



Valdemir Colares Pinto

**Punção em Lajes Lisas Bidirecionais
de Concreto Armado com Furos e Pilares
com Secção Transversal em “L”**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Dênio Ramam Carvalho de
Oliveira

Belém – Pará – Brasil

2015

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Valdemir Colares Pinto

**Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com
Furos e Pilares com Secção Transversal em “L”**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém
Agosto de 2015

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Valdemir Colares Pinto.

TÍTULO: Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares com Secção Transversal em “L”.

GRAU: Mestre ANO: 2015

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Valdemir Colares Pinto.

Travessa Curuzú, nº 1934, apto 1203. Marco.
66.093-802 Belém – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Biblioteca Central / UFPA, Belém – PA

Pinto, Valdemir Colares.

Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares com Secção Transversal em “L” / Valdemir Colares Pinto. – 2015.

Orientador: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2015.

1. Punção. 2. Concreto armado. 3. Lajes lisas. 4. Furos.

CDD - XX. ed. XXX.XXXXX



Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares com Secção Transversal em “L”

AUTOR:

Valdemir Colares Pinto

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 21 / 8 / 2015

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto
Membro Interno (UFPA)

Prof. Dr. José Neres da Silva Filho
Membro Externo (UFRN)

Visto:

Prof. CLAUDIO JOSÉ CAVALCANTE BLANCO, Ph.D.
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

*Muitos homens devem a grandeza da sua vida
aos obstáculos que tiveram de vencer.*

(Charles Haddon Spurgeon)

Dedico a Nilze Colares, responsável por tudo o que faço de bom nesta vida, sua luta e determinação me inspiram, fazendo meu sangue correr em minhas veias me dando forças para ir sempre além do que imagino ser capaz. Dedico essa vitória a senhora, que está e sempre estará em meu coração, muito obrigado, Mãe.

Agradecimentos

Ao professor Dênio Ramam, ao qual tenho a honra de tê-lo como orientador, por todos os ensinamentos, pela confiança em mim depositada ao longo do mestrado e pela oportunidade que me foi dada em uma época tão turbulenta de minha vida. Concluo esta etapa de minha vida acadêmica com uma dívida de gratidão que, por mais que tente, nunca poderá ser paga.

Aos professores Marcelo Picanço, Alcebiades Macedo, Claudio Blanco, Bernardo Moraes Neto e Bernardo Pompeu Neto, por toda a colaboração acadêmica e profissional prestada durante o curso.

Aos companheiros Adriano Vasconcelos, André Malcher, Darlisson Moreira, Francisco Neto, Helder Rodrigues, Lyvio Junior, Mairon Marinho, Marcus Santos, Paulo Mota, Stevenson Pinto, Vander Melo em especial a Haruki Sasaki, Lana Gomes e Tayson Almeida, por me emprestarem seus braços, mãos e mentes para a realização das tarefas laboratoriais.

Aos meus ex-chefes e atuais amigos Archimino Athayde, Bruno Norat e Francisco de Assis Oliveira por todos os conselhos e instruções que foram fundamentais para meu amadurecimento pessoal e profissional.

Ao funcionário do Laboratório de Engenharia Civil Joel Martins, pela dedicação e disponibilidade que foram de extrema importância para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos Fernando Oliveira, Frederico Barros, Gabriela Pires e Maurilio Pimentel. Espero conservar a amizade dos quatro para o resto de minha vida.

A meus irmãos, em especial a Valdenilze Colares que sempre esteve do meu lado e foi incansável, me ajudando em todos os momentos que precisei.

Por último e mais importante, a Deus, Jesus, N.S^a Nazaré e a minha padroeira N.S^a do Perpetuo Socorro, por terem me iluminado em cada escolha de minha vida, que me culminou para essa realização e por terem me dado sabedoria e saúde para superar os obstáculos presentes nesta caminhada.

Resumo

PINTO, V. C. **Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares com Secção Transversal em “L”**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2015.

Com o objetivo de aperfeiçoar o conhecimento a respeito da influência da posição de aberturas em lajes lisas de concreto armado com pilar de secção transversal em “L”, apresenta-se nesta pesquisa três configurações de posicionamento da furo levando em consideração os efeitos da variação desse parâmetro na capacidade resistente da laje à punção. Para tal, serão analisadas 4 lajes lisas de dimensões (1800x1800x120) mm³, onde uma foi de referência (sem furo) e 3 com furos de dimensão (100x100) mm², posicionados adjacente ao pilar, com centro de gravidade sobre o perímetro crítico a $0,5 \cdot d$ e a $2,0 \cdot d$. O carregamento foi aplicado uniformemente na base do pilar e a laje foi simplesmente apoiada nas quatro bordas, simulando um pilar interno de um pavimento. As lajes apresentaram armaduras de flexão iguais variando entre 0,92% a 0,94%. Para incrementar as análises, foram elaborados modelos numéricos em elementos finitos simulados no software ABAQUS, objetivando avaliar as tensões, deslocamentos, padrões de fissuração e modos de ruptura da laje. As estimativas de dimensionamento foram baseadas em quatro normas e um modelo teórico: ACI 318 (ACI, 2008), Eurocode 2 (CEN, 2004), NBR 6118 (ABNT, 2014), Model Code 2010 (*fib*, 2011) e Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008). Os resultados mostram que a presença de furos nas regiões analisadas não influencia significativamente no comportamento da laje levando a grandes discrepâncias das estimativas normativas.

Palavras-chave

Laje lisa, Punção, Furo, Pilar em L.

Abstract

PINTO, V. C. **Punching Shear in Bidirectional Reinforced Concrete Flat Slabs with Hole and L-Shaped Column**. Masters Dissertation, Institute of Technology, Federal University of Para, Belém, Pará, Brazil. 2015.

Aiming to improve the knowledge of the influence of hole position in reinforced concrete flat slabs with L-shaped column, this research show three different sets of hole position taking into account the effect of this parameter in the punching shear capacity resistance. For this, it have been analyzed 4 flat slabs with dimensions with (1800x1800x120) mm³, where one is the reference (without hole) and 3 have holes of dimensions of (100x100) mm², positioned adjacent to the column, with center of gravity of hole on the critical perimeter at $0,5 \cdot d$ and at $2,0 \cdot d$. The load have been applied uniformly on the base of the column and the slab will be simply supported at four slides, simulating an inner column in a standard floor. The slabs have show flexural reinforcement with geometrical rates between 0.92% and 0.94%. To improve the analyses, computational models in finite elements have been elaborated through ABAQUS software, evaluating the stresses, displacements, cracing and falure mode of slab. The estimative of design was based in four different standards and one theoretical model: ACI 318 (ACI, 2008), Eurocode 2 (CEN, 2004), NBR 6118 (ABNT, 2014), Model Code 2010 (*fib*, 2011) and Critical Shear Crack Theory (MUTTONI, 2008). The results have showed considerably difference between standards estimates and the experimental results

Keywords

Flat slab; Punching shear, Hole, L-shaped column.

Sumário

Capítulo	Página
1. Introdução	1
1.1. Justificativa	3
1.2. Objetivos	5
1.2.1. Objetivo Geral	5
1.2.2. Objetivos Específicos	6
1.3. Estrutura do Trabalho	6
2. Revisão Bibliográfica	8
2.1. Considerações Iniciais	8
2.2. Trabalhos Realizados	8
2.2.1. MOE (1961)	8
2.2.2. WAYNE (1997)	11
2.2.3. TENG <i>et al.</i> (2004)	13
2.2.4. BORGES <i>et al</i> (2013)	17
2.2.5. SOUZA (2004)	21
2.2.6. MATEUS <i>et al</i> (2014)	26
2.2.7. OUKAILI e SALMAN (2014)	29
2.2.8. PINTO <i>et al</i> (2014)	32
2.3. Recomendações Normativas e Método Teórico para Estimativa da Resistência à Punção	35
2.3.1. ACI 318 (ACI, 2011)	36
2.3.2. Eurocode 2 (CEN, 2004)	38
2.3.3. Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	40
2.3.4. NBR 6118 (ABNT, 2014)	45
2.3.5. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)	47
2.4. Resistência à Flexão	49
3. Modelo Computacional	53
3.1. Características do Modelo Computacional	53
3.1.1. Tipos de Elementos Finitos	53
	X

3.2.	Modelos constitutivos	54
3.2.1.	Modelo Constitutivo para o Aço	54
3.2.2.	Modelo Constitutivo para o Concreto	54
3.3.	Interações de Contato	58
3.3.1.	Interação de Contato entre Superfícies	58
3.3.2.	Interação entre armadura e laje	58
3.4.	Análise Não-Linear Física e Geométrica	59
4.	Programa Experimental	60
4.1.	Considerações Iniciais	60
4.2.	Características das Lajes	61
4.3.	Armadura de Flexão	65
4.4.	Armadura dos Pilares	72
4.5.	Instrumentação	73
4.5.1.	Deslocamentos Verticais	73
4.5.2.	Deformações na Armadura	74
4.5.3.	Deformações do Concreto	77
4.6.	Sistema de Ensaio	78
4.7.	Materiais	81
4.7.1.	Concreto	81
4.7.2.	Aço	83
5.	Resultado dos Ensaios	85
5.1.	Deslocamentos Verticais	85
5.2.	Deformação nas Armaduras	90
5.3.	Deformações no Concreto	93
5.4.	Mapas de Fissuração	95
5.5.	Cargas Últimas e Modos de Ruptura	97
6.	Resultados Teóricos	106
6.1.	Considerações Iniciais	106
6.2.	Resistência à Punção	106
6.2.1.	ACI 318 (ACI, 2011)	110
6.2.2.	Eurocode 2 (CEN, 2004)	111

6.2.3.	Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	112
6.2.4.	NBR 6118 (ABNT, 2014)	113
6.2.5.	Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)	114
6.3.	Análise das Expressões Normativas e Modelo Teórico	115
6.4.	Proposta para Determinação do Perímetro de Controle da Laje L1	129
6.5.	Resistência à Flexão	131
7.	Resultados da Análise Computacional	132
7.1.	Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizados e Parâmetros Adotados	132
7.2.	Discretização do Modelo	133
7.3.	Resultados	137
7.3.1.	Análise das Tensões Máximas Principais	137
7.3.2.	Deslocamentos Verticais	139
7.3.3.	Mapas de Fissuração e Modos de Ruptura	142
8.	Conclusões	148
8.1.	Deslocamentos Verticais	148
8.2.	Deformações na Superfície do Concreto	148
8.3.	Deformações nas Armaduras	148
8.4.	Padrões de Fissuração	148
8.5.	Cargas Últimas e Modos de Ruptura Observados	149
8.6.	Análise das Expressões Normativas e Modelo Teórico	149
8.7.	Resultados da Análise Computacional	151
8.8.	Justificativa para Cálculo do Perímetro de Controle	151
8.9.	Sugestões para Trabalhos Futuros	152
	Referências Bibliográficas	153
	ANEXOS	160
A.	Aplicação das Expressões Normativas e Teóricas para Determinação das Cargas Últimas de Punção das Lajes (Cálculos Realizados no Programa Mathcad Prime 3.0)	160

B.	Leituras Registradas nos Ensaio	169
B.1.	Deslocamentos Verticais	169
B.2.	Deformação nas Armaduras	172
B.3.	Deformação no Concreto	175

Lista de Tabelas

Tabela	Página
Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas por MOE (1961)	11
Tabela 2.2 - Característica das lajes ensaiadas de WAYNE (1997)	13
Tabela 2.3 – Característica das lajes de TENG <i>et al.</i> (2004)	14
Tabela 2.4 – Característica das lajes de BORGES (2013)	19
Tabela 2.5 – Característica das lajes de SOUZA (2004)	23
Tabela 2.6 – Razão entre cargas de ruptura e estimativas normativas das lajes de SOUZA (2004)	24
Tabela 2.7 – Características das lajes de MATEUS <i>et al</i> (2014)	28
Tabela 2.8 – Característica das lajes de OUKAILI e SALMAN (2014)	31
Tabela 2.9 – Características das lajes de PINTO <i>et al.</i> (2014)	33
Tabela 4.1 – Características das lajes ensaiadas	62
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto	82
Tabela 4.3 – Características das barras de aço	84
Tabela 5.1 – Cargas de surgimento de fissuras radiais e tangenciais	95
Tabela 5.2 – Cargas, alturas úteis, modos e superfícies de ruptura das lajes	99
Tabela 6.1 – Características das normas analisadas	107
Tabela 6.2 – Cargas últimas estimadas pelas normas	109
Tabela 6.3 – Cargas últimas estimadas pela ACI 318 (ACI, 2011)	110
Tabela 6.4 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo	110
Tabela 6.5 – Cargas últimas estimadas pela Eurocode 2 (CEN, 2004)	111
Tabela 6.6 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo	111
Tabela 6.7 – Cargas últimas estimadas pela Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	112
Tabela 6.8 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo	112
Tabela 6.9 – Cargas últimas estimadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014)	113
Tabela 6.10 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupos	113
Tabela 6.11 – Cargas últimas estimadas pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)	114
Tabela 6.12 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupos	115
Tabela 6.13 – Adaptação do critério de COLLINS (2011)	115

Tabela 6.14 – Precisão das estimativas normativas para as lajes analisadas	116
Tabela 6.15 – Classificação das lajes com aberturas segundo o critério de COLLINS (2001)	118
Tabela 6.16 – Análise dos resultados das lajes com aberturas do banco de dados	119
Tabela 6.17 – Classificação dos grupos	120
Tabela 6.18 - Avaliação das lajes do grupo G1	121
Tabela 6.19 – Avaliação das lajes do grupo G2	122
Tabela 6.20 – Avaliação das lajes do grupo G3	122
Tabela 6.21 – Avaliação das lajes do grupo G4	123
Tabela 6.22 – Avaliação das lajes do grupo G5	123
Tabela 6.23 – Avaliação das lajes do grupo G6	124
Tabela 6.24 – Avaliação das lajes do grupo G7	124
Tabela 6.25 – Resultados obtidos considerando ou não a redução do perímetro de controle	130
Tabela 6.26 – Cargas últimas estimadas pela teoria das linhas de ruptura para flexão	131
Tabela 7.1 – Propriedades mecânicas do concreto utilizados no modelo numérico	132
Tabela 7.2 – Propriedades mecânicas do aço CA-50 utilizados no modelo numérico	132
Tabela 7.3 – Propriedades mecânicas do aço CA-60 utilizados no modelo numérico	132
Tabela 7.4 – Deslocamentos obtidos computacionalmente e experimentalmente	139
Tabela 7.5 – Cargas de primeira fissura, ruptura e modos de ruptura obtidos experimentalmente e computacionalmente	142
Tabela 8.1 – Resultados obtidos considerando ou não a redução do perímetro de controle	152

Lista de Figuras

Figura	Página
Figura 1.1 – Sistema estrutural convencional	1
Figura 1.2 – Sistema estrutural de lajes lisas	2
Figura 1.3 – Deslocamento vertical da laje após o punção	3
Figura 1.4 – Laje apoiada sobre pilar em “L” com abertura (<i>shaft</i>) para passagem de tubulação	4
Figura 1.5 – Edifício River House em Bratislava, Eslováquia	5
Figura 2.1 - Sistema de ensaio (MOE, 1961)	9
Figura 2.2 – Geometria e secção A das lajes H1 a H3 de MOE (1961)	9
Figura 2.3 - Geometria das lajes H4 a H15 de MOE (1961)	10
Figura 2.4 – Geometria das lajes ensaiadas de WAYNE (1997)	12
Figura 2.5 – Geometria das lajes OC11 a OC15 de TENG <i>et al.</i> (2004)	15
Figura 2.6 – Geometria das lajes OC15H70 e OC15V23 e secção A de TENG <i>et al.</i> (2004)	16
Figura 2.7 – Sistema de ensaio (TENG <i>et al.</i> , 2004)	16
Figura 2.8 – Geometria das lajes de BORGES (2013)	18
Figura 2.9 – Sistema de ensaio (BORGES, 2004)	20
Figura 2.10 – Geometria das lajes de SOUZA (2004)	22
Figura 2.11 – Sistema de ensaio (SOUZA, 2004)	25
Figura 2.12 – Superfície de ruptura das lajes de SOUZA (2004)	26
Figura 2.13 – Geometria das lajes de MATEUS <i>et al</i> (2014)	27
Figura 2.14 – Sistema de ensaio (MATEUS <i>et al</i> , 2014)	28
Figura 2.15 – Superfícies de ruptura observadas nas lajes de MATEUS <i>et al</i> (2014)	29
Figura 2.16 – Geometria das lajes de OUKAILI e SALMAN (2014)	30
Figura 2.17 – Sistema de ensaio (OUKAILI e SALMAN, 2014)	31
Figura 2.18 – Geometria das lajes de PINTO <i>et al.</i> (2014)	33
Figura 2.19 – Sistema de ensaio (PINTO <i>et al.</i> , 2014)	34
Figura 2.20 – Perímetro de controle da norma ACI 318 (ACI, 2011)	37
Figura 2.21 – Perímetros de controle para lajes com aberturas da norma ACI 318 (ACI, 2011)	37

Figura 2.22 – Perímetro de controle da norma Eurocode 2 (2004)	38
Figura 2.23 – Perímetro de controle para lajes com aberturas da norma Eurocode 2 (2004)	38
Figura 2.24 – Perímetro de controle da norma Model Code 2010 (2011)	40
Figura 2.25 – Perímetro de controle reduzido em função do comprimento da aresta da norma Model Code 2010 (2011)	41
Figura 2.26 – Perímetro de controle reduzido em função da presença de aberturas da norma Model Code 2010 (2011)	41
Figura 2.27 - Perímetro de controle da norma NBR 6118 (2014)	45
Figura 2.28 - Perímetro de controle para lajes com aberturas da norma NBR 6118 (2014)	45
Figura 2.29 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento	47
Figura 2.30 – Relação entre as curvas carga x rotação e critério de ruína	48
Figura 2.31 – Configuração de ruína por flexão para as lajes apoiadas sobre pilares quadrados e retangulares	49
Figura 2.32 – Configuração de ruína por flexão para as lajes apoiadas sobre pilares de secção em “L”	51
Figura 2.33 – Diagrama simplificado de tensões no concreto no estágio III	52
Figura 3.1 – Elemento C3D8 (HIBBITT et a., 2009)	53
Figura 3.2 – Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager – adaptado de JOHANNSSON & REITZEL (2011)	55
Figura 3.3 – Diagrama admitido para o concreto comprimido – adaptado de BIRTEL e MARK (2006)	57
Figura 3.4 – Diagrama admitido para o concreto tracionado – adaptado de CHAUDHARI e CHAKRABARTI (2012)	58
Figura 4.1 - Protótipo da estrutura estudada	60
Figura 4.2 - Região de momento fletor negativo do protótipo gerado no programa SAP2000	61
Figura 4.3 – Secção transversal do pilar	62
Figura 4.4 - Geometria da laje LR	63
Figura 4.5 - Geometria da laje L1	63
Figura 4.6 - Geometria da laje L2	64
Figura 4.7 - Geometria da laje L3	64
Figura 4.8 – Secção A, válida para todas as lajes	65
Figura 4.9 – Forma das lajes ensaiadas	65

Figura 4.10 - Vista isométrica das armações da laje LR	66
Figura 4.11 - Armação superior da laje LR	66
Figura 4.12 - Armação inferior da laje LR	67
Figura 4.13 - Vista isométrica das armações da laje L1	67
Figura 4.14 - Armação superior da laje L1	68
Figura 4.15 - Armação inferior da laje L1	68
Figura 4.16 - Vista isométrica das armações da laje L2	69
Figura 4.17 - Armação superior da laje L2	69
Figura 4.18 - Armação inferior da laje L2	70
Figura 4.19 - Vista isométrica das armações da laje L3	70
Figura 4.20 - Armação superior da laje L3	71
Figura 4.21 - Armação inferior da laje L3	71
Figura 4.22 - Armação das bordas das aberturas das lajes L1, L2 e L3	72
Figura 4.23 – Armação dos pilares	72
Figura 4.24 – Disposição dos deflectômetros nas lajes	73
Figura 4.25 – Posicionamento dos relógios comparadores	74
Figura 4.26 – Regularização da superfície	75
Figura 4.27 – Fixação dos extensômetros nas barras	75
Figura 4.28 - Disposição dos EERs nas armaduras de flexão	76
Figura 4.29 – Extensômetros na laje L2	76
Figura 4.30 - Disposição dos EERs no concreto na face inferior da das lajes	77
Figura 4.31 – Extensômetro do concreto	77
Figura 4.32 - Vista em planta do sistema de ensaio	78
Figura 4.33 - Vista A, do sistema de ensaio	78
Figura 4.34 – Aplicação de carga	79
Figura 4.35 - Sistema de aquisição de dados	79
Figura 4.36 - Etapas de montagem do ensaio	80
Figura 4.37 – Sistema de ensaio	81
Figura 4.38 – Bomba lança utilizada durante a concretagem	82
Figura 4.39 – Lançamento do concreto na laje	82
Figura 4.40 – Ensaio de abatimento do tronco de cone	83
Figura 4.41 – Propriedades mecânicas do concreto	83
Figura 4.43 – Diagrama tensão x deformação da barra de 10 mm	84
Figura 4.44 – Diagrama tensão x deformação da barra de 6,3 mm	84

Figura 5.1 – Deslocamentos verticais na laje LR	86
Figura 5.2 – Deslocamentos verticais na laje L1	86
Figura 5.3 – Deslocamentos verticais na laje L2	87
Figura 5.4 – Deslocamentos verticais na laje L3	87
Figura 5.5 – Deslocamentos verticais no ponto central (deflectômetro d1) das lajes	88
Figura 5.6 – Posição e sentido da leitura dos relógios, válido para todas as lajes	88
Figura 5.7 – Deslocamentos verticais na laje LR nas direções A-A' e B-B'	89
Figura 5.8 – Deslocamentos verticais na laje L1 nas direções A-A' e B-B'	89
Figura 5.9 – Deslocamentos verticais na laje L2 nas direções A-A' e B-B'	89
Figura 5.10 – Deslocamentos verticais na laje L3 nas direções A-A' e B-B'	90
Figura 5.11 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LR	91
Figura 5.12 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1	91
Figura 5.13 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2	92
Figura 5.14 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3	92
Figura 5.15 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje LR	93
Figura 5.16 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L1	94
Figura 5.17 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L2	94
Figura 5.18 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L3	95
Figura 5.19 – Padrão de fissuração da laje LR	96
Figura 5.20 – Padrão de fissuração da laje L1	96
Figura 5.21 – Padrão de fissuração da laje L2	97
Figura 5.22 – Padrão de fissuração da laje L3	97
Figura 5.23 – Identificação dos quadrantes das lajes	99
Figura 5.24 – Determinação das alturas úteis das lajes	99
Figura 5.25 – Equipamento utilizado no corte das lajes	100
Figura 5.26 – Corte da superfície superior da laje	100
Figura 5.27 – Laje após o corte da superfície superior	100
Figura 5.28 – Corte do pilar da laje	101
Figura 5.29 – Superfície de ruptura na base das lajes ensaiadas	101
Figura 5.30 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje LR	102
Figura 5.31 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L1	103
Figura 5.32 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L2	104
Figura 5.33 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L3	105
Figura 6.1 – Perímetros de controle da laje LR	108

Figura 6.2 - Perímetros de controle da laje L1	108
Figura 6.3 - Perímetros de controle da laje L2	108
Figura 6.4 - Perímetros de controle da laje L3	109
Figura 6.5 – Resultados de P_u/P_n obtidos pelas expressões analisadas	109
Figura 6.6 – Pontos de penalidade das expressões de acordo com os grupos	120
Figura 6.7 – Precisão da ACI 318 (ACI, 2011)	125
Figura 6.8 – Precisão da Eurocode 2 (CEN, 2004)	126
Figura 6.9 – Precisão da Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	127
Figura 6.10 – Precisão da NBR 6118 (ABNT, 2014)	128
Figura 6.11 – Precisão da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)	129
Figura 6.12 – Resultados de P_u/P_n obtidos pelas expressões analisadas considerando ou não a presença da abertura na determinação do perímetro de controle	130
Figura 7.1 – Modelo computacional utilizado para simular a laje LR	133
Figura 7.2 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L1	134
Figura 7.3 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L2	135
Figura 7.4 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L3	136
Figura 7.5 – Tensões máximas (MPa) no estagio último de carregamento da laje LR	137
Figura 7.6 – Tensões máximas (MPa) no estagio último de carregamento da laje L1	138
Figura 7.7 – Tensões máximas (MPa) no estagio último de carregamento da laje L2	138
Figura 7.8 – Tensões máximas (MPa) no estagio último de carregamento da laje L3	139
Figura 7.9 – Curva carga x deslocamento para a laje LR na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente	140
Figura 7.10 – Curva carga x deslocamento para a laje L1 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente	140
Figura 7.11 – Curva carga x deslocamento para a laje L2 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente	141
Figura 7.12 – Curva carga x deslocamento para a laje L3 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente	141
Figura 7.13 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente	143
Figura 7.14 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente	143

Figura 7.15 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente	144
Figura 7.16 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente	144
Figura 7.17 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente	145
Figura 7.18 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente	145
Figura 7.19 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente	146
Figura 7.20 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente	146
Figura 7.21 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente	147
Figura 7.22 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente	147
Figura 7.23 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente	147
Figura 7.24 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente	147

Lista de Símbolos

Símbolo	Significado
A_c	área interna da região delimitada pelo perímetro de controle
b_0	perímetro crítico (ACI 318, 2011) (Model Code 2010, 2011)
b_1	perímetro básico de controle
$b_{1,red}$	perímetro básico de controle reduzido (Model Code 2010, 2011)
b_s	faixa de comprimento ao redor do apoio ou área carregada
b_u	diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle
C e C'	contornos críticos da NBR 6118 (ABNT, 2014)
$d=d_v$	altura útil da laje (mm)
d_g	diâmetro máximo do agregado graúdo
E_s	módulo de elasticidade da armadura longitudinal tracionada
e_u	excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle
$e_{u,i}$	excentricidade da resultante dos esforços de cisalhamento nas duas direções principais com relação ao centroide do pilar ou área carregada
f_c	resistência à compressão do concreto
f_{ck}	resistência à compressão característica do concreto
F_{sd}	força ou reação concentrada
f_{yk}	tensão de escoamento característica da armadura longitudinal tracionada
k_e	coeficiente de excentricidade
m_{Rd}	momento resistente de cálculo por unidade de comprimento
m_{sd}	momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento
m_{um}	momento fletor último por unidade de comprimento
\emptyset	diâmetro das barras de aço
P_{ACI}	carga de ruptura estimada pela ACI 318 (ACI, 2011);
P_{ACI}	carga de ruptura a punção estimada pela norma ACI 318 (ACI, 2011)
P_{EC2}	carga de ruptura estimada pela Eurocode 2 (CEN, 2004);
P_{flex}	carga de ruptura por flexão
P_{MC10}	carga de ruptura estimada pela Model Code 2010 (fib, 2011);
P_{NBR}	carga de ruptura estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2014)

P_u	carga última de ruptura da laje
r_s	distância do centroide do pilar ao ponto onde o momento é zero
s	menor distância entre as faces do furo e do pilar
sg	distância entre o centro de gravidade do furo e do pilar
u	perímetro no contorno crítico C' (NBR 6118, 2014).
u_1	perímetro crítico (Eurocode 2, 2004)
V_c	força resistente oriunda do concreto
V_{Ed}	esforço cortante solicitante de cálculo
V_n	força de cisalhamento nominal
V_{Rd}	resistência de cálculo ao cisalhamento
$V_{Rd,c}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída ao concreto
$V_{Rd,s}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída a armadura de cisalhamento
V_s	força resistente proveniente da armadura de cisalhamento
V_u	força de cisalhamento ponderada atuante na seção considerada
β_c	razão entre o maior e o menor lado do pilar
γ_c	coeficiente de segurança do concreto
Δe	distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar
ρ	taxa de armadura de flexão da laje
ψ	rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada.

1. Introdução

Diante de projetos arquitetônicos cada vez mais exigentes quanto ao aproveitamento de espaços e flexibilidade quanto a *layouts*, uma das possíveis soluções disponíveis é a utilização de lajes lisas de concreto armado. De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) lajes lisas são lajes apoiadas diretamente em pilares, isto é, sem a existência de vigas e sem a utilização de capitéis.

Os sistemas estruturais com lajes lisas (ver Figura 1.2) apresentam algumas vantagens quando comparados aos sistemas convencionais (ver Figura 1.1) compostos por lajes, vigas e pilar, como a economia de concreto, aço, fôrmas, mão de obra, facilidade na execução de alvenarias, divisórias, tubulações e, sobretudo, redução do pé direito a qual, segundo STEVENSON (1994), pode ser de até 30 cm em edifícios de concreto armado.

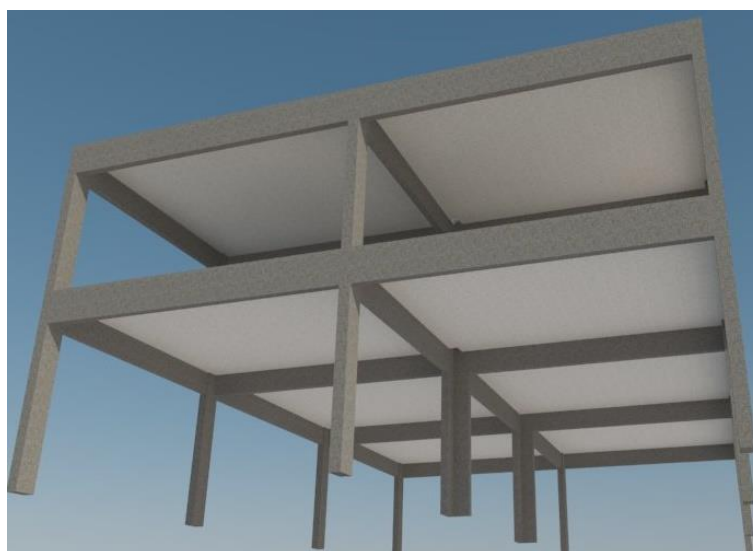


Figura 1.1 – Sistema estrutural convencional

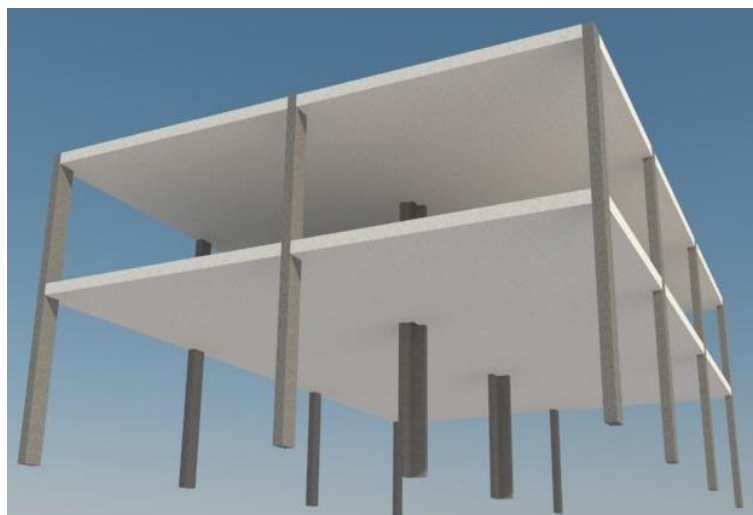


Figura 1.2 – Sistema estrutural de lajes lisas

Dentre as desvantagens dos sistemas com lajes lisas, pode-se citar a possibilidade de ocorrência de flechas inaceitáveis em condições de serviço, momentos elevados na ligação laje-pilar, a diminuição da estabilidade global da edificação em relação aos esforços horizontais e, principalmente, a punção, fenômeno caracterizado pela atuação de forças concentradas na superfície da laje, que causam um deslocamento vertical ao longo de uma superfície tronco-cônica ou tronco-piramidal (PARK e GAMBLE, 2000), conforme mostra a Figura 1.3. Esse tipo de ruptura é de natureza frágil e tem consequências catastróficas, podendo resultar em um colapso progressivo de estruturas no mesmo pavimento, através da transferência de carregamentos, como também no colapso progressivo das lajes dos pavimentos inferiores através do impacto do material das lajes superiores. MELO (1990) e SOUZA e CUNHA (1994), citam que o primeiro caso noticiado de colapso completo devido à punção ocorreu no ano de 1911, no edifício Prest-o-Lite em Indianápolis, Estados Unidos. Neste, ocorreu o desligamento total das lajes com os pilares causando colapso progressivo na estrutura e várias mortes.



Figura 1.3 – Deslocamento vertical da laje após o puncionamento

As normas atuais, apesar de tratarem o fenômeno da punção de forma aprofundada, apresentam divergências entre si, fazendo com que os métodos de cálculo adotados por elas sejam questionados e ainda hoje há situações de projeto onde elas não apresentam recomendações sobre como estimar a resistência à punção, uma dessas situações é quando a abertura se localiza no centro de gravidade do pilar. Para esta situação as normas ACI 318 (ACI, 2011), Eurocode 2 (CEN, 2004), Model Code 2010 (*fib*, 2011) e NBR 6118 (ABNT, 2014), não apresentam nenhuma recomendação a respeito.

1.1. Justificativa

Após ser feita uma extensa busca sobre pesquisas relacionadas à punção em lajes com aberturas, verificou-se a existência de apenas um trabalho onde se analisava estas apoiadas sobre pilares de seção “L”. Com exceção deste trabalho, os outros estudos avaliam lajes apoiadas sobre pilares quadrados ou retangulares. Verifica-se também que as principais normas disponíveis para o projeto de estruturas de concreto armado apresentam divergências na estimativa de resistência à punção de lajes lisas com aberturas e, em determinadas situações de projeto elas não apresentam recomendações para esta estimativa.

A capacidade resistente à punção de lajes lisas pode ser bastante reduzida através da existência de aberturas em lajes. O aparecimento de aberturas para passagem de tubulações diversas (*shafts*) nas lajes junto ao pilar ou a uma determinada distância é comum nas construções conforme ilustra a Figura 1.4, entretanto, a quantidade de concreto que resiste à punção é reduzida além da interrupção das armaduras de flexão nas regiões das aberturas.

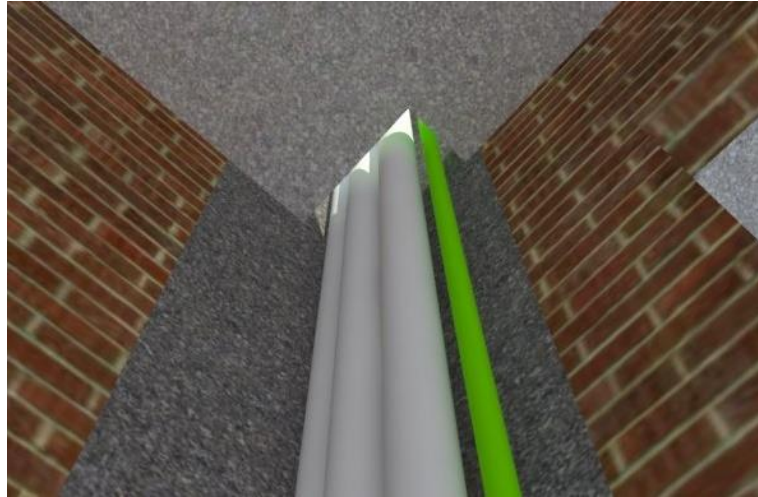


Figura 1.4 – Laje apoiada sobre pilar em “L” com abertura (*shaft*) para passagem de tubulação

Pilares de secção “L” são bastante utilizados em situações onde há necessidade de se ter pilares com grandes áreas de secção transversal em que a utilização de pilares retangulares provocaria o aparecimento de cantos indesejáveis. Outra situação onde se usa esse tipo de secção ocorre quando a proposta arquitetônica exige elementos de sustentação com características singulares como mostra a Figura 1.5. O presente trabalho apoia-se em tais situações como justificativa para analisar experimentalmente o comportamento de lajes lisas com aberturas apoiadas sobre pilares de secção transversal em “L”.

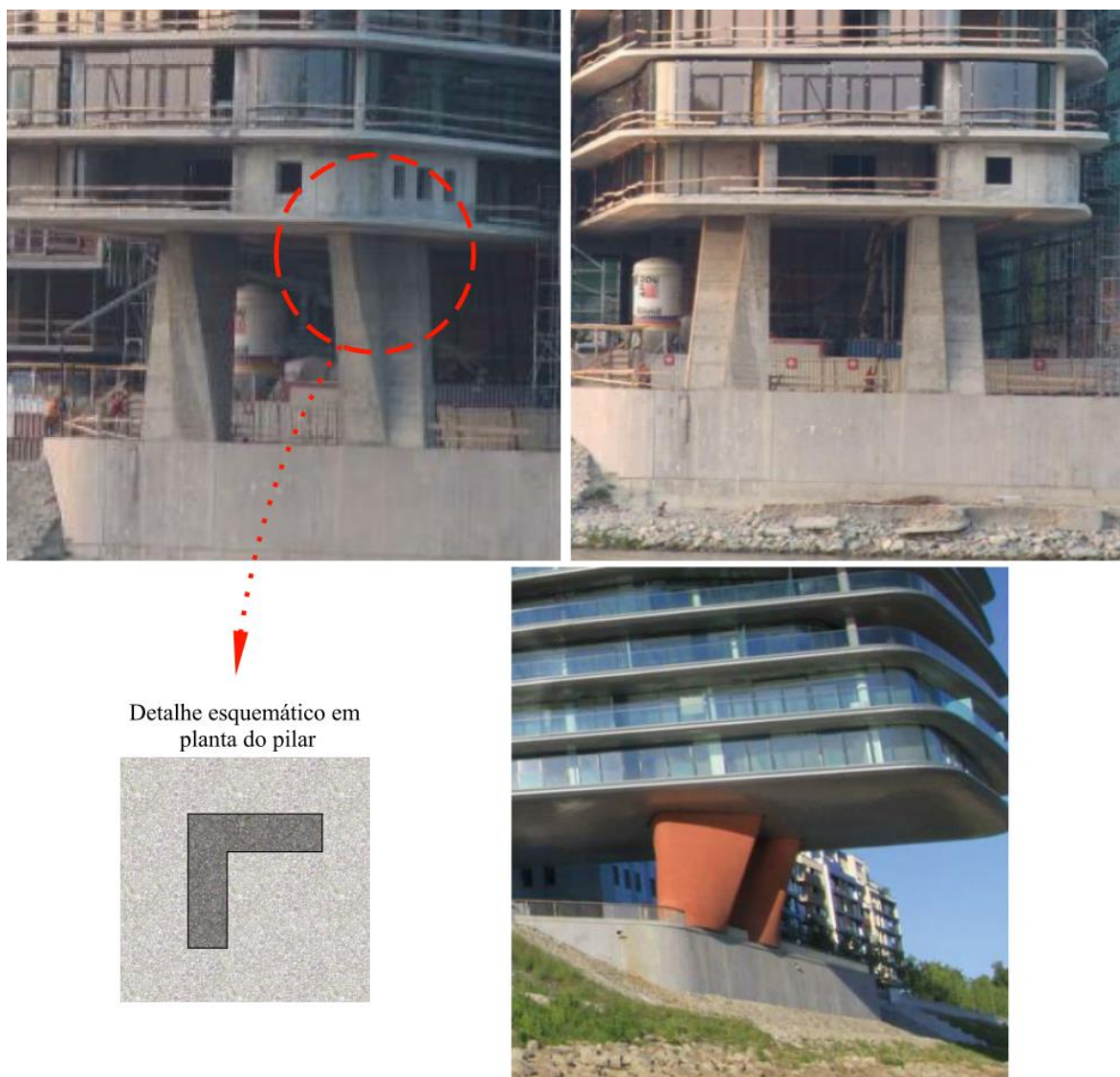


Figura 1.5 – Edifício River House em Bratislava, Eslováquia

Fonte: <http://www.skyscrapercity.com/showthread.php?t=347613&page=80> (2009)

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo Geral

O objetivo principal do presente trabalho é verificar experimentalmente o comportamento e a resistência de quatro lajes lisas com aberturas em concreto armado apoiadas sobre pilar de secção transversal em “L” sob carregamento simétrico. A principal variável do estudo é a posição da abertura com relação ao centro de gravidade do pilar.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Obtenção de informações sobre outras pesquisas envolvendo lajes lisas, sem armadura de cisalhamento e com aberturas;
- Avaliação do comportamento de lajes lisas com aberturas em diferentes posições a partir dos dados experimentais obtidos nos ensaios;
- Comparação dos resultados experimentais com as estimativas normativas;
- Avaliação dos resultados da análise computacional e comparação com os resultados experimentais.

1.3. Estrutura do Trabalho

A dissertação foi composta de oito capítulos, apresentados abaixo.

No *Capítulo 2* é apresentada a pesquisa bibliográfica que consta dos trabalhos de pesquisas pertinentes, além da apresentação de 4 códigos normativos e um modelo teórico para a estimativa das resistências últimas à punção das lajes. Neste capítulo também é abordado o cálculo das estimativas de carga de ruptura à flexão.

No *Capítulo 3* é apresentado as características do modelo computacional utilizado para simulação numérica das lajes. Neste capítulo são apresentados os modelos constitutivos, tipos de interações e tipo de análise realizada.

No *Capítulo 4* descrevem-se as características do programa experimental, onde é descrito informações quanto a geometria, armação, instrumentação e sistema de ensaio dos modelos.

No *Capítulo 5* são apresentados os resultados obtidos através dos ensaios, sendo também avaliados e discutidos.

No *Capítulo 6* são apresentados os resultados das estimativas obtidas pelas cinco expressões analisadas e comparados com os resultados obtidos experimentalmente. Este capítulo também analisa as lajes presentes na revisão bibliográfica através de alguns tratamentos

estatísticos objetivando avaliar o comportamento de cada expressão para cada situação oito situações abordadas.

No *Capítulo 7* são apresentados os resultados na análise computacional não linear físico e geométrica das lajes ensaiadas. Estes resultados são discutidos e comparados com os obtidos experimentalmente.

No *Capítulo 8* são apresentadas as conclusões dessa pesquisa assim como sugestões para trabalhos futuros

Nos *Anexos* são apresentadas as memórias de cálculo utilizadas para a determinação das estimativas das expressões e as leituras registradas durante os ensaios.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo serão apresentados detalhes de alguns trabalhos realizados com o intuito de analisar o comportamento das lajes lisas de concreto armado com aberturas ao puncionamento e, conseqüentemente, contribuir de forma cada vez mais eficaz para o bom desempenho deste tipo de sistema estrutural. As pesquisas aqui citadas estão relacionadas apenas com o caso de punção simétrica em lajes de concreto armado sem armadura de cisalhamento, apoiadas em pilares retangulares, quadrados e em “L”.

2.2. Trabalhos Realizados

2.2.1. MOE (1961)

Um dos trabalhos experimentais pioneiros na investigação da influência de aberturas em lajes sujeitas ao puncionamento foi desenvolvido por MOE (1961). Neste trabalho foram ensaiadas lajes quadradas em concreto armado com dimensões de (1830x1830x152) mm³, com pilar quadrado com 254 mm de lado e resistência do concreto variando entre 23 MPa e 29 MPa. Todas as lajes foram apoiadas nos quatro bordos e carregadas verticalmente de cima para baixo através de um cilindro hidráulico conforme mostra a Figura 2.1

Neste trabalho, foram ensaiadas 43 lajes (em 15 delas se avaliou a influência das aberturas na resistência ao puncionamento). As geometrias das lajes ensaiadas são mostradas nas Figuras 2.2 e 2.3, e suas características são apresentadas na Tabela 2.1. As armaduras das lajes foram constituídas por 24 barras de 16 mm de diâmetro, dispostas em duas direções ortogonais (12 barras em cada direção), com exceção da H14 que foi armada com 16 barras de 16 mm (8 barras em cada direção).

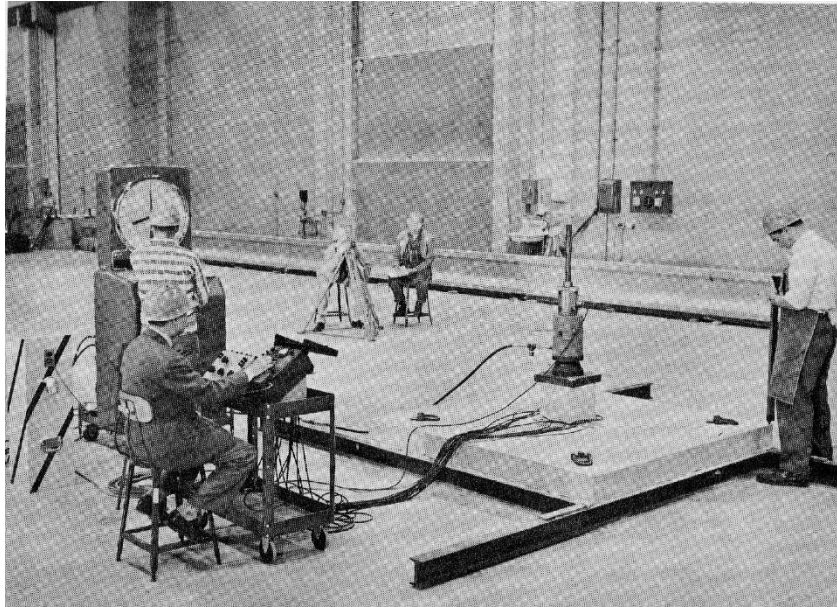


Figura 2.1 - Sistema de ensaio (MOE, 1961)

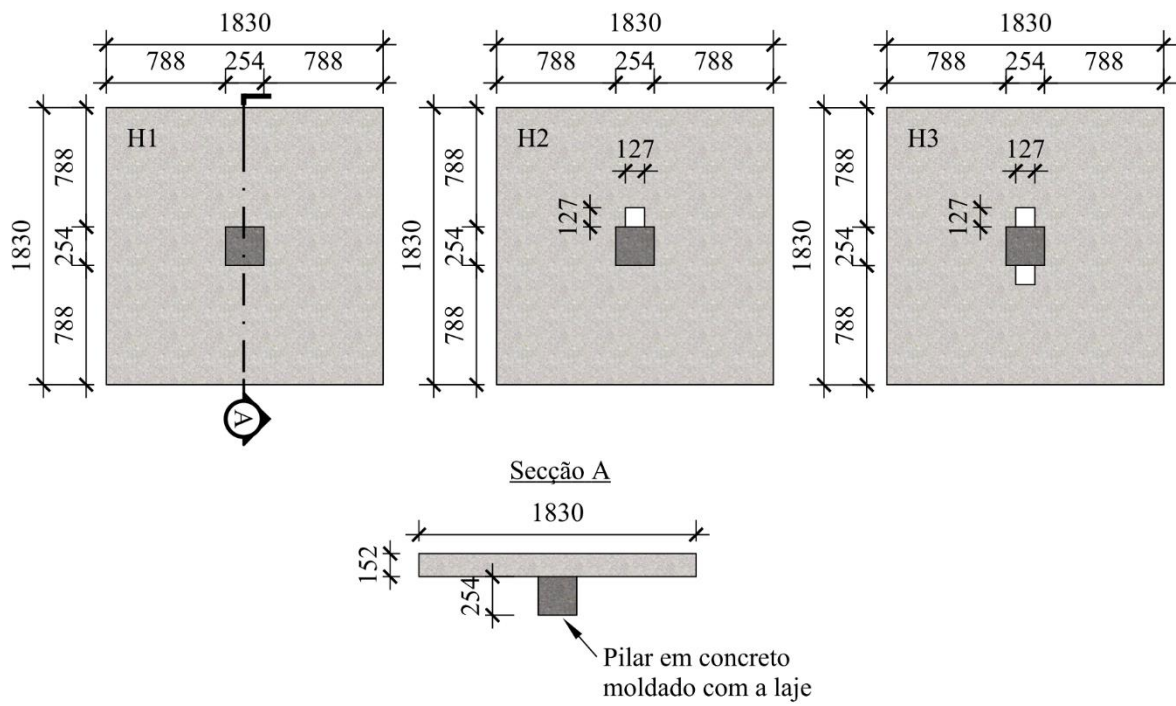


Figura 2.2 – Geometria e secção A das lajes H1 a H3 de MOE (1961)

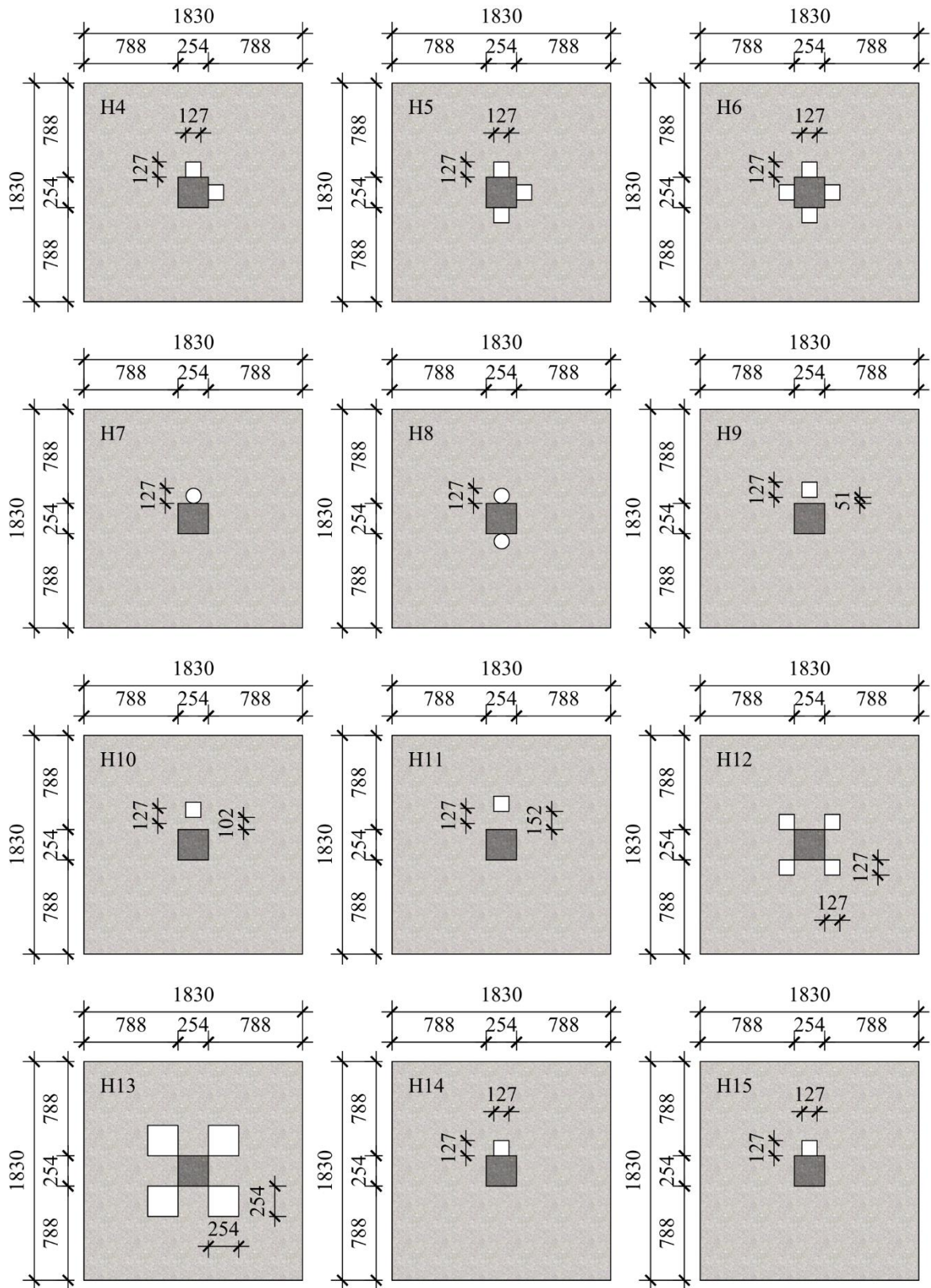


Figura 2.3 - Geometria das lajes H4 a H15 de MOE (1961)

Tabela 2.1 - Características das lajes ensaiadas por MOE (1961)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
H1	254x254	98	26,1	1,35	-	0	-	371
H2			25		127x127	1	-	329
H3			23,7			2	-	325
H4			25,7			2	-	290
H5			25			3	-	250
H6			28,4			4	-	256
H7			25,2			Ø 127	1	-
H8			28,1		2		-	312
H9			24,1		127x127	1	51	313
H10			25			1	102	333
H11			26,1			1	152	339
H12			27,8			4	-	269
H13			24,5		254x254	4	-	201
H14			26,2	0,90	127x127	1	-	253
H15			23,4	1,35		1	-	332

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).

MOE (1961) observou que em seus ensaios, as fissuras inclinadas iniciavam a 60% da carga de ruptura. Quanto à presença de aberturas, estes reduziram a resistência última à punção das lajes quando comparadas com a de referência. A posição das aberturas em relação a face do pilar influenciou na resistência final, de tal modo que quanto mais afastado a abertura estiver da face do pilar, menor será o decréscimo de resistência.

2.2.2. WAYNE (1997)

WAYNE (1997) analisou 6 lajes (1-SS, 2-4F, 3-4C, 4-SS, 5-4C E 6-4F) lisas quadradas de 2100 mm de lado e espessura variando de 156 mm a 157 mm, com pilares monolíticos de secção (250 x 250) mm² e altura de 300 mm. Das lajes analisadas, 2 não possuíam aberturas (1-SS e 4-SS), isto é, eram de referência, as demais lajes (2-4F, 3-4F, 5-4C e 6-4F)

apresentavam 4 aberturas adjacentes ao pilar de dimensão (125 x 125) mm². A Figura 2.4 mostra a geometria das lajes ensaiadas.

Para a confecção da laje 1-SS, foi utilizado concreto dosado para a resistência de 70 MPa aos 28 dias. Para os demais espécimes, a mistura de concreto foi alterada afim de se obter maior resistência. Todas as lajes possuíam armadura superior composta por 24 barras (12 em cada direção ortogonal) de 15 mm de diâmetro. A laje 5-4C apresentava, além da armação utilizada nas demais lajes, uma barra a mais de 15 mm de diâmetro em cada direção de sua armadura superior, estas se cruzavam no centro da laje. A laje 6-4F possuía 20 barras de 15 mm de diâmetro e 4 barras de 20 mm de diâmetro posicionadas na direção das arestas do pilar (uma barra da direção de cada aresta). Todas as lajes possuíam armadura inferior composta de 12 barras (6 em cada direção ortogonal) de 10 mm de diâmetro. A Tabela 2.2 apresenta as características das lajes.

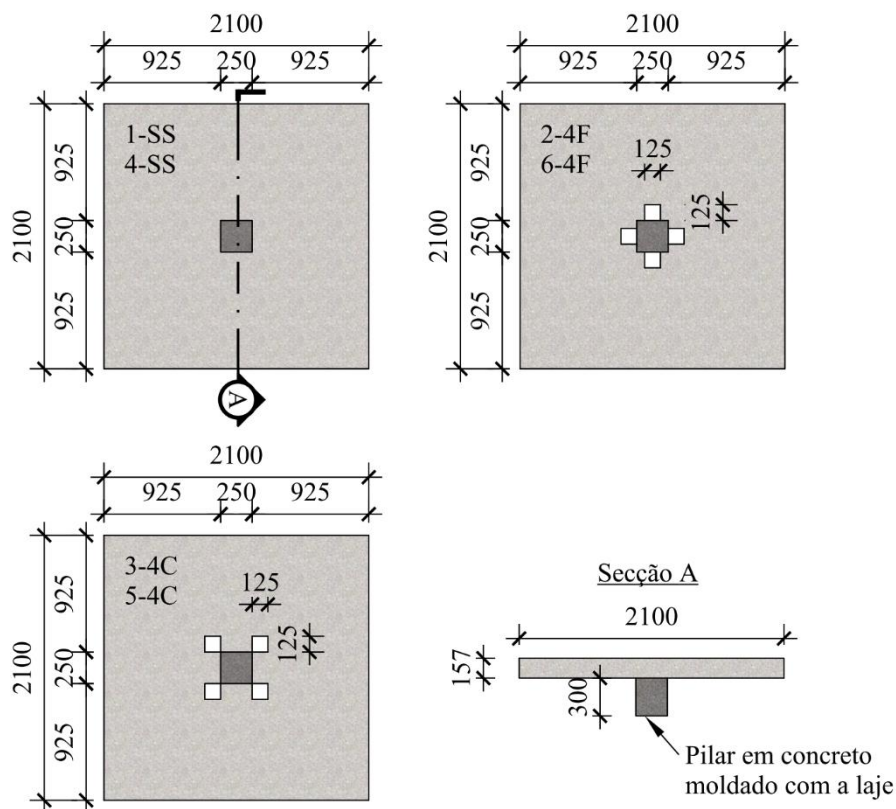


Figura 2.4 – Geometria das lajes ensaiadas de WAYNE (1997)

Tabela 2.2 - Característica das lajes ensaiadas de WAYNE (1997)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
1-SS	250x250	116	78	0,99	-	0	-	494
2-4F		117	96	0,98	125x125	4	0	443
3-4C		116	93	0,99				366
4-SS		116	101	0,99	-	0	-	492
5-4C		116	99	1,07	125x125	4	0	454
6-4F		117	94	1,12				431

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces do furo e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).
 SS – laje sem aberturas; 4F – 4 aberturas nas arestas do pilar; 4C – 4 aberturas nos vértices do pilar.

WAYNE (1997) observou que as lajes onde as aberturas se localizavam nos cantos do pilar obtiveram perda de resistência de até 26%, enquanto que as que apresentavam aberturas adjacentes aos lados do pilar apresentaram perdas de até 10%. O autor observou a influência da utilização de barras adicionais nas lajes com aberturas e concluiu que quando a abertura estava no vértice do pilar, ao se adicionar 2 barras de 15 mm, houve um aumento de 24% na resistência e quando as aberturas estavam nas arestas do pilar, ao adicionar 4 barras de 20 mm de diâmetro, houve decréscimo de 3% de resistência.

2.2.3. TENG *et al.* (2004)

TENG *et al.* (2004) analisou a influência de aberturas adjacentes ao pilar na resistência ao funcionamento de lajes de concreto armado. Para tanto, foram ensaiadas 20 lajes lisas, sendo que destas, 15 tinham aberturas e 5 não (lajes de referência). As lajes possuíam dimensões de (2200 x 2200 x 150) mm³, eram apoiadas nas quatro bordas, tinham pilares de dimensões (200 x 200) mm², (200 x 600) mm² e (200 x 1000) mm², isto é, com relação entre o maior e menor lado igual a 1, 3 e 5 e aberturas retangulares de dimensões (200 x 400) mm². Nas lajes que possuíam aberturas, o autor variou a posição deles em relação ao pilar, retangularidade do pilar e a aplicação ou não de momento fletor. As Figuras 2.5 e 2.6 mostram as geometrias das lajes analisadas sem a aplicação de momento fletor e a Tabela 2.3 apresenta as características destas.

As lajes foram confeccionadas com concreto de classe C40, foram armadas com barras de 16 mm de diâmetro espaçadas a cada 120 mm na face superior (região tracionada), e com barras de 13 mm de diâmetro a cada 120 mm da face inferior (região comprimida), levando a uma taxa de armação em torno de 1,75%. As barras de 13 mm de diâmetro possuíam tensão de escoamento de 519 MPa enquanto que as barras de 16 mm escoavam com a tensão de 453 MPa. A Figura 2.7 mostra o sistema de ensaio adotado.

Tabela 2.3 – Característica das lajes de TENG *et al.* (2004)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
OC11	200x200	105	36,0	1,81	-	0	-	423
OC11H30		108	33,9	1,70	200x400	1	0	349
OC11V23		109	34,1	1,69				373
OC11V20		105	38,6	1,74				207
OC13	200X600	107	35,8	1,71	-	0	-	568
OC13H50		110	36,3	1,67	200x400	1	0	443
OC13V43		114	36,6	1,61				467
OC13V23		108	36,9	1,70				484
OC13V40		109	43,0	1,69				340
OC13H02		112	43,1	1,64				512
OC15	200X1000	103	40,2	1,76	-	0	-	649
OC15H70		108	37,9	1,67	200x400	1	0	529
OC15V43		109	36,0	1,66				612

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).
 11 – pilares com lados de proporções 1 x 1; 13 – pilares com lados de proporções 1 x 3; 15 – pilares com lados de proporções 1 x 5; V – abertura orientada verticalmente em relação ao plano; H – abertura orientada horizontalmente em relação ao plano;

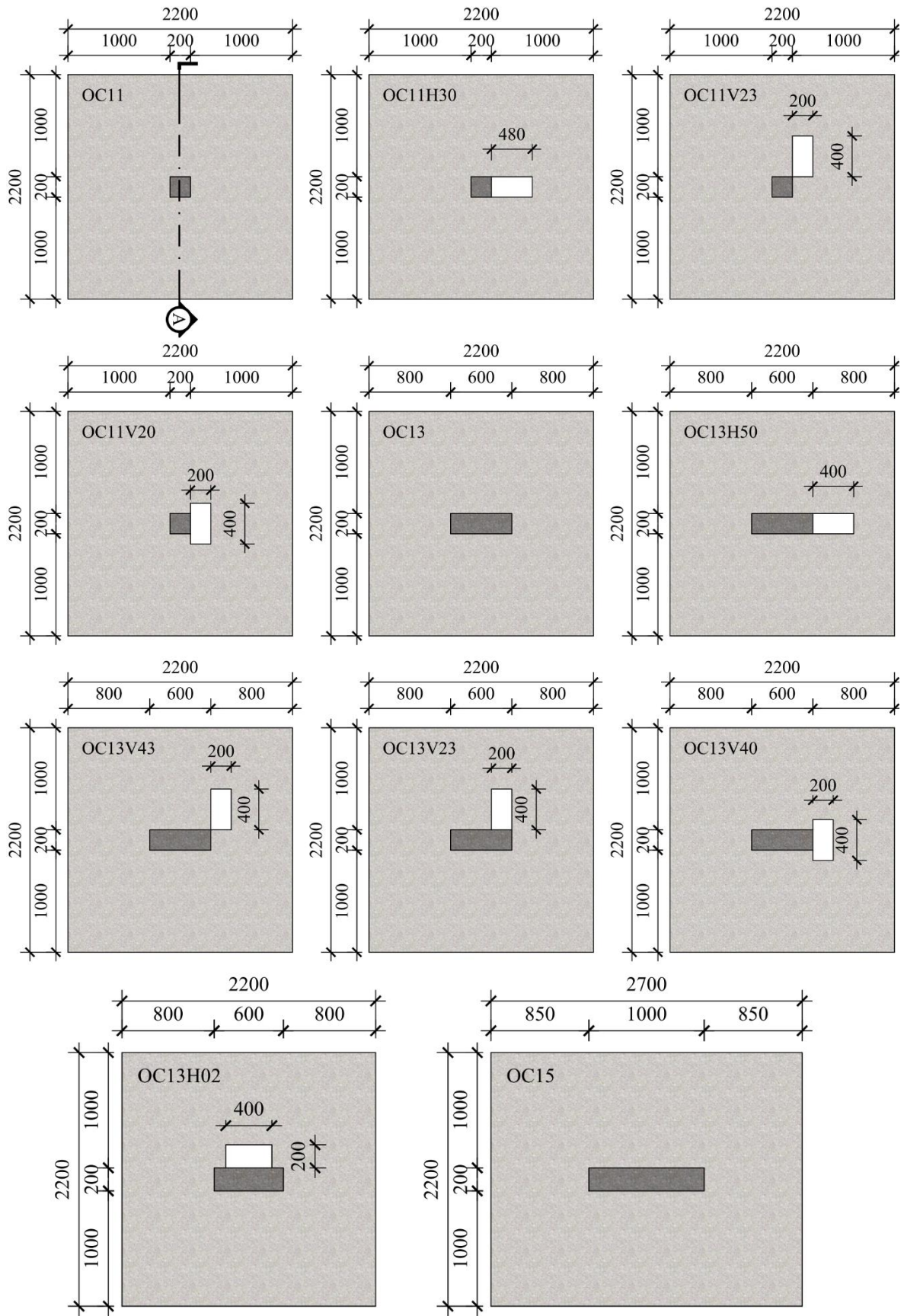


Figura 2.5 – Geometria das lajes OC11 a OC15 de TENG *et al.* (2004)

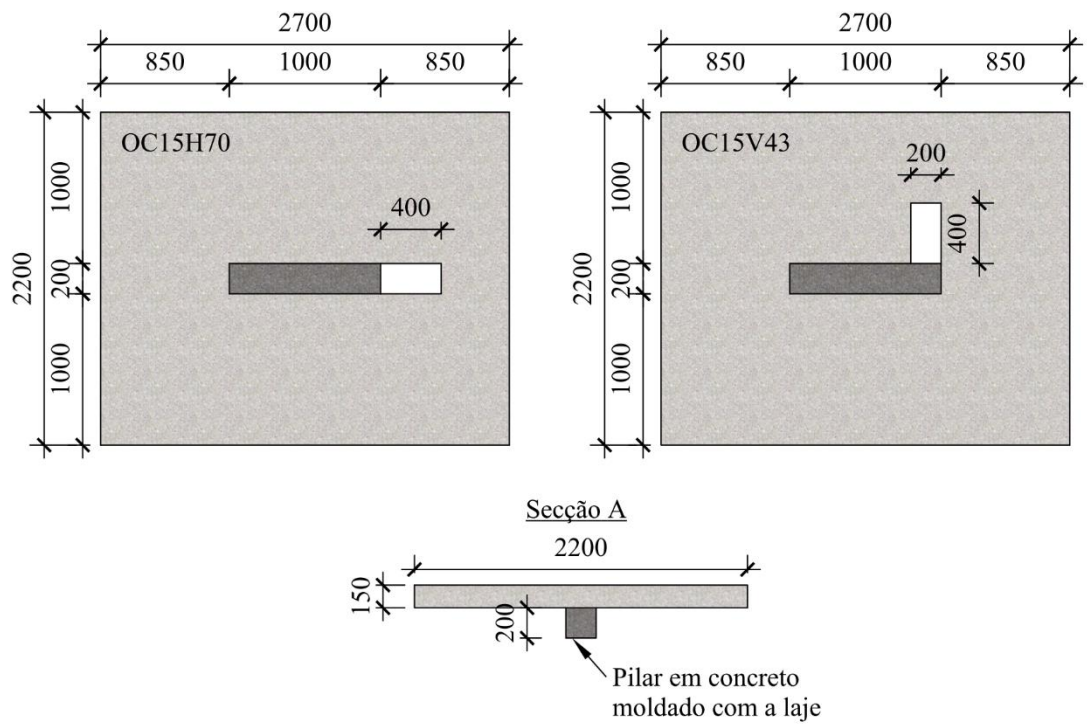


Figura 2.6 – Geometria das lajes OC15H70 e OC15V23 e secção A de TENG *et al.* (2004)



Figura 2.7 – Sistema de ensaio (TENG *et al.*, 2004)

Todas as lajes ensaiadas por TENG (2004) romperam por punção e, como era esperado, as lajes sem aberturas (OC11, OC13 e OC15) obtiveram as maiores capacidades resistentes de suas séries. Ao analisar os pilares, constatou-se que a maior parte das tensões cisalhantes se concentraram nas extremidades, de tal modo que as lajes OC11V20 e OC13V40, que apresentavam aberturas ultrapassando dois dos quatro cantos do pilar tiveram perdas de 51% e 40% de resistência, respectivamente, em comparação com as lajes de referência.

O autor comparou os resultados experimentais com as estimativas apresentadas pelas normas ACI 318 (ACI, 2002), BS 8110 (BSI, 1997) e Eurocode 2 (1992), sendo que na média, a norma BS 8110 (BSI, 1997) foi a que apresentou resultados mais próximos do experimental, apresentando resultados 13% inferiores, seguido da Eurocode 2 (1992) e ACI 318 (ACI, 2002) com resultados 29% e 33% inferiores.

2.2.4. BORGES *et al* (2013)

BORGES (2013) ensaiou 20 lajes quadradas de concreto armado de geometria (3000x3000x200) mm³, apoiada em pilares internos de secção (200x600) mm², sendo que destas, 13 foram utilizadas para avaliar a influência da abertura na resistência à punção de lajes. Destas 13 lajes, 6 delas possuíam aberturas e não tinham armadura de cisalhamento e uma não possuía aberturas na armadura de cisalhamento (laje de referência). Neste trabalho foi avaliado também a influência de ganchos de ancoragem na borda da abertura (lajes 5, 6, 8 e 9) e acréscimo de barras entre a borda da abertura e o eixo da laje (lajes 2, 6, 7 e 9). A geometria das 7 lajes sem armadura de cisalhamento é mostrada na Figura 2.8.

As aberturas presentes em 10 das 13 lajes tinham geometria de (200x300) mm² correspondente a 50% da secção do pilar, sendo eles posicionados com o lado menor paralelo ao menor lado do pilar. Este posicionamento foi adotado pelo fato de, segundo o autor, se tratar de uma das situações mais críticas. As principais características das lajes são apresentadas na Tabela 2.4. A Figura 2.9 mostra o sistema de ensaio adotado.

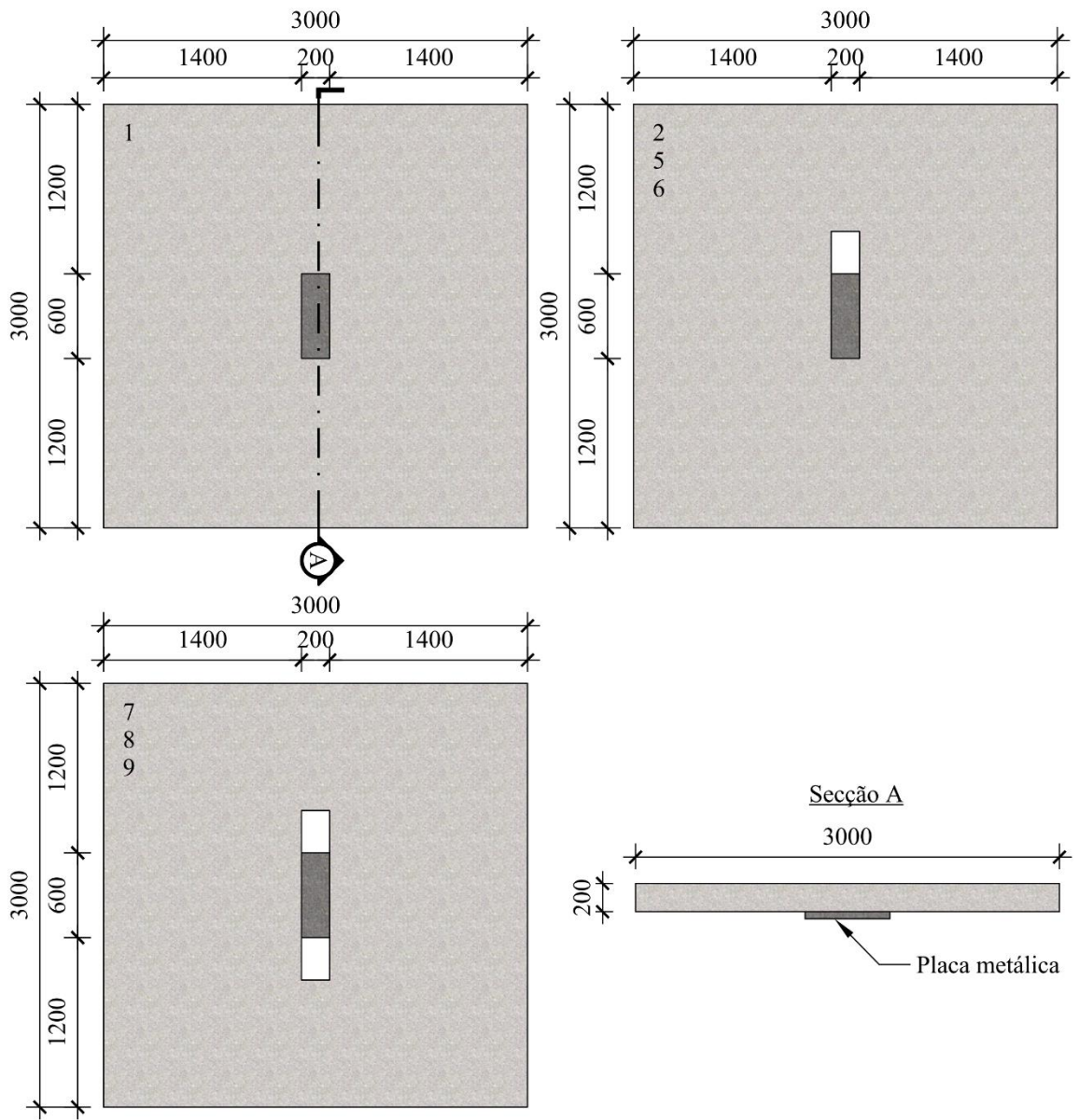


Figura 2.8 – Geometria das lajes de BORGES (2013)

Tabela 2.4 – Característica das lajes de BORGES (2013)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	Ganchos de ancorag.	P_u (kN)
1	200x600	154	42,0	1,37	-	0	Não	798
2			41,4	1,38	200x300	1	Não	726
5			40,5	1,14			Sim	792
6			39,0	1,38			Sim	750
7		144	37,0	1,55			2	Não
8		164	41,6	1,00		Sim		700
9			40,6	1,24	Sim	850		

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); Gancho de ancorag. – indica a presença ou não de gancho de ancoragem; P_u – carga última de ruptura da laje (kN).

A presença de aberturas, bem como a quantidade, alterou a rigidez das lajes. O autor afirma que as lajes com uma abertura deslocaram mais que a de referência, enquanto que as que possuíam duas aberturas deslocaram mais do que as que tinham apenas um. Observou-se que dentro da abertura surgiram fissuras que evoluíram até a ruptura das lajes. Todas as lajes romperam por punção de forma frágil e repentina, evidenciando que a presença e a quantidade de aberturas não interferiram no modo de ruptura. As lajes com uma abertura adjacente ao pilar romperam com cargas próximas, diferenciando-se entre si em no máximo 6% e perderam entre 6% e 11% de resistência comparadas com a de referência. Já as lajes com duas aberturas adjacentes ao pilar, atingiram uma variação de até 24% entre si, evidenciando a influência significativa do acréscimo de barra, na resistência da laje nesta situação, e perderam em média 13% de resistência comparadas com a lajes de referência.

BORGES (2013) comparou seus resultados com os estimados pelas normas ACI 318 (ACI, 2011), Model Code 90 (1991) e Eurocode 2 (2004). As estimativas feitas pelos códigos se mostraram conservadoras. Dentre eles, as estimativas obtidas pela ACI (ACI, 2011) foram os mais conservadores, apresentando estimativas de cargas de ruptura 45% inferiores para as lajes com uma abertura e 65% para lajes com duas aberturas. Dentre as normas avaliadas, a que mais se aproximou dos valores experimentais foi a Model Code 90 (1991) que estimou valores em média 11% inferiores aos obtidos experimentalmente para lajes com apenas uma abertura e 22% superiores para lajes com duas aberturas. Já a Eurocode 2 (2004) apresentou

2.2.5. SOUZA (2004)

Neste trabalho, SOUZA (2004) analisou 8 lajes quadradas de 1800 mm de lado com espessura de 130 mm, apoiadas em 8 placas situadas em pontos equidistantes formando uma circunferência de raio igual a 825 mm. As lajes foram submetidas a um carregamento central aplicado de baixo para cima na parte inferior da laje através de um cilindro hidráulico que impulsionava uma placa metálica quadrada de 150 mm de lado e 25 mm de espessura, simulando um pilar, de acordo com a Figura 2.11. Das lajes ensaiadas uma era de referência (L1), isto é, sem abertura, e as demais (L2, L3, L4, L5, L6, L7 E L8) possuíam duas aberturas de tamanhos e posições variados.

As aberturas das lajes L2, L3 e L4 tinham geometria de (150 x 150) mm², igual a geometria do pilar, já a lajes L5 e L7 possuíam aberturas de (150 x 300) mm² equivalente a 2 vezes a área do pilar e as lajes L6 e L8 possuíam aberturas de (150 x 450) mm² correspondente a 3 vezes a área do pilar. Quanto a posição das aberturas, as lajes L2, L5 e L6 estavam posicionadas adjacentes a face do pilar, já as lajes L3, L7 e L8 estavam afastadas a 180 mm da face do pilar (aproximadamente 2·d) enquanto que as aberturas da laje L4 foram posicionados a 360 mm da face do pilar (aproximadamente 4·d). A Figura 2.10 mostra a geometria das lajes e a Tabela 2.5 apresenta suas principais características.

As lajes tiveram sua armadura superior (armação de combate ao momento negativo) composta de 19 barras de 12,5 mm em cada direção. Já na região inferior da laje, sua armação foi composta de 11 barras de 6,3 mm em cada direção. Nas lajes com aberturas, foram adicionadas barras de flexão com mesmo diâmetro, posicionadas na direção da secção A. O concreto utilizado para a confecção das lajes foi dosado para a resistência de 35 MPa, porém a resistência final variou entre 31,9 MPa e 36,2 MPa.

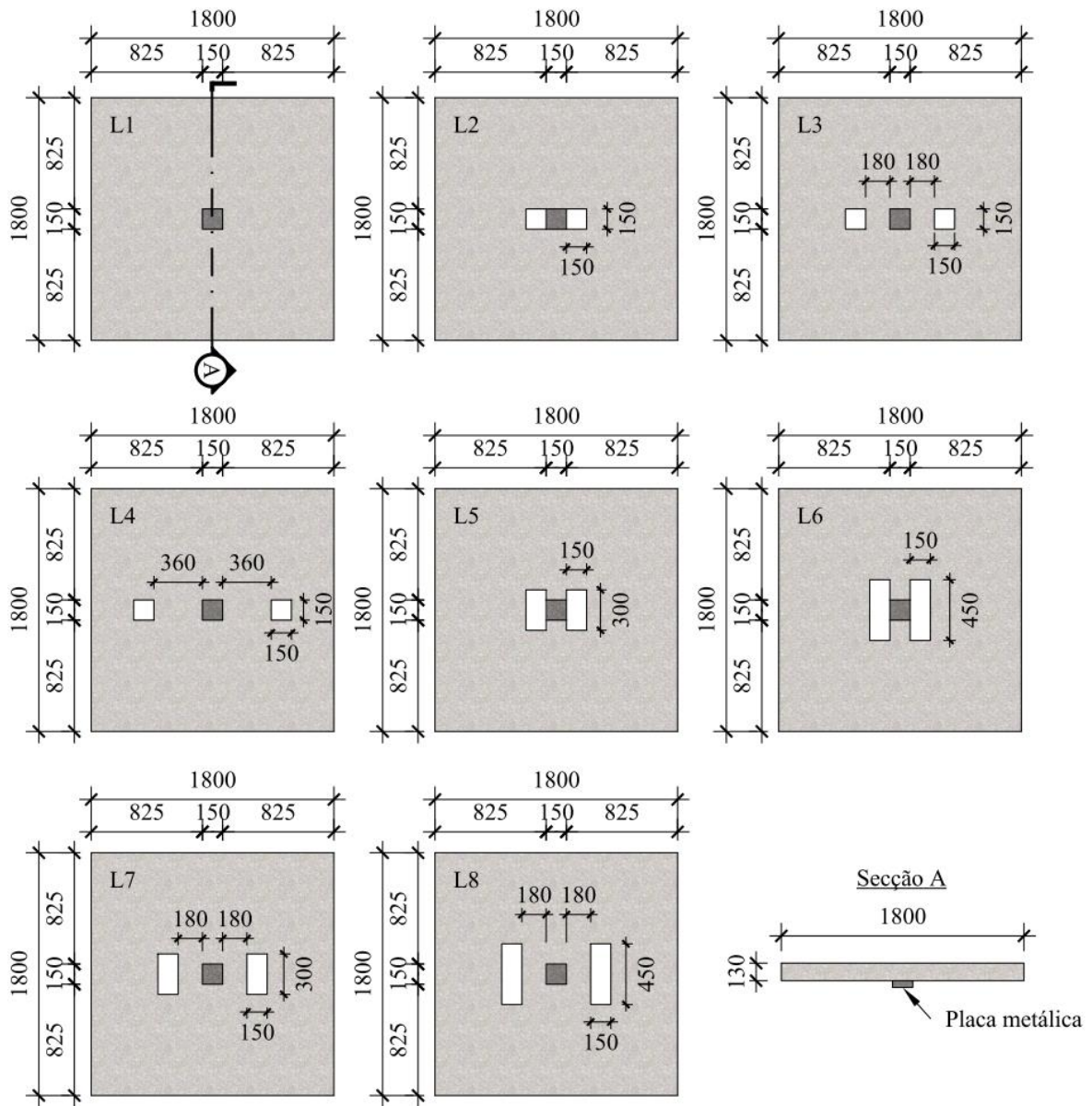


Figura 2.10 – Geometria das lajes de SOUZA (2004)

Tabela 2.5 – Característica das lajes de SOUZA (2004)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
L1	150x150	91	35,5	1,36	-	0	-	274
L2		90	35,7	1,71	150x150	2	0	205
L3		89	36,0	1,64	150x150		180	275
L4		91	36,2	1,54	150x150		360	300
L5		91	31,9	1,36	150x300		0	140
L6		91	32,0	0,96	150x450		0	101
L7		92	32,1	1,56	150x300		180	225
L8		92	32,2	1,56	150x450		180	210

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).

O autor verificou que todas as lajes romperam por punção, evidenciando que a presença de aberturas não alterou o modo de ruptura. Quanto à superfície de ruptura, foi constatado que a posição e o tamanho das aberturas alteraram consideravelmente o formato desta, conforme mostra a Figura 2.12. Já em relação ao deslocamento, notou-se que as lajes com aberturas adjacentes a região carregada, apresentaram maiores valores em relação as outras posições avaliadas.

Observou-se quanto as cargas de ruptura, que a laje L3 apresentou mesma carga que a de referência e a laje L4 apresentou carga 10% superior. SOUZA (2004) atribui esse comportamento a taxa de armadura superior encontrada nas lajes L3 e L4, devido ao acréscimo de barras adicionais e, no caso da L4, além da taxa de armadura ser superior, o autor supõe que pelo fato da fissura não ter alcançado as aberturas, a presença ou não deles a esta distância do pilar não alterará a resistência. As demais lajes apresentaram perdas de resistência à medida que o tamanho da abertura e sua proximidade com o pilar aumentavam.

Foi realizado comparativo das cargas últimas obtidas experimentalmente com as estimadas por 6 normas, sendo elas: ACI 318 (ACI, 1995), Eurocode 2 (EC, 1992), Eurocode 2 (EC, 2001), Model Code 90 (CEB-FIP, 1990), NBR 6118 (ABNT, 1978) e NBR 6118 (ABNT, 2003), sendo observado discrepâncias significativas nos valores para todas as lajes

analisadas com os valores estimados pelos códigos, em todos os casos cargas de ruptura inferiores as obtidos experimentalmente, conforme apresenta a Tabela 2.6.

Tabela 2.6 – Razão entre cargas de ruptura e estimativas normativas das lajes de SOUZA (2004)

Lajes	P_u/P_{ACI}	P_u/P_{MC90}	P_u/P_{EC2}^*	P_u/P_{EC2}^{**}	P_u/P_{NBR}^\dagger	$P_u/P_{NBR}^{\dagger\dagger}$
L1	1,57	1,59	2,08	1,98	2,54	1,74
L2	2,38	-	2,92	2,79	3,84	2,07
L3	1,89		2,42	2,33	3,10	1,72
L4	1,87		2,39	2,30	3,03	1,71
L5	3,39		3,99	3,64	5,02	2,71
L6	3,66		4,66	4,33	5,43	3,22
L7	1,90		2,57	2,36	3,17	1,76
L8	2,23		2,95	2,71	3,74	2,02

P_u - Carga última de ruptura das Lajes; P_{ACI} - Carga de ruptura à punção estimada pela ACI 318 (ACI, 2002), valor de referência de 1,4; P_{MC90} - Carga de ruptura à punção estimada pela Model Code 1990 (CEB-FIP, 1990), valor de referência de 1,5; P_{EC2}^* - Carga de ruptura à punção estimada pela EUROCODE 2 (EC, 1992), valor de referência de 1,5; P_{EC2}^{**} - Carga de ruptura à punção estimada pela EUROCODE 2 (EC, 2001), valor de referência de 1,5; P_{NBR}^\dagger - Carga de ruptura à punção estimada pela NBR 6118 (ABNT, 1978), valor de referência de 1,4; $P_{NBR}^{\dagger\dagger}$ - Carga de ruptura à punção estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2003), valor de referência de 1,4.
valor de referência – valor considerado ideal, pois não foram extraídos dos códigos normativos nenhum coeficiente de segurança.

As lajes L5 e L6, que apresentavam aberturas adjacentes e maiores que o pilar, apresentaram maior diferença entre a carga última estimada e a experimental. Para essa situação, a ACI 318 (ACI, 2002) subestimou a carga última em 152%, a Eurocode 2 (EC, 1992) em 189%, a Eurocode 2 (EC, 2001) em 166%, a NBR 6118 (ABNT, 1978) em 274% e a NBR 6118 (ABNT, 2003) em 112%. Os resultados obtidos pela laje de referência (L1) foram menos conservadores que os pelos obtidos pelas lajes com aberturas (L2 a L8).

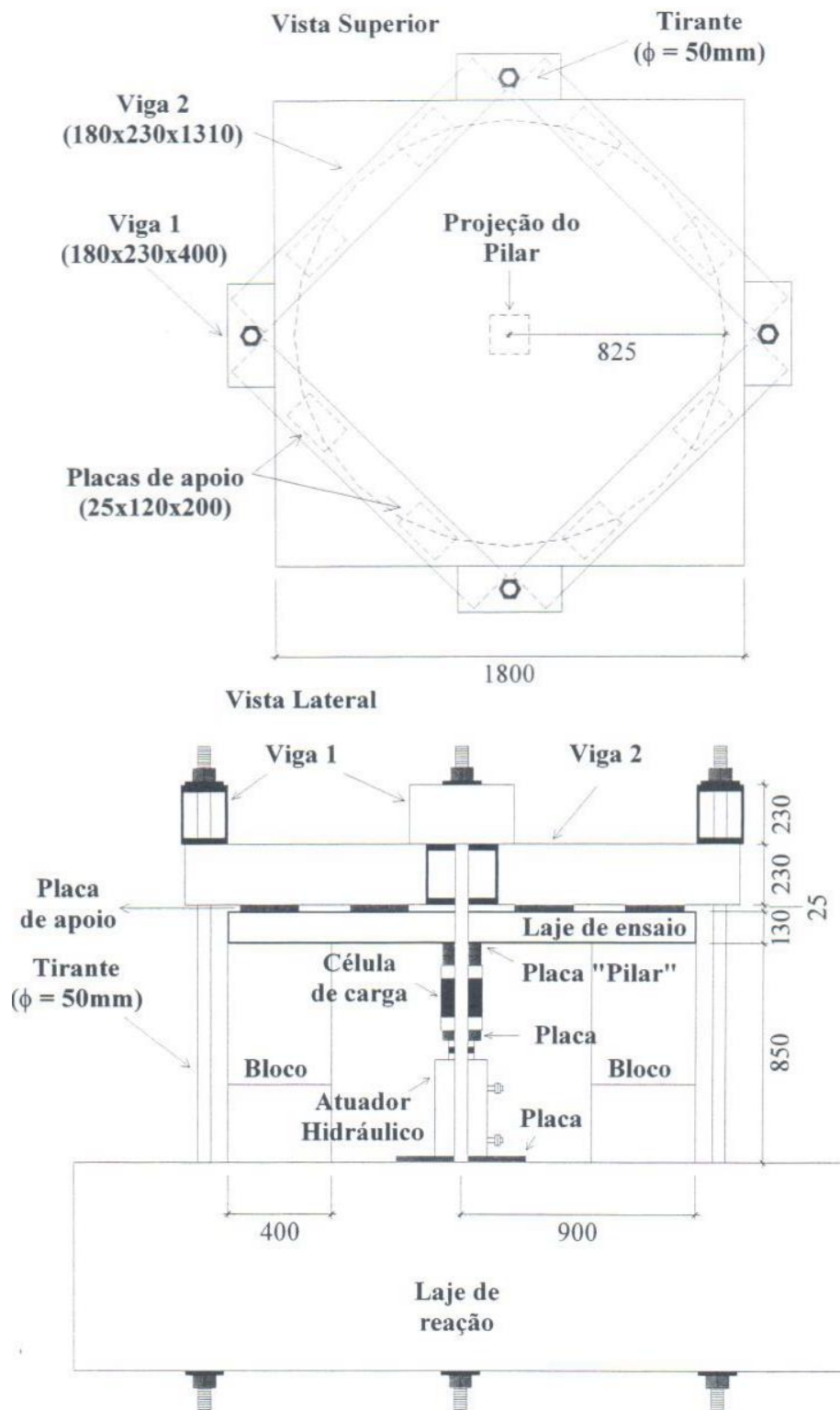


Figura 2.11 – Sistema de ensaio (SOUZA, 2004)

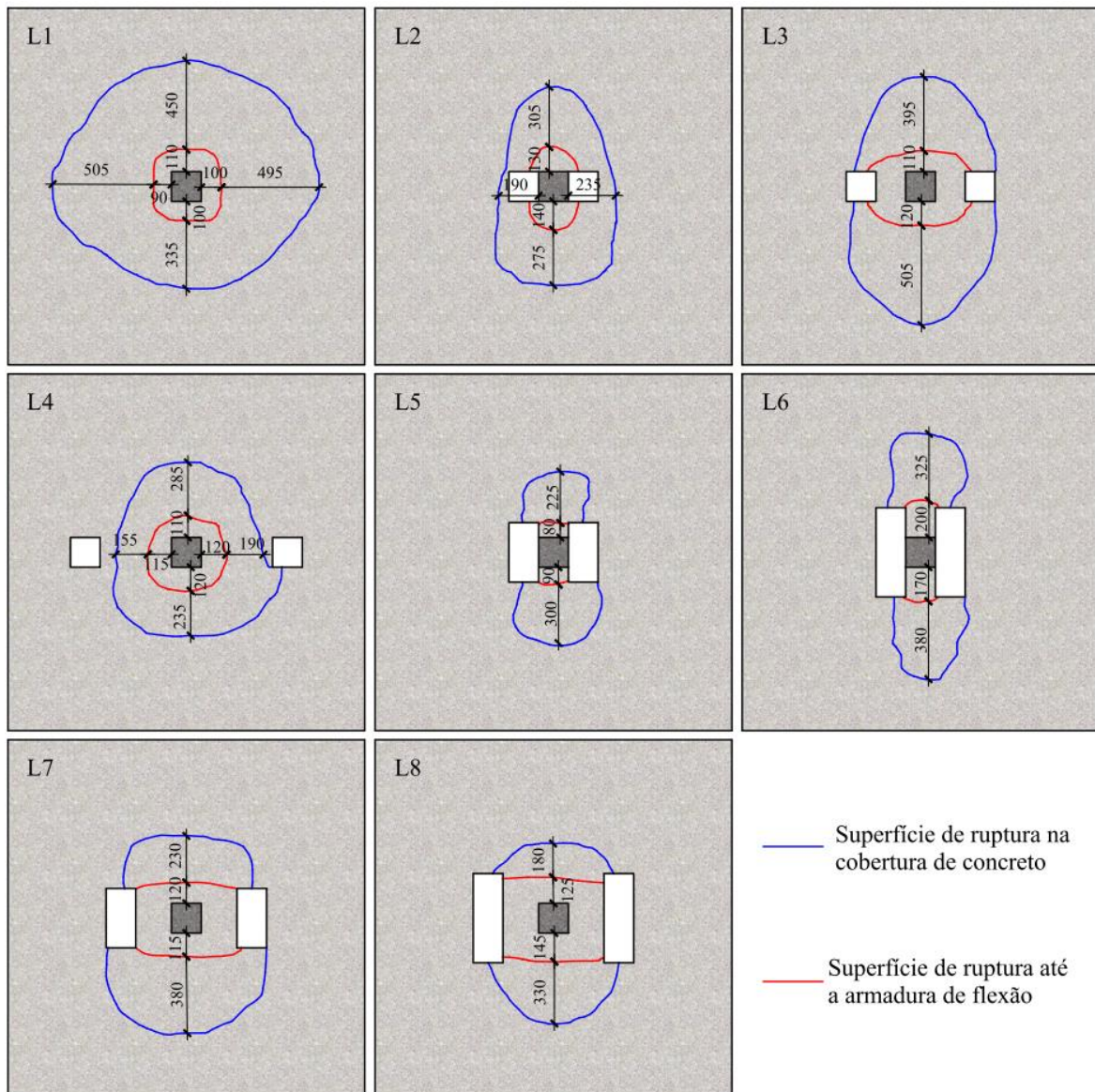


Figura 2.12 – Superfície de ruptura das lajes de SOUZA (2004)

2.2.6. MATEUS *et al* (2014)

Nesta pesquisa, MATEUS *et al* (2014) ensaiou 6 lajes lisas nervuradas de dimensões (1800 x 1800 x 150) mm³, sendo uma laje de referência (sem abertura) e 5 lajes com aberturas de tamanhos variados posicionados adjacentes ao pilar. Todas as lajes avaliadas não possuíam armadura de combate a punção. As lajes foram carregadas através de uma placa metálica de geometria (120 x 120 x 50) mm³. As aberturas apresentavam dimensões de (120 x 120) mm² (secção igual à do pilar) e (120 x 240) mm² (secção 2 vezes maior que a do pilar). A Figura 2.13 mostra a geometria das lajes e suas principais características são apresentadas na Tabela 2.7.

As lajes foram armadas com barras de 8 mm de diâmetro nas duas direções ortogonais e as taxas geométricas de armadura variaram entre 0,42% a 0,46%, nas bordas das aberturas foram posicionadas 2 barras de 5 mm de diâmetro uma barra na região superior e inferior da laje em cada face da abertura. Com relação ao concreto, a resistência à compressão média foi de 43 MPa, a média da resistência à tração por compressão diametral foi de 2,4 MPa e o módulo de elasticidade foi de 25,6 GPa. A tensão de escoamento do aço de 8 mm de diâmetro foi de 553 MPa. A Figura 2.14 mostra o sistema de ensaio adotado.

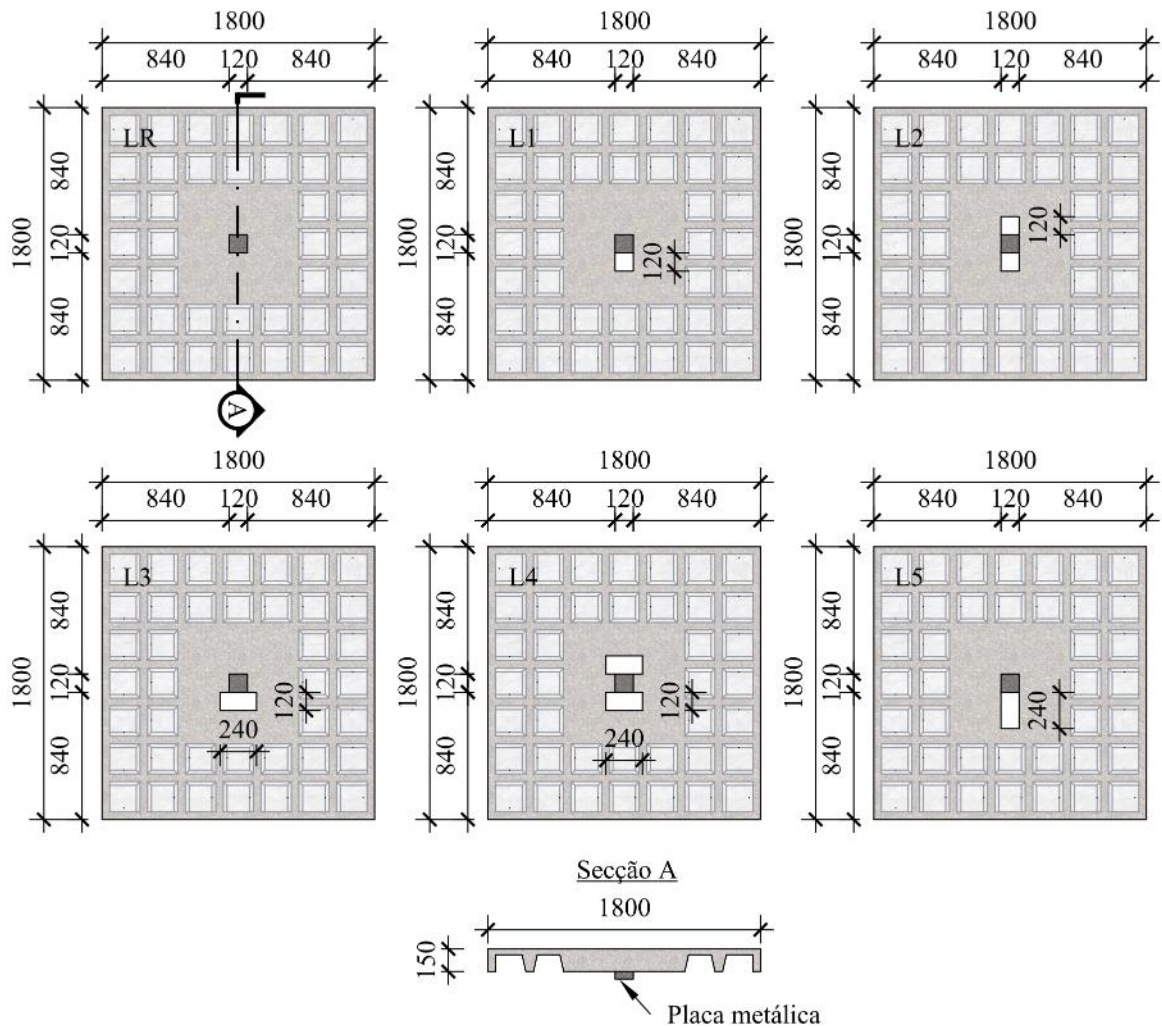


Figura 2.13 – Geometria das lajes de MATEUS *et al* (2014)

Tabela 2.7 – Características das lajes de MATEUS *et al* (2014)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
LR	120x120	128	43,0	0,46	-	0	0	243,0
L1		136		0,43	120x120	1		242,5
L2		138		0,42	120x120	2		230,0
L3		137		0,43	240x120	1		223,5
L4		137		0,43	240x120	2		127,5
L5		139		0,42	120x240	1		233,0

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ – taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).

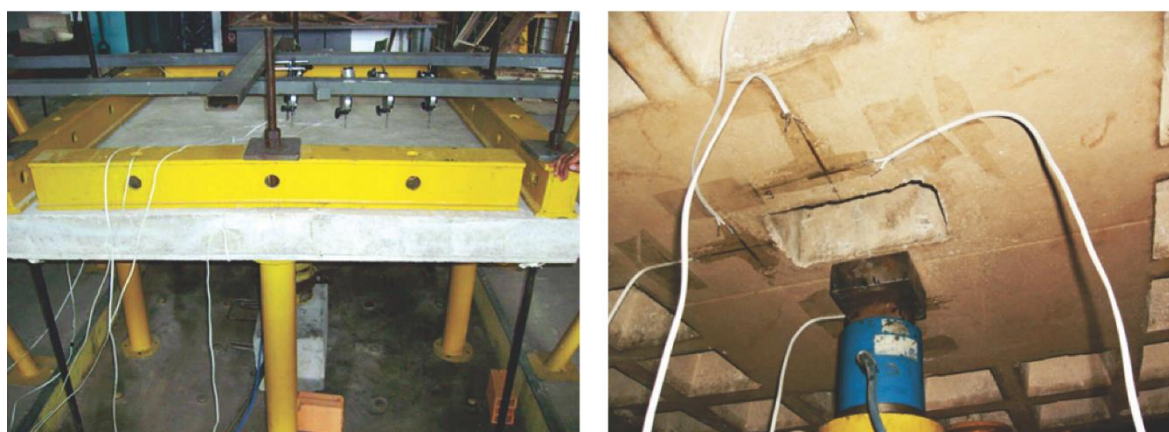


Figura 2.14 – Sistema de ensaio (MATEUS *et al*, 2014)

Neste trabalho, todas as lajes romperam por puncionamento com escoamento da armadura de flexão. Com relação ao deslocamento, os autores observam que até a carga de surgimento da primeira fissura o comportamento da laje é semelhante em toda a sua superfície independentemente da presença ou não de aberturas, após isso, a laje de referência apresentou maior deformação que as demais.

A laje que apresentou menor carga de ruptura foi a L4 sendo 48% inferior à da laje de referência enquanto que as demais lajes apresentaram em média carga de ruptura 6% inferior a da laje de referência, vale salientar que a altura útil da laje de referência foi em torno de 10 mm inferior a das demais lajes. Com relação a precisão das normas, o autor comparou os resultados experimentais com 2 códigos normativos, sendo eles: ACI 318 (ACI, 2008) e NBR 6118 (ABNT, 2007). A NBR 6118 (ABNT, 2007) foi a que apresentou resultados mais

próximos dos obtidos experimentalmente. Para as lajes com duas aberturas, os resultados mais conservadores para as normas ACI 318 (ACI, 2008) e NBR 6118 (ABNT, 2007) foram de 72% (L4) e 50% (L2), respectivamente. Para as lajes com uma abertura, o resultado mais conservador da ACI 318 (ACI, 2008) foi de 21% (L3) e o da NBR 6118 (ABNT, 2007) foi de 12% (L3).

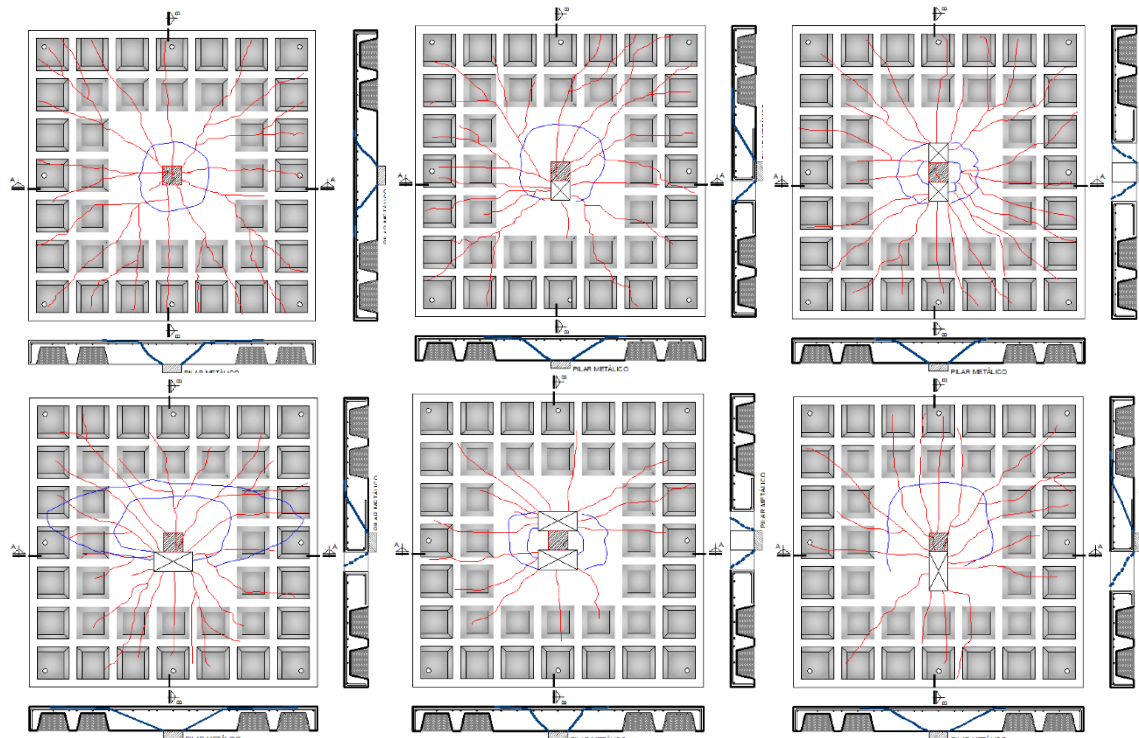


Figura 2.15 – Superfícies de ruptura observadas nas lajes de MATEUS *et al* (2014)

2.2.7. OUKAILI e SALMAN (2014)

OUKAILI e SALMAN (2014) ensaiaram 6 lajes lisas (1 lajes sem abertura e 5 com abertura) bidirecionais quadradas de concreto armado, de dimensões $(1000 \times 1000 \times 70) \text{ mm}^3$, com pilar em concreto armado de secção $(150 \times 150) \text{ mm}^3$. Foram utilizados 3 tamanhos de aberturas: $(100 \times 100) \text{ mm}^2$, $(150 \times 150) \text{ mm}^2$ e $(225 \times 225) \text{ mm}^2$, equivalentes a 67%, 100% e 150% do tamanho do pilar, respectivamente. Os modelos possuíam escala de 1:2 e representaram uma laje de 4250 mm de vão com pilar interno. As geometrias das lajes são mostradas na Figura 2.16 e suas principais características são apresentadas na Tabela 2.8.

O concreto utilizado para a confecção das lajes possuía resistência à compressão de aproximadamente 35 MPa. Todas as lajes possuíam cobrimento de 10 mm e altura útil de 54 mm. A armadura de flexão adotada para as lajes possuía barras de 6 mm de diâmetro,

espaçadas a cada 75 mm nas duas direções ortogonais, equivalente a uma taxa geométrica de armadura de flexão de 0,68%. Para ensaiar as lajes, elas foram apoiadas nas quatro bordas sobre uma estrutura metálica e, através de um cilindro hidráulico, a carga foi aplicada no eixo do pilar, conforme mostra a Figura 2.17.

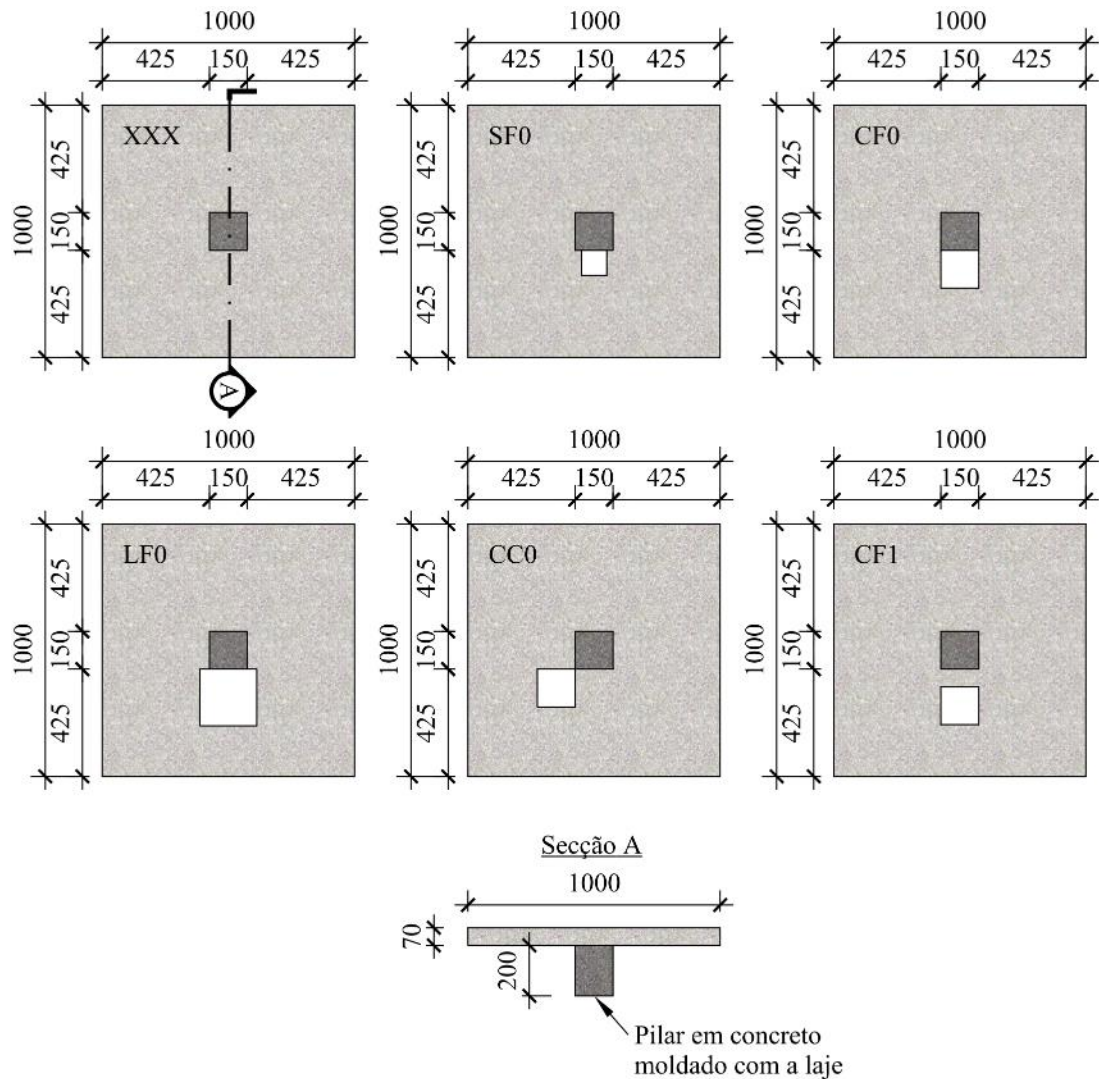


Figura 2.16 – Geometria das lajes de OUKAILI e SALMAN (2014)

Tabela 2.8 – Característica das lajes de OUKAILI e SALMAN (2014)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
XXX	150x150	54	35,7	0,68	-	0	-	101,6
SF0			37,1		100x100	1	0	90,8
CF0			34,1		150x150			79,9
LF0			32,8		225x225			69,0
CC0			36,3		150x150			90,8
CF1			36,5		150x150			70

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).



Figura 2.17 – Sistema de ensaio (OUKAILI e SALMAN, 2014)

As lajes ensaiadas pelos autores romperam por punção. Observou-se no trabalho, que o tamanho das aberturas influenciou na resistência última das lajes, de modo que a laje com maior abertura (LF0) apresentou carga de ruptura 32% inferior em comparação com a carga de ruptura da laje sem abertura, em quanto que a laje com menor (SF0) abertura apresentou perda de 12% em comparação com a mesma laje.

Foi também concluído que o afastamento da abertura para a face do pilar, reduziu a perda de resistência em comparação com a laje de referência. A localização da abertura adjacente ao

pilar também influencia na carga última da laje, onde foi verificado que quando a abertura está posicionado na aresta do pilar a laje apresenta carga de ruptura maior do que quando a abertura está posicionado no vértice.

2.2.8. PINTO *et al* (2014)

Neste trabalho foram ensaiadas 4 lajes de geometria (1000 x 1000 x 60) mm³ na escala de 1:3 em concreto armado com pilares de secção “L” ligados monoliticamente a laje. Dentre as 4 lajes ensaiadas apenas uma não possuía abertura, sendo ela a de referência, as outras 3 possuíam uma abertura cada. As aberturas apresentavam dimensões de (80 x 80) mm² e estavam localizados adjacentes ao pilar em diferentes posições. A Figura 2.18 mostra os detalhes geométricos das lajes analisadas.

As lajes foram armadas com barras de 8 mm de diâmetro, espaçadas a cada 85 mm com cobrimento de 10 mm, gerando uma taxa geométrica de armadura de flexão de 1,56% em todas as lajes. A resistência média à compressão do concreto foi de 27,7 MPa e tensão de escoamento do aço de 8 mm de diâmetro foi de 555 MPa. Na Tabela 2.9 são apresentadas as principais características das lajes.

O sistema de ensaio adotado para as lajes consistiu da aplicação da carga através de um cilindro hidráulico no sentido de baixo para cima. Na base do pilar em “L” foi posicionada uma placa metálica de (500 x 500 x 30) mm³ afim de distribuir de maneira mais uniforme a carga. Entre a placa metálica e o cilindro foi colocado uma célula de carga afim de aferir as cargas. As lajes foram apoiadas sobre 4 apoios e, em suas bordas, foram posicionadas vigas metálicas para fornecer reação ao carregamento aplicado, conforme mostra a Figura 2.19.

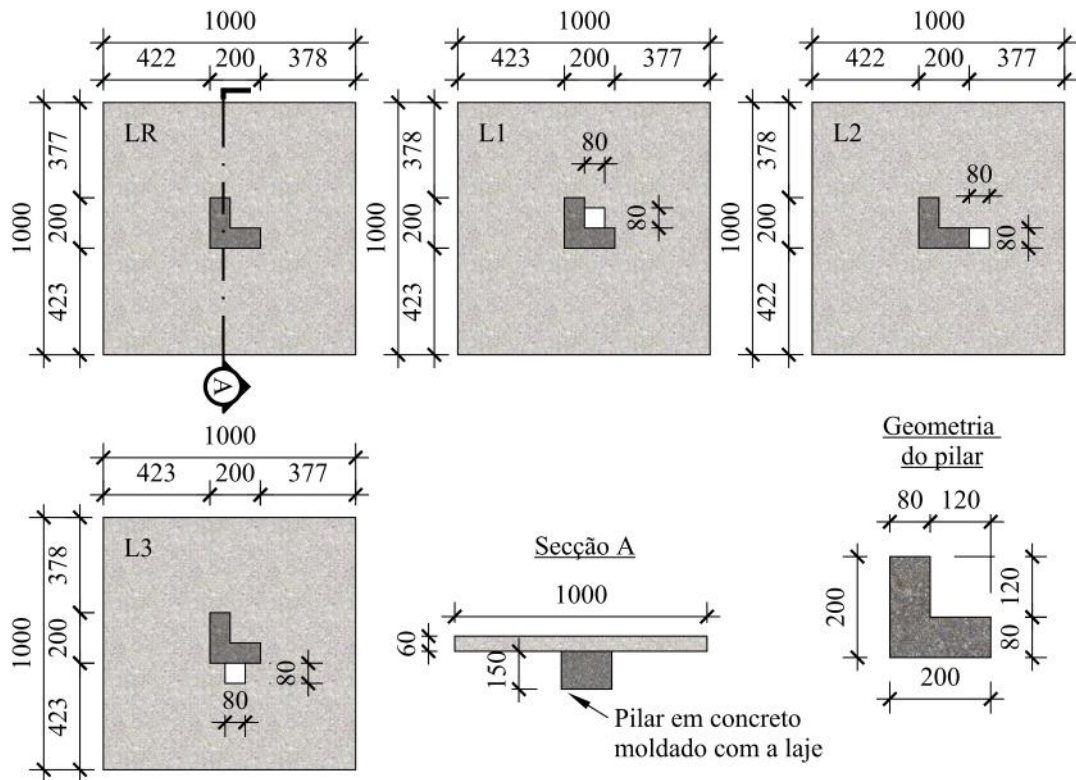


Figura 2.18 – Geometria das lajes de PINTO *et al.* (2014)

Tabela 2.9 – Características das lajes de PINTO *et al.* (2014)

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s (mm)	P_u (kN)
LR	Figura 2.18	42	27,7	1,56	-	0	-	102
L1					80x80	1	0	120
L2								105
L3								88

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s – menor distância entre as faces da abertura e do pilar (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).

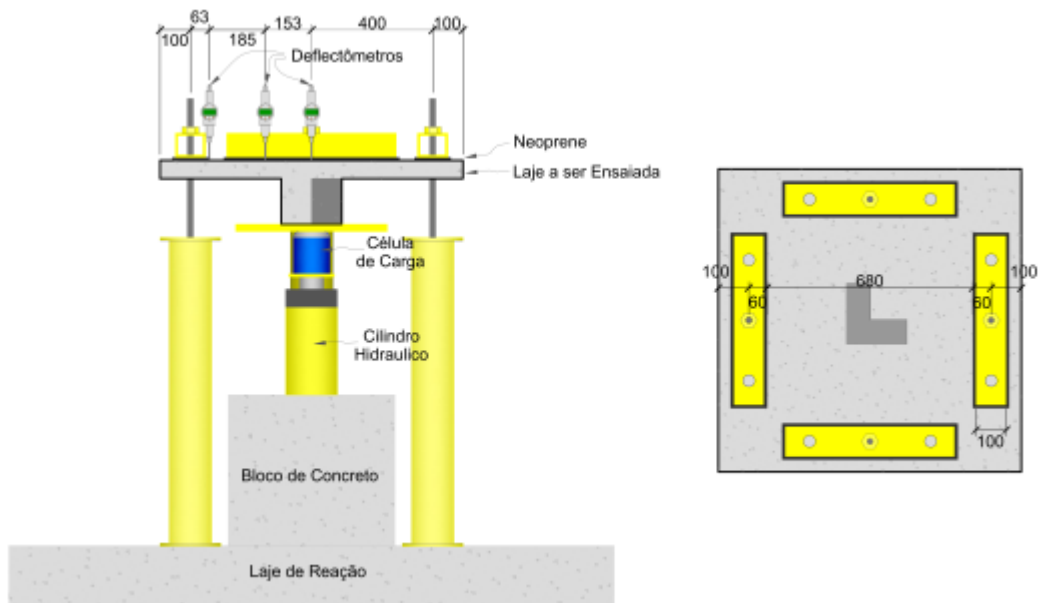


Figura 2.19 – Sistema de ensaio (PINTO *et al.*, 2014)

A presença de aberturas não alterou o modo como as lajes se deslocaram à medida que o carregamento aumentava na fase pré-fissuração, após isso as lajes com presença de aberturas passaram a deformar mais que a de referência. Quanto ao modo de ruptura, todas romperam por punção, sendo que a L1 e a L3 tiveram escoamento da armadura de flexão. Quanto as cargas de ruptura, a laje L1 apresentou valor 18% superior comparada com a laje de referência, apesar de apresentar abertura, a laje L2 obteve carga de ruptura 3% superior e a laje L3 apresentou carga última 15% inferior. O autor comparou os resultados obtidos com estimativas de quatro normas: NBR 6118 (ABNT, 2007), ACI 318 (ACI, 2011), Eurocode 2 (CEN, 2004) e Model Code 2010 (*fib*, 2011). Neste comparativo a laje L1 foi a que apresentou comportamento mais divergente com o que foi estimado pelas normas, com a carga de ruptura experimental apresentando valor 130% superior ao previsto pela norma ACI 318 (ACI, 2011) e NBR 6118 (ABNT, 2007) e 170% superior ao previsto pela norma Model Code 2010 (*fib*, 2011).

2.3. Recomendações Normativas e Método Teórico para Estimativa da Resistência à Punção

Atualmente existem diversas normas de projeto que estimam a carga de ruptura de lajes lisas. As normas são fundamentadas com base em um modelo empírico de cálculo, que relaciona a tensão de cisalhamento, atuante em uma determinada superfície de controle, com a resistência ao cisalhamento. Porém, em cada norma diferenciam-se o tratamento do parâmetro de resistência do concreto ao cisalhamento e o traçado do perímetro de controle. Além das normas existentes, existem vários métodos proposto por diversos autores disponíveis para estimar a resistência à punção das lajes, dentre estes métodos está a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008).

Para estimar a resistência à punção das lajes lisas de concreto, foram utilizadas prescrições normativas de projetos e um modelo teórico. As normas e o modelo teórico são apresentadas abaixo:

- ACI 318, **American building code requirements for reinforced concrete**. American Concrete Institute. (ACI, 2011)
- EUROCODE 2, **Design of concrete structures**. European Committee for Standardization. (CEN, 2004)
- CEB-FIP **MODEL CODE 2010: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. (*fib*, 2011)
- NBR 6118, **Projeto de estruturas de concreto**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (ABNT, 2014).
- Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008).

2.3.1. ACI 318 (ACI, 2011)

Para o dimensionamento de lajes sujeitas à punção, a norma estabelece que:

$$\phi \cdot V_n \geq V_u \quad \text{Equação 2.1}$$

Onde:

ϕ : fator de redução de resistência. Para ensaios em laboratório é considerado 1;

V_u : força de cisalhamento ponderada atuante na seção considerada (kN);

V_n : força de cisalhamento nominal, calculada pela Equação 2.2 (kN).

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{Equação 2.2}$$

Onde:

V_c : força resistente oriunda do concreto (kN);

V_s : força resistente proveniente da armadura de cisalhamento (kN).

No caso de lajes sem armadura de cisalhamento a carga de ruptura à punção da ligação laje-pilar (P_{ACI}) é dada apenas pela resistência devida ao concreto e assume o menor valor dentre as Equações 2.3, 2.4 e 2.5 apresentadas abaixo.

$$V_c = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.3}$$

$$V_c = \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.4}$$

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde:

α_s : 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

β_c : razão entre o maior e o menor lado do pilar;

b_0 : perímetro crítico (mm);

d : altura útil da laje ao longo do contorno crítico (mm);

f_c : resistência à compressão do concreto (MPa).

A norma determina que o perímetro de controle fica a uma distância $0,5 \cdot d$ das faces do pilar, conforme a Figura 2.20. Quando a laje apresenta aberturas, cuja a distância para o centroide do pilar é inferior a 10 vezes a espessura da laje e não apresenta armadura de combate a punção, a parte do perímetro de controle que se encontra delimitada por linhas retas projetadas do centroide do pilar tangente à abertura é considerado ineficiente, conforme mostra a Figura 2.21.

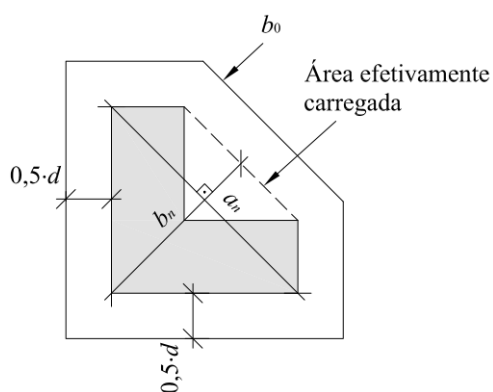


Figura 2.20 – Perímetro de controle da norma ACI 318 (ACI, 2011)

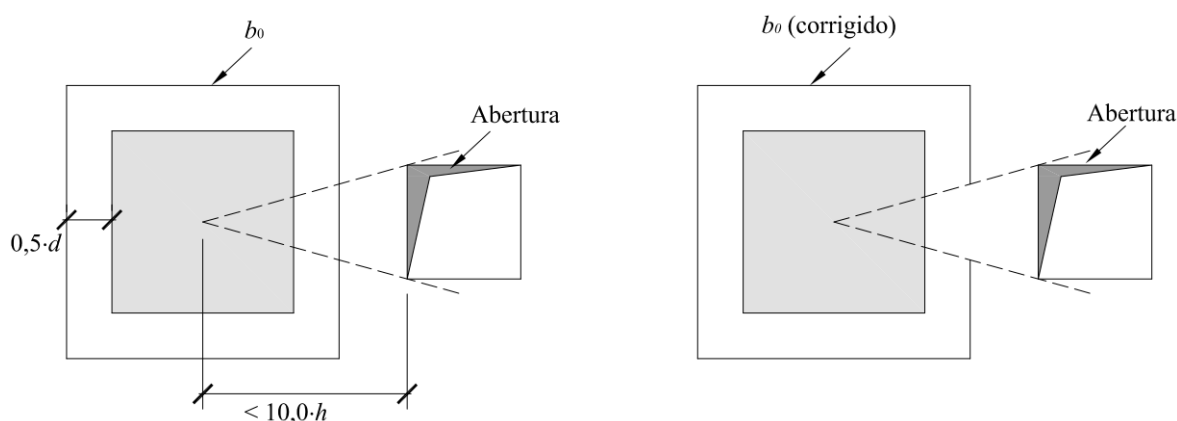


Figura 2.21 – Perímetros de controle para lajes com aberturas da norma ACI 318 (ACI, 2011)

2.3.2. Eurocode 2 (CEN, 2004)

A norma recomenda que, para lajes sem armadura de combate a punção, à resistência ao cisalhamento proveniente de cargas concentradas ou reações de apoio deve ser verificada no perímetro de controle distante a $2,0 \cdot d$ da face do pilar (ver Figura 2.22). Nos casos onde a laje apresenta aberturas situadas a uma distância igual ou inferior a $6,0 \cdot d$ do centroide do pilar ou área carregada, a parte do perímetro de controle contida entre duas linhas tangentes, cuja sua origem é o centroide da área carregada e é tangente ao contorno da abertura, é desconsiderada conforme mostra a Figura 2.23. A norma estabelece que para o dimensionamento adequado de lajes sujeitas à punção, a tensão máxima de cisalhamento solicitante não deve exceder a tensão máxima resistente de acordo com a Equação 2.6.

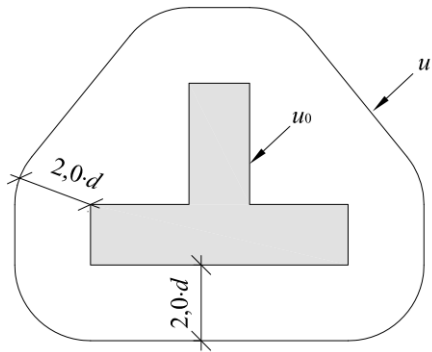


Figura 2.22 – Perímetro de controle da norma Eurocode 2 (2004)

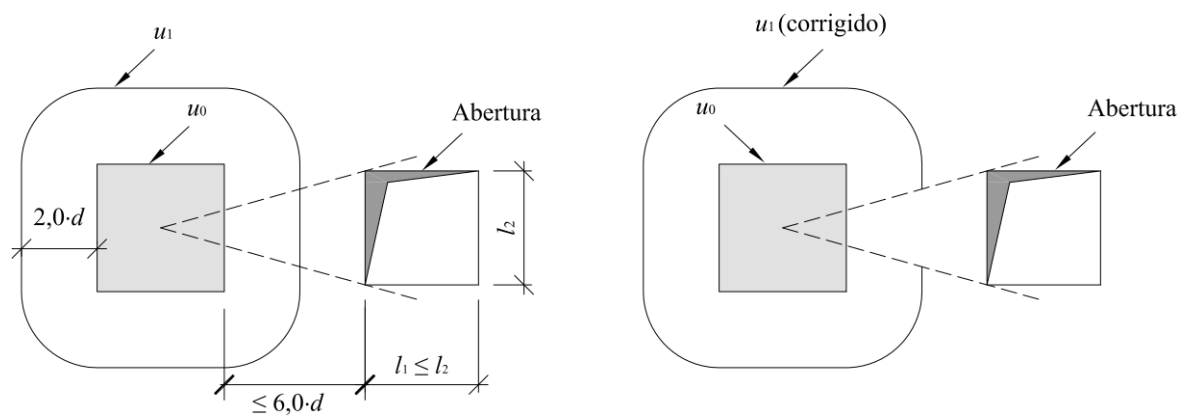


Figura 2.23 – Perímetro de controle para lajes com aberturas da norma Eurocode 2 (2004)

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad \text{Equação 2.6}$$

Com,

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.7}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde:

β : para o caso de punção simétrica, sem a existência de momentos desbalanceados, o valor de β será 1 ($\beta = 1$);

d_x e d_y : alturas úteis das lajes ao longo do contorno crítico nas duas direções ortogonais (mm).

F_{sd} : força ou reação concentrada de cálculo (kN);

u_1 : perímetro crítico (mm).

Para lajes sem armadura de cisalhamento, a Eurocode 2 (CEN, 2004) estabelece que apenas a parcela oriunda do concreto ($V_{Rd,c}$) contribui para a tensão e a carga última resistente à punção da laje (ver Equação 2.9). A Equação 2.10 apresenta a tensão resistente proveniente do concreto para lajes submetidas a cargas concêntricas, e a Equação 2.11 apresenta a carga de ruptura estimada pela norma.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.9}$$

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \geq V_{\min} \quad \text{Equação 2.10}$$

$$P_{EC2} = V_{Rd,c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

γ_c : coeficiente de segurança do concreto, para ensaios em laboratório é 1;

f_{ck} : resistência à compressão característica do concreto (MPa).

$$V_{\min} = 0,035 \cdot k^{2/3} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

, com d em mm

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$$

2.3.3. Model Code 2010 (*fib*, 2011)

Diferentemente das normas anteriormente citadas, a Model Code (*fib*, 2011) se baseia na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, sendo adaptada para aplicações em projeto através da introdução de coeficientes de segurança. A norma estabelece um modelo para a verificação da punção no estado limite último que corresponde ao esforço resultante de uma carga concentrada em uma área relativamente pequena. Essa área ao redor da carga é delimitada por um perímetro, chamado de perímetro de controle básico b_1 . A norma recomenda que ele deve ser tomado a uma distância $0,5 \cdot d_v$ da face da área carregada, conforme mostra a Figura 2.24.

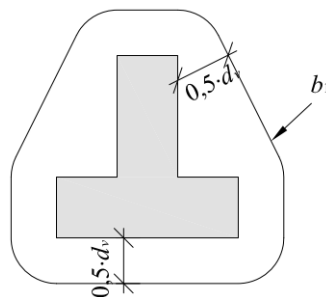


Figura 2.24 – Perímetro de controle da norma Model Code 2010 (2011)

No caso de distribuições não uniformes de forças de cisalhamento ao longo do perímetro básico de controle (b_1), deverá ser usado para o cálculo da carga última de ruptura por punção da laje o perímetro de controle resistente ao cisalhamento (b_0). Essas distribuições não uniformes de forças de cisalhamento ocorrem em 4 situações: concentração de esforços de cisalhamento nos vértices de áreas apoiadas grandes, descontinuidades da laje, concentrações de esforços de cisalhamento devido a transferência de momento entre a laje e a área apoiada e a presença de carregamentos significantes próximos a área apoiada.

Quando ocorre concentrações de esforços de cisalhamento nos vértices das áreas apoiadas grandes, o perímetro básico de controle deve ser limitado em função do comprimento da aresta da área carregada e da altura útil, obtendo assim o perímetro básico de controle

reduzido ($b_{1,red}$). O comprimento das arestas não pode exceder $3,0 \cdot d_v$, como mostra a Figura 2.25.

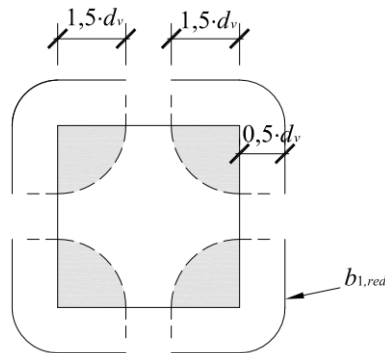


Figura 2.25 – Perímetro de controle reduzido em função do comprimento da aresta da norma Model Code 2010 (2011)

Em lajes que apresentam descontinuidades como aberturas, cuja a distância para o centroide do pilar é inferior a 5 vezes a altura efetiva da laje (d_v), o perímetro de controle compreendido entre duas linhas tangente às faces da abertura, em que origem é o centroide da região carregada, é considerada ineficaz e para fins de cálculo ela é desconsiderada conforme a Figura 2.26.

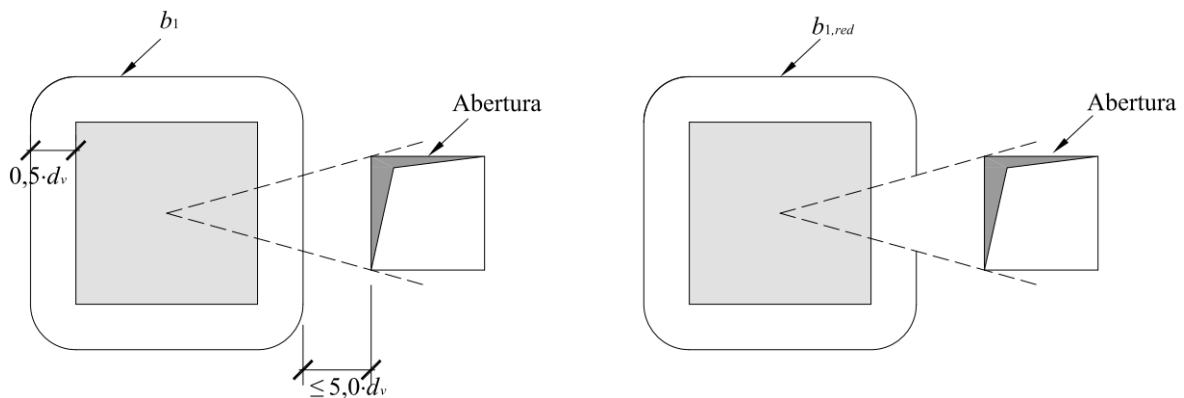


Figura 2.26 – Perímetro de controle reduzido em função da presença de aberturas da norma Model Code 2010 (2011)

Quando lajes apresentam concentrações de esforços de cisalhamento devido a transferência de momento entre a laje e a área apoiada, este efeito deve ser de maneira aproximada, levado em consideração através da multiplicação do perímetro básico de controle ($b_{1,red}$) pelo coeficiente de excentricidade (k_e), conforme a Equação 2.12.

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} \quad \text{Equação 2.12}$$

Onde:

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u} \quad \text{Equação 2.13}$$

$$e_u = \left| \frac{M_s}{V_s} - \Delta e \right| \quad \text{Equação 2.14}$$

e_u : excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle (mm);

b_u : diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle (A_c) (mm);

A_c : área interna da região delimitada pelo perímetro de controle (mm²);

Δe : distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar (mm).

A verificação da resistência à punção de uma laje de concreto armado deve obedecer a Equação 2.15, em que $V_{Rd,c}$ é a parcela de resistência proveniente do concreto (Equação 2.16) e $V_{Rd,s}$ é a contribuição da armadura de cisalhamento para a resistência da laje. No caso de lajes sem armadura de cisalhamento a parcela $V_{Rd,s}$ será nula ($V_{Rd,s} = 0$).

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde:

f_c : resistência à compressão do concreto (MPa);

b_0 : perímetro de controle resistente ao cisalhamento (mm);

d_v : altura efetiva da laje (mm);

γ_c : coeficiente de segurança do concreto, para ensaios em laboratório é 1 ($\gamma_c = 1$);

k_ψ : é calculado pela Equação 2.17 e depende da rotação da laje ao redor da área apoiada;

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d_v} \leq 0,6 \quad \text{Equação 2.17}$$

ψ : rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada;

k_{dg} : parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado graúdo (d_g). Se o diâmetro máximo do agregado for maior que 16mm o valor adotado de k_{dg} será unitário ($k_{dg} = 1$), caso contrário, deve ser calculado pela Equação 2.18.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Equação 2.18}$$

A rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada (ψ) pode ser estimada através de quatro diferentes níveis de aproximação, que se distinguem pelo nível de complexidade da análise e pelo grau de precisão dos resultados. Para lajes lisas usuais projetadas através de análises elásticas sem redistribuição significativa de esforços internos, a rotação é estimada de forma segura no momento da ruptura através da Equação 2.19, que representa o nível de aproximação I (LoA 1). Neste nível de aproximação, a razão entre o momento médio solicitante e o momento médio resistente é 1.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yk}}{E_s} \quad \text{Equação 2.19}$$

$$d_v = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.20}$$

Onde:

f_c : resistência à compressão do concreto (MPa);

f_{yk} : tensão de escoamento característica da armadura longitudinal tracionada (Mpa);

E_s : módulo de elasticidade da armadura longitudinal tracionada (MPa);

r_s : distância do centroide do pilar ao ponto onde o momento é zero (mm).

O valor de r_s , em lajes lisas usuais onde a razão entre os vãos (L_x/L_y) está entre 0,5 e 2,0, pode ser estimado como sendo igual a $0,22 \cdot L_x$ ou $0,22 \cdot L_y$, respectivamente, para as direções x e y .

Nos casos onde as lajes apresentam redistribuição significativa de momento no cálculo da armadura de flexão, a norma recomenda o uso do nível de aproximação II (LoA 2). Neste caso, a rotação das lajes é calculada de acordo com a Equação 2.21.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yk}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.21}$$

Onde:

m_{sd} : momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm);

m_{Rd} : momento resistente de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm).

Segundo RUIZ e MUTTONI (2009) m_{sd} e m_{sd} podem ser substituídos por P_u e P_{flex} , respectivamente, conforme mostra a Equação 2.22.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yk}}{E_s} \cdot \left(\frac{P_u}{P_{flex}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.22}$$

Nos casos onde se tem lajes lisas irregulares ou quando a razão entre os vãos (L_x/L_y) não estiver entre 0,5 e 2,0, a norma recomenda a utilização do nível de aproximação III (LoA 3). Esse nível de aproximação requer uma análise linear elástica de um modelo não fissurado da laje analisada. Essa análise irá apresentar valores de r_s e de m_{sd} sendo o m_{sd} obtido na face da área carregada. Esse nível de aproximação é mais preciso que os anteriores e por isso o coeficiente 1,5 da Equação 2.21 é substituído por 1,2, conforme a Equação 2.23.

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yk}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.23}$$

Com,

$$r_s \geq 0,67 \cdot b_{sr}$$

Equação 2.24

O nível de aproximação IV (LoA 4) é utilizado apenas em alguns casos especiais, nele o comportamento carga-rotação da laje deve ser investigado, realizando uma análise não-linear da estrutura, considerando a fissuração e o escoamento da armadura e qualquer outros parâmetros não-lineares relevantes para uma verificação precisa.

2.3.4. NBR 6118 (ABNT, 2014)

A norma brasileira atual considera duas ou mais seções críticas, como pode ser observado através da Figura 2.27, por ela definidas como C e C' . O perímetro crítico é relativo a $2,0 \cdot d$ da face do pilar. A distância máxima para que uma abertura na laje influencie no perímetro crítico é fixada pela norma em $8,0 \cdot d$ da face do pilar. Para eliminar o perímetro relativo à interrupção da laje é traçada uma linha do centroide do pilar tangente ao contorno da abertura conforme mostra a Figura 2.28.

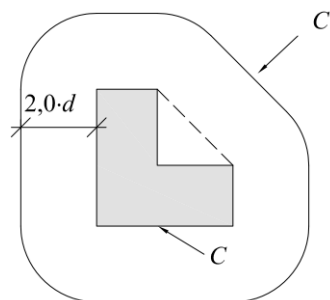


Figura 2.27 - Perímetro de controle da norma NBR 6118 (2014)

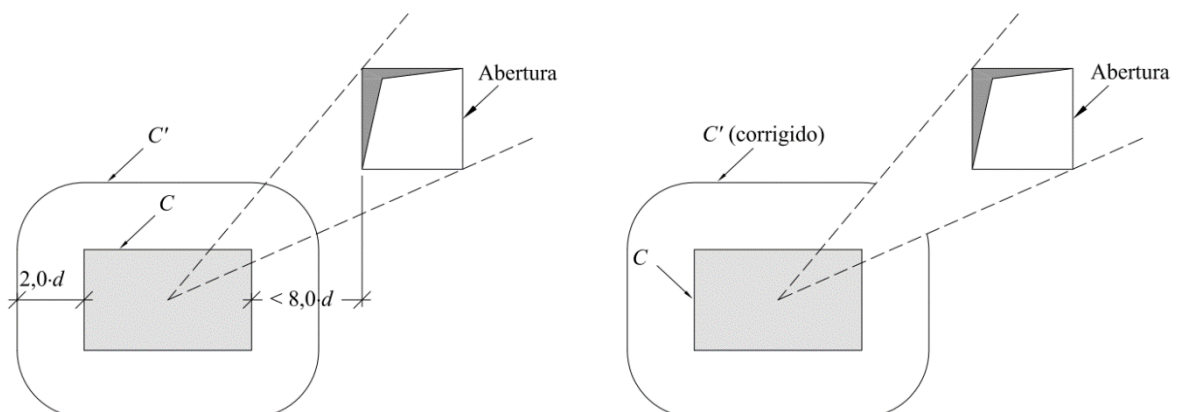


Figura 2.28 - Perímetro de controle para lajes com aberturas da norma NBR 6118 (2014)

Para pilares internos com carregamentos simétricos, a tensão solicitante de puncionamento no perímetro crítico ou de controle é dado pela Equação 2.25 abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.25}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.26}$$

Onde:

d : altura útil da laje (mm);

F_{sd} : força ou reação concentrada (kN);

u : perímetro no contorno crítico C' (mm).

A tensão resistente nos dois perímetros críticos deverá ser superior a tensão solicitante. Para avaliar a resistência no perímetro C , a norma recomenda a utilização da Equação 2.27.

$$\tau_s \leq \tau_{r,2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.27}$$

f_{ck} : resistência à compressão característica do concreto (MPa);

f_{cd} : resistência à compressão de projeto do concreto (MPa).

A verificação da tensão resistente no perímetro crítico C' é estimada pela Equação 2.28 recomendada pela norma, expressão essa semelhante à do Model Code 90 (CEB-FIP 1991).

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad \text{Equação 2.28}$$

com

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 2.29}$$

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad \text{Equação 2.30}$$

Onde:

d : altura útil ao longo do perímetro crítico (mm);

ρ : taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

ρ_x e ρ_y : taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

2.3.5. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)

A Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, admite a presença de uma fissura que se propaga na laje cortando a biela comprimida que transmite a força cortante para o pilar, assim, Muttoni parte da hipótese que a resistência à punção de uma ligação laje-pilar diminui com o aumento da rotação da laje. Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991) a espessura desta fissura é diretamente proporcional ao produto $\psi \cdot d$, como mostra a Figura 2.29.

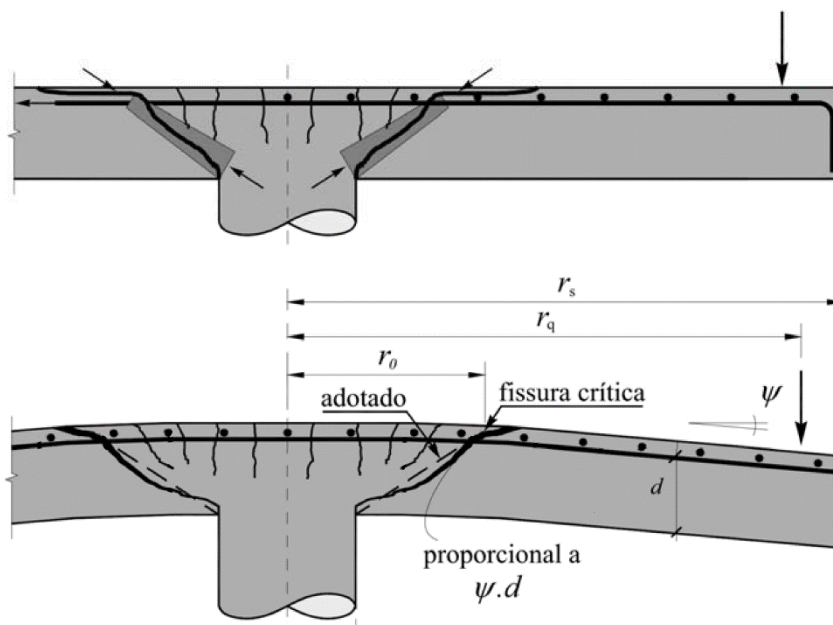


Figura 2.29 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

A transmissão de tensões de cisalhamento na fissura crítica está diretamente ligada à rugosidade da superfície formada entre as faces da fissura crítica, a qual está diretamente ligada a dimensão do agregado. Baseado nisso, MUTTONI (2008) propôs a Equação 2.31 para descrever o critério de ruína das lajes sem armadura de cisalhamento. A rotação da laje

(Ψ) pode ser determinada através dos mesmos níveis de aproximação (LoA) presentes na Model Code 2010 (*fib*, 2011).

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{3}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \left[\frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_0} \right] \right)} \quad \text{Equação 2.31}$$

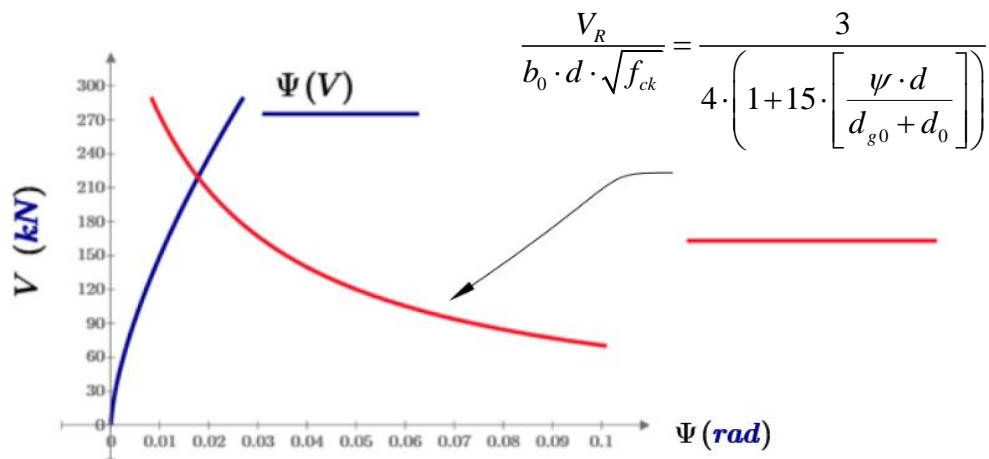


Figura 2.30 – Relação entre as curvas carga x rotação e critério de ruína

2.4. Resistência à Flexão

Para a determinação da carga de ruptura à flexão das lajes, foi utilizada a teoria das linhas de ruptura criada por INGERSLEV (1923) e aprimorada por JOHANSEN (1943). Este método prevê que a plastificação se dará em algumas regiões definidas por linhas. O momento fletor atuante na charneira é o momento último resistente da secção e o carregamento último é determinado usando o princípio do trabalho virtual ou as equações de equilíbrio. É de notar que a teoria da linha de ruptura adota um modo de colapso por flexão, assumindo que a laje tem resistência ao cisalhamento suficiente para prevenir esse tipo de ruptura.

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014) permite o uso do método para a consideração do estado limite último quando a peça estiver subarmada ou normalmente armada. A configuração da linha de ruptura adotada para a estimativa do momento fletor das lajes apoiadas sobre pilares quadrados ou retangulares presentes no banco de dados, foi a desenvolvida por OLIVEIRA (2003), conforme mostra a Figura 2.31.

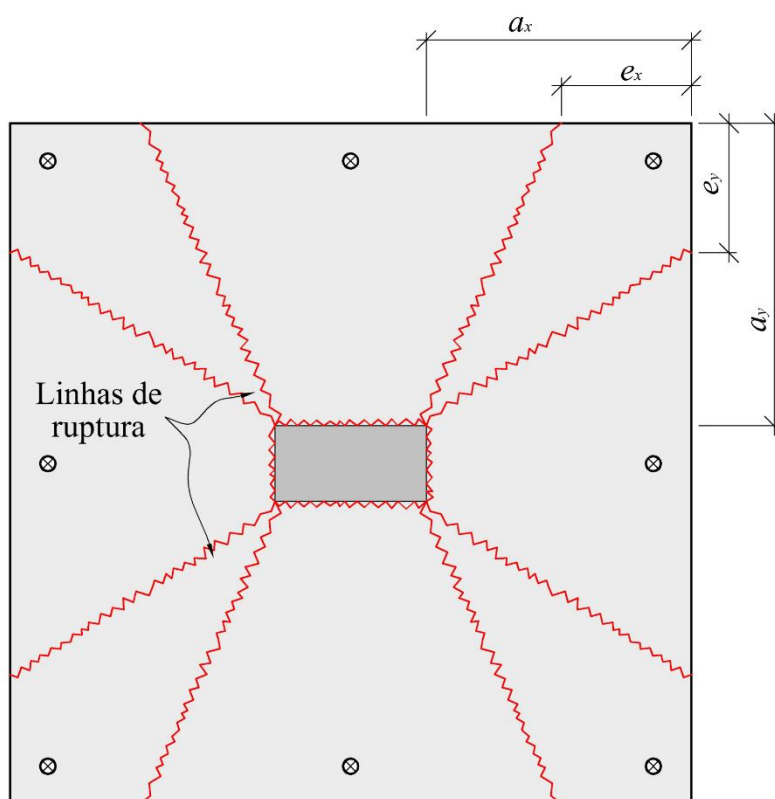


Figura 2.31 – Configuração de ruína por flexão para as lajes apoiadas sobre pilares quadrados e retangulares

A carga de ruptura por flexão (P_{flex}) é obtida pela Equação 2.32. Para tanto deve-se adotar a combinação de e_x e e_y que geram o menor valor para ela.

$$P_{flex} = 2 \cdot m_{un} \cdot \left\{ \frac{l_x}{a_y} + \frac{l_y}{a_x} - 2 \cdot \left[\frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right] \right\} \quad \text{Equação 2.32}$$

Sendo,

$$f_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1 \right)} \quad \text{Equação 2.33}$$

$$f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1 \right)} \quad \text{Equação 2.34}$$

Já para as lajes apoiadas sobre pilares em “L”, incluindo as ensaiadas neste trabalho, como não há linha de ruptura definida para este tipo de situação, foi feita uma adaptação de tal modo que o pilar em “L” foi considerado como quadrado de perímetro e posição do centro de gravidade iguais. A Figura 2.32 mostra a configuração da linha de ruptura adotada.

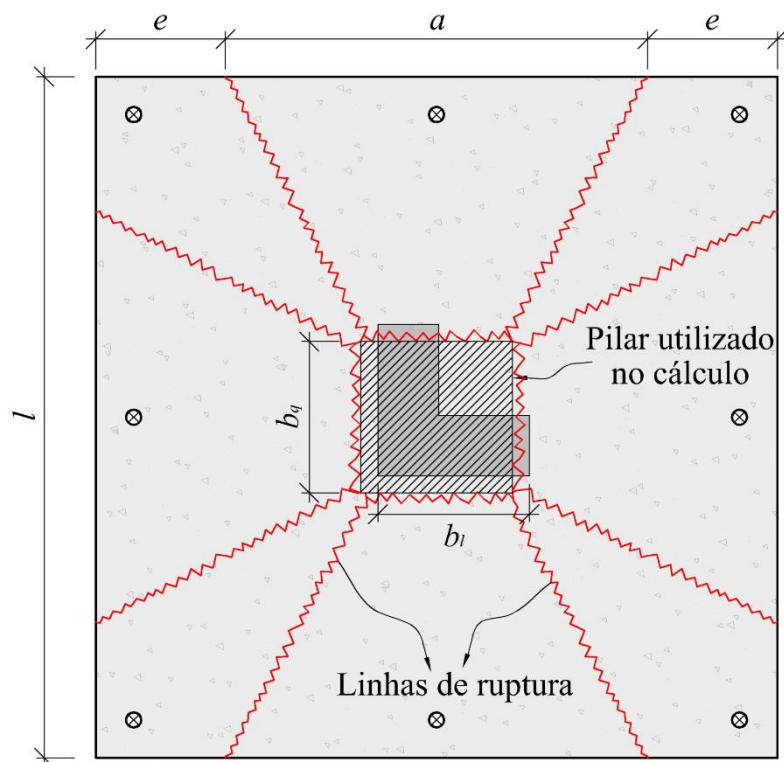


Figura 2.32 – Configuração de ruína por flexão para as lajes apoiadas sobre pilares de secção em “L”

A carga de ruptura por flexão (P_{flex}) é obtida pela Equação 2.35. Para tanto deve-se adotar o valor de e igual a $0,3 \cdot l$. Este valor foi determinado após realizada a análise computacional não linear, onde se identificou que as bordas até a distância $0,3 \cdot l$, tende a rotacionar no sentido contrário ao da aplicação da carga.

$$P_{flex} = \frac{16 \cdot m_{un} \cdot (l - 2 \cdot e)}{l - b_q} \quad \text{Equação 2.35}$$

Onde:

$$b_q = b_l \quad \text{Equação 2.36}$$

$$e = 0,3 \cdot l \quad \text{Equação 2.37}$$

O momento fletor por unidade de comprimento (m_{un}) foi obtido através da análise do diagrama simplificado mostrado na Figura 2.33. O momento fletor último é dado pela Equação 2.38.

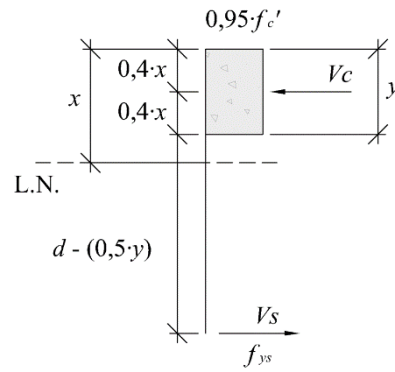


Figura 2.33 – Diagrama simplificado de tensões no concreto no estágio III

$$m_{un} = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left(1 - 0,53 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f_c} \right) \quad \text{Equação 2.38}$$

Onde:

f_{ys} : tensão de escoamento do aço (MPa)

ρ : taxa de armadura de flexão

f_c' : resistência a compressão do concreto

d : altura útil da laje

3. Modelo Computacional

Neste capítulo serão abordados as características e procedimentos adotados para a análise numérica tais como elementos utilizados, modelos constitutivos para o aço e concreto, interações e análise adotada. Para avaliar computacionalmente as lajes do presente trabalho, foi utilizada a plataforma ABAQUS, um software, baseado no método dos elementos finitos. Nesse capítulo será explicado a metodologia empregada na simulação.

3.1. Características do Modelo Computacional

3.1.1. Tipos de Elementos Finitos

Para simular computacionalmente a estrutura, foram utilizados dois tipos de elementos: elementos sólidos (*solid elements*) e elementos tridimensionais de treliça (*truss elements*). Elementos sólidos foram utilizados para a modelagem da laje e os elementos de treliça para modelar as barras de aço da laje. O programa ABAQUS possui uma extensa quantidade de elementos sólidos. O C3D8 (ver Figura 3.1), é um elemento contínuo de 8 nós, integração total e 3 graus de liberdade translacionais. Este elemento é o mais usado nas modelagens de elementos finitos em 3D, pois permite soluções rápidas e precisas. Este elemento foi utilizado para modelar os componentes em concreto da laje e o neoprene.

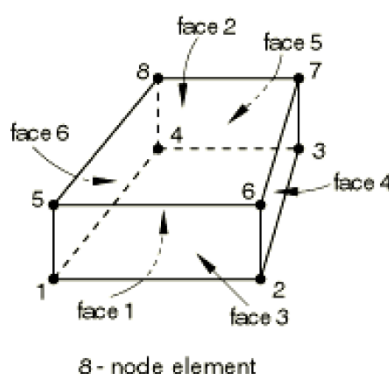


Figura 3.1 – Elemento C3D8 (HIBBITT et a., 2009)

Para a modelagem das barras de aço, utilizou-se o elemento tridimensional de treliça (*Truss*) denominado T3D2. Segundo SIMULIA (2012), estes elementos são utilizados em modelos de duas e três dimensões, são esbeltos, podem apenas transmitir esforços axiais (não transmitem momento) e possuem dois nós com 3 graus de liberdade translacionais por nó.

3.2. Modelos constitutivos

O software apresenta vários modelos constitutivos para descrever diversos materiais. Os modelos constitutivos presentes no programa geralmente consideram respostas elásticas e inelásticas. Para as respostas inelásticas, além dos modelos plásticos baseado na teoria da plasticidade, estão disponíveis também modelos com conceito da mecânica do dano. A distinção entre os dois modelos é que na teoria da plasticidade a elasticidade não é afetada pela deformação inelástica, enquanto que os modelos de dano incluem a degradação da elasticidade causada pela aplicação do carregamento, tais como perda de rigidez elástica sofrida por uma estrutura após ser submetida a um grande carregamento.

Neste modelo numérico foram utilizados três modelos constitutivos:

- Modelo elástico para o concreto e o aço
- Modelo inelástico com dano para o concreto
- Modelo elasto-plástico para o aço

3.2.1. Modelo Constitutivo para o Aço

O comportamento no regime elástico do aço foi definido através do modelo *Elastic*, onde se faz necessário a definição do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson. Já o regime plástico um comportamento elasto-plástico perfeito (sem encruamento), associado ao critério de von Mises. A Figura mostra o comportamento tensão x deformação admitida para a modelagem numérica.

3.2.2. Modelo Constitutivo para o Concreto

3.2.2.1. Modelo Elástico

Para definir o comportamento do concreto no regime elástico, foi selecionado o modelo *Elastic*, onde são requeridos os parâmetros módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. O módulo de elasticidade do concreto, foi definido através de ensaios seguindo a recomendação da NBR 8522 (ABNT, 2008). Já o coeficiente de Poisson foi assumido como sendo igual a 0,2.

3.2.2.2. Modelo Plástico

O concreto da laje teve o comportamento do domínio plástico definido através da utilização do modelo de dano plástico *Concrete Damaged Plasticity (CDP)*. Desenvolvido por LUBLINER *et al* (1989) e aprimorado por LEE e FENVES (1998), o *CDP* permite caracterizar a relação tensão x deformação no concreto, especialmente a rigidez a partir do ponto de resistência máxima. Os principais mecanismos de ruptura são a fissuração na tração e o esmagamento na compressão. O modelo assume que a resposta uniaxial de tração e a compressão é caracterizada pelo dano plástico.

Neste modelo são definidos parâmetros referentes ao comportamento à compressão e à tração na zona plástica do concreto. Os parâmetros referentes à plasticidade requeridos por esse modelo são: ângulo de dilatação (Ψ), excentricidade (m), razão entre as resistências à compressão no estado biaxial e uniaxial (f_{b0}/f_{c0}), razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração pelo de compressão (K) e o parâmetro de viscosidade.

O ângulo de dilatação (Ψ) é a inclinação das superfícies de ruptura na direção do eixo hidrostático p (eixo onde as tensões principais são iguais), mensurado no plano meridional conforme mostra a Figura 3.2. Fisicamente o ângulo de dilatação é interpretado como um ângulo de fricção interna do concreto. Segundo MALM (2009) baixos valores de ângulo de dilatação produzem um comportamento frágil no concreto enquanto que valores mais altos levam a um comportamento dúctil. O autor recomenda que o valor ideal a se adotar para casos de alta tensão de confinamento está entre 35° e 38° . Segundo KMIECIK e KAMINSKI (2011) o valor de Ψ fica entre 36° e 40° .

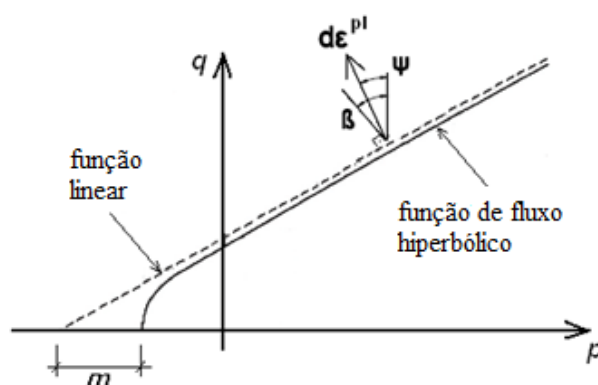


Figura 3.2 – Função linear e hiperbólica de Drucker-Prager – adaptado de JOHANNSSON & REITZEL (2011)

O parâmetro excentricidade (m) é um valor pequeno que expressa a taxa de aproximação da função de fluxo hiperbólico de Drucker-Prager da sua assíntota. A assíntota corresponde a função linear de Drucker-Prager (ver Figura 3.2). Segundo JANKOWIAK *et al* (2005) o parâmetro excentricidade pode ser calculado como a razão entre a resistência à tração e a resistência a compressão uniaxial. O valor pode variar entre 0 e 1. O modelo de dano plástico do concreto (CDP) adota como padrão 0,1.

O terceiro parâmetro utilizado no modelo de dano plástico do concreto é a razão entre as tensões de escoamento no ensaio de compressão biaxial (f_{cb}) e no ensaio uniaxial (f_{c0}) (f_{cb}/f_{c0}). O valor padrão é 1,16. O último parâmetro de influência no modelo é a razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração pelo de compressão (K). O valor padrão de K é 2/3.

3.2.2.2.1. Comportamento do concreto à compressão para o modelo CDP

O comportamento não linear do concreto à compressão pode ser representado através do diagrama uniaxial de tensão x deformação, conforme mostra a Figura 3.3. O diagrama pode ser dividido em duas partes, a primeira assume que o comportamento do concreto é linear elástico até $0,4 \cdot f_{cm}$, valor este recomendado pela norma Eurocode 2 (CEN, 2004). O segundo trecho do diagrama é representado pela Equação 3.1 extraída da Eurocode 2 (CEN, 2004).

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{kn - n^2}{1 + (k - 2) \cdot n} \quad \text{Equação 3.1}$$

$$n = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{Equação 3.2}$$

$$k = 1,05 \cdot E_c \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_{cm}} \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde:

f_{cm} : resistência média à compressão do concreto;

ε_c : deformação do concreto à compressão;

ε_{c1} : deformação do concreto durante a tensão máxima f_{cm} ;

E_c : módulo de elasticidade do concreto (MPa).

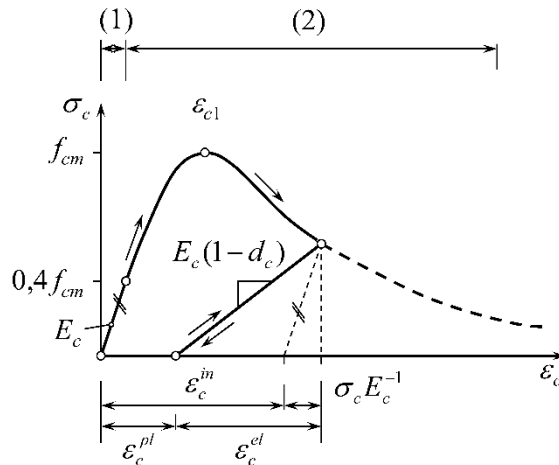


Figura 3.3 – Diagrama admitido para o concreto comprimido – adaptado de BIRTEL e MARK (2006)

Onde:

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \cdot \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{Equação 3.4}$$

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{Equação 3.5}$$

3.2.2.2.2. Comportamento do concreto à tração para o modelo CDP

A não linearidade do concreto submetido à tração, pode ser representada pelo diagrama uniaxial de tensão x deformação, conforme mostra a Figura 3.4. O comportamento do concreto é dividido em duas partes, a primeira assume que o comportamento é linear elástico até a tensão atingir o valor máximo de resistência a tração do concreto. A segunda parte representa o comportamento do concreto após a fissuração e pode ser representado por relações de tensão em função da deformação ou do deslocamento. Quando utilizada a relação tensão x deformação, os resultados são sensíveis ao tamanho da malha, uma vez que a deformação depende do tamanho do elemento. Utilizando a relação tensão x deslocamento, o deslocamento é determinado pela abertura de fissura e esta não depende do comprimento do elemento nem do tamanho da malha. Segundo HIBBIT *et al.* (2009), o maior valor de deslocamento para a curva tensão x deslocamento, está entre 0,05 e 0,08 mm, porém,

segundo FINK *et al.* (2006) pode se admitir um deslocamento máximo de até 1,00 mm. Neste trabalho foi utilizado a relação tensão x deslocamento.

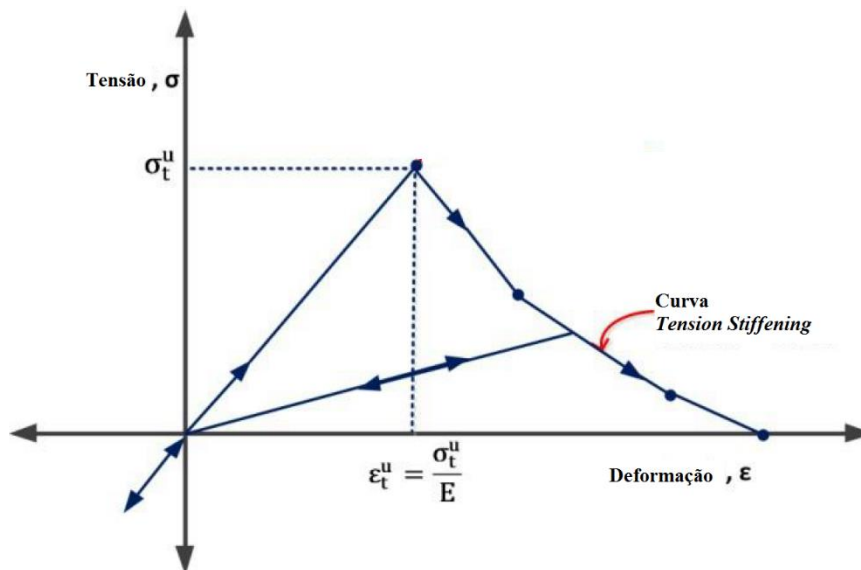


Figura 3.4 – Diagrama admitido para o concreto tracionado – adaptado de CHAUDHARI e CHAKRABARTI (2012)

3.3. Interações de Contato

3.3.1. Interação de Contato entre Superfícies

Para simular o contato entre a laje e o aparelho de apoio, foram utilizadas interações de contato. No ABAQUS há inúmeras características que podem ser atribuídas ao contato, porém neste trabalho foram utilizadas duas: *Tangencial Behavior* e *Normal Behavior*, que tratam do comportamento tangencial e normal do contato, respectivamente. O comportamento normal foi admitido como *Hard*. Esse comportamento permite penetração mínima de uma superfície denominada escrava (*Slave*) na superfície mestre (*Master*). Quanto ao comportamento tangencial foi admitido ausência de atrito, o que no ABAQUS corresponde ao comportamento *Frictionless*.

3.3.2. Interação entre armadura e laje

O funcionamento do conjunto concreto e armadura foi obtido através da interação do tipo *embedded region*. Esta técnica cria condições de vinculações entre as malhas de elementos

finitos da armadura (*embedded region*) e do concreto (*host region*) no qual há perfeita concordância de deslocamentos entre si.

3.4. Análise Não-Linear Física e Geométrica

A realização da análise não-linear físico e geometria, permite simular o comportamento do modelo durante todas as fases do carregamento. Nesta análise, é considerado o comportamento dos materiais por meio de seus respectivos modelos constitutivos e a influência dos deslocamentos sobre as solicitações, à medida que o carregamento é introduzido. Neste trabalho foi feita uma simulação não linear estática e para isso foi usado o método de Riks modificado (*modified Riks method*) para resolver as equações não lineares. Este método utiliza o comprimento do arco (*arc-length*) para medir o progresso da solução enquanto os carregamentos e deslocamentos são resolvidos simultaneamente. O critério adotado para determinação das cargas de ruptura foi o da carga máxima atingida durante a análise. Este critério é o mesmo adotado por outros autores como DUTRA *et al* (2014), MOURAD (1999), WINKLER e STANGENBERG (2007), NOVOSELAC *et al* (2012), entre outros.

4. Programa Experimental

4.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo descreve-se o programa experimental com o objetivo de avaliar o comportamento de lajes apoiadas em pilares de secção transversal em “L” ensaiados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, analisando a influência do posicionamento de uma abertura na resistência à punção da laje, confrontando os resultados experimentais com os estimados normativamente.

Este trabalho visa reproduzir o comportamento de lajes lisas de concreto armado com pilares internos. Para isso serão elaborados modelos na escala de 1:2,5 simulando a porção central de um vão de 9900 mm de um protótipo de estrutura ilustrada na Figura 4.1. Segundo TIMOSHENKO e WOINOWSKY-KRIEGER (1959), o ponto de momento nulo situa-se sobre uma circunferência em torno do centro do pilar, com um raio igual a $0,22 \cdot l$, onde l é o vão dos painéis quadrados adjacentes ao pilar. No caso de lajes quadradas, segundo ALBUQUERQUE (2009), deve-se adotar $0,40 \cdot l$ para os lados da laje, conforme mostra a Figura 4.2.

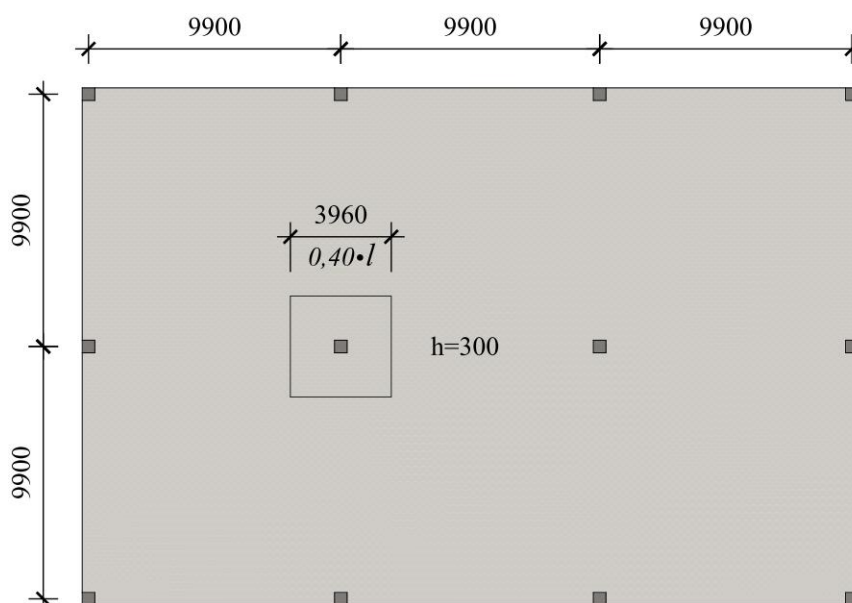


Figura 4.1 - Protótipo da estrutura estudada

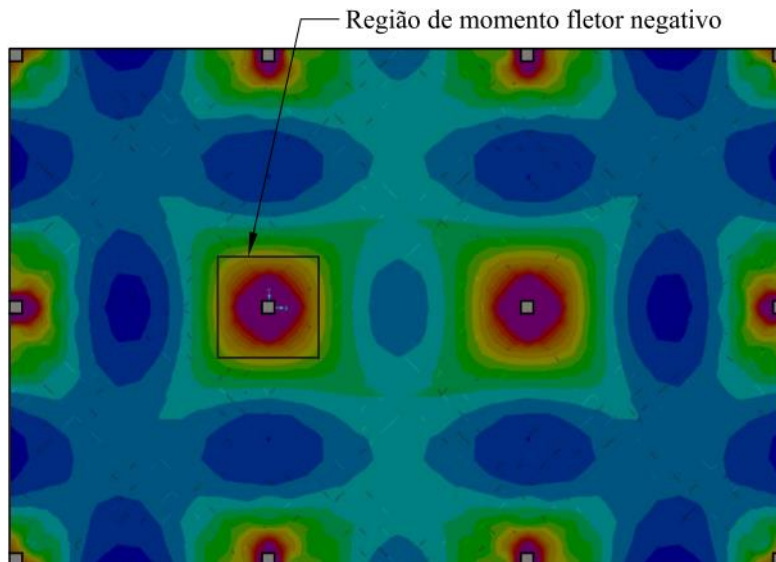


Figura 4.2 - Região de momento fletor negativo do protótipo gerado no programa SAP2000

4.2. Características das Lajes

Foram confeccionadas e ensaiadas até a ruptura 4 lajes lisas em concreto armado, bidirecionais, com mesmas dimensões, tamanhos de pilares, armadura de flexão e sem armadura de combate à punção. As principais variáveis do ensaio são a presença ou não de abertura e a distância destes em relação ao centroide do pilar.

As lajes tiveram dimensões padronizadas de $(1800 \times 1800 \times 120)$ mm³ apoiadas sobre pilares de secção “L” monoliticamente ligados com o centroide da laje e o do pilar no mesmo ponto. A posição da abertura adotada, no caso da L1 foi adjacente ao pilar, já para as lajes L2 e L3 eles foram posicionados de modo a terem seus centroides sobre os perímetros de controle distantes a $0,5 \cdot d$ e $2,0 \cdot d$, respectivamente. As Figuras, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 mostram as geometrias das lajes. As lajes foram confeccionadas com concreto usinado fornecido pela empresa Supermix Concreto S.A., com resistência a compressão prevista de 25 MPa aos 28 dias. Quanto à armadura, suas taxas variaram entre 0,92% a 0,94%. O cobrimento das armaduras das lajes foi de 10mm nas faces superiores e inferiores e 15 mm nas laterais. A Tabela 4.1 apresenta algumas das principais características das lajes.

Tabela 4.1 – Características das lajes ensaiadas

Laje	Pilar (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	Abertura (mm)	Qt. aberturas	s_g (mm)
LR	Figura 4.3	93	23,3	0,94	-	0	-
L1		93		0,94	100x100	1	0
L2		95	23,7	0,92			236,8
L3		95		0,92	416,8		

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); s_g – distância entre o centro de gravidade da abertura e do pilar (mm);

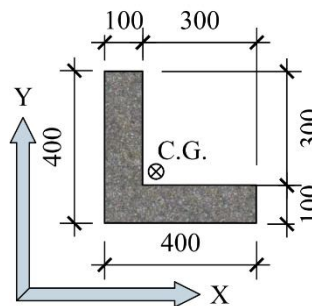


Figura 4.3 – Secção transversal do pilar

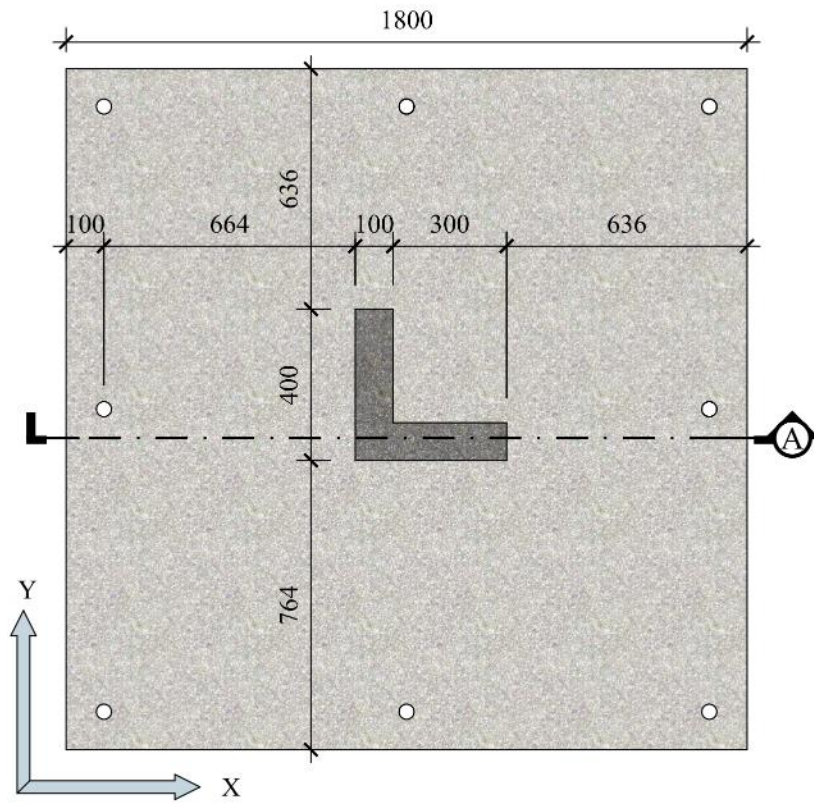


Figura 4.4 - Geometria da laje LR

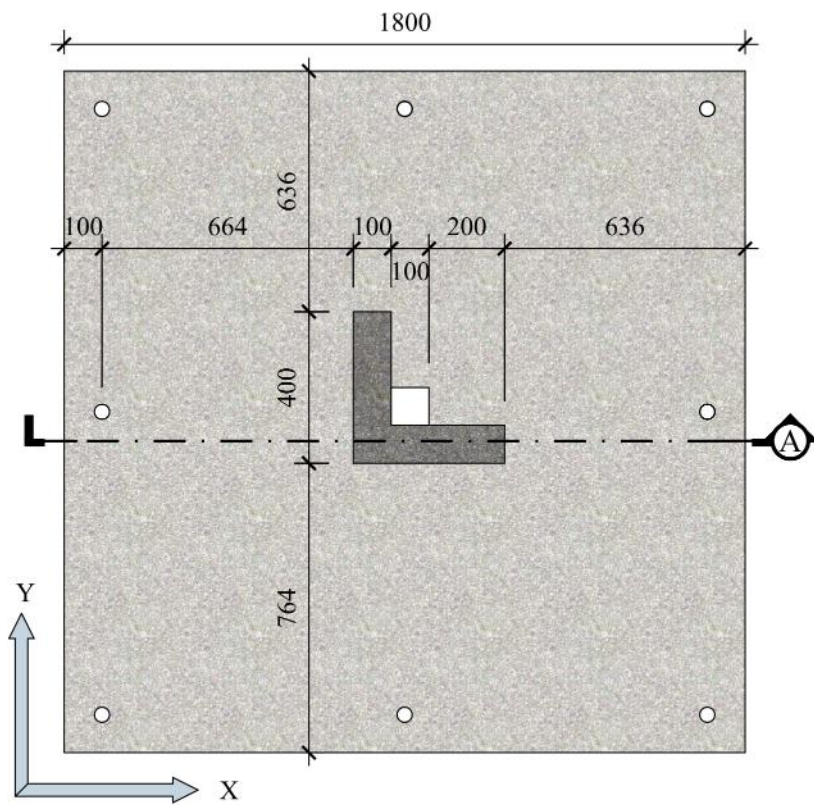


Figura 4.5 - Geometria da laje L1

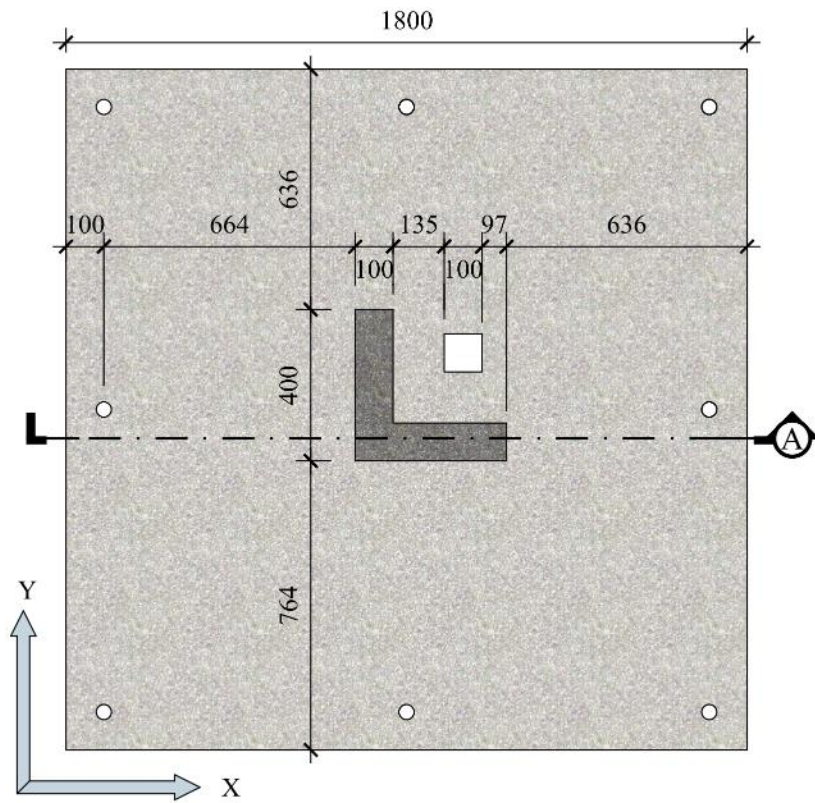


Figura 4.6 - Geometria da laje L2

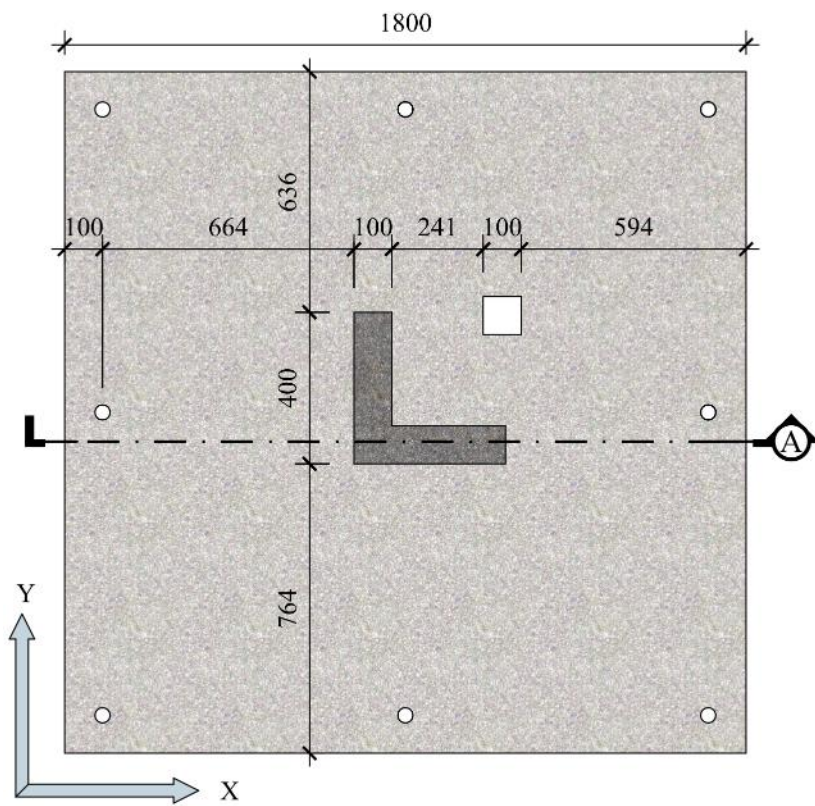


Figura 4.7 - Geometria da laje L3

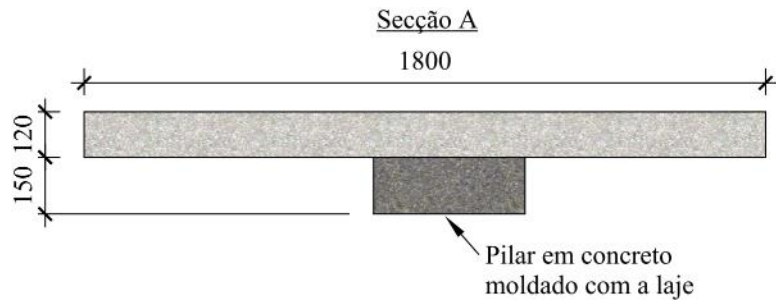


Figura 4.8 – Seção A, válida para todas as lajes



Figura 4.9 – Forma das lajes ensaiadas

4.3. Armadura de Flexão

As armaduras de todas as lajes foram compostas de 40 barras (20 barras para cada uma das duas direções ortogonais) de aço de 10 mm de diâmetro do tipo CA-50 posicionadas na parte superior das lajes, isto é, na região tracionada e na região inferior será utilizada uma armadura de composição com 22 barras de diâmetro 6,3 mm (11 barras para cada direção). Nas lajes que apresentaram aberturas, serão adicionadas 2 barras de 5,0 mm de diâmetro nas bordas das aberturas de acordo com a recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014) conforme mostra a Figura 4.22. O detalhamento das lajes será mostrado a seguir.

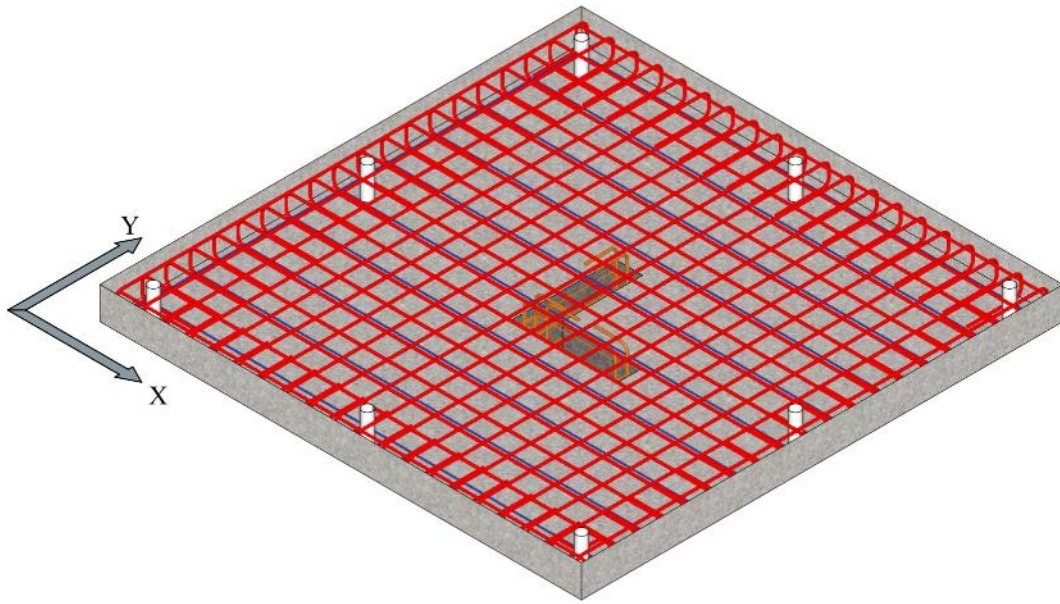


Figura 4.10 - Vista isométrica das armações da laje LR

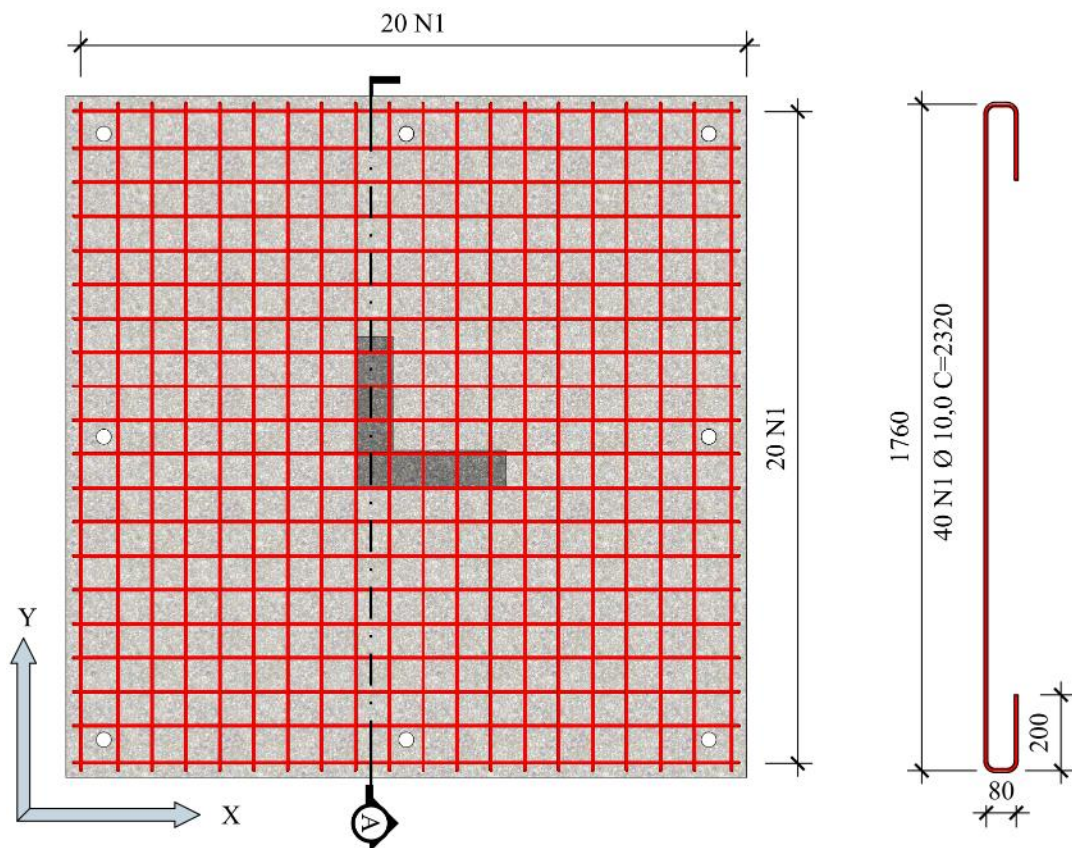


Figura 4.11 - Armação superior da laje LR

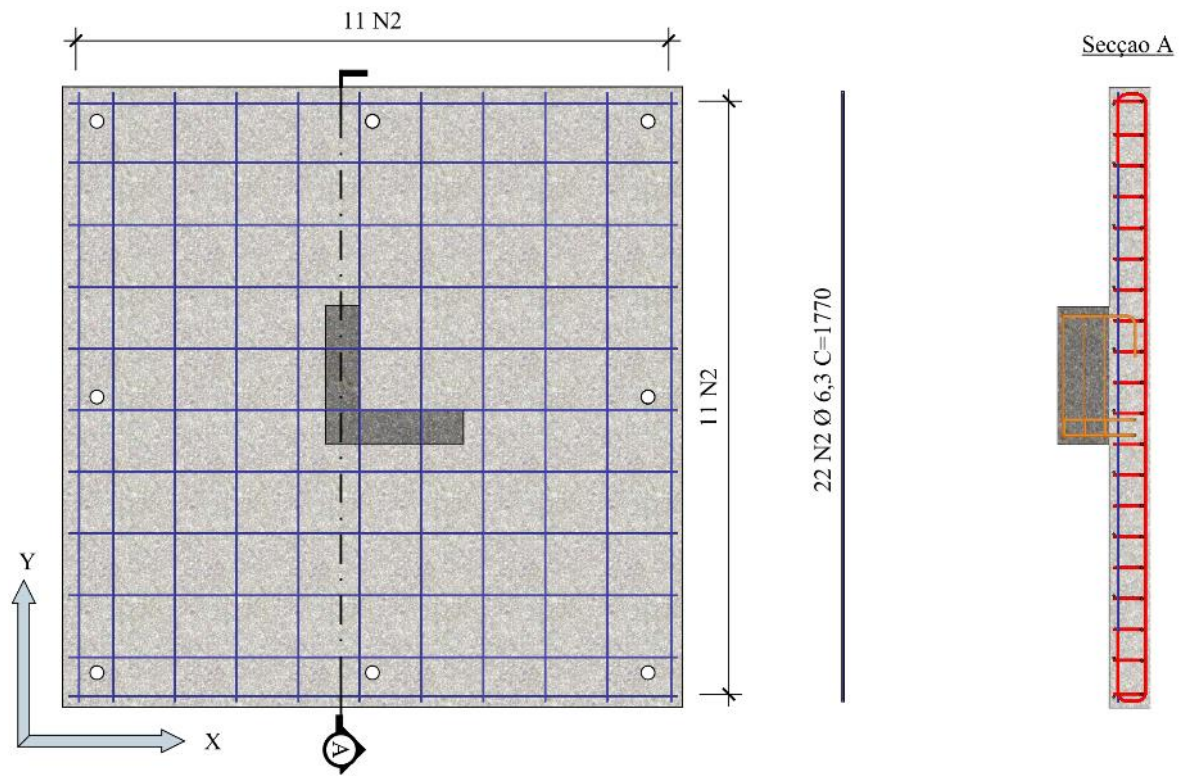


Figura 4.12 - Armação inferior da laje LR

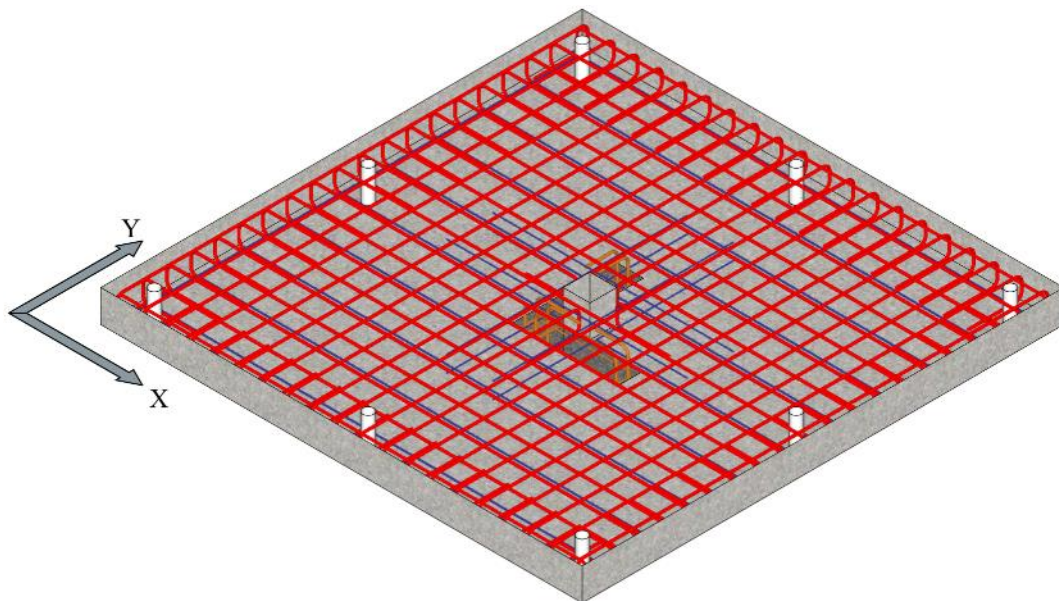


Figura 4.13 - Vista isométrica das armações da laje L1

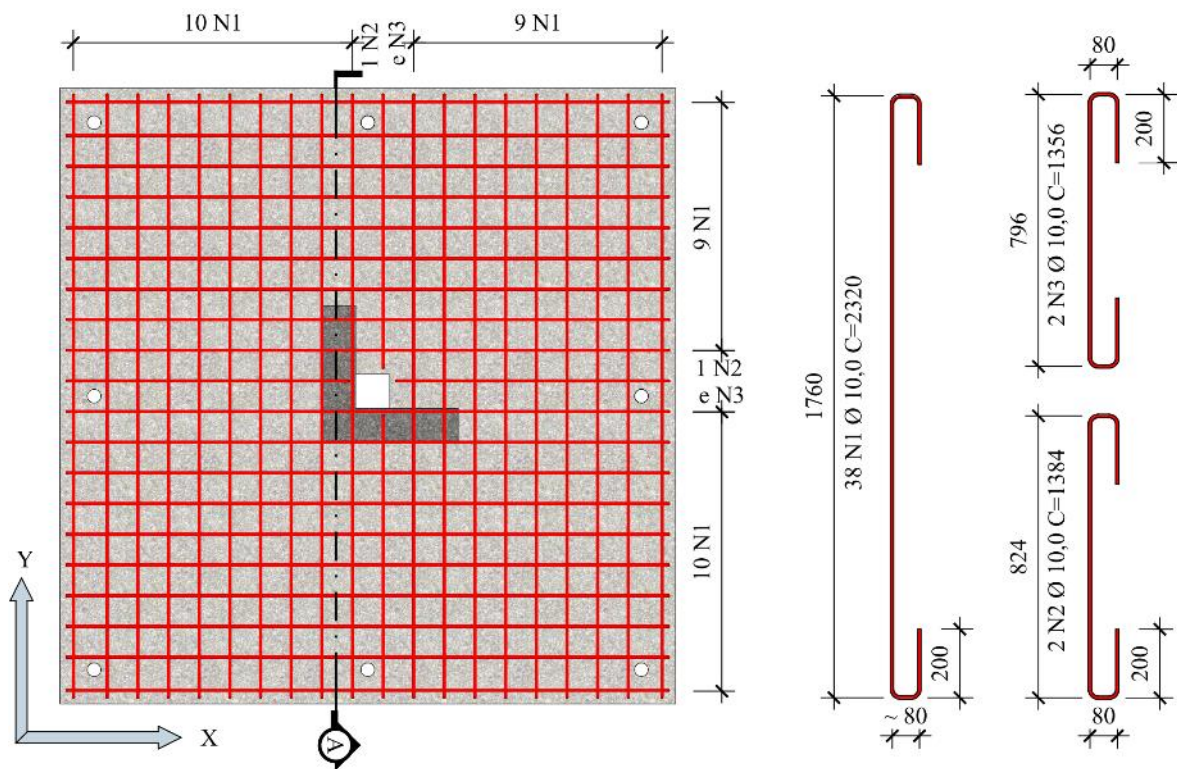


Figura 4.14 - Armação superior da laje L1

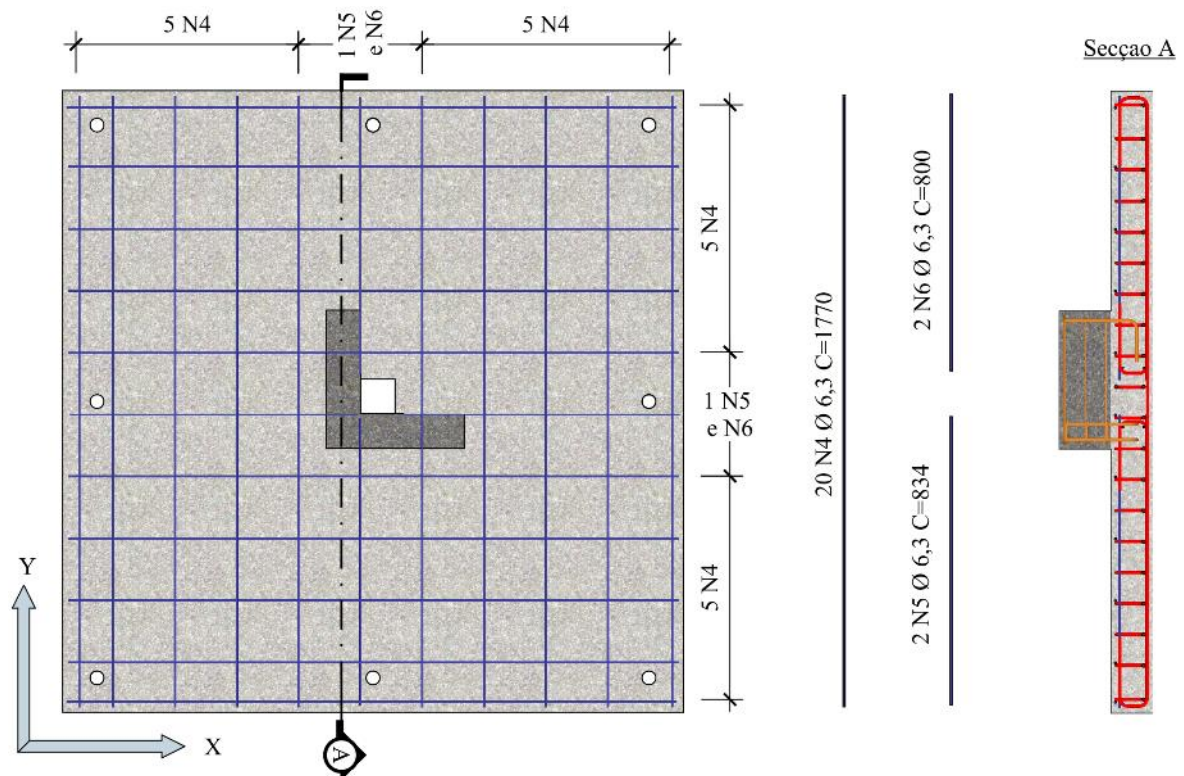


Figura 4.15 - Armação inferior da laje L1

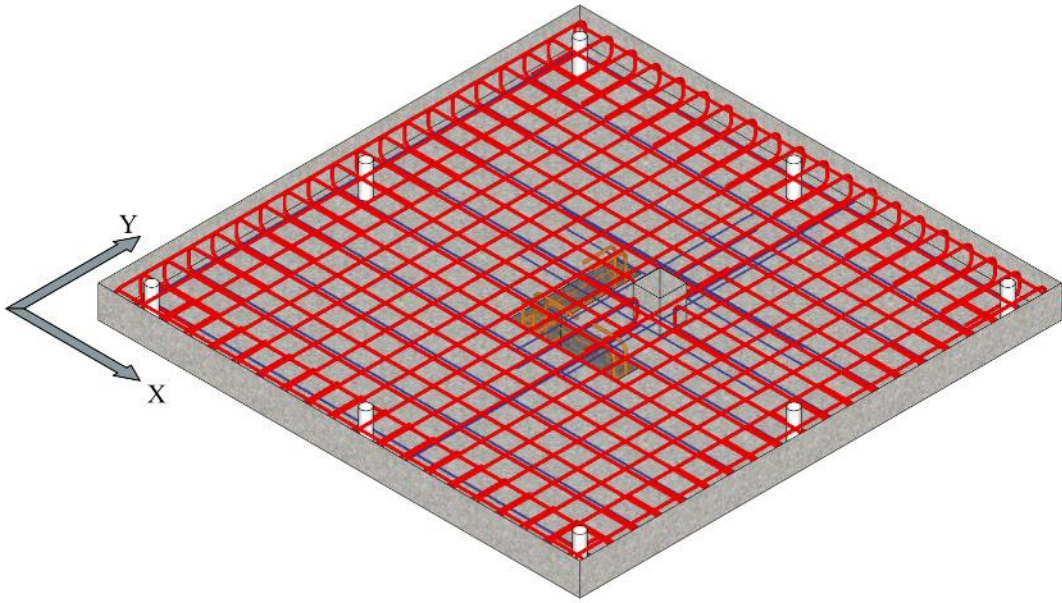


Figura 4.16 - Vista isométrica das armações da laje L2

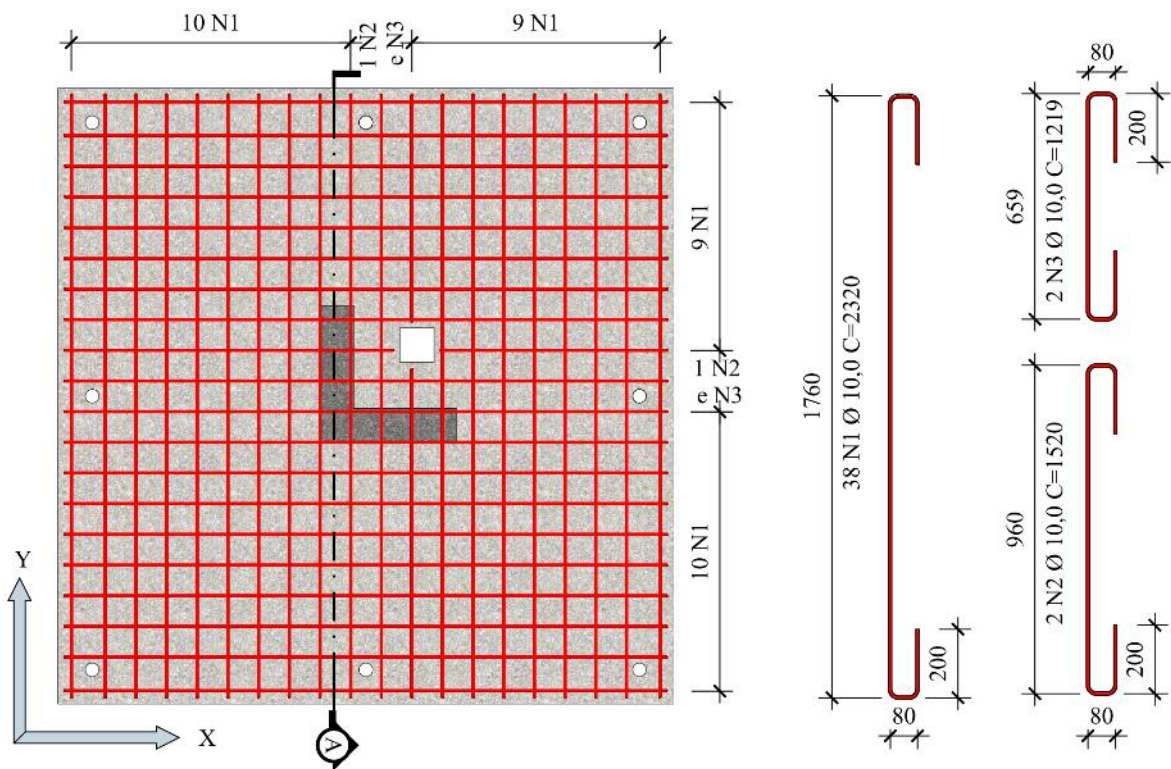


Figura 4.17 - Armação superior da laje L2

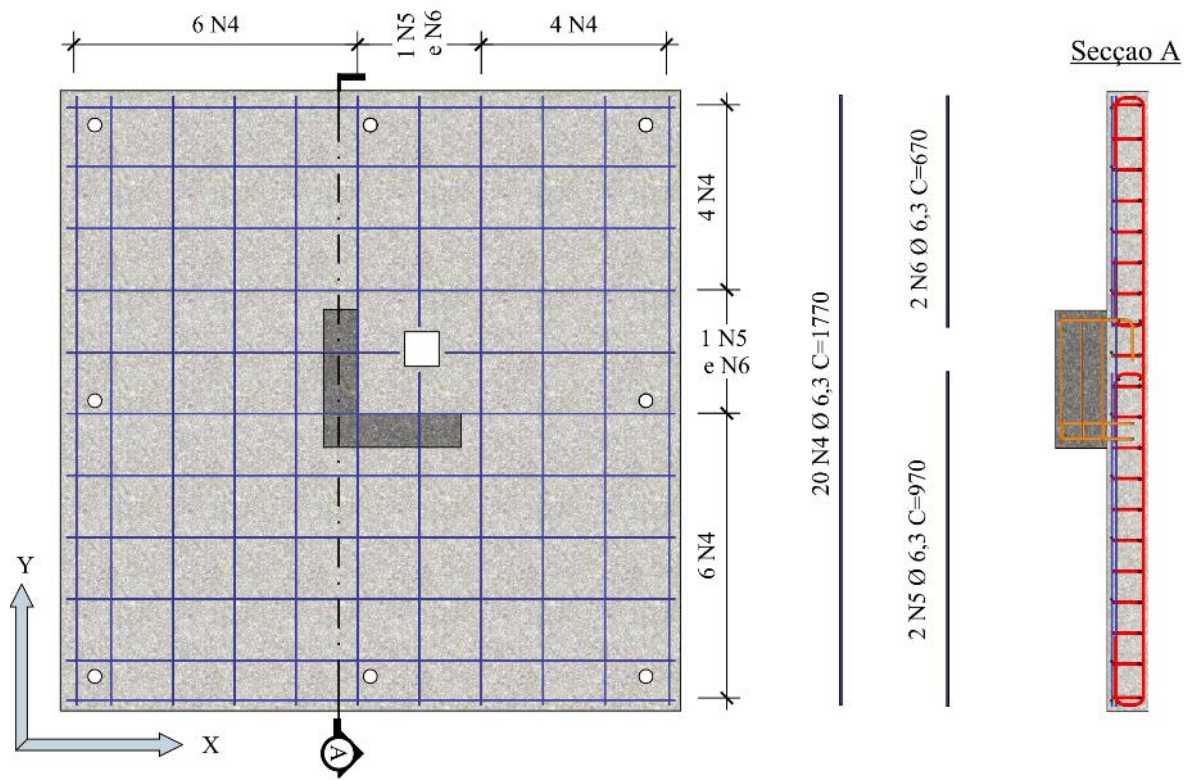


Figura 4.18 - Armação inferior da laje L2

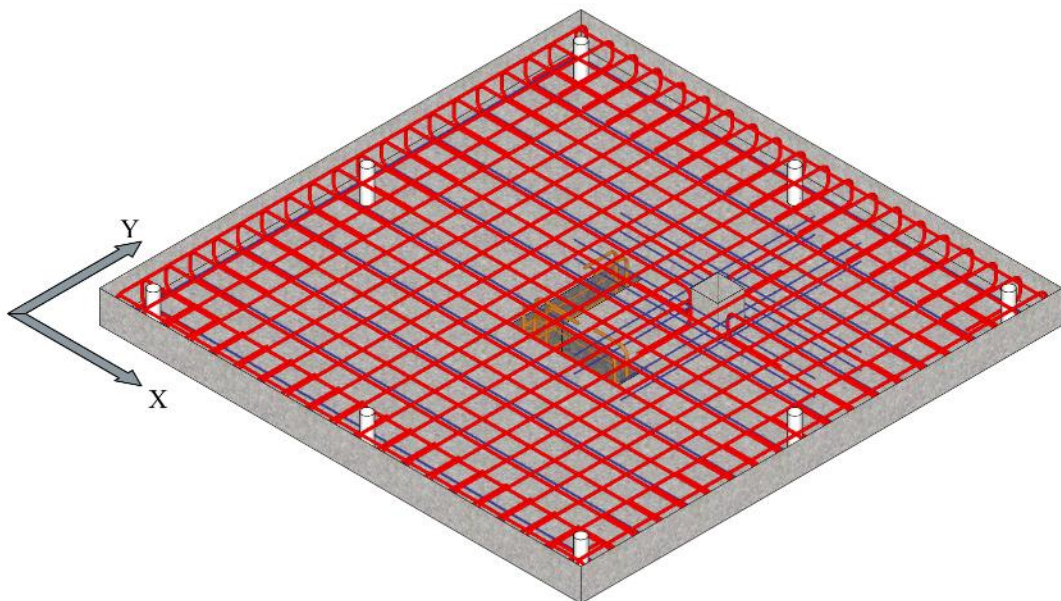


Figura 4.19 - Vista isométrica das armações da laje L3

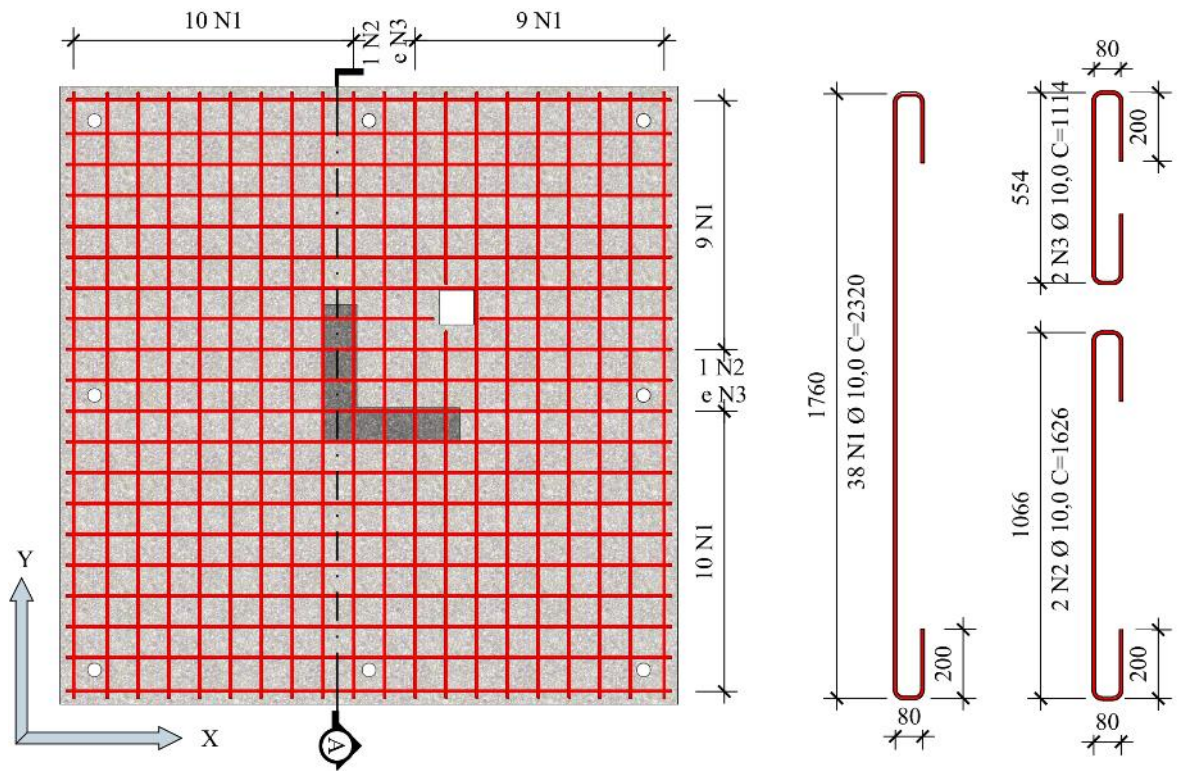


Figura 4.20 - Armação superior da laje L3

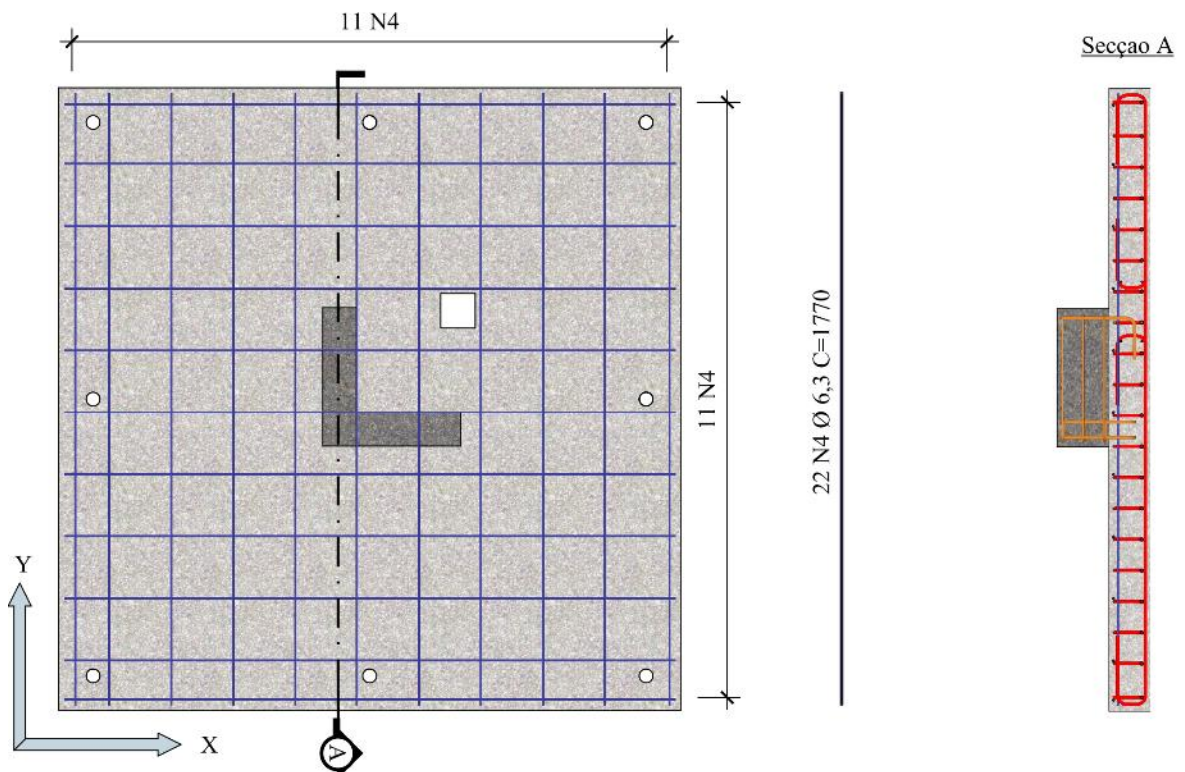


Figura 4.21 - Armação inferior da laje L3

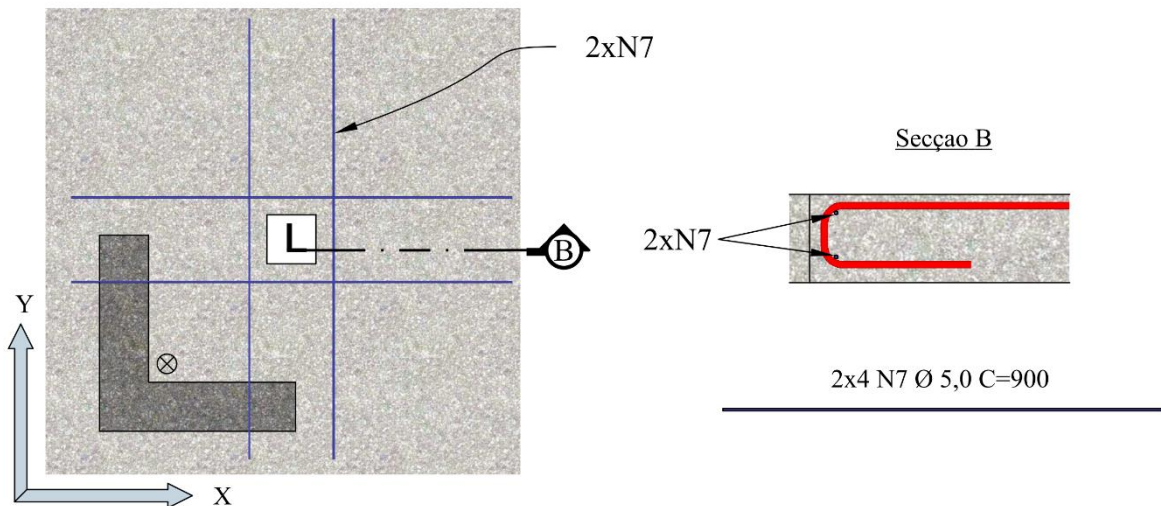


Figura 4.22 - Armadura das bordas das aberturas das lajes L1, L2 e L3

4.4. Armadura dos Pilares

As armaduras dos pilares foram compostas de 8 barras de 10,0 mm de diâmetro no sentido longitudinal e no sentido transversal será composta de 3 pares de estribos de 5,0 mm de diâmetro. A armadura adotada segue as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014) para armadura mínima de pilares. Para a verificação do pilar, foi considerado a situação de compressão uniforme, onde a secção e armaduras adotadas mostraram-se adequadas para níveis de solicitação acima do previsto para ruptura das lajes. A Figura 4.23 mostra o detalhe das armaduras utilizada nos pilares.

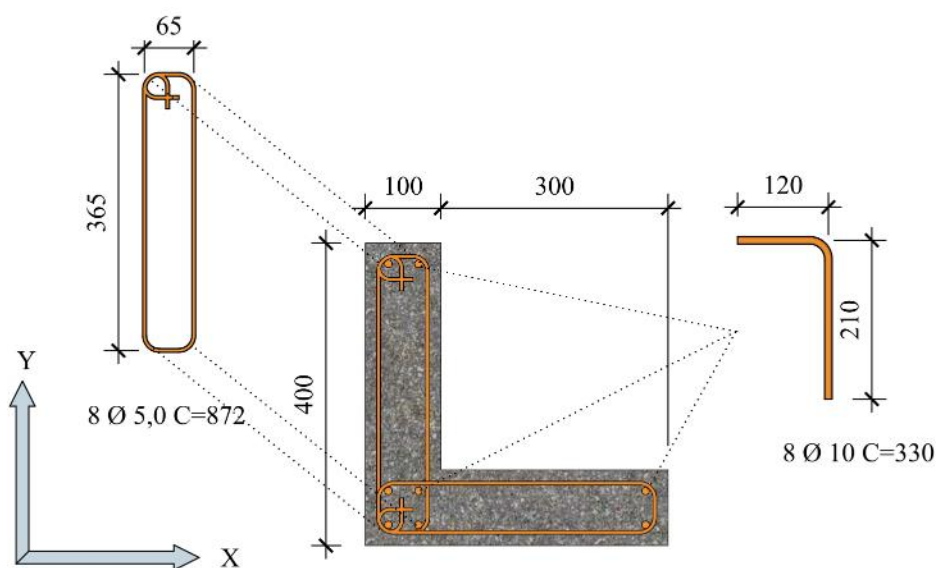


Figura 4.23 – Armadura dos pilares

4.5. Instrumentação

A fim de poder ser feita uma análise comparativa entre os resultados obtidos pelos modelos, todas as lajes foram instrumentadas de forma semelhante. Serão utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER) para medir deformações do aço e do concreto e relógios comparadores digitais para monitorar os deslocamentos verticais das lajes.

4.5.1. Deslocamentos Verticais

Para monitorar os deslocamentos verticais, foram utilizados 9 relógios comparadores digitais da marca DIGIMESS com precisão de 0,01 mm instalados na face tracionada da laje, sendo 5 na direção x e 4 na direção y , conforme mostra a Figura 4.25 e um deflectômetro analógico de 0,01 mm de precisão para aferir o deslocamento de um dos 8 tirantes utilizados no sistema de ensaio. Os relógios foram fixados através de uma base magnética em uma estrutura metálica independente do sistema de ensaio.



Figura 4.24 – Disposição dos deflectômetros nas lajes

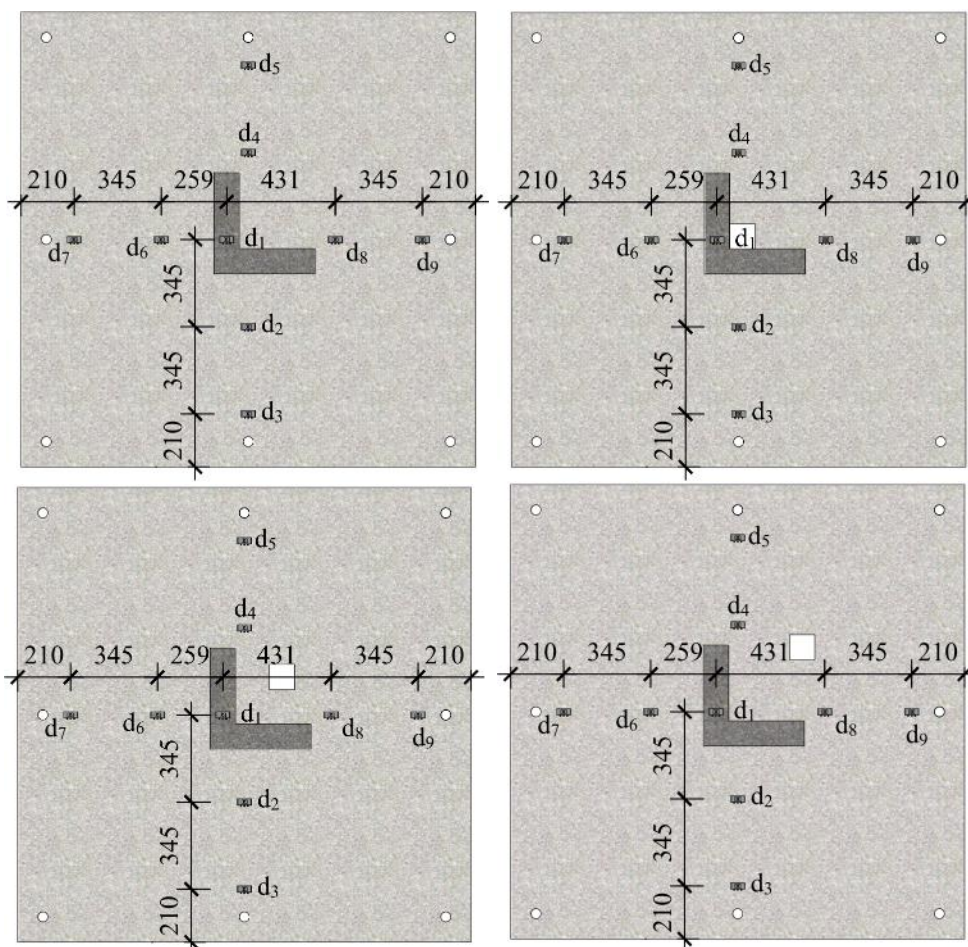


Figura 4.25 – Posicionamento dos relógios comparadores

4.5.2. Deformações na Armadura

As medidas das deformações das armaduras de flexão das lajes foram obtidas através de extensômetros elétricos de resistência (EER) da marca EXCEL, modelo PA-06-125AA-120L, de dimensões (3,18 x 3,18) mm² fixados na superfície lateral, a meia altura das barras, sendo posicionados estrategicamente conforme a Figura 4.28. A instrumentação foi feita obedecendo os seguintes procedimentos: regularização da superfície, limpeza da superfície, fixação dos extensômetros e proteção mecânica conforme mostram as Figuras 4.26 e 4.27.



Figura 4.26 – Regularização da superfície



Figura 4.27 – Fixação dos extensômetros nas barras

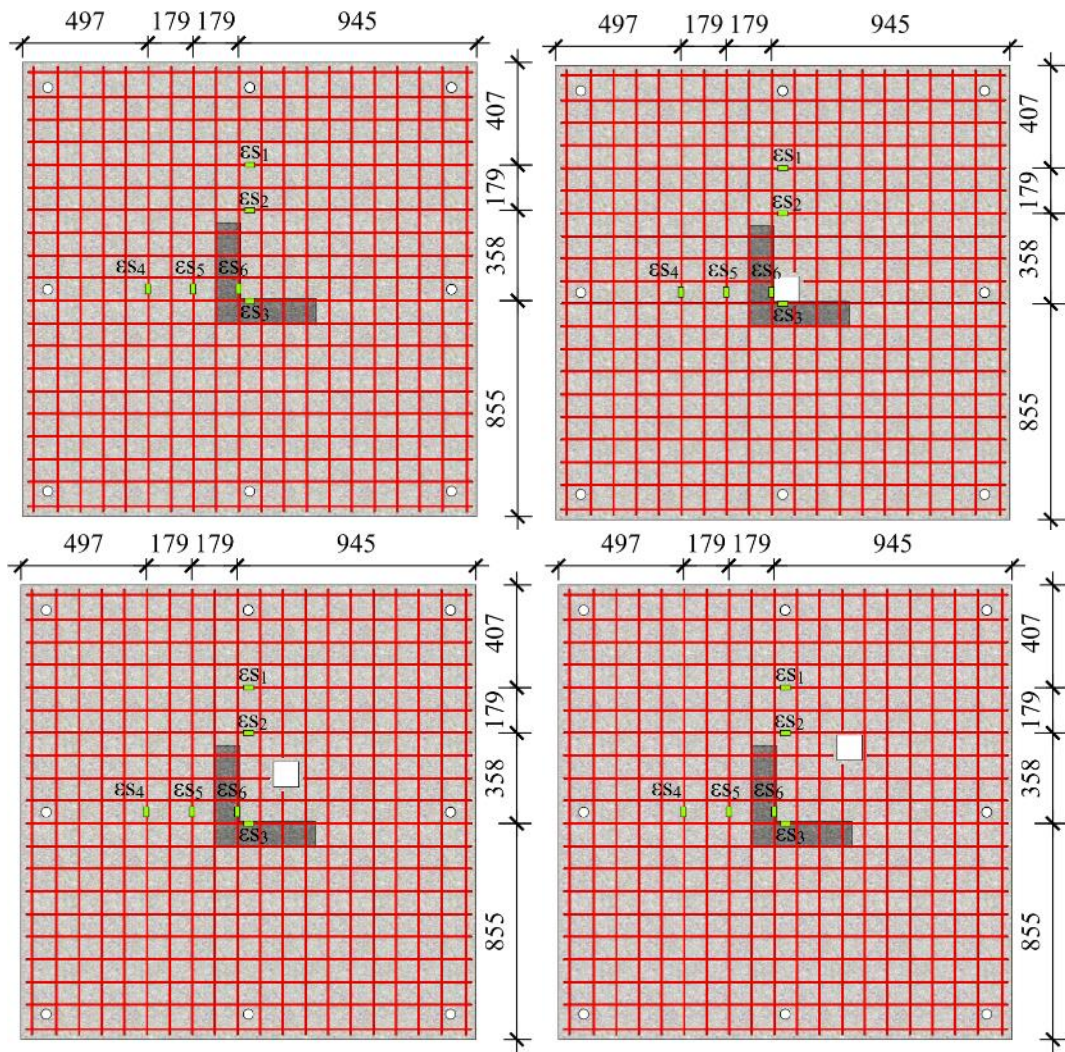


Figura 4.28 - Disposição dos EERs nas armaduras de flexão

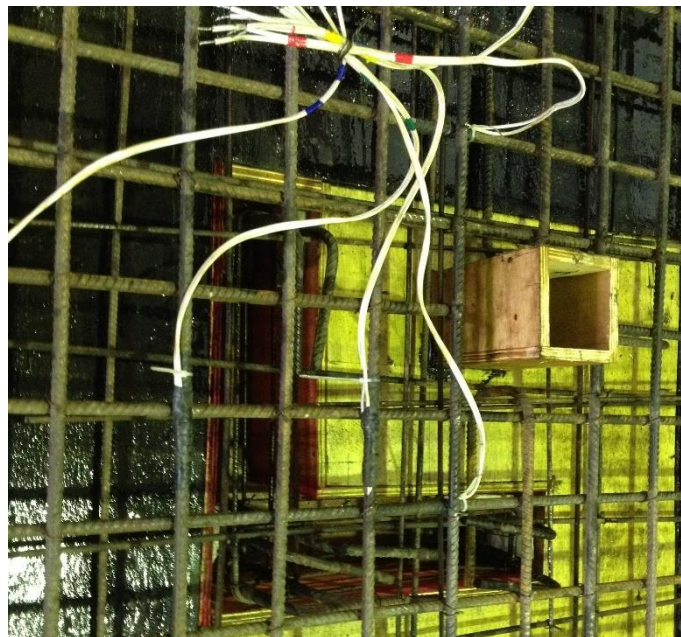


Figura 4.29 – Extensômetros na laje L2

Os objetivos foram verificar o comportamento da distribuição das deformações próximas à área carregada e determinar com segurança a que proximidade de uma ruptura por flexão as lajes chegarão durante os ensaios, através do monitoramento das armaduras, tendo em vista a tensão de escoamento e assim determinar o modo de ruína das mesmas.

4.5.3. Deformações do Concreto

O monitoramento das deformações do concreto foi realizado através de extensômetros elétricos de resistência (EER) da marca EXCEL, modelo PA-06-201BA-120L, de dimensões (51,1 x 2,03) mm², posicionados na região comprimida da laje a uma distância 50 mm da face do pilar conforme mostra a figura 4.30, posição considerada dentro da região crítica segundo a norma ACI 318 (ACI, 2011) e Model Code 2010 (fib, 2011), critério adotado por vários outros pesquisadores como OLIVEIRA (2003), DAMASCENO (2007), SOUZA (2007) e SACRAMENTO (2014). A fixação dos mesmos seguiu os seguintes procedimentos: limpeza do local, regularização da superfície com resina epóxi e fixação dos extensômetros.

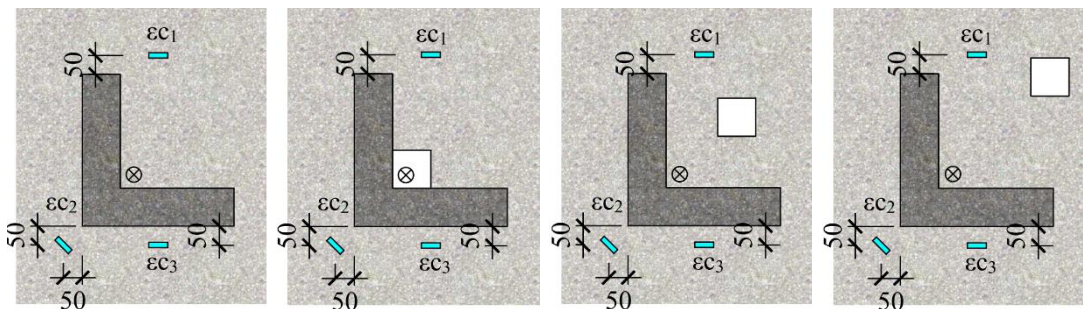


Figura 4.30 - Disposição dos EERs no concreto na face inferior da das lajes



Figura 4.31 – Extensômetro do concreto

4.6. Sistema de Ensaio

Com o objetivo de simular uma laje carregada nas duas direções, submetida a um carregamento simétrico, foi adotado um sistema de ensaio configurado conforme mostram as Figuras 4.32 e 4.33. As lajes ensaiadas foram apoiadas sobre 4 roletes metálicos, sobre elas foram posicionadas 4 vigas metálicas, uma em cada borda da laje, presas a 8 tirantes de 20 mm de diâmetro (fixados na laje de reação) que forneceram reação a carga aplicada. Entre a laje ensaiada e a viga metálica foram colocados neoprenes de 10 mm de espessura.

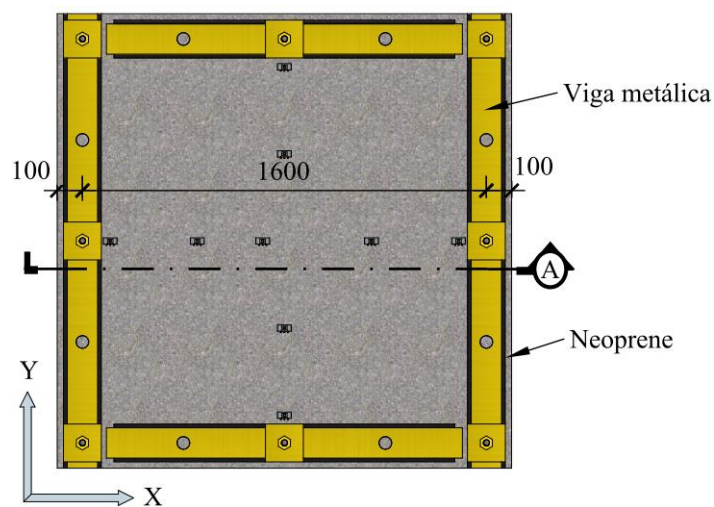


Figura 4.32 - Vista em planta do sistema de ensaio

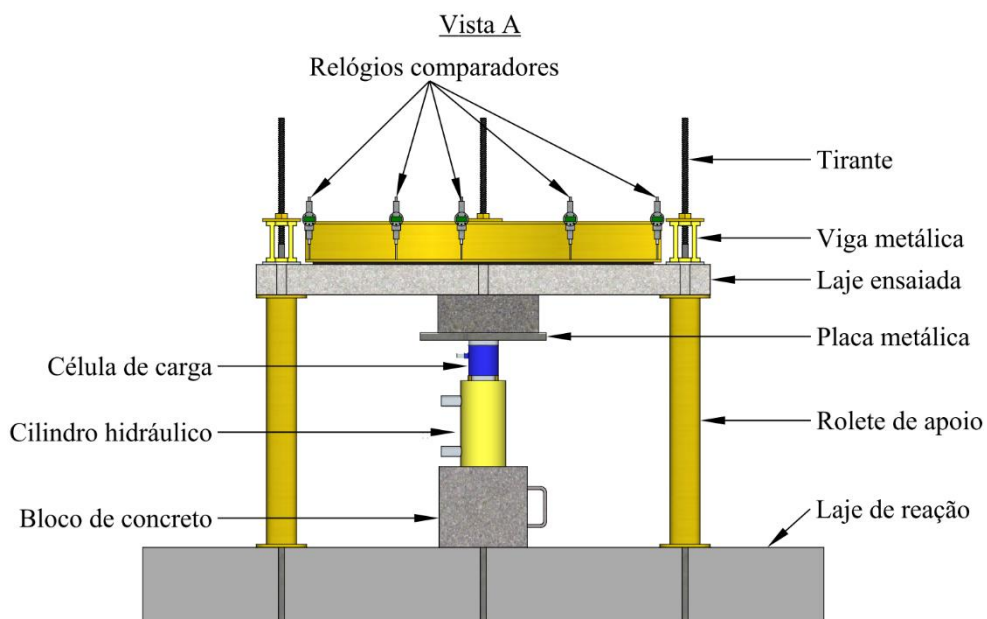


Figura 4.33 - Vista A, do sistema de ensaio

A carga foi aplicada por um cilindro hidráulico de capacidade de aplicação de 1000 kN de carga. Sobre ele foi utilizado uma célula de carga com mesma capacidade com precisão de 0,5 kN. Afim de distribuir a carga de maneira mais uniforme sobre a base do pilar em “L” foi utilizada um conjunto de 3 placas metálicas que somando suas espessuras, gerou um total de 80 mm. O cilindro hidráulico, célula de carga e placa metálica ficaram com seus centros de cargas coincidindo com o centroide do pilar e da laje. A aplicação da carga foi feita através de incrementos de 20 kN. Este sistema de ensaio é semelhante ao adotado por outros autores como ALBUQUERQUE (2009), AGUIAR (2009), MORAES NETO (2007) e SOUZA (2007), o que ressalta a confiabilidade deste. As Figuras 4.34 a 4.374.36 mostram os equipamentos utilizados e ilustram o esquema de montagem do ensaio. A leitura das deformações do aço e do concreto foram obtidas utilizando-se o sistema modular de aquisição de dados ALMEMO ® 5690-2M, que utilizou o software AMR WinControl.



Figura 4.34 – Aplicação de carga



Figura 4.35 - Sistema de aquisição de dados

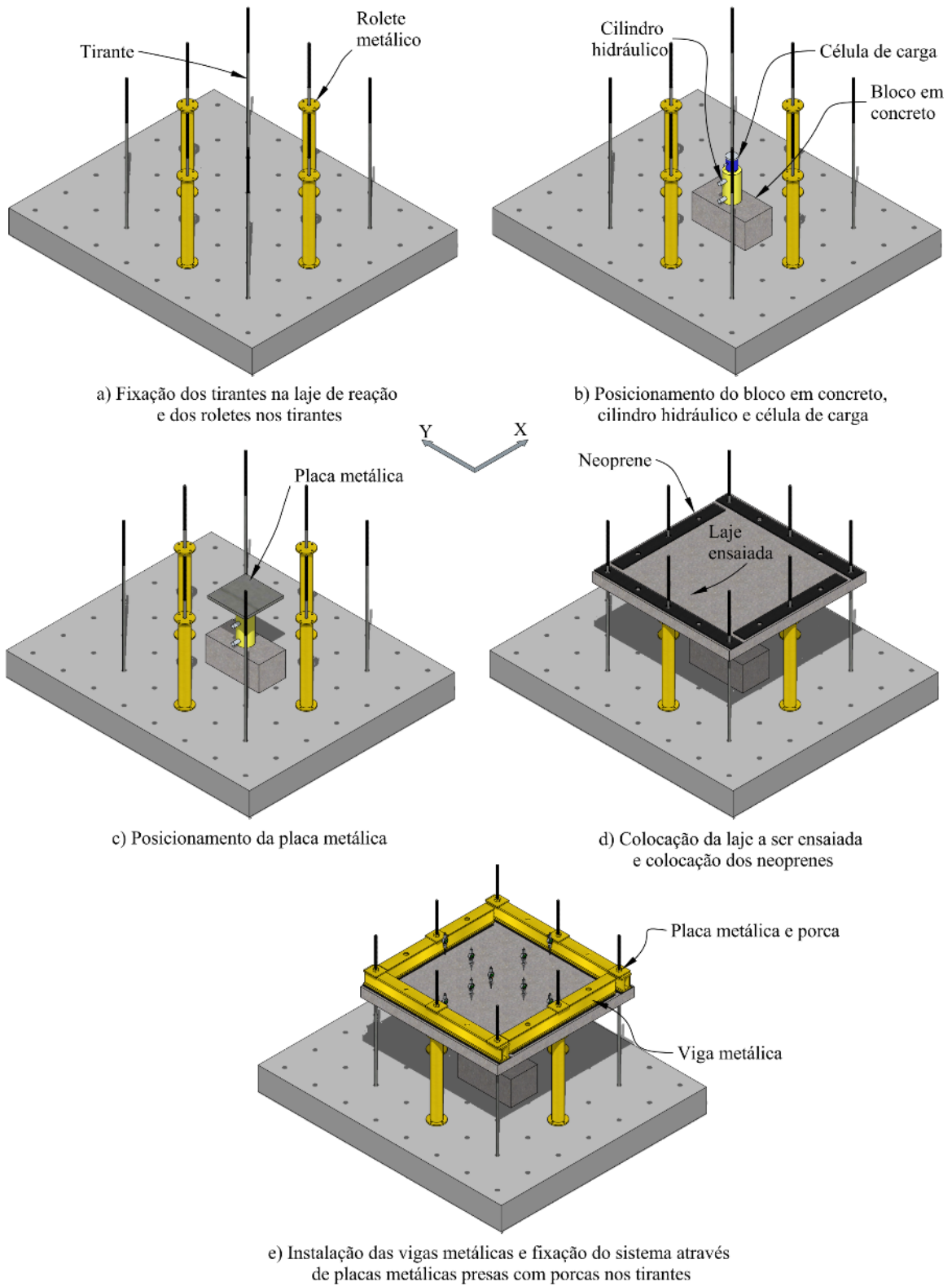


Figura 4.36 - Etapas de montagem do ensaio



Figura 4.37 – Sistema de ensaio

4.7. Materiais

4.7.1. Concreto

Para a moldagem das 4 lajes ensaiadas, foi utilizado concreto com resistência à compressão aos 28 dias de aproximadamente 23 MPa, fornecido por uma empresa de serviços de concretagem local. O volume de concreto necessário para moldar as lajes mais os corpos-de-prova foi de aproximadamente 1,9 m³. Ao todo foram moldados 18 corpos-de-prova cilíndricos medindo (100 x 200) mm², onde foram destinados 9 para cada duas lajes. Destes 9 corpos-de-prova, 3 corpos-de-prova destinados ao ensaio de compressão simples conforme a NBR 5739 (ABNT, 2007), 3 para o ensaio de compressão diametral, seguindo as recomendações da NBR 7222 (ABNT, 2011) e 3 corpos-de-prova de para o ensaio de determinação do módulo de elasticidade do concreto, de acordo com a NBR 8522 (ABNT, 2008).

O transporte e lançamento do concreto nas formas das lajes foi realizado através de uma bomba lança e adensado com o auxílio de um vibrador do tipo agulha conforme mostram as Figuras 4.38 e 4.39. A regularização das superfícies das lajes foi realizada com a utilização de régua em alumínio. O concreto utilizado foi submetido ao ensaio de abatimento do tranco de cone seguindo as recomendações da norma NBR NM 67 (ABNT, 1998) e apresentou abatimento de 110 mm \pm 10 mm conforme mostra a Figura 4.40. O processo de cura das

lajes se deu com a utilização do método do revestimento saturado. Este, foi iniciado após 4 horas da finalização da concretagem e se deu ao longo dos primeiros 7 dias, onde as lajes foram molhadas 3 vezes ao dia.

Os ensaios de tração por compressão diametral, compressão e módulo de elasticidade foram realizados no dia do ensaio das lajes conforme mostra a Figura 4.41. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, e os resultados apresentados na Tabela 4.2, foram obtidos das médias dos corpos de provas.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do concreto

Laje	f_{ck} (MPa)	f_{ct} (MPa)	E_c (GPa)
LR	23,3	1,89	28,1
L1			
L2	23,7	1,90	28,7
L3			



Figura 4.38 – Bomba lança utilizada durante a concretagem



Figura 4.39 – Lançamento do concreto na laje



Figura 4.40 – Ensaio de abatimento do tronco de cone



Figura 4.41 – Propriedades mecânicas do concreto

4.7.2. Aço

Foram utilizados neste trabalho barras de aço de três diâmetros diferentes: 10,0 mm (CA-50 A), 6,3 mm (CA-50 B) e 5,0 mm (CA-60). Estas barras de aço foram submetidas a ensaio de tração axial seguindo as recomendações na NBR 6892 (ABNT, 2013), onde foram realizadas a retirada de 3 amostras por barra e através das médias dos resultados foram obtidos os valores a serem utilizados para o trabalho. A Tabela 4.3 apresenta as propriedades mecânicas das barras e as Figuras 4.42 e 4.43 mostram o diagrama tensão x deformação das barras de 10 mm e de 6.3 mm.

Tabela 4.3 – Características das barras de aço

Finalidade	Ø (mm)	f_{ys} (MPa)	ϵ_{ys} (‰)	f_u (MPa)	E_s (GPa)
Armadura superior da laje e longitudinal do pilar	10,0	538	2,51	662	214
Armadura inferior da laje	6,3	620	5,1	595	236
Armadura de borda da abertura e estribo do pilar	5,0	583	4,5	697	233

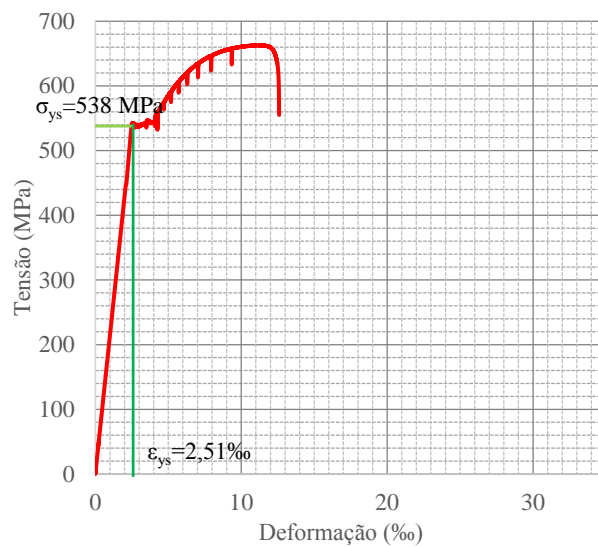


Figura 4.42 – Diagrama tensão x deformação da barra de 10 mm

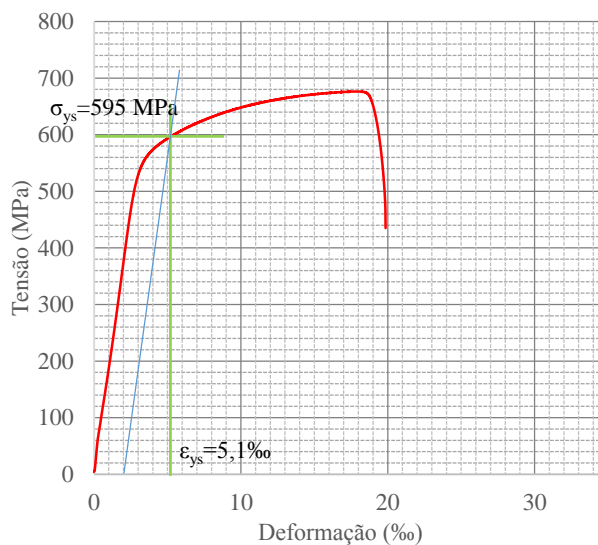


Figura 4.43 – Diagrama tensão x deformação da barra de 6,3 mm

5. Resultado dos Ensaiois

São apresentados neste capítulo os resultados obtidos experimentalmente que fizeram parte desta pesquisa. As monitorações realizadas obtiveram dados sobre as deflexões das lajes, comportamento do concreto, das armaduras de flexão, mapa de fissuração, cargas últimas observadas, localização e tipo de ruptura.

5.1. Deslocamentos Verticais

Conforme abordado anteriormente, os deslocamentos verticais das lajes foram determinados através da utilização de 9 deflectômetros digitais, e o do tirante foi instrumentado com um deflectômetro analógico a fim de verificar se há algum deslocamento. As leituras dos dados fornecidos pelos deflectômetros foram feitas durante os intervalos entre os passos de carga. Com base nos dados obtidos, foi possível avaliar o comportamento das lajes em função dos deslocamentos verticais obtidos nos locais instrumentados. Os resultados mostram que, para todas as lajes, os maiores valores de deslocamentos verticais ocorreram na região central. Na laje L2, onde a abertura estava posicionada a $0,5 \cdot d$, observou-se no deflectômetro d8 deslocamentos mais próximos do deflectômetro d1.

As lajes apresentaram comportamento carga x deslocamento próximos, apresentando coeficiente de variação em torno de 13% na última leitura do deflectômetro d1, onde a laje L3 apresentou maior deslocamento. No geral a presença e o posicionamento das aberturas não alterou o comportamento das lajes quanto ao deslocamento vertical. As Figuras 5.1 a 5.5 apresentam os diagramas das leituras obtidas pelos deflectômetros distribuídos nas lajes. As Figuras 5.7 a 5.10 mostram graficamente leituras feitas ao longo dos cortes apresentados na Figura 5.6.

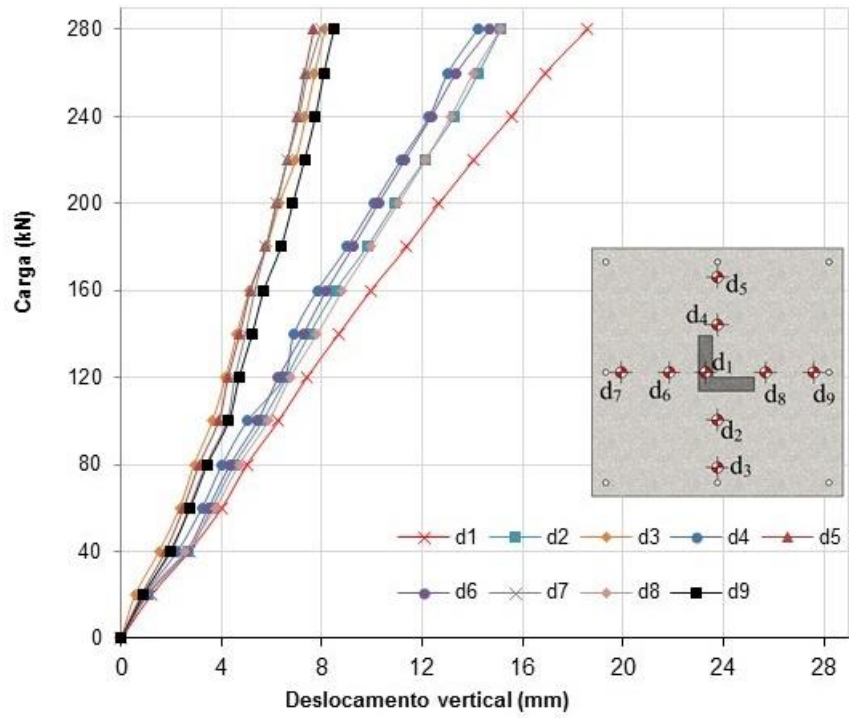


Figura 5.1 – Deslocamentos verticais na laje LR

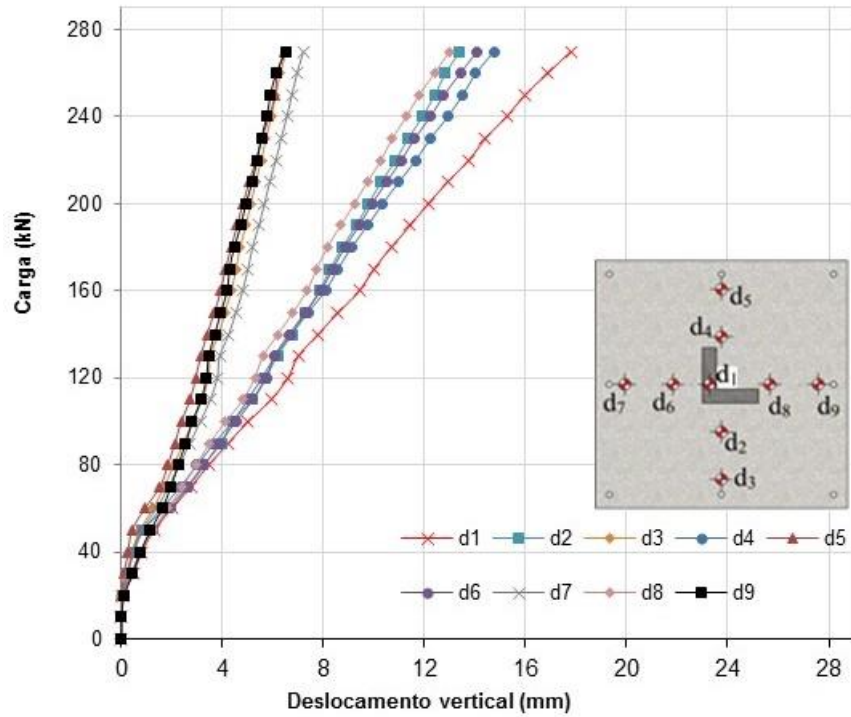


Figura 5.2 – Deslocamentos verticais na laje L1

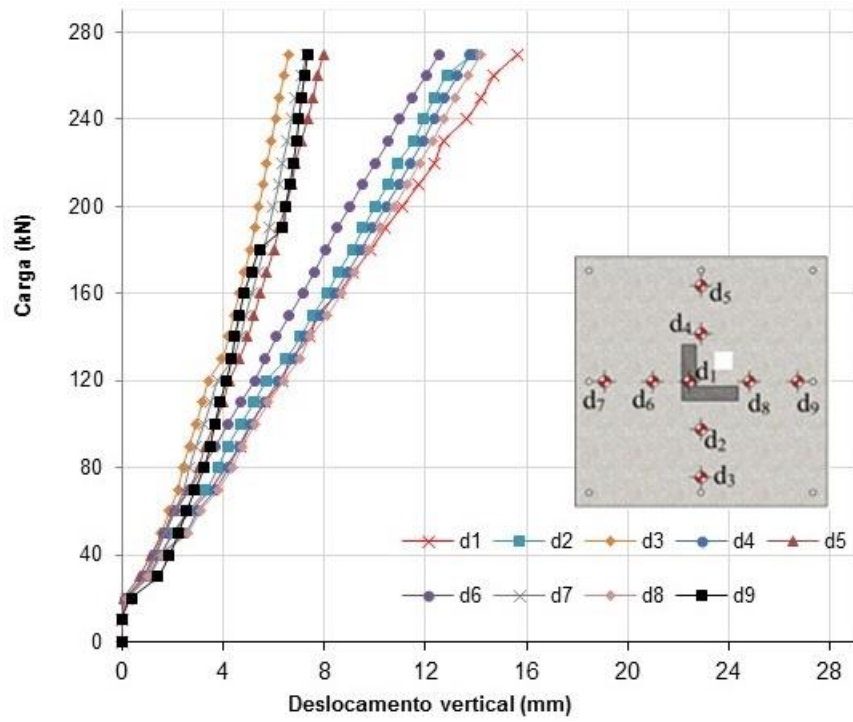


Figura 5.3 – Deslocamentos verticais na laje L2

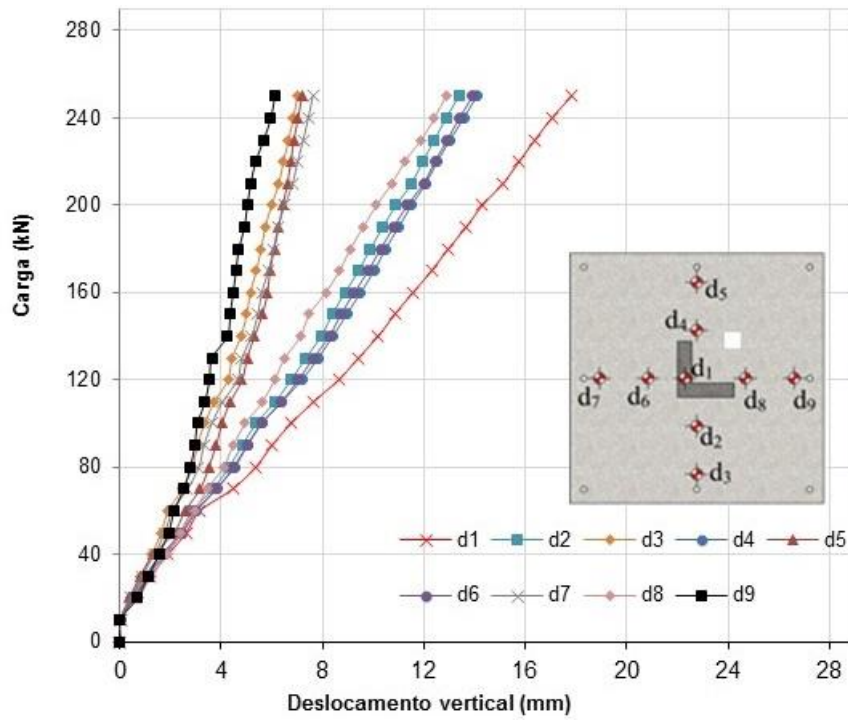


Figura 5.4 – Deslocamentos verticais na laje L3

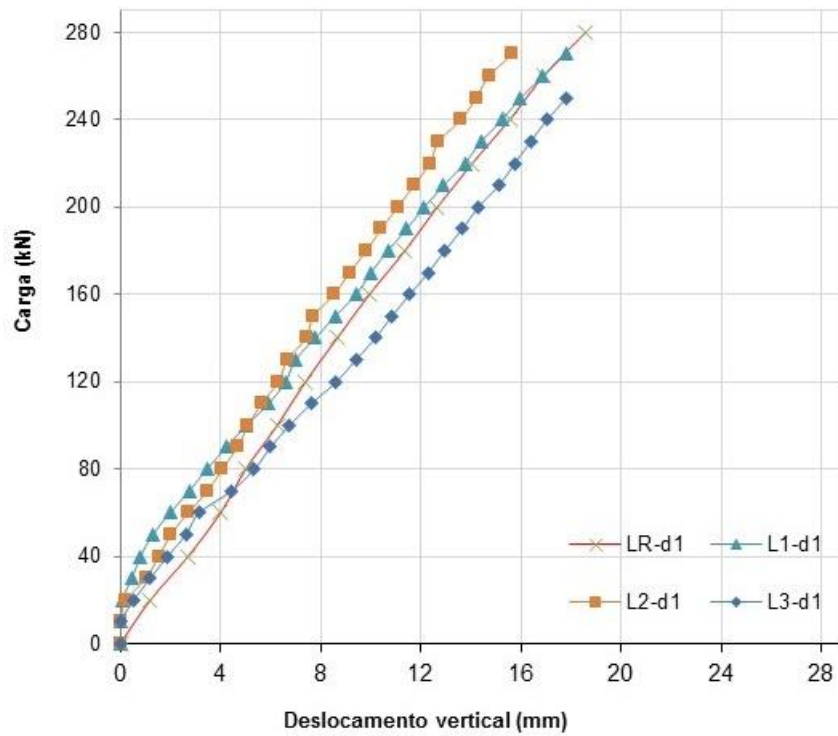


Figura 5.5 – Deslocamentos verticais no ponto central (deflectômetro d1) das lajes

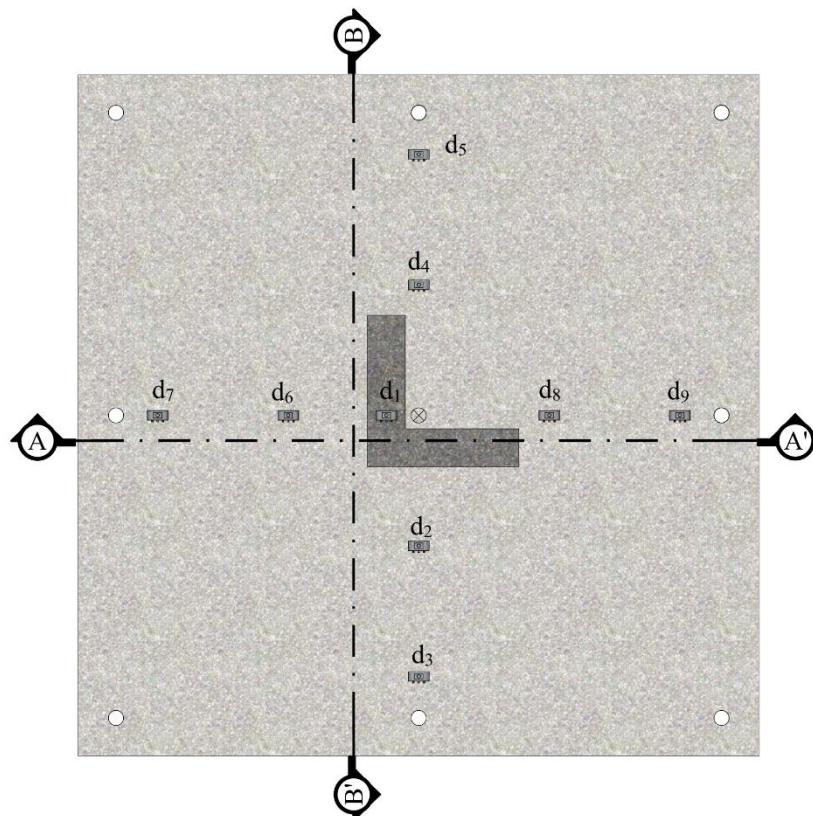


Figura 5.6 – Posição e sentido da leitura dos relógios, válido para todas as lajes

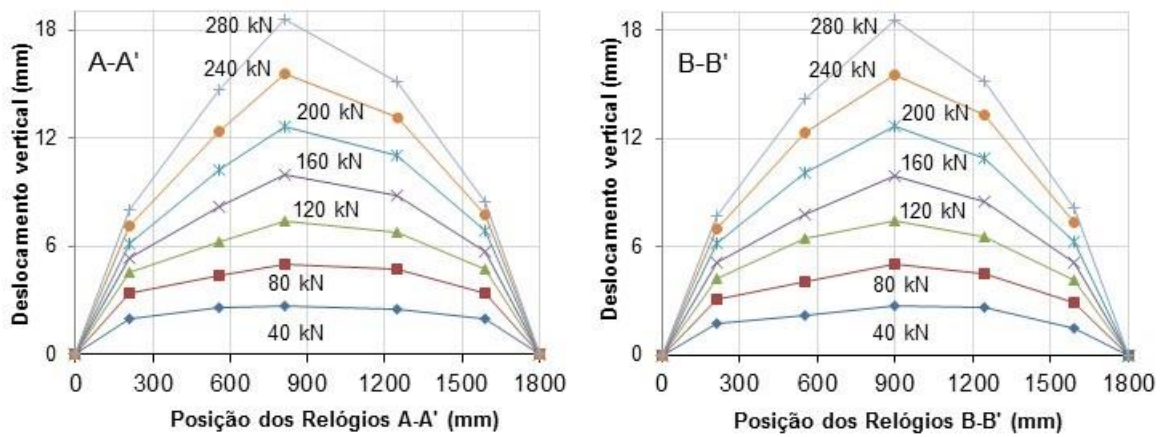


Figura 5.7 – Deslocamentos verticais na laje LR nas direções A-A' e B-B'

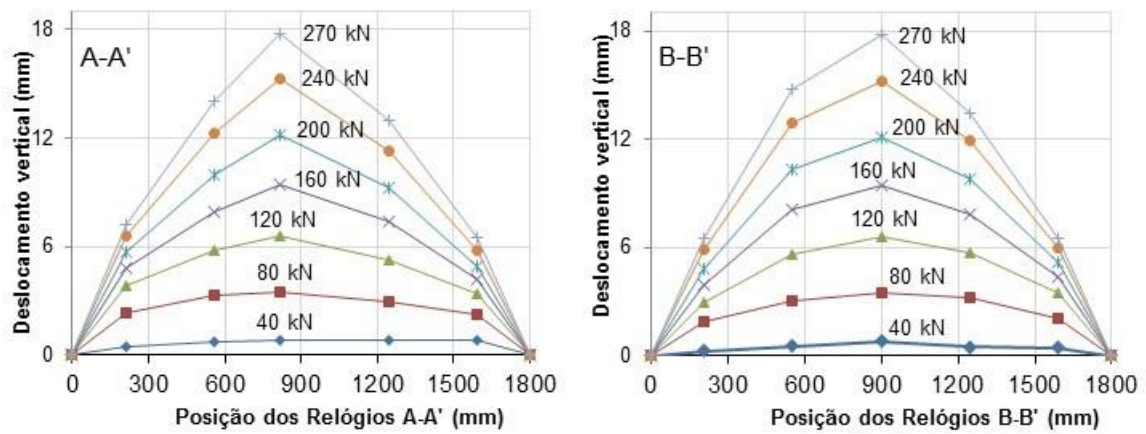


Figura 5.8 – Deslocamentos verticais na laje L1 nas direções A-A' e B-B'

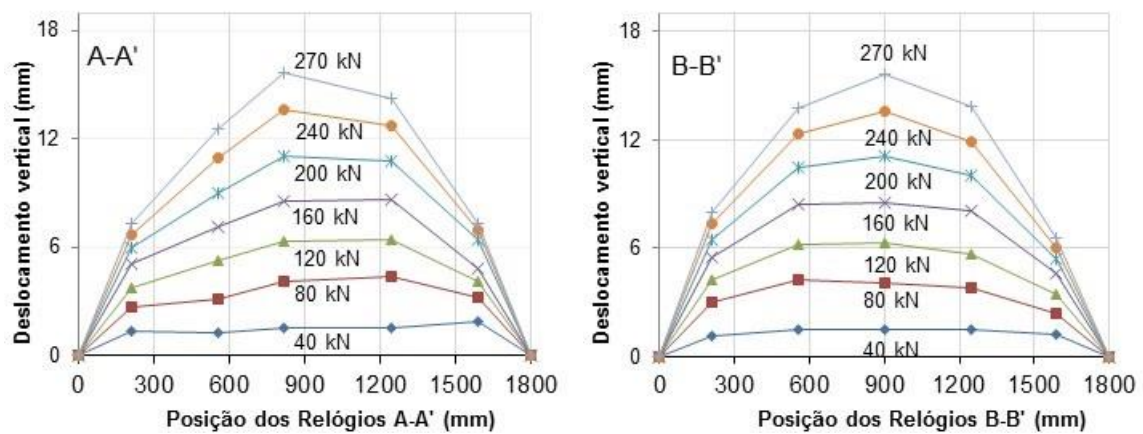


Figura 5.9 – Deslocamentos verticais na laje L2 nas direções A-A' e B-B'

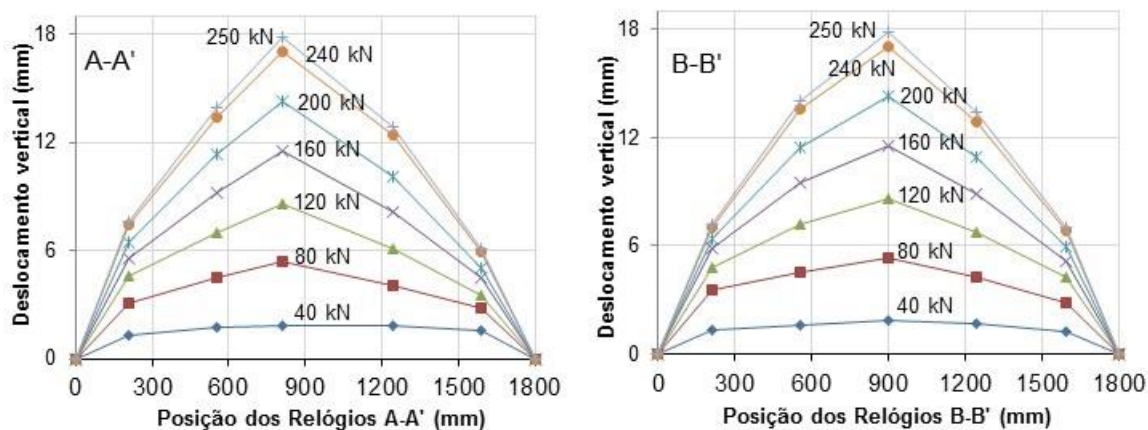


Figura 5.10 – Deslocamentos verticais na laje L3 nas direções A-A' e B-B'

5.2. Deformação nas Armaduras

Em todas as lajes ensaiadas, as maiores deformações nas armaduras ocorreram nas barras instrumentadas próximas ao centroide da laje. Nas lajes L1 e L2, é possível perceber que as maiores deformações eram obtidas nos extensômetros mais próximos da abertura. Todas as lajes apresentaram pelo menos duas armaduras com deformação correspondente à tensão de escoamento obtida nos ensaios. As deformações das armaduras das lajes variaram, seja pela presença ou não de aberturas, seja pelo posicionamento das aberturas. Na laje LR as barras mais distantes do pilar apresentaram as menores deformações enquanto que as barras próximas ao centro de gravidade da laje apresentaram as maiores deformações. Nas lajes com aberturas as maiores deformações continuaram sendo medidas na região central da laje, porém o comportamento das barras afastadas do centro foi modificado, de tal modo que a presença de aberturas fez com que as barras mais afastadas do centro apresentassem deformações mais próximas das obtidas pelas barras centrais.

A laje L2 foi a única em que todas as armaduras instrumentadas escoaram enquanto que na laje LR e L1 apenas os extensômetros ϵ_{s2} , ϵ_{s3} e ϵ_{s6} apresentaram deformação correspondente à tensão de escoamento. Já a laje L3, até a última leitura realizada, correspondente a carga de 250 kN, apresentou apenas um extensômetro com deformação superior a 2,51 %, porém, esta laje rompeu com o carregamento de 277 kN, indicando que possivelmente mais uma ou duas armaduras iriam atingir a deformação de escoamento. Em todas as lajes, a carga que provocou deformação nas barras instrumentadas igual a deformação de escoamento ficou entre 200 kN a 221 kN. Nas Figura 5.11 a Figura 5.14, são

mostrados os gráficos Carga x Deformação das barras instrumentadas de todas as lajes. Ao se analisar os gráficos, nota-se que a presença e o posicionamento das aberturas influenciou no comportamento das deformações das armaduras instrumentadas.

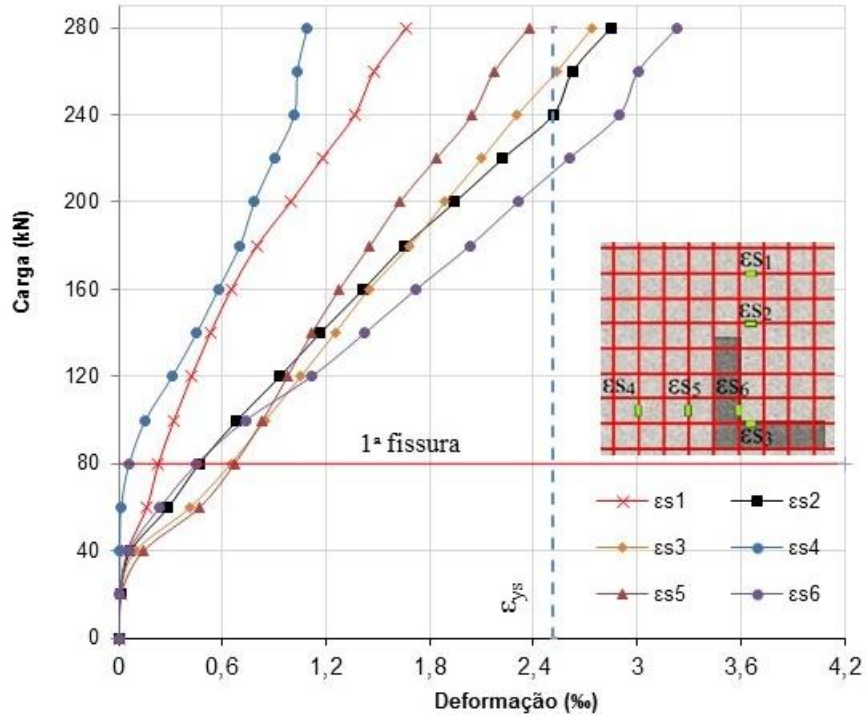


Figura 5.11 – Deformações nas armaduras de flexão da laje LR

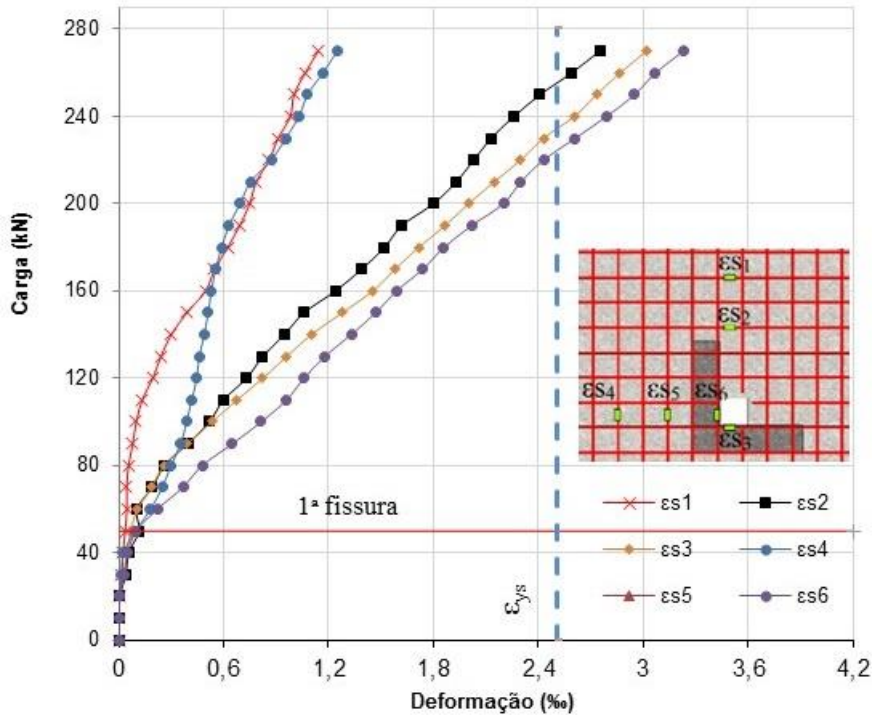


Figura 5.12 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L1

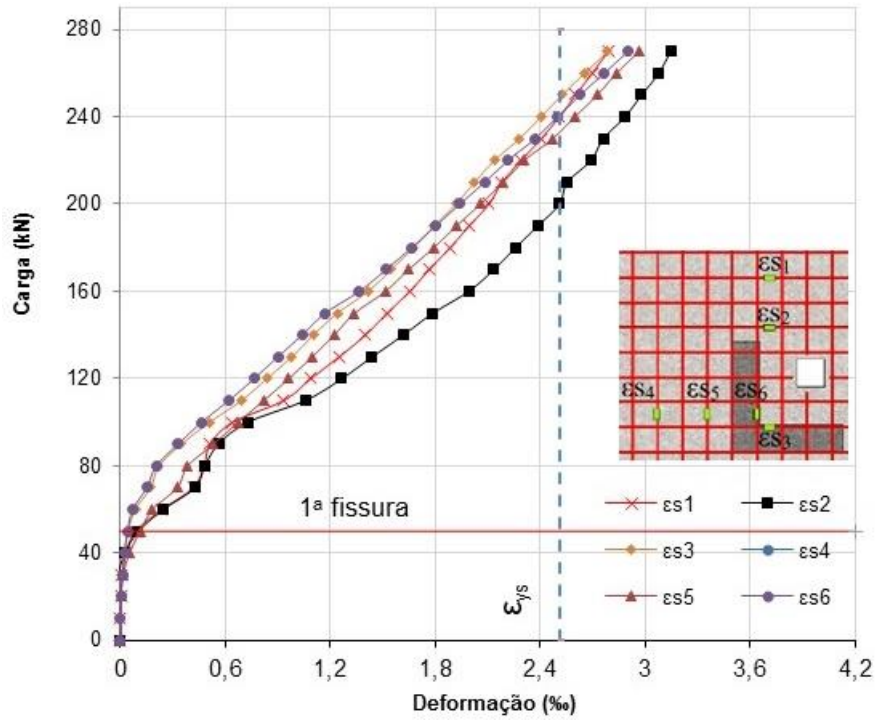


Figura 5.13 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L2

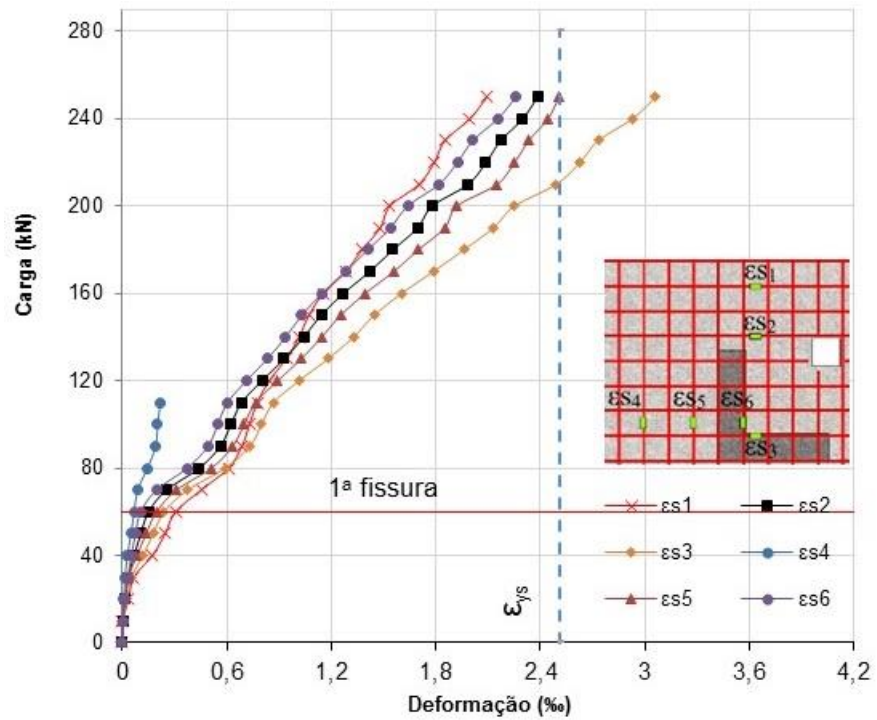


Figura 5.14 – Deformações nas armaduras de flexão da laje L3

5.3. Deformações no Concreto

As leituras realizadas nos extensômetros localizados na superfície inferior da laje, mostraram deformações inferiores à de esmagamento do concreto ($\epsilon_c > 3,5\%$), indicando que a integridade do concreto nas regiões analisadas não foi comprometida. Em todas as lajes ensaiadas, o extensômetro $\epsilon c2$ foi o que apresentou as maiores deformações. A maior deformação medida por este extensômetro foi observado na laje LR onde apresentou valor de 1,79‰, nas demais lajes a deformação ficou próxima de 1,4‰, mostrando que uma ruptura por esmagamento do concreto próxima a essa região é improvável. Já nos extensômetros $\epsilon c1$ e $\epsilon c3$ foi possível perceber que, nas lajes com aberturas, quanto mais a abertura se afasta do pilar, maiores são as diferenças de valores entre os dois. As Figuras 5.15 a 5.18 mostram as curvas carga-deformação do concreto na superfície inferior das lajes ensaiadas. A presença de aberturas não alterou de forma significativa o comportamento do extensômetro $\epsilon c2$, e influenciou pouco no comportamento dos extensômetros $\epsilon c1$ e $\epsilon c3$.

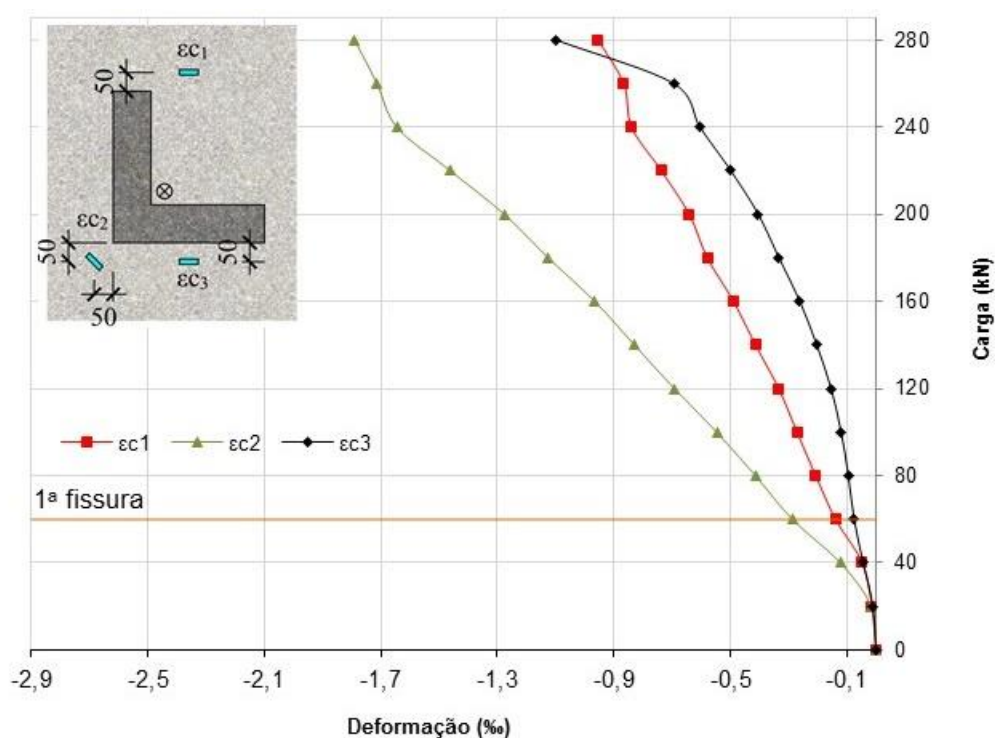


Figura 5.15 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje LR

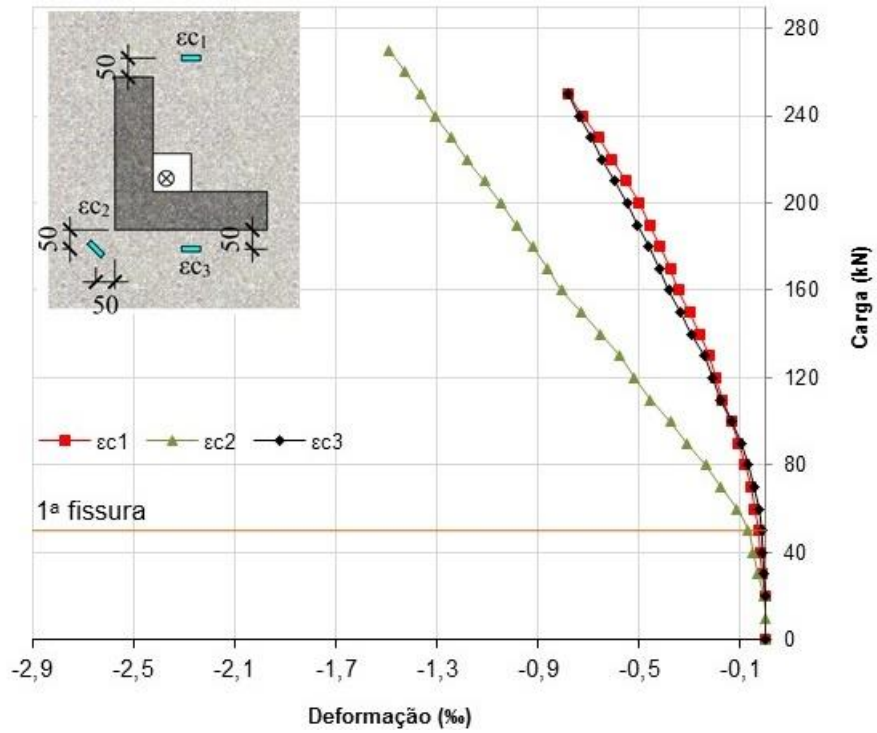


Figura 5.16 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L1

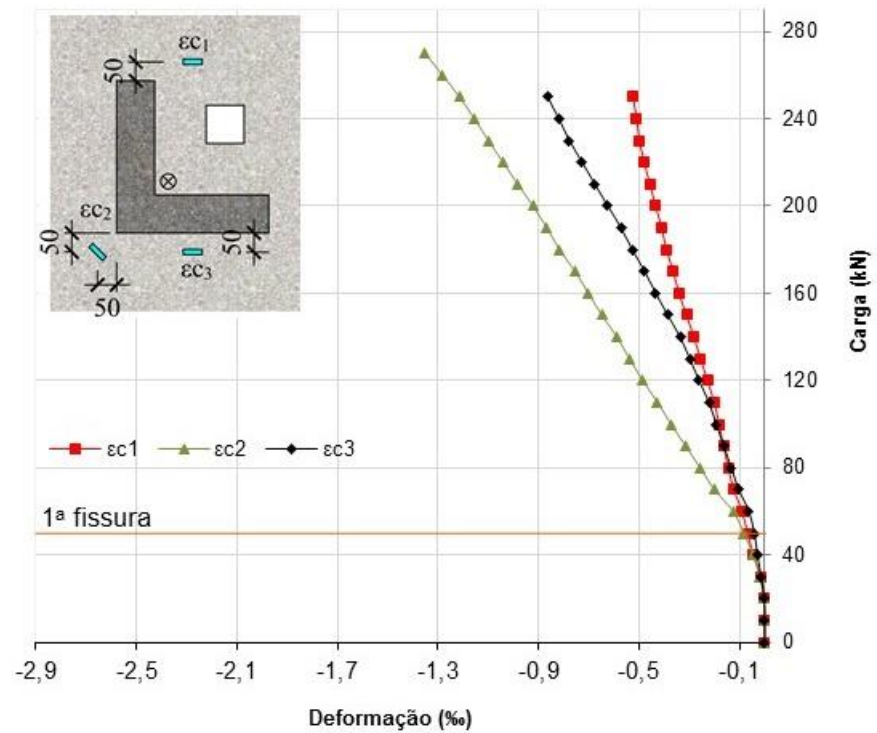


Figura 5.17 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L2

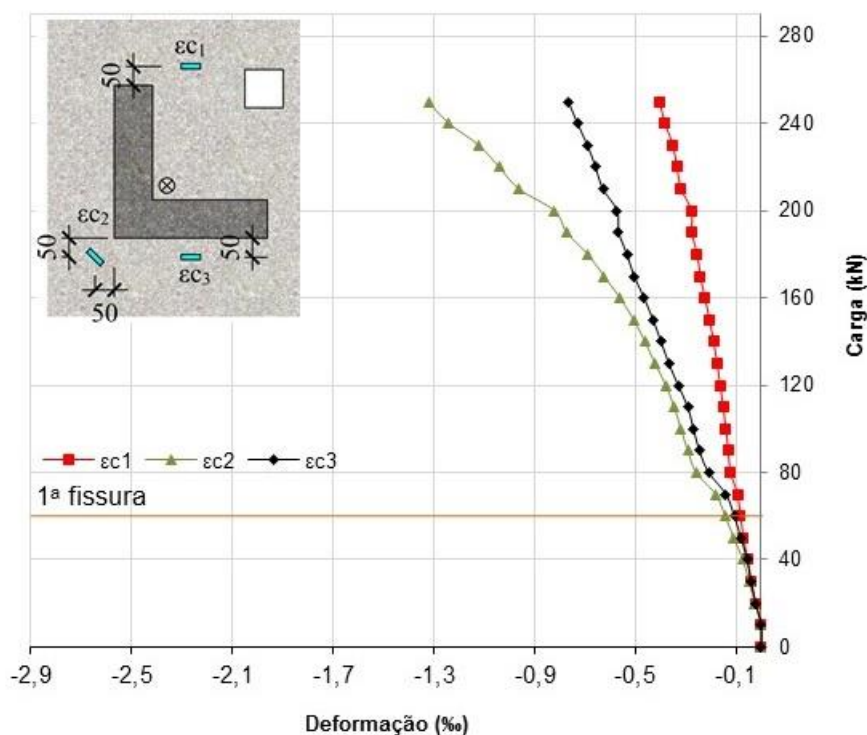


Figura 5.18 – Deformações monitoradas na superfície do concreto da laje L3

5.4. Mapas de Fissuração

Em todas as lajes, o padrão de fissuração ocorreu de modo semelhante, com as primeiras fissuras sendo radiais que se iniciavam na projeção da face do pilar até as bordas das lajes, com posterior surgimento de fissuras tangenciais. As lajes LR, L1, L2 e L3 apresentaram a primeira fissura radial com 28%, 18%, 18% e 21% da carga última das lajes, respectivamente, já as fissuras tangenciais iniciaram a 35%, 26%, 36% e 36% da carga última das respectivas lajes. As lajes que possuíam aberturas apresentaram primeira fissura com carga inferior em média 33%, sendo que esta surgiu no canto da abertura, no caso da L2 e L3 apresentaram primeira fissura em 2 dos 4 cantos da abertura. As lajes com abertura apresentaram, até a carga última, fissuras saindo dos 4 cantos da abertura. A presença de aberturas adjacente ao pilar e a $0,5 \cdot d$, aparentemente levou as lajes a apresentarem maior quantidade de fissuras. As Figuras 5.19 a 5.22 mostram os mapas de fissuração das lajes.

Tabela 5.1 – Cargas de surgimento de fissuras radiais e tangenciais

Laje	1ª Fissura radial		1ª Fissura tangencial	
	P (kN)	% P_u	P (kN)	% P_u
LR	80	28,3	100	35,3
L1	50	18,3	70	25,6
L2	50	18,2	100	36,4
L3	60	21,7	100	36,1

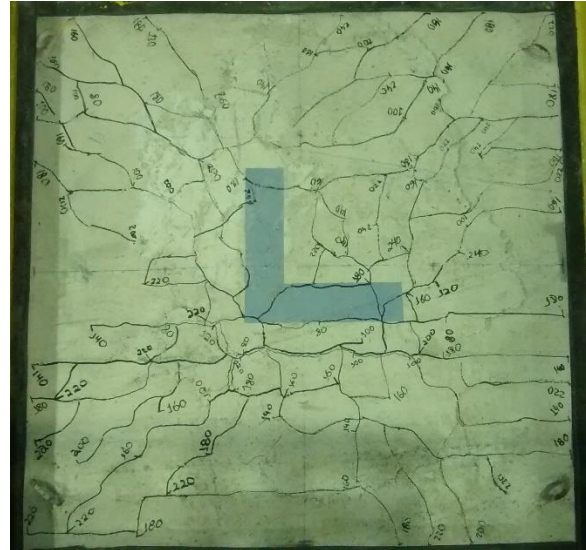
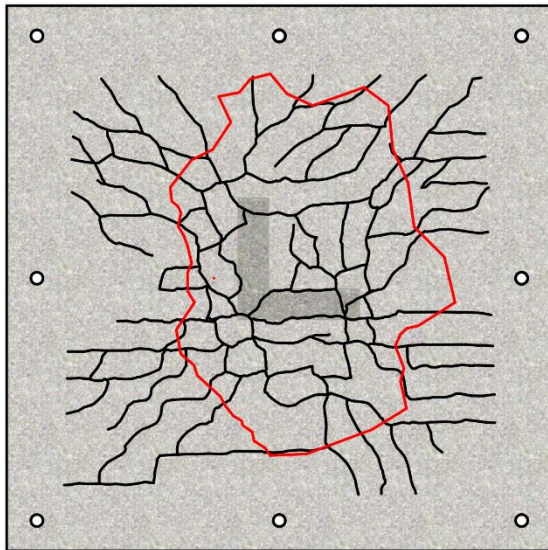


Figura 5.19 – Padrão de fissuração da laje LR

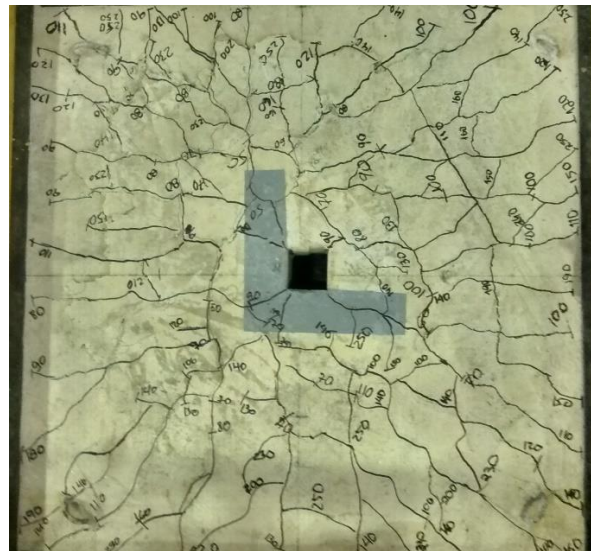
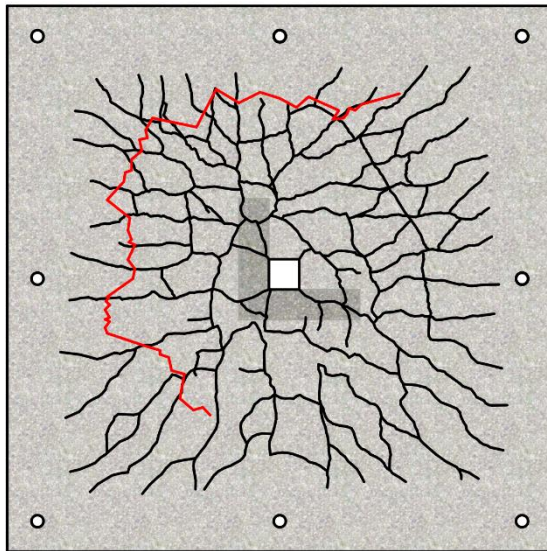


Figura 5.20 – Padrão de fissuração da laje L1

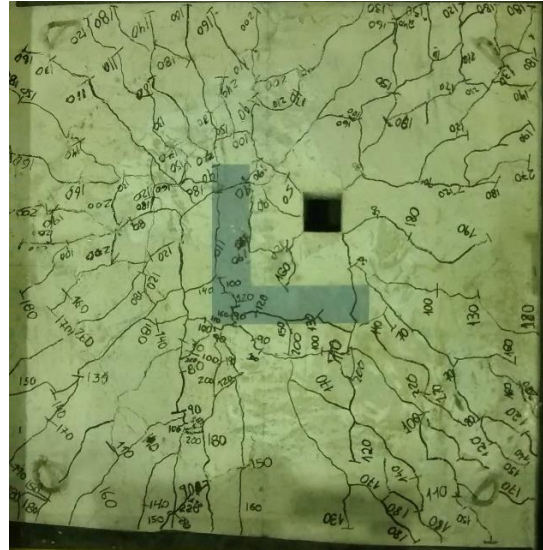
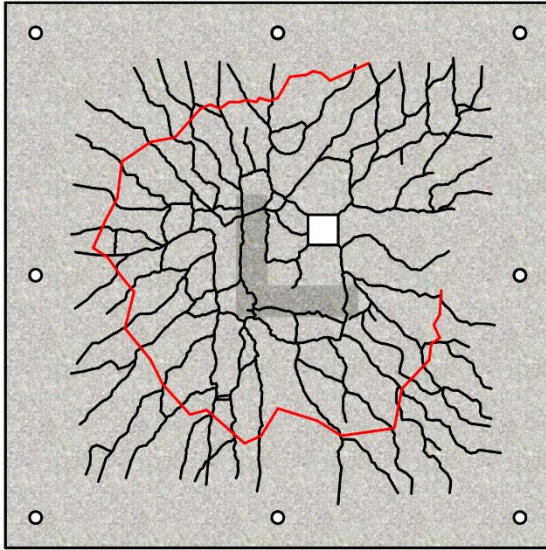


Figura 5.21 – Padrão de fissuração da laje L2

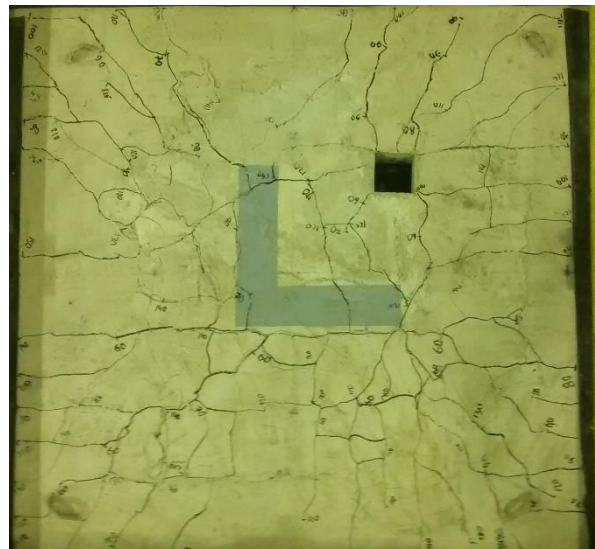
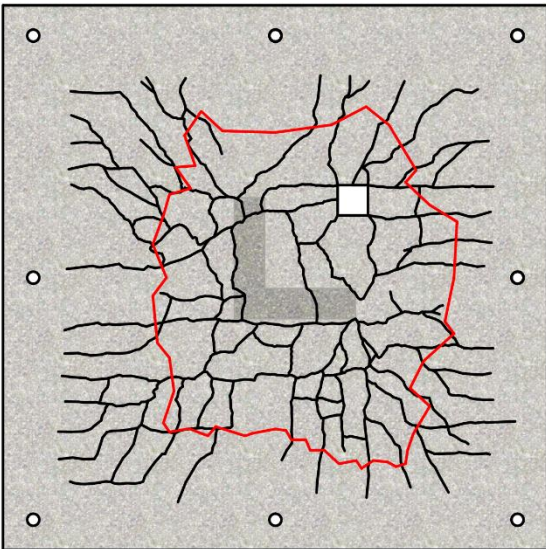


Figura 5.22 – Padrão de fissuração da laje L3

5.5. Cargas Últimas e Modos de Ruptura

Todas as lajes romperam de forma brusca por puncionamento com escoamento da armadura de flexão. A carga de escoamento foi determinada como sendo o carregamento em que a primeira barra instrumentada atingiu a deformação de escoamento. A laje LR foi a que apresentou maior carga de ruptura 285 kN, já as lajes L1, L2 e L3 romperam com 273 kN, 275 kN e 277 kN, respectivamente, que levou a uma depreciação média de resistência de 3,5% quando comparadas com a laje LR, deixando evidente que as, posições e geometrias

da abertura avaliadas neste trabalho, não alteraram significativamente o comportamento da laje em termos de carga de ruptura e carga de escoamento das armaduras de flexão.

Para determinação dos ângulos de inclinação das superfícies de ruptura e determinação das alturas úteis (ver Figura 5.24), as lajes foram seccionadas diagonalmente (vértice do quadrante C ao vértice do quadrante A) com uma cortadora de pisos à combustão da marca Menegotti, modelo HCC16, com profundidade de corte de até 140 mm, mostrada na Figura 5.25. Devido a limitação da profundidade de corte do equipamento utilizado, o seccionamento se deu em duas etapas, primeiramente se cortou a laje pela sua superfície superior (ver Figuras 5.26 e 5.27) e depois esta foi invertida para a realização do corte do pilar conforme mostra a Figura 5.28. A localização dos quadrantes das lajes é mostrada na Figura 5.23.

Analisando as superfícies de ruptura e os cortes realizados nas lajes, nota-se que a inclinação das fissuras que se iniciam no vértice do pilar no quadrante C, tende a diminuir, conforme a abertura se afasta do centroide da laje. Em todas as lajes com aberturas houve o aparecimento de fissuras nas faces da abertura e a superfície de ruptura da face superior da laje no quadrante A (onde se localizavam as aberturas) se distanciou do centroide ou não ficou aparente na superfície da laje. Quanto as superfícies de ruptura na base das lajes com abertura, elas interceptaram os vértices das aberturas independentemente da posição destes, já para a laje de referência, a fissura se propagou praticamente retilínea entre os vértices. A Tabela 5.2 apresenta os modos de ruptura e os ângulos de inclinação observados. As Figuras 5.29 a 5.33, mostram as superfícies de rupturas observadas após a finalização dos ensaios. A presença de aberturas bem como a variação no posicionamento alterou a superfície de ruptura das lajes.

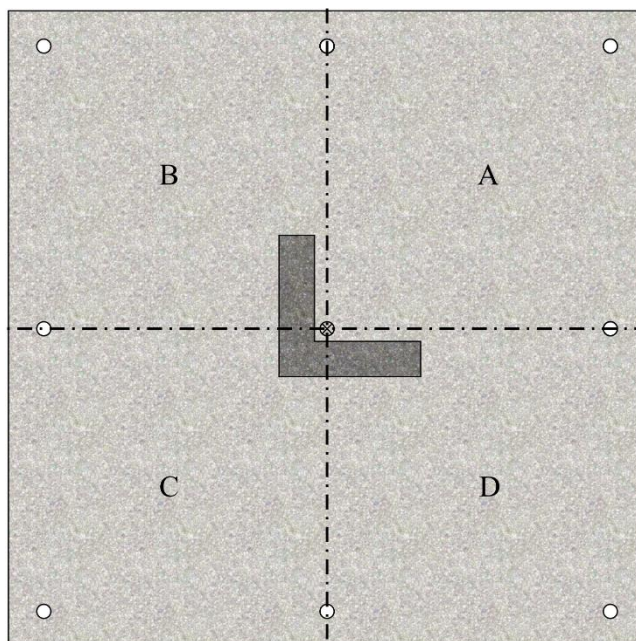


Figura 5.23 – Identificação dos quadrantes das lajes

Tabela 5.2 – Cargas, alturas úteis, modos e superfícies de ruptura das lajes

Laje	d (mm)	ρ (%)	P_{ys} (kN)	P_u (kN)	Modo de Ruptura	Inclinação da ruptura (quadrante C)	Inclinação da ruptura (quadrante A)
LR	93	0,94	213	285	Punção com escoamento da armadura de flexão	30°	27
L1	93		221	273		23°	16
L2	95	0,92	200	275		23°	-
L3	95		210	277		21°	-

d – altura útil da laje (mm); ρ - taxa de armadura de flexão da laje (%); P_{ys} – carga de escoamento das armaduras (kN); P_u – carga última de ruptura da laje (kN).



Figura 5.24 – Determinação das alturas úteis das lajes



Figura 5.25 – Equipamento utilizado no corte das lajes



Figura 5.26 – Corte da superfície superior da laje



Figura 5.27 – Laje após o corte da superfície superior



Figura 5.28– Corte do pilar da laje

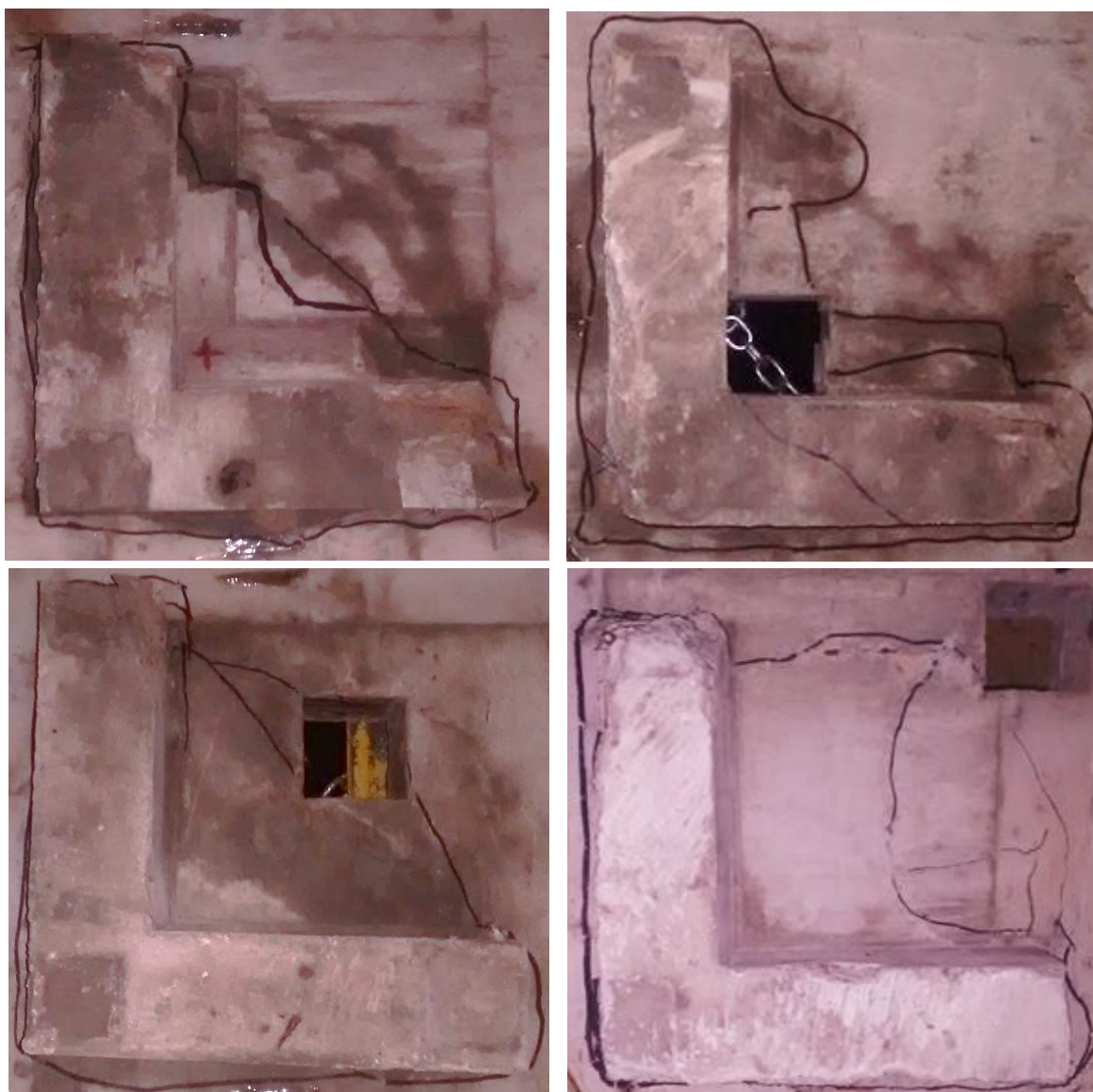


Figura 5.29 – Superfície de ruptura na base das lajes ensaiadas

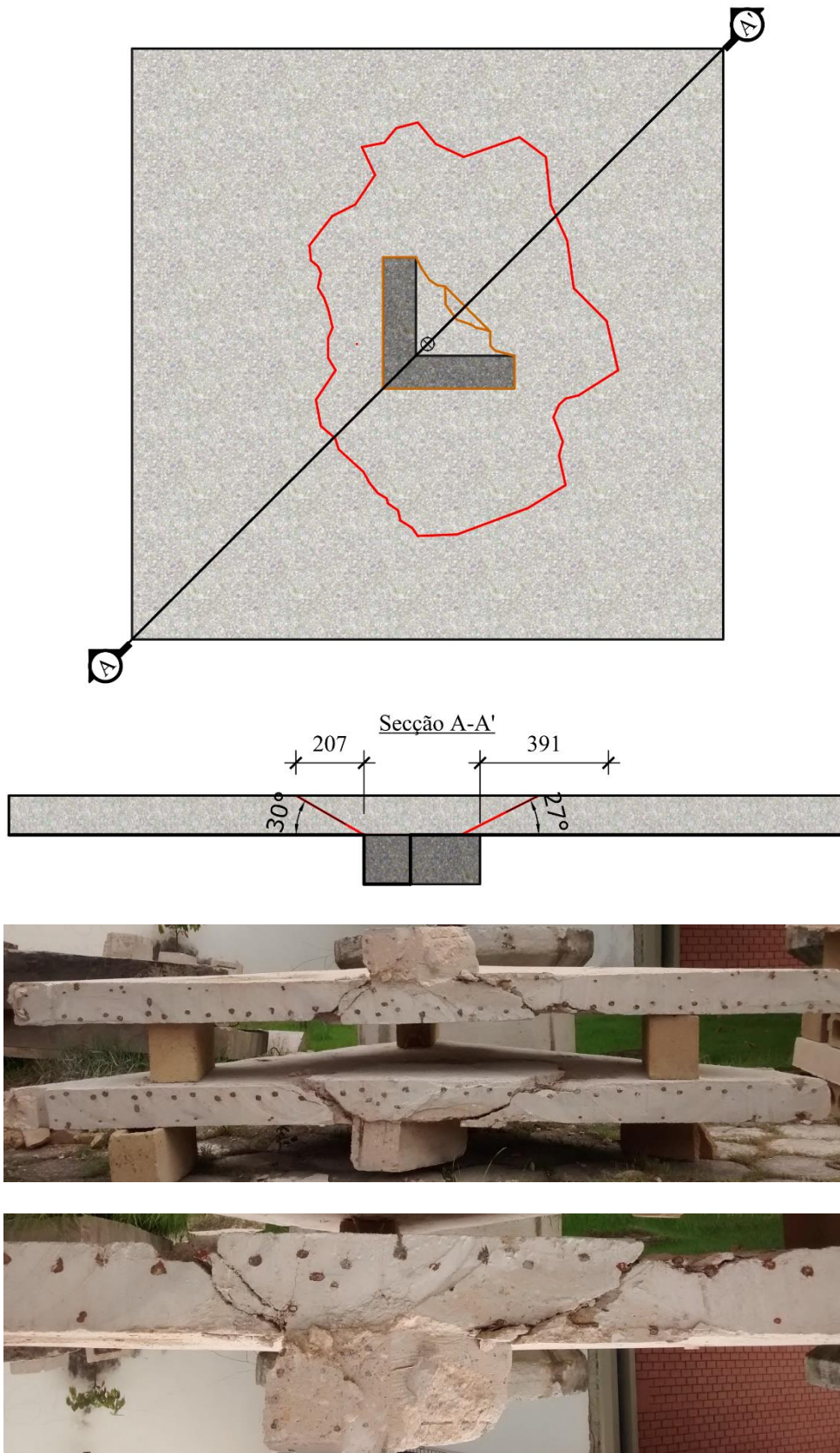


Figura 5.30 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje LR

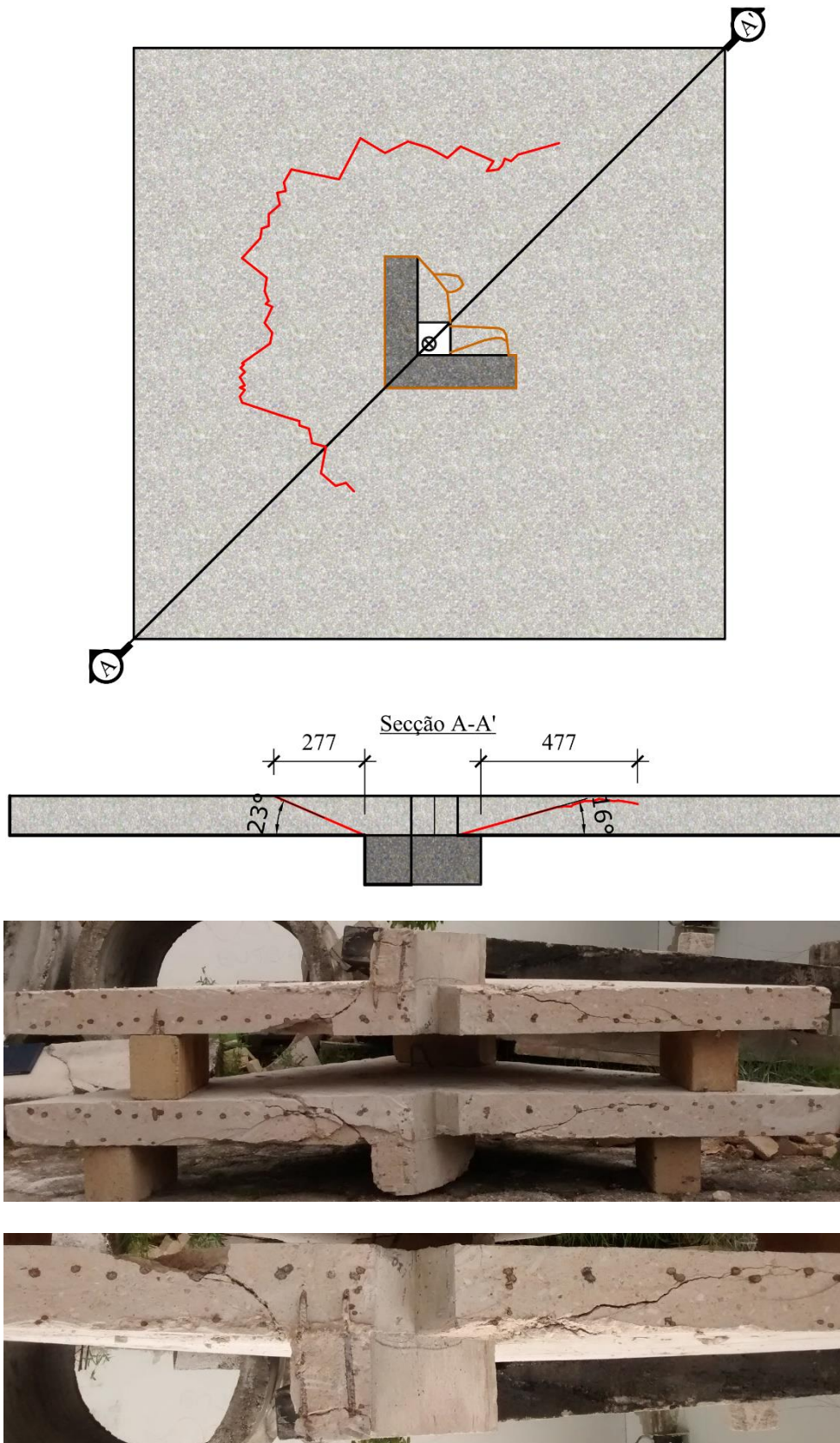


Figura 5.31 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L1

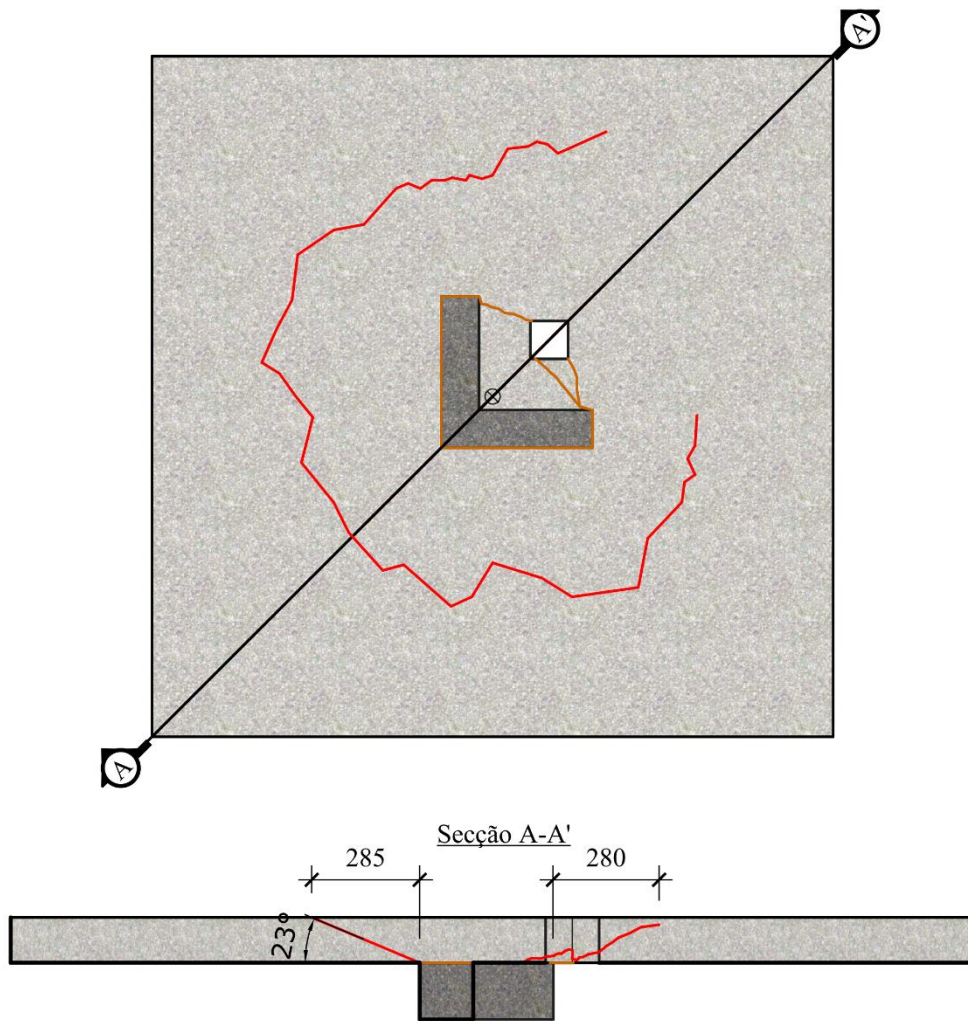


Figura 5.32 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L2

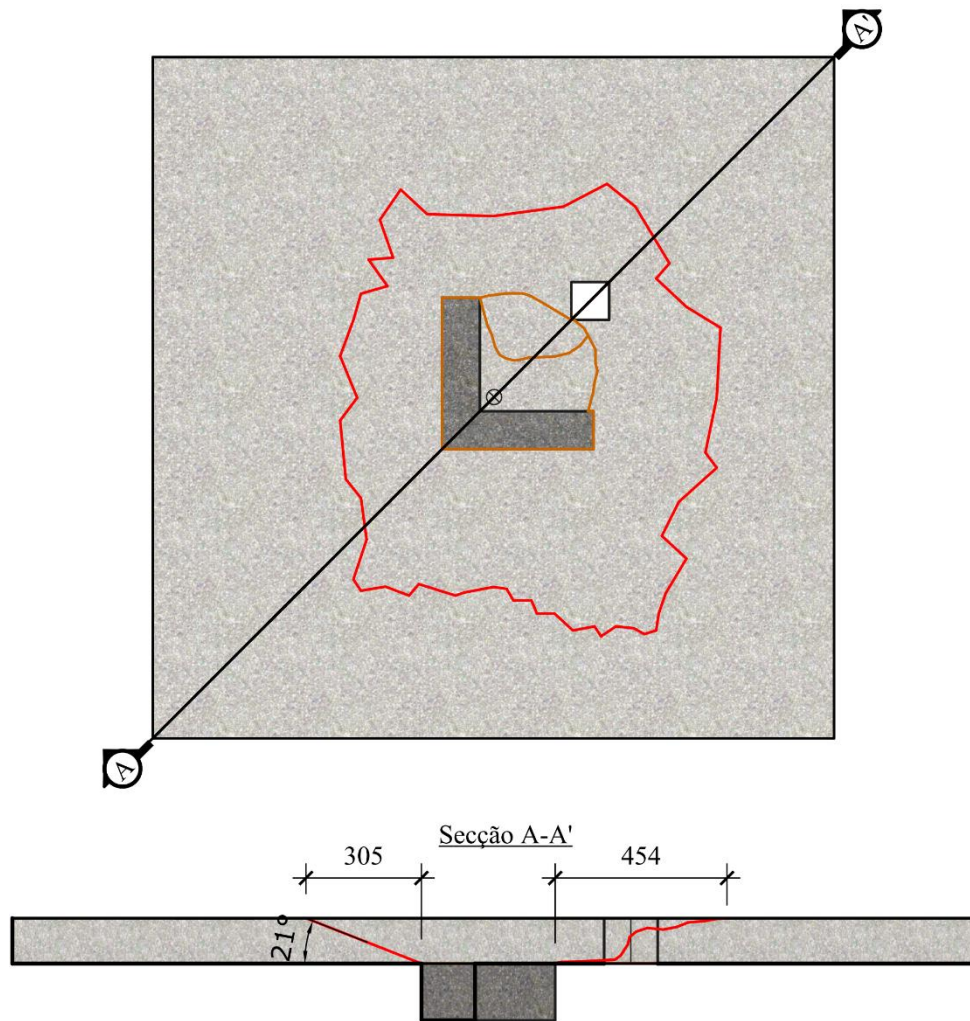


Figura 5.33 – Superfície e inclinação do cone de ruptura da laje L3

6. Resultados Teóricos

6.1. Considerações Iniciais

Neste capítulo será apresentada uma análise dos resultados estimados para carga de ruptura à punção pelas normas: ACI 318 (ACI, 2011), Eurocode 2 (CEN, 2004), Model Code 2010 (*fib*, 2011) e NBR 6118 (ABNT, 2014) e pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) (MUTTONI, 2008). No caso da Model Code 2010 (*fib*, 2011) e da TFCC, foi utilizado para a obtenção da rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada (ψ) o nível de aproximação 4 (LoA 4). Também será comentado os resultados de resistência à flexão obtidos com base na Teoria da Linha de Ruptura.

6.2. Resistência à Punção

Neste item, serão apresentadas as cargas últimas de ruptura por punção estimadas pelas normas avaliadas. A Tabela 6.1 apresenta de maneira resumida algumas características das normas analisadas.

Tabela 6.1 – Características das normas analisadas

Norma	Tensões resistentes do concreto	Perímetro crítico
ACI 318 (ACI, 2011)	$\leq \begin{cases} \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \cdot \sqrt{f_c} \\ \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \sqrt{f_c} \\ \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \end{cases}$	b_0 Perímetro a $0,5 \cdot d$ com cantos retos.
Eurocode 2 (CEN, 2004)	$0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3}$	u_1 Perímetro a $2,0 \cdot d$ com cantos abaulados.
Model Code 2010 (fib, 2011)	$k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v$	b_1 Perímetro a $0,5 \cdot d$ com cantos abaulados. Perímetro paralelo as faces do pilar com comprimento máximo de $3,0 \cdot d$
NBR 6118 (ABNT, 2014)	$0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3}$	C' Perímetro a $2,0 \cdot d$ com cantos abaulados.
TFCC (MUTTONI, 2008)	$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{3}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \left[\frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_0} \right] \right)}$	b_1 Perímetro a $0,5 \cdot d$ com cantos abaulados. Perímetro paralelo as faces do pilar com comprimento máximo de $3,0 \cdot d$

As Figura 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, mostram os perímetros de controle adotados para o cálculo das lajes de acordo com cada norma avaliada, a distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar (Δe) e área interna da região delimitada pelo perímetro de controle (A_c), esses dois últimos válidos apenas para a norma Model Code 2010 (fib, 2011) e para a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Para o caso da laje L1 em que o centroide do pilar e da laje se localiza dentro da abertura, adotou-se como origem das linhas tangentes a abertura o vértice interno do pilar em “L”, visto que as normas consultadas não estabelecem recomendação para esse tipo de situação. A Tabela 6.2 apresenta as cargas últimas estimadas pelas expressões para cada laje. A Figura 6.5 mostra os resultados da razão entre a carga experimental e carga estimada (P_u/P_n).

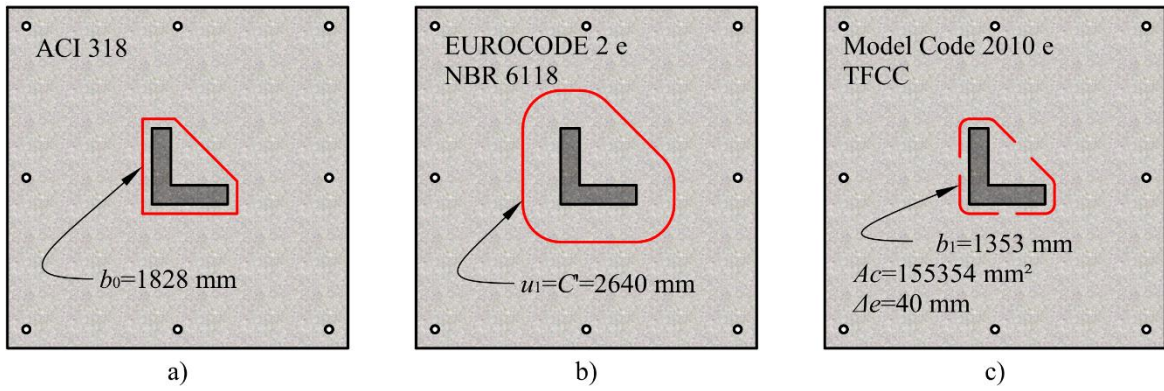


Figura 6.1 – Perímetros de controle da laje LR

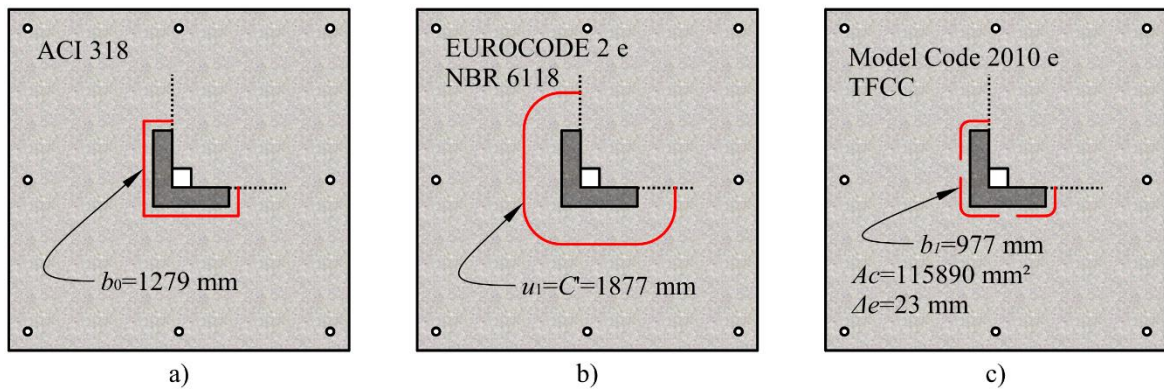


Figura 6.2 - Perímetros de controle da laje L1

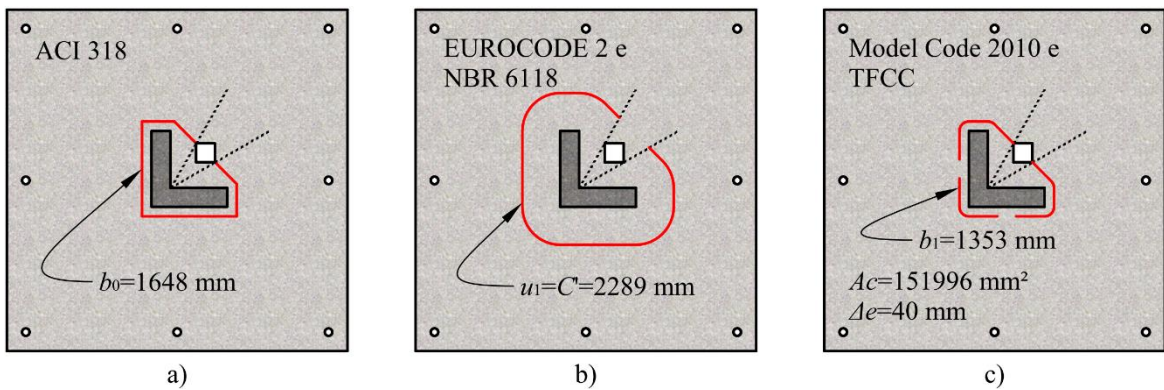


Figura 6.3 - Perímetros de controle da laje L2

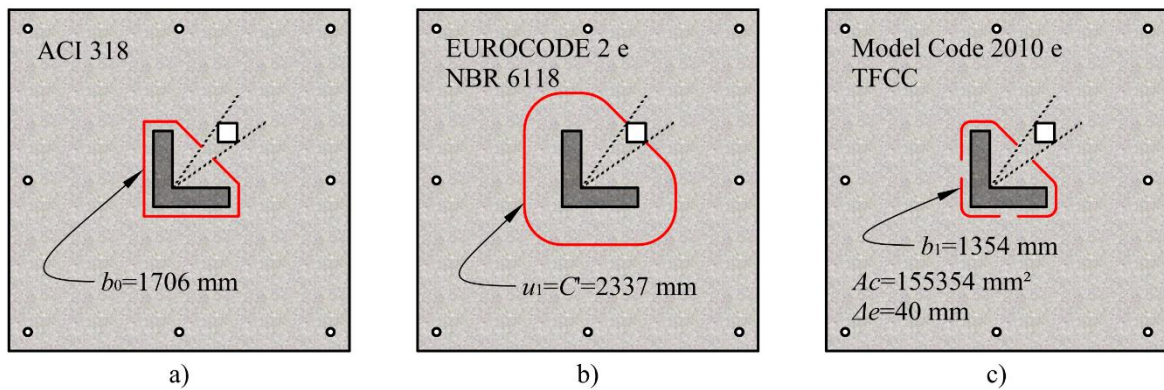


Figura 6.4 - Perímetros de controle da laje L3

Tabela 6.2 – Cargas últimas estimadas pelas normas

Laje	d (mm)	f_c (MPa)	ρ (%)	P_{ACI} (kN)	P_{EC2} (kN)	P_{MC10} (kN)	P_{NBR} (kN)	P_{TFCC} (kN)
LR	93	23,3	0,94	273,5	247,1	230,3	304,8	282,6
L1				191,4	175,7	164,1	216,6	202,6
L2	95	23,7	0,92	254,1	218,5	223,4	267,8	276,5
L3				263,0	223,2	227,5	273,5	280,9

d – altura útil da laje (mm); f_c – resistência à compressão do concreto (MPa); ρ – taxa de armadura de flexão da laje (%); P_{ACI} – carga de ruptura estimada pela ACI 318 (ACI, 2011); P_{EC2} – carga de ruptura estimada pela Eurocode 2 (CEN, 2004); P_{MC10} – carga de ruptura estimada pela Model Code 2010 (fib, 2011); P_{NBR} – carga de ruptura estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2014); P_{TFCC} – carga de ruptura estimada pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)

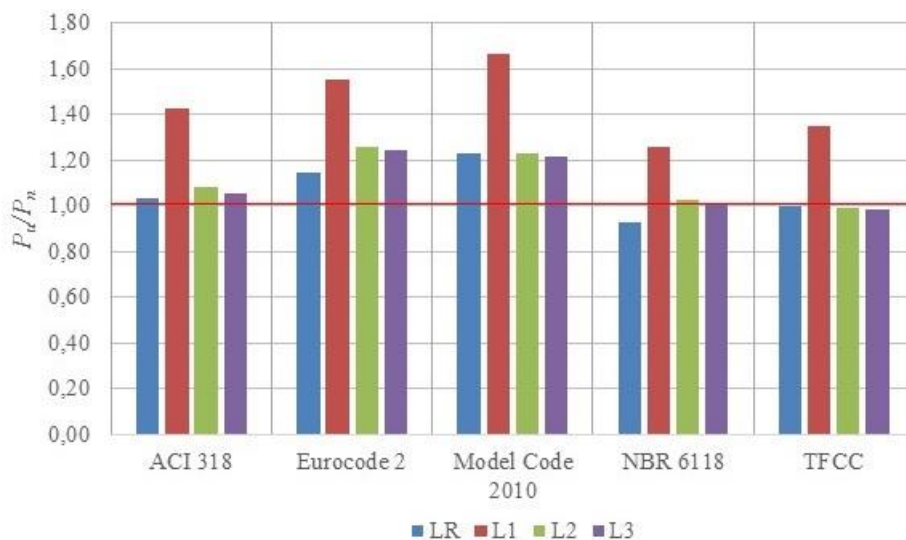


Figura 6.5 – Resultados de P_u/P_n obtidos pelas expressões analisadas

6.2.1. ACI 318 (ACI, 2011)

Esta norma previu em todas as lajes, com exceção da L1, resultados próximos aos obtidos nos ensaios, conforme apresenta a Tabela 6.3. As estimativas que mais diferiram dos resultados obtidos nos ensaios foram os da laje L1 em que a norma estimou valores 43% inferiores aos obtidos experimentalmente. Este resultado bastante conservador é devido o perímetro de controle considerado para esta laje, ser 30% inferior ao da laje de referência, porém a carga de ruptura apresentou depreciação de 2%. A laje de referência foi a que obteve resultados mais próximos aos obtidos experimentalmente, sendo eles 3% a favor da segurança. Ao se fazer a média dos resultados excluindo a laje L1, os resultados são 6% conservadores, enquanto que a média obtida analisando apenas as lajes com abertura foi 19% superior a carga de ruptura. A Tabela 6.4 apresenta a média dos resultados para cada grupo de lajes analisado.

Tabela 6.3 – Cargas últimas estimadas pela ACI 318 (ACI, 2011)

Laje	b_0 (mm)	P_u (kN)	V_{c1} (kN)	V_{c2} (kN)	V_{c3} (kN)	P_{ACI} (kN)	P_u/P_{ACI}
LR	1828	283	307,7	275,9	273,5	273,5	1,03
L1	1279	273	215,3	234,9	191,4	191,4	1,43
L2	1648	275	285,9	273,5	254,1	254,1	1,08
L3	1706	277	295,9	278,0	263,0	263,0	1,05

b_0 – perímetro de controle afastado a $0,5 \cdot d$ do pilar, com cantos retos de acordo com as prescrições a ACI 318 (ACI, 2011) (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN). P_{ACI} – carga de ruptura por punção estimada pela norma ACI 318 (ACI, 2011) que deve ser o menor dentre os valores obtido pelas expressões V_{c1} , V_{c2} e V_{c3} (kN);

$$V_{c1} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d ; V_{c2} = \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d ; V_{c3} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \text{ (kN)}$$

Tabela 6.4 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo

Grupo analisado	Quantidade de Lajes	P_u/P_{ACI}
Todas as lajes	4	1,15
Lajes com abertura	3	1,19
Todas menos a L1	3	1,06
L1	1	1,43

6.2.2. Eurocode 2 (CEN, 2004)

Avaliando somente as lajes com presença de aberturas, a norma Eurocode 2 (CEN, 2004), dentre todas as expressões avaliadas, foi a segunda mais conservadora apresentando resultados em média 30% inferiores aos obtidos experimentalmente, ao se excluir a laje L1 da média, os resultados foram 21% inferiores aos obtidos nos ensaios e a média levando-se em consideração apenas as lajes com aberturas, foi de 35% a favor da segurança. Já para a laje de referência, esta norma subestimou a resistência em 15%. A carga estimada de ruptura à punção obtida para a laje L1 foi 55% inferior ao que se obteve nos ensaios. Nesta laje (L1), o perímetro de controle foi 29% inferior ao obtido pela laje de referência, sendo que a carga de ruptura foi apenas 2% inferior, isso explica a divergência de resultados obtidos. A Tabela 6.5 apresenta os perímetros de controle e as cargas últimas estimadas por esta norma e a Tabela 6.6 apresenta a média dos resultados obtidos para cada grupo de laje.

Tabela 6.5 – Cargas últimas estimadas pela Eurocode 2 (CEN, 2004)

Laje	u_l (mm)	P_u (kN)	P_{EC2} (kN)	P_u/P_{EC2}
LR	2640	283	247,1	1,15
L1	1877	273	175,7	1,55
L2	2289	275	218,5	1,26
L3	2337	277	223,2	1,24

u_l – perímetro de controle afastado a $2,0 \cdot d$ do pilar, com cantos arredondados conforme recomendação da Eurocode 2 (CEN, 2004) (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN). P_{EC2} – carga de ruptura por punção estimada pela norma Eurocode 2 (CEN, 2004) (kN).

Tabela 6.6 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo

Grupo analisado	Quantidade de Lajes	P_u/P_{EC2}
Todas as lajes	4	1,30
Lajes com abertura	3	1,35
Todas menos a L1	3	1,21
L1	1	1,55

6.2.3. Model Code 2010 (*fib*, 2011)

A Tabela 6.7 apresenta os valores dos perímetros de controle utilizados, bem como a comparação entre os resultados estimados pela Model Code 2010 (*fib*, 2011) em comparação com os obtidos nos ensaios, já a Tabela 6.8 apresenta a média dos resultados segundo uma divisão por grupos de laje. Esta Norma foi, dentre as expressões analisadas no trabalho, a que apresentou os resultados mais conservadores, onde a média dos resultados das lajes ensaiadas foi 34% inferior ao que se obteve ao final dos ensaios. Quando se analisa apenas as lajes com aberturas, esta norma previu cargas de ruptura 37% inferiores, sendo que a laje L1 apresentou resultados 66% inferiores ao experimental, resultado este que pode ser explicado pelo fato de que o perímetro de controle considerado para essa laje, ter sido 28% inferior ao obtido pela laje de referência, sendo que a carga de ruptura da laje L1 foi apenas 2% inferior. Fazendo a média dos resultados de todas as lajes com exceção da L1, esta norma apresentou resultados 23% abaixo do experimental.

Tabela 6.7 – Cargas últimas estimadas pela Model Code 2010 (*fib*, 2011)

Laje	$b_{1,red}$ (mm)	ψ (rad)	P_u (kN)	P_{MC10} (kN)	P_u/P_{MC10}
LR	1353	0.011	283	230,3	1,23
L1	977	0.012	273	164,1	1,66
L2	1353	0.012	275	223,4	1,23
L3	1353	0.012	277	227,5	1,22

$b_{1,red}$ – perímetro de controle afastado a $0,5 \cdot d$ do pilar, com cantos arredondados conforme recomendação da Model Code 2010 (*fib*, 2011) (mm); ψ – rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada obtido através do nível de aproximação 4 (rad); P_u – carga última de ruptura da laje (kN); P_{MC10} – carga de ruptura por punção estimada pela norma Model Code 2010 (*fib*, 2011) (kN)

Tabela 6.8 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupo

Grupo analisado	Quantidade de Lajes	P_u/P_{MC10}
Todas as lajes	4	1,34
Lajes com abertura	3	1,37
Todas menos a L1	3	1,23
L1	1	1,66

6.2.4. NBR 6118 (ABNT, 2014)

A NBR 6118 (ABNT, 2014) foi, dentre as normas analisadas, a que obteve os resultados mais próximos aos obtidos experimentalmente. Os valores obtidos para a laje de referência (LR) foram 6% superiores aos obtidos experimentalmente, já os obtidos para a laje L1 foram 26% conservadores. Para a laje L1, seu perímetro de controle, de acordo com a consideração adotada, foi reduzido em 29%, em comparação com a laje LR, porém a carga de ruptura sofreu uma redução de apenas 2% em comparação com a mesma laje. A média geral dos resultados foram 6% inferior aos obtidos experimentalmente. Já avaliando apenas as lajes com abertura, esse valor foi de 10%. Ao se avaliar todas as lajes exceto a L1 a média dos resultados foi de 1% contra a segurança. A Tabela 6.9 apresenta os resultados obtidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), enquanto que a Tabela 6.10 apresenta a média dos resultados segundo uma divisão por grupos de laje

Tabela 6.9 – Cargas últimas estimadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014)

Laje	C' (mm)	P_u (kN)	P_{NBR} (kN)	P_u/P_{NBR}
LR	2640	283	304,8	0,93
L1	1877	273	216,6	1,26
L2	2289	275	267,8	1,03
L3	2337	277	273,5	1,01

C' – perímetro de controle afastado a $2,0 \cdot d$ do pilar, com cantos arredondados conforme recomendação da NRB 6118 (ABNT, 2014) (mm); P_u – carga última de ruptura da laje (kN); P_{NBR} – carga de ruptura por punção estimada pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014)

Tabela 6.10 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupos

Grupo analisado	Quantidade de Lajes	P_u/P_{NBR}
Todas as lajes	4	1,06
Lajes com abertura	3	1,10
Todas menos a L1	3	0,99
L1	1	1,26

6.2.5. Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)

Os resultados obtidos pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento com exceção da laje L1, foram todos muito próximos aos obtidos experimentalmente obtendo uma diferença média de 8% a favor da segurança. Avaliando apenas as lajes com abertura, esse modelo apresentou resultados 11% inferiores aos obtidos experimentalmente. Os resultados obtidos avaliando todas as lajes com aberturas com exceção da L1, os resultados foram 1% abaixo dos obtidos nos ensaios. A laje de referência apresentou estimativa de resistência inferior a menos de 1% da obtida experimentalmente, já a laje L1 apresentou 35% de discrepância entre os resultados estimados e os obtidos nos ensaios. Esse resultado é devido a redução em 28% do perímetro de controle desta laje (L1) em comparação com o perímetro de controle da laje de referência (LR), sendo que a perda de resistência da laje L1 foi de apenas 2% em comparação com a mesma laje (LR). Devido seu coeficiente de variação ser inferior ao da NBR 6118 (ABNT, 2014) este modelo teórico foi o que obteve os melhores resultados dentre todos os métodos de estimativas analisados. A Tabela 6.11 apresenta as estimativas obtidas através desta expressão, enquanto que a Tabela 6.10 apresenta a média dos resultados segundo uma divisão por grupos de laje

Tabela 6.11 – Cargas últimas estimadas pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)

Laje	$b_{1,red}$ (mm)	ψ (rad)	P_u (kN)	P_{TFCC} (kN)	P_u/P_{TFCC}
LR	1353	0.011	283	282,6	1,00
L1	977	0.012	273	202,6	1,35
L2	1353	0.012	275	276,5	0,99
L3	1353	0.012	277	280,9	0,99

$b_{1,red}$ – perímetro de controle afastado a $0,5 \cdot d$ do pilar, com cantos arredondados conforme recomendação da Model Code 2010 (fib, 2011) (mm); ψ – rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada obtido através do nível de aproximação 4 (rad); P_u – carga última de ruptura da laje (kN); P_{TFCC} – carga de ruptura por punção estimada pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008) (kN)

Tabela 6.12 – Média das estimativas de cargas de ruptura por grupos

Grupo analisado	Quantidade de Lajes	P_u/P_{TFCC}
Todas as lajes	4	1,08
Lajes com abertura	3	1,11
Todas menos a L1	3	0,99
L1	1	1,35

6.3. Análise das Expressões Normativas e Modelo Teórico

Com o objetivo de avaliar a precisão das normas e do modelo teórico utilizados neste trabalho, foram estimadas as cargas de ruptura à punção das 65 lajes presentes na revisão bibliográfica e das 4 lajes deste trabalho para cada norma e modelo teórico, e comparadas com as cargas obtidas experimentalmente gerando o parâmetro P_u/P_n , conforme apresenta a Tabela 6.14 e, na Tabela 6.16, está uma análise dos resultados. Os valores do parâmetro P_u/P_n foram avaliados segundo uma adaptação do critério proposto por COLLINS (2001) denominado *Demerit Points Classification* (DPC) conforme apresenta a Tabela 6.13, já a Tabela 6.15 apresenta a classificação das normas e do modelo teórico segundo o critério adaptado de Collins.

Tabela 6.13 – Adaptação do critério de COLLINS (2011)

P_u/P_n	Classificação	Penalidade
< 0,5	Extremamente perigoso	10
[0,5-0,85[Perigoso	5
[0,85-1,15[Segurança apropriada	0
[1,15-2,00[Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

Tabela 6.14 – Precisão das estimativas normativas para as lajes analisadas

Autor	Laje	P_u (kN)	P_u/P_{ACI}	P_u/P_{EC2}	P_u/P_{MC10}	P_u/P_{NBR}	P_u/P_{TFCC}
MOE (1961)	H1	371	1,58	1,43	1,57	1,18	1,37
	H2	329	1,63	1,50	1,56	1,23	1,36
	H3	325	1,94	1,81	2,19	1,49	1,92
	H4	290	1,66	1,57	1,52	1,29	1,32
	H5	250	1,74	1,71	1,50	1,40	1,32
	H6	246	2,01	2,14	1,64	1,76	1,43
	H7	312	1,48	1,35	1,43	1,11	1,25
	H8	312	1,55	1,47	1,46	1,21	1,27
	H9	313	1,52	1,38	1,46	1,13	1,27
	H10	333	1,56	1,41	1,51	1,16	1,32
	H11	339	1,53	1,40	1,50	1,15	1,31
	H12	269	2,22	1,78	1,66	1,46	1,45
	H13	201	2,65	2,06	1,73	1,70	1,52
	H14	253	1,23	1,30	1,38	1,07	1,20
	H15	332	1,71	1,54	1,61	1,27	1,41
WAYNE (1997)	1-SS	494	0,99	1,13	1,36	0,98	1,18
	2-4F	443	1,58	2,19	1,74	1,90	1,52
	3-4C	366	1,34	1,38	1,35	1,19	1,17
	4-SS	492	0,86	1,03	1,26	0,89	1,10
	5-4C	454	1,61	2,19	1,73	1,89	1,51
	6-4F	431	1,55	1,40	1,33	1,21	1,16
TENG <i>et al</i> (1999)	OC11	423	1,65	1,31	1,41	1,10	1,23
	OC11H30	349	1,80	1,44	1,62	1,22	1,42
	OC11V23	373	1,74	1,37	1,56	1,16	1,37
	OC11V20	207	1,25	0,99	1,13	0,83	0,99
	OC13	568	1,57	1,26	1,65	1,07	1,44
	OC13H50	443	1,35	1,08	1,54	0,92	1,34
	OC13V43	467	1,43	1,14	1,56	0,98	1,36
	OC13V23	484	1,59	1,28	1,68	1,08	1,47
	OC13V40	340	1,16	0,89	1,52	0,75	1,34
	OC13H02	512	1,76	1,53	1,67	1,31	1,46
	OC15	649	1,51	1,13	1,83	0,95	1,60
	OC15H70	529	1,31	0,98	1,78	0,83	1,56
OC15V43	612	1,72	1,26	2,07	1,07	1,81	

Tabela 6.14 – Precisão das estimativas normativas para as lajes analisadas (continuação)

Autor	Laje	P_u (kN)	P_u/P_{ACI}	P_u/P_{EC2}	P_u/P_{MC10}	P_u/P_{NBR}	P_u/P_{TFCC}
BORGES (2013)	1	798	1,30	1,05	1,28	0,99	1,11
	2	726	1,34	1,08	1,36	1,01	1,18
	5	792	1,48	1,27	1,59	1,19	1,39
	6	750	1,43	1,14	1,43	1,07	1,25
	7	685	1,68	1,30	1,53	1,19	1,34
	8	700	1,48	1,33	1,53	1,24	1,33
	9	850	1,68	1,37	1,52	1,31	1,33
SOUZA (2004)	L1	274	1,57	1,32	1,42	1,06	1,24
	L2	205	2,38	1,86	1,64	1,49	1,44
	L3	275	1,89	1,55	1,55	1,24	1,36
	L4	300	1,87	1,53	1,58	1,23	1,38
	L5	140	3,39	2,42	1,96	1,95	1,72
	L6	101	3,66	2,87	2,08	2,31	1,84
	L7	225	2,03	1,57	1,48	1,27	1,30
	L8	210	2,23	1,81	1,63	1,46	1,43
MATEUS (2014)	LR	243	0,88	0,95	1,03	0,85	0,90
	L1	242,5	1,06	1,14	1,20	1,03	1,05
	L2	230	1,48	1,58	1,31	1,44	1,14
	L3	223,5	1,16	1,21	1,27	1,09	1,11
	L4	127,5	1,66	1,53	1,09	1,38	0,96
	L5	233	1,00	1,07	1,14	0,97	0,99
OUKAILI e SALMAN (2014)	XXX	101,6	0,94	1,23	1,09	0,84	0,95
	SF0	90,8	1,22	1,53	1,29	1,04	1,13
	CF0	79,9	1,24	1,50	1,28	1,03	1,12
	LF0	69	1,23	1,44	1,23	0,99	1,08
	CC0	90,8	1,23	1,48	1,29	1,01	1,13
	CF1	88,9	1,15	1,44	1,24	0,98	1,08
PINTO <i>et al</i> (2014)	LR	102	1,60	1,93	1,57	1,22	1,37
	L1	120	2,36	2,96	2,14	1,86	1,88
	L2	105	1,79	2,23	1,81	1,40	1,59
	L3	88	1,56	1,98	1,44	1,24	1,27

Tabela 6.14 – Precisão das estimativas normativas para as lajes analisadas (continuação)

Autor	Laje	P_u (kN)	P_u/P_{ACI}	P_u/P_{EC2}	P_u/P_{MC10}	P_u/P_{NBR}	P_u/P_{TFCC}
Presente trabalho	LR	283	1.03	1.15	1.23	0.93	1.00
	L1	273	1.43	1.55	1.66	1.26	1.35
	L2	275	1.08	1.26	1.23	1.03	0.99
	L3	277	1.05	1.24	1.22	1.01	0.99

Tabela 6.15 – Classificação das lajes com aberturas segundo o critério de COLLINS (2001)

Previsões		<0,50	[0,50-0,85[[0,85-1,15[[1,15-2,00[≥2,00	Total
ACI 318 (ACI, 2011)	Nº Lajes	0	0	4	44	9	57
	Penalidade	0	0	0	44	18	62
Eurocode 2 (CEN, 2004)	Nº Lajes	0	0	9	40	8	57
	Penalidade	0	0	0	40	16	56
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	Nº Lajes	0	0	3	49	5	57
	Penalidade	0	0	0	49	10	59
NBR 6118 (ABNT, 2014)	Nº Lajes	0	3	20	33	1	57
	Penalidade	0	15	0	33	2	50
TFCC (MUTTONI, 2008)	Nº Lajes	0	0	13	44	0	57
	Penalidade	0	0	0	44	0	44

Tabela 6.16 – Análise dos resultados das lajes com aberturas do banco de dados

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,00	3,66	1,65	30,7	0	100	7
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,89	2,96	1,54	27,6	5	95	16
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,09	2,59	1,55	18,4	0	100	5
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,75	2,31	1,26	24,3	14	86	35
TFCC (MUTTONI, 2008)	0,96	1,92	1,34	16,6	7	91	23

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

A fim de se avaliar a influência de determinadas características na precisão obtida pelas normas, as lajes foram divididas em grupos descritos na Tabela 6.17. Os resultados das análises dos grupos são apresentados nas Tabelas 6.18 a 6.24. A Figura 6.6 mostra o comportamento das expressões utilizadas em função dos pontos de penalidades obtidos através do critério adaptado de Collins, já as Figuras 6.7, 6.8, 6.9, 6.10 e 6.11 mostram graficamente as precisões destas expressões de estimativa de resistência à punção, avaliando apenas as lajes com aberturas presentes no banco de dados.

Tabela 6.17 – Classificação dos grupos

Grupo	Características do grupo	Quantidade de lajes
G1	Sem abertura	13
G2	Abertura em laje com pilar quadrado	45
G3	Abertura em laje com pilar retangular	13
G4	Abertura em laje com pilar em L	6
G5	Abertura adjacente ao pilar	47
G6	Abertura afastado do pilar	8
G7	Centroide do perímetro de controle afastado do centroide da laje	38

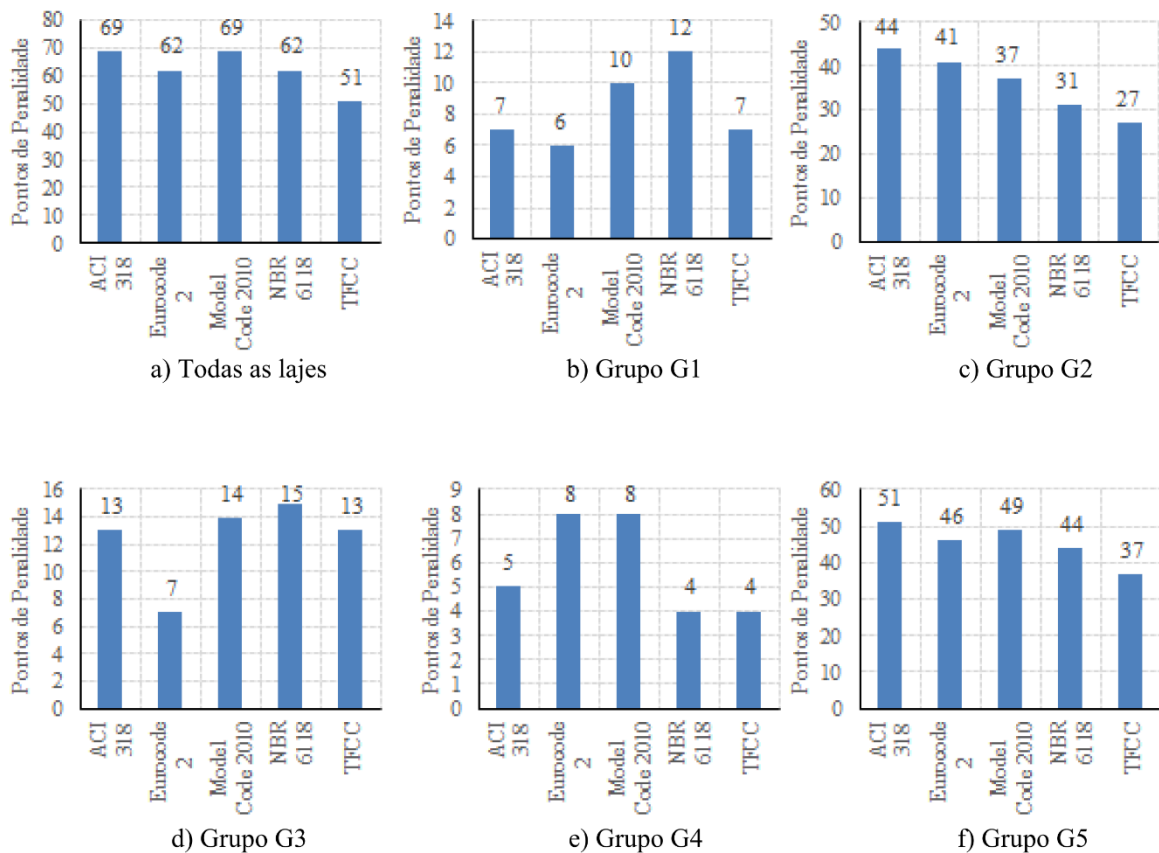


Figura 6.6 – Pontos de penalidade das expressões de acordo com os grupos

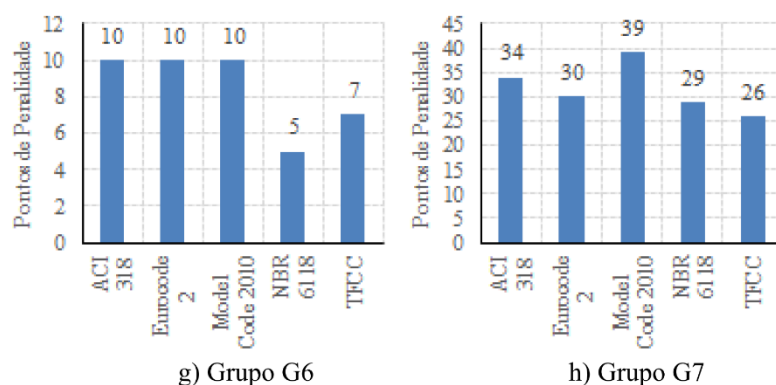


Figura 6.6 – Pontos de penalidade das expressões de acordo com os grupos (continuação)

Tabela 6.18 - Avaliação das lajes do grupo G1

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	0,86	1,65	1,29	25,1	33	67	42
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,95	1,93	1,24	20,6	8	92	50
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,03	1,95	1,43	19,8	0	100	17
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,84	1,22	1,00	12,2	58	42	67
TFCC (MUTTONI, 2008)	0,90	1,60	1,21	17,4	17	83	42

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.19 – Avaliação das lajes do grupo G2

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,00	3,66	1,72	33,4	0	100	5
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,99	2,87	1,60	23,6	3	97	8
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,09	2,19	1,50	16,5	0	100	8
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,83	2,31	1,31	24,4	11	89	32
TFCC (MUTTONI, 2008)	0,96	1,92	1,31	16,7	8	92	29

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.20 – Avaliação das lajes do grupo G3

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,16	1,76	1,49	12,2	0	100	0
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,89	1,53	1,20	14,5	15	85	46
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,36	2,08	1,60	11,1	0	100	0
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,75	1,31	1,07	16,2	31	69	46
TFCC (MUTTONI, 2008)	1,18	1,81	1,40	11,2	0	100	0

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.21 – Avaliação das lajes do grupo G4

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,05	2,36	1,55	31,6	0	100	33
Eurocode 2 (CEN, 2004)	1,24	2,96	1,87	35,5	0	100	0
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,18	2,14	1,54	24,3	0	100	0
NBR 6118 (ABNT, 2014)	1,01	1,86	1,30	24,0	0	100	33
TFCC (MUTTONI, 2008)	1,03	1,88	1,35	24,6	0	100	33

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.22 – Avaliação das lajes do grupo G5

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,00	3,66	1,64	31,9	0	102	4
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,89	2,96	1,55	30,1	7	96	20
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,09	2,19	1,54	17,0	0	102	7
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,75	2,31	1,27	26,0	15	87	35
TFCC (MUTTONI, 2008)	0,96	1,92	1,35	24,6	7	96	22

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.23 – Avaliação das lajes do grupo G6

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,05	2,23	1,59	25,8	0	100	20
Eurocode 2 (CEN, 2004)	1,24	1,81	1,46	11,4	0	100	0
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,18	1,63	1,43	11,6	0	100	0
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,98	1,46	1,17	12,3	10	90	50
Muttoni (2008)	1,03	1,43	1,25	11,7	0	100	30

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

Tabela 6.24 – Avaliação das lajes do grupo G7

Norma	Valor Mínimo	Valor Máximo	Média	c_v (%)	$P_u/P_n \leq 1$ (%)	$P_u/P_n > 1$ (%)	$P_u/P_n \in [0,85-1,15]$ (%)
ACI 318 (ACI, 2011)	1,00	2,36	1,44	19,9	0	100	13
Eurocode 2 (CEN, 2004)	0,89	2,96	1,41	26,8	8	92	26
Model Code 2010 (<i>fib</i> , 2011)	1,13	2,59	1,52	20,0	0	100	5
NBR 6118 (ABNT, 2014)	0,75	1,86	1,11	17,5	24	76	55
TFCC (MUTTONI, 2008)	0,99	1,88	1,29	16,4	11	89	32

c_v – coeficiente de variação (%); P_n – Carga de ruptura estimada pela norma; P_u – Carga de ruptura obtida experimentalmente

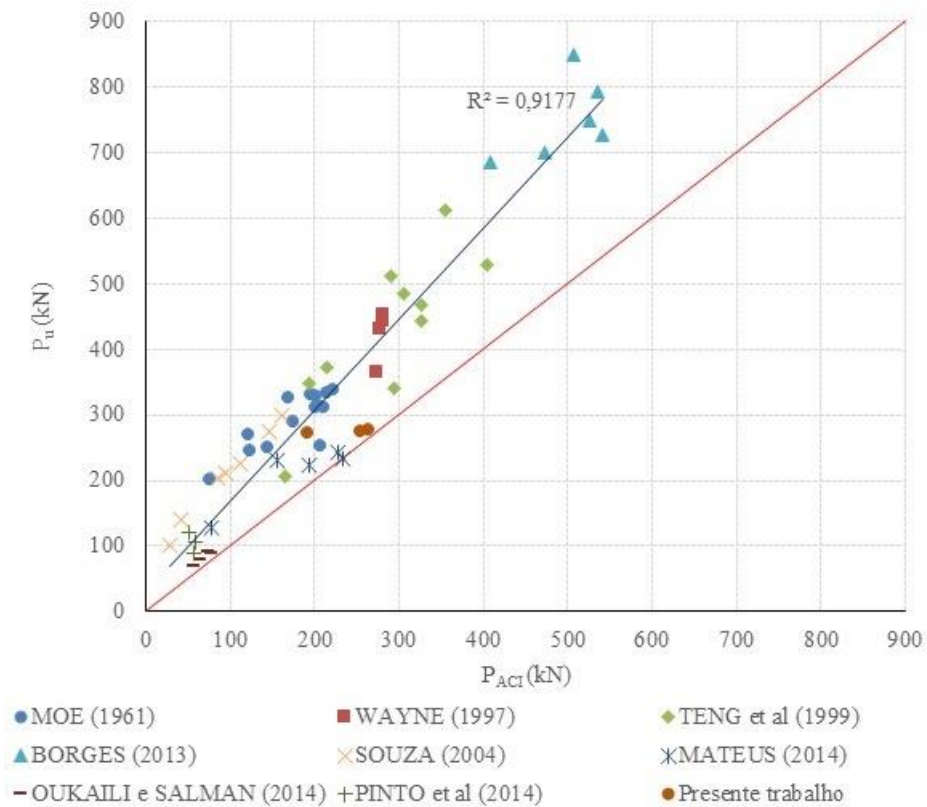


Figura 6.7 – Precisão da ACI 318 (ACI, 2011)

A norma ACI 318 (ACI, 2011), apresentou resultados de P_u/P_n variando entre 1,00 e 3,66. A média dos resultados foi a mais conservadora (1,65) e foi a que apresentou maior coeficiente de variação (30,7%). Esta norma apresentou 100% dos resultados abaixo dos obtidos experimentalmente ($P_u/P_n > 1$), isto é, a favor da segurança. Dentre os resultados obtidos por esta, 7% encontravam-se dentro do intervalo de 0,85 a 1,15, considerado como intervalo ideal. Avaliando os pontos de demérito, esta norma foi a que mais pontuou, obtendo 62 pontos, isto devido a maioria de seus resultados serem considerados conservadores.

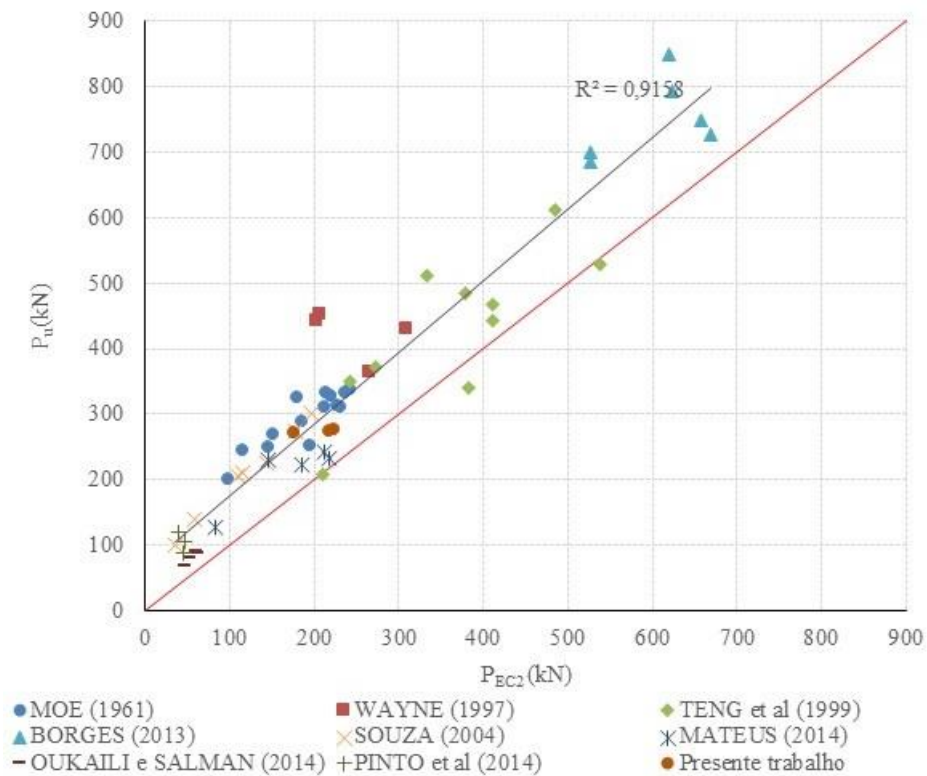


Figura 6.8 – Precisão da Eurocode 2 (CEN, 2004)

A Eurocode 2 (CEN, 2004) teve seus valores máximos e mínimos de precisão oscilando entre 0,89 e 2,96, obtendo um valor médio de P_u/P_n igual a 1,54 e coeficiente de variação de 27,6%. 95% dos resultados foram a favor da segurança e 5% foram contra. 16% dos resultados ficaram dentro do intervalo considerado satisfatório. Esta norma foi a terceira que mais foi penalizada segundo o critério adaptado de COLLINS (2001) obtendo 56 pontos de demérito no total.

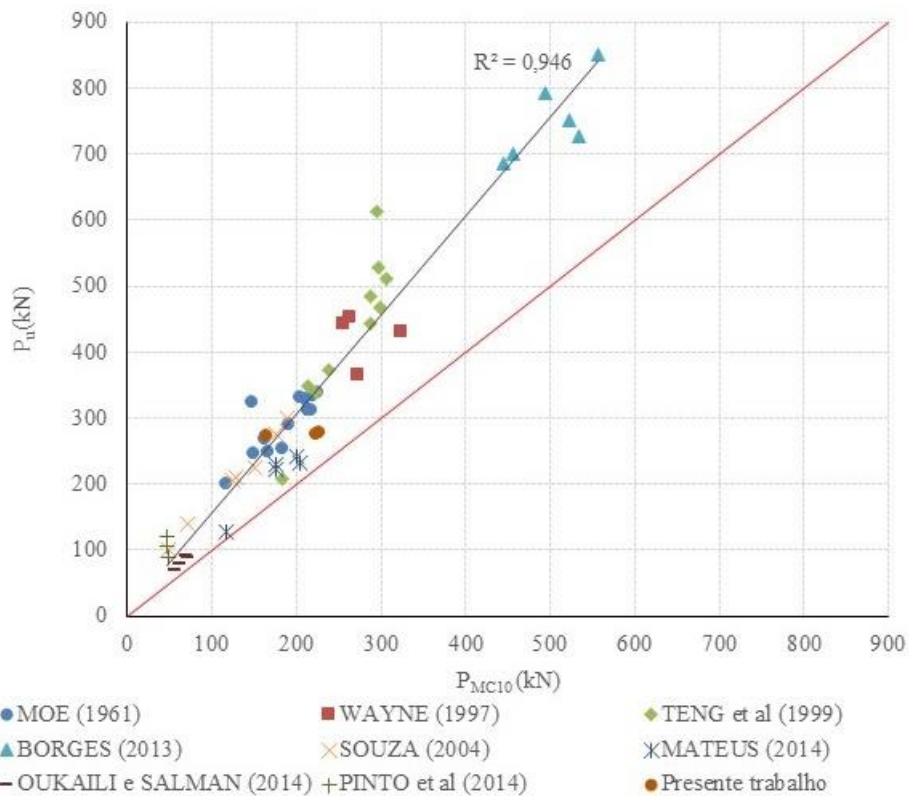


Figura 6.9 – Precisão da Model Code 2010 (*fib*, 2011)

O intervalo de valores (P_u/P_n) obtidos pela Model Code 2010 (*fib*, 2011) foi de 1,09 a 2,59, sendo obtido um valor médio de 1,55 de precisão para todas as lajes analisadas. O coeficiente de variação dos resultados foi de 18,4%, sendo este o segundo menor valor dentre as expressões analisadas. Esta norma foi a que apresentou 100% dos resultados a favor da, onde 5% estavam dentro do intervalo de 15% para mais ou para menos do resultado experimental. Quanto aos pontos de depreciação, esta norma obteve 59 pontos, sendo a segunda que mais pontuou.

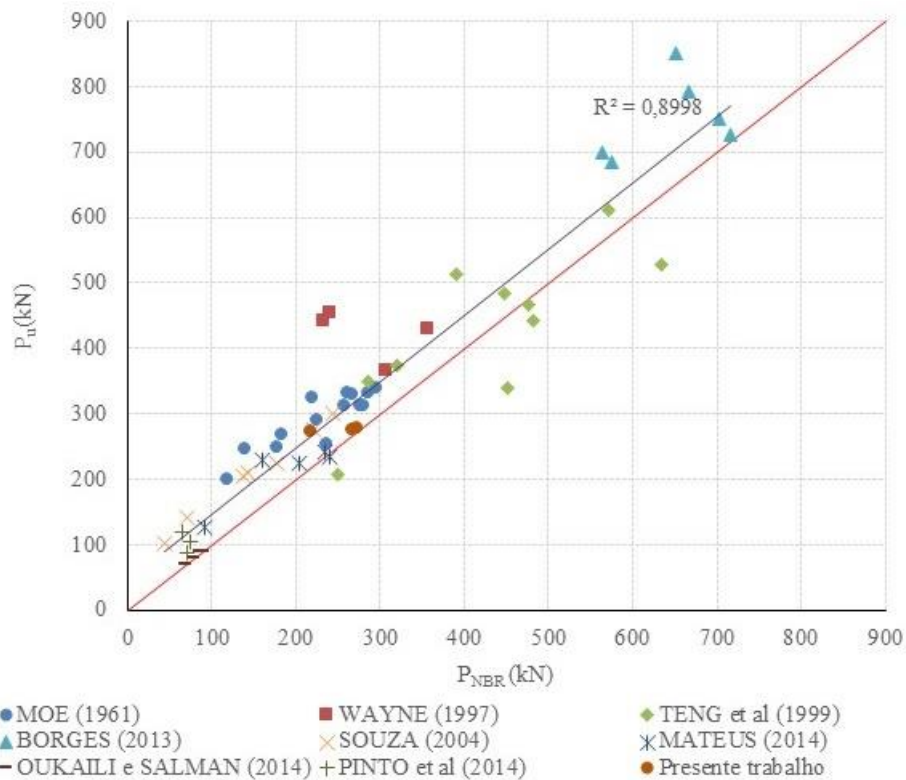


Figura 6.10 – Precisão da NBR 6118 (ABNT, 2014)

Os valores de P_u/P_n obtidos pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) encontraram-se no intervalo de 0,75 a 2,31 e apresentaram uma média de 1,26. O coeficiente de variação obtido foi 24,3%. Analisando a segurança, 86% das lajes apresentaram valores a favor enquanto que 14% apresentaram cargas estimadas superiores as experimentais. 35% dos resultados estão no intervalo satisfatório considerado satisfatório nessa pesquisa. A NBR 6118 (ABNT, 2014) foi a que apresentou a maior quantidade de resultados satisfatórios dentre todas as expressões analisadas. Quanto aos pontos de penalidade, esta norma obteve 50 pontos, sendo ela a segunda que menos pontuou. Dentre as normas analisadas esta é a que apresenta os melhores resultados para estimativa de carga de ruptura à punção para lajes com aberturas.

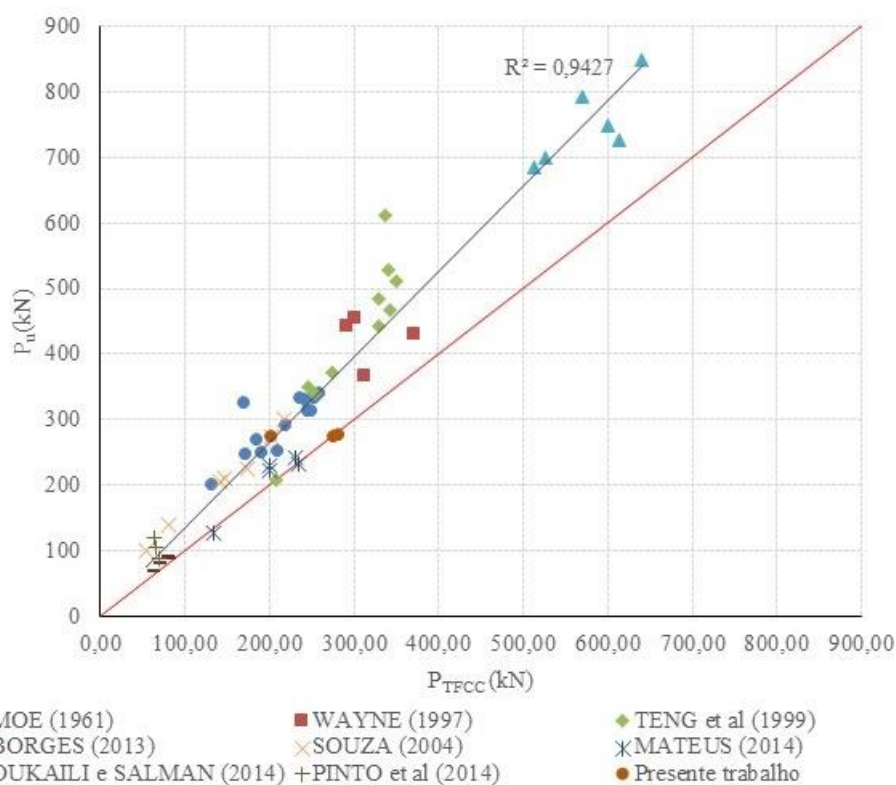


Figura 6.11 – Precisão da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008)

A Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento apresentou valores de P_u/P_n variando entre 0,92 a 1,92 e obteve um resultado médio dos resultados de 1,34. Esta expressão apresentou coeficiente de variação igual a 16,6%, sendo este o menor dentre todas as expressões analisadas. Analisando a segurança da expressão, 9% dos resultados superestimaram a resistência a punção das lajes, enquanto que 91% subestimaram a existência última à punção destas. Considerando que a diferença de 15% dos resultados teóricos em comparação com os obtidos experimentalmente seja considerada satisfatória, 23% dos resultados se enquadraram neste critério. Esta teoria apresentou 44 pontos de penalidade, sendo ela a que apresentou menor pontuação dentre todas as expressões analisadas.

6.4. Proposta para Determinação do Perímetro de Controle da Laje L1

A consideração inicial, adotando o vértice interno do pilar em “L” como sendo a origem das linhas tangentes à abertura, mostrou-se muito conservadora, pois reduziu o perímetro em média 28% para as expressões analisadas, sendo que a perda de resistência obtida com o acréscimo da abertura na laje foi de 2% em comparação com a laje de referência. Os ensaios

mostram também que o comportamento quanto ao deslocamento e deformação da armadura pouco diferiu entre as lajes LR e L1. Comportamento semelhante se observou na laje L1 de PINTO *et al* (2014) que apresentava situação (pilar de secção em “L” com furo adjacente ao vértice interno) onde esta apresentou carga de ruptura superior a da laje de referência. Diante disso o perímetro de controle da laje L1 foi recalculado desconsiderando a presença da abertura. Os resultados mostram que as estimativas se aproximaram dos valores obtidos nos ensaios, conforme mostra a Tabela 6.25. A Figura 6.12 apresenta comparação entre os resultados obtidos considerando e desconsiderando a presença da abertura no cálculo do perímetro de controle.

Tabela 6.25 – Resultados obtidos considerando ou não a redução do perímetro de controle

Laje	b_0 (mm)	$u_l = C'$ (mm)	$b_{l,red}$ (mm)	P_u	P_u/P_{ACI}	P_u/P_{EC2}	P_u/P_{MC10}	P_u/P_{NBR}	P_u/P_{TFCC}
L1*	1788	2618,1	1353,4	273	1,02	1,11	1,26	0,90	0,98
L1**	1279	1876,5	977,1	273	1,43	1,55	1,54	1,26	1,35
L1-P*	890,5	993,6	669,9	120	1,88	2,28	1,78	1,43	1,56
L1-P**	689,7	762,9	514,6	120	2,36	2,96	2,14	1,86	1,88

L1* – laje do presente trabalho calculada desconsiderando a presença da abertura para obtenção do perímetro de controle; L1** – laje do presente trabalho calculada considerando a presença da abertura na obtenção do perímetro de controle, para este caso a origem das linhas tangentes foi considerada como o vértice interno do pilar; L1-P* – laje L1 de PINTO *et al* (2014) calculada desconsiderando a presença da abertura para obtenção do perímetro de controle; L1-P** – laje L1 de PINTO *et al* (2014) calculada considerando a presença da abertura na obtenção do perímetro de controle, para este caso a origem das linhas tangentes foi considerada como o centroide da área carregada conforme recomendações normativas

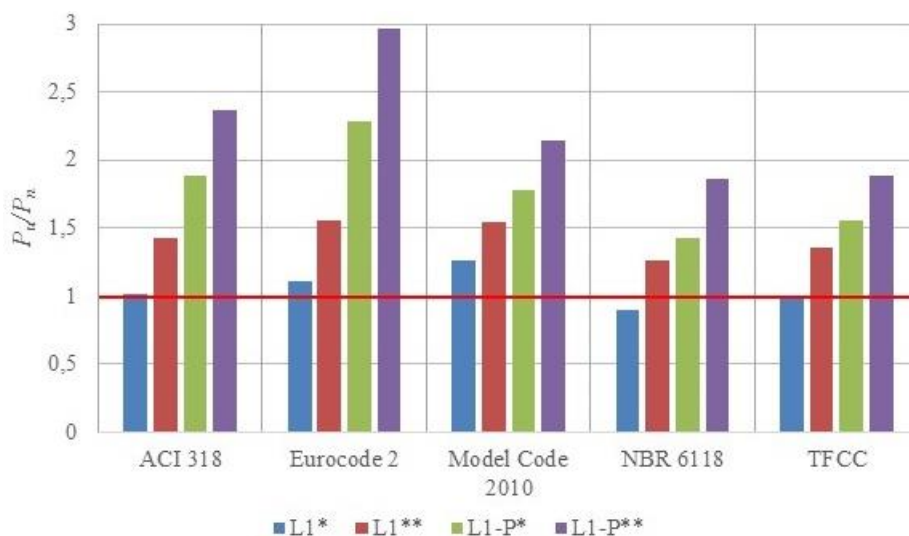


Figura 6.12 – Resultados de P_u/P_n obtidos pelas expressões analisadas considerando ou não a presença da abertura na determinação do perímetro de controle

6.5. Resistência à Flexão

As estimativas das cargas de ruptura por flexão das lajes foram feitas através da teoria das linhas de ruptura, modificando o formato do pilar em “L” para secção retangular com perímetro e centro de gravidade iguais. Como o objetivo do trabalho em questão é avaliar a resistência à punção de lajes, estas foram dimensionadas de modo a apresentar carga de ruptura à flexão superior à de punção, de modo que para a situação mais desfavorável neste aspecto, a relação P_{flex}/P_{NBR} é de 0.75 (valor válido para a laje LR). A Tabela 6.26 apresenta os valores de P_{flex} obtidos, bem como a relação deste com as estimativas normativas para carga de ruptura a punção avaliadas.

Tabela 6.26 – Cargas últimas estimadas pela teoria das linhas de ruptura para flexão

Laje	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	P_{flex} (kN)	P_{ys} (kN)	P_u (kN)	P_{ys}/P_{flex}	P_u/P_{flex}
LR	93	0,94	23,3	330	213	285	0,65	0,86
L1	93			330	221	273	0,64	0,83
L2	95	0,92	23,7	339	200	275	0,59	0,81
L3	95			339	210	277	0,62	0,82

7. Resultados da Análise Computacional

7.1. Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizados e Parâmetros Adotados

Para o comportamento dos materiais, admitiu-se o descrito no item 3.2. As propriedades dos materiais foram obtidas através de ensaios e de recomendações normativas. Os valores dos parâmetros m , f_{cb}/f_{c0} e K , foram considerados os recomendados pelo programa, sendo este critério utilizado por outros autores como KMIECIK e KAMINSKI (2011), SILVA (2013), SARTURI (2014) e TYAU (2009). As tabelas apresentam as principais propriedades consideradas na definição dos materiais utilizados neste trabalho.

Tabela 7.1 – Propriedades mecânicas do concreto utilizados no modelo numérico

Concreto		
f_{ck} (MPa)	23,3	Resistência à compressão característica
E_c (MPa)	28130	Módulo de elasticidade
ν	0,2	Coefficiente de Poisson
Ψ	38°	Ângulo de dilatação
m	0,1	Parâmetro de excentricidade
f_{cb}/f_{c0}	1,16	Razão entre as tensões de escoamento no biaxial e uniaxial
K	2/3	Razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração

Tabela 7.2 – Propriedades mecânicas do aço CA-50 utilizados no modelo numérico

Aço CA-50		
f_y (MPa)	538	Tensão de escoamento
f_u (MPa)	662	Tensão de ruptura
E_s (MPa)	214000	Módulo de elasticidade
ν	0,3	Coefficiente de Poisson

Tabela 7.3 – Propriedades mecânicas do aço CA-60 utilizados no modelo numérico

Aço CA-60		
f_y (MPa)	620	Tensão de escoamento
f_u (MPa)	720	Tensão de ruptura
E_s (MPa)	207000	Módulo de elasticidade
ν	0,3	Coefficiente de Poisson

7.2. Discretização do Modelo

O modelo numérico foi elaborado com as mesmas características geométricas das lajes ensaiadas experimentalmente e com condições de contorno equivalentes. Para a discretização do modelo foram utilizados dois tipos de elementos disponíveis na biblioteca do ABAQUS. Para o concreto da laje e para os aparelhos de apoio (neoprenes) foram utilizados elementos do tipo sólido C3D8 e para representar as barras de aço que formam a armadura da laje foi utilizado elementos do tipo treliça T3D2. Para a laje de concreto, barras de aço e elementos de apoio, foi gerada uma malha estruturada de elementos finitos com dimensão média de 25mm conforme mostra as Figuras 7.1 a 7.4. Para garantir o comportamento conjunto do concreto da laje com as barras de aço componentes da armadura, foi utilizada a interação do tipo *embedded constrain*. A interação entre a laje e o aparelho de apoio foi efetuada através do contato entre superfícies. O carregamento foi distribuído na base do pilar e aplicado através de incrementos.

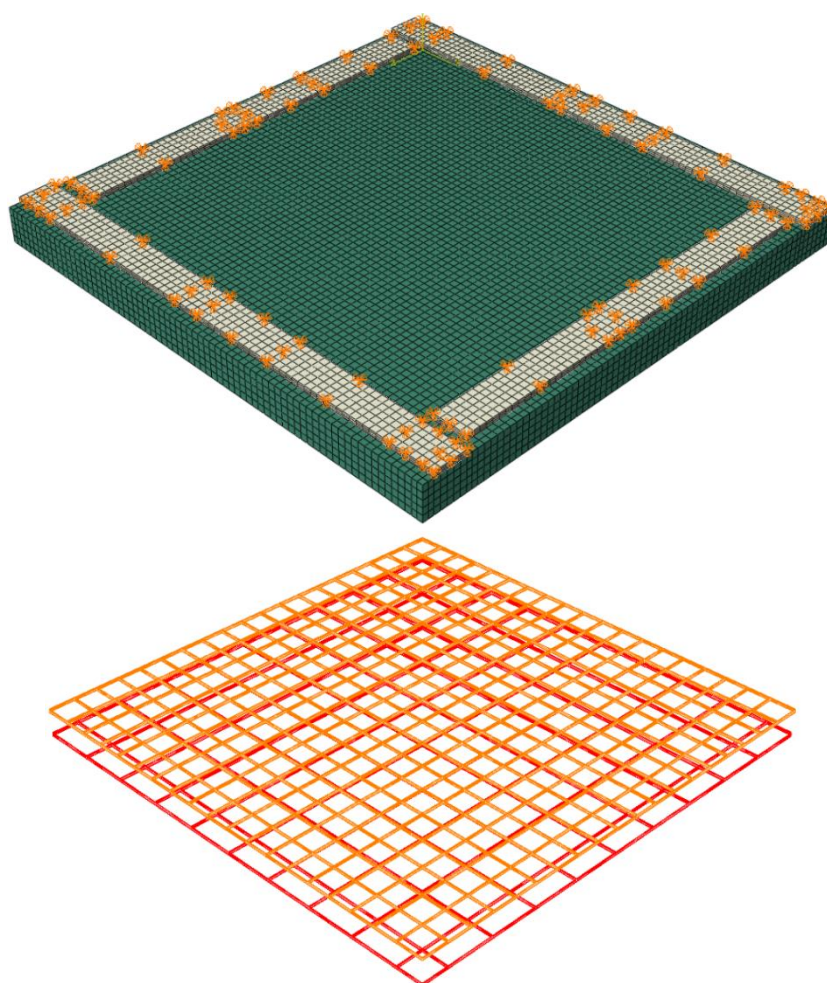


Figura 7.1 – Modelo computacional utilizado para simular a laje LR

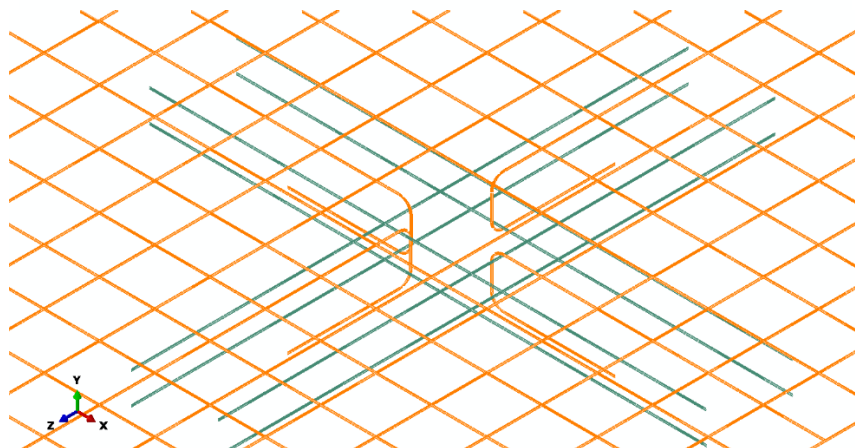
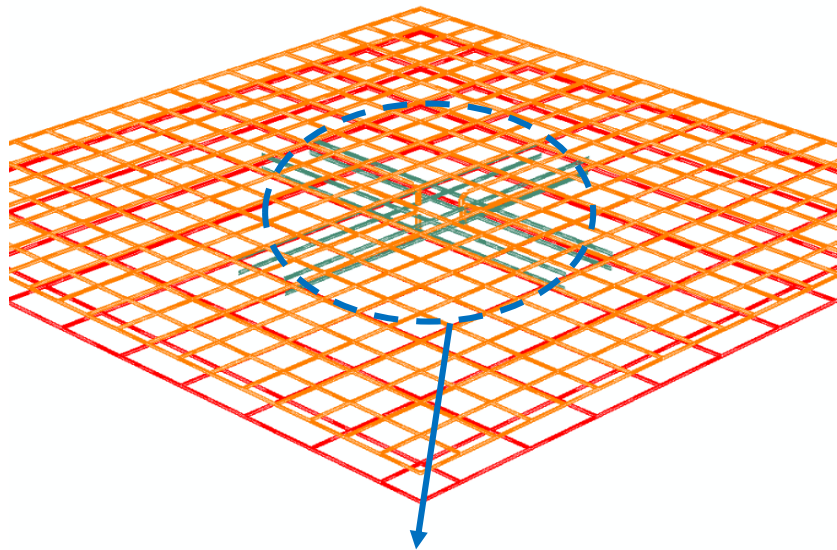
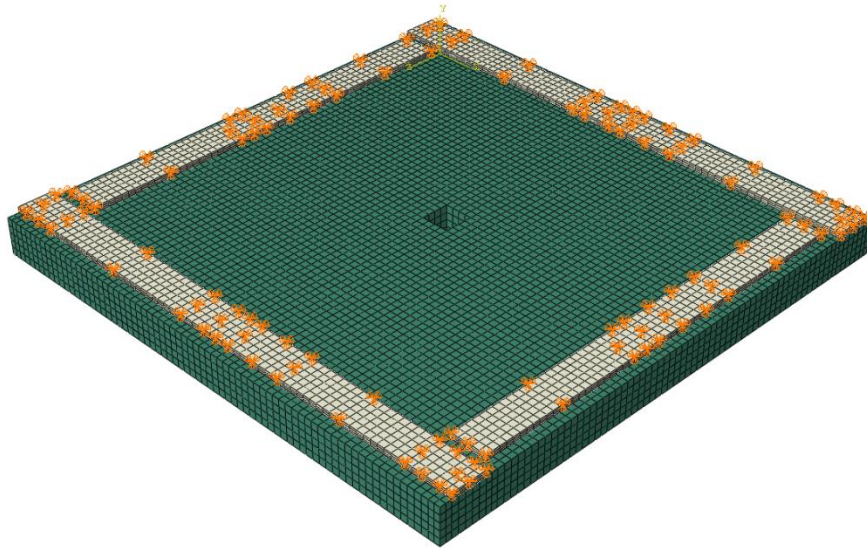


Figura 7.2 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L1

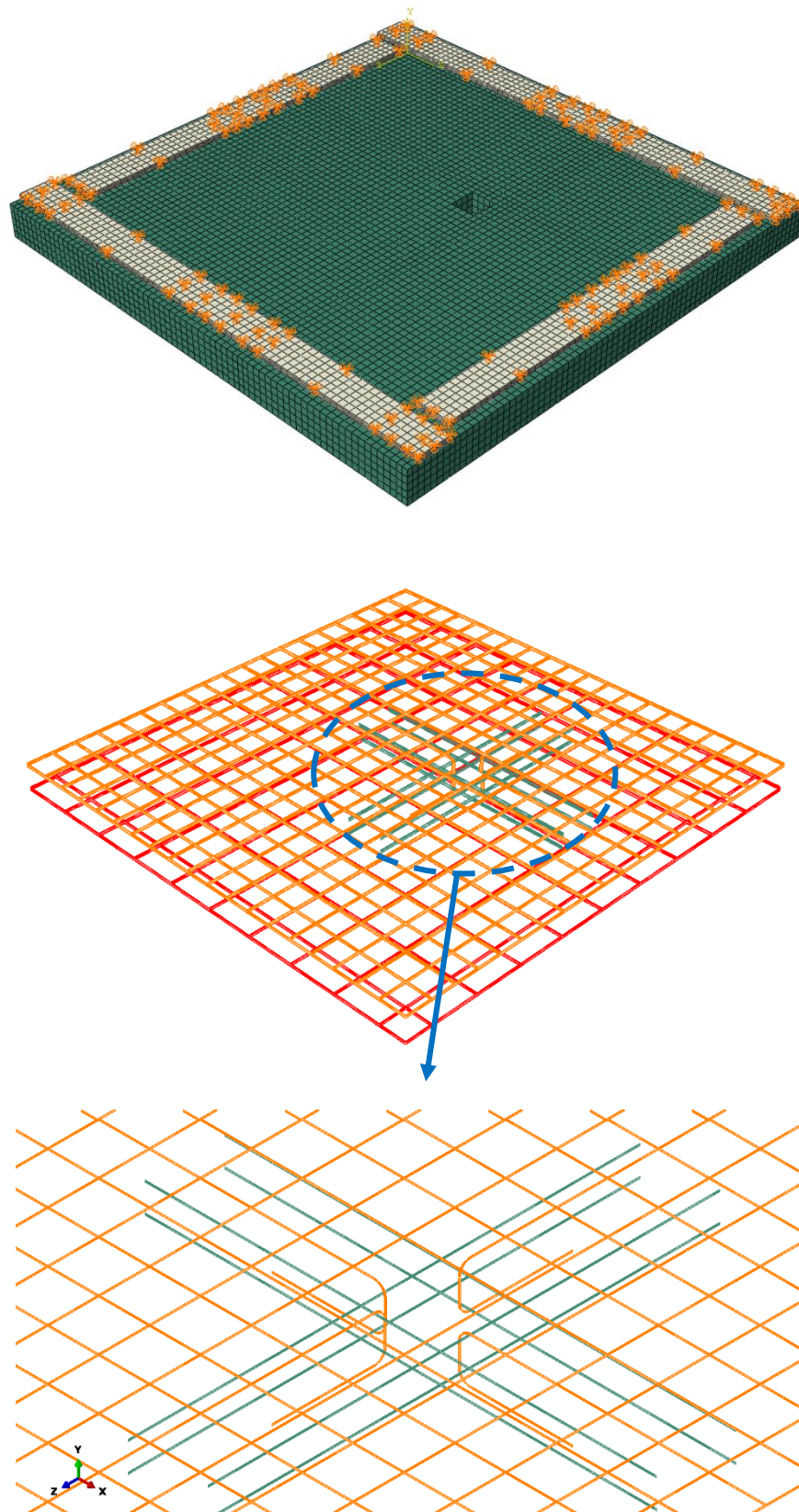


Figura 7.3 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L2

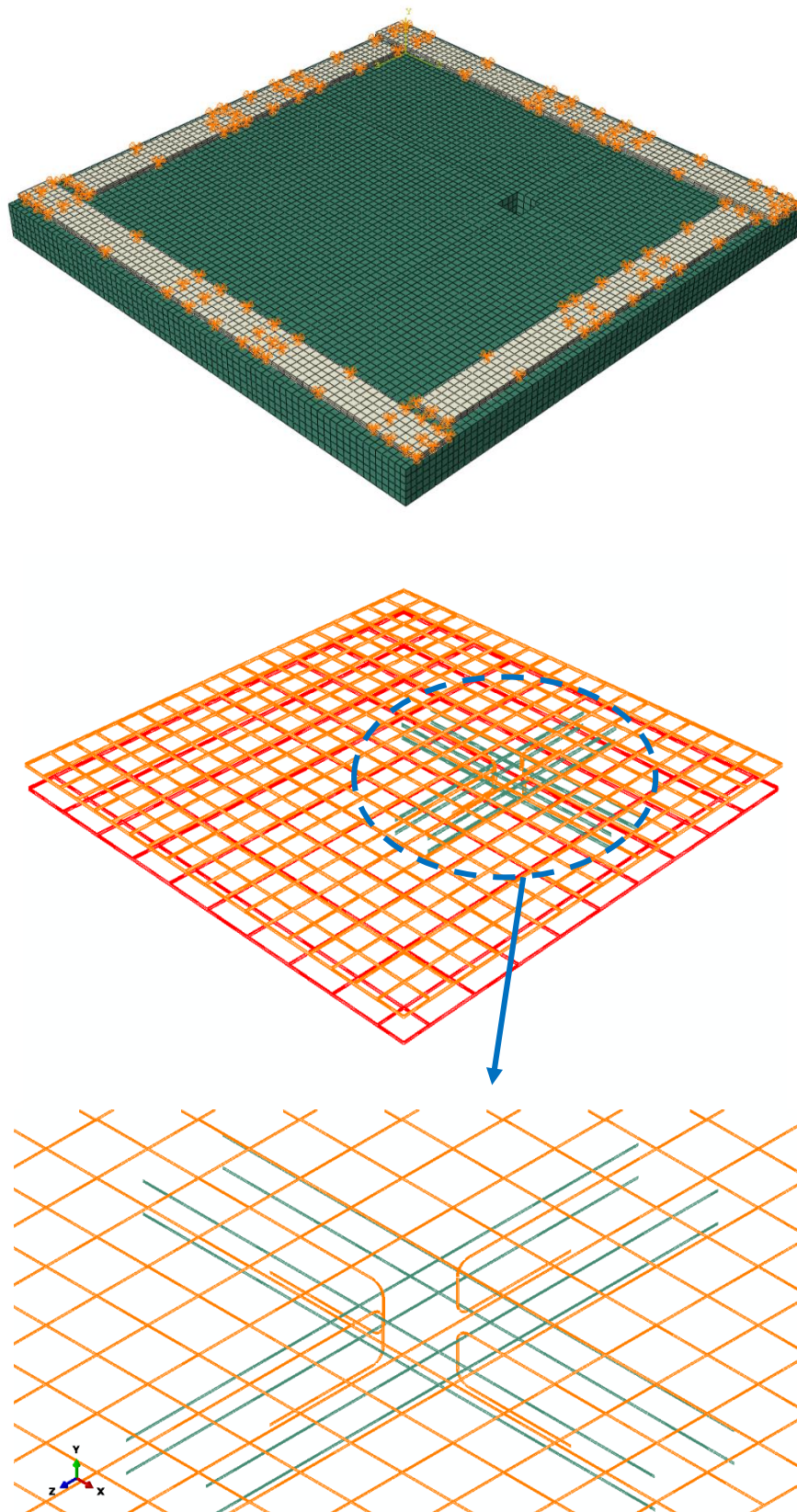


Figura 7.4 – Modelo computacional utilizado para a simulação da laje L3

7.3. Resultados

7.3.1. Análise das Tensões Máximas Principais

As tensões obtidas através da análise numérica mostram uma polarização de tensões nos cantos dos pilares. Porém este comportamento sofreu variações de acordo com o posicionamento das aberturas. Na laje LR, as tensões se distribuíram mais uniformemente nas arestas e nos vértices dos quadrantes B, C e D, enquanto que no quadrante A não houve concentração de tensões. Já para a laje L1 houve polarização de tensões no vértice do quadrante C e nos vértices próximos ao quadrante A. A laje L2 apresentou um comportamento mais semelhante ao da LR, porém as tensões concentradas nos vértices próximos ao quadrante A se propagaram até próximo a abertura. Já a laje L3 apresentou comportamento semelhante ao da laje L1, porém os vértices das aberturas apresentaram concentração de tensões elevadas. As Figuras 7.5 7.8 mostram os resultados das tensões máximas principais obtidas no estágio último de carregamento. O acréscimo e a posição das aberturas alterou o modo como as tensões se distribuíram na laje.

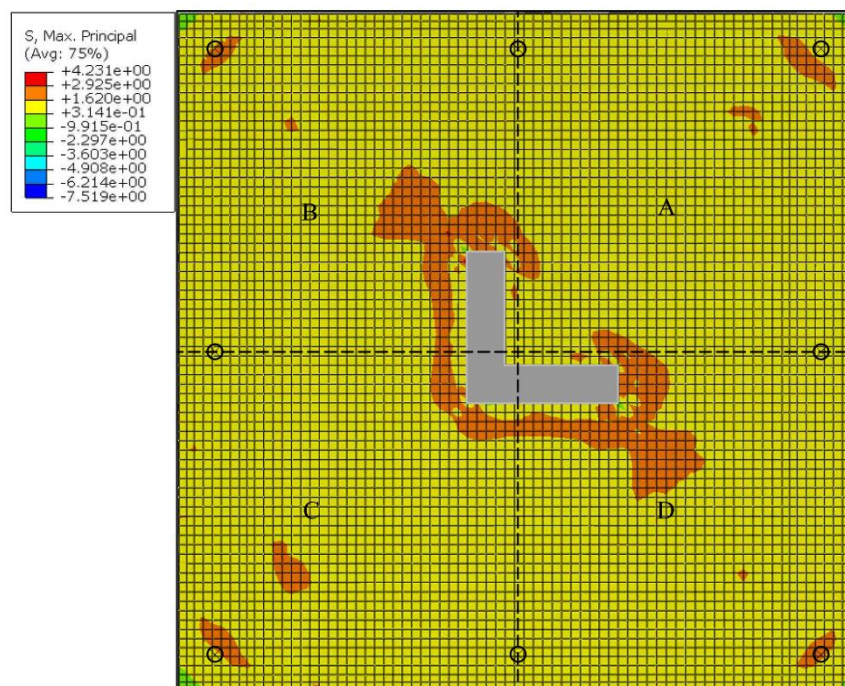


Figura 7.5 – Tensões máximas (MPa) no estágio último de carregamento da laje LR

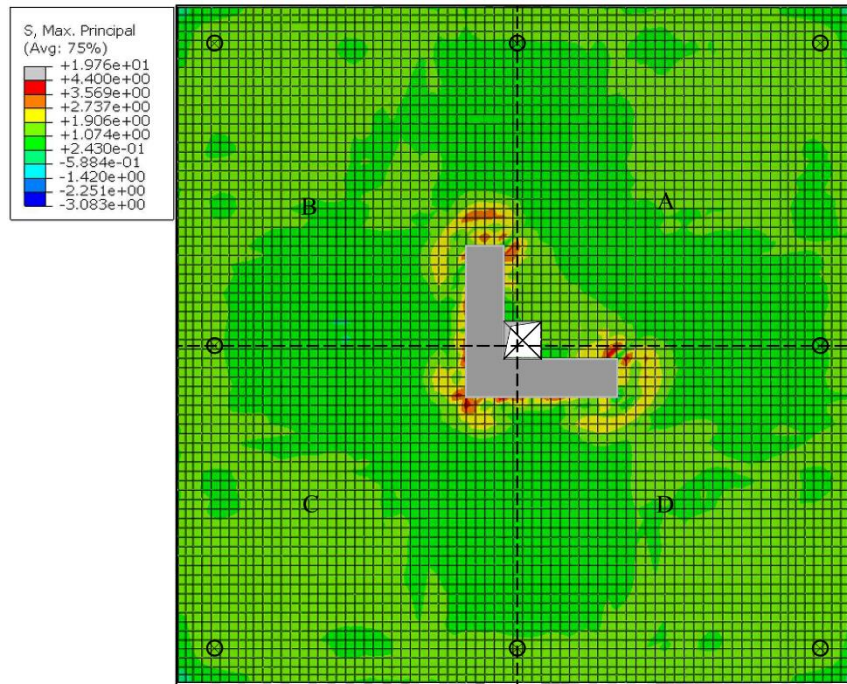


Figura 7.6 – Tensões máximas (MPa) no estágio último de carregamento da laje L1

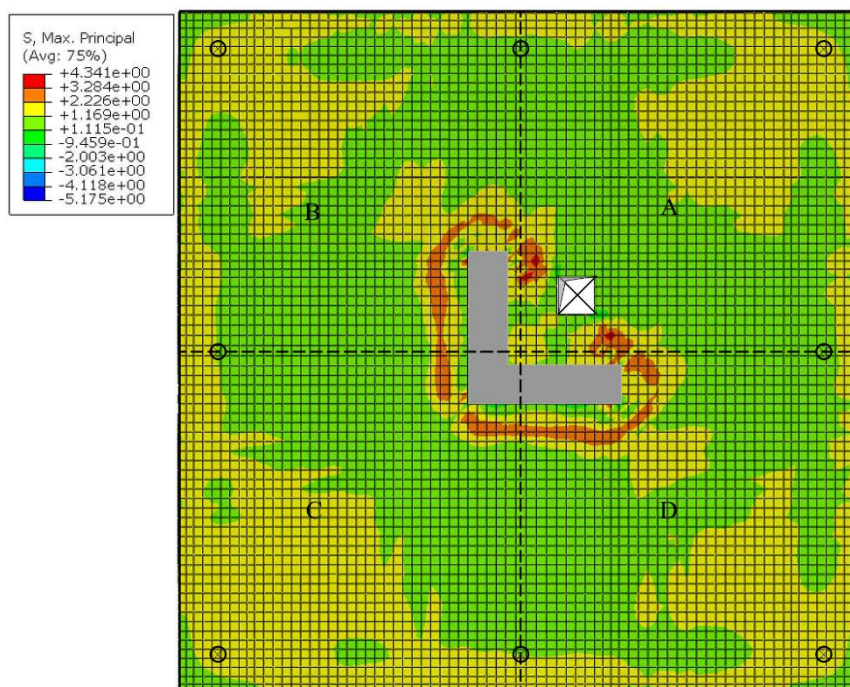


Figura 7.7 – Tensões máximas (MPa) no estágio último de carregamento da laje L2

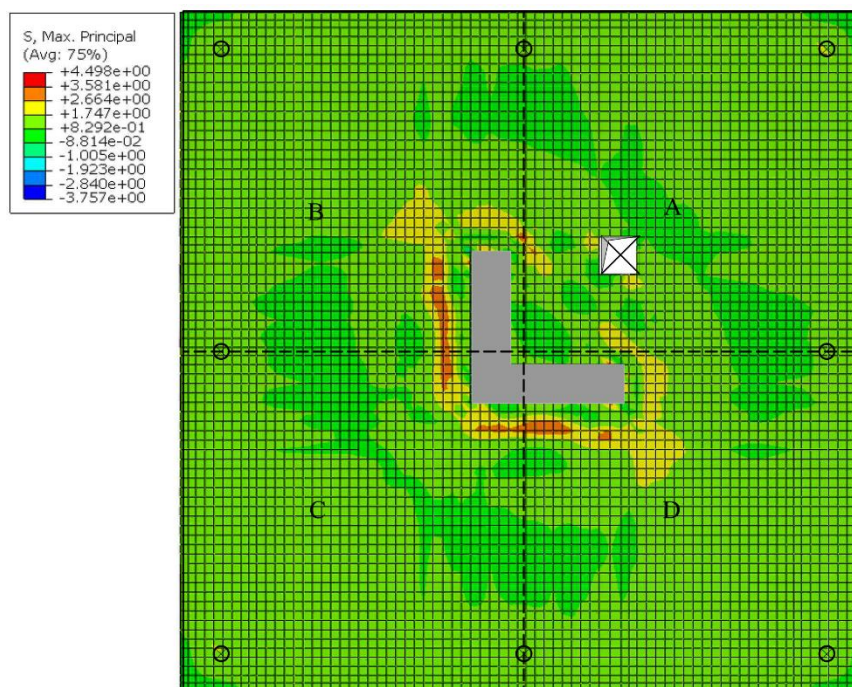


Figura 7.8 – Tensões máximas (MPa) no estagio último de carregamento da laje L3

7.3.2. Deslocamentos Verticais

As figuras 7.9 a 7.12 apresentam as curvas carga x deslocamento mensuradas na posição do deflectômetro d1 obtidas experimentalmente (EXP) e através da análise por elementos finitos (MEF). Os resultados obtidos nas simulações computacionais apresentam muita similaridade com os obtidos experimentalmente. Ao se analisar os deslocamentos verticais obtidos no mesmo carregamento nota-se diferenças de 1% até 16% entre os valores numéricos e experimentais, onde a laje que apresentou maiores discrepâncias foi a L3 e a que obteve resultados mais próximos foi a L1. A Tabela 7.4 apresenta um comparativo entre os deslocamentos obtidos experimentalmente e computacionalmente. A presença de aberturas na laje não alterou o comportamento quanto ao deslocamento das mesmas.

Tabela 7.4 – Deslocamentos obtidos computacionalmente e experimentalmente

Laje	$P_{ANALISADA}$ (kN)	d1-EXP (mm)	d1-MEF (mm)	EXP/MEF
LR	260	16,90	16,12	1,05
L1	270	17,79	17,97	0,99
L2	270	15,65	18,17	0,86
L3	250	17,82	15,35	1,16

$P_{ANALISADA}$ – carga onde se foi obtido o valor do deslocamento vertical computacionalmente e experimentalmente; d1-EXP – deslocamento vertical obtido pelo deflectômetro d1; d1-MEF – deslocamento vertical obtido computacionalmente na posição do relógio d1.

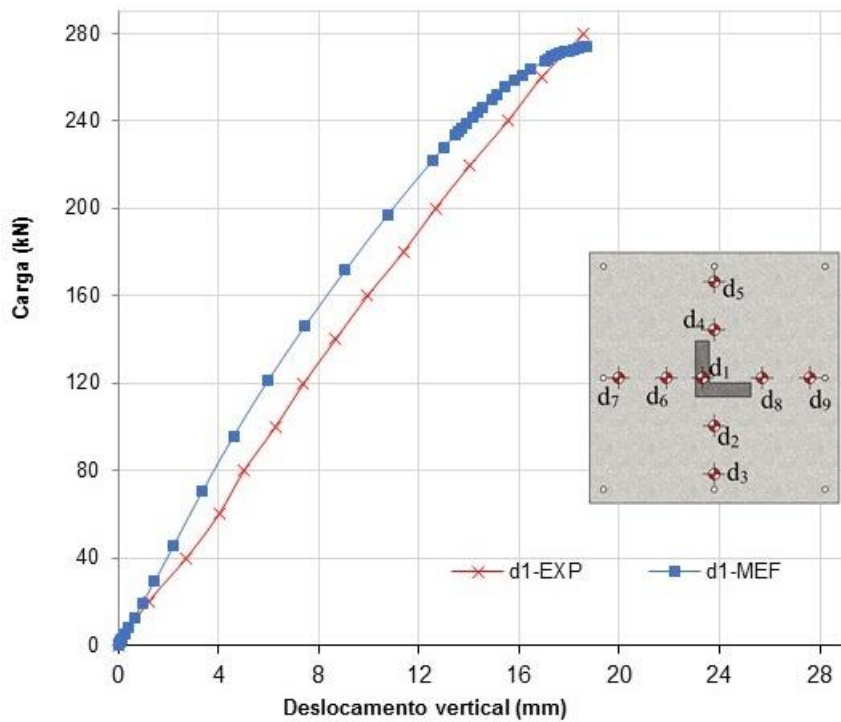


Figura 7.9 – Curva carga x deslocamento para a laje LR na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente

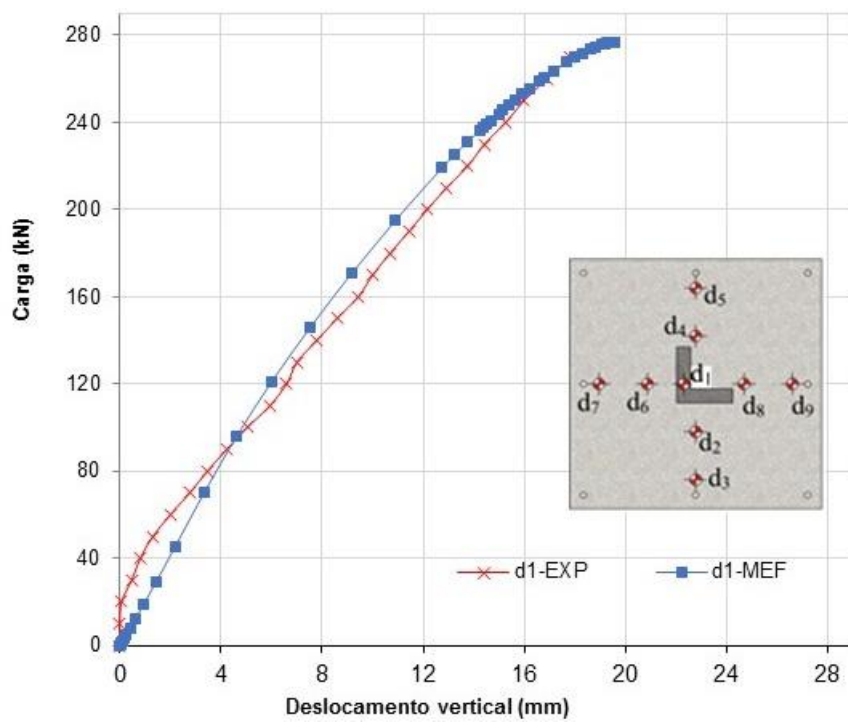


Figura 7.10 – Curva carga x deslocamento para a laje L1 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente

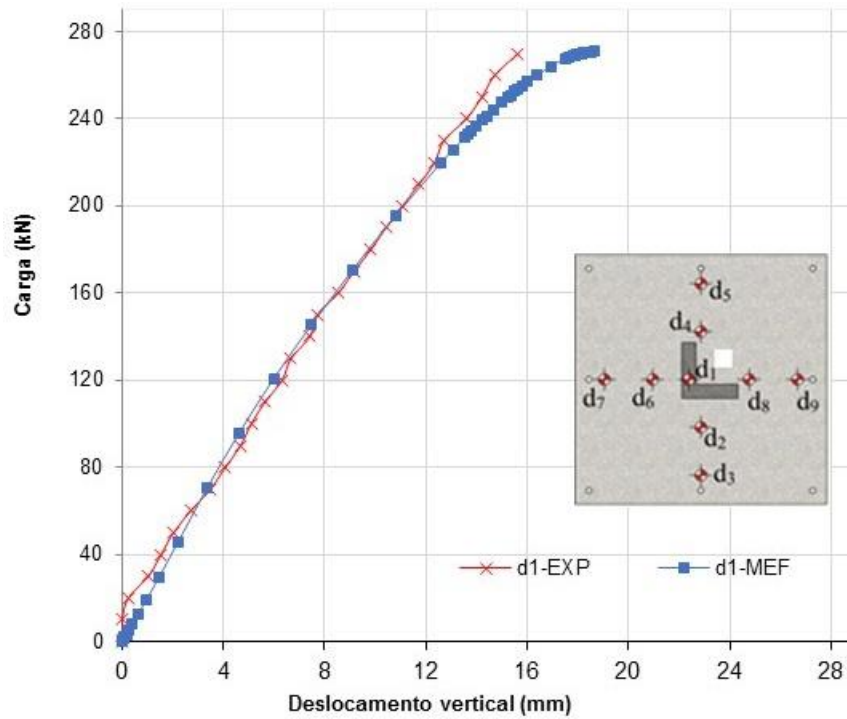


Figura 7.11 – Curva carga x deslocamento para a laje L2 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente

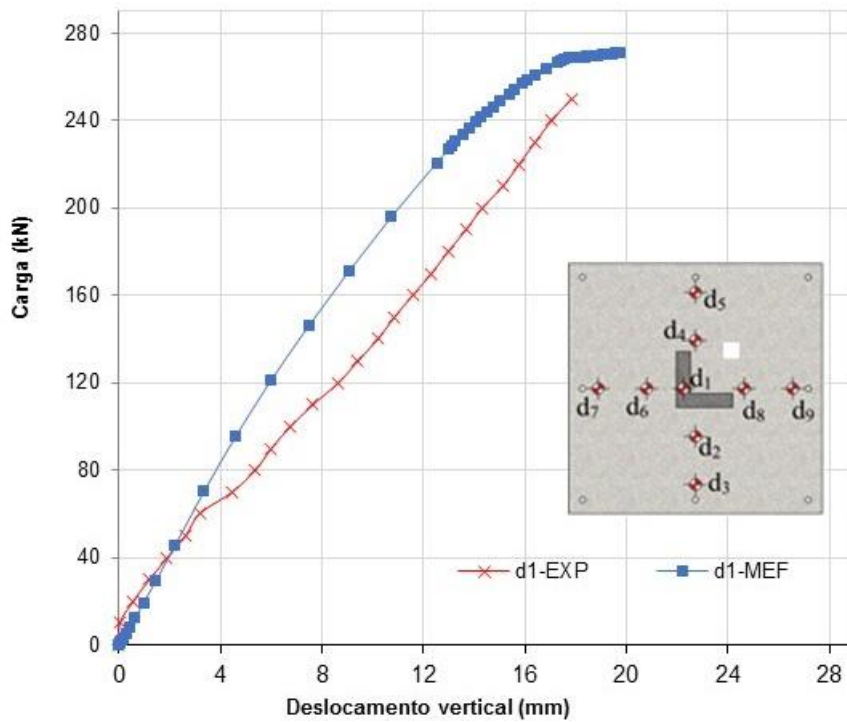


Figura 7.12 – Curva carga x deslocamento para a laje L3 na posição do deflectômetro d1 obtido experimentalmente e computacionalmente

7.3.3. Mapas de Fissuração e Modos de Ruptura

A fissuração no modelo numérico foi tratada como sendo a redução da rigidez do material da direção das maiores tensões principais. As Figuras 7.13 a 7.24 mostram a comparação entre o mapa de fissuração obtido experimentalmente na superfície das lajes com as fissuras obtidas no modelo numérico. Conforme pode ser observado, o padrão de fissuração obtido no modelo numérico é similar ao obtido experimentalmente em todas as lajes. Nas lajes com aberturas, as primeiras fissuras surgiram nos cantos das aberturas, bem como observado durante os ensaios. Na base das lajes, todos os modelos numéricos apresentaram mesmo comportamento que os experimentais, com exceção da L1 que apresentou experimentalmente fissuras mais afastadas do pilar, enquanto que computacionalmente elas foram adjacentes.

Ao se comparar a carga de primeira fissura, em todas as lajes o modelo numérico obteve valores superiores aos experimentais em média 40% superiores. Quando se avalia as cargas últimas, os resultados obtidos experimentalmente foram em média 2% superiores aos obtidos computacionalmente. Com exceção da laje LR, todas as lajes apresentaram o mesmo modo de ruptura. A Tabela 7.5 apresenta o comparativo entre as cargas de primeira fissura de ruptura e modos de ruptura obtidos experimentalmente e computacionalmente. Computacionalmente, a presença e posição das aberturas pouco modificou o comportamento das lajes quanto a fissuração e cargas de ruptura, porém o modo de ruptura da laje sem abertura foi diferente das demais, esta não apresentou escoamento das armaduras de flexão.

Tabela 7.5 – Cargas de primeira fissura, ruptura e modos de ruptura obtidos experimentalmente e computacionalmente

Lajes	Carga de 1ª fissura		Carga de ruptura		Modo de Ruptura	
	EXP	MEF	EXP	MEF	EXP	MEF
LR	80	100	285	273	PEAF	PUN
L1	50	70	273	276	PEAF	PEAF
L2	50	80	275	270	PEAF	PEAF
L3	60	80	277	271	PEAF	PEAF

PUN – ruptura por punção; PEAF – ruptura por punção com escoamento da armadura de flexão.

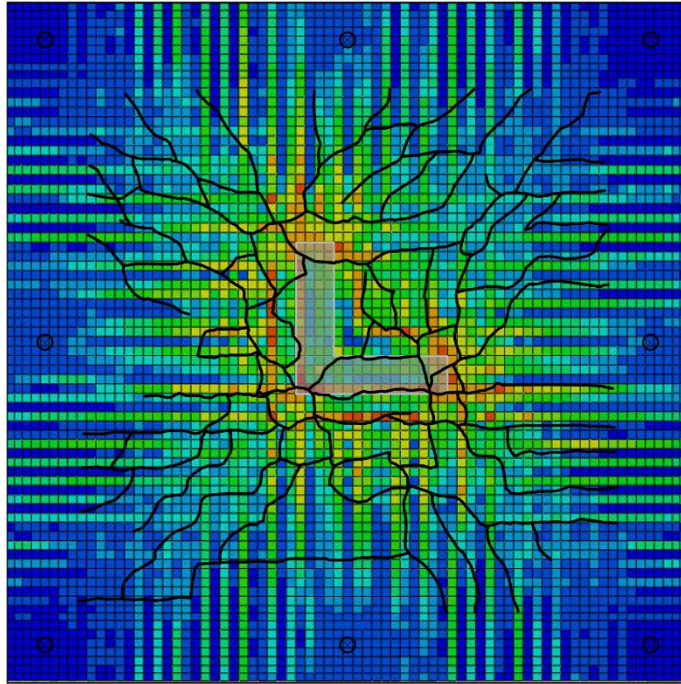


Figura 7.13 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente

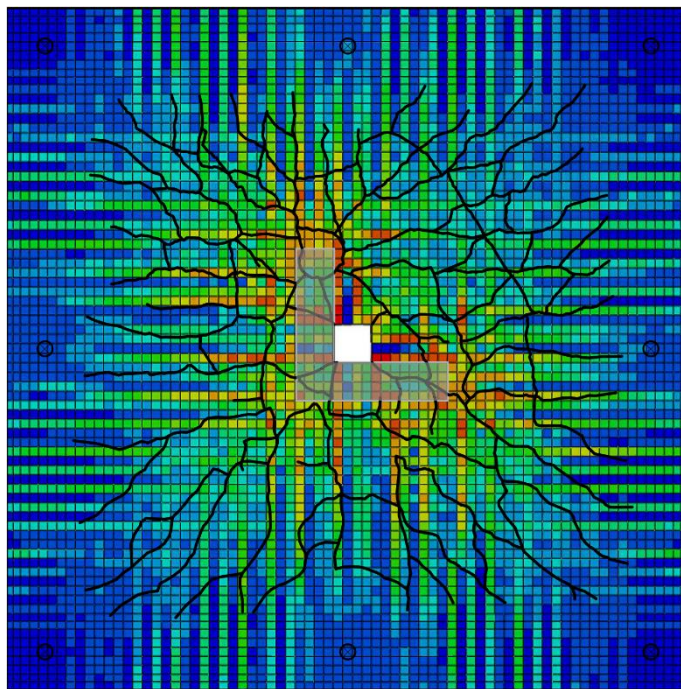


Figura 7.14 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente

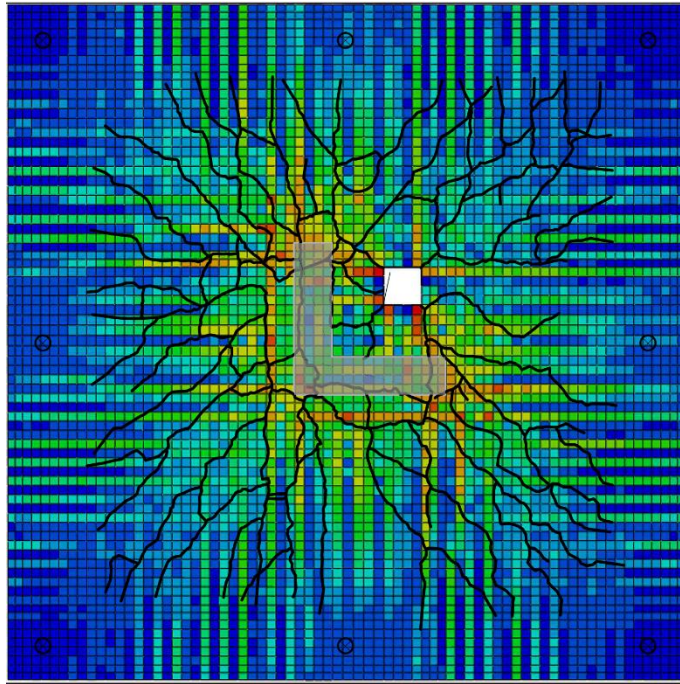


Figura 7.15 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente

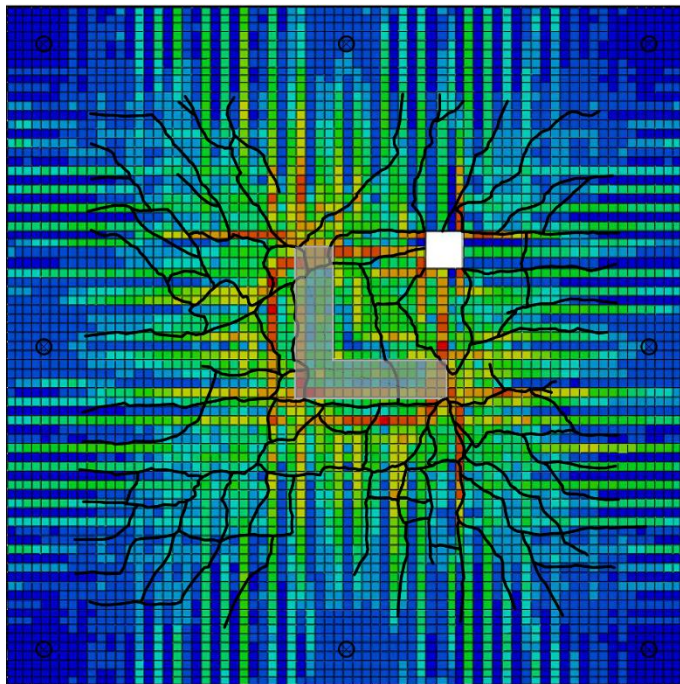


Figura 7.16 – Comparação entre o padrão de fissuração da superfície da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente

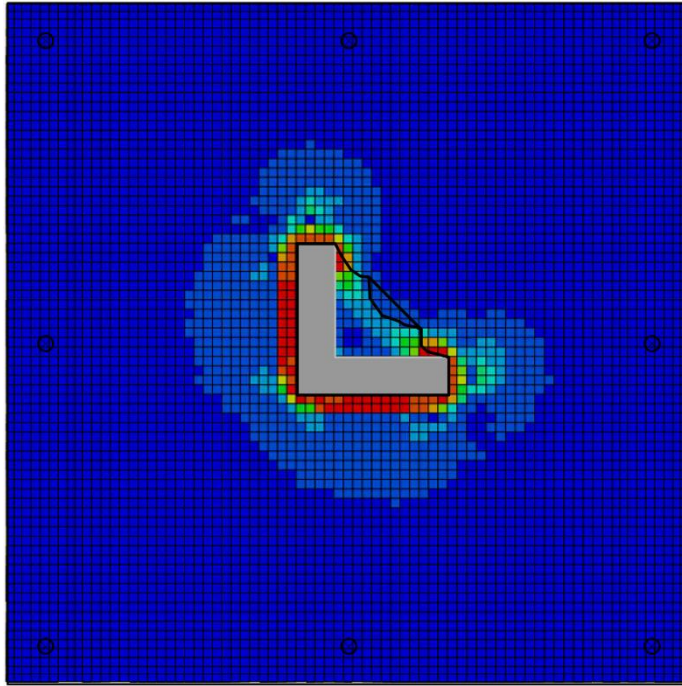


Figura 7.17 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente

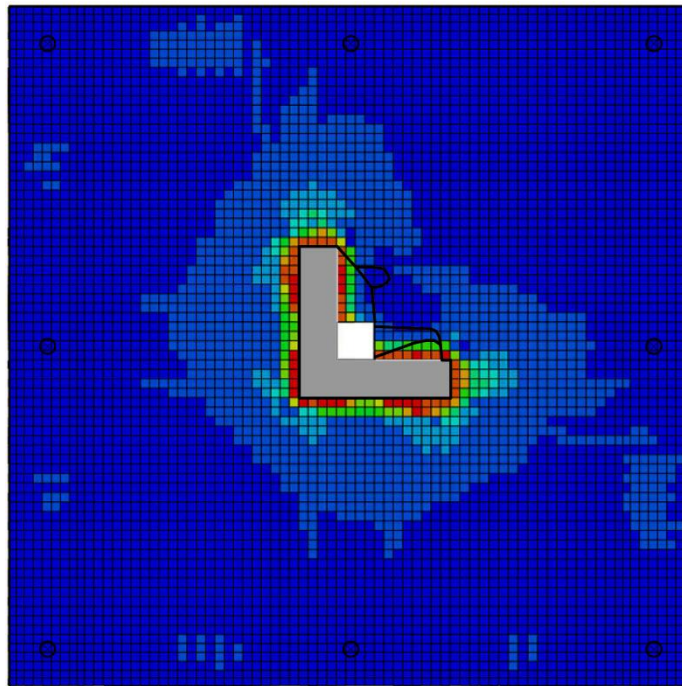


Figura 7.18 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente

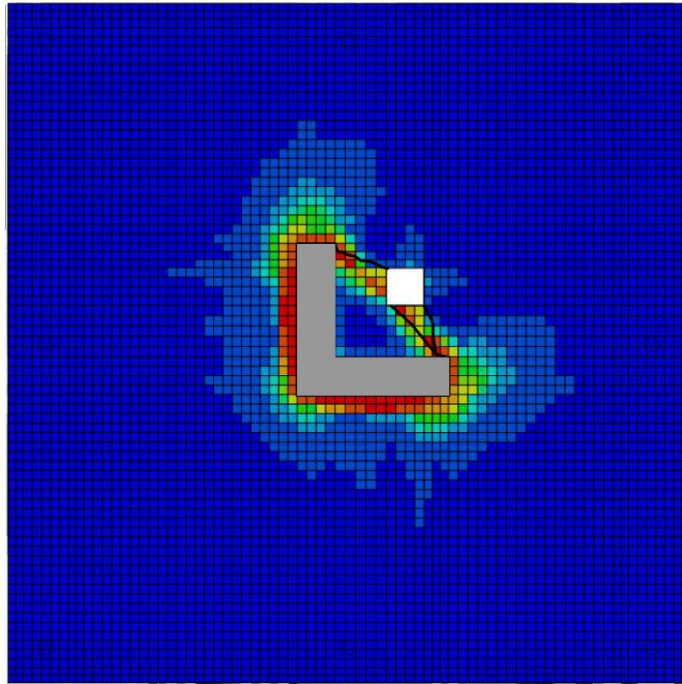


Figura 7.19 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente

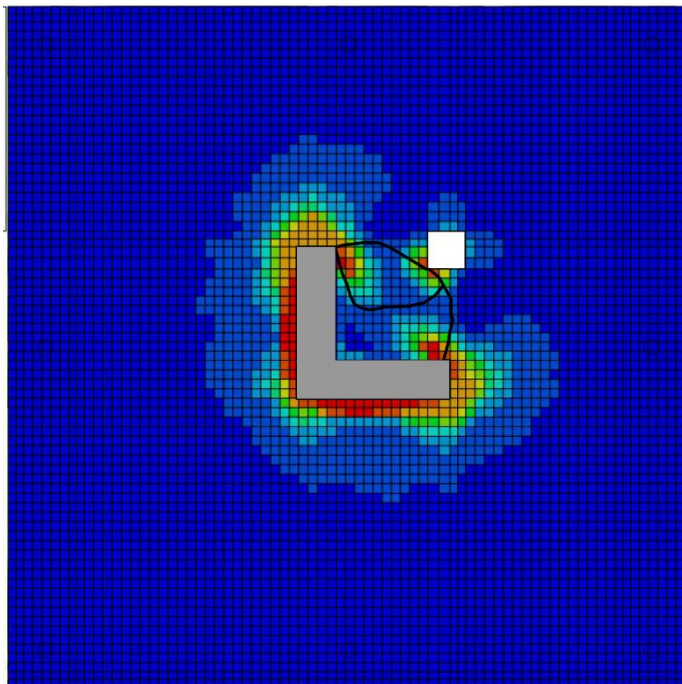


Figura 7.20 – Comparação entre o padrão de fissuração da base da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente

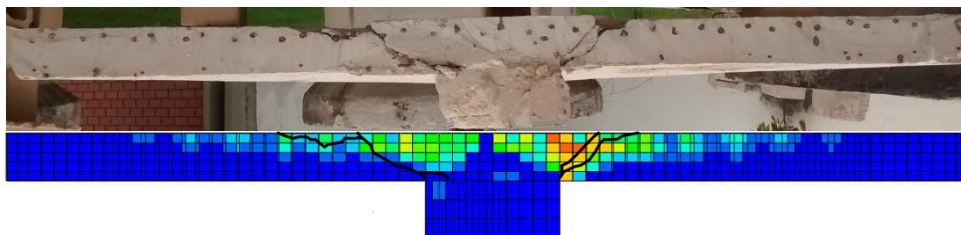


Figura 7.21 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje LR obtido experimentalmente e computacionalmente

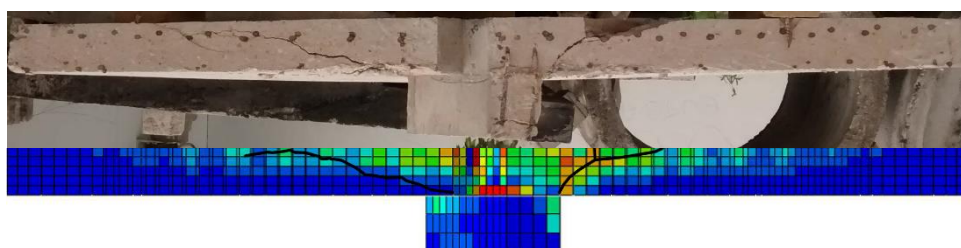


Figura 7.22 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L1 obtido experimentalmente e computacionalmente

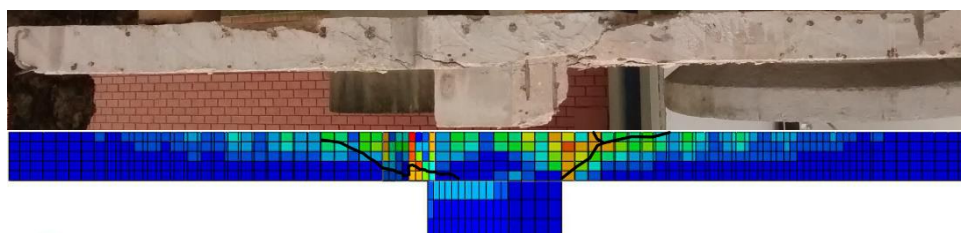


Figura 7.23 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L2 obtido experimentalmente e computacionalmente

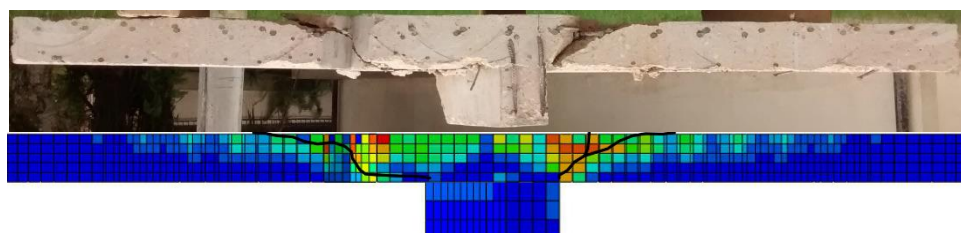


Figura 7.24 – Comparação entre o padrão de fissuração do corte à 45° da laje L3 obtido experimentalmente e computacionalmente

8. Conclusões

8.1. Deslocamentos Verticais

Todas as lajes apresentaram comportamento carga x deslocamento próximos. Observa-se que a medida que se adiciona os incrementos de carga, os deslocamentos aumentam linearmente independentemente do surgimento de fissuras ou não. Pôde-se observar também que no caso da laje L2, o relógio próximo a abertura obteve deslocamentos próximo aos obtidos pelo relógio posicionado no meio da laje. Esse comportamento pode ser justificado pela perda de rigidez provocada pela abertura nesta região. A presença e o posicionamento das aberturas não alterou de modo relevante o comportamento quanto ao deslocamento das lajes ensaiadas.

8.2. Deformações na Superfície do Concreto

Nenhuma das lajes ensaiadas ultrapassou a deformação limite de 3,5%, que caracteriza a ruptura por esmagamento do concreto durante a flexão estabelecido pela norma NBR 6118 (2014). A presença e o posicionamento das aberturas não alterou de modo significativo o comportamento quanto a deformação das regiões instrumentadas do concreto.

8.3. Deformações nas Armaduras

Em todas as lajes ensaiadas, as barras que apresentaram maiores deformações foram as próximas ao centro de gravidade da laje. A laje L2 obteve deformações próximas em todas as armaduras instrumentadas, enquanto que a LR apresentou comportamento bem distinto entre as armaduras. A presença e o posicionamento das aberturas alterou o comportamento da deformação das barras instrumentadas

8.4. Padrões de Fissuração

Observando as imagens após o término dos ensaios, verifica-se que todas as lajes apresentaram padrão de fissuração semelhante. A que mais divergiu da média foi a L3 que apresentou menos fissuras nos sentidos ortogonais da laje. Todas as lajes com aberturas apresentaram primeiras fissuras atingindo os vértices destes.

8.5. Cargas Últimas e Modos de Ruptura Observados

Apesar de todas as lajes apresentarem escoamento da armadura de flexão, isso não impediu a ruptura delas por punção. Observou-se que independentemente da distância da abertura em relação ao pilar a perda de resistência é baixa sendo em média de 3,5% em relação a laje sem abertura. A justificativa para esse comportamento é a baixa concentração de tensões nessa região, que pode estar relacionada com a dimensão do pilar e com a altura útil da laje, o que torna a presença de aberturas desta dimensão insignificantes em relação a resistência final da laje.

8.6. Análise das Expressões Normativas e Modelo Teórico

Todas as normas previram resultados a favor da segurança. Dentre as expressões analisadas, a que mais se aproximou dos resultados obtidos foi a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento de MUTTONI (2008) com a utilização do LoA 4. Esta expressão estimou resultados com precisão de 99%, exceto para a laje L1. A NBR 6118 (ABNT, 2014) que obteve uma relação média de P_u/P_n igual a 1,06, apresentou resultados em média próximos, porem com maior coeficiente de variação, enquanto que a ACI 318 (ACI, 2011), Eurocode 2 (CEN, 2004) e Model Code 2010 (*fib*, 2011) apresentaram valores de P_u/P_n de: 1,15, 1,30, 1,42, respectivamente.

Ao se avaliar apenas as lajes com aberturas, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou, na média, as melhores estimativas de carga última obtendo valores em média de P_u/P_n igual a 1,06, seguida pela TFCC (Muttoni, 2008) que obteve em média 1,08. As normas ACI 318 (ACI, 2011), Eurocode 2 (CEN, 2004), Model Code 2010 (*fib*, 2011) apresentaram médias iguais a 1,15, 1,30 e 1,34, respectivamente. Os resultados estimados para a laje L1 foram os mais discrepantes, apresentando sempre valores conservadores. A estimativa mais próxima foi obtida pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014) que apresentou valor de P_u/P_n igual a 1,26, enquanto que o pior resultado foi obtido pela Model Code 2010 (*fib*, 2011) 1,66.

Com relação a amostragem feita através de 69 lajes, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta, em todos os 7 grupos avaliados, as medias mais próximas do valor ideal. Vale ressaltar que para a avaliação das lajes presentes no banco de dados, o parâmetro Ψ (rotação da laje) foi obtida através do LoA 2. Avaliando os pontos de penalidade obtidos através do critério adaptado de COLLINS (2001), para todas as lajes com aberturas, a NBR 6118

(ABNT, 2014) e a TFCC (MUTTONI, 2008) apresentaram as menores pontuações de penalidade, 50 e 44, respectivamente. Já a ACI 318 (ACI, 2011) apresentou a maior pontuação, 62. Para o grupo 1, composto apenas por lajes que não apresentavam aberturas, a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou valor médio de P_u/P_n igual a 1,00, porém foi a que obteve a maior pontuação de penalidade, onde 5 das 12 lajes apresentaram resultados considerados perigosos.

O grupo 2 (abertura em lajes apoiadas sobre pilar quadrado), foi o que apresentou maior equilíbrio entre os resultados das expressões analisadas. Neste grupo, a norma brasileira e a TFCC (MUTTONI, 2008) apresentaram a mesma média de P_u/P_n (1,31) e as menores pontuações de penalidade semelhante, 31 e 27 respectivamente. Os resultados obtidos pelo grupo 3, composto por lajes com aberturas apoiadas sobre pilar retangular, mostram que a NBR 6118 (ABNT, 2014), apresentou a melhor média dentre todas as expressões analisadas ($P_u/P_n=1,07$), porém apresentou o maior coeficiente de variação e a maior pontuação de penalidade. As lajes com abertura apoiadas sobre pilar em L que pertencem ao grupo 4, tiveram suas cargas de ruptura estimadas com maior precisão através das expressões da norma NBR 6118 (ABNT 2014) seguida de perto pela TFCC (MUTTONI, 2008) que apresentaram valores de 1,30 e 1,35, respectivamente. Estas duas expressões também obtiveram as menores pontuações de penalidade dentre todas.

Avaliando os resultados das lajes do grupo 5 (lajes com aberturas adjacentes ao pilar) apenas, a ACI 318 (ACI, 2011) apresenta a maior pontuação de penalidade dentre todas, sendo todos os seus pontos obtidos por resultados conservadores ou muito conservadores. Esta norma também apresenta o pior resultado médio de P_u/P_n (1,64). Nas lajes do grupo 6 (lajes com abertura afastado do pilar), a NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta a menor pontuação de penalidade (5 pontos), obtendo metade dos resultados dentro do intervalo considerado nesta pesquisa como de segurança apropriada. Esta norma também apresenta a melhor média da razão carga última pela carga estimada, sendo de 1,17. Já para o grupo 7 que avalia as lajes que apresentam o centroide do perímetro de controle afastado do centroide do pilar, a NBR 6118 (ABNT, 2014) é a que apresenta a melhor média de resultados (1,11) e apresenta o segundo menor coeficiente de variação (17,5%) e pontuação de penalidade (29) ficando atrás da TFCC que apresenta coeficiente de variação igual a 16,4% e 26 pontos de penalidade, porém apresenta a segunda melhor média de resultados (1,29).

8.7. Resultados da Análise Computacional

As simulações computacionais mostraram-se satisfatórias, apresentando dados próximos aos obtidos experimentalmente. Observou-se que em todas as lajes, houve polarização de tensões nos vértices do pilar, porém, a presença de aberturas na laje alterou a configuração dessas distribuições. A simulação mostra que a presença de aberturas nesta região da laje não altera significativamente o comportamento quanto aos deslocamentos nem quanto às cargas de ruptura.

8.8. Justificativa para Cálculo do Perímetro de Controle

Ao se considerar que a origem das linhas tangentes a abertura é o vértice interno, para o caso onde o centroide da área carregada se encontrou dentro da abertura (laje L1), o perímetro de controle foi bastante reduzido, o que tornou as estimativas muito conservadoras. Os resultados obtidos nos ensaios mostraram que para lajes com pilares e aberturas com dimensões iguais ou proporcionais aos analisados, quando a abertura se encontra adjacente ao pilar, esta não tem sua resistência à punção penalizada. Este comportamento semelhante a este pôde ser observado no trabalho de PINTO *et al* (2014), em que uma de suas lajes apresentou abertura adjacente ao vértice interno ao pilar e sua carga de ruptura não obteve depreciação, porém nesta laje do autor, o centroide da área carregada não se encontrava dentro da abertura. Devido a isso, ao se desconsiderar a perda de perímetro de controle nas expressões analisadas, as estimativas se tornaram mais aproximadas às obtidas experimentalmente, conforme apresenta a Tabela 8.1.

Tabela 8.1 – Resultados obtidos considerando ou não a redução do perímetro de controle

Laje	b_0 (mm)	$u_1 = C'$ (mm)	$b_{1,red}$ (mm)	P_u	P_w/P_{ACI}	P_w/P_{EC2}	P_w/P_{MC10}	P_w/P_{NBR}	P_w/P_{TFCC}
L1*	1788	2618,1	1353,4	273	1,02	1,11	1,26	0,90	0,98
L1**	1279	1876,5	977,1	273	1,43	1,55	1,54	1,26	1,35
L1-P*	890,5	993,6	669,9	120	1,88	2,28	1,78	1,43	1,56
L1-P**	689,7	762,9	514,6	120	2,36	2,96	2,14	1,86	1,88

L1* – laje do presente trabalho calculada desconsiderando a presença da abertura para obtenção do perímetro de controle; L1** – laje do presente trabalho calculada considerando a presença da abertura na obtenção do perímetro de controle, para este caso a origem das linhas tangentes foi considerada como o vértice interno do pilar; L1-P* – laje L1 de PINTO *et al* (2014) calculada desconsiderando a presença da abertura para obtenção do perímetro de controle; L1-P** – laje L1 de PINTO *et al* (2014) calculada considerando a presença da abertura na obtenção do perímetro de controle, para este caso a origem das linhas tangentes foi considerada como o centroide da área carregada conforme recomendações normativas

8.9. Sugestões para Trabalhos Futuros

A seguir serão apresentadas algumas sugestões para estudos futuros envolvendo punção em lajes apoiadas sobre pilares de secção em “L” e com aberturas:

- Elaboração de linha de ruptura para caso de lajes apoiadas sobre pilares em “L”
- Aumentar as dimensões da aba do pilar afim de verificar a influência da forma do pilar;
- Ensaiar lajes apoiadas sobre pilar em “L” de abas desiguais;
- Ensaiar lajes apoiadas sobre pilares em “L” de canto;
- Ensaiar lajes com aberturas maiores;
- Deslocar a abertura adjacente ao pilar de modo que ele fique afastado do vértice interno do pilar;

Referências Bibliográficas

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2011.

ALBUQUERQUE, N. G. B. **Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas de Concreto Armado com Região Maciça de Geometria Variável ao Puncionamento**. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2009.

AGUIAR, A.J.O. **Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas Bidirecionais De Concreto Armado Com Furos Adjacentes ao Pilar**. Dissertação de mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739 – Ensaio de Compressão de Corpos de Prova Cilíndricos de Concreto**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 1978

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2003

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2007

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6892 – Materiais Metálicos – Ensaio de Tração à Temperatura Ambiente**. Rio de Janeiro, 2013

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222 – Argamassa e Concreto – Determinação da Resistência à Tração por Compressão Diametral de Corpos de Prova Cilíndricos – Método de Ensaio**. Rio de Janeiro, 2011

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522 – Concreto – Determinação do Módulo de Deformação Estática e Diagrama Tensão-Deformação – Método de Ensaio**. Rio de Janeiro, 2008

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NM 67 – Concreto – Determinação da Consistência pelo Abatimento do Tronco de Cone**. Rio de Janeiro, 1998

BIRTEL, V.; MARK, P. Parametrised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. Abaqus Users Conference. 2006

British Standards Institution 8110, **Structural Use of Concrete: Part 1, Code of Practice for Design and Construction**. London, 1997.

BORGES, L. L. J. **Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo com Pilares Retangulares, Furos e Armadura de Cisalhamento**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

BORGES, L. L. J.; MELO, G. S. S. A.; GOMES, R. B.; REGAN, P. E. **Punching shear of reinforced concrete flat plates with openings**. ACI Structural Journal, v. 110, p. 547-556, 2013.

CEB-FIP. **MODEL CODE 1990: Final Draft**. Bulletin D'Information, CEB, Lausanne, July 1991.

CEB-FIP. **MODEL CODE 2010: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, 2011.

CHAUDHARI, S. V.; CHAKRABARTI M.A. **Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS**. International Journal of Computer Applications, New York, USA, 2012

COLLINS, M. P. **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design. 2001

DAMASCENO, L. S. R. **Análise Experimental de Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado com Pilares Retangulares ao Puncionamento**. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2007.

DUTRA, C. M.; VERÍSSIMO, G. S.; RIBEIRO, J. C. L.; PAES, J. L. R. **Análise Numérica do Comportamento Estrutural de Conectores de Cisalhamento Tipo Crestbond**. Congresso Latino-Americano da Construção Metálica. ABCEM. São Paulo, 2014

EUROCODE 2. **Design of concrete structures – Part1: General rules and rules for buildings**. European Standard, 1992.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures – Part1: General rules and rules for buildings**. European Standard, 2004.

FINK, J; PETRASCHKE, T; ONDRIS. **Push-out Test Parametric Simulation Study of a New Sheet-Type Shear Connector**. Austria, 2006.

HANDBOOK TO BRITISH STANDARD BS8110:1985. **Structural use of Concrete**. Palladian Publications Ltd, London, 1987.

HIBBITT, K.; SORENSEN. **ABAQUS Theory Manual**. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, EUA; 2009.

INGERSLEV, A. **The Strength of Rectangular Slabs**. The Institution of Structural Engineers Journal, Westminster, 1923.

JANKOWIAK I., KAŁOL W., MADAJ A. **Identification of a continuous composite beam numerical model, based on experimental tests.** 7th Conference on Composite Structures, Zielona Góra, 2005, pp. 163–178.

JOHANNSSON, B. & REITZEL, P. **Numerical analysis of a reinforced concrete beam in Abaqus 6.10.** Dissertação (Mestrado). Aalborg University, 2011.

JOHANSEN, K. W. **Brudlineeteorier.** Polyteknisk Forening, Genoptrykt, 1943

KMIECIK P.; KAMIŃSKI M. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration.** ARCHIVES OF CIVIL AND MECHANICAL ENGINEERING, Wrocław, Poland, 2011.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. **A Plastic-Damage Model for Concrete.** International Journal of Solids and Structures, vol. 25, no. 3, pp. 229–326, 1989.

LEE, J.; FENVES, G. L. **Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures.** Journal of Engineering Mechanics, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.

MALM, R. **Predicting shear type crack initiation and growth in concrete with nonlinear finite element method.** Ph.D. thesis, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2009.

MATEUS, G. M.; AGUIAR, A. J.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C. **Two-way ribbed flat slabs with shafts.** IBRACON Structures and Materials Journal, Volume 7, Number 4. 2014

MELO, G. S. S. A. **Behaviour of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure.** Polytechnic of Central London, PhD Thesis, August 1990

MOE, J. **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads.** Development Dept. Bulletin No. D47, Portland, Cement Association, Skokie, Illinois, 1961.

MORAES NETO, B. N. **Análise Experimental de Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Estribos Inclinados e Pilares Retangulares Sujeitas a Puncionamento**

Simétrico. Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

MOURAD, H. M. **Elastic-Plastic Behavior and Limit Load Analysis of Pipe Bends Under Out-Of-Plane Moment Loading and Internal Pressure**. Master Thesys. The American University in Cairo School of Sciences and Engineering, Cairo, 1999.

MUTTONI, A. **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Without Transverse Reinforcement**. ACI Structural Journal, July/August 2008.

MUTTONI, A.; SCHUARTZ, J. **Behaviour of Beams and Punching in Slabs Without Shear Reinforcement**. IABESE Colloquium, Zurich, Switzerland, 1991.

NOVOSELAC, S.; ERGIC, T.; BALICEVIC, P. **Linear and Nonlinear Buckling and Post Buckling and Post Buckling Analysis of a Bar with the Influence of Imperfections**. Tehnički vjesnik, Croatia, 2012.

OLIVEIRA, D. R. C. **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2003.

OUKAILI, N. K.; SALMAN, T. S. **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Plates with Openings**. Journal of Engineering, Baghdad University, Jadriyah, 2014.

PARK, R.; GAMBLE, W. L. **Reinforced Concrete Slabs**. John Wiley & Sons Inc., New York, 2000.

PINTO, V.C.; OLIVEIRA, F.V.L.; BARROS, F.C.G.M.; OLIVEIRA, D.R.C. **Análise Experimental de Lajes Lisas com Pilar em “L” e Furo Adjacente ao Pilar**. Anais do 56º Congresso Brasileiro do Concreto, IBRACON, Natal, 2014.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. **Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement**. ACI Structural Journal, July-August 2009

SACRAMENTO, P. V. P. **Análise Experimental de Lajes Nervuradas de Concreto Armado Com Viga Faixa de Altura Variável.** Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2014.

SARTURI, F. D. M. **Simulação Computacional de Estruturas de Concreto Reforçadas Com Aço e Compósitos de Fibra de Carbono.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Mecânica Computacional. Universidade Federal do Parná, Curitiba, 2014.

SILVA, H. P. **Simulação Numérica do Comportamento de Conectores de Cisalhamento Tipo Crestbond.** Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013

SIMULIA. **Abaqus 6.12 Analysis User`s Manual Volume IV: Elements.** Dassault Systèmes, 2012.

SOUZA, R. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Furos Adjacentes ou Distantes de um Pilar Interno.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

SOUZA, S. S. M. **Análise Experimental de Lajes Nervuradas de Concreto Armado com Armadura de Punção.** Dissertação de Mestrado. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém. 2007.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em Concreto Armado e Protendido.** EDUFF, Niterói ,1994

STEVENSON, A. M. **Post-tensioned Concrete Floors in Multi-Story Buildings: An introduction to the development, benefits, design and construction of in-situ prestressed suspended floors.** British Cement Association Publication n°. 97.347, 1994.

TENG, S.; KUANG, K. L.; CHEONG, H. K.; GENG, J. Z. **Punching Shear Strength of Slabs with Openings and Supported on Rectangular Columns.** ACI Structural Journal, 2004.

TYAU, J. S. **Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Using 3-Dimensional Solid Elements with Discrete Rebar.** A project submitted to the Faculty of Brigham Young University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Utah, 2009.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. W. **Theory of Plates and Shells.** McGraw-Hill, New York, 1959.

WAYNE, K. B. **Punching Shear of High Strength Concrete Slabs with Perforations.** Department of Civil Engineering, University of Alberta, A thesis submitted to the Faculty of Graduate Studies and Research in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Edmonton, Alberta, 1997.

WINKLER, K.; STANGENBERG, F. **Numerical Analysis of Punching Shear Failure of Reinforced Concrete Slabs.** ABAQUS Users Conference, Berlin. 2007

ANEXOS

A. Aplicação das Expressões Normativas e Teóricas para Determinação das Cargas Últimas de Punção das Lajes (Cálculos Realizados no Programa Mathcad Prime 3.0)

1-Dados da laje:

Identificação: LR

$$\begin{aligned}
 a &:= 565.68 \text{ mm} & l &:= 1800 \text{ mm} & d &:= 93 \text{ mm} & n^\circ &:= 20 & \phi &:= 10 \text{ mm} \\
 b &:= 353.55 \text{ mm} & l_a &:= 1600 \text{ mm} & f_{yk} &:= 538 \text{ MPa} & A_s &:= \frac{(\pi \cdot \phi^2)}{4} \cdot n^\circ & \rho &:= \frac{A_s}{l \cdot d} = 0.938\% \\
 \beta &:= \frac{a}{b} = 1.6 & l_b &:= 1600 \text{ mm} & E_s &:= 214 \text{ GPa} & \rho_1 &:= \rho \\
 V_u &:= 283 \text{ kN} & f_{ck} &:= 23.3 \text{ MPa} & \alpha_s &:= 40
 \end{aligned}$$

2-Perímetros de controle:

ACI	EC2	MC2010 E TFCC	NBR 6118
$b_0 := 1828 \text{ mm}$	$u_1 := 2640 \text{ mm}$	$b_{1.red} := 1353 \text{ mm}$	$C' := u_1$
		$A_c := 155354 \text{ mm}^2$	
		$e_u := 40 \text{ mm}$	

3-Verificação segundo a ACI 318 (ACI, 2011):

$$V_{c1} := \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\text{MPa}} \cdot b_0 \cdot d = 307.729 \text{ kN}$$

$$V_{c2} := \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\text{MPa}} \cdot b_0 \cdot d = 275.931 \text{ kN}$$

$$V_{c3} := \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{\text{MPa}} = 273.537 \text{ kN}$$

$$V_{c4} := \begin{cases} V_{c1} & \text{if } V_{c1} \leq V_{c2} \\ V_{c2} & \text{else} \\ V_{c3} & \end{cases}$$

$$P_{ACI} := \begin{cases} V_{c4} & \text{if } V_{c4} \leq V_{c3} \\ V_{c3} & \text{else} \end{cases} = 273.537 \text{ kN}$$

4-Verificação segundo a Eurocode2 (CEN, 2004):

$$\begin{aligned}
 \gamma_c &:= 1 & k_1 &:= 0.15 & \sigma_{cp} &:= 0 \text{ MPa} & k &:= 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 2.466 & k &:= \begin{cases} k & \text{if } k \leq 2 \\ 2 & \text{else} \end{cases} = 2 \\
 & & & & & & & & & \text{(size effect)}
 \end{aligned}$$

$$C_{Rd.c} := \frac{0.18}{\gamma_c}$$

$$V_{Rk.c} := C_{Rd.c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} = 1.007 \text{ MPa}$$

$$P_{EC2} := V_{Rk.c} \cdot u_1 \cdot d = 247.151 \text{ kN}$$

5-Verificação segundo a CEB-FIP MC 2010 (fib, 2011):

$$b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.241 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$d_g := 16 \text{ mm} \quad d_{g0} := 16 \text{ mm}$$

$$k_{dg} := \frac{32}{\frac{d_{g0}}{\text{mm}} + \frac{d_g}{\text{mm}}} = 1$$

$$\Psi := 0.011 \text{ rad} \quad (\text{obtido atraves de analise numérica não-linear})$$

$$k_\Psi := \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \Psi \cdot \frac{d}{\text{mm}}} = 0.413$$

$$V_{Rk.c} := k_\Psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} = 1.994 \text{ MPa}$$

$$P_{MC2010} := k_\Psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 230.206 \text{ kN}$$

6-Verificação segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\tau_{Rk1} := 0.18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot fck)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} = 1.241 \text{ MPa}$$

$$P_{NBR} := \tau_{Rk1} \cdot d \cdot C' = 304.796 \text{ kN}$$

7-Verificação segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008):

$$r_{s.a} := \frac{l_a}{2} \quad b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.241 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$\Psi := 0.011 \text{ rad} \quad d_g := 16 \text{ mm}$$

$$P_{MUT} := \frac{3 \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{fck} \cdot \sqrt{MPa}}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \Psi \cdot \frac{d}{d_{g0} + d_g}\right)} = 282.484 \text{ kN}$$

8-Resultados das Normas Analisadas:

$$P_{ACI} = 273.5 \text{ kN}$$

$$P_{EC2} = 247.2 \text{ kN}$$

$$P_{MC2010} = 230.2 \text{ kN}$$

$$P_{NBR} = 304.8 \text{ kN}$$

$$P_{MUT} = 282.5 \text{ kN}$$

1–Dados da laje:

Identificação: L1

$$\begin{aligned}
 a &:= 565.68 \text{ mm} & l &:= 1800 \text{ mm} & d &:= 93 \text{ mm} & n^o &:= 20 & \phi &:= 10 \text{ mm} \\
 b &:= 353.55 \text{ mm} & l_a &:= 1600 \text{ mm} & f_{yk} &:= 538 \text{ MPa} & A_s &:= \frac{(\pi \cdot \phi^2)}{4} \cdot n^o & \rho &:= \frac{A_s}{l \cdot d} = 0.938\% \\
 \beta &:= \frac{a}{b} = 1.6 & l_b &:= 1600 \text{ mm} & E_s &:= 214 \text{ GPa} & \rho_1 &:= \rho \\
 & & f_{ck} &:= 23.3 \text{ MPa} & \alpha_s &:= 40 & & & &
 \end{aligned}$$

2–Perímetros de controle:

<i>ACI</i>	<i>EC2</i>	<i>MC2010 ET FCC</i>	<i>NBR 6118</i>
$b_0 := 1279 \text{ mm}$	$u_1 := 1876.5 \text{ mm}$	$b_{1,red} := 977.1 \text{ mm}$	$C' := u_1$
		$A_c := 115890 \text{ mm}^2$	
		$e_u := 23 \text{ mm}$	

3–Verificação segundo a ACI 318 (ACI, 2011):

$$V_{c1} := \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 215.309 \text{ kN}$$

$$V_{c2} := \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 234.856 \text{ kN}$$

$$V_{c3} := \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{MPa} = 191.386 \text{ kN}$$

$$V_{c4} := \begin{cases} V_{c1} & \text{if } V_{c1} \leq V_{c2} \\ V_{c2} & \text{else} \end{cases}$$

$$P_{ACI} := \begin{cases} V_{c4} & \text{if } V_{c4} \leq V_{c3} \\ V_{c3} & \text{else} \end{cases} = 191.386 \text{ kN}$$

4–Verificação segundo a Eurocode2 (CEN, 2004):

$$\begin{aligned}
 \gamma_c &:= 1 & k_1 &:= 0.15 & \sigma_{cp} &:= 0 \text{ MPa} & k &:= 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 2.466 & k &:= \begin{cases} k & \text{if } k \leq 2 \\ 2 & \text{else} \end{cases} = 2 \\
 & & & & & & \text{(size effect)} & & &
 \end{aligned}$$

$$C_{Rd,c} := \frac{0.18}{\gamma_c}$$

$$V_{Rk,c} := C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} = 1.007 \text{ MPa}$$

$$P_{EC2} := V_{Rk,c} \cdot u_1 \cdot d = 175.674 \text{ kN}$$

5-Verificação segundo a CEB-FIP MC 2010 (fib, 2011):

$$b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.944 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = 921.901 \text{ mm}$$

$$d_g := 16 \text{ mm} \quad d_{g0} := 16 \text{ mm}$$

$$k_{dg} := \frac{32}{\frac{d_{g0}}{\text{mm}} + \frac{d_g}{\text{mm}}} = 1$$

$$\Psi := 0.01223 \text{ rad} \quad (\text{obtido atraves de analise numérica não-linear})$$

$$k_\Psi := \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \Psi \cdot \frac{d}{\text{mm}}} = 0.396$$

$$V_{Rk.c} := k_\Psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} = 1.913 \text{ MPa}$$

$$P_{MC2010} := k_\Psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 163.989 \text{ kN}$$

6-Verificação segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\tau_{Rk1} := 0.18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot fck)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} = 1.241 \text{ MPa}$$

$$P_{NBR} := \tau_{Rk1} \cdot d \cdot C' = 216.647 \text{ kN}$$

7-Verificação segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008):

$$r_{s.a} := \frac{l_a}{2} \quad b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.944 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = 921.901 \text{ mm}$$

$$\Psi := 0.01223 \text{ rad} \quad d_g := 16 \text{ mm}$$

$$P_{MUT} := \frac{3 \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{fck} \cdot \sqrt{MPa}}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \Psi \cdot \frac{d}{d_{g0} + d_g}\right)} = 202.452 \text{ kN}$$

8-Resultados das Normas Analisadas:

$$P_{ACI} = 191.4 \text{ kN}$$

$$P_{EC2} = 175.7 \text{ kN}$$

$$P_{MC2010} = 164 \text{ kN}$$

$$P_{NBR} = 216.6 \text{ kN}$$

$$P_{MUT} = 202.5 \text{ kN}$$

1-Dados da laje:

Identificação: L2

$$\begin{aligned}
 a &:= 565.68 \text{ mm} & l &:= 1800 \text{ mm} & d &:= 95 \text{ mm} & n^o &:= 20 & \phi &:= 10 \text{ mm} \\
 b &:= 353.55 \text{ mm} & l_a &:= 1600 \text{ mm} & f_{yk} &:= 538 \text{ MPa} & A_s &:= \frac{(\pi \cdot \phi^2)}{4} \cdot n^o & \rho &:= \frac{A_s}{l \cdot d} = 0.919\% \\
 \beta &:= \frac{a}{b} = 1.6 & l_b &:= 1600 \text{ mm} & E_s &:= 214 \text{ GPa} & \rho_1 &:= \rho \\
 & & f_{ck} &:= 23.7 \text{ MPa} & \alpha_s &:= 40 & & & &
 \end{aligned}$$

2-Perímetros de controle:

ACI	EC2	MC2010 E TFCC	NBR 6118
$b_0 := 1648 \text{ mm}$	$u_1 := 2289 \text{ mm}$	$b_{1,red} := 1353 \text{ mm}$	$C' := u_1$
		$A_c := 151996 \text{ mm}^2$	
		$e_u := 40 \text{ mm}$	

3-Verificação segundo a ACI 318 (ACI, 2011):

$$\begin{aligned}
 V_{c1} &:= \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\text{MPa}} \cdot b_0 \cdot d = 285.816 \text{ kN} \\
 V_{c2} &:= \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\text{MPa}} \cdot b_0 \cdot d = 273.483 \text{ kN} \\
 V_{c3} &:= \frac{1}{3} \sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{\text{MPa}} = 254.059 \text{ kN} \\
 V_{c4} &:= \begin{cases} V_{c1} & \text{if } V_{c1} \leq V_{c2} \\ V_{c2} & \text{else} \end{cases} \\
 P_{ACI} &:= \begin{cases} V_{c4} & \text{if } V_{c4} \leq V_{c3} \\ V_{c3} & \text{else} \end{cases} = 254.059 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

4-Verificação segundo a Eurocode2 (CEN, 2004):

$$\begin{aligned}
 \gamma_c &:= 1 & k_1 &:= 0.15 & \sigma_{cp} &:= 0 \text{ MPa} & k &:= 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 2.451 & k &:= \begin{cases} k & \text{if } k \leq 2 \\ 2 & \text{else} \end{cases} = 2 \\
 & & & & & & & & & \text{(size effect)} \\
 C_{Rd,c} &:= \frac{0.18}{\gamma_c} \\
 V_{Rk,c} &:= C_{Rd,c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} = 1.005 \text{ MPa} \\
 P_{EC2} &:= V_{Rk,c} \cdot u_1 \cdot d = 218.589 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

5-Verificação segundo a CEB-FIP MC 2010 (fib, 2011):

$$b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.24 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$d_g := 16 \text{ mm} \quad d_{g0} := 16 \text{ mm}$$

$$k_{dg} := \frac{32}{\frac{d_{g0}}{\text{mm}} + \frac{d_g}{\text{mm}}} = 1$$

$$\Psi := 0.0125 \text{ rad} \quad (\text{obtido atraves de analise numérica não-linear})$$

$$k_\psi := \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \Psi \cdot \frac{d}{\text{mm}}} = 0.389$$

$$V_{Rk.c} := k_\psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{\text{MPa}} = 1.895 \text{ MPa}$$

$$P_{MC2010} := k_\psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{\text{MPa}} \cdot b_0 \cdot d = 223.295 \text{ kN}$$

6-Verificação segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\tau_{Rk1} := 0.18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot fck)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} = 1.232 \text{ MPa}$$

$$P_{NBR} := \tau_{Rk1} \cdot d \cdot C' = 267.876 \text{ kN}$$

7-Verificação segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008):

$$r_{s.a} := \frac{l_a}{2} \quad b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.24 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$\Psi := 0.0125 \text{ rad} \quad d_g := 16 \text{ mm}$$

$$P_{MUT} := \frac{3 \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{fck} \cdot \sqrt{\text{MPa}}}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \Psi \cdot \frac{d}{d_{g0} + d_g}\right)} = 276.359 \text{ kN}$$

8-Resultados das Normas Analisadas:

$$P_{ACI} = 254.1 \text{ kN}$$

$$P_{EC2} = 218.6 \text{ kN}$$

$$P_{MC2010} = 223.3 \text{ kN}$$

$$P_{NBR} = 267.9 \text{ kN}$$

$$P_{MUT} = 276.4 \text{ kN}$$

1–Dados da laje:

Identificação: L3

$$\begin{aligned}
 a &:= 565.68 \text{ mm} & l &:= 1800 \text{ mm} & d &:= 95 \text{ mm} & n^o &:= 20 & \phi &:= 10 \text{ mm} \\
 b &:= 353.55 \text{ mm} & l_a &:= 1600 \text{ mm} & f_{yk} &:= 538 \text{ MPa} & A_s &:= \frac{(\pi \cdot \phi^2)}{4} \cdot n^o & \rho &:= \frac{A_s}{l \cdot d} = 0.919\% \\
 \beta &:= \frac{a}{b} = 1.6 & l_b &:= 1600 \text{ mm} & E_s &:= 214 \text{ GPa} & \rho_1 &:= \rho \\
 & & f_{ck} &:= 23.7 \text{ MPa} & \alpha_s &:= 40
 \end{aligned}$$

2–Perímetros de controle:

ACI	EC2	MC2010 E TFCC	NBR 6118
$b_0 := 1706 \text{ mm}$	$u_1 := 2337 \text{ mm}$	$b_{1,red} := 1354 \text{ mm}$	$C' := u_1$
		$A_c := 155354 \text{ mm}^2$	
		$e_u := 40 \text{ mm}$	

3–Verificação segundo a ACI 318 (ACI, 2011):

$$V_{c1} := \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 295.875 \text{ kN}$$

$$V_{c2} := \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 277.954 \text{ kN}$$

$$V_{c3} := \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{MPa} = 263 \text{ kN}$$

$$V_{c4} := \begin{cases} V_{c1} & \text{if } V_{c1} \leq V_{c2} \\ V_{c2} & \text{else} \end{cases}$$

$$P_{ACI} := \begin{cases} V_{c4} & \text{if } V_{c4} \leq V_{c3} \\ V_{c3} & \text{else} \end{cases} = 263 \text{ kN}$$

4–Verificação segundo a Eurocode2 (CEN, 2004):

$$\begin{aligned}
 \gamma_c &:= 1 & k_1 &:= 0.15 & \sigma_{cp} &:= 0 \text{ MPa} & k &:= 1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}} = 2.451 & k &:= \begin{cases} k & \text{if } k \leq 2 \\ 2 & \text{else} \end{cases} = 2 \\
 & & & & & & & & & & \text{(size effect)}
 \end{aligned}$$

$$C_{Rd,c} := \frac{0.18}{\gamma_c}$$

$$V_{Rk,c} := C_{Rd,c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(MPa\right)^{\frac{2}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} = 1.005 \text{ MPa}$$

$$P_{EC2} := V_{Rk,c} \cdot u_1 \cdot d = 223.173 \text{ kN}$$

5-Verificação segundo a CEB-FIP MC 2010 (fib, 2011):

$$b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.242 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$d_g := 16 \text{ mm} \quad d_{g0} := 16 \text{ mm}$$

$$k_{dg} := \frac{32}{\frac{d_{g0}}{\text{mm}} + \frac{d_g}{\text{mm}}} = 1$$

$$\Psi := 0.012 \text{ rad} \quad (\text{obtido atraves de analise numérica não-linear})$$

$$k_\psi := \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \Psi \cdot \frac{d}{\text{mm}}} = 0.396$$

$$V_{Rk.c} := k_\psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} = 1.927 \text{ MPa}$$

$$P_{MC2010} := k_\psi \cdot \sqrt{fck} \sqrt{MPa} \cdot b_0 \cdot d = 227.448 \text{ kN}$$

6-Verificação segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$\tau_{Rk1} := 0.18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200 \text{ mm}}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot fck)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa}^{\frac{2}{3}} = 1.232 \text{ MPa}$$

$$P_{NBR} := \tau_{Rk1} \cdot d \cdot C' = 273.494 \text{ kN}$$

7-Verificação segundo a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (MUTTONI, 2008):

$$r_{s.a} := \frac{l_a}{2} \quad b_u := \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_c} \quad k_e := \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} = 0.917 \quad b_0 := k_e \cdot b_{1.red} = (1.242 \cdot 10^3) \text{ mm}$$

$$\Psi := 0.012 \text{ rad} \quad d_g := 16 \text{ mm}$$

$$P_{MUT} := \frac{3 \cdot b_0 \cdot d \cdot \sqrt{fck} \cdot \sqrt{MPa}}{4 \cdot \left(1 + 15 \cdot \Psi \cdot \frac{d}{d_{g0} + d_g}\right)} = 280.831 \text{ kN}$$

8-Resultados das Normas Analisadas:

$$P_{ACI} = 263 \text{ kN}$$

$$P_{EC2} = 223.2 \text{ kN}$$

$$P_{MC2010} = 227.4 \text{ kN}$$

$$P_{NBR} = 273.5 \text{ kN}$$

$$P_{MUT} = 280.8 \text{ kN}$$

B. Leituras Registradas nos Ensaiois

B.1. Deslocamentos Verticais

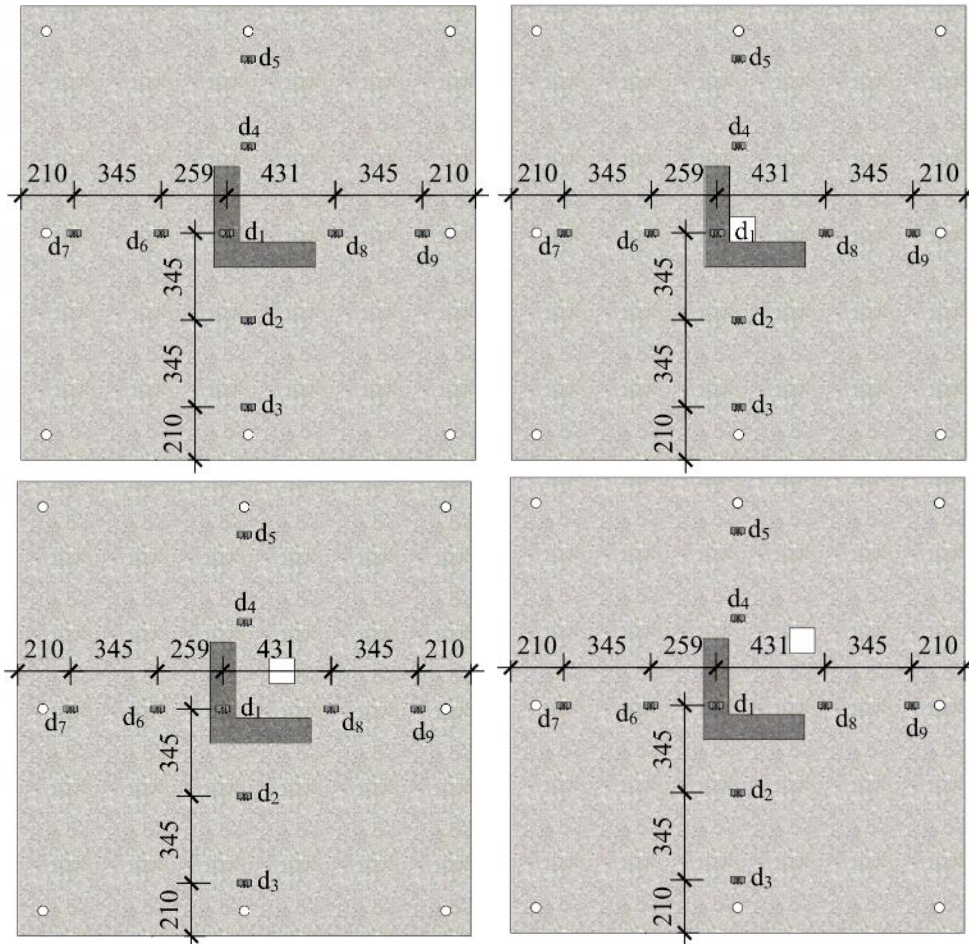


Figura B.1 – Posicionamento dos relógios comparadores

Laje LR									
Carga (kN)	d1 (mm)	d2 (mm)	d3 (mm)	d4 (mm)	d5 (mm)	d6 (mm)	d7 (mm)	d8 (mm)	d9 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	1,2	1,05	0,55	0,92	0,792	1,01	0,85	0,95	0,8745
40	2,71	2,68	1,50	2,23	1,76	2,58	1,99	2,54	1,94
60	4,01	3,61	2,33	3,22	2,49	3,47	2,70	3,76	2,75
80	5,01	4,51	2,91	4,02	3,11	4,34	3,37	4,70	3,43
100	6,27	5,64	3,63	5,03	3,88	5,43	4,22	5,87	4,29
120	7,40	6,58	4,16	6,49	4,25	6,26	4,53	6,73	4,70
140	8,67	7,50	4,61	6,88	4,73	7,26	4,96	7,81	5,22
160	9,95	8,53	5,11	7,82	5,14	8,17	5,32	8,82	5,68
180	11,37	9,80	5,79	9,02	5,77	9,24	5,77	9,94	6,37
200	12,66	10,90	6,30	10,08	6,19	10,24	6,18	11,03	6,84
220	14,05	12,10	6,95	11,15	6,62	11,30	6,62	12,13	7,31
240	15,55	13,28	7,36	12,28	7,01	12,36	7,09	13,14	7,74
260	16,90	14,24	7,71	13,02	7,31	13,35	7,44	14,04	8,08
280	18,58	15,13	8,13	14,20	7,68	14,68	7,97	15,12	8,48

Laje L1									
Carga (kN)	d1 (mm)	d2 (mm)	d3 (mm)	d4 (mm)	d5 (mm)	d6 (mm)	d7 (mm)	d8 (mm)	d9 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,07	0,02	0,02	0,03	0,00	0,03	0,02	0,05	0,12
40	0,81	0,46	0,42	0,50	0,27	0,75	0,47	0,79	0,76
60	2,00	1,81	1,26	1,60	0,93	1,94	1,39	1,85	1,62
80	3,46	3,24	2,08	3,00	1,84	3,29	2,30	2,97	2,25
100	5,03	4,40	2,83	4,41	2,37	4,54	3,13	4,13	2,81
120	6,60	5,70	3,44	5,57	2,94	5,74	3,80	5,29	3,37
140	7,79	6,75	3,85	6,73	3,39	6,64	4,25	6,20	3,70
160	9,42	7,85	4,35	8,08	3,94	7,90	4,80	7,35	4,19
180	10,68	8,74	4,70	9,12	4,35	8,85	5,19	8,15	4,47
200	12,14	9,78	5,13	10,34	4,81	9,92	5,66	9,22	4,93
220	13,75	10,86	5,54	11,66	5,34	11,09	6,12	10,28	5,37
240	15,25	11,92	5,94	12,92	5,85	12,24	6,56	11,29	5,76
260	16,88	12,83	6,30	14,04	6,17	13,42	6,96	12,4	6,13
270	17,79	13,4	6,52	14,75	6,46	14,08	7,20	12,99	6,52

Laje L2									
Carga (kN)	d1 (mm)	d2 (mm)	d3 (mm)	d4 (mm)	d5 (mm)	d6 (mm)	d7 (mm)	d8 (mm)	d9 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,24	0,21	0,19	0,22	0,09	0,15	0,21	0,23	0,38
40	1,54	1,53	1,21	1,54	1,14	1,29	1,34	1,58	1,88
60	2,71	2,62	1,88	2,99	2,03	2,11	2,09	3,09	2,55
80	4,08	3,80	2,41	4,22	3,03	3,18	2,66	4,35	3,25
100	5,10	4,70	2,93	5,11	3,67	4,18	3,24	5,28	3,67
120	6,32	5,72	3,43	6,19	4,24	5,24	3,80	6,39	4,12
140	7,42	7,05	4,22	7,21	4,98	6,12	4,68	7,44	4,46
160	8,54	8,11	4,64	8,41	5,47	7,14	5,13	8,68	4,82
180	9,83	9,10	5,06	9,46	6,00	8,05	5,60	9,76	5,46
200	11,08	10,00	5,41	10,43	6,46	9,02	5,99	10,77	6,46
220	12,35	10,90	5,74	11,40	6,85	10,02	6,35	11,77	6,78
240	13,60	11,93	6,06	12,33	7,33	10,99	6,71	12,72	7,00
260	14,72	12,85	6,42	13,26	7,73	12,01	7,10	13,68	7,22
270	15,65	13,88	6,60	13,77	7,97	12,54	7,30	14,21	7,34

Laje L3									
Carga (kN)	d1 (mm)	d2 (mm)	d3 (mm)	d4 (mm)	d5 (mm)	d6 (mm)	d7 (mm)	d8 (mm)	d9 (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
20	0,55	0,53	0,41	0,46	0,38	0,55	0,45	0,73	0,69
40	1,89	1,71	1,25	1,63	1,33	1,78	1,36	1,87	1,54
60	3,16	2,85	1,90	3,03	2,57	2,97	2,07	2,96	2,14
80	5,36	4,30	2,86	4,53	3,51	4,48	3,11	4,09	2,78
100	6,75	5,37	3,34	5,59	4,02	5,59	3,62	4,94	3,06
120	8,63	6,76	4,26	7,18	4,82	7,04	4,64	6,1	3,53
140	10,19	7,94	4,78	8,41	5,31	8,26	5,20	7,13	4,24
160	11,56	8,88	5,14	9,50	5,82	9,25	5,59	8,12	4,47
180	12,95	9,88	5,58	10,48	6,09	10,28	6,07	9,09	4,69
200	14,30	10,89	5,98	11,50	6,43	11,33	6,51	10,12	5,02
220	15,75	11,94	6,45	12,52	6,74	12,43	7,01	11,24	5,36
240	17,04	12,86	6,84	13,57	7,03	13,39	7,43	12,41	5,96
250	17,82	13,37	7,01	14,08	7,18	13,92	7,61	12,86	6,11

B.2. Deformação nas Armaduras

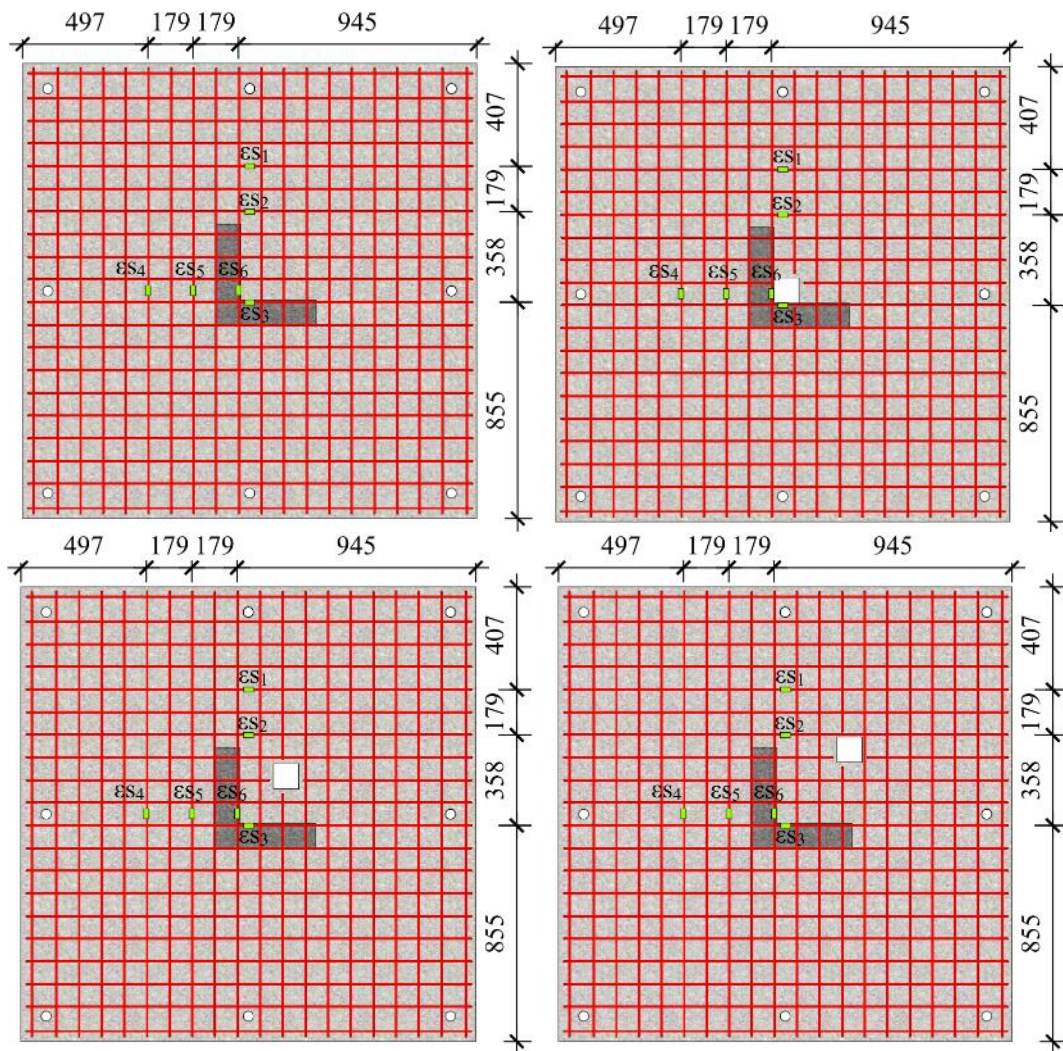


Figura B.2 – Disposição dos EERs nas armaduras de flexão

Laje LR						
Carga (kN)	$\epsilon s1$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s2$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s3$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s4$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s5$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s6$ ($\mu m/m$)
0	0	0	0	0	0	0
20	10	11	7	8	13	7
40	51	70	98	6	144	59
60	163	287	414	14	469	239
80	230	467	649	61	671	453
100	320	685	849	155	833	736
120	421	933	1054	310	977	1116
140	531	1167	1252	452	1118	1425,5
160	652	1416	1449	577	1277	1721
180	801	1657	1685	702	1455	2033
200	995	1946	1888	786	1627	2310
220	1178	2223	2102	901	1838	2605
240	1366	2514	2306	1017	2047	2897
260	1478	2627	2536	1034	2174	3006
280	1666,5	2848,5	2740	1092	2375	3232

Laje L1						
Carga (kN)	$\epsilon s1$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s2$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s3$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s4$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s5$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s6$ ($\mu m/m$)
0	0	0	0	0	-	0
20	4	7	5	0	-	7
40	24	57	46	27	-	52
60	46	103	108	182	-	221
80	56	261	260	299	-	478
100	100	519	535	388	-	815
120	195	731	824	446	-	1059
140	300	947	1102	489	-	1329
160	496,5	1239,5	1453,5	529,5	-	1589
180	623	1519,5	1715	588	-	1859
200	749	1799,5	2001	694	-	2199
220	860	2029,5	2298	873	-	2429
240	981	2259,5	2605	1031	-	2789
260	1066	2589,5	2866,5	1167	-	3069
270	1141,5	2749,5	3017,5	1249,5	-	3229

Laje L2						
Carga (kN)	$\epsilon s1$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s2$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s3$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s4$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s5$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s6$ ($\mu m/m$)
0	0	0	0	-	0	0
20	2	-16	1	-	2	2
40	32	24	21	-	50	23
60	236	244	84	-	182	69
80	478	482	220	-	384	204
100	641	727	509	-	672	463
120	1088	1265	836	-	962	763
140	1401	1617	1103	-	1222	1038
160	1653	1990	1414	-	1514	1365
180	1884	2258	1676	-	1791	1665
200	2106	2509	1918	-	2058	1940
220	2289	2689	2137	-	2308	2215
240	2510,5	2884	2404	-	2597	2499
260	2696	3077	2653	-	2835	2765
270	2788	3144	2786	-	2965	2902

Laje L3						
Carga (kN)	$\epsilon s1$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s2$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s3$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s4$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s5$ ($\mu m/m$)	$\epsilon s6$ ($\mu m/m$)
0	0	0	0	0	0	0
20	35	15	26	7	15	15
40	172	66	117	27	82	50
60	304	150	238	66	195	104
80	609	441	590	143	511	371
100	729	622	799	203	698	547
120	843	801	1013	-	891	711
140	1013	1040	1325	-	1143	936
160	1153	1268	1601	-	1393	1143
180	1375	1553	1959	-	1698	1408
200	1535	1779	2251	-	1920	1637
220	1790	2087	2627	-	2251	1923
240	1995	2299	2929	-	2443	2155
250	2092	2384	3061	-	2508	2259

B.3. Deformação no Concreto

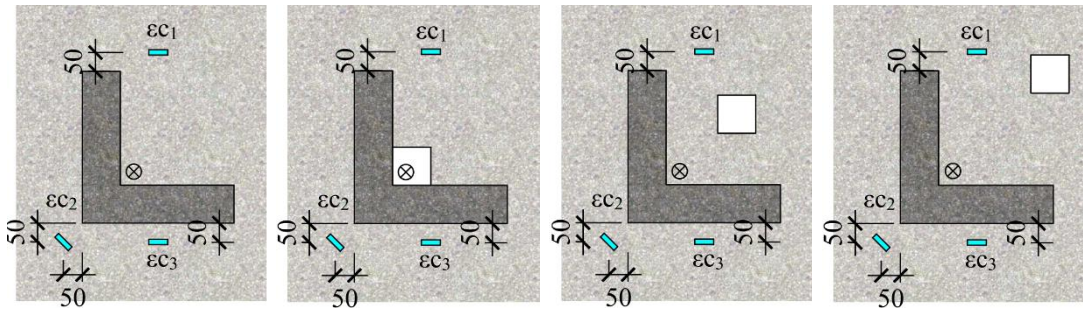


Figura B.3 – Disposição dos EERs no concreto na face inferior da das lajes

Laje LR			
Carga (kN)	ϵ_{C1} ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_{C2} ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_{C3} ($\mu\text{m/m}$)
0	0	0	0
20	-14	-16	-11
40	-47	-122	-44
60	-139	-287	-75
80	-207	-414	-95
100	-271,5	-546,5	-119,5
120	-334	-692	-154
140	-414	-829,5	-203,5
160	-489	-965	-261
180	-579	-1125	-333
200	-641	-1276	-404
220	-737	-1461	-498
240	-839	-1645	-604
260	-866	-1713	-694
280	-953,5	-1790	-1096,5

Laje L1			
Carga (kN)	ϵ_1 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_3 ($\mu\text{m/m}$)
0	0	0	0
20	-3	-8	-1
40	-23	-50	-11
60	-44	-114	-26
80	-81	-238	-68
100	-136	-378	-135
120	-198	-518	-210
140	-261	-651	-295
160	-346	-807,5	-384,5
180	-417	-922	-461
200	-500	-1048	-549
220	-608	-1182	-648
240	-724	-1309	-739
260	-851	-1424	-834
270	-914,5	-1489	-886,5

Laje L2			
Carga (kN)	ϵ_1 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_3 ($\mu\text{m/m}$)
0	0	0	0
20	-3	-4	-2
40	-45	-46	-29
60	-90	-125	-63
80	-145	-256	-133
100	-182	-373	-192,5
120	-228	-485	-261
140	-282	-588	-336,5
160	-341	-701	-433,5
180	-391	-816	-527
200	-434	-922	-624
220	-479	-1041	-726
240	-509	-1155	-819
260	-541	-1282	-914,5
270	-554	-1350,5	-966,75

Laje L3			
Carga (kN)	ϵ_1 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_2 ($\mu\text{m/m}$)	ϵ_3 ($\mu\text{m/m}$)
0	0	0	0
20	-23	-26	-22
40	-54	-73	-56
60	-83	-143	-107
80	-122,5	-258,5	-209
100	-141	-319	-269
120	-163	-379	-330
140	-189	-462	-398
160	-223	-561	-465
180	-254	-688,5	-533
200	-277	-821	-572
220	-335	-1041	-658
240	-382	-1240	-730
250	-404	-1322	-766