UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

HUMBERTO XAVIER DE ARAÚJO

PROPOSTA DE NOVAS TÉCNICAS DE MODELAGEM PARA ESTUDO DA REDUÇÃO DO POTENCIAL DE PASSO E ATERRAMENTO POR ELEMENTOS DE CIRCUITO

DM 08/2007

UFPA / CT / PPGEE

Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil 2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

HUMBERTO XAVIER DE ARAÚJO

PROPOSTA DE NOVAS TÉCNICAS DE MODELAGEM PARA ESTUDO DA REDUÇÃO DO POTENCIAL DE PASSO E ATERRAMENTO POR ELEMENTOS DE CIRCUITO

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Pará. Área de concentração: Telecomunicações

Orientador: Prof. Dr. Carlos Leonidas da S. S. Sobrinho.

BELÉM 2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PROPOSTA DE NOVAS TÉCNICAS DE MODELAGEM PARA ESTUDO DA REDUÇÃO DO POTENCIAL DE PASSO E ATERRAMENTO POR ELEMENTOS DE CIRCUITO

HUMBERTO XAVIER DE ARAÚJO

Dissertação de Mestrado submetida à avaliação da Banca Examinadora aprovada pelo colegiado do programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará e julgadda adequada para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na Área de Telecomunicações.

Aprovada em 01/08/2007

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Leonidas da S. S. Sobrinho (Orientador - UFPA)

Prof. Dr. Eduardo Tannus Tuma (Membro - UFPA)

Prof. Dr. José Felipe Almeida (Membro - IESAM)

Prof. Dr. Rubem Gonçalves Farias (Membro - UFPA)

VISTO:

Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes (COORDENADOR DO PPGEE/CT/UFPA)

UFPA / CT / PPGEE

Aos meus pais, Adalberto e Elghislaine e minha irmã Priscila, por me apoiarem em todos os momentos da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar um agradecimento a Deus, pelo amparo e cuidado ao longo de toda minha vida, sendo a base fundamental nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador, prof. Dr. Carlos Leonidas, que apesar de minhas limitações me concedeu um voto de confiança para realizar este trabalho, e também por seus valiosos ensinamentos e contribuições ao longo dessa fase, que sem sombra de dúvidas acrescentaram grandemente minha formação.

Ao grande Rodrigo de Oliveira, um profissional extremamente capacitado que me ajudou de forma significativa nesses últimos meses. Valeu caboco!

A toda família LANE, em especial aos amigos Yuri, William, Denilson, Tiago, Waldir, Tuma, Rubem, Mota e Josivaldo.

E a todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para realização deste trabalho, o meu MUITO OBRIGADO!

"Todas as coisas cooperam para o bem daqueles que amam a Deus." Rom 8:28

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS LISTA DE SÍMBOLOS

1	INTRODUÇÃO	16	
2	TEORIA RELACIONADA	19	
	2.1 O Método FDTD – Breve Histórico	19	
	2.2 Algoritmo de Yee		20
	2.3 Precisão e Estabilidade		24
	2.4 Técnica de Fio Fino		24
	2.4.1 Introdução		24
	2.4.2 Fio Fino para Meios Condutivos		25
	2.5 UPML para meios Condutivos	•••••	28
	2.6 Representação dos elementos RLC em Diferenças Finitas		35
3	ATERRAMENTO ELÉTRICO		37
	3.1 Introdução		37
	3.2 Resistividade do Solo		39
	3.3 Potenciais de Toque e de Passo		41
	3.4 Projeto de Malha de Aterramento		41
	3.5 Aterramento Eletrônico		47
4	RESULTADOS		50
	4.1 Modelos de Aterramento		50

	4.1.1	Malha 5x5	50
	4.1.2	Utilização de Anéis Condutores	54
	4.1.3	Inserção de Hastes ao longo da Malha	58
	4.1.4	Modelo Guarda-Chuva	61
	4.1.5	Malha Atratora	66
	4.1.6	Cercas de Proteção na Periferia da Malha	69
	4.1.7	Modelo Fractal	75
	4.2 Aterra	amento Eletrônico	78
	4.2.1	Blocos conectados à estruturas de aterramento	83
	4.2.2	Indutor em série com estruturas de aterramento	85
5	CONCLUS	ÕES	87

LISTA DE FIGURAS

2.1	A célula de Yee.	23
2.2	Secção transversal de um condutor fino com raio igual à 0,23As com suas quatr	0
célula	s adjacente, com representações dos campos elétricos e magnéticos	26
2.3	Análise de uma estrutura de aterramento através do método FDTD, truncado pel	a
técnic	a UPML	29
2.4	Modelo dos elementos de circuito RLC	36
3.1	Haste de aterramento em um solo estratificado (duas camadas)	38
3.2	Representação de uma malha 5×5 em 3D	38
3.3	Método de Wenner	40
3.4	Fluxograma do projeto de uma malha de aterramento	45
3.5	Modelo de circuito equivalente de haste, para altas e baixas frequências	48
4.1	Malha 5x5	51
4.2	Malha de aterramento e as linhas de referência L ₁ , L ₂ e L ₃	51
4.3	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L ₁	52
4.4	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L ₂	53
4.5	Distribuição de potencial na superfície do solo para malha de terra 5x5	53
4.6	Malha 5x5 rodeada por anéis	54
4.7	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L ₁	55
4.8	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L ₂	56
4.9	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L ₁	57
4.10	Cálculo da TGR para vários os casos	57
4.11	Malha 5x5 com hastes verticais	58
4.12	Distribuição de potencial na superfície do solo ao longo de L ₁	59
4.13	Cálculo da TGR para todos os casos	60
4.14	A Malha 5x5 com cantos dobrados	61
4.15	Distribuição de potencial ao longo de L ₂	62
4.16	O Modelo guarda-chuva	. 62
4.17	Distribuição de potencial na superfície do solo para o modelo guarda-chuva	63
4.18	Distribuição de potencial ao longo de L ₁	64
4.19	Distribuição de potencial ao longo de L ₂	64
4.20	Comparação TGR malha 5x5 e modelo guarda-chuva	65
4.21	Malha 5x5 conectada à malha atratora	66
4.22	Distribuição de potencial ao longo de L ₂	67
4.23	Distribuição de potencial ao longo de L ₁	68
4.24	Malha de Terra com Grade de Proteção	69
4.25	Distribuição de Potencial calculada em L ₁	70
4.26	Distribuição de Potencial calculada em L ₃	71
4.27	Malha de terra e grade de proteção (desconectada)	71

4.28	Distribuição de potencial na superfície do solo – malha 5x5 e malha 5x5 com	72
grade	de proteção (desconectada)	
4.29	Modelo guarda-chuva conectado à cerca de proteção	73
4.30	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L1	
(guard	la-chuva vs guarda-chuva conectado a cerca elétrica)	. 73
4.31	Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L1	
(guard	la-chuva vs guarda-chuva desconectado da cerca elétrica)	. 74
4.32	O modelo fractal	75
4.33	Distribuição de potencial no solo para haste vertical e fractal de	
prime	ira ordem	. 76
4.34	Distribuição de potencial no solo para haste vertical e fractal de	
segun	da ordem	77
4.35	Um bloco conectado a um solo bastante condutivo	78
4.36	Tensão em cima do resistor	79
4.37	Corrente em cima do resistor	80
4.38	Tensão em cima do indutor	80
4.39	Corrente em cima do indutor	81
4.40	Tensão em cima do capacitor	81
4.41	Corrente em cima do capacitor	82
4.42	Comparação da TGR do circuito equivalente RLC em relação à haste de 2 m	82
4.43	Dois blocos conectados à malha de terra	83
4.44	TGR Dois blocos conectados à malha de terra	84
4.45	Comparação TGR modelo guarda-chuva com e sem indutor	85
4.46	Modelo guarda-chuva em série com indutor	86
4.47	Comparação TGR modelo guarda-chuva com e sem indutor	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABC	Condição de Fronteira Absorvente (Absorbing Bondary Condition)
FDTD	Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (Finite Diference in Time Domain)
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (Institute of Electrical and Electronics Engineers)
LANESAGS	Software de Análise e Síntese de Sistemas de Aterramento.
PEC	Condutor eletricamente perfeito (Perfect Eletrical Conductor)
TGR	Resistência de terra transitória (Transient Grounding Resistance).
UPML	Camada uniaxial perfeitamente casada (Uniaxial Perfectly Matched Layers).

LISTA DE SÍMBOLOS

Ε	Vetor intensidade de campo elétrico [V/m]
Н	Vetor intensidade de campo magnético [A/m]
μ ε σ, σ _e	Permeabilidade magnética [H/m] Permissividade elétrica [F/m] condutividade elétrica [S]
∇	Operador nabla
i,j,k	Incrementos espaciais nas direções <i>x</i> , <i>y</i> e <i>z</i> .
$\begin{array}{l} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta x \\ \Delta s \\ \Delta t \\ c \end{array}$	Dimensão da célula de Yee na direção x [m] Dimensão da célula de Yee na direção y [m] Dimensão da célula de Yee na direção z [m] Dimensão geral da célula de Yee [m] Discretização no tempo [s] Velocidade da luz [m/s]
$\partial \lambda$ R_{cs} R_T	Operador diferencial Comprimento de onda [m] Resistência entre fio fino e o revestimento do condutor [Ω] Resistência por unidade de comprimento entre fio fino e o revestimento do condutor [Ω] Reio do fio fino [m]
a b σ^* r_0^* r_0	Raio do no mo [m] Raio do revestimento do condutor [m] Condutividade modificada na técnica de fio fino [S] Raio arbitrário [m] Raio do fio fino [m] Pormospilidado magnético modificado na técnico do fio fino [H/m]
μ^{*} ϵ^{*} ω S_{x},S_{y},S_{z} K_{x},K_{y},K_{z}	Permissividade elétrica modificada na técnica de fio fino [F/m] Velocidade angular [rad/s] Componentes do tensor diagonal S Parte real não unitária na expressão do tensor diagonal
$\sigma_{x,max}$ f d V	Condutividade máxima na UPML Frequência [Hertz] Espessura da UPML Tensão [V] Corrente elérica [A]
R L C ρ V ₁ ,V ₂	Corrence cierca [A] Resitência elétrica[Ω] Indutância [H] Capacitância [F] Resistividade do solo [Ω.m] Tensão nos terminais 1 e 2

I_1, I_2	Corrente nos terminais 1 e 2
р	Penetração dos eletrodos de medida de resistividade [m]
Ichoque	Corrente limite de Dalziel [A]
V _{toque máximo}	Máxima tensão de toque [V]
V _{passomáximo}	Máxima tensão de passo [V]
$ ho_a$	Resistividade aparente [Ω .m]
K	Coeficiente de reflexão
hs	Altura da camada de brita [m]
$\mathbf{S}_{\text{cobre}}$	Secção transversal de uma haste de cobre [mm ²]
t _{defeito}	Duração do defeito [s]
θ_a	Temperatura ambiente [°C]
$\theta_{\rm m}$	Temperatura máxima permissível [°C]
R _{malha}	Resistência da malha [Ω]
V_{malha}	Potenciais da malha [V]
L _{total}	Comprimento total dos cabos que compõem o sistema [m]
L _{min}	Comprimento mínimo dos cabos que compõem o sistema [m]
V_{psM}	Maior potencial de passo que surge na superfície da malha [V]
R _n	Resitência elétrica corrigida em função da quantidade de blocos[Ω]
L _n	Indutância corrigida em função da quantidade de blocos [H]
C _n	Capacitância corrigida em função da quantidade de blocos [F]

Resumo

Neste trabalho são apresentadas novas técnicas para promoção da redução do potencial de passo em sistemas de aterramento, bem como analises à respeito das já existentes na literatura. Para alcançar tal objetivo, lançou-se mão de recursos como curvar as bordas das malhas de terra (modelo guardachuva) e uso de ramificações em hastes de aterramento (modelo fractal). Os resultados obtidos mostram claramente que as tais propostas são bastante promissoras e eficientes, principalmente por se tratar de um problema de grande importância para a segurança das pessoas e dos equipamentos. Reduções no potencial de passo de até 85% foram obtidas. É proposto também, a utilização de elementos de circuito concentrados com o objetivo de se criar um modelo de aterramento capaz de operar nos mais diversos tipos de solo. Para a análise das estruturas consideradas, é utilizado um software no qual as equações de Maxwell são resolvidas numericamente através do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (método FDTD) associado à truncagem do domínio de análise pela técnica UPML e à representação dos condutores elétricos por uma formulação de fio fino para meios condutivos.

Palavras-chave — Método FDTD, aterramento elétrico, potencial de passo, modelo fractal, modelo guarda-chuva, aterramento eletrônico.

Abstract

This work presents new techniques to reduce the step potential in grounding systems, as well as analysis regarding others present in the literature. For this goal, some resources were employed, such as to bent the mesh grounding borders (Umbrella Model) and the use of ramifications on the grounding rods (Fractal Model). The obtained results clearly show that the proposals are promising and efficient, mainly when dealing with a problem of large importance for people and equipment security. Reductions up to 85% in the step potential were obtained. It is also proposed here, the employment of lumped parameteres circuit elements, aiming at a ground system model capable to operate in any kind of the existing grounds. In order to analyze the structures, a software was utilized in which Maxwell's equations are numerically solved by the FDTD Method associated to the UPML technique, and thin wires in a lossy medium.

Keywords — FDTD method, ground systems, step potential, fractal model, umbrella model, eletronic ground systems.

1 Introdução

Nos últimos anos, tem havido por parte das concessionárias de energia elétrica uma maior preocupação referente à qualidade da energia entregue aos consumidores. Isso reflete o fato de que a reputação das empresas passa a ser um bem indispensável e de valor inestimável. Dentro deste contexto, os sistemas de aterramento têm um papel de fundamental importância, especialmente quando se leva em conta a segurança das pessoas e equipamentos ligados às linhas de distribuição e de transmissão de energia elétrica.

Os sistemas de aterramento devem ser vistos como elementos promotores de uma transição amigável (casamento de impedância) entre os sistemas de energia elétrica e a terra, quando da ocorrência de uma falta ou de uma descarga atmosférica.

Ao longo dos anos, vários trabalhos têm sido publicados sobre o tema aterramentos elétricos [1]. Tais trabalhos têm envolvido em suas formulações métodos bastante diversificados, tais como: o método dos momentos [2,3], com propostas inicialmente apresentadas por Grcev [4], o qual analisa o comportamento de estrutura de aterramento no domínio da frequência, utilizando funções de Green e teoria das imagens; método dos elementos finitos [5,6], no qual o pesquisador Nekhoul [7] soluciona as equações de Maxwell em termos do Potencial Escalar Elétrico e do Vetor Potencial Magnético de forma a simular transitórios em sistemas de aterramento; método das diferenças finitas [8], aplicado em aterramento de forma pioneira por Tanabe [9], o qual solucionou as equações de Maxwell na forma diferencial, obtendo resultados de impedância instantânea as quais foram validadas por experimentos práticos; e, por fim, métodos analíticos, utilizados no principio dos estudos relacionados ao aterramento, mas que pelo avanço computacional, e pela dificuldade de solução foram substituídos pelos métodos citados anteriormente.

Nesta dissertação, a análise das diversas estruturadas de aterramento é obtida partindo-se das equações rotacionais de Maxwell, em um meio isotrópico e com perdas, solucionadas através do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo. Através da mesma formulação, Tanabe em [9] modela um sistema de aterramento composto por um circuito de potencial, e um circuito de corrente conectado à um eletrodo de terra, validado através de experimentos práticos. Entretanto, o eletrodo simulado por Tanabe não possui valor realístico (comprimento 3 m e seção transversal de 0,25 m²), pelo fato de até então o método apresentar técnicas de correção de erros relativos a utilização de estruturas menores que as dimensões da célula (técnica de fio fino) apenas no espaço livre. Só em [10], Baba et al, apresentam uma técnica de fio fino capaz de atualizar os parâmetros

constitutivos μ , ε e σ (permeabilidade, permissividade e condutividade) do meio, tornando assim, possível a implementação de hastes comerciais, no domínio do solo através do FDTD.

A utilização de eletrodos de corrente e de potencial em [9], acabam de certa forma introduzindo no ambiente de análise "ruídos" irreais (acoplamento eletromagnético), os quais se tornam altos de acordo com o aumento da complexidade do sistema de aterramento modelado. Dessa maneira, em [11], é proposto um modelo computacional no qual tais eletrodos de medição são excluídos, de forma que o potencial é calculado através do campo elétrico, e o circuito de corrente é substituído por um único eletrodo, o qual simula a descarga atmosférica.

A partir desta metodologia, vários problemas de aterramento têm sido solucionados através do método FDTD. Em [12], é proposto um estudo no qual é possível determinar possíveis descontinuidades nas estruturas, através de técnicas de otimização.

Desta forma, o ambiente computacional desenvolvido por Tuma [11], é usado no projeto de sistemas de aterramento capazes de promover distribuições de potencial, na superfície da terra, próximas da uniformidade, resultando em baixos potencias de passo.

O corpo deste trabalho se divide da seguinte maneira:

- No Capítulo 2 será dada uma visão geral sobre o método FDTD, com conceitos importantes referentes ao algoritmo de Yee, precisão e estabilidade do método, e as técnicas de UPML e fio fino;
- Já o Capítulo 3, aborda a teoria relacionada ao tema aterramento elétrico, onde serão apresentados conceitos importantes, tais como: resistividade do solo, potencial de passo, e ainda, procedimentos que devem ser levados em conta ao se projetar um sistema de aterramento;
- No Capítulo 4 serão mostradas as análises (resultados) referentes à algumas técnicas de redução de potencial de passo encontradas na literatura, incluindo a utilização de anéis condutores nos cantos da malha, utilização de uma malha de referência (atratora) em camadas mais condutivas, e a utilização de hastes verticais em pontos estratégicos da malha. São apresentadas também, algumas técnicas que envolvem artifícios tais como encurvar as bordas das malhas de aterramento (modelo guarda-chuva) e a introdução de ramificações nas hastes convencionais de aterramento (modelo fractal ou raiz), e ainda, o problema encontrado ao se conectar as cercas elétricas de proteção na malha de terra. Outro foco da investigação realizada aqui, é a utilização de elementos de circuitos (resistores, indutores e capacitores), utilizados na redução das oscilações presentes no transitório (indutor em série com a estrutura de aterramento), bem

como, na construção de blocos capazes de representar hastes de aterramento, de forma que tal estudo tem como principal motivação, a utilização dos mesmos em locais onde as características intrínsecas do solo são as mais adversas, no qual uma hastes simples não seria capaz de produzir grandes efeitos.

Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as considerações finais e as propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Teoria Relacionada

2.1 O Método FDTD – Breve Histórico

Em meados da década de 60, K. Yee em um de seus mais conhecidos trabalhos [13] propôs uma formulação numérica, eficiente e robusta, capaz de solucionar as equações acopladas de Maxwell no tempo e no espaço simultaneamente. Tal formulação se caracteriza basicamente pela distribuição geométrica das componentes de campo elétrico E e magnético H, em várias células, aqui denominadas células de Yee, satisfazendo assim as leis de Faraday e Ampère. Outra característica básica do algoritmo de Yee é a defasagem de meio intervalo de tempo entre os campos E e H, de modo a satisfazer as derivadas temporais.

Umas das dificuldades encontradas para a aplicação do método, diz respeito à quantidade de memória computacional requerida pelo mesmo. Sendo assim a popularidade do método só ganhou força a partir dos anos 70 com os trabalhos publicados por Taflove [14], dentre eles a condição de estabilidade do algoritmo de Yee, e análise de guias de onda [15], já no então método FDTD. A evolução dos microcomputadores nas décadas de 80 e 90 tornou ainda mais popular o método das diferenças finitas no domínio do tempo, e foi nesse período que se criou a formulação de circuitos equivalentes concentrados [16], e ainda, iniciou-se a análise de antenas através do método.

Ao se analisar um problema eletromagnético através do método FDTD, é de fundamental importância que se utilizem técnicas de truncagem na região de análise, de forma a garantir maior precisão nos resultados obtidos. As primeiras técnicas desenvolvidas, Mur de primeira e segunda ordem [17], técnica de Higdon [18] e técnica de Liao [19], são conhecidas como ABC's (Absorbing Boundary Conditions) e tem como principal objetivo absorver ondas incidentes de modo a simular propagação da onda para o infinito. Um outro tipo de técnica, baseado em camadas perfeitamente casadas (PML – Perfect Matched Layers), implementada inicialmente por Berenger [20], se mostrou mais eficiente que as técnicas ABC's. Sendo assim, neste trabalho será utilizado a UPML (Uniaxial Perfect Matched Layers) implementada por Gedney em [21].

Com o decorrer dos anos, o método FDTD se torna cada vez mais difundido e utilizado na solução de problemas eletromagnéticos. Já no século 21, o pesquisador japonês K. Tanabe se tornou pioneiro ao utilizar o método FDTD na análise de sistemas de aterramento [9].

Ao se modelar uma estrutura de aterramento, é necessário verificar se o diâmetro das hastes são menores que os incrementos espaciais utilizados. Se assim for, se torna necessária à utilização de uma técnica conhecida por Técnica de Fio Fino [10], a qual corrige os parâmetros eletromagnéticos em torno do fio, de forma a evitar um maior nível de discretização na região, o que exigiria maiores recursos computacionais.

Será mostrado neste Capítulo um estudo geral do algoritmo de Yee, técnica de fio fino, técnica de truncagem utilizada (UPML), e também a utilização de elementos de circuito concentrados em FDTD.

2.2 Algoritmo de Yee

Considerando uma região do espaço isotrópica e com perdas, as equações de Maxwell (Leis de Faraday e Ampère), na forma diferencial, são escritas da seguinte maneira:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \sigma \boldsymbol{E}.$$
(2.2)

onde E representa o vetor intensidade de campo elétrico, H representa o vetor intensidade de campo magnético, os parâmetros constitutivos, permeabilidade magnética do meio, permissividade elétrica e condutividade elétrica, são representados respectivamente por μ , ε e σ .

As leis de Faraday e Ampère quando expandidas, resultam em seis equações escalares mostradas a seguir:

Lei de Faraday:

Lei de Ampère:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (2.3) \qquad \qquad \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2.4) \qquad \qquad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial E_{y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{x}}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_{z}}{\partial t} \quad (2.5) \qquad \qquad \frac{\partial H_{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{x}}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_{z}}{\partial t} + \sigma E_{z} \quad (2.8)$$

onde $E_{(x,y,z,t)}$ e $H_{(x,y,z,t)}$ são funções do tempo e do espaço (coordenadas x,y,z).

Baseado nessas duas leis (Faraday e Ampère), Yee estabeleceu o esquema de distribuição espacial e temporal de seu algoritmo, desenvolvendo assim um método eficiente e robusto para solução de problemas eletromagnéticos.

Ao solucionar problemas eletromagnéticos através do método FDTD, três passos importantes devem ser seguidos:

- 1) Discretizar a região de análise;
- 2) Escrever a equação que rege o fenômeno na forma das diferenças finitas;
- 3) Aplicar as condições de contorno e/ou condições iniciais.

A discretização da região de análise corresponde à distribuição das componentes dos campos **E** e **H** em células de Yee.

As células de Yee são paralelepípedos com arestas iguais a Δx , $\Delta y \in \Delta z$, que possuem todas as componentes dos campos **E** e **H**, e ainda os índices *i*,*j*,*k* o que torna possível a localização de qualquer ponto no *grid* de análise (*grid* estruturado). A figura 2.1 mostra a célula de Yee.

A notação de Yee para definir um ponto na grade é dada por:

$$(x, y, z) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = (i, j, k)$$
^(2.9)

 (\mathbf{n}, \mathbf{n})

Outro passo fundamental ao se solucionar problemas eletromagnéticos é a identificação da equação que rege o fenômeno e em seguida a transcrição da mesma na forma de diferenças finitas. Sendo assim, será mostrado todo o processo de aproximação por diferenças finitas. É importante ressaltar que as derivadas encontradas nas equações (2.3-2.8) podem ser aproximadas por derivadas centradas.

Considere as seguintes expansões de uma função em série de Taylor:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x f'(x) + \frac{(\Delta x)^2 f''(x)}{2!} + \frac{(\Delta x)^3 f'''(x)}{3!} + \dots$$
(2.10)

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \Delta x f'(x) + \frac{(\Delta x)^2 f''(x)}{2!} - \frac{(\Delta x)^3 f'''(x)}{3!} + \dots$$
(2.11)

subtraindo a equação (2.10) de (2.11), tem-se:

$$f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x) = 2\Delta x f'(x) + 2 \frac{(\Delta x)^3 f'''(x)}{3!} + \dots$$

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} - 0 \Delta x^2$$
(2.12)

Dessa forma, a equação (2.12) define o conceito de derivada centrada de segunda ordem. Importante observar que valores pequenos para o incremento espacial resultam numa melhor aproximação da derivada, entretanto, valores muito pequenos do Δx causam problemas de arredondamento. Sendo assim, as equações diferenciais obtidas a partir de (2.1) e (2.2) podem ser aproximadas pela equação (2.12). Aplicando o conceito de diferenças centradas nas equações (2.7 e 2.4), as expressões de atualização para E_y e H_y são obtidas na forma de diferenças finitas.

$$\varepsilon \frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n+1} - E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n} + \sigma \frac{E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n+1} + E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n}}{2} = \frac{H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z}$$
$$-\frac{H_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}^{n+\frac{1}{2}} + H_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}^{n}}{\Delta x},$$

$$E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n+1} = E_{y(i,j+\frac{1}{2},k)}^{n} \frac{\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2}\right]}{\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right]} + \frac{1}{\left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right]} \frac{H_{x(i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - H_{x(i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{H_{z(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}^{n+2}+H_{z(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)}^{n}}{\Delta x}; \qquad (2.13)$$

$$-\mu \frac{H_{y(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} + H_{y(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{E_{x(i+\frac{1}{2},j,k+1)}^{n} - E_{x(i+\frac{1}{2},j,k)}^{n}}{\Delta z} - \frac{E_{z(i+1,j,k+\frac{1}{2})}^{n} - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^{n}}{\Delta x},$$

$$H_{y(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_{z(i+1,j,k+\frac{1}{2})}^{n} - E_{z(i,j,k+\frac{1}{2})}^{n}}{\Delta x} - \frac{E_{x(i+\frac{1}{2},j,k+1)}^{n} - E_{x(i+\frac{1}{2},j,k)}^{n}}{\Delta z} \right]$$
(2.14)

As equações nas demais coordenadas, podem ser obtidas de forma semelhante.



Figura 2.1: A célula de Yee.

2.3 Precisão e Estabilidade

Quando se fala em solução de problemas físicos através de técnicas numéricas, uma atenção especial deve ser dada aos fatores precisão e estabilidade. O método FDTD por ser caracterizado de aproximações numéricas, as quais geram erros, exige o uso de alguns artifícios que garantam a convergência do método para a solução exata.

O tamanho da célula é limitado pela dispersão numérica, que é uma manifestação física devido à defasagem entre a velocidade de fase dos modos e a velocidade da luz. Dessa forma, é estabelecido em [22] que os incrementos espaciais Δx , Δy e Δz , devem ser no máximo a décima parte do comprimento de onda da maior freqüência significativa (λ_{min}), como mostra a inequação a seguir:

$$\Delta_{x, y, z} \leq \frac{\lambda_{\min}}{10} \tag{2.15}$$

Associada à inequação acima, para garantir a estabilidade numérica nos casos gerais, a inequação a seguir, condição de Courant [23], deve ser satisfeita.

$$\Delta t \leq \frac{1}{v_{max} \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}}$$
(2.16)

E para o caso, no qual, as células forem cúbicas ($\Delta x = \Delta y = \Delta z$), tem-se:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{c\sqrt{3}} \tag{2.17}$$

2.4 Técnica de Fio Fino

2.4.1 Introdução

Na análise de problemas eletromagnéticos através do método FDTD, dois aspectos importantes precisam ser levados em conta no momento da discretização espacial e temporal. O primeiro está relacionado com o fato do espectro de freqüências envolvido ir até algumas dezenas de megahertz, fato este ligado às características físicas das ondas de tensão e corrente. O segundo aspecto diz respeito aos pequenos diâmetros dos condutores metálicos usados nos circuitos elétricos, nos casos

analisados aqui (estruturas de aterramento) da ordem de alguns milímetros. A modelagem de tais estruturas finas, pode ser feita através de uma discretização no ambiente de análise capaz de representar as mesmas, ou então através da utilização de artifícios capazes de corrigir os campos **E** e **H** nas redondezas das mesmas. A questão da discretização espacial é de extrema importância, pois tem fortes implicações com tempo de processamento e espaço de memória requeridos. Dessa forma, a utilização de equações capazes de modelar os condutores finos de forma subcelular, evitando assim altos níveis de discretização é sem dúvida a alternativa mais viável.

Em FDTD, um condutor metálico é modelado simplesmente através da anulação das componentes do campo elétrico na direção do mesmo. Entretanto, ao se realizar tal procedimento, o raio desejado não é levando em conta, surgindo assim automaticamente um raio intrínseco r_0 . Dessa forma, surge o conceito fio fino, que é basicamente a correção dos parâmetros constitutivos ao longo do condutor, levando em conta o raio do mesmo.

Esta técnica vem evoluindo ao longo do tempo, tendo em vista que a primeira formulação desenvolvida em [24], corrigia apenas as componentes de campo magnético para o condutor no espaço livre. Já [25] traz correções para todas as componentes dos campos, ao longo do fio, através de modificações em $\varepsilon \in \mu$, sendo adequada sua utilização apenas para espaço livre. Pouco tempo depois, Baba et al., generalizou a técnica proposta por Noda et al., incluindo correções na condutividade, tornando este adequado para meios condutivos. Sendo assim, sua utilização é adequada para meios com perdas, como no caso da terra. Este método é usado pelo software LANE SAGS, e será descrito de forma geral a seguir.

2.4.2 Fio Fino para Meios Condutivos

Em [25], é mostrado que no espaço livre, ao se zerar as componentes do campo elétrico ao longo do fio, os condutores finos assumem alguns valores de raios equivalentes. Dessa forma, quando as arestas da célula cúbica são iguais a Δ s, assumi-se um raio equivalente igual a 0,23 Δ s. É importante ressaltar que em [24], um outro raio equivalente (0,135 Δ s) era proposto, e, ainda, as correções se limitavam apenas nas componentes do campo magnético, ao contrário da técnica de Noda, que propõe correções tanto nos campos elétricos e magnéticos adjacentes ao condutor metálico, através dos parâmetros constitutivos ε e μ (permissividade elétrica e permeabilidade magnética). Sendo assim, ficou provado através do trabalho de Noda et al., que um raio equivalente a 0,23 Δ s é o mais apropriado para o espaço livre. Como a análise de sistemas de aterramento envolvem a utilização de estruturas metálicas no interior do solo, os modelos anteriores são inadequados. Dessa forma, em [10] é apresentada uma generalização do modelo proposto em [25], com correções nos parâmetros μ , ϵ e σ , de forma a representar estruturas finas de raios arbitrários em meios condutivos.

A Figura 2.2 mostra a secção transversal de um condutor fino de raio igual à $0,23\Delta s$ com quatro células adjacentes.



Figura 2.2: Secção transversal de um condutor fino com raio igual à $0,23\Delta s$ com suas quatro células adjacente, com representações dos campos elétricos e magnéticos.

A expressão de atualização do parâmetro σ é obtida a partir da equação teórica para o cálculo da resistência entre o fio fino e o revestimento do condutor, dada a seguir:

$$R_{CS} = \frac{\ln(b/a)}{2\pi\,\sigma\,l} \tag{2.18}$$

onde, *a* e *b* representam o raio do fio fino e do revestimento do condutor respectivamente, e *l* o comprimento do condutor. A partir de (2.18), a resistência por unidade de comprimento R_T entre o fio fino de raio 0,23 Δ s e um condutor cilíndrico de raio Δ s é dada por:

$$R_{T} = \frac{\ln(\Delta s / 0, 23\Delta s)}{2\pi\sigma^{*}}$$
(2.19)

onde σ^* representa a condutividade do meio adjacente do fio fino. Se o fio fino possui um raio arbitrário r_0^* , em um meio de condutividade σ , uma resistência por unidade de comprimento R'_T é dada por:

$$R'_{T} = \frac{\ln(\Delta s / r_{0}^{*})}{2\pi\sigma}$$
(2.20)

Ao se aproximar as equações (2.19) e (2.20), chega-se a uma expressão capaz de atualizar a condutividade do meio em função do raio do fio fino desejado. Tal expressão é mostrada a seguir:

$$\sigma^{*} = \sigma \frac{\ln(1/0, 23)}{\ln(\Delta s / r_{0})}$$
(2.21)

A expressão (2.21) mostra que um condutor fino de raio r_0^* em um meio de condutividade σ , é equivalente ao modelo onde o fio possui um raio fixo de $0,23\Delta s$ em um meio onde a condutividade é σ^* , em termos de resistência radial. Sendo assim, é possível determinar o raio desejado do fio e apenas corrigir a condutividade do meio através da condutividade modificada σ .

No transitório, as influencias maiores acontecem por conta da permissividade elétrica (ε) e pela permeabilidade magnética (μ). Como dito anteriormente, em [25] Noda et al. apresenta uma formulação que modifica tais parâmetros para o cálculo dos campos próximos ao fio fino, como mostrado na Figura 2.2. As expressões de correção dos parâmetros ε e μ para um raio arbitrário são dadas a seguir:

$$\varepsilon^* = \varepsilon \frac{\ln(1/0, 23)}{\ln(\Delta s / r_0^*)},$$
 (2.22)

$$\mu^{*} = \mu \frac{\ln(\Delta s / r_{0}^{*})}{\ln(1/0, 23)}.$$
(2.23)

Através das modificações realizadas através das equações anteriores, a impedância do condutor fino com raio arbitrário r_0^* torna-se igual ao modelo onde o raio intrínseco era assumido. Apesar de tais modificações, a velocidade de propagação não é alterada. Por fim, deve-se ressaltar que esta técnica demanda a utilização de passos temporais menores que o usual para garantir a estabilidade numérica.

2.5 UPML para meios Condutivos

O uso de técnicas numéricas na solução de problemas abertos implica na necessidade de truncar a região de análise. Isto porque os problemas abertos envolvem um número infinito de pontos, exigindo recursos computacionais inviáveis. Sendo assim, é utilizada uma câmara anecóica virtual, conhecida por condição de fronteira absorvente (ABC - *Absorbing Bondary Condition*), capaz de absorver as ondas incidentes na fronteira de maneira eficiente. Muitos trabalhos foram publicados recentemente usando a implementação do método FDTD na solução dos mais diversos problemas relacionados a fenômenos eletromagnéticos, de maneira que nestas soluções algum tipo de técnica relacionada às ABC's era utilizada [26,27]. Dessa forma, vale ressaltar que a precisão das medidas obtidas nas amostras analisadas numericamente, dependem da eficiência da técnica utilizada para truncar a região de análise.

O trabalho pioneiro na utilização das camadas absorventes foi apresentado por Holand em [28]. Entretanto, a formulação se limitava a poucas aplicações e uma dificuldade em termos de casamento de impedância entre os meios era seu principal entrave. Em sua descrição, a relação entre os parâmetros constitutivos a seguir deve ser obedecida (Equação (2.24)).

$$\frac{\sigma_e}{\varepsilon} = \frac{\sigma_m}{\mu} \tag{2.24}$$

onde σ_e corresponde a condutividade elétrica, σ_m a condutividade magnética, ε a permissividade elétrica e μ a permeabilidade magnética. É importante ressaltar, que a condição (2.24) é limitada apenas para casos onde as ondas incidem de maneira normal à interface de separação entre as regiões de análise e de absorção.

Mesmo com as dificuldades apresentadas aqui, o modelo apresentado em [28] serviu como base para a proposta apresentada por Berenger et al. em [29]. Tal formulação marcou o avanço do método FDTD em termos de camadas absorventes, ao propor uma técnica capaz de absorver ondas não importando sua polarização, freqüência, ou mesmo o ângulo de incidência da mesma. A idéia básica, é a utilização de camadas paralelas, diferenciadas pelo valor de suas condutividades, de forma que o valor das mesmas aumenta de acordo o afastamento de suas respectivas camadas em relação a região de análise. Já em relação ao problema de ondas com incidência oblíqua, Berenger levou em conta um grau de liberdade adicional ao campo incidente sobre um meio condutivo. Dessa forma, cada componente de campo é decomposta em duas novas componentes ortogonais, resultando em novas doze componentes de campo. Esse procedimento provoca reflexões na interface entre os meios, quando os parâmetros constitutivos são escolhidos de acordo com (2.24), e também torna-se um problema quando se pensa em termos de recursos computacionais.

Nesta dissertação é usado a técnica UPML (*Uniaxial Perfectly Matched Layers*) desenvolvida por S. D. Gedney em [21], a qual segue uma linha semelhante ao trabalho de Berenger. Tal técnica apresenta-se como uma excelente opção, pois promove a absorção das ondas que incidem nas fronteiras do domínio de forma mais eficiente que em [26], é mais econômica em termos de memória computacional, é matematicamente mais simples e fisicamente mais real [30]. A Figura 2.3 ilustra a utilização do método FDTD na análise de um sistema de aterramento truncado pela UPML, e a utilização de paredes condutoras elétricas perfeitas (PEC) delimitando toda a "caixa" de análise.



Figura 2.3: Análise de uma estrutura de aterramento através do método FDTD, truncado pela técnica UPML.

O desenvolvimento matemático da camada UPML em um meio anisotrópico e condutivo será mostrado, partindo-se das equações de Maxwell (2.1) e (2.2) no domínio da freqüência, como apresentadas a seguir:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\,\omega\,\boldsymbol{\mu}[S]\boldsymbol{H} \tag{2.25}$$

e

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j \,\omega \,\varepsilon_0 \left(\varepsilon_r + \frac{\sigma}{j \,\omega \,\varepsilon_0} \right) [S] \boldsymbol{E}$$
(2.26)

onde ω representa a freqüência angular da onda plana, $E \in H$ são respectivamente, as transformadas de Fourier dos vetores intensidade de campo elétrico E e magnético H, e ainda, [S] o tensor responsável por definir a anisotropia uniaxial na região absorvente escrito da seguinte forma:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{S_{y}S_{z}}{S_{x}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{S_{x}S_{z}}{S_{y}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{S_{x}S_{y}}{S_{z}} \end{bmatrix}$$
(2.27)

assim, a lei de Àmpere na UPML pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{\frac{\partial \mathbf{H}_{z}}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{H}_{y}}{\partial z}}{\frac{\partial \mathbf{H}_{z}}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{H}_{z}}{\partial x}} = j \omega \varepsilon_{0} \left(\varepsilon_{r} + \frac{\sigma}{j \omega \varepsilon_{0}} \right) \begin{vmatrix} \frac{S_{y}S_{z}}{S_{x}} & 0 & 0\\ 0 & \frac{S_{x}S_{z}}{S_{y}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{S_{x}S_{y}}{S_{z}} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \mathbf{E}_{x} \\ \mathbf{E}_{y} \\ \mathbf{E}_{z} \end{vmatrix}$$
(2.28)

onde S_x , S_y e S_z são definidos por [22]:

$$S_k = K_k + \frac{\sigma_k}{j\,\omega\,\varepsilon_0} \tag{2.29}$$

sendo $k = x, y \in z$, e ainda, $\sigma_k \in K_k$ como funções polinomiais que representam a atenuação ao longo das direções $x, y \in z$. Para a direção z tem-se:

$$\sigma_z(z) = (z/d)^m \sigma_{z,max} \quad , \tag{2.30}$$

e

$$K_{z}(z) = 1 + (k_{Z,max} - 1)(z/d)^{m}$$
(2.31)

onde d é a profundidade da UPML. Expressões para as outras direções podem ser obtidas de forma similar.

Para se obter as componentes dos campos elétrico e magnético, é necessário introduzir as variáveis **P** e **P'**, definidas por (2.32) e (2.33)as quais permitem modelar a presença do σ isotrópico dentro da UPML.

$$P_{x} = \frac{S_{z}}{S_{x}} E_{x}$$

$$P_{y} = \frac{S_{x}}{S_{y}} E_{y} , \qquad (2.32)$$

$$P_{z} = \frac{S_{y}}{S_{z}} E_{z}$$

$$P_{x}' = S_{y} P_{x}$$

$$P_{y}' = S_{z} P_{y}$$

$$P_{z}' = S_{x} P_{z}$$
(2.33)

Sendo assim, a equação (2.28) é reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \begin{bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \end{bmatrix} + \sigma \begin{bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \end{bmatrix} .$$
(2.34)

Dessa forma, a equação (2.34) pode ser expandida, como mostrado em (2.35).

$$j\omega\begin{bmatrix}P'_{x}\\P'_{y}\\P'_{z}\end{bmatrix} = j\omega\begin{bmatrix}S_{y}P_{x}\\S_{z}P_{y}\\S_{x}P_{z}\end{bmatrix} = j\omega\begin{bmatrix}\left(K_{y} + \frac{\sigma_{y}}{j\omega\varepsilon_{0}}\right)P_{y}\\\left(K_{z} + \frac{\sigma_{z}}{j\omega\varepsilon_{0}}\right)P_{y}\\\left(K_{x} + \frac{\sigma_{x}}{j\omega\varepsilon_{0}}\right)P_{z}\end{bmatrix} = j\omega\begin{bmatrix}K_{y} & 0 & 0\\0 & K_{z} & 0\\0 & 0 & K_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_{x}\\P_{y}\\P_{z}\end{bmatrix}$$
$$+\frac{1}{\varepsilon_{0}}\begin{bmatrix}\sigma_{y} & 0 & 0\\0 & \sigma_{z} & 0\\0 & 0 & \sigma_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_{x}\\P_{y}\\P_{z}\end{bmatrix}.$$
(2.35)

Passando a equação (2.35) para o domínio do tempo, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} K_y & 0 & 0 \\ 0 & K_z & 0 \\ 0 & 0 & K_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon_0} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$
(2.36)

Na direção z, tem-se a partir de (2.32):

$$S_z P_z = S_y E_z \quad , \tag{2.37}$$

aplicando (2.29) em (2.37), tem-se:

$$\left(K_{z} + \frac{\sigma_{z}}{j\,\omega\,\varepsilon_{0}}\right)P_{z} = \left(K_{y} + \frac{\sigma_{y}}{j\,\omega\,\varepsilon_{0}}\right)E_{z} \quad , \qquad (2.38)$$

$$(j\omega\varepsilon_0 K_z + \sigma_z)P_z = (j\omega\varepsilon_0 K_y + \sigma_y)E_z$$
, (2.39)

passando a equação acima para o domínio do tempo:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (K_z P_z) + \sigma_z P_z = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (K_y E_z) + \sigma_y E_z \quad , \qquad (2.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (K_z P_z) + \frac{\sigma_z P_z}{\varepsilon_0} = \frac{\partial}{\partial t} (K_y E_z) + \frac{\sigma_y E_z}{\varepsilon_0} \quad .$$
(2.41)

Para o cálculo da componente E_x^{n+l} , parte-se da equação (2.34) calculando-se inicialmente P'_x^{n+l} , tal como mostrado a seguir:

$$\epsilon_{0}\epsilon_{r}\left[\frac{P_{z}^{n+1}(i,j,k)-P_{z}^{n+1}(i,j,k)}{\Delta t}\right] + \sigma\left[\frac{P_{z}^{n+1}(i,j,k)+P_{z}^{n+1}(i,j,k)}{2}\right] = \\ = \left[\frac{H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i-1,j,k)-H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1,k)-H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta y}\right], \qquad (2.42)$$

$$\frac{\epsilon_{0}\epsilon_{r}}{\Delta t}P_{z}^{n+1}(i,j,k) - \frac{\epsilon_{0}\epsilon_{r}}{\Delta t}P_{z}^{n}(i,j,k) + \frac{\sigma}{2}P_{z}^{n+1}(i,j,k) + \frac{\sigma}{2}P_{z}^{n}(i,j,k) = \\ = \left[\frac{H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i-1,j,k)-H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1,k)-H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta y}\right], \qquad (2.43)$$

$$P_{z}^{n+1}(i,j,k)\left[\frac{\epsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right] + P_{z}^{n}(i,j,k)\left[\frac{\sigma}{2} - \frac{\epsilon}{\Delta t}\right] = \\ = \left[\frac{H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i-1,j,k)-H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1,k)-H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k)}{\Delta y}\right], \qquad (2.44)$$

$$P'_{z}^{n+1}(i,j,k) = \frac{P'_{z}^{n}(i,j,k) \left[\frac{\varepsilon}{\Delta t} - \frac{\sigma}{2}\right]}{\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right)} +$$

$$+ \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right)} \left[\frac{H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_{y}^{n+\frac{1}{2}}(i-1,j,k)}{\Delta x} - \frac{H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j,k) - H_{x}^{n+\frac{1}{2}}(i,j-1,k)}{\Delta y} \right] .$$
(2.45)

A partir de (2.36), obtém-se a seguinte expressão para direção z:

$$\frac{\partial P'_z}{\partial t} = \frac{\partial K_x P_z}{\partial t} + \frac{\sigma_x P_z}{\varepsilon_0}$$
(2.46)

Aplicando o conceito de diferenças centradas em (2.46), tem-se:

$$\frac{P_{z}^{\prime(n+1)}}{\Delta t} - \frac{P_{z}^{\prime(n)}}{\Delta t} = \frac{K_{x}}{\Delta t} P_{z}^{(n+1)} - \frac{K_{x}}{\Delta t} P_{z}^{(n)} + \frac{\sigma_{x}}{2\varepsilon_{0}} P_{z}^{(n+1)} - \frac{\sigma_{x}}{2\varepsilon_{0}} P_{z}^{(n)} , \qquad (2.47)$$

$$P_{z}^{(n+1)}(i,j,k) = P_{z}^{(n)}(i,j,k) \frac{\left(\frac{K_{x}}{\Delta t} - \frac{\sigma_{x}}{2\varepsilon_{0}}\right)}{\left(\frac{K_{x}}{\Delta t} + \frac{\sigma_{x}}{2\varepsilon_{0}}\right)} + \frac{1}{\Delta t \left(\frac{K_{x}}{\Delta t} + \frac{\sigma_{x}}{2\varepsilon_{0}}\right)} \left(P_{z}^{\prime(n+1)} - P_{z}^{\prime(n)}\right) , \qquad (2.48)$$

ou ainda, de uma forma mais organizada tem-se:

$$P_{z}^{(n+1)}(i,j,k) = P_{z}^{(n)}(i,j,k) \left(\frac{K_{x} - \sigma_{x} \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{0}}}{K_{x} + \sigma_{x} \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{0}}} \right) + \frac{1}{\left(K_{x} - \sigma_{x} \frac{\Delta t}{2\varepsilon_{0}} \right)} \left(P_{z}^{\prime(n+1)} - P_{z}^{\prime(n)} \right) \quad .$$
(2.49)

Para o cálculo do campo elétrico na direção z, parte-se da equação (2.41) de modo que:

$$K_{z}\left(\frac{P_{z}^{(n+1)}-P_{z}^{(n)}}{\Delta t}\right) + \frac{\sigma_{z}}{\varepsilon_{0}}\left(\frac{P_{z}^{(n+1)}-P_{z}^{(n)}}{2}\right) = K_{y}\left(\frac{E_{z}^{(n+1)}-E_{z}^{(n)}}{\Delta t}\right) + \frac{\sigma_{y}}{\varepsilon_{0}}\left(\frac{E_{z}^{(n+1)}-E_{z}^{(n)}}{2}\right) \quad , \tag{2.50}$$

$$\frac{K_{z}}{\Delta t}P_{z}^{(n+1)} - \frac{K_{z}}{\Delta t}P_{z}^{(n)} + \frac{\sigma_{z}}{2\varepsilon_{0}}P_{z}^{(n+1)} + \frac{\sigma_{z}}{2\varepsilon_{0}}P_{z}^{(n)} = \frac{K_{y}}{\Delta t}E_{z}^{(n+1)} - \frac{K_{y}}{\Delta t}E_{z}^{(n)} + \frac{\sigma_{y}}{2\varepsilon_{0}}E_{z}^{(n+1)} + \frac{\sigma_{y}}{2\varepsilon_{0}}E_{z}^{(n)} , \qquad (2.51)$$

$$P_{z}^{(n+1)}\left(\frac{K_{z}}{\Delta t}+\frac{\sigma_{z}}{2\varepsilon_{0}}\right)+P_{z}^{(n)}\left(\frac{-K_{z}}{\Delta t}+\frac{\sigma_{z}}{2\varepsilon_{0}}\right)=E_{z}^{(n+1)}\left(\frac{K_{y}}{\Delta t}+\frac{\sigma_{y}}{2\varepsilon_{0}}\right)+E_{z}^{(n)}\left(\frac{-K_{y}}{\Delta t}+\frac{\sigma_{y}}{2\varepsilon_{0}}\right) \quad , \tag{2.52}$$

$$E_{z}^{(n+1)}(i,j,k) = E_{z}^{(n)}(i,j,k) \left[\frac{K_{y} - \frac{\sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}}}{K_{y} + \frac{\sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}}} \right] + \frac{1}{K_{y} + \frac{\sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}}} \left[P_{z}^{(n+1)} \left(K_{z} + \frac{\sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}} \right) - P_{z}^{(n)} \left(K_{z} - \frac{\sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}} \right) \right] .$$

$$(2.53)$$

Procedimento similar poderá ser adotado para o cálculo dos campos elétricos nas direções x e y. Já as componentes de campo magnético são obtidas a partir da Lei de Faraday. A equação (2.54) define a componente de campo magnético na direção z, de forma que as outras componentes são obtidas através do mesmo procedimento.

$$H_{z}^{(n+\frac{1}{2})} = \left(\frac{2\varepsilon K_{y} - \sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon K_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right) H_{z}^{(n-\frac{1}{2})} + \left[\frac{1}{(2\varepsilon K_{y} + \sigma_{y}\Delta t)}\right] \times \left[(2\varepsilon K_{z} + \sigma_{z}\Delta t)B_{z}^{(n+\frac{1}{2})} - (2\varepsilon K_{z} - \sigma_{z}\Delta t)B_{z}^{(n-\frac{1}{2})}\right] .$$

$$(2.54)$$

2.6 Representação dos elementos RLC em Diferenças Finitas

Para se representar a impedância de qualquer componente elétrico ou eletrônico, no caso desta dissertação a impedância de uma haste de aterramento, através de componentes de circuito R, $L \in C$ (Figura 2.4), é necessário primeiramente escrever as equações dos mesmos na forma de diferenças finitas. Cada modelo (RLC) ocupa o tamanho de uma célula no ambiente de análise, de forma que o efeito eletromagnético dos mesmos é proveniente apenas dos valores de resistência, indutância e capacitância de cada um deles. Serão mostradas aqui as equações em diferenças finitas na direção z para os modelos de circuito RLC, obtidas a partir de [31], de forma que as equações nas outras direções podem ser obtidas de forma similar.

O modelo de resistência é obtido a partir da Lei de Ohm (V = R.I), de forma que a tensão é substituída por $-E_z \Delta_s$ e a corrente I é substituída pela lei de Ampère. A equação a seguir mostra o modelo do resistor escrito na forma de diferenças finitas.

$$E_{z}^{n} = \frac{1 - \frac{\Delta t}{2R \varepsilon \Delta s}}{1 + \frac{\Delta t}{2R \varepsilon \Delta s}} E_{z}^{n-1} + \frac{\Delta t/\varepsilon}{1 + \frac{\Delta t}{2R \varepsilon \Delta s}} \left(\nabla \times \boldsymbol{H}^{n-\frac{1}{2}}\right)_{z}$$
(2.55)

onde E_z^n é a direção z do campo elétrico no instante de tempo n, R o valor da resistência em ohms, ε a permissividade elétrica do meio, Δt o incremento de tempo, Δs o incremento de espaço e

 $H^{n-\frac{1}{2}}$ o vetor campo magnético em torno do resistor no instante $(n-\frac{1}{2})$.

A fórmula para o modelo L (modelo de indutância) origina-se a partir de V = Ldi/dt. Com procedimento semelhante ao realizado no caso do modelo de resistência, a equação (2.55) mostra o modelo de indutância escrito na forma de diferenças finitas.

$$E_{z}^{n} = E_{Z}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left(\nabla \times \boldsymbol{H}^{n-\frac{1}{2}} \right)_{z} - E_{hist}^{n-1} \quad , \qquad (2.56)$$

onde o termo "histórico" é dado por:

$$E_{hist}^{n-1} = E_{hist}^{n-2} + \frac{\Delta t^2}{L \varepsilon \Delta s} E_z^{n-1} \quad . \tag{2.57}$$

Já o modelo *C* (modelo de capacitância) é obtido a partir de I = Cdv/dt, e em diferenças finitas é escrito da seguinte forma:

$$E_{z}^{n} = E_{z}^{n-1} + \frac{\Delta t/\varepsilon}{1 + \frac{C}{\varepsilon \Delta s}} \left(\nabla \times \boldsymbol{H}^{n-\frac{1}{2}} \right)_{z}$$
(2.58)



(a) resistência (b) indutância (c) capacitância

Figura 2.4: Modelo dos elementos de circuito RLC.
Capítulo 3

3. Aterramento Elétrico

Neste capítulo, serão apresentados alguns conceitos importantes que devem ser levados em conta ao se implantar um sistema de aterramento, tais como resistividade do solo e os fatores que influenciam a mesma, a estratificação do solo e o potencial de passo.

3.1 Introdução

Com o passar dos anos, fatores como qualidade e segurança se tornaram indispensáveis em qualquer que seja o empreendimento, de forma a garantir uma boa reputação das empresas prestadoras de serviço. Partindo deste princípio, um dimensionamento adequado do aterramento elétrico é de fundamental importância tanto na construção de prédios, quanto para as concessionárias de energia elétrica, protegendo de carcaças de computadores a neutro de sistemas, entre outros, de forma a oferecer estabilidade aos mesmos, e, principalmente, oferecer segurança pessoal [32].

O aterramento é basicamente uma ligação elétrica de um sistema físico ao solo [33], tendo como objetivo principal o escoamento não só de correntes de manobra, mas de correntes provenientes de descargas atmosféricas para o interior do solo. Um sistema de aterramento, de forma superficial, é constituído por três componentes: ligação entre o sistema a ser protegido e o eletrodo (ou haste) de aterramento; eletrodo de aterramento, que pode ser definido como um metal qualquer colocado no solo; e por fim, a terra que envolve os eletrodos contidos no sistema.

Os sistemas de aterramento podem ter configurações diversificadas, dependendo da necessidade de se aterrar e também das características geográficas do local, variando desde hastes verticais simples até complexas malhas de terra. Hastes verticais são usadas principalmente quando da ocorrência de menor resistividade nas camadas mais profundas (pela facilidade de cravação), e ainda quando a área reservada para o aterramento é reduzida. As malhas horizontais por outro lado, são estruturas que necessitam de um espaço considerável, são normalmente enterradas a meio metro da superfície do solo e são usadas quando a preocupação está na ocorrência de diferenças de potencial na superfície do solo. As Figuras 3.1 e 3.2 ilustram uma haste de aterramento e uma malha de terra respectivamente.



Figura 3.1: Haste de aterramento em um solo estratificado (duas camadas).



Figura 3.2: Representação de uma malha 5×5 em 3D.

3.2 Resistividade do Solo

Ao se projetar um sistema de aterramento, alguns fatores são decisivos para o seu bom desempenho, e, por isso um cuidado especial com os mesmos se torna necessário. Partindo do principio que o aterramento atua como um casador de impedâncias [32], o conhecimento das características intrínsecas do solo, onde a estrutura projetada será instalada, se torna de extrema valia. De forma mais abrangente, tais características podem ser representadas pela resistividade do solo, que por definição, é a resistência elétrica (R) medida entre as faces opostas de um cubo de dimensões unitárias, preenchido pelo solo a ser analisado [34], satisfazendo a seguinte equação:

$$\rho = R \frac{A}{l} \tag{3.1}$$

onde ρ representa a resistividade do solo (Ω .m), *R* a resistência elétrica (Ω), *A* corresponde a área de uma face do cubo em m², enquanto que *l* é o comprimento das arestas do mesmo em metros.

Alguns fatores influenciam diretamente na resistividade, dentre eles, pode-se ressaltar a umidade do solo, fator determinante na variação da condução de cargas elétrica, que em baixas frequências é realizada por mecanismos eletrolíticos. Dessa forma, na medida em que a umidade aumenta, os sais presentes no solo dissociam-se, de maneira a formar um meio eletricamente favorável à passagem de corrente elétrica. Portanto, a exposição de um mesmo tipo de solo a situações adversas de umidade traduz diferentes valores na resistividade do solo. Medições (em campo) da resistividade são aconselhadas em períodos de estiagem, ou seja, dias nos quais o solo apresenta maiores valores de resistividade (dificilmente encontram-se solos perfeitamente secos), retratando assim, o pior caso possível.

Teoricamente, a resistividade do solo é calculada através de (3.1). Entretanto, a composição da grande maioria dos solos é estratificada, ou seja, formada por sub-camadas, cada qual, com seu valor de ρ específico. O solo apresenta ainda outras características interessantes, dentre elas a anisotropia, presente por exemplo em falhas geológicas, ou ainda, quando camadas mais profundas afloram o que provoca descontinuidade na superfície. Dessa forma, a resistividade pode assumir diferentes valores à medida que diferentes sentidos de medição são realizados. Para contornar tal problema, é calculado um valor médio de resistividade (calculada em algumas direções), denominada resistividade efetiva do solo [33].

Outros fatores, tais como, temperatura, granulosidade e compactação (causada pela pressão exercida no solo), também afetam a resistividade. Entretanto, os mesmos não serão abordados neste trabalho.

Sabendo-se que tais variáveis (umidade, temperatura, etc.) estabelecem uma relação entre todos esses fatores, o comportamento da resistividade em casos reais não se faz de maneira tão simples. Portanto, o projeto de um sistema de aterramento deve estar baseado em valores de resistividade coletados no local de implantação da estrutura.

Existem basicamente duas maneiras de se medir a resistividade do solo. A medição por amostragem, que é realizada em laboratório através de pequenas quantidades do solo desejado (coletados a uma certa profundidade, onde o terreno é mais imune as alterações ambientais), e a mais confiável, é normalmente utilizada a medição no local. Realizada através de eletrodos adequadamente posicionados, Frank Wenner em [35] apresenta um modelo de medição eficiente e relativamente simples, ilustrado pela Figura 3.3. O método utiliza um terrômetro (instrumento de medida de resistência), que possui quatro terminais (dois de corrente e dois de potencial), os quais devem ser conectados a quatro eletrodos, distantes um do outro de *a*. O aparelho faz circular corrente elétrica (I) nos dois eletrodos externos ($C_1 e C_2$), assim, através das duas hastes internas (V_1 e V_2) o aparelho calcula a diferença de potencial (V), e pela relação V/I processa o valor da "resistência". De posse dos valores de resistência coletados em várias direções, aplica-se então a fórmula de Palmer, que para um afastamento entre as hastes relativamente grande em relação a penetração dos eletrodos no solo, tem-se:

$$\rho = 2\pi aR \tag{3.2}$$



Figura 3.3: Método de Wenner.

A partir dos valores encontrados, obtidos através das medições realizadas em campo, é possível então mapear todo o terreno no qual deseja-se implantar o sistema de aterramento. Tal mapeamento pode ser denominado de estratificação do solo, que é basicamente a identificação das várias camadas que compõem o mesmo. Existem várias técnicas de modelagem do solo [36], dentre elas, destacam-se o método de estratificação de duas camadas, método de Pirson e o método gráfico.

Ao se utilizar o método FDTD, as várias camadas que compõem o solo são modeladas facilmente, bastando ao usuário determinar as dimensões de cada camada, os valores da permissividade e da

condutividade elétrica($\sigma = \frac{1}{\rho}$) correspondente a mesma.

3.3 Potenciais de Toque e de Passo

Normalmente, os fluxos de corrente provenientes de faltas à terra, tendem a circular a superficie do solo, de forma a criar elevações e quedas de potencial, comprometendo assim a segurança de pessoas e animais que se encontram nas proximidades da descarga atmosférica. Tal diferença de potencial é conhecida por potencial de passo, que por definição é a diferença de potencial entre dois pontos situados no chão e distanciados de 1 m, devido a passagem de corrente de curto-circuito pela terra. Já a diferença de potencial entre o ponto da estrutura metálica, situado ao alcance da mão de uma pessoa, e um ponto no chão situado a 1 m da base da estrutura, é definido por potencial de toque [34].

A título de curiosidade, o potencial de passo máximo tolerável pelo corpo humano, é baseado na corrente limite de *Dalziel*, pesquisador americano que definiu através de vários estudos a corrente máxima suportada pelo corpo humano sem que haja fibrilação ventricular. De acordo com suas pesquisas, 99,5% das pessoas com peso de 50 kg ou mais, podem suportar sem a ocorrência de fibrilação, a corrente determinada pela seguinte expressão [34]:

$$I_{choque} = \frac{0.116}{\sqrt{t}}$$
, (3.3)

onde t representa o tempo máximo de exposição.

A partir desta equação, os potenciais de toque e de passo são definidos, de forma que os mesmos, gerados por um sistema de aterramento durante uma descarga atmosférica, não devem produzir uma

corrente de choque superior à limitada por *Dalziel*. Sendo assim, o potencial de toque máximo tolerável ao ser humano, é dado pela seguinte expressão:

$$V_{toque\ maximo} = (1000 + 1.5\ \rho_s) \frac{0.116}{\sqrt{(t)}}$$
(3.4)

já o potencial de passo máximo é mostrado da seguinte forma:

$$V_{passo \ maximo} = (1000 + 6 \rho_s) \frac{0.116}{\sqrt{(t)}}$$
(3.5)

onde ρ_s é a resistividade do solo, ou da primeira camada caso o solo seja estratificado.

Nesta dissertação, serão apresentados alguns modelos de aterramento capazes de direcionar grande parte do fluxo de corrente para o interior do solo, reduzindo assim esses potenciais indesejáveis na superfície do mesmo.

3.4 Projeto de Malha de Aterramento

Quando se fala em dimensionamento de uma malha de terra, associações ao comprimento, largura, e ainda, diâmetro dos condutores acontece de forma natural. Entretanto, diferente do que acontece na prática, é necessário que se utilizem alguns critérios de segurança que garantam a integridade física das pessoas que se encontrem próximas a mesma. Tais critérios evolvem análises nos potenciais de toque e de passo, e resistência da malha, tendo em vista que os dois primeiros são grandes causadores de fibrilação ventricular, e o último traduz a eficiência da malha em escoar as correntes indesejáveis para o interior da terra. Sendo assim, o projeto de uma malha de terra deve ter como foco principal um estudo capaz de verificar se os potenciais que surgem na superfície, quando da ocorrência de uma descarga atmosférica, são inferiores aos limites suportados pelo corpo humano. Partindo dessa idéia, é apresentado em [34] um algoritmo que auxilia engenheiros, técnicos e estudantes no dimensionamento de uma malha de aterramento. Tal procedimento acontece de forma interativa, e a cada nova estrutura, são calculados os potenciais de toque e de passo, e em seguida, estes são comparados aos máximos suportados pelo corpo humano. Se forem maiores, uma nova estrutura deve ser modelada, e assim o processo continua até que uma estrutura que garanta as condições de segurança seja encontrada.

Ao se iniciar o projeto de uma malha, algumas informações se fazem necessárias. Primeiramente, é importante o conhecimento do local onde a estrutura será implantada, de forma a se conhecer de forma exata o real espaço disponível para o sistema de aterramento, e ainda mapear as camadas estratificadas existentes no local através de medidas de resistividade feitas pelo método de Wenner (item 3.2).

Geralmente utiliza-se uma camada de brita na superfície do solo, visando um maior e melhor isolamento dos contatos dos pés com o solo. Neste caso, utiliza-se o valor da resistividade da brita molhada $\rho_s = 300 \ \Omega m$ (pior caso). A camada de brita colocada na superfície do solo (geralmente 20 cm), representa uma camada estratificada adicional ao mapa de camadas obtidos através de medições de resistividade. Dessa maneira, as Equações (3.4) e (3.5) devem ser corrigidas, de forma a substituir o parâmetro ρ_s encontrado em ambas as equações por $C_s(h_s,K).\rho_{brita}$, que é dado por:

$$C_{s}(h_{s},K) = \frac{1}{0.96} \left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^{n}}{\sqrt{1 + \left(2n\frac{h_{s}}{0.008}\right)^{2}}} \right]$$
(3.6)

onde:

 h_s representa a profundidade da camada de brita em metros, ρ_a a resistividade aparente do solo com ausência da brita, $\rho_s = \rho_{brita}$ resistividade da brita e o coeficiente de reflexão K definido por:

$$K = \frac{\rho_a - \rho_s}{\rho_a + \rho_s}$$
. Assim, as expressões (3.4) e (3.5) são reescritas da seguinte forma:

$$V_{toque\,máximo} = [1000 + 1.5 C_s(h_s, K) \rho_s] \frac{0.116}{\sqrt{(t)}}$$
(3.7)

$$V_{passo máximo} = [1000 + 6C_s(h_s, K)\rho_s] \frac{0.116}{\sqrt{(t)}}$$
(3.8)

No caso de não utilizar-se brita, é atribuído ao ρ_s o valor da resistividade da primeira camada (ρ_1). Além de todo esse cuidado com relação aos potenciais indesejáveis (toque e passo), o dimensionamento dos condutores da malha deve ser levado em conta, tendo em vista a exposição sofrida pelos mesmos por esforços térmicos, mecânicos, de compressão e cisalhamento. Na prática, não se utilizam condutores com secção transversal inferior a 35 mm².

Para cabos de cobre, é utilizada a fórmula de *Onderdonk* [34] no dimensionamento térmico dos mesmos. Tal equação, mostrada a seguir, considera o calor produzido pela corrente de curto-circuito totalmente restrito ao condutor.

$$S_{cobre} = \frac{I}{226,53\sqrt{\frac{1}{t_{defeito}}\ln\left(\frac{\theta_m - \theta_a}{234 + \theta_a} + 1\right)}}$$
(3.9)

onde, I corresponde a corrente de defeito em Ampères através do condutor, $t_{defeito}$ é a duração do defeito em segundos, θ_a a temperatura ambiente em graus célsius, e θ_m a temperatura máxima permissível em graus célsius.

Para condutores de cobre, o valor de θ_m é determinado em função do tipo de conexão a ser utilizada. As mais utilizadas são as do tipo: cavilhada com juntas de bronze, a qual é realizada através de pressão e suporta temperaturas de até 250 °C; solda convencional feita com eletrodo revestido, realizado através de máquina de solda e suporta até 450 °C; brasagem com liga froscoper, união feita através de maçarico, cuja temperatura máxima suportada é de 550 °C; e por fim, solda exotérmica, conhecida também por aluminotermia, capaz de suportar temperaturas de até 850 °C.

A resistência de aterramento da malha (R_{malha}) também deve ser tratada de forma cuidadosa. Dessa forma, a mesma deve possuir valor inferior ao máximo valor da resistência do réle do neutro, o qual normalmente possui resistências bem baixas. Existem na literatura várias expressões para se calcular R_{malha} , tais como a fórmula de Laurent e Nilman [37], Sverak [38], Chow e Salama [39], e o método computacional do EPRI [40]. A resistência elétrica da malha será calculada neste trabalho através da equação escrita por Sverak, a qual é na verdade uma correção da formulação desenvolvida por Laurent e Nilman, e que inclui em seus cálculos informações relativas a profundidade de instalação da malha. A seguir a equação de Sverak para o cálculo da resistência de aterramento de uma malha qualquer.

$$R_{malha} = \rho a \left[\frac{1}{L_{total}} + \frac{1}{\sqrt{20A_{malha}}} \left(1 + \frac{1}{1 + h\sqrt{\frac{20}{A_{malha}}}} \right) \right]$$
(3.10)

onde, A_{malha} é a área ocupada pela malha, h a profundidade de instalação da malha, e L_{total} o comprimento total de cabos e hastes que compõe o sistema.

Projetar uma malha de aterramento é na realidade dosar segurança pessoal com o fator custo. Nem sempre a utilização de inúmeros cabos e hastes num sistema o torna mais seguro. Sendo assim, a utilização de um critério confiável no dimensionamento de uma malha de terra, se torna bastante interessante em termos do fator custo-benefício.

A Figura a seguir (Figura 3.4) mostra um fluxograma apresentado por [34] o qual apresenta passos importantes utilizados pelo programa desenvolvido, e que devem ser seguidos ao se projetar uma malha de terra, e em seguida um resumo das principais etapas apresentadas.



Figura 3.4: Fluxograma do projeto de uma malha de aterramento.

Como dito anteriormente, é necessária uma coleta de todas as informações relativas ao local onde a estrutura de proteção será instalada (resistividade do solo, temperatura ambiente...). A partir destes dados, é possível então se fazer o mapeamento das camadas existentes no local (estratificação do solo), definindo assim a quantidade de camadas existentes, bem como a resistividade e suas respectivas profundidades. O cálculo da resistividade aparente vista pela malha, é feito a partir da dimensão inicial da mesma, e do fator **N** obtido através de curvas desenvolvidas por Endrenyi em [41].

O dimensionamento do condutor utilizado na construção da malha é fundamental, e deve ser calculado através da fórmula de Onderdonk, para cabos de cobre, a qual leva em conta o tipo de conexão utilizada entre os condutores, tal como citado anteriormente, e ainda a temperatura ambiente. Na prática, o valor mínimo da secção transversal do cabo utilizada é de 35 mm². Caso o valor calculado seja inferior a este, o mesmo deve ser assumido.

De posse das características do solo e do cabo a ser utilizado, calculam-se então os potenciais máximos permitidos através das Equações (3.4) e (3.5) para um solo desprovido da camada de brita, e equações (3.7) e (3.8) para o caso onde a camada de brita é utilizada como meio isolante.

Em seguida, é determinado o espaçamento inicial entre os condutores. Sendo assim, é calculado o número de condutores ao longo dos lados, e em seguida recalculados o espaçamento entre os eletrodos, de forma a se chegar a um comprimento total dos cabos que formam a malha.

O cálculo da resistência da malha é feito através da Equação (3.10), a qual leva em conta a profundidade de instalação da malha, a área total da mesma, bem como o comprimento de todos os elementos que a compõe. O produto entre a resistência da malha e a corrente da mesma corresponde à tensão de toque máxima da malha, que deve ser menor do que a tensão de toque máxima calculada anteriormente. Caso seja maior, é necessário que se calcule o comprimento mínimo (L_{min}) de cabos que devem ser utilizados, e em seguida o compare com o comprimento total (L_{total}) dos cabos utilizados. Se porventura o L_{total} for menor do que o L_{min} , é necessário modificar o projeto (as vezes inserção de hastes verticais resolve o problema), caso contrário calculam-se os potenciais de malha (V_m) e o maior potencial de passo que surge na superfície da malha (V_{psM}).

Normalmente, quando do máximo defeito fase-terra, o maior potencial de passo na superfície da malha ocorre em sua periferia. Sendo assim, é necessário calculá-lo e em seguida compará-lo com o valor da tensão de passo máxima que o corpo humano suporta. Ao se calcular o V_m e o V_{psM} , alguns fatores devem ser observados para que a segurança do projeto seja garantida. Primeiramente, o número de condutores ao longo dos lados deve ser no máximo igual a vinte e cinco. Outro ponto fundamental, é o diâmetro do condutor da malha que deve ser menor do que um quarto da profun-

didade de instalação da malha, de forma que a mesma deve estar num intervalo de vinte e cinco centímetros à dois metros de profundidade. Por fim uma atenção especial deve ser dada ao espaçamento entre os condutores paralelos, sendo que este deve ser no mínimo dois metros e cinquenta centímetros. Assim, o V_m é comparado à tensão de toque máxima, e para que o projeto não seja modificado, é necessário que este seja menor. Da mesma forma o V_{psM} é comparado ao potencial de passo máximo. Se porventura o mesmo se apresentar maior, o projeto deverá ser modificado, e o processo deverá ser realizado novamente. Caso seja menor, o projeto passará para uma fase de detalhamento, onde serão incluídas cercas de proteção na periferia da malha.

3.5 Aterramento por Elementos de Circuito

Como já mencionado anteriormente, ao se projetar um sistema de aterramento é necessário que se realize medidas de resistividade onde o mesmo deverá ser implantado. Entretanto, alguns locais disponíveis para o aterramento podem apresentar características adversas de forma que um sistema comum não seria capaz de atender aos quesitos necessários de segurança. Sendo assim, vislumbra-se um sistema tal, capaz de operar de forma segura em qualquer tipo de solo, desde os mais "pobres" aos mais condutivos.

A idéia central é a utilização de elementos de circuito (resistores, indutores e capacitores) conectados de forma estratégica, de maneira a produzirem o efeitos satisfatórios mesmo em terrenos desfavoráveis a isso. A Figura 3.5 apresenta o modelo representativo de uma haste de aterramento em altas frequências, obtido a partir de [42], o qual é composto por um indutor em série com um resistor e um capacitor em paralelo, e ainda, a simplificação do modelo quando da análise em baixas frequências, de tal forma que o indutor se transforma em um curto-circuito, e o capacitor num circuito aberto, aproximando a impedância da haste numa resistência simples. É mostrado também o modelo em cascata composto por n blocos, de maneira que a quantidade de blocos utilizados influencia de forma positiva na precisão dos resultados.



Figura 3.5: Modelo de circuito equivalente de haste, para altas e baixas frequências.

A aplicação de elementos de circuito RLC é limitada para casos onde o comprimento da haste que se deseja representar é menor do que um décimo do comprimento de onda. Isto praticamente limita a faixa de frequência de validação deste modelo para algumas baixas frequências, fazendo estes dependentes também das propriedades eletromagnéticas do solo e do comprimento da haste [43].

O cálculo dos parâmetros RLC é feito a partir das seguintes equações:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln\left(\frac{4l}{a}\right) - 1 \right]$$
(3.11)

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]$$
(3.12)

$$C = 2\pi \varepsilon l \left[\ln \left(\frac{4l}{a} \right) - 1 \right] \tag{3.13}$$

onde, ρ representa a resistividade, e ε a permissividade do solo a ser representado, *l* o comprimento (m), e *a* o raio da haste que se deseja representar em metros.

À medida que se adiciona um novo bloco ao conjunto, é necessário corrigir os valores dos parâmetros através das seguintes expressões:

$$R_n = R.N \tag{3.14}$$

$$L_n = \frac{L}{N} \tag{3.15}$$

$$C_n = \frac{C}{N} \tag{3.16}$$

onde N é a quantidade de blocos utilizados.

A utilização de tal artificio visa atender locais onde as características intrínsecas do solo se mostram bastante desfavoráveis. No capítulo seguinte, serão apresentados alguns resultados preliminares da utilização dos blocos compostos por elementos de circuito em solos com tais características.

4 Resultados

Nesta seção serão apresentados novas estruturas de aterramento, bem como os resultados obtidos através das simulações realizadas pelo Método FDTD, utilizando o ambiente LANE SAGS [44].

4.1 Modelos de Aterramento

Como mencionado anteriormente (Cap. 3 – Aterramento Elétrico), ao se projetar um sistema de aterramento, é necessário uma atenção especial em relação aos potenciais de toque e de passo. Dessa forma, serão mostradas neste capítulo estruturas eficientes na redução do potencial de passo, tanto para sistemas de aterramentos implantados em lugares com bastante espaço (Modelo Guarda-chuva), como também em locais no qual o espaço disponível é limitado (Modelo Fractal).

O domínio de análise foi discretizado com células cúbicas de aresta igual a 0,25 metro, enquanto que a fonte de excitação utilizada é a definida por [11] como:

a) para
$$t \le 1,5T_f$$

 $V_s(t) = V_{\max} \left(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t} \right) sen^2 \left(\omega_0 t \right) / A_0,$
(7)

b) e para
$$t > 1,5T_f$$

 $V_s(t) = V_{\max} \left(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t} \right) / A_0,$
(8)

na qual: $\alpha_1 = 1.93147180/T_f$, $\alpha_2 = 2.558427881/T_f$,

$$t_0 = \ln \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) / (\alpha_1 - \alpha_2), \ A_0 = e^{\alpha_1 t_0} - e^{\alpha_2 t_0}, \ \omega_0 = \pi / (3T_f)$$

 $T_f = 0,063 \ \mu\text{s}, T_t = 500 \ \mu\text{s}$ e $V_{max} = 15 \ \text{V}$, sendo a resistência de 435 Ω [11].

4.1.1 Malha 5x5

De acordo com IEEE *standard* 80 [43], uma malha de aterramento deve ser projetada de tal forma que sua resistência de terra e as tensões de passo e de toque sejam suportáveis ao ser humano. Sendo assim, tais estruturas atuam como sistemas de segurança usadas normalmente em subestações de energia, laboratórios de alta tensão, centrais telefônicas e em diversos outros tipos de instalações.

A primeira situação aqui analisada é a malha de terra 5x5 (12 m x 12 m), a qual se encontra a uma

profundidade de 0,5 m, como mostra a Figura 4.1. O domínio de análise possui 36 m na direção x, 36 m na direção y, e 20 m na direção z. Os elementos metálicos que compõe o sistema foram modelados através da técnica de fio fino [10], e possuem diâmetro igual a 20 mm.



Figura 4.1: Visão Malha 5x5 3-D.



Figura 4.2: Malha de aterramento e as linhas de referência L₁, L₂ e L₃.

Ao se analisar as curvas de distribuição de potencial na superfície do solo ao longo das linhas L_1 e L_2 (Figura 4.2), observa-se uma drástica queda do potencial calculado na superfície do solo nas extremidades da malha, o que consequentemente coloca em risco a integridade física das pessoas próximas à mesma, e também dos equipamentos elétricos e eletrônicos a serem protegidos.

É importante lembrar que um dos principais objetivos de um sistema de aterramento é facilitar o escoamento da corrente elétrica proveniente de descargas atmosféricas e surtos de manobra para o interior do solo. Entretanto, parte da mesma tende a retornar para a superfície do solo por motivos diversos, relacionados tanto com as características intrínsecas do solo (camadas com diferentes resistividades), como também pelas dimensões e formatos da malha de terra. O tráfego destas correntes causam diferenças de potencial, que são conhecidas por potencial de passo.

Vários fatores relacionados à configuração da malha são responsáveis por tal efeito, dentre eles o mais comum é o efeito das pontas, que ocorre principalmente nos cantos da malha. As Figuras 4.3 e 4.4 mostram a distribuição de potencial calculado na superfície do solo ao longo das linhas L_1 e L_2 respectivamente, enquanto que a figura 4.5 mostra a distribuição de potencial em 3-D. Observa-se através do código de cores da figura o fenômeno aqui citado.



Figura 4.3: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L₁.



Figura 4.4: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L₂.



Figura 4.5: Distribuição de potencial normalizado na superfície do solo para malha de terra 5x5.

Tal como mencionado no capítulo anterior, existem algumas maneiras de se reduzir essas abruptas quedas de potencial, fato este que sem dúvida melhora significativamente o desempenho da malha. As mais comuns (colocação de hastes na periferia, rebaixamento dos cantos, arredondamento dos cantos da malha) visam de forma estratégica amenizar o efeito das pontas. Dessa forma neste trabalho são analisadas algumas metologias presentes na literatura, e também, serão propostas novas, eficientes o bastante para amenizarem o problema do potencial de passo.

4.1.2 Utilização de Anéis Condutores

Uma alternativa bastante explorada e utilizada algumas vezes por engenheiros na solução de problemas relacionados aos elevados níveis de potencial de passo, é a inclusão de condutores em anel nos quatro lados da malha. As configurações utilizadas variam conforme a distância do anel para a malha e também da profundidade dos mesmos.

A idéia básica deste artificio, é fazer com que a parte da corrente que tende a retornar para a superfície encontre os anéis, permanecendo assim num meio mais favorável, e o mais importante, abaixo da superfície do solo. A Figura 4.6 mostra uma visão geral do modelo proposto.



Figura 4.6: Malha 5x5 rodeada por anéis.

A fim de se analisar o real funcionamento de tal estrutura, foram realizadas três simulações, onde em cada uma foram utilizados diferentes valores de distância entre os anéis e a malha. No primeiro caso foi simulada uma malha 5x5, com dimensões de 12 m x 12 m, rodeada por quatro anéis condutores com dimensões de 3 m x 3 m, no mesmo nível de profundidade da malha e distante de 0,5 m da mesma. O segundo caso possui a mesma configuração diferente apenas na distância entre os anéis e a malha que aqui é de 1 m. Já na terceira simulação essa distância passou para 2 m. As Figuras a seguir mostram a distribuição de potencial calculada ao longo das linhas L₁ (Figura 4.7) e L₂ (Figura 4.8), respectivamente.



Figura 4.7: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L₁.



Figura 4.8: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L₂.

A partir dos resultados obtidos, observa-se que em termos da queda de potencial nas bordas da malha, o caso 3 (anéis a 2 m da malha) teve melhor resposta em relação aos demais quando a referência de calculo foi o plano L_1 . Entretanto, ao se analisar os resultados obtidos a partir de L_2 , os três casos respondem praticamente da mesma maneira.

A Figura 4.8 mostra que a utilização de anéis condutores nos lados da malha não traz grandes melhorias para a mesma. Ao se balancear o custo-beneficio chega-se a conclusão de que os esforços empreendidos na implantação dos anéis não são justificáveis. A Figura 4.9 compara a distribuição de potencial calculada na superfície do solo, ao longo de L_1 , para uma malha 5x5 com a mesma estrutura rodeada por anéis condutores distantes de 2 m. Vale mencionar que quando calculado ao longo de L_2 , a distribuição de potencial entre as duas estruturas teve praticamente o mesmo comportamento. Já a Figura 4.10 compara a relação tensão-corrente (calculada na primeira célula acima da superfície do solo como mostrado na Figura 3.2) entre todos os casos apresentados e a malha 5x5.



Figura 4.9: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L₁.



Figura 4.10: Cálculo da TGR para os casos análisados.

Observa-se a partir da Figura 4.8 um decaimento mais sutil do potencial de passo para o caso proposto. Entretanto, o resultado obtido está longe de ser o desejado. Em relação a impedância instantânea do sistema, as reduções obtidas também não são satisfatórias. Na prática, utiliza-se normalmente estes anéis a uma profundidade de um metro e meio em relação a superfície da terra. Entretanto, ao simular tal cenário, observou-se uma queda de cerca de 1 Ω na TGR estacionária, mas em contrapartida, apareceram alguns picos indesejáveis na distribuição de potencial. Sendo assim, a contribuição deste trabalho em relação a utilização destes anéis, é provar que os mesmos não provocam o efeito desejado trazendo apenas um custo maior ao projeto.

4.1.3 Inserção de Hastes ao longo da Malha

Uma outra técnica muito utilizada na tentativa de se diminuir a circulação da corrente na superfície do solo é a utilização de hastes verticais na periferia da malha. Tal técnica é bastante explorada em solos onde a resistividade nas camadas inferiores é mais baixa. A idéia básica é direcionar o fluxo de corrente até as camadas mais condutivas, dificultando assim o retorno da mesma para a superfície do solo.

Embora normalmente a quantidade de hastes inseridas no sistema seja relacionada com a eficiência do mesmo, é importante atentar para a indutância mútua que uma haste exerce sobre outra. Dessa forma, adicionar hastes verticais de maneira desordenada numa malha de terra não significa dizer que o sistema montado é o mais eficiente.

Uma malha 5x5 foi projetada, e nela foram inseridas 25 hastes de 3 m, tal como mostra a Figura 4.11. Em seguida foram retiradas da malha as hastes centrais, permanecendo apenas as da periferia (16 hastes).



Figura 4.11: Malha 5x5 com hastes verticais.

A Figura 4.12 mostra as curvas de distribuição de potencial na superfície do solo, calculada ao longo de L₁, para os casos onde são inseridos eletrodos verticais em todas os nós da malha, e para o caso onde os eletrodos são inseridos apenas nas conexões de periferia da mesma. Tais situações são comparadas com a malha de terra convencional, e através desta comparação observa-se que a redução do pico do potencial da estrutura que utiliza hastes na periferia em relação a malha 5x5 é em torno de 20%. É mostrado também através da Figura 4.13 a relação tensão-corrente para os três casos, onde as estruturas propostas apresentam uma redução de cerca de 4 Ω em relação a malha inicial.



Figura 4.12: Distribuição de potencial na superfície do solo ao longo de L₁.



Figura 4.13: Cálculo da TGR para todos os casos.

Ao se analisarem as curvas de distribuição de potencial dos dois casos, observa-se uma melhoria de apenas 5% no pico do potencial, da malha composta de 25 hastes verticais, em relação à que possui 16 hastes na periferia. Quando comparado o potencial de passo entre tais estruturas, o comportamento das mesmas é bastante semelhante. Dessa forma, chega-se a conclusão de que a utilização de hastes apenas na periferia da malha é a solução mais viável principalmente em termos econômicos.

Outro fator que favorece a utilização das hastes apenas na periferia da malha está relacionado com a Figura 4.13. A partir da mesma, observa-se que com a distribuição de várias hastes ao longo da malha, aumentam as oscilações transitórias na relação tensão-corrente. Isto se torna uma problema tendo em vista que tal resistência não deve ultrapassar a resistência limite da sensibilidade do relé de neutro do sistema.

4.1.4 Modelo Guarda-Chuva

Novas estruturas foram desenvolvidas com a intenção de se reduzirem ainda mais as quedas de potencial observadas nas estruturas anteriores. Sendo assim, uma nova malha 5x5 com as quinas encurvadas foi modelada. A Figura abaixo mostra um esboço de tal estrutura.



Figura 4.14: A Malha 5x5 com cantos dobrados.

O conceito aqui utilizado para desenvolver tal estrutura está relacionado diretamente com o esfeito das pontas. Ao se encurvar as quinas da malha, grande parte da corrente é direcionada para o interior da terra, dificultando assim o retorno dessas correntes para a superfície do solo. Dessa forma, as quedas de potencial calculadas próximo as extremidades da malha, acontecem de maneira mais suave.

A malha 5x5 com cantos encurvados dimensionada aqui possui 12 m x 12 m, de forma que a periferia da malha é formada por seis metros de cabos horizontais (no centro), e mais três metros de cabos encurvados em cada extremidade. O ângulo formado entre os cabos horizontais e os curvos é de 45°. A Figura 4.15 mostra a distribuição de potencial da malha 5x5 convencional e da malha 5x5 com os cantos encurvados, ao longo de L_2 .



Figura 4.15: Distribuição de potencial ao longo de L₂.

A partir desta Figura observa-se que o decaimento do potencial nas proximidades da malha com as bordas encurvadas (linha pontilhada), ao longo de L_2 , acontece de forma mais branda em relação a malha proposta inicialmente. As reduções obtidas chegam a cerca de 50% no potencial de passo, e cerca de 5% no pico do potencial.

Vale ressaltar que a distribuição de potencial calculada no eixo central da malha (L_1), não sofreu grande modificação em relação à malha de terra 5x5. Desta forma, promoveu-se um encurvamento em toda estrutura, desenvolvendo assim, o modelo "guarda-chuva", ilustrado pela Figura 4.16.



Figura 4.16: O Modelo guarda-chuva.

No Método FDTD em coordenadas retangulares, o guarda-chuva é modelado através de uma aproximação conhecida por *staircase*, que como o próprio nome sugere são "escadinhas" que promovem o encurvamento de qualquer estrutura. Apesar de inserir pequenos erros numéricos no ambiente de análise, os resultados obtidos através do modelo guarda-chuva foram bastante satisfatórios. A estrutura analisada possui as mesmas dimensões da malha com os cantos encurvados (12 m x 12 m), mas neste caso, todas as dez linhas de cabos horizontais que formam a malha foram encurvadas nas extremidades. Desta forma, cada qual possui uma parte horizontal de quatro metros, e dois trechos de quatro metros cada, em suas extremidades. O ângulo formado entre o trecho horizontal e a parte encurvada é de 45°. As Figuras 4.17, 4.18 e 4.19, mostram a distribuição de potencial na superfície do solo do modelo guarda-chuva, uma comparação da distribuição de potencial calculada na superfície do solo, entre a malha 5x5 e o modelo guarda-chuva, ao longo das linhas L₁ e L₂, respectivamente. Já a Figura 4.20 mostra a relação tensão-corrente da malha de terra 5x5 e do modelo guarda-chuva.



Figura 4.17: Distribuição de potencial na superfície do solo para o modelo guarda-chuva.



Figura 4.18: Distribuição de potencial ao longo de L₁.



Figura 4.19: Distribuição de potencial ao longo de L₂.



Figura 4.20: Comparação TGR malha 5x5 e modelo guarda-chuva.

Devido ao seu formato inovador, a estrutura em questão desvia grande parte da corrente para o interior da terra, não se fazendo necessário o uso de malhas de referência, ou elementos condutores externos a mesma. Os resultados obtidos mostram uma redução de cerca de 85%, do modelo proposto em relação a malha 5x5, para potenciais calculados nas proximidades das bordas da malha (linha L₂). Outro fato interessante, e que mostra outra vantagem do modelo guarda-chuva, é observado na Figura 4.18, na qual o pico de potencial proveniente da fonte de excitação aparece apenas na malha 5x5. Já a redução da TGR do modelo guarda-chuva fica em torno de 5 Ω . Entretanto, na fase transitória, tal estrutura apresenta uma maior quantidade de oscilações, sendo necessária uma quantidade maior de interações até que o sistema entre em estado estacionário.

Alguns testes foram realizados a fim de se definir o ângulo ideal entre o trecho horizontal e as extremidades curvadas. Por limitações impostas pelo *staircase*, apenas três diferentes ângulos foram testados: 30°, 45° e 60°. Tanto em relação a TGR, quanto na distribuição de potencial na superfície do solo, o ângulo de 45° se mostrou o mais adequado e por isso foi utilizado em todas as simulações relacionadas ao modelo guarda-chuva.

4.1.5 Malha Atratora

Com a finalidade de diminuir a circulação das correntes provenientes das descargas atmosféricas na malha de terra, a malha atratora surge como opção principalmente em terrenos onde a resistividade das camadas inferiores é baixa. A utilização desta se torna favorável pelo fato da mesma possuir pequenas dimensões, o que facilita a sua colocação em camadas de solo de alta condutividade, podendo ser vista como "terra do terra". A conexão entre as malhas deve ser feita por pelo menos dois condutores, de forma a facilitar a passagem de corrente impulsiva. A Figura 4.21 mostra a malha 5x5 conectada em uma malha atratora.



Figura 4.21: Malha 5x5 conectada à malha atratora.

Nas simulações aqui realizadas (malha atratora), foi considerado um solo de duas camadas com $\rho_1 = 1000 \ \Omega$.m e $\rho_2 = 200 \ \Omega$.m, sendo a profundidade da primeira camada igual a 5 m. A malha atratora possui 6 m de aresta, está conectada a malha de terra por quatro condutores, e se encontra a 5,5 m de profundidade. A distribuição de potencial calculada no solo ao longo da linha L₂ da malha 5x5 em relação a mesma com a presença da malha atratora, nas mesmas condições, é mostrada a seguir (Figura 4.22).



Figura 4.22: Distribuição de potencial ao longo de L₂.

Ao se usar o artificio da malha atratora, observa-se claramente que a distribuição de potencial na superfície do solo apresenta um decaimento mais suave, o que ocorre basicamente pelo fato da grande parte da corrente incidente na estrutura ser direcionada para baixo, e não voltar para a superfície da terra. É natural que surja o questionamento referente à utilização dos dois cabos horizontais em forma de cruz. Dessa forma, foi realizada uma simulação da malha atratora sem a "cruz". Através dos resultados obtidos, os quais não serão apresentados aqui, verificou-se a importância da mesma na eliminação de alguns picos de potencial que surgem na ausência da mesma.

Visando resultados ainda mais satisfatórios, foi então substituída a malha atratora por uma malha 6 m x 6 m em forma de guarda-chuva. Partindo da mesma idéia abordada no item 4.1.4, a estrutura implementada aqui conseguiu direcionar ainda mais a corrente de defeito para o interior do solo suavizando assim a distribuição de potencial na superfície do mesmo. A Figura 4.23 mostra a comparação da distribuição de potencial entre a utilização da malha atratora convencional em relação a malha atratora guarda-chuva.



Figura 4.23: Distribuição de potencial ao longo de L₁.

Observa-se claramente a partir das curvas obtidas, que a utilização do modelo guarda-chuva como malha de referência atua de forma positiva em problemas relacionados as quedas bruscas de potencial nas proximidades da malha. Em relação a malha atratora convencional, o modelo guarda-chuva promove uma redução no potencial de passo em cerca de 15%, e ainda, elimina pico de potencial proveniente da fonte que simula descarga atmosférica. Entretanto, ao se calcular a distribuição de potencial na superfície do solo ao longo de L_2 , o modelo guarda-chuva reduz a queda ligeiramente, mas insere picos de potencial indesejáveis.

4.1.6 Cercas de Proteção na Periferia da Malha

Na prática, grande parte dos sistemas de aterramento de subestações é envolvida por grades, cuja principal função é proteger tanto os equipamentos elétricos e eletrônicos conectados a malha, quanto a vida de pessoas presentes nas redondezas da mesma, tendo em vista que o potencial de passo e de toque é mais intenso nas proximidades da malha de aterramento. Dessa forma, dependendo da localização e características da malha, é importante decidir de modo adequado a maneira como este tipo de proteção será realizado. As duas formas mais comuns encontradas na prática é a utilização de muros de alvenaria, ou cercas metálicas. As cercas metálicas, por serem economicamente mais acessíveis, são mais utilizadas na prática. Entretanto, por serem de natureza condutora, estão sujeitas às tensões provenientes das correntes de curto-circuito da subestação.

Sendo assim, será feito neste trabalho uma análise detalhada de como uma malha de terra se comporta na presença de uma cerca elétrica de proteção, sendo propostas também novas maneiras de se isolar a malha de terra.

Para isto, foi modelada uma malha 5x5, com dimensões de 10 m x 10 m, enterrada à uma profundidade de 0,75 m. O primeiro caso analisado aqui, é a forma com que as cercas de proteção são utilizadas na prática. Sendo assim, a estrutura em questão é composta pela malha de terra citada anteriormente, conectada á grade de proteção (7,5 m x 7,5 m) através de 16 descidas de hastes verticais (1,75 m) em pontos estratégicos, de forma que a mesma se encontra à 1 m acima da superfície da terra. A Figura 4.24 mostra um esboço do sistema aqui mencionado.



Figura 4.24: Malha de Terra com Grade de Proteção.

A simulação foi realizada com intuito de se analisar a influência de tal estrutura no desempenho do sistema de aterramento. Após a simulação, foi observado que tal estrutura não influenciou no valor final da TGR, havendo mudança somente na parte transitória com o aumento das oscilações. A mudança significativa foi observada na distribuição de potencial no solo, na qual houve um aumento dos picos de tensão, quando calculados ao longo das linhas L_1 e L_3 , as quais foram escolhidas devido à localização dos contatos elétricos entre o sistema de aterramento e a estrutura de proteção, e pelo fato da estrutura ser simétrica, tais linhas representam os demais planos onde a cerca metálica se encontra conectada a malha de terra. As Figuras 4.25 e 4.26 mostram respectivamente a distribuição de potencial calculada na superfície do solo ao das linhas L_1 e L_3 .



Figura 4.25: Distribuição de Potencial calculada em L₁.



Figura 4.26: Distribuição de Potencial calculada em L₃.

Uma maneira bem simples de amenizar os picos de tensão observados nas Figuras 4.25 e 4.26, é eliminar os contatos elétricos entre as estruturas (Figura 4.27), de forma que os cabos de conexão grade-malha são cravados a uma profundidade de 0,25 m. Com este cenário, obteve-se uma redução considerável na distribuição de potencial na superfície do solo, e o problema relacionado aos picos de potencial indesejáveis presentes na estrutura anterior foi solucionado. A Figura 4.27 mostra a comparação da distribuição de potencial no solo entre a malha 5x5 simples e a 5x5 com estrutura de proteção desconectada, ao longo da linha L_1 .



Figura 4.27: Malha de terra e grade de proteção (desconectada).



Figura 4.28: Distribuição de potencial na superfície do solo – malha 5x5 e malha 5x5 com grade de proteção (desconectada).

Visando resultados ainda mais satisfatórios, duas novas situações foram criadas. A primeira delas foi colocado o modelo guarda-chuva conectado a cerca elétrica tal como mostra a Figura 4.29. Em seguida, as conexões entre a malha e a cerca foram desfeitas e os resultados obtidos para as duas situações são apresentados pelas Figuras 4.30 e 4.31 respectivamente.


Figura 4.29: Modelo guarda-chuva conectado à cerca de proteção.



Figura 4.30: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L1 (guarda-chuva vs guarda-chuva conectado a cerca elétrica)



Figura 4.31: Distribuição de potencial na superfície do solo calculado ao longo de L1 (guarda-chuva vs guarda-chuva desconectado da cerca elétrica).

A partir dos resultados obtidos, observa-se claramente a vantagem em manter desconectados os cabos de conexão, uma vez que são encontrados picos de tensão na Figura 4.30, e ainda o potencial de passo nas proximidades da malha apresenta uma ligeira alta. Já ao se analisar a Figura 4.31, observa-se que a cerca de proteção não influencia na distribuição de potencial do modelo guardachuva, de forma que o mesmo mantem sua características básica de desviar as correntes de fulga para o interior do solo.

4.1.7 Modelo Fractal

O fractal ou raiz é um modelo de aterramento que se mostrou bastante eficiente principalmente para locais onde o espaço para o sistema de aterramento é reduzido. Apresentando grande poder de redução do potencial de passo nas simulações realizadas, este modelo se constitui de um eletrodo com ramificações nas direções x e y, conforme mostrado na Figura 4.32, funcionando como um divisor de corrente. Neste caso, a haste central tem 3 m de comprimento, enquanto que cada ramificação possui 1,6 m e inclinação de 45°.



Figura 4.32: O modelo fractal.

Na Figura 4.33 é apresentada a distribuição de potencial, considerando uma haste convencional de 3 m (linha continua) e o sistema fractal de primeira ordem (linha pontilhada), na qual o modelo fractal proporciona uma redução de cerca de 50% no potencial de passo.



Figura 4.33: Distribuição de potencial no solo para haste vertical e fractal de primeira ordem.

Com o intuito de se obter resultados ainda mais relevantes, foram introduzidas duas ramificações secundárias (fractal de segunda ordem), em cada uma das já existentes, posicionadas no meio e no extremo das mesmas, conforme mostrado na Figura 4.33. Como resultado, foi obtida uma redução de 70% no potencial de passo em relação à situação em que somente uma haste é utilizada, conforme mostra a Figura 4.34.



Figura 4.34: Distribuição de potencial no solo para haste vertical e fractal de segunda ordem.

É importante observar que a principal idéia das metodologias aplicadas no projeto das estruturas apresentadas, é tentar direcionar as correntes para o interior do solo (sentido -*z*) da maneira mais "amigável" possível, de forma a causar as reduções do potencial de passo observadas. Dessa forma, enquanto o modelo guarda-chuva apresenta grande poder de redução do potencial de passo tanto como sistema quanto "terra" do sistema, o modelo fractal se mostra bastante eficiente em lugares onde o espaço disponível para o sistema de aterramento é reduzido.

4.2 Aterramento Eletrônico

Aplicando as equações (3.11-3.13) é modelado um bloco RLC, representando uma haste de 2 m com 10 mm de raio, cravada em um solo de resistividade $\rho = 500 \Omega$.m. Dessa maneira, os valores encontrados para resistência, indutância, e capacitância são respectivamente: R = 226,18 Ω , L = 1,99 μ H e C = 0,6321 nF.

A idéia básica aqui é conectar um bloco composto por esses elementos, à um solo altamente condutivo ($\sigma = 1000$ S/m), e analisar o comportamento de cada elemento em termos de tensão e corrente. A Figura 4.35 ilustra o esquema utilizado.



Figura 4.35: Um bloco conectado a um solo bastante condutivo.

A seguir são mostradas as curvas de tensão e corrente em cada elemento que compõe o bloco (Figuras 4.36 - 4.41). Observa-se que os resultados estão de acordo com o esperado, de forma que em regime o indutor se comporta como um curto-circuito, dado que a corrente no mesmo tende para a corrente da fonte e a tensão tende para zero, conseqüentemente tendo sua impedância igual a zero. O mesmo não ocorre com o capacitor, que em regime apresenta valor de corrente igual a zero e a tensão em seus terminais tende a assumir valores iguais a da fonte de tensão, se comportando como um circuito aberto. Analisando o comportamento da indutância e da capacitância, é possível concluir que em regime, o valor da impedância total do sistema é igual a resistência do bloco, e também possui valor em regime bem próximo do apresentado por uma haste vertical cravada em um solo com as mesmas características utilizadas para se modelar os blocos. A Figura 4.41 mostra uma comparação entre a TGR calculada para o modelo proposto em relação à haste de 2 m.



Figura 4.36: Tensão em cima do resistor.



Figura 4.37: Corrente em cima do resistor.



Figura 4.38: Tensão em cima do indutor.



Figura 4.39: Corrente em cima do indutor.



Figura 4.40: Tensão em cima do capacitor.



Figura 4.41: Corrente em cima do capacitor.



Figura 4.42: Comparação da TGR do circuito equivalente RLC em relação à haste de 2 m.

A curva acima mostra que a TGR se estabiliza em 227,16 Ω , valor este bem próximo da resistência utilizada, comprovando assim a confiabilidade dos resultados obtidos.

4.2.1 Blocos conectados à estruturas de aterramento

Os resultados obtidos na seção anterior serviram de base para a validação do modelo proposto. Entretanto, as características de solo utilizadas na simulação do bloco RLC foram irreais ($\sigma = 1000$ S/m). Sendo assim, a idéia é conectar os elementos de circuito à uma malha de terra num solo com características mais realistas.

A primeira simulação apresenta um bloco, modelando uma haste de 2 m de 10 mm de raio, conectado à uma malha 5x5 em um solo com resistividade $\rho = 500 \ \Omega$.m, e em seguida dois blocos conectados a mesma estrutura. Vale ressaltar que os valores de resistência, indutância e capacitância, devem ser corrigidos através das equações (3.14 – 3.16), respectivamente. A Figura 4.43 ilustra dois blocos conectados a malha 5x5, enquanto que a Figura 4.44 mostra comparação da TGR dos dois casos propostos em relação a haste de 2 m.



Figura 4.43: Dois blocos conectados à malha de terra.



Figura 4.44: Dois blocos conectados à malha de terra.

Observa-se através dos resultados obtidos, que a utilização de dois blocos se aproxima mais aos valores de TGR apresentados por uma haste de 2 m. Mesmo assim, tais valores apresentam na estabilidade, um erro relativo de cerca de 9% em relação à referência (haste de 2 m).

O estudo proposto encontra-se em fase de desenvolvimento, de forma que novas estratégias no posicionamento e cálculo dos elementos RLC estão sendo analisadas na tentativa de se encontrar um sistema capaz de operar de forma segura e satisfatória em regiões onde um sistema de aterramento tradicional encontra dificuldades.

4.2.2 Indutor em série com estrutura de aterramento

Como visto anteriormente, a maioria dos sistemas de aterramento apresentam fortes oscilações no período transitório nas curvas de TGR. Dessa forma, propõe-se aqui, a utilização de um indutor em série com as estruturas com o objetivo de se amortecer tais oscilações. Assim, é conectado um indutor $L = 100 \mu$ H a uma malha de terra 5 x 5 (10 m x 10 m). A Figura 4.45 mostra comparação da TGR calculada na estrutura guarda-chuva com e sem o indutor.



Figura 4.45: Comparação TGR malha 5x5 com e sem indutor.

Através da Figura 4.45 observa-se claramente o efeito de amortecimento nas oscilações causado pelo indutor. Vale ressaltar que o valor de indutância foi escolhido através da simulação de alguns valores usuais combinados com as características da solo.

Em seguida, o indutor $L = 100 \mu H$ foi conectado ao modelo guarda-chuva (10 m x 10 m), estrutura eficiente na redução do potencial de passo, mas que apresenta oscilações mais elevadas até que a malha de terra 5 x 5. A figura 4.46 ilustra o esquema utilizado, enquanto que a Figura 4.47 mostras as curvas de TGR para o modelo proposto em relação ao modelo guarda-chuva original, de forma a comprovar os efeitos positivos provenientes da conexão estrutura-indutor.



Figura 4.46: Modelo guarda-chuva em série com indutor.



Figura 4.47: Comparação TGR modelo guarda-chuva com e sem indutor.

5 Conclusões

Neste trabalho, foi utilizado um ambiente computacional (LANE SAGS) baseado no método das diferenças finitas no domínio do tempo (método FDTD), o qual é capaz de solucionar numericamente as equações de Maxwell no domínio do tempo e do espaço simultâneamente. A vantagem de se utilizar tal metodologia, é o fato da mesma tratar de maneira natural os fenômenos reflexão, refração e difração, resultando assim em soluções bastante realistas. Como os problemas relacionados a aterramento são abertos, o uso da técnica de camadas perfeitamente casadas uniaxiais (técnica UPML) se faz necessária, de forma que sua escolha se faz pela sua excelente eficiência e também, em termos de economia computacional. Para a representação dos condutores que constituem as estruturas analisadas, utilizou-se a técnica de fio fino apresentada por Baba et Al., a qual proporciona uma redução considerável em termos de tempo de processamento e espaço de memória.

Foram abordadas aqui algumas informações indispensáveis para o projeto de uma malha de terra, bem como os problemas relacionados as abruptas quedas de potencial observadas nas bordas da mesma, análise de técnicas utilizadas na prática para contornarem tal situação, e por fim, o desenvolvimento de novas metodologias capazes de reduzir tais potenciais perigosos nas extremidades de uma malha.

A rotina de dimensionamento de uma malha de terra, apresentada no Capitulo 3, é uma opção prática e de simples utilização no cálculo dos potenciais de toque e de passo, e também da impedância da malha de terra. Entretanto, tal procedimento não trata a parte transitória do fenômeno, ao contrário do ambiente computacional implementado a partir do método FDTD, o qual trata os fenômenos transitórios de forma natural. Dessa forma, observa-se claramente as vantagens de se utilizar uma ferramenta fundamentada nas equações de Maxwell no domínio do tempo.

Ao se analisar o comportamento de uma malha de terra atingida por um surto atmosférico, observam-se elevadas quedas de potencial na periferia da mesma. Isso se deve ao fato de grande parte da corrente elétrica proveniente da descarga se espalhar ao longo da superfície da terra.

A literatura sugere algumas técnicas para solucionar tal problema. O primeiro apresentado aqui foi a utilização de anéis condutores nos quatro lados da malha. Observou-se que os melhores resultados obtidos são aqueles onde a malha está distante 2 m dos mesmos. Entretanto, as reduções obtidas tanto no potencial de passo, quanto na impedância instantânea não justificam os gastos empreendidos na implantação dos mesmos. Uma outra técnica abordada aqui, foi a utilização de hastes verticais na periferia da malha e ao longo de toda ela. Em virtude da impedância mútua entre as hastes, a utilização das mesmas apenas na periferia é a melhor solução. Já em solos onde a

estratificação aponta as camadas inferiores como as mais condutivas, a utilização de uma malha de referência (atratora) nessas camadas, surge como uma boa opção.

Após a análise dos modelos presentes na literatura, uma nova metodologia foi apresentada: o modelo guarda-chuva. Trata-se de uma estrutura encurvada que tem como principal objetivo direcionar a maior parte possível da corrente elétrica para o interior do solo, diminuindo assim, os problemas relacionados aos potenciais perigosos na superfície do solo. Dessa forma, o modelo guarda-chuva mostra-se com maior poder de redução do potencial nas bordas da malha, com redução de aproximadamente 85% no potencial de passo. Uma desvantagem encontrada neste modelo, é a quantidade de oscilações presentes no transitório da TGR (relação tensão/corrente). Como o intuito de amortecer tal transitório, é incluído no sistema um indutor de 100 μH, o qual apresentou melhores resultados junto as características do solo utilizado. Já para locais onde o espaço reservado para o aterramento é reduzido, o modelo fractal de segunda ordem se mostra bastante eficaz alcançando reduções próximas a 70% no potencial de passo, em relação a uma hastes de mesmo comprimento.

Foi também apresentado aqui, o problema relativo ao fato de se conectar as cercas elétricas de proteção na malha de terra. Tal estudo mostra a presença de picos de potencial indesejáveis exatamente nos pontos onde a conexão cerca-malha ocorre. Foi proposto como solução, a desconexão entre as mesmas, ou ainda a utilização de cercas confeccionadas por materiais isolantes.

É proposto também, a utilização de elementos de circuito concentrados com o objetivo de se criar um modelo de aterramento capaz de operar nos mais diversos tipos de solo, em especial naqueles onde sistemas de aterramento convencionais não conseguem produzir grandes efeitos. O modelo de uma haste simples foi validado, de forma que os resultados obtidos mostram claramente que as tais propostas são bastante promissoras.

Propõem-se, como temas para trabalhos futuros: a continuação do estudo referente a um modelo de aterramento formado por elementos de circuito concentrados R, L e C, capaz de minimizar as adversidades encontradas em alguns tipos de solo; e também, a confecção de dispositivos de segurança baseados em transformadores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. Geri, "Behavior of grounding systems excited by high impulse currents: the model and its validation," *IEEE Trans. On Power Delivery*, vol. 14, no. 13, pp. 1008-1017, July 1999.
- [2] J. Guo, J. Zuo, B. Zhang and Z. C. Guan, "An Interpolation Model to accelerate the Frequency-Domain Response Calculation of Grounding Systems Using the Method of Moments," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, nº 1, 2006.
- [3] A. P. Sakis Meliopoulos, F. Xia, E. B. Joy and G. J Cokkinides, "An Advanced Computer Model for Grounding System Analysis," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 8, nº 1, 1993.
- [4] L. Grcev, F. Dawalibi, "An eletromagnetic model for transients on grounding system," *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 5, pp. 1773-1781, 1993.
- [5] C. S. Desai; J. F. Abel, "Introduction to the Finite Element Method: A Numerical Approach for Engineering Analysis," New York: Van Nostrand Reinhold. 1972.
- [6] M. N. O. Sadiku, "A simple introduction to finite element analysis of Electromagnetics problems," *IEEE Trans. Educ.*, vol 32, no 2, May 1989, pp. 85-93.
- [7] B. Nekhoul, P. Labie, F. X. Zgainski, and G. Meunir, "Calculating the impedance of a grounding systems," *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 33, no. 3, pp. 1509-1512, 1996.
- [8] A. Taflove, "Advances in Computational Electromagnetics The Finite-Difference Time-Domain Method," *Artech House*, Boston-London, 1998.
- [9] K. Tanabe, "Novel method for analyzing the transient behavior of grounding systems based on the finite difference time-domain method," *CRIEPI Report*, Tokyo, 2001.
- [10] Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, "Modeling of thin wires in a Lossy medium for FDTD simulations," *IEE Transaction on Electromagnetic Compatibility*. V.47, n.1, p.54-60, Feb. 2005
- [11] E. T. Tuma, R. M. S. de Oliveira, C. L. S. S. Sobrinho, "New Model of Current Impulse Injection and Potencial Measurement in Transient Analysis of Grounding Systems in Homogeneous and stratified Soils Using The FDTD Method," *In: VIII International Symposium on Lightning Protection*, 2005, São Paulo. VIII International Symposium on Lightning Protection, 2005.
- [12] R. M. S. de Oliveira, C. L. S. S. Sobrinho, "Using Two Neural Networks for Locating Grounding Grid Faults," Ground, 2005, Maceió-AL, Brazil.
- [13] K. S. Yee, "Numerical Techniques in Electromagnetics," CRC press, New York, 2001.
- [14] A. Taflove and M. E. Brodwin. "Numerical solution of steady state eletromagnetic scattering problems using the time-dependent maxwell's equations," *IEE Transaction on Microwave Theory Tech.* V.23, vol. 23, p.888-896, 1975.
- [15] D. H. Choi, W. J. Hoefer, "The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 34, 1986, pp. 1464-1470.
- [16] W. Sui, D. A. Christenses, and C. H. Durney, "Extending the two-dimensional FDTD method to hybrid electromagnetic systems with active and passive lumped elements" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, 1992, pp. 724-730.
- [17] G. Mur, "Radiation boudary conditions for wave-like equations," Comm. Pure Appl. Math, vol. 23, p.707-725, 1980.
- [18] R. Higdon, "Numerical absorbing boundary conditions for the wave equation," *Mathematics of computation*, vol. 49, p.65-90, 1987.
- [19] Z. Liao, H. Wong, B. P. Yang, Y. F. Yuan, "A transmitting boundary for transient wave analysis," *Scientia Sinica*, vol. XXVII (series A), p.1063-1076, 1984.
- [20] J. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of eletromagnetic waves," J. *Computional Phisics*, vol. 114, p.185-200, 1994.

- [21] S. D. Gedney, "An anisotropic PML absorbing media for FDTD simulation of field in lossy dispersive Media," *Electromagnetics*, Vol. 16, 1996, pp. 399-415.
- [22] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics, The Finite Difference Time-Domain Method*, 3rd ed. Artech House Inc., 2005.
- [23] R. Courant, K. O. Friedrichs; H. Lewy, "Uber die partiellen differenz-gleichugem der mathematischen Physic," *Mathematische Annalen*, Vol.100, p. 32-74. 1928.
- [24] K. R. Umanshankar; A. Taflove; B. Beker, "Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity," *IEEE Trans. Antennas* and Propagation, Vol. AP-35, p. 1248-1257, 1987.
- [25] T. Noda and S. Yokoyama, "Thin Wire Representation in Finite Difference Time Domain Surge Simulation," *IEEE Trans. On power Delivery*, Vol. 17, p. 840-847, 2002.
- [26] L. Zhao and A.C. Congellaris, "A General Approach for the Development of Unsplit-Field Time-Domain Implementations of Perfectly Matched Layers for FDTD Grid Truncation," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, pp. 209-211, May 1996.
- [27] Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, and J. F. Lee, "A Perfectly Matched Anisotropic Absorber for Use as an Absorbing Condition," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 1460-1463, Dec. 1995.
- [28] R. Holland and J. Willams, "Total Field versus Scattered-Field Finite-Difference," *IEEE Trans. Nuclear. Science*, vol. 30, pp. 4583-4587, 1983.
- [29] J. P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," J. Computat. Phys., vol. 114, pp. 185-200, Oct. 1993.
- [30] J. F. Almeida, C. L. S. S. Sobrinho, "Técnica computacional para a implementação de Condições de Fronteira Absorvente UPML por FDTD: Abordagem Completa," *Latin America Transaction*, vol. 3, pp. 1-4, 2005.
- [31] T. Noda, A. Tatematsu, and S. Yokoyama, "Improvements of an FDTD_Based Surge Simulation Code and Its Application to the Lightning Overvoltage Calculation of a Transmission Tower", *International Conference on Power Systems Transients*, Montreal, Canada, Jun, 2005.
- [32] M. A. Mattos, *Técnicas de Aterramento*. Okime Eletromagnetismo Aplicado, 2004.
- [33] S. V. Filho, *Aterramentos Elétricos*, Artliber Editora Ltda, 2002.
- [34] G. Kindermann, Aterramento Elétrico, Ed. Sagra Luzatto, 2002.
- [35] Wenner, F. A., "Method of Measuring Earth Resistivity", *Bulletin of the National Bureau of Standards*, Washington D.C, vol. 12, 1916.
- [36] G. F. Tagg, "Earth Resistances" George Newnes Ltd., London, 1964.
- [37] n. 80 IEEE. Guide for Safety in Substation Grounding. 1976
- [38] J. G. Sverak. Sizing of Ground conductors against fusing. *IEEE Transactions on Power* Apparatus and Systems, January, 1981. Vol. PAS-100, n.1.
- [39] Y. Chow and M. M. A. Salama, "A simplified method for calculating the substations grounding grid resistance.", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Apr., 1994, vol. 9, n. 2, pp. 736-742.

- [40] EPRI Report, "Analysis techniques of power substationsgrounding systems", Volume 1: Design Methodology and Tests, EPRI EL-2682. October, 1982.
- [41] J. Endrenyi. "Evaluation of resistivity tests for design of station grounds in nonuniform soil", *AIEE Transactions*, pp. 966-970, December, 1963
- [42] L. Grcev, M. Popov, "On High-Frequency Circuit Equivalents of a Vertical Ground Rod", *IEEE Transaction on power Delivery*, vol. 20, n. 2, Apr., 2005.
- [43] IEEE Guide for Safety in Ac Substation Grounding, ANSI/IEEE Standard 80, 1986.
- [44] R. M. S. Oliveira, "Desenvolvimento de Nova Metodologia Para Análise e Síntese de Sistemas de Aterramento Utilizando os Métodos FDTD em Coordenadas Gerais e RNAs", Qualificação de Tese de Doutorado, UFPA, 2007.