



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Modelagem direta de dados de
eletrorresistividade 3-D**

MARIA ROSILDA LOPES DE CARVALHO

BELÉM-PARÁ

2014

MARIA ROSILDA LOPES DE CARVALHO

Modelagem direta de dados de eletrorresistividade 3-D

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Orientador: Marcos Welby Correa Silva

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Carvalho, Maria Rosilda Lopes de, 1985-
Modelagem direta de dados de
eletrorresistividade 3-D / Maria Rosilda Lopes
de Carvalho. - 2014.

Orientador: Marcos Welby Correa Silva.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal
do Pará, Instituto de Geociências, Programa de
Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2014.

1. Prospecção elétrica. 2. Método dos
elementos finitos. 3. Resistência da terra
(Geofísica) - Metodologia. I. Título.

CDD 22. ed. 622.154

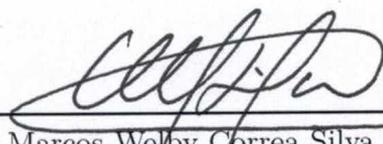
MARIA ROSILDA LOPES DE CARVALHO

Modelagem direta de dados de eletrorresistividade 3-D

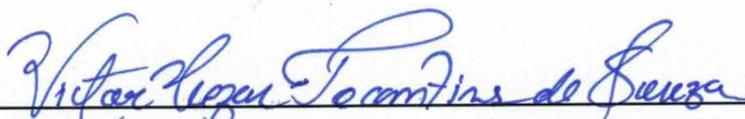
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Mestre em Geofísica.

Data de Aprovação: 14/02/2014

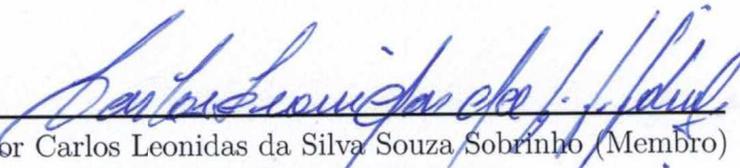
Banca Examinadora:



Professor Marcos Welby Correa Silva (Orientador)
Doutor em geofísica
Universidade federal do Pará – UFPA



Professor Victor Cezar Tocantins de Souza (Membro)
Doutor em geofísica
Universidade federal do Pará – UFPA



Professor Carlos Leonidas da Silva Souza Sobrinho (Membro)
Doutor em Engenharia Elétrica
Universidade federal rural da Amazônia – UFRA

A Deus pelo dom da vida.

AGRADECIMENTOS

A Deus, primeiramente, pelo dom da vida. Concedendo-me sabedoria e perseverança para realização desse Mestrado.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram, acreditando e incentivando a cada conquista.

A todos os meus irmãos, pelo apoio e compreensão nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador, Prof. Marcos Welby Correa Silva pelos ensinamentos, dedicação e constante apoio durante a orientação desse trabalho.

Ao corpo docente do CPGF, em especial, aos professores Cícero Roberto Teixeira Régis, Victor Cezar Tocantins de Souza, Lúcia Maria da Costa e Silva, por terem contribuído de forma significativa para o meu conhecimento.

A todos os meus amigos do PROEM pelo apoio e incentivo.

As secretarias Benildes e Lucibela, pela amizade, apoio e por estarem sempre prontas a ajudar.

A todos os amigos e colegas de Pós-Graduação em Geofísica da UFPA, especialmente, Mayra Moreira, pelos momentos de descontração, amizade e apoio nos momentos difíceis que encontrei durante o curso.

À CAPES, pelo incentivo financeiro.

Ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da UFPA, pela oportunidade, estrutura e convívio durante esse período de aprendizagem.

RESUMO

Dentre os métodos geofísicos, o da Eletrorresistividade é um dos mais tradicionais, com o seu desenvolvimento ocorrido há mais de 80 anos. Durante esse tempo o seu uso acompanhou o avanço no poder de processamento numérico e mais recentemente, a modelagem e inversão tridimensional tornou-se uma possibilidade para o geofísico. Apresentamos, neste trabalho, a técnica de elementos finitos aplicada ao método da eletrorresistividade 3-D, através do cálculo do potencial secundário. Para o desenvolvimento da metodologia, simulamos o levantamento do método da eletrorresistividade 3-D com os arranjos Dipolo-Dipolo e Schlumberger, visando medir as variações laterais e verticais da resistividade aparente do solo. Estes arranjos consistem na injeção de corrente elétrica na superfície e de medidas de diferenças de potencial elétrico, resultante da interação da corrente elétrica com o solo. Sendo que, as fontes e receptores são localizados de acordo com os arranjos escolhidos para o levantamento. Neste trabalho, as curvas de sondagem e as pseudo-seções de resistividade aparente, são obtidas através da modelagem de eletrorresistividade 3-D, usando malha de elementos finitos regular. Para efeito de validação, os resultados são comparados com a resposta 3-D obtida a partir dos potenciais totais.

Palavras-chave: Métodos dos elementos finitos. Eletrorresistividade. Potencial secundário. Potencial primário. Malhas regulares.

ABSTRACT

The Electrical Resistivity is one of the most traditional method in applied geophysics. Over 80 years its development has been taken beside the advances in numerical modelling and processing. Recently, the three-dimensional modeling and inversion has become part of the workflow of the geophysicists. We present in this work a 3-D finite element technique applied to the resistivity method by using the secondary electric potential. For the development of the methodology, we simulate surveys of the resistivity method with dipole-dipole and Schlumberger arrays, in order to measure the lateral and vertical variations of apparent resistivity. These arrays consist of the injection of electric current in the earth surface and measurement of electrical potential. In this work, the sounding curves and pseudo-sections of apparent resistivity, are obtained through modeling of 3-D resistivity, using regular finite element mesh. For purposes of validation, the results are compared with the responses available in the literature and have been shown satisfactory. We can thus consider it a reliable and robust algorithm.

Keywords: Finite Element Methods. Resistivity Method. Secondary Potential. Primary Potential. Regular Meshes.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Fluxo de corrente de uma fonte pontual na superfície. | 14 |
| Figura 2 – Fluxo de corrente de duas fontes pontuais na superfície. | 15 |
| Figura 3 – Esquema de arranjo dipolo-dipolo. | 17 |
| Figura 4 – Disposição dos eletrodos do arranjo Schlumberger. | 18 |
| Figura 5 – Definição da espessura (t), resistividade (ρ) e profundidade (d) da camada L. | 19 |
| Figura 6 – (a) Malha regular de elementos finitos 3D e (b) disposição dos elementos tetraedricos em um cubo da malha de elementos finitos 3D. | 25 |
| Figura 7 – Modelo de Li e Spitzer (2002) (Adaptado pela Autora). | 26 |
| Figura 8 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0, -0.1, 0 \text{ m})$ e $(0, 0.1, 0 \text{ m})$, respectivamente. | 27 |
| Figura 9 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0, -0.1, 0 \text{ m})$ e $(0, 0.1, 0 \text{ m})$, respectivamente. | 28 |
| Figura 10 – Modelo de um semi-espaco homogêneo de resistividade ρ_1 envolvendo um cubo de extensão $5 \text{ m} \times 5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ e resistividade ρ_2 | 29 |
| Figura 11 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0 \text{ m}, -0.25\text{m}, 0 \text{ m})$ e $(0 \text{ m}, 0.25\text{m}, 0 \text{ m})$, respectivamente e resistividades $\rho_1 = 50\Omega\text{m}$ e $\rho_2 = 500\Omega\text{m}$ para o corpo situado nas profundidades $(1, 2, 3, 4,)\text{m}$ | 30 |
| Figura 12 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0 \text{ m}, -0.25\text{m}, 0 \text{ m})$ e $(0 \text{ m}, 0.25\text{m}, 0 \text{ m})$, respectivamente e resistividades $\rho_1 = 500\Omega\text{m}$ e $\rho_2 = 50\Omega\text{m}$ para o corpo situado nas profundidades $(1, 2, 3, 4,)\text{m}$ | 30 |

| | |
|---|----|
| Figura 13 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em (0 m, -0.25m, 0 m) e (0 m, 0.25m, 0 m), respectivamente e resistividades $\rho_1 = 50\Omega m$ e $\rho_2 = 500\Omega m$ para o corpo com o topo fixo a 1 m de profundidade e espessura (4m, 3m, 2m, 1m e 0.5m), respectivamente. | 31 |
| Figura 14 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . As duas fontes de corrente situam-se em (0 m, -0.25m, 0 m) e (0 m, 0.25m, 0 m), respectivamente e resistividades $\rho_1 = 500\Omega m$ e $\rho_2 = 50\Omega m$ para o corpo com o topo fixo a 1 m de profundidade e espessura (4m, 3m, 2m, 1m e 0.5m). | 31 |
| Figura 15 – Modelo de semi-espço homogêneo com heterogeneidades de $10\Omega m$ e $1000\Omega m$ em um meio encaixante de $100\Omega m$. O modelo (a) é um modelo bidimensional e (b) é um modelo tridimensional com as heterogeneidades alongadas no eixo x | 33 |
| Figura 16 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois corpos envolvidos em um meio de resistividade $100\Omega m$, obtida (a) pelo potencial total através do software RES2DMOD, (b) através do potencial secundário, ambos utilizando a técnica de elementos finitos para o arranjo dipolo-dipolo. | 34 |
| Figura 17 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois corpos tridimensionais de resistividade $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, envolvidos em um meio de resistividade $100\Omega m$, obtida através do potencial secundário, utilizando a técnica de elementos finitos para o arranjo dipolo-dipolo. | 35 |
| Figura 18 – Modelo duas camadas com as heterogeneidades alongadas no eixo x . A resistividade dos corpos são $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, em que resistividade da primeira camada é ρ_1 e do substrato é $\rho_2 = 100\Omega m$ | 36 |
| Figura 19 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois corpos de resistividade $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, envolvidos em um meio de duas camadas de resistividades (a) $1\Omega m$ e $100\Omega m$, respectivamente, e (b) $1000\Omega m$ e $100\Omega m$, realizado ao longo de um perfil em y | 37 |
| Figura 20 – Modelo de um cubo de 2 m de lado e resistividade $10\Omega m$ envolvido em um meio de duas camadas, com resistividades $100\Omega m$ e $10\Omega m$, respectivamente. | 38 |
| Figura 21 – Modelo de um cubo de 5 m de lado envolvido em um meio de duas camadas, com resistividades $100\Omega m$ e $10\Omega m$, respectivamente, em $Z = 0m$ | 38 |
| Figura 22 – Mapa de resistividade aparente ρ_a em um perfil de $x = 0[m]$ | 39 |

| | |
|--|----|
| Figura 23 – Pseudo-seção de resistividade aparente ρ_a em vários perfis em $x[m]$. . . | 40 |
| Figura 24 – Detalhe da pseudo seção do perfil para $x = 0[m]$, evidenciando a anomalia devido a presença do corpo 3D. | 41 |

SUMÁRIO

| | | |
|-----|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 12 |
| 2 | BASE TÉORICA | 14 |
| 2.1 | Método da eletrorresistividade | 14 |
| 2.2 | Formulação do potencial primário para um semi-espaço estratificado | 18 |
| 2.3 | Formulação de eletrorresistividade por elementos finitos | 21 |
| 3 | RESULTADOS | 26 |
| 3.1 | Resultados obtidos através de sondagem elétrica vertical | 26 |
| 3.2 | Resultados obtidos através de caminhamento elétrico | 32 |
| 4 | CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES | 42 |
| | REFERÊNCIAS | 43 |

1 INTRODUÇÃO

Dentre os métodos geofísicos aplicados em estudos de exploração mineral e de água subterrânea, de geofísica ambiental, forense e geotermal, destacam-se os métodos geoeletricos, cujo parâmetros físicos medidos são resistividade elétrica, cargabilidade, potencial natural, condutividade e constante dielétrica/permisividade.

A resistividade apresenta uma maior gama de valores possíveis de contraste em comparação com outras grandezas físicas mapeado por outros métodos geofísicos. Sendo assim, a resistividade de rochas e solos em uma área de pesquisa pode variar por várias ordens de magnitude. Em comparação, os valores de densidade utilizados pelos levantamentos gravimétricos costumam mudar em menos de um fator de 2, e velocidades sísmicas normalmente não variam em mais de um fator de 10. Isso faz com que a resistividade e outros métodos elétricos ou eletromagnéticos sejam muito versáteis dentro das técnicas da geofísica (LOKE, 1999).

Nesse sentido, o método da eletrorresistividade tem sido largamente usado na prospecção geofísica, apresentando resultados cada vez mais satisfatórios em problemas de hidrogeologia, geotecnia, meio ambiente, forense e exploração mineral, no qual podem ser usadas diferentes técnicas de investigação, tais como: Sondagem Elétrica Vertical (SEV), Caminhamento Elétrico, Perfilagem Elétrica e uma variedade de configuração de arranjos, como: Dipolo-Dipolo, Schlumberger, Wenner e Wenner-Schlumberger. Concomitantemente, nos últimos anos houve um grande avanço no sistema computacional, possibilitando a modelagem de estruturas complexas 3-D, o que deu uma melhor compreensão das respostas em testes de aquisição e viabilidade. Com isso, vários autores têm abordado a simulação e a inversão de dados de eletrorresistividade 3D.

Existem vários trabalhos desenvolvidos em modelagem de eletrorresistividsde 3D. Li e Spitzer (2002), fizeram uma comparação entre as técnicas de elementos finitos (EF) e diferenças finitas (DF) e concluíram que o método de DF requer menor capacidade de processamento, mas produz erros maiores próximo ao contraste de condutividade. Enquanto que, para o método de EF acontece o oposto. Bing e Greenhalgh (2001), usaram o método do gradiente conjugado pré-condicionado e concluíram que o método do gradiente conjugado deslocado incompleto de Choleski (SICCG) é mais eficiente em termos de armazenamento e tempo de processamento do que o método direto, e ainda tem uma vantagem sobre o método do gradiente conjugado com Super Relaxação Sucessiva Simétrica (SSORCG). Ren e Tang (2010), usaram malhas não estruturadas obtendo maior precisão numérica para modelos geológicos complexos. Wu (2003), usou fatorização deslocada incompleta de Cholesky concluindo, para o elemento tetraedral, que o método do gradiente

conjugado incompleto de Choleski (ICCG) precisa de quase o dobro da capacidade de armazenamento de SORCG e Pérez-flores, Antonio-carpio e Gomes-treviño (2005), fizeram inversão de dados de resistividade 3-D e obtiveram, para 411 sondagens de Schlumberger, uma imagem geológica melhor do que a obtida pelas imagens bidimensionais.

Em todos os trabalhos foram usados ou diferenças finitas ou elementos finitos para simular o método, alguns feitos através do potencial total e outros com o potencial secundário. Os que fizeram usando o potencial total, usaram a fonte caracterizada por pontos de corrente através de funções Delta de Dirac. Ambos calcularam os potenciais para gerar perfís ou pseudo-seção de resistividade aparente.

Neste trabalho propomos a simulação do método de eletrorresistividade 3D usando a técnica de elementos finitos, calculando o potencial elétrico secundário de acordo com (LI; SPITZER, 2002), para fontes elétricas. De acordo com Rijo (2004) , a separação em potencial primário e secundário permite remover a singularidade do potencial próximo da fonte, tornando possível o cálculo do potencial proveniente das heterogeneidades no meio.

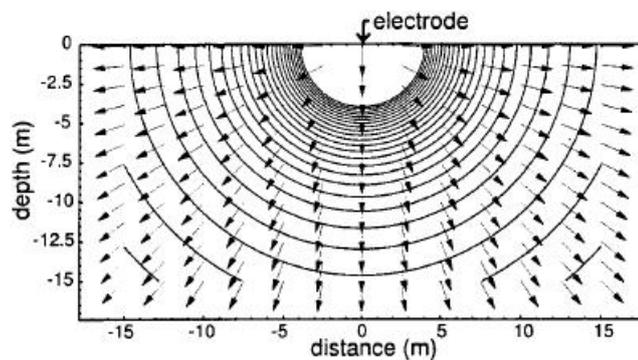
2 BASE TÉORICA

2.1 Método da eletrorresistividade

O método da eletrorresistividade busca estimar a distribuição geométrica da subsuperfície. Esse processo é feito medindo a diferença de potencial ΔV na superfície através de dois eletrodos, denominado de eletrodos de potencial M e N. Para isso, é necessário injetar corrente elétrica (I) contínua ou alternada de baixa frequência (inferior à 10 Hz) na superfície do terreno usando dois eletrodos, denominado de eletrodos de corrente A e B (GANDOLFO; GALLAS, 2007). Essa corrente é introduzida diretamente na superfície do terreno, ou seja, por contato galvânico. Assim, com os valores de diferença de potencial que são medidos é possível estimar a distribuição de resistividade da subsuperfície (SANTOS, 2005).

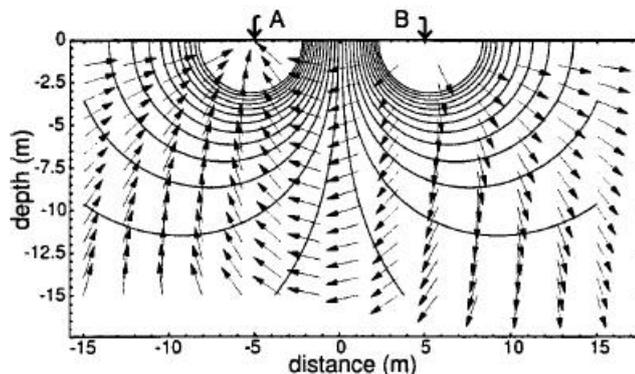
Para ilustrar como a corrente se comporta em subsuperfície, podemos considerar um esquema de um único eletrodo de corrente (Figura 1) e de dois eletrodos de corrente (Figura 2) em superfície de um meio de resistividade uniforme. O circuito é completado por um somidouro de corrente situado a uma distância muito grande em relação a um eletrodo de corrente (fonte). A corrente flui de forma radial a partir do eletrodo, de modo que a distribuição de corrente seja uniforme formando linhas equipotenciais radiais uniforme (KEAREY; BROOKS; HILL, 2009).

Figura 1 – Fluxo de corrente de uma fonte pontual na superfície.



Fonte: Herman (Sept 2001).

Figura 2 – Fluxo de corrente de duas fontes pontuais na superfície.



Fonte: Herman (Sept 2001).

No entanto, na prática, essa resistividade que é calculada não é a resistividade real do meio, haja vista que, o meio geológico é heterogêneo, por isso, calcula-se a resistividade aparente de cada camada. Desse modo, para o caso homogêneo, o potencial elétrico é dado por:

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi r} \quad (2.1)$$

e a resistividade aparente é calculado, a saber:

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} K \quad (2.2)$$

onde $K = \frac{2\pi}{C}$, em que C é o coeficiente que depende das dimensões e do arranjo quadripolo AMNB, denominado de fator geométrico. Em que,

ρ Resistividade elétrica [$\Omega.m$]

ΔV Diferença de potencial elétrico medido entre M e N. [Volt]

I Intensidade de Corrente elétrica aplicada em AeB . [Ampère]

K Fator geométrico definido pela geometria dos eletrodos AB e MN no momento da medida é dado por:

$$K = 2\pi \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]^{-1}. \quad (2.3)$$

Sendo que, AM , BM , AN , e BN são as distâncias entre os eletrodos.

O método da eletrorresistividade apresenta duas técnicas de aquisição. Assim, segundo Orellana (1972), quando a distribuição da resistividade elétrica se dá lateral ou horizontalmente na superfície do terreno, denominamos de Caminhamento Elétrico (CE)

ou Perfilagem Elétrica Horizontal e denominamos de Sondagem Elétrica Vertical (SEV) quando essa distribuição varia em relação à profundidade do terreno.

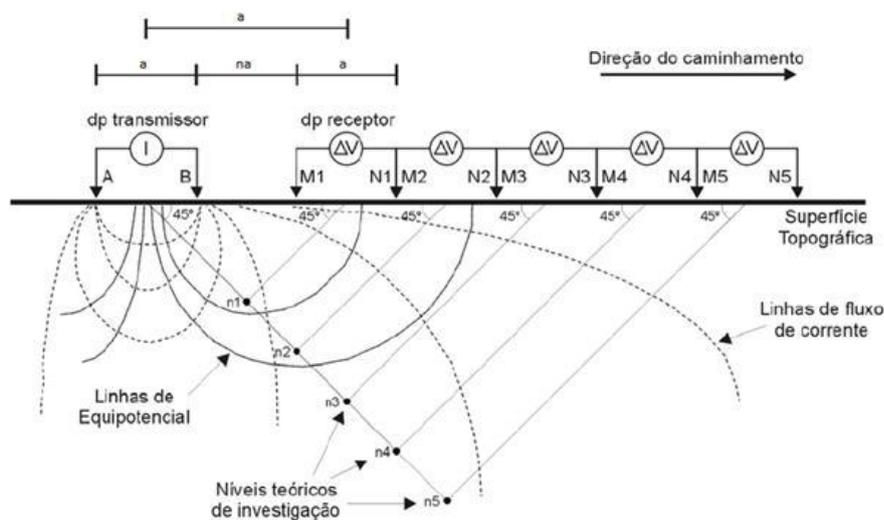
Desse modo, o Caminhamento Elétrico visa a investigação horizontal em relação às profundidades medidas ao longo de perfis objetivando definir as variações laterais da resistividade elétrica em subsuperfície enquanto que, a Sondagem Elétrica Vertical visa investigar as variações verticais, isto é, abaixo do ponto de interesse, da resistividade elétrica em subsuperfície. Maiores detalhes acerca da fundamentação dessas duas técnicas de aquisição geofísica do método da eletrorresistividade encontra-se em trabalhos de Keller e Frischknecht (1977), Gallas (2000) e Madrucci (2000).

Para realizar um levantamento elétrico, existem alguns tipos de arranjos, os quais são escolhidos de acordo com o objetivo da aquisição geofísica. Podemos destacar os arranjos de configurações Wenner, Schlumberger, Pólo-Pólo, Pólo-Dipolo, Dipolo-Dipolo e Gradiente (MILSON, 2003).

Neste trabalho adotaremos o arranjo dipolo-dipolo para determinar a variação lateral da resistividade aparente e o arranjo Schlumberger para investigar a variação vertical da resistividade aparente, com o objetivo de calcular a resposta 3D da resistividade elétrica em subsuperfície, a partir do potencial elétrico secundário, utilizando o método dos Elementos Finitos com malhas regulares.

A configuração dipolo-dipolo consiste em dois eletrodos de corrente A e B, que representam a fonte, e dois eletrodos de potencial M e N, que medem as diferenças de potencial resultantes, devido a interação da corrente elétrica com a subsuperfície. Sendo que, os eletrodos são alinhados sobre o mesmo perfil ocupando varias posições (Figura 3). De forma que, o espaçamento a entre os eletrodos AB e MN é fixo e essa separação entre os eletrodos aumenta de acordo com o fator $n.a$. De forma que, cada afastamento ($n.a$) corresponde teoricamente a um nível de profundidade $\left(\frac{n.a}{2}\right)$.

Figura 3 – Esquema de arranjo dipolo-dipolo.



Fonte: Herman (Sept 2001).

O fator geométrico (Kd) para o arranjo dipolo-dipolo pode ser obtido através do cálculo da equação (2.3):

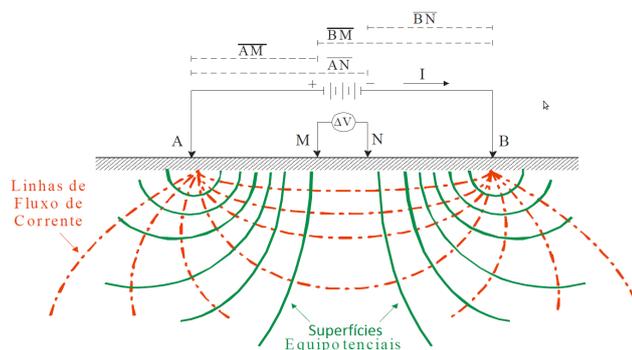
$$Kd = 2\pi.a \left[\frac{1}{n} - \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2} \right]^{-1}. \quad (2.4)$$

As medidas são feitas, normalmente, em várias profundidades de investigação, ou seja, $n = 1, 2, 3, \dots$, onde o ponto medido está a 45° da interseção das linhas que partem do centro dos eletrodos AB e MN, de acordo com a Figura 3. Assim, a cada medida efetuada, os eletrodos serão deslocados a uma distância (a) e os dados medidos nos níveis de investigação $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, são interpolados gerando uma pseud-seção de resistividade aparente.

A configuração do arranjo Schlumberger consiste em dois eletrodos de corrente A e B, que injetam corrente na superfície do terreno e dois eletrodos de potencial M e N, que medem a diferença de potencial. Sendo que, os eletrodos estão dispostos simetricamente em relação ao ponto central e são colineares (Figura 4). Nesse sentido, os eletrodos de corrente A e B apresentam uma separação crescente (a), enquanto que os eletrodos de potencial M e N são fixo em relação ao ponto central (GANDOLFO, 2007).

Assim, segundo Orellana (1972), a distância entre os eletrodos de potencial M e N só aumenta quando existe a necessidade de diminuir a relação sinal/ruído, isto é, quando sua distância for menor ou igual a um quinto da distância entre os eletrodos de corrente ($MN \leq AB/5$), tornando possível medir a variação vertical de resistividade aparente da subsuperfície em vários níveis de profundidade.

Figura 4 – Disposição dos eletrodos do arranjo Schlumberger.



Fonte: Borges (1996).

O fator geométrico (K_s) para o arranjo Schlumberger é dado pela equação (2.3):

$$K_s = 2\pi \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]^{-1}. \quad (2.5)$$

Assim, segundo (KEAREY; BROOKS; HILL, 2009), os desvios do padrão de diferenças de potencial esperado do solo homogêneo fornecem informações sobre a forma e as propriedades elétricas das inhomogeneidades de subsuperfície.

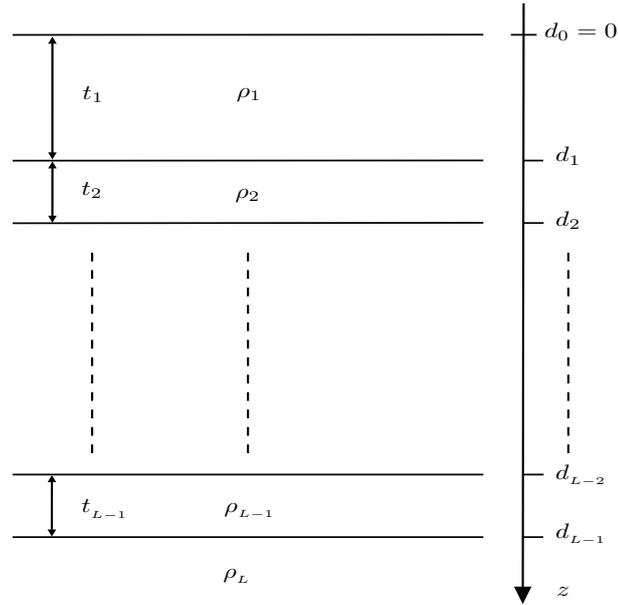
Como o nosso interesse de estudo está voltado para as definições das variações laterais e verticais da resistividade em subsuperfície, então usaremos, para determinar as variações laterais de resistividade, a técnica de aquisição geofísica do Caminhamento Elétrico ou Perfilagem Elétrica Horizontal, em que os eletrodos são expandidos de forma simétrica a partir de um centro fixo, com variações da profundidade de investigação à medida que a distância entre os eletrodos aumenta, gerando uma distribuição de resistividade aparente em subsuperfície. E, para investigar as variações verticais de resistividade elétrica, usaremos a técnica de aquisição geofísica da Sondagem Elétrica Vertical, onde os eletrodos de corrente são distribuídos simetricamente em relação ao ponto central e os eletrodos de potencial M e N são mantidos fixo, exceto quando os mesmos atingem a relação da distância ($MN \leq AB/5$), neste caso é necessário aumentar a distância MN.

2.2 Formulação do potencial primário para um semi-espaço estratificado

Para a modelagem do método da eletrorresistividade 3D através do potencial secundário utilizaremos a técnica de elementos finitos. Nesta abordagem, será necessário o cálculo do potencial elétrico primário que definimos como o potencial devido à injeção de corrente em um meio estratificado composto por camadas.

Para o cálculo deste potencial primário, utilizamos uma nova formulação proposta por Mainault e Schott (2012), que permite um cálculo mais estável e preciso, prevenindo as possíveis divergências numéricas que podem ocorrer durante a avaliação das integrais para pontos próximos da fonte. O potencial para z , com $d_{l-1} \leq z \leq d_l, l \in \{1, \dots, L-1\}$ (Figura 5),

Figura 5 – Definição da espessura (t), resistividade (ρ) e profundidade (d) da camada L .



Fonte: Mainault e Schott (2012).

é dado por:

$$\varphi_l(r_s^h, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{+\infty} \left(1 + \frac{S_l(\theta) - 1}{S_l(\theta) + 1} e^{2\theta(z-d_{l-1})} \right) u_l(\theta, z) J_0(\theta r_s^h) d\theta \quad (2.6)$$

em que r_s^h é a distância radial Euclidiana. O Kernel de Slichter $S_i(\theta)$ é calculado usando a recursão de Sunde-Pekeris:

$$\begin{cases} S_L = 1 \\ \forall i \in \{L-1, \dots, 1\} \end{cases} S_i = \frac{S_{i+1} + \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \tanh(\theta t_i)}{\frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} + S_{i+1} \tanh(\theta t_i)}. \quad (2.7)$$

E o coeficiente modificado u_i é calculado usando uma recursão simples, dada por:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{S_1 + 1}{2} e^{-\theta z} \\ \forall i \in \{1, \dots, L - 1\} \\ u_{i+1} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} + \left(1 - \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} \right) \frac{S_i - 1}{S_i + 1} e^{2\theta t_i} \right) u_i. \end{array} \right. \quad (2.8)$$

e J_0 é a função de Bessel de primeira espécie de ordem zero .

E, para o substrato ($d_{L-1} \leq z$), levando em consideração que $v_L = 0$, o potencial é dado por:

$$\varphi_l(r_s^h, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{+\infty} u_L(\theta, z) J_0(\theta r_s^h) d\theta. \quad (2.9)$$

Em que o coeficiente $v(\theta, z)$ pode ser expresso como uma função de $u(\theta, z)$, a saber:

$$\forall i \in \{1, \dots, L\} \quad v_i = \frac{S_i - 1}{S_i + 1} e^{2\theta(z-d_{i-1})} u_i. \quad (2.10)$$

Para evitar divergências numéricas que ocorrem no cálculo das integrais das equações (2.6) e (2.9), quando o núcleo do Kernel S_i tende para 1, é necessário usar as aproximações assintóticas para u_l e φ_l , denotadas u_l^* e φ_l^* , que são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1^* = (1 - R_1 e^{-2\theta t_1}) e^{-\theta z} \\ \forall i \in \{1, \dots, L - 1\} \\ u_{i+1}^* = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} + \left(1 - \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} \right) \frac{R_i}{R_i e^{-2\theta t_i} - 1} \right) u_i^*, \end{array} \right. \quad (2.11)$$

onde R_i é escrito como:

$$\forall i \in \{L - 1, \dots, 1\} \quad R_i = \frac{\rho_i - \rho_{i+1}}{\rho_i + \rho_{i+1}}. \quad (2.12)$$

O potencial na l -ésima camada, para $l \in \{1, \dots, L - 1\}$, é dado por:

$$\varphi_l^*(r_s^h, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{+\infty} \left(1 - \frac{R_l e^{2\theta(z-d_l)}}{1 - R_l e^{-2\theta t_l}} \right) u_l^*(\theta, z) J_0(\theta r_s^h) d\theta, \quad (2.13)$$

e para o substrato

$$\varphi_l^*(r_s^h, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{+\infty} u_L^*(\theta, z) J_0(\theta r_s^h) d\theta. \quad (2.14)$$

A fim de vincular a diferença absoluta entre a tangente hiperbólica e sua expressão aproximada por um valor arbitrário ε , o núcleo da tangente hiperbólica (θt_i) deve satisfazer a condição (MAINEULT; SCHOTT, 2012):

$$\theta t_i > \ln \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8}{\varepsilon}} - 1 \right)}. \quad (2.15)$$

Essa condição proporciona um critério adequado para decidir quando θt_i é muito grande.

Para resolver as integrais, utilizamos a técnica de filtros digitais. Neste caso, de acordo com Mainault e Schott (2012), utilizamos o filtro J_0 de 120 pontos de Guptasarma.

2.3 Formulação de eletrorresistividade por elementos finitos

O método dos elementos finitos é uma técnica de solução de equação diferencial que pode utilizar o método dos resíduos ponderados e o critério de Galerkin a fim de obter a solução em um pedaço (elemento) do domínio do problema. Neste elemento a solução é aproximada por funções base que gerarão o espaço da solução. Maiores detalhes sobre a teoria do método dos elementos finitos 3D encontra-se em Axelsson e Barker (1984), Becker, Carey e Oden (1981) e Jin (2002).

Para a formulação do mesmo problema partiremos da equação diferencial que rege o potencial elétrico para o problema de eletrorresistividade 3-D que é dado pela equação de Poisson

$$\nabla \cdot [\sigma(x, y, z) \nabla V(x, y, z)] = -I \delta(x - x_q) \delta(y - y_q) \delta(z - z_q) \quad (2.16)$$

onde $V(x, y, z)$ é o potencial elétrico, $\sigma(x, y, z)$ é a condutividade elétrica do meio, I é a intensidade de corrente localizada em um ponto (x_q, y_q, z_q) e δ é a função delta de Dirac.

Segundo (LI; SPITZER, 2002), aproximações numéricas, utilizando a equação (2.16), geram maus resultados na vizinhança da localização da fonte, por causa do gradiente acentuado ao redor da fonte. Uma melhor abordagem consiste em remover o efeito da singularidade do potencial causada pela fonte.

De acordo com um procedimento de remoção de singularidade proposto por (LOWRY; ALLEN; SHIVE, 1989 apud LI; SPITZER, 2002), na equação (2.16) o potencial elétrico total $V = V^p + V^s$ será dividido em V^p que é o potencial primário causado pela interação da fonte de corrente com o meio homogêneo e V^s que é o potencial secundário causado pelo contraste da condutividade do meio homogêneo σ^p com a condutividade

anômala $\Delta\sigma = \sigma - \sigma^p$. Nesse sentido, a condutividade pode ser escrita, como: $\sigma = \sigma^p + \Delta\sigma$, onde $\Delta\sigma$ é a diferença das variações em 3D no meio homogêneo. Assim, a equação (2.16) pode ser escrita, a saber:

$$\nabla \cdot [(\sigma^p + \Delta\sigma) \nabla (V^p + V^s)] = -I\delta(r), \quad (2.17)$$

em que $r = \sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2 + (z - z_q)^2}$.

Desmembrando a equação (2.17), temos:

$$\nabla \cdot (\sigma^p \nabla V^p) + \nabla \cdot (\sigma^p \nabla V^s) + \nabla \cdot (\sigma^s \nabla V^p) + \nabla \cdot (\sigma^s \nabla V^s) = -I\delta(r). \quad (2.18)$$

Reorganizando a equação (2.18), a mesma pode ser escrita, como:

$$\nabla \cdot [\sigma \nabla V^s] = -\nabla \cdot [\Delta\sigma \nabla V^p], \quad (2.19)$$

uma vez que, o potencial primário satisfaz a equação diferencial

$$\nabla \cdot [\sigma^p \nabla V^p] = -I\delta(r). \quad (2.20)$$

Como,

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} = -\sigma \nabla V \Rightarrow \bar{J} = -(\sigma^s + \sigma^p) \nabla (V^p + V^s).$$

$$\bar{J} = \bar{J}^p - \sigma^s \nabla V^p - \sigma \nabla V^s.$$

Fazendo $\bar{J}_1^s = -\sigma^s \nabla V^p$ e $\bar{J}_2^s = -\sigma \nabla V^s$, temos:

$$\bar{J} = \bar{J}^p + \bar{J}^s$$

$$\bar{J}^s = \sigma \bar{E}^s + \Delta\sigma \bar{E}^p.$$

Para resolver a equação (2.19) é necessário definir as condições de fronteira. De acordo com (LI; SPITZER, 2002), nos limites do corpo, onde há contraste de condutividades, o potencial total V e a componente normal de corrente $J_n = \sigma \partial V / \partial n$ tem de ser contínua, em que $\bar{\mathbf{n}}$ é a direção normal externa da interface de fronteira. A partir disto, podemos ainda obter a continuidade do potencial secundário V^s e $\sigma \partial v_s / \partial n + \sigma_s \partial v_p / \partial n$ sobre tais fronteiras. Uma vez que não existe um fluxo de corrente através da interface ar-terra $\Gamma_s \in \Gamma$, em que Γ indica o limite de todo o domínio do modelo, temos:

$$\frac{\partial v_p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial v_s}{\partial n} = 0 \quad \text{em } \Gamma_s. \quad (2.21)$$

Para o método de elementos finitos, aplicando o criterio de Galerkin na equação (2.19), obtemos:

$$\int_{V^e} N_i^e \nabla \cdot (\sigma \nabla V^s) dv = - \int_{V^e} N_i^e \nabla \cdot (\Delta \sigma \nabla V^p) dv. \quad (2.22)$$

Assim, usando a seguinte identidade,

$$N_i \nabla \cdot (\sigma \nabla V^s) = \nabla \cdot (N_i^e \sigma \nabla V^s) - \sigma \nabla V^s \cdot \nabla N_i. \quad (2.23)$$

Logo:

$$\begin{aligned} & \int_{V^e} \nabla \cdot (N_i^e \sigma \nabla V^s) dv^e - \int_{V^e} \sigma \nabla V^s \cdot \nabla N_i^e dv^e = \\ & - \int_{V^e} \nabla \cdot (N_i^e \Delta \sigma \nabla V^p) dv^e + \int_{V^e} \Delta \sigma \nabla V^p \cdot \nabla N_i^e dv^e. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Aplicando o teorema da divergência em ambos os lados da equação (2.24), obtemos:

$$\begin{aligned} & - \int_{V^e} \sigma \nabla V^s \cdot \nabla N_i^e dv^e = + \int_{V^e} \Delta \sigma \nabla V^p \cdot \nabla N_i^e dv^e \\ & - \int_{\partial v} N_i^e \sigma \nabla V^s ds - \int_{\partial v} N_i^e \Delta \sigma \nabla V^p ds. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Podemos escrever $\Delta \sigma \nabla V^p$ e $\sigma \nabla V^s$ como:

$$\Delta \sigma \nabla V^p = (\sigma - \sigma^p) \nabla V^p = \sigma \nabla V^p - \sigma^p \nabla V^p.$$

e

$$\sigma \nabla V^s = \sigma E = \bar{J}.$$

As duas últimas integrais podem ser escritas como:

$$\int_{\partial v} N_i^e [\sigma \nabla V - \sigma^p \nabla V^p] ds = 0$$

$$\int_{\partial v} N_i^e \bar{J}^s ds = 0$$

$$\int_{\partial v} N_i^e (\sigma^s \nabla V^p + \sigma \nabla V^s) ds = 0$$

Sendo que, as duas últimas integrais se anulam na borda, logo a equação (2.25) fica, a saber:

$$\int_{V^e} \sigma \nabla V^s \cdot \nabla N_i^e dv^e = - \int_{V^e} \Delta \sigma \nabla V^p \cdot \nabla N_i^e dv^e. \quad (2.26)$$

A equação (2.26) pode ser escrita, como:

$$\int_{V^e} \left(\sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial V^s}{\partial x} + \sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial V^s}{\partial y} + \sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial z} \frac{\partial V^s}{\partial z} \right) dv =$$

$$- \int_{V^e} \left(\Delta \sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial V^p}{\partial x} + \Delta \sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial V^p}{\partial y} + \Delta \sigma \frac{\partial N_i^e}{\partial z} \frac{\partial V^p}{\partial z} \right) dv. \quad (2.27)$$

para $i = 1, 2, 3$ e 4 . Expandindo V^s e V^p como combinação linear das funções bases, tem-se:

$$V^s = \sum_{j=1}^4 N_j V_j^s \quad V^p = \sum_{j=1}^4 N_j V_j^p \quad (2.28)$$

Para o elemento tetraedral as funções bases são,

$$\begin{cases} N_i = \frac{1}{V_e} (a + bx_i + cy_i + dz_i); \\ N_j = \frac{1}{V_e} (a + bx_j + cy_j + dz_j); \end{cases}$$

para $i = 1, 2, 3$ e 4 , em que V_e é o volume do elemento.

Assim, substituindo as expansões de V^s e V^p na equação (2.27), e aplicando as funções bases N_i e N_j obteremos a matriz local e o vetor fonte local do elemento na forma matricial.

$$M_e = \frac{\sigma}{36V_e} [b_i b_j + c_i c_j + d_i d_j]. \quad (2.29)$$

para $i, j = 1, 2, 3$ e 4 , em que b_i, b_j, c_i, c_j, d_i e d_j são os coeficientes das funções base N_i e N_j .

$$F = -\frac{\Delta \sigma}{36V_e} \left[b_i \left(\sum_{j=1}^4 b_j V_j^p \right) + c_i \left(\sum_{j=1}^4 c_j V_j^p \right) + d_i \left(\sum_{j=1}^4 d_j V_j^p \right) \right]. \quad (2.30)$$

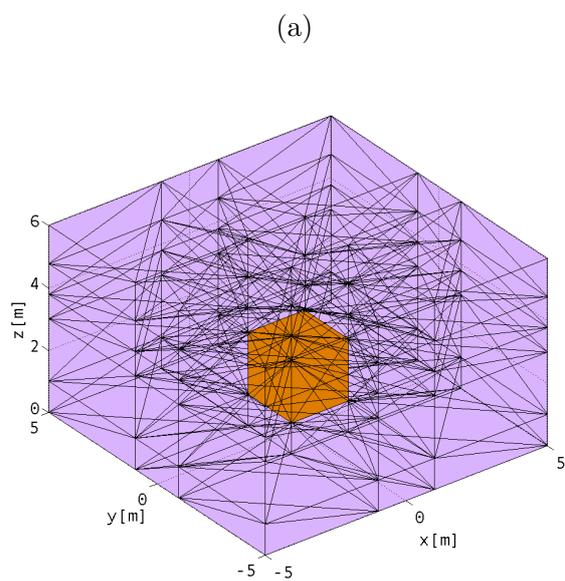
para $i = 1, 2, 3$ e 4 .

Conhecendo a matriz e do vetor fonte local, podemos montar o sistema global de equações lineares e aplicar a condição de contorno de Dirichlet, maiores detalhes encontra-se em (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). O sistema foi solucionado por eliminação gaussiana para a semi-banda da matriz global, devido a mesma ser simétrica e esparsa. De posse da solução do sistema linear, podemos determinar a resistividade aparente para o modelo proposto, usando a equação (2.2), calculando as diferenças de potencial, a saber:

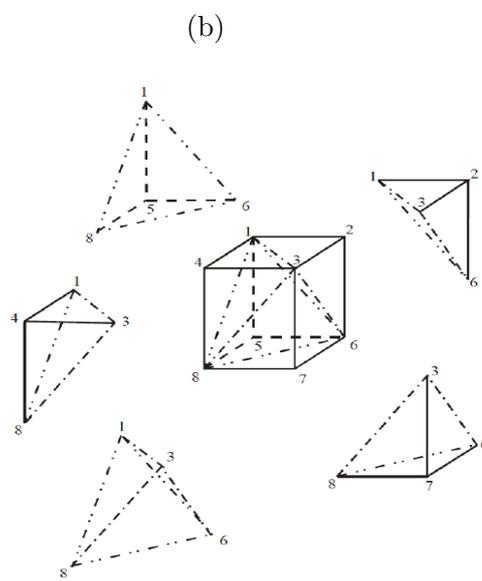
$$\rho_a = K \cdot \frac{\Delta V}{I} = \frac{K}{I} (\Delta V^p + \Delta V^s) = \rho_a^p + \rho_a^s \quad (2.31)$$

Utilizamos uma malha regular não uniforme de elementos finitos 3D com elementos tetraedricos mostrado na Figura 6.

Figura 6 – (a) Malha regular de elementos finitos 3D e (b) disposição dos elementos tetraedricos em um cubo da malha de elementos finitos 3D.



Fonte: Da autora.



Fonte: Rijo (2004).

3 RESULTADOS

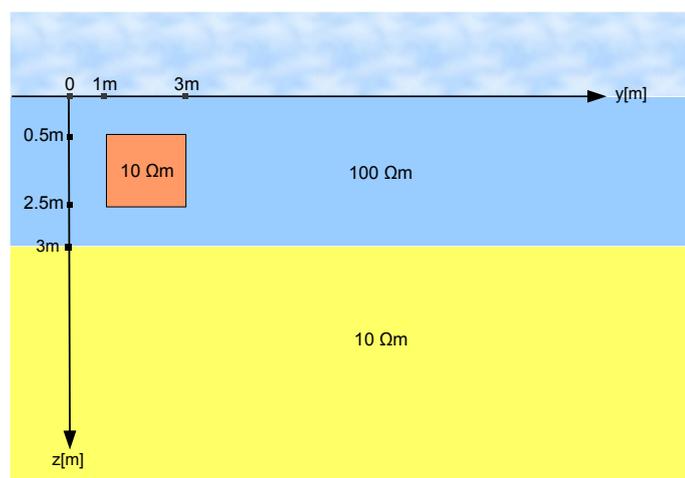
Neste capítulo apresentaremos os resultados da modelagem de eletrorresistividade 3-D, usando os arranjos Dipolo-dipolo e Schlumberger, para modelos geológicos simples, os quais serviram para testar a consistência do algoritmo de elementos finitos desenvolvido neste trabalho. Para todos os resultados utilizamos uma maquina de 8 cores, 2 CPU's, processador Quad 2.53 GHz, 8 MB de cache e 72 GB de memória.

3.1 Resultados obtidos através de sondagem elétrica vertical

- Modelo 1

Para a validação do código desenvolvido neste trabalho com a configuração de arranjo Schlumberger, usamos um modelo disponível na literatura (LI; SPITZER, 2002) onde consiste em um cubo encaixado em um meio de duas camadas (Figura 7). A primeira camada tem uma resistividade de $\rho_1 = 100\Omega m$ e espessura de $h = 3m$. A resistividade do substrato é $\rho_2 = 10\Omega m$ e a resistividade do cubo é $\rho_3 = 10\Omega m$. Os resultados são apresentados na forma de curva de sondagem de resistividade aparente.

Figura 7 – Modelo de Li e Spitzer (2002) (Adaptado pela Autora).



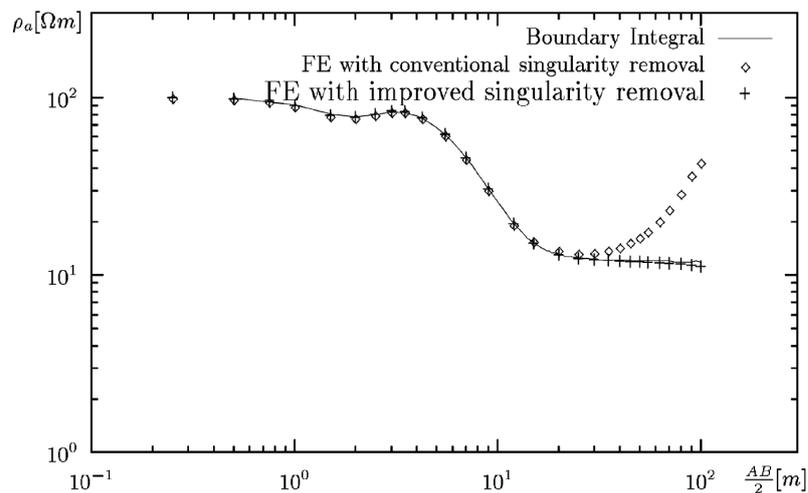
Fonte: Da autora.

Para este modelo, utilizamos uma malha regular não uniforme, visto que para o cálculo do potencial secundário é necessário que haja uma maior discretização próximo ao

corpo, devido ao mesmo desempenhar o papel da fonte para o potencial secundário. Para reproduzirmos a resposta 3D obtida por Li e Spitzer (2002), tomamos as coordenadas x , y variando de $\pm 3000m$ e z variando de 0 a 3000 m, discretizadas em 75, 205 e 27 pontos, respectivamente, totalizando 415.125 nós e 1.962.480 elementos. O tempo de processamento foi de aproximadamente 4 horas e 49 minutos.

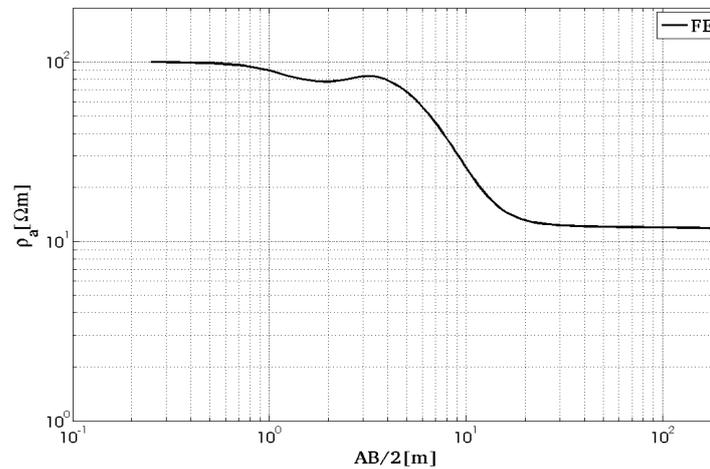
Podemos observar, na Figura 9, que com um $AB/2$ pequeno, a investigação atinge pequenas profundidades, conseqüentemente, a resistividade tem influência da primeira camada, e em torno de $1m$ a $3m$ a resistividade tem maior influência da heterogeneidade e depois tende a apresentar comportamento análogo a primeira camada. A partir de $AB/2 = 4m$, a investigação atinge a interface e a resistividade começa a decair, tendendo para o substrato, estando plenamente de acordo com o resultado obtido por Li e Spitzer (2002) mostrado na Figura 8, ressaltando que, a curva de sondagem apresentada na Figura 9 foi obtida calculando o potencial secundário com a técnica de elementos finitos aplicando o critério de Galerkin, enquanto que os resultados de Li e Spitzer (2002) foram obtidos calculando o potencial secundário com a técnica de elementos finitos aplicando o método variacional, porém ambos resultam basicamente nas mesmas equações.

Figura 8 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0, -0.1, 0 m)$ e $(0, 0.1, 0 m)$, respectivamente.



Fonte: Li e Spitzer (2002).

Figura 9 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0, -0.1, 0 \text{ m})$ e $(0, 0.1, 0 \text{ m})$, respectivamente.



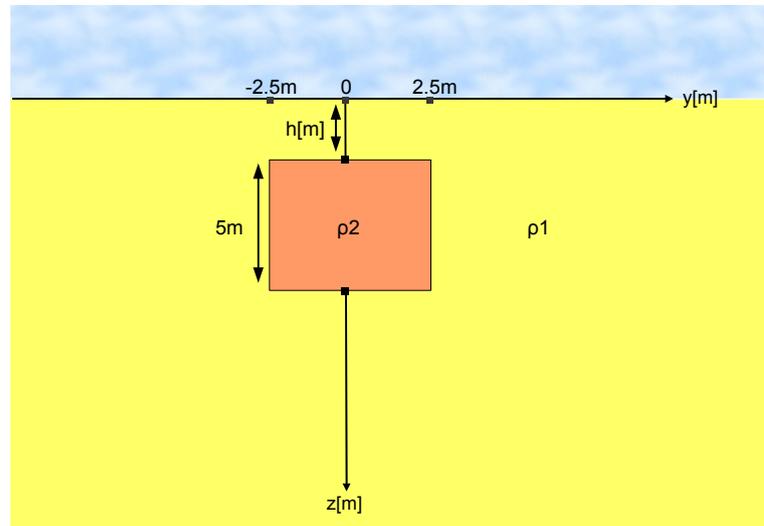
Fonte: Da autora.

- Modelo 2

Este modelo consiste em um semi-espço homogêneo de resistividade ρ_1 envolvendo um cubo de lado $5m$ e resistividade ρ_2 , sendo que, o seu topo está localizado à uma profundidade abaixo da superfície (Figura 10). Para esse modelo, realizamos dois experimentos com a heterogeneidade em várias profundidades, com o objetivo de analisar a variação da resistividade aparente, causada pela heterogeneidade localizada em diferentes profundidades.

Outro experimento que realizamos, foi variando a espessura do corpo e analisando a sondagem em cada situação.

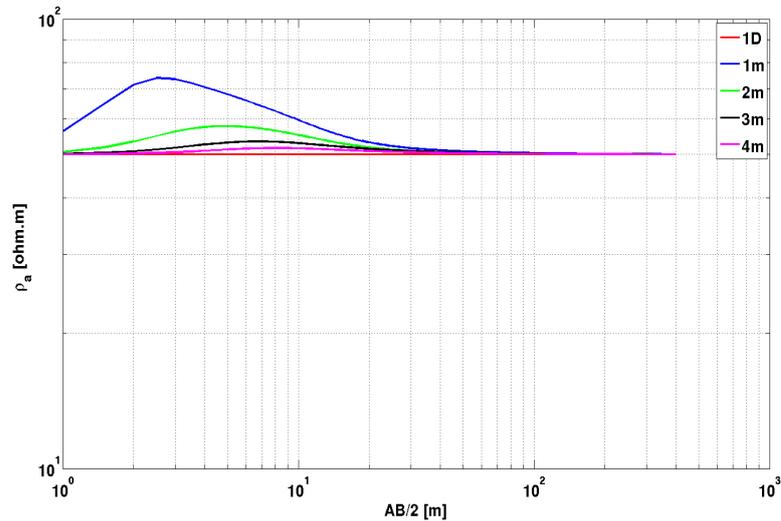
Figura 10 – Modelo de um semi-espaço homogêneo de resistividade ρ_1 envolvendo um cubo de extensão 5 m x 5 m x 5 m e resistividade ρ_2 .



Fonte: Da autora.

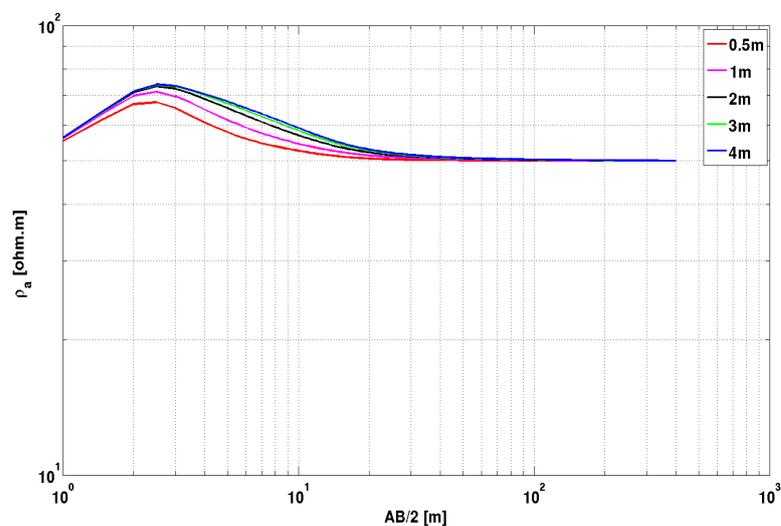
Apresentamos nas Figuras 11 a 14 as curvas de sondagens obtidas para o Modelo 2. Na Figura 11, cuja $\rho_1 = 50\Omega m$, $\rho_2 = 500\Omega m$ para as profundidades da superfície até o topo do corpo de 1 a 4m, espaçadas igualmente de 1m. Nota-se que, quando o meio encaixante é condutivo, o sinal atenua mais rápido, e à medida que a profundidade do corpo aumenta, a variação da resistividade aparente diminui, logo para o corpo situado à 4m abaixo da superfície não se obteve um bom imageamento do topo da heterogeneidade, causando apenas uma suave distorção na resistividade. Entretanto, podemos observar na Figura 12 com $\rho_1 = 500\Omega m$, $\rho_2 = 50\Omega m$ e para as mesmas profundidades da Figura 11 que no meio resistivo o sinal atinge uma maior propagação, permitindo um melhor imageamento da heterogeneidade, isso é notável, quando tomamos o corpo situado à 4m abaixo da superfície. Na Figura 13 onde $\rho_1 = 50\Omega m$, $\rho_2 = 500\Omega m$ e a espessura do corpo iguais 4, 3, 2, 1 e 0.5 m, respectivamente, nela percebemos que a partir de 3 m de espessura do corpo houve uma atenuação do sinal, dificultando imagear a base da heterogeneidade, devido o meio encaixante ser condutivo, contudo, é notável na Figura 14 em que $\rho_1 = 50\Omega m$, $\rho_2 = 500\Omega m$ e o corpo com as mesmas espessuras da Figura 13 que quando o meio é resistivo a propagação do sinal é maior do que no meio condutivo, propiciando energizar melhor o corpo, estando de acordo com o esperado.

Figura 11 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0 \text{ m}, -0.25\text{m}, 0 \text{ m})$ e $(0 \text{ m}, 0.25\text{m}, 0 \text{ m})$, respectivamente e resistividades $\rho_1 = 50\Omega\text{m}$ e $\rho_2 = 500\Omega\text{m}$ para o corpo situado nas profundidades $(1, 2, 3, 4,)\text{m}$.



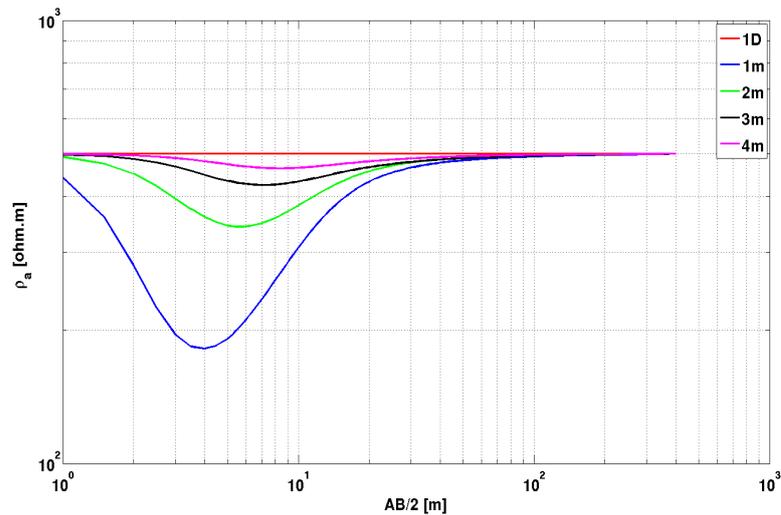
Fonte: Da autora.

Figura 12 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em $(0 \text{ m}, -0.25\text{m}, 0 \text{ m})$ e $(0 \text{ m}, 0.25\text{m}, 0 \text{ m})$, respectivamente e resistividades $\rho_1 = 500\Omega\text{m}$ e $\rho_2 = 50\Omega\text{m}$ para o corpo situado nas profundidades $(1, 2, 3, 4,)\text{m}$.



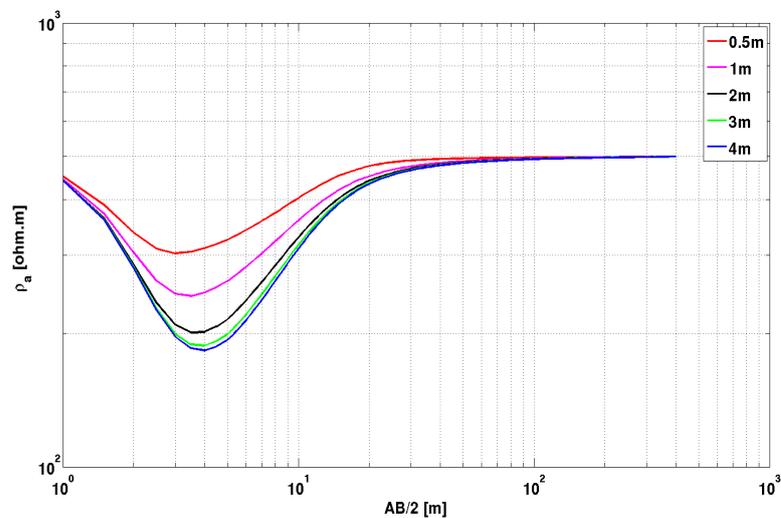
Fonte: Da autora.

Figura 13 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a metade ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . Onde as duas fontes de corrente situam-se em (0 m, -0.25m, 0 m) e (0 m, 0.25m, 0 m), respectivamente e resistividades $\rho_1 = 50\Omega m$ e $\rho_2 = 500\Omega m$ para o corpo com o topo fixo a 1 m de profundidade e espessura (4m, 3m, 2m ,1m e 0.5m), respectivamente.



Fonte: Da autora.

Figura 14 – A resistividade aparente ρ_a DC em relação a ($AB/2$) da distância da sondagem de um eletrodo Schlumberger em um perfil em $x = 0$ ao longo do eixo y . As duas fontes de corrente situam-se em (0 m, -0.25m, 0 m) e (0 m, 0.25m, 0 m), respectivamente e resistividades $\rho_1 = 500\Omega m$ e $\rho_2 = 50\Omega m$ para o corpo com o topo fixo a 1 m de profundidade e espessura (4m, 3m, 2m ,1m e 0.5m).



Fonte: Da autora.

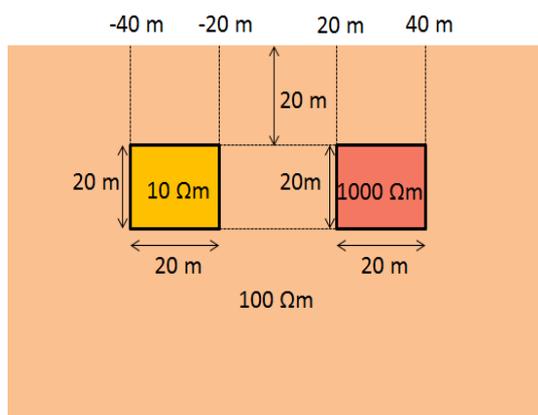
3.2 Resultados obtidos através de caminhamento elétrico

- Modelo 1

Outra validação do código desenvolvido neste trabalho foi obtida usando a configuração de arranjo dipolo-dipolo, reproduzindo um modelo baseado em (GALLARDO; MEJU, 2004 apud CASTRO, 2013). O modelo (a) consiste em uma estrutura 2-D, composta por dois corpos de extensão 20 m x 20 m. Para que pudessemos comparar a resposta do modelo 3-D com a resposta do modelo 2-D, fez-se necessário alongar os dois corpos na direção do eixo x de tal forma que a resposta se comporte análoga a resposta do modelo 2-D, com isso, a extensão das heterogeneidades no eixo x é 120 m, com resistividades de $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, em um meio encaixante de resistividade $100\Omega m$. Foram realizadas 21 medidas ao longo do eixo y em um perfil em $x = 0m$, com um espaçamento ($a = 10m$) entre os eletrodos AB e MN e $n.a = 10m$, de acordo com a Figura 3 para vários níveis de profundidade ($n.a/2$). O caminhamento elétrico iniciou-se com os transmissores A e B localizados nas posições -120 m e -110 m, respectivamente, e os receptores M e N localizados à -100 m e -90 m do centro da distância entre os corpos. Utilizamos uma malha regular mais discretizada próximo ao corpo, uma vez que para o cálculo do potencial elétrico secundário a fonte é o próprio corpo. As coordenadas x e y estão variando de $\pm 3000m$ e z está variando de 0 a 3000 m com as discretizações de 57, 93 e 21 pontos, respectivamente. Computando 111.321 nós e 515.200 elementos. O tempo de processamento foi de aproximadamente de 22 minutos e 45 segundos.

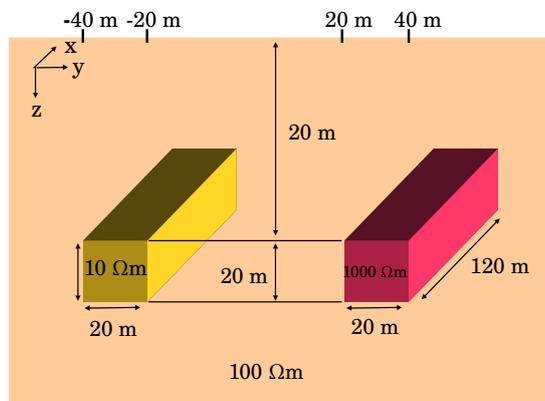
Figura 15 – Modelo de semi-espço homogêneo com heterogeneidades de $10\Omega m$ e $1000\Omega m$ em um meio encaixante de $100\Omega m$. O modelo (a) é um modelo bidimensional e (b) é um modelo tridimensional com as heterogeneidades alongadas no eixo x .

(a)



Fonte: Castro (2013).

(b)

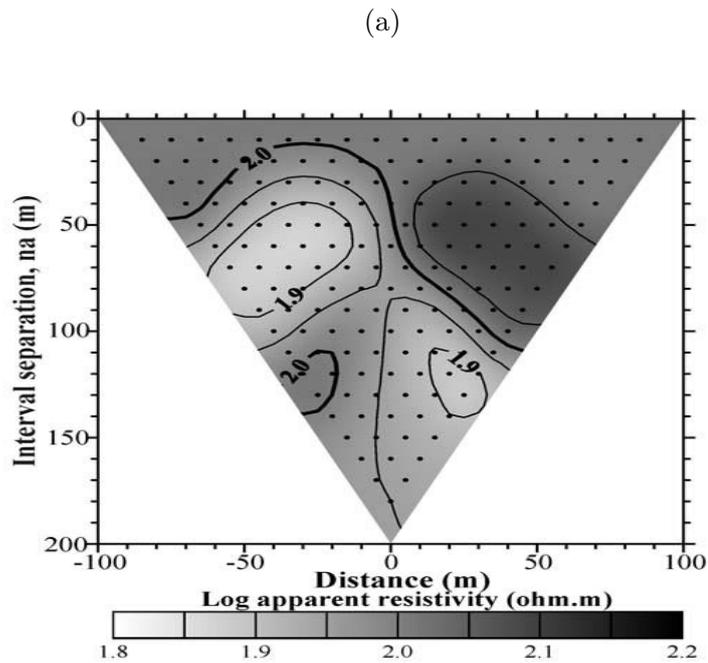


Fonte: Da autora.

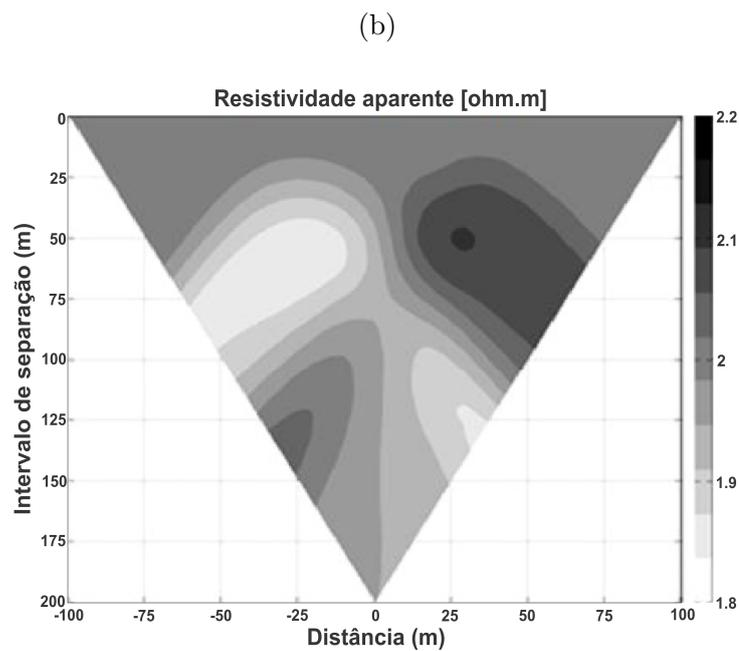
Apresentamos na Figura 17 a pseudo-seção obtida para o modelo 3-D calculada com o potencial secundário. Nela podemos observar muita semelhança com os resultados obtidos por Gallardo e Meju (2004) na Figura 16a com o potencial total, quanto por Castro (2013) na Figura 16b com o potencial secundário. É perceptível as linhas de contornos indicando os valores de resistividade aparente em escala logarítmica variando entre $1.8\Omega m$ e $2.2\Omega m$, assim como também, uma superposição entre o corpo menos resistivo, nas regiões

mais claras, e o corpo mais resistivo, nas regiões mais escuras, estando de acordo com os resultados obtidos por Gallardo e Meju (2004) e Castro (2013).

Figura 16 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois corpos envolvidos em um meio de resistividade $100\Omega m$, obtida (a) pelo potencial total através do software RES2DMOD, (b) através do potencial secundário, ambos utilizando a técnica de elementos finitos para o arranjo dipolo-dipolo.

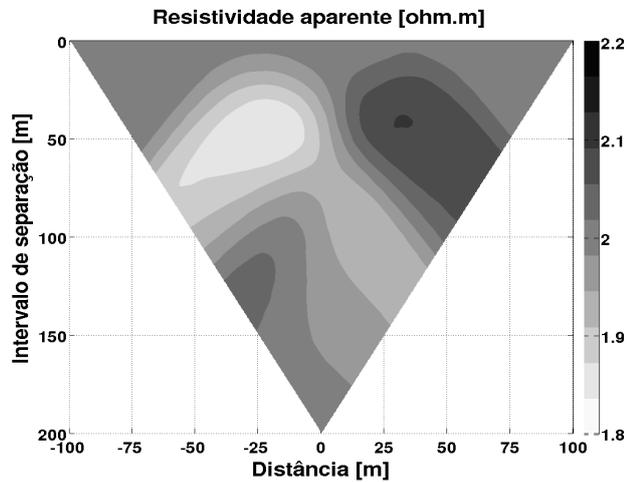


Fonte: Gallardo e Meju (2004).



Fonte: Castro (2013).

Figura 17 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois copos tridimensionais de resistividade $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, envolvidos em um meio de resistividade $100\Omega m$, obtida através do potencial secundário, utilizando a técnica de elementos finitos para o arranjo dipolo-dipolo.



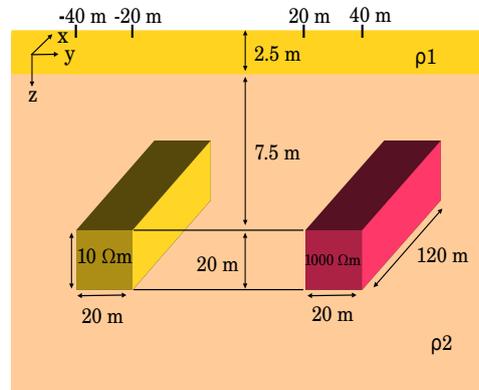
Fonte: Da autora.

- Modelo 2

Este modelo consiste em semi-espaco formado por duas camadas de resistividade ρ_1 variável e espessura 2,5 m para a primeira camada e $\rho_2 = 100\Omega m$ para a segunda camada, encaixado nesta camada encontra-se dois corpos 3-D de dimensão 120 m x 20 m x 20 m e resistividades $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, conforme a Figura 18.

Realizamos dois experimentos para valores de resistividade da primeira camada ρ_1 diferentes, com o objetivo de comparar os resultados para a presença de uma camada rasa ora condutiva ora resistiva. Usamos uma camada condutiva para caracterizar o manto de intemperismo comum em nossa região Amazônia. A camada resistiva, por sua vez foi usada com base em SEV's obtidas em Salinópolis (PA) que mostrou a presença de ambiente de duna na porção superior do semi-espaco com alta resistividade. Para o primeiro experimento, a resistividade da primeira camada $\rho_1 = 1\Omega m$ e para o segundo $\rho_1 = 1000\Omega m$.

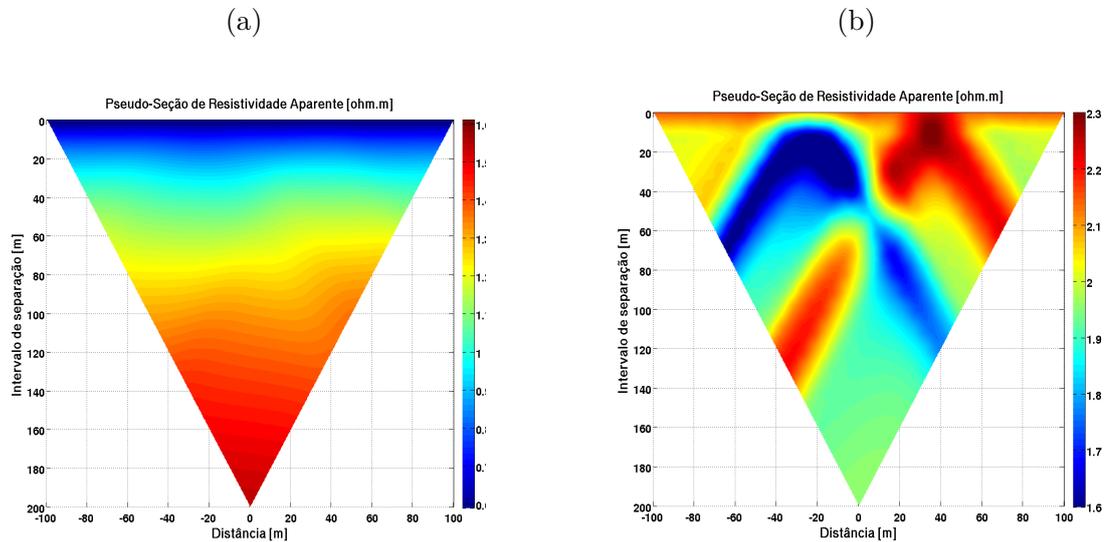
Figura 18 – Modelo duas camadas com as heterogeneidades alongadas no eixo x . A resistividade dos corpos são $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, em que resistividade da primeira camada é ρ_1 e do substrato é $\rho_2 = 100\Omega m$.



Fonte: Da autora.

Apresentamos nas Figuras 19a e 19b as pseudo-seções para um meio de duas camadas com dois corpos, podemos observar na Figura 19a que como a primeira camada é condutiva, o sinal atenua muito rápido, por isso não foi possível imaginar o topo das heterogeneidades, causando apenas uma leve distorção na resistividade, já na Figura 19b, devido a primeira camada ser resistiva, a propagação do sinal atinge maiores profundidades, possibilitando energizar melhor os corpos, mas ainda assim, podemos perceber uma suave distorção na resistividade, devido o segundo corpo ter a mesma resistividade da primeira camada, o que faz com que o corpo se comporte como se fizesse parte da primeira camada.

Figura 19 – Pseudo-seção de resistividade aparente para um modelo de dois corpos de resistividade $10\Omega m$ e $1000\Omega m$, respectivamente, envolvidos em um meio de duas camadas de resistividades (a) $1\Omega m$ e $100\Omega m$, respectivamente, e (b) $1000\Omega m$ e $100\Omega m$, realizado ao longo de um perfil em y .



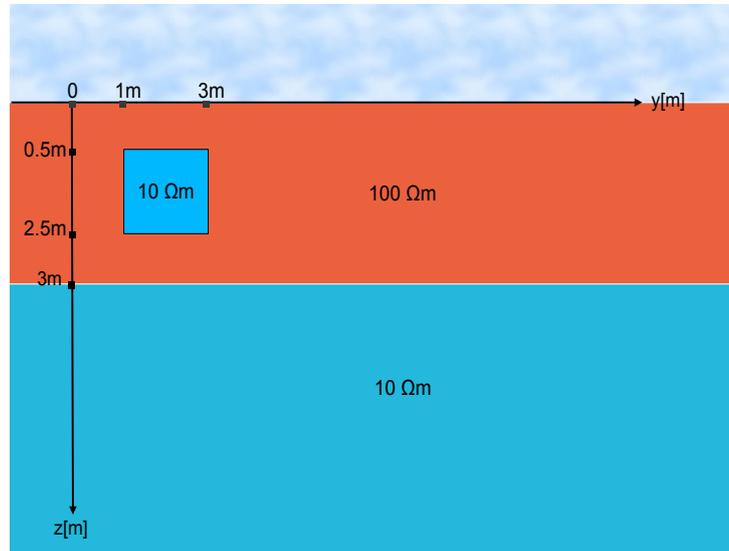
Fonte: Da autora.

Fonte: Da autora.

- Modelo 3

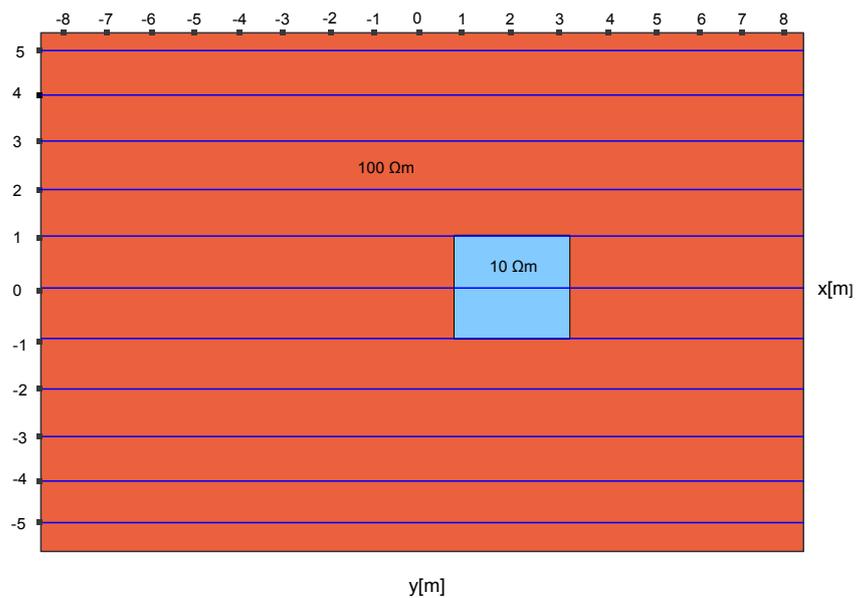
Este modelo consiste em meio de duas camadas composta por um cubo de aresta 2 m, a primeira camada tem resistividade de $\rho_1 = 100\Omega m$ e espessura de $h = 3m$. A resistividade do substrato é $\rho_2 = 10\Omega m$ e a resistividade do cubo é $\rho_3 = 10\Omega m$. Realizamos o caminhamento em vários perfis em $x[m]$, obtidas ao longo do eixo y , usando o arranjo dipolo-dipolo. Foram feitas 19 medidas para cada perfil, com espaçamento ($a = 1m$) entre os eletrodos AB e MN e $n.a = 2m$, para vários níveis de profundidade ($n.a/2$).

Figura 20 – Modelo de um cubo de 2 m de lado e resistividade $10\Omega m$ envolvido em um meio de duas camadas, com resistividades $100\Omega m$ e $10\Omega m$, respectivamente.



Fonte: Da autora.

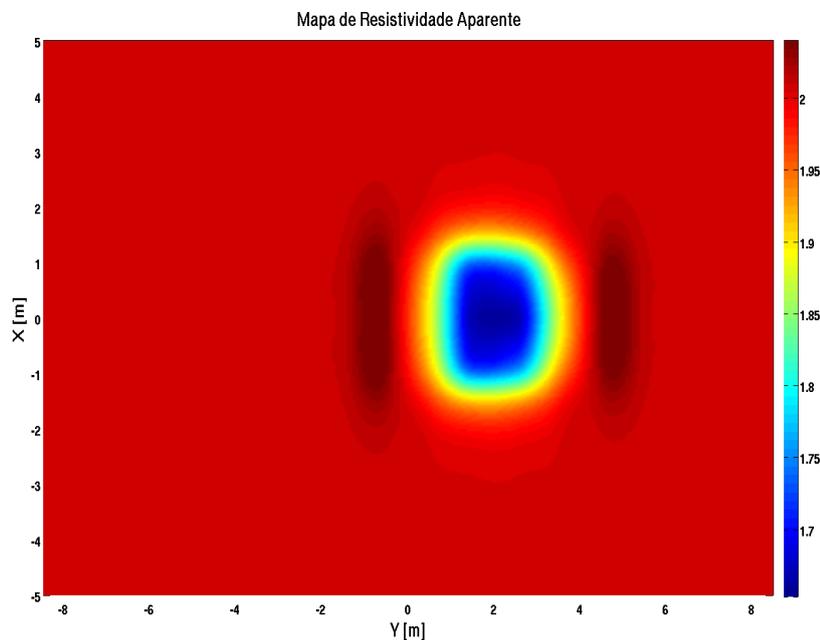
Figura 21 – Modelo de um cubo de 5 m de lado envolvido em um meio de duas camadas, com resistividades $100\Omega m$ e $10\Omega m$, respectivamente, em $Z = 0m$.



Fonte: Da autora.

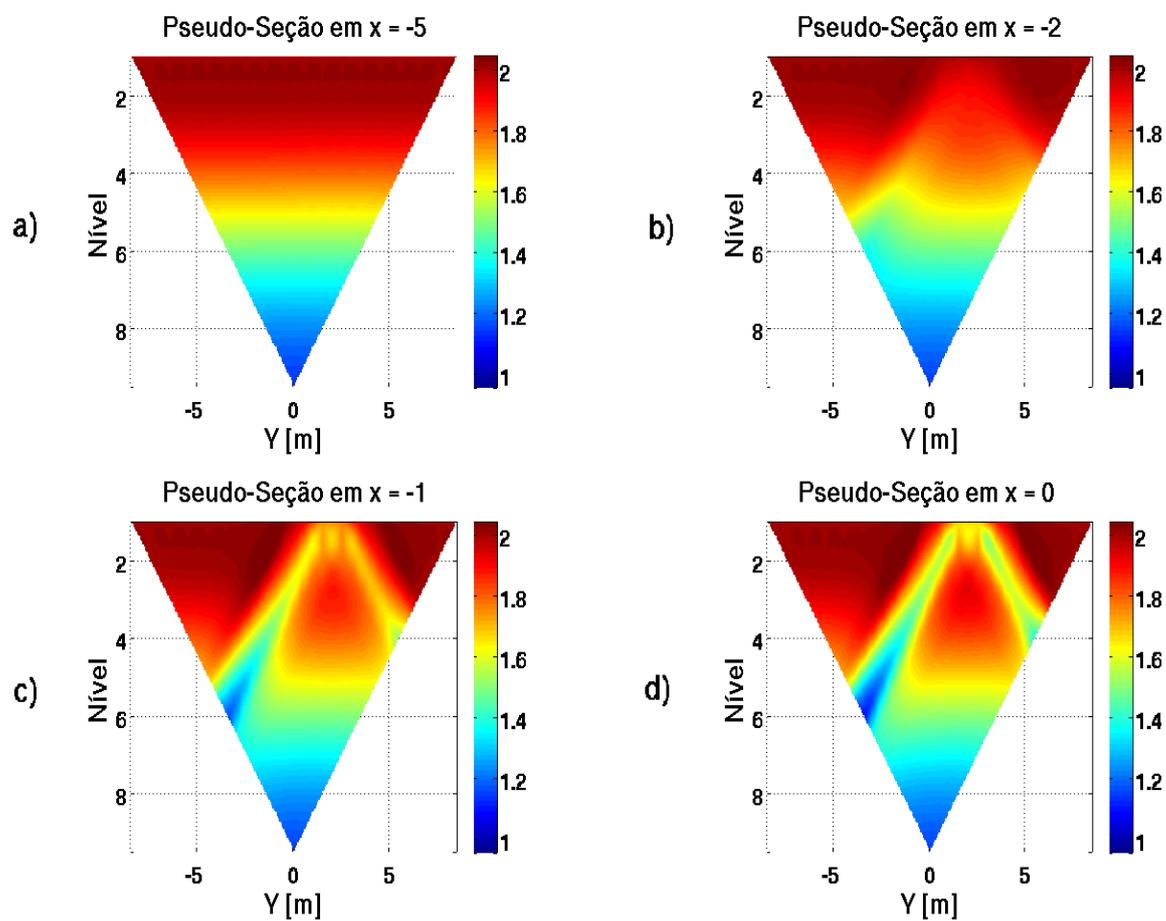
Podemos observar na Figura 22, o mapa de resistividade aparente obtida para o Modelo 3. Ele é composto pela interpolação de 7 perfis de resistividade aparente calculada nas posições x de -5 a 5 metros espaçadas igualmente de 1 metro, e correspondendo ao primeiro nível de investigação. No mapa podemos perceber claramente o delineamento da estrutura 3D entre as posições y iguais a 1 e 3 metros e x em torno de -1 e 1 m, com o valor de resistividade aparente associado à anomalia em torno de $50\Omega m$. Mapas destes tipos são úteis para se estabelecer a distribuição lateral da propriedade física, dando uma idéia das dimensões dos alvos investigados.

Figura 22 – Mapa de resistividade aparente ρ_a em um perfil de $x = 0[m]$.



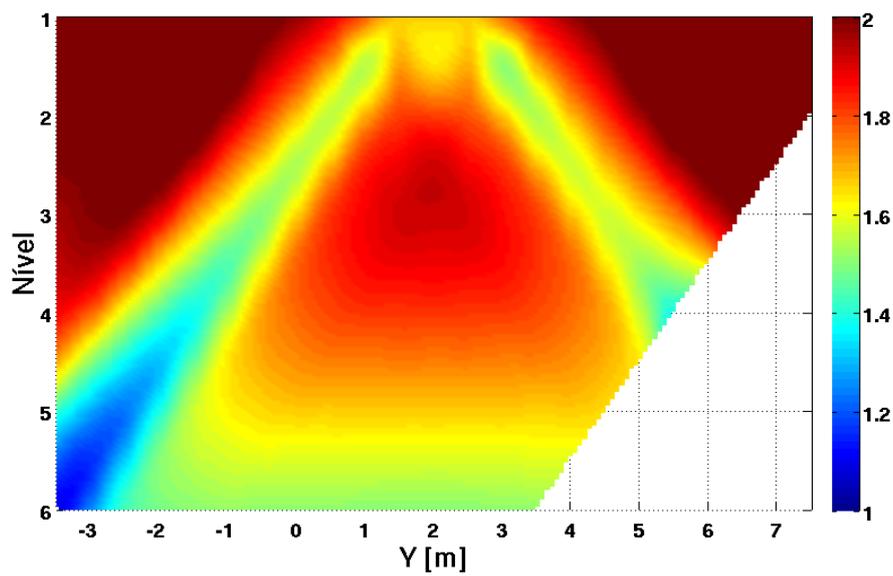
Fonte: Da autora.

Apresentamos na Figura 23a a 23d as pseudo-seções de resistividade aparente com os perfis tomados nas posições x iguais a -5, -2, -1 e 0 m, respectivamente, e ao longo da direção y . Para o perfil em x mais afastado, a variação de resistividade se dá como em meio 1-D, com os valores indo de 100 a 10 Ωm à medida que aumenta-se o nível de investigação. Ao se tomar perfis mais próximos à heterogeneidade, como em $x = -2$, percebemos uma maior variação nas pseudos-seções, com o perfil perdendo totalmente a característica 1-D ao passar sobre a extremidade do corpo 3-D ($x = 1$). Como era de se esperar, a anomalia de resistividade é máxima no perfil central, com $x = 0$ m. Nele percebemos a presença de uma anomalia rasa com os limites laterais bastantes marcados em torno de y igual a 1 e 3 m. A Figura 24 mostra os detalhes desta anomalia.

Figura 23 – Pseudo-seção de resistividade aparente ρ_a em vários perfis em $x[m]$.

Fonte: Da autora.

Figura 24 – Detalhe da pseudo seção do perfil para $x = 0[m]$, evidenciando a anomalia devido a presença do corpo 3D.



Fonte: Da autora.

4 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este trabalho tratou da modelagem do método de eletrorresistividade 3-D usando a técnica de elementos finitos, através do cálculo do potencial elétrico secundário em ambiente estratificado com camadas plano-paralelas. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados proveniente da abordagem tradicional da literatura geofísica para fontes elétricas.

Para resolver o problema de eletrorresistividade 3-D, a formulação foi descrita através da decomposição do potencial elétrico total em primário e secundário. Aplicamos a técnica de elementos finitos 3-D para resolver o potencial secundário, o potencial primário foi obtido através de uma nova formulação proposta por Li e Spitzer (2002), no qual resolve o potencial para meio de camadas horizontais. O potencial primário é usado como fonte para o problema 3-D.

Neste trabalho, investigamos a variação vertical e lateral da resistividade aparente em subsuperfície, a metodologia proposta se mostrou bastante eficaz para a simulação de estruturas tridimensionais em ambientes tanto homogêneo como heterogêneo, haja vista que, para efeito de validação, as curvas de sondagens e as pseudo-seções de resistividade aparente obtidas para as configurações de arranjo Schlumberger e Dipolo-dipolo foram comparadas com os resultados disponíveis na literatura, obtendo boa concordância.

Como sugestão para trabalhos posteriores citamos a implementação de uma malha não estruturada, aplicação de outras configurações de arranjos de eletrodos, investigação dos efeitos da resistividade aparente em meios anisotrópicos e com variação topográfica.

REFERÊNCIAS

- AXELSSON, O.; BARKER, V. A. *Finite element solution theory and computation*. London: Academic Press, 1984. 456 p.
- BECKER, E. B.; CAREY, G. F.; ODEN, J. T. *Finite elements - an introduction*. New Jersey: Prentice-Hall, 1981. 258 p.
- BING, Z.; GREENHALGH, S. Finite element three-dimensional direct current resistivity modelling: accuracy and efficiency considerations. *Geophys.J.Int.*, v. 145, p. 679–688. 2001.
- BORGES, W. *Investigações geofísicas na borda da bacia sedimentar de São Paulo, utilizando-se GPR e eletrorresistividade*. 1996. 60f. Dissertação (Mestrado em Geofísica) — Universidade de São Paulo, São Paulo. 1996.
- CASTRO, W. O. P. *Modelagem de eletrorresistividade 2-D a partir do potencial elétrico secundário*. 2013. Dissertação (Mestrado em Geofísica) — Universidade de Federal do Pará, Belém. 2013.
- GALLARDO, M. A.; MEJU, M. A. Joint two-dimensional dc resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of geophysical research*, v. 109. 2004.
- GALLAS, J. D. F. *Principais métodos geoeletricos e suas aplicações em prospecção mineral, hidrogeologia, geologia de engenharia e geologia ambiental*. 2000. 174 f. Tese (Doutorado) — UNESP, São Paulo. 2000.
- GANDOLFO, O. C. B. *Um Estudo do Imagiamento Geoeletrico na Investigaçao Rasa*. 2007. 234 f. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Instituto de Geociências, SP. 2007.
- GANDOLFO, O. C. B.; GALLAS, J. D. F. O arranjo pólo-dipolo como alternativa ao dipolo-dipolo em levantamentos 2d de eletrorresistividade. *Revista Brasileira de Geofísica*, v. 25, n. 3, p. 227–235. 2007.
- HERMAN, R. An introduction to electrical resistivity in geophysics. *Am. J. Phys.*, v. 69, n. 9, p. 943–952. Sept 2001.
- JIN, J. *The Finite element method in electromagnetics*. New York: Second edition. John wiley and Sons, 2002.
- KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *Geofísica de exploração*. São Paulo: Oficina de Texto, 2009.
- KELLER, G. V.; FRISCHKNECHT, F. C. *Electrical methods in geophysical prospecting*. Oxford: Pergamon Press, p. 517. 1977.
- LI, Y.; SPITZER, K. Three-dimensional DC resistivity forward modelling using finite elements in comparison with finite-difference solutions. *Geophys.J.Int.*, v. 151, p. 924–934. 2002.

- LOKE, M. H. *Electrical imaging surveys for environmental and engineering studies*. Penang: Malaysia, 1999. 57 p.
- LOWRY, T.; ALLEN, M.; SHIVE, P. Singularity removal: a refinement of resistivity modeling techniques. *Geophysics*, v. 54, p. 766–774. 1989.
- MADRUCCI, V. *Prospecção de água subterrânea em terreno cristalino utilizando-se análise integrada de dados de sensoriamento remoto, geofísicos e técnicas de geoprocessamento, região de Lindóia, São Paulo*. 2000. 174 f. Tese (Doutorado) — USP, São Paulo. 2000.
- MAINEULT, A.; SCHOTT, J.-J. On the computation of the electrical potential inside a horizontally-layered half-space. *Geophys.J.Int.*, v. 60, p. 153–160. 2012.
- MILSON, J. *Field geophysics: the geological field guide series*. [S.l.]: Third edition. John Wiley & Sons. 2003.
- ORELLANA, E. *Prospección geoeletrica en corriente continua*. Madrid: Paraninfo, 1972. 560 p.
- PÉREZ-FLORES, M. A.; ANTONIO-CARPIO, R. G.; GOMES-TREVIÑO, E. Tridimensional inversion of dc resistivity data. *Proceedings World Geothermal Congress*, Antalya, Turkey, p. 24–29. 2005.
- REN, Z.; TANG, J. 3D direct current resistivity modelling with unstructured mesh by adaptive finite-element method. *Geophysics*, v. 75, p. H7–H17. 2010.
- RIJO, L. *Eletrical geophysics 1-D earth direct modeling*. [S.l.], 2004.
- SANTOS, F. M. *Aplicação de métodos geofísicos no estudo da contaminação de águas subterrâneas no Lixão de Cuiabá - MT*. 2005. 234 f. Dissertação (Mestrado em Física e Meio Ambiente) — Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá - MT. 2005.
- WU, X. 3-D finite-element algorithm for DC resistivity modelling using the shifted incomplete cholesky conjugate gradient method. *Geophys. J. Int.*, v. 154, p. 947–956. 2003.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The finite element Method*. Oxford: Butterworth Heinemann, 2000. 707 p.