

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**MODELAGEM SÍSMICA POR DIFERENÇAS FINITAS EM MEIOS
BIDIMENSIONAIS COM DIFRATORES**

Dissertação apresentada por
LINDEMBERG LIMA FERNANDES



BELÉM - PARÁ

2000

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
GEOFÍSICA

MODELAGEM SÍSMICA POR DIFERENÇAS FINITAS EM
MEIOS BIDIMENSIONAIS COM DIFRATORES

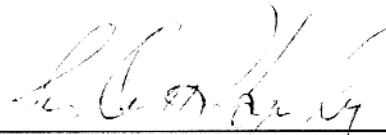
TESE APRESENTADA POR
LINDEMBERG LIMA FERNANDES

COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DE GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS NA ÁREA DE GEOFÍSICA

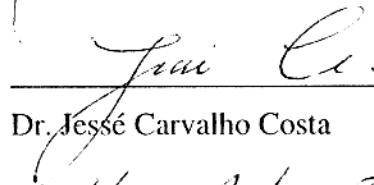
Data de Aprovação: 14 / 09 /2000

Nota: 8.2 (BOM)

COMITÊ DE TESE:



Dr. João Carlos R. Cruz (Orientador)



Dr. Jessé Carvalho Costa



Dr. Marco A. B. Botelho

BELÉM

2000

*Em memória de minha mãe,
Cristina Lima Fernandes*

AGRADECIMENTOS

Ao CPGF/UFPA e a todo corpo docente, técnico e administrativo por terem propiciado os meios para a realização deste trabalho.

A CAPES pelo suporte financeiro enquanto bolsista.

Ao meu orientador, Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz, por ter sugerido o tema desta tese e pelo apoio dispensado durante a sua realização.

Aos membros da banca examinadora, Professores Dr. Jesse Carvalho Costa e Dr. Marco Botelho pela paciência na correção deste texto e pelas sugestões para o aprimoramento do trabalho.

A todos colegas, Marcello, German pelo apoio nos momentos difíceis.

Aos irmãos Ari, Duni, Preta, Juarez e Ivaneide pelo apoio em todos momentos.

À Aline pelo carinho e compreensão nos momentos de dificuldades e à Bianca por ter suportado, as horas de ausência durante a realização deste trabalho.

Ao meu pai, por seu esforço e dedicação para que eu pudesse estudar.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	i
AGRADECIMENTOS.....	ii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	viii
RESUMO.....	1
ABSTRACT.....	2
1. INTRODUÇÃO.....	3
2. GERAÇÃO DO MODELO.....	6
2.1. MOTIVAÇÃO GEOLÓGICA.....	6
2.1.1 As sequências deposicionais.....	7
2.1.2 Rochas Ígneas.....	7
2.2 GEOMETRIA DOS MODELOS E PARÂMETROS DO LEVANTAMENTO.....	8
2.2.1 Modelo – A . Tipo domo.....	8
2.2.2 Modelo – B . Estrutura com falha.....	11
2.3 DESCRIÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE.....	13
3 FORMULAÇÃO NUMÉRICA : CASO ACÚSTICO 2-D.....	15
3.1 EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA.....	15
3.1.1 Solução da Equação da Onda pelo método das diferenças finitas.....	16
3.2 DISPERSÃO NUMÉRICA E ESTABILIDADE.....	24
3.3 REFLEXÕES DE BORDA.....	30
3.3.1 Inclusão das condições de absorção.....	31
3.3.1.1 Condição de absorção segundo Clayton.....	31
3.3.1.2 Condição de absorção segundo Reynolds.....	39
3.4 A FONTE.....	50
4.0 CÁLCULO DE SISMOGRAMAS.....	52
4.1.1 Sísmica de superfície.....	55
4.1.2 Sísmica de poço.....	66
5.0 CONCLUSÕES GERAIS.....	68

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	70
APÊNDICE.....	73
APÊNDICE A: Aproximação dos operadores de diferenças finitas.....	74
APÊNDICE B: Caso acústico 1-D.....	76
APÊNDICE C: Equação da fonte linha.....	77

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo a modelagem sísmica em meios com fortes descontinuidades de propriedades físicas, com ênfase na existência de difrações. Como parte deste estudo foi feita a análise numérica visando as condições de estabilidade e de fronteiras utilizadas no cálculo do campo de ondas sísmicas. Para a validação do programa de diferenças finitas foi feita a comparação cinemática com a Teoria do Raio para um modelo simples.

O motivo deste estudo é ter uma melhor compreensão e controle sobre os problemas de modelagem, visando contribuir para a solução de problemas na interpretação de dados sísmicos.

Segundo vários autores na literatura geológica, Derby (1877), Evans (1906), Paiva (1929) e Moura (1938). A Bacia do Amazonas é constituída por rochas sedimentares depositadas desde o Ordoviciano até o recente, atingindo espessuras da ordem de 5 km. Os corpos de diabásio, presentes entre os sedimentos paleozóicos, estão dispostos na forma de soleiras, alcançando espessuras de centenas de metros, perfazendo um volume total de 90.000 quilômetros cúbicos. A ocorrência de tais estruturas é responsável pela existência de reflexões múltiplas durante a propagação da onda sísmica, impossibilitando uma melhor interpretação dos horizontes refletores que se encontram abaixo das soleiras.

Para representar situações geológicas desse tipo foi usado um modelo acústico de velocidades. Para o cálculo dos sismogramas foi utilizado um programa de diferenças finitas com aproximação de quarta ordem da equação da onda acústica no espaço e no tempo.

As aplicações dos métodos de diferenças finitas para o estudo de propagação de ondas sísmicas têm melhorado a compreensão sobre a propagação em meios onde existem heterogeneidades significativas, tendo como resultado boa resolução na interpretação dos eventos de reflexão sísmica em áreas de interesse.

Como resultado dos experimentos numéricos realizados em meio de geologia complexa, foi observado a influencia significativa das múltiplas devido a camada de alta velocidade, o que faz com haja maior perda de energia dificultando a interpretação dos alvos. Por esta razão recomendo a integração de dados de superfície com os dados de poço, com o objetivo de se obter uma melhor imagem dos alvos abaixo das soleiras de diabásio.

ABSTRACT

The subject of this work is the seismic modeling in medium with strong discontinuities in physical properties with emphasis in diffractions events.

This research intend to contribute for a better comprehension and control of seismic modeling in complex medium.

According to various authors, the Amazon Basin is formed by sedimentary rocks deposited since the Ordovician to the present, reaching depth up to 5 Km. The bodies of basalt between the paleozoic sediments are arranged as basaltic layers reaching thickness of hundred meters, which add to 90,000 km³. The occurrence of these structures is responsible for the existence of multiple reflections during the propagation of the seismic waves, which makes impossible a better imaging of horizons located bellow the basaltic layers

An acoustic velocity model was used to demonstrate this geological situation. The seismograms were calculated with a program of finite-difference with a fourth order aproximation of the acoustic wave equation in space and time.

The aplication of the finite-difference method for modeling the propagation of the seismic waves has improved the understanding of the wave propagation in significant heterogeneous medium and achieves a good resolution in the interpretation of seismic reflection events in areas of interest

As a result of numerical experiments accomplished in a complex geological medium a significant influence due to multiple reflection observed in a high velocity layer causing an increase in a loss of energy that made the data more dificult to analise. Because of this problem I advise the integration of the data from both surface and wells, to achieve a better imaging below the basaltic layer.

1 INTRODUÇÃO

Entre as várias dificuldades encontradas na modelagem sísmica pode-se citar: qual o tipo de modelo a ser escolhido bi (2-D) ou tri (3-D) dimensional? Elástico ou Acústico? Com ou sem atenuação? Quantas e quais interfaces o modelo deve conter? Qual o modelo de velocidade? Qual o nível de detalhe que será retratado no modelo? Em função destas vários métodos têm sido desenvolvidos com o objetivo modelar precisamente a resposta de levantamentos sísmicos, (Alterman & Karal,1968; Boore, 1970; Reynolds, 1978; Vidale & Clayton, 1986; Dablain, 1986; Higdon, 1991; Peng & Toksoz,1994 e 1995; Simone & Hestholm, 1998).

A solução de problemas de propagação de onda pelo método de diferenças finitas tem recebido bastante atenção nos últimos anos. Este método é particularmente atraente para modelagem sísmica de estruturas com geometria complexas em subsuperfície, devido às grandes dificuldades encontradas em obter soluções analíticas. Entre as geometrias de interesse em particular na exploração de petróleo estão aquelas estruturas que contém falhas e que geram difrações. Na região Amazônica é freqüente a ocorrência de alvos de interesse para a exploração de hidrocarbonetos, subjacentes a estruturas formadas por tipos litológicos com altas velocidades de propagação da onda sísmica, e com deslocamentos devidos a presença de falhas, Derby (1877), Evans (1906), Paiva (1929) e Moura (1938). Estas situações típicas serão consideradas neste trabalho.

O interesse recente nos modelos de diferenças finitas da equação da onda tem levantado questões a respeito do grau de correlação entre a solução de diferenças finitas e a solução obtida pelos métodos clássicos, como a teoria dos raios. Este problema que envolve modelos de diferenças finitas é estudado neste trabalho por meio de análise de sismograma computado para receptores localizados na vizinhança de uma falha em um meio acústico bidimensional infinito. A interpretação de maiores detalhes da geologia através de sismogramas estimulou a procura por procedimentos da modelagem numérica que possam produzir sismogramas sintéticos, em modelos com a geometria complexa, para uma configuração arbitrária de fontes/receptores. Tais simulações numéricas têm sido mais amplamente utilizadas nos recentes anos na medida em que melhorou a velocidade dos computadores.

Uma limitação básica dos métodos numéricos é a eficiência computacional em alguns casos (o custo do tempo de CPU e a memória disponível). Isto restringe o tamanho da matriz que

representa o modelo e o número de etapas que podem ser calculadas dentro de um período de tempo razoável. Além disso deve-se levar em conta um número mínimo de pontos no interior da matriz por comprimento de onda para se obter estabilidade durante o modelamento.

Este trabalho apresenta dois modelos 2-D, modelo A e modelo B, o modelo A é baseado na geologia da região Amazônica (informações técnicas da Petrobrás, Belém - Pará), e o modelo B representa uma estrutura com falha. Esses dois modelos apresentam fortes descontinuidades de propriedades físicas, o que gera as difrações.

Com base nestes dois modelos é analisado a existências das difrações, condições de fronteiras e estabilidade, ou seja, é feito uma análise numérica do campo de ondas sísmicas utilizando o método das diferenças finitas.

O algoritmo (FDSKALAR), utilizado para gerar os sismograma e "snapshots", foi desenvolvido por Sandmeier & Liebhart (1992), no Geophysical Institut of Karlsruhe University, Germany, o qual é de grande aplicabilidade para a compreensão e controle do problema de modelagem sísmica. Isto só veio a contribuir para interpretação de dados sísmicos.

A apresentação deste trabalho foi dividida em 5 capítulos da seguinte forma:

- 1) Introdução;
- 2) Geração do modelo: os dados de entrada para a geração do sismograma e instantâneos de propagação 'snapshots' são parâmetros relativos às fontes e receptores, além da matriz de velocidade.
- 3) Formulação numérica: nesse capítulo é explicada a formulação da onda acústica caso (2-D) e a solução pelo método de diferenças finitas. São feitas análise numérica, estabilidade e condições de fronteiras utilizadas no cálculo do campo de onda sísmica no método de diferenças finitas
- 4) Cálculo de sismogramas: a validação do programa de diferenças finitas FDSKALAR Sandmeier & Liebhardt (1992), utilizado para gerar os sismogramas e instantâneos de tempo 'snapshots' comparado com o programa de modelamento Sísmico pela Teoria

do Raio SEIS88 Cervený & Psencik (1988) e análise dos sismogramas sintéticos referente aos modelos A e B.

- 5) Conclusões e sugestões: a determinação do modelo de velocidade em regiões com estruturas geológica complexa é o principal desafio para os geofísicos de hoje. Os sismogramas obtidos mostram que um contraste alto de velocidade influencia bastante no resultado final, o que gera um desafio fazer a remoção desses elementos (múltiplas, difrações). Os pontos difratores por terem amplitudes pequenas em relação a reflexão não se destacam muito bem na apresentação. Um dos grandes problemas na simulação de modelos que envolvem a Terra é a limitação básica das velocidades dos computadores (o custo de tempo de CPU e a memória disponível), isto restringe o tamanho do modelo.

Em modelos complexos as reflexões, difrações, múltiplas e outros eventos se apresentam de forma que fica difícil a sua identificação. Este trabalho aponta a necessidade de novos métodos de processamento sísmicos capazes de produzir imagens acústicas mesmo na presença de múltiplas e difrações.

2 GERAÇÃO DO MODELO

Os dados sintéticos referentes à modelagem acústica, foram gerados e analisados no computador PC (Pentium II/ 128 RAM/ 300Hz) do Laboratório de Processamento Sísmico (PROSIS/ DGF/UFGA). Um modelo inadequadamente construído pode afetar muito na qualidade da simulação obtida. Para evitar esses erros devem ser levadas em conta as seguintes considerações: o modelo deve ser bidimensional (2-D) ou tridimensional (3-D), o tamanho do modelo deve ser bem definido, a quantidade de interfaces, a velocidade e qual o nível de detalhe estrutural que será retratado no modelo.

Neste trabalho são utilizados modelos acústicos bidimensionais (2-D). A densidade é considerada constante e a velocidade de propagação da onda varia em todo o espaço. Os dados de entrada para a geração do sismograma e instantâneos de propagação (snapshots) são parâmetros relativos às fontes e receptores, além da matriz de velocidade.

Foram utilizados modelos geológicos complexos, a fim de se observar o efeito de pontos difratores durante a propagação da onda sísmica.

2.1 MOTIVAÇÃO GEOLÓGICA

A Bacia Paleozóica do Amazonas, com área de aproximadamente 500.000 km², está localizada na porção setentrional do Brasil, entre o conjunto de rochas pré-cambrianas incluídas nas Províncias, Rio Branco e Tapajós . Fica limitada a leste, pelo Arco de Gurupá e a oeste pelo Arco de Purus

As primeiras investigações geológicas sistemáticas na Bacia do Amazonas foram desenvolvidas por Derby (1877), Evans (1906), Paiva (1929) e Moura (1938), que descreveram e caracterizaram várias unidades litológicas através de mapeamento básico, em particular ao longo dos principais rios da região. A base para a primeira coluna estratigráfica que se conhece foi fornecida por Oliveira & Leonardos (1943), Petri (1952).

A existência de um grande volume de rochas de composição basáltica, intercaladas na forma de soleiras nas unidades litológicas de origem sedimentar, que constituem as bacias paleozóicas amazônicas, faz com que a propagação das ondas sísmicas apresentem um padrão bastante complexo, dificultando o trabalho da interpretação sísmica na definição de alvos localizados abaixo das soleiras.

O problema neste tipo de ambiente, trata-se da existência do espalhamento por difração das ondas sísmicas nas áreas de mergulhos acentuados próximos as zonas de falhas com planos verticais ou geradas por movimentação de sal. Os eventos de difração sísmica, nesta situação, têm forte influência na deterioração da imagem sísmica dos horizontes paleozóicos adjacentes, faz-se necessário um adequado tratamento dos dados sísmicos tendo como objetivo uma melhor definição da imagem sísmica nestas regiões.

A situação apresentada acima é um importante exemplo de motivação para a pesquisa a ser realizada neste trabalho.

Na Bacia do Amazonas, poucos são os afloramentos de rochas sedimentares de idade paleozóica que podem ser estudados, devido a densa cobertura florestal que dificulta as observações de superfície, e a vasta distribuição dos sedimentos meso-cenozóicos. No entanto, nas bordas da bacia, nos locais onde as drenagens cortam transversalmente os pacotes rochosos, estes podem ser estudados. Um caso particular, provavelmente o único que se conhece, refere-se à região da estrutura dômica de Monte Alegre, onde há excelentes exposições rochosas paleozóicas, as quais têm proporcionado investigações de detalhe. Portanto, trabalhos de cunho regional dificilmente serão bem sucedidos se não forem usadas as informações de sub-superfície, obtidas através de poços e perfis sísmicos.

2.1.1 As seqüências deposicionais.

O pacote de rochas sedimentares depositados na Bacia do Amazonas desde o Ordoviciano até o recente atinge espessuras da ordem de 5 km.

De acordo com Ghignone & Northfleet (1971) as unidades lito-estratigráficas podem ser genericamente subdivididas em I,II,III,IV e V, correspondendo respectivamente às seguintes seqüências: Ordoviciano-Siluriano, Devoniano-Carbonífero Inferior, Carbonífero Superior-Permiano, Cretáceo e Terciária.

2.1.2 Rochas ígneas

Os corpos de diabásio, presentes entre os sedimentos paleozóicos, são constituídos essencialmente de plagioclásio, piroxênios, quartzo, biotita e hornoblenda. Apresentam textura sub-óptica Dominante, e foram reunidos sob a denominação Episódio Penatecaua (Issler *et al.* 1974)

Com base no mapa de somatória das espessuras das soleiras, foi calculado em 90.000 km³ o volume de diabásio permeado na Bacia do Amazonas. A espessura máxima atingida de diabásio foi de 915m no poço Tucumã N°01, situado na região mediana entre os rios Tapajós e Xingu.

O controle tectônico da intrusão de diabásio é observado em várias bacias. Francis (1982), estudando as feições ígneas no norte da Inglaterra, demonstrou que quando o diabásio ainda está fluido, ele migra mergulho abaixo, por gravidade, para o depocentro estrutural e, caso haja alguma mudança litológica e/ou estrutural, ele procura o caminho mais fácil para continuar o seu fluxo em direção à calha estrutural.

A análise microtectônica das soleiras de diabásio nas bacias do Acre, Solimões e Amazonas, realizadas por Trouw (1983), revelou que existe deformação em estado sólido, causando extinção ondulante, claramente visível nos plagioclásios que preenchem as fraturas dos poços BT-1 (Bacia do Acre), FB-1 e JA-1 (Bacia do Solimões) e o CS-2 (no Arco de Purus). No entanto, nenhuma amostra com evidência de extinção ondulante foi até o momento encontrada na Bacia do Amazonas, que possa claramente evidenciar uma tectônica compressiva pós-diabásio.

2.2 GEOMETRIA DOS MODELOS E PARÂMETROS DO LEVANTAMENTO

2.2.1 Modelo – A. Tipo domo

Este modelo (Figura 2.1), é composto por três camadas estruturalmente com falhas, foi inspirado em uma estrutura geológica típica da região amazônica, onde houve uma intrusão basáltica e que posteriormente por condições naturais se teve elevação de um domo salino, sobre um semi-espaco infinito, formando o modelo com a seguinte configuração: primeira camada argilosa com velocidade de 2500 (m/s), segunda camada basáltica com velocidade de 6400 (m/s), terceira camada calcário com velocidade de 3000 (m/s) e o domo salino com velocidade de 4500 (m/s).

Para uma melhor análise dos resultados, principalmente para saber o comportamento da frente de onda ao passar por uma interface de forte impedância, isto é, com grande contraste de velocidade, foram feitos dois poços com profundidade de 795m, localizados a 700m e 1700m da origem do modelo respectivamente, os parâmetros relativos ao levantamento estão (Tabela 2.1).

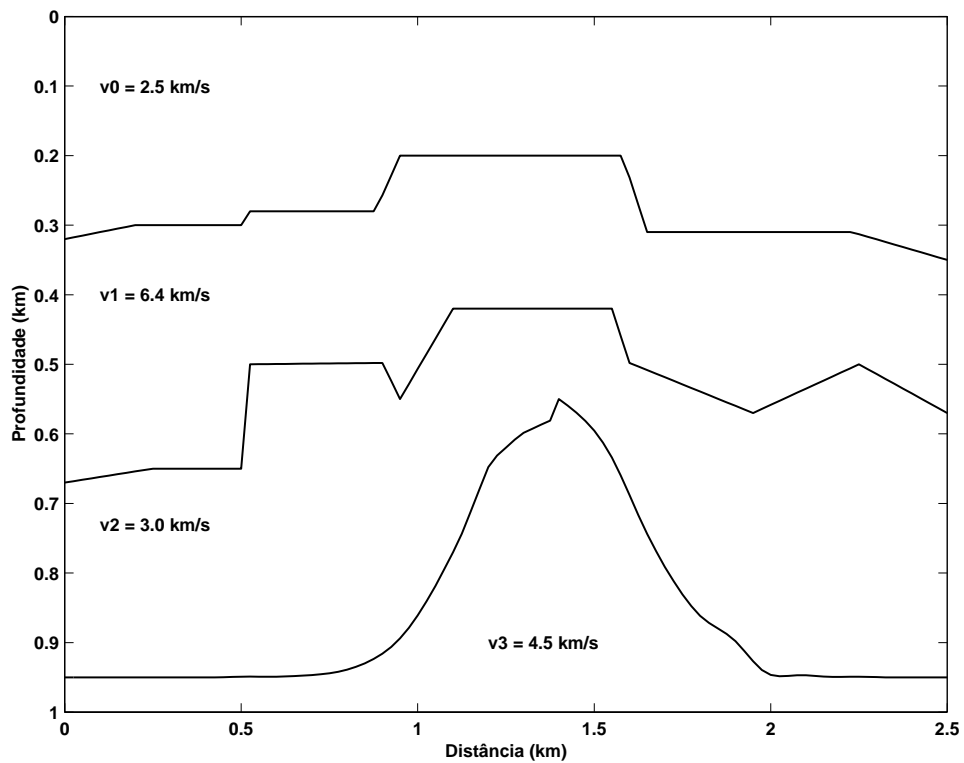
MODELO A

Figura 2.1 – Modelo geológico, tipo domo subjacente a estrutura de três camadas, sendo uma delas de alta velocidade, situação comumente encontrada na região Amazônica.

Tabela 2.1

Parâmetros utilizados para a obtenção do sismograma sintético, para o caso dos geofones localizados na superfície e nos poços respectivamente, do MODELO– A.

Comprimento Horizontal (m)	2500
Comprimento Vertical (m)	1000
Distância entre receptores na superfície (m)	12.5
Distância entre receptores no poço (m)	12.5
Número de receptores na superfície	192
Número de receptores no poço	63
Tipo de fonte	Fonte Linha
Frequência dominante da fonte na superfície	50 Hz
Frequência dominante da fonte para o poço	50 Hz
Tipo de Sinal	Fuchs – Mueller
Cobertura máx. do levantamento na superfície	96%
Cobertura máx. do levantamento no poço	79.5%
Intervalo de amostragem (s)	0.0001710
Tempo total de propagação para a superfície (s)	0.5
Tempo total de propagação para o poço (s)	0.4
Número de amostras por traços na superfície	2924
Número de amostras por traços no poço	2339

2.2.2 Modelo –B. Estrutura com falha

Este modelo está representado na Figura 2.2, sendo composto por um sistema de falhas normais mergulhos acentuados, sobre um semi-espaço infinito, com a seguinte configuração: primeira velocidade de 2500 (m/s), segunda velocidade de 3000 (m/s) e por último com a velocidade de 4000 (m/s), os parâmetros relativos ao levantamento estão (Tabela 2.2).

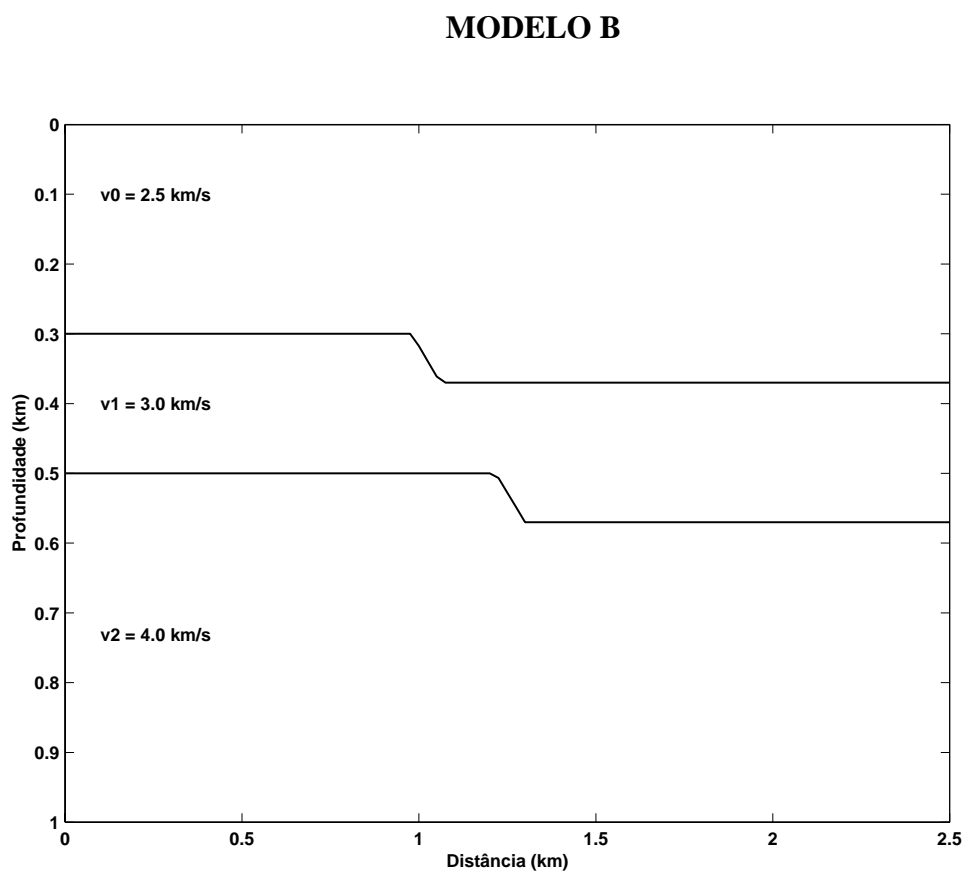


Figura 2.2 - Estrutura geológica com falha

Tabela 2.2

Parâmetros utilizados para a obtenção do sismograma sintético, para o caso dos geofones localizados na superfície, MODELO – B.

Comprimento Horizontal (m)	2500
Comprimento Vertical (m)	1000
Distância entre receptores (m)	12.5
Número de receptores	192
Tipo de fonte	Fonte Linha
Frequência dominante da fonte	50 Hz
Tipo de Sinal	Fuchs – Mueller
Cobertura máx. do levantamento	96%
Intervalo de amostragem (s)	0.0001710
Tempo total de propagação do sinal (s)	0.5
Número de amostras por traços	2924

2.3 DESCRIÇÃO DO MODELO DE VELOCIDADE

A modelagem dos dados sísmicos requer uma representação matemática do modelo da subsuperfície. A escolha do tipo de descrição do modelo é importante, porque é através desta que se vai ter um bom ou mal resultado.

O sal puro tem a velocidade de cerca de 4500(m/s). Entretanto um corpo de sal pode incluir outras litologias com velocidades muito diferentes. Vários tipos de modelos diferentes podem ser encontrados na literatura.

No modelo mostrado na Figura 2.1 e na Figura 2.2 as velocidades são constantes em cada camada, ou seja, é considerado um material de mesmas propriedades físicas em cada camada.

As ondas sísmicas se propagam com velocidades diferentes nos diversos tipos de rochas. Muitas rochas ígneas e metamórficas têm pequena ou nenhuma porosidade, e as velocidades das ondas sísmicas dependem principalmente das propriedades elásticas do mineral que a rocha é formada. A Tabela 2.3 mostra a velocidade de ondas compressional para os diferentes tipos de rochas, baseadas principalmente em medidas de laboratório em amostras representativas. Dobrin & Savit (1976).

Tabela 2.3
Velocidades de ondas compressonais

MATERIAL	VELOCIDADE (m/s)
Granito	5640
Basalto	6400
Arenito	1400- 4300
Calcário	1700-4200
Argila	1100-2500
Sal	4500

As interfaces são linhas imaginárias que separam as camadas com diferenças de impedância acústica ($I = \rho c$), onde I corresponde a impedância acústica, ρ corresponde a densidade e c a velocidade de propagação no meio respectivamente.

As interfaces descritas nos modelos A e B foram geradas pelo programa de modelamento Sísmico pela Teoria do Raio SEIS88 Cerveny & Psencik (1988). Esse pacote é responsável pela geração da matriz de velocidade e o perfil geométrico.

O perfil geométrico dos refletores é constituído a partir de interpolações linear e spline-cúbica, ou seja, as coordenadas Cartesianas (x, y) e o interpolador. Do mesmo modo que a função pode ser construída da Série de Fourier pela superposição de senos e cossenos é possível construir uma função a partir das séries polinomiais. A função spline-cúbica é uma função criada pela soma de polinômios cúbicos. A matriz de velocidade é gerada de forma que o vetor velocidade de cada camada seja zero no ponto corresponde à interface.

3. FORMULAÇÃO NUMÉRICA : CASO ACÚSTICO 2-D.

3.1 EQUAÇÃO DA ONDA ACÚSTICA

O campo acústico é descrito pelos campos $P(x, z, t)$ e $u(x, z, t)$, onde P e u estão relacionadas pela relação constitutiva equação (3.1) e pelo balanço de momento linear equação (3.2). A solução da equação (3.1) e (3.2) mais as condições iniciais e condições de fronteiras é única. O campo de pressão é representado por campo escalar, enquanto o campo de deslocamento da partícula por um campo vetorial.

Assim, pela lei de Hooke,

$$P = -K\nabla \cdot \vec{u} \quad (3.1)$$

onde, P é o campo de pressão, K modulo de incompressibilidade e \vec{u} é o deslocamento da partícula.

Pela lei de Newton temos,

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = -\nabla P \quad (3.2)$$

onde ρ representa a densidade do meio.

Tomando-se a segunda derivada em relação ao tempo da equação (3.1).

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -K\nabla \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

e substituindo na equação (3.2), tem-se

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = K\nabla \cdot \left(\frac{\nabla P}{\rho} \right). \quad (3.4)$$

Como $\frac{K}{\rho} = c^2$ é a velocidade de propagação da onda acústica no meio. Em meios com densidade constante pode-se escrever a equação da onda escalar

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (3.5)$$

Assumindo que o campo de pressão é invariável na direção do eixo y , então a derivada em relação a y fica igual a zero, obtendo-se a equação da onda escalar (2-D) com densidade constante, expressa por

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2(x, z) \left[\frac{\partial P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right], \quad (3.6)$$

onde, x e z são coordenadas Cartesianas, t é o tempo, c é a velocidade da onda acústica e P é a pressão.

3.1.1 Solução da Equação da Onda pelo método das diferenças finitas.

Através do método das diferenças finitas resolve-se as equações de onda ou as equações da elastodinâmica substituindo-se as derivadas parciais no espaço e no tempo por suas aproximações de diferenças finitas. Existem duas abordagens de diferenças finitas básicas para tratar meios com propriedades físicas que variam no espaço: as formulações homogêneas e as heterogêneas (Kelly *et al.* 1976).

Trabalhos mais recentes focalizam a tentativa de melhorar o cálculo numérico das condições de fronteiras ao longo de interfaces curvas Kummer & Behle (1982).

Uma outra abordagem mais geral é a formulação heterogênea, o qual resolve a equação de onda ou equação da elastodinâmica para meios heterogêneos. Esta equação implicitamente inclui todas as condições de fronteiras entre as zonas com propriedades de material diferente.

Embora a formulação heterogênea seja mais geral que a formulação homogênea, ela pode ser menos precisa em alguns casos. Quando as derivadas parciais dos módulos são calculadas, as interfaces entre as regiões de diferentes velocidades são essencialmente suavizadas ao longo do espaçamento da matriz. Na formulação homogênea, essas fronteiras têm efetivamente uma espessura zero. Essa suavização das interfaces no caso heterogêneo pode produzir pequenos erros de reflexão e coeficientes de transmissão (Kelly *et al.* 1976). Esses erros devem ser dependentes do comprimento de onda. Nas equações da elastodinâmica e na equação acústica com densidade constante, as derivadas das constantes físicas não são levadas em conta e este efeito de suavização não é um problema.

O método explícito é a técnica de diferença finita mais comum, ela atualiza o campo de onda num ponto da matriz de cada vez para cada etapa de tempo. Uma vez a matriz inteira tenha sido atualizada, o método é repetido para avançar o campo de onda para a próxima etapa de tempo. Menos comuns são os esquemas implícitos de diferenças finitas que atualiza o campo de onda para toda matriz em cada etapa através da solução de um sistema linear. Quando aplicado para uma equação de onda, ambos esquemas funcionam como um procedimento de marcha no tempo, em que as equações apropriadas são resolvidas repetidamente no tempo para o movimento em um meio excitado por um distúrbio transiente. Entre as duas categorias, o esquema explícito é computacionalmente simples, (Mitchell, 1969; Emerman *et al.* 1982).

Os algoritmos para as equações da elastodinâmica em meios heterogêneos são mais complexos do que para o caso acústico, mas o processo de atualização é essencialmente o mesmo.

A razão $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ deve ser escolhida pequena o suficiente a fim de que o esquema de diferenças finitas seja estável, isto é, para que os erros numéricos sejam limitados nas sucessivas etapas de tempo. Esta condição de estabilidade relaciona-se ao espaçamento entre os pontos no interior da matriz e o valor máximo da propriedade física da matriz de velocidade. Alford *et al.* (1974), apresentaram as condições para a estabilidade em esquemas de diferenças finitas acústicos de segunda e quarta ordem respectivamente.

A precisão do método de diferenças finitas depende de como se obtém amostras da onda sísmica no espaço e no tempo. Assim a precisão espacial depende de quantos pontos da matriz

existem por comprimento de onda, em função deste parâmetro é que pode ocorrer a dispersão numérica no cálculo.

Tem havido uma tendência para usar aproximações de diferença finita de quarta ordem (Figura 3.2), ao invés de aproximação de segunda ordem (Figura 3.1). Isto ocorre pelo fato de que esquema de quarta ordem tem uma precisão melhor do que o esquema de segunda ordem. Alford *et al.* (1974) consideram que apenas 6 pontos da matriz por comprimento de onda são necessários para dar uma precisão aceitável para um algoritmo de quarta ordem. Assim, embora estas aproximações de ordem mais alta, necessitem de mais computação por pontos da matriz que os de segunda ordem isto é mais do que compensado pela diminuição do número de pontos da matriz necessários para que o esquema de quarta ordem dê a mesma precisão que o algoritmo de segunda ordem.

Experimentos numéricos usando a técnica de diferenças finitas têm melhorado a compreensão da propagação da onda em meios de estruturas complexas. Tanto as abordagens determinísticas como as estocásticas para a propagação de ondas sísmicas têm se beneficiado das simulações numéricas. Na medida que a velocidade dos computadores aumenta, este método numérico será cada vez mais aplicado.

Para muitos problemas soluções analíticas de equações diferenciais não são encontradas. Felizmente, os tratamentos numéricos das equações diferenciais podem dar resultados aproximados, para muitos problemas práticos. Entre as técnicas mais aceitáveis se tem o método das diferenças finitas. Uma aplicação desse método é a substituição das derivadas de uma equação diferencial, pela diferença de quantidades em algum ponto considerado. Os operadores diferenciais são aproximados por operadores de diferenças em uma malha retangular, triangular, hexagonal.

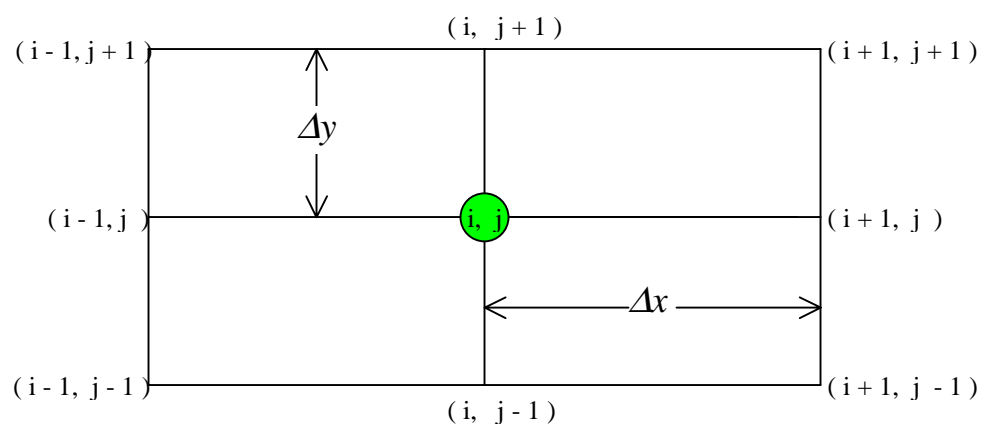


Figura 3.1 – Disposição dos pontos da malha, representando a aproximação de segunda ordem.

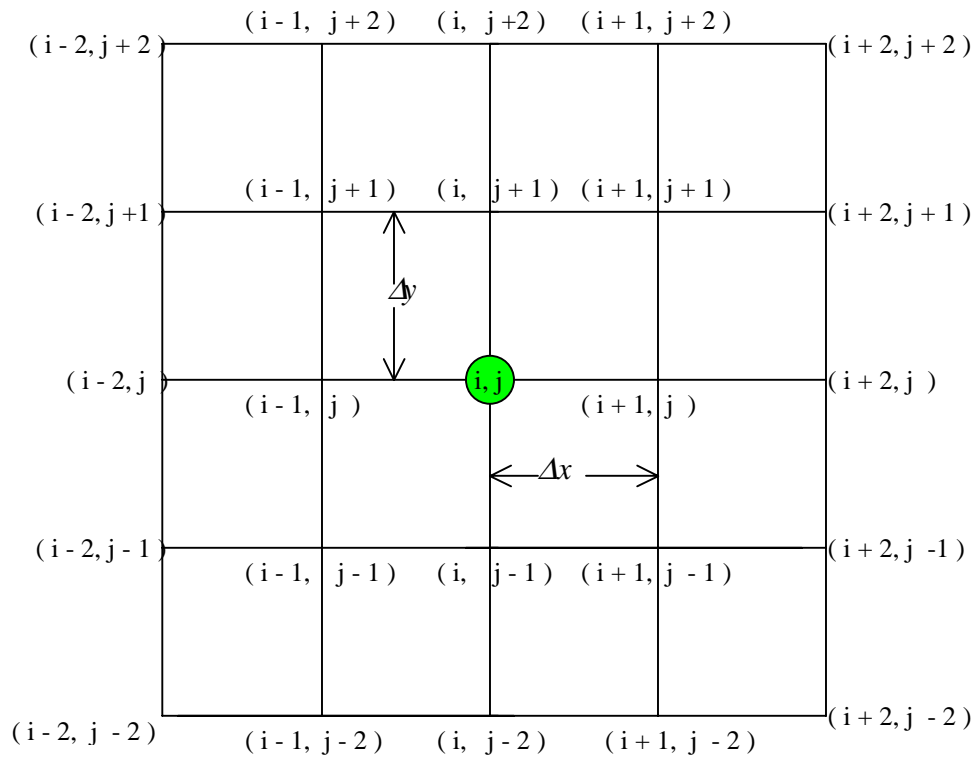


Figura 3.2 – Disposição dos pontos da malha, representando a aproximação de quarta ordem.

Supondo que $u = u(x, y)$ é a solução da equação diferencial e fazendo a expansão em série de Taylor, tem-se

$$\begin{aligned}
 u(x + \Delta x, y + \Delta z) &= u(x, y) + \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial y}\right) u(x, y) + \dots + \\
 &+ \frac{1}{2!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u(x, y) + \dots + \\
 &+ \frac{1}{n!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial y}\right)^n u(x, y) + R_{n+1}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Substituindo as variáveis (x, z, t) na equação bidimensional da onda (3.6) pelas variáveis discretas $(i\Delta x, j\Delta z, n\Delta t)$, R_{n+1} corresponde ao erro. O campo de pressão pode ser representados por

$$P(x, z, t) = P(i\Delta x, j\Delta z, n\Delta t) \tag{3.8}$$

Para facilitar a notação, pode-se escrever o campo de pressão em x_i , z_j e t_n como $P_{(i,j)}^n$. Neste trabalho $\Delta x = \Delta z$ e as aproximações das derivadas parciais da equação da onda são de segunda e quarta ordem para a segunda derivada. As aproximações dos operadores por diferenças finitas, estão no Apêndice A.

$$\begin{aligned}
 P_{(i,j)}^n &= P(x = x_0 + i\Delta x, z = z_0 + j\Delta z, t = n\Delta t) \\
 c_{(i,j)} &= c(x = x_0 + i\Delta x, z = z_0 + j\Delta z)
 \end{aligned} \quad i, j = 0 \dots N \tag{3.9}$$

onde, Δx é o tamanho da malha da matriz, Δt corresponde ao intervalo da etapa de tempo e N corresponde a número de pontos na malha (Figura 3.1).

O objetivo é fazer as derivadas parciais relacionando o espaço e tempo, e substituir na equação (3.6). A aproximação de segunda ordem para a segunda derivada, da equação (3.7) é dada por

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial x^2} \approx \frac{P_{(i-1,j)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i+1,j)}^n}{\Delta x^2} \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial z^2} \approx \frac{P_{(i,j-1)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j+1)}^n}{\Delta z^2} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial t^2} \approx \frac{P_{(i,j)}^{n-1} - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j)}^{n+1}}{\Delta t^2} \quad (3.12)$$

Substituindo as equações (3.10), (3.11) e (3.12) na equação (3.6), temos

$$\frac{1}{c^2} \left[\frac{P_{(i,j)}^{n-1} - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j)}^{n+1}}{\Delta t^2} \right] = \left[\frac{P_{(i-1,j)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i+1,j)}^n}{\Delta x^2} \right] + \left[\frac{P_{(i,j-1)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j+1)}^n}{\Delta z^2} \right], \quad (3.13)$$

os operadores da equação (3.13) são $[1 \quad -2 \quad 1]$

que corresponde a uma aproximação por diferenças finitas de segunda ordem, para a equação da

onda. Isolando o termo $P_{(i,j)}^{n+1}$, e $A = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2$, a equação (3.13) torna-se

$$P_{(i,j)}^{n+1} = 2P_{(i,j)}^n - P_{(i,j)}^{n-1} + A \left[P_{(i-1,j)}^n - 4P_{(i,j)}^n + P_{(i+1,j)}^n + P_{(i,j-1)}^n + P_{(i,j+1)}^n \right] \quad (3.14)$$

Utilizando-se a equação (3.14), podemos calcular o valor do campo de pressão para um tempo $t = (n+1)\Delta t$, conhecendo os campos em $n\Delta t$ e em $(n-1)\Delta t$.

Para se obter melhor aproximação na solução da equação da onda, utiliza-se o operador de quarta ordem na equação (3.6) para as derivadas parciais em relação a x , z e t .

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial x^2} = \frac{-P_{(i-2,j)}^n + 16P_{(i-1,j)}^n + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i+1,j)}^n - P_{(i+2,j)}^n}{12\Delta x^2} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial z^2} = \frac{-P_{(i,j-2)}^n + 16P_{(i,j-1)}^n + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j+1)}^n - P_{(i,j+2)}^n}{12\Delta z^2} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial t^2} = \frac{-P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j)}^{n+1} - P_{(i,j)}^{n+2}}{12\Delta t^2} \quad (3.17)$$

Substituindo as equações (3.15), (3.16) e (3.17) na equação (3.6), que corresponde a uma aproximação de quarta ordem para a equação da onda,

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} & \left[\frac{-P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j)}^{n+1} - P_{(i,j)}^{n+2}}{12\Delta t^2} \right] = \\ & \left[\frac{-P_{(i-2,j)}^n + 16P_{(i-1,j)}^n + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i+1,j)}^n - P_{(i+2,j)}^n}{12\Delta x^2} \right] + \\ & \left[\frac{-P_{(i,j-2)}^n + 16P_{(i,j-1)}^n + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j+1)}^n - P_{(i,j+2)}^n}{12\Delta z^2} \right], \end{aligned} \quad (3.18)$$

os operadores da equação (3.18) são $[-1 \quad 16 \quad -30 \quad 16 \quad -1]$.

Isolando-se o termo $P_{(i,j)}^{n+2}$, tem-se

$$\begin{aligned}
P_{(i,j)}^{n+2} = & -P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} + 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j)}^{n+1} \\
& + A[-P_{(i-2,j)}^n + 16P_{(i-1,j)}^n + 60P_{(i,j)}^n + 16P_{(i+1,j)}^n - P_{(i+2,j)}^n - \\
& - P_{(i,j-2)}^n + 16P_{(i,j-1)}^n + 16P_{(i,j+1)}^n - P_{(i,j+2)}^n] \quad (3.19)
\end{aligned}$$

Desta forma, utilizando a equação (3.19), pode-se calcular o valor do campo de pressão para um tempo $t = (n + 2)\Delta t$, conhecendo os campos em $n\Delta t$, $(n - 1)\Delta t$, $(n + 1)\Delta t$ e em $(n - 2)\Delta t$, ou seja, se conhece o tempo futuro, conhecendo-se os tempos presente e passado.

3.2 DISPERSÃO NUMÉRICA E ESTABILIDADE

A solução da equação da onda através de operadores de diferenças finitas é um processo estável dentro de certos limites. Alford *et al.* (1974) apresentaram estes limites para o caso de uma malha regular de pontos, ou seja, $\Delta x = \Delta z$.

Substituindo-se o harmônico $P_j^n = e^{i(\kappa j \Delta x - \omega n \Delta t)}$, onde $i = \sqrt{-1}$, P é campo de pressão, ω frequência angular κ número de ondas, na equação (3.10), que relaciona a dispersão espacial (número de onda) e temporal (frequência angular)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 P_j^n}{\partial x^2} & \approx \frac{P_{j-1}^n - 2P_j^n + P_{j+1}^n}{\Delta x^2} = \\
& = \frac{e^{i\kappa(j-1)\Delta x} - 2e^{i\kappa j \Delta x} + e^{i\kappa(j+1)\Delta x}}{\Delta x^2} e^{(-i\omega n \Delta t)} \\
& = \frac{e^{i\kappa \Delta x} - 2 + e^{-i\kappa \Delta x}}{\Delta x^2} e^{i\kappa j \Delta x - \omega n \Delta t} \\
& = \frac{-4}{\Delta x^2} \left(\text{sen}^2 \frac{\kappa \Delta x}{2} \right) e^{i(\kappa j \Delta x - \omega n \Delta t)} \quad (3.20)
\end{aligned}$$

similarmente,

$$\frac{\partial^2 P_j^n}{\partial t^2} \approx \frac{-4}{\Delta t^2} \left(\text{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \right) e^{i(\kappa j \Delta x - \omega n \Delta t)} \quad (3.21)$$

substituindo as equações (3.20) e (3.21) na equação (3.6), considerando apenas uma coordenada temos,

$$\frac{-1}{c^2 \Delta t^2} \text{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} = -\frac{1}{\Delta x^2} \text{sen}^2 \frac{\kappa \Delta x}{2} \quad (3.22)$$

ou

$$\omega = \frac{2}{\Delta t} \text{sen}^{-1} \left(\frac{c \Delta t}{\Delta x} \text{sen} \frac{\kappa \Delta x}{2} \right) \quad (3.23)$$

a equação (3.23) define a relação de dispersão $\omega = \omega(\kappa)$, Figura 3.3.

Para se manter ω real $\frac{c \Delta t}{\Delta x} \leq 1$, se $\frac{\kappa \Delta x}{2} \ll 1$ então,

$$c \Delta t < \frac{2}{\kappa}, \quad \text{para todo } \kappa \quad (3.24)$$

o valor máximo de κ corresponde a frequência espacial de Nyquist, para $\kappa_x = \frac{\pi}{\Delta x}$, com Δx sendo o tamanho da malha da matriz. Substituindo-se o valor na equação (3.24), tem-se

$$\frac{c \Delta t}{\Delta x} < \frac{2}{\pi} \quad (3.25)$$

que define o critério de estabilidade para o caso 1-D.

A velocidade de fase é definida com $v_f = \frac{\omega}{\kappa}$ e a velocidade de grupo como $v_g = \frac{\partial \omega(\kappa)}{\partial \kappa}$ passam a ser função do espaçamento entre os pontos da malha, da frequência do sinal e do ângulo de propagação, gerando dispersão numérica no sinal.

No caso 2-D, da mesma forma que foi feito para 1-D, as expressões das velocidades de fase e de grupo podem ser obtidas considerando-se a propagação de uma onda plana harmônica da forma,

$$P_{h,j}^n = e^{i(-\kappa_x h \Delta x - \kappa_z j \Delta z + \omega n \Delta t)} \quad (3.26)$$

onde κ corresponde ao número de onda e ω a frequência angular. Substituindo a equação (3.26) na equação (3.13) acústica forma discretizada, nos dá a seguinte relação de dispersão.

$$\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_z^2} = \frac{2}{c \Delta t} \operatorname{sen} \frac{\omega \Delta t}{2} \quad (3.27)$$

para ω real, Δt deve satisfazer a seguinte condição.

$$c \Delta t < \frac{2}{\sqrt{\kappa_x^2 + \kappa_z^2}} \quad (3.28)$$

o valor máximo de κ corresponde a frequência espacial de Nyquist em x e z . Para uma malha de espaçamento uniforme Δd em x e z , temos $\kappa_x = \kappa_z = \frac{\pi}{\Delta d}$, para estes valores encontra-se o critério de estabilidade para o caso 2-D.

$$\frac{c \Delta t}{\Delta d} < \frac{\sqrt{2}}{\pi} \quad (3.29)$$

A partir da equação (3.29) conclui-se as seguintes condições de estabilidade, para $\frac{c\Delta t}{\Delta d} > 1$ não haverá um ω real para satisfazer esta relação, $\frac{c\Delta t}{\Delta d} = 1$ não haverá dispersão numérica, caso contrário $\frac{c\Delta t}{\Delta d} < 1$ a dispersão numérica está sempre presente.

Para o esquema de quarta ordem similarmente ao de segunda ordem, substituindo o harmônico $P_{hj}^n = e^{i(\kappa_x x_h + \kappa_z z_j - \omega t_n)}$ na equação (3.19) temos a seguinte relação,

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^4 \frac{\omega \Delta t}{2} + 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} = \frac{c^2 \Delta t^2}{\Delta x^2} \left\{ \left(\operatorname{sen}^4 \frac{\kappa_x \Delta x}{2} + 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\kappa_x \Delta x}{2} \right) + \right. \\ \left. + \operatorname{sen}^4 \frac{\kappa_z \Delta x}{2} + 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\kappa_z \Delta x}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

resolvendo para $\operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2}$ e fazendo

$$B = \left(\operatorname{sen}^4 \frac{\kappa_x \Delta x}{2} + 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\kappa_x \Delta x}{2} \right) + \left(\operatorname{sen}^4 \frac{\kappa_z \Delta x}{2} + 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\kappa_z \Delta x}{2} \right), \text{ temos}$$

$$\operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + AB} \quad (3.31)$$

como $0 \leq \operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \leq 1$, deve-se exigir

$$\operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{9}{4} + AB} \quad (3.32)$$

para que $\operatorname{sen}^2 \frac{\omega \Delta t}{2} \leq 1$

$$\frac{9}{4} + AB \leq \frac{25}{4} \quad (3.33)$$

ou

$$AB \leq 4 \quad (3.34)$$

como

$$B \leq 8 \rightarrow A \leq \frac{1}{2} \quad (3.35)$$

então

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{2}c} \quad (3.36)$$

que define o critério de estabilidade para o esquema de quarta ordem. A Figura 3.4 mostra como está relacionada a anisotropia numérica para $\varphi = 0^\circ$, $\varphi = 22.25^\circ$ e $\varphi = 90^\circ$, onde φ é o ângulo entre a onda plana e o eixo x . Para que não ocorra dispersão numérica temos $N = 6$, que corresponde ao número de pontos por comprimento de onda (Figura 3.4).

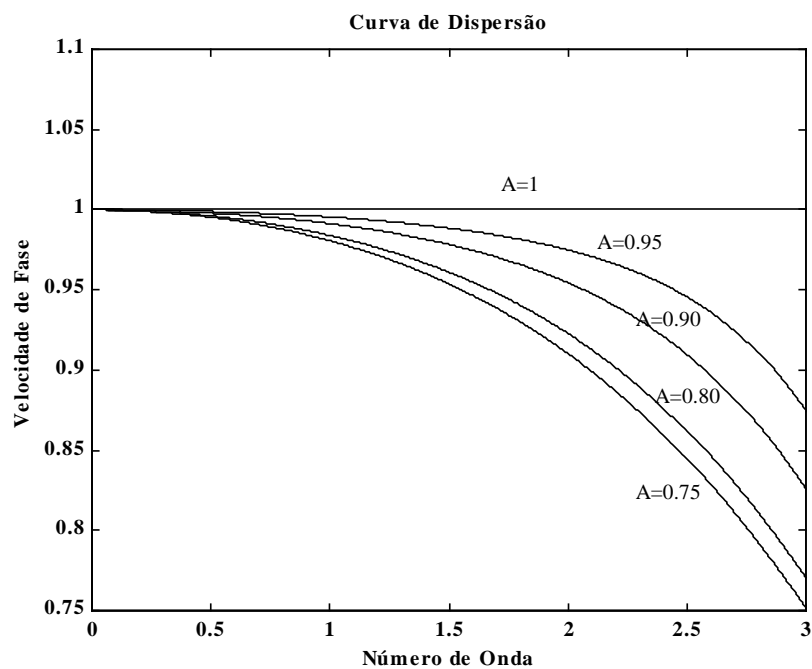


Figura 3.3 – Relação de dispersão aproximação de segunda ordem.

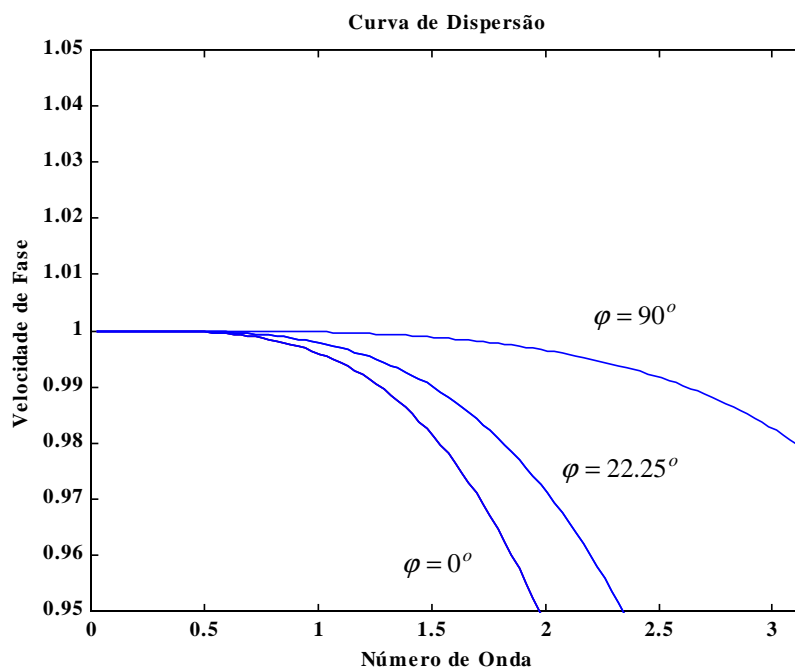


Figura 3.4 – Normalizada a velocidade de fase para diferentes ângulos de propagação. Para o esquema de quarta ordem ($A = 0.95$)

3.3 REFLEXÕES DE BORDA

O esquema explícito de diferença finita, tem sido usado para obter soluções aproximadas para problemas de propagação de onda de interesse geofísico (Alterman & Karal, 1968; Ottaviani, 1971; Alford *et al.* 1974; Kelly *et al.* 1976).

O problema de propagação de onda é teoricamente resolvido para um meio infinito, mas por causa da memória finita dos computadores, soluções por diferenças finitas só podem ser obtidas para um número finito de pontos. Torna-se necessário, então utilizar um modelo finito. A introdução de fronteiras artificiais no modelo produz eventos espúrios como reflexões de borda (Figura 3.5).

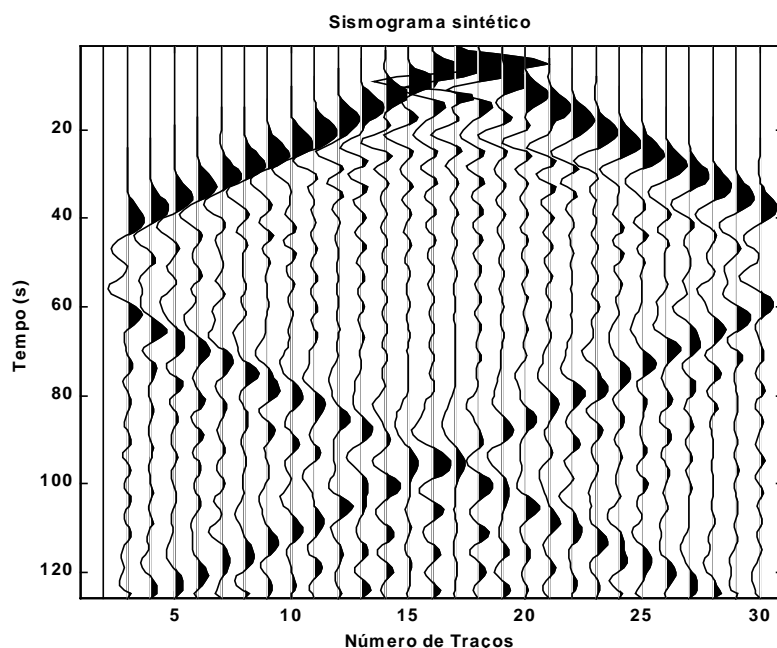


Figura 3.5 - Sismograma sintético sem condições de absorção.

Este fenômeno de reflexão nas bordas do modelo é devido ao uso de condições de fronteiras de Dirichlet ou Neuman. Já que o uso dessas fronteiras não pode ser evitado na geração de sismograma sintético por diferença finita, é necessário procurar outras condições de fronteira adicionais que reduzam as reflexões nas bordas.

Neste trabalho serão utilizadas as condições de fronteiras de Reynolds (1978) e Clayton & Engquist (1977), a fim de que, partes dessas reflexões de bordas sejam absorvidas, com isso se tem uma precisão “melhor” do modelo desejado.

3.3.1 Inclusão das condições de absorção

3.3.1.1 Condição de absorção segundo Clayton.

A estabilidade da equação para a extrapolação do tempo é assegurada pelo fato de que a sua relação de dispersão, é dada por,

$$\omega = v(\kappa_x^2 + \kappa_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.37)$$

onde ω é uma função real dos números de ondas espacial κ_x e κ_z .

Se for considerado a extrapolação espacial da equação da onda na direção z , a forma apropriada da relação de dispersão seria,

$$\kappa_z = \pm \left(\frac{\omega}{v} \right) \left[1 - \left(\frac{v^2 \kappa_x}{\omega^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.38)$$

Claramente existe problema de estabilidade quando $\left| \frac{v\kappa_x}{\omega} \right| > 1$ (ondas evanescente), porque κ_z se torna imaginário. Portanto é necessário modificar a equação da onda de tal forma que se elimine os componentes evanescente da solução. Uma maneira de se obter, isto é restringir as soluções para ondas que se deslocam dentro de um cone de eixo z (ondas paraxial).

Para formar a aproximação paraxial de (3.6), expande-se o operador da raiz quadrada de (3.38), como uma aproximação racional a respeito do operador $\frac{v\kappa_x}{\omega}$ pequeno. Existem pelo menos três aproximações para a equação de sinal + de (3.38) que são Clayton & Engquist (1977).

$$A1: \frac{\nu \kappa_z}{\omega} = 1 + O\left(\left|\frac{\nu \kappa_x}{\omega}\right|^2\right), \quad (3.39)$$

$$A2: \frac{\nu \kappa_z}{\omega} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\nu \kappa_x}{\omega}\right)^2 + O\left(\left|\frac{\nu \kappa_x}{\omega}\right|^4\right), \quad (3.40)$$

Uma forma de expansão geral, que leva a esquema de diferenciação estável, pode ser encontrada pela relação de recursão de uma série de aproximação de Padé para uma raiz quadrada Clayton & Engquist (1977).

$$a_j = 1 - \frac{\left(\frac{\nu \kappa_x}{\omega}\right)^2}{1 + a_{j-1}} + O\left(\left|\frac{\nu \kappa_x}{\omega}\right|^{2j}\right), \quad (3.41)$$

onde o j th corresponde a uma aproximação paraxial que é dado por $\frac{\nu \kappa_z}{\omega} = a_j$. O termo de erro nas expansões indica que as aproximações são válidas para a onda que se deslocam dentro de um cone de eixo z . Um conjunto de equações similares pode ser derivado para o sinal menos (-) em (3.38). Desta maneira os campos de ondas que estão se deslocando para esquerda e para direita são separados pela aproximação paraxial. Nota-se que as aproximações de ordem mais altas baseado na expansão em série de Taylor do termo da raiz quadrada da equação (3.38) levam a esquemas de diferenciação instáveis Engquist & Majda (1977).

Considerando-se $\kappa_x \ll 1$ tem-se a primeira condição de absorção A_1 ,

$$\nu \kappa_z = \omega. \quad (3.42)$$

Introduzindo o campo na equação (3.42), tem-se

$$\left(\kappa_z - \frac{\omega}{v} \right) P = 0 \quad (3.43)$$

aplicando a Transformada de Fourier Inversa (TFI) em (3.43), tem-se

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \right) P = 0 \quad (3.44)$$

ou

$$P_z + \left(\frac{1}{v} \right) P_t = 0, \quad (3.45)$$

Para a condição de absorção A_2 análogo a A_1 , tem-se

$$\frac{v \kappa_z}{\omega} = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{v \kappa_x}{\omega} \right)^2 \quad (3.46a)$$

$$\kappa_z = \frac{\omega}{v} - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{v} \right) \left(\frac{v \kappa_x}{\omega} \right)^2 \quad (3.46b)$$

$$\left(\omega \kappa_z - \frac{\omega^2}{v} + \frac{v}{2} \kappa_x^2 \right) P = 0 \quad (3.46c)$$

Aplicando a TFI em (3.46c), tem-se

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{v}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) P \quad (3.47)$$

ou

$$P_{zt} + \left(\frac{1}{v}\right)P_{tt} - \left(\frac{v}{2}\right)P_{xx} = 0 \quad (3.48)$$

As efetividades das várias condições de fronteiras podem ser medidas comparando os efeitos dos coeficientes de reflexão nas fronteiras. Para a equação da onda (3.6), considerando um onda plana se deslocando na direção z .

$$P_I = e^{(i\kappa_x x + i\kappa_z z - i\omega t)} \quad (3.49)$$

P_I é o campo de onda incidente. A reflexão da fronteira do fundo pode ser escrita sob a forma,

$$P_R = r e^{(i\kappa_x x - i\kappa_z z - i\omega t)}, \quad (3.50)$$

onde r é o coeficiente de reflexão (Figura 3.6). Próximo a fronteira, o campo total $P_T = P_I + P_R$ satisfaz as condições de absorção A_1 e A_2 , substituindo o campo incidente P_I e o campo refletido P_R na condição de absorção A_2 , tem-se

$$\kappa_z \omega (P_I - P_R) - \left(\frac{\omega^2}{v} - \frac{v}{2} \kappa_x^2 \right) (P_I + P_R) = 0 \quad (3.51)$$

substituindo $P_R = r e^{(i\kappa_x x - i\kappa_z z - i\omega t)}$ na equação (3.51) e resolvendo para r e avaliando as condições de fronteira, tem-se

$$r = -\frac{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{vK_x}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{vK_z}{\omega}\right)}{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{vK_x}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{vK_z}{\omega}\right)} \quad (3.52)$$

Considerando na equação (3.52) $\left(\frac{vK_x}{\omega}\right)^2 = 1 - \left(\frac{vK_z}{\omega}\right)^2$ e identificando $\frac{vK_z}{\omega}$ como $\cos \theta$, onde θ é o ângulo de incidência medido a partir da normal na fronteira, então o coeficiente de reflexão é dado por

$$r(\theta) = -\left[\frac{(1 - \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)}\right]^2. \quad (3.53)$$

Esta expressão é generalizada para a condição A_j como Clayton & Engquist (1977).

$$r_j(\theta) = -\left[\frac{(1 - \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)}\right]^j \quad (3.54)$$

As Figura 3.7 e a Figura 3.8 mostram como estão relacionadas as condições de absorção de Clayton, utilizando as condições A_1 e A_2 com uma fronteira sem condição de absorção.

Observa-se que quanto maior o ângulo de incidência será maior o coeficiente de reflexão, já que o ângulo de incidência θ é medido a partir da normal em relação ao eixo z .

Pode-se observar que a condição de absorção A_2 é melhor do que a condição de absorção A_1 Figura 3.6. Observa-se que o erro médio Em das condições de absorção A_1 e A_2 , para o tempo de 32 ms são $Em = 4.56 \times 10^{-007}$ e $Em = 3.1726 \times 10^{-007}$, respectivamente.

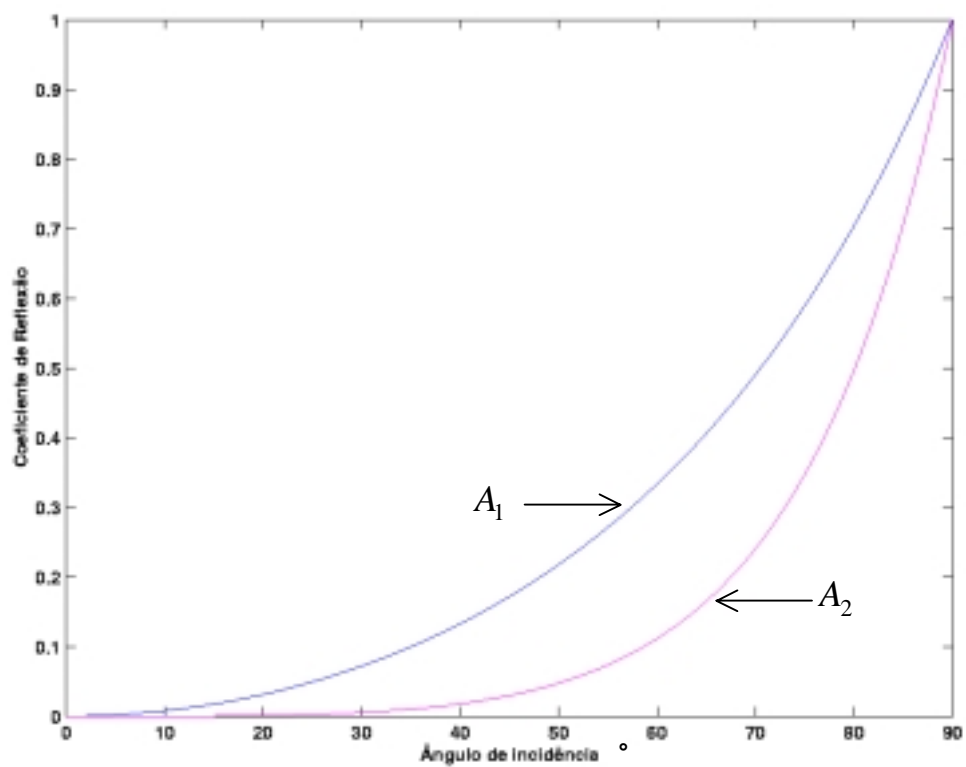


Figura 3.6 – Coeficientes de reflexões para as condições de absorção A_1 e A_2 , segundo Clayton.

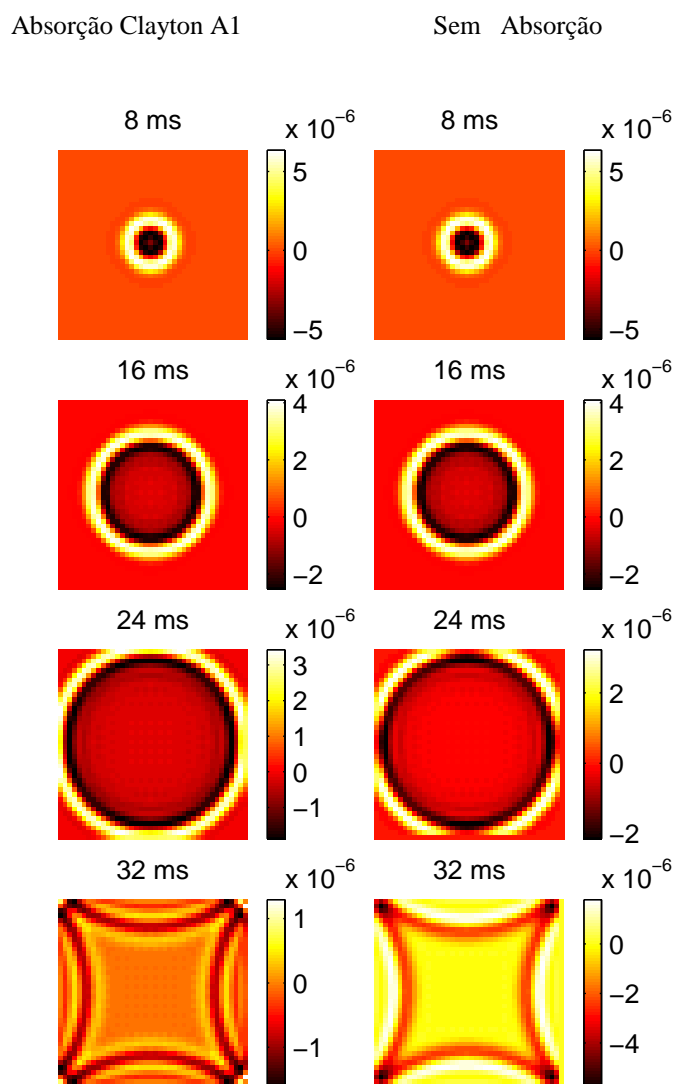


Figura 3.7 - As condições de absorção de Clayton A_1 lado esquerdo, comparado com uma fronteira sem condição de absorção lado direito.

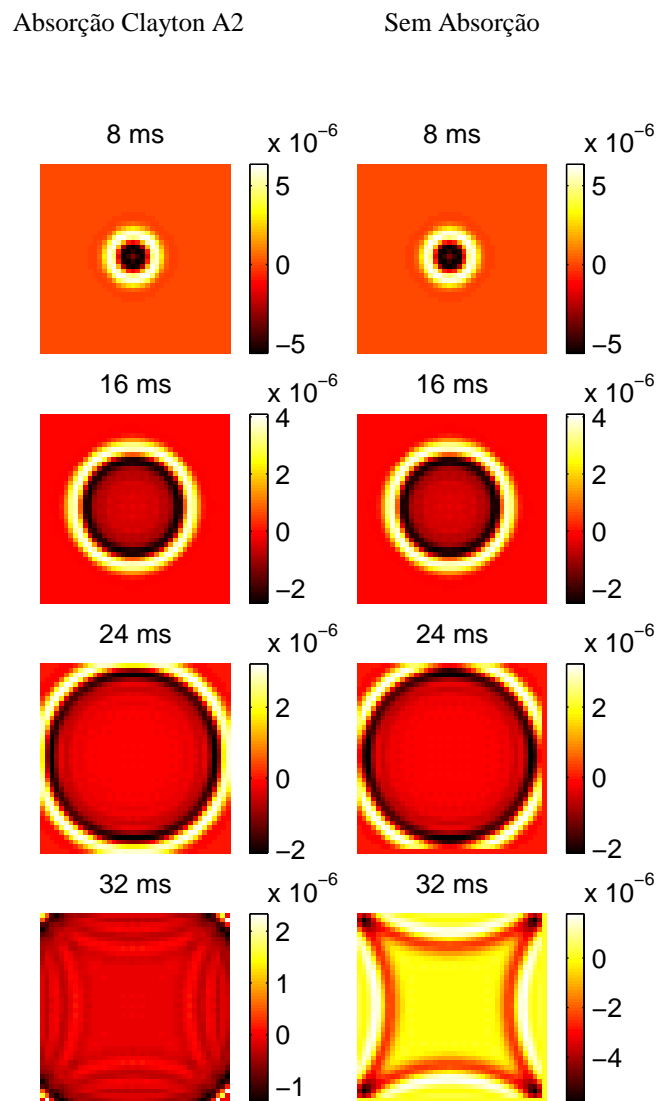


Figura 3.8 - As condições de absorção de Clayton A_2 lado esquerdo, comparado com uma fronteira sem condição de absorção lado direito.

3.3.1.2 Condição de absorção segundo Reynolds

O problema físico de interesse consiste em resolver a equação ou equações da forma da equação (3.6) para um meio cujo formato seja,

$$D = \{(x, z, t) | -\infty < x < \infty, \quad 0 \leq z \leq \infty, \quad t \geq 0\}, \quad (3.55)$$

mas por considerações práticas, o problema é resolvido para,

$$\hat{D} = \{(x, z, t) | -a \leq x \leq a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad 0 \leq t \leq T\} \quad (3.56)$$

onde as condições iniciais são especificadas em $t = 0$, usando condições de fronteiras de Dirichlet e Neuman, na forma ,

$$P(\pm a, z, t) = 0, \quad P(x, b, t) = 0 \quad (3.57a)$$

ou

$$\frac{\partial P}{\partial x}(\pm a, z, t) = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z}(x, b, t) = 0 \quad (3.57b)$$

Com essas condições de absorções são observadas grandes reflexões dos lados $x(\pm a)$, e do fundo ($z = b$) do modelo. O objetivo é buscar condições de fronteiras em $x = (\pm a)$ de tal forma que as reflexões das ondas incidentes nessas fronteiras sejam atenuadas.

Considerando-se que a solução desejada seja uma onda plana propagando-se, de forma,

$$P = e^{i(\omega t - \kappa x \cos \varphi \pm \kappa z \sin \varphi)} \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.58)$$

onde φ é o ângulo entre a onda plana e o eixo x , ω é a frequência angular e κ é o número de onda. A velocidade de fase v_f por definição é dado por,

$$v_f = \frac{\omega}{\kappa} \quad (3.59)$$

O coeficiente de reflexão R em $x = a$ é dado substituindo a equação $P(x, z, t)$ dado por

$$P = e^{i(\omega t - \kappa x \cos \varphi \pm \kappa z \sin \varphi)} + R e^{i(\omega t + \kappa x \cos \varphi \pm \kappa z \sin \varphi)} \quad (3.60)$$

para as condições de fronteira $P(a, z, t)$, substituindo a equação (3.60) na condição de fronteira (3.57a), onde R é o coeficiente de reflexão, então temos

$$|R| = 1. \quad (3.61)$$

Isto significa que a amplitude da onda refletida em $x = a$ é a mesma que a amplitude da onda incidente. Similarmente uma onda plana se deslocando para a esquerda irá refletir na fronteira $x = -a$.

O objetivo é fazer com que não tenha reflexão em $x = a$, ou seja, $|R| = 0$. Para isso será necessário outras condições de fronteiras. Fazendo a fatorização formal do operador diferencial para a equação da onda (3.6), tem-se,

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} &= \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \right] \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \right] + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \\ &= \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \right] \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \right] - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Supondo que P é uma onda plana deslocando-se para a direita dado por (3.58), e considerando-se a propagação na direção horizontal $\varphi = 0$, tem-se,

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} = 0 \quad (3.63)$$

Assim se φ é próximo de zero, parece apropriado eliminar os operadores $\frac{\partial^2}{\partial x \partial z}$, $\frac{\partial}{\partial z}$ em (3.62) e utilizando as condições de fronteiras unidimensionais, Apêndice B.

$$\frac{1}{c} \frac{\partial P(-a, t)}{\partial t} - \frac{\partial P(-a, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.64a)$$

e

$$\frac{1}{c} \frac{\partial P(a, t)}{\partial t} + \frac{\partial P(a, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.64b)$$

Para problemas bidimensionais, substituindo P dado por (3.60) em (3.64b) e resolvendo para R , tem-se

$$R_1(\varphi) = |R| = \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi}. \quad (3.65)$$

O coeficiente de reflexão é função do ângulo φ . Observa-se que na maioria das vezes o coeficiente de reflexão aumenta, a medida que φ aumenta. Esta situação está apresentada na Figura 3.9. A Figura 3.10 mostra essas condições de absorções apresentando um erro médio de $Em = 3.2707 \times 10^{-007}$ para o tempo de 32 ms. A Figura 3.11 faz uma relação entre as condições de absorção de Reynolds e as condições de absorção de Clayton A_2 apresentando $Em = 1.2261 \times 10^{-007}$ e $Em = 1.1740 \times 10^{-007}$ no tempo de 40 ms, respectivamente.

Em uma tentativa de definir condições de fronteiras que reduzem ainda mais os coeficientes de reflexão foi feita a fatorização formal do operador diferencial para a equação (3.6), do seguinte modo.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (3.66)$$

ou

$$L_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left[I + \left(\frac{\frac{\partial^2}{\partial z^2}}{\frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.67)$$

onde I é o operador identidade. Pode-se escrever a equação (3.67) como

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - L_1 \right) \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + L_1 \right). \quad (3.68)$$

Definindo-se formalmente L_1 como o conjunto de todas as funções representadas pelas ondas planas ou soma das ondas planas

$$L_1 P = \pm i \kappa \cos \varphi \left[1 + \left(\frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} \right)^{\frac{1}{2}} \right] P = \pm \kappa i P \quad (3.69)$$

com esta definição de L_1 , tem-se,

$$-L_1 L_1 P = \kappa^2 P = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) P \quad (3.70)$$

Fazendo a fatoraçoão de (3.68) se tem as seguintes condições de fronteiras

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} L_1 \right) P = 0, \quad x = -a \quad (3.71a)$$

e

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} L_1 \right) P = 0, \quad x = a \quad (3.71b)$$

Embora as condições de fronteiras (3.71a) e (3.71b) possibilitem um coeficiente de reflexão que seja zero para todos os ângulos de incidência φ , estas condições dependem explicitamente do número de onda κ o que não é viável na prática.

Então, buscando uma alternativa através da função, $f(\kappa z) = \sqrt{1 + \left(\frac{\kappa_z^2}{\kappa_x^2} \right)}$, expandindo-se a função f em série de Maclaurin até a segunda ordem, dado por,

$$f(\kappa z) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_z^2}{\kappa_x^2} \right) \quad (3.72)$$

Quando feito a substituição de (3.72) em (3.71a) e (3.71b), tem-se

$$\left[\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial x} \left(I + \frac{\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}}{\frac{\partial^2}{\partial x^2}} \right) \right] P = 0, \quad (3.73)$$

e aplicando o operador $\frac{\partial}{\partial x}$ na equação (3.73) é obtida as seguintes condições de fronteiras.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \right) - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, \quad x = -a \quad (3.74a)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, \quad x = a \quad (3.74b)$$

As condições de fronteiras (3.74a) e (3.74b) não dão uma boa aproximação pelo fato de não encontrar uma aproximação por diferenças finitas. A equação (3.75a) dá uma média dos coeficientes de reflexão menores de (3.74a) e (3.74b), de forma que o resultado de (3.75a) seja aceitável.

$$\frac{1}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \left(\frac{p}{p+1} \right) \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \quad (3.75a)$$

com $p = \frac{c \Delta t}{\Delta x} = 1$, que corresponde ao critério de estabilidade, fazendo c constante e substituindo P dado por (3.60) em (3.75a) e resolvendo R , se tem,

$$R_3(\varphi, p) = |R| = \frac{\left| \cos \varphi - \cos^2 \varphi - \frac{p}{1+p} \sin^2 \varphi \right|}{\left| \cos \varphi + \cos^2 \varphi + \frac{p}{1+p} \sin^2 \varphi \right|}. \quad (3.75b)$$

Observa-se que o coeficiente de reflexão é função de φ e p , que são os parâmetros que controlam as condições de absorção. A (Figura 3.9) mostra o comportamento dos coeficientes de reflexões para $p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, $p \leq \frac{1}{2}$ e $p \leq \frac{1}{4}$ com φ variando de 0 a $\frac{\pi}{2}$. Observa-se que os

coeficientes de reflexões são menores para $p \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, o que define um bom critério de estabilidade.

Transformando o termo $\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$ da equação (3.75a). Da equação (3.6), tem-se,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \quad (3.75c)$$

substituindo-se (3.75c) em (3.75a) e multiplicando o resultado por $(p + 1)$, tem-se

$$\frac{1}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + p \left(\frac{1}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right) = 0 \quad , x = a \quad (3.75d)$$

ou equivalente,

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{p}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) P = 0 \quad , x = a \quad (3.75e)$$

Pode-se derivar similarmente as condições de fronteiras no lado esquerdo e no fundo do modelo. Baseado na análise do coeficiente de reflexão, bem como em experimentos numéricos, é recomendado resolver os seguintes problemas para reduzir as reflexões de bordas.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \delta_{r,s} f(t) \quad \text{em } \hat{D}, \quad (3.76a)$$

onde $\delta_{r,s}$ é a função delta de Kronecker e $f(t)$ é o termo da fonte.

Condição de fronteira a esquerda

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{p}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0$$

$$x = -a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad 0 < t \leq T;$$
(3.76b)

Condição de fronteira a direita

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{p}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0$$

$$x = a, \quad 0 \leq z \leq b, \quad 0 < t \leq T$$
(3.76c)

Condição de fronteira no topo

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) \left(\frac{p}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) P = 0$$

$$-a \leq x \leq a, \quad z = 0, \quad 0 < t \leq T$$
(3.76d)

Condição de fronteira na base

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) \left(\frac{p}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) P = 0$$

$$-a \leq x \leq a, \quad z = b, \quad 0 < t \leq T$$
(3.76e)

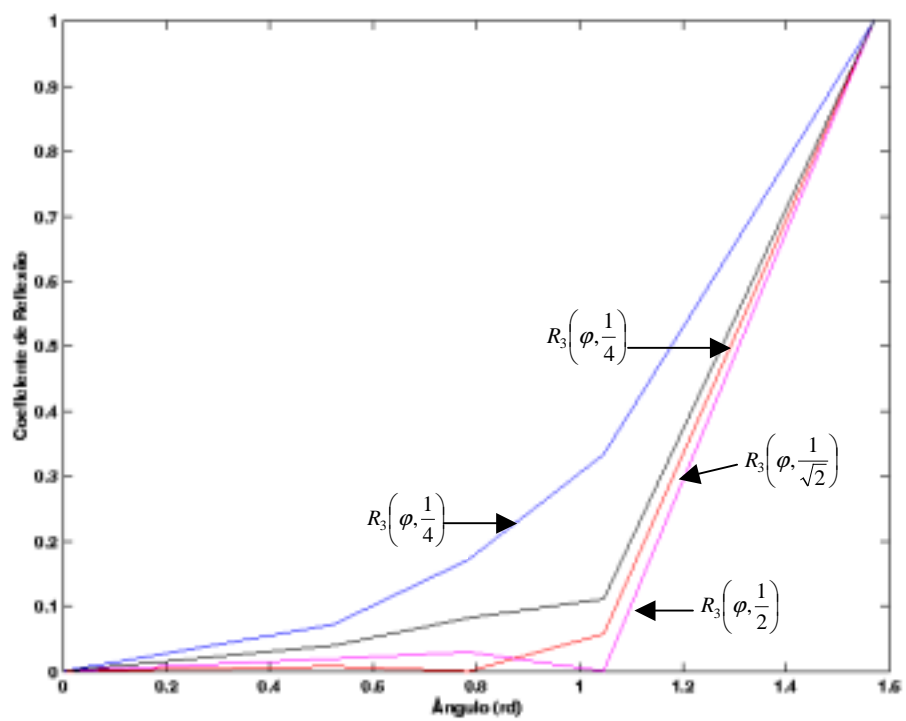


Figura 3.9 – Coeficientes de reflexão para várias condições de fronteira.

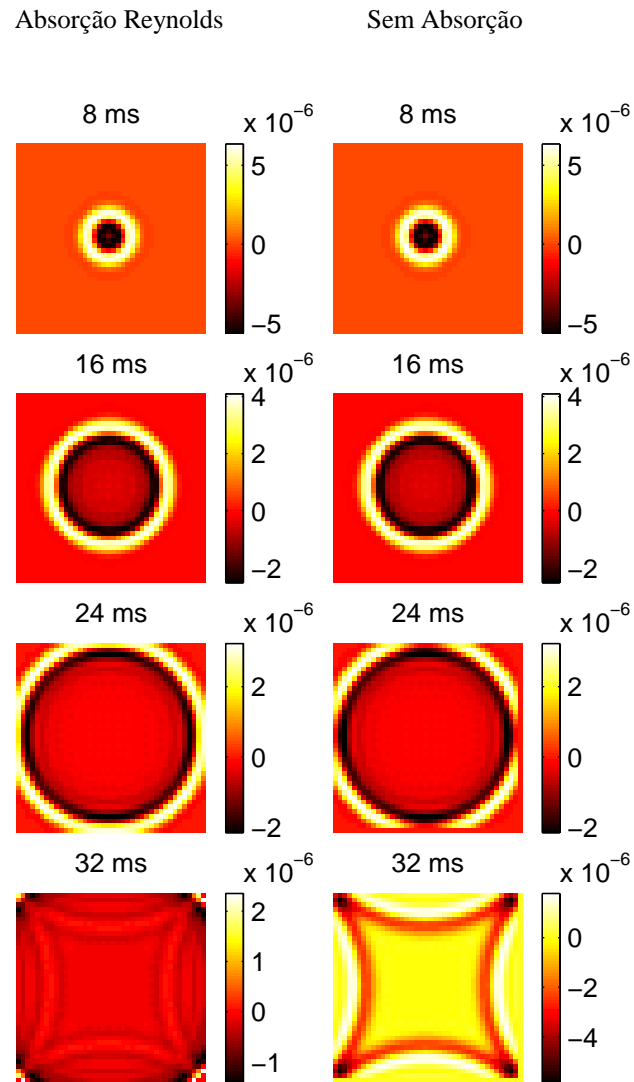


Figura 3.10 - Mostra as condições de absorção segundo Reynolds comparado com uma fronteira sem condição de absorção.

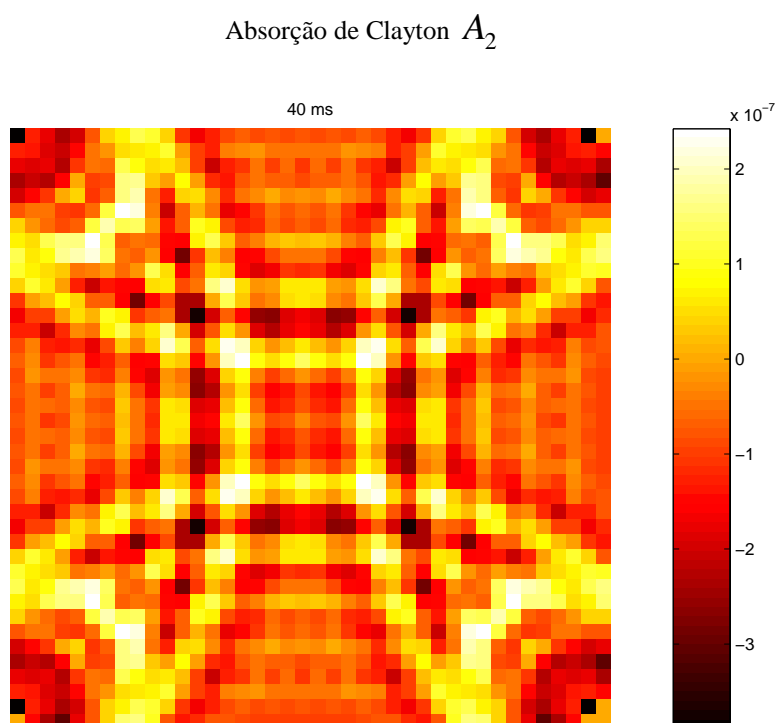
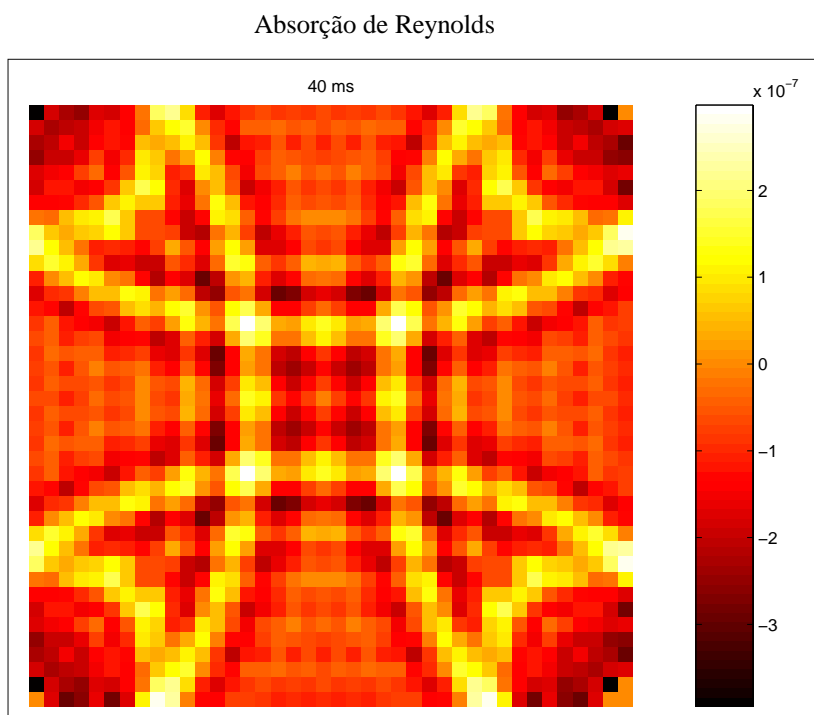


Figura 3.11 - Faz uma comparação entre as condições de absorção de Reynolds em cima com as de Clayton, observa-se pouca diferença entre as condições de absorção.

3.4 A FONTE

A fonte utilizada no algoritmo é fonte linha , sendo incluída da seguinte forma na equação da onda (3.6).

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + S(x, z, t) \quad (3.77)$$

onde $P(x, z, t)$ campo de pressão, $c(x, y)$ é a velocidade, x e z coordenadas, t tempo e $S(x, z, t)$ termo da fonte. Notação numérica,

$$S^n(i, j) = S(x = i\Delta x, \quad z = j\Delta z, \quad t = n\Delta t) \quad (3.78)$$

A inclusão da fonte requer consideração especial. A contribuição direta da fonte é calculada analiticamente a partir da solução conhecida para uma fonte em uma região infinita. O método usado para correlação dos deslocamentos da fronteira da região retangular é essencialmente o mesmo que o delineado por Alterman & Karal (1968). A expressão analítica para uma onda compressional equação (C-5) está no Apêndice - C. A variação no tempo do movimento na fonte é similar a primeira derivada de uma Gaussiana, mas inclui uma dispersão bidimensional adicionada com a fonte linear. É tentador usar soluções de fontes aproximadas ou de fontes assintóticas, por uma questão de simplicidade.

O sinal utilizado foi a função Fuchs-Mueller, fase misturada conforme Figura 3.12.

$$S(n\Delta t) = 4\pi x^2 \left[\text{sen}\left(\frac{2\pi n\Delta t}{\tau}\right) - \frac{1}{2} \text{sen}\left(\frac{4\pi n\Delta t}{\tau}\right) \right] \quad (3.79)$$

onde Δt é o intervalo de amostragem temporal, n é o índice de amostragem temporal, τ duração do sinal e x intervalo de amostragem.

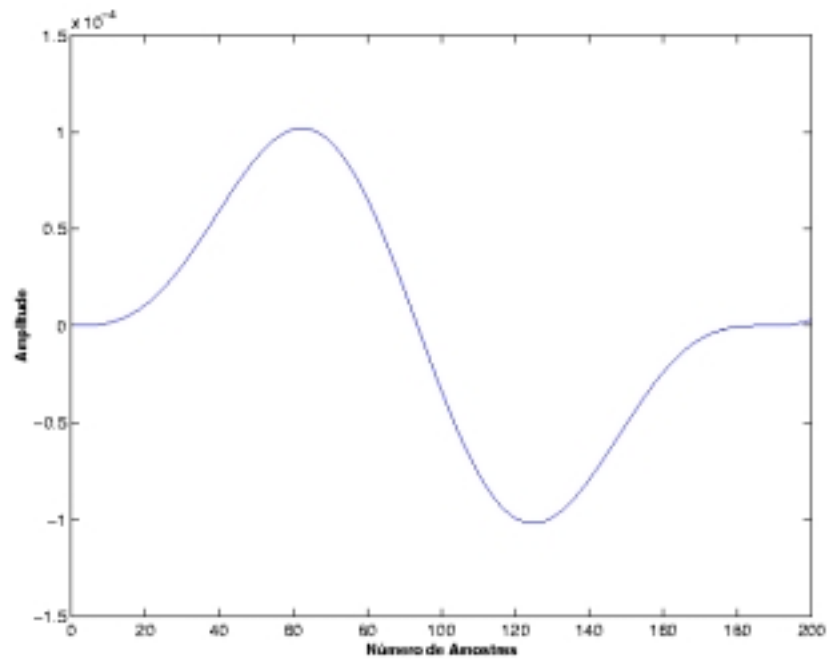


Figura 3.12- Sinal Fuchs-Mueller, fase mista

4.0 CÁLCULO DE SISMOGRAMAS

Os dados sintéticos foram obtidos, utilizando o método de diferenças finitas para resolver a equação da onda acústica (2-D), calculados através do programa de diferenças finitas FDSKALAR Sandmeier & Liebhardt (1992).

Neste capítulo vão ser abordados os resultados obtidos pelo método de diferenças finitas conforme os capítulos anteriores.

A validação do programa de diferenças finitas FDSKALAR, (Sandmeier & Liebhardt 1992), utilizado para gerar os sismogramas e 'snapshots', neste trabalho foi comparado com o programa de modelamento Sísmico pela Teoria do Raio SEIS88 Cerveny & Psencik (1988), (Figura 4.1) sendo composto por interfaces planas horizontais sobre um semi-espaco infinito, com a seguinte configuração: primeira velocidade de 2500 (m/s), segunda velocidade de 6400(m/s), e por último com a velocidade de 3000 (m/s), $\Delta x = 2.5$ m, $\Delta t = 0.0001710$ s e a posição da fonte a 1200 m. Observa-se que o resultado obtido pela Teoria do Raio (Figura 4.2) é semelhante ao resultado obtidos por diferenças finitas (Figura 4.3), com isso comprova-se a validade do programa de diferenças finitas.

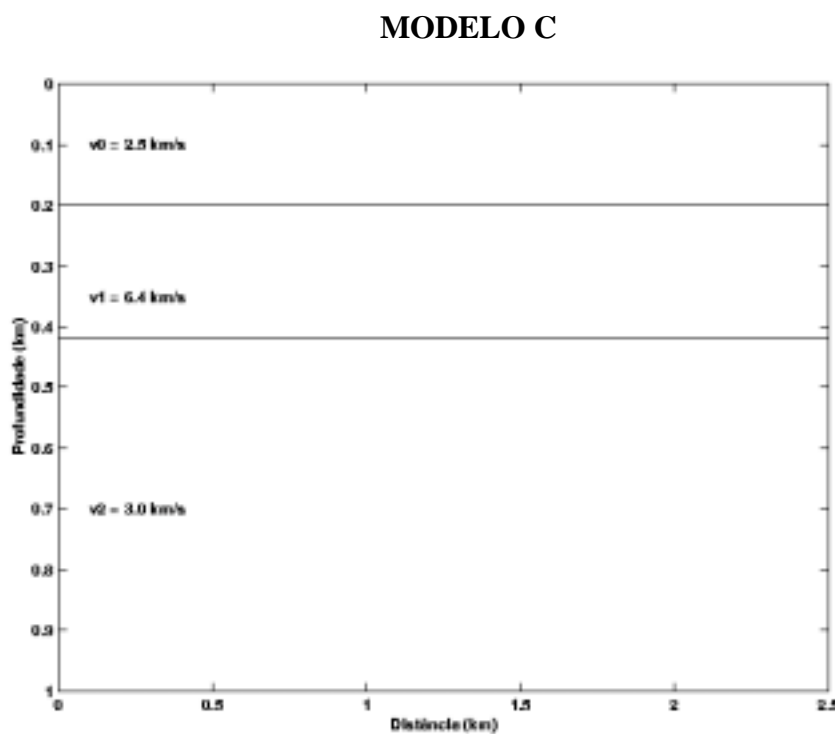


Figura 4.1 – Modelo geológico para a validação do programa de diferenças finitas.

O modelo da Figura 4.1 foi usado de modo a auxiliar na interpretação dos principais eventos existentes no sismograma, considerando as reflexões primárias e múltiplas de primeira ordem, relativa a primeira e a segunda interface da parte central do modelo.

Na Figura 4.2 têm-se os tempos de trânsitos calculados pela Teoria do Raio das reflexões primárias e múltiplas de 1ª ordem das interfaces existentes no modelo da Figura 4.1.

Estes resultados são comparados com os obtidos pelo método de diferenças finitas da Figura 4.3. Com isto pode-se verificar que os tempos de trânsito calculados pelos dois métodos coincidem, validando assim o cálculo de diferenças finitas. Isto também possibilitou uma melhor interpretação dos principais eventos de reflexão do sismograma.

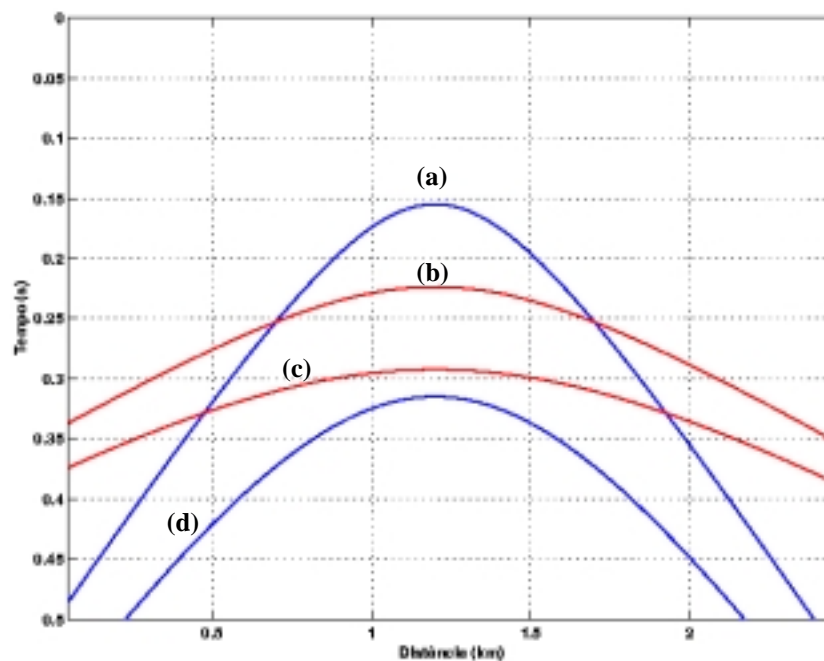


Figura 4.2 – Representa as curvas de tempos de Trânsitos obtidos pela Teoria do Raio, programa Seis88, **(a)** primeira reflexão, **(b)** segunda reflexão, **(c)** múltipla da segunda reflexão, **(d)** múltipla da primeira reflexão.

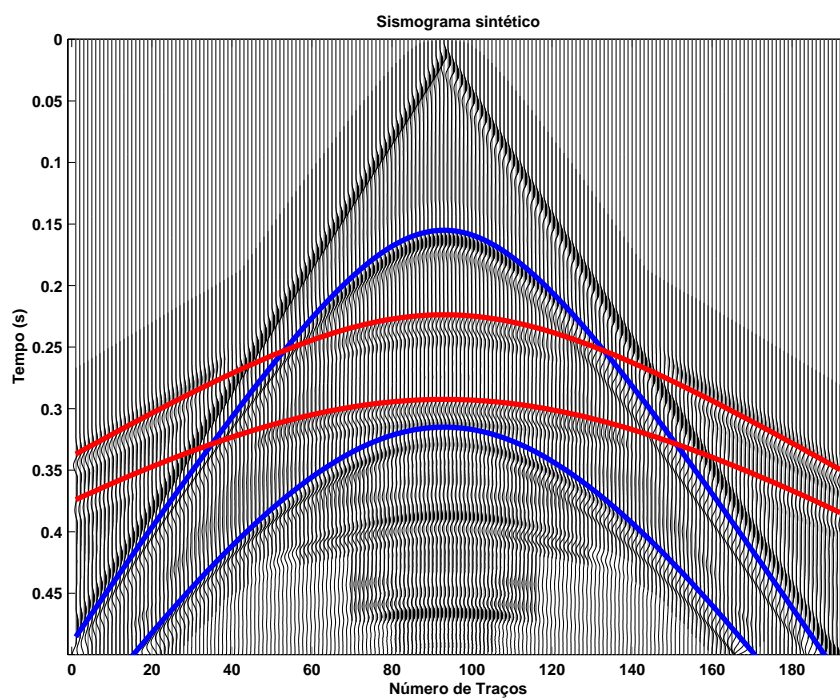


Figura 4.3 – Sismograma sintético por diferenças finitas.

4.1.1 Sísmica de superfície

4.1.1.1 Modelo – A, com falhas tipo Domo

Como foi visto anteriormente a geologia da região Amazônica é composta por soleiras de diabásio o que dificulta na informação da subsuperfície. Foi por esta razão que o modelo A foi escolhido.

Como é um modelo com muitas falhas e cantos aparecem as difrações como resposta no sismograma sintético e nos instantâneos de tempo (snapshots) que são observadas nos diversos estágios de propagação da onda, Figuras (4.4),(4.5),(4.6),(4.7),(4.8) e (4.9).

Observa-se que há uma camada intermediária com alta velocidade em relação as demais, isso faz com que a frente de onda ao passar por esta perda grande parte de sua energia devido ao contraste entre as duas camadas isso faz com que as chegadas, reflexões, difrações e múltiplas fiquem de tal forma que é muito difícil a interpretação das mesmas.

Quando a onda ao atinge o domo de sal já está com pouca energia, o que torna seu retorno fraco e insuficiente para obter informações sobre refletores abaixo do derrame basáltico, o que prejudica na análise final do resultado.

Devido ao fato de ser um modelo complexo e as reflexões terem amplitudes maiores que as difrações, elas não se destacam muito no sismograma (Figura 4.10). Então foi feito um Controle de Ganho Automático(AGC), para realçar as difrações.

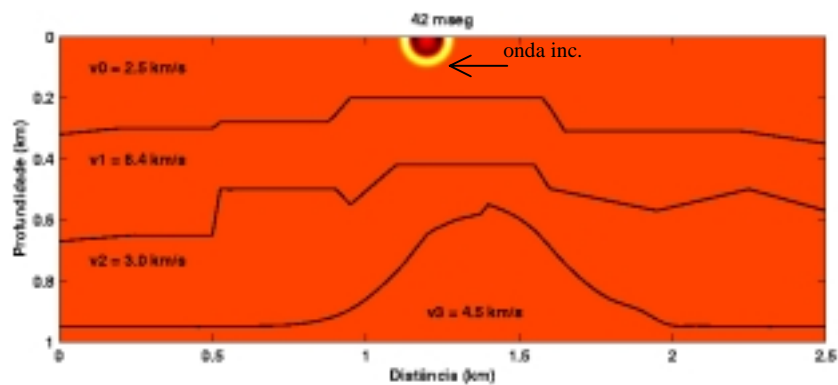


Figura 4.4 - O primeiro estágio da propagação da onda, observa-se a frente de onda incidente em deslocamento.

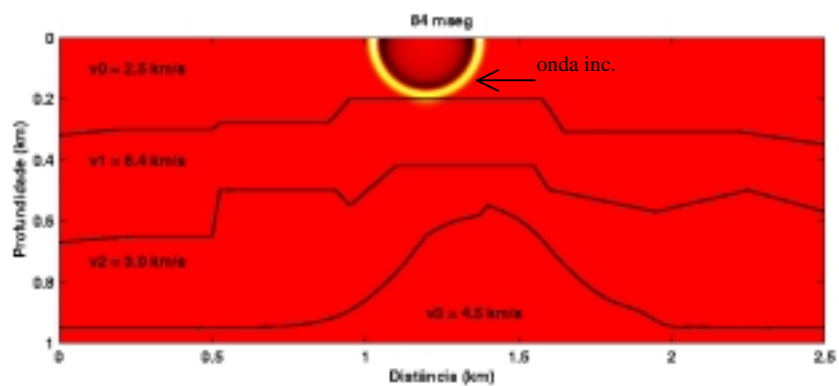


Figura 4.5 - O instante em que a onda P atinge a primeira interface.

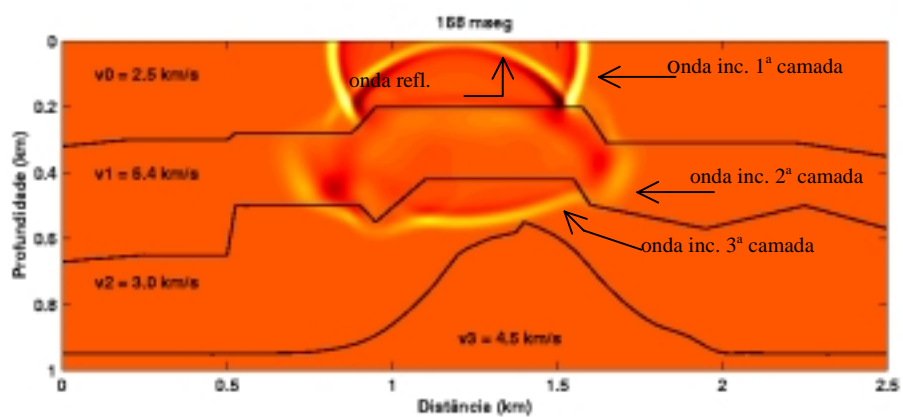


Figura 4.6 - Momento em que a onda sofre mudança na direção de propagação, gerando reflexão, difração, head wave e outros eventos no modelo.

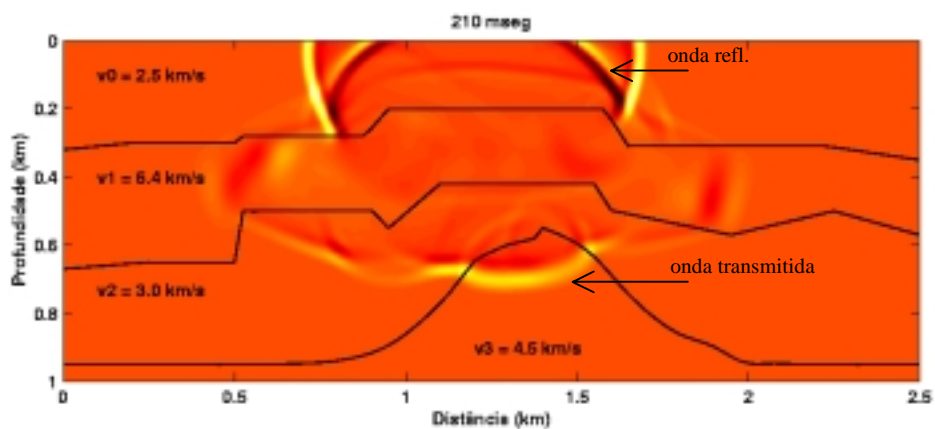


Figura 4.7 - Momento em que a onda atinge a última camada.

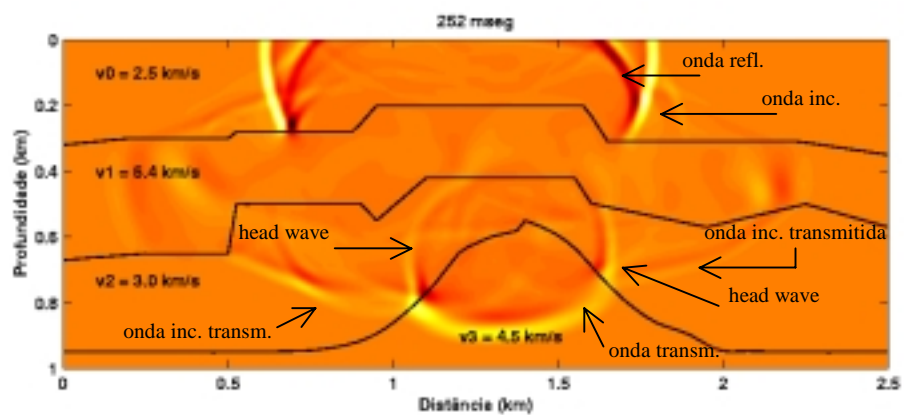


Figura 4.8 - Uma visão completa das reflexões e difrações e had waves.

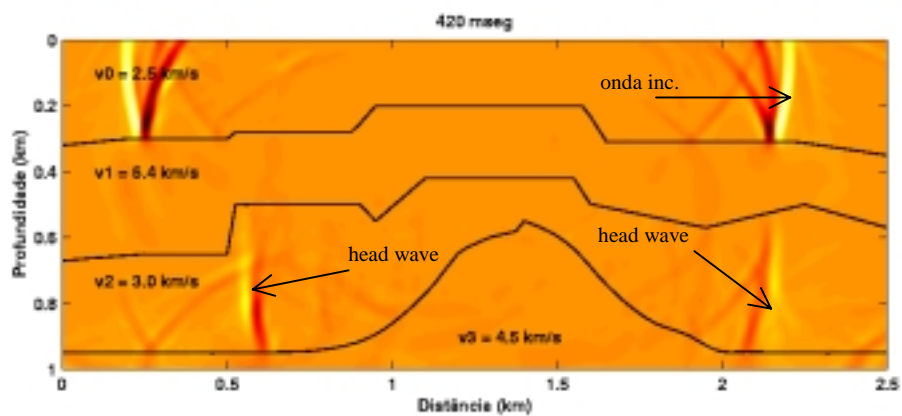


Figura 4.9 - Observa-se uma deformação geral na forma de propagação da onda.

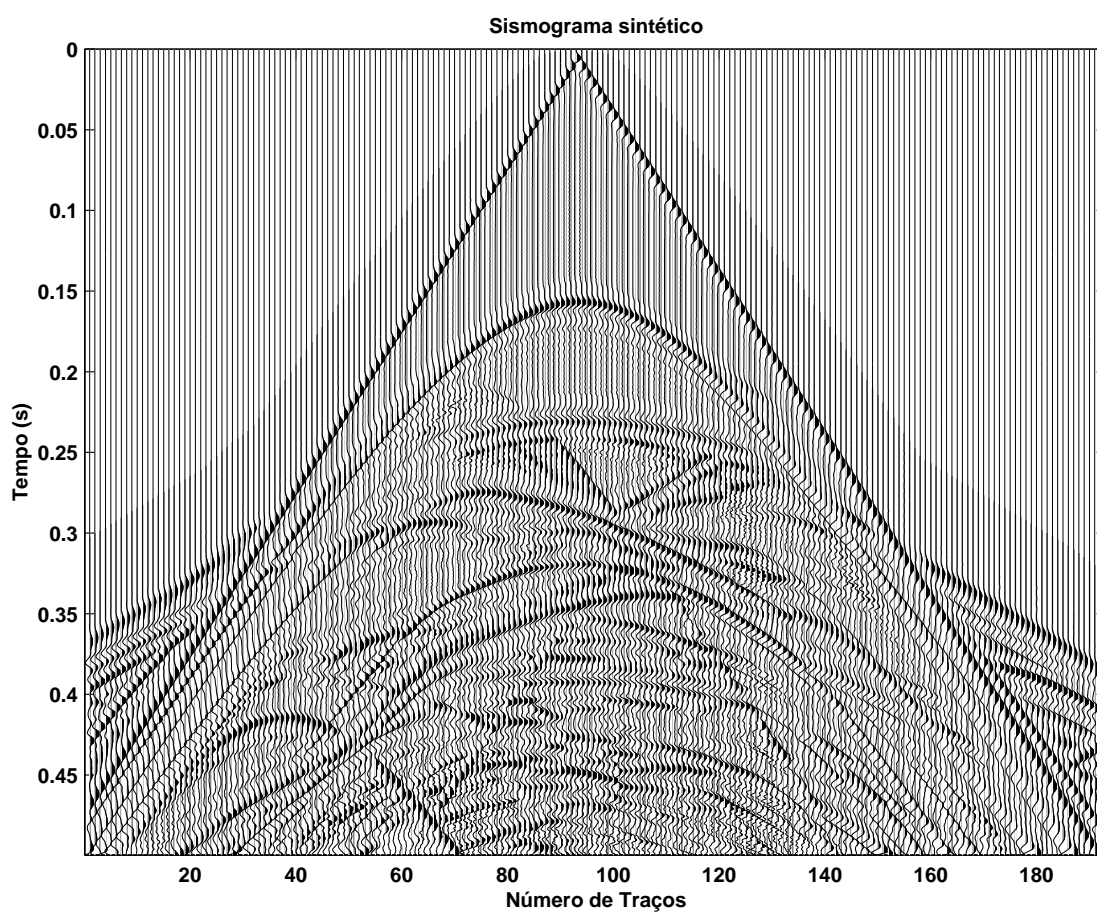


Figura 4.10 - Sismograma sintético do modelo A. Com as seguintes configurações: frequência da fonte 50Hz, número de amostras 2924, AGC=100.

4.1.1.2 Modelo – B, Estrutura com falha

O modelo B, sendo um modelo menos complexo que o modelo A, já é possível uma análise mais detalhada do resultado. Representa qualquer região estruturalmente com falha, com destaque para as reflexões e difrações.

Um modelo com falhas e cantos é esperado que muitas difrações ocorram neste local, já que o comportamento destes pontos é como uma fonte secundária, pois quando a onda incide nestes pontos a frente de onda muda o seu comportamento, o que se verifica como resposta no sismograma sintético e nos instantâneos de tempo “snapshot” que será observado nos diversos estágios de propagação da onda. Figuras (4.11),(4.12),(4.13),(4.14),(4.15),(4.16),(4.17) e (4.18).

Observa-se no sismograma Figura (4.19) as reflexões da primeira e segunda interface acompanhada de difrações.

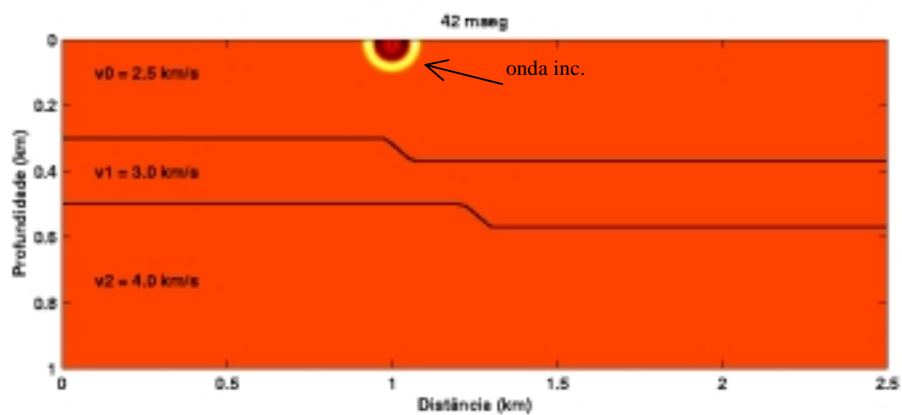


Figura 4.11 - Início da propagação da onda, modelo B.

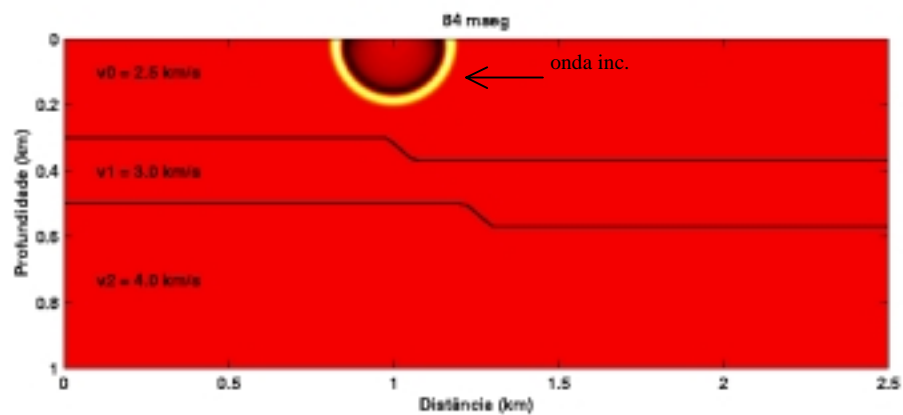


Figura 4.12 – Uma onda P se propagando em um meio sem sofrer nenhuma variação

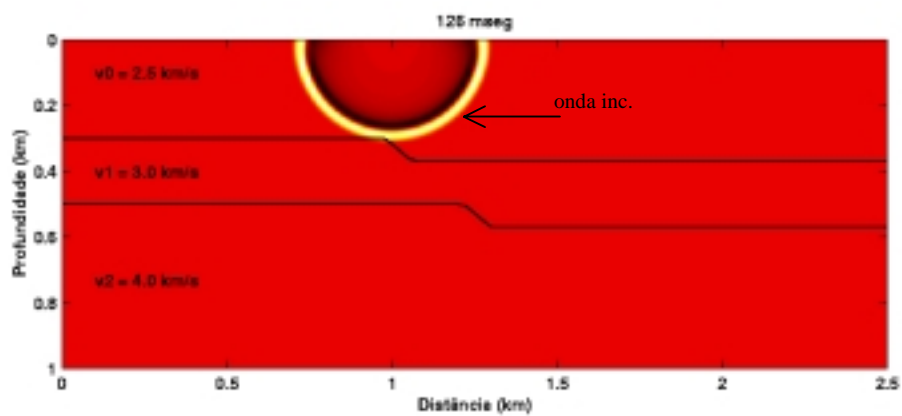


Figura 4.13 - Momento em que a onda atinge a interface sem sofrer ainda nenhuma mudança em sua direção de propagação.

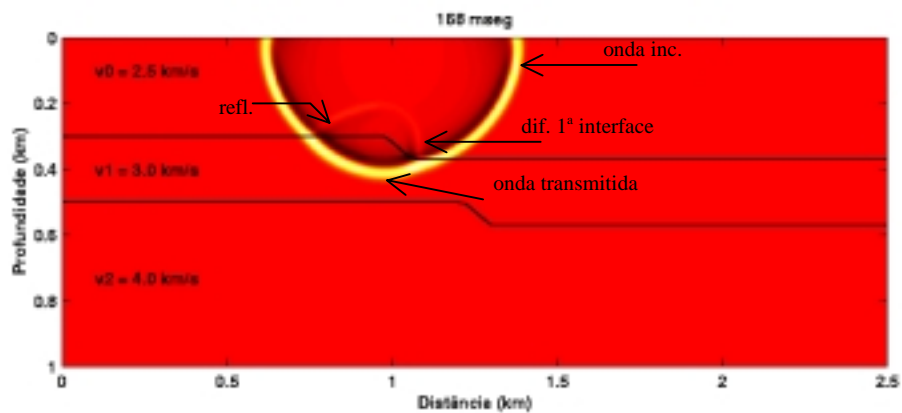


Figura 4.14 - Momento em que a onda P atinge a interface, onde se tem a primeira difração.

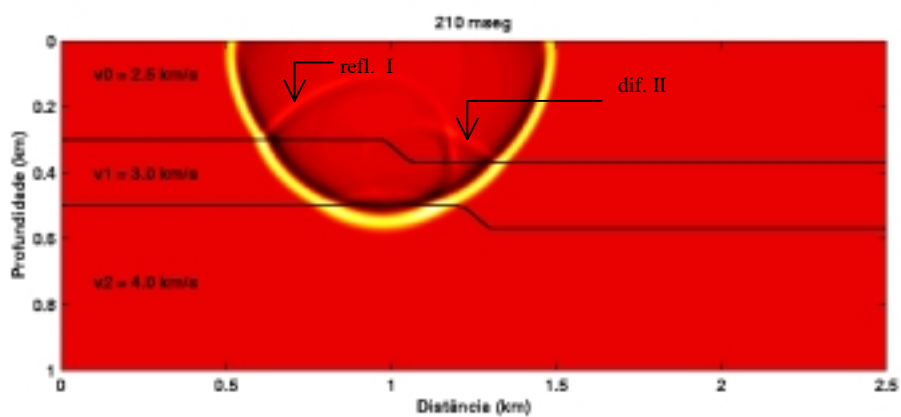


Figura 4.15 - Observa-se que a onda já sofreu mudança na direção de sua propagação, observando-se as reflexões e as difrações .

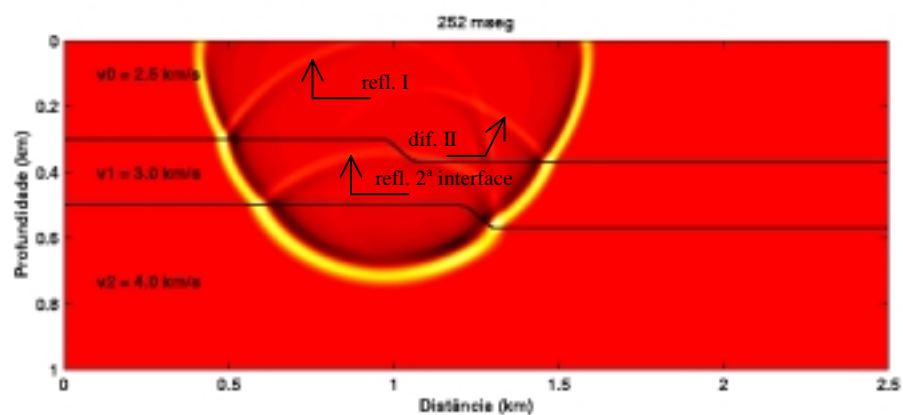


Figura 4.16 - Observa-se as reflexões e difrações da onda ao passar por estas duas camadas.

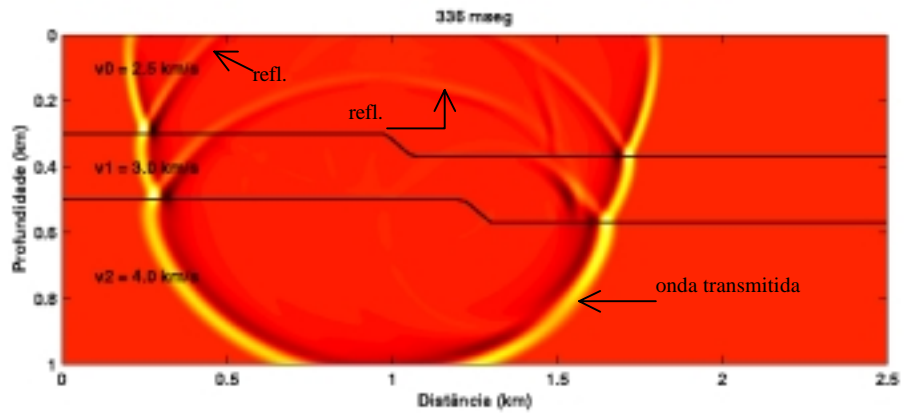


Figura 4.17 - Observa-se as reflexões, refrações e difrações em um estágio mais avançado.

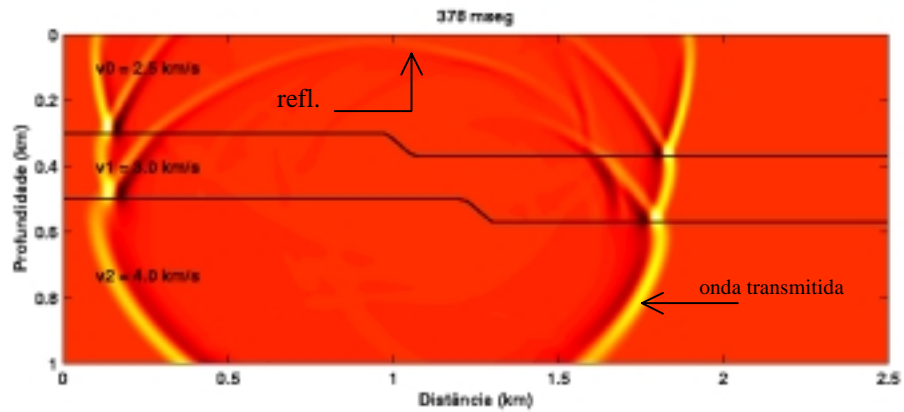


Figura 4.18 – Propagação de uma onda P em um meio heterogêneo, com destaque para as reflexões e difrações.

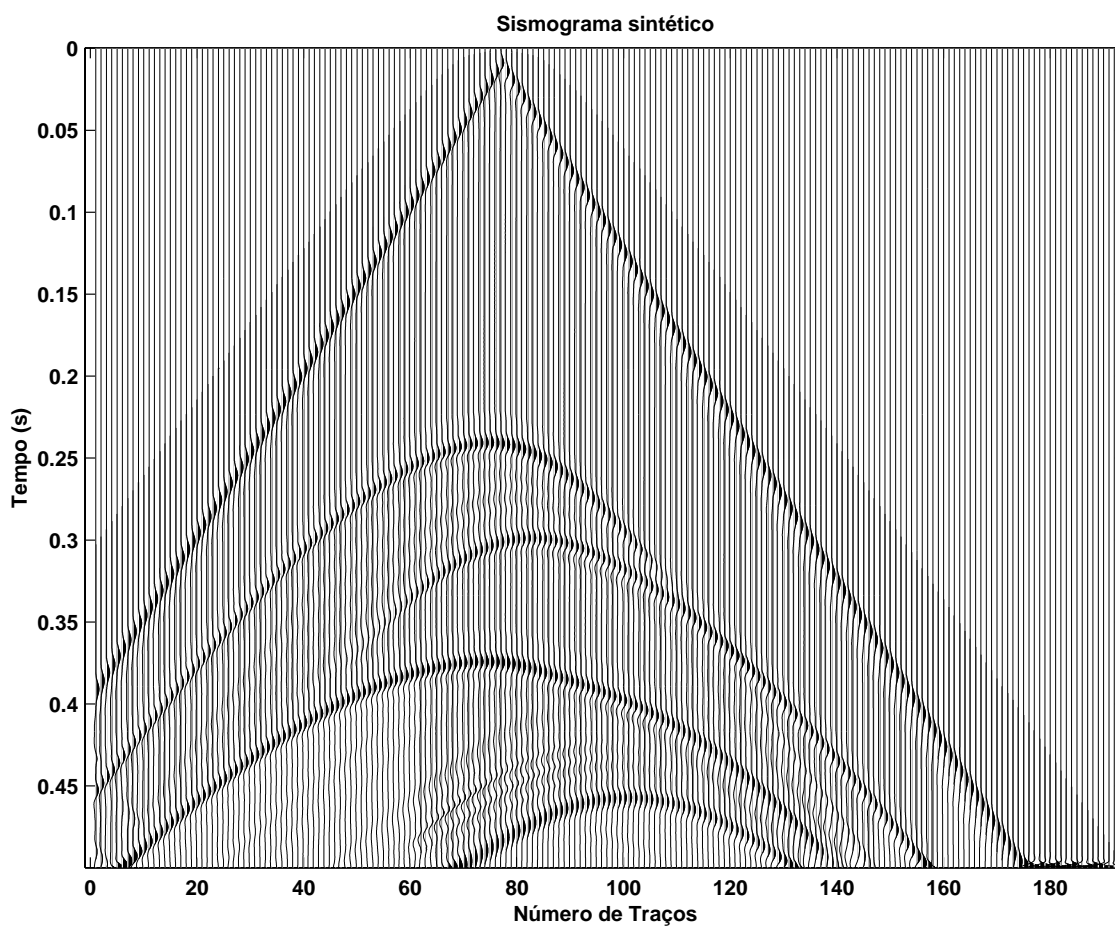


Figura 4.19 - Sismograma sintético do modelo B, com as seguintes configurações: frequência da fonte 50Hz, número de amostras 2924, AGC=100.

4.1.2 Sísmica de poço

Para se ter um melhor controle dos resultados foram registrados os dados ao longo de dois poços a 700 m e 1700 m na superfície com as profundidades de 780 m respectivamente (Figura 4.20) e (Figura 4.21). Observa-se um resultado semelhante nos dois sismogramas devido a simetria do modelo. Com destaque para as reflexões por terem amplitudes maiores que as difrações e as reflexões múltiplas. Devido a camada de alta velocidade a 'head wave' chega primeiro que a onda transmitida, a partir do 12º geofone, daí a grande influência de uma camada de alta velocidade.

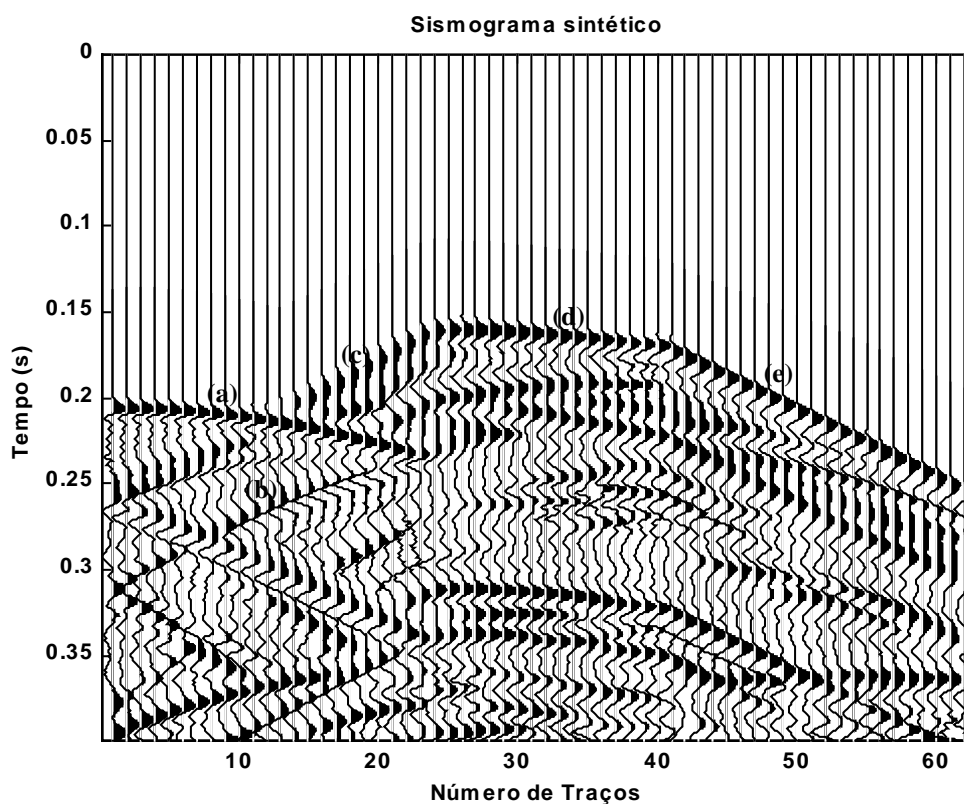


Figura 4.20 – Representa um poço na posição de 700 m, referente ao modelo A. Com os seguintes eventos: **(a)** onda transmitida 1ª camada, **(b)** reflexão da 1ª camada, **(c)** 'head wave', **(d)** onda transmitida 2ª camada e **(e)** onda transmitida 3ª camada. Freqüência da fonte 50Hz, número de amostras 2339, AGC=100.

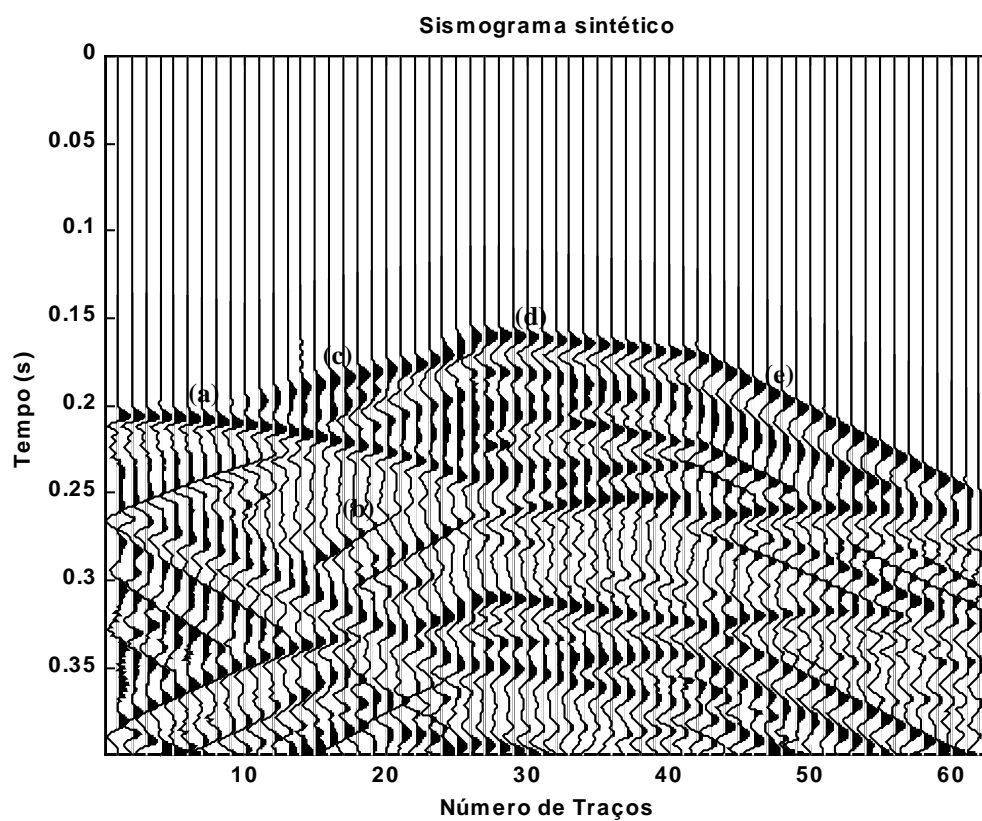


Figura 4.21- Representa um poço na posição de 1700 m, referente ao modelo A, com os seguintes eventos: **(a)** onda transmitida 1^a camada, **(b)** reflexão, **(c)** "head wave", **(d)** onda transmitida 2^a camada **(e)** onda transmitida 3^a camada; frequência da fonte 50Hz, número de amostras 2339, AGC=100.

Como resultado dos experimentos numéricos realizados em um meio de geologia complexa, recomendo a integração de dados de superfície com os dados de poço, com o objetivo de se obter uma melhor imagem dos alvos abaixo das soleiras de diabásio.

5.0 CONCLUSÕES GERAIS

O fenômeno da difração ocorre sempre que as ondas sísmicas encontram uma irregularidade em uma superfície refletora, tais como um canto ou um ponto onde o raio de curvatura da superfície refletora é pequena em relação ao comprimento de onda, isto é, o comprimento de onda é da ordem do raio de curvatura da interface.

Outro fato importante das falhas geológicas é que elas causam forte distorção na forma da onda, implicando na análise final do resultado. O que dificulta na interpretação dos dados sísmicos.

Foram as seguintes contribuições deste trabalho:

- a) Estudo da modelagem sísmica de meios com fortes descontinuidades de propriedades físicas, com ênfase a existência de difrações. Para isso foi feito um modelo baseado na realidade da geologia da Região Amazônica.
- b) Análise numérica, estabilidade e condições de fronteiras utilizadas no cálculo do campo de onda sísmica pelo método de diferenças finitas. Utilizando o método de Reynolds (1978) e Clayton & Engquist (1977).
- c) Comparação do resultado obtido pelo método de diferenças finitas FDSKALAR Sandmeier & Liebhardt (1992) com a Teoria do Raio Seis88 Cerveny & Psencik (1988).
- d) Para se ter um controle melhor da imagem do alvo é essencial a combinação da sísmica de superfície com a sísmica de poço.

Um dos grandes problemas na simulação de modelos que envolvem a Terra seja a limitação básica dos métodos numéricos que é a velocidade dos computadores (o custo de tempo de CPU e a memória disponível), isto é, restringe o tamanho da matriz e o número de etapas de tempo que podem ser calculados dentro de um período de tempo razoável. Para o método de diferença finita um número mínimo de pontos da matriz por comprimento de onda sísmica N é necessário para se obter uma precisão aceitável. Neste trabalho foi utilizado $N = 6$.

É por esta razão, que quase todos os estudos numéricos envolvem problemas bidimensionais com variações da velocidade de propagação da onda em duas dimensões espaciais.

Em modelos complexos, as reflexões, difrações, reflexões múltiplas e outros eventos se apresentam de forma que fica difícil a sua identificação. Este trabalho aponta a necessidade de novos métodos de processamento sísmico capazes de produzir imagens acústicas mesmo na presença de múltiplas e difrações, de forma que se tenha uma melhor clareza na análise final do resultado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALFORD, R. M., KELLY, K. R., BOORE, D.M. 1974. Accuracy of Finite-difference Modeling of the Acoustic Wave Equation, **Geophysics** **39**: 834-842.
- ALTERMAN, Z. S. & KARAL, F. C. Jr. 1968. Propagation of Elastic Waves in Layered Media by Finite-difference **Methods, Bull. Seismol. Soc. Am.** **58**, 367-398.
- BARTLES, B. A., BEATTY, J.C., BARSKY, R.H. 1987. **An Introduction to splines for use in computer graphics and geometry modeling**: Morgan Kaufmann Publishers.
- BOORE, D. M. 1970. Love Waves in Nonuniform Wave Guides: Finite-difference Calculations, **J. Geophys. Res.** **75**, 1512-1527.
- CERVENY, V. & PSENCIK, I. 1988. **SEIS88, Ray tracing program package**.
- CLARKE, R. 1977. **Modeling and Inversion of 3D complex Kinematic data: These L'Universite de Pau et Des Pays de L'Adour, France**.
- CLÁUDIO, M. D., & MARINS, M. J. 1989. **Cálculo Numérico Computacional** (Teoria e Prática).
- CLAYTON, R. W., & ENGQUIST, B. 1977. Absorbing Boundary Conditions for Acoustic and Elastic Wave Equations, **Bull. Seismol. Soc. Am.** **67**, 1529-1541.
- DABLAIN, M. A. 1986. The application of higher-order differencing to the scalar wave equation: **Geophysics**, **51**: 54-66.
- DERBY, O.A. 1877. Contribuições para a geologia da região do baixo Amazonas. **Arch.Mus.Nac.** **2**:77-104.
- DOBRIN, M.R., & SAVIT, C. H. 1976. **Introduction to Geophysical Prospecting** – New York McGraw-Hill.
- EMERMAN, S. H., SCHMIDT, W., STEPHEN, R. A. 1982. An Implicit Finite-difference Formulation of the Elastic Wave Equation, **Geophysics**, **47**: 1521-1526.
- ENGQUIST, B. & A. MAJDA 1977. **Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves**, Math. Comp. (in press).
- EVANS, J.W. 1906. The rocks of the River Madeira and adjoining portions of the Beni and Mamoré. **Quart.Journ.Geol. Soc.London** **62**(1):88-124.
- FAGIN, W. S. 1991 **Seismic Modeling of Geologic Structures** (Applications to Exploration Problems).

- FARIAS, L. E. 1986. Migração antes do empilhamento utilizando propagação reversa no tempo.
- FRANCIS, E.H. 1982. Magma and sediment I. Emplacement. Mechanism of late Carboniferous tholeite sills northern Britain- **Jour. Geol.Soc. London. 139**:1-20,
- FRANKEL, A. 1989.A Review of Numerical Experiments on Seismic Wave Scattering. **PAGEOPH**, 131(4): 640-685.
- GHIGNONE, J.I. & NORTHFLEET, A. 1971. **Sequências sedimentares brasileiras**. Salvador, Petrobrás. 7p.(Rel. Interno).
- HIGDON, R. 1991. Absorbing boundary conditions for elastic waves. **Geophysics**, **56**(2), 231-241.
- ILAN, A. 1977. Finite-difference Modeling for P-pulse Propagation in Elastic Media with Arbitrary Polygonal Surface, **J. Geophys.** **43**: 41-58.
- ISSLER, R.S.; ANDRADE, A.R.F. de.; MONTALVÃO, R.M.G.de.; GUIMARÃES, G.; SILVA, G.G. da; LIMA, M.I.C. 1974.Geologia. In: BRASIL. Projeto RADAMBRASIL. **Folha AS.22 -Belém**. Rio de Janeiro, DNPM.v.5, p.1-60.
- KELLY, F. C., WARD, R. W., TREITEL, S., ALFORD, R. M. 1976. Synthetic Seismograms: A Finite-difference Approach, **Geophysics** **41**: 2-27.
- KENNETT, B. L. N. 1972. Seismic Waves in Laterally Inhomogeneous Media . **Geophys. J. R. Astr. Soc. 27**: 301-325.
- KUMMER, B., & BEHLE, A. 1982. Second-order Finite-difference Modeling of SHpropagation in Laterally Inhomogeneous Media. **Bull. Seismol. Soc. Am. 72**, 793-808.
- MADARIAGA, R. 1976. Dynamics of an Expanding Circular Fault, **Bull. Seismol. Soc. Am. 66**: 639-666.
- MARFURT, K. J. 1984. Accuracy of Finite-difference and Finite-element Modeling of the Scalar and Elastic Equations, **Geophysics**, **49**: 533-549.
- MOURA, P. 1938. **Reconhecimento geológico no vale do rio Tapajós**. Rio de Janeiro, Serv. Geol. Min. (Bol. 67)
- MITCHELL, A. R. 1969 **Computational Methods in Partial Differential Equations**. New York, John Wiley and Sons.
- OLIVEIRA, A.I. & LEONARDOS, O.H. 1943. **Geologia do Brasil**. 2° ed. Rio de Janeiro,Ministério da Agricultura, Serviço de Informação Agrícola. 813p. (Série didática).

- OTTAVIANI, M. 1971. Elastic Wave Propagation In Two Evenly-welded Quarter Spaces, **Bull. Seismol. Soc. Am.** **61**, 1119-1152.
- PAIVA, G. 1929. **Vale do Rio Negro**. Rio de Janeiro, Serv. Geol. Min. Brasil. Bol. 40
- PENG C. & TOKSOZ, M. N. 1994. An optimal absorbing boundary condition for finite difference modeling of acoustic and elastic wave propagation . **J. Acoust. Soc. Am.** **95**(2), 733-745.
- PENG C. & TOKSOZ, M. N. 1995. An optimal absorbing boundary condition for elastic wave modeling. **Geophysics**, **60**(1), 296-301.
- PETRI, S. 1952. **Fusulinidae do Carbonífero do Rio Tapajós Estado do Pará**. São Paulo. Soc.Bras.Geol.p.30-45.(Bol., 1)
- REYNOLDS, A. C., 1978. Boundary Conditions for the numerical solution of wave propagation problems, **Geophysics**, **43**: 1099-1110.
- SANDMEIER, K - J. & LIEBHARDT, G. 1992. **Software Refra**. Germany, Geophysical Institut of Karlsruhe University.
- SIMONE, A. & HESTHOLM, S. 1998. Instabilities in applying absorbing boundary conditions to high-order seismic modeling algorithms. **Geophysics**, **63**(3), 1017-1023.
- TROUW, R.A.J. 1983. **Análise microtectônica em diabásio**. Rio de Janeiro, PETROBRÁS/CENPES. p.14. (Rel. Interno).
- VICHNEVETSKY, R. 1981. **Computer Methods for Partial Differential Equations**. Vol.I.
- VIDALE, J. E., & CLAYTON, R. W. 1986. A Stable Free-surface Boundary Condition for 2-D Elastic Finite-difference Wave Simulation, **Geophysics**, **51**: 2247-2249.
- VIRIEUX, J. 1984. SH-propagation in Heterogeneous Media, Velocity-stress Finite-difference Method, **Geophysics**, **51**: 1933-1955.
- WHITHAN, G. B., 1974, **Linear and nonlinear waves**: John Wiley and Sons.

APÊNDICE

APÊNDICE –A

Aproximações dos operadores de diferenças finitas

Aproximação de segunda ordem para a segunda derivada. A partir da expansão em Série de Taylor a equação (3.7) de um ponto a direita Figura 3.1, tem-se

$$\begin{aligned}
 P(x + \Delta x) = P(x) + DP(x)\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)\Delta x^2 + .. \\
 .. + \frac{1}{n!} D^n P(x)\Delta x^n +
 \end{aligned}
 \tag{A-1}$$

similarmente, para um ponto a esquerda

$$\begin{aligned}
 P(x - \Delta x) = P(x) - DP(x)\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)\Delta x^2 - .. \\
 ... + \frac{1}{n!} D^n P(x)\Delta x^n -
 \end{aligned}
 \tag{A-2}$$

Somando-se as equações (A-1) e (A-2) e truncando no segundo termo, tem-se a aproximação de segunda ordem para a segunda derivada.

$$D^2 P(x) = \frac{P(x - \Delta x) - 2P(x) + P(x + \Delta x)}{\Delta x^2}
 \tag{A-3}$$

os operadores da equação (A-3) são [1 -2 1]

Para uma aproximação maior como de quarta ordem, o processo é o mesmo feito da seguinte forma. A partir da expansão em Série de Taylor da equação (3.7) dois pontos Figura 3.2, tem-se

$$\begin{aligned}
 P(x + 2\Delta x) = P(x) + DP(x)2\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)(2\Delta x)^2 + \dots \\
 \dots + \frac{1}{n!} D^n P(x)(2\Delta x)^n + \dots
 \end{aligned}
 \tag{A-4}$$

similarmente dois pontos a esquerda

$$\begin{aligned}
 P(x - 2\Delta x) = P(x) - DP(x)2\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)(2\Delta x)^2 - \dots \\
 \dots + \frac{1}{n!} D^n P(x)(2\Delta x)^n - \dots
 \end{aligned}
 \tag{A-5}$$

somando-se as equações (A-1),(A-2),(A-4) e (A-5) e truncando no quarto termo, tem-se

$$\begin{aligned}
 D^2 P(x) = \frac{1}{12\Delta x^2} [- P(x - 2\Delta x) + 16P(x - \Delta x) - \\
 - 30P(x) + 16P(x + \Delta x) - P(x + 2\Delta x)]
 \end{aligned}
 \tag{A-6}$$

os operadores da equação (A-6) são $[-1 \quad 16 \quad -30 \quad 16 \quad -1]$.

Aproximação de sexta ordem para a segunda derivada é feito da seguinte forma, a partir da expansão em Série de Taylor da equação (3.7) três pontos a direita, tem-se

$$\begin{aligned}
 P(x + 3\Delta x) = P(x) + DP(x)3\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)(3\Delta x)^2 + \dots \\
 \dots + \frac{1}{n!} D^n P(x)(3\Delta x)^n + \dots
 \end{aligned}
 \tag{A-7}$$

similarmente a esquerda

$$\begin{aligned}
 P(x - 3\Delta x) = P(x) - DP(x)3\Delta x + \frac{1}{2!} D^2 P(x)(3\Delta x)^2 - .. \\
 \dots + \frac{1}{n!} D^n P(x)(3\Delta x)^n - \dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{A-8}$$

Somando-se as equações (A-1) e (A-2), (A-4) e (A-5), (A-7) e (A-8) fazendo o truncamento no termo de sexta ordem e resolvendo o sistema de equações, tem-se

$$\begin{aligned}
 D^2 P(x) = \frac{1}{180\Delta x^2} [2P(x - 3\Delta x) - 27(x - 2\Delta x) + 270P(x - \Delta x) - \\
 - 490P(x) + 270P(x + \Delta x) - 27P(x + 2\Delta x) + 2P(x + 3\Delta x)]
 \end{aligned}
 \tag{A-11}$$

os operadores são $[2 \quad -27 \quad 270 \quad -490 \quad 270 \quad -27 \quad -27 \quad 2]$

APÊNDICE – B

Caso acústico 1-D

Fazendo-se a fatorização formal do operador diferencial para a equação (3.6), em x , tem-se

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right).
 \tag{B-1}$$

Suponha que a solução desejada é uma onda plana propagando-se para direita dado por

$$P = e^{i(\omega t - \kappa x)}
 \tag{B-2}$$

onde P é o campo de Pressão, ω é a frequência angular e κ é o número de onda. Então uma onda plana $P(x, t)$ propagando-se para direita satisfaz a expressão,

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0 \quad (\text{B-3})$$

similarmente uma onda plana $u(x, t)$ propagando-se para a esquerda satisfaz a expressão

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0 \quad (\text{B-4})$$

de forma que as equações (3.64a) e (3.64b) são motivadas pelas equações (B-3) e (B-4).

APÊNDICE – C

Equação da fonte linha

O deslocamento devido a uma fonte linha compressional pode ser escrita como,

$$\vec{V}_s = \nabla \Psi_s \quad (\text{C-1})$$

onde Ψ_s é potencial de deslocamento longitudinal do potencial e \vec{V}_s é o deslocamento da fonte.

Por definição o deslocamento da fonte é uma solução da equação,

$$LV_s = \nabla[-4\pi\delta(r - r_0)f(t)] \quad (\text{C-2})$$

onde L é um operador linear, $f(t)$ representa a variação no tempo de uma fonte linha. Substituindo a equação (C-1) em (C-2), resulta em um sistema,

$$\nabla^2 \psi_s - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Psi_s}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{\alpha^2} \delta(r - r_0) f(t), \quad (\text{C-3})$$

Sujeito a uma condição de radiação infinita, a solução de (C-3), pode ser escrita como,

$$\Psi_s(r, t, r_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i\pi H_0^2\left(\frac{\omega}{\alpha} |r - r_0|\right) F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{C-4})$$

onde $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$, e $H_0^2(z)$ é a função de Hankel de ordem zero do segundo tipo.