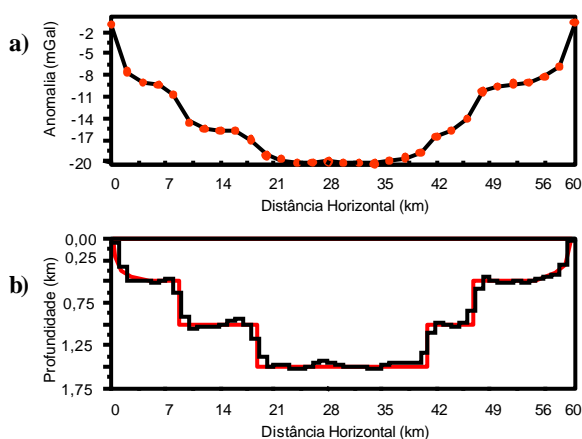


Figura 38 - Bacia intracratônica. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\beta = 3,0$ km e $\rho = 1,35$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

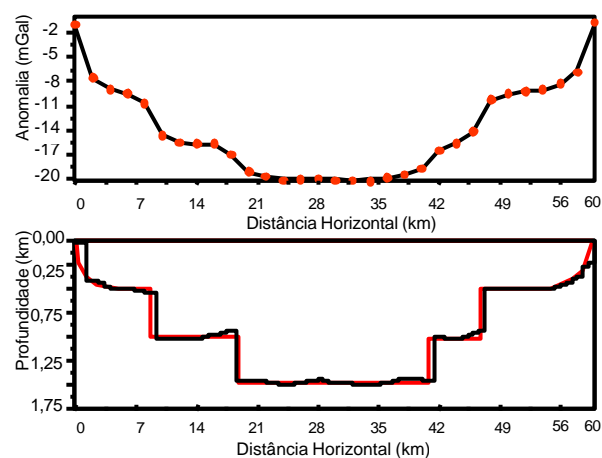


Figura 39 - Bacia intracratônica. Teste com dados sintéticos. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\beta = 3,0$ km, $\rho_s = 1,45$ e $\rho_r = 0,000001$ (linha preta).

4.3 BACIAS MARGINAIS

Nesta seção simulamos bacias sedimentares originadas pelo rompimento e afastamento de placas litosféricas. Estas bacias apresentam, normalmente, bordas lineares, delimitadas por falhas e ocorrem ao longo da costa. Uma vez que estas bacias são formadas por forças tectônicas distensoras, o seu embasamento é formado por falhas escalonadas, horsts e grabens, como é o caso das Bacias Marginais brasileiras, tais como Campos, Sergipe-Alagoas, Camamu-Almada.

A Figura 40a mostra, em pontos vermelhos, as observações gravimétricas geradas por uma bacia sedimentar simulada, 2-D, cujo embasamento (linha vermelha na Figura 40b) é em geral suave, apresentando, localmente, descontinuidades abruptas. O contraste de densidade entre o embasamento e os sedimentos é de $-0,3 \text{ g/cm}^3$. As observações gravimétricas teóricas foram contaminadas com ruído pseudo-aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal.

A Figura 40b mostra, em linha preta, a inversão da anomalia da Figura 40a, produzida pelo método da regularização entrópica, com $M=60$, $\lambda_1 = 1,5$ e $\lambda_2 = 0,089$. A solução apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento e de suas falhas. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 40a em linha preta. A Figura 41 mostra as distribuições das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações necessárias à obtenção da solução estabilizada pela regularização entrópica. A convergência ocorreu na iteração 99.

A Figura 42b mostra, em linha preta a solução produzida pela suavidade global com $M=60$ e $\lambda=2,85$. Nota-se que a solução não conseguiu delinear com exatidão o relevo do embasamento, particularmente as descontinuidades. A Figura 42a mostra, em linha preta, a anomalia gravimétrica ajustada.

A Figura 43b mostra, em linha preta, a inversão da mesma anomalia das Figuras 40a e 42a, produzida pelo método da suavidade ponderada, com $M=60$, $\lambda_s = 1,25$, $\lambda_r = 0,0001$ e presumindo profundidade máxima de 5,0 km para a bacia. A solução obtida apresentou excelente delineamento do relevo do embasamento, localizando inclusive as falhas. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 43a em linha preta.

O método da suavidade global (Figura 42b), como esperado, produziu um resultado inferior aos da suavidade ponderada (Figura 43b) e da regularização entrópica (Figura 40b), não

delineando as descontinuidades do relevo do embasamento. A suavidade ponderada e a regularização entrópica, por sua vez, produziram soluções equivalentes, delineando o relevo do embasamento, inclusive suas falhas. No entanto, a regularização entrópica, diferentemente da suavidade ponderada, não necessitou do conhecimento a priori sobre a profundidade máxima do embasamento.

Regularização Entrópica

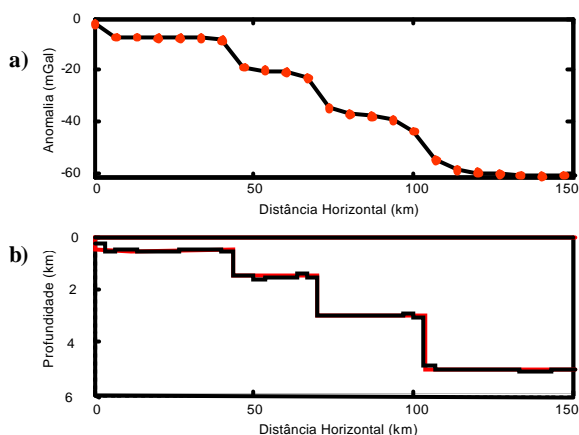


Figura 40 – Bacia marginal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da regularização entrópica com $\lambda = 1,5$ e $\lambda_r = 0,089$ (linha preta).

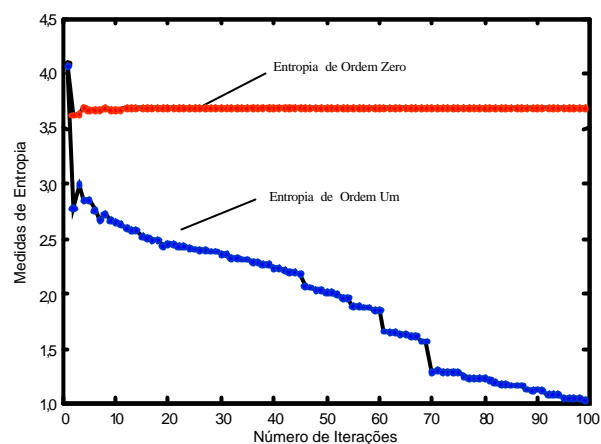


Figura 41 - Bacia intracratônica. Distribuição das medidas de entropia de ordens zero e um ao longo das iterações. A convergência ocorreu na iteração 99.

Suavidade Global

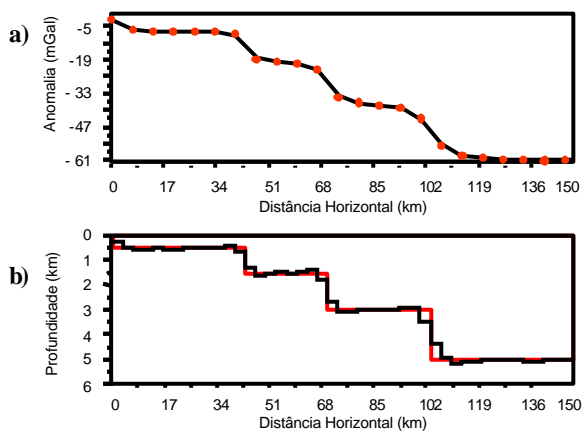


Figura 42 - Bacia marginal. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade global com $\lambda = 2,85$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

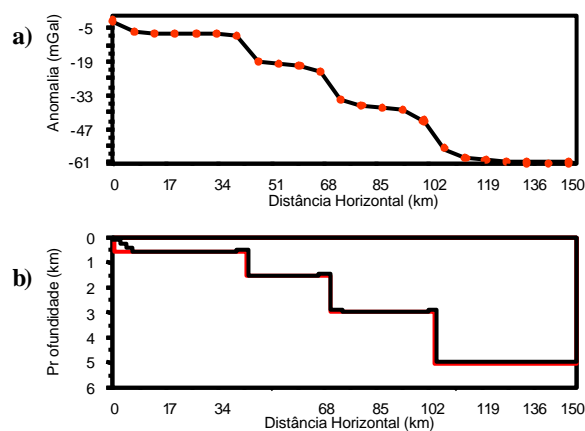


Figura 43 - Bacia marginal. Teste com dados sintéticos. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos verdadeiro (linha vermelha) e estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 1,25$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).

5 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

Iremos avaliar a potencialidade do método de inversão gravimétrica proposto neste trabalho, aplicando-o a quatro conjuntos de dados gravimétricos reais. O primeiro é proveniente da Ponte do Poema que está localizada no Campus da Universidade Federal do Pará em Belém. O segundo, da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, Estados Unidos. O terceiro, do graben de San Jacinto, situado na Califórnia, Estados Unidos e o quarto, do graben do Büyük Menderes, localizado na Turquia ocidental.

5.1 DADOS REAIS COM DENSIDADE CONSTANTE

5.1.1 Experimento controlado de campo: Ponte do Poema

5.1.1.1 Informações geológicas e geofísicas

Uma grande limitação na aplicação de um novo método de interpretação a dados reais é o desconhecimento da posição e da geometria da fonte verdadeira. Para contornar esse problema, aplicamos o método proposto a um perfil gravimétrico de direção W-E sobre uma ponte situada no Campus da Universidade Federal do Pará em Belém, conhecida como Ponte do Poema. A fonte da anomalia é o contraste de densidade entre o ar e as rochas situadas de cada lado do vão. A ponte situa-se próximo à desembocadura do rio e no período de maré baixa, seu leito fica quase seco, permitindo o conhecimento preciso do relevo topográfico (Figura 44). O problema prático de estimar o relevo topográfico sob uma ponte tem a mesma formulação matemática do problema geofísico de estimar o relevo do embasamento de uma bacia sedimentar.

Desse modo, as conclusões obtidas nesta seção sobre a aplicabilidade prática do método proposto nesta seção podem ser diretamente estendidas para o caso de bacias sedimentares.

A Universidade Federal do Pará, durante a construção de seus prédios e pontes, precisou passar por um processo de aterramento, em virtude do solo apresentar-se alagado. Este aterro é constituído principalmente por argila, areia e seixos compactados. Como a fonte da anomalia gravimétrica abaixo da Ponte do Poema é o contraste entre o ar e a presença de massa, devemos considerar também como fonte da anomalia, as vigas e estacas de reforço existentes em cada extremidade da ponte (*A* e *B* na Figura 44). Estas estruturas são de concreto e suas geometrias diferem entre si. As estacas da estrutura situada a oeste apresentam uma extensão vertical exposta maior em relação à correspondente estrutura do lado leste em virtude da maior erosão do lado oeste, como evidencia o menor gradiente topográfico (g_1 na Figura 44) no lado oeste que no lado leste (g_2 na Figura 44). Como as estruturas de concreto fazem parte da fonte causadora da anomalia gravimétrica, o relevo a ser estimado não é apenas a topografia do aterro abaixo do vão, mas o relevo do conjunto formado pela união do aterro com as estruturas de concreto. Desse modo, observa-se que esse relevo composto apresenta uma descontinuidade maior do lado oeste. Além disso, como consequência da assimetria dos gradientes g_1 e g_2 , o fundo do vale apresenta-se mais achatado do lado oeste. Tendo em vista a composição heterogênea das fontes causadoras da anomalia gravimétrica, presumimos uma densidade média de $2,3 \text{ g/cm}^3$ para o material de ambos os lados do vão.

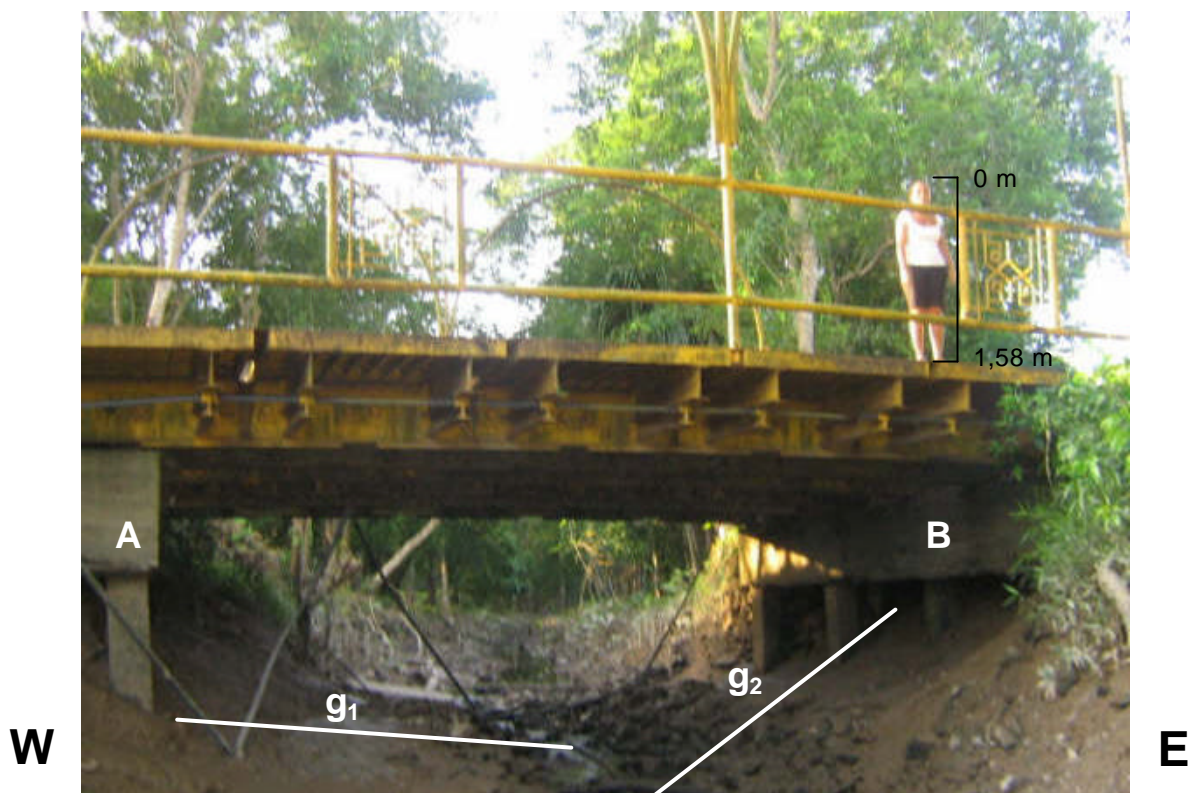


Figura 44 – Ponte do Poema. O lado oeste apresenta uma descontinuidade de maior amplitude (A) e menor gradiente topográfico (g_1) em relação ao lado leste.

Um perfil gravimétrico W-E, ao longo da Ponte do Poema, foi obtido através de um levantamento realizado durante a maré baixa, por alunos do Programa de Pós-graduação em Geofísica e do Curso de Graduação em Geofísica da UFPA. Para tanto foi utilizado um gravímetro LaCoste & Romberg com precisão de 0,01 mGal. O perfil corrigido dos efeitos de elevação e maré é mostrado em pontos vermelhos na Figura 45a. Note que o perfil apresenta uma anomalia negativa, em decorrência da ausência de massa sob o vão da ponte, correspondente ao vale topográfico.

5.1.1.2 Resultados

A anomalia gravimétrica devida à topografia do vale sob a Ponte do Poema, corrigida dos efeitos de maré e elevação, é mostrada por pontos vermelhos nas Figuras 45a, 46a e 47a.

O modelo interpretativo presumido para a inversão gravimétrica consiste de prismas verticais com contrastes de densidade de $-2,3 \text{ g/cm}^3$, referidos à densidade do aterro situado de ambos os lados do vão. A Figura 45b mostra que a solução da regularização entrópica, com $M=43$, $\gamma_s=0,00005$ e $\gamma_r=0,0000219$ delineou a topografia do vale, inclusive as bordas mais e menos íngremes, aproximando-se da topografia verdadeira. Em particular, ressalta-se a descontinuidade situada nas proximidades de $x=3$ m, decorrente do contato entre as vigas de concreto e o ar (A na Figura 44). A profundidade máxima de 3,5 m, estimada pelo método concorda com a profundidade de 3,3 m, estimada através da fotografia. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 45a em linha preta. A Figura 46b mostra as estimativas produzidas pela suavidade global, com $M=43$ e $\gamma = 40$. A profundidade máxima estimada concorda com a estimativa obtida pela análise da fotografia, mas a descontinuidade existente do lado oeste, próximo a $x=3$ m não é bem delineada. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 46a em linha preta. A solução obtidas através da suavidade ponderada (Figura 47b) com $M=50$, $\gamma_s=0,1$, $\gamma_r = 0,0001$ e profundidade máxima presumida de 3,7 m é semelhante à da regularização entrópica, com boa estimativa da profundidade e o delineamento muito próximo da topografia verdadeira. A descontinuidade próxima a $x=3$ m é melhor delineada em relação ao método da suavidade global, mas menos evidente que a estimativa da regularização entrópica. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 47a em linha preta.

Este teste permitiu a comparação visual das soluções obtidas com a topografia verdadeira, atestando assim a aplicabilidade prática do método.

Regularização Entrópica

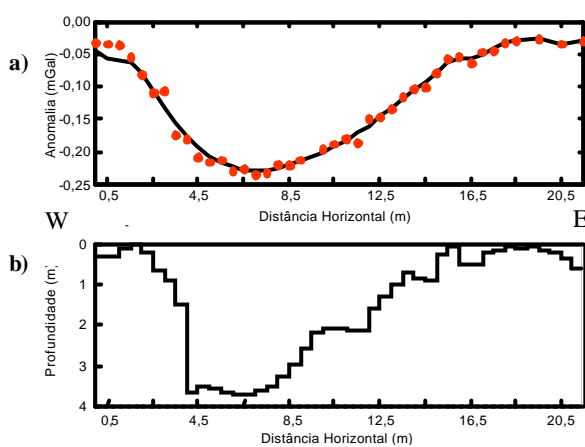


Figura 45 – Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com $\lambda_1 = 0,00005$ e $\lambda_2 = 0,0000219$ (linha preta).

Suavidade Global

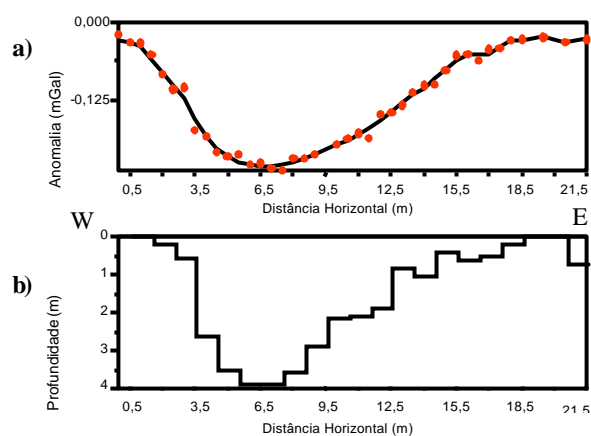


Figura 46 – Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com $\lambda = 40$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

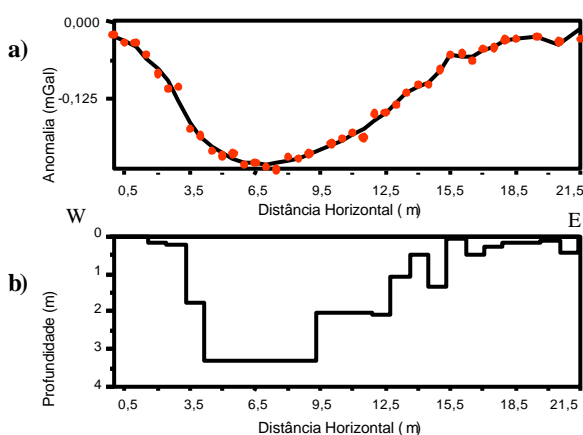


Figura 47 – Ponte do Poema. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 0,1$ e $\lambda_r = 0,0001$ (linha preta).

5.1.2 Steptoe Valley

5.1.2.1 Informações geológicas e geofísicas

O Steptoe Valley situa-se na província tectônica *Basin and Range*, onde a topografia é dominada por alternâncias de cadeias lineares de montanhas e vales alongados. Esta topografia é causada pelo abatimento e soerguimento de grandes blocos crustais em decorrência da ação de enormes forças distensoras relacionadas à movimentação de placas tectônicas. Esta área, ao longo de sua complexa história geológica, produziu uma grande variedade de depósitos minerais, tornando-a extremamente importante do ponto de vista econômico. Os depósitos mais importantes foram os de ouro, prata, molibdênio, tungstênio, bário, berílio e magnésio, entre outros.

A Figura 48 mostra a anomalia gravimétrica Bouguer da porção norte do Steptoe Valley, Nevada, corrigida de efeitos crustais profundos. A correção consistiu em retirar das observações originais de Carlson e Mabey (1963) um polinômio de primeiro grau ajustado aos dados gravimétricos pelo método robusto de Beltrão, Silva e Costa (1991). O primeiro grau foi escolhido por levar ao melhor ajuste entre o contorno zero da anomalia e a presença de afloramentos do embasamento nas bordas do vale. Carlson e Mabey (1963), ressaltaram ainda que os altos gradientes gravimétricos poderiam ser explicados pela presença de falhas de alto ângulo com grandes deslocamentos verticais, indicando que o vale seria, de fato, um graben.

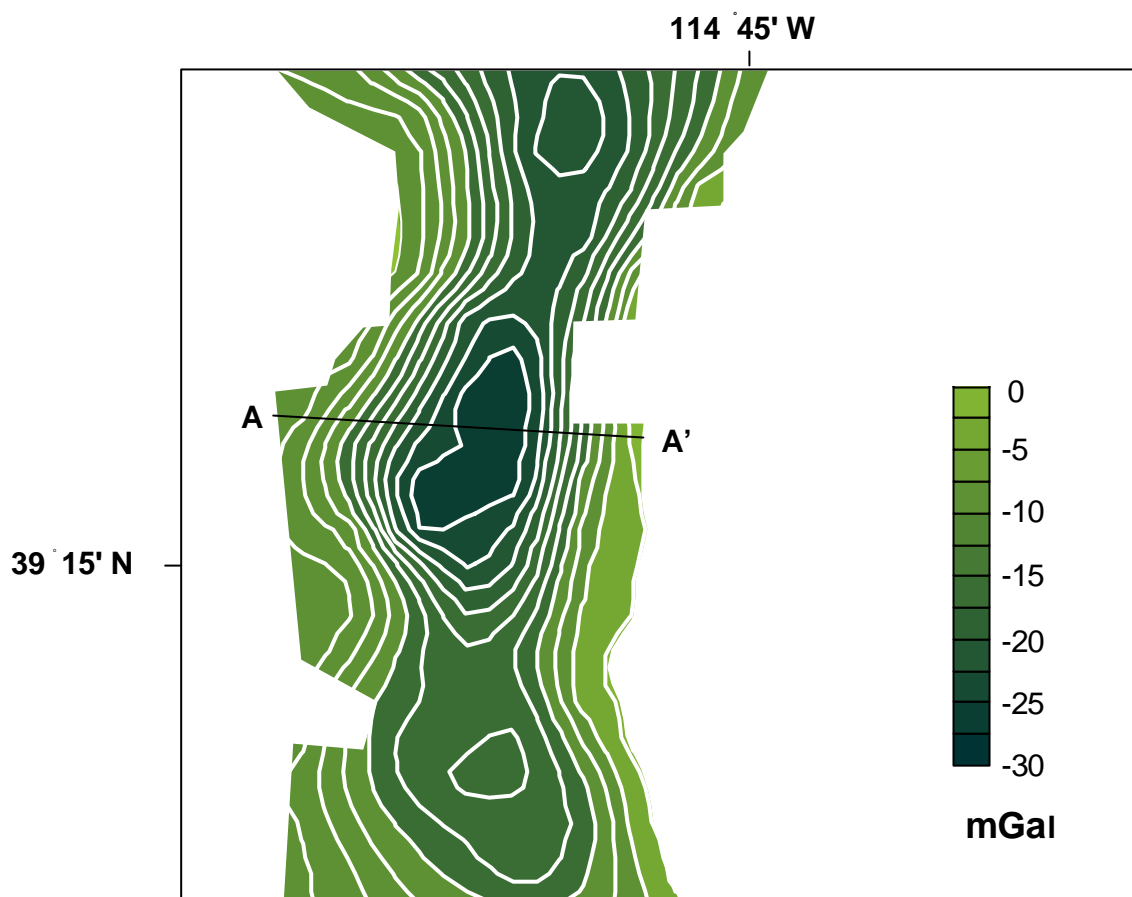


Figura 48 – Steptoe Valley. Anomalia Bouguer residual, resultante da remoção de um polinômio de grau um ajustado aos dados publicados por Carlson e Mabey (1963). Intervalo de contorno: 2,5 mGal. Fonte: Anomalia Bouguer residual modificada de Carlson e Mabey (1963).

5.1.2.2 Resultados

A anomalia gravimétrica observada ao longo do perfil AA', cuja localização está assinalada na Figura 48, é mostrada por pontos vermelhos nas Figuras 49a, 50a e 51a. O modelo interpretativo presumido para a inversão gravimétrica consiste de prismas justapostos com contrastes de densidade de $-0,3 \text{ g/cm}^3$. A solução produzida pela regularização entrópica (Figura

49b) com $M=50$, $\gamma = 0$ e $\gamma = 0,0465$ exibe grandes deslocamentos verticais no relevo do embasamento. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 49a em linha preta. A Figura 50b mostra a estimativa produzida pela suavidade global, com $M=50$ e $\gamma = 1,25$. Ela consiste de um relevo suave do embasamento, sem deslocamentos verticais. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 50a em linha preta. A estimativa obtida através da suavidade ponderada, Figura 51b, com $M=50$, $\gamma_s = 0,3$, $\gamma_r = 0,01$ e profundidade máxima presumida de 3 km mostrou-se semelhante à do método proposto, exibindo grandes deslocamentos verticais. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 51a em linha preta.

As soluções obtidas com a regularização entrópica (Figura 49b) e com a suavidade ponderada (Figura 51b) mostram um embasamento apresentando diversas discontinuidades verticais, em consonância com a tectônica de forças distensoras, dominante na província *Basin and Range*. Por outro lado, a solução obtida através da suavidade global (Figura 49b) não apresentou discontinuidades, não sendo, portanto, uma solução geologicamente razoável. Todas as soluções apresentam um relevo estimado assimétrico (maior gradiente do lado ESE do perfil), característico dos grabens desta Província.

Regularização Entrópica

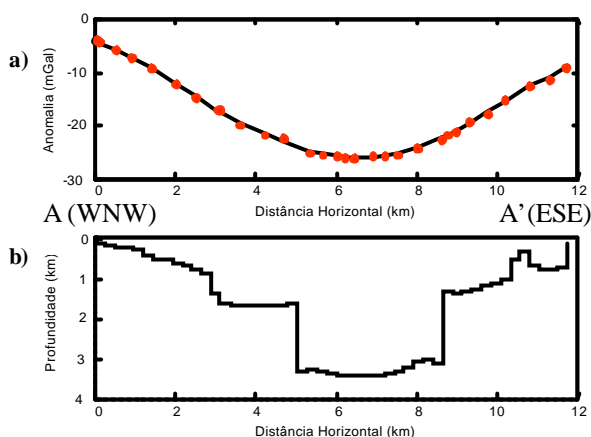


Figura 49– Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da regularização entrópica com $\lambda = 0$ e $\lambda = 0,0465$ (linha preta).

Suavidade Global

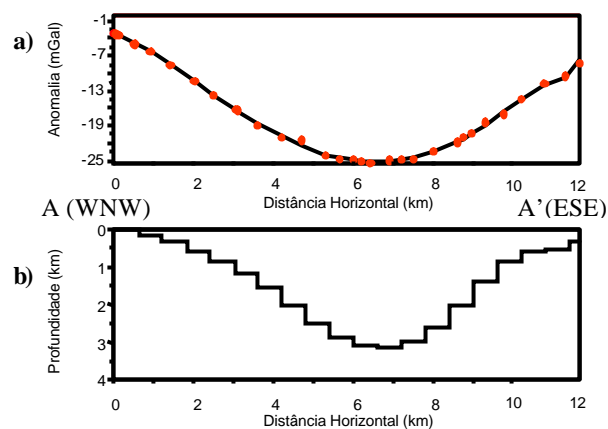


Figura 50 - Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com $\lambda = 1,25$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

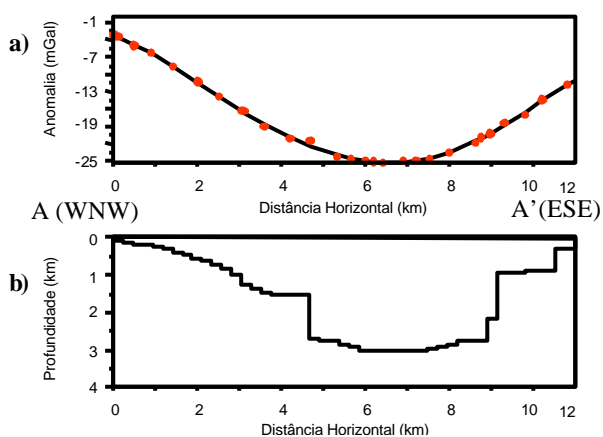


Figura 51 - Steptoe Valley. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com $\lambda_s = 0,3$ e $\lambda_r = 0,01$ (linha preta).

5.2 DADOS REAIS COM DENSIDADE VARIANDO COM A PROFUNDIDADE

5.2.1 Graben de San Jacinto

5.2.1.1 Informações geológicas e geofísicas

A anomalia gravimétrica (Figura 52a) foi medida ao longo de um perfil transversal ao graben de San Jacinto, situado no sul da Califórnia (CORDELL, 1973). O graben de San Jacinto é limitado por falhas normais e seu embasamento consiste de xistos e gnaisses pré-Terciários junto com tonalitos granodioritos do Cretáceo (CORDELL, 1973). A densidade do embasamento cristalino está no entorno de $2,7 \text{ g/cm}^3$. O graben é preenchido por rochas sedimentares detríticas e alúvios halocênicos e pleistocênicos (CORDELL, 1973). A profundidade máxima do graben, de acordo com dados sísmicos é de no mínimo 2,4 km (FETT, 1968).

5.2.1.2 Resultados

A anomalia gravimétrica observada ao longo de um perfil SW-NE é mostrada nas Figuras 52a, 53a e 54a em pontos vermelhos. O modelo interpretativo presumido para a inversão gravimétrica é um conjunto de prismas justapostos com contrastes de densidade variáveis de acordo com a lei hiperbólica da equação (1), com densidade na superfície, ρ_0 , igual a $-0,63 \text{ g/cm}^3$ e fator de decaimento, λ , igual a 3,0 km. A Figura 52b, mostra a solução obtida com o método da regularização entrópica, com $M=36$, $\lambda_0=0$ e $\lambda_1=0,15$. Note que a descontinuidade da borda SW é mais íngreme que a da borda NE. Além disso, o embasamento estimado não apresenta o fundo achatado que seria esperado para um graben. A Figura 52b mostra, para

comparação, as soluções obtidas por Chai e Hinze (1988), Murthy e Rao (1979) e Cordell (1973). A anomalia ajustada pela solução da regularização entrópica é mostrada na Figura 52a em linha preta. A Figura 53b, mostra a solução produzida pela suavidade global, com $M=36$ e $\lambda = 1,25$. Ela apresenta a descontinuidade da borda SW mais íngreme que a descontinuidade da borda NE. O embasamento estimado não possui fundo achatado, o que seria esperado para o caso deste estimador. A anomalia ajustada é mostrada pela Figura 53a em linha preta. A solução obtida através da suavidade ponderada com $M=54$, $\lambda_s = 0,75$, $\lambda_r = 0,000001$ e presumindo profundidade máxima de 1,95 km, é mostrada na Figura 54b. Ela apresenta o fundo achatado e um grande realce na extensão vertical da descontinuidade da borda SW. Assim como nas soluções da suavidade global e da regularização entrópica, a borda NE apresenta-se menos íngreme. A anomalia ajustada é mostrada pela Figura 54a em linha preta.

Todas as soluções acima indicam que o graben de San Jacinto é assimétrico, com a borda SW mais íngreme que a borda NE. Este resultado concorda com outras interpretações gravimétricas (BARBOSA; SILVA; MEDEIROS, 1999b; CORDELL, 1973, por exemplo). Adicionalmente, nota-se que apenas a solução da suavidade ponderada apresentou um fundo achatado para o graben. A incapacidade do método da regularização entrópica em produzir, neste caso, uma solução exibindo fundo achatado está, aparentemente, relacionado à limitada extensão horizontal do graben em relação à sua profundidade.

Regularização Entrópica

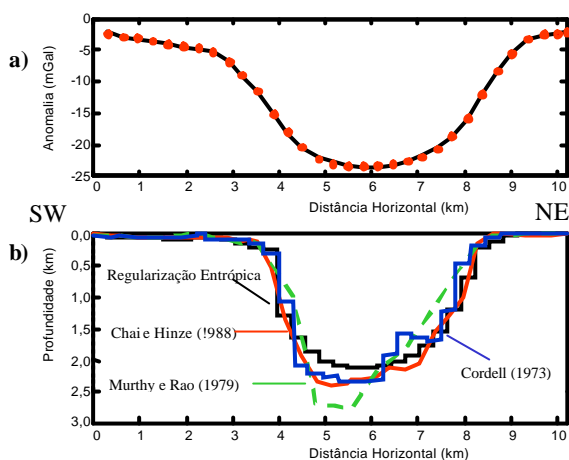


Figura 52 – Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos estimados através da regularização entrópica com, $\beta=3$ km, $\rho_0 = -0,63$ g/cm³, $\rho_s = 0$ e $\rho_r = 0,15$ (linha preta) e dos métodos apresentados por Chai e Hinze (1988), Murthy e Rao (1979) e Cordell (1973).

Suavidade Global

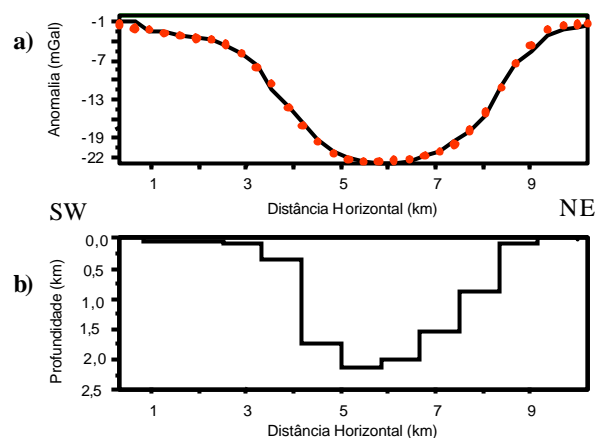


Figura 53 – Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade global com, $\beta=3$ km e $\rho_s = 1,25$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

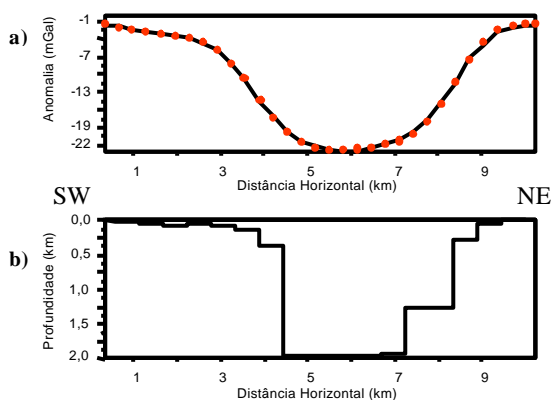


Figura 54 – Graben de San Jacinto. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevo estimado através da suavidade ponderada com, $\beta=3$ km, $\rho_s = 0,75$ e $\rho_r = 0,000001$ (linha preta).

5.2.2 – Vale do Büyük Menderes

5.2.2.1- Informações Geológicas e Geofísicas

O vale do rio Büyük Menderes situa-se na Turquia ocidental, onde predominam regiões com deformação ativa e que nos últimos anos sofreram a ação de diversos terremotos em decorrência da atuação de forças distensoras. A estrutura do vale é formada por um graben com 150 km de extensão por 10 km a 20 km de largura. Iremos considerar somente a parte central do graben, localizada entre as cidades de Ortaklar a oeste e Cubukdag a leste, e tomar o perfil gravimétrico XY, de direção SSE-NNW, transversal ao vale do Büyük Menderes, assinalado na Figura 55 em linha tracejada vermelha. Os grabens desta região, inclusive o do Büyük Menderes, são assimétricos, apresentando pequenas falhas antitéticas. Os grabens do Büyük Menderes e de Gediz são os maiores grabens intra-continentais da Turquia ocidental, sendo que o graben do Büyük Menderes tem direção E-W e apresenta a sua principal falha de alto ângulo situada no lado norte do vale (PATON, 1992). Sari e Salk (2002), usando dados de poço, estimaram os valores de $-0,98 \text{ g/cm}^3$ e $\lambda = 2,597 \text{ km}$, respectivamente, para os parâmetros ρ_0 e λ da lei hiperbólica de variação do contraste de densidade com a profundidade dada na equação (1).

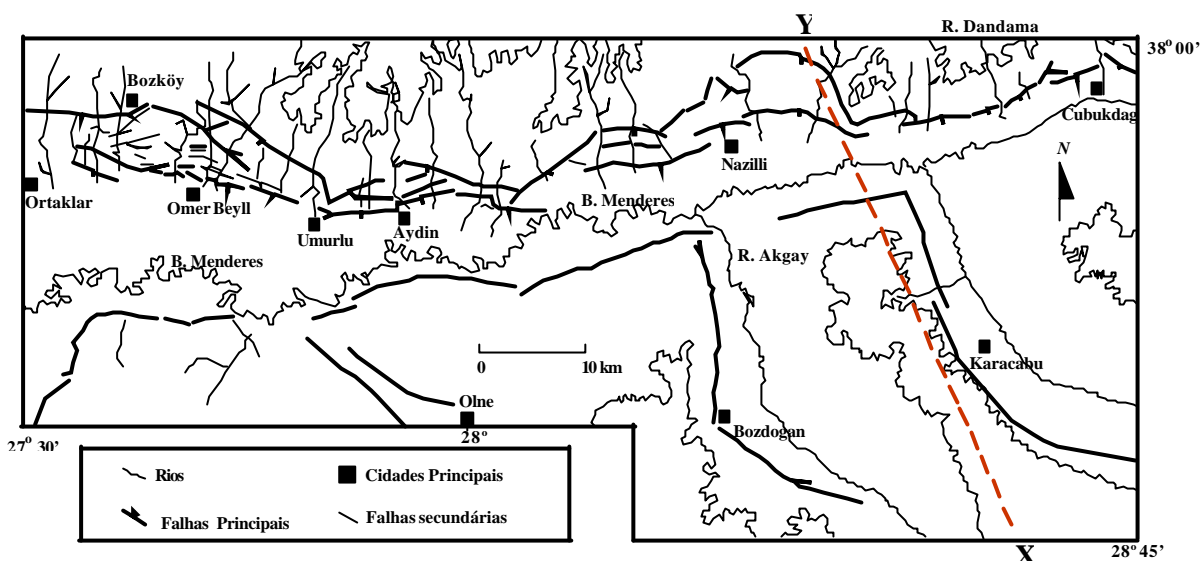


Figura 5 – Mapa geológico do Vale do Büyük Menderes. A linha tracejada em vermelho assinala a posição do perfil X-Y, transversal ao vale.

Fonte: Mapa geológico modificado de Paton (1992).

5.2.2.2 - Resultados

A anomalia gravimétrica observada ao longo do perfil XY de direção SSE-NNW, assinalado na Figura 55 é mostrada por pontos vermelhos nas Figuras 56a, 57a e 58a. O modelo interpretativo presumido para a inversão gravimétrica é um conjunto de prismas justapostos com contrastes de densidade variando de acordo com a lei hiperbólica da equação (1), com densidade na superfície, ρ_0 , igual a $-0,98 \text{ g/cm}^3$ e fator de decaimento, λ , igual a $2,597 \text{ km}$. A Figura 56b, mostra em linha preta a solução da regularização entrópica, com $M=35$, $\lambda_1 = 1,5$ e $\lambda_2 = 1,475$. Observa-se a presença de uma falha de alto ângulo no lado norte, como previsto por informações geológicas. Para efeito de comparação, mostramos em linha azul a solução de Sari e Salk (2002). A anomalia ajustada pela solução da regularização entrópica é mostrada na Figura 56a em linha preta. A Figura 57b mostra a solução produzida pela suavidade global, com $M=35$ e $\lambda = 0,75$. Nota-se que o relevo estimado não apresenta grandes deslocamentos verticais do lado norte,

indicando que a solução não está de acordo com as informações geológicas conhecidas a priori. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 57a em linha preta. A solução obtida pela suavidade ponderada é mostrada na Figura 58b, com $M=35$, $\gamma_s=0,75$, $\gamma_r=0,000001$ e profundidade máxima presumida de 1,78 km. Ela aponta descontinuidades de grande comprimento vertical de ambos os lados do graben, sendo a descontinuidade ao sul de maior amplitude que a descontinuidade ao norte, o que não condiz com a informação geológica. Diferentemente das soluções da regularização entrópica e da suavidade global, a solução da suavidade ponderada apresenta o fundo achatado. A anomalia ajustada é mostrada na Figura 58a em linha preta.

As soluções obtidas com a regularização entrópica (Figura 56b) e com a suavidade ponderada (Figura 58b) mostraram um embasamento apresentando descontinuidades com grandes rejeitos verticais, em consonância com a tectônica de forças distensoras, dominante na região onde está situado o graben do Büyük Menderes, sendo que a solução obtida através da regularização entrópica apresentou uma falha com grande deslocamento vertical no lado norte do vale, concordando com as informações geológicas específicas sobre o graben. Por outro lado, a solução obtida com a suavidade ponderada apresentou descontinuidades com grandes deslocamentos verticais de ambos os lados. A solução obtida através da suavidade global, por sua vez, (Figura 57b) não apresentou descontinuidades com grande deslocamento vertical em nenhuma das bordas, não sendo, portanto, uma solução compatível com a geologia conhecida da área.

Regularização Entrópica

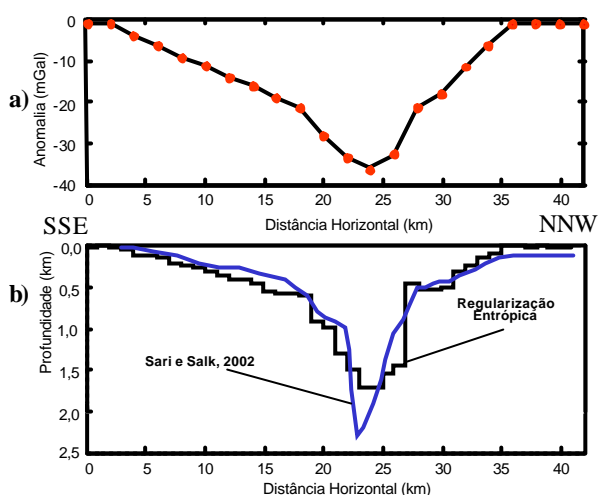


Figura 56 - Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos estimados através da regularização entrópica com $\beta=2,597$ km, $\gamma_s = 1,5$ e $\gamma_r = 1,475$ (linha preta) e do método de Sari e Salk (2002).

Suavidade Global

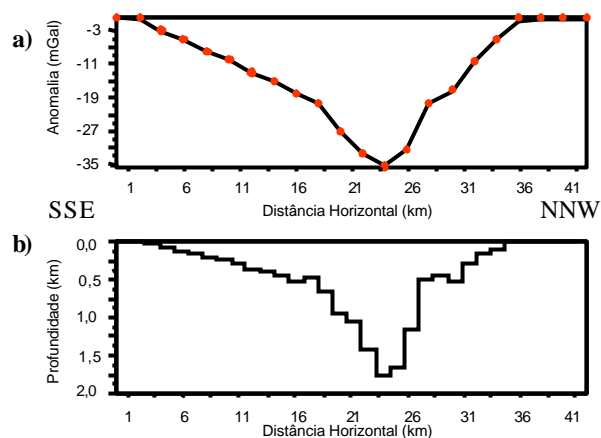


Figura 57 - Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos estimados através da suavidade global com, $\beta=2,597$ km e $\gamma = 0,75$ (linha preta).

Suavidade Ponderada

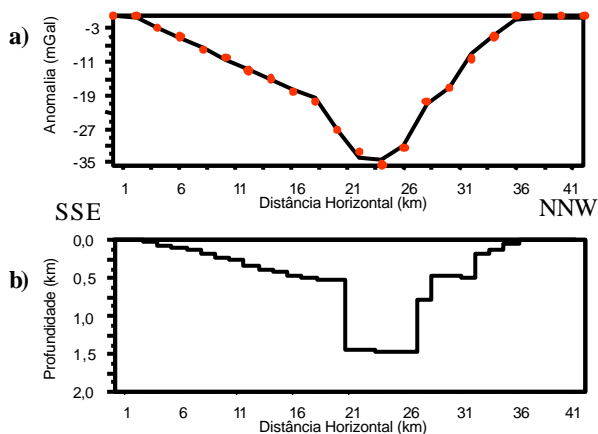


Figura 58 - Vale do Büyük Menderes. (a) Anomalias Bouguer observada (pontos vermelhos) e ajustada (linha preta). (b) Relevos estimados através da suavidade ponderada com, $\beta=2,597$ km, $\gamma_s = 0,75$ e $\gamma_r = 0,000001$ (linha preta).

6 CONCLUSÕES

Apresentamos um método de inversão gravimétrica especialmente voltado ao mapeamento de relevos suaves ou descontínuos do embasamento de uma bacia sedimentar. A estabilização das soluções é feita através da minimização da medida de entropia de ordem um, combinada com a maximização da medida de entropia de ordem zero do vetor de soluções. O critério de parada é baseado na estabilização da medida de entropia de primeira ordem ao longo das iterações.

Comparamos o desempenho do método proposto com o desempenho dos métodos da suavidade e da suavidade ponderada através de testes com dados sintéticos simulando: (i) bacias intracratônicas apresentando tanto relevo do embasamento suave como predominantemente suave, mas exibindo, localmente, descontinuidades abruptas; (ii) bacias marginais, onde o relevo do embasamento é controlado por seqüências de falhas escalonadas.

No caso de bacias intracratônicas com relevo suave, todos os métodos apresentam bons resultados. Os métodos da regularização entrópica e da suavidade ponderada apesar de serem voltados à interpretação de relevos com descontinuidades abruptas, apresentaram soluções suaves, em consonância com relevo verdadeiro, demonstrando, assim a sua robustez no sentido de serem aplicáveis a uma ampla classe de problemas associados a diferentes ambientes geológicos.

No caso de relevos do embasamento predominantemente suaves, mas apresentando descontinuidades locais, tanto em bacias intracratônicas, como em bacias marginais, as soluções da regularização entrópica delinearão com maior precisão o relevo do embasamento, (inclusive suas descontinuidades) quando comparadas com as soluções obtidas pelo método da suavidade global. Quando comparadas com o método da suavidade ponderada, o presente método produziu soluções semelhantes, mas apresentou a vantagem de não requerer o conhecimento a priori da profundidade máxima do embasamento, apresentando assim maior simplicidade algorítmica e maior aplicabilidade prática.

O método foi aplicado a perfis gravimétricos reais de quatro áreas: (i) o Steptoe Valley, localizado no estado de Nevada, Estados Unidos; (ii) a Ponte do Poema, no campus da Universidade Federal do Pará; (iii) o graben de San Jacinto, localizado na Califórnia, Estados

Unidos e (iv) o graben do Büyük Menderes, localizado na Turquia ocidental. Os resultados confirmaram, de modo geral, as conclusões obtidas com os testes em dados sintéticos: melhor desempenho da regularização entrópica em relação ao método da suavidade global e desempenho comparável ao método da suavidade ponderada no delineamento de relevos descontínuos. A regularização entrópica, no entanto, apresenta a vantagem em relação à suavidade ponderada de não necessitar informação a priori sobre a profundidade máxima do relevo do embasamento. No entanto, no caso de grabens com extensões horizontais muito pequenas em relação às profundidades, a regularização entrópica não consegue produzir estimativas do relevo de bacias apresentando fundo achatado.

O método proposto apresentou ótimo desempenho no mapeamento do relevo do embasamento de bacias sedimentares, tanto suaves como descontínuos, constituindo-se assim em uma potencial ferramenta no mapeamento de estruturas favoráveis à acumulação do petróleo. Sua maior restrição é o tempo computacional, substancialmente maior, em relação aos métodos da suavidade e da suavidade ponderada. A inversão de um perfil gravimétrico similar aos apresentados nos testes com dados sintéticos requer 30 segundos de processamento num computador com 4GB de memória RAM e processador de 3,7 MHz. O método pode ser estendido para mapear o embasamento magnético de bacias sedimentares ou, em áreas de escala continental, a base da região da crosta limitada pela isoterma de Curie.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. Gravity inversion of a basement relief using approximate equality constraints on depth. **Geophysics**, v. 62, n. 6, p.1745-1757. 1997.

BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth. **Geophysics**, v. 64, n. 5, p. 1429-1437. 1999a.

BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. Stable inversion of gravity anomalies of sedimentary basins with nonsmooth basement reliefs and arbitrary density contrast variations. **Geophysics**, v. 64, n. 3, p. 754-764. 1999b.

BELTRÃO, J. F.; SILVA, J. B. C.; COSTA, J. C. Robust polynomial fitting methods for regional gravity estimation. **Geophysics**, v. 56, n. 1, p. 80-89. 1991.

BHASKARA, RAO, D. Modelling of sedimentary basins from gravity anomalies with variable contrast density. **Geophys. J. R. Astro. Soc.**, v. 84, n. 1, p.121-207. 1986.

BOTT, M. H. P. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. **Geophys. J. R. Astro. Soc.**, v.3, n. 1, p.63-67. 1960.

CAMPOS VELHO, H. F.; RAMOS, F. M. Numerical inversion of two-dimensional geoelectric conductivity distributions from electromagnetic ground data. **Revista Brasileira de Geofísica**, v.15, n. 2, p.133-144. 1997.

CARLSON, J. E.; MABEY, D. R. **Gravity and aeromagnetic map of the ely area, white Pine County**. Nevada: U.S. Geol. Surv., 1963. map GP-392. scale 1: 250.000.

CHAI, Y.; HINZE, W. J. Gravity inversion of an interface above which the density contrast varies exponentially with depth. **Geophysics**, v.53, n. 6, p. 837-845. 1988.

CHAKRAVARTHI, V. Gravity interpretation of non-outcropping sedimentary basins in which the density contrast decreases parabolically with depth. **Pure and Applied Geophysics**, v.145, n. 2, p.327-335. 1994.

CHAKRAVARTHI, V.; RAO, C. V. Parabolic density function in sedimentary basin modeling. In: ANNUAL CONVENTION AND SEMINAR ON EXPLORATION GEOPHYSICS, 18th., 1993. Jairpur, India, Souvenir. **Proceeding**. Jairpur, India, Souvenir,1993. A.16.

CHAKRAVARTHI, V.; SUNDARARAJAN, N. Gravity modeling of $2^{1/2}$ -D sedimentary basins - a case of variable density contrast. **Computers & Geosciences**, v. 31, n. 7, p. 820-827. 2005.

CORBATÓ, C. E. A least-squares procedure for gravity interpretation. **Geophysics**, v. 30, n. 2, p. 228-233. 1965.

CORDELL, L. Gravity analysis using an exponential density-depth function-San Jacinto Graben California: **Geophysics**, v.38, n. 4, p. 684-690. 1973.

FETT, J. D. **Geophysical investigations of the San Jacinto Valley, Riverside Country**. 1968. 87f. (Masters Thesis) - Univ. California at Riverside, California, 1968. (unpubl.)

GILL, P. E.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. H. **Practical optimization**. London: Academic Press, 1981.

JAYNES, E. T. Information theory and statistical mechanics. **Physical Review**, v.106, n. 4, p.620-630. 1957.

LITINSKY, V. A. Concept of effective density: Key to gravity determinations for sedimentary basins: **Geophysics**, v. 54, n. 11, 1474-1482. 1989.

MURTHY, I. V. R.; RAO, D. B. Gravity anomalies of two-dimensional bodies of irregular cross-section with density contrast varying with depth: **Geophysics**, v. 44, n. 9, p.1525-1539. 1979.

PATON, S. Active normal faulting, drainage patterns and sedimentation in southwestern Turkey. **Journal of the Geological Society**, v.149, n. 6, p.1031-1044. 1992.

RAMOS, F. M. et al. Novel approaches to entropic regularization. **Inverse Problems**, v.15, n. 5, p.1139-1148. 1999.

SARI, C.; SALK, M. Analysis of gravity anomalies with hyperbolic density contrast: an application to the gravity data of Western Anatolia. **Journal of the Balkan Geophysical Society**, v. 5, n. 3, p.87-96. 2002.

SHANNON, C. E.; WEAVER, W. **The mathematical theory of communication**. Urbana: Univ. of Illinois Press, 1949.

SILVA, J. B. C., COSTA, D. C. L.; BARBOSA, V. C. F. Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth: **Geophysics**, v. 71, n. 5, p.J51-J58. 2006.

SILVA, J. B. C. et al. Apparent-density mapping using entropic regularization. **Geophysics**, v. 72, n. 4, p. I51-I60. 2007.

TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. **Solutions of ill-posed problems**. New York: V. H. Winston & Sons. 1977. 271p.

VIESWESWARA RAO, C.; CHAKRAVARTHY, V.; RAJU, M. L. Forward modelling: gravity anomalies of two-dimensional bodies of arbitrary shape with hyperbolic and parabolic density functions: **Computers & Geosciences**, v. 20, n. 5, p. 873-880. 1994.

APÊNDICES

APÊNDICE A: MÁXIMO E MÍNIMO DA ENTROPIA DE ORDEM ZERO.

Teorema

Seja uma variável aleatória X com n realizações, $\{x_1, \dots, x_n\}$. Seja $p_X(x_i)$ a probabilidade de ocorrência da realização x_i . Então:

$$\text{a) } H_X \leq \log n$$

$$\text{b) } H_X \geq 0,$$

sendo \log , o logaritmo de base 2.

Demonstração:

$$H_X \leq \log n \iff \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \geq \log n \quad (\text{A.1})$$

$$H_X \leq \log n \iff \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \geq \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log n \quad (\text{A.2})$$

$$H_X \leq \log n \iff \sum_{i=1}^n p_X(x_i) (\log p_X(x_i) - \log n) \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

$$H_X \leq \log n \iff \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log \left\{ \frac{1}{np_X(x_i)} \right\} \geq 0 \quad (\text{A.4})$$

Da desigualdade $\ln a \geq a - 1$ e do fato que $\log a = \ln a / \ln 2$, temos:

$$\ln a \geq (a - 1) \quad (\text{A.5})$$

$$\ln a / \ln 2 \geq (a - 1) / \ln 2 \quad (\text{A.6})$$

$$\log a \geq (a - 1) / \ln 2 \quad (\text{A.7})$$

$$\log a \geq (a - 1) \ln e / \ln 2 \quad (\text{A.8})$$

$$\log a \geq (a - 1) \log e \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a equação (A.9) na equação (A.4), resulta:

$$H_X = \log n - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \frac{1}{np_X(x_i)} \log e \quad (\text{A.10})$$

$$H_X = \log n - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} p_X(x_i) \log e \quad (\text{A.11})$$

$$H_X = \log n - \frac{1}{n} \log e \quad (\text{A.12})$$

$$H_X = \log n > 0 \quad (\text{A.13})$$

Isto prova que

$$H_X = \log n \quad (\text{A.14})$$

Para provar que $H_X > 0$, observemos que:

$$\text{a) } \forall i, p_X(x_i) > 0; \quad (\text{A.15})$$

e

$$\text{b) } \forall i, \log p_X(x_i) < 0. \quad (\text{A.16})$$

Então,

$$H_X = - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) > 0. \quad (\text{A.17})$$

Máximo da entropia de ordem zero

Seja uma variável aleatória X com realizações $\{x_1, \dots, x_n\}$. Essas realizações ocorrem com probabilidade $p_X(x_i) = 1/n$ para todo i . A entropia de ordem zero envolvendo as realizações de X é

$$H_X = - \sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) \quad (\text{A.18})$$

$$H_X = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \quad (\text{A.19})$$

$$H_x = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \quad (A.20)$$

$$H_x = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log \frac{1}{n} \quad (A.21)$$

$$H_x = -\log \frac{1}{n} \quad (A.22)$$

$$H_x = \log n \quad (A.23)$$

Comparando as equações (A.14) e (A.23), concluímos que a entropia de ordem zero é máxima para o caso de realizações equiprováveis. Na aplicação desenvolvida neste trabalho, isto ocorre quando as estimativas de todos os parâmetros são iguais.

Mínimo da entropia de ordem zero

Sejam n realizações, $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$, de uma variável aleatória X , em que uma das realizações ocorre com probabilidade um, e todas as demais com probabilidade nula. Conforme mostrado anteriormente, (equação (A.17)):

$$H_x = -\sum_{i=1}^n p_X(x_i) \log p_X(x_i) = 0. \quad (A.24)$$

Substituindo na equação (A.24) os valores de p_X acima pressupostos para as realizações da variável X , a entropia de ordem zero associada a estas n realizações será dada por

$$H_x = -1 \log 1 = 0, \quad (A.25)$$

o que mostra que, para o caso de apenas uma realização com probabilidade não nula e igual a um, a entropia de ordem zero é mínima.

Na aplicação desenvolvida neste trabalho, isto ocorre quando as estimativas de todos os parâmetros são nulas, exceto uma.