

**INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NOS PARÂMETROS DE MODELOS BI-PARAMÉTRICOS QUE PREDIZEM ISOTERMAS DE ADSORÇÃO DE UMIDADE DO GUARANÁ (*Paullinia cupana*) EM PÓ<sup>1</sup>**

PENA<sup>2</sup>, Rosinelson S.; RIBEIRO<sup>2</sup>, Claudio C. & GRANDI<sup>3</sup>, José G.

---

**RESUMO**

Oito modelos matemáticos bi-paramétricos, existentes na literatura e com larga aplicação na predição de isotermas de adsorção foram submetidos à análise. O guaraná (*Paullinia cupana*) em pó objeto deste estudo, foi obtido em "spray dryer", a partir de um extrato hidroalcoólico. Ajustaram-se os pontos experimentais das isotermas de adsorção de umidade do produto à 15°C, 25°C e 35°C, por análise de regressão não-linear. Para estudar o efeito da temperatura nos parâmetros dos modelos utilizaram-se regressões dos tipos: linear, exponencial, logarítmica e inversa. Utilizou-se para fazer os ajustes o aplicativo STATGRAPHICS 5.1. Entre os modelos testados os que apresentam melhores resultados foram as equações de Handerson, Oswin e Mizrahi.

**Palavras-chave:** Atividade de água ( $a_w$ ), conteúdo de umidade, modelos matemáticos, efeito de temperatura.

---

**ABSTRACT**

INFLUENCE OF THE TEMPERATURE ON PARAMETERS OF BIPARAMETRIC MODELS USED IN THE PREDICTION OF MOISTURE ADSORPTION ISOTHERMS OF GUARANA (*Paullinia cupana*) POWDER. Eight biparametric mathematic models of the literature and widely applied in the prediction of moisture adsorption isotherms were analysed. The guarana (*Paullinia cupana*) powder used in this study, was obtained in spray dryer from a hidroalcoholic extract. The experimental points of the moisture adsorption isotherms of the product at 15°C, 25°C and 35°C were fitted by non-linear regression analysis. To study temperature effect in the parameters of the models were used linear, exponential, logarithmic and inverse regressions. They were also used to fit the software STATGRAPHICS 5.1. The Handerson, Oswin and Mizrahi equations presented the best results among tested models.

**Key words:** Water activity ( $a_w$ ), moisture (M), mathematic models, temperatures effect.

---

## 1 □ INTRODUÇÃO

A maior vantagem da utilização de modelos matemáticos na predição de isotermas de adsorção de umidade reside no fato de que com poucos pontos experimentais pode-se construir uma isoterma, a qual pode ser facilmente interpolada ou extrapolada para obtenção de pontos nas regiões de baixas e altas  $a_w$ , pontos estes de difícil determinação experimental.

Numerosos são os modelos com capacidade de predizer uma isoterma; a maioria com equivalência entre si (2). Compilações com modelos matemáticos amplamente utilizados na predição de isotermas são apresentados por Chirife e Iglesias (4) e Del Valle (5).

Os modelos bi-paramétricos são muito utilizadas, por serem modelos de fácil solução matemática, e fornecerem, na maioria das vezes, resultados satisfatórios, na região de umidades relativas intermediárias, de maior interesse na área de alimentos (3).

Tem sido retratado na literatura a dependência de um ou dos dois parâmetros, de alguns dos modelos bi-paramétricos, com a temperatura. Alguns trabalhos foram desenvolvidos no sentido de testar esta dependência: Ajisehiri e Sopade (1), Iglesias e Chirife (6), Iglesias *et al* (7).

O objetivo deste trabalho é analisar oito modelos matemáticos bi-paramétricos existentes na literatura, afim de selecionar os mais adequados na predição das isotermas de adsorção de umidade a 15°C, 25°C e 35°C do guaraná em pó, obtido em "spray dryer", estudando-se, em seguida, o efeito da temperatura em cada um dos parâmetros dos modelos selecionados, para verificar a existência ou não de dependências dos tipos: linear, exponencial, logarítmica ou inversa.

## 2 □ MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1 – Matéria-prima

O guaraná em pó utilizado neste trabalho é produzido e comercializado por uma empresa de Belém (PA), e tem como composição principal: 1,87% de umidade, 55% de açúcares redutores totais, 24,5% de amido, 1,88% de proteínas e 0,68% de lipídios.

### 2.2 – Modelagem

Utilizaram-se oito modelos matemáticos bi-paramétricos ([Tabela 1](#)), disponíveis na literatura, com aplicação reconhecida na predição de isotermas de adsorção de umidade. O ajuste dos pontos experimentais das isotermas a 15°C, 25°C e 35°C, foi feito por regressão não-linear, com auxílio do aplicativo STATGRAPHICS 5.1.

**TABELA 1.** Modelos testados na predição das isotermas do guaraná em pó (4).

| Nome da equação           | Modelo   |
|---------------------------|--|
| Eq. de Kuhn               | $M = -\frac{a}{\ln a_w} + b$                                 |
| Eq. de Bradley            | $\ln\left(\frac{1}{a_w}\right) = a \cdot b^M$                |
| Eq. de Handerson          | $M = \left[\frac{-\ln(1 - a_w)}{a}\right]^{\frac{1}{b}}$     |
| Eq. de Halsey             | $M = \left[\frac{-a}{\ln a_w}\right]^{\frac{1}{b}}$          |
| Eq. de Oswin              | $M = a \left[\frac{a_w}{1 - a_w}\right]^b$                   |
| Eq. de Smith              | $M = a - b \cdot \ln(1 - a_w)$                               |
| Eq. de Iglesias e Chirife | $\ln\left(M + \sqrt{M^2 + M_{0,5}}\right) = a \cdot a_w + b$ |
| Eq. de Mizrahi            | $a_w = \frac{a + M}{b + M}$                                  |

Os dados experimentais utilizados neste trabalho, foram levantados por Pena *et al* (8, 9, 10). Os autores descrevem detalhadamente a metodologia utilizada na obtenção do guaraná em pó e das isotermas de adsorção de umidade do referido produto.

O efeito da temperatura nos parâmetros dos modelos matemáticos que obtiveram os melhores ajustes, foi testado por regressão linear, exponencial, logarítmica e inversa; utilizando para este fim o aplicativo STATGRAPHICS 5.1.

Os resultados das regressões são representados na forma de coeficientes de correlação (r) e desvios padrões (s), extraídos diretamente da regressão feita pelo aplicativo.

### 3 □ RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os parâmetros dos ajustes para os oito modelos testados são apresentados na [Tabela 2](#), onde se pode observar, a partir da combinação dos valores de coeficientes de correlação (r) e desvios padrões (s), que as equações de Henderson, Oswin e Mizrahi, são as que apresentam os melhores resultados. As constantes das equações, obtidas através das regressões, estão na [Tabela 3](#).

**TABELA 2.** Coeficientes das regressões dos modelos matemáticos testados.

|                           | 15°C   |        | 25°C   |        | 35°C   |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                           | r      | s      | r      | s      | r      | s      |
| Eq. de Kuhn               | 0,9894 | 1,9146 | 0,9915 | 1,6111 | 0,9995 | 0,3417 |
| Eq. de Handerson          | 0,9991 | 0,5450 | 0,9988 | 0,5834 | 0,9974 | 0,8363 |
| Eq. de Oswin              | 0,9970 | 0,9377 | 0,9975 | 0,8046 | 0,9995 | 0,3716 |
| Eq. de Iglesias e Chirife | 0,9964 | 1,1005 | 0,9962 | 1,0537 | 0,9937 | 1,3218 |
| Eq. de Bradley*           | 0,9783 | 0,0586 | 0,9783 | 0,0587 | 0,9628 | 0,0747 |
| Eq. Halsey                | 0,9910 | 1,6838 | 0,9920 | 1,4986 | 0,9980 | 0,7496 |
| Eq. de Smith              | 0,9925 | 1,6132 | 0,9925 | 1,4945 | 0,9783 | 2,5052 |
| Eq. de Mizrahi*           | 0,9926 | 0,0351 | 0,9825 | 0,0353 | 0,9971 | 0,0217 |

\*Para estes modelos o desvio padrão se apresenta em unidades de atividade de água ( $a_w$ ), para os demais em unidades de umidade (M) (g H<sub>2</sub>O/100 g b. s.)

**TABELA 3.** Parâmetros das equações que apresentaram os melhores ajustes.

|                  | 15°C  |        | 25°C  |       | 35°C  |       |
|------------------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|
|                  | a     | b      | a     | b     | a     | b     |
| Eq. de Handerson | 0,139 | 0,7448 | 0,141 | 0,750 | 0,224 | 0,597 |
| Eq. de Oswin     | 8,634 | 0,758  | 8,316 | 0,772 | 6,793 | 0,981 |
| Eq. de Mizrahi   | 0,036 | 8,086  | 0,107 | 8,158 | 0,274 | 7,482 |

A partir das constantes das equações de Henderson, Oswin e Mizrahi, nas diferentes temperaturas, foi possível estudar o efeito da temperatura nas mesmas. As equações modificadas (ajustadas) estão na [Tabela 4](#). Os pontos experimentais e as curvas ajustadas pelos modelos, com o efeito da temperatura, são representados na [Figura 1](#).

**TABELA 4.** Equações modificadas, com o efeito da temperatura nas constantes.

| Nome da equação                 | Modelo  |
|---------------------------------|---|
| Equação de Handerson modificada | $M = [-(10,64 - 0,173 \cdot T) \cdot \ln(1 - a_w)]^{1 - \ln(2,401 - 0,0155 \cdot T)}$               |
| Equação de Oswin modificada     | $M = \ln(10322 - 269 \cdot T) \cdot \left[ \frac{a_w}{1 - a_w} \right]^{1/(1,640 - 0,017 \cdot T)}$ |
| Equação de Mizrahi modificada   | $a_w = \frac{0,00927 \cdot e^{(0,0968 \cdot T)} + M}{7,91 + M}$                                     |

Pode-se verificar através do estudo realizado, que as constantes dos três modelos bi-paramétricos testados são afetadas pela temperatura, com excessão da constante b da equação de Mizrahi, para a qual utilizou-se um valor médio. Os efeitos se apresentam de forma linear, logarítmico, exponencial ou inverso. Comportamento semelhante foi constatado por Ajisegiri e Sopade (1) ao estudarem o efeito da temperatura nos parâmetros de alguns modelos bi-paramétricos.

Na [Figura 1](#) pode-se observar que as curvas obtidas pelas equações modificadas de Henderson, Oswin e Mizrahi, apresentadas na [Tabela 4](#), predizem satisfatoriamente as isotermas de adsorção de umidade do guaraná em pó estudado, nas diferentes temperaturas (15°C, 25°C e 35°C).

#### 4 □ CONCLUSÕES

Constatou-se o efeito da temperatura, de forma linear, logarítmico, exponencial ou inverso, em ambas as constantes dos modelos de Henderson e Oswin, e na constante a do modelo de Mizrahi.

Os modelos de Henderson, Oswin e Mizrahi, modificados com o efeito da temperatura apresentam resultados satisfatórios na predição de isotermas de adsorção de umidade do guaraná em pó estudado, na faixa de temperatura estudada (15°C a 35°C).

#### 5 □ REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) AJISEGIRI, E.S.; SOPADE, P.A. Moisture sorption isotherms of Nigerian Millet at varying temperatures. **Journal of Food Engeneering**, v.12, p.283-292, 1990. [ [Links](#) ]
- (2) BOQUET, R.; CHIRIFE, J.; IGLESIAS, H.A. On the equivalence of isotherm equations. **Journal of Food Technology**, v.15, p.345-349, 1980. [ [Links](#) ]
- (3) CAURIE, M. Derivation of full range moisture sorption isotherms. In: ROCKLAND, L.B.; STEWART, G.F. **Water activity: influences on food quality**. New York: Academic Press, 1981. p.63-87. [ [Links](#) ]
- (4) CHIRIFE, J.; IGLESIAS, H.A. Equations for fitting water sorption isotherms of foods: Part 1 - a review. **Journal of Food Technology**, v.13, p.159-174, 1978. [ [Links](#) ]
- (5) DEL VALLE, F.R. Efecto de la actividad del agua sobre la conservación de la calidad de los alimentos. In: SEMINÁRIO LATINO AMERICANO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE ALIMENTOS. 4. Campinas, 1982. **Anais**. Campinas: Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia de Alimentos, 1982. [ [Links](#) ]
- (6) IGLESIAS, H.A.; CHIRIFE, J. Prediction of the effect of temperature on water sorption isotherms of food material. **Journal of Food Technology**, v.11, p.109-116, 1976. [ [Links](#) ]
- (7) IGLESIAS, H.A.; CHIRIFE, J.; FERRO FONTAN, C. Temperature dependence of water sorption isotherms of some foods. **Journal of Food Science**, v.51, n.3, p.551-553, 1986. [ [Links](#) ]
- (8) PENA, R.S.; RIBEIRO, C.C.; GRANDI, J.G. Levantamento de isoterma de adsorção de umidade a 25°C, do guaraná (*Paullinia cupana*) em pó, obtido por atomização em "spray drier". CONGRESSO

BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA, 10. São Paulo, 1994. **Anais**. São Paulo: Associação Brasileira de Engenharia Química, 1994, v.2, p.1383-1388. [ [Links](#) ]

(9) PENA, R.S.; RIBEIRO, C.C.; GRANDI, J.G. Levantamento de isoterma de adsorção de umidade a 35°C, do guaraná (*Paullinia cupana*) em pó, obtido por atomização em "spray drier". CONGRESSO DE ENGENHARIA MECÂNICA NORTE-NORDESTE (IIICEN/NNE), 3. Belém, 1994. **Anais**. Belém: Associação Brasileira de Engenharia Mecânica, 1994, v. 1, p.110-113. [ [Links](#) ]

(10) PENA, R.S.; RIBEIRO, C.C.; GRANDI, J.G. Levantamento de isoterma de adsorção de umidade a 15°C, do guaraná (*Paullinia cupana*) em pó, obtido por atomização em "spray drier". **Anais da Associação Brasileira de Química**, v. 44, n.1, p.1-6, 1995. [ [Links](#) ]

## AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos à Profa. Dra. Maria Elena Taqueda do Departamento de Engenharia Química, Escola Politécnica da USP, pela colaboração na análise estatística.

<sup>1</sup> Recebido para publicação em 20/05/97. Aceito para publicação em 23/10/97.

<sup>2</sup> DEQ/UFGA – Campus Universitário do Guamá – 66075-900 – Belém (PA) – Telefax (091) 211-1608

<sup>3</sup> DEQ/EPUSP – Cidade Universitária – 05508-900 – São Paulo (SP). Tel. (011) 818-5629.

*SBCTA*

Av. Brasil, 2880  
Caixa Postal 271  
13001-970 Campinas SP - Brazil  
Tel.: +55 19 3241.5793  
Tel./Fax.: +55 19 3241.0527

 e-Mail

[revista@sbcta.org.br](mailto:revista@sbcta.org.br)