UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE DESCARGAS PARCIAIS EM TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA UTILIZANDO SINAIS ACÚSTICOS TRANSITÓRIOS E O MÉTODO GPS

JOSÉ WELITON DE OLIVEIRA ARAÚJO

DM:01 / 2015

UFPA / ITEC / PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE DESCARGAS PARCIAIS EM TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA UTILIZANDO SINAIS ACÚSTICOS TRANSITÓRIOS E O MÉTODO GPS

JOSÉ WELITON DE OLIVEIRA ARAÚJO

Dissertação submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

UFPA / ITEC / PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE DESCARGAS PARCIAIS EM TRANSFORMADORES DE POTÊNCIA UTILIZANDO SINAIS ACÚSTICOS TRANSITÓRIOS E O MÉTODO GPS

AUTOR: JOSÉ WELITON DE OLIVEIRA ARAÚJO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À AVALIAÇÃO DA BANCA EXAMI-NADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ E JUL-GADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM 29/01/2015

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira (ORIENTADOR - UFPA/PPGEE)

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias (CO-ORIENTADOR - UFPA)

Prof. Dr. Fabrício José Brito Barros (MEMBRO - UFPA)

Prof. Dr. Victor Dmitriev (MEMBRO - UFPA/PPGEE)

Prof. Dr. Wilson Ricardo Matos Rabelo (MEMBRO - UFPA)

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes (COORDENADOR DO PPGEE/ITEC/UFPA) UFPA / ITEC / PPGEE "Para mim, vencer é nunca desistir." Albert Eintein. (1879 - 1955) A meu avô José Gonçalves de Oliveira (in memoriam).

Agradecimentos

Ao meu orientador professor Rodrigo Oliveira e ao meu co-orientador professor Rubem Farias pela competente orientação, empenho e dedicação na conclusão deste trabalho.

A todos os companheiros do LEMAG pelo excelente ambiente e bom relacionamento no laboratório.

Aos Professores Carlos Leônidas Sobrinho e José Felipe Almedida pelo apoio e incentivo.

A minha mãe Fátima Oliveira e irmão Moisés Oliveira por tudo que representam na minha vida.

Aos meus tios Eder Oliveira e Gilmara Oliveira um agradecimento especial pela amizade e pelo esforço que fizeram em me apoiar durante esta caminhada.

A todos meus familiares e amigos.

Muito Obrigado!.

Lista de Símbolos

p	Campo de pressão escalar (Pa)
\vec{v}	Vetor velocidade
С	Velocidade de propagação (m/s)
η	Coeficiente de resitência $(kg/(m^3s))$
ρ	Densidade do material (kg/m^3)
K	Módulo de elasticidade (Pa)
$\sigma_x, \sigma_y \in \sigma_z$	Condutividades para CPML
t	Tempo (s)
$x, y \in z$	Coordenadas do Sistema Cartesiano
$v_x, v_y \in v_z$	Componentes do Campo de velocidade
$rac{df}{dlpha}$	Derivada de f em relação a α
$\frac{\partial f}{\partial \alpha}$	Derivada Parcial de f em relação a α
(i,j,k)	Endereçamento no Espaço Discretizado
n	Índice Temporal
$\Delta x, \Delta y \in \Delta z$	Incrementos Espaciais
Δt	Incremento Temporal
$A^n_{\alpha\ (i,j,k)}$	Componente α de \vec{A} discretizada no instante n
∇p Vetor gr	adiente de pressão
$\nabla.\vec{v}$ Divergen	nte de velocidade

Lista de Siglas

- 2D Duas Dimensões
- 3D Três Dimensões
- AE Acoustic Emission
- AFDTD Acoustic Finite-Difference Time-Domain
- CPML Convolutional Perfectly Matched Layer
- CST Computer Simulation Technology
- DP Descarga Parcial
- DPs Descargas Parciais
- FDP Funcão Densidade de Probabilidade
- FDTD Finite-Difference Time-Domain
- GPS Global Positioning System
- MPI Message Passing Interface
- PML Perfectly Matched Layer
- S_i Sensor i-ésimo
- TDOA Time Difference of Arrival
- UHF Ultra High Frequency

Sumário

1	Intr	rodução	2
	1.1	Objetivos e Propostas	5
2	0 n	nétodo Acoustic Finite-Difference Time-Domain (AFDTD)	7
	2.1	Propagação acústica modelada por diferenças finitas	7
	2.2	Coeficiente de resistência	12
	2.3	Estabilidade e prescisão	16
	2.4	Paralelização do método	17
3	Cor	nvolutional Perfectly Matched Layer (CPML)	19
4	Mét	todo de localização	25
	4.1	Algoritmo GPS	25
	4.2	Modelo estatístico para a velocidade	32
	4.3	Obtenção dos resultados	35
5	Res	sultados	36
	5.1	Resultados 2D	36
		5.1.1 Validação do simulador	36
		5.1.2 Transformador de grande porte	39
	5.2	Resultados 3D	41
		5.2.1 Descrição do problema	41

	5.2.2 Método de localização	. 43	
Co	Considerações finais		
A	Formulação bidimensional	51	
	A.1 AFDTD 2D	. 51	
	A.2 CPML 2D	. 52	
в	Publicações	57	
Re	eferências bibliográficas	62	

Lista de Figuras

2.1	Célula de Yee para modelagem acústica[21].	8
2.2	Onda de pressão propagando no ar, obtida por AFDTD	12
2.3	Interface entre dois domínios.	18
3.1	Erro de reflexão para 10 células e 15 células de CPML	24
4.1 Representação geométrica do problema: posicionamento dos sensores acú		3
	e da DP no tanque do transformador[1]	25
4.2	Diferença dos tempos de chegada.	26
4.3	Sistema de equações <i>pseudo-range</i> .	27
4.4	Variação da velocidade da onda de pressão no tanque do transformador em	
	função da distância entre a fonte de PD e o ponto de observação[34]	33
4.5	Funções densidade de probabilidade para velocidade da descarga no interior	
	do tanque do transformador	34
4.6	Fluxograma relacionado com a geração dos resultados	35
5.1	Transformador utilizados nos experimentos de $[1]$ e modelado nas simulações	
	de validação numérica	36
5.2	Representação esquemática do transformador	37
5.3	Perturbação acústica relativa à DP utilizada neste trabalho como fonte de	
	pressão.	37
5.4	Espectro normalizado do pulso de descarga parcial	38

5.5	Secção transversal do tanque do transformador situada a meia altura do	
	mesmo	40
5.6	Curvas de nível da pressão referente a propagação da onda acústica	40
5.7	Estimativas para a localização da DP após a execução do GPS	41
5.8	Banda de frequência do sinal acústico medido experimentalmente em [35]	42
5.9	Perturbação acústica relativa à DP adaptada para as simulações 3D	42
5.10	Espectro normalizado do pulso de descarga parcial	42
5.11	Tanque e bobina do tranformador modelado nos experimentos numéricos[19].	43
5.12	Posicionamento dos sensores no tanque do transformador[19]	44
5.13	Registro do campo de pressão no Sensor S1, obtido por simulação	44
5.14	Registro do campo de pressão no Sensor S2, obtido por simulação	45
5.15	Registro do campo de pressão no Sensor S3, obtido por simulação	45
5.16	Registro do campo de pressão no Sensor S4, obtido por simulação	46
5.17	Curvas de nível para a pressão no plano y-z	47
5.18	Ponto de ocorrência da DP e melhor estimativa de localização	48
A.1	Célula de Yee 2D para modelagem acústica[21].	52
A.2	Erro de reflexão para 10 células e 15 células de CPML	56

Lista de Tabelas

5.1	Propriedades acústicas dos materiais simulados.	38
5.2	Posicionamento dos sensores e tempos de chegada	39
5.3	Posição dos sensores e tempo de chegada da onda	46

Resumo

Neste trabalho, é desenvolvido um método de localização de descargas parciais, em transformadores de potência, baseado no algoritmo GPS (*Global Positioning System*). Para a análise da estrutura, foi desenvolvido um *software*, no qual as equações diferenciais que representam a propagação de ondas acústicas são resolvidas numericamente através do método *Acoustic Finite Difference Time Domain* (AFDTD), cujo domínio computacional é truncado através da técnica CPML (*Convolutional Perfectly Matched Layer*). Os resultados obtidos são comparados a estimativas produzidas utilizando-se sinais elétricos relativos às descargas.

Palavras-chave: Descargas parciais, sinais acústicos transitórios, transformadores de potência, simulações numéricas, GPS, AFDTD, CPML.

Abstract

In this work, we develop a method for locating partial discharges (PDs), in power transformers, based on GPS (Global Positioning System) algorithm. For analyzing the structure, we implement a software in which the differential equations that describe the propagation of acoustic waves are solved numerically by the Acoustic Finite-Difference Time-Domain (AFDTD) method. The AFDTD computational domain is truncated by the CPML technique (Convolutional Perfectly Matched Layer). The obtained results are compared to estimates produced using electromagnetic waves generated by PDs.

Keywords: Partial discharges, transient acoustic signals, power transformers, numerical simulations, GPS, AFDTD, CPML.

Capítulo 1

Introdução

Os transformadores de potência de grande porte são um dos mais caros e críticos dispositivos nos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica[1]. Grande quantidade de recursos tem sido utilizada de forma a garantir o adequado funcionamento destes equipamentos de forma a evitar curto-circuito que venha a ocorrer devido ao desgaste natural do óleo de isolação. Tais desgastes estão associados ao constante *stress* elétrico ao qual o dielétrico é submetido devido às altas voltagens ligadas à operação normal do transformador[2]. Neste contexto, surgem as descargas parciais, que são fluxos transitórios (rápidos) de elétrons entre dois pontos da isolação ou entre uma bobina e a isolação[3].

Define-se eletricamente uma DP (Descarga Parcial) em termos de um modelo de dipolo infinitesimal, localizado no dielétrico[2]. No caso dos transformadores, estas podem ocorrer devido a formação de bolhas de ar decorrentes do desgaste do óleo. Quando o material isolante é submetido a um campo elétrico intenso, a região preenchida por ar é solicitada por consideráveis níveis de tensão, que podem ser superiores à rigidez dielétrica do gás para a bolha em questão. Este tipo de fenômeno é visto como precursor de curtos em transformadores, sendo a sua detecção e localização de fundamental importância para a concepção de procedimentos de manutenção preventiva, pois o número de ocorrências e intensidade das descargas tendem a aumentar com a degradação do óleo. DPs (Descargas Parciais) no interior de transformadores imersos em óleo isolante produzem pulsos elétricos, mecânicos, ondas eletromagnéticas e gases. Durante a descarga parcial ocorre a conversão de parte do impulso elétrico em energia mecânica, na forma de uma onda acústica. A parte restante inclui energia elétrica, térmica e química, a maioria dos defeitos no sistema de isolação de óleo do transformador são caracterizados pelas descargas parciais[4]. A emissão acústica é uma onda elástica transiente resultante da liberação de energia de ligação intermolecular (deformação, fissura, transições de fase). Atualmente, existem vários métodos, que permitem acompanhar o desenvolvimento das DPs, tais como: DGA (*Dissolved Gas Analysis*), UHF (*Ultra High Frequency*) e AE (Acoustic Emission)[4], este último objeto de estudo deste trabalho.

Surgiram nas últimas décadas várias pesquisas e estudos de descargas parciais em equipamentos elétricos de grande porte, sobretudo em transformadores. O método elétrico é amplamente utilizado na detecção de descargas parciais, entretanto pode ser considerado de difícil implementação, devido ao comportamento eletromagnético destes equipamentos ser complexo, acoplamentos e efeitos ressonantes entre enrolamentos, por exemplo, promovem dificuldade na detecção e exatidão da medição[5].

O método acústico é baseado na captação e na análise de sinais de ultrassom produzidos pelas DPs. Apresenta maior facilidade de implementação experimental em relação ao método elétrico (UHF), sobretudo no que diz respeito à instalação dos sensores (piezelétricos) colocados na face externa do tanque principal do transformador, sem a necessidade de que haja o desligamento do equipamento. Contudo o método é mais suscetível a presença de ruídos externos[5].

A onda sonora não se propaga de forma prefeitamente esférica, no caminho entre a DP e o sensor. O sinal pode sofre diversas reflexões e refrações, causando caminhos múltiplos e enfraquecimento do sinal. Além disso, efeitos de absorcão e dispersão pelo óleo mineral isolante devem ser considerados, pois provocam grandes variações na velocidade de propagação do sinal[5]. Novas abordagens no estudo da emissão acústica gerada pelas DPs vêm obtendo destaque. Em [6], elimina-se os ruídos gerados por medições uilizando-se ténicas de processamento de sinais e a localização é feita por algoritmo PSO (*Particle Swarm Optimization*). Modelos matemáticos de regressão são implementados também com o objetivo de redução do ruído gerado por medições em [7].

Em [8], é realizada a detecção da DP pelo método acústico utilizando um sistema cooperado de sensores. O tempo de referência é determinado por um sensor de fibra óptica e os tempos de chegada por sensores piezelétricos, instalados nas paredes externas do tanque. A posição e a quantidade de sensores são analisadas utilizando um algoritmo de localização 3D.

Com relação aos métodos computacionais, muitas técnicas têm sido empregadas, como a aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF) em [9], com objetivo de analisar o comportamento das ondas acústicas na interface entre dois meios diferentes (óleo e metal) no interior dos transformadores, mostrando que os sinais podem alterar significativamente com base nas propriedades acústicas dos materiais.

Em [10], mostram-se as limitações práticas do método convencional para a medição elétrica da DP que levaram ao desenvolvimento de metodologias alternativas. Detecção baseada na técnica AE ganhou importância devido às vantagens na possibilidade de localização das fontes de DP em comparação com os métodos experimentais, já que o método experimental eletromagnético é eficiente, sobretudo, para determinar a intensidade das DPs.

Posteriormente, foram realizados mais estudos teóricos utilizando novamente a análise de elementos finitos[11], nos quais foram analisadas reflexões, refrações e dispersão das ondas nos materiais que compõem o tanque dos transformadores, proporcionando um melhor entendimento das propriedades e características da DP em equipamentos de medição experimental.

Mais recentemente, foram estabelecidas técnicas onde a atenuação característica das

ondas acústicas foi considerada[12]. Simulações numéricas de um transformador real foram realizadas, usando elementos finitos, em que uma fonte de DP foi simulada entre os enrolamentos (núcleo de ferro) das bobinas de um transformador. Sinais acústicos são analisados, também, utilizando a transformada *wavelet* em [13].

Neste trabalho, o tanque de transformadores, as bobinas, o óleo e o ar são representados numéricamente através de um modelo acústico concebido por intermédio da implementação do método Acoustic Finite Difference Time Domain (AFDTD)[14], cujo domínio computacional é truncado através da técnica CPML (Convolutional Perfectly Matched Layer)[15]. Para realizar a detecção e localização da descarga, foi feita uma implementação do método GPS (Global Positioning System)[16]. A determinação das posições de descargas é realizada através de um esquema cooperativo de sensores acústicos. Os resultados obtidos (estimativas de localização geradas a partir de sinais acústicos transitórios) são comparados a estimativas produzidas a partir de sinais elétricos publicadas em [17], [18] e [19].

1.1 Objetivos e Propostas

Considerando o contexto apresentado acima, no qual percebe-se a grande relevância do tema descargas parciais, são os objetivos desta dissertação:

- Desenvolver uma metodologia para localização de descargas que ocorram no dielétrico do transformador. Tal localização é obtida através do tratamento de sinais acústicos transitórios produzidos pelas descargas parciais.
- Implementar um *software* simulador de propagação acústica utilizando o método AFDTD.
- Truncar o domínio de análise através da implementação da técnica CPML, para minimizar reflexões numéricas (não físicas) de ondas no limite da malha computacional.

• Conceber um modelo numérico acústico em 2D e em 3D de um transformador de potência para gerar os sinais transitórios.

Capítulo 2

O método *Acoustic Finite-Difference Time-Domain* (AFDTD)

Neste capítulo, é detalhado o método computacional implementado para obter os modelos acústicos de transformadores concebidos neste trabalho.

2.1 Propagação acústica modelada por diferenças finitas

A propagação de ondas acústicas é regida pelo sistema de equações [20]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K\nabla . \vec{v},\tag{2.1}$$

$$-\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla p + \eta \vec{v}, \qquad (2.2)$$

onde p é a pressão (Pa), \vec{v} é o vetor velocidade (m/s), t é o tempo (s), η é o coeficiente de resistência (kg/(m³s)), ρ é a densidade do material (kg/m³), $K = \rho c^2$ é o módulo

de elasticidade (Pa) e c é a velocidade de propagação da onda (m/s). Considerandose o espaço tridimensional em coordenadas retangulares, tem-se as seguintes equações escalares:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_x v_x \right), \qquad (2.4)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \eta_y v_y \right) \tag{2.5}$$

e

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + \eta_z v_z \right). \tag{2.6}$$



Figura 2.1: Célula de Yee para modelagem acústica[21].

Utilizando a célula computacional definida na Figura 2.1, pode-se escrever (2.3), na forma discretizada por diferenças finitas da seguinte forma[14]:

$$\frac{p_{(i,j,k)}^{n+1} - p_{(i,j,k)}^n}{\Delta t} = -K_{(i,j,k)} \left[\frac{\left(v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j,k)}}^{n+1/2} \right)}{\Delta x} + \frac{\left(v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1,k)}}^{n+1/2} \right)}{\Delta y} + \frac{\left(v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k-1)}}^{n+1/2} \right)}{\Delta z} \right],$$

onde Δt , Δx , Δy e Δz são o passo temporal e os passos espaciais relativos a x, $y \in z$, respectivamente, $t = n\Delta t$, $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ e $z = k\Delta z$. Tem-se, portanto,

$$p_{(i,j,k)}^{n+1} - p_{(i,j,k)}^n = -\frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta x} \left[v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j,k)}}^{n+1/2} \right] - \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta y} \left[v_{y(i,j,k)}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1,k)}}^{n+1/2} \right] - \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta z} \left[v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k-1)}}^{n+1/2} \right].$$

Isolando-se $p_{(i,j,k)}^{n+1}$, tem-se a equação de atualização

$$p_{(i,jk)}^{n+1} = p_{(i,j,k)}^n - \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta x} \left[v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j,k)}}^{n+1/2} \right] - \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta y} \left[v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1,k)}}^{n+1/2} \right] - \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta z} \left[v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k-1)}}^{n+1/2} \right].$$

$$(2.7)$$

Na equação (2.7), podemos definir

$$C_{(i,j,k)}^{px} = \frac{\Delta t K_{(i,jk)}}{\Delta x},$$

$$C_{(i,j,k)}^{py} = \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta y},$$

е

$$C_{(i,j,k)}^{\ pz} = \frac{\Delta t K_{(i,j,k)}}{\Delta z}$$

e, portanto, pode-se escrever,

$$p_{(i,jk)}^{n+1} = p_{(i,j,k)}^n - C_{(i,j,k)}^{px} \left[v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j,k)}}^{n+1/2} \right] - C_{(i,j,k)}^{py} \left[v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1,k)}}^{n+1/2} \right] - (2.8)$$
$$-C_{(i,j,k)}^{pz} \left[v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k-1)}}^{n+1/2} \right].$$

Aplicando-se aproximações semelhantes às derivadas de (2.4), temos,

$$\frac{v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i,j,k)}}^{n-1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\left(p_{(i+1,j,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n \right)}{\Delta x} - \eta_x \frac{\left(v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + v_{x_{(i,j,k)}}^{n-1/2} \right)}{2} \right],$$

que pode ser reescrita como segue:

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right) v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right) v_{x_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho \Delta x} \left(p_{(i+1,j,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right).$$

Isolando-se $v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2}$, obtém-se,

$$v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)} v_{x_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)} \frac{\left[p_{(i+1,j,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right]}{\Delta x}.$$

Chamando,

$$C_{vx1} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)}$$

е

$$C_{vx2} = \frac{1}{\rho \Delta x \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)},$$

pode-se escrever,

$$v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = C_{vx1}v_{x_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - C_{vx2}\left[p_{(i+1,j,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right].$$
(2.9)

Analogamente, para a equação (2.5), ficamos com a expressão

$$\frac{v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j,k)}}^{n-1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\left(p_{(i,j+1,k)}^n - p_{(i,jk)}^n \right)}{\Delta y} - \eta_y \frac{\left(v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + v_{y_{(i,j,k)}}^{n-1/2} \right)}{2} \right],$$

que equivale a

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right) v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right) v_{y_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho \Delta y} \left(p_{(i,j+1,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right).$$

Isolando-se $v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2}$, obtém-se,

$$v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)} v_{y_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)} \frac{\left[p_{(i,j+1,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right]}{\Delta y}.$$

Definindo-se os parâmetros

$$C_{vy1} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)}$$

 \mathbf{e}

$$C_{vy2} = \frac{1}{\rho \Delta y \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)},$$

pode-se escrever

$$v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = C_{vy1}v_{y_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - C_{vy2}\left[p_{(i,j+1,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right].$$
(2.10)

Por fim, para (2.6), temos

$$\frac{v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k)}}^{n-1/2}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \left[\frac{\left(p_{(i,j,k+1)}^n - p_{(i,jk)}^n \right)}{\Delta z} - \eta_z \frac{\left(v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + v_{z_{(i,j,k)}}^{n-1/2} \right)}{2} \right],$$

ou seja,

$$\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right) v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_z}{2}\right) v_{z_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho \Delta z} \left(p_{(i,j,k+1)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right).$$

Isolando-se $v^{n+1/2}_{\boldsymbol{z}_{(i,j,k)}},$ obtém-se,

$$v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_z}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right)} v_{z_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right)} \frac{\left[p_{(i,j,k+1)}^n - p_{(i,j,k)}^n\right]}{\Delta z}.$$

Definindo-se os parâmetros

$$C_{vz1} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_z}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right)}$$

$$C_{vz2} = \frac{1}{\rho \Delta z \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right)},$$

pode-se escrever a equação de atualização

$$v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = C_{vz1} v_{z_{(i,j,k)}}^{n-1/2} - C_{vz2} \left[p_{(i,j,k+1)}^n - p_{(i,j,k)}^n \right].$$
(2.11)

2.2 Coeficiente de resistência

Ondas acústicas são ocasionadas por deformações (compressões e rarefações) em fluídos compressíveis e estes pequenos deslocamentos ocasionam a propagação de som. A razão entre a força de equilíbrio e a área da face de um elemento de volume será chamada de pressão de equilíbrio. Mudanças nessa pressão estão associadas a ondas de compressão, que dependem do material onde está sendo considerada a propagação mecânica[22].



Figura 2.2: Onda de pressão propagando no ar, obtida por AFDTD.

No método AFDTD, esta característica é representada pelo coeficiente de resistência do material, que estabelece o grau de liberdade das moléculas a deformações[23], tornando o modelo computacional mais realístico. Na Figura 2.2, obtida por simulação, é possivel observar as regiões de compressão e rarefação que o sinal acústico produz no fluído, tal característica ocasiona mudanças na velocidade de propagação do sinal em função da distância da fonte, mesmo para apenas um material.

Vamos agora obter o parâmetro η (*resistance coefficient*), associado as perdas com o meio de propagação, considerando que o meio é isotrópico em relação a velocidade acústica. Assim, considerando o meio isotrópico, ou seja, $\eta_x = \eta_y = \eta_z = \eta$, tal parâmetro pode ser calculado em função de ω (rad/s), velocidade angular, c(m/s), velocidade de propagação, ρ (kg/m³), densidade do material e α (N_p/m), coeficiente de atenuação.

Vamos deduzir a equação de onda para a pressão em meios isotrópicos, parte-se de (2.2) na seguinte forma:

$$-\nabla p = \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \eta \vec{v}$$

Tomando a divergência em ambos os membros da equação acima, tem-se

$$-\nabla . \nabla p = \rho \frac{\partial (\nabla . \vec{v})}{\partial t} + \eta \nabla . \vec{v}.$$

Utilizando-se (2.1), verifica-se que

$$-\nabla \cdot \nabla p = -\frac{\rho}{K} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) - \frac{\eta}{K} \frac{\partial p}{\partial t},$$

e, assim, chega-se a

$$\nabla^2 p = \frac{\rho}{K} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\eta}{K} \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Considerando a variação harmônica,

$$p(\vec{r},t) = \operatorname{Re}\{p(\vec{r})e^{\jmath\omega t}\}$$

obtemos a equação de onda no domínio da frequência para a pressão

$$\nabla^2 p(\vec{r}) = \jmath \omega K^{-1} (\eta + \jmath \omega \rho) p(\vec{r}) = \gamma^2 p(\vec{r}) = \jmath \omega \chi (\eta + \jmath \omega \rho) p(\vec{r}),$$

com,

$$\chi = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p} = K^{-1} \ e \ \gamma = \sqrt{\jmath\omega K^{-1}(\eta + \jmath\omega\rho)} = \sqrt{\jmath\omega \chi(\eta + \jmath\omega\rho)} = \alpha + \jmath\beta.$$

A solução para onda propagando segundo $\hat{u} = \cos A \hat{x} + \cos B \hat{y} + \cos C \hat{z}$ é dada por

$$p(\vec{r}) = p_0 e^{-\vec{\gamma} \cdot \vec{r}} = p_0 e^{-\gamma \hat{u} \cdot \vec{r}} = p_0 e^{-\gamma u} = p_0 e^{-(\alpha + j\beta)u},$$

com, $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$. A relação entre α e β e os parâmetros do meio é dada pela expressão[14]

$$(\alpha + j\beta)^2 = j\omega\chi(\eta + j\omega\rho),$$

ou seja,

$$\alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta = -\omega^2\rho\chi + j\omega\eta\chi.$$

Fazendo

$$\beta^2 - \alpha^2 = k^2 \Rightarrow k^2 = \omega^2 \rho \chi \tag{2.12}$$

e

$$\alpha\beta = \Omega \Rightarrow \Omega = \frac{1}{2}\omega\eta\chi, \qquad (2.13)$$

e multiplicando a equação (2.12) por α^2 e utilizando (2.12), temos,

$$(\alpha\beta)^2 - \alpha^4 = k^2 \alpha^2 \Rightarrow \alpha^4 + k^2 \alpha^2 - \Omega^2 = 0,$$

de forma que

$$w^2 + k^2 w - \Omega^2 = 0, \ com \ \alpha = \sqrt{w}.$$

A solução adequada para que α seja real é

$$w = -\frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{2}\sqrt{k^4 + 4\Omega^2} = \frac{1}{2}k^2\left(\sqrt{1 + 4\Omega^2/k^4} - 1\right) = \frac{1}{2}k^2\left(\sqrt{1 + x^2} - 1\right).$$

Assim, temos

$$\alpha = k \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1+x^2} - 1\right)},$$
(2.14)

$$\beta = k \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + x^2} - 1\right)},\tag{2.15}$$

 $\operatorname{com},$

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{K}} = \omega \sqrt{\rho \chi} = \frac{\omega}{c} \Rightarrow \chi = \frac{\eta}{\omega \rho}.$$

Assim, obtemos,

$$\eta = \omega \rho \sqrt{\left[1 + 2\left(\frac{c\alpha}{\omega}\right)^2\right] - 1} \tag{2.16}$$

Para se obter a relação entre $\alpha(\text{Np/m})$, coeficiente de absorção $\alpha_I(\text{m}^{-1})$ e $\alpha_{\text{dB/m}}$, parte-se do pressuposto que a intensidade acústica $I(\text{W/m}^2)$ é proporcional ao quadrado da pressão p[14]. Assim, temos que,

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\alpha_I u} = \left|\frac{p}{p_0}\right|^2 = e^{-2\alpha u} \Rightarrow \alpha_I = 2\alpha.$$
(2.17)

Portanto, a relação entre α e $\alpha_{\rm dB/m}$ é dada por,

$$A = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log_{10}(e^{-2\alpha u}) = -20\alpha u \log_{10} e.$$

Portanto,

$$\alpha_{\rm dB/m} = \frac{10\log_{10}(I/I_0)}{u} = (10\log_{10}e)\alpha_I = (20\log_{10}e)\alpha$$

e as seguintes relações são obtidas:

$$\alpha_{\rm dB/m} \approx 4,343 \alpha_{Im^{-1}},\tag{2.18}$$

$$\alpha_{\rm dB/m} \approx 8,686 \alpha_{\rm Np/m},\tag{2.19}$$

$$\alpha_{Im^{-1}} \approx 0,23026\alpha_{dB/m}$$
 (2.20)

е

$$\alpha_{\rm Np/m} \approx 0,11513\alpha_{\rm dB/m}.\tag{2.21}$$

2.3 Estabilidade e prescisão

É necessário estabelecer critérios para que o processo computacional (iterativo) convirja para a solução física, de modo a reduzir problemas de dispersão numérica. Tal condição está relacionada com os incrementos espaciais ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) e temporal (Δt), similar ao que acontece com o método FDTD para as equações de Maxwell.

O algoritmo descrito pelas equações (2.5) à (2.7), obtido por aproximações, causa efeitos numéricos (não físicos), como a dispersão. Isso se deve ao fato de que as aproximações nos cálculos geram erros que são propagados, acumulando-se desvios que ocasionam a manifestação de fenômenos não físicos. Para reduzir esses fenômenos são adotados os seguintes critérios[24]

$$\Delta_{x,y,z} \le \frac{\lambda_{min}}{10} \tag{2.22}$$

ou seja, um comprimento de onda deve ser representado por, no mínimo, dez células. Note que, para calcular o mínimo comprimento de onda é necessário utilizar a menor velocidade associada aos materiais que compõe a malha AFDTD (velocidade do ar). Associada a esta condição, temos para a discretização temporal,

$$\Delta_t = \frac{\beta}{c_{max}\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}},\tag{2.23}$$

que limita o incremento Δ_t de acordo com a máxima distância que a onda deve percorre dentro da célula: a diagonal. A condição (2.23), para $\beta = 1$, é denominada limite de Courant. Se as células forem cúbicas, (2.23) se torna

$$\Delta_t = \frac{\beta \Delta x}{c_{max}\sqrt{3}}.\tag{2.24}$$

Neste trabalho, utilizou-se $\beta = 1/20$, para garantir a estabilidade numérica do algoritmo, tal valor foi escolhido devido a inserção do coeficiente de resitência (η) nas equações de propagação, uma vez que a maioria dos trabalhos de FDTD para acústica, consideram desprezível tal coeficiente ($\eta = 0$). Entretanto verificou-se que o mesmo é necessário quando a análise envolve diferentes tipos de materiais, tornando o modelo computacional mais realístico.

2.4 Paralelização do método

Devido a baixa frequência da fonte de emissão acústica (ultrassom), a velocidade de propagação da onda sonora e a presença de elementos com geometria circular (bobina do transformador), as estruturas analizadas tiveram que ser altamente discretizadas. Tal discretização, gerou malhas, mesmo que bidimensionais, com um número muito elevado de células, para que a simulação fosse executada em apenas uma máquina.

Para solucionar este problema, foi utilizado um conjunto de microcomputadores convencionais interligados por rede de maneira a trabalharem em paralelo, de acordo com uma arquitetura *Beowulf*[25], cujo custo é bem inferior em relação a uma solução comercial (supercomputador)[26]. Os *clusters* de computadores têm capacidade de processamento similar aos sistemas comerciais, tendo como ponto favorável os baixos gastos com manuntenção e grande disponiblidade de *softwares* livres[27].

Dessa forma, é implementada a pararelização do método AFDTD. A quebra espacial em subdomínios é possível pois, conforme as equações (2.5) à (2.7), a atualização das componentes dos campos de pressão e velocidade dependem de componentes calculadas em instantes anteriores (conhecidas, portanto, no momento da atualização)[27]. Portanto, a quebra espacial do domínio é realizada e necessita, para que cada processo (*thread*) seja responsável pela atualização das componentes pertencentes de um sub-domínio, de uma maneira de trocar informações entre esses processos. Isso é implementado pela biblioteca de comunicação MPI (*Message Passing Interface*).

A Figura 2.3 mostra a troca de informações entre células que pertencem a duas máquinas diferentes, que têm uma interface em um plano paralelo ao plano y-z. Note

que a máquina 0 envia para a máquina 1 a componentes v_x para que a máquina receptora possa atualizar a pressão, satisfazendo a operação divergente. Por outro lado, a máquina 1 envia para a máquina 0 as componentes v_x e p, possibilitando o cálculo do gradiente.



Figura 2.3: Interface entre dois domínios.

Capítulo 3

Convolutional Perfectly Matched Layer (CPML)

Para tratar problemas abertos, é necessário estabelecer nos limites da região de análise condições absorventes para as ondas acústicas. Uma forma de se obter o efeito desejado é aplicando a técnica *stretched-coordinate* PML[28] em (2.3), (2.4) e (2.5). Neste trabalho, tem-se como uma das contribuições a aplicação desta técnica às equações de primeira ordem para ondas elasto-dinâmicas com perdas, uma vez que na literatura encontramos apenas implementação para a equação de segunda ordem da técnica PML (*Perfectly Matched Layer*) em [29] e [30] para meios anisotrópicos, posteriormente, tem-se, também, para a CPML[31], entretanto, também, para uma equação de segunda ordem.

Basicamente, a técnica consiste em realizar um mapeamento das coordenadas espaciais em um sistema complexo de coordenadas. Dessa forma, no domínio do tempo, obtém-se

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = s_x(t) * \frac{\partial v_x}{\partial x} + s_y(t) * \frac{\partial v_y}{\partial y} + s_z(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z},$$
(3.1)

$$-\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \eta_x v_x = s_x(t) * \frac{\partial p}{\partial x},$$
(3.2)

$$-\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} - \eta_y v_y = s_y(t) * \frac{\partial p}{\partial y}, \qquad (3.3)$$

$$-\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \eta_z v_z = s_z(t) * \frac{\partial p}{\partial z}, \qquad (3.4)$$

onde * indica convolução.

Em [15], definem-se as seguintes funções no domínio de Fourier para gerar a atenuação na região absorvente:

$$\frac{1}{\bar{s_\ell}(f)} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_\ell}{\alpha_\ell + j\omega}}, (\ell = x, y \text{ ou } z).$$
(3.5)

Aplicando a transformada inversa de Fourier em (3.5), tem-se

$$s_{\ell}(t) = \mathbf{F}^{-1}\left(\frac{1}{\bar{s}_{\ell}(f)}\right) = \delta(t) - \sigma_{\ell} e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})t)},$$

que pode ser reescrita como

$$s_{\ell}(t) = \delta(t) + \xi_{\ell}(t), t \ge 0.$$

Dessa forma, verifica-se que (3.1), quando expandida, produz

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \xi_x(t) * \frac{\partial v_x}{\partial x} + \xi_y(t) * \frac{\partial v_y}{\partial y} + \xi_z(t) * \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Neste ponto, observa-se a necessidade de se obterem relações recursivas para convoluções, na forma

$$\psi_{v\ell} = \xi_{\ell}(t) * \frac{\partial v_{\ell}}{\partial \ell} = \int_0^t \frac{\partial v_{\ell}(t-\tau)}{\partial \ell} \xi_{\ell}(t) \mathrm{d}\tau.$$

Considerando que $\partial v_{\ell}(t-\tau)/\partial \ell$ é constante a cada passo de tempo, para o método FDTD, é fácil perceber que

$$\psi_{v\ell}^n \approx \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \xi_\ell(\tau) \mathrm{d}\tau, \qquad (3.6)$$

onde $t=n\Delta t$ e $\tau=m\Delta t$. Assim, ficamos com

$$\psi_{v\ell}^n = -\sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \sigma_\ell \ e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\tau)} \mathrm{d}\tau,$$

cuja integração produz

$$\psi_{v\ell}^n = \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \left[\frac{\sigma_\ell \ e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\tau)}}{(\sigma_\ell + \alpha_\ell)} \right]_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t}.$$

Devido à aplicação dos limites de integração, define-se

$$S_m = e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)(m+1)\Delta t)} - e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)m\Delta t)},$$

de onde obtém-se

$$S_{m+1} = e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})(m+2)\Delta t)} - e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})(m+1)\Delta t)}$$

е

$$S_{m+1} = e^{-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)m\Delta t} S_m.$$

Dessa forma, nota-se que, para a convolução $\psi_{v\ell}^n,$ tem-se que

$$\psi_{v\ell}^{n} = \frac{\sigma_{\ell}}{(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_{\ell}(n-m)}{\partial \ell} S_{m}.$$
(3.7)

Aplicando-se a recursividade de S_m em (3.7), chega-se a

$$\psi_{v\ell}^n = \frac{\sigma_\ell}{(\sigma_\ell + \alpha_\ell)} \frac{\partial v_\ell^n}{\partial \ell} S_0 + e^{-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\Delta t} \psi_{v\ell}^{n-1}$$
(3.8)

е

$$S_0 = \left(e^{-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\Delta t}\right) - 1. \tag{3.9}$$

Partindo de (3.1), podemos escrever

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \psi_{v_x}^n + \psi_{v_y}^n + \psi_{v_z}^n$$

da qual, aplicando-se diferenças finitas, verifica-se que

$$p_{(i,j,k)}^{n+1} = p_{(i,j,k)}^n - K\Delta t + \left[\frac{v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j,k)}}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1,k)}}^{n+1/2}}{\Delta y} + \frac{v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} - v_{z_{(i,j,k-1)}}^{n+1/2}}{\Delta z} + \psi_{v_x}{}_{(i,j,k)}^n + \psi_{v_y}{}_{(i,j,k)}^n + \psi_{v_z}{}_{(i,j,k)}^n\right].$$
(3.10)

Para a componente v_x em (3.2), obtemos de forma análoga a equação de atualização

$$v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)} v_{x_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + \frac{1}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)} \left[\frac{p_{(i+1,j,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n}{\Delta x} + \psi_{px_{(i,j,k)}}^n\right].$$

Para a componente v_y em (3.3),

$$v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)} v_{y_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + \frac{1}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)} \left[\frac{p_{(i,j+1,k)}^n - p_{(i,j,k)}^n}{\Delta y} + \psi_{py_{(i,j,k)}}^n\right].$$

De forma similar, a partir de (3.4) pode-se escrever,

$$v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} + \frac{\eta_z}{2}\right)}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_z}{2}\right)} v_{z_{(i,j,k)}}^{n+1/2} + \frac{1}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_z}{2}\right)} \left[\frac{p_{(i,j,k+1)}^n - p_{(i,j,k)}^n}{\Delta z} + \psi_{pz_{(i,j,k)}}^n\right].$$

Para se obter as convoluções em um passo de tempo n, podemos utilizar, portanto, as expressões

$$S_{0l} = e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\Delta t)},$$

$$\psi_{v_x}{}^n = \frac{\sigma_x}{\sigma_x + \alpha_x} \frac{\partial v_x^n}{\partial x} S_{0x} + e^{(\sigma_x + \alpha_x)\Delta t} \psi_{v_x}{}^{n-1},$$

$$\psi_{v_y}{}^n = \frac{\sigma_y}{\sigma_y + \alpha_y} \frac{\partial v_y^n}{\partial y} S_{0y} + e^{(\sigma_y + \alpha_y)\Delta t} \psi_{v_y}{}^{n-1},$$

$$\psi_{v_z}{}^n = \frac{\sigma_z}{\sigma_z + \alpha_z} \frac{\partial v_z^n}{\partial y} S_{0z} + e^{(\sigma_z + \alpha_z)\Delta t} \psi_{v_z}{}^{n-1},$$

$$\psi_{px}{}^{n} = \frac{\sigma_{x}}{\sigma_{x} + \alpha_{x}} \frac{\partial px^{n}}{\partial x} S_{0x} + e^{(\sigma_{x} + \alpha_{x})\Delta t} \psi_{px}{}^{n-1},$$

$$\psi_{py}^{n} = \frac{\sigma_{y}}{\sigma_{y} + \alpha_{y}} \frac{\partial py^{n}}{\partial y} S_{0y} + e^{(\sigma_{y} + \alpha_{y})\Delta t} \psi_{py}^{n-1}$$

е

$$\psi_{pz}^{n} = \frac{\sigma_{z}}{\sigma_{z} + \alpha_{z}} \frac{\partial p z^{n}}{\partial z} S_{0z} + e^{(\sigma_{z} + \alpha_{z})\Delta t} \psi_{pz}^{n-1}.$$

Por fim, ressalta-se que $\left[32\right]$

$$\sigma_x^{max} = \frac{3c \log_{10}\left(n_c^3\right)}{2\Delta x},\tag{3.11}$$
$$\sigma_y^{max} = \frac{3c \log_{10} \left(n_c^3\right)}{2\Delta y} \tag{3.12}$$

е

$$\sigma_z^{max} = \frac{3c \log_{10} \left(n_c^3 \right)}{2\Delta z},$$
(3.13)

onde n_c é o número de camadas da CPML, c é a velocidade de propagação do sinal acústico no meio truncado e α_{ℓ} deve ser uma constante real positiva, sendo que foi utilizado um valor de 20% do máximo descrito em [32], para o qual obteve-se a melhor absorcão do sinal. As funções σ_{ℓ} devem aumentar gradativamente a partir da fronteira entre a CPML e o material a ser truncado. Neste trabalho, foram usadas as funções polinomiais [33]

$$\sigma_x(x) = \frac{\sigma_x^{max} x^2}{\Delta x \ n_c},\tag{3.14}$$

$$\sigma_y(y) = \frac{\sigma_y^{max} y^2}{\Delta y \ n_c},\tag{3.15}$$

е

$$\sigma_z(z) = \frac{\sigma_z^{max} z^2}{\Delta z \ n_c}.$$
(3.16)

Note que $x, y \in z$ referem-se às posições físicas da pressão e das componentes da velocidade na célula de Yee na CPML (Figura 2.1), tal como detalhado em [24].

Para medir a eficiência da CPML, foi calculado o nível do sinal refletido para a região de análise devido à truncagem do domínio computacional. A eficiência é associada ao inverso do erro

$$Erro_{\rm dB} = 20\log_{10} \frac{|p_{(i_r,j_r)}(t) - \bar{p}_{(i_r,j_r)}(t)|}{|\bar{p}_{(i_r,j_r)}(t)|},\tag{3.17}$$

onde (i_r, j_r) é o ponto na malha FDTD usado para o cálculo do erro, \bar{p} é um sinal de referência de pressão obtido em um grande domínio de análise (sem CPML e, portanto, sem reflexões) e p é o sinal de pressão obtido no espaço truncado por CPML. A Figura 3.1, mostra o erro de reflexão obtido neste trabalho, sendo que o gráfico em vermelho refere-se à simulação feita com 10 camadas de CPML. Entretanto, um melhor resultado foi obtido utilizando-se 15 camadas e 20% do valor de sigma máximo descrito em [32]. Observe que o nível de reflexão da onda, para esse segundo caso, fica sempre abaixo de -60dB.



Figura 3.1: Erro de reflexão para 10 células e 15 células de CPML.

Capítulo 4

Método de localização

4.1 Algoritmo GPS

A técnica *Global Positioning System* (GPS) baseia-se nos instantes de chegada da onda de interesse em sensores. A fonte de excitação da onda é posicionada em um ponto desconhecido (x, y, z) a ser determinado. A Figura 4.1 ilustra esquematicamente um



Figura 4.1: Representação geométrica do problema: posicionamento dos sensores acústicos e da DP no tanque do transformador[1].

tanque de transformador elétrico, no qual a descarga parcial ocorre no ponto (x, y, z). Ao redor da estrutura, *n* sensores acústicos são distribuídos. D_i é a distância euclidiana do sensor S_i para a DP em (x, y, z).



Figura 4.2: Diferença dos tempos de chegada.

A Figura 4.2 ilustra como calcular os tempos de chegada da onda nos sensores. A variável T corresponde a primeira diferença de tempo (entre a DP e o sensor s_1) e τ_{ij} representa a diferença de tempo entre o i-ésimo e o j-ésimo sensor. Assim, utilizando-se a abordagem TDOA (*Time Difference of Arrival*)[16], obtém-se o sistema de equações (considerando-se 4 sensores),

$$\begin{cases} (x - x_{s1})^2 + (y - y_{s1})^2 + (z - z_{s1})^2 = (v_s T)^2, \\ (x - x_{s2})^2 + (y - y_{s2})^2 + (z - z_{s2})^2 = (v_s \cdot (T + \tau_{12}))^2, \\ (x - x_{s3})^2 + (y - y_{s3})^2 + (z - z_{s3})^2 = (v_s \cdot (T + \tau_{13}))^2, \\ (x - x_{s4})^2 + (y - y_{s4})^2 + (z - z_{s4})^2 = (v_s \cdot (T + \tau_{14}))^2, \end{cases}$$

com os tempos T_{s1}, T_{s2}, T_{s3} e T_{s4} (em segundos) é possível modelar matematicamente as distâncias (em metros) entre a descarga parcial no ponto desconhecido (x, y, z) e o respectivos sensores. E, portanto, tais distâncias são iguais ao produto entre a velocidade de propagação v_s do sinal e a diferença entre os tempos de chegada do sinal relativos a cada sensor. Assim, usando a técnica *pseudo-time approach*[16], temos o sistema

$$\begin{cases} (x - x_{s1})^2 + (y - y_{s1})^2 + (z - z_{s1})^2 = (v_s \cdot (T_{s1} - \delta t))^2, \\ (x - x_{s2})^2 + (y - y_{s2})^2 + (z - z_{s2})^2 = (v_s \cdot (T_{s2} - \delta t))^2, \\ (x - x_{s3})^2 + (y - y_{s3})^2 + (z - z_{s3})^2 = (v_s \cdot (T_{s3} - \delta t))^2, \\ (x - x_{s4})^2 + (y - y_{s4})^2 + (z - z_{s4})^2 = (v_s \cdot (T_{s4} - \delta t))^2, \end{cases}$$
(4.1)

onde T_{Si} é o tempo de chegada da onda no *i*-ésimo sensor, v_s é a velocidade de propagação da onda sonora e (x_{si}, y_{si}, z_{si}) é a posição do *i*-ésimo sensor, conforme a Figura 4.3.



Figura 4.3: Sistema de equações pseudo-range.

Dessa forma, temos um sistema de equações *pseudo-range* de quatro pontos[1]. A solução do sistema é realizada, neste trabalho, utilizando-se a abordagem multipolinomial de *Sturmfels*[16]. Assim, pode-se escrever,

$$\begin{cases} (x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 + (z-c_1)^2 - (w-d_1)^2 = 0, \\ (x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 + (z-c_2)^2 - (w-d_2)^2 = 0, \\ (x-a_3)^2 + (y-b_3)^2 + (z-c_3)^2 - (w-d_3)^2 = 0, \\ (x-a_4)^2 + (y-b_4)^2 + (z-c_4)^2 - (w-d_4)^2 = 0, \end{cases}$$

onde, $w = -v_s \Delta t$, com as seguintes relações,

$$\begin{cases} a_{i} = x_{si}, & T_{s1} - \Delta t = T, \\ b_{i} = y_{si}, & T_{s2} - \Delta t = T + \tau_{12}, \\ c_{i} = z_{si}, & T_{s3} - \Delta t = T + \tau_{13}, \\ d_{i} = -v_{s}T_{si}, & T_{s4} - \Delta t = T + \tau_{14}. \end{cases}$$

Dessa forma, a solução (x, y, z) é igual à posição da descarga parcial correspondente aos tempos nele utilizados. Portanto, temos o seguinte sistema,

$$\begin{cases} (x-a_1)^2 + (y-b_1)^2 + (z-c_1)^2 - (w-d_1)^2 = 0, \\ (x-a_2)^2 + (y-b_2)^2 + (z-c_2)^2 - (w-d_2)^2 = 0, \\ (x-a_3)^2 + (y-b_3)^2 + (z-c_3)^2 - (w-d_3)^2 = 0, \\ (x-a_4)^2 + (y-b_4)^2 + (z-c_4)^2 - (w-d_4)^2 = 0, \end{cases}$$
(4.2)

pode-se expandir as equações de (4.2), resultando em

$$\begin{cases} x^{2} + y^{2} + z^{2} - w^{2} = 2a_{1}x + 2b_{1}y + 2c_{1}z - 2d_{1}w + d_{1}^{2} - a_{1}^{2} - b_{1}^{2} - c_{1}^{2}, \\ x^{2} + y^{2} + z^{2} - w^{2} = 2a_{2}x + 2b_{2}y + 2c_{2}z - 2d_{2}w + d_{2}^{2} - a_{2}^{2} - b_{2}^{2} - c_{2}^{2}, \\ x^{2} + y^{2} + z^{2} - w^{2} = 2a_{3}x + 2b_{3}y + 2c_{3}z - 2d_{3}w + d_{3}^{2} - a_{3}^{2} - b_{3}^{2} - c_{3}^{2}, \\ x^{2} + y^{2} + z^{2} - w^{2} = 2a_{4}x + 2b_{4}y + 2c_{4}z - 2d_{4}w + d_{4}^{2} - a_{4}^{2} - b_{4}^{2} - c_{4}^{2}, \end{cases}$$
(4.3)

os termos de segundo grau são eliminados seguindo o procedimento de *Gauss*. Assim, em (4.3) subtraíndo-se a primeira da última equação e a segunda da terceira, obtém-se um sistema de equações lineares, ou seja,

$$a_{14}x + b_{14}y + c_{14}z + d_{41}w + e_{14} = 0,$$

$$a_{24}x + b_{24}y + c_{24}z + d_{42}w + e_{24} = 0,$$

$$a_{34}x + b_{34}y + c_{34}z + d_{43}w + e_{34} = 0,$$

(4.4)

com os seguintes parâmetros indiretos

$$a_{14} = 2(a_1 - a_4),$$

$$a_{24} = 2(a_2 - a_4),$$

$$a_{34} = 2(a_3 - a_4),$$

(4.5)

$$\begin{cases} b_{14} = 2(b_1 - b_4), \\ b_{24} = 2(b_2 - b_4), \\ b_{34} = 2(b_3 - b_4), \end{cases}$$
(4.6)

$$\begin{cases}
c_{14} = 2(c_1 - c_4), \\
c_{24} = 2(c_2 - c_4), \\
c_{34} = 2(c_3 - c_4),
\end{cases}$$
(4.7)

$$\begin{cases}
 d_{14} = 2(d_1 - b_4), \\
 d_{24} = 2(d_2 - b_4), \\
 d_{34} = 2(d_3 - b_4),
 \end{cases}$$
(4.8)

$$\begin{cases}
e_{14} = (d_1^2 - a_1^2 - b_1^2 - c_1^2) - (d_4^2 - a_4^2 - b_4^2 - c_4^2), \\
e_{24} = (d_2^2 - a_2^2 - b_2^2 - c_2^2) - (d_4^2 - a_4^2 - b_4^2 - c_4^2), \\
e_{34} = (d_3^2 - a_3^2 - b_3^2 - c_3^2) - (d_4^2 - a_4^2 - b_4^2 - c_4^2).
\end{cases}$$
(4.9)

A solução do sistema (4.4) consiste em atribuir as equações reduzidas as seguintes funções polinomiais (neste caso, de primeiro grau),

$$f_1 = a_{14}x + b_{14}y + c_{14}z + d_{41}w + e_{14},$$

$$f_2 = a_{24}x + b_{24}y + c_{24}z + d_{42}w + e_{24},$$

$$f_3 = a_{34}x + b_{34}y + c_{34}z + d_{43}w + e_{34}.$$

O próximo passo, consiste em definir um par de variáveis escolhidas como parâmetros. Se quisermos obter um resultado do tipo $x = g_x(w)$, considerando-se as variáveis $x \in w$ como parâmetros, temos então,

$$\begin{cases} f_1 = (a_{14}x + d_{41}w + e_{14})u + b_{14}y + c_{14}z, \\ f_2 = (a_{24}x + d_{42}w + e_{24})u + b_{24}y + c_{24}z, \\ f_3 = (a_{34}x + d_{43}w + e_{34})u + b_{34}y + c_{34}z. \end{cases}$$
(4.10)

Neste contexto a variável auxiliar u é necessária como agente homogeinador, isto é, todos os termos das funções têm que ter o mesmo grau[16].O coeficiente de u é considerado uma constante para aplicação do método. Assim, obtendo-se o *Jacobiano* de (4.10), temse,

$$J_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} & \frac{\partial f_1}{\partial u} \\ \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} & \frac{\partial f_2}{\partial u} \\ \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} & \frac{\partial f_3}{\partial u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{14} & c_{14} & a_{14}x + d_{41}w + e_{14} \\ b_{24} & c_{24} & a_{24}x + d_{42}w + e_{24} \\ b_{34} & c_{34} & a_{34}x + d_{43}w + e_{34} \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo-se o determinante, resulta em

$$J_{x} = b_{14}c_{24}(a_{34}x + d_{43}w + e_{34}) + b_{34}c_{14}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) + b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) - b_{34}c_{24}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) - b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) + b_{14}c_{34}(a_{14}x + d_{14}w + e_{14}) + b_{14}c_{14}(a_{14}x + d_{14}w + e_{14}) + b_{14}c_{14}(a_$$

se x é uma solução então $J_x = 0$, assim,

$$b_{14}c_{24}(a_{34}x + d_{43}w + e_{34}) + b_{34}c_{14}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) + b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) - b_{34}c_{24}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) - b_{14}c_{34}(a_{24}x + d_{42}w + e_{24}) - b_{24}c_{34}(a_{14}x + d_{41}w + e_{14}) = 0.$$

Dessa forma, x(w) = Aw + B com

$$A = -\frac{d_{43}b_{14}c_{24} + d_{41}b_{24}c_{34} - d_{41}c_{24}b_{34} - d_{42}b_{14}c_{34} + a_{42}c_{14}b_{34} - d_{43}c_{14}b_{24}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}},$$

$$B = -\frac{e_{14}b_{24}c_{34} - e_{14}c_{24}b_{34} - e_{24}b_{14}c_{34} + e_{24}c_{14}b_{34} + e_{34}b_{14}c_{24} - e_{34}c_{14}d_{41}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}}$$

De maneira análoga,

$$\begin{cases} y(w) = Cw + D, \\ z(w) = Ew + F, \end{cases}$$

com,

$$C = -\frac{a_{34}c_{24}d_{41} + a_{14}c_{34}d_{42} - a_{34}c_{14}d_{42} - a_{14}c_{24}d_{43} + a_{24}c_{14}d_{32} - a_{34}c_{24}d_{41}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}},$$

$$D = -\frac{a_{14}c_{34}e_{24} - a_{14}c_{24}e_{34} - a_{24}c_{34}e_{14} - a_{32}c_{14}e_{24} + a_{34}c_{24}e_{14}a_{24}c_{14}e_{34}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}},$$

$$E = -\frac{a_{34}b_{14}d_{42} + a_{14}b_{24}d_{32} - a_{34}b_{24}d_{41} - a_{14}b_{34}d_{42} + a_{24}b_{34}d_{41} - a_{24}b_{14}d_{43}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}},$$

$$F = -\frac{a_{14}b_{24}e_{34} - a_{14}b_{34}e_{24} - a_{24}b_{14}e_{34} - a_{34}b_{24}e_{14} + a_{34}b_{14}e_{24} + a_{24}b_{34}e_{14}}{a_{34}c_{24}b_{14} + a_{24}b_{34}c_{14} - a_{24}c_{34}b_{14} - a_{34}b_{24}c_{14} - a_{14}c_{24}b_{34} + a_{14}c_{34}b_{24}}.$$

Agora substituímos $x(w) = Aw + B, \, y(w) = Cw + D$
ez(w) = Ew + Fna equação polinomial

$$(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + (z - c_1)^2 - (w - d_1)^2 = 0,$$

ou seja,

$$(Aw + B - a_1)^2 + (Cw + D - b_1)^2 + (Ew + F - c_1)^2 - (w - d_1)^2 = 0,$$
(4.11)

resultando na forma compacta,

$$K_2w^2 + K_1w + K_0 = 0,$$

onde,

$$\begin{cases} K_2 = A^2 + C^2 + E^2 - 1, \\ K_1 = 2(AB - a_1A + CD - b_1C + EF - c_1E + d_1), \\ K_0 = B^2 - 2a_1B + D^2 - 2b_1D + F^2 - 2c_1F + a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 - d_1^2 \end{cases}$$

Para, $\Delta t = -w/v_s$ temos

$$w^{-} = -\frac{K_{1}}{2K_{2}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{2K_{2}},$$
$$w^{+} = -\frac{K_{1}}{2K_{2}} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2K_{2}},$$
$$\Delta = K_{1}^{2} - 4K_{2}K_{0},$$

e chegamos as soluções (posições estimadas para a descarga parcial)

$$\begin{cases} x^{-} = Aw^{-} + B, & x^{+} = Aw^{+} + B, \\ y^{-} = Cw^{-} + D, & y^{+} = Cw^{+} + D, \\ z^{-} = Ew^{-} + F, & z^{+} = Ew^{+} + F. \end{cases}$$

4.2 Modelo estatístico para a velocidade

Os métodos de localização baseados em GPS usualmente consideram a velocidade de propagação acústica constante [34]. Neste trabalho, devido à complexidade da estrutura em análise (existe mais de um material onde há de propagação acústica), atribui-se um caráter estatístico para a velocidade efetiva da onda de pressão no interior do tanque. Além disto, tal consideração é necessária porque, para um único material, a velocidade de propagação da onda acústica não é constante com o espaço [34]. Este efeito é demonstrado pela Figura4.4, obtida neste trabalho através do método AFDTD, que apresenta o comportamento da velocidade de propagação da onda em função da distância entre o ponto de observação e a fonte.

Em uma situação real, essa velocidade pode variar com diversos fatores, tais como, alto contraste entre materiais, por exemplo, na interface óleo-metal (óleo, bobina/núcleo, paredes do tanque, etc.) e efeitos de propagação diversos: reflexão, refração e difração.

Conforme [34], quando o percurso entre a descarga parcial (DP) e o sensor de ordem $i(S_i)$ compõe-se apenas de óleo, o tempo de propagação, T_i , leva a uma velocidade efetiva de propagação igual a $V_i = D_i/T_i$, onde D_i é a distância entre a PD e o sensor *i*. Para o sensor *j* posicionado em $D_j = D_i$, que tem algum obstáculo metálico ao longo do percurso de propagação, a velocidade de propagação efetiva é dada pela mesma expressão. Entretanto, devido a alta velocidade da onda acústica no metal, os tempo de chegada da onda serão diferentes. O método de localização acima é sensível a essas diferenças, ocasionando, dessa forma, erros de medida. Dessa forma, neste trabalho, o algoritmo GPS foi executado repedidamente (tal como no método de Monte Carlo) considerando-se velocidades de propagação diferentes, mas que seguem uma Função Densidade de Propabilidade (FDP) do tipo gaussiana truncada (devido à saturação da velocidade na curva da Figura4.4). Note que, a partir de uma distância de 60 cm, até 180 cm, a velocidade



Figura 4.4: Variação da velocidade da onda de pressão no tanque do transformador em função da distância entre a fonte de PD e o ponto de observação[34].

varia relativamente pouco (1200 m/s até aproximadamente 1400 m/s). Entretanto, no range de 10 cm até 60 cm a velocidade varia sensivelmente, de 600 m/s até 1200 m/s.

Para definir a FDP para a velocidade, estabeleceu-se uma velocidade máxima de saturação V_s e uma velocidade de referência mínima V_{min} , de forma que a probabilidade de haver velocidades abaixo desta é

$$P_{min} = P \ (V < V_{min}) = \int_{-\infty}^{V_{min}} P_V dV,$$
 (4.12)

na qual P_V é uma FDP gaussiana truncada em V_s , dada por

$$P_V = 2 \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{\frac{(V-V_s)^2}{2\sigma_v^2}} U(-V+V_s).$$
(4.13)

Em (4.13), U é o degrau unitário e σ_v é o desvio padrão dado por

$$\sigma_v = \frac{V_s - V_{min}}{x_p}.\tag{4.14}$$

A relação entre P_{min} e o parâmetro x_p é dada pela expressão

$$P_{min} = Q(x_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_p}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} \mathrm{d}x.$$
 (4.15)



Figura 4.5: Funções densidade de probabilidade para velocidade da descarga no interior do tanque do transformador.

Para as presentes simulações, foram adotados dois valores para probabilidade de ocorrer um valor de velocidade abaixo da referência V_{min} . Tais valores são: $P_{min} = 10^{-2}$ com $x_p = 2,32$ (maior desvio padrão) e $P_{min} = 10^{-3}$ com $x_p = 3,09$ (menor desvio padrão), conforme ilustra a Figura 4.5.

4.3 Obtenção dos resultados

A Figura 4.6 exemplifica de forma sintetizada as etapas seguidas neste trabalho para a geração das estimativas de localização da DP. Inicialmente, tem-se a obtenção dos sinais transitórios pelo simulador de ondas acústicas, que está associada ao maior tempo de processamento. Em seguida, os sinais recebidos nos sensores são analisados de forma a determinar-se os picos e *pseudo-time* correspondentes.

A localização é gerada a partir da inserção dos dados (posição dos sensores e tempos de chegada) no software de radar para ondas acústicas (sonar), desenvolvido neste trabalho. Para cada executação do GPS é retirada uma amostra de velocidade na distribuição estatística estabelecida na Figura 4.5 e avaliada a posição para todas as combinações possíveis dos sensores. Por fim, calcula-se o erro relativo de todas as estimativas (erro médio), bem como a melhor a melhor estimativa de localização. Para tal procedimento considera-se a maior distância possível entre dois pontos na região de análise, no caso a maior diagonal do tanque do transformador.



Figura 4.6: Fluxograma relacionado com a geração dos resultados.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Resultados 2D

5.1.1 Validação do simulador

Para validação do simulador FDTD de ondas acústicas e do *software* de GPS, ambos desenvolvidos neste trabalho, o problema proposto em [1] foi reproduzido, conforme Figura 5.1.



Figura 5.1: Transformador utilizados nos experimentos de [1] e modelado nas simulações de validação numérica.

O problema original consiste em um modelo de transformador com as seguintes dimensões: 1,77m de comprimento, 0,77m de largura, 1,56m de altura e uma bobina com 0,3m de raio (Figura5.2).



Figura 5.2: Representação esquemática do transformador.

A fonte de excitação utilizada segue um modelo típico de emissão acústica gerado por uma DP em UHF (*Ultra High Frequency*) [1].



Figura 5.3: Perturbação acústica relativa à DP utilizada neste trabalho como fonte de pressão.

Sua forma de onda no tempo é mostrada pela Figura 5.3 e a maior parte da energia

do sinal se distribui na banda de 50 kHz a 200 kHz, conforme a Figura 5.4.



Figura 5.4: Espectro normalizado do pulso de descarga parcial.

Para representar de forma mais realística a estrutura dos transformadores, foram utilizados diferentes materiais para compor o modelo numérico. A Tabela 5.1 exibe as propriedades acústicas dos materiais modelados. O passo espacial utilizado para discretizar o problema é $\Delta x = \Delta y = 0,2$ mm e o passo temporal empregado é $\Delta t = 5.0$ ns.

Materiais	$ ho~({\rm kg/m^3})$	c (m/s)	$\alpha ~({\rm dB/m})$	$\eta \; (kg/(m^3s))$			
$\mathbf{\acute{A}gua}$	$1,0 imes 10^3$	1490,0	$5,\!5$	$1,887 \times 10^6$			
\mathbf{Ar}	1,29	$343,\!0$	$4,0 \times 10^{-3}$	0,4075			
Alumínio	$2,7 imes 10^3$	$6300,\!0$	$4,0 imes 10^6$	$1,447 \times 10^7$			
Ferro	$7,3 imes 10^3$	4650,0	100,0	$9,75 \times 10^{8}$			
Hexadecano	$0,77 \times 10^3$	$1357,\!9$	$2,2 \times 10^{-3}$	531,76			

Tabela 5.1: Propriedades acústicas dos materiais simulados.

Seguiu-se o mesmo posicionamento da fonte e dos sensores de [1]. No entanto, considerouse que todos os sensores estão a uma mesma altura (0, 78 cm) em relação à base do tanque do transformador.

Neste trabalho, foi definido um limiar de 5% do módulo do pico do sinal de pressão para se determinar o tempo de chegada da onda em um dado sensor. As coordenadas espaciais dos sensores e os respectivos tempos de chegada do sinal acústico são mostrados na Tabela 5.2.

Sensor	x (m)	y (m)	Tempo de chegada (ms)
S1	0,10	0,39	0,547
<i>S</i> 2	0,82	0,10	0,136
S3	1,15	0,10	0,314
<i>S</i> 4	1,78	0,39	0,815
S5	1,11	0,78	0,378
S6	0,80	0,78	0,430
<i>S</i> 7	0,43	0,78	0,389

Tabela 5.2: Posicionamento dos sensores e tempos de chegada.

A fonte de descarga parcial foi aplicada nas coordenadas (0,71m, 0,225m). Para o sistema com 7 sensores, foram utilizadas todas as 35 combinações quatro a quatro. Para cada valor de velocidade (100 ao todo), são feitas 35 avaliações da posição da DP. Dessa forma, a estimativa da posição consiste em calcular a média das estimativas obtidas dentro do domínio do tanque (estimativas significativas). Obteve-se como melhor resultado nas simulações a estimativa (0,67032m, 0,24055m), com um erro percentual de 3,73% e um erro médio associado de 9,27%. Para a obtenção destes resultados, utilizou-se uma FDP para a velocidade amostrada, com os seguintes parâmetros: $V_{min} = 1000$ m/s, $V_s =$ 1410 m/s e $x_p = 3,09$.

5.1.2 Transformador de grande porte

Um transformador de dimensões realísticas foi modelado para demonstrar as potencialidades do método aqui proposto. Analisou-se a propagação acústica de um sinal relativo à DP em um transformador de $(4m \times 2m \times 3m)$, com três bobinas de mesmo raio (0, 55m)igualmente espaçadas, conforme descrito em [18]. Diferentemente de [18], onde antenas foram usadas, foram aqui empregados sensores acústicos. A fonte de excitação acústica utilizada é a especificada pela Figura5.3. A Figura 5.5 representa o modelo concebido, bem como o ponto onde a fonte foi aplicada (2,17m, 0,46m), às proximidades do enrolamento da bobina central do transformador. O posicionamento dos sensores acústicos é o mesmo das antenas de [18].



Figura 5.5: Secção transversal do tanque do transformador situada a meia altura do mesmo.

Na Figura 5.6, tem-se os registros do campo de pressão na região de análise. Observa-se a ocorrência dos efeitos de propagação mais comuns de ondas elastodinâmicas, tais como: reflexão, difração e atenuação. Nota-se também o correto funcionamento da formulação CPML desenvolvida neste trabalho.



Figura 5.6: Curvas de nível da pressão referente a propagação da onda acústica.

Obteve-se como melhor estimativa, usando GPS, o ponto (2,36m,0,65m), com um erro percentual relativo de aproximadamente 5,51%, e um erro médio de 11,33% para 100 execuções do algoritmo. Em [18] obteve-se um erro de estimativa de 5,2%, para este mesmo caso. Em [17] os erros de estimativas variam de 5,0% a 13,0% para diferentes configurações de DPs em um transformador similar. Utilizou-se como valor de referência para calcular o erro a medida da maior diagonal do retângulo localizado no plano à meia altura do tanque. A Figura 5.7 apresenta a distribuição espacial das estimativas geradas.



Figura 5.7: Estimativas para a localização da DP após a execução do GPS.

5.2 Resultados 3D

5.2.1 Descrição do problema

Para as simulações tridimensionais foi necessário adaptar a discretização espacial, uma vez que as malhas FDTD aumentaram significamente de tamanho. Considerando a menor faixa de frequência onde há energia no sinal (15kHz à 45kHz), conforme Figura 5.8.



Figura 5.8: Banda de frequência do sinal acústico medido experimentalmente em [35].





Figura 5.9: Perturbação acústica relativa à DP adaptada para as simulações 3D.

E sua transformada de Fourier correspondente na Figura 5.10.



Figura 5.10: Espectro normalizado do pulso de descarga parcial.

Considerando essa largura de banda e $v_{min} = 343$ m/s, obteve-se $\Delta x = \Delta y = \Delta z =$ 9.8 × 10⁻⁴, usando a expressão (2.22) e, um passo tempotal de $\Delta t = 5.4755$ ns, usando (2.23).

A estrutura simulada corresponde ao mesmo transformador descrito em [19], conforme Figura 5.11, com as seguintes dimensões: 840mm de comprimento, 350mm de largura, 750mm de altura e uma bobina com núcleo de 135mm de diâmetro. A descarga parcial foi aplicada no ponto (420mm; 175mm; 24, 5mm), ou seja, na parte inferior do plano x-z localizada entre a bobina e a parede do tanque.



Figura 5.11: Tanque e bobina do tranformador modelado nos experimentos numéricos[19].

A malha FDTD contruída possui $(918 \times 418 \times 826)$ células. O processamento envolveu três computadores convencionais interligados por rede usando MPI, com um total de 12 processos simultâneos (*threads*), ocupando uma memória física total de 18 GB (gigabytes). O tempo de simulação para este caso foi de 216 horas.

5.2.2 Método de localização

O posicionamento dos sensores segue o mesmo das antenas utilizados em [19], na Figura 5.12 pode-se visualizar a distribuição espacial dos sensores.



Figura 5.12: Posicionamento dos sensores no tanque do transformador[19].

As Figuras de 5.13 à 5.16 representam o registro do campo de pressão obtido nos sensores acústicos, em vermelho temos a marcação correspondente aos tempos de chegada da onda, que correspondem ao limiar de 5% do pico de cada sinal.



Figura 5.13: Registro do campo de pressão no Sensor S1, obtido por simulação.



Figura 5.14: Registro do campo de pressão no Sensor S2, obtido por simulação.



Figura 5.15: Registro do campo de pressão no Sensor S3, obtido por simulação.



Figura 5.16: Registro do campo de pressão no Sensor S4, obtido por simulação.

Na tabela 5.3 tem-se os tempo de chegada da onda em cada sensor e suas respectivas posições.

Sensor	x (m)	<i>y</i> (m)	z (m)	Tempo de chegada (ms)
S1	0,34398	0,11466	0,0098	0,1324034
S2	0,34398	0,14504	0,0098	0,09949833
S3	0,42434	0,008428	0,0098	$0,\!3808632$
S4	0,26264	0,11466	0,0098	0,3821171

Tabela 5.3: Posição dos sensores e tempo de chegada da onda.

A Figura 5.17 mostra as curvas de nível da pessão para diferentes instantes de tempo no plano y-z do tanque do transformador.



Figura 5.17: Curvas de nível para a pressão no plano y-z.

O sistema de equações (4.1), teve solução obtida numericamente por uma rotina implementada no *software* Octave, utilizando o método dos mínimos quadrados[36]. Nota-se que os resultados obtidos indicam corretamente o ponto da descarga. Na Figura 5.18 é possível visualizar a posição espacial da estimativa (em vermelho) em relação a DP (em preto). A estimativa encontra-se no ponto (34, 39802mm; 14, 50400mm; 9, 8000mm), com erro relativo associado de 10, 642%, tal erro foi calculado com base na maior diagonal que cruza o tanque do transformador.



Figura 5.18: Ponto de ocorrência da DP e melhor estimativa de localização.

Considerações finais

Neste trabalho, desenvolveu-se um método estatístico para realizar a localização de descargas parciais em transformadores de potência por emissão acústica. O principal problema com o uso dos sinais acústicos para se realizar a localização da fonte é devido à dependência da velocidade de propagação com o espaço para um mesmo meio. Para resolver este problema, um modelo estatístico foi desenvolvido para a velocidade.

A precisão de localização é investigada usando simulações FDTD para a propagação de ondas acústicas dentro de dois transformadores de potência modelados realisticamente. Para tanto, desenvolveu-se uma formulação baseada na técnica CPML para truncar o domínio de análise.

Os resultados obtidos confirmam a validade do método proposto. Quando este é comparado aos métodos de localização que utilizam os registos dos sinais eletromagnéticos de uma DP em UHF, foi observado que erros da mesma ordem de magnitude dos encontrados na literatura foram obtidos ($\approx 5\%$ à 10% de desvio espacial). O método aqui desenvolvido se mostrou bastante versátil e possibilita a análise com diversos tipos de material (ar, óleo e metal), pois mudanças nas características acústicas são facilmente implementáveis.

Com relação a trabalhos futuros, podem ser analisados outros tipos de transformadores, com ocorrências de múltiplas de descargas parciais simultâneas, de forma que o método aqui proposto pode ser adaptado para tal situação, através da melhoria no modelo para a estatística da velocidade.

Pode-se, também, realizar o mapeamento da intensidade de campo elétrico de 60Hz

a fim de localizar regiões de maior probabilidade de ocorrência de DP. A partir das simulações deve-se estabelecer o melhor posicionamento dos sensores, além de incluirmos ruído no modelo e comparar a performance sinal-ruído para diversos tipos de sensores.

Apêndice A

Formulação bidimensional

A.1 AFDTD 2D

De [14]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K\nabla.\vec{v},\tag{A.1}$$

$$-\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \nabla p + \eta \vec{v}. \tag{A.2}$$

Considerando-se o espaço bidimensional em coordenadas retangulares, tem-se as seguintes equações escalares:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right),\tag{A.3}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \eta_x v_x \right) \tag{A.4}$$

 \mathbf{e}

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \eta_y v_y \right). \tag{A.5}$$

Utilizando a célula computacional definida pela Figura A.1, pode-se escrever (A.3), na forma discretizada por diferenças finitas da seguinte forma:



Figura A.1: Célula de Yee 2D para modelagem acústica[21].

$$\frac{p_{(i,j)}^{n+1} - p_{(i,j)}^n}{\Delta t} = -K_{(i,j)} \left[\frac{\left(v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j)}}^{n+1/2} \right)}{\Delta x} + \frac{\left(v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1)}}^{n+1/2} \right)}{\Delta y} \right].$$

Isolando-se $p_{(i,j)}^{n+1},$ tem-se a equação de atualização

$$p_{(i,j)}^{n+1} = p_{(i,j)}^n - \frac{\Delta t K_{(i,j)}}{\Delta x} \left[v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j)}}^{n+1/2} \right] - \frac{\Delta t K_{(i,j)}}{\Delta y} \left[v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1)}}^{n+1/2} \right]$$

Aplicando-se aproximações semelhantes às derivadas de (A.4) e (A.5), obtém-se respectivamente

$$v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)} v_{x_{(i,j)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)} \frac{\left[p_{(i+1,j)}^n - p_{(i,j)}^n\right]}{\Delta x}$$

е

$$v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)} v_{y_{(i,j)}}^{n-1/2} - \frac{1}{\rho\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)} \frac{\left[p_{(i,j+1)}^n - p_{(i,j)}^n\right]}{\Delta y}.$$

A.2 CPML 2D

No domínio do tempo, obtem-se

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = s_x(t) * \frac{\partial v_x}{\partial x} + s_y(t) * \frac{\partial v_y}{\partial y},\tag{A.6}$$

$$-\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} - \eta_x v_x = s_x(t) * \frac{\partial p}{\partial x}$$
(A.7)

$$-\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} - \eta_y v_y = s_y(t) * \frac{\partial p}{\partial y},\tag{A.8}$$

onde * indica convolução. Em [15] definem-se as seguintes funções no domínio de Fourier para gerar a atenuação na região absorvente:

$$\frac{1}{\bar{s}_{\ell}(f)} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_{\ell}}{\alpha_{\ell} + j\omega}}, (\ell = x, y \text{ ou } z).$$
(A.9)

Aplicando a transformada inversa de Fourier em (A.9), tem-se

$$s_{\ell}(t) = \mathbf{F}^{-1}\left(\frac{1}{\bar{s}_{\ell}(f)}\right) = \delta(t) - \sigma_{\ell} e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})t)},$$

que pode ser reescrita como

$$s_{\ell}(t) = \delta(t) + \xi_{\ell}(t), t \ge 0.$$

Dessa forma, verifica-se que (A.7), quando expandida, produz

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \xi_x(t) * \frac{\partial v_x}{\partial x} + \xi_y(t) * \frac{\partial v_y}{\partial y}.$$

Neste ponto, observa-se a necessidade de se obterem relações recursivas para convoluções, na forma

$$\psi_{v\ell} = \xi_{\ell}(t) * \frac{\partial v_{\ell}}{\partial \ell} = \int_0^t \frac{\partial v_{\ell}(t-\tau)}{\partial \ell} \xi_{\ell}(t) \mathrm{d}\tau.$$

Considerando que $\partial v_{\ell}(t-\tau)/\partial \ell$ é constante a cada passo de tempo, para o método FDTD, é fácil perceber que

$$\psi_{\nu\ell}^n \approx \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \xi_\ell(\tau) \mathrm{d}\tau, \qquad (A.10)$$

tt onde $t=n\Delta t$ e $\tau=m\Delta t$. Assim, ficamos com

$$\psi_{v\ell}^n = -\sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \int_{m\Delta t}^{(m+1)} \sigma_\ell \ e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\tau)} \mathrm{d}\tau,$$

cuja integração produz

$$\psi_{v\ell}^n = \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} \left[\frac{\sigma_\ell \ e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\tau)}}{(\sigma_\ell + \alpha_\ell)} \right]_{m\Delta t}^{(m+1)}.$$

Devido à aplicação dos limites de integração, define-se

$$S_m = e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)(m+1)\Delta t)} - e^{(-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)m\Delta t)},$$

de onde obtem-se

$$S_{m+1} = e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})(m+2)\Delta t)} - e^{(-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})(m+1)\Delta t)}$$

е

$$S_{m+1} = e^{-(\sigma_{\ell} + \alpha_{\ell})m\Delta t} S_m.$$

Dessa forma, nota-se que, para a convolução $\psi_{v\ell}^n,$ tem-se que

$$\psi_{v\ell}^n = \frac{\sigma_\ell}{(\sigma_\ell + \alpha_\ell)} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial v_\ell(n-m)}{\partial \ell} S_m.$$
(A.11)

Aplicando-se a recursividade de S_m em (A.11), chega-se a

$$\psi_{v\ell}^n = \frac{\sigma_\ell}{(\sigma_\ell + \alpha_\ell)} \frac{\partial v_\ell^n}{\partial \ell} S_0 + e^{-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\Delta t} \psi_{v\ell}^{n-1}$$
(A.12)

е

$$S_0 = \left(e^{-(\sigma_\ell + \alpha_\ell)\Delta t}\right) - 1. \tag{A.13}$$

Partindo de (A.6), podemos escrever

$$-\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \psi_{v_x}^n + \psi_{v_y}^n$$

da qual, aplicando-se diferenças finitas, verifica-se que

$$p_{(i,j)}^{n+1} = p_{(i,j)}^n - K\Delta t + \left[\frac{v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{x_{(i-1,j)}}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} - v_{y_{(i,j-1)}}^{n+1/2}}{\Delta y} + \psi_{v_x}{}_{(i,j)}^n + \psi_{v_y}{}_{(i,j)}^n\right].$$

Para a componente v_x em (A.7), obtemos de forma análoga a equação de atualização

$$v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} + \frac{\eta_x}{2}\right)}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)} v_{x_{(i,j)}}^{n+1/2} + \frac{1}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_x}{2}\right)} \left(\frac{p_{(i+1,j)}^n - p_{(i,j)}^n}{\Delta x} + \psi_{px_{(i,j)}}^n\right).$$

De forma similar, a partir de (A.8) pode-se escrever

$$v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} = \frac{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} + \frac{\eta_y}{2}\right)}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)} v_{y_{(i,j)}}^{n+1/2} + \frac{1}{\left(\frac{-\rho}{\Delta t} - \frac{\eta_y}{2}\right)} \left(\frac{p_{(i,j+1)}^n - p_{(i,j)}^n}{\Delta y} + \psi_{py_{(i,j)}}^n\right).$$

Notar que as convoluções em (A.14)-(A.14) são calculadas utilizando (A.12) e (A.13). Por fim, ressalta-se que [32]

$$\sigma_x^{max} = \frac{3c \log_{10} \left(n_c^3 \right)}{2\Delta x} \tag{A.14}$$

е

$$\sigma_y^{max} = \frac{3c \log_{10}\left(n_c^3\right)}{2\Delta y},\tag{A.15}$$

onde n_c é o número de camadas da CPML, c é a velocidade de propagação do sinal acústico no meio truncado e α_{ℓ} deve ser uma constante real positiva. As funções σ_{ℓ} devem aumentar gradativamente a partir da fronteira entre a CPML e o material a ser truncado. Neste trabalho, foram usadas as funções polinomiais

$$\sigma_x(x) = \frac{\sigma_x^{max} x^2}{\Delta x \ n_c} \tag{A.16}$$

е

$$\sigma_y(y) = \frac{\sigma_y^{max} y^2}{\Delta y \ n_c}.\tag{A.17}$$

Note que $x \in y$ referem-se às posições físicas da pressão e das componentes da velocidade na célula de Yee na CPML (FiguraA.1).

Para medir a eficiência da CPML, foi calculado o nível do sinal refletido para a região de análise devido à truncagem do domínio computacional. A eficiência é associada ao inverso do erro

$$Erro_{\rm dB} = 20\log_{10} \frac{|p_{(i_r,j_r)}(t) - \bar{p}_{(i_r,j_r)}(t)|}{|\bar{p}_{(i_r,j_r)}(t)|},\tag{A.18}$$

onde (i_r, j_r) é o ponto na malha FDTD usado para o cálculo do erro, \bar{p} é um sinal de referência de pressão obtido em um grande domínio de análise (sem CPML e, portanto, sem reflexões) e p é o sinal de pressão obtido no espaço truncado por CPML.



Figura A.2: Erro de reflexão para 10 células e 15 células de CPML.

A Figura A.2, mostra o erro de reflexão obtido neste trabalho, sendo que o gráfico em vermelho refere-se a simulação feita com 10 camadas de CPML. Entretanto, um melhor resultado foi obtido utilizando-se 15 camadas e 20% do valor de sigma máximo descrito em [32]. Observe que o nível de reflexão da onda, para esse segundo caso, fica sempre abaixo de -80dB.

Apêndice B

Publicações

Neste Apêndice encontram-se publicações com resultados relevantes geradas.

1. ARAÚJO, J. W. O. ; FARIAS, R. G. ; OLIVEIRA, R. M. S. "Detecção e localização de descargas parciais em transformadores de potência utilizando sinais acústicos transitórios e o método GPS". In: MOMAG, 2014, Curitiba. 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, 2014. v. I. p. 1068-1073.

Apresentado na sessão técnica ST.20-3 de Métodos numéricos e otimização.

Referências Bibliográficas

- K. F. Sacha M. Markalous, Stefan Tenbohlen, "New robust non-iterative algorithms for acoustic pd-localization in oil/paper-insulated transformers," 14th International Symposium on High Voltage Engineering (ISH), 2005.
- [2] E. Lemke, "A critical review of partial-discharge models," *Electrical Insulation Magazine*, *IEEE*, vol. 28, no. 6, pp. 11–16, Nov 2012.
- [3] S. Markalous, S. Tenbohlen, and K. Feser, "Detection and location of partial discharges in power transformers using acoustic and electromagnetic signals," *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 15, no. 6, pp. 1576–1583, December 2008.
- [4] L. Lundgaard, "Partial discharge. xiii. acoustic partial discharge detectionfundamental considerations," *Electrical Insulation Magazine*, *IEEE*, vol. 8, no. 4, pp. 25–31, July 1992.
- [5] C. H. B. Azevedo, "Metodologia para eficácia da detecção de descargas parciais por emissão acústica como técnica preditiva de manuntenção em transformadores de potência imersos em óleo isolante," Master's thesis, Universidade Federal de Goiás -Escola de Enegenharia Elétrica e de Computação, 2009.
- [6] R. Hooshmand, M. Parastegari, and M. Yazdanpanah, "Simultaneous location of two partial discharge sources in power transformers based on acoustic emission using
the modified binary partial swarm optimisation algorithm," *Science, Measurement Technology, IET*, vol. 7, no. 2, pp. 112–118, March 2013.

- [7] D. Wotzka, "Mathematical model and regression analysis of acoustic emission signals generated by partial discharges," *Applied and Computational Mathematics*, vol. 3, no. 5, pp. 225–230, 2014.
- [8] I. Bua-Nunez, J. Posada-Roman, J. Rubio-Serrano, and J. Garcia-Souto, "Instrumentation system for location of partial discharges using acoustic detection with piezoelectric transducers and optical fiber sensors," *Instrumentation and Measurement*, *IEEE Transactions on*, vol. 63, no. 5, pp. 1002–1013, May 2014.
- [9] A. Akumu, F. Adachi, N. Kawaguchi, R. Ozaki, H. Ihori, M. Fujii, and K. Arii, "A 3-d numerical simulation of partial discharge acoustic wave propagation in a model transformer," in *Electrical Insulation*, 2002. Conference Record of the 2002 IEEE International Symposium on, Apr 2002, pp. 183–186.
- [10] H. Nagamani, T. Shanker, V. Vaidhyanathan, and S. Neelakantan, "Acoustic emission technique for detection and location of simulated defects in power transformers," in *Power Tech, 2005 IEEE Russia*, June 2005, pp. 1–7.
- [11] S. Ashraf, B. Stewart, C. Zhou, and J. Jahabar, "Modelling of acoustic signals from partial discharge activity," in GCC Conference (GCC), 2006 IEEE, March 2006, pp. 1–5.
- [12] M. Kozako, K. Yamada, A. Morita, S. Ohtsuka, M. Hikita, K. Kashine, I. Nakamura, and H. Koide, "Fundamental study on partial discharge induced acoustic wave propagation in simulated transformer composite insulation system," in *Properties and Applications of Dielectric Materials, 2009. ICPADM 2009. IEEE 9th International Conference on the*, July 2009, pp. 477–480.

- [13] M. Kozako, H. Murayama, M. Hikita, K. Kashine, I. Nakamura, and H. Koide, "New partial discharge location method in power transformer based on acoustic wave propagation characteristics using numerical simulation," in *Condition Monitoring* and Diagnosis (CMD), 2012 International Conference on, Sept 2012, pp. 854–857.
- [14] E. N. T. Y. T. Takenobu, "Estimated echo pulse from obstacle calculated by fdtd for aero ultrasonic sensor," *Journal Applied Physics, Japan*, vol. 39, 2002.
- [15] J. A. Roden and S. D. Gedney, "Convolution pml (cpml): An efficient fdtd implementation of the cfs-pml for arbitrary media," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 27, no. 5, pp. 334–339, 2000.
- [16] J. L. Awange and E. W. Grafarend, "Algebraic solution of gps pseudo-ranging equations," vol. 5, no. 4, pp. 20–32, 2002.
- [17] N. Shirdel, A. Akbari, H. Mirzaei, and M. Abrishamian, "Three-dimensional simulation of uhf signal propagation in transformer using fdtd method," in *Power Engine*ering, Energy and Electrical Drives (POWERENG), 2011 International Conference on, May 2011, pp. 1–6.
- [18] M. Zanjani, A. Akbari, H. Mirzaei, N. Shirdel, E. Gockenbach, and H. Borsi, "Investigating partial discharge uhf electromagnetic waves propagation in transformers using fdtd technique and 3d simulation," in *Condition Monitoring and Diagnosis* (CMD), 2012 International Conference on, Sept 2012, pp. 497–500.
- [19] H. Karami, M. Hejazi, M. Naderi, G. Gharehpetian, and S. Mortazavian, "Threedimensional simulation of pd source allocation through tdoa method," in *Thermal Power Plants (CTPP)*, 2012 4th Conference on, Dec 2012, pp. 1–4.
- [20] D. S. Jones, Acoustic and Electromagnetic Waves, ser. Oxford Science Publications. New York: The Clarendon Press Oxford University Press, 1986.

- [21] J. Virieux, "P-sv wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finitedifference method," *Geophysics*, vol. 51, no. 4, pp. 889–901, 1986.
- [22] X. Yuan, D. Borup, J. Wiskin, M. Berggren, R. Eidens, and S. Johnson, "Formulation and validation of berenger's pml absorbing boundary for the fdtd simulation of acoustic scattering," *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 4, pp. 816–822, July 1997.
- [23] E. N. T. Y. T. Takenobu, "Analysis of acoustic characteristics of aero ultrasonic sensor calculated by 3d-fdtd," *Forum Acusticum, Budapest*, vol. 1, pp. 2799–2803, 2005.
- [24] A. Taflove and S. C. Hagness, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method. 3rd ed. Norwood, MA: Artech House, 2005.
- [25] T. Sterling, D. J. Becker, D. Savarese, J. E. Dorband, U. A. Ranawake, and C. V. Packer, "Beowulf: A parallel workstation for scientific computation," In Proceedings of the 24th International Conference on Parallel Processing, pp. 11–14, 1995.
- [26] J. M. G. Rocha, "Cluster beowulf: aspectos de projeto e implementação," Master's thesis, UFPA/PPGEE - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2003.
- [27] R. M. e. S. d. Oliveira, "Estudo tridimensional da propagação eletromagnética em canais outdoor através do método de implementação b-fdtd com processamento paralelo," Master's thesis, UFPA/PPGEE - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, 2004.
- [28] W. C. Chew and W. H. Weedon, "A 3d perfectly matched medium from modified maxwell's equations with stretched coordinates," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 7, no. 13, pp. 599–604, 1994.

- [29] Q.-H. Liu and J. Tao, "The perfectly matched layer for acoustic waves in absorptive media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, no. 4, pp. 2072– 2082, 1997.
- [30] P. J. E. Becache, S. Fauqueux, "Stability of perfectly matched layers, group velocities and anisotropic waves," *Journal of Computational Physics*, vol. 188, no. 2, pp. 399– 433, 2003.
- [31] Y. Li and O. Bou Matar, "Convolutional perfectly matched layer for elastic secondorder wave equation," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, pp. 1318–1327, 2010.
- [32] F. Collino and C. Tsogka, "Application of the perfectly matched absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media," *GEOPHYSICS*, vol. 66, no. 1, pp. 294–307, 2001.
- [33] C. Wagner and J. Young, "Fdtd numerical tests of the convolutional pml at extremely low frequencies," Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE, vol. 8, pp. 1398–1401, 2009.
- [34] P. Kundu, N. K. Kishore, and A. Sinha, "Simulation and analysis of acoustic wave propagation due to partial discharge activity," in *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2006 IEEE Conference on*, Oct 2006, pp. 607–610.
- [35] T. Boczar, A. Cicho, and S. Borucki, "Diagnostic expert system of transformer insulation systems using the acoustic emission method," *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 2, pp. 854–865, April 2014.
- [36] N. Rodrigues, R. de Oliveira, L. Carvalho, and J. de Almeida, "A method based on high frequency electromagnetic transients for fault location on grounding grids," in *Microwave Optoelectronics Conference (IMOC)*, 2013 SBMO/IEEE MTT-S International, Aug 2013, pp. 1–5.