



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DO EFEITO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES NOS CRITÉRIOS
NORMATIVOS DE DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE
CONCRETO ARMADO**

ENG.º CIVIL ODILSON DA SILVA DE PAIVA

Belém
2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DO EFEITO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES NOS CRITÉRIOS
NORMATIVOS DE DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE
CONCRETO ARMADO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará
como parte dos requisitos para obtenção do grau Mestre.

Orientador: Prof. Dr. DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA

Belém
2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE DO EFEITO DA RETANGULARIDADE DOS PILARES NOS CRITÉRIOS
NORMATIVOS DE DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE
CONCRETO ARMADO**

APROVADO POR:

Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, D. Sc. (UFPA).
(Orientador)

Maurício de Pina Ferreira, D. Sc. (UFPA).
(Examinador Interno)

Bernardo Nunes de Moraes Neto, D. Sc. (UNB).
(Examinador Externo)

Belém/PA, de de 2013.

FICHA CATALOGRÁFICA

PAIVA, ODILSON DA SILVA DE

Análise do Efeito da Retangularidade dos Pilares nos Critérios Normativos de Dimensionamento à Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado. Belém, Pará, 2013

Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Pará. Instituto de Tecnologia. Faculdade de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

À Jesus Cristo, o DEUS vivo e Senhor da vida

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais que sempre me deram apoio e incentivo para continuar buscando conhecimento, a minha esposa e filha, que me deram animo para concluir mais esta etapa de nossas vidas.

Aos professores Dênio de Oliveira e Maurício Ferreira, pela orientação, paciência e advertências, que contribuíram muito na busca pelo aperfeiçoamento, qualidade e êxito deste trabalho. Ao professor Bernardo Neto pelo apoio, contribuição e incentivo.

Agradeço também aos meus amigos e todos que direta ou indiretamente contribuíram para mais essa realização profissional em minha vida. Todos vocês fazem parte desta vitória.

RESUMO

PAIVA, O. S. (2013). *Análise do Efeito da Retangularidade dos Pilares nos Critérios Normativos de Dimensionamento à Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado*. Belém. M.Sc. Dissertação – Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Brasil.

O sistema com lajes lisas que não dependem de vigamento apresenta sua resistência limitada pela resistência à punção, visto que a região da ligação laje-pilar é crítica devido às cargas concentradas em torno dos pilares. A geometria dos pilares é um dos fatores de influência na distribuição de tensões da região de ligação laje-pilar afetando por sua vez no dimensionamento à punção de lajes lisas.

Neste estudo foi realizada uma profunda coleta de dados que visa reunir em um único trabalho a maior quantidade possível de lajes englobando os maiores nomes no estudo de punção, nacionais e internacionais, apresentando um total de 131 lajes.

Foi feita uma comparação entre os principais códigos normativos usados atualmente, Eurocode 2 (2004), NBR 6118 (2007), ACI 318 (2008) e CEB-FIP (2010). Os resultados experimentais foram confrontados com os obtidos teoricamente levando em consideração os efeitos do índice de retangularidade em lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento verificando a adequação, confiabilidade de cada recomendação, analisando as particularidades das regras e diretrizes de cada critério normativo.

Palavras chave: *Punção, Concreto Armado, Laje lisa, Retangularidade.*

ABSTRACT

PAIVA, O. S. (2013). *Analysis of the Effect of rectangularity rate of the Columns in Normative Criteria for Sizing Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs*. Belém M.Sc. Dissertation - Masters Degree Program in Civil Engineering, Institute of Technology, Federal University of Pará, Brazil.

The system with flat slabs that do not depend on framework of beam has limited resistance by the resistance to punching shear, since the region of the slab-column is critical due to concentrated loads around the columns. The geometry of the columns is one of the factors influencing the distribution of stresses in the region of slab-column connection affecting turn in sizing the punching shear in the flat slabs.

In this study we performed a thorough data collection that aims to collect into a single job the greatest possible amount of slabs covering the biggest names in the study of national and international punch, featuring a total of 131 slabs.

A comparison was made between the main normative codes currently used Eurocode 2 (2004), NBR 6118 (2007), ACI 318 (2008) and CEB-FIP (2010). The experimental results were compared with those obtained theoretically taking into account the effects of rectangularidade rate index in flat slabs of reinforced concrete, without punching shear reinforcement checking the adequacy, trustworthiness of each recommendation, analyzing the particularities of the rules and guidelines of each normative criterion.

Keywords: *Punching, Reinforce concrete, Flat slab, Rectangularity.*

SUMÁRIO

CAPÍTULO	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Objetivo.....	4
1.3. Justificativas	4
1.4. Metodologia	5
1.5. Descrição Resumida da Dissertação.....	5
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1. DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO.....	7
2.1.1.1. Kinnunen e Nylander (1960)	7
2.1.1.2. Muttoni (2008)	9
2.1.2. Recomendações Normativas.	11
2.1.2.1. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Norma Brasileira - NBR 6118 (2007).....	11
2.1.2.2. ACI 318, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. ACI 318 (2008).	13
2.1.2.3. EUROCODE 2 (2004).....	14
2.1.2.4. CEB-FIP MODEL CODE 2010 – FINAL DRAFT	15
2.2. TRABALHOS REALIZADOS	18
2.2.1. Hawkins <i>et al.</i> (1971).....	18
2.2.2. Teng <i>et al.</i> (2000)	21
2.2.3. Oliveira (2003)	23
2.2.3.1. Fatores de flexão (λ)	25
2.2.3.2. Análise Numérica.....	26
2.2.4. Vilhena <i>et al.</i> (2006)	28
2.2.5. Carvalho (2006).....	30

2.2.6. Mouro (2006).....	32
2.2.7. Damasceno (2007)	34
2.2.8. Moraes Neto (2007)	36
3. ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA	38
4. CONCLUSÃO	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 - Propriedades das lajes ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971).....	19
Tabela 2. 2 – Resultados Experimentais obtidos por Hawkins <i>et al.</i> (1971).....	19
Tabela 2. 3 - Lajes ensaiadas por Teng <i>et al.</i> (2000) <i>apud</i> Oliveira (2003).....	21
Tabela 2. 4 - Características das lajes ensaiadas por Oliveira (2003).	25
Tabela 2. 5 - Características das lajes ensaiadas por Vilhena <i>et al.</i> (2006).....	29
Tabela 2. 6 - Resultados das lajes ensaiadas por Carvalho (2006).....	31
Tabela 2. 7 - Características das lajes ensaiadas por Mouro (2006).....	32
Tabela 2. 8 - Características das lajes de Damasceno (2007).....	36
Tabela 2. 9- Características das lajes Moraes Neto (2007).	37
Tabela 3. 1 – Adaptação do critério de Collins (2001) - DPC.....	38
Tabela 3. 2 – Classificação dos grupos.	39
Tabela 3. 3 - Características das lajes obtidas na literatura.	40
Tabela 3. 4 – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.	45
Tabela 3. 5 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos.....	50
Tabela 3. 6 – Classificação segundo o critério de Collins (2001).	56
Tabela 3. 7 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos e classificação segundo o critério de Collins (2001) – MC10 II para valores médios.	59
Tabela 3. 8 – Avaliação das lajes por grupo.....	60
Tabela 3. 9. – Avaliação das lajes de Oliveira (2003).....	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1 - Ruptura por punção em garagem comercial, utilizando lajes lisas, Christchurch, Nova Zelândia.....	1
Figura 2. 1 – Modelo de Kinnunen e Nylander (1960) <i>apud</i> Moraes Neto (2013).....	8
Figura 2. 2 – Particularidades do modelo de Kinnunen e Nylander (1960) <i>apud</i> Moraes Neto (2013).	8
Figura 2. 3 - Representação da TFCC no instante da ruína.	9
Figura 2. 4 - Representação gráfica para determinar a carga de ruptura por punção.	10
Figura 2. 5 - Perímetro crítico em pilares internos da NBR 6118 (2007).	12
Figura 2. 6 - Perímetro crítico em pilares internos do ACI 318 (2008).	13
Figura 2. 7 - Perímetros de Controle Eurocode 2 (2004).	14
Figura 2. 8 - Perímetros de Controle considerados no CEB-FIP (2010).....	15
Figura 2. 9 – Altura efetiva da laje - CEB-FIP (2010).	15
Figura 2. 10 - Dimensão e padrão de carregamento das lajes unidirecionais ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971).	20
Figura 2. 11 - Característica das lajes ensaiadas por Teng <i>et al.</i> (2000) <i>apud</i> Oliveira (2003).22	
Figura 2. 12 - Lajes ensaiadas por Teng <i>et al.</i> (2000).	23
Figura 2. 13 - Posição do carregamento nas lajes ensaiadas por Oliveira (2003).	24
Figura 2. 14 - Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares e o fator de flexão (λ).	26
Figura 2. 15 - Forças cortantes máximas na laje L1c (Oliveira 2003)	27
Figura 2. 16 - Forças cortantes máximas na laje L3c (Oliveira 2003)	27
Figura 2. 17 - Forças cortantes máximas na laje L5c (Oliveira 2003)	28
Figura 2. 18 - Modelo das lajes de Vilhena <i>et al.</i> (2006).	30

Figura 2. 19 - Modelo das lajes de Carvalho (2006).	31
Figura 2. 20 - Modelo das lajes e sistema de ensaio de Mouro (2006).	33
Figura 2. 21 – Influência da variação dos lados do pilar na carga de ruptura (Mouro 2006)...	33
Figura 2. 22 – Influência da variação da relação $C_{máx}/C_{mín}$ na variação das cargas últimas das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ($\rho_x \approx 0,29\%$) (Damasceno 2007).	35
Figura 2. 23 - Modelo das lajes de Damasceno (2007).	35
Figura 2. 24 - Modelo das lajes de Moraes Neto (2007).	37
Figura 3. 1 – Precisão ACI 318 (2008).	52
Figura 3. 2 – Precisão Eurocode 2 (2004).	52
Figura 3. 3– Precisão NBR 6118 (2007).	53
Figura 3. 4 – Precisão NBR 6118 + λ (2007).	53
Figura 3. 5 – Precisão MC10 I.	54
Figura 3. 6 – Precisão MC10 II.	55
Figura 3. 7 – Precisão MC10 II+ λ	55
Figura 3. 8 – Tendência dos resultados estimados pela ACI (2008).	57
Figura 3. 9 – Tendência dos resultados estimados pela Eurocode 2 (2004).	57
Figura 3. 10 – Tendência dos resultados estimados pela NBR 6118 (2007).	57
Figura 3. 11 – Tendência dos resultados estimados pela NBR 6118 + λ	58
Figura 3. 12 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 I.	58
Figura 3. 13 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 II.	58
Figura 3. 14 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 II + λ	59
Figura 3. 15 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1a de Oliveira (2003).	62

Figura 3. 16 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1b de Oliveira (2003).	62
Figura 3. 17 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1c de Oliveira (2003).	62
Figura 3. 18 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2a de Oliveira (2003).	63
Figura 3. 19 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2b de Oliveira (2003).	63
Figura 3. 20 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2c de Oliveira (2003).	63
Figura 3. 21 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3a de Oliveira (2003).	64
Figura 3. 22 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3b de Oliveira (2003).	64
Figura 3. 23 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3c de Oliveira (2003).	64
Figura 3. 24 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4a de Oliveira (2003).	65
Figura 3. 25 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4b de Oliveira (2003).	65
Figura 3. 26 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4c de Oliveira (2003).	65
Figura 3. 27 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5a de Oliveira (2003).	66
Figura 3. 28 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5b de Oliveira (2003).	66

Figura 3. 29 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5c de Oliveira (2003).

..... 66

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo

A_{sw}	Área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento
C'	É o perímetro do contorno crítico
$C_{máx}$	Maior lado de um pilar retangular
C_{min}	Menor lado de um pilar retangular
$E_{s,w}$	Módulo de elasticidade do aço da armadura de cisalhamento
E_{sf}	Módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada
P_{Flex}	Resistência á flexão calculada através da teoria das linhas de ruptura
P_u	É a resistência nominal ao cisalhamento
V_1	Carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);
V_2	Carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);
V_3	Carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);
V_4	Carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);
V_5	Carga de resistência estimada pela MC10 I;
V_6	Carga de resistência estimada pela MC10 II;
V_7	Carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);
V_E	É o esforço cortante solicitante na seção considerada
V_{Exp}	É o valor de ruptura obtido experimentalmente
V_{RS}	É a parcela de resistência atribuída à armadura de cisalhamento
b_o	é o perímetro crítico em mm
b_w	Largura mínima da seção ao longo da altura útil d
d_g	É o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje
d_{gmax}	É o diâmetro máximo admitido pela MC10

d_{gmim}	É o diâmetro mínimo admitido pela MC10
d_{go}	É o diâmetro de referência do agregado admitido como 16 mm
d_v	Altura útil reduzida ou efetiva
d_x e d_y	Alturas úteis nas duas direções ortogonais
f'_c	É a resistência à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{cta,inf}$	Resistência característica à tração do concreto com o valor inferior
f_{cta}	Resistência de cálculo do concreto à tração
f_{sd}	É a força ou a reação concentrada
f_{sw}	É a tensão em cada camada de armadura, sendo uma função dos detalhes da armadura cisalhamento e dos deslocamentos verticais
f_{ysf}	Tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada
f_{ysw}	É a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento
r_s	Distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos
u_1	É o comprimento do perímetro de controle
u_{out}	É o perímetro da superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento
α_s	É uma constante que assume valor igual a 40 para o caso de pilares internos
β_c	É a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar
δ_v	São os deslocamentos verticais
ρ_x e ρ_y	São as Taxas de armadura nas duas direções ortogonais
τ_{Rd}	Tensão de cisalhamento resistente limite de cálculo
τ_b	Tensão do cisalhamento
d	É a altura útil da laje
V	É o esforço cortante solicitante na seção considerada
ψ	É a rotação da laje

r	Índice de retangularidade do pilar
ξ	É o efeito de tamanho (<i>Size-effect</i>)
ρ	Taxa média de armadura de flexão tracionada
ϕ	É o diâmetro da barra de armadura

1. INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Iniciais

Juntamente com a evolução da construção civil tornou-se cada vez mais frequente a utilização de estruturas inovadoras. No ramo das estruturas, as lajes lisas que não dependem dos vigamentos, promovem uma economia considerável dos recursos, promovendo redução de mão de obra e consumo materiais, além de atribuírem maior flexibilidade ao layout dos pavimentos e diminuição da altura da edificação. No entanto no sistema de lajes lisas seu estado limite último é determinado pelo cisalhamento nas vizinhanças da ligação laje-pilar influenciando no fenômeno da punção. A Punção é uma forma de ruptura brusca por cisalhamento na ligação laje-pilar que pode gerar o colapso da estrutura.

Oliveira (1998) cita o prédio da *Prest-o-Lite em Indianápolis* (1911) como primeiro caso de incidente ocorrido por punção que se tem notícia, no qual houve ruptura por punção, com as lajes se desligando totalmente dos pilares e caindo ao chão, causando várias mortes. *Reid Middleton* (2011) relata outro colapso envolvendo o fenômeno da punção ocorrido no desabamento de 4 andares em uma garagem, estimulado por um grande terremoto, na cidade de Christchurch, Nova Zelândia, no dia 22 de Fevereiro 2011 (Figura 1.1)



Figura 1. 1 - Ruptura por punção em garagem comercial, utilizando lajes lisas, Christchurch, Nova Zelândia.

Acompanhando o surgimento de inovações construtivas que levam a estruturas e modelos arquitetônicos mais ousados é necessário também o aperfeiçoamento nos cálculos estruturais.

Hoje os métodos de cálculo permitem adquirir excelentes resultados na análise das estruturas, aumentando a capacidade de dimensionamento (calculando a resistência última para suportar os esforços solicitantes) e até mesmo a geração de modelos numéricos que preveem com grande precisão o comportamento dessas estruturas.

A necessidade de economia e viabilização de projetos e estruturas mais complexas tem levado os engenheiros a buscar novas soluções no âmbito das análises estruturais. No caso de punção em lajes lisas as recomendações normativas definem sua capacidade resistente em termos de uma capacidade nominal de cisalhamento dado em um perímetro crítico a certa distância do perímetro do pilar. No entanto um conjunto de parâmetros são levados em consideração em sua capacidade resistente. Entre eles destacam-se resistência à compressão do concreto, taxa de armadura, altura útil da laje, etc.

Ferreira (2010) afirma que a influência da geometria e dimensões do pilar também é um dos parâmetros que afetam a resistência de uma laje, pois determinam a forma como as tensões se distribuem na ligação laje-pilar. Forssell e Holmberg (1946) e Elstner e Hognestad (1956) estudaram preliminarmente a questão do funcionamento em lajes com pilares de seção transversal retangular. Vanderbilt (1972) ensaiou lajes apoiadas em pilares de seção circular e quadrada e observou concentrações de tensões consideráveis em regiões próximas dos cantos em pilares quadrados, enquanto que em pilares circulares foram praticamente uniformes. Justificando assim o motivo das lajes com pilares quadrados terem apresentado menor resistência que as lajes com pilares de seção circular.

Hawkins *et al.* (1971) variou o índice de retangularidade, relação entre o maior e o menor lado do pilar ($C_{máx}/C_{min}$), de 2,0 a 4,33 e concluiu que se ela for maior que dois, a tensão nominal de cisalhamento diminui com o aumento do índice de retangularidade.

Oliveira (2003) analisou quinze lajes lisas de concreto armado, com objetivo de investigar a influência do índice de retangularidade do pilar, que variou de 1 a 5 e propôs para o tratamento de pilares retangulares considerar o comportamento das lajes à flexão levando em conta a orientação dos pilares para correção das estimativas fornecidas pela norma CEB FIP (1990). Uma vez que as tensões cisalhantes em torno da ligação laje-pilar dependem das condições de contorno da laje e tais tensões se intensificam nas regiões da laje em torno das menores dimensões do pilar. Tal comportamento deve-se ao fenômeno de polarização das forças cortantes, que durante o alongamento dos pilares diminui as solicitações ao longo dos maiores

lados dos pilares, e em contrapartida as apresenta maior concentração de esforços cortantes nas extremidades.

A abordagem desta pesquisa gira em torno das lajes lisas uma vez que será estudada a estimativa de ruptura por punção das mesmas, avaliando as recomendações das normas NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2008) e o CEB-FIP (2010).

Apesar do progresso das pesquisas e do aperfeiçoamento dos critérios normativos, atentou-se ao fato de que enquanto que a ACI 318 (2008) leva em consideração o efeito das dimensões dos pilares, a norma brasileira NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004) e CEB-FIP (2010) não fazem referência ou estabelece parâmetros quanto à influência da retangularidade da seção transversal dos pilares na resistência ao puncionamento.

1.2. Objetivo

A presente pesquisa busca analisar comparativamente os critérios normativos de dimensionamento à punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento apoiadas simetricamente avaliando o efeito da retangularidade dos pilares aplicado às recomendações normativas. Utilizando pesquisas nacionais e internacionais que compõem um banco de dados. Tendo como referência as recomendações normativas usuais do sistema de lajes lisas de concreto armado, notadamente utilizado no Brasil e no exterior, NBR 6118, Eurocode 2, e ACI 318 e CEB-FIP 2010.

Serão usadas lajes que foram ensaiadas por pesquisadores nacionais e internacionais da área de estruturas e que publicaram trabalhos relacionados a estudos de punção e outros estudos relacionados às lajes. Os critérios de dimensionamento aos esforços transversais de punção, segundo a NBR 6118 (2007), ACI 318 (2008), Eurocode 2 (2004) e CEB-FIP (2010), serão comparados aos resultados desses ensaios, de modo a verificar sua adequação e confiabilidade.

1.3. Justificativas

Levando em conta a aplicação de modelos físicos e empíricos mais fiéis aos sistemas reais e considerando as particularidades das regras e diretrizes de cada critério normativo, torna-se necessário uma análise de suas aplicações examinando a geometria dos pilares, as condições de contorno das lajes e suas influências.

Observando o efeito da retangularidade dos pilares, visto que o mesmo favorece o fenômeno da polarização das forças cortantes (concentração de tensões nas extremidades do pilar) e neste caso o ganho de resistência não acompanha de forma diretamente proporcional ao aumento do perímetro dos pilares.

Este estudo se concentrará na avaliação dos resultados normativos onde será feita uma comparação entre as recomendações normativas quanto ao efeito do índice de retangularidade na seção transversal dos pilares verificando a adequação e confiabilidade de cada recomendação.

Entre as diferenças das normas adotadas destaca-se o fato de que a nova versão do Model Code 2010 prediz suas provisões baseadas em modelos físicos (fundamentado no equilíbrio entre as ações aplicadas e os esforços internos). Visto que a maioria das formulações adotadas é de cunho empírico também justifica este trabalho.

1.4. Metodologia

Será feito inicialmente um levantamento das diretrizes relacionadas às principais recomendações normativas de concreto com o objetivo de termos um embasamento teórico do que será apresentado nesse estudo. A seguir é feita uma coleta dos resultados dos ensaios de lajes, que compõem o banco de dados.

A pesquisa envolve um universo diversificado de lajes, com características diferentes entre si considerando os estados de rupturas (unidirecionais e bidirecionais), dimensões da laje (quadradas e retangulares), geometria dos pilares (pilares quadrados e retangulares variando índice de retangularidade e sua orientação), além de outros parâmetros.

No final deste estudo apresenta-se uma análise comparativa dos resultados entre as normas, além de analisar o efeito da retangularidade da seção transversal dos pilares na resistência ao puncionamento, aplicando na NBR 6118 (2007) e CEB-FIP (2010) o tratamento de pilares retangulares desenvolvido por Oliveira (2003), considerando o comportamento das lajes à flexão.

Os resultados dessa análise serão apresentados através de planilhas e gráficos de comparações entre as recomendações. Além de avaliar cada método a partir de um escala de demérito desenvolvida por Collins (2001) - *Demerit Points Classification – DPC*.

1.5. Descrição Resumida da Dissertação

A presente dissertação se desenvolve em quatro capítulos. Este primeiro capítulo apresenta uma introdução referente aos termos e conceitos abordados no estudo, englobando ainda a justificativa, objetivo do trabalho e metodologia.

No *Capítulo 2* São descritos sucintamente os critérios de dimensionamento à punção de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, com referência às normas NBR 6118 (2007), ACI 318 (2008), Eurocode 2 (2004), e CEB-FIP (2010) analisando seus respectivos conceitos, abordagens, limitações e empregos. Também são apresentados alguns modelos teóricos e trabalhos realizados com a finalidade de investigar a influência dos pilares retangulares em lajes lisas.

No *Capítulo 3*, É apresentado um banco de dados, com as principais características dos ensaios de inúmeras lajes lisas ensaiadas e suas cargas de ruptura à punção correspondentes. Nesse capítulo descrevem-se também os estudos comparativos dos resultados experimentais com as

recomendações em questão, abordando enfaticamente os aspectos de segurança e precisão valendo-se do critério proposto por Collins (2001) - *Demerit Points Classification – DPC*. São realizadas, ainda, análises para avaliar a influência da retangularidade dos pilares apresentando a aplicação da proposta sugerida por Oliveira (2003) no CEB-FIP (2010) e NBR 6118 (2007).

Para finalizar, o *Capítulo 4* apresenta as conclusões do estudo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO

2.1.1. Modelos Teóricos

Com o intuito de compreender os pressupostos teóricos do CEB-FIP (2010) fundamentado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Foi levantada uma pesquisa bibliográfica de alguns modelos teóricos. Os modelos são expostos neste capítulo, no entanto não são aprofundados e/ou aplicados uma vez que o trabalho se detém apenas a avaliar as recomendações normativas. Desta maneira sua comparação não se enquadra nos objetivos desta dissertação.

2.1.1.1. Kinnunen e Nylander (1960)

Kinnunen e Nylander (1960) apresentaram um modelo mecânico de ruptura por punção de lajes lisas de concreto armado baseada no ensaio de 61 lajes circulares, apoiadas em pilares centrais circulares. A mesma se apoia no princípio de que a distribuição dos momentos é axissimétrica em relação ao pilar. A ideia básica do modelo é estabelecer o equilíbrio das forças que atuam em um elemento fissurado da laje, conforme mostram as Figuras 2.1 e 2.2.

A porção fissurada é delimitada pelas fissuras radiais em sua lateral, enquanto que a região frontal e inclinada é formada pela fissura tangencial. Nesse modelo, os segmentos de laje são tratados como corpos rígidos supostamente apoiados em uma casca cônica imaginária confinada entre o pilar e a fissura de cisalhamento. A carga de ruína é determinada pelo equilíbrio entre esforços internos e carregamentos externos.

A teoria é formulada para lajes com armaduras radiais e tangenciais, porém, a mesma foi expandida para as lajes armadas por malhas ortogonais pela introdução de um fator de correção $\kappa = 1,1$. Para prescrever a carga última da laje, é realizada uma iteração sobre o valor da zona comprimida do concreto, k_x , até que as equações 2.1 e 2.2 se igualem.

$$V_{U,C} = \kappa \cdot \pi \cdot \eta \cdot d^2 \cdot k_x \cdot \frac{1 + \frac{2 \cdot k_x}{\eta}}{1 + \frac{k_x}{\eta}} \cdot \sigma_{cu} \cdot f(\alpha) \quad \text{(Equação 2.1)}$$

$$V_{U,S} = \kappa \cdot 4 \cdot \pi \cdot \rho \cdot f_y \cdot d \cdot r_f \cdot \left[1 + \ln \left(\frac{\delta \cdot d}{2r_u} \right) \right] \cdot \frac{1 - \frac{k_x}{3}}{\delta - \eta} \quad \text{(Equação 2.2)}$$

Onde:

$$\eta = \frac{c_2}{d}$$

$$f(\alpha) = \frac{\tan \alpha \cdot (1 - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\delta = \frac{l_{slab}}{d}$$

O ângulo α descreve a inclinação da superfície cônica.

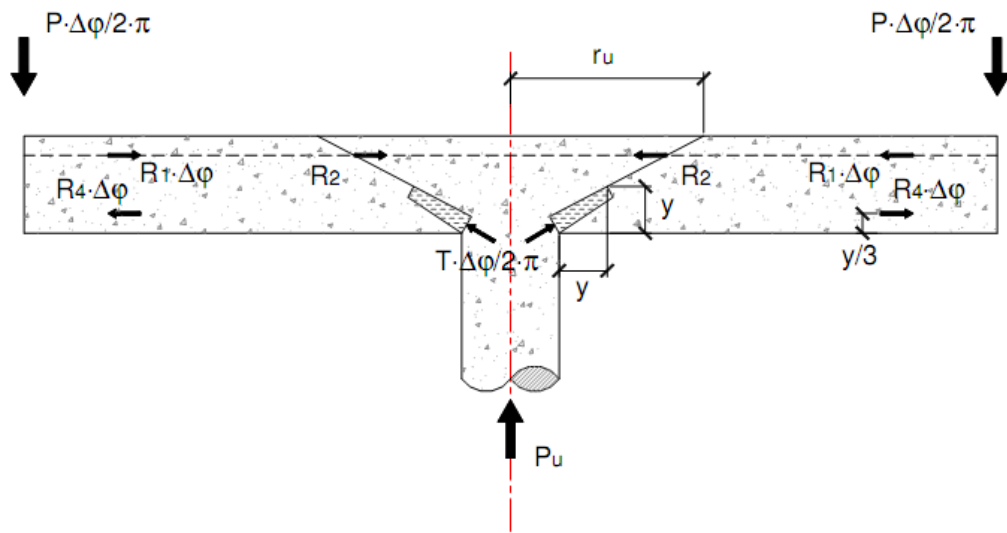
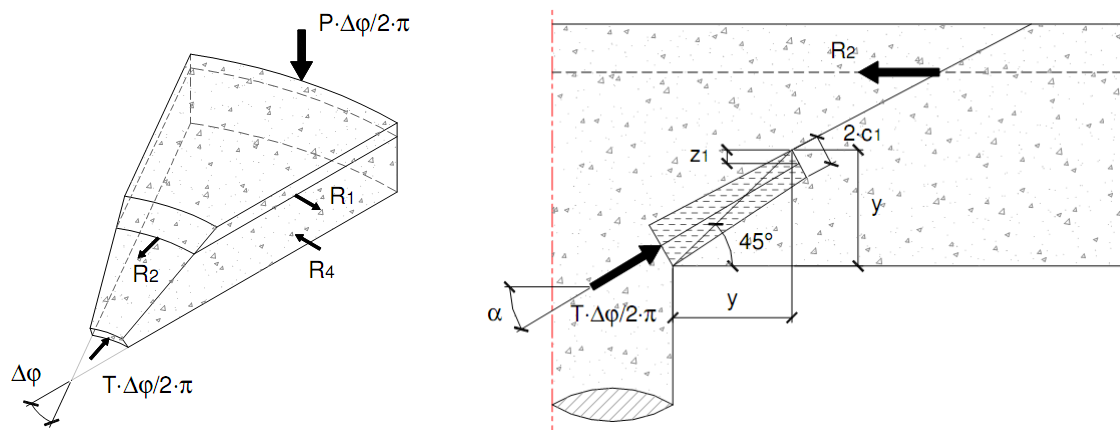


Figura 2. 1 – Modelo de Kinnunen e Nylander (1960) *apud* Moraes Neto (2013).



a) Forças atuantes em um elemento fissurado da laje.

b) Superfície de Ruína.

Figura 2. 2 – Particularidades do modelo de Kinnunen e Nylander (1960) *apud* Moraes Neto (2013).

2.1.1.2. Muttoni (2008)

O estudo realizado pelos autores propôs uma metodologia de cálculo para estabelecer a resistência última à punção com base na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Este critério descreve uma relação onde a resistência à punção de uma laje diminui com aumento de sua rotação, o que é explicado pela presença de uma fissura crítica de cisalhamento que se propaga na laje cortando a biela comprimida que transmite a força cortante para o pilar.

A abertura da fissura reduz a resistência da biela comprimida e pode levar a ruptura por punção. Segundo Muttoni e Schwartz (1991) a espessura desta fissura é proporcional ao produto $\psi \cdot d$ como observado na Figura 2.3. Já a transmissão de cisalhamento na fissura crítica está diretamente ligada à sua rugosidade, que por sua vez, é uma função do tamanho máximo do agregado graúdo. Baseando-se nesses conceitos Muttoni (2008) apresenta que a resistência ao cisalhamento propiciada pelo concreto pode ser estimada segundo a Equação 2.3.

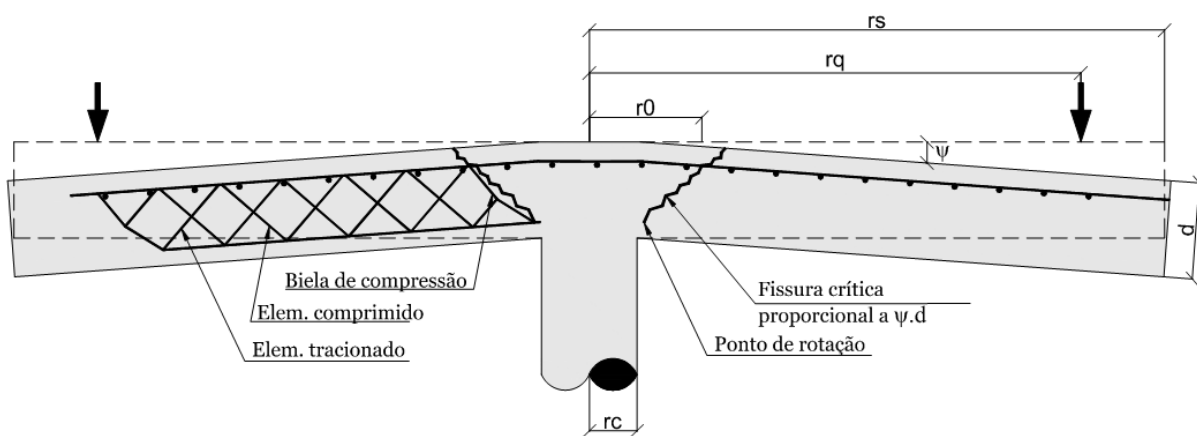


Figura 2. 3 - Representação da TFCC no instante da ruína.

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{go} + d_g}} \quad \text{(Equação 2. 3)}$$

Onde:

u_1 é o comprimento de um perímetro de controle à $0,5 \cdot d$ da face do pilar;

f'_c é resistência à compressão do concreto;

d é a altura útil da laje;

d_{go} é o diâmetro de referência do agregado admitido 16 mm;

d_g é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje;

Segundo Muttoni (2008), a resistência à punção de uma laje lisa sem armadura vertical pode ser obtida através do conhecimento da relação entre a rotação ψ e carga aplicada (V_E). A relação entre a carga aplicada (V_E) e a rotação ψ é expressa pela Equação 2.4.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ysf}}{E_{sf}} \cdot \left(\frac{V_E}{V_{flex}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{(Equação 2.4)}$$

Onde:

f_{ysf} É a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada;

E_{sf} É o módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada;

r_s É a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos;

V_E É a força aplicada;

V_{Flex} É a resistência à flexão calculada através da teoria das linhas de ruptura;

Com V_E , ψ e $V_{R,c}$ é possível traçar um gráfico com duas curvas. A primeira delas é uma curva que expressa o comportamento carga-rotação da laje de forma teórica. A segunda curva expressa a redução da resistência da laje em função do aumento da rotação. O ponto de interseção (Ponto A) destas duas curvas expressa a resistência última à punção de uma determinada ligação laje-pilar. A Figura 2.4 ilustra esse gráfico.

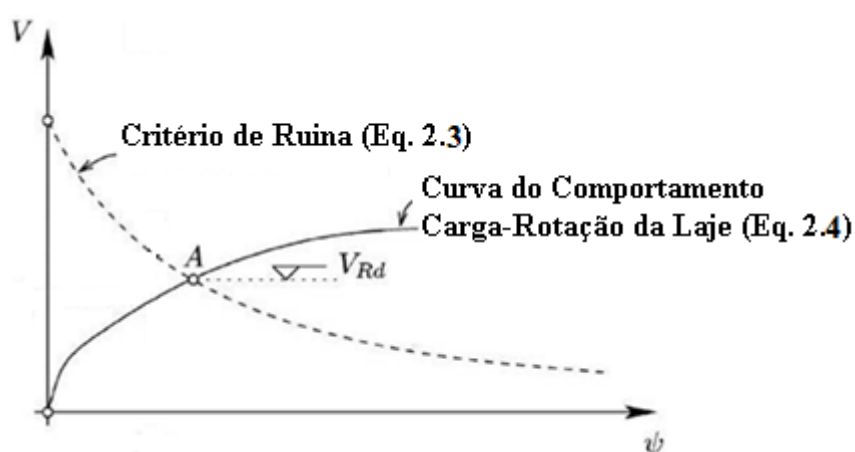


Figura 2.4 - Representação gráfica para determinar a carga de ruptura por punção.

2.1.2. Recomendações Normativas.

Embora distintas entre si as normas de maneira geral possuem semelhanças em suas recomendações. Considerando alguns parâmetros indispensáveis para resultados satisfatórios, à exemplo da taxa de armadura de flexão, altura útil da laje e resistência à compressão do concreto.

Neste estudo serão apresentadas, em caráter de orientação, as recomendações de quatro normas de projeto que visam a estimar a resistência ao punção de lajes de concreto armado submetidas a carregamento simétrico, sem a utilização de armadura de cisalhamento.

Nesta pesquisa, adotam-se as seguintes normas para estudo:

- NBR 6118 – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Norma Brasileira – NBR 6118 (2007);
- ACI 318 – American Building Code for Reinforced Concrete. ACI 318 (2008);
- EUROCODE 2 – Design of Concrete Structures. EC2 (2004);
- CEB-FIP MODEL CODE 2010 – Final draft – Model Code Prepared by Special Activity Group 5. CEB-FIP (2010);

2.1.2.1. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Norma Brasileira - NBR 6118 (2007).

A NBR 6118 (2007) define as lajes lisas como lajes apoiadas diretamente sobre pilares sem a utilização de capitéis. A norma recomenda que a resistência à punção seja verificada em torno de dois perímetros críticos de controle, no caso de lajes lisas sem armadura de cisalhamento. Deve-se avaliar a resistência à compressão da biela no perímetro de controle C e também a resistência à tração diagonal no perímetro de controle C' , conforme indicado na Figura 2.5. A tensão solicitante pode ser estimada nos casos de carregamento simétrico segundo a Equação 2.5.

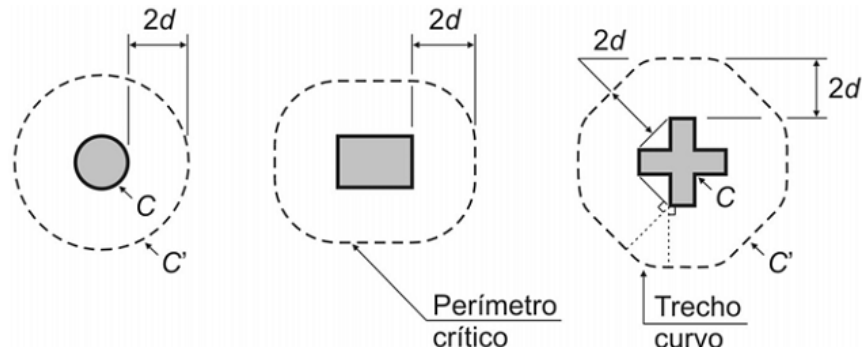


Figura 2.5 - Perímetro crítico em pilares internos da NBR 6118 (2007).

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (\text{Equação 2.5})$$

Onde:

d É a altura útil da laje ao longo do contorno crítico (em mm), expresso como $d = \frac{(d_x + d_y)}{2}$;

d_x e d_y São as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u É o perímetro do contorno crítico C' ;

A verificação no perímetro crítico C pode ser feita segundo a Equação 2.6.

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_c \cdot u_0 \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (\text{Equação 2.6})$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = (1 - f_c/250);$$

u_0 é o perímetro do contorno crítico C ;

A força resistente crítica em C' é calculada pela Equação 2.7.

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} = 0,18 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{200}}{d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (\text{Equação 2.7})$$

Onde:

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão, expressa por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$;

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais;

2.1.2.2. ACI 318, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute. ACI 318 (2008).

O ACI 318R (2008) define que a tensão cisalhante V_u na superfície crítica, cujo perímetro dista $0,5.d$ das faces do pilar (ver Figura 2.6), não deve ser maior que a resistência nominal de cisalhamento V_n , dada pelo somatório das parcelas de resistência do concreto V_c e da armadura de cisalhamento V_s , multiplicado pelo coeficiente de segurança ϕ considerando unitário para estudos em laboratório, como indicado na Equação 2.8.

$$V_u \leq \phi V_n = V_c + V_s \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (\text{Equação 2. 8})$$

Figura 2. 6 - Perímetro crítico em pilares internos do ACI 318 (2008).

No caso de lajes sem armadura de punção, a resistência da ligação laje-pilar é dada somente em função da contribuição do concreto, expressa através da Equação 2.9, a partir do valor mínimo obtido.

$$V_c < \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \\ \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_o} + 2\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \\ \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d \end{cases} \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad (\text{Equação 2. 9})$$

Onde:

- β_c É a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;
- α_s É uma constante que assume valor igual a 40 para o caso de pilares internos;
- b_o É o perímetro crítico;
- f'_c É a resistência à compressão do concreto;
- d É a altura útil da laje;

2.1.2.3. EUROCODE 2 (2004)

Segundo o Eurocode 2 (2004) a resistência ao cisalhamento deve ser estimada segundo a consideração de fatores como a taxa de armadura de flexão tracionada, que tem influência na rotação da laje e conseqüentemente na sua resistência ao cisalhamento e também na altura da laje observa-se que ela tem recomendações semelhantes à NBR 6118 (2007), porém usa limitações quanto ao valor do *size-effect* ($\xi \leq 2,0$) e taxa de armadura de flexão ($\rho \leq 2\%$), vale ressaltar que o *size-effect* é a redução da tensão nominal resistente do cisalhamento com o incremento da espessura da laje.

A distância do perímetro de controle é de $2.d$ da face do pilar, tendo os cantos formando um círculo com raio igual à $2.d$ conforme Figura 2.7.

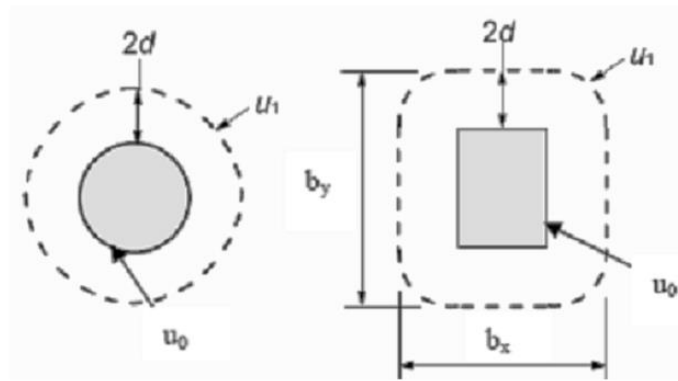


Figura 2. 7 - Perímetros de Controle Eurocode 2 (2004).

A força solicitante não deverá ultrapassar o valor da resistência limite dada pela Equação 2.10.

$(V_s < V_r)$.

$$V_r = v_{r,c} \cdot u_1 \cdot d \quad [\text{MPa}, \text{mm}] \quad \text{(Equação 2. 10)}$$

$$v_{r,c} = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{\frac{1}{3}} \geq v_{min} \quad [\text{MPa}] \quad \text{(Equação 2. 11)}$$

Onde:

f'_c em MPa;

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$; d em mm;

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$;

ρ_x e ρ_y : são as taxas de armadura de flexão nas duas direções ortogonais;

Sendo d a altura útil da laje deverá ser tomada como indicado pela Equação 2.12:

$$d = \frac{d_y + d_x}{2} \quad \text{(Equação 2. 12)}$$

Onde:

d_y e d_x Representam as alturas efetivas nas duas direções ortogonais da laje. A norma recomenda que $C_{R,c}$ seja tomado como $\frac{0,18}{\gamma_c}$, onde γ_c é o coeficiente de segurança da norma igual a 1,50. E a tensão v_{min} seja determinada pela Equação 2.13.

$$v_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_c^{1/2} \quad [\text{MPa}] \quad \text{(Equação 2. 13)}$$

2.1.2.4. CEB-FIP MODEL CODE 2010 – FINAL DRAFT

Ao contrário das normas supracitadas, que se baseiam em fórmulas empíricas, as previsões para determinar a resistência ao punção no CEB-FIP (2010), baseiam-se num modelo físico fundamentado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.

O CEB-FIP (2010) indica que o perímetro de referência (b_o), encontra-se a uma distância de $0,5 \cdot d_v$, a partir da região de suporte ou da área carregada e tendo os cantos formando um círculo com raio de $0,5 \cdot d_v$ conforme Figura 2.8. A altura efetiva da laje, d_v , deve considerar o nível do apoio, conforme mostra a Figura 2.9.

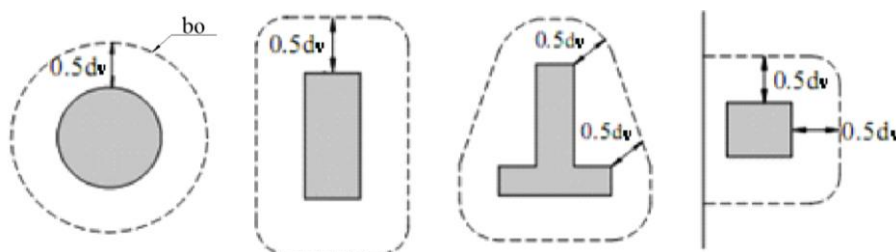


Figura 2. 8 - Perímetros de Controle considerados no CEB-FIP (2010).

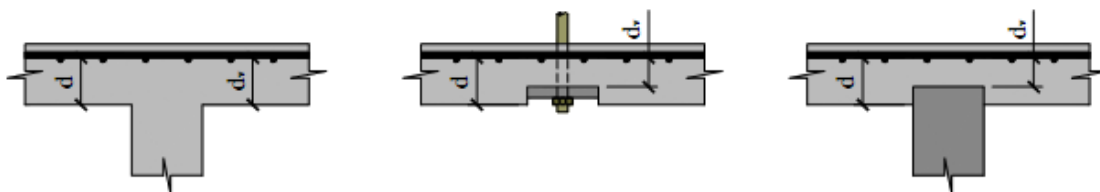


Figura 2. 9 – Altura efetiva da laje - CEB-FIP (2010).

Em se tratando de lajes lisas sem armaduras de cisalhamento. A resistência última à punção é estabelecida somente pela parcela resistida pelo concreto, $V_{Rd,c}$. Conforme a Equação 2.15

$$V_{R,d} = V_{R,c} \quad \text{(Equação 2. 14)}$$

Sendo:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_o \cdot d_v \quad [\text{kN}] \quad \text{(Equação 2. 15)}$$

Onde:

b_o é o comprimento de um perímetro de controle à $0,5 \cdot d_v$ da face do pilar; [mm]

f_c é resistência à compressão do concreto; [MPa]

d_v é a altura útil da laje; [m]

γ_c é o coeficiente de segurança do concreto com valor de 1,5;

O parâmetro k_{ψ} é calculado pela Equação 2.16 e depende da rotação da laje na região do apoio.

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \leq 0,6 \quad \text{(Equação 2. 16)}$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{(Equação 2. 17)}$$

Onde:

d_g é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje; [mm]

d é o valor médio da altura efetiva da laje; [mm]

O parâmetro que define a rotação da laje (ψ) pode ser calculado mediante quatro níveis de aproximação considerando o nível de rigor pretendido, levando em conta a complexidade da análise e o grau de precisão dos resultados. O rigor vai aumentando segundo os níveis levando a resultados menos conservativos. O nível I de aproximação é o aconselhado para o projeto de novas estruturas, o nível II é apropriado tanto para o projeto de novas estruturas como para a verificação de elementos existentes, o nível III corresponde a casos especiais devido a carregamentos particulares ou estruturas que necessitam de uma análise mais detalhada, o nível IV corresponde a uma análise não linear.

O nível de aproximação I refere-se às lajes analisadas por teorias elásticas e que não apresentam redistribuições significativas de forças internas. Uma estimativa segura da rotação no momento da ruína é dada pela Equação 2.18.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{(Equação 2. 18)}$$

Onde:

- f_{yd} É a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada; [MPa]
- E_s É o módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada; [MPa]
- r_s É a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos; [m]
- d É o valor médio da altura efetiva da laje; [m]

O valor de r_s pode ser considerado igual a $0,22 \cdot L$ (nas direções x , L_x , e y , L_y) em lajes onde a relação entre os vãos, L_x/L_y , fica limitada em 0,5 e 2,0.

O nível de aproximação II refere-se às lajes que apresentam redistribuição significativa de momento no cálculo da armadura de flexão. Para estes casos o cálculo da rotação da laje é dado pela Equação 2.19.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{(Equação 2. 19)}$$

Onde:

- m_{sd} É o momento fletor médio solicitante de projeto; [kN.m/m]
- m_{Rd} É o momento fletor médio resistente de projeto; [kN.m/m]

Ambos os momentos são calculados para uma faixa de comprimento b_s , sendo $b_s = 1,5 \cdot (r_{s,x} \cdot r_{s,y})^{0,5} \leq L_{min}$. O valor aproximado de m_{sd} depende da localização do pilar na edificação. A referida norma considera três localizações possíveis para os pilares: (1) interno à edificação, (2) de borda e (3) de canto. No caso de pilar interno, onde laje possua momentos resistentes iguais nas duas direções m_{sd} é calculado simplificadaamente pela Equação 2.20.

O momento fletor médio resistente de projeto (m_{Rd}) pode ser obtido segundo os conceitos da Teoria das linhas de ruptura, através da Equação 2.21.

$$m_{sd} = \frac{V_d}{8} \quad \text{(Equação 2. 20)}$$

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right) \quad \text{(Equação 2. 21)}$$

Onde:

- ρ É a taxa de armadura.
- f_{yd} É a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada; [kN/m²]
- f_{cd} é resistência à compressão do concreto; [kN/m²]

d É o valor médio da altura efetiva da laje; [m]

No nível de aproximação III, o coeficiente 1,5 da equação 2.19 pode ser substituído por 1,2 se os valores de r_s e m_{sd} forem calculados por um modelo linear elástico. No nível de aproximação IV, o cálculo da rotação ψ pode ser baseado em uma análise não linear.

O CEB-FIP (2010) do ponto de vista técnico trata-se de um método mais complexo para o uso corrente em escritórios de projeto. A referida norma não considera o efeito da polarização das tensões nos extremos dos pilares alongados. O presente trabalho visa explorar esse ponto de análise visando observar os resultados da mesma.

2.2. TRABALHOS REALIZADOS

Este subitem apresenta a análise realizada de alguns autores no estudo da punção, referentes ao caso particular de pilares retangulares. Em geral, essas pesquisas investigam a influência do índice de retangularidade dos pilares na resistência ao puncionamento.

2.2.1. Hawkins *et al.* (1971)

Hawkins *et al.* (1971) ensaiou 09 lajes com pilares retangulares com carregamento centrado, cuja variação do índice de retangularidade ($C_{máx}/C_{min}$) variou de 1 a 4,33.

Estas lajes ensaiadas possuíram dimensões de 2100 x 2100 x 152 mm³ com resistência a compressão em torno de 30 MPa, sendo laje e pilar monolíticos, tendo o conjunto uma altura final de 1200 mm e mantendo-se constante o perímetro dos mesmos, cerca de 1.219 mm, com exceção da laje 9 (914 mm)

Conforme Oliveira (2003), o autor analisou as prescrições da ACI 318M (1963) onde a tensão de cisalhamento máxima permitida a uma distância $d/2$ das faces da área carregada deveria ser menor ou igual $0,335 \cdot \sqrt{f'_c}$. Hawkins *et al.* conclui que, para esta norma, a forma dos pilares era independente da tensão de cisalhamento limite e que a origem deste limite estaria baseada em equações pouco precisas.

A Tabela 2.1 apresenta as dimensões dos pilares, e algumas propriedades das lajes. As lajes de 1 a 5 receberam apenas cargas concentradas $P1$, paralelas às faces menores do pilar. As lajes 7, 8 e 9 receberam cargas $P1$ e cargas concentradas paralelas às faces maiores do pilar, denominadas de $P2$. A laje 6 recebeu as cargas concentradas $P1$ paralelas às faces maiores do pilar, o valor da carga $P2$ correspondeu a 65% do valor da carga $P1$. A Figura 2.10 apresenta

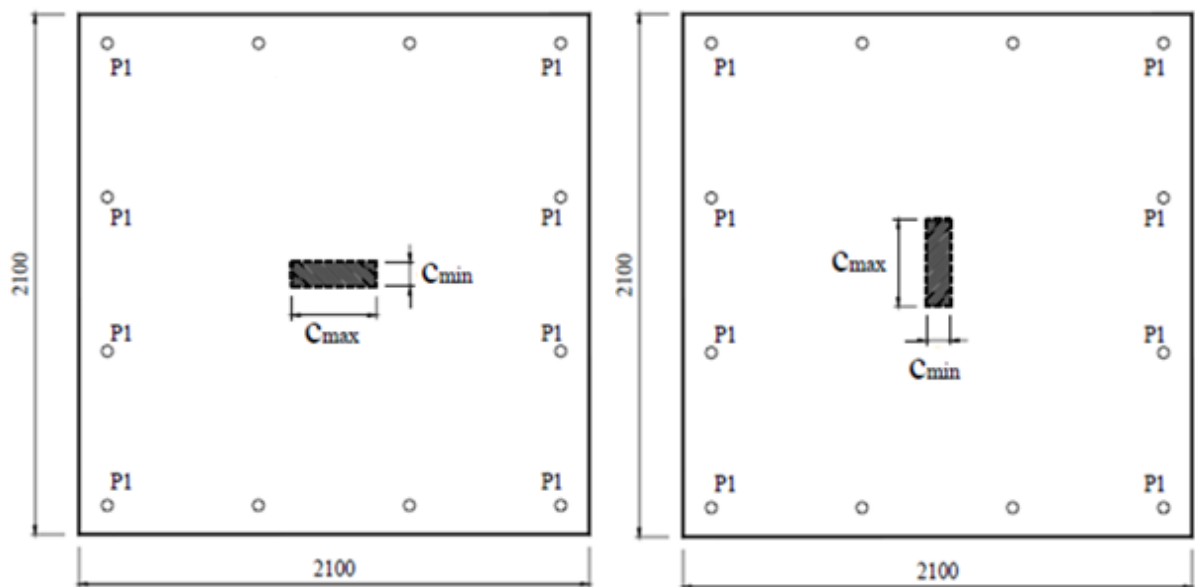
um esquema das lajes de Hawkins *et al.* A Tabela 2.2 apresenta os resultados dos ensaios, a posição do carregamento e o modo ruptura observado nas lajes unidirecionais e bidirecionais ensaiadas por Hawkins *et al.*.

Tabela 2. 1 - Propriedades das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971).

Laje	C_{min} (mm)	$C_{máx}$ (mm)	f'_c (MPa)	Espaçamento (mm)	Área (mm ²)	f_{ys} (MPa)	d (mm)	ρ (%)
1	305	305	31	152	2800	419	117	1,12
2	203	406	27	152	2800	419	117	1,12
3	152	457	31	152	2800	419	117	1,12
4	114	495	32	152	2800	419	117	1,12
5	152	457	28	65-152	3600	419	117	-
6	457	152	25	152	2800	419	117	1,12
7	152	457	27	196	2141	419	117	0,87
8	114	495	27	133	2064	422	121	0,81
9	152	305	30	139	1948	422	121	0,77

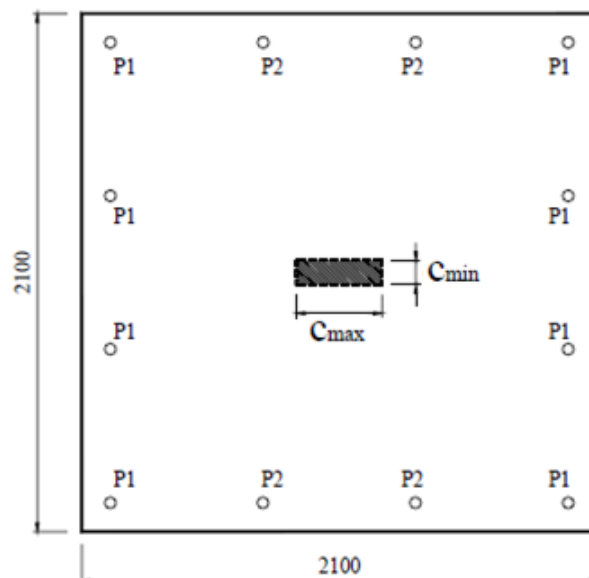
Tabela 2. 2 – Resultados Experimentais obtidos por Hawkins *et al.* (1971).

Laje	$C_{máx}/C_{min}$	Carregamento	V_{exp} (kN)	Modo de Ruptura
1	1	P1	391	Flexão
2	2	P1	358	Puncionamento
3	3	P1	340	Puncionamento
4	4,33	P1	337	Puncionamento
5	3	P1	362	Puncionamento
6	3	P1	342	Flexão
7	3	P1 e P2	326	Puncionamento
8	4,33	P1 e P2	321	Puncionamento
9	2	P1 e P2	322	Puncionamento



Lajes 1,2,3,4,5

Laje 6



Lajes 7,8,9

Figura 2. 10 - Dimensão e padrão de carregamento das lajes unidirecionais ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971).

Verifica-se que a resistência ao puncionamento nas lajes carregadas em duas bordas opostas (unidirecionais), diminuiu à medida que o índice de retangularidade dos pilares aumentou. Comparando-se as lajes 1 e 4, com pilares de índices de retangularidade 1 e 4,33, respectivamente, verificou-se uma redução de 16% nas resistências das lajes. Vale ressaltar que a medida que a menor dimensão dos pilares era reduzida, a fim de manter a mesma dimensão

do perímetro do pilar, ocorria uma intensificação das tensões cisalhantes em torno das menores faces dos pilares, justificando assim a redução nas resistências das lajes.

2.2.2. Teng *et al.* (2000)

Teng *et al.* (2000) investigaram experimentalmente o comportamento de 20 lajes com e sem furos, apoiadas em pilares retangulares. Das 20 lajes analisamos apenas 5 que não continham furos. As lajes ensaiadas apresentaram dimensões de 2200 x 2200 x 150 mm³. As seções transversais dos pilares possuíam o índice de retangularidade variando entre 1, 3 e 5. Foi utilizado um concreto de 40 MPa e a tensão de escoamento das armaduras apresentou valores em torno de 460 MPa.

Tabela 2. 3 - Lajes ensaiadas por Teng *et al.* (2000) *apud* Oliveira (2003).

Laje	C_{min} (mm)	$C_{máx}$ (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	f_{ys} (MPa)	ρ (%)	P_u (kN)
OC 11	200	200	105	36	452	1,81	423
OC13	200	600	107	36	452	1,71	568
OC13 _{0,63}	200	600	111	40	470	1,65	455
OC13 _{1,6}	200	600	110	43	470	1,67	508
OC15	200	1000	103	40	452	1,76	649

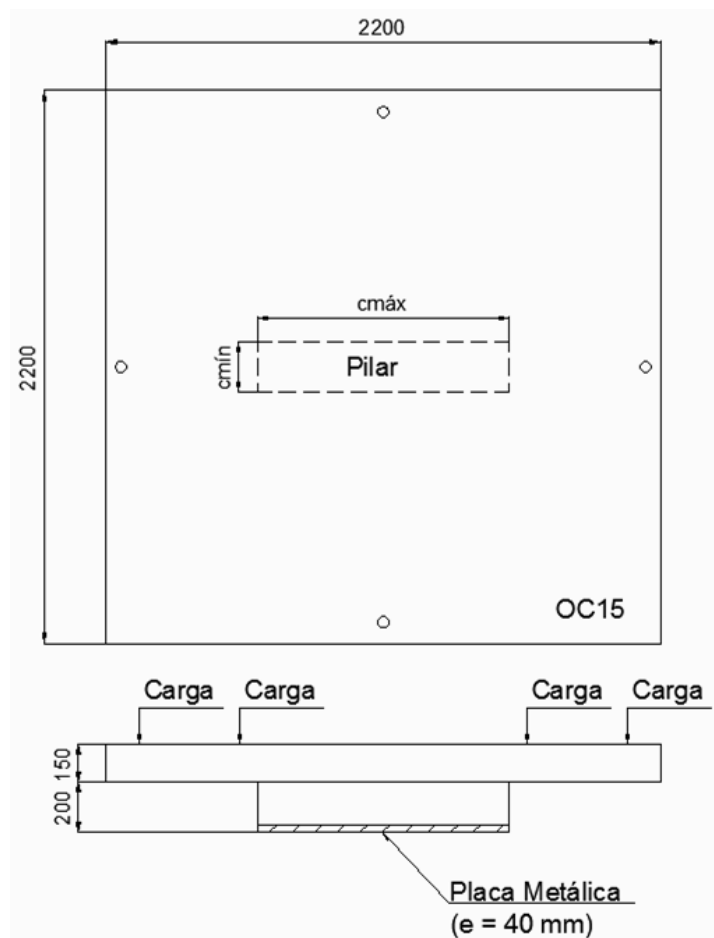


Figura 2. 11 - Característica das lajes ensaiadas por Teng *et al.*(2000) *apud* Oliveira (2003).

As lajes de Teng *et al.*(2000) foram carregadas em oito pontos de carregamento através de vigas metálicas e de igual magnitude de cima para baixo. Como pôde ser visto no esquema acima (ver Figura 2.11), as lajes apresentaram apenas quatro furos para a passagem dos tirantes principais da reação, a Tabela 2.3 apresenta algumas propriedades e a carga de ruptura para cada laje do grupo sem furos. A Figura 2.12 apresenta um esquema das lajes analisadas.

Os resultados experimentais de Teng *et al.* exibiram um aumento na resistência das lajes com o aumento do índice de retangularidade. O aumento do índice de retangularidade gerou um crescimento no perímetro de controle que influenciou diretamente na resistência das lajes. Diferente de Teng *et al.* o trabalho de Hawkins *et al.*(1971), preservou o mesmo perímetro dos pilares aumentando o índice de retangularidade.

Segundo Teng *et al.*, carregamentos diferentes na direção x e y influenciam na resistência à punção. Porém, este efeito tende a ser limitado aos casos em que o carregamento paralelo ao menor lado do pilar é maior, isto é, quando a força cortante no menor lado do pilar é 60% maior que a força cortante encontrada no maior lado do pilar a resistência ao puncionamento reduz de

aproximadamente 10%. Em caso contrário, a redução na resistência ao puncionamento é insignificante.

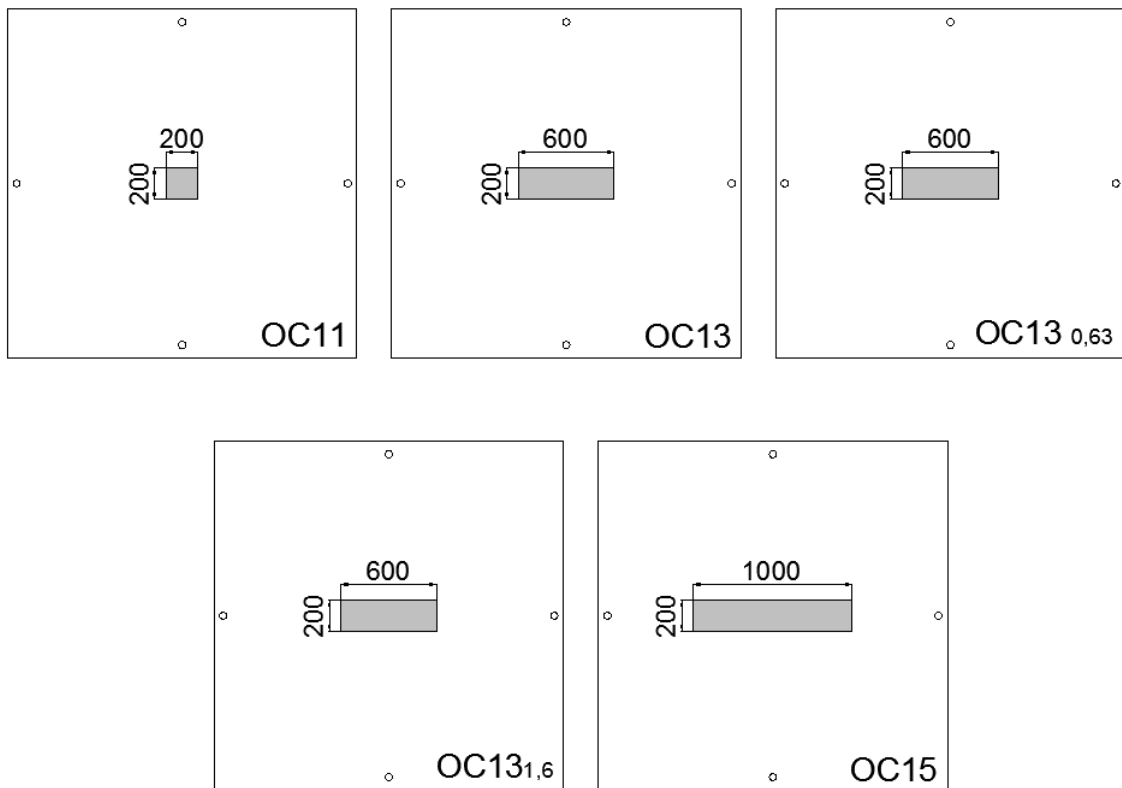


Figura 2. 12 - Lajes ensaiadas por Teng *et al.* (2000).

2.2.3. Oliveira (2003)

Oliveira (2003) testou 15 lajes retangulares de concreto armado com dimensões 1680 x 2280 x 130 mm³, de alta resistência com f'_c entre 54 MPa e 67 MPa variando o índice de retangularidade e aplicação das cargas. As lajes foram carregadas nas duas bordas maiores, nas duas bordas menores e nas quatro bordas. O objetivo do trabalho de Oliveira era a verificar a relação entre o índice de retangularidade do pilar e o comportamento à flexão das lajes.

O índice de retangularidade variou em função do aumento do maior lado do pilar. As lajes foram divididas em 5 grupos, em função do índice de retangularidade. As lajes também foram divididas em função da posição do carregamento: carregadas nas duas menores bordas opostas (lajes “a”), nas duas maiores (lajes “b”) e finalmente nas quatro bordas (lajes “c”). As propriedades e o valor da carga de ruína das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.4. A Figura 2.13 apresenta um esquema das mesmas.

A resistência ao puncionamento das lajes lisas aumentou com o acréscimo do índice de retangularidade, porém a ruptura por puncionamento ocorreu antes do previsto, em relação às resistências obtidas nos códigos de projeto, superestimando a resistência ao puncionamento. Este comportamento deve-se ao fato das normas não considerarem as condições de contorno das lajes em suas estimativas. Devido à baixa resistência à flexão, as lajes “a” apresentaram uma redução na capacidade resistente ao puncionamento.

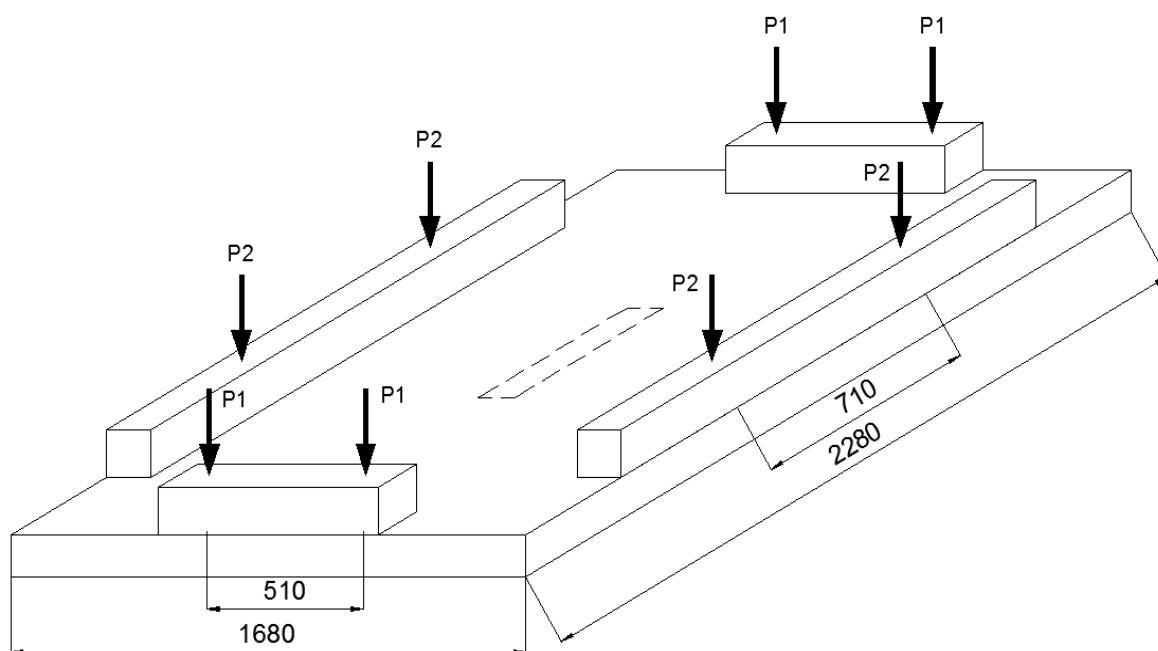


Figura 2. 13 - Posição do carregamento nas lajes ensaiadas por Oliveira (2003).

Tabela 2. 4 - Características das lajes ensaiadas por Oliveira (2003).

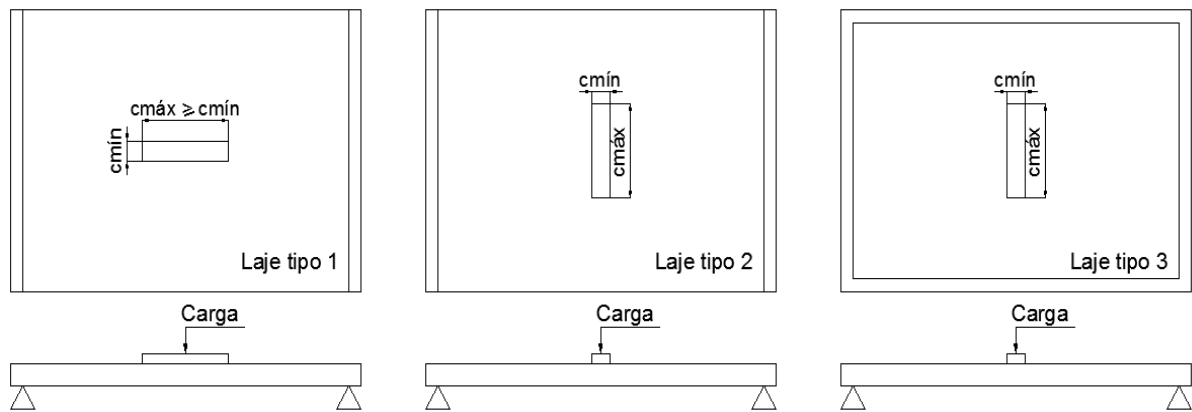
Laje	C_{min} (mm)	$C_{máx}$ (mm)	f'_c (MPa)	d (mm)	ρ (%)	Carga aplicada	V_{exp} (kN)	Modo de ruptura
L1a	120	120	57	107	1,09	P1	234	Flexo-puncionamento
L1b	120	120	59	108	1,08	P2	322	Punção
L1c	120	120	59	107	1,09	P1eP2	318	Punção
L2a	120	240	58	109	1,07	P1	246	Flexo-puncionamento
L2b	120	240	58	106	1,10	P2	361	Punção
L2c	120	240	57	107	1,09	P1eP2	331	Punção
L3a	120	360	56	108	1,08	P1	241	Flexo-puncionamento
L3b	120	360	60	107	1,09	P2	400	Punção
L3c	120	360	54	106	1,01	P1eP2	358	Punção
L4a	120	480	56	108	1,08	P1	251	Flexo-puncionamento
L4b	120	480	54	106	1,10	P2	395	Punção
L4c	120	480	56	107	1,09	P1eP2	404	Punção
L5a	120	560	57	108	1,08	P1	287	Flexo-puncionamento
L5b	120	560	67	108	1,08	P2	426	Punção
L5c	120	560	63	109	1,07	P1eP2	446	Punção

2.2.3.1. Fatores de flexão (λ)

Oliveira (2003) propôs para o tratamento de pilares retangulares, considerar o comportamento à flexão das lajes e levar em conta a orientação dos pilares. Visando combater o fenômeno da polarização das forças cortantes em torno dos pilares, favorecendo ou não uma ruptura por puncionamento.

Para isso as lajes foram classificadas em três grupos distintos, e para cada grupo foi proposto um fator de flexão (λ) para correção das estimativas, fornecidas pela norma CEB-FIP (1990), conforme mostra a Figura 2.14. Os fatores de flexão (λ) são parâmetros derivados de dados de ensaios e levam em consideração as principais condições que podem ocorrer relacionando o comportamento à flexão das lajes e a orientação dos lados de apoios e/ou áreas carregadas retangulares ou circulares.

Cada fator de flexão foi aplicado nas recomendações do CEB-FIP (1990) de acordo com a Equação 2.22. Os resultados obtidos foram significativamente melhores que os apresentados pela norma analisada e eliminou a tendência da mesma de superestimar a resistência das lajes apresentadas.



$$\left(\frac{C_{máx}}{d}\right)^{0,17}$$

$$0,93 \cdot \left(\frac{C_{máx}}{d}\right)^{0,14}$$

$$1,03 \cdot \left(\frac{C_{máx}}{d}\right)^{0,02}$$

Figura 2. 14 - Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares e o fator de flexão (λ).

$$V_{Rk} = \frac{0,18}{\lambda} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f'_c \cdot d \cdot u} \quad \text{(Equação 2. 22)}$$

2.2.3.2. Análise Numérica.

Oliveira (2003) simulou numericamente suas lajes com o objetivo de estudar o comportamento das forças cortantes sob a influência das condições de contorno dos ensaios. O programa computacional utilizado nesta análise foi o *SAP2000*.

As figuras 2.15 a 2.17 mostram a distribuições das forças cortantes por unidade de comprimento (N/mm) para as lajes bidirecionais L1c, L3c e L5c, com índices de retangularidade 1, 3 e 5, representativos das lajes ensaiadas. Pode-se notar a influência da forma do pilar para todas as lajes com $C_{máx}/C_{mín} > 1$ através das distribuições das forças cortantes. Com o aumento do índice de retangularidade as regiões situadas ao longo dos maiores lados dos pilares foram menos solicitadas, enquanto que as extremidades dos pilares apresentaram maior concentração de esforços (polarização das forças cortantes).

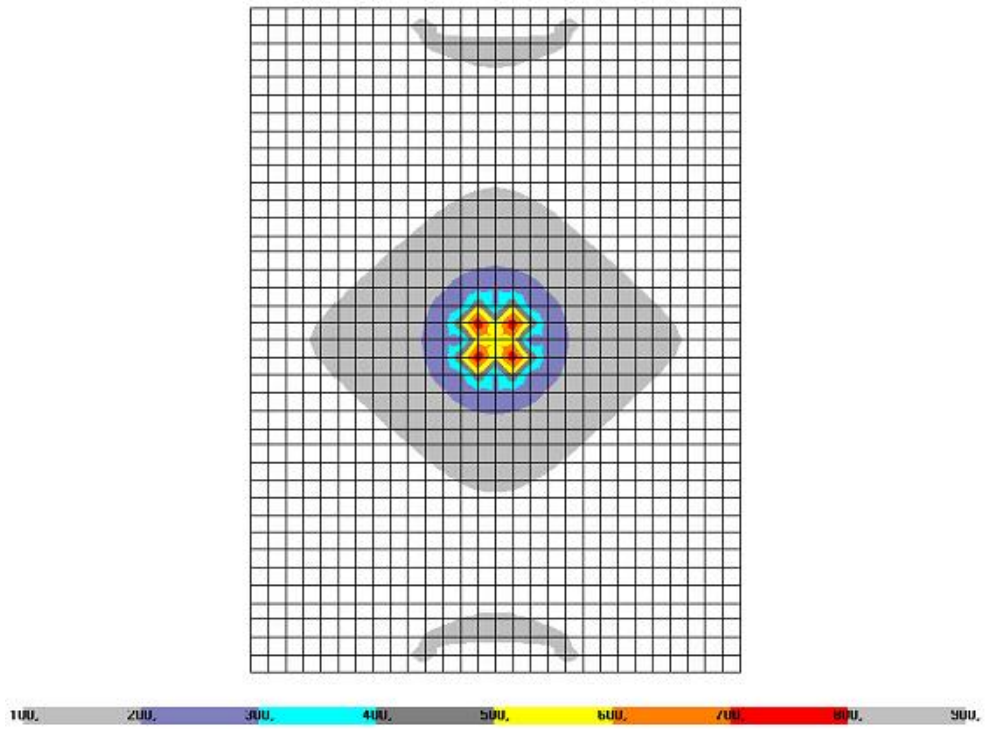


Figura 2. 15 - Forças cortantes máximas na laje L1c (Oliveira 2003)

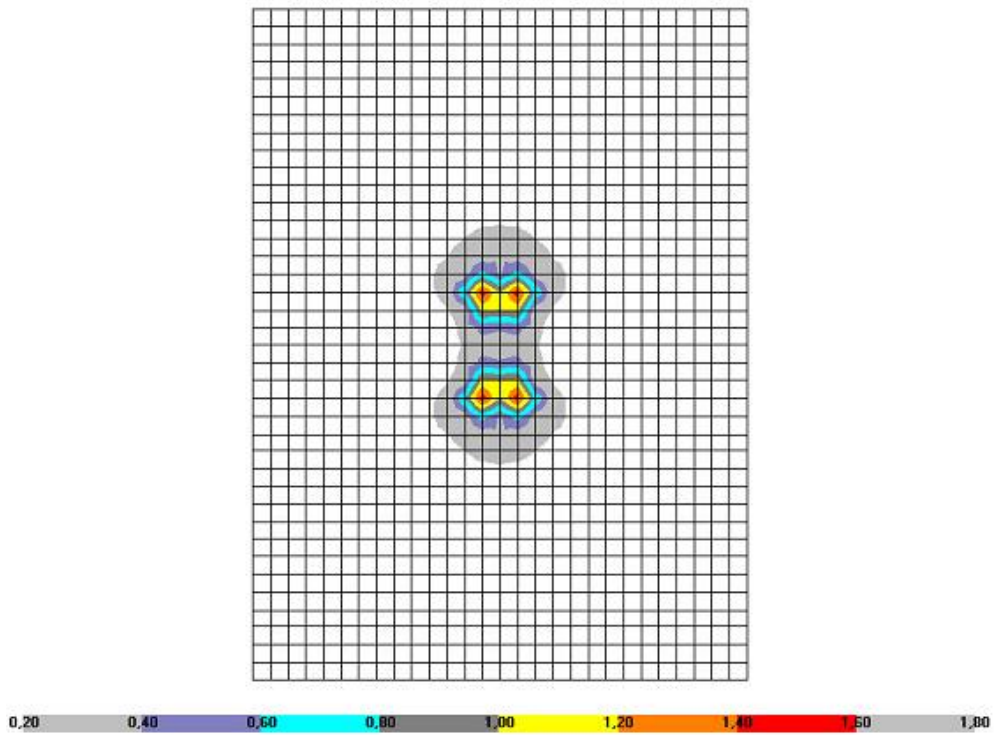


Figura 2. 16 - Forças cortantes máximas na laje L3c (Oliveira 2003)

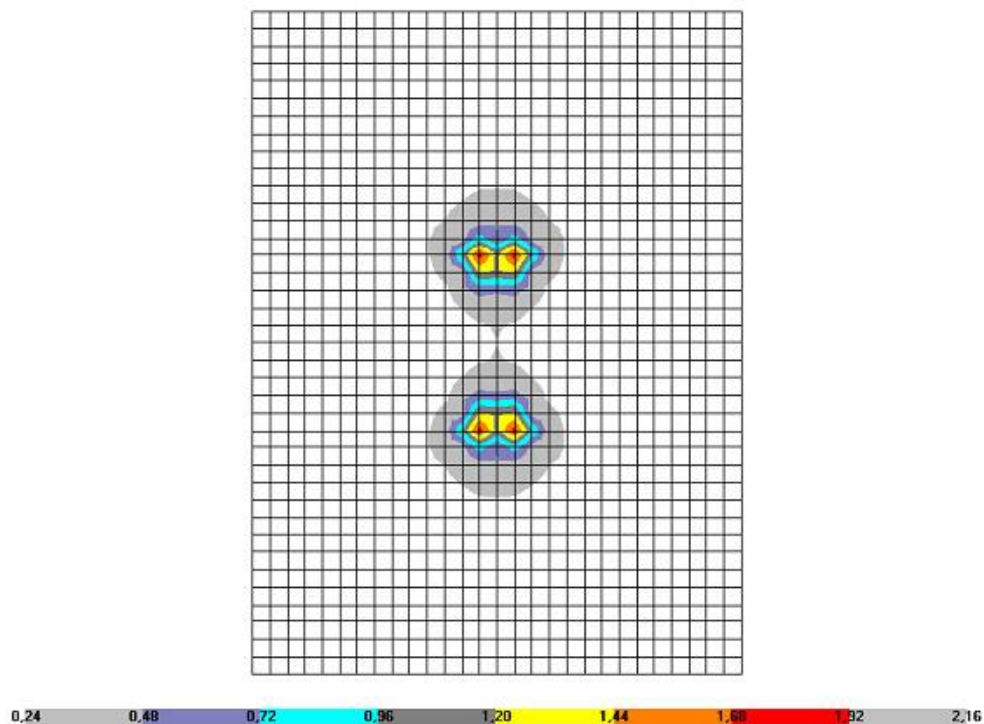


Figura 2. 17 - Forças cortantes máximas na laje L5c (Oliveira 2003)

Visto que algumas normas de projeto utilizam um perímetro de controle fixo considerando-o uma região de análise com distribuição uniforme das tensões cisalhantes. No caso de pilares alongados essa uniformidade não acontece por ocasião do fenômeno da polarização das forças cortantes. Neste caso o ganho de resistência não ocorre de forma diretamente proporcional ao aumento do perímetro dos pilares o que conduz a imprecisões das prescrições normativas.

Vale destacar que regiões com concentrações de tensões acentuadas favorecem o escoamento das barras das armaduras de flexão, que, por conseguinte, possibilitam maiores rotações entre a menor face do pilar e a borda livre da laje. O que pode influenciar diretamente no CEB-FIP (2010), pois o mesmo considera que resistência à punção de uma laje diminui com aumento de sua rotação.

2.2.4. Vilhena *et al.* (2006)

O trabalho de Vilhena *et al.* (2006) trata da análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento simétrico. Os autores analisaram experimentalmente 06 lajes lisas unidirecionais de concreto armado de alta resistência, sendo comparadas as recomendações normativas da NBR 6118 (2003), NBR 6118 (1978), ACI 318 (2002) e da CEB-FIP (1993). As lajes possuíam dimensões de 1400 x 1000 x 80 mm³ e a resistência à compressão do concreto de aproximadamente 55 MPa.

As taxas geométricas de armadura de flexão transversal variavam entre 1,2% e 1,9%, com índice de retangularidade dos pilares ($r = C_{máx}/C_{min}$), de 1, 3 e 5. Cada taxa geométrica de armadura experimentou os três índices de retangularidade. As propriedades e o valor da carga de ruína das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.5. A Figura 2.18 apresenta um esquema das mesmas.

Os resultados mostraram que as estimativas normativas são semelhantes e tendem a superestimar a resistência média ao puncionamento das lajes em até 52%, com exceção do ACI 318 (2002), quando a resistência à flexão é significativamente reduzida. O emprego da taxa geométrica média superestima a resistência ao puncionamento, uma vez que a baixa capacidade resistente à flexão antecipou a ruptura por punção em até 25%.

Foram observadas diferenças de até 50% para as lajes com pilares de índice de retangularidade 5. Vilhena *et al.* ressaltam ainda que à medida que os índices de retangularidade das lajes aumentavam a proximidade de uma ruptura por flexão tornava-se evidente. Este elevado índice tende a dissipar as tensões de cisalhamento, fazendo com que um comportamento de viga seja predominante, porém avaliam que o mesmo não se aplica às lajes com pilares de menores.

Os valores estimados pelas normas analisadas, CEB-FIP (1993) e NBR 6118 (2003), tenderam a superestimar as resistências à punção à medida que o índice de retangularidade aumentava. Este comportamento deve-se ao fato das normas não considerarem as distribuições dos esforços nas lajes em suas estimativas.

Tabela 2.5 - Características das lajes ensaiadas por Vilhena *et al.* (2006).

Laje	d (mm)	f'_c (MPa)	ρ (%)	$r=C_{máx}/C_{min}$	$C_{máx}$ (mm)	C_{min} (mm)	V_{exp} (kN)	Modo de ruptura
L1a	65	51,2	1,2	1	85	85	123	Punção
L1b	65		1,4	1	85	85	122	Punção
L3a	65	53,6	1,2	3	255	85	134,5	Flexão-Punção
L3b	67		1,4	3	255	85	134	Flexão-Punção
L5a	65	55,2	1,2	5	425	85	122	Flexão
L5b	65		1,4	5	425	85	124,5	Flexão

* $\rho = (\rho_x \cdot \rho_y)^{1/2}$ é a taxa geométrica média das armaduras de flexão de acordo com a norma CEB-FIP 90;
* d é a altura útil da laje; * r é o índice de retangularidade dos pilares;

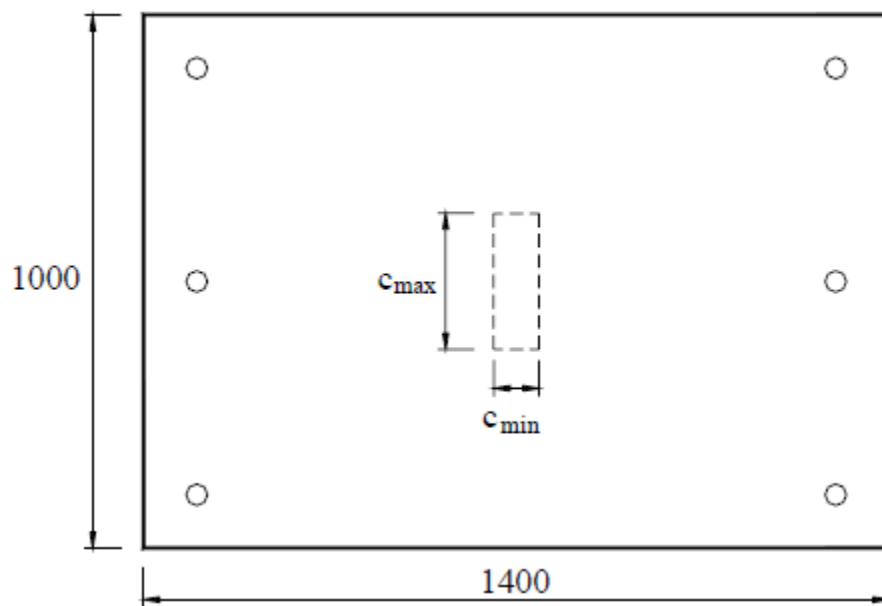


Figura 2. 18 - Modelo das lajes de Vilhena *et al.* (2006).

2.2.5. Carvalho (2006)

Carvalho (2006) analisou dez lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento dosadas com metacaulim e concreto de alta resistência com $f_{ck} = 60$ MPa, todas com carregamento simétrico, tal trabalho analisa as lajes objetivando a variação da retangularidade dos pilares onde $r = C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}$ tem valores de 1, 3 e 5.

As lajes de Carvalho (2006) apresentavam dimensões de 1.800 x 1.800 x 110 mm³ e tinham como variação principal a distribuição dos estribos inclinados em torno dos pilares. Os resultados experimentais foram comparados com os resultados estimados por diversas normas. As propriedades, o valor da carga de ruína e modo de ruptura das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.6. A Figura 2.19 apresenta um esquema das mesmas.

Os resultados experimentais mostraram que o aumento do índice de retangularidade faz com que as forças cortantes se concentrem nas extremidades do pilar, o que sugere que nessa região as armaduras de cisalhamento sempre são mais solicitadas. Os estribos inclinados foram eficientes no aumento das cargas de ruptura e alteraram inclusive o modo de ruptura de algumas lajes. Observou-se ganhos de até 32% quando os estribos foram distribuídos em torno das extremidades dos pilares. A baixa capacidade resistente à flexão limitou a resistência última à valores reduzidos.

Tabela 2. 6 - Resultados das lajes ensaiadas por Carvalho (2006).

Laje	C_{min} (mm)	$C_{m\acute{a}x}$ (mm)	f'_c (MPa)	A_{sw}/C_{am} (mm ²)	P_u (kN)	P_{flex} (kN)	P_u/P_{flex}	Modo de Ruptura
L1	85	85	52	-	185	220	0,84	Puncionamento
L2	85	255	52	-	226	222	1,01	Puncionamento
L3	85	425	50	-	239	219	1,09	Puncionamento
L4	85	85	59	249	233	222	1,05	Punc. Dúctil
L5	85	255	58	125	210	222	0,94	Punc. Dúctil
L6	85	425	55	125	280	222	1,26	Punc. Dúctil
L7	85	255	60	249	333	225	1,48	Flexão
L8	85	425	55	249	305	221	1,38	Flexo-Puncionamento
L9	85	425	56	249	304	222	1,37	Flexão
L10	85	425	57	374	320	223	1,43	Flexão

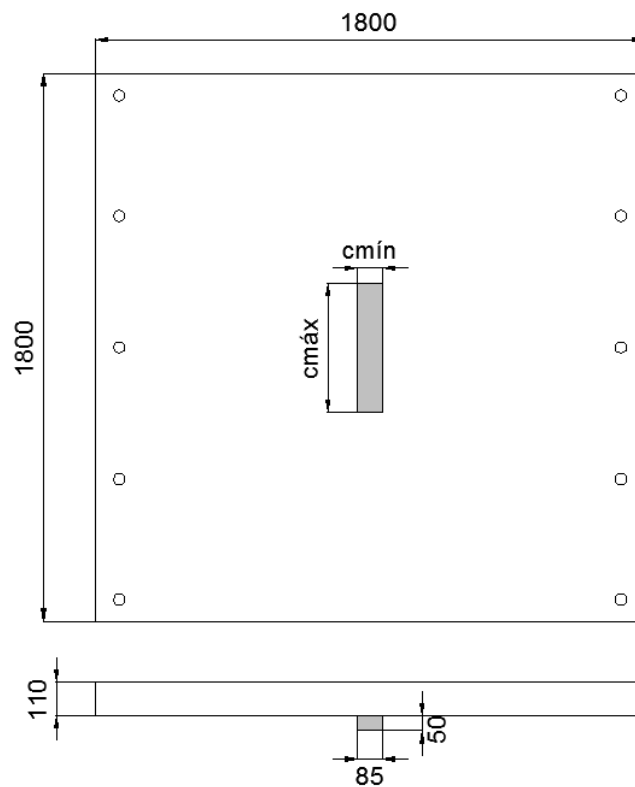


Figura 2. 19 - Modelo das lajes de Carvalho (2006).

2.2.6. Mouro (2006)

Mouro (2006) analisou em seu trabalho oito lajes de concreto armado com 1800 x 1800 x 130 mm³ submetidas a carregamento simétrico com o objetivo de investigar a influência do índice de retangularidade dos pilares, admitindo valores entre 1 e 4. As propriedades e o valor da carga de ruína das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.7. A Figura 2.20 apresenta um esquema das mesmas.

Mouro (2006) verificou que à medida que o índice de retangularidade aumenta, há um decréscimo na carga de ruptura, chegando a 27% para a laje L8 ($C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}=4$). Os resultados indicam que as lajes L1 a L5 tiveram pequenas variações de cargas de ruptura (próximas de 10%), e à medida que o índice de retangularidade aumenta, a partir de 3, há um aumento nesta variação, como ocorreu para as lajes L6, L7 e L8. A Figura 2.21 apresenta curvas que relacionam a variação da carga de ruptura com a variação dos lados do pilar ($C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}$)

Sugerindo-se que o combate à punção pode ser mais efetivo em regiões próximas as extremidades dos pilares, onde há maior concentração de forças cortantes. Mouro (2006) aproveita seu trabalho e sugere a inclusão do parâmetro μ ($C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}$), que se utiliza do método dos mínimos quadrados obtendo uma função real que passe mais próximos dos pontos (x,y) dos resultados experimentais adquiridos, onde x representa os valores de $C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}$ e y , os valores para V_{exp}/V_{cal} .

O parâmetro μ foi incorporado às expressões de cálculo de resistência à punção do ACI 318 (2002), CEB-FIP (1991), Eurocode 2(2001) e NBR 6118 (2003).

Tabela 2. 7 - Características das lajes ensaiadas por Mouro (2006).

Laje	C_{min} (mm)	$C_{m\acute{a}x}$ (mm)	$C_{m\acute{a}x}/C_{m\acute{i}n}$	d (mm)	$f'c$	ρ (%)	V_{exp} (kN)
L1	250	250	1,00	94	29	1,39	375,0
L2	230	270	1,17	93	29	1,4	390,0
L3	215	285	1,33	94	29	1,39	375,0
L4	200	300	1,50	90	29	1,45	395,0
L5	165	335	2,03	91	22	1,43	385,0
L6	125	375	3,00	91	22	1,43	350,0
L7	110	390	3,55	91	22	1,43	300,0
L8	100	400	4,00	94	22	1,39	275,0

*Os perímetros dos pilares são constantes e iguais a 1000 mm;
* A altura efetiva (d) foi obtida através da subtração da altura total pelo cobrimento e armadura, que foi obtido através de medições feitas em pedaços de concreto extraídos em várias partes na face superior da laje, ao longo da superfície de ruptura, com uma tolerância de ± 2 mm;

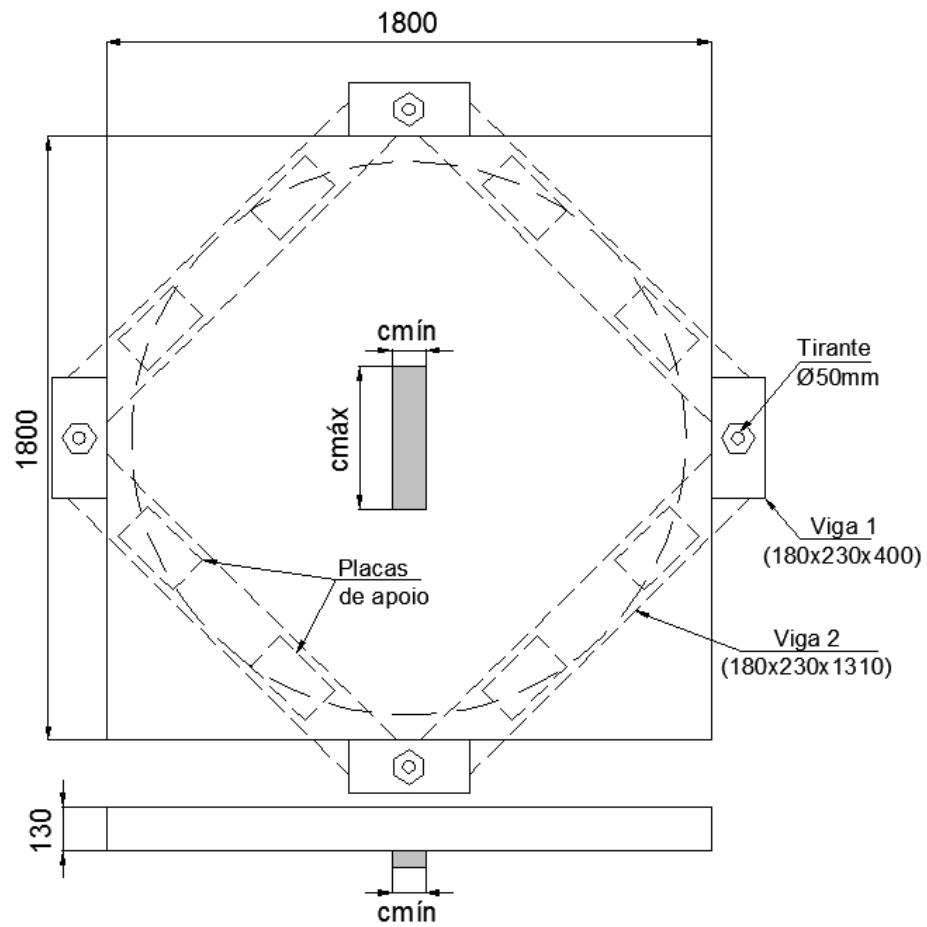


Figura 2. 20 - Modelo das lajes e sistema de ensaio de Mouro (2006).

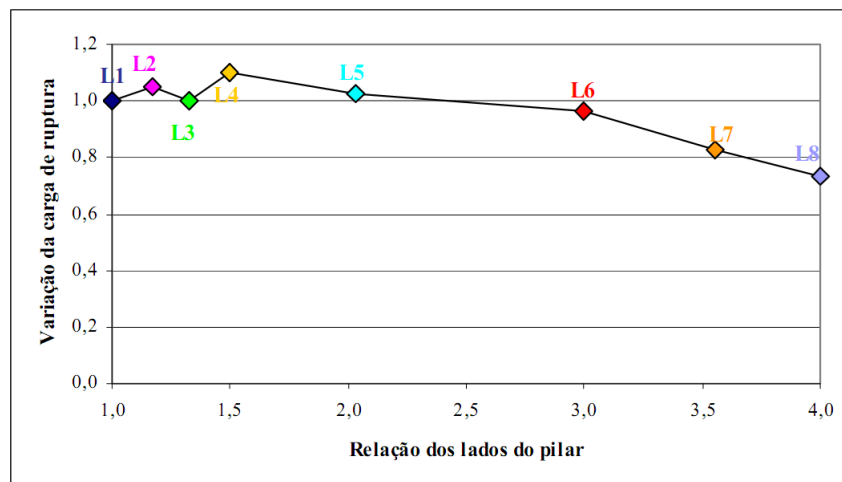


Figura 2. 21 – Influência da variação dos lados do pilar na carga de ruptura (Mouro 2006).

2.2.7. Damasceno (2007)

Damasceno (2007) fez uma análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares, onde utilizou oito lajes lisas de concreto sem armadura de cisalhamento, variando a taxa de armadura de flexão secundária (transversal) e a maior dimensão dos pilares $C_{máx}$. As lajes possuíam dimensões de 1.800 x 1.800 x 110 mm³, a mesma armadura flexão principal (longitudinal), a menor dimensão dos pilares (C_{min}) constante e igual a 85 mm, resistência à compressão do concreto em torno de 40 MPa. Todas as lajes foram submetidas à carga no centro (punção simétrica). As propriedades e o valor da carga de ruína das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.8. A Figura 2.23 apresenta um esquema das mesmas.

Após analisar as influências do índice de retangularidade dos pilares e as contribuições da taxa de armadura de flexão secundária nas cargas últimas das lajes e nos modos de ruptura, os resultados experimentais mostraram que essas variáveis elevam a resistência da ligação laje-pilar podendo fornecer ductilidade à ruptura da laje.

Observou-se também que a taxa de crescimento das resistências obtidas nos ensaios diminui com incrementos no perímetro de controle. Com relação à comparação entre os valores experimentais de resistências das lajes verificou-se que o aumento da carga de ruptura experimental não se apresentou de forma linear, indicando que a taxa de crescimento da carga diminui com o aumento do perímetro do pilar ou da relação $C_{máx}/C_{min}$ quando se mantém constante a menor dimensão do pilar (C_{min}). Conforme demonstra a Figura 2.22

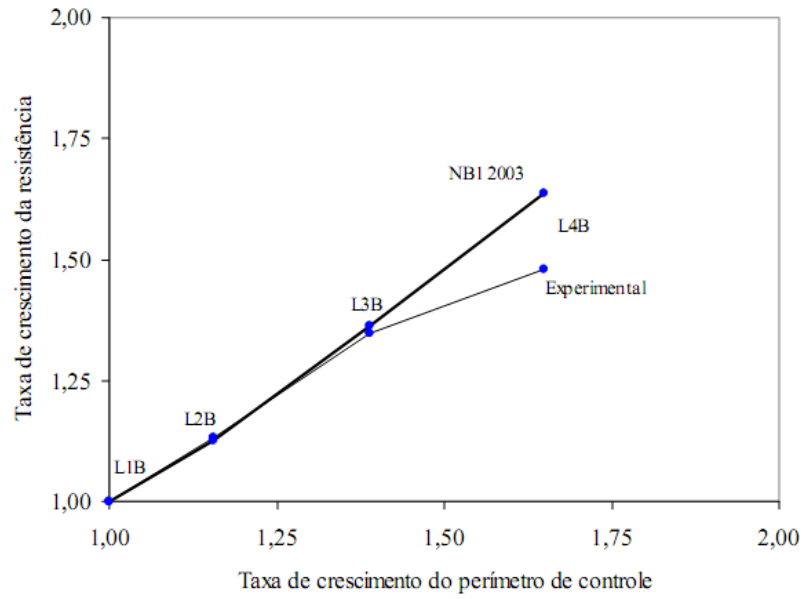


Figura 2. 22 – Influência da variação da relação $C_{máx}/C_{mín}$ na variação das cargas últimas das lajes com menor taxa de armadura de flexão secundária ($\rho_x \approx 0,29\%$) (Damasceno 2007).

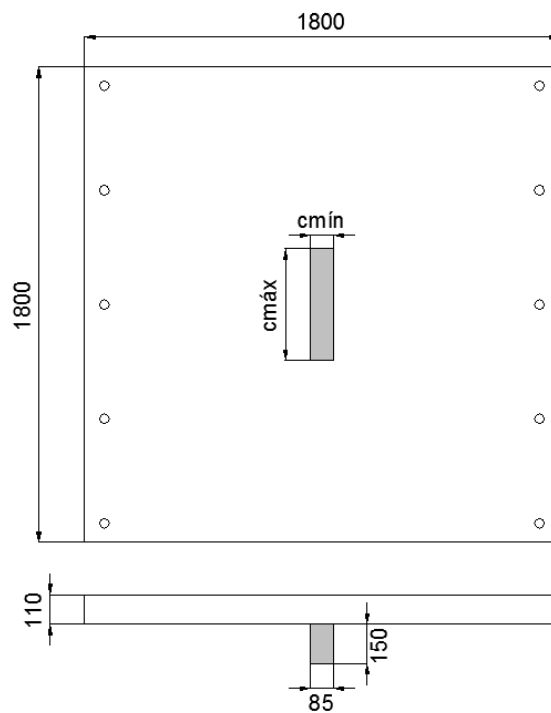


Figura 2. 23 - Modelo das lajes de Damasceno (2007).

Tabela 2. 8 - Características das lajes de Damasceno (2007).

Lajes	ρ_y	ρ_x	ρ_x/ρ_y	f_c (MPa)	C_{min} (mm)	$C_{máx}$ (mm)	d (mm)	$C_{máx}/d$	P_u (kN)
L1A	1,20	1,20	1,00	41,5	85	85	89,3	0,95	188,5
L2A	1,20	1,20	1,00	40,0	85	255	89,3	2,85	254,0
L3A	1,10	1,10	1,00	40,0	85	425	99,7	4,26	297,0
L4A	1,10	1,10	1,00	40,5	85	595	98,6	6,04	325,0
L1B	1,10	0,30	0,25	41,5	85	85	98,1	0,87	172,0
L2B	1,20	0,30	0,25	42,0	85	255	90,5	2,82	194,5
L3B	1,20	0,30	0,25	41,5	85	425	92,7	4,59	232,0
L4B	1,10	0,30	0,25	40,5	85	595	98,1	6,07	254,5

* ρ_y : taxa da armadura principal; * ρ_x : taxa da armadura secundária; * $d = (d_x + d_y)/2$.

2.2.8. Moraes Neto (2007)

Moraes Neto (2007) analisou experimentalmente oito lajes bidirecionais de concreto armado. As lajes possuíam dimensão de (1.800 x 1800 x 110) mm³ usando estribos inclinados e foram submetidas a carregamento simétrico. Os carregamentos foram aplicados de baixo para cima através de placas de aço (50 mm de espessura) que simulavam os efeitos de pilares retangulares. A menor largura destas placas era constante 85 mm variando em seu estudo apenas o ($C_{máx}$) resultando em índices de retangularidade iguais 1,3 e 5. Apenas três lajes não possuíam armadura de cisalhamento com as resistências de 42 MPa. As propriedades e o valor da carga de ruína das lajes ensaiadas são apresentados na Tabela 2.9. A Figura 2.24 apresenta um esquema das mesmas.

O autor estimou as cargas de ruptura das lajes comparando às estimativas de seis normas de projeto: ACI 318 (2002), BS 8110 (1985), CEB-FIP (1991), EC2 (2004), NBR 6118 (1978) e NBR 6118 (2003). Realizou-se também uma análise linear elástica que confrontava as tensões de cisalhamento entre lajes com diferentes condições de contorno (lajes bidirecionais e unidirecionais) com intuito de avaliar a influência das condições de contorno na distribuição das tensões de cisalhamento.

Observou-se nas lajes sem armadura de cisalhamento que um maior índice de retangularidade garantiu maior resistência às lajes, a laje L3 apresentou resistência 31% maior que a laje L1. O

acrécimo de resistência é atribuído ao modo como as tensões cisalhantes se distribuem nas lajes, a forma alongada do pilar conduz à polarização das tensões nos extremos do pilar.

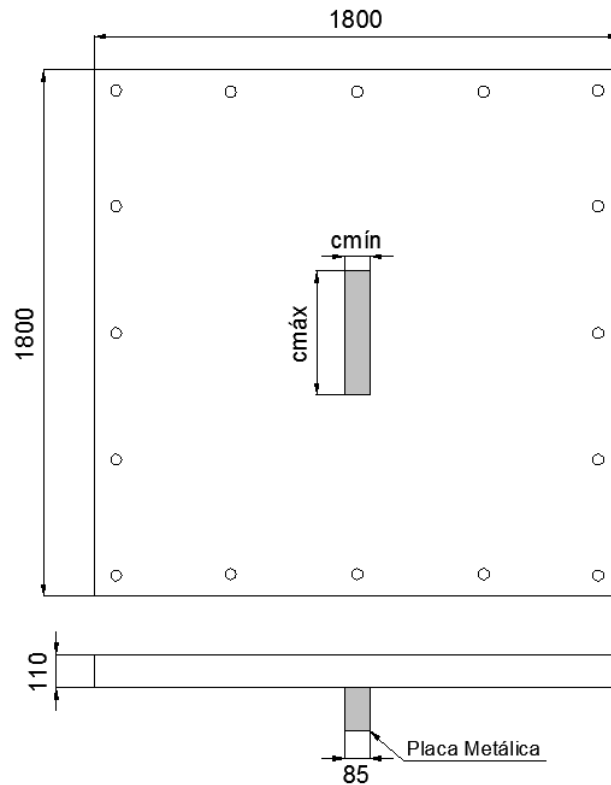


Figura 2. 24 - Modelo das lajes de Moraes Neto (2007).

Tabela 2. 9- Características das lajes Moraes Neto (2007).

Lajes	d (mm)	C_{min} (mm)	C_{max} (mm)	$\frac{A_{sv}}{Camada}$	$\rho(\%)$	P_u (kN)	Modo de Ruína
L1	87,0	85	85	-	1,4	224	Punção
L2	87,5	85	255	-	1,2	241	Punção
L3	86,5	85	425	-	1,3	294	Punção dúctil
L4	87,0	85	85	249,5	1,4	282	Punção dúctil
L5	87,0	85	255	249,5	1,2	288,5	Flexo-punção
L6	87,0	85	425	249,5	1,3	344,5	Flexo-punção
L7	87,0	85	425	249,5	1,3	322	Flexo-punção
L8	88,0	85	425	374,0	1,3	346,5	Flexão

3. ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA

3.1. Análise dos Resultados

Collins (2001) classifica os diferentes tipos de dimensionamento a partir de uma escala de demérito, *Demerit Points Classification – DPC*. Considerando aspectos de segurança, precisão e dispersão em função da razão entre a resistência última observada em ensaios experimentais (V_{exp}) e a capacidade resistente teórica estimada segundo a norma (V_{teo}). Atribuindo para cada valor do parâmetro V_{exp}/V_{teo} uma penalidade, conforme mostra a Tabela 3.1. Collins considera uma maior penalidade (10) para os casos onde o valor de V_{exp}/V_{teo} é menor que 0,50 prezando pela segurança, além de atribuir penalidade de 2 para valores conservadores onde V_{exp}/V_{teo} é maior que 2. O valor do demérito de cada procedimento é calculado por meio da soma dos produtos do número de lajes existentes em cada intervalo, pela sua penalidade correspondente. Quanto maior o valor da soma total, pior é considerado a recomendação normativa.

Tabela 3. 1 – Adaptação do critério de Collins (2001) - DPC.

V_{exp}/V_{teo}	Classificação	Penalidade
<0,50	Extremamente Perigoso	10
[0,50-0,85[Perigoso	5
[0,85-1,15[Segurança Adequada	0
[1,15-2,00[Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente Conservador	2

3.2. Análise Comparativa

Nesta pesquisa um banco de dados com resultados experimentais de ensaios realizados no Brasil e no exterior foi montado para confrontar os resultados e avaliar as recomendações apresentadas pela ACI 318 (2008), Eurocode2 (2004), NBR 6118 (2007) e pelo CEB-FIP (2010), o cálculo das estimativas foi feito sem o emprego dos coeficientes de majoração de carga a fim de obter os valores característicos de resistência das lajes.

Foram selecionadas lajes lisas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento unidirecionais e bidirecionais, com pilares quadrados e retangulares, formando um universo de 131 lajes. Foram avaliadas a precisão e eficiência das normas observando à influência do índice de retangularidade e condições de apoio. As lajes apresentadas foram divididas em grupos para uma análise por amostras. A classificação dos grupos é mostrada na Tabela 3.2.

Tabela 3. 2 – Classificação dos grupos.

Grupo	Características do grupo	Quantidade de lajes
G1Q	Distribuição dos esforços em uma direção com $C_{máx}$ paralelo ao vão (Tipo 1); Pilar quadrado;	15
G1R	Distribuição dos esforços em uma direção com $C_{máx}$ paralelo ao vão (Tipo 1); Pilar retangular;	9
G2R	Distribuição dos esforços em uma direção com $C_{máx}$ perpendicular ao vão (Tipo 2); Pilar retangular;	21
G3Q	Distribuição dos esforços nas duas direções (Tipo 3); Pilar quadrado;	48
G3R	Distribuição dos esforços nas duas direções (Tipo 3); Pilar retangular;	38

Considerando que alguns autores não especificaram o diâmetro máximo de agregados em suas pesquisas, foi adotado o valor médio de 13mm obtido entre os diâmetros conhecidos do banco de dados excluindo os valores maiores que $d_{gmáx}=16\text{mm}$ definido pela norma. As principais características das lajes obtidas na literatura são apresentadas na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Características das lajes obtidas na literatura.

Autores	Laje	Tipo	d (mm)	c_{min} (mm)	$c_{máx}$ (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	F_{ys} (MPa)	E_{sf} (GPa)	dg (mm)	P_{flex} (kN)	V_{exp} (kN)
Ferreira (2006)	L1a	2	87,0	85	85	0,94	42,4	488	220,0	12,0	255,1	174,0
	L1b	2	89,0	85	85	1,18	51,4	488	220,0	12,0	264,2	231,5
	L1c	2	87,0	85	85	1,48	43,5	488	220,0	12,0	255,8	190,0
Lima Neto (2003)	AL1	1	100,0	150	170	1,37	42,0	616	207,0	19,0	472,0	300,0
	AL2	1	102,0	150	170	1,34	44,0	616	207,0	19,0	485,0	380,0
	AL3	1	100,0	150	170	1,37	41,0	616	207,0	19,0	472,0	340,0
	AL4	1	95,0	150	170	1,44	47,0	616	207,0	19,0	452,0	310,0
Oliveira (2003)	L1a	1	107,0	120	120	1,09	57,0	750	234,0	15,0	241,2	234,0
	L1b	1	108,0	120	120	1,08	59,0	750	234,0	15,0	657,1	322,0
	L1c	3	107,0	120	120	1,09	59,0	750	234,0	15,0	706,7	318,0
	L2a	1	109,0	120	240	1,07	58,0	750	234,0	15,0	261,7	246,0
	L2b	2	106,0	120	240	1,1	58,0	750	234,0	15,0	644,6	361,0
	L2c	3	107,0	120	240	1,09	57,0	750	234,0	15,0	735,6	331,0
	L3a	1	108,0	120	360	1,08	56,0	750	234,0	15,0	277,0	241,0
	L3b	2	107,0	120	360	1,09	60,0	750	234,0	15,0	645,2	400,0
	L3c	3	106,0	120	360	1,1	54,0	750	234,0	15,0	745,8	358,0
	L4a	1	108,0	120	480	1,08	56,0	750	234,0	15,0	295,3	251,0
	L4b	2	106,0	120	480	1,1	54,0	750	234,0	15,0	637,1	395,0
	L4c	3	107,0	120	480	1,09	56,0	750	234,0	15,0	792,2	404,0
	L5a	1	108,0	120	600	1,08	57,0	750	234,0	15,0	318,9	287,0
	L5b	2	108,0	120	600	1,08	67,0	750	234,0	15,0	655,4	426,0
	L5c	3	109,0	120	600	1,07	63,0	750	234,0	15,0	857,7	446,0

Tabela 3. 3 (cont.) – Características das lajes obtidas na literatura.

Autores	Laje	Tipo	d (mm)	c_{min} (mm)	c_{max} (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	F_{ys} (MPa)	E_{sf} (GPa)	dg (mm)	P_{flex} (kN)	V_{exp} (kN)
Hawkins (1971)	1	1	117,3	305	305	1,12	30,9	419	200,0	12,0	362,0	391,0
	2	1	117,3	203	406	1,12	26,9	419	200,0	12,0	384,9	358,0
	3	1	117,3	152	457	1,12	32,6	419	200,0	12,0	400,0	340,0
	4	1	117,3	114	495	1,12	31,6	419	200,0	12,0	411,0	337,0
	5	2	117,3	152	457	1,12	27,4	419	200,0	12,0	489,2	362,0
	6	2	117,3	152	457	1,12	23,1	419	200,0	12,0	322,6	342,0
	7	3	117,3	152	457	0,86	26,4	419	200,0	12,0	417,9	326,0
	8	3	120,7	114	495	0,8	26,6	422	200,0	12,0	416,9	321,0
	9	3	120,7	152	305	0,76	30,1	422	200,0	12,0	350,0	322,0
Regan e Rezai-Jorabi (1988)	14R	1	79,0	75	100	1,54	31,0	670	200,0	13,0	236,9	154,0
	15R	2	79,0	100	150	1,54	30,8	670	200,0	13,0	235,6	172,0
	19R	2	79,0	100	150	1,51	29,0	670	200,0	13,0	288,1	170,0
Teng et al. (2000)	OC11	3	105,3	200	200	1,81	36,0	452	200,0	13,0	604,3	423,0
	OC13	3	107,3	200	600	1,71	35,8	452	200,0	13,0	676,2	568,0
	OC15	3	102,8	200	1000	1,76	40,2	452	200,0	13,0	697,8	649,0
	OC13	3	109,8	200	600	1,67	33,0	470	200,0	13,0	715,5	508,0
	C11F22	3	155,0	250	250	1,72	35,4	460	200,0	13,0	1306,3	627,0
	C13F22	3	155,0	250	750	1,66	35,6	460	200,0	13,0	1494,3	792,0
	C15F22	3	160,0	250	1250	1,64	35,4	460	200,0	13,0	1760,0	1056,0
Forssel e Holmberg (1946)	10	3	104,0	25	300	0,68	17,6	500	200,0	13,0	221,4	186,0
	11	3	112,0	140	540	0,63	17,6	500	200,0	13,0	281,8	279,0
	12	3	108,0	140	340	0,65	17,6	500	200,0	13,0	308,1	265,0
Elstner e Hognestad (1956)	A7	1	114,5	254	254	2,48	28,5	321	200,0	13,0	416,7	400,0
	A8	1	114,5	356	356	2,48	21,9	321	200,0	13,0	423,3	436,0
	A2a	3	114,5	254	254	2,48	13,7	321	200,0	13,0	586,0	334,0
	A2b	3	114,5	254	254	2,48	19,5	321	200,0	13,0	655,7	400,0
	A2c	3	114,5	254	254	2,48	37,4	321	200,0	13,0	741,3	467,0
	A7b	3	114,5	254	254	2,48	27,9	321	200,0	13,0	711,1	512,0
	A5	3	114,5	356	356	2,48	27,8	321	200,0	13,0	762,9	534,0
Regan (1983)	DT1	1	190,0	150	150	1,28	43,6	530	200,0	13,0	847,8	780,0
	BD2	1	101,0	100	100	1,28	42,2	530	200,0	13,0	299,0	293,0
Al-Yousif e Regan (2003)	1	1	80,0	100	500	0,98	23,6	472	200,0	13,0	229,6	163,0
	2	3	80,0	100	500	0,98	23,2	472	200,0	13,0	243,0	209,0
	3	2	80,0	100	500	0,98	21,2	472	200,0	13,0	225,0	189,0
	4	3	80,0	300	300	0,98	22,0	472	200,0	13,0	239,6	242,0

Tabela 3.3 (cont.) – Características das lajes obtidas na literatura.

Autores	Laje	Tipo	d (mm)	c_{min} (mm)	$c_{máx}$ (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	F_{ys} (MPa)	E_{sf} (GPa)	dg (mm)	P_{flex} (kN)	V_{exp} (kN)
Borges (2004)	L42	3	139,0	200	400	1,46	43,2	604	200,0	13,0	1152,6	657,0
	L42a	3	164,0	200	400	1,23	36,2	604	200,0	13,0	1358,8	693,0
	L45	3	154,0	200	600	1,31	42,0	604	200,0	13,0	1352,5	798,0
	L46	3	164,0	200	800	1,23	39,3	604	200,0	13,0	1518,3	911,0
	L41	3	139,0	150	250	1,46	44,7	604	200,0	13,0	1103,9	563,0
	L41a	3	164,0	150	250	1,23	38,9	604	200,0	13,0	1304,3	600,0
	L43	3	164,0	150	450	1,23	38,7	604	200,0	13,0	1369,8	726,0
	L44	3	164,0	150	600	1,23	40,0	604	200,0	13,0	1435,8	761,0
Mowrer e Vanderbilt (1967)	1	3AL	51,0	102	102	1,1	28,6	386	200,0	13,0	75,4	86,0
	2	3AL	51,0	102	102	2,2	24,9	386	200,0	13,0	136,0	102,0
	3	3AL	51,0	152	152	1,1	21,1	386	200,0	13,0	77,5	79,0
	4	3AL	51,0	152	152	2,2	18,0	386	200,0	13,0	132,0	99,0
	5	3AL	51,0	203	203	1,1	15,5	386	200,0	13,0	78,8	93,0
	6	3AL	51,0	203	203	2,2	27,2	386	200,0	13,0	154,7	133,0
	7	3AL	51,0	254	254	1,1	23,3	386	200,0	13,0	87,9	109,0
	8	3AL	51,0	254	254	2,2	22,9	386	200,0	13,0	158,3	152,0
	9	3AL	51,0	305	305	1,1	28,0	386	200,0	13,0	95,2	119,0
	10	3AL	51,0	305	305	2,2	26,4	386	200,0	13,0	171,7	158,0
	11	3AL	51,0	356	356	1,1	27,8	386	200,0	13,0	101,5	138,0
	12	3AL	51,0	356	356	2,2	25,0	386	200,0	13,0	183,2	185,0
	13	3AL	51,0	406	406	1,1	24,9	386	200,0	13,0	107,4	145,0
	14	3AL	51,0	406	406	2,2	24,6	386	200,0	13,0	194,7	185,0
Damasceno (2007)	L1A	2	89,3	85	85	1,22	41,3	600	240,0	13,0	265,5	188,5
	L2A	2	89,3	85	255	1,22	40,0	600	240,0	13,0	264,6	254,0
	L3A	2	99,7	85	425	1,09	39,7	600	240,0	13,0	303,1	297,0
	L4A	2	98,6	85	595	1,1	40,4	600	240,0	13,0	295,5	325,0
	L1B	2	98,1	85	85	0,56	41,4	600	240,0	13,0	296,6	172,0
	L2B	2	90,5	85	255	0,61	42,0	600	240,0	13,0	273,9	194,5
	L3B	2	92,7	85	425	0,59	41,6	600	240,0	13,0	286,4	232,0
	L4B	2	98,1	85	595	0,56	40,5	600	240,0	13,0	292,5	254,5
Vilhena <i>et al.</i> (2006)	L1a	2	65,0	85	85	1,2	51,2	518	259,0	12,0	73,0	123,0
	L1b	2	65,0	85	85	1,4	51,2	518	259,0	12,0	89,0	122,0
	L3a	2	65,0	85	255	1,2	53,6	518	259,0	12,0	73,0	134,5
	L3b	2	67,0	85	255	1,4	53,6	518	259,0	12,0	92,0	134,0
	L5a	2	65,0	85	425	1,2	55,2	518	259,0	12,0	73,0	122,0
	L5b	2	65,0	85	425	1,4	55,2	518	259,0	12,0	89,0	124,5
Carvalho (2006)	1	2	85,0	85	85	1,32	52,0	530	646,0	19,0	220,2	185,0
	2	2	86,0	85	255	1,32	52,0	530	646,0	19,0	223,8	226,0
	3	2	85,0	85	425	1,32	50,0	530	646,0	19,0	219,3	239,0

Tabela 3.3 (cont.) – Características das lajes obtidas na literatura.

Autores	Laje	Tipo	d (mm)	c_{min} (mm)	$c_{máx}$ (mm)	ρ (%)	f'_c (MPa)	F_{ys} (MPa)	E_{sf} (GPa)	dg (mm)	P_{flex} (kN)	V_{exp} (kN)
Moraes Neto (2007)	L1	3	87,0	85	85	1,4	39,4	602	255,3	13,0	453,0	224,0
	L2	3	87,5	85	255	1,2	39,8	602	255,3	13,0	422,0	241,0
	L3	3	86,5	85	425	1,3	40,9	602	255,3	13,0	473,0	294,0
Mouro (2006)	L1	3	94,0	250	250	1,39	29,0	597	215,0	13,0	520,8	375,0
	L2	3	93,0	230	270	1,4	29,0	597	215,0	13,0	513,2	390,0
	L3	3	94,0	215	285	1,39	29,0	597	215,0	13,0	520,8	375,0
	L4	3	90,0	200	300	1,45	29,0	597	215,0	13,0	493,8	395,0
	L5	3	91,0	165	335	1,43	22,0	597	215,0	13,0	475,3	385,0
	L6	3	91,0	125	375	1,43	22,0	597	215,0	13,0	479,5	350,0
	L7	3	91,0	110	390	1,43	22,0	597	215,0	13,0	476,2	300,0
	L8	3	94,0	100	400	1,39	22,0	597	215,0	13,0	500,0	275,0
Regan (1986)	I/2	3	77,0	200	200	1,2	23,4	500	200,0	10,0	374,5	176,0
	I/4	3	77,0	200	200	0,92	32,3	500	200,0	10,0	373,1	194,0
	I/6	3	79,0	200	200	0,8	21,9	480	200,0	10,0	250,0	165,0
	I/7	3	79,0	200	200	0,8	30,4	480	200,0	10,0	251,4	186,0
	II/1	3	200,0	250	250	0,98	34,9	530	200,0	20,0	2171,1	825,0
	II/2	3	128,0	160	160	0,98	33,3	485	200,0	20,0	812,5	390,0
	II/3	3	128,0	160	160	0,98	34,3	485	200,0	10,0	811,1	365,0
	II/4	3	64,0	80	80	0,98	33,3	480	200,0	20,0	198,3	117,0
	II/5	3	64,0	80	80	0,98	34,3	480	200,0	10,0	198,1	105,0
	II/6	3	64,0	80	80	0,98	36,2	480	200,0	5,0	198,1	105,0
Tomaszewicz (1993)	ND65-1-1	3	275,0	200	200	1,5	64,3	500	200,0	16,0	5694,4	2050
	ND65-2-1	3	200,0	150	150	1,7	70,2	500	200,0	16,0	3333,3	1200
	ND95-1-1	3	275,0	200	200	1,5	83,7	500	200,0	16,0	5625,0	2250
	ND95-1-3	3	275,0	200	200	2,5	89,9	500	200,0	16,0	9600,0	2400
	ND95-2-1	3	200,0	150	150	1,7	88,2	500	200,0	16,0	3333,3	1100
	ND95-2-1D	3	200,0	150	150	1,7	86,7	500	200,0	16,0	3333,3	1300
	ND95-2-3	3	200,0	150	150	2,6	89,5	500	200,0	16,0	5178,6	1450
	ND95-2-3D	3	200,0	150	150	2,6	80,3	500	200,0	16,0	5208,3	1250
	ND95-2-3D+	3	200,0	150	150	2,6	98,0	500	200,0	16,0	5178,6	1450
	ND95-3-1	3	88,0	100	100	1,8	85,1	500	200,0	16,0	702,1	330
	ND115-1-1	3	275,0	200	200	1,5	112,0	500	200,0	16,0	5697,7	2450
	ND115-2-1	3	200,0	150	150	1,7	119,0	500	200,0	16,0	3333,3	1400
	ND115-2-3	3	200,0	150	150	2,6	108,1	500	200,0	16,0	5166,7	1550

A Tabela 3.4 apresenta uma comparação entre os índices de resistência experimental e os estimados pelas normas ACI 318 (2008), Eurocode2 (2004), NBR 6118 (2007) e CEB-FIP (2010). De forma simplificada faz-se referência ao CEB-FIP (2010) consoante o seu nível de aproximação, isto é MC10 I corresponde ao nível I de aproximação e MC10 II ao nível 2. Visto que o nível III corresponde a casos especiais devido a carregamentos particulares ou estruturas que necessitam de uma análise mais detalhada o mesmo não foi levado em consideração uma vez que a sua aplicação apresenta um grau de complexidade incompatível em relação às demais normas.

Como já comentado no Capítulo 2, Oliveira (2003) apresentou um método para considerar os efeitos da flexão em lajes lisas, a partir de fatores (λ) que dependem da posição dos lados dos pilares em relação aos vãos das lajes e condições de apoio das mesmas. Esses fatores, que visam corrigir os resultados estimados pela CEB-FIP (1990), podem ser aplicados semelhantemente à NBR 6118 (2003), desta forma os mesmos são introduzidos na expressão para o cálculo da resistência à punção, conforme a Equação 3.1. De forma análoga para o CEB-FIP (2010) no cálculo das resistências aplicaremos do fator (λ) conforme a Equação 3.2. Na Tabela 3.4 são apresentados os resultados da NBR 6118 (2007) e CEB-FIP (2010) ao nível 2 de aproximação corrigidos pelo fator de flexão sugerido a fim de analisar os ganhos da implementação deste parâmetro.

$$V_{Rk} = \frac{0,18}{\lambda} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f'_c \cdot d \cdot u} \quad \text{Equação 3. 1}$$

$$V_{Rk} = \frac{1}{\lambda} \cdot k_{\psi} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d_v \quad \text{Equação 3. 2}$$

Tabela 3. 4 – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.

Autores	Laje	$\frac{V_{exp}}{V_1}$	$\frac{V_{exp}}{V_2}$	$\frac{V_{exp}}{V_3}$	$\frac{V_{exp}}{V_4}$	$\frac{V_{exp}}{V_5}$	$\frac{V_{exp}}{V_6}$	$\frac{V_{exp}}{V_7}$
Ferreira (2006)	L1a	1,34	1,13	0,89	0,89	1,43	1,09	1,08
	L1b	1,56	1,26	1,00	0,99	1,67	1,31	1,30
	L1c	1,44	1,06	0,83	0,83	1,54	1,18	1,17
Lima Neto (2003)	AL1	1,34	1,14	0,93	0,97	1,43	1,06	1,10
	AL2	1,61	1,38	1,14	1,19	1,73	1,28	1,34
	AL3	1,53	1,30	1,07	1,11	1,64	1,21	1,26
	AL4	1,40	1,21	0,98	1,02	1,50	1,12	1,16
Oliveira (2003)	L1a	0,96	0,84	0,70	0,72	1,33	1,15	1,17
	L1b	1,28	1,13	0,95	0,96	1,77	1,05	1,07
	L1c	1,28	1,13	0,94	0,97	1,77	1,02	1,05
	L2a	0,77	0,76	0,64	0,73	1,04	0,99	1,14
	L2b	1,17	1,15	0,96	1,00	1,59	1,02	1,07
	L2c	1,07	1,05	0,88	0,92	1,45	0,89	0,93
	L3a	0,77	0,68	0,57	0,70	0,86	0,86	1,06
	L3b	1,25	1,12	0,93	1,03	1,39	0,98	1,08
	L3c	1,20	1,05	0,87	0,92	1,33	0,86	0,91
	L4a	0,76	0,64	0,54	0,69	0,75	0,80	1,03
	L4b	1,25	1,05	0,87	1,00	1,24	0,91	1,05
	L4c	1,24	1,05	0,87	0,93	1,23	0,84	0,89
	L5a	0,81	0,67	0,56	0,75	0,74	0,81	1,09
	L5b	1,10	0,94	0,79	0,93	1,01	0,83	0,98
L5c	1,18	0,99	0,83	0,89	1,08	0,78	0,84	
Hawkins (1971)	1	1,06	1,05	0,90	1,06	1,13	1,11	1,30
	2	1,05	1,01	0,87	1,07	1,11	1,03	1,27
	3	1,08	0,90	0,77	0,97	0,96	0,91	1,15
	4	1,24	0,90	0,77	0,99	0,96	0,90	1,15
	5	1,26	1,02	0,87	0,98	1,11	0,94	1,06
	6	1,30	1,02	0,87	0,98	1,14	1,11	1,25
	7	1,16	1,01	0,87	0,92	1,02	0,91	0,97
	8	1,25	0,97	0,84	0,89	0,97	0,88	0,93
	9	1,05	1,07	0,93	0,97	1,13	1,04	1,09

Legenda:

V₁: carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);

V₂: carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);

V₃: carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);

V₄: carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);

V₅: carga de resistência estimada pela MC10 I;

V₆: carga de resistência estimada pela MC10 II;

V₇: carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);

Tabela 3.4 (cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.

Autores	Laje	$\frac{V_{exp}}{V_1}$	$\frac{V_{exp}}{V_2}$	$\frac{V_{exp}}{V_3}$	$\frac{V_{exp}}{V_4}$	$\frac{V_{exp}}{V_5}$	$\frac{V_{exp}}{V_6}$	$\frac{V_{exp}}{V_7}$
Regan e Rezai-Jorabi (1988)	14R	1,58	1,11	0,85	0,88	1,46	1,13	1,18
	15R	1,44	1,12	0,85	0,87	1,30	1,08	1,09
	19R	1,47	1,14	0,87	0,88	1,39	1,05	1,07
Teng et al.(2000)	OC11	1,64	1,31	1,09	1,13	1,85	1,28	1,33
	OC13	1,57	1,27	1,06	1,13	1,43	1,15	1,23
	OC15	1,52	1,15	0,95	1,02	1,14	1,05	1,13
	OC13	1,42	1,13	0,95	1,02	1,32	1,03	1,09
	C11F22	1,26	0,97	0,90	0,93	1,44	0,96	0,99
	C13F22	1,18	0,92	0,85	0,91	1,09	0,82	0,87
	C15F22	1,31	0,94	0,88	0,95	1,00	0,81	0,87
Forssel e Holmberg (1946)	10	2,06	1,11	0,92	0,97	1,08	0,99	1,04
	11	1,30	1,12	0,95	1,01	0,86	0,91	0,97
	12	1,38	1,31	1,09	1,15	1,12	1,02	1,07
Elstner e Hognestad (1956)	A7	1,33	1,03	0,81	0,93	1,17	1,09	1,25
	A8	1,30	1,05	0,83	1,01	1,12	1,09	1,32
	A2a	1,60	1,09	0,87	0,91	1,41	1,07	1,12
	A2b	1,61	1,17	0,92	0,97	1,42	1,09	1,14
	A2c	1,36	1,10	0,87	0,91	1,19	0,97	1,02
	A7b	1,72	1,32	1,05	1,10	1,52	1,20	1,25
Regan (1983)	DT1	1,37	1,00	0,98	0,94	1,23	1,12	1,07
	BD2	1,67	1,28	1,05	1,05	1,47	1,29	1,29
Al-Yousif e Regan (2003)	1	1,18	0,90	0,69	0,94	0,77	0,75	1,02
	2	1,53	1,16	0,89	0,95	0,99	0,94	1,00
	3	1,45	1,08	0,83	1,00	0,94	0,90	1,08
	4	1,27	1,37	1,05	1,11	1,11	1,07	1,14

Legenda:

V₁: carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);

V₂: carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);

V₃: carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);

V₄: carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);

V₅: carga de resistência estimada pela MC10 I;

V₆: carga de resistência estimada pela MC10 II;

V₇: carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);

Tabela 3.4 (cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.

Autores	Laje	$\frac{V_{exp}}{V_1}$	$\frac{V_{exp}}{V_2}$	$\frac{V_{exp}}{V_3}$	$\frac{V_{exp}}{V_4}$	$\frac{V_{exp}}{V_5}$	$\frac{V_{exp}}{V_6}$	$\frac{V_{exp}}{V_7}$
Borges (2004)	L42	1,23	1,12	1,01	1,06	1,96	1,13	1,19
	L42a	1,14	1,02	0,95	1,00	1,83	1,03	1,09
	L45	1,30	1,07	0,99	1,05	1,71	1,05	1,11
	L46	1,33	1,04	0,98	1,04	1,57	1,01	1,07
	L41	1,34	1,10	0,99	1,03	2,19	1,16	1,21
	L41a	1,21	0,98	0,92	0,96	1,99	1,05	1,09
	L43	1,38	1,04	0,98	1,03	1,85	1,06	1,11
	L44	1,36	0,99	0,93	0,98	1,63	0,98	1,03
Moraes Neto (2007)	L1	1,79	1,31	1,03	1,06	1,93	1,24	1,27
	L2	1,53	1,18	0,93	0,98	1,32	0,97	1,02
	L3	1,67	1,19	0,94	0,99	1,19	0,93	0,99
Mowrer e Vanderbilt (1967)	1	1,55	1,41	0,94	0,98	1,15	1,15	1,20
	2	1,96	1,44	0,93	0,97	1,47	1,25	1,30
	3	1,25	1,21	0,80	0,84	0,91	0,94	0,99
	4	1,69	1,31	0,84	0,89	1,24	1,09	1,15
	5	1,37	1,35	0,90	0,95	0,99	1,05	1,11
	6	1,48	1,32	0,85	0,90	1,07	1,01	1,07
	7	1,19	1,22	0,81	0,86	0,78	0,91	0,97
	8	1,67	1,40	0,90	0,96	1,10	1,06	1,13
	9	1,08	1,11	0,74	0,79	0,66	0,82	0,88
	10	1,48	1,23	0,79	0,85	0,91	0,91	0,97
	11	1,16	1,16	0,77	0,83	0,67	0,86	0,92
	12	1,64	1,32	0,85	0,91	0,95	0,97	1,04
	13	1,20	1,16	0,77	0,82	0,66	0,85	0,91
	14	1,54	1,21	0,78	0,84	0,85	0,88	0,95

Legenda:

V₁: carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);

V₂: carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);

V₃: carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);

V₄: carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);

V₅: carga de resistência estimada pela MC10 I;

V₆: carga de resistência estimada pela MC10 II;

V₇: carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);

Tabela 3.4 (cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.

Autores	Laje	$\frac{V_{exp}}{V_1}$	$\frac{V_{exp}}{V_2}$	$\frac{V_{exp}}{V_3}$	$\frac{V_{exp}}{V_4}$	$\frac{V_{exp}}{V_5}$	$\frac{V_{exp}}{V_6}$	$\frac{V_{exp}}{V_7}$
Damasceno (2007)	L1A	1,41	1,09	0,86	0,85	1,57	1,17	1,16
	L2A	1,56	1,20	0,95	1,02	1,39	1,20	1,29
	L3A	1,43	1,04	0,85	0,97	1,05	1,02	1,17
	L4A	1,38	0,99	0,81	0,97	0,92	1,00	1,19
	L1B	1,12	1,09	0,88	0,86	1,25	0,93	0,91
	L2B	1,15	1,11	0,89	0,95	1,02	0,88	0,95
	L3B	1,20	1,09	0,88	1,01	0,88	0,85	0,98
	L4B	1,09	0,98	0,80	0,96	0,73	0,79	0,94
Vilhena <i>et al.</i> (2006)	L1a	1,32	1,15	0,83	0,87	1,19	1,36	1,43
	L1b	1,31	1,08	0,78	0,82	1,18	1,25	1,31
	L3a	1,08	0,96	0,69	0,78	0,78	1,12	1,26
	L3b	1,04	0,87	0,63	0,70	0,75	0,98	1,10
	L5a	0,85	0,70	0,50	0,61	0,51	0,85	1,03
	L5b	0,86	0,68	0,49	0,59	0,52	0,79	0,95
Carvalho (2006)	1	1,33	1,05	0,82	0,82	0,95	0,92	0,92
	2	1,28	1,01	0,79	0,86	0,73	0,80	0,86
	3	1,25	0,93	0,72	0,84	0,59	0,70	0,82
Mouro (2006)	L1	1,62	1,48	1,19	1,25	1,79	1,26	1,33
	L2	1,70	1,56	1,25	1,32	1,89	1,33	1,40
	L3	1,62	1,48	1,19	1,26	1,79	1,26	1,33
	L4	1,80	1,65	1,31	1,38	1,99	1,40	1,48
	L5	2,00	1,74	1,38	1,46	2,20	1,50	1,59
	L6	2,16	1,58	1,26	1,33	2,00	1,37	1,45
	L7	1,98	1,35	1,08	1,14	1,72	1,17	1,24
	L8	1,81	1,19	0,96	1,02	1,51	1,03	1,09

Legenda:

V₁: carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);

V₂: carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);

V₃: carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);

V₄: carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);

V₅: carga de resistência estimada pela MC10 I;

V₆: carga de resistência estimada pela MC10 II;

V₇: carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);

Tabela 3.4 (cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 3.1 com os estimados.

Autores	Laje	$\frac{V_{exp}}{V_1}$	$\frac{V_{exp}}{V_2}$	$\frac{V_{exp}}{V_3}$	$\frac{V_{exp}}{V_4}$	$\frac{V_{exp}}{V_5}$	$\frac{V_{exp}}{V_6}$	$\frac{V_{exp}}{V_7}$
Regan (1986)	I/2	1,28	1,18	0,90	0,94	1,51	0,96	1,01
	I/4	1,20	1,28	0,97	1,02	1,42	0,95	1,00
	I/6	1,20	1,25	0,95	1,00	1,39	1,02	1,08
	I/7	1,15	1,26	0,96	1,01	1,33	1,04	1,09
	II/1	1,16	1,00	0,99	1,03	1,24	0,83	0,86
	II/2	1,37	1,18	1,04	1,07	1,41	0,98	1,02
	II/3	1,27	1,09	0,96	0,99	1,53	0,96	1,00
	II/4	1,65	1,41	1,01	1,05	1,68	1,18	1,22
	II/5	1,46	1,26	0,90	0,93	1,75	1,12	1,15
	II/6	1,42	1,23	0,88	0,91	1,92	1,14	1,18
Tomaszewicz (1993)	ND65-1-1	1,47	1,15	1,13	1,16	2,08	1,08	1,10
	ND65-2-1	1,55	1,09	1,08	1,10	2,00	1,09	1,11
	ND95-1-1	1,56	1,15	1,14	1,17	2,00	1,08	1,10
	ND95-1-3	1,66	1,09	1,00	1,02	2,06	0,99	1,01
	ND95-2-1	1,42	0,92	0,91	0,94	1,64	0,91	0,94
	ND95-2-1D	1,68	1,10	1,09	1,11	1,95	1,09	1,11
	ND95-2-3	1,87	1,15	1,04	1,07	2,14	1,09	1,12
	ND95-2-3D	1,61	1,03	0,93	0,95	1,95	0,98	1,01
	ND95-2-3D+	1,87	1,15	1,01	1,03	2,05	1,05	1,08
	ND95-3-1	1,80	1,29	1,02	1,05	1,57	1,09	1,13
	ND115-1-1	1,69	1,22	1,13	1,15	1,89	1,05	1,08
	ND115-2-1	1,81	1,17	1,05	1,08	1,79	1,04	1,07
	ND115-2-3	2,00	1,22	1,04	1,07	2,08	1,08	1,11

Legenda:

V₁: carga de resistência estimada pela ACI 318 (2008);

V₂: carga de resistência estimada pela Eurocode 2 (2004);

V₃: carga de resistência estimada pela NBR 6118 (2007);

V₄: carga de resistência estimada pela NBR 6118 + λ (Fator de Flexão);

V₅: carga de resistência estimada pela MC10 I;

V₆: carga de resistência estimada pela MC10 II;

V₇: carga de resistência estimado pela MC10 II + λ (Fator de Flexão);

A Tabela 3.5 apresenta os resultados gerais para o índice de resistência médio e o coeficiente de variação para cada norma analisada. Com estes dados torna-se mais prática a realização de comparações entre os diversos processos para estimar a resistência ao puncionamento. Avaliando assim a precisão de cada recomendação para as lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento.

Tabela 3. 5 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos.

Autores	d(mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	V_{exp}/V_{norma}					
				ACI		EC2		NB1	
				MED	COV	MED	COV	MED	COV
Forssell e Holmberg (1946)	104 - 112	0,63 - 0,68	17	1,58	0,26	1,18	0,09	0,99	0,09
Elstner e Hognestad (1956)	114	2,48	13 - 34	1,48	0,11	1,13	0,09	0,90	0,09
Mowrer e Vanderbilt (1967)	51	1,1 - 2,2	15 - 28	1,45	0,17	1,28	0,08	0,83	0,08
Hawkins (1971)	117 - 120	0,76 - 1,12	23 - 32	1,16	0,09	1,00	0,06	0,86	0,06
Regan (1983)	101 - 190	1,28	42 - 43	1,52	0,14	1,14	0,17	1,01	0,05
Regan (1986)	64 - 200	0,8 - 1,2	21 - 36	1,32	0,12	1,21	0,09	0,96	0,05
Regan e Rezai-Jorabi (1988)	79	1,51 - 1,54	29 - 31	1,50	0,05	1,12	0,01	0,86	0,01
Tomaszewicz (1993)	88 - 275	1,5 - 2,6	64 - 119	1,69	0,10	1,13	0,08	1,04	0,07
Teng <i>et al.</i> (2000)	102 - 160	1,07 - 1,81	33 - 40	1,38	0,14	1,09	0,14	0,95	0,09
Borges (2004)	139 -164	1,23 -1,46	36 - 44	1,29	0,07	1,04	0,05	0,97	0,03
Lima Neto (2003)	95 - 102	1,34 -1,44	41 - 47	1,47	0,08	1,26	0,08	1,03	0,09
Oliveira (2003)	106 - 109	1,07 - 1,1	54 - 67	1,07	0,19	0,95	0,19	0,79	0,19
Al-Yousif e Regan (2003)	80	0,98	21 - 23	1,36	0,12	1,13	0,17	0,86	0,17
Ferreira (2006)	87 - 89	0,94 - 1,48	42 - 51	1,45	0,08	1,15	0,09	0,91	0,09
Vilhena <i>et al.</i> (2006)	65 - 67	1,2 - 1,4	51 - 55	1,08	0,19	0,91	0,21	0,65	0,21
Carvalho (2006)	85 - 86	1,32	50 - 52	1,29	0,03	1,00	0,06	0,78	0,06
Mouro (2006)	90 - 94	1,39 -1,45	22 - 29	1,84	0,11	1,50	0,11	1,20	0,11
Damasceno (2007)	89 - 99	0,56 -1,22	39 - 42	1,29	0,14	1,07	0,07	0,86	0,05
Moraes Neto (2007)	86 - 87	1,2 - 1,4	39 - 40	1,66	0,08	1,23	0,06	0,97	0,06
				Média	1,39	1,13	0,91		
				COV(%)	19,95	16,40	16,15		

Tabela 3. 5 (cont.) – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos.

Autores	f_c (MPa)	V_{exp}/V_{norma}							
		NB1+ λ		MC10 I		MC10 II		MC10 II+ λ	
		MED	COV	MED	COV	MED	COV	MED	COV
Forssell e Holmberg (1946)	17	1,04	0,09	1,02	0,14	0,97	0,06	1,03	0,05
Elstner e Hognestad (1956)	13 - 34	0,97	0,07	1,29	0,12	1,08	0,07	1,17	0,09
Mowrer e Vanderbilt (1967)	15 - 28	0,88	0,07	0,96	0,24	0,98	0,13	1,04	0,12
Hawkins (1971)	23 - 32	0,98	0,06	1,06	0,08	0,98	0,09	1,13	0,12
Regan (1983)	42 - 43	0,99	0,08	1,35	0,13	1,20	0,10	1,18	0,13
Regan (1986)	21 - 36	0,99	0,05	1,52	0,14	1,02	0,10	1,06	0,10
Regan e Rezai-Jorabi (1988)	29 - 31	0,88	0,01	1,38	0,05	1,08	0,04	1,11	0,05
Tomaszewicz (1993)	64 - 119	1,07	0,07	1,94	0,09	1,05	0,05	1,07	0,05
Teng <i>et al</i> (2000)	33 - 40	1,01	0,08	1,30	0,22	0,99	0,17	1,06	0,16
Borges (2004)	36 - 44	1,02	0,04	1,84	0,11	1,06	0,06	1,11	0,05
Lima Neto (2003)	41 - 47	1,07	0,09	1,58	0,09	1,17	0,09	1,21	0,09
Oliveira (2003)	54 - 67	0,88	0,14	1,24	0,27	0,92	0,12	1,02	0,09
Al-Yousif e Regan (2003)	21 - 23	1,00	0,08	0,95	0,15	0,91	0,15	1,06	0,06
Ferreira (2006)	42 - 51	0,90	0,09	1,55	0,08	1,19	0,09	1,19	0,09
Vilhena <i>et al.</i> (2006)	51 - 55	0,73	0,15	0,82	0,37	1,06	0,21	1,18	0,15
Carvalho (2006)	50 - 52	0,84	0,02	0,75	0,24	0,81	0,14	0,87	0,06
Mouro (2006)	22 - 29	1,27	0,11	1,86	0,11	1,29	0,11	1,36	0,11
Damasceno (2007)	39 - 42	0,95	0,07	1,10	0,26	0,98	0,15	1,07	0,13
Moraes Neto (2007)	39 - 40	1,01	0,04	1,48	0,27	1,05	0,16	1,10	0,14
	Média	0,97		1,34		1,03		1,10	
	COV(%)	13,96		30,91		14,42		12,91	

É possível perceber que a ACI apresenta resultados conservadores em relação às demais normas com média de 1,39 e alto coeficiente de variação (20%). Pode-se verificar que a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ estiveram acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.1. Cerca de 94% dos resultados encontraram-se a favor da segurança e 6% contra.

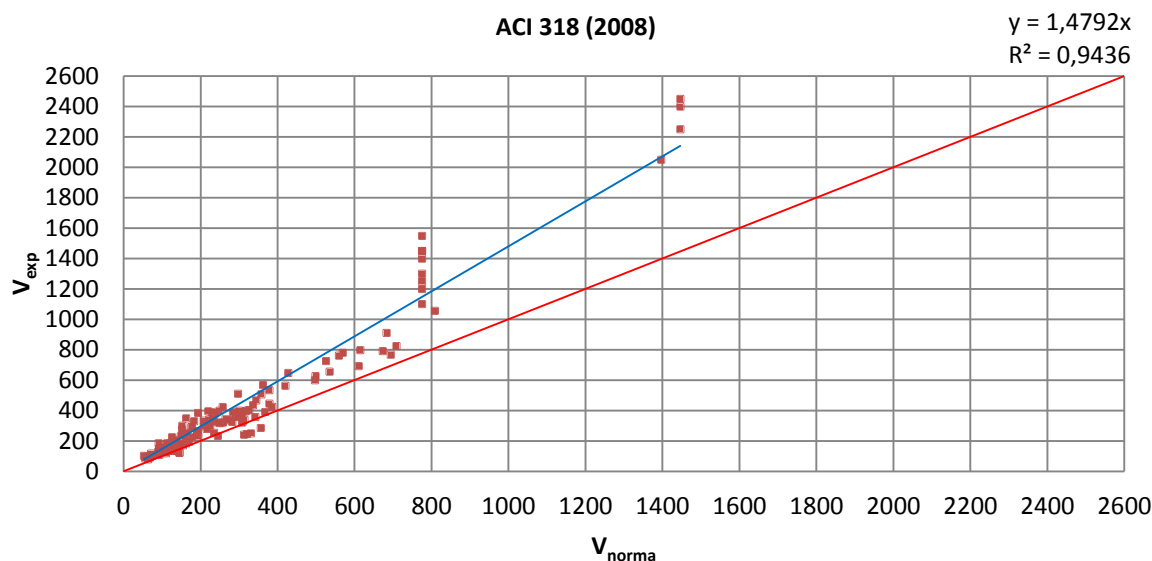


Figura 3. 1 – Precisão ACI 318 (2008).

O Eurocode 2 (2004) mostrou resultados satisfatórios e a favor da segurança, sendo registrada média de 1,13 e coeficiente de variação de 16%. Pode-se verificar que a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ estiveram acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.2. Cerca de 80% dos resultados encontraram-se a favor da segurança e 20% contra.

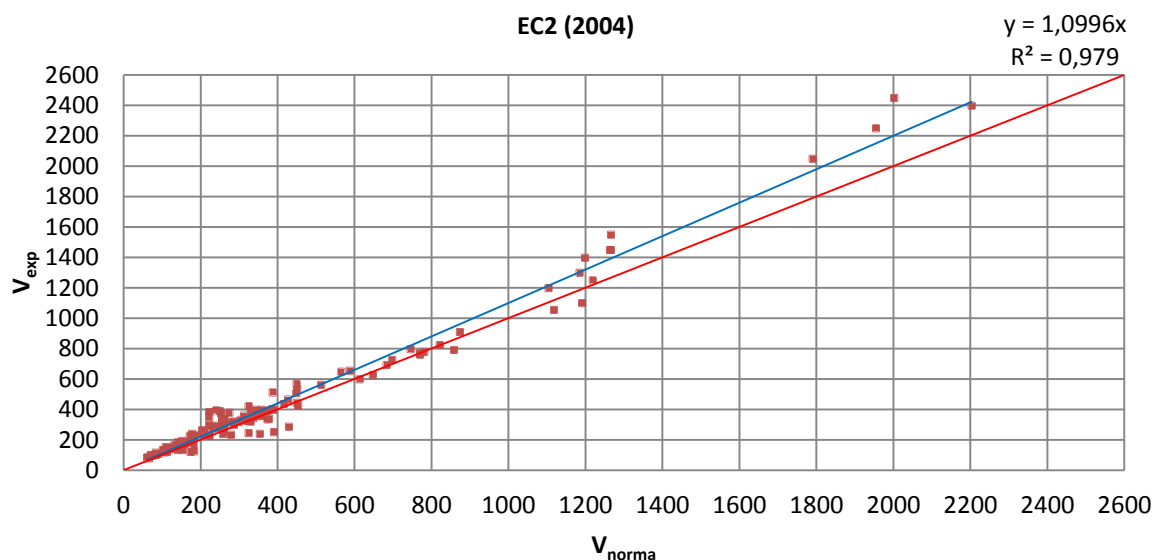


Figura 3. 2 – Precisão Eurocode 2 (2004).

A NBR 6118 (2007) apresentou resultados médios de 0,91 coeficiente de variação de 16%, atuando contra a segurança, superestimando a resistência à punção das lajes deste banco de dados. Pode-se verificar que a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ estiveram abaixo do valor de

referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.3. Cerca de 77% dos resultados encontraram-se contra a segurança.

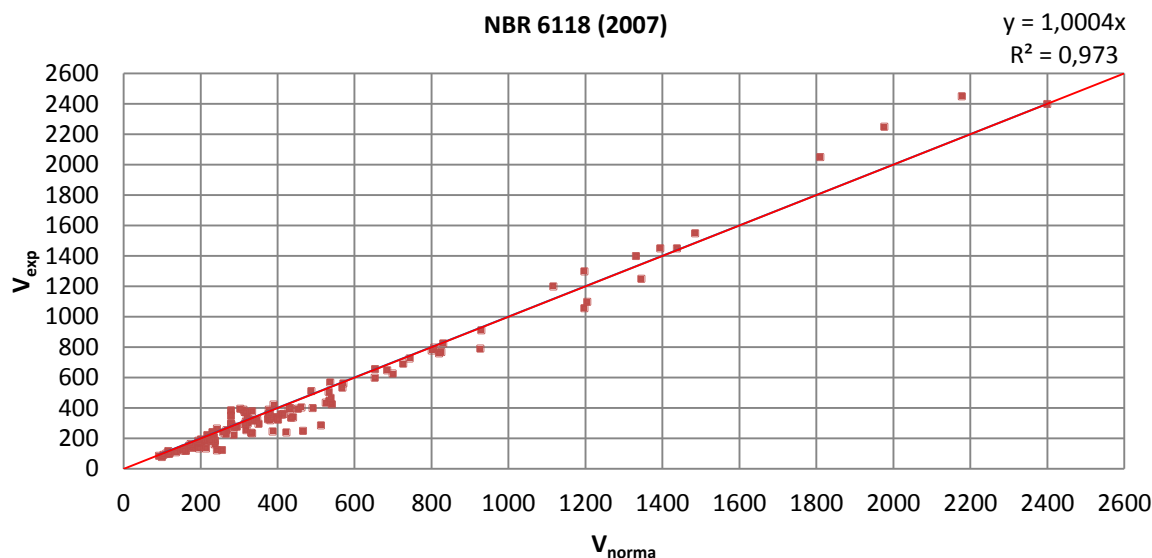


Figura 3. 3– Precisão NBR 6118 (2007).

Aplicando o fator de flexão (λ) na NBR 6118 (2007) observamos uma melhora no seu índice chegando a 0,97 diminuindo também o coeficiente de variação para 14%. Ainda assim a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ permaneceu abaixo do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.4. Apresentando 61% dos resultados contra a segurança.

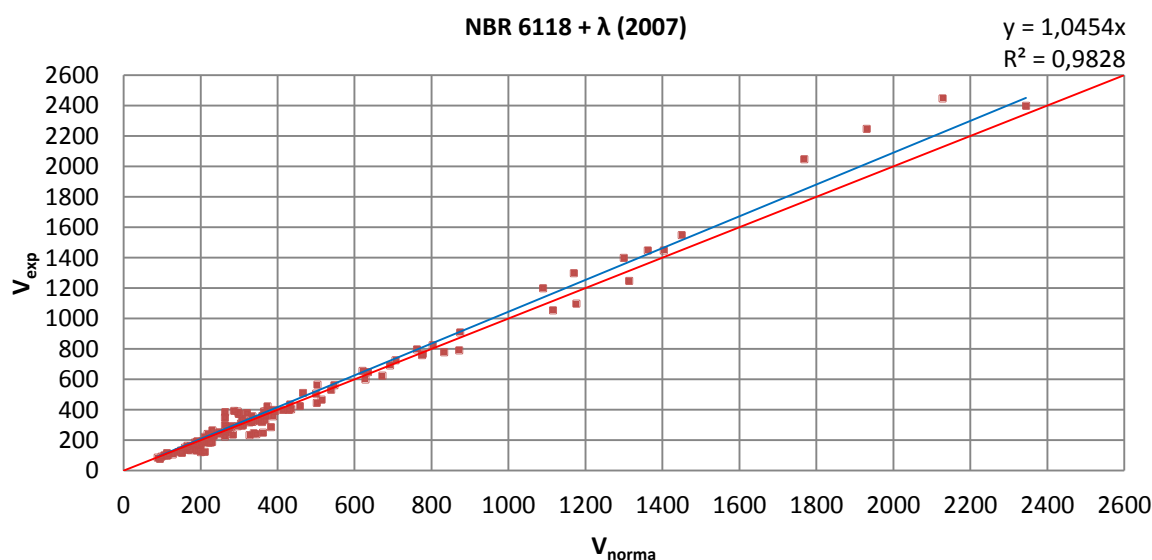


Figura 3. 4 – Precisão NBR 6118 + λ (2007).

Já a CEB-FIP (2010) em seu nível I de aproximação apresentou resultados conservadores, obtendo média de 1,34, similar a ACI, porém mostrou um coeficiente de variação alto de 31%. Pode-se verificar que a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ estiveram acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.5. Cerca de 77% dos resultados encontraram-se a favor da segurança. Os resultados se comportaram de maneira esperada visto que o nível I de aproximação há um menor rigor no grau de precisão, e sua aplicação é aconselhada para um pré-dimensionamento de estruturas.

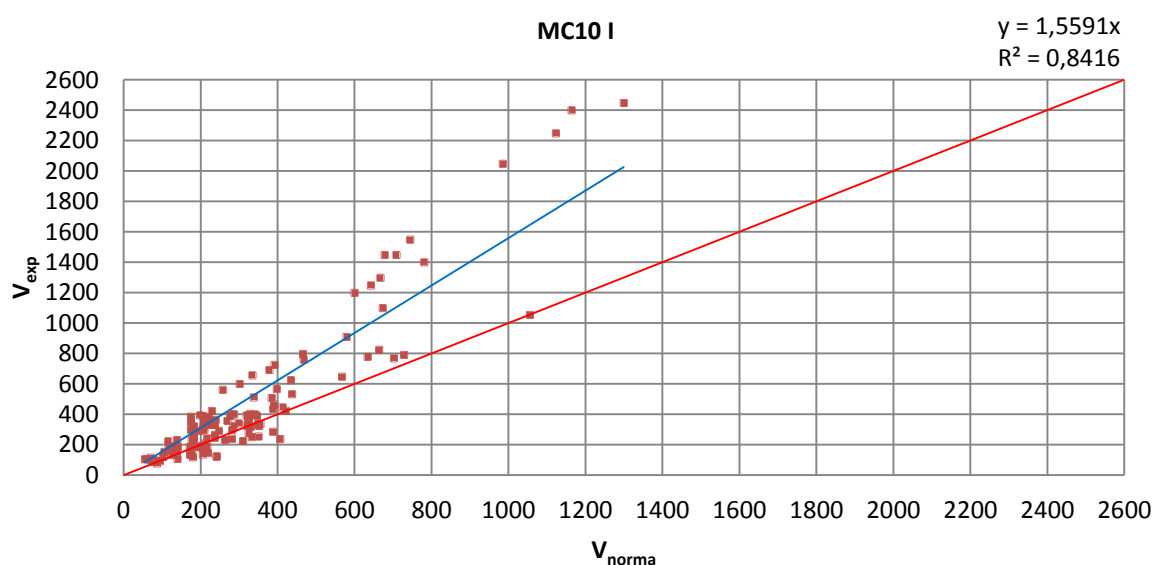


Figura 3. 5 – Precisão MC10 I.

Em seu nível II de aproximação apresentou resultados satisfatórios, obtendo média de 1,03 e coeficiente de variação de 14%. Pode-se verificar que a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ estiveram acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.6. Cerca de 57% dos resultados encontraram-se a favor da segurança. Com a utilização do fator de flexão (λ) alcançou média de 1,10 estando a favor da segurança, sem ser conservadora e diminuindo o coeficiente de variação para 12%. Apresentando a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$), ver Figura 3.7. Cerca de 75% dos resultados encontraram-se a favor da segurança.

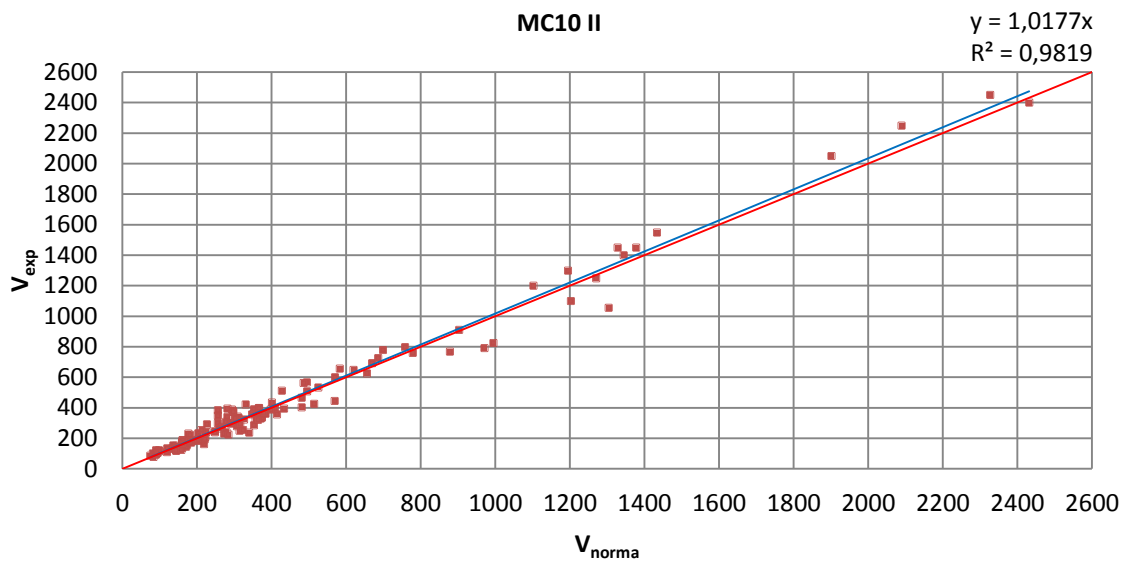


Figura 3. 6 – Precisão MC10 II.

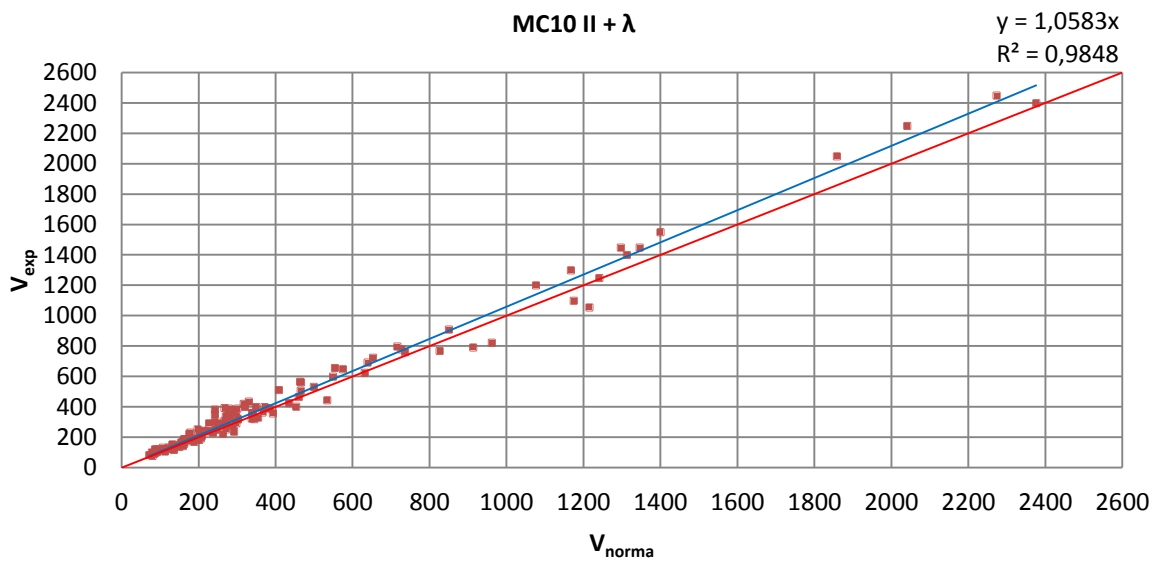


Figura 3. 7 – Precisão MC10 II+ λ .

A Tabela 3.6 apresenta a classificação segundo o critério adaptado de Collins (2001), avaliando as estimativas de resistência segundo este critério podemos observar que a norma brasileira apresentou maior penalidade (196) possuindo 27% dos valores na segunda faixa de classificação (entre 0,50 e 0,85) desfavorecendo a segurança. O MC10 I e ACI foram também bastante penalizados por possuírem valores conservativos com total de 160 e 136 pontos respectivamente. O Eurocode (2004) apresentou boa performance com a menor penalidade (88) entre as normas usuais (sem aplicação do fator de flexão).

Com a utilização do fator de flexão (λ) houve uma melhora nos valores da norma brasileira possuindo a maioria dos valores na faixa de classificação onde a penalidade é igual a zero (entre 0,85 e 1,15) considerando os resultados satisfatórios. Aplicando o fator de flexão (λ) no MC10 II observamos que a mesma sofreu menor penalidade (49) dentre as normas, diminuindo os valores da segunda faixa de classificação (entre 0,50 e 0,85), e admitindo a maioria dos valores na terceira faixa de classificação (entre 0,85 e 1,15) onde a penalidade é igual à zero.

Tabela 3. 6 – Classificação segundo o critério de Collins (2001).

		< 0,50	[0,50:0,85[[0,85:1,15[[1,15:2,00[$\geq 2,00$	TOTAL
ACI	Nº de Lajes	0	5	17	107	2	131
	Penal. Total	0	25	0	107	4	136
EC2	Nº de Lajes	0	7	71	53	0	131
	Penal. Total	0	35	0	53	0	88
NB1	Nº de Lajes	1	36	88	6	0	131
	Penal. Total	10	180	0	6	0	196
NB1+ λ	Nº de Lajes	0	19	101	11	0	131
	Penal. Total	0	95	0	11	0	106
MC10 I	Nº de Lajes	0	14	36	72	9	131
	Penal. Total	0	70	0	72	18	160
MC10 II	Nº de Lajes	0	16	93	22	0	131
	Penal. Total	0	80	0	22	0	102
MC10 II+ λ	Nº de Lajes	0	2	90	39	0	131
	Penal. Total	0	10	0	39	0	49

Analisando a influência do índice de retangularidade nos resultados médios das normas observamos graficamente uma tendência das normas de diminuir os valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ à medida que o índice de retangularidade aumenta. No caso das normas NBR 6118 (2007), Eurocode (2004) e CEB-FIP (2010) esta tendência superestima a resistência obtendo valores abaixo do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$). Esta tendência é levemente corrigida com a aplicação dos fatores de flexão (λ) na NBR 6118 (2007) e CEB-FIP (2010) para o nível II de aproximação.

As Figuras 3.8 à 3.14 apresentam as linhas de tendência de cada método utilizado nas estimativas de resistência. As linhas de tendência foram traçadas com a utilização de equações do tipo linear.

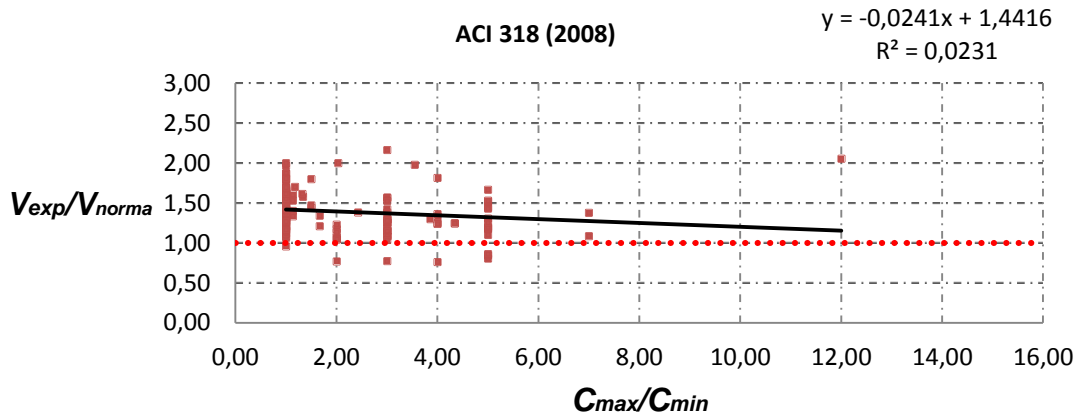


Figura 3. 8 – Tendência dos resultados estimados pela ACI (2008).

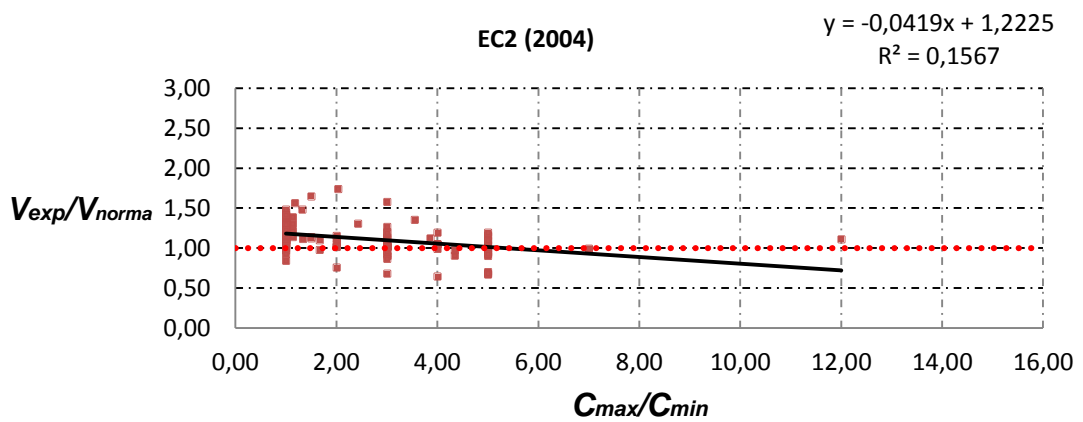


Figura 3. 9 – Tendência dos resultados estimados pela Eurocode 2 (2004).

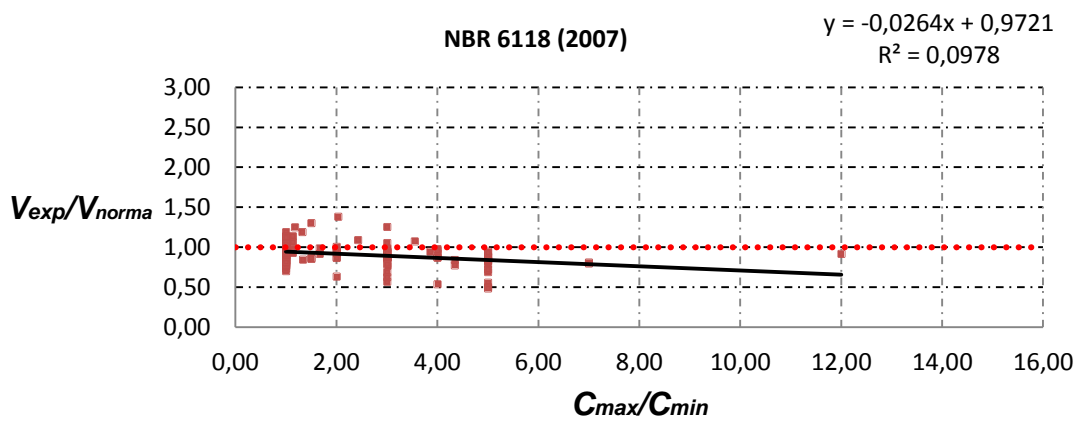


Figura 3. 10 – Tendência dos resultados estimados pela NBR 6118 (2007).

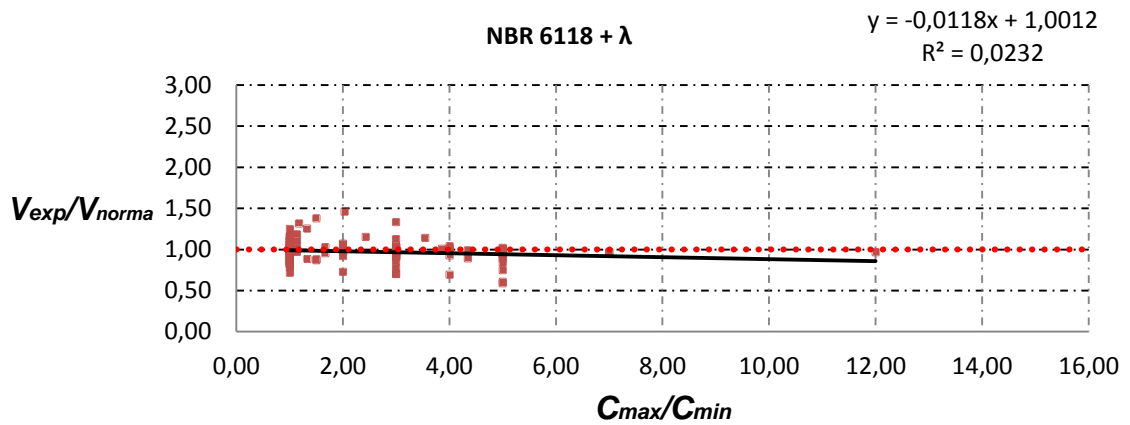


Figura 3. 11 – Tendência dos resultados estimados pela NBR 6118 + λ .

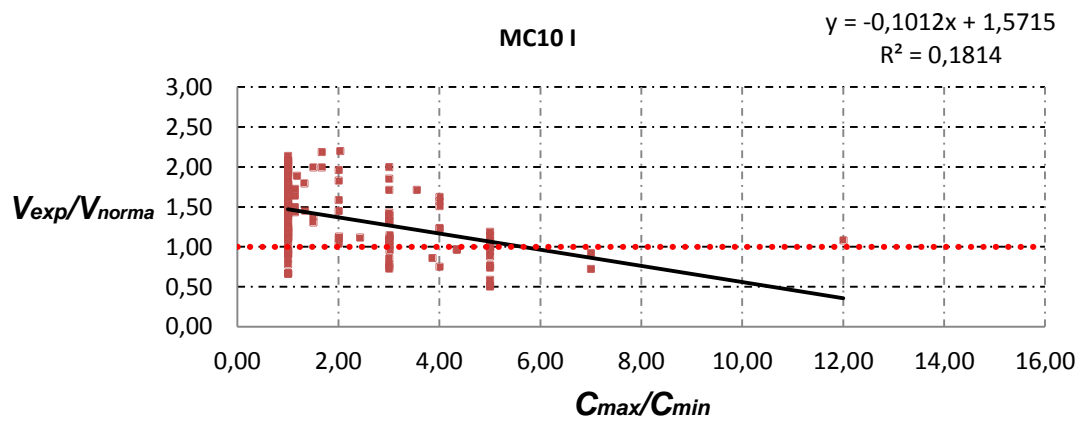


Figura 3. 12 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 I.

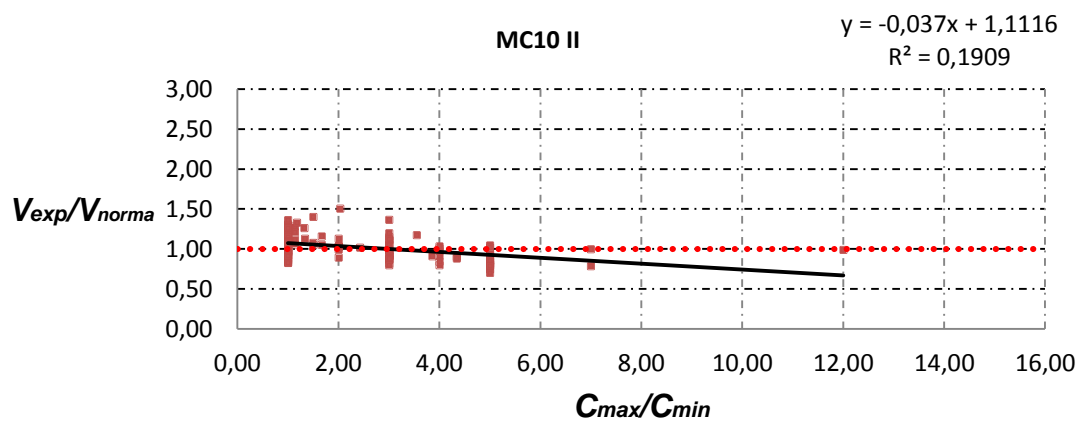


Figura 3. 13 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 II.

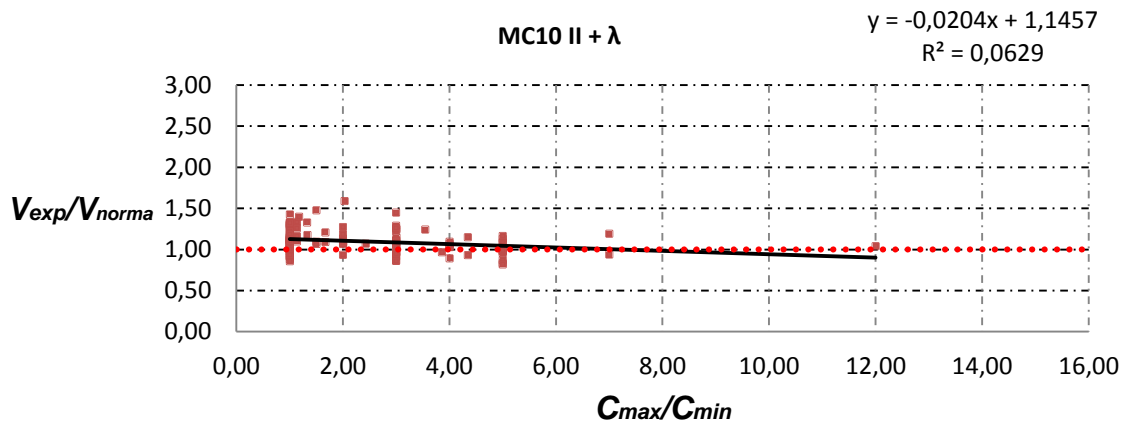


Figura 3. 14 – Tendência dos resultados estimados pela MC10 II + λ.

Vale ressaltar que na avaliação do CEB-FIP (2010), as recomendações descrevem o critério de ruína das lajes para valores característicos e não para valores médios do critério de ruína, desta forma suas prescrições tenderiam a resultados conservadores, o que não foi obtido neste trabalho. Se adotássemos o critério de ruína para valores médios substituindo as Equações 2.16 e 2.17 pelas equações 3.3 e 3.4 a norma apresentaria resultados médios de 0,90 coeficiente de variação de 14% sendo penalizada em 230 pontos segundo o critério adaptado de Collins (2001), ver tabela 3.7. Seu desempenho seria pior do que a norma brasileira atuando contra a segurança e superestimando a resistência à punção das lajes deste banco de dados.

$$k_{\psi} = \frac{3/4}{1 + \psi \cdot d \cdot k_{dg}} \quad [\text{mm}] \quad \text{Equação 3. 3}$$

$$k_{dg} = \frac{15}{16 + d_g} \quad [\text{mm}] \quad \text{Equação 3. 4}$$

Tabela 3. 7 – Comparação entre os resultados experimentais e os normativos e classificação segundo o critério de Collins (2001) – MC10 II para valores médios.

MC10 II (valores médios)			< 0,50	[0,50;0,85[[0,85;1,15[[1,15;2,00[≥ 2,00	TOTAL	
$\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$	MÉDIA	0,90	Nº de Lajes	0	45	81	5	0	131
	COV(%)	14,52	Penal. Total	0	225	0	5	0	230

Analisando as lajes em grupos conforme a tabela 3.2. Observamos na tabela 3.8 que os grupos que divergem entre si somente em pilares quadrados e retangulares determinaram valores $\left(\frac{V_{exp}}{V_{norma}}\right)$ reduzidos para lajes retangulares (Grupo G1R e G3R), com exceção da NBR 6118 e MC10II para lajes bidirecionais (Grupo G3R). Vale ressaltar que conseguimos aproximar a redução esperada para todas as recomendações ao retirarmos 7 lajes do Grupo G3R,

considerando lajes com índices de retangularidade maior que 1,5, e retirando 14 lajes de Mowrer e Vanderbilt (1967) consideradas lajes de espessuras baixas e que em sua maioria romperam por flexão, ver Grupo G3Q* e G3R*.

Tabela 3. 8 – Avaliação das lajes por grupo.

Grupo	MÉDIA (V_{exp}/V_{norma})						
	ACI	EC2	NBR 6118	NBR 6118+ λ	MC10 I	MC10 II	MC10 II+ λ
G1Q	1,32	1,09	0,87	0,91	1,33	1,14	1,18
G1R	1,03	0,84	0,70	0,86	0,96	0,91	1,12
G2R	1,23	1,01	0,80	0,90	1,00	0,94	1,06
G3Q	1,50	1,21	*0,95	*0,99	1,47	*1,04	*1,08
G3R	1,45	1,17	*0,99	*1,05	1,47	*1,05	*1,11
G3Q*	1,52	1,19	*1,00	*1,03	1,68	*1,06	*1,10
G3R*	1,42	1,13	*0,96	*1,02	1,42	*1,01	*1,07

- Grupo G3Q*: Lajes em duas direções; Pilar quadrado excluindo a lajes de Mowrer e Vanderbilt (1967);
- Grupo G3R*: Lajes em duas direções; Pilar Retangular; $C_{máx}/C_{mín}>1,5$; excluindo a lajes de Mowrer e Vanderbilt (1967)

É importante observar que o critério adotado para julgar as normas como satisfatórias ou conservadoras foi a avaliação das lajes em sua totalidade, já que se fosse avaliado algumas lajes isoladamente, poder-se-ia ter chegado a conclusões diferentes. A Tabela 3.9 mostra, respectivamente, a precisão das recomendações para as lajes de Oliveira (2003).

Verificou-se que a maioria das normas apresentou um resultado contra a segurança. Do exposto, fica evidente a dificuldade de avaliar uma norma e ratifica-se a incerteza de sua precisão, dependendo das lajes analisadas.

Tabela 3. 9 – Avaliação das lajes de Oliveira (2003).

Autor	MÉDIA (V_{exp}/V_{norma})						
	ACI	EC2	NBR 6118	NBR 6118+ λ	MC10 I	MC10 II	MC10 II+ λ
Oliveira (2003)	1,07	0,95	0,79	0,88	1,24	0,92	1,02

A performance da proposta do CEB-FIP (2010), em descrever a relação carga x rotação é apresentada nas Figuras de 3.15 a 3.29, a qual mostra a comparação entre resultados teóricos e experimentais das lajes de Oliveira (2003) no nível II de aproximação. Nestas mesmas figuras, as curvas verdes representam a curva critério de ruína, ver a Equação 2.15. Os valores experimentais de rotação foram adquiridos através da média das rotações nas duas direções. Em se tratando de lajes retangulares o MC10 leva em consideração os maiores valores de

rotação, que se dá em função do maior vão ($0,22.L$). Este critério foi adotado para os valores teóricos da curva “carga-rotação”.

Levando em consideração a interseção das curvas “carga-rotação” (teórica e experimental) e “critério de ruína” podemos observar que para lajes tipo “a”, onde $C_{máx}$ é paralelo ao vão, a curva teórica simulou de forma satisfatória a curva experimental e obteve melhor aproximação das cargas de ruptura das lajes, porém a mesma superestimou os resultados à medida que o índice de retangularidade aumentou.

Para lajes tipo “b”, onde $C_{máx}$ é perpendicular ao vão, a curva teórica obteve melhor aproximação das cargas de rupturas das lajes em relação à curva experimental, no entanto a partir do índice de retangularidade igual à 4 a mesma curva superestimou os resultados.

Para lajes tipo “c”, solicitadas nas duas direções a curva teórica obteve melhor aproximação das cargas de rupturas das lajes, no entanto a partir do índice de retangularidade igual à 3 a mesma curva superestimou os resultados.

O efeito da polarização das tensões cisalhantes influenciado pela condição de apoio da laje e pela retangularidade dos pilares afetam diretamente nas curvas “carga-rotação” e “critério de ruína”. A primeira é afetada pela diferença de rotação entre as direções x e y. Já o critério de ruína está diretamente ligado ao perímetro de controle adotado em torno da geometria dos pilares.

Destaca-se o fato de que as curvas teóricas (carga-rotação), com exceção das lajes tipo “a” e L5b, não simularam de forma satisfatória o comportamento real das lajes. Com relação às curvas de ruína, as mesmas não acompanharam com a interseção correta das curvas experimentais (carga-rotação) indicando as devidas cargas de ruptura das lajes.

As lajes do tipo “a” apresentaram experimentalmente rotações elevadas em baixos níveis de carregamento. Tal comportamento colabora para a definição do modo de ruptura misto (flexo-puncionamento). Notamos que à medida que os valores de $\frac{V_{exp}}{V_{flex}}$ tendem a valores próximos a 1 as curvas teóricas (carga-rotação) simularam melhor as curvas experimentais (carga-rotação). Podemos de dizer que à medida que lajes se aproximaram de uma ruptura por flexão $\left(\frac{V_{exp}}{V_{flex}} > 1\right)$ obtivemos um melhor desempenho do CEB-FIP (2010) para as lajes de Oliveira (2003).

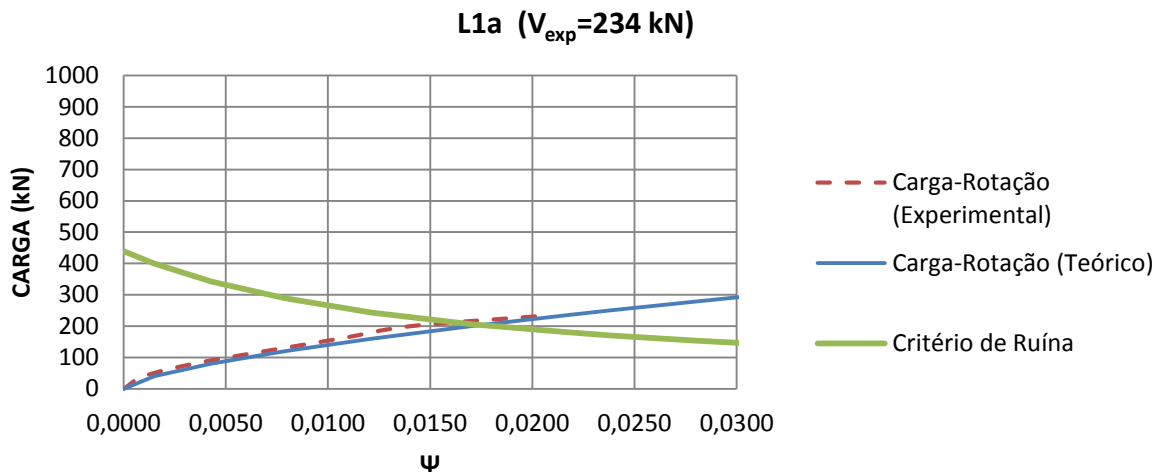


Figura 3. 15 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1a de Oliveira (2003).

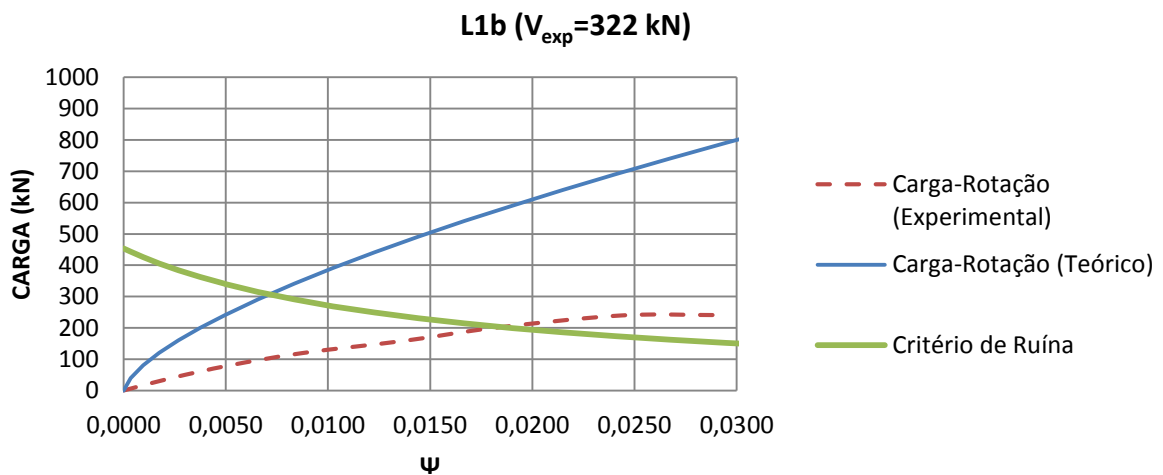


Figura 3. 16 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1b de Oliveira (2003).

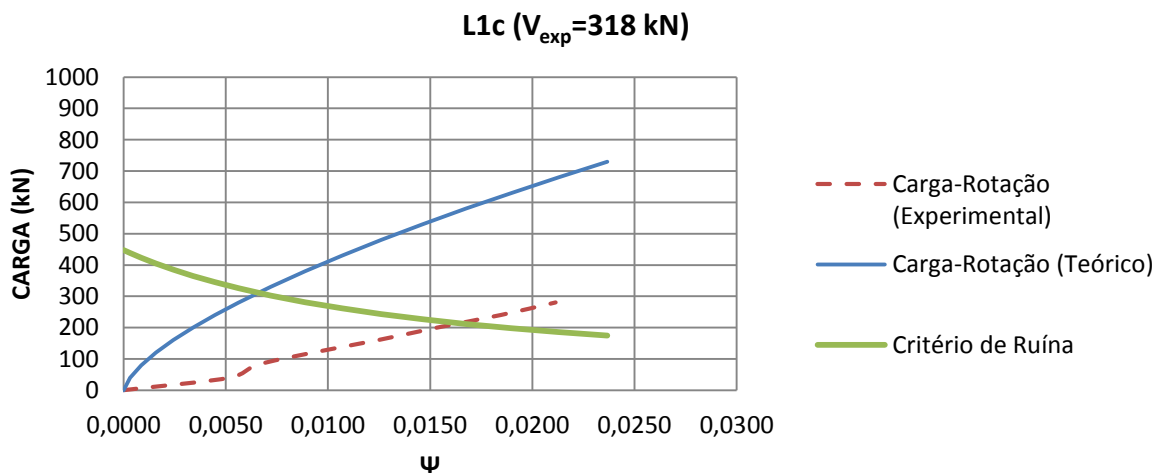


Figura 3. 17 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L1c de Oliveira (2003).

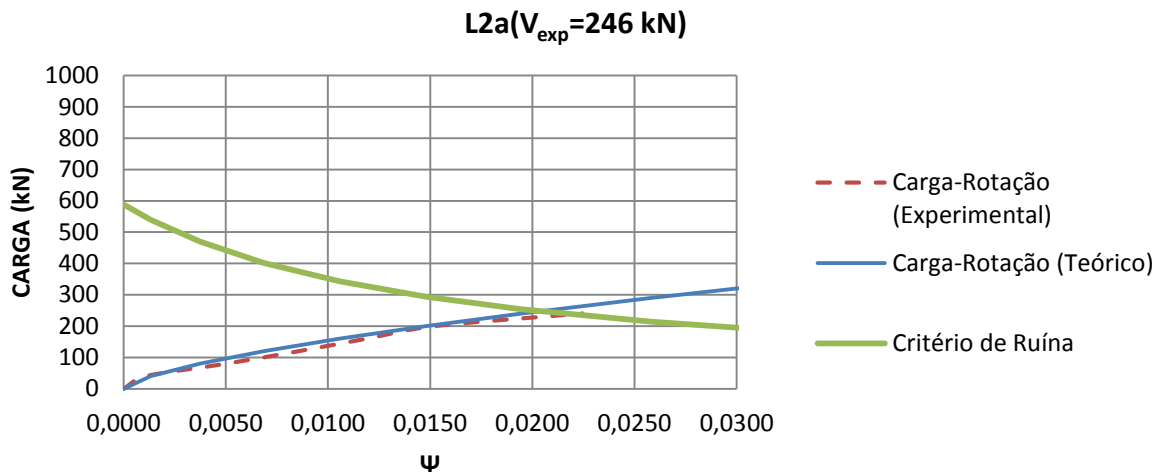


Figura 3. 18 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2a de Oliveira (2003).

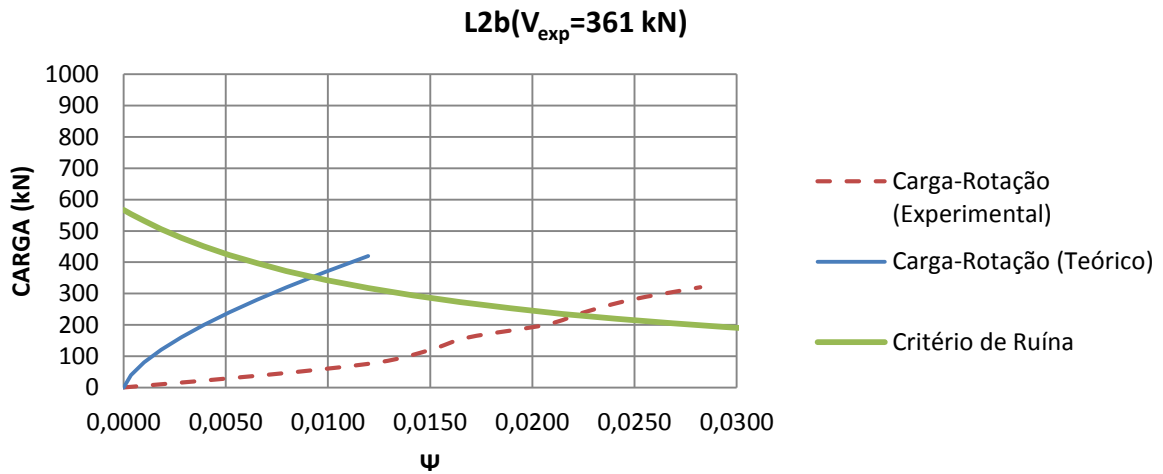


Figura 3. 19 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2b de Oliveira (2003).

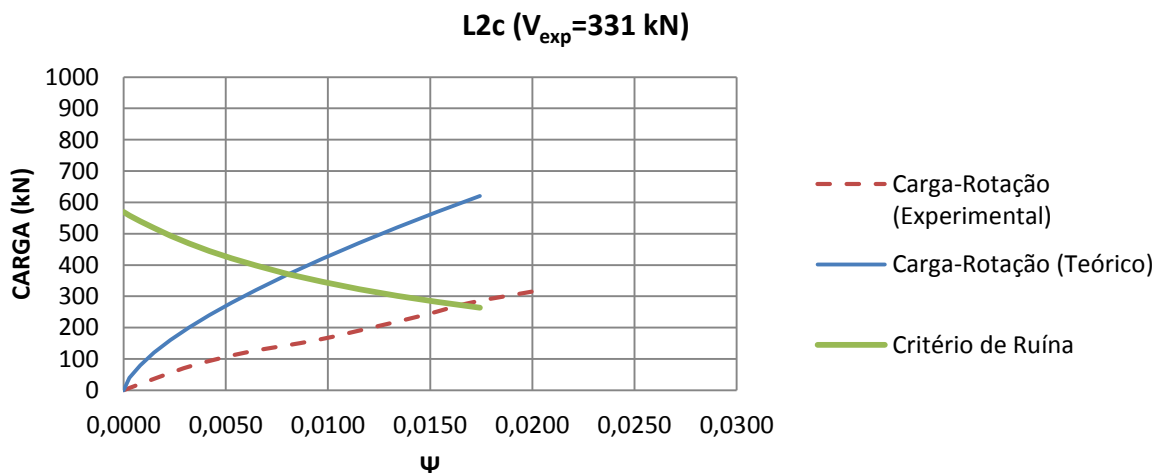


Figura 3. 20 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L2c de Oliveira (2003).

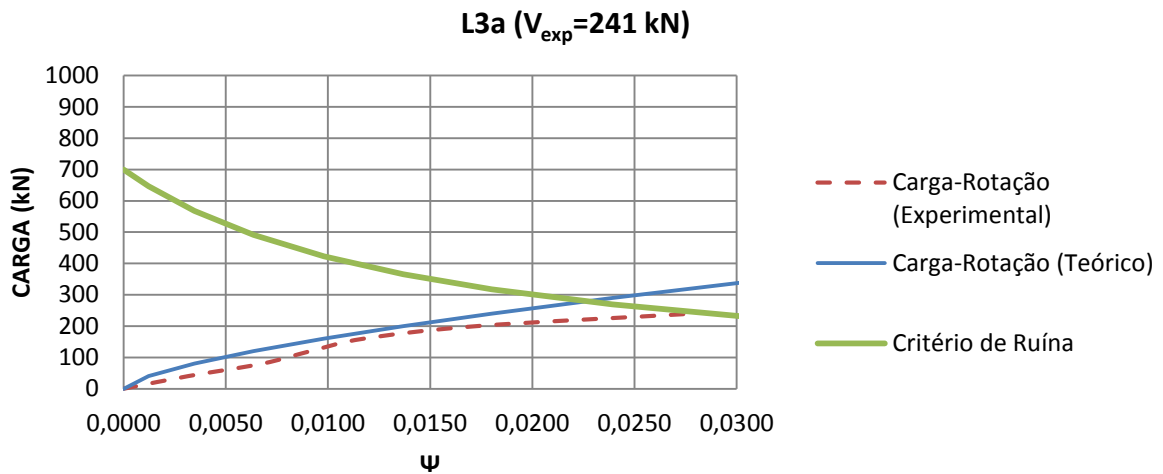


Figura 3. 21 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3a de Oliveira (2003).

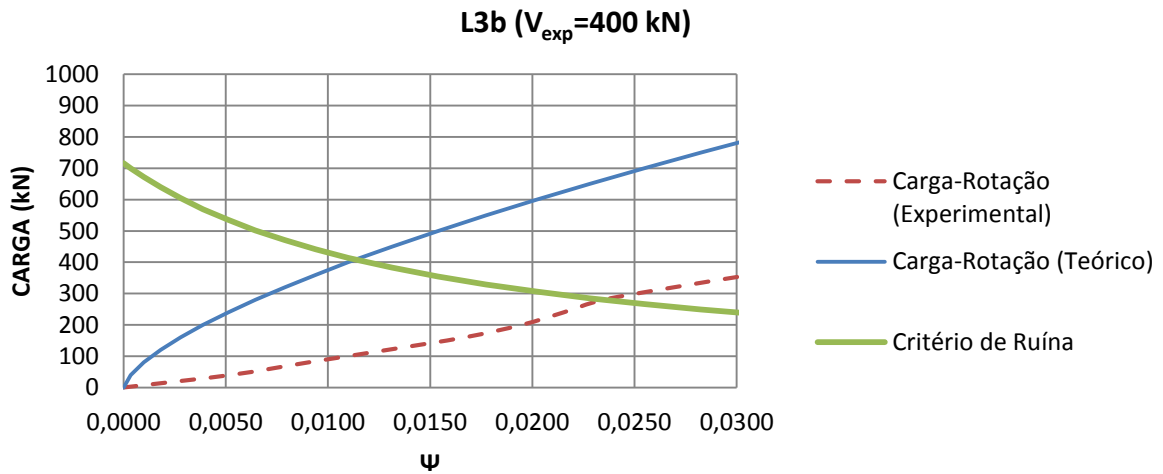


Figura 3. 22 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3b de Oliveira (2003).

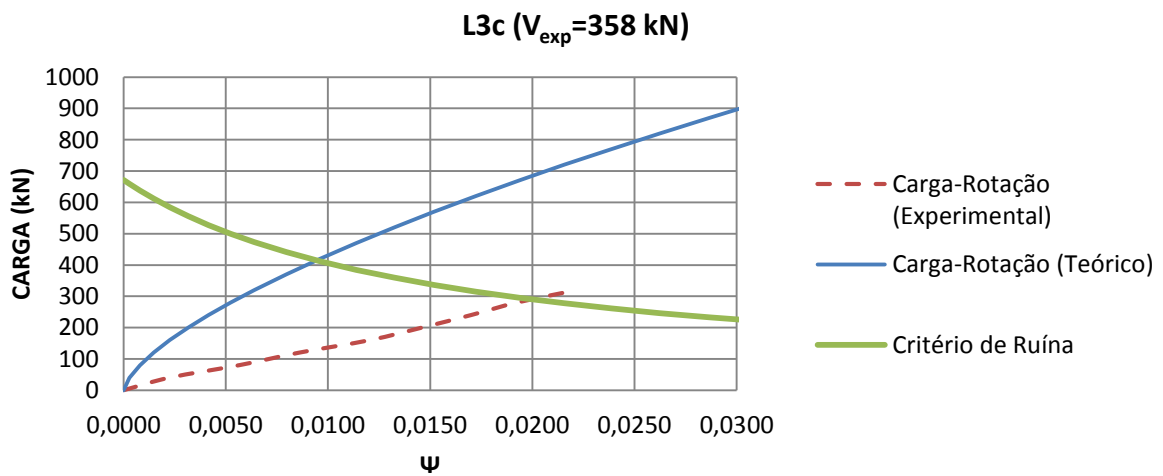


Figura 3. 23 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L3c de Oliveira (2003).

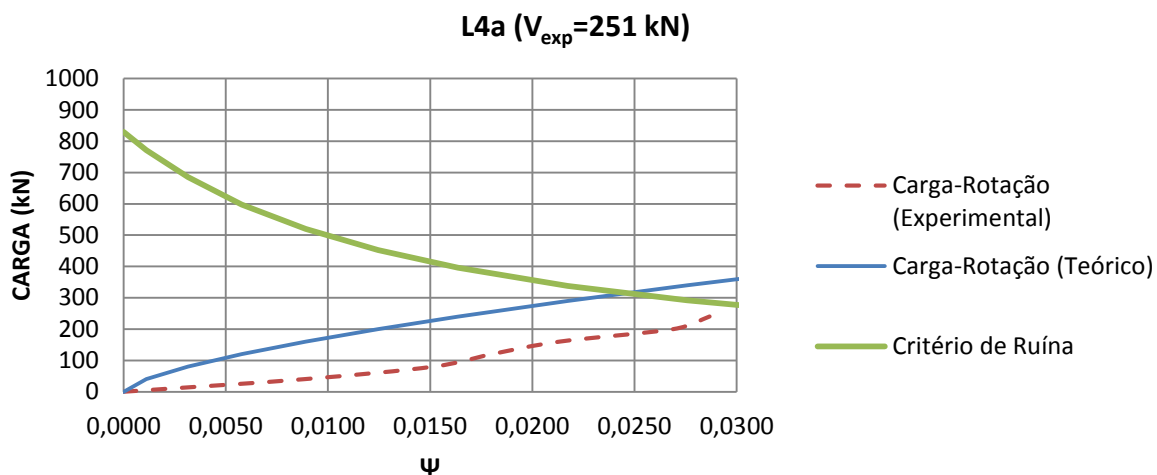


Figura 3. 24 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4a de Oliveira (2003).

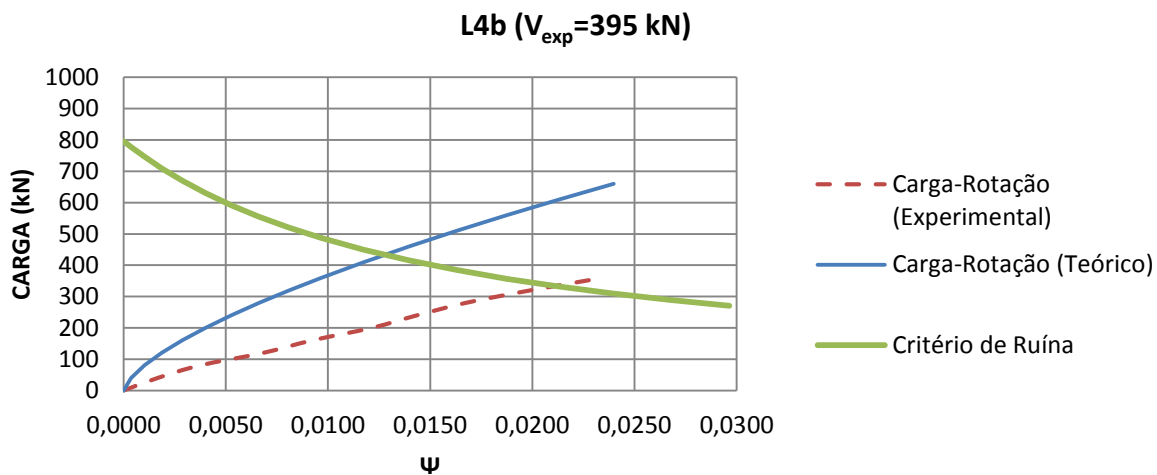


Figura 3. 25 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4b de Oliveira (2003).

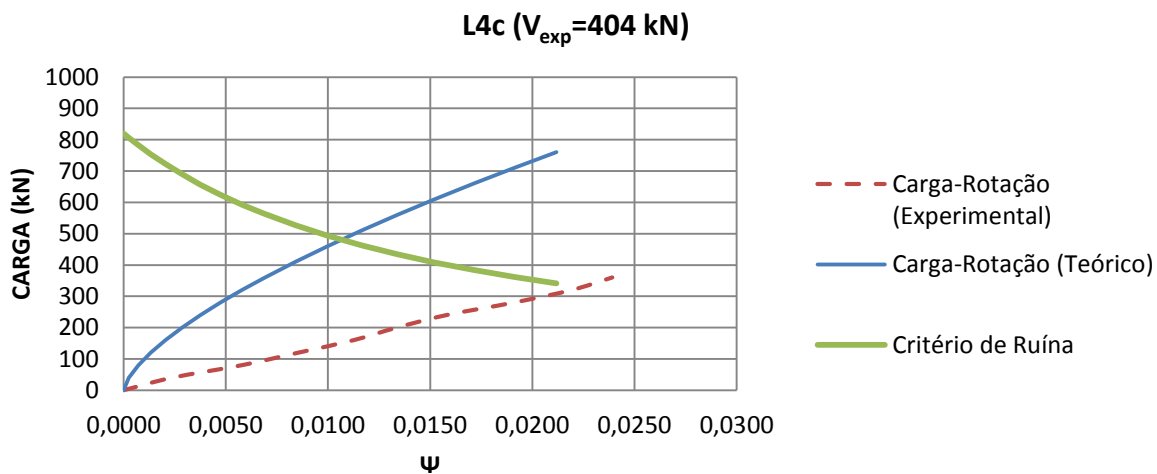


Figura 3. 26 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L4c de Oliveira (2003).

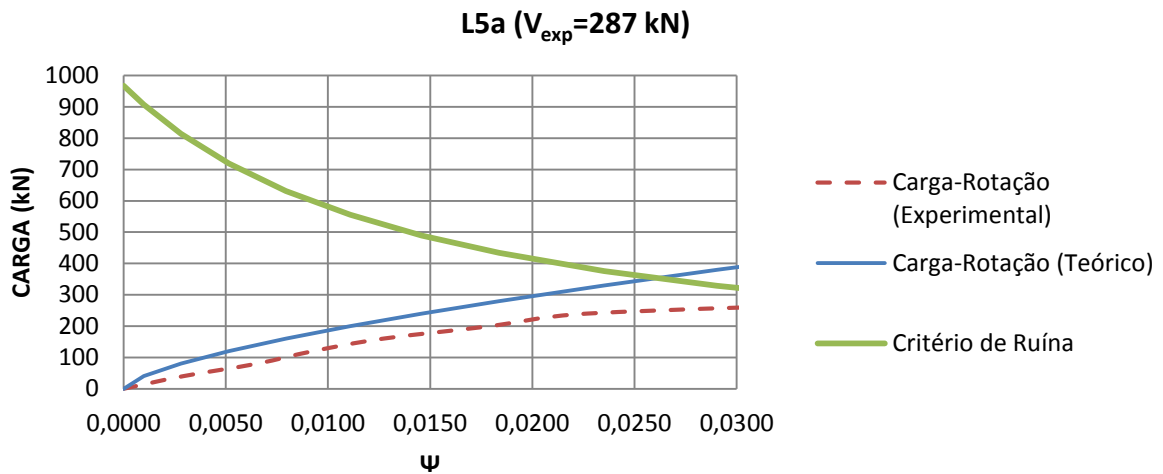


Figura 3. 27 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5a de Oliveira (2003).

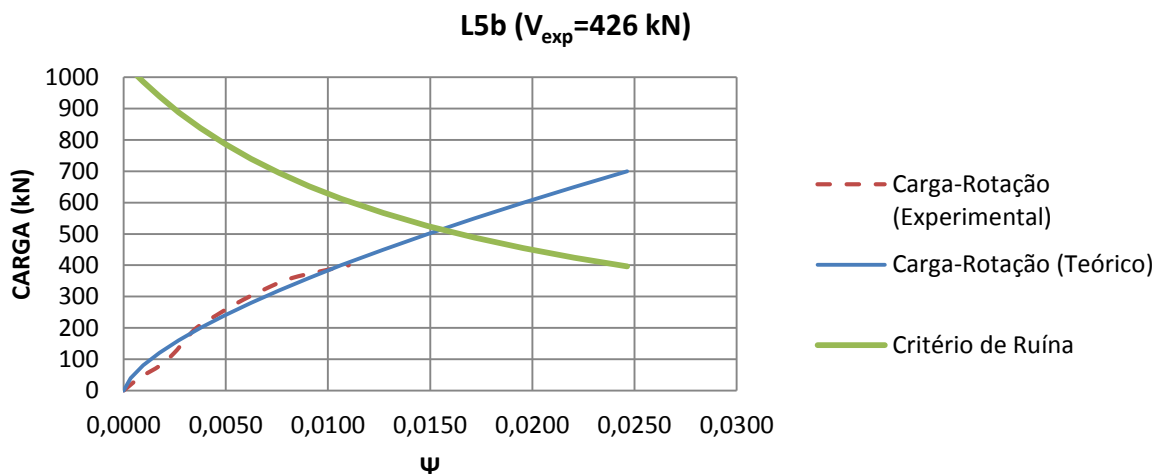


Figura 3. 28 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5b de Oliveira (2003).

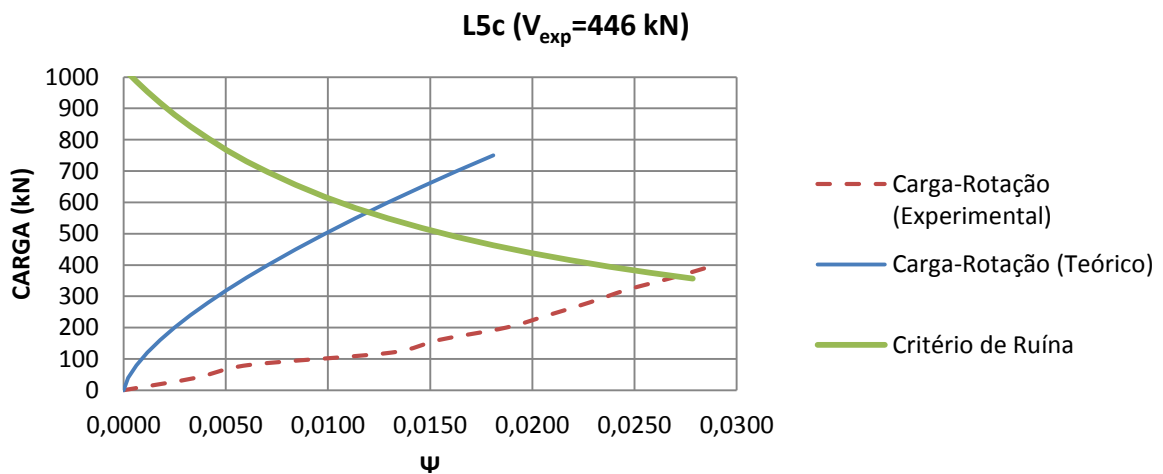


Figura 3. 29 – Relação carga x rotação experimental e teórica da laje L5c de Oliveira (2003).

4. CONCLUSÃO

4.1. Normas Analisadas

Através do banco de dados no qual os resultados foram comparados com os obtidos utilizando-se as recomendações normativas. Observou-se que, de um modo geral, as recomendações do ACI 318 (2008) estão a favor da segurança, porém são conservadoras. Esta norma também apresentou um coeficiente de variação elevado (19%). Suas recomendações deveriam ser ajustadas a fim de evitar níveis exagerados de segurança, o que não é adequado do ponto de vista econômico.

Já o Eurocode 2 (2004) apresentou resultados satisfatórios e a favor da segurança, Esta norma também apresentou um coeficiente de variação de 16%, segundo o critério adaptado de Collins (2001) a mesma apresentou a segunda menor penalidade possuindo resultados econômicos sem prejuízo de segurança e precisão.

A norma brasileira NBR 6118 (2007), obteve média de 0,91 apresentando muitas lajes com carga de ruptura estimada superior à observada experimentalmente, neste caso deve-se tomar medidas para evitar este comportamento. Aplicando fator de flexão (λ) os resultados da norma brasileira melhoram apresentando média de 0,97 diminuindo o coeficiente de variação para 13%. Ainda assim a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ permaneceu abaixo do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$). Apresentando 61% dos resultados contra a segurança.

O CEB-FIP (2010) em seu nível de aproximação I apresentou estimativa de resistência à punção similar à ACI, seus resultados mostraram-se seguros, conservativos e antieconômicos. Em seu nível II de aproximação apresentou resultados satisfatórios, obtendo média de 1,03 e coeficiente de variação de 14%. Utilizando o fator de flexão (λ) alcançou média de 1,10 estando a favor da segurança, sem ser conservadora e diminuindo o coeficiente de variação para 12%. Apresentando a maioria dos valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ acima do valor de referência ($\frac{V_{exp}}{V_{norma}}=1$). Cerca de 75% dos resultados encontraram-se a favor da segurança.

4.2. Influência do índice de retangularidade na resistência das lajes

Os resultados mostraram uma tendência das normas de diminuir os valores $\frac{V_{exp}}{V_{norma}}$ à medida que o índice de retangularidade aumenta. Em alguns casos esses valores superestimaram os valores de resistência à punção das lajes, o que pode acarretar na possibilidade de uma ruptura brusca. Com a aplicação do fator de flexão na NBR 6118 (2007), alguns valores foram corrigidos, porém em média 14% das lajes encontraram-se em uma zona perigosa segundo o critério adaptado de Collins (2001).

O CEB-FIP (2010) em seu nível de aproximação II apresentou apenas 12% das lajes em uma zona perigosa. Com a aplicação do fator de flexão apenas 2 lajes permaneceram em uma zona perigosa. Vale ressaltar que as análises feitas não consideraram o emprego dos coeficientes de majoração de carga contribuindo para diminuir possíveis margens de erro.

O CEB-FIP (2010) apesar de se basear em modelos físicos possui adaptações em suas formulações para simplificar suas provisões se valendo de um método semi-empírico. No entanto suas normativas não levam em consideração o efeito da polarização das tensões cisalhantes. Seus resultados sugerem uma adaptação nos seus critérios, visto que suas previsões não simularam de forma satisfatória o comportamento real das lajes.

As demais normas são baseadas no método da superfície de controle que consiste em se calcular uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada. Considerando o efeito da polarização das tensões cisalhante o ganho de resistência não acompanha de forma diretamente proporcional ao aumento do perímetro dos pilares, devido às variações das tensões em torno do perímetro de controle. Seus resultados sugerem adaptações em seus critérios prezando economia sem prejuízo da segurança e precisão.

4.3. Fator de Flexão (λ)

Com a utilização do fator de flexão (λ) houve uma leve melhora nos valores da norma brasileira e redução de 196 para 106 em sua penalidade pelo critério adaptado de Collins (2003) corrigindo a dispersão gráfica dos valores. Com a aplicação do fator de flexão no CEB-FIP (2010) em seu nível II de aproximação observamos que a mesma apresentou os melhores resultados com diminuição na pontuação de penalidade (de 102 para 49).

Muitas poderiam ser as propostas para melhorar os resultados da NBR 6118 (2007), mas sem dúvidas a que requer menor nível de mudança e que poderia eliminar essa tendência de resultados inseguros seria alterar o coeficiente 0,18 para 0,17 na Equação 2.7. Esta pequena mudança aumentaria a média para 1,04, semelhante ao valor do MC10 II não mudaria o coeficiente de variação, e, principalmente, reduziria sua penalidade para 86 pontos. E se aplicarmos ainda o fator de flexão neste caso sua média passaria a 1,11 e reduziria a penalidade para 79.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ACI 318:2002. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
2. ACI 318:08. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
3. ACI Committee 318, Proposed Revision of ACI 318-63: Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI JOURNAL, Proceedings V.67, No. 2, Feb. 1970, p. 77-186.
4. ALBUQUERQUE, N. G de B, 2009. Análise experimental de lajes lisas nervuradas de concreto armado com região maciça de geometria variável ao puncionamento. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2009.
5. AL-YOUSIF, A. T., REGAN, P. E., Punching Resistances of RC Slabs Supported by Large and/or Elongated Columns. The Structural Engineer, London, Mar. 2003, p. 30-34.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2007). *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. NBR 6118. Rio de Janeiro.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 1978.
8. BORGES, L. L. J., Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 2004.
9. BS 8110 (1985). Structural Use of Concrete. British Standards Institution, 1985.
10. CARVALHO, A. S. de Análise Experimental de Laje Lisa de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armada à Punção. Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Dissertação de Mestrado, Belém, 2006.
11. CEB-FIP (2010). Model Code 2010: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011. (This final draft has not been published)
12. CEB-FIP MC90 (1991). CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft. Bulletin D' Information 204, Committe Euro-International du Beton, Lousanne, July 1991.
13. CEB-FIP, M. C. "90 (1993): Design of concrete structures. CEB-FIP-Model-Code 1990." British Standard Institution, London, UK (1993).
14. CEB-FIP. Model Code 1990, Thomas Telford, London, 1993.

15. COLLINS, M.P. (2001). Evaluation of shear design procedures for concrete structures. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.
16. DAMASCENO, L.S. R, 2007. Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado com pilares retangulares ao puncionamento. Dissertação de Mestrado. Publicação CDD - 22. Ed. 624.1834. Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2007.
17. ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E., Shear strength of reinforced concrete slabs. ACI Journal, 1956, Proceedings V. 53, No. 1, July, pp. 29-57.
18. EUROCODE 2 – EUROPEAN STANDARD. Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization. Brussels, 2001.
19. EUROCODE 2 (2004). Design of concrete structures general rules and rules for buildings. Europe an Standard, 2004.
20. FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON: Model Code 2010, First Complete Draft, Fib Bulletins No. 55 e 56, Suíça, Março, 2010.
21. FERREIRA, M. P. (2010). Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p.
22. FERREIRA, M. P. Análise experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado ao puncionamento simétrico ou assimétrico. Dissertação de Mestrado, Publicação CDD-22. Ed. 624.18342, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2006.
23. FIB, Punching shear of structural concrete slabs, fib bulletin 12 (fédération international e du béton), Lausanne, Suisse, avril, 2001.for the CSA technical committee on reinforced concrete design.
24. FORSSEL, C., HOLMBERG, Å., Stämpellast på plattor av betong. Betong, 1946, V. 31, No. 2, pp. 95-123.
25. GUANDALINI, S., Poinçonnement Symétrique des dalles en béton armé. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2006, 257p.
26. HAWKINS, N. M., FALSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C., Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures. Publication SP-30, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp. 127-146.

27. KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. (1960). Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement, Transactions of the Royal Institute of Technology, no 158, Stockholm, Sweden, 112 pg.
28. LEONG, K. K., TENG, S., Punching Shear Strength of Slabs with Openings and Supported on Rectangular Columns, Nanyang Technological University, Singapore, August 2000.
29. LIMA NETO, A. F., 2003. Análise experimental na fase pós-puncionamento de lajes cogumelo de concreto armado. Dissertação de Mestrado. Publicação E. DM. 008A/2003. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, DF.
30. LIPS STEFAN, Punching shear of flat slabs with shear reinforcement and et 2009, Doctoral program in structures.
31. MORAES NETO, B.N. (2013). Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 349p.
32. MORAES NETO, BERNARDO NUNES DE Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Estribos Inclinados e Pilares Retangulares Sujeitas a Puncionamento Simétrico Belém, Pará, 2007.
33. MOURO, V.C, Punção em lajes cogumelo: estudo de retangularidade dos pilares - 2006 dissertação de mestrado (universidade federal de Goiás escola de engenharia civil).
34. MOWRER, R. D., VANDERBILT, M. D., Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete. ACI Journal, 1967, Vol. 64, No. 11, November, pp. 722-729.
35. MUTTONI AURELIO, Influence of Shear on Rotation Capacity of Reinforced Concrete Members Without Shear Reinforcement by Rui Vaz Rodrigues, and Miguel Fernández Ruiz.
36. MUTTONI, A. (2008). Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement, ACI Structural Journal, Julho-Agosto, pp.440-450.
37. MUTTONI, A., and SCHWARTZ, J. (1991), Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement, IABSE Colloquium, V. 62, Zurich, Switzerland, 1991, pp. 703-708.
38. MUTTONI, A., RUIZ, M. (2010). MC2010: The Critical Shear Crack Theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions, Shear and punching shear in RC and FRC elements, Outubro, Itália, pp.1-13, FIB, Salò.
39. NETO, B.N.de M, 2007. Análise experimental de lajes lisas bidirecionais de concreto armado com estribos inclinados e pilares retangulares sujeitas a puncionamento simétrico.

- Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2007.
40. OLIVEIRA, D. R. C. Análise experimental de lajes cogumelo de concreto de alta resistência com armadura inclinada de punção. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Dissertação de Mestrado, Brasília, 1998.
 41. OLIVEIRA, D. R. C., Análise experimental de lajes cogumelo de concreto armado com pilares retangulares. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2003. 214p.
 42. REGAN, P. E., Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.
 43. REGAN, P. E., Punching shear in prestressed concrete slab bridges. Polytechnic of Central London, January 1983.
 44. REGAN, P. E., REZAI-JORABI, H., Shear resistance of one-way slabs under concentrated loads. ACI Structural Journal, 1988, V. 85, No. 2, Mar-Apr, pp. 150-157.
 45. REID MIDDLETON. Christchurch Earthquake Reconnaissance Part 1: The First 3 days [2011]. 1 fotografia, color. Disponível em: <<http://reidmiddleton.wordpress.com/2011/03/14/5/>>. Acesso em: 13 jan. 2013.
 46. TIMOSHENKO, S. P. e Gere J. E. (1993) *Mecânica dos Sólidos*. Editora Livros Técnicos e Científicos, São Paulo, SP, Brasil.
 47. TOMASZEWICZ, A., High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. Report No. STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim, 36pp.
 48. TRAUTWEIN, L. M., 2001. “Punção em lajes cogumelo de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo “stud interno” e tipo estribo inclinado”. Dissertação de Mestrado, Publicação 001 A/2001, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.
 49. TRAUTWEIN, L. M., 2006. Punção em Lajes Cogumelos de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 350 p.
 50. TRAUTWEIN, L. M., BITTENCOURT, T. N., FARIA, R., BELLA, J. C. D., GOMES, R. B. Como Aplicar o Carregamento em Análises Numéricas de Lajes Planas Submetidas a Punção Centrada. In: 49º Congresso Brasileiro do Concreto, 2007. Bento Gonçalves.

51. VANDERBILT, M. D., Shear strength of continuous plates. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, May 1972, Vol. 98, No. ST5, pp. 961-973.
52. VILHENA, A. E. R., NAHUN, K. A. R., PERES, M. D., OLIVEIRA, D. R. C., Análise experimental de lajes unidirecionais com pilares retangulares ao puncionamento simétrico. In: 48° Congresso Brasileiro do Concreto, 2006. Rio de Janeiro.