

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO DE UM CONTROLADOR AMORTECEDOR ROBUSTO APLICADO A UM  
SISTEMA DE POTÊNCIA SUJEITO A INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

LEILIANE BORGES CUNHA

DM: 08/2016

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil  
2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LEILIANE BORGES CUNHA

PROJETO DE UM CONTROLADOR AMORTECEDOR ROBUSTO APLICADO A UM  
SISTEMA DE POTÊNCIA SUJEITO A INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

DM: 08/2016

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil  
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

LEILIANE BORGES CUNHA

PROJETO DE UM CONTROLADOR AMORTECEDOR ROBUSTO APLICADO A UM  
SISTEMA DE POTÊNCIA SUJEITO A INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

Dissertação submetida à Banca examinadora do Programa de Pós- Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de sistemas de energia.

UFPA / ITEC / PPGEE  
Campus Universitário do Guamá  
Belém-Pará-Brasil  
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFPA

---

Cunha, Leiliane Borges, 1986-

Projeto de um controlador amortecedor robusto  
aplicado a um sistema de potência sujeito a incertezas  
paramétricas / Leiliane Borges Cunha. - 2016.

Orientador: Walter Barra Junior.

Dissertação (Mestrado) - Universidade  
Federal do Pará, Instituto de Tecnologia,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica, Belém, 2016.

1. Controladores elétricos. 2. Controle  
robusto. 3. Sistemas de energia elétrica -  
testes. 4. Programação linear. I. Título.

CDD 23. ed. 621.317

---

**“PROJETO DE UM CONTROLADOR AMORTECEDOR ROBUSTO APLICADO A UM SISTEMA DE POTÊNCIA SUJEITO A INCERTEZAS PARAMÉTRICAS”**

**AUTOR: LEILIANE BORGES CUNHA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRA EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA.

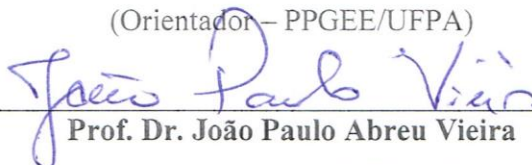
APROVADA EM: 16/03/2016

**BANCA EXAMINADORA:**



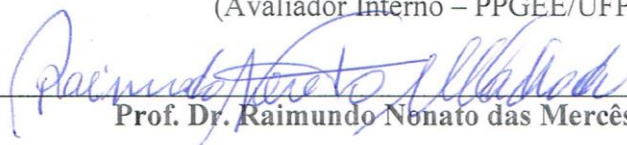
**Prof. Dr. Walter Barra Júnior**

(Orientador – PPGEE/UFPA)



**Prof. Dr. João Paulo Abreu Vieira**

(Avaliador Interno – PPGEE/UFPA)



**Prof. Dr. Raimundo Nonato das Mercês Machado**

(Avaliador Externo – IFPA)

**VISTO:**



**Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes**  
(Coordenador do PPGEE/ITEC/UFPA)

*Àqueles que construíram minha vida, meu caráter e meu futuro:*

*Meus pais!*

## AGRADECIMENTOS

À Deus, que me deu a vida através das pessoas que sempre estiveram ao meu lado me apoiando e sempre lutaram para garantir que eu chegasse até aqui, meus pais *Alfredo e Maria*.

Aos meus pais, por me terem dado educação, valores e por me terem ensinado a nunca desistir, e nunca deixou de me amar, nem de confiar em mim. Aos meus pais, meu amor eterno e incondicional. À vocês que, muitas vezes, renunciaram aos seus sonhos para que eu pudesse realizar o meu, partilho a alegria deste momento.

Aos meus irmãos, que sempre me incentivaram e estenderam as mãos nos momentos mais difíceis.

Ao meu orientador e professor Walter Barra Junior, pelo ensino e orientação que recebi durante todo o curso, que se propôs a me orientar, colaborando significativamente para a realização deste trabalho. O aprendizado foi grandioso para minha vida profissional e pessoal.

Muito obrigada!!!

Agradeço especialmente ao Professor José Augusto Lima Barreiros, pela disponibilidade, colaboração e ensinamentos que recebi desde meu ingresso no curso. Aos meus amigos do laboratório, Renan Landau, Cleonor, Marcus Ciro, Florindo, Anderson Silva, Erick, pelos bons momentos e troca de experiência durante a fase de testes e simulação, pela disponibilidade em tirar minhas dúvidas quando precisei.

A todos, que foram importantes para mais essa conquista: meus amigos e familiares.

Muito obrigada!!!



## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	XI
LISTA DE TABELAS .....	XIII
RESUMO .....	XIV
ABSTRACT .....	XV
CAPÍTULO 1 .....	17
INTRODUÇÃO.....	17
1.1. Motivação da pesquisa.....	19
1.2. Revisão bibliográfica .....	19
1.3. Objetivos da pesquisa .....	21
1.3.1. Objetivos gerais .....	21
1.3.2. Objetivos específicos .....	22
1.4. Estrutura da dissertação.....	22
CAPÍTULO 2 .....	24
ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA .....	24
2.1. Introdução .....	24
2.2. O problema da estabilidade em sistemas elétricos.....	24
2.3. Modelagem do sistema elétrico de potência .....	27
2.3.1. Máquinas síncronas .....	27
2.3.2. Regulador Automático de Tensão (RAT).....	30
2.3.3. Estabilizador de Sistemas de Potência (PSS) .....	31
2.3.4. Modelo linear de Heffron-Phillips.....	34
2.4. Conclusão.....	37
CAPÍTULO 3 .....	39
PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO CONVEXA .....	39
3.1. Introdução .....	39
3.2. Definição básica.....	40
3.2.1. Conjunto convexo e Hull convexo .....	40
3.2.2. Polítopos, pontos extremos e vértices.....	41
3.2.3. Polítopos de polinômios .....	42
3.3. Problema de otimização .....	42

3.4.	Problema de otimização convexa na forma padrão .....	43
3.5.	Problema de Programação Linear (PL).....	44
3.6.	Teorema de Chebyshev .....	45
3.7.	Conclusão.....	46
CAPÍTULO 4 .....		48
CONTROLE ROBUSTO: .....		48
TEORIA E APLICAÇÃO NO PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS .....		48
4.1.	Introdução .....	48
4.2.	Fundamentos da teoria de controle robusto .....	49
4.2.1.	Estabilidade Robusta (ER) .....	50
4.2.2.	Estabilidade D-robusta .....	52
4.2.3.	Desempenho Robusto (DR).....	53
4.2.4.	Teste de estabilidade robusta: Teorema de Kharitonov.....	54
4.3.	Controle robusto via alocação de polos .....	56
4.3.1.	Alocação robusta de polos .....	57
4.4.	Conclusão.....	67
CAPÍTULO 5 .....		68
PROJETO DE ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA.....		68
5.1.	Introdução .....	68
5.2.	Projeto do ESP convencional.....	68
5.2.1.	Dados do projeto.....	68
5.2.2.	Alocação de polos via Equação Diofantina.....	69
5.3.	Projeto do ESP robusto .....	71
5.4.	Conclusão.....	76
CAPÍTULO 6 .....		77
RESULTADOS E SIMULAÇÕES .....		77
6.1.	Introdução .....	77
6.2.	Análise da estabilidade do sistema através do Teorema de Kharitonov .....	78
6.3.	Avaliação de desempenho do sistema máquina barra infinita .....	78
6.3.1.	Sem perturbação .....	79
6.3.2.	Com perturbação.....	86
6.3.3.	Variação do ponto de operação .....	91
6.4.	Conclusão.....	95

CAPÍTULO 7 .....	96
CONCLUSÃO.....	96
REFERÊNCIAS .....	97

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Sistema estável.....	22
Figura 2.2 – Sistema instável aperiódico.....	22
Figura 2.3 – Sistema instável oscilatório.....	23
Figura 2.4 – Diagrama de bloco para as equações swing do rotor da máquina síncrona.....	26
Figura 2.5 – Diagrama de bloco do RAT.....	27
Figura 2.6 – Estrutura básica do PSS.....	28
Figura 2.7 – Diagrama esquemático do sistema de potência incluindo a ação do ESP.....	30
Figura 2.8 – Esquemática do sistema de potência com realimentação dinâmica de saída.....	31
Figura 2.9 – Modelo de Heffron e Phillips para um Sistema Máquina Barra Infinita.....	32
Figura 3.1 – Exemplos de conjunto convexo e não convexo.....	37
Figura 3.2 – Conjunto não convexo e seu conjunto Hull convexo.....	38
Figura 3.3 – Exemplo ilustrativo de um politopo.....	39
Figura 3.4 – Centro e raio de Chebyshev da bola $\mathcal{B}$ .....	43
Figura 4.1 – Região D para a alocação robusta dos polos.....	51
Figura 4.2 – Sistema SISO com controlador a ser projetado.....	56
Figura 6.1 – Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma variação de 10% na potência mecânica da máquina.....	80
Figura 6.2 – Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma variação de 15% na potência mecânica da máquina.....	83
Figura 6.3 – Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle.....	85
Figura 6.4 – Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma perturbação de 0.005 pu de amplitude.....	87
Figura 6.5 – Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma perturbação de 0.01 pu de amplitude.....	89
Figura 6.6 – Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle.....	91

Figura 6.7 – Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma perturbação de 0.01 pu de amplitude.....	93
Figura 6.8 – Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle.....	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Ponto de operação nominal do sistema externo.....	68
Tabela 5.2 – Dados nominais da linha de transmissão e do transformador.....	68
Tabela 5.3 – Dados nominais do RAT.....	68
Tabela 5.4 – Dados nominais do gerador.....	69
Tabela 5.5 – Especificações de desempenho desejado nominal.....	69
Tabela 5.6 – Região de desempenho desejada.....	72
Tabela 6.1 – Raízes dos polinômios de Kharitonov.....	78

## RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto de um Estabilizador para o amortecimento das oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência usando técnicas de controle robusto baseadas em incertezas paramétricas afins. Esses sistemas são representados por modelos que apresentam incertezas em seus parâmetros, referentes às variações das condições de operação. A metodologia de projeto é estruturada de forma a fornecer um estabilizador que forneça o máximo amortecimento ao sistema, especificado por um politopo de polinômios característicos. Para isso, usa-se a técnica de alocação robusta de polos e o teorema de Chebyshev, integrados à solução de técnicas de programação linear, para o projeto do controlador. Esta técnica permite incorporar restrições ao desempenho do sistema, correspondendo às incertezas presentes no sistema, deixando o projeto do controlador mais robusto. Comparações do controlador robusto com um controlador tradicional são feitas a fim de avaliar os resultados obtidos e validar as vantagens do uso de controladores robustos. Os resultados e as comparações são realizados em ambientes de simulação usando o software MATLAB/SIMULINK, que permite modelar e simular todos os tipos de sistemas dinâmicos.

**PALAVRAS CHAVES:** Estabilidade robusta, Desempenho robusto, ESP, Programação linear e Teorema de Chebyshev.

## ABSTRACT

This work presents the design of a Stabilizer for the damping of the electromechanical oscillations in electric power systems using robust control technical based on affine parametric uncertainties. These systems are represented by models that have uncertainties in yours parameters, relating to changes in operating conditions. The project methodology is structured to provide a stabilizer that provides the maximum damping to the system, specified by a polytope of characteristic polynomials. For this, it is used poles robust allocation techniques and Chebyshev's theorem, integrated into the solution of linear programming techniques, for the controller design. This technique allows incorporating restrictions on system performance, corresponding to the uncertainties present in the system, making the controller design more robust. Comparisons of the robust controller with a classic controller are made in order to evaluate the results and validate the advantages of the use of controllers designed by the technique proposal. The results and comparisons are performed in simulation environments using MATLAB / SIMULINK software, which allows to model and simulate all kinds of dynamic systems.

**KEYWORDS:** Robust Stability, Robust Performance, PSS, Linear Programming and Chebyshev's Theorem.



## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

Define-se um sistema elétrico de potência (SEP) como um conjunto de equipamentos que operam de forma coordenada para o fornecimento contínuo de energia elétrica, obedecendo a certos padrões de qualidade e confiabilidade, os quais exigem que o SEP trabalhe de forma segura para uma gama variada de pontos de operações, além de ser capaz de suportar eventos indesejáveis, como perturbação de carga, curto circuitos, entre outros.

Esses fenômenos impõem restrições nas condições operacionais do sistema elétrico, deixando-o mais vulnerável às oscilações de baixa frequência, com conseqüente redução de sua margem de estabilidade, o que leva a necessidade do uso de diversos dispositivos de controle e proteção atuando em diversos pontos do sistema.

Com a interligação do sistema elétrico de potência, a operação do mesmo tornou-se mais complexa e isso fez surgir a preocupação com a operação adequada dos mesmos e o funcionamento correto dos dispositivos de controle e proteção, o que motivou a pesquisa em vários ramos da engenharia elétrica, como o estudo da estabilidade eletromecânica dos sistemas elétricos de potência.

Com base nisso, tem-se desenvolvido diversas técnicas de projeto de controle para sistemas elétricos de potência, e uma das principais preocupações para isto tem sido as oscilações de baixa frequência, que limitam a transferência de potência entre sistemas, além de causar a perda de sincronismo dos geradores, levando-os à instabilidade.

Dessa forma, são projetados Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP), cujo objetivo é melhorar a estabilidade oscilatória dos sistemas elétricos, que além de estender o limite de transferência de potência em condições transitórias, proporcionam uma operação estável e segura dos mesmos, quando submetidos às pequenas perturbações (OLIVEIRA, 2005).

Estes controladores devem satisfazer alguns requisitos de controle, como estabilidade do sistema, máximo amortecimento desejado para os modos eletromecânicos dominantes, tempo de resposta satisfatória e robustez diante das incertezas presentes na operação do sistema elétrico e à perturbações de carga (BHATTACHARYYA et al., 1995).

Assim, apesar da tecnologia existente em projeto de ESP, ainda são notáveis os problemas relacionados à estabilidade oscilatória de baixa frequência em sistemas elétricos, e uma das causas é a inoperância ou mau ajuste destes controladores, que são projetados por

técnicas clássicas, que consideram modelos linearizados em torno de um ponto de operação sem considerar as incertezas presentes na operação do sistema, limitando a estabilidade do sistema e o desempenho robusto dos controladores (ROGERS, 2000).

Esse problema fez surgir a necessidade de se adotar técnicas de controle que permitem incorporar a questão das incertezas presentes no sistema no projeto de controladores, e uma das formas de fazer isso é através do uso de técnicas de controle robusto com ênfase em incertezas paramétricas, que permitem projetar controladores robustos capazes de manter a estabilidade e desempenho de sistemas frente às possíveis variações em suas condições operacionais e às perturbações de carga.

Com isso, este trabalho propõe a aplicação de uma técnica de controle robusto integrada à formulação de programação linear para o projeto de um estabilizador de sistemas de potência, cujo objetivo é o máximo amortecimento das oscilações eletromecânicas de um Sistema Máquina Barra Infinita, com incertezas paramétricas afins.

A partir deste trabalho, alguns artigos foram publicados, tais como:

- Projeto de controlador robusto via programação linear- DINCON-2015. Autores: Leiliane Borges Cunha, Anderson de França Silva, José Augusto de Lima Barreiros, Antônio da Silva Silveira e Walter Barra Junior.
- Synthesis and robustness analysis of a damping control systems subject to parametric uncertainties- UNCERTAINTIES 2016. Autores: Leiliane Borges Cunha; Erick Melo Rocha; Anderson de França Silva; Walter Barra Junior e José Augusto Lima Barreiros.
- Projeto e avaliação experimental de um controlador robusto intervalar otimizado para regulação de velocidade de um sistema de geração em escala reduzida - SBAI 2015. Autores: Anderson Silva, Cleyson Costa, Antônio Silveira, Leiliane Cunha e Walter Barra Junior.
- Interval type-2 fuzzy classifier for minimization of the faults identification error- UNCERTAINTIES 2016. Autores: Erick Melo Rocha, Leiliane Borges Cunha, Ábner César Santos Bezerra, Walter Barra Jr, Carlos Tavares da Costa Jr. e José Augusto Lima Barreiros.

### 1.1. Motivação da pesquisa

O projeto de estabilizadores de sistemas de potência por técnicas convencionais consideram modelos linearizados em torno de um ponto de operação, fazendo com que o desempenho desses estabilizadores dependa significativamente do ponto de operação do sistema elétrico, que variam constantemente ao longo do dia.

A variação das condições operacionais dos sistemas elétricos dificulta a obtenção de um desempenho desejado para os controladores projetados por tais técnicas, uma vez que cria um grau de incertezas nos parâmetros do sistema, o qual não é levado em consideração no projeto desses estabilizadores, tornando-os inoperantes ou mal ajustados para condições operacionais diferentes para o qual fora projetado.

Além disso, sistemas elétricos que apresentam parâmetros incertos são difíceis de trabalhar usando técnicas convencionais, uma vez que estas incertezas podem acarretar restrições na procura de soluções ótimas. Por isso, são aplicadas as técnicas de controle robusto, pois esta permite incorporar incertezas ao projeto de controladores, gerando controladores mais robustos e com maior margem de estabilidade e que satisfazem as restrições de desempenho dos sistemas elétricos.

Portanto, o projeto de um controlador robusto que proporcione um bom desempenho em diversas condições de operação do sistema e a facilidade em lidar com incertezas paramétricas presente nesse sistema, usando a técnicas de controle robusto, motivou o desenvolvimento dessa pesquisa.

As principais contribuições desta pesquisa são a análise e a avaliação da aplicabilidade da técnica integrada à formulação da solução de programação linear para o projeto de um estabilizador de sistema de potência, que além de gerar controladores que aumentam a margem de estabilidade do sistema, ainda minimiza a influência das incertezas e perturbações atuantes no mesmo.

### 1.2. Revisão bibliográfica

A necessidade de controlar de forma mais eficiente e segura os sistemas elétricos de potência fez surgir por parte de pesquisadores e empresas, pesquisas voltadas aos estudos de novas técnicas de controle cada vez mais precisas e refinadas, que permitem incorporar

robustez no projeto de controladores para ampliar a margem de estabilidade do sistema elétrico, frente às variações paramétricas.

Neste contexto, vários artigos, livros, dissertações e teses têm sido realizadas nesta área e utilizadas como referências no desenvolvimento desta dissertação. Por exemplo, em Keel (1997), é proposta uma metodologia de projeto de controladores robustos via programação linear através de uma análise politópica das incertezas paramétricas do sistema adotado. Tais incertezas são representadas por intervalos reais fechados, que permitem a formulação de um conjunto de inequações utilizadas como restrições na solução de programação linear.

Em Keel (1999), é feita uma análise ao estudo da estabilidade e desempenho robusto de controladores de ordem fixa, os quais são projetados por técnicas de controle robusto para uma planta linear e invariante no tempo que apresenta incertezas em seus parâmetros, assim como é proposto em Oliveira et al (2005), cuja técnica é aplicada para projetar controladores multiobjetivo para o amortecimento das oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência.

No mesmo trabalho, a técnica de controle adotada considera as incertezas referentes às variações das condições de operação do sistema elétrico de potência. É utilizada como objetivos da metodologia de projeto, a imposição de um limite superior para a energia da saída do sistema em malha fechada e o posicionamento regional de polos. A estrutura da metodologia adotada permite gerar controladores que atendam a vários requisitos práticos do problema de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência.

Assim, estudos voltados para a área de controle robusto com ênfase na análise intervalar, onde os parâmetros do sistema são representados por intervalos reais fechados, tornaram-se bastante promissores, como em Lordelo (2014b), cujo trabalho aborda a análise e o projeto de controladores robustos por alocação robusta de polos via equação Diofantina, integrada à formulação de um problema de programação linear.

A análise intervalar através da equação Diofantina também é desenvolvida em Costa (2013a), cujo trabalho investiga experimentalmente uma estratégia de controle robusto, baseada na análise intervalar, para o amortecimento das oscilações eletromecânicas em um gerador de 10 kVA.

Em Prado (2006) é desenvolvido um projeto de controle robusto por alocação de polos baseada em análise intervalar modal através da realimentação robusta de estados. Neste trabalho, é mostrado que quando as especificações de desempenho para alocação de polos são

representadas por conjuntos espectrais de polinômios intervalares, o problema do projeto pode ser completamente formulado e resolvido no contexto da análise intervalar.

Com isso, varias técnicas de controle robusto integradas a outras técnicas de controle já existentes têm sido extensivamente estudadas e aplicadas nos últimos anos, oferecendo um campo bem amplo para lidar com sistemas sujeitos às incertezas em seus parâmetros, como é feito em Barra Jr (2001). Neste trabalho, é proposta uma estratégia fuzzy aplicada à melhoria da estabilidade eletromecânica, utilizando o conceito de rede de controladores locais para compensar perdas de sintonia devido à ocorrência de variações nas condições de operação do sistema.

Em Nogueira (2012), são apresentados para um sistema de geração de escala reduzida de 10 kVA o projeto e a implementação de um ESP digital robusto a partir de estratégia de controle LPV (“*linear parameter varying*”).

### 1.3. Objetivos da pesquisa

#### 1.3.1. Objetivos gerais

O objetivo geral deste trabalho consiste em projetar um estabilizador de sistemas de potência com estrutura fixa, usando uma técnica de controle robusto para a determinação dos seus parâmetros robustos. Tal controlador deve ser capaz de satisfazer os requisitos de robustez e desempenho desejado para o amortecimento das oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência, do tipo máquina barra infinita, sujeito as incertezas em seus parâmetros.

A metodologia de projeto é baseada em uma técnica de controle robusto que incorpora incertezas ao projeto do controlador e através da solução de programação linear, formula-se um conjunto de restrições referentes às incertezas presentes no sistema, possibilitando, com isso, a busca de uma solução ótima para os parâmetros do controlador, resultando em um controlador estável e robusto.

O controlador deve ser estável no sentido de fornecer um bom desempenho em termos de amortecimento das oscilações do modo dominante, e robusto para permitir que o sistema seja capaz de manter o desempenho desejado, mesmo na ocorrência de perturbações que levem o sistema a uma condição de operação diferente ou na mudança das condições operacionais do mesmo.

### 1.3.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Análise da estabilidade robusta através do teorema de Kharitonov, com aplicações em SEP;
- Projeto de um ESP baseado em alocação intervalar de polos;
- Comparação de desempenho de um ESP robusto em relação ao desempenho do ESP convencional;

### 1.4. Estrutura da dissertação

Este trabalho está estruturado da seguinte forma:

O capítulo 2 apresenta o problema da estabilidade eletromecânica em sistemas elétricos de potência, a modelagem dos componentes do sistema elétrico de potência e o modelo linear de Heffron e Phillips. Algumas simplificações em relação à modelagem do sistema são feitas neste capítulo com o objetivo de reduzir a complexidade do sistema.

No capítulo 3 são apresentados alguns conceitos teóricos e matemáticos do problema de otimização convexa, como polítopos, vértices. Além disso, é apresentada a formulação dos problemas de programação linear e o teorema de Chebyshev.

No capítulo 4 é apresentada a teoria e aplicação das técnicas de controle robusto para o projeto de controladores, que abrange os fundamentos da teoria de controle robusto, tais como estabilidade robusta, desempenho robusto, teste de estabilidade robusta, através do teorema de Kharitonov. Além disso, é desenvolvida a técnica de controle robusto proposta para o projeto do ESP, aplicados especificamente ao Sistema Máquina Barra Infinita, assim como a estrutura do programa computacional desenvolvido para a computação dos valores ótimos e robustos do controlador projetado.

No capítulo 5 é desenvolvido o projeto de estabilizadores de sistemas de potência, que inclui o projeto de um estabilizador convencional, através da técnica de alocação de polos usando a equação Diofantina, e o projeto do estabilizador robusto, proposto nesta dissertação, através da técnica de controle robusto.

O capítulo 6 apresenta os testes realizados para avaliar os resultados e validar as vantagens do uso de controladores robustos em relação ao controlador convencional. A função ISE é usada para comprovar a eficiência do controlador robusto.

Finalmente, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões finais do trabalho, fazendo um balanço do desempenho do controlador robusto, além de apresentar algumas sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

#### 2.1. Introdução

O sistema elétrico é composto por vários componentes, tais como linhas de transmissão, máquinas síncronas, sistemas de excitação, reguladores automáticos de tensão, estabilizadores de sistema de potência, entre outros. A modelagem desse sistema é feita conforme a necessidade do estudo a ser realizado. No caso de estudo de estabilidade eletromecânica, faz-se necessário apresentar a modelagem do sistema elétrico de forma mais detalhada e precisa, para que os estudos feitos apresentem resultados confiáveis.

No entanto, devido as suas inúmeras interligações e dos inúmeros componentes que o compõem, a modelagem do sistema se torna mais complexa, surgindo a necessidade de recorrer às aproximações matemáticas e às hipóteses consideradas simplificadoras, de forma que permita simplificar a modelagem do sistema elétrico, tornando-a mais próxima possível da modelagem real, e ainda se consiga representar de forma precisa sua dinâmica, proporcionando o estudo da estabilidade eletromecânica do sistema.

Assim, este capítulo apresenta inicialmente o problema da estabilidade em sistemas elétricos. Em seguida, apresentam-se as hipóteses consideradas simplificadoras e a modelagem individual dos principais componentes do sistema elétrico e a modelagem completa de um sistema referido na literatura como Sistema Máquina Barra Infinita (SMBI) e largamente usada no estudo da estabilidade eletromecânica de sistemas de potência (KUNDUR, 1994).

#### 2.2. O problema da estabilidade em sistemas elétricos

A estabilidade do sistema elétrico de potência é a capacidade que o mesmo tem em desenvolver forças restauradoras iguais ou maiores do que as forças de aceleração ou desaceleração, em uma determinada condição operacional, para manter o estado de equilíbrio do sistema depois que este ficar sujeito a uma perturbação física, de forma a manter o sincronismo entre máquinas síncronas interconectadas (KUNDUR, 1994).

No estado de regime permanente, existe um equilíbrio entre o torque mecânico e o torque elétrico em cada máquina síncrona, fazendo com que a velocidade do rotor permaneça



constante. Quando o sistema é perturbado, esse equilíbrio é desfeito, surgindo torques de aceleração ( $T_m > T_e$ ) ou desaceleração ( $T_e > T_m$ ). A equação (2.1) representa melhor esse conceito (SAADAT, 2002).

$$T_a = T_m - T_e \quad (2.1)$$

Onde  $T_a$ ,  $T_m$  e  $T_e$  são, respectivamente, o torque de aceleração, o torque mecânico e o torque elétrico (em N.m), aplicados ao eixo da máquina síncrona.

O não controle desses torques pode levar o sistema à instabilidade. Quando o rotor oscila em uma dada frequência, o torque elétrico tende a acompanhar essa oscilação na mesma frequência, se decompondo em duas componentes ortogonais: uma proporcional à variação angular e outra proporcional à variação da velocidade angular do rotor, conforme mostram as equações (2.2) à (2.4). Ressalta-se que essa decomposição é extremamente útil para caracterizar o fenômeno da estabilidade à pequenas perturbações.

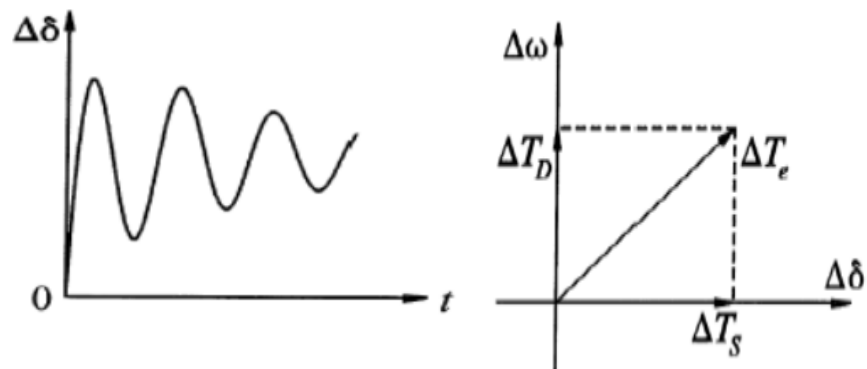
$$\Delta T_e = \Delta T_S + \Delta T_D \quad (2.2)$$

$$\Delta T_S = K_S \Delta \delta \quad (2.3)$$

$$\Delta T_D = K_D \Delta \omega \quad (2.4)$$

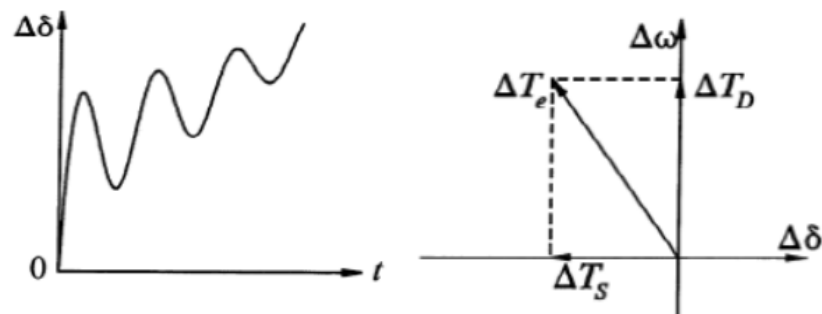
Onde  $\Delta T_e$  é a variação do torque elétrico. A parcela  $\Delta T_S$  é a componente de torque de sincronismo, responsável pelo desvio instantâneo do torque elétrico em fase com o desvio do ângulo do rotor, sendo  $K_S$ , o coeficiente de torque de sincronismo. A parcela  $\Delta T_D$  é a componente de torque de amortecimento, responsável pelo desvio do torque elétrico em fase com o desvio instantâneo da velocidade angular, sendo  $K_D$ , o coeficiente de torque de amortecimento.

A equação (2.2) mostra que a estabilidade do sistema depende da existência de suficientes torques de sincronismo e de amortecimento para manter o equilíbrio do sistema após ocorrer uma perturbação, ou seja, um sistema de potência é estável quando  $\Delta T_S > 0$ , para que se possa garantir a manutenção do sincronismo entre as máquinas do sistema, e também quando  $\Delta T_D > 0$ , para que se possa assegurar um amortecimento adequado das oscilações eletromecânicas dos rotores das máquinas síncronas, conforme ilustra a Figura 2.1.

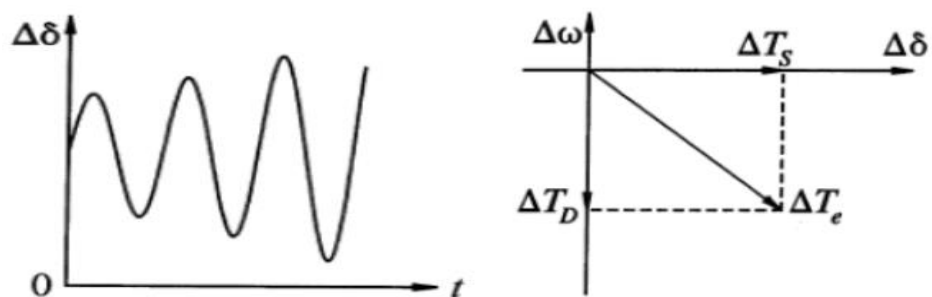


**Figura 2.1-Sistema estável**  
**Fonte: Adaptado de Kundur (1994)**

A insuficiência de qualquer um desses torques tornaria instável a operação do sistema. A falta de torque de sincronismo resultaria em uma instabilidade manifestada através de um desvio aperiódico e progressivo do ângulo do rotor, conforme ilustra a Figura 2.2. Por outro lado, a ausência de torque de amortecimento resultaria em instabilidade do tipo oscilatória (BARRA JR, 2001), como mostra a Figura 2.3.



**Figura 2.2-Sistema instável aperiódico**  
**Fonte: Adaptado de Kundur (1994).**



**Figura 2.3-Sistema instável oscilatório**  
**Fonte: Adaptado de Kundur (1994).**

A insuficiência de torque de sincronismo ocorre porque a máquina está operando com sistema de excitação de campo constante e por isso não consegue ajustar a tensão terminal da máquina. Neste contexto, surge o sistema de excitação com alta velocidade de resposta e ganho elevado, capaz de suprir e ajustar automaticamente a corrente de campo do gerador, mantendo a tensão terminal da máquina em um valor de ajuste adequado quando possíveis perturbações ocorrem, melhorando o coeficiente de torque de sincronismo.

No entanto, o ganho elevado do sistema de excitação implica na redução do amortecimento natural da máquina, provocando oscilações no sistema elétrico. Neste contexto, nota-se que a estabilidade do sistema elétrico é um fenômeno que envolve o estudo das oscilações eletromecânicas, podendo ser de pequena ou de grande amplitude e ter efeito de curta ou longa duração sobre o sistema, além de possuir uma modelagem bastante complexa com a severidade das perturbações.

Por isso, para facilitar a compreensão dos impactos de tais perturbações sobre a estabilidade do sistema elétrico, a mesma foi classificada em duas categorias: estabilidade a pequenas perturbações (ou estabilidade dinâmica) e estabilidade a grandes perturbações (ou estabilidade transitória) (KUNDUR, 1994).

### 2.3. Modelagem do sistema elétrico de potência

Para facilitar a modelagem dos componentes do sistema elétrico, são adotadas algumas hipóteses consideradas simplificadoras. Assim, são:

- Consideração apenas dos efeitos transitórios do sistema elétrico no estudo da estabilidade, desprezando-se os efeitos dos enrolamentos amortecedores no estudo das mesmas;
- Supõe-se que as máquinas são balanceadas e não sofrem saturações;
- Não há limitadores nos reguladores automáticos de tensão;
- Ausência de reguladores de velocidades no sistema elétrico;

#### 2.3.1. Máquinas síncronas

As máquinas síncronas são um dos componentes mais importantes do sistema elétrico, pois formam a principal fonte de energia elétrica (KUNDUR, 1994). Por isso, a modelagem

das mesmas torna-se de vital importância nos estudos de estabilidade eletromecânica às pequenas perturbações.

Neste contexto, considere a equação (2.5) como uma equação linearizada em torno de um ponto de operação (ANDERSON, 1977).

$$J \frac{d^2 \omega_m}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.5)$$

Onde  $\omega_m$  é a velocidade angular mecânica do rotor em radianos mecânicos por segundo; J é o momento de inércia combinado das partes girantes da máquina síncrona e da turbina (em Kg.m<sup>2</sup>). Substituindo-se a equação (2.2) em (2.5), tem-se a equação (2.6).

$$J \frac{d^2 \Delta \omega_m}{dt^2} = \Delta T_m - K_s \Delta \delta - K_D \Delta \omega_e \quad (2.6)$$

Segundo Kundur (1994), a equação (2.6) representa a dinâmica linearizada da máquina síncrona e é usualmente conhecido na literatura como equação linear de oscilação ou “Equação Swing” da máquina síncrona. Desta forma, nota-se que sua estabilidade depende da constante de amortecimento inerente  $K_D$ , cuja redução provoca oscilações no sistema elétrico, denominadas de “Oscilações Eletromecânicas” (ANDERSON, 1977).

Considera-se a equação (2.7) e a equação (2.8) sendo, respectivamente, a constante de inércia da máquina, definida como a razão entre a energia cinética da parte girante, na velocidade nominal de rotação da máquina, e o valor da potência base ( $S_{base}$ ) do sistema, e a relação entre as velocidades angulares mecânicas ( $\omega_m$ ) e elétricas ( $\omega_r$ ) do rotor.

$$H = \frac{\frac{1}{2} J \Delta \omega_{m0}^2}{S_{base}} \quad (2.7)$$

$$\frac{\omega_m}{\omega_{m0}} = \frac{\omega_r}{\omega_0} \quad (2.8)$$

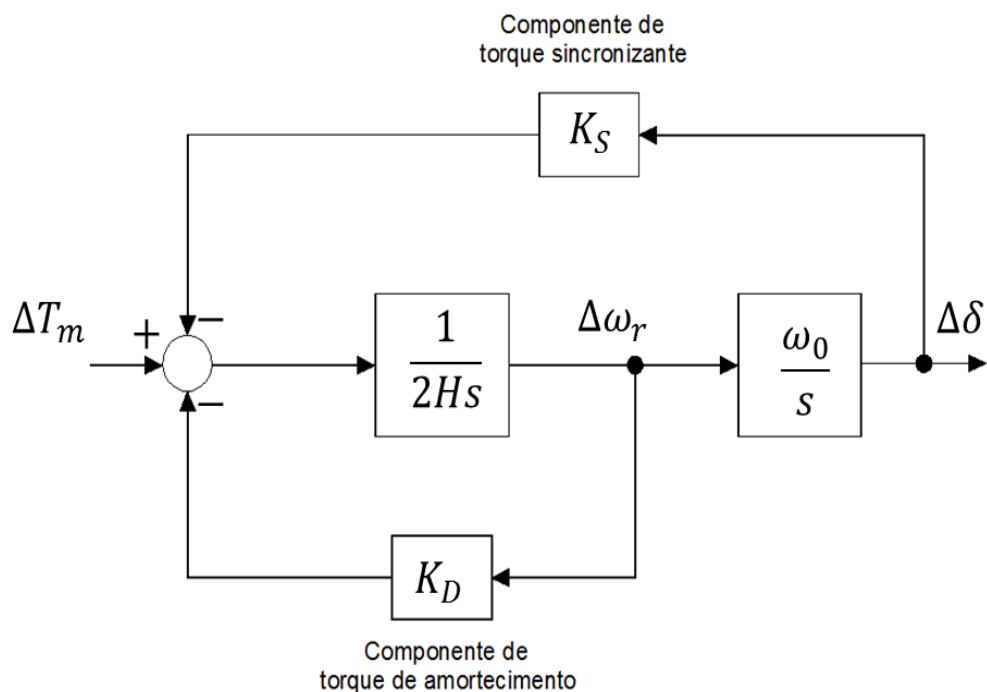
Onde  $\omega_{m0}$  e  $\omega_0$  são respectivamente, a velocidade angular síncrona em radianos mecânicos por segundo e a velocidade angular síncrona em radianos elétricos por segundo. Substituindo a equação (2.7) na equação (2.6) e considerando-se a relação da equação (2.8), tem-se a equação (2.9), que representa a equação de oscilação da máquina síncrona, em pu.

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d\Delta \omega_r}{dt} = \Delta T_m - K_s \Delta \delta - K_D \Delta \omega \quad (2.9)$$

Agora, considere  $\delta$  a posição angular do rotor da máquina (em radianos) medida em relação a um fasor de referência girando a velocidade síncrona  $\omega_0$ . Em regime permanente, o ângulo  $\delta$  deve ser constante, ou seja, o rotor deve girar na velocidade síncrona  $\omega_r = \omega_0$  (BARRA JR, 2001). A variação linearizada de  $\delta$  no tempo (em segundos) é calculada conforme a equação (2.10), em que  $t$  está em segundos.

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \omega_0 \Delta\omega \quad (2.10)$$

Portanto, a modelagem dinâmica do rotor da máquina síncrona é governada pelo conjunto de equações diferenciais, expressas nas equações (2.9) e (2.10) e podem ser representadas através de diagrama de blocos da Figura 2.4.



**Figura 2.4-Diagrama de bloco para as equações swing do rotor da máquina síncrona**  
**Fonte: Adaptada (Ugarte, 2007).**

O modelo matemático da máquina síncrona no domínio da frequência é mostrado na equação (2.11), onde  $\Delta\delta$  é a saída e  $\Delta T_m$ , a entrada.

$$G(s) = \frac{\Delta\delta}{\Delta T_m} = \frac{\frac{\omega_0}{2H}}{s^2 + \frac{K_D s}{2H} + \frac{K_S \omega_0}{2H}} \quad (2.11)$$

### 2.3.2. Regulador Automático de Tensão (RAT)

O Regulador Automático de Tensão (RAT) tem a função de controle e proteção. A função de controle é responsável por manter a tensão terminal e a geração de potência reativa da máquina no nível desejado na presença de perturbações. A função de proteção assegura que os limites de capacidade da máquina síncrona e de outros componentes não sejam excedidos (KUNDUR, 1994). Por isso, são indispensáveis para manter a estabilidade das máquinas síncronas e, conseqüentemente, do sistema elétrico.

O RAT é modelado como um sistema linear de primeira ordem, conforme ilustra a equação (2.12). A adoção desse modelo é justificada pelo baixo custo computacional e a possibilidade de elevar o ganho do regulador de tensão com pequenas constantes de tempo, forçando a aparição de modos eletromecânicos instáveis, o que justifica a adição do ESP na malha de controle do sistema de excitação e a necessidade de obter parâmetros adequados para o mesmo.

$$\Delta \dot{E}_{fd} = \frac{K_a (\Delta V_{ref} - \Delta V_t) - \Delta E_{fd}}{T_a} \quad (2.12)$$

Onde:

$\Delta E_{fd}$  → variação da tensão de campo da máquina síncrona;

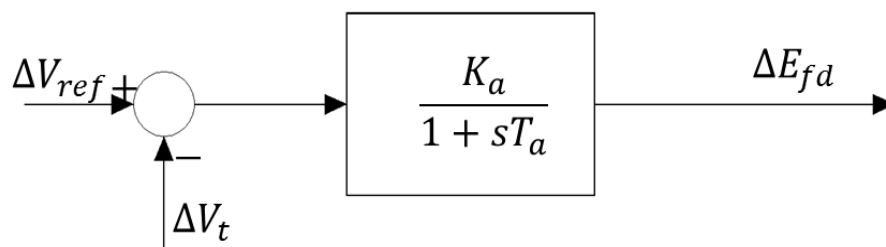
$\Delta V_{ref}$  → Variação da tensão de referência estabelecida para o RAT;

$\Delta V_t$  → Variação da tensão terminal da máquina síncrona;

$K_a$  → ganho do Regulador Automático de Tensão;

$T_a$  → constante de tempo do Regulador Automático de Tensão;

O diagrama de blocos do Regulador Automático de Tensão é mostrado na Figura 2.5.



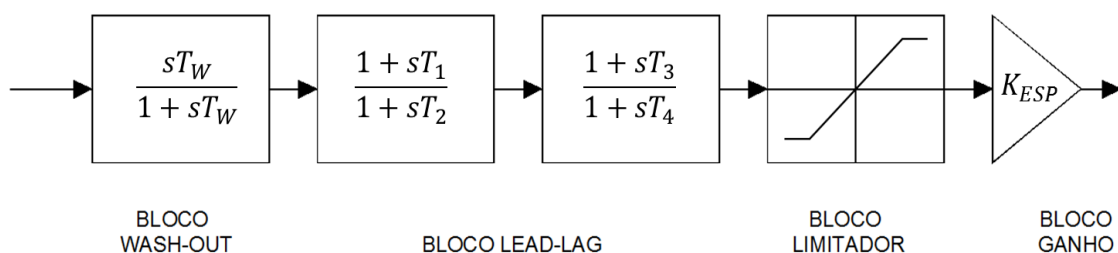
**Figura 2.5 - Diagrama de bloco do RAT**

### 2.3.3. Estabilizador de Sistemas de Potência (PSS)

A utilização de Reguladores Automáticos de Tensão de atuação rápida e com elevado ganho se tornou comum em máquinas síncronas. No entanto, o uso constante desses dispositivos associados às condições de alto carregamento e sistemas de transmissão eletricamente fracos pode anular ou até mesmo tornar negativo a componente de torque de amortecimento, inerentemente presente em sistemas elétricos, provocando oscilações de baixa frequência, podendo levá-lo à instabilidade oscilatória (KUNDUR, 1994).

Para evitar problemas como este, surge a necessidade de introduzir-se torque de amortecimento às oscilações eletromecânicas. Para isso, é utilizado o Estabilizador de Sistemas de Potência (ESP), representado por uma malha de controle adicional inserida na referencia de tensão do RAT com a função de introduzir torque de amortecimento adicional nas oscilações eletromecânicas do sistema elétrico. Sua estrutura básica e convencional é mostrada na Figura 2.6, e é composto por um bloco estático  $K_{ESP}$ , um bloco *washout* e dois blocos *lead-lag*.

O bloco estático  $K_{ESP}$  é ajustado conforme o amortecimento desejado e atenuado às altas frequências para limitar o efeito do ruído; o bloco *washout* funciona como um filtro passa-alta com uma constante de tempo  $T_W$ , definida para que o ESP não atue em regime permanente, mas somente em condições transitórias. Os dois blocos *lead-lag* são blocos de avanço e atraso de fase, utilizados para compensar as características de ganho e fase do sistema de excitação, gerador e rede elétrica, chamados de GEP, cuja equação é mostrada na equação (2.13) (FURINI, 2011). Considera-se  $T_1 = T_3$  e  $T_2 = T_4$ .



**Figura 2.6- Estrutura básica do PSS. Fonte: Kundur (1994)**

$$GEP(s) = \frac{\Delta T_{ESP}(s)}{\Delta V_{ESP}(s)} \quad (2.13)$$

Onde  $\Delta T_{ESP}$  e  $\Delta V_{ESP}$  são, respectivamente, a componente de torque elétrico aplicado no eixo da turbina, produzida exclusivamente pelo estabilizador, e a variação do sinal de tensão modulada pelo ESP. Ressalta-se que a  $GEP(s)$  relaciona o sinal de saída do ESP e a componente de conjugado elétrico e é incluída no diagrama de bloco nessa relação porque este sistema precisa ter suas características de ganho e fase compensadas pelo estabilizador.

A partir da Figura 2.6, extrai-se a função de transferência do ESP convencional no domínio da frequência, conforme ilustra a equação (2.14).

$$ESP(s) = K_{ESP} \left( \frac{sT_w}{1 + sT_w} \right) \left( \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2} \right) \left( \frac{1 + sT_3}{1 + sT_4} \right) \quad (2.14)$$

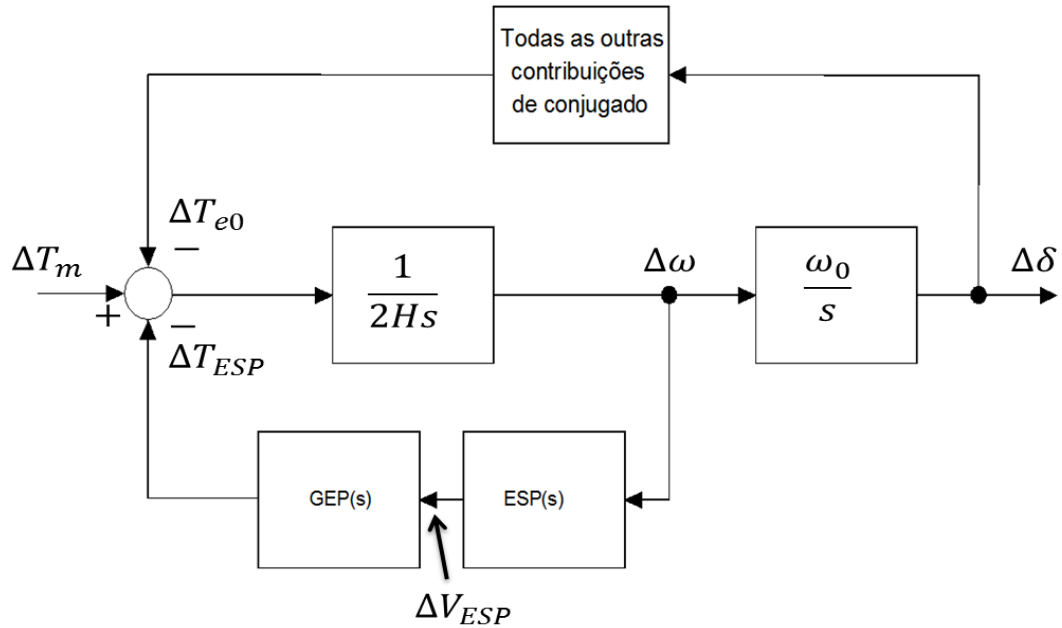
Na ocorrência de uma perturbação, durante o estado transitório, a velocidade do rotor da máquina tende a se afastar da velocidade síncrona de rotação, fazendo com que o ângulo do rotor oscile. Essa oscilação causa um desvio entre a tensão de referência do RAT e a tensão terminal da máquina síncrona, gerando um comportamento de atraso de fase na  $GEP(s)$  nas faixas de frequência de interesse.

O atraso de fase é compensado pelo ESP, pois o mesmo atua adicionando um sinal que compensa o desvio de tensão (ou seja, as características de ganho e fase do sistema através dos blocos *lead-lag*) e produz uma componente de torque elétrico em fase com a variação da velocidade angular do rotor ( $\Delta\omega$ ) para aumentar o torque de amortecimento.

Assim, para obter a máxima eficiência no amortecimento das oscilações eletromecânicas do rotor da máquina síncrona é necessário adicionar qualquer sinal de entrada no ESP que represente de forma precisa tais oscilações. Para isso, o estabilizador pode utilizar como sinais de entrada a velocidade angular do rotor, a frequência do sistema, potência elétrica, dentre outros. No entanto, o candidato natural para o sinal adicional a ser usado como entrada do ESP e utilizado nesta dissertação é a variação da velocidade angular ( $\Delta\omega$ ).

Neste contexto, a relação entre a função de transferência do ESP e a função de transferência da  $GEP(s)$  e a inclusão dessa relação no diagrama de blocos que representa o sistema de potência é ilustrada na Figura 2.7 (SILVA, 2011).





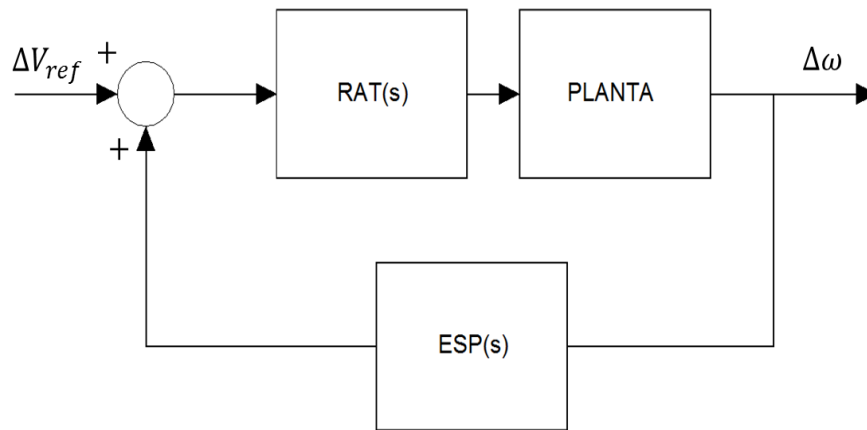
**Figura 2.7- Diagrama esquemático do sistema de potência incluindo a ação do ESP**  
**Fonte: Adaptado (LARSEN & SWANN, 1981).**

Nota-se pela Figura 2.7 que o torque elétrico aplicado no eixo da turbina é decomposto em duas componentes, uma componente produzida pelo estabilizador através da modulação da tensão de referência do RAT e outra componente resultante de todas as outras contribuições.

A relação direta entre a componente de torque elétrico aplicado no eixo da turbina produzida exclusivamente pelo estabilizador e a variação da velocidade angular do rotor da máquina síncrona fornece uma função de transferência que inclui tanto a dinâmica da GEP(s) quando a do ESP(s) e é denominada de GESP(s), como mostra a equação (2.15).

$$G_{ESP}(s) = \frac{\Delta T_{ESP}(s)}{\Delta \omega(s)} = \frac{\Delta T_{ESP}(s)}{\Delta V_{ESP}(s)} \frac{\Delta V_{ESP}}{\Delta \omega(s)} = GEP(s)ESP(s) \quad (2.15)$$

Portanto, a inclusão da malha de controle do ESP no sistema de potência é feita através da realimentação dinâmica da saída da planta que representa o sistema, como ilustra a Figura 2.8.



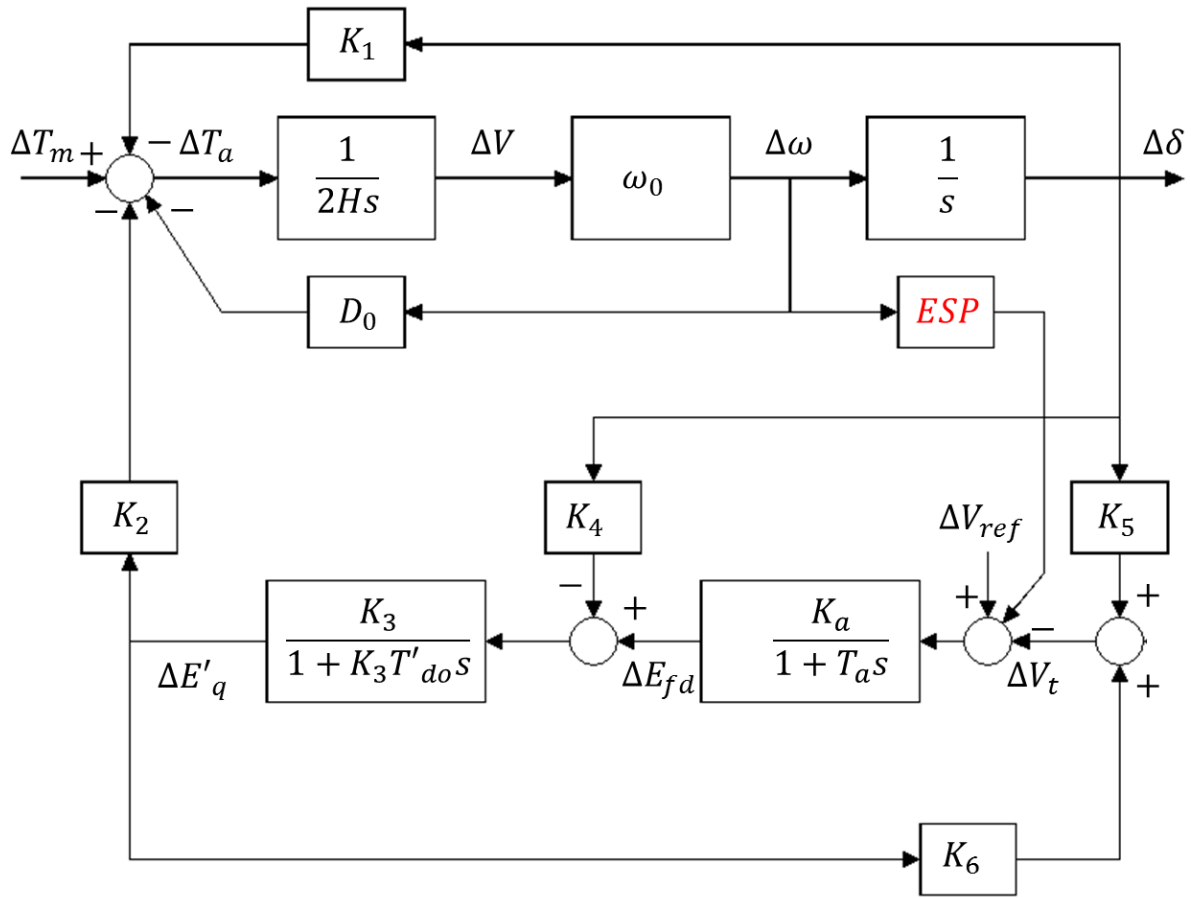
**Figura 2.8- Esquemática do sistema de potência com realimentação dinâmica de saída**

Segundo Larsen e Swann (1981), o ESP atua na malha de realimentação do sistema realizando o posicionamento adequado dos polos desse sistema no plano complexo, ou seja, o objetivo do ESP é deslocar determinados polos do sistema, os quais se encontram em posições indesejáveis do plano complexo (que são os polos que causam instabilidade no sistema ou que provocam oscilações mal amortecidas), para posições com maior grau de amortecimento.

#### 2.3.4. Modelo linear de Heffron-Phillips

Nas seções anteriores foi apresentada a modelagem dinâmica da máquina síncrona, do RAT e do ESP. No entanto, para possibilitar a realização de estudos de estabilidade eletromecânica e o projeto do ESP, é necessário obter um modelo completo da máquina síncrona, por meio de um conjunto de equações diferenciais e algébricas, que contabilize tanto os efeitos dos fenômenos elétricos e eletromagnéticos da máquina quanto sua interação com a rede elétrica externa e a adição das malhas de controle do RAT e do ESP.

Para isso, foi desenvolvido o modelo completo de Heffron e Phillips ou Sistema Máquina Barra Infinita (SMBI), usado para estudos de estabilidade eletromecânica. Sua representação em diagrama de blocos é mostrada na Figura 2.9.



**Figura 2.9- Modelo de Heffron e Phillips para um Sistema Máquina Barra Infinita**

Na Figura 2.9, fica evidente o papel do ESP, que realimenta o sinal de velocidade angular do rotor, com devida compensação dinâmica de fase e ganho no sinal do sistema de excitação, de modo a introduzir uma componente de torque elétrico proporcional ao desvio de velocidade do rotor, aumentando assim o amortecimento das oscilações.

Segundo Sauer & Pai (1998) e Kundur (1994), as variáveis  $K_1$  a  $K_6$  são calculadas conforme as equações (2.16) à (2.22) e são derivadas do processo de linearização do modelo de Heffron e Philips.

$$\Delta = R_e^2 + (X_e + X_q)(X_e + X'_d) \quad (2.16)$$

$$K_1 = -\frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} I_q^o V_\infty (X'_d - X_q) \{ (X_q + X_e) \text{sen}(\delta^o) - R_e \text{cos}(\delta^o) \} + \\ V_\infty \{ I_d^o (X_d - X_q) - E_q^o \} \{ (X'_d + X_e) \text{cos}(\delta^o) + R_e \text{sen}(\delta^o) \} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$K_2 = \frac{1}{\Delta} \left[ I_q^o \Delta - I_q^o (X'_d - X_q) (X_q + X_e) - R_e (X'_d - X_q) I_d^o + R_e E_q^o \right] \quad (2.18)$$

$$K_3 = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{\Delta}((X_d - X'_d)(X_q + X_e))\right)} \quad (2.19)$$

$$K_4 = \frac{V_\infty(X_d - X'_d)}{\Delta} [(X_q + X_e)\text{sen}(\delta^\circ) - R_e \cos(\delta^\circ)] \quad (2.20)$$

$$K_5 = \frac{1}{\Delta} \left[ \begin{array}{l} \frac{V_d^o}{V_t} X_q [R_e V_\infty \text{sen}(\delta^\circ) + V_\infty \cos(\delta^\circ)(X'_d + X_e)] + \frac{V_q^o}{V_t} [X'_d (R_e V_\infty \cos(\delta^\circ))] \\ -V_\infty (X_q + X_e) \text{sen}(\delta^\circ) \end{array} \right] \quad (2.21)$$

$$K_6 = \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{V_d^o}{V_t} X_q R_e - \frac{V_q^o}{V_t} X'_d (X_q + X_e) \right\} + \frac{V_q^o}{V_t} \quad (2.22)$$

A partir da Figura (2.9), obtém-se a representação em espaço de estados do Sistema Máquina Barra Infinita. O modelo desse sistema é linear e invariante no tempo com uma única entrada e uma única saída (sistema SISO, do Inglês *Single-Input-Single-output*), cuja entrada é a tensão de referência  $\Delta V_{ref}$  do RAT e saída, a variação da velocidade angular ( $\Delta\omega$ ), conforme ilustram as equações (2.23) e (2.24).

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta\omega} \\ \dot{\Delta E}'_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{2H} & -\frac{D_0}{2H} & -\frac{K_2}{2H} \\ -\frac{(K_4 + K_5 K_a)}{T'_{do}} & 0 & -\frac{(1 + K_3 K_6 K_a)}{K_3 T'_{do}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_a}{T'_{do}} \end{bmatrix} \Delta V_{ref} \quad (2.23)$$

$$\Delta\omega = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} + [0] \Delta V_{ref} \quad (2.24)$$

Segundo a equação (2.25) (OGATA, 2010), o modelo do sistema pode ser representado no domínio da frequência através da função de transferência que relaciona sua entrada e sua saída, como ilustra a equação (2.26).

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (2.25)$$

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta V_{ref}} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (2.26)$$

Onde os parâmetros do numerador e denominador são determinados a partir das equações (2.27) à (2.33).

$$a_3 = 2HT'_{do} \quad (2.27)$$

$$a_2 = \frac{2H}{K_3} + 2HK_6 K_a + D_0 T'_{do} \omega_0 \quad (2.28)$$

$$a_1 = \frac{D_0 \omega_0}{K_3} + D_0 K_6 K_a \omega_0 + K_1 T'_{do} \omega_0 \quad (2.29)$$

$$a_0 = \frac{K_1 \omega_0}{K_3} - K_2 K_4 \omega_0 - K_2 K_5 K_a \omega_0 + K_1 K_6 K_a \omega_0 \quad (2.30)$$

$$b_2 = 0.0 \quad (2.31)$$

$$b_1 = -K_2 K_a \quad (2.32)$$

$$b_0 = 0.0 \quad (2.33)$$

A matriz de estados da equação (2.23) fornece os autovalores do SMBI, que são os polos da função de transferência do mesmo, mostrada na equação (2.26). As características modais desses autovalores permitirão avaliar a margem de estabilidade do sistema e a necessidade de se projetar estabilizadores de sistemas de potência.

Em outras palavras, se o sistema apresentar autovalores ou polos com parte real positiva ou baixo fator de amortecimento, torna-se imprescindível o projeto de controladores para aumentar o amortecimento das oscilações eletromecânicas referentes a esses autovalores, melhorando assim, a margem de estabilidade eletromecânica às pequenas perturbações do sistema elétrico.

## 2.4. Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados alguns conceitos teóricos e matemáticos do problema da estabilidade eletromecânica às pequenas perturbações em sistemas elétricos de potência. Com isso, notou-se que o aumento tanto em tamanho quanto em complexidade do

sistema elétrico, aumenta os problemas para um adequado planejamento, operação e controle do sistema elétrico, visto que esses problemas, geralmente, estão associados a modos eletromecânicos pouco amortecidos, que dependendo da frequência que eles ocorrem, podem originar diversos casos de instabilidade eletromecânica e até levar o sistema a um colapso total.

Foi apresentada também a modelagem do sistema de potência e dos principais componentes que o compõe para estudos de estabilidade eletromecânica, com maior destaque ao ESP, por este ser o objeto de estudo desta pesquisa. Por fim, foi apresentado o modelo linear de Heffron e Philips, cuja função de transferência permite realizar simulações e realizar estudos de estabilidade tanto do domínio do tempo quando no domínio da frequência e obter a resposta dinâmica do sistema, além de permitir aplicar técnicas de controle.

## CAPÍTULO 3

### PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO CONVEXA

#### 3.1. Introdução

Nos últimos anos, as técnicas que envolvem problemas de otimização convexa têm se tornado uma ferramenta computacional bem eficiente em engenharia, graças a sua habilidade em solucionar problemas sujeitos a restrições de desempenho, e por isso, fornecem uma solução confiável e ótima, quando existem.

O termo “otimização” refere-se ao estudo de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições, através da escolha adequada e ótima dos valores de variáveis reais dentro de um conjunto viável de solução. Quando este conjunto é convexo, estamos diante de um tipo especial de problemas de otimização, denominado de “problema de otimização convexa”, em que a função objetivo e o conjunto de restrições são ambos convexos, pois envolve um conjunto de pontos convexos.

O problema de otimização convexa é dividido, basicamente, em três partes: otimização, análise convexa e computação numérica. Existem diversos métodos robustos e eficientes, como programação linear, mínimos quadrados, programação quadrática, métodos de pontos interiores, entre outros, que resolvem problemas de otimização convexa.

Neste trabalho, é utilizada uma técnica de otimização convexa baseada em programação linear para o projeto de um controlador de amortecimento aplicado a um sistema com estrutura incerta, cujos polinômios formam politopos de polinômios.

Portanto, o objetivo deste capítulo é fornecer uma definição básica teórica e matemática do problema de otimização convexa baseada em programação linear. Para isso, torna-se imprescindível fazer uma revisão básica sobre a teoria de análise convexa, que inclui conceitos de conjunto convexo, Hull convexo e politopos de polinômios, conceitos amplamente usados no decorrer desta dissertação.

### 3.2. Definição básica

#### 3.2.1. Conjunto convexo e Hull convexo

Um conjunto convexo  $X \in \mathbb{R}^n$  é dito convexo, se e somente se, para todos  $x, y \in X$  e para todo  $\theta \in [0,1]$ , a equação (3.1) é verdadeira, ou seja, o seguimento de reta entre quaisquer dois pontos em  $X$  está contido em  $X$ .

$$\theta x + (1 - \theta)y \in X \quad (3.1)$$

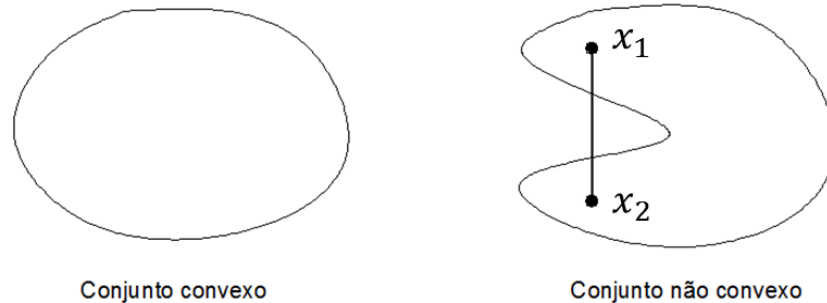
Baseando-se nessa definição, chamamos a equação (3.2) como uma combinação convexa dos pontos  $x_1, \dots, x_n$ .

$$\theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n \in X \quad (3.2)$$

Onde:

$$\begin{cases} \theta_1 + \dots + \theta_n = 1 \\ \theta_i \geq 0, i = 1, \dots, n \end{cases}$$

A Figura 3.1 ilustra melhor o conceito de conjunto convexo.



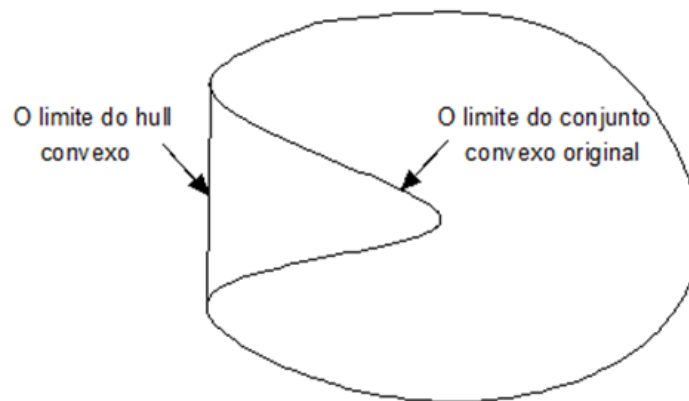
**Figura 3.1- Exemplos de conjunto convexo e não convexo**

O conjunto Hull convexo de um conjunto  $X \in \mathbb{R}^n$  (ambos convexo e não convexo) pode ser definido como o conjunto de todas as combinações convexas de pontos em  $X$ . Em outras palavras, se o conjunto convexo que contém  $X$  é chamado de  $X^+$  e a matriz de todos os  $X^+$  é chamada de  $S$ , então o conjunto Hull convexo é denominado conforme a equação (3.3).

$$\text{conv}(X) = \bigcap_{X^+ \in S} X^+ = \{\theta_1 x_1 + \dots + \theta_n x_n : x_i \in X, \theta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n; \theta_1 + \dots + \theta_n = 1\} \quad (3.3)$$

Como o próprio nome sugere o Hull convexo  $\text{conv}(X)$  é sempre convexo. É o menor conjunto convexo que contém  $X$ . A Figura 3.2 ilustra a definição de Hull convexo.





**Figura 3.2- Conjunto não convexo e seu conjunto Hull convexo**

### 3.2.2. Polítopos, pontos extremos e vértices

Um polítopo  $P \in \mathbb{R}^n$  é o Hull convexo de um conjunto finito de pontos  $\{p^1, p^2, \dots, p^m\} \in P$  e é descrito conforme a equação (3.4).

$$P = \text{conv}\{p^i\} \quad (3.4)$$

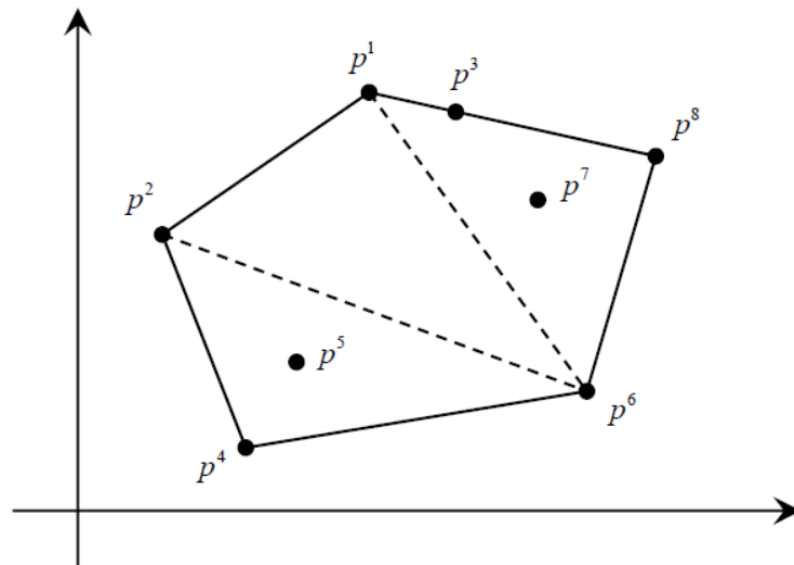
Qualquer ponto  $p \in P$  em um polítopo  $P = \text{conv}\{p^1, p^2, \dots, p^m\}$  pode ser escrito como uma combinação convexa de  $p^i$ , ou seja, existem números escalares  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \geq 0\}$  que torna a equação (3.5) verdadeira. Ressalta-se que  $P = \text{conv}\{p^1, p^2, \dots, p^m\}$  é o conjunto de geradores do polítopo  $P$ .

$$p = \sum_{i=1}^m \lambda_i p^i \quad (3.5)$$

Onde:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \quad (3.6)$$

Assim, de forma mais ilustrativa, os polítopos podem ser polígonos convexos, poliedros convexos, entre outras figuras geométricas, em  $\mathbb{R}^n$ . Um exemplo é ilustrado na Figura 3.3.



**Figura 3.3- Exemplo ilustrativo de um polítopo**

Nota-se pela Figura 3.3 que o polítopo deve incluir todos os pontos do conjunto de geradores. Seus pontos extremos  $\{p^1, p^2, p^3, p^4, p^6, p^8\}$  são aqueles em que não podem ser obtidos por combinação convexa dos demais pontos geradores. Os pontos extremos do polítopo são também chamados de vértices do polítopo e pertencem a um conjunto mínimo de geradores.

### 3.2.3. Polítopos de polinômios

A teoria de polítopos é utilizada no contexto de polinômios. Assim, uma família de polinômios  $P = \{p(\cdot, q) : p \in Q\}$  é dito ser um polítopo de polinômios, se  $p(\cdot, q)$  tem uma estrutura incerta linear afim e  $Q$  é o conjunto limite de incertezas. Esta analogia é estendida para polítopos de coeficientes dos polinômios e polítopos de parâmetros incertos, que são equivalentes. A vantagem em utilizar polítopos de polinômios é a facilidade em analisar a estabilidade robusta de um sistema incerto a partir do seu conjunto de incertezas, como será visto no próximo capítulo.

### 3.3. Problema de otimização

O problema de otimização tem como notação matemática a equação (3.7).

Minimize  $f_0(x)$

Sujeito à:

$$f_i(x) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m$$

$$h_i(x) = 0; \quad i = 1, \dots, p$$

(3.7)

Onde:

$x$  é o vetor com as variáveis a ser otimizadas;

$f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é a função objetivo;

$f_i(x) \leq 0$  para  $f_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é a função de restrição de desigualdades;

$h_i = 0$  para  $h_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é a função de restrição de igualdades;

A equação (3.8) representa o domínio do problema de otimização da equação (3.7), que define o conjunto de pontos da função objetivo e de todas as funções de restrição, cujo valor ótimo é definido pela equação (3.9).

$$D = \bigcap_{i=0}^m \text{dom}(f_i) \cap \bigcap_{i=0}^p \text{dom}(h_i) \quad (3.8)$$

$$p^* = \inf\{f_0(x) / f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p\} \quad (3.9)$$

Denotamos de  $x^*$  um ponto ótimo encontrado através da equação (3.7), então, tem-se:

$$f_0(x^*) = p^* \quad (3.10)$$

O conjunto de todos os pontos ótimos é chamado de conjunto ótimo e é representado pela equação (3.11).

$$x_{\text{otimo}} = \inf\{x / f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p, f_0(x) = p^*\} \quad (3.11)$$

### 3.4. Problema de otimização convexa na forma padrão

Quando o conjunto de pontos é convexo, temos o problema de otimização convexa, que tem sua forma padrão mostrada na equação (3.12).

Minimize  $f_0(x)$

Sujeito à:

$$f_i(x) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m$$

$$a_i x \leq b_i; \quad i = 1, \dots, p$$

(3.12)

Ou equivalentemente à equação (3.13):

Minimize  $f_0(x)$

Sujeito à:

$$f_i(x) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m$$

$$a_i x = b_i;$$

(3.13)

Onde:

$a_i$  e  $b_i$  são matrizes constante de restrições;

Comparando-se a equação (3.12) e (3.13) com a equação (3.7), nota-se que para as duas primeiras equações, a função objetivo  $f_0$  e as funções de restrições de desigualdades  $f_i$  e  $a_i x \leq b_i$  devem ser convexas, as funções de restrição de igualdades  $h_i = a_i x - b_i$  devem ser afins. Assim, em problemas de otimização convexa, nós minimizamos a função objetivo convexa sobre um conjunto convexo de pontos.

### 3.5. Problema de Programação Linear (PL)

Quando a função objetivo e as funções de restrições de um problema de otimização convexa são lineares e afins, este problema toma a forma de um problema de programação linear (PL). Nesta condição, o problema de otimização convexa pode ser solucionado usando PL, cuja forma padrão é definida na equação (3.14).

Minimize  $C^T x$

Sujeito à:

$$a_i x \leq b_i; \quad i = 1, \dots, m$$

(3.14)

No universo de otimização convexa linear, quando os parâmetros das matrizes  $a_i$  e  $b_i$  variam dentro de um conjunto de incertezas, o qual contém o valor nominal, as restrições devem ser satisfeitas para todos os valores possíveis dos parâmetros  $a_i^- \leq a_i \leq a_i^+$  e

$b_i^- \leq b_i \leq b_i^+$ . Além disso, estes parâmetros por serem incertos descrevem um conjunto convexo que define uma região politópica ou uma região elipsoide. Com isso, estamos diante de um problema de otimização linear robusta.

### 3.6. Teorema de Chebyshev

Considere  $\mathcal{P}$  um conjunto de restrições lineares que descrevem um polítopo, conforme mostra a equação (3.15).

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^n / a_i x \leq b_i, i = 1, \dots, m\} \quad (3.15)$$

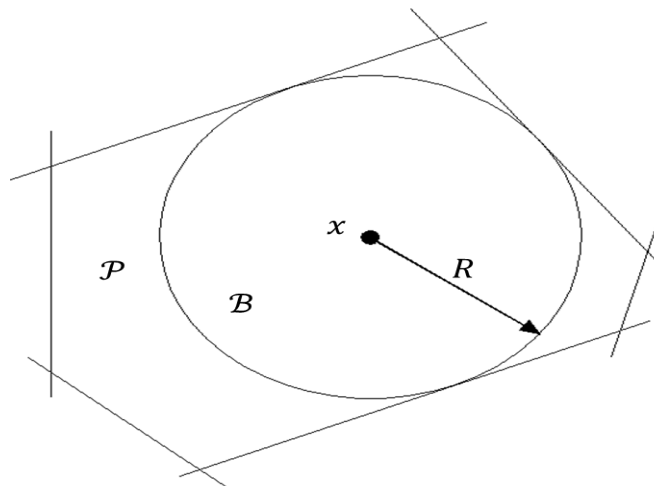
Uma bola  $\mathcal{B}$  de centro  $x$  e raio  $R$  é definida pela equação (3.16), que corresponde a um conjunto de todos os pontos, de distância euclidiana  $R$  de  $x$ .

$$\mathcal{B} = \{x + u / \|u\|_2 \leq R\} \quad (3.16)$$

Assim, tem-se o teorema o teorema de Chebyshev.

**Teorema 3.1** (Teorema de Chebyshev): Permite encontrar uma bola  $\mathcal{B}$  com maior raio possível, a qual está contida completamente em  $\mathcal{P}$ . O centro dessa esfera ( $x$ ) é chamado de centro de Chebyshev do conjunto  $\mathcal{P}$  e  $R$  é o raio de Chebyshev, ou seja,  $x$  é o centro da maior esfera de raio  $R$ , inscrita em  $\mathcal{P}$ , cuja norma é euclidiana.

A Figura 3.4 ilustra melhor o uso do teorema de Chebyshev.



**Figura 3.4- Centro e raio de Chebyshev da bola  $\mathcal{B}$**

Nota que  $a_i x \leq b_i$  para todo  $x \in \mathcal{B}$ , se e somente se:

$$\sup\{a_i(x + u) : \|u\|_2 \leq R\} = a_i x + R \|a_i\|_2 \leq b_i \quad (3.17)$$

Portanto, como  $\mathcal{P}$  é um conjunto convexo e as funções de restrições são lineares, então  $x$  e  $R$  tornam-se as variáveis de decisão do problema de otimização convexa, que se resume em: variáveis de decisão, funções de restrição e função objetivo. Logo, temos:

- Variáveis de decisão: Raio da bola ( $R$ ) e vetor posição do centro da bola ( $x$ );
- Restrições:  $a_i x + R \|a_i\| \leq b_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  para  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $R \in \mathbb{R}$ ;  $R \geq 0$ ;
- Função Objetivo: Maximizar  $R$

Dessa forma, o problema de otimização convexa é solucionado usando-se o problema de programação linear. Logo, temos:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } R \\ & \text{Sujeito à:} \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$g_i(x, R) \leq 0; \quad i = 1, \dots, m$$

Onde:

$$g_i(x, R) = \sup_{\|u\| \leq 1} f_i(x + Ru) \tag{3.19}$$

E como  $\mathcal{P}$  é definido por um conjunto de inequações lineares  $a_i x \leq b_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , tem-se a equação (5.17).

$$g_i(x, R) = \sup_{\|u\| \leq 1} a_i(x + Ru) - b_i = a_i x + R \|a_i\|_2 - b_i \tag{3.20}$$

Se  $R \geq 0$ , então as equações (3.18), (3.19) e (3.20) se resumem na equação (3.21).

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } R \\ & \text{Sujeito à:} \end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned} a_i x + R \|a_i\|_2 &\leq b_i; \quad i = 1, \dots, m \\ R &\geq 0 \end{aligned}$$

Portanto, a solução da equação (3.21) fornece uma solução ótima das variáveis de decisão  $x$  e  $R$ .

### 3.7. Conclusão

Nesta seção, foram mostrados alguns conceitos teóricos e matemáticos sobre o problema de otimização convexa e sua extensão para problemas de programação linear. É possível perceber, a partir de alguns conceitos dados neste capítulo, que muitos problemas de

otimização que ficam sujeitos a varias restrições de desempenho podem ser solucionado usando técnicas de programação linear.

Problemas de programação linear são geralmente utilizados para solucionar problemas de otimização convexa, que pode ser escrito de forma de maximização ou minimização de uma função objetivo linear, sujeita a um conjunto de restrições, expresso sob a forma de inequações ou equações lineares. Além disso, o problema de programação linear possui a habilidade de fornecer, quando existem, soluções confiáveis e ótimas, além de possuir uma computação matemática mais adequada para problemas de otimização.

Assim, os problemas de otimização convexa baseados em programação linear, são amplamente utilizadas para solucionar problemas de engenharia, em especial para solucionar problemas de controle, quando o sistema a ser controlado apresenta incertezas em seus parâmetros, descrevendo-o como um sistema com parâmetros incertos.

## **CAPÍTULO 4**

### **CONTROLE ROBUSTO:**

### **TEORIA E APLICAÇÃO NO PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS**

#### 4.1. Introdução

A Teoria de Sistemas de Controle se baseia em duas áreas: a Teoria de Controle Clássico e a Teoria de Controle Moderno. A primeira faz uso de técnicas clássicas para projetos de controladores de sistemas de potência, tais como métodos de resposta em frequência (Diagrama de Bode e Critério de Nyquist, etc) e o método do lugar das raízes. Tais técnicas utilizam modelos linearizados de sistemas para analisar a estabilidade e projetar controladores.

No entanto, um dos maiores problemas de projetar controladores por técnicas clássicas é a linearização dos sistemas em torno de um ponto de operação, que restringe o desempenho do controlador para aquele ponto de operação, diminuindo sua eficiência e seu desempenho quando ocorrem variação em torno do ponto de operação. Além disso, as técnicas clássicas são matematicamente complexas e não permitem otimizar a operação do sistema e o desempenho do controlador a despeito da presença de incertezas consideráveis sobre o sistema.

Embora ainda seja notável o uso de técnicas clássicas para projetos de controladores, outra área que vem ganhando mais espaço em Sistemas de Controle é a área de controle moderno, que tem como vertentes a Teoria de Controle Ótimo, Teoria de controle Robusto, entre outras, que permite otimizar a operação do sistema e do controlador segundo algum critério definido.

A Teoria de Controle Robusto é uma das alternativas da área de controle moderno que permite aumentar a robustez dos controladores quando o sistema fica sujeito às variações no seu ponto de operação. Dessa forma o controlador projetado por tal técnica não estabiliza somente uma planta (modelo matemático), mas um conjunto de plantas geradas pela modelagem das incertezas presentes no sistema, ou seja, são capazes de manter um desempenho satisfatório em sistemas que apresentem incertezas em seus parâmetros, satisfazendo a estabilidade robusta e algum critério de desempenho para o sistema operando com tais controladores (BHATTACHARYYA et al., 1995).



Neste contexto, a metodologia de projeto adotada nesta dissertação busca a estabilidade robusta do sistema elétrico através de controladores robustos, cujo projeto é feito através da técnica de alocação robusta de polos usando a modelagem politópica do sistema. Para isso, utiliza-se como critério de desempenho uma região  $D$  que fornece o amortecimento desejado para as oscilações eletromecânicas do sistema.

A modelagem politópica é uma alternativa para a modelagem das incertezas presentes em sistemas elétricos, pois permite a linearização destes em vários pontos de operação, que abrange os intervalos de incertezas, os quais correspondem aos vértices do modelo politópico. A técnica de alocação robusta de polos permite alocar os polos de malha fechada do sistema em posições apropriadas do plano complexo, ou seja, para a região  $D$  (LORDELO, 2014a).

Assim, para facilitar o entendimento da técnica aplicada, bem como da análise dos resultados alcançados, descritos em capítulos posteriores, este capítulo apresenta os fundamentos da Teoria de Controle Robusto, tais como conceito de estabilidade e desempenho robustos, teorema de Kharitonov, usado para avaliar a estabilidade de sistemas com incertezas paramétricas. Finalmente, é apresentada a técnica de alocação robusta de polos para um sistema em malha fechada, na presença de incertezas, do tipo intervalar, em seus parâmetros.

#### 4.2. Fundamentos da teoria de controle robusto

Todo sistema físico possui sua representação matemática, que permite realizar estudos de controle e estabilidade. O modelo que representa um sistema físico geralmente apresenta complexidade, o que leva a adoção de uma série de hipóteses simplificadoras ou aproximações matemáticas, facilitando a modelagem do sistema físico tanto do ponto de vista computacional, quanto da simplicidade do mesmo.

No entanto, tais aproximações levam o sistema a apresentar incertezas em seu modelo, decorrentes de dinâmicas não modeladas, ruídos, linearização, entre outros, que, independente de sua origem, devem ser levadas em consideração no projeto de controladores. Neste contexto, dependendo da origem das incertezas, estas podem ser classificadas em quatro categorias: estruturadas, não estruturadas, paramétricas e não paramétricas.

Uma incerteza é dita estruturada quando a pertinência dos parâmetros do sistema incerto é uma representação estruturada do erro de modelagem de cada componente que o compõe,

ou seja, supõe-se conhecida a estrutura e a ordem do modelo de cada componente do sistema, a incerteza do sistema total reside apenas nos valores numéricos dos seus parâmetros.

A incerteza é dita não estruturada quando não se sabe exatamente a fonte das incertezas, mas sua modelagem é feita como sendo global a todo o sistema, e é apenas representado o efeito final de erro de modelagem. A incerteza é dita paramétrica quando, conhecida a estrutura e a ordem do modelo, é descrita apenas pela faixa de variação de um conjunto finito de parâmetros da planta. Caso contrário, a incerteza é dita não paramétrica.

Neste contexto, varias dificuldades podem surgir no projeto de controladores quando o sistema apresenta incertezas, pois há maior dificuldade em modelar um sistema incerto e em descrever essas incertezas no projeto de controladores, uma vez que elas podem acarretar restrições na busca de soluções de um problema de controle, que envolve o sistema nominal e uma família de polinômios incertos em torno dele.

Assim, a busca dessas soluções, quando se tem sistemas incertos, e o projeto de controladores que apresente desempenho mais robusto frente às incertezas do sistema são alcançados através das Técnicas de Controle Robusto. De forma genérica, estas buscam minimizar a influência das incertezas e de perturbações que atuam no sistema controlado. São usadas para:

- Determinar o conjunto de incertezas do sistema através de uma representação politópica do modelo incerto;
- Verificar a estabilidade robusta (ER) do sistema incerto, ou seja, determinar se o sistema em malha fechada permanece estável para todas as plantas ou modelos que pertencem ao conjunto de incertezas;
- Verificar o desempenho robusto (DR), ou seja, determinar se as especificações de desempenho são atendidas para todas as plantas que pertencem ao conjunto de incertezas.

#### 4.2.1. Estabilidade Robusta (ER)

Um sistema com incertezas paramétricas estruturadas, representado por  $G(s)$ , é geralmente descrito como um conjunto de vetores de parâmetros incertos reais  $q$ , como mostra a equação (4.1) (BARMISH, 1994).

$$q = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_m] \quad (4.1)$$

Onde

$$q \in R^m : q_i^- \leq q_i \leq q_i^+, i = 1, 2, 3 \dots m \quad (4.2)$$

Desta forma, usamos a notação  $G(s, q)$  para frisar a dependência de uma função de transferência no vetor de parâmetros incertos  $q$ , conforme ilustra a equação (4.3).

$$G(s, q) = \frac{N(s, q)}{D(s, q)} \quad (4.3)$$

Onde  $N(s, q)$  e  $D(s, q)$  são polinômios em  $s$ , com coeficientes com dependência em  $q$ , descritos conforme mostra a equação (4.4) e a equação (4.5), respectivamente.

$$N(s, q) = \sum_{i=0}^m b_i(q) s^i \quad (4.4)$$

$$D(s, q) = \sum_{i=0}^n a_i(q) s^i \quad (4.5)$$

Por conveniência, é comum introduzir um segundo vetor de parâmetros incertos diferente de  $q$ , que permite diferenciar o vetor de parâmetros incertos do numerador e do denominador da planta. Dessa forma,  $q$  será o vetor de parâmetros incertos do denominador e  $r$ , um segundo vetor adotado, será o vetor de parâmetros incertos do numerador. Assim, as equações (4.4) e (4.5) podem ser reescritas para as equações (4.6) e (4.7).

$$N(s, r) = \sum_{i=0}^m b_i(r) s^i \quad (4.6)$$

$$D(s, q) = \sum_{i=0}^n a_i(q) s^i \quad (4.7)$$

Em que  $q \in Q$  e  $r \in R$ .  $Q$  e  $R$  são conjuntos limites de incertezas, especificados por intervalos reais fechados.

A partir das equações (4.6) e (4.7), nota-se claramente que os coeficientes incerto dos polinômios  $N(s, r)$  e  $D(s, q)$  são independentes entre si, ou seja, há um desacoplamento de incertezas entre o numerador e denominador da planta intervalar. Além disso, esses coeficientes ficam restritos dentro de uma faixa pré-especificada de intervalos reais fechados. Portanto, por conveniência, a equação (4.3) pode ser reescrita como a equação (4.8).

$$G(s, b, a) = \frac{\sum_{i=0}^m [b_i^-, b_i^+] s^i}{\sum_{i=0}^n [a_i^-, a_i^+] s^i} \quad (4.8)$$

Em que  $a_i \in Q$  e  $b_i \in R$ . Ressalta-se que a estabilidade de um sistema incerto é influenciada apenas pelos polos de  $G(s, b, a)$ , ou seja, pelas raízes do denominador do sistema incerto, uma vez que os zeros não exercem influência na estabilidade do sistema. Neste contexto, define-se a equação (4.9) como uma família de polinômios.

$$P = \{p(., a) : a \in Q\} \quad (4.9)$$

De acordo com a teoria de sistema de controle, um polinômio  $p(s, a)$  é estável se todas as suas raízes encontram-se no semi-plano esquerdo do plano complexo, ou seja, se todas as suas raízes têm parte real negativa. Então,  $P = \{p(., a) : a \in Q\}$  é robustamente estável se todos os seus polinômios são estáveis para certo conjunto de pontos de operação distintos do nominal, respeitando os seus limites mínimos e máximos (KEEL, 1997).

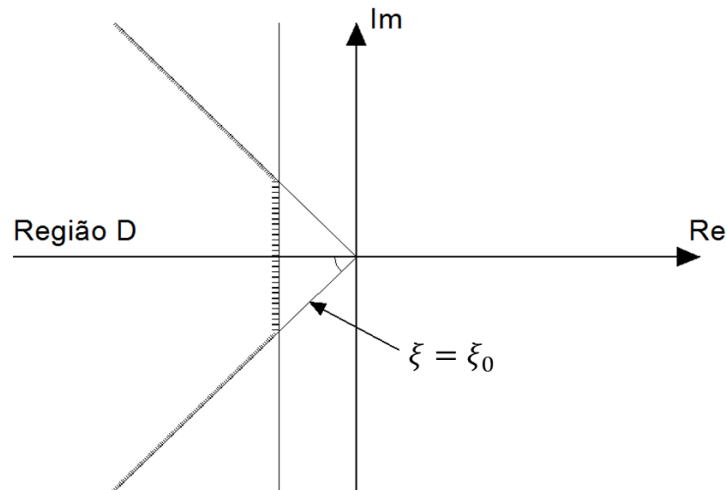
Com isso, segundo Barmish (1994), é possível extrair duas definições que caracterizam o conceito de estabilidade de famílias de polinômios.

**Definição 4.1** (Estabilidade): Um polinômio fixo  $p(s)$  é dito ser estável se todas suas raízes situam-se estritamente no semi-plano esquerdo do plano complexo.

**Definição 4.2** (Estabilidade Robusta): Uma dada família de polinômios  $P = \{p(., a) : a \in Q\}$  é dito ser robustamente estável se, para todo  $a \in R$ ,  $p(s, a)$  é estável, isto é, para todo  $a \in R$ , todas as raízes de  $p(s, a)$  situam-se estritamente no semi-plano esquerdo do plano complexo.

#### 4.2.2. Estabilidade $D$ -robusta

O conceito de estabilidade robusta é estendido para o conceito de  $D$ -estabilidade para permitir a adoção de uma região mais geral para a localização desejada dos polos dos polinômios incertos. Assim, considera-se  $D$  a região aberta de interesse para a alocação robusta dos polos em malha fechada do sistema controlado, ilustrada na Figura 4.1.



**Figura 4.1- Região D para a alocação robusta dos polos**

Neste contexto, quando os polos da família de polinômio descrito pela equação (4.9) pertencem à região  $D$ , o sistema possui uma taxa de decaimento mínima, coeficiente de amortecimento mínimo ( $\xi = \xi_0$ ), e frequência amortecida máxima, que são as especificações de robustez para a família de polinômios (BARMISH, 1994).

Portanto, a região  $D$  estabelece limites para o amortecimento máximo, o tempo de subida e o tempo de assentamento do sistema em malha fechada (OGATA, 2010). Com isso, extraem-se duas definições que caracteriza o conceito de  $D$ -estabilidade.

**Definição 4.3** ( $D$ -Estabilidade): Considere  $D \subseteq \mathbb{C}$  e  $p(s)$  um polinômio fixo, então  $p(s)$  é dito ser  $D$ -estável se e somente se todas as suas raízes estiverem contidas na região  $D$ .

**Definição 4.4** (Robustamente  $D$ -Estável): Uma família de polinômio  $P = \{p(\cdot, a) : a \in Q\}$  é dito ser robustamente  $D$ -estável se, para todo  $a \in \mathbb{R}$ ,  $p(s, a)$  é  $D$ -estável, ou seja, se todas as raízes de  $p(s, a)$  estiverem contidas na região  $D$ . Em um caso especial, quando a região  $D$  é o semi-plano esquerdo aberto do plano complexo,  $P$  é simplesmente dito ser robustamente estável, e quando  $D$  é um disco unitário,  $P$  é dito ser robustamente Shur-estável.

#### 4.2.3. Desempenho Robusto (DR)

Em relação às oscilações eletromecânicas, não é suficiente que o controlador garanta apenas a estabilidade do sistema, pois este pode ser estável e ainda apresentar modos de oscilações pouco amortecidos, o que pode representar um risco para o sistema elétrico, quando o mesmo fica sujeito a variações paramétricas. Nesse sentido, é imprescindível que o

controlador forneça também ao sistema um desempenho robusto durante transitórios, que é alcançado através de um bom amortecimento dos modos de oscilações eletromecânicas.

Portanto, o sistema apresenta desempenho robusto quando seu desempenho não é degradado significativamente, de forma que as especificações de projeto ainda sejam atendidas para uma família de plantas incertas, representadas por polinômios incertos a partir de um sistema original. Mas, para que os requisitos de estabilidade e desempenho robusto assegurem que o sistema opere satisfatoriamente apesar da presença de incertezas significativas, é necessário que o controlador seja robusto.

Neste sentido, um controlador é robusto quando tem baixa sensibilidade na presença de distúrbio, ruídos, dinâmicas não modeladas, etc. É estável sobre um intervalo de variações paramétricas e seu desempenho é mantido na presença de um conjunto de mudanças nos parâmetros do sistema (SANTOS, 2007).

Para testar a estabilidade robusta do Sistema incerto, é preciso examinar as raízes do polinômio do denominador do sistema em malha fechada. Mas, considerando que este sistema gera uma família intervalar de polinômios, é impraticável determinar a estabilidade robusta de um número infinito de polinômios.

Portanto, o teste de estabilidade robusta de sistemas com incertezas intervalares pode ser realizado a partir do Teorema de Kharitonov (BHATTACHARYYA et al,1995), cuja formulação matemática para teste de estabilidade envolve apenas 4 polinômios com parâmetros conhecidos, como será visto na próxima seção.

#### 4.2.4. Teste de estabilidade robusta: Teorema de Kharitonov

O Teorema de Kharitonov é um teste utilizado na teoria de controle robusto para avaliar a estabilidade de um sistema dinâmico com parâmetros que não são conhecidas precisamente, mas que variam dentro de um intervalo real fechado. Com isso, tem-se a definição do Teorema de Kharitonov (BARMISH, 1994).

**Teorema 4.1** (Teorema de Kharitonov): Uma família  $P$  de polinômios intervalares com grau invariante é robustamente estável se, e somente se, seus quatro polinômios de Kharitonov são estáveis.

Desta forma, não é necessário verificar a estabilidade de todos os polinômios da família intervalar, mas somente de quatro polinômios. Por isso, o Teorema de Kharitonov tornou-se

de imensa importância na área de controle robusto, uma vez que simplifica o cálculo para o teste de estabilidade de sistemas incertos. Portanto, tem-se a seguinte definição de polinômios de Kharitonov (BARMISH, 1994).

**Definição 4.5** (Polinômios de Kharitonov): Associados com um polinômio intervalar, de ordem  $n$ , como mostra a equação (4.10), são quatro os polinômios de Kharitonov.

$$p(s, a) = \sum_{i=0}^n [a_i^-, a_i^+] s^i \text{ para } a_i \in Q \quad (4.10)$$

$$K_1(s) = a_0^- + a_1^- s + a_2^+ s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^- s^4 + a_5^- s^5 + a_6^+ s^6 + \dots \quad (4.11)$$

$$K_2(s) = a_0^+ + a_1^+ s + a_2^- s^2 + a_3^- s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^+ s^5 + a_6^- s^6 + \dots \quad (4.12)$$

$$K_3(s) = a_0^+ + a_1^- s + a_2^- s^2 + a_3^+ s^3 + a_4^+ s^4 + a_5^- s^5 + a_6^- s^6 + \dots \quad (4.13)$$

$$K_4(s) = a_0^- + a_1^+ s + a_2^+ s^2 + a_3^- s^3 + a_4^- s^4 + a_5^+ s^5 + a_6^+ s^6 + \dots \quad (4.14)$$

A condição necessária e suficiente para a estabilidade de toda a família de polinômios intervalares  $p(s, a)$ , a partir dos quatro polinômios definidos nas equações (4.11) a (4.14), é que estes devem ser estáveis, ou seja, suas raízes devem estar situadas no semi-plano esquerdo do plano complexo.

Ainda, considera-se o polinômio intervalar da equação (5.10), substituindo as variáveis complexas  $s$  por  $j\omega_0$ , com  $\omega_0$  sendo uma frequência nominal fixa. O conjunto de valores possíveis que  $p(j\omega_0, a)$  pode assumir à medida  $a_i$  varia sobre  $Q$  forma um conjunto bidimensional para todos os possíveis valores complexos que surgem no plano complexo com essa variação, ou seja, permitindo que todos os coeficientes  $a_i$  variam sobre seus intervalos, gerando, com isso, uma forma retangular, cujos lados são paralelos ao eixo real e imaginário do plano complexo (BARMISH, 1994).

Do ponto de vista matemático, esta forma retangular é descrita pelo subconjunto do plano complexo dado pela equação (4.15).

$$P(j\omega_0, Q) = \{p(j\omega_0, a) : a \in Q\} \quad (4.15)$$

E é conhecido na literatura como Retângulo de Kharitonov para frequência  $\omega = \omega_0$ , cujos vértices são definidos pelos quatro polinômios fixos de Kharitonov. Com isso, substituindo  $s$  por  $j\omega_0$  nas equações (4.11) à (4.14), têm-se os vértices do retângulo de Kharitonov, como mostram as equações (4.16) à (4.19).

$$\text{Vértice 1: } K_1(j\omega_0) = \text{Re}[K_1(j\omega_0)] + j \text{Im}[K_1(j\omega_0)] \quad (4.16)$$

$$\text{Vértice 2: } K_2(j\omega_0) = \text{Re}[K_2(j\omega_0)] + j \text{Im}[K_2(j\omega_0)] \quad (4.17)$$

$$\text{Vértice 3: } K_3(j\omega_0) = \text{Re}[K_3(j\omega_0)] + j \text{Im}[K_3(j\omega_0)] \quad (4.18)$$

$$\text{Vértice 4: } K_4(j\omega_0) = \text{Re}[K_4(j\omega_0)] + j \text{Im}[K_4(j\omega_0)] \quad (4.19)$$

As equações (4.16) à (4.19) levam a descrição final do Retângulo de Kharitonov, em que cada vértice é associado com um único polinômio de Kharitonov.

Em relação ao teste de estabilidade robusta, assume-se que uma família de polinômios intervalares  $P = \{p(\cdot, a) : a \in Q\}$  com grau invariante  $e$ , no mínimo, um polinômio estável  $p(s, a)$  é robustamente estável se, e somente se, os retângulos de Kharitonov não envolvem a origem do plano complexo para frequências não negativas, como mostra a equação (4.20), ou seja, do ponto de vista gráfico, a estabilidade de polinômios intervalares pode ser analisada através do retângulo de Kharitonov.

$$0 \notin p(j\omega, Q) \quad \forall \omega \geq 0 \quad (4.20)$$

Essa regra, conhecida como condição de exclusão do zero, é muito útil e importante para análise de estabilidade robusta de sistemas com incertezas paramétricas estruturadas.

### 4.3. Controle robusto via alocação de polos

Como já visto anteriormente, sabe-se que a maioria dos controladores de amortecimento ainda é projetado segundo uma abordagem clássica e o controle ocorre por meio de um compensador de avanço-atraso de fase, não havendo garantia formal de desempenho satisfatório do controlador quando ocorre variação no ponto operacional do sistema.

Desta forma, com o objetivo de garantir formalmente a robustez de desempenho dos controladores, utilizou-se a teoria de estabilidade e desempenho robustos associado a uma modelagem politópica do sistema de potência para verificação do fator de amortecimento mínimo de todos os modos de oscilação do sistema.

Um fator de amortecimento mínimo ( $\xi_0$ ) é adotado como critério de desempenho ou, de forma equivalente, como indicador de margem de estabilidade do sistema às pequenas perturbações e é em geral, especificado por um polinômio desejado, que consiste na



imposição dos polos do sistema em malha fechada em uma determinada região  $D$  do plano complexo. Para isso, utiliza-se a técnica de alocação robusta.

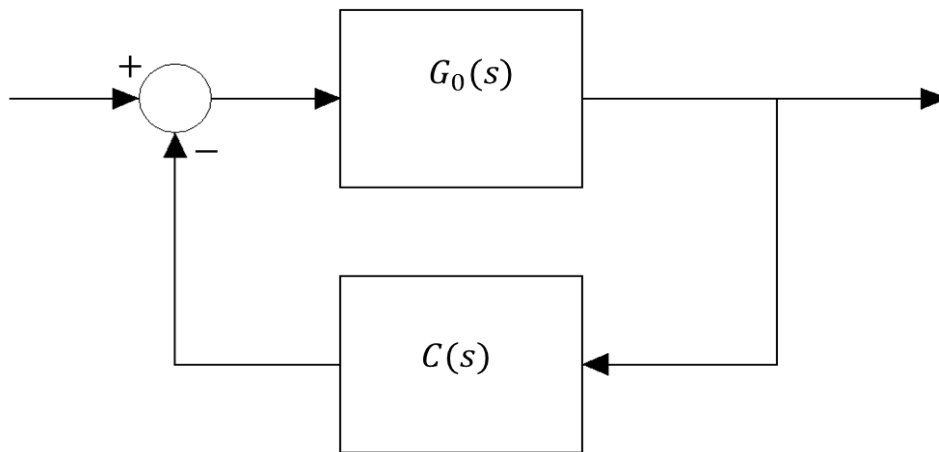
#### 4.3.1. Alocação robusta de polos

A técnica de alocação robusta de polos tem por finalidade deslocar os polos indesejáveis, que causam instabilidade ao sistema, para uma posição mais adequada que possua um maior amortecimento. Em outras palavras, especificações de desempenho podem ser satisfeitas usando a realimentação dinâmica da saída para alocar os polos de malha fechada do sistema em posições desejadas do semi-plano esquerdo do plano complexo.

O projeto baseado nesta técnica consiste em determinar uma função de transferência que representa a dinâmica do controlador e, em malha fechada com o sistema, desloque os polos do sistema para a região  $D$ . Além disso, é possível verificar se o controlador projetado garante um desempenho mínimo desejado para o sistema em malha fechada no ponto de operação considerado.

Assim, as condições que definem a estabilidade e o desempenho do sistema podem ser alteradas de forma que seja incluído um critério de desempenho desejado (região  $D$ ) para o sistema em malha fechada na forma de alocação robusta de polos, obtendo-se uma nova formulação para o sistema de controle.

Neste contexto, considera-se o sistema de controle em malha fechada da Figura 4.2, onde  $G_0(s)$  é a função de transferência de um sistema contínuo a ser controlado, linear e invariante no tempo, com uma entrada e uma saída (SISO, do inglês Single-Input Single-Output), de ordem  $n$ , e  $C(s)$ , a função de transferência do controlador de ordem fixa  $r$ , a ser projetado, representados pelas equações (4.21) e (4.22), respectivamente.



**Figura 4.2- Sistema SISO com controlador a ser projetado**

$$G_0(s) = \frac{N_G^0(s)}{D_G^0(s)} \quad (4.21)$$

$$C(s) = \frac{N_C(s)}{D_C(s)} \quad (4.22)$$

Os coeficientes do numerador e do denominador de  $G_0(s)$  e  $C(s)$  são representados pelas equações (4.23) à (4.26). A priori, os parâmetros do sistema são considerados nominais, ou seja, não intervalares.

$$N_G^0(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_0 \quad (4.23)$$

$$D_G^0(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0; a_0 \neq 0 \quad (4.24)$$

$$N_C(s) = n_r s^r + n_{r-1} s^{r-1} + n_{r-2} s^{r-2} + \dots + n_0 \quad (4.25)$$

$$D_C(s) = d_r s^r + d_{r-1} s^{r-1} + d_{r-2} s^{r-2} + \dots + d_0 \quad (4.26)$$

A partir da equação (4.27), tem-se o sistema em malha fechada com o controlador, representado pela equação (4.28).

$$G_{mf}(s) = \frac{G_0(s)}{1 + C(s)G_0(s)} = \frac{\frac{N_G^0(s)}{D_G^0(s)}}{1 + \frac{N_G^0(s)}{D_G^0(s)} \frac{N_C(s)}{D_C(s)}} = \frac{N_G^0(s)D_C(s)}{D_G^0(s)D_C(s) + N_G^0(s)N_C(s)} \quad (4.27)$$

$$G_{mf}(s) = \frac{N_{mf}(s)}{D_{mf}(s)} \quad (4.28)$$

Ressalta-se que o projeto por alocação de polos não tem nenhum efeito sobre zeros de  $G_0(s)$ , embora introduza novos zeros na função de transferência em malha fechada. Por outro lado, os polos do sistema em malha fechada  $G_{mf}(s)$ , ou de forma equivalente, as raízes de  $D_{mf}(s)$ , são deslocadas para posições apropriadas do semi-plano esquerdo do plano complexo.

Para fins de projeto, considera-se a equação (4.29) como o vetor de parâmetros do controlador  $C(s)$  e a equação (4.30) como o vetor de parâmetros da planta  $G_0(s)$ .

$$x := [d_r \quad d_{r-1} \quad d_{r-2} \quad \dots \quad d_0 \quad n_r \quad n_{r-1} \quad n_{r-2} \quad \dots \quad n_0] \quad (4.29)$$

$$y := [a_n \quad a_{n-1} \quad a_{n-2} \quad \dots \quad a_0 \quad b_n \quad b_{n-1} \quad b_{n-2} \quad \dots \quad b_0] \quad (4.30)$$

Assim, segundo Lordelo (2014a), o problema de alocação de polos se resume na solução da equação Diofantina, representada pela equação (4.31).

$$D_{mf}(s) = D_G^0(s)D_C(s) + N_G^0(s)N_C(s) \quad (4.31)$$

Ou de forma equivalente a equação (4.32)

$$D_{mf}(x, p) = T_{n+r}(x, y)s^{n+r} + T_{n+r-1}(x, y)s^{n+r-1} + \dots + T_0(x, y) \quad (4.32)$$

Onde:

$$\begin{aligned} T_{n+r} &= b_n n_r + a_n d_r \\ T_{n+r-1} &= b_n n_{r-1} + b_{n-1} n_r + a_n d_{r-1} + a_{n-1} d_r \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ T_0 &= b_0 n_0 + a_0 d_0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

A equação (4.32) representa o polinômio característico do sistema em malha fechada, a qual inclui a dinâmica do controlador a ser projetado, cujos parâmetros devem ser escolhidos de forma a atender as especificações de desempenho desejado, traduzidos em localização

desejada dos polos do sistema em malha fechada, contendo um conjunto de  $n + r$  polos desejados.

O polinômio característico desejado nominal de grau  $n + r$ , estável, que corresponde ao conjunto de raízes desejadas características de malha fechada é representado pela equação (4.34).

$$\delta_T^0(s) = \delta_{n+r}^0 s^{n+r} + \delta_{n+r-1}^0 s^{n+r-1} + \delta_{n+r-2}^0 s^{n+r-2} + \dots + \delta_0^0 \quad (4.34)$$

Para atender as condições de estabilidade e desempenho, é necessário e suficiente satisfazer a condição mostrada na equação (4.35).

$$D_{mf}(s) = \delta_T^0(s) \quad (4.35)$$

Assim, substituindo a equação (4.32) e a equação (4.34) na equação (4.35) e associando-se os coeficientes com as potências semelhantes em  $s$ , obtém-se um sistema de  $n + r + 1$  equações algébricas lineares da forma da equação (4.36).

$$\begin{aligned} \delta_{n+r}^0 &= b_n^0 n_r + a_n^0 d_r \\ \delta_{n+r-1}^0 &= b_{n-1}^0 n_r + b_n^0 n_{r-1} + a_n^0 d_{r-1} + a_{n-1}^0 d_r \\ \delta_{n+r-2}^0 &= b_{n-2}^0 n_r + b_{n-1}^0 n_{r-1} + b_n^0 n_{r-2} + a_{n-2}^0 d_r + a_{n-1}^0 d_{r-1} + a_n^0 d_{r-2} \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ &\quad \cdot \\ \delta_0^0 &= b_0^0 n_0 + a_0^0 d_0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Por conveniência, define-se  $m = n + r + 1$  e  $q = 2r + 2$ . Desta forma, a equação (4.36) pode ser reescrita como uma equação linear mostrada na equação (4.37).

$$Ax = b \quad (4.37)$$

Na qual:



Onde:  $q = [\delta_{n+r}^T \quad \delta_{n+r-1}^T \quad \dots \quad \delta_0^T]$  é o vetor de parâmetros de  $\delta_T(s)$ .

Outra justificativa para aumentar o tamanho da região que descreve o polinômio característico desejado é que geralmente seus parâmetros são desconhecidos, não sendo possível escolher os polos desejados nominais exatos do sistema em malha fechada, mas tem-se uma ideia da região  $D$  para a alocação robusta desses polos.

Assim, segundo Keel (1997), substituindo os parâmetros da equação (4.38) na equação (4.36), é possível formular um conjunto de inequações lineares que restringe os coeficientes do controlador tais que o sistema em malha fechada tenha seus polos dentro do espaço de raízes do polinômio característico desejado intervalar. Essa condição é ilustrada pela equação (4.39), garantido os requisitos de estabilidade e o desempenho robusto (LORDELO, 2002).

$$\Re(D_{mf}(s)) \subseteq \Re(\Delta_T(s)) \quad (4.39)$$

Onde  $\Re(D_{mf}(s))$  é o conjunto de raízes ou polos do polinômio  $D_{mf}(s)$  e  $\Re(\Delta_T(s))$  é o espaço de raízes da família de polinômios desejados  $\Delta_T(s)$ . Logo, o conjunto de inequações algébricas lineares é representado pela equação (4.40).

$$\begin{aligned} \delta_{n+r}^{T-} &\leq b_n n_r + a_n d_r \leq \delta_{n+r}^{T+} \\ \delta_{n+r-1}^{T-} &\leq b_n n_{r-1} + b_{n-1} n_r + a_n d_{r-1} + a_{n-1} d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\ \delta_{n+r-2}^{T-} &\leq b_{n-2} n_r + b_{n-1} n_{r-1} + b_n n_{r-2} + a_{n-2} d_r + a_{n-1} d_{r-1} + a_n d_{r-2} \leq \delta_{n+r-2}^{T+} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \delta_0^{T-} &\leq b_0 n_0 + a_0 d_0 \leq \delta_0^{T+} \end{aligned} \quad (4.40)$$

Ou, equivalentemente, pela equação (4.41).

$$\begin{bmatrix} \delta_{n+r}^{T-} \\ \delta_{n+r-1}^{T-} \\ \delta_{n+r-2}^{T-} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_0^{T-} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_n n_r + a_n d_r \\ b_n n_{r-1} + b_{n-1} n_r + a_n d_{r-1} + a_{n-1} d_r \\ b_{n-2} n_r + b_{n-1} n_{r-1} + b_n n_{r-2} + a_{n-2} d_r + a_{n-1} d_{r-1} + a_n d_{r-2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b_0 n_0 + a_0 d_0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \delta_{n+r}^{T+} \\ \delta_{n+r-1}^{T+} \\ \delta_{n+r-2}^{T+} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_0^{T+} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Ressalta-se que a equação (4.41) toma a forma padrão da equação (4.42).

$$\begin{array}{ccc}
\left[ \begin{array}{c} \delta_{n+r}^{T-} \\ \delta_{n+r-1}^{T-} \\ \delta_{n+r-2}^{T-} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_0^{T-} \end{array} \right] & \leq & \left[ \begin{array}{c} T_{n+r}(x, p) \\ T_{n+r-1}(x, p) \\ T_{n+r-2}(x, p) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_0(x, p) \end{array} \right] & \leq & \left[ \begin{array}{c} \delta_{n+r}^{T+} \\ \delta_{n+r-1}^{T+} \\ \delta_{n+r-2}^{T+} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_0^{T+} \end{array} \right] \\
\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\delta_i^{T-}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{A(y)x+C(y)} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\delta_i^{T+}}
\end{array} \tag{4.42}$$

Agora, considera-se o caso quando  $G_0(s)$  apresenta coeficientes intervalares, ou seja, quando o sistema fica sujeito às incertezas paramétricas, sendo, portanto, representada por uma família de polinômios característicos, conforme mostra a equação (4.43).

$$\Delta_{G_r}(s) := \left\{ \begin{array}{l} \delta(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0}; a_n \neq 0 \\ \\ b_i^- \leq b_i \leq b_i^+; a_i^- \leq a_i \leq a_i^+ \end{array} \right\} \tag{4.43}$$

Considerando-se que as equações (4.38) e (4.43) apresentam coeficientes intervalares, assume-se que  $\Pi$  e  $\Delta$  sendo politopos que delimitam o espaço desses intervalos, ou seja, o espaço dos parâmetros de  $y$  e  $q$ . Assim, estendendo-se a equação (4.32) para esses coeficientes, tem-se a equação (4.44) como sendo a família de polinômio característicos do sistema em malha fechada, a qual contém o polinômio característico nominal.

$$\Delta_{D_{mf}}(x, y) := \{ \delta(s, x, y) = \delta_{n+r}(x, y) s^{n+r} + \delta_{n+r-1}(x, y) s^{n+r-1} + \dots + \delta_0(x, y) \} \tag{4.44}$$

Nota-se que o objetivo principal desta dissertação é projetar um controlador que satisfaça a condição (4.39). Estendendo-se essa condição para uma planta intervalar, cujo polinômio característico é representando pela equação (4.44), tem-se a condição mostrada na equação (4.45).

$$\Re(\Delta_{D_{mf}}(s)) \subseteq \Re(\Delta_T(s)) \tag{4.45}$$

Onde  $\Re(\cdot)$  denota o espaço de raízes de  $(\cdot)$ . Ou de forma equivalente a condição (4.46).

$$\mathcal{F}(\Delta_{D_{mf}}(s)) \subseteq \mathcal{F}(\Delta_T(s)) \tag{4.46}$$

Onde  $\mathcal{F}(\cdot)$  denota a família de polinômios de  $(\cdot)$ . A equação (4.45) diz que o espaço de raízes da família de polinômios  $\Delta_{D_{mf}}(s)$  deve estar contido no espaço de raízes da família de polinômios  $\Delta_T(s)$ .

Em outras palavras, o objetivo desta técnica é selecionar os parâmetros do vetor  $x$  para que as equações (4.45) e (4.46) sejam satisfeitas. Para isso, constrói-se um conjunto de inequações algébricas lineares a partir dos vértices de  $\Pi$  e  $\Delta$ , mostrada na equação (4.47).

$$\begin{aligned}
& \delta_{n+r}^{T-} \leq b_n^- n_r + a_n^- d_r \leq \delta_{n+r}^{T+} \\
& \delta_{n+r}^{T-} \leq b_n^+ n_r + a_n^- d_r \leq \delta_{n+r}^{T+} \\
& \delta_{n+r}^{T-} \leq b_n^- n_r + a_n^+ d_r \leq \delta_{n+r}^{T+} \\
& \delta_{n+r}^{T-} \leq b_n^+ n_r + a_n^+ d_r \leq \delta_{n+r}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^- d_{r-1} + a_{n-1}^- d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^- n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^- n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_{n+r-1}^{T-} \leq b_n^+ n_{r-1} + b_{n-1}^+ n_r + a_n^+ d_{r-1} + a_{n-1}^+ d_r \leq \delta_{n+r-1}^{T+} \\
& \delta_0^{T-} \leq b_0^- n_0 + a_0^- d_0 \leq \delta_0^{T+} \\
& \delta_0^{T-} \leq b_0^+ n_0 + a_0^- d_0 \leq \delta_0^{T+} \\
& \delta_0^{T-} \leq b_0^- n_0 + a_0^+ d_0 \leq \delta_0^{T+} \\
& \delta_0^{T-} \leq b_0^+ n_0 + a_0^+ d_0 \leq \delta_0^{T+}
\end{aligned} \tag{4.47}$$





Nota-se pela equação (4.48) que o projeto do controle robusto de um sistema intervalar via alocação robusta de polos fornece um problema de programação linear, caracterizado pela combinação convexa de todo o conjunto de inequações algébricas lineares contidas em  $\Pi$  e  $\Delta$ .

Desta forma, a solução deste problema é obtida através da solução da técnica de programação linear. Por isso, a equação (4.48) pode ser reorganizada na forma padrão da equação (4.49).

$$\delta_i^{T-} - C(y) \leq A(y)x \leq \delta_i^{T+} - C(y) \quad (4.49)$$

Ou de forma equivalente a equação (4.50).

$$b_{\min}(y, q) \leq A(y)x \leq b_{\max}(y, q) \quad (4.50)$$

Onde a matriz  $A(y)$  representa a dinâmica do sistema;  $x$  é o vetor com os parâmetros do controlador projetado;  $b_{\min}(y, q)$  e  $b_{\max}(y, q)$  representam, respectivamente, os vértices inferiores e superiores do problema que contém os parâmetros de  $y$  e  $q$ .

Com isso, adotando-se a teoria de controle robusto e usando-se a técnica de programação linear associada ao teorema de Chebyshev, descritos no capítulo 4, calcula-se os parâmetros do controlador robusto  $C(s)$ , segundo a equação (4.51).

$$\text{Maximize } F(x, R)$$

$$\text{Sujeito à} \quad (4.51)$$

$$A_i(y)x + \|a\|R \leq b_i$$

$$\text{Tal que: } \left\{ A_c = \begin{bmatrix} A_i(y) & \|a\| \\ -A_i(y) & \|a\| \\ 0_{1 \times i} & -1 \end{bmatrix}, \quad b_i = \begin{bmatrix} b_{\max}(y, q) \\ -b_{\min}(y, q) \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} b_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad x_c = \begin{bmatrix} x \\ R \end{bmatrix} \right.$$

Onde  $F(x, R)$  é uma função linear arbitrária em  $x$  e em  $R$ ,  $x$  é o vetor com as variáveis do controlador a serem otimizadas, consideradas o centro de Chebyshev, e  $R$  representa o raio de Chebyshev. A matriz  $A_i(y)$  é equivalente à matriz  $A(y)$  e  $\|a\|$  é a norma euclidiana dos elementos de  $A_i(y)$ .

#### 4.4. Conclusão

Este capítulo mostrou alguns conceitos teóricos e matemáticos da teoria de controle robusto, bem como da técnica de alocação de polos em malha fechada. Além disso, mostrou que quando a planta apresenta parâmetros intervalares e o polinômio desejado é representado por uma região  $D$ , usa-se a técnica de alocação robusta de polos para o projeto de controladores robustos.

Foi visto também que quando o sistema é intervalar gerando uma família de polinômios característicos, é impraticável analisar a estabilidade do sistema através da análise de estabilidade de toda a família de polinômios, visto que esta família é constituída por um número infinito de polinômios. Para isso, foi proposta como solução o teorema de Kharitonov como ferramenta para realizar o teste de estabilidade robusta de sistemas com parâmetros intervalares.

O teorema de Kharitonov se torna viável porque sua formulação matemática para teste de estabilidade envolve, entre os infinitos polinômios que compõem o sistema intervalar, apenas 4 polinômios com parâmetros conhecidos, que são traduzidos em vértices de um retângulo, chamado de Retângulo de Kharitonov, permitindo assim, uma análise gráfica da estabilidade robusta do sistema intervalar.

Além disso, notou-se que quando o controle robusto do sistema intervalar é feito via alocação robusta de polos, tem-se um problema de otimização convexa, caracterizado pela combinação convexa de todo o conjunto de inequações algébricas lineares, formando os vértices de um politopo de soluções.

Portanto, a solução desse problema é obtida através da solução da técnica de programação linear associada ao teorema de Chebyshev, que permite calcular os parâmetros do controlador, definidos como o centro da maior esfera de raio  $R$  contida no politopo, na qual está contido todo o conjunto de restrições impostas ao controlador, ou seja, onde as propriedades de estabilidade e desempenho robustos são mantidas.

## CAPÍTULO 5

### PROJETO DE ESTABILIZADORES DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

#### 5.1. Introdução

Neste capítulo é desenvolvido o projeto de um estabilizador robusto de sistemas de potência usando a técnica proposta no capítulo anterior. Para verificar o desempenho robusto desta técnica, torna-se necessário primeiramente projetar um ESP convencional para fins de comparação. O ESP convencional é projetado através da técnica de alocação de polos via Equação Diofantina.

Em projeto de controladores robustos, o Raio de Chebyshev serve como medida quantitativa da margem de estabilidade paramétrica para o sistema de controle, além de servir como medida do desempenho robusto do sistema controlado, onde as propriedades de estabilidade e desempenho robustos são mantidas.

#### 5.2. Projeto do ESP convencional

##### 5.2.1. Dados do projeto

Para o projeto do ESP convencional, os parâmetros do SMBI são considerados nominais, ou seja, não intervalares. Com isso, a Tabela 5.1, Tabela 5.2, Tabela 5.3 e Tabela 5.4 mostram, respectivamente, o ponto de operação nominal do sistema externo, os dados nominais da linha de transmissão e do transformador, os dados nominais do RAT e os dados nominais do gerador, ambos em pu.

Tabela 5.1 – Ponto de operação nominal do sistema externo

$P_0(pu)$	$Q_0(pu)$	$V_\infty(pu)$
0.70	0.00	1.00

Tabela 5.2 – Dados nominais da linha de transmissão e do transformador

$X_{LT}(pu)$	$R_{LT}(pu)$	$X_T(pu)$	$R_T(pu)$
0.40	0.00	0.15	0.00

Tabela 5.3 – Dados nominais do RAT

$K_a$	$T_a(seg)$
100	0.00

Tabela 5.4 – Dados nominais do gerador

$R_a(pu)$	$X_d(pu)$	$X_q(pu)$	$X_d'(pu)$	$T'_{do}(seg)$	$H(seg)$	$D_0$
0.00	1.2	0.7	0.3	6.0	2.0	0.013333

As especificações de desempenho desejado para o sistema máquina barra infinita que caracterizam o polinômio característico desejado são mostradas na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Especificações de desempenho desejado nominal

$\xi_d$	$\omega_n$
0.20	$\sqrt{\frac{\omega_0}{2H}} K_1$

Em que  $\xi_d$  é o fator de amortecimento do sistema;  $\omega_n$  é a frequência natural ou frequência própria do sistema;  $K_1$  é calculado pela equação (2.17), conforme SAUER & PAI (1998),  $\omega_0 = 2\pi f$  é a frequência angular ou velocidade angular natural da rede externa (medida em radianos por segundo),  $f = 60 Hz$  é a frequência normal da rede externa (medida em hertz). Com essas especificações, o objetivo do controlador é ampliar o amortecimento do modo oscilatório dominante.

### 5.2.2. Alocação de polos via Equação Diofantina

Para o projeto do ESP convencional, considera-se que o gerador irá operar suprindo potência ativa  $P_0 = 0,7 pu$ , mantendo  $Q_0 = 0,0 pu$ . Dessa forma, usando-se a equação (2.26) para representar a função de transferência nominal do SMBI e os valores da Tabela 5.1 à Tabela 5.5, tem-se a equação (5.1), que representa a função de transferência do sistema máquina barra infinita na forma nominal.

$$\frac{\Delta v}{\Delta V_{ref}} = \frac{-3.409 s}{s^3 + 11.58 s^2 + 97.81 s + 981.9} \quad (5.1)$$

O objetivo nesta seção é projetar um ESP convencional com função de transferência da equação (5.2), tal que o polinômio desejado em malha fechada seja da forma da equação (5.3).

$$ESP(s) = \frac{n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \quad (5.2)$$

$$\delta_T^0(s) = (s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)(s + a)^3 \quad (5.3)$$

Onde  $a = 5 * \omega_n$  representa um polo não dominante, cuja característica não influencia no comportamento do sistema. Resolvendo a equação (5.3), tem-se a equação (5.4).

$$\delta_T^0(s) = s^5 + \delta_4^0 s^4 + \delta_3^0 s^3 + \delta_2^0 s^2 + \delta_1^0 s + \delta_0^0 \quad (5.4)$$

Onde:

$$\delta_4^0 = 3a + 2\xi_d \omega_n \quad (5.5)$$

$$\delta_3^0 = 3a^2 + 6a\xi_d \omega_n + \omega_n^2 \quad (5.6)$$

$$\delta_2^0 = a^3 + 6\xi_d \omega_n a^2 + 3a\omega_n^2 \quad (5.7)$$

$$\delta_1^0 = 2\xi_d \omega_n a^3 + 3a^2 \omega_n^2 \quad (5.8)$$

$$\delta_0^0 = a^3 \omega_n^2 \quad (5.9)$$

Assim, substituindo os valores  $\xi_d$  e  $\omega_n$  nas equações (5.5) à (5.9), temos o polinômio desejado nominal, conforme ilustra a equação (5.10).

$$\delta_T^0(s) = s^5 + 141.8 s^4 + 6957 s^3 + 132800 s^2 + 899600 s + 8286000 \quad (5.10)$$

Utilizando a técnica de alocação de polos via equação Diofantina, como mostra equação (4.36), desenvolvida no capítulo anterior, projeta-se o ESP convencional. Para um tratamento completo sobre alocação de polos via equação Diofantina, mais detalhes são apresentados em Lordelo (2014).

Para determinar os parâmetros do controlador convencional através da solução da equação Diofantina, transforma-se a equação (4.37) na equação (5.11), substituindo os valores dos parâmetros de A e b.

$$x = A^{-1}b \quad (5.11)$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11.58 & 1 & 0 \\ -3.409 & 0 & 0 & 97.81 & 11.58 & 1 \\ 0 & -3.409 & 0 & 981.9 & 97.81 & 11.58 \\ 0 & 0 & -3.409 & 0 & 981.9 & 97.81 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 981.9 \end{bmatrix} \in R^{6 \times 6}$$

$$x = [n_2 \quad n_1 \quad n_0 \quad d_2 \quad d_1 \quad d_0]^T \in R^6$$

$$b = [1 \quad 141.8 \quad 6957 \quad 132800 \quad 899600 \quad 8286000]^T \in R^6$$

Com isso, através do software MATLAB, determinam-se os parâmetros do ESP convencional, cuja função de transferência é representada pela equação (5.12).

$$ESP(S)_{convencional} = \frac{906s^2 - 9575s + 15730}{s^2 + 130.3s + 8439} \quad (5.12)$$

### 5.3. Projeto do ESP robusto

Para o projeto do ESP robusto, considera-se que a potência mecânica da máquina tenha uma variação de 10% em seu valor nominal, operando com potências ativas na faixa  $P_0 = [0.63, 0.77]$ pu, mantendo  $Q_0 = 0.0$ pu. Dessa forma, a equação (2.26) que representa a função de transferência do SMBI assume a forma intervalar, conforme mostra equação (5.13).

$$\frac{\Delta v}{\Delta V_{ref}} = \frac{[b_1^-, b_1^+]s}{[a_3^-, a_3^+]s^3 + [a_2^-, a_2^+]s^2 + [a_1^-, a_1^+]s + [a_0^-, a_0^+]} \quad (5.13)$$

Onde:

$$b_1 \in [-3.748, -3.262] \quad (5.14)$$

$$a_3 \in [11.37, 11.62] \quad (5.15)$$

$$a_2 \in [11.37, 11.62] \quad (5.15)$$

$$a_1 \in [94.61, 95.35] \quad (5.16)$$

$$a_0 \in [949.2, 955.3] \quad (5.17)$$

Para garantir a robustez do controlador projetado frente às incertezas do SMBI, considera-se que o fator de amortecimento e a frequência natural variam na faixa de valores mostrada na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Região de desempenho desejada

$\xi_d$	$\omega_n$
[0.15,0.25]	$\left[ \sqrt{\frac{\omega_0}{2H} K_1^-}, \sqrt{\frac{\omega_0}{2H} K_1^+} \right]$

Onde  $K_1^-$  e  $K_1^+$  referem-se aos valores mínimos e máximos de  $K_1$ . Para o projeto do ESP robusto, pretende-se obter um controlador de realimentação a parâmetros fixos, cuja função de transferência é mostrada na equação (5.2), que robustamente D-estabilize o sistema em malha fechada, ou seja, que a equação (5.13) satisfaça as especificações de desempenho desejado dadas na Tabela 5.6, cuja função de transferência é mostrada na equação (5.18).

$$\Delta_T(s) := \left\{ \delta_T(s) = s^5 + \delta_4^T s^4 + \delta_3^T s^3 + \delta_2^T s^2 + \delta_1^T s + \delta_0^T \right\} \quad (5.18)$$

Onde

$$\delta_4^T \in [100.2; 101.8] \quad (5.19)$$

$$\delta_3^T \in [3451; 3605] \quad (5.20)$$

$$\delta_2^T \in [45610; 50350] \quad (5.21)$$

$$\delta_1^T \in [206700; 256200] \quad (5.22)$$

$$\delta_0^T \in [1504000; 1531000] \quad (5.23)$$

Ressalta-se que  $\Delta_T(s)$  representa uma família de polinômios desejados e delimita a região D-estabilidade para a alocação robusta dos polos do sistema da equação (5.13). Desta forma, para fins de projeto, considere as equações (5.24), (5.25) e (5.26) sendo, respectivamente, o vetor de parâmetros do controlador, do sistema intervalar e do polinômio desejado intervalar.

$$x := [d_1 \quad d_0 \quad n_2 \quad n_1 \quad n_0] \quad (5.24)$$

$$y := [a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0 \quad b_1] \quad (5.25)$$



$$q := [\delta_4^T \quad \delta_3^T \quad \delta_2^T \quad \delta_1^T \quad \delta_0^T] \quad (5.26)$$

Considere também  $\Pi$  e  $\Delta$  como sendo politopos que delimitam o espaço de parâmetros  $y$  e  $q$ , respectivamente. Neste sentido, a família de polinômio característicos do sistema em malha fechada é representada pela equação (5.24).

$$\Delta_{D_{mf}}(x, y) := \{\delta(s, x, y) = s^5 + \delta_4(x, y)s^4 + \delta_3(x, y)s^3 + \delta_2(x, y)s^2 + \delta_1(x, y)s + \delta_0(x, y)\} \quad (5.24)$$

Ou de forma equivalente,

$$\delta(s) = s^5 + \delta_4 s^4 + \delta_3 s^3 + \delta_2 s^2 + \delta_1 s + \delta_0 \quad (5.24)$$

Onde

$$\delta_4 = d_1 + \frac{a_2}{a_3} \quad (5.25)$$

$$\delta_3 = \frac{b_1}{a_3} n_2 + d_0 + \frac{a_2}{a_3} d_1 + \frac{a_2}{a_3} \quad (5.26)$$

$$\delta_2 = \frac{b_1}{a_3} n_1 + \frac{a_2}{a_3} d_0 + \frac{a_1}{a_3} d_1 + \frac{a_0}{a_3} \quad (5.27)$$

$$\delta_1 = \frac{b_1}{a_3} n_0 + \frac{a_1}{a_3} d_0 + \frac{a_0}{a_3} d_1 \quad (5.28)$$

$$\delta_0 = \frac{a_0}{a_3} d_0 \quad (5.29)$$

Nota-se que o objetivo principal desta dissertação é projetar um controlador para o SMBI dado na equação (5.13) que satisfaça as equações (4.45) e (4.46). Para isto, a partir da equação (4.47), constrói-se um conjunto de inequações algébricas lineares a partir dos vértices de  $\Pi$  e  $\Delta$ , como mostra a equação (5.30).

$$\begin{bmatrix} \delta_4^{T-} \\ \delta_3^{T-} \\ \delta_2^{T-} \\ \delta_1^{T-} \\ \delta_0^{T-} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \delta_4(x, y) \\ \delta_3(x, y) \\ \delta_2(x, y) \\ \delta_1(x, y) \\ \delta_0(x, y) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \delta_4^{T+} \\ \delta_3^{T+} \\ \delta_2^{T+} \\ \delta_1^{T+} \\ \delta_0^{T+} \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Reorganizando a equação (5.30) de acordo com a equação (4.49), tem-se a equação (5.31).

$$\begin{bmatrix} \delta_4^{T-} \\ \delta_3^{T-} \\ \delta_2^{T-} \\ \delta_1^{T-} \\ \delta_0^{T-} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{a_2}{a_3} & 1 & \frac{b_1}{a_3} & 0 & 0 \\ \frac{a_1}{a_3} & \frac{a_2}{a_3} & 0 & \frac{b_1}{a_3} & 0 \\ \frac{a_0}{a_3} & \frac{a_1}{a_3} & 0 & 0 & \frac{b_1}{a_3} \\ 0 & a_0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_0 \\ n_2 \\ n_1 \\ n_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{a_2}{a_3} \\ \frac{a_1}{a_3} \\ \frac{a_0}{a_3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \delta_4^{T+} \\ \delta_3^{T+} \\ \delta_2^{T+} \\ \delta_1^{T+} \\ \delta_0^{T+} \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

Para fins de projeto, a equação (5.31) toma a forma padrão da equação (5.55), fazendo a combinação convexa para todo  $b_i^- \leq b_i \leq b_i^+$ ,  $a_i^- \leq a_i \leq a_i^+$  e  $\delta_i^{T-} \leq \delta_i \leq \delta_i^{T+}$ , como mostra a equação (5.32).



Portanto, aplicando a equação (4.51) e utilizando o software MATLAB, são determinados os parâmetros do ESP robusto, cuja função de transferência é representada pela equação (5.33).

$$ESP(s)_{robusto} = \frac{658.6 s^2 - 8233s + 4766}{s^2 + 59.17s + 8392} \quad (5.33)$$

#### 5.4. Conclusão

Este capítulo apresentou dois estabilizadores de sistemas de potência, um projetado por uma técnica convencional baseada em alocação de polos, usando equação Diofantina, e outro projetado pela técnica de controle robusto, desenvolvida no capítulo anterior. O controlador convencional foi projetado para fins de comparação de desempenho com o controlador robusto.

O projeto do controlador convencional não levou em consideração as incertezas presentes nos parâmetros do sistema, além disso, admitiu-se como especificações de desempenho desejado, um polinômio característico desejado com valores nominais, ou seja, não intervalares.

Por outro lado, o projeto do controlador robusto levou em consideração as incertezas presentes no sistema, o que possibilitou a formulação de um problema de programação linear, cujas inequações algébricas lineares delimitam uma região convexa, descrevendo um politopo de polinômios. Além disso, essa formulação permitiu o uso do Teorema de Chebyshev, através do qual foram calculados os parâmetros do controlador.

Portanto, a técnica de controle robusto associada a uma formulação de programação linear permite projetar controladores com parâmetros robustos, quando existem, que otimizam o desempenho do sistema elétrico dentro de uma região desejado, para a qual se faz a alocação robusta dos polos deste sistema em malha fechada.

## CAPÍTULO 6

### RESULTADOS E SIMULAÇÕES

#### 6.1. Introdução

Uma característica desejável ao projeto de controladores robustos é obter um controlador robusto que forneça um sinal de controle que minimize as variações no esforço de controle, preservando a vida útil dos atuadores. Entende-se por esforço de controle a quantidade de energia necessária para o controle do sistema, ou seja, o esforço sobre os elementos atuadores, visto que, fisicamente falando, a saída do controlador é, geralmente, um sinal que excita um atuador, resultando em um gasto de energia.

Além disso, o controlador robusto deve possibilitar a minimização de uma função custo de forma a obter uma ação de controle que garanta índices de desempenho adequados aos sistemas elétricos e ao controlador frente às situações adversas, como perturbações, mudança no ponto de operação, etc, visto que controladores possuem limitações na amplitude ou na energia disponível para o sinal de controle, não podendo atingir especificações de desempenho muito exigente em relação à resposta dinâmica do sistema.

Assim, a função custo permite calcular o índice de desempenho do sinal de controle dos controladores e do sinal de saída do sistema e deve apresentar o menor valor possível, indicando, para o primeiro, um menor esforço de controle sobre os elementos atuadores, com menor gasto de energia, e, para o segundo, uma menor variação do sinal de saída em relação ao valor de referência, indicando características não oscilatórias do sistema.

Portanto, com base nessas informações, são feitos alguns testes computacionais para avaliar os resultados e as vantagens dos controladores robustos, cuja análise é feita através do índice de desempenho do sinal de saída do sistema e do controlador robusto em relação ao desempenho do controlador convencional. Para isso, é feita uma análise da estabilidade do sistema com o ESP robusto através do teorema de Kharitonov.

## 6.2. Análise da estabilidade do sistema através do Teorema de Kharitonov

A análise da estabilidade do SMBI com a atuação do ESP robusto foi feita através da análise da estabilidade dos quatro polinômios de Kharitonov, ilustrados nas equações (6.1) à (6.4), cujas raízes encontram-se na Tabela 6.1.

$$K_1 = s^5 + 70.63 s^4 + 7098s^3 + 133000s^2 + 899000s + 8207000 \quad (6.1)$$

$$K_2 = s^5 + 70.87s^4 + 6762s^3 + 131000s^2 + 891300s + 8273000 \quad (6.2)$$

$$K_3 = s^5 + 70.87s^4 + 7098s^3 + 131000s^2 + 890000s + 8273000 \quad (6.3)$$

$$K_4 = s^5 + 70.63s^4 + 6762s^3 + 133000s^2 + 891300s + 8207000 \quad (6.4)$$

Tabela 6.1 – Raízes dos polinômios de Kharitonov

$K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$
-24.77+72.79i	-24.39+70.29i	-25.08+72.73i	-24.06+70.37i
-24.77 -72.79i	-24.39-70.29i	-25.08-72.73i	-24.06-70.37i
-17.59	-18.46	-17.28	-18.80
-1.748 + 8.709i	-1.810+8.812	-1.711+ 8.828i	-1.842+ 8.689i
-1.748 - 8.709i	-1.810- 8.812	-1.711- 8.828i	-1.842- 8.689i

Através dos dados da Tabela 6.1, nota-se que os quatro polinômios de Kharitonov são estáveis. Neste contexto, segundo o teorema de Kharitonov, a família de polinômios característicos do sistema intervalar é estável com a atuação do ESP robusto. Logo, a estabilidade do sistema com esse controlador permite a realização de testes computacionais para avaliar a robustez da estabilidade e do desempenho do sistema com controlador robusto em relação ao controlador convencional.

## 6.3. Avaliação de desempenho do sistema máquina barra infinita

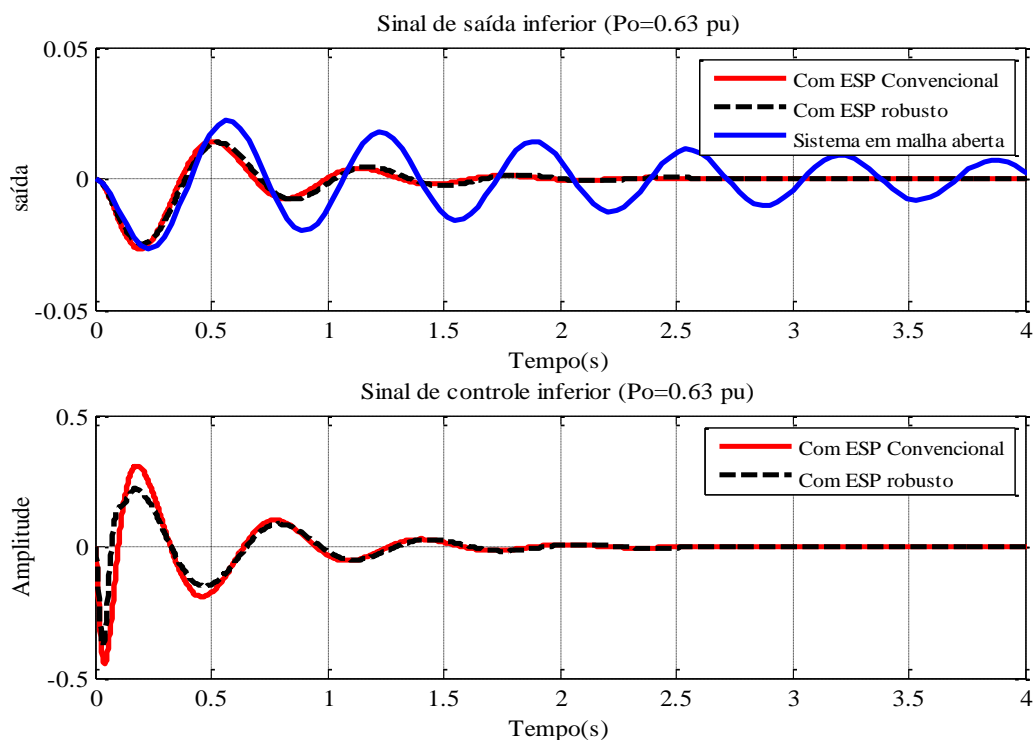
A avaliação de desempenho do sistema com a atuação do ESP robusto e ESP convencional é realizada através de testes computacionais. Para isto, utiliza-se um politopo com três vértices referentes aos três pontos de operação da máquina, ou seja,  $P_0 = [0,63; 0,77]$  pu, que corresponde a uma variação de 10% na potência mecânica da máquina,

mantendo  $Q_0 = 0,0$  pu, em todos os testes realizados. O vértice utilizado como condição de operação nominal é considerado o centro do intervalo.

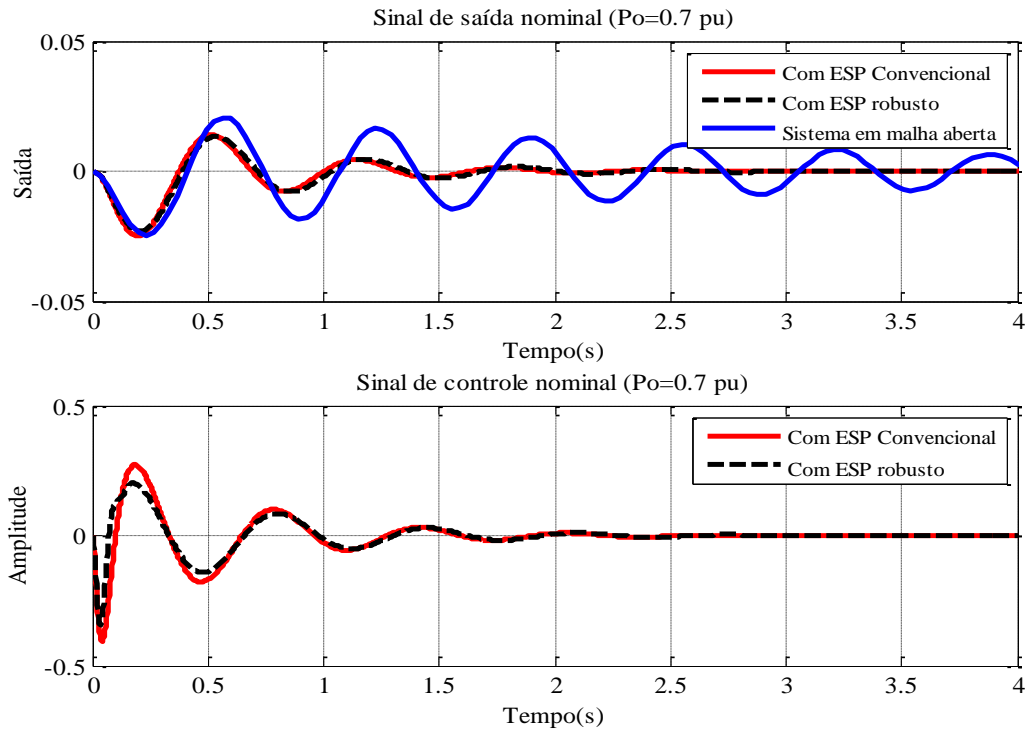
Os testes computacionais foram realizados aplicando-se um sinal do tipo degrau unitário na entrada do sistema. Com isso, foram feitos testes com o sistema em malha fechada com ESP robusto e com ESP convencional sem perturbação, com perturbação e com variação no ponto de operação do sistema. Ressalta-se que a saída do sistema é a variação da velocidade angular ( $\Delta\omega$ ).

### 6.3.1. Sem perturbação

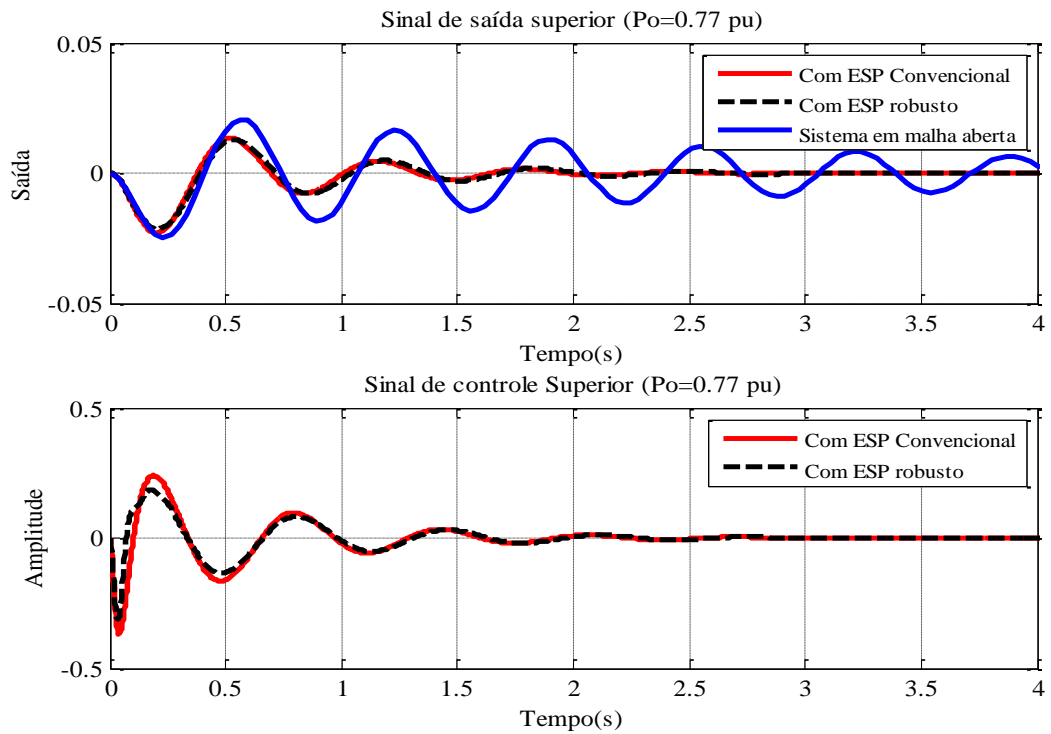
A Figura 1 apresenta o desempenho dinâmico do sinal de saída do SMBI sem perturbação, em malha aberta, em malha fechada com ESP convencional e ESP robusto, e do sinal de controle para os dois controladores para os três pontos de operação do sistema.



a) Condição de operação inferior



b) Condição de operação Nominal



c) Condição de operação superior

**Figura 6.1- Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma variação de 10% na potência mecânica da máquina**

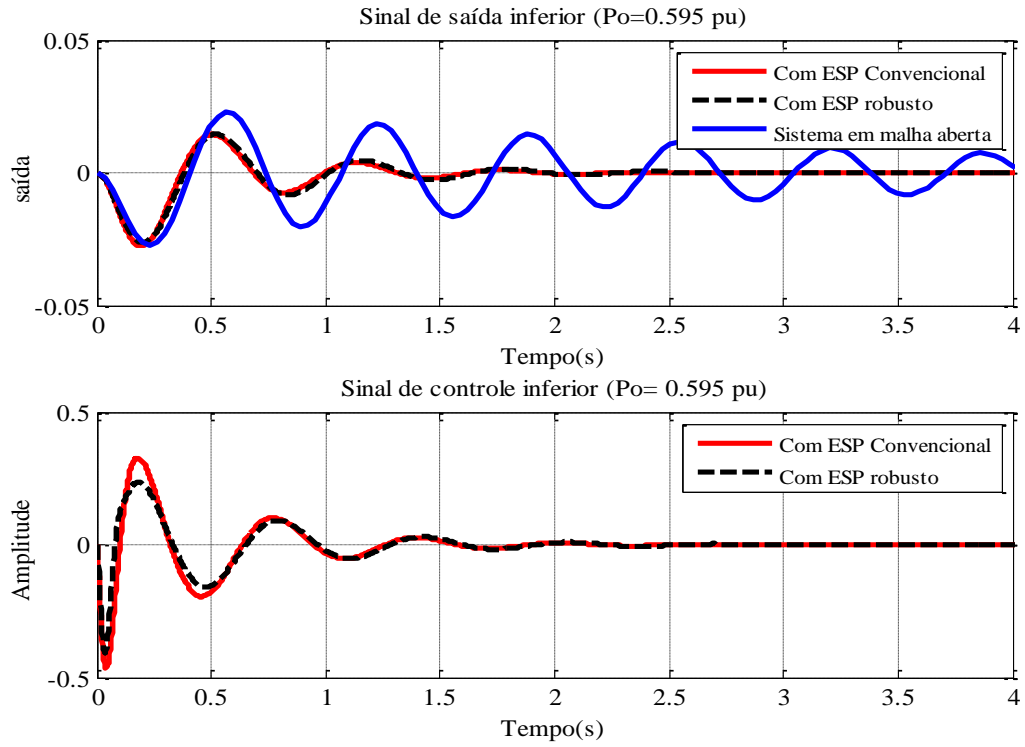


Observa-se na Figura 6.1 que, nas três condições de operação, o sistema em malha aberta apresenta modos pouco amortecidos, o que justifica as grandes oscilações apresentadas na curva em azul. Com a introdução do ESP convencional e ESP robusto, o sistema apresentou amortecimento dessas oscilações, atendendo as especificações de desempenho do sistema.

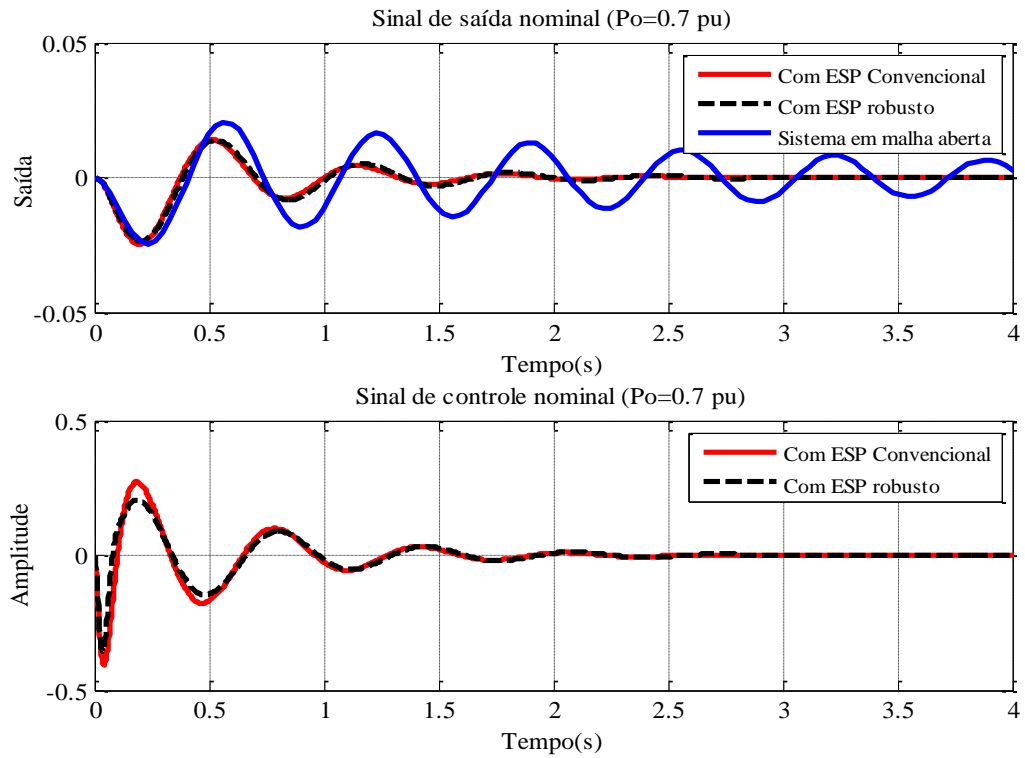
Nota-se ainda, para as três condições de operação, que, embora as saídas do sistema em malha fechada, com ESP robusto e com ESP convencional, não apresentem diferenças substanciais, o esforço de controle do ESP robusto foi ligeiramente menor quando comparado ao ESP convencional, significando que é necessário um menor sinal de controle chegando ao atuador para o amortecimento das oscilações com a atuação do ESP robusto.

Agora, para avaliar melhor as vantagens e o bom desempenho de controladores robustos projetados pela técnica desenvolvida, aumenta-se o intervalo de incertezas do sistema, o que corresponde a aumentar a família intervalar de polinômios característicos. Com isso, considera-se que a potência mecânica da máquina tenha um intervalo de incertezas de 15% em relação ao seu valor nominal, ou seja, a máquina opera fornecendo potências ativas na faixa  $P_0 = [0,595 ; 0,805]$ pu, mantendo  $Q_0 = 0,0$  pu.

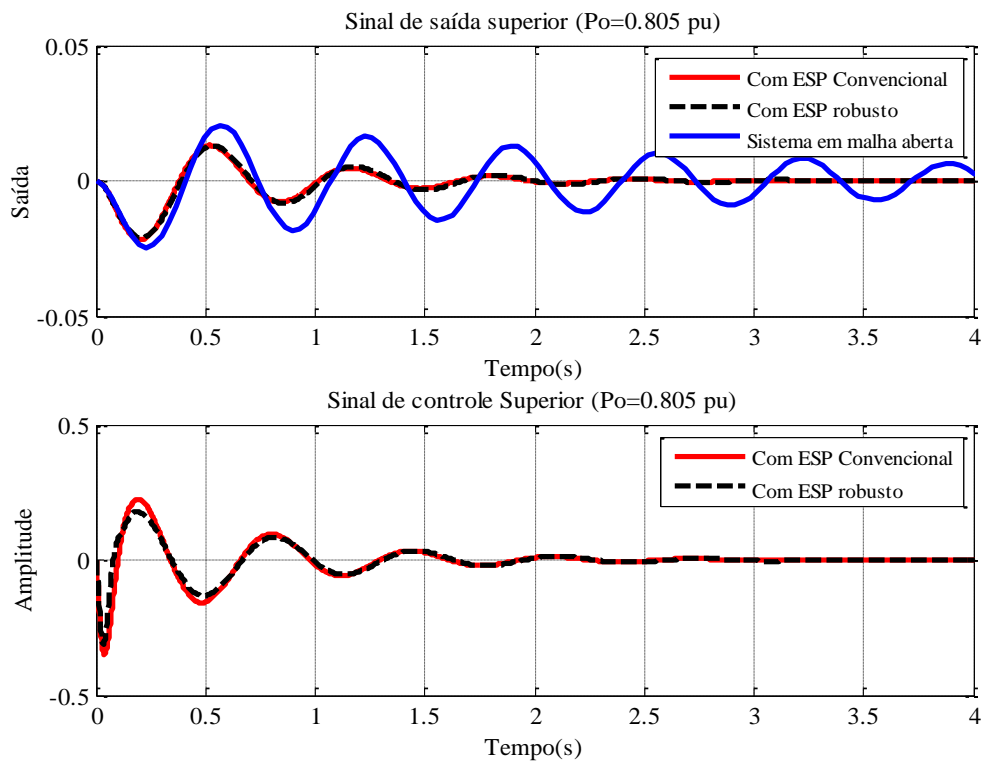
Os resultados obtidos para uma variação de 15% no intervalo de incertezas podem ser vistos na Figura 6.2, que representa o desempenho dinâmico da saída do sistema sem perturbação, em malha aberta, malha fechada com ESP robusto e com ESP convencional, e do sinal de controle dos dois controladores para os três pontos de operação do sistema.



a) Condição de operação inferior



b) Condição de operação Nominal



c) Condição de operação superior

**Figura 6.2- Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma variação de 15% na potência mecânica da máquina**

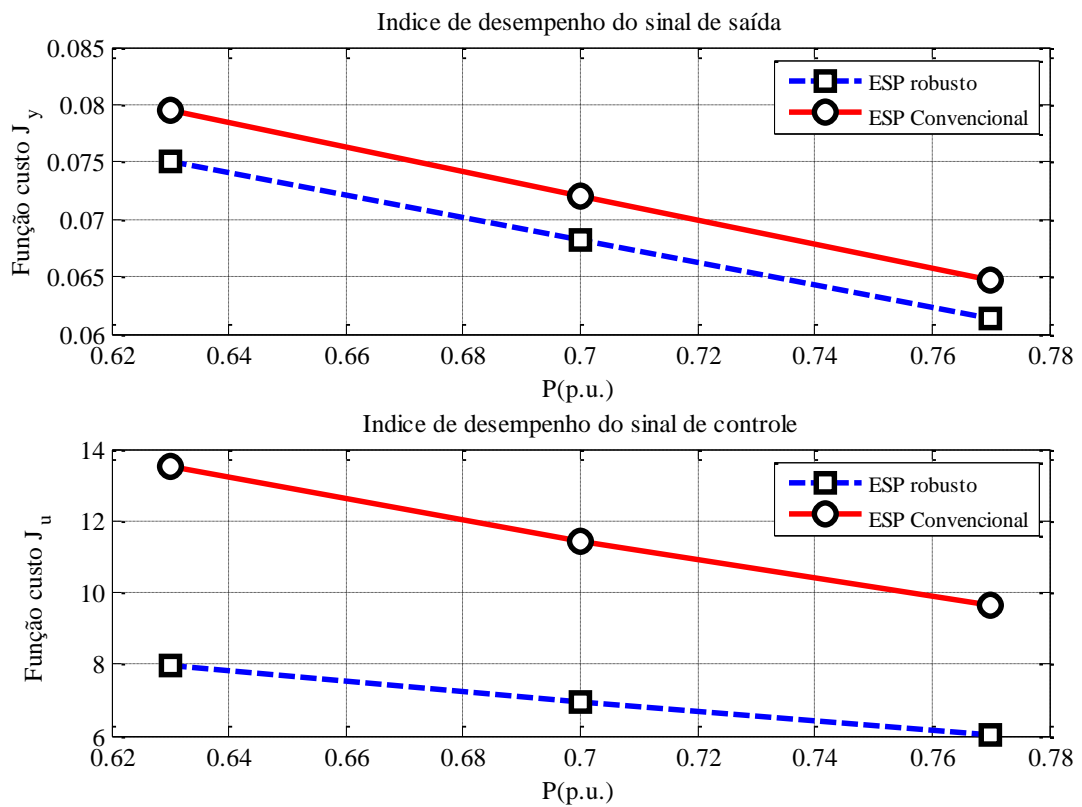
A partir da Figura 6.2, nota-se que, para uma variação maior no intervalo de incertezas do sistema, o controlador robusto projetado ainda consegue amortecer as oscilações eletromecânicas, fornecendo uma resposta na saída do sistema igual à resposta do sistema com ESP convencional. Por outro lado, o esforço de controle do ESP robusto ainda continuou ligeiramente menor em relação ao ESP convencional, mostrando que o controlador robusto consegue fornecer um desempenho robusto ao sistema para incertezas maiores em seus parâmetros.

Ainda, com base no sinal de saída do sistema e no sinal de controle, foi feita a análise dos índices de desempenho do sistema e dos dois controladores, além do custo benefício desses controladores, para as três situações de carga, através da função ISE (“Integral Square Error”), no domínio discreto, conforme a equação (6.5).

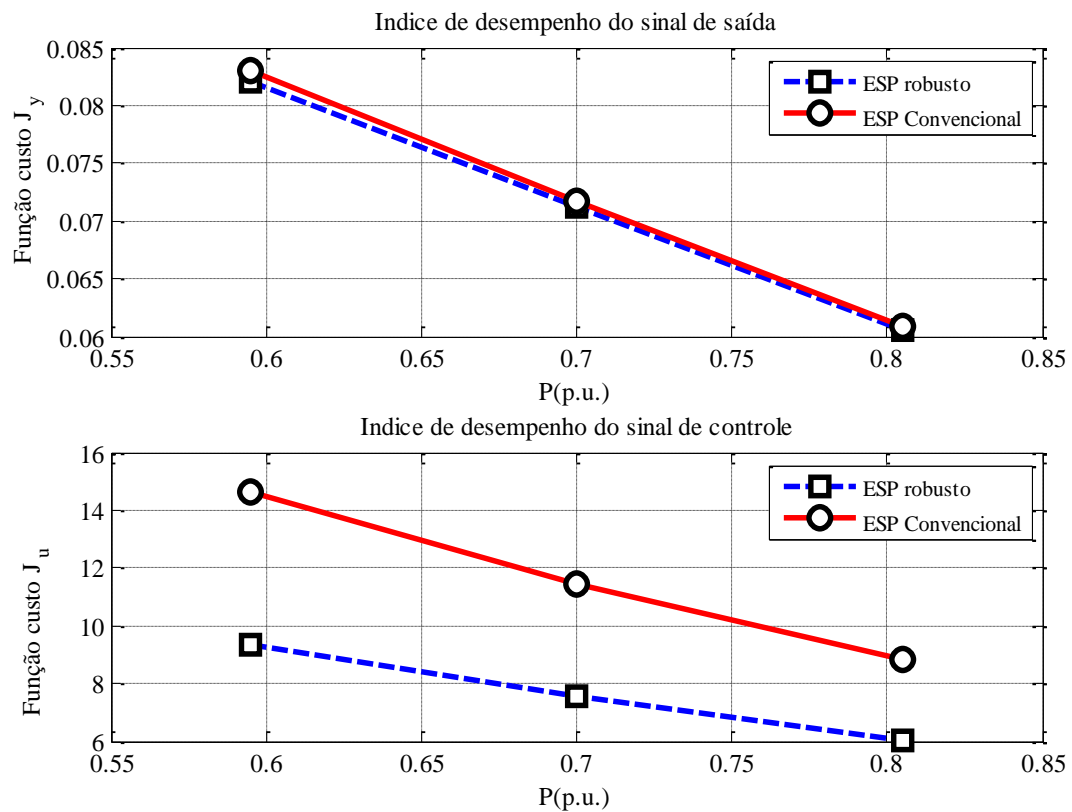
$$J_{ise} = \sum_0^t e(t)^2 \quad (6.5)$$

A função ISE é uma função custo que integra, ou melhor, realiza o somatório do quadrado do erro  $e(t)$  no tempo e permite realizar a avaliação dos índices de desempenho de controladores e de sistema para várias condições de operação.

Essa análise foi feita para variações de 10% e 15% na potência mecânica da máquina. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 6.3, que apresenta o índice de desempenho do sinal de saída do sistema e do sinal de controle para os três pontos de operação.



a) Para uma variação de **10%** na potência da máquina



b) Para uma variação de **15%** na potência da máquina

**Figura 6.3- Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle**

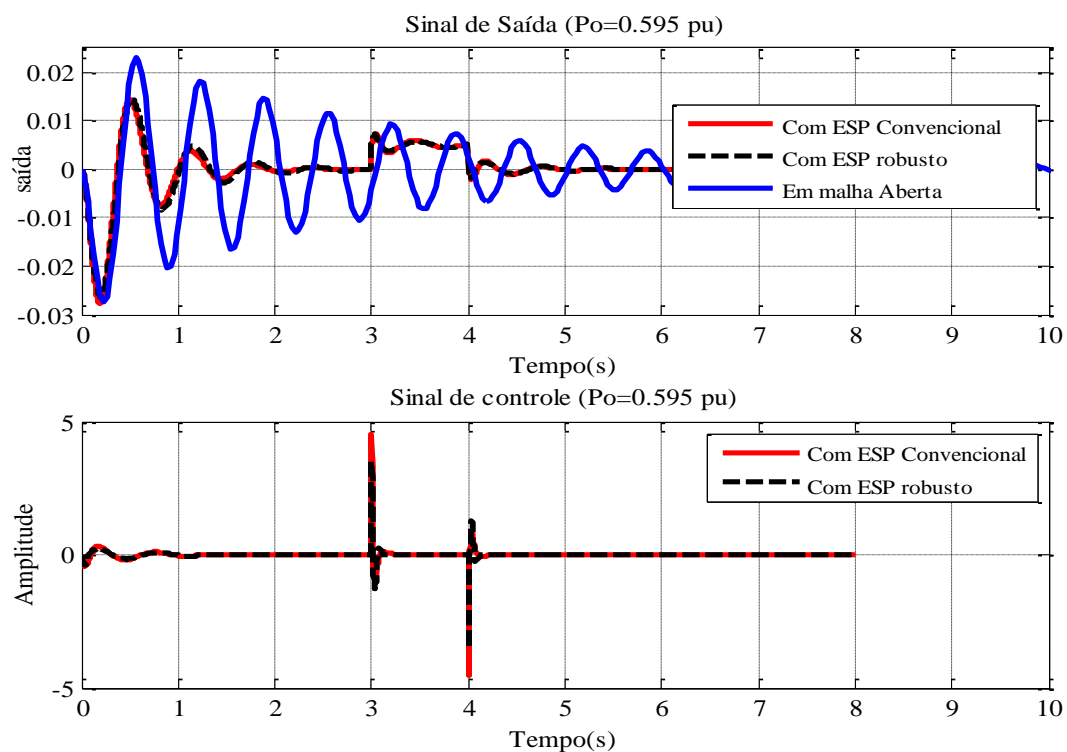
A Figura 6.3 mostra que, para uma variação 10% na potência da máquina, o valor do ISE para o sinal de saída do sistema e para o sinal de controle é menor para o ESP robusto em relação ao ESP convencional, em toda a faixa de operação. Para uma variação de 15%, o valor do ISE para o sinal de saída do sistema com ESP robusto é ligeiramente menor em relação ao ESP convencional, em toda a faixa de operação, mas o valor do ISE para o sinal de controle do ESP robusto é menor em relação ao ESP convencional.

Assim, esses resultados mostram que o ESP robusto fornece um melhor índice de desempenho no amortecimento das oscilações eletromecânica do sistema, uma vez que é necessário um menor sinal de controle e, conseqüentemente, um menor esforço de controle nas duas situações de carga, o que significa que em longo prazo, o ESP robusto pode reduzir custos com desgastes naturais a que estes sistemas são submetidos, ou melhor, redução no consumo de energia.

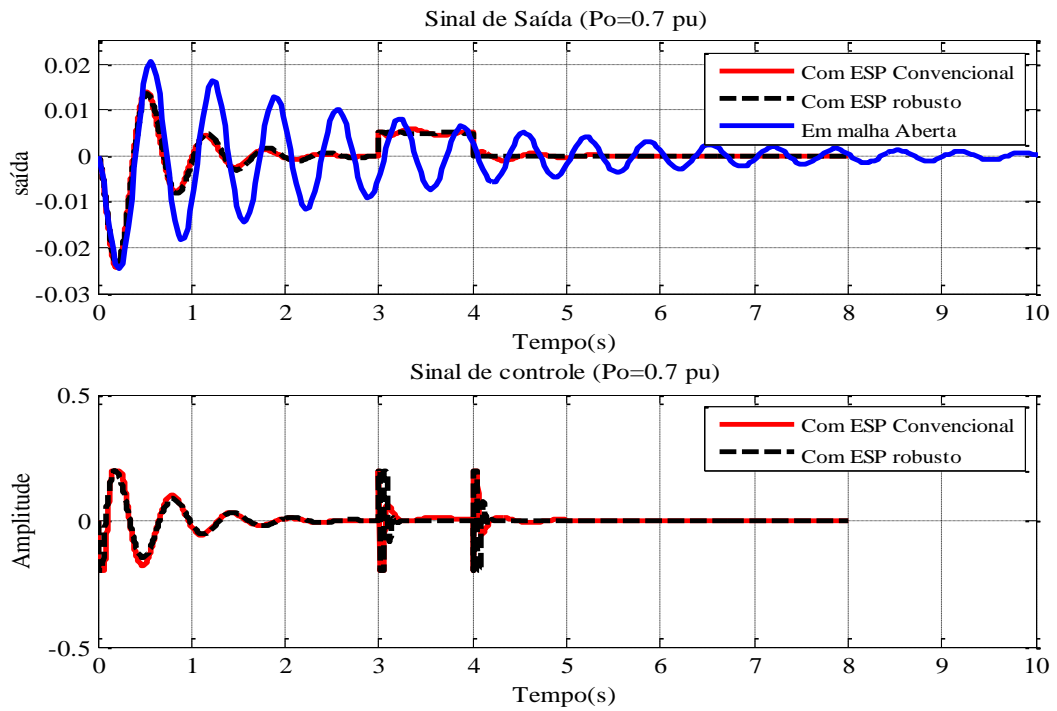
### 6.3.2. Com perturbação

Para analisar o desempenho dinâmico do sistema e o sinal de controle com a atuação dos dois controladores em condições de operação adversas, aplicam-se duas perturbações do tipo degrau na saída do sistema, com amplitudes diferentes e crescentes, a fim de verificar o desempenho dos dois controladores nessas condições. A perturbação foi aplicada no tempo  $t_i = 3$  s e eliminada no tempo  $t_f = 4$  s para fins de comparação de desempenho dos controladores. Para isso, considerou-se uma variação de 15% na potência mecânica da máquina.

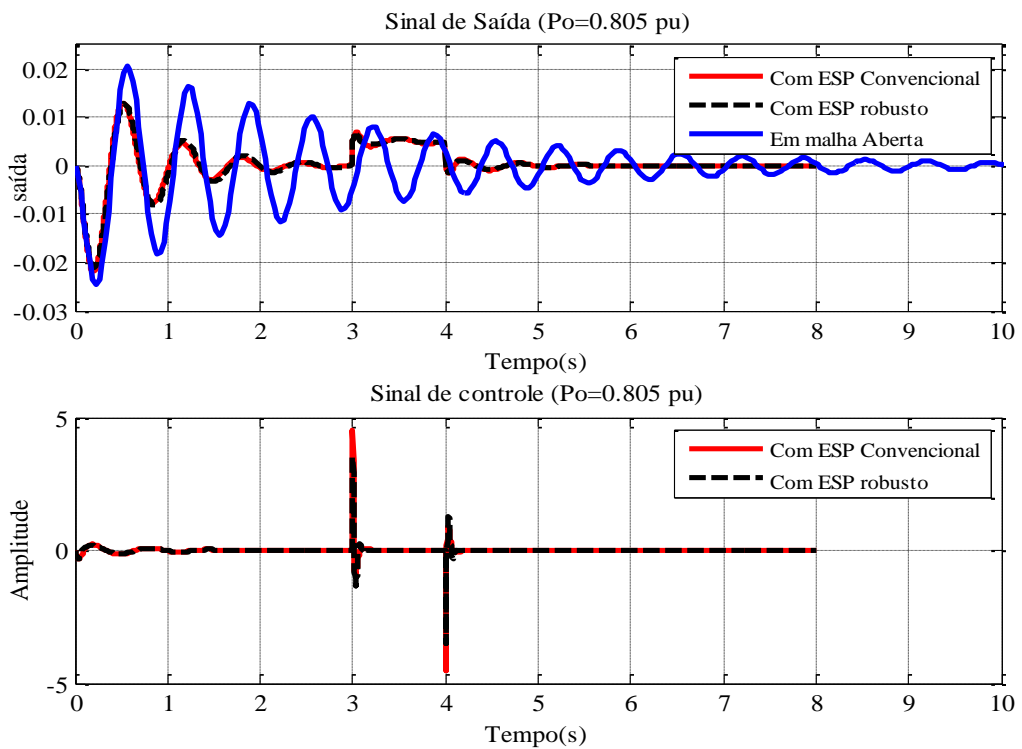
Os resultados obtidos para uma perturbação do tipo degrau de 0.005 pu de amplitude são mostrados na Figura 6.4, que apresenta o desempenho dinâmico do sinal de saída do sistema, em malha aberta, malha fechada com ESP convencional e ESP robusto, e do sinal de controle dos dois controladores nos três pontos de operação do sistema.



a) Condição de operação inferior



b) Condição de operação Nominal

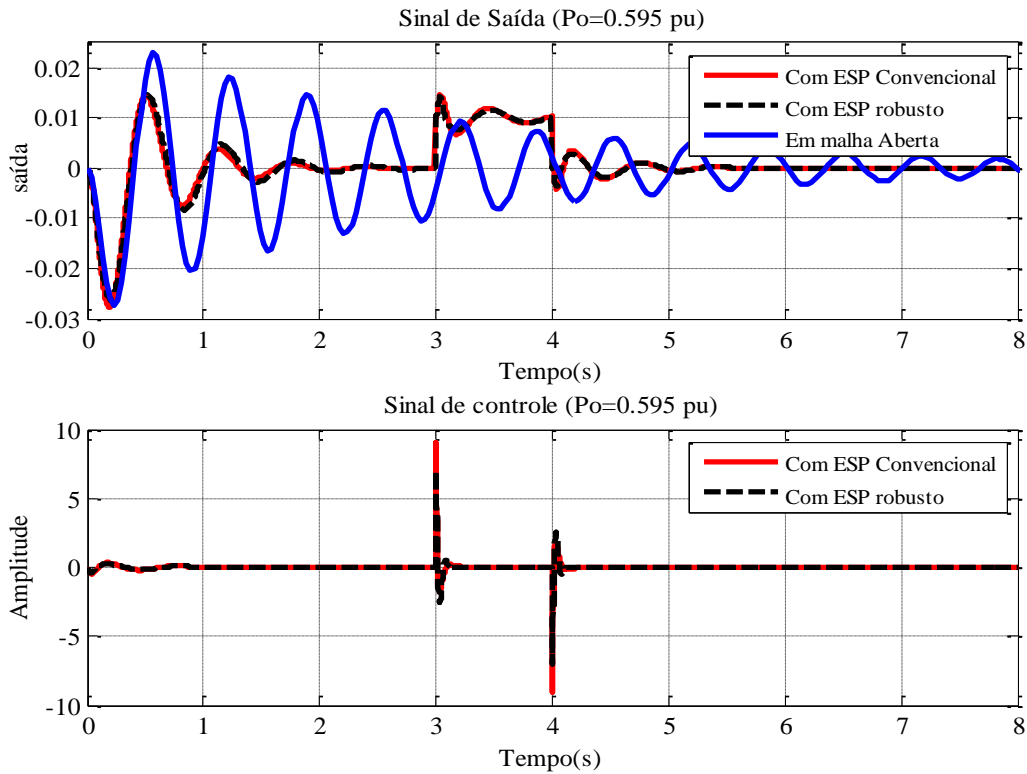


c) Condição de operação superior

**Figura 6.4- Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma perturbação de 0.005 pu de amplitude**

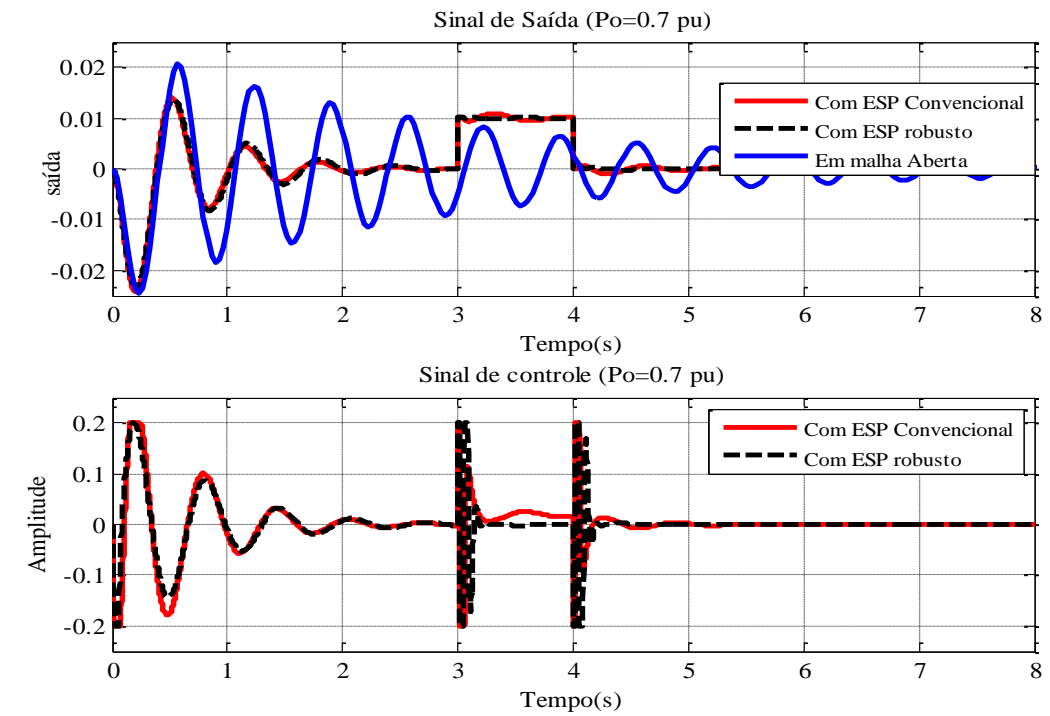
A Figura 6.4 mostra que na ocorrência de uma perturbação, os sinais de saída do sistema em malha fechada, com ESP robusto e com ESP convencional, e os sinais de controle não apresentam diferenças substanciais. No entanto, o sinal de controle do ESP robusto apresentou amplitudes menores no momento em que ocorre a perturbação nas condições de operação inferior e superior, apresentando um comportamento dinâmico melhor em relação ao ESP convencional, ou seja, é necessário um menor esforço no sinal de controle para o sistema de controle nessas condições de operação.

Os resultados obtidos para uma perturbação do tipo degrau de 0.01 pu de amplitude são apresentados na Figura 6.5, que apresenta o desempenho dinâmico do sinal de saída do sistema, em malha aberta, malha fechada com ESP convencional e ESP robusto, e do sinal de controle dos dois controladores nos três pontos de operação do sistema.

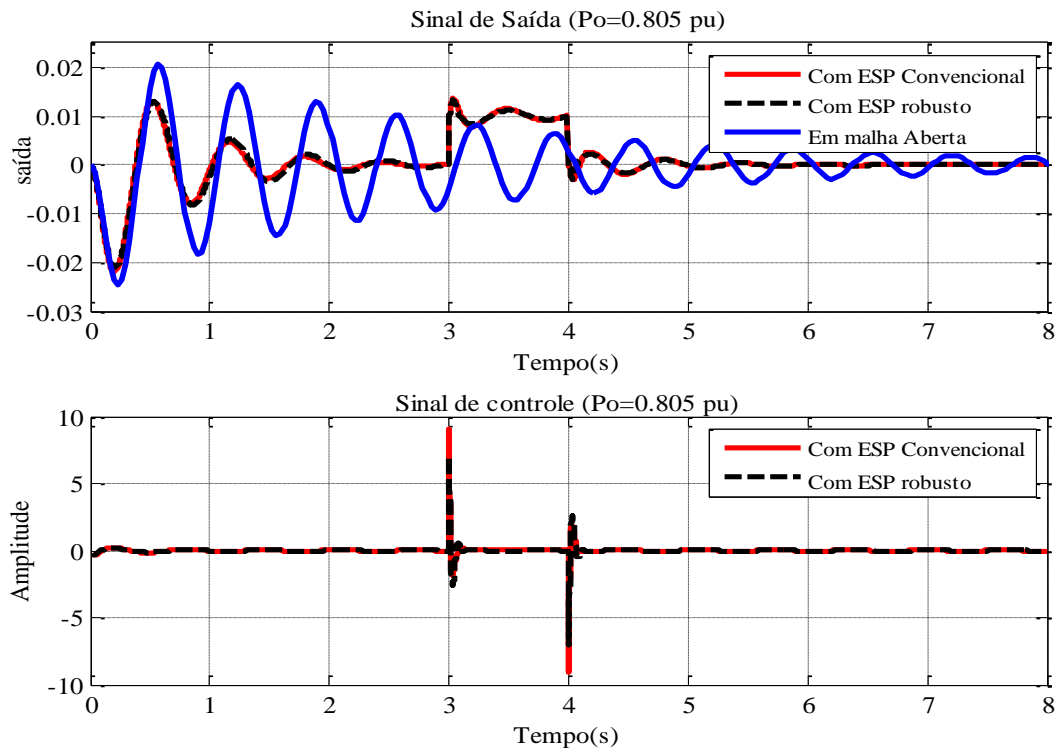


a) Condição de operação Inferior





b) Condição de operação nominal



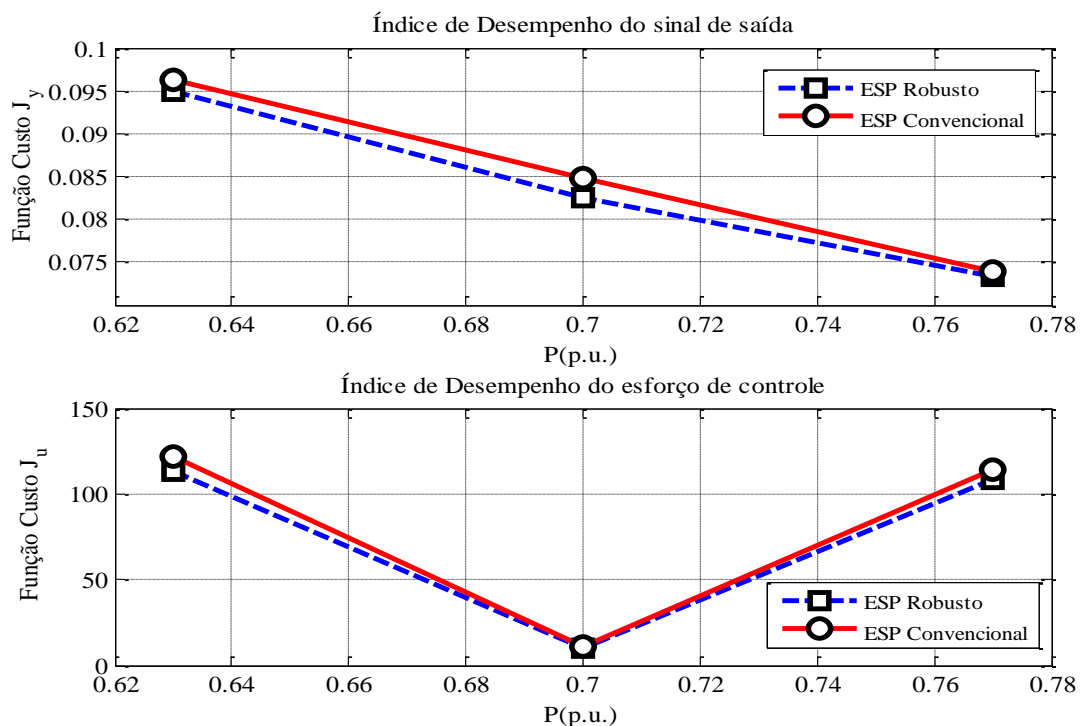
c) Condição de operação superior

**Figura 6.5- Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle para uma perturbação de 0.01 pu de amplitude**

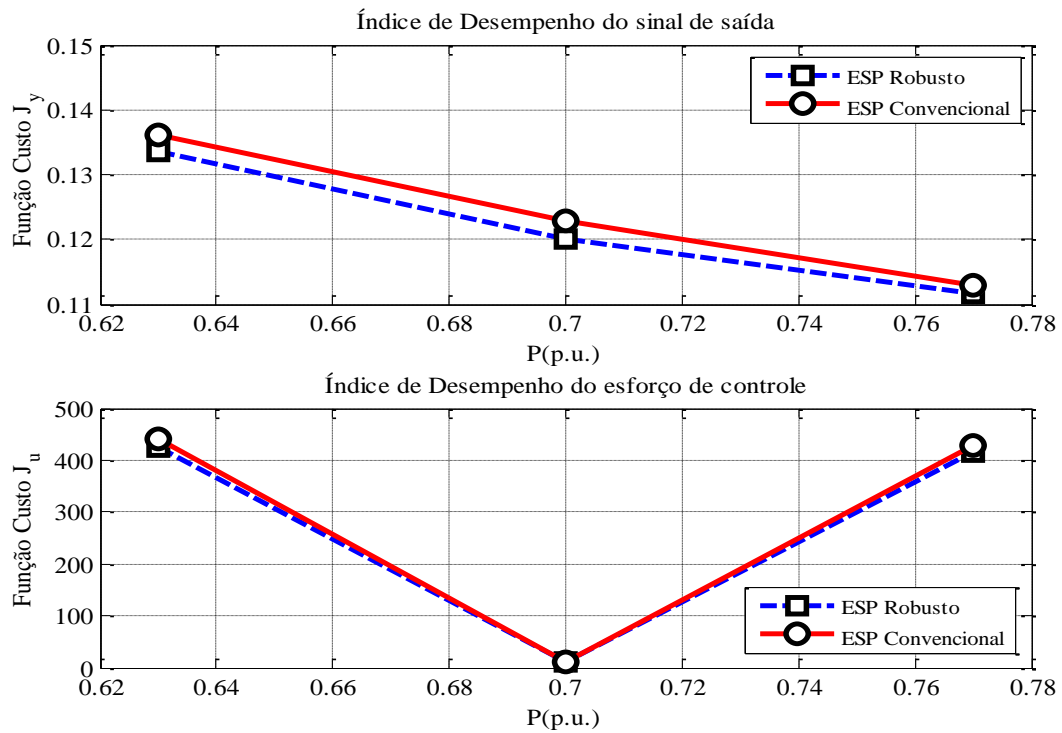
A Figura 6.5 mostra que na ocorrência da perturbação de 0.01 pu de amplitude, os sinais de saída do sistema em malha fechada, com ESP robusto e com ESP convencional, e os sinais de controle também não apresentam diferenças substanciais, mas a amplitude do sinal de controle do ESP robusto é menor nas condições de operação inferior e superior, mostrando que o ESP robusto apresenta desempenho melhor nessas condições.

Nota-se ainda que o sinal de controle do ESP robusto na condição nominal fornece um sinal de controle que minimiza as variações no esforço de controle durante a perturbação, ou seja, nesta condição operacional, o ESP robusto apresenta um comportamento dinâmico melhor em relação ao ESP convencional.

Com base no sinal de saída do sistema e no sinal de controle da Figura 6.4 e Figura 6.5, utiliza-se a equação (6.5) para fazer a análise dos índices de desempenho do sistema e dos dois controladores, além da avaliação do custo benefício desses controladores, na ocorrência de perturbações, para as três situações de carga. Os resultados são apresentados na Figura 6.6.



a) Para uma perturbação de 0.005 pu de amplitude



b) Para uma perturbação de 0.01 pu de amplitude

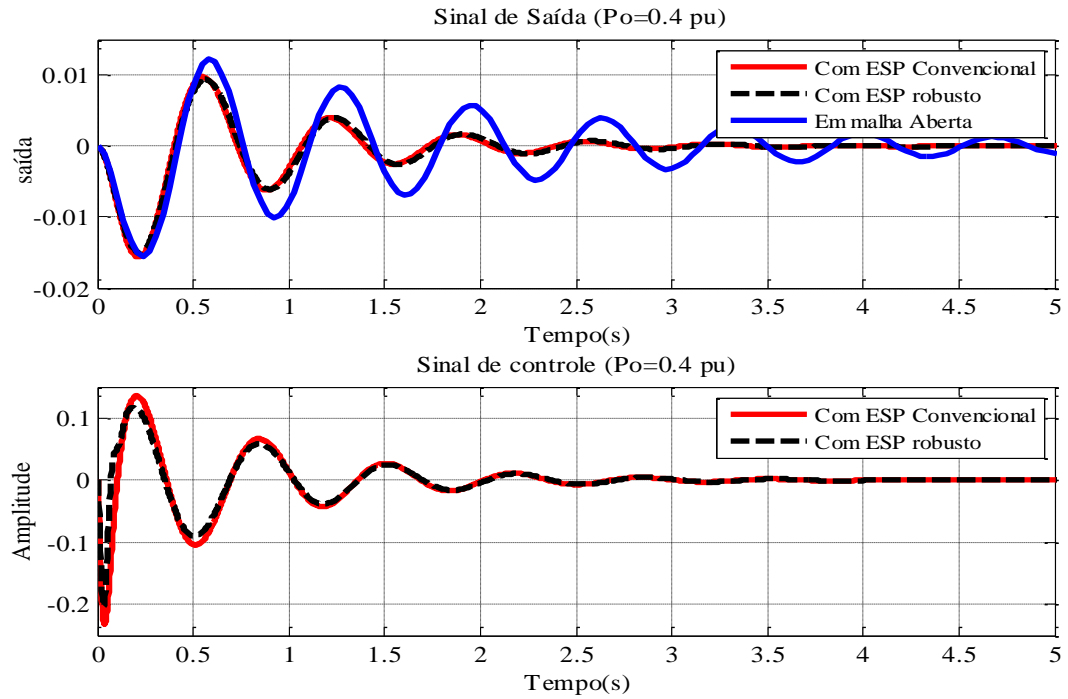
**Figura 6.6- Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle**

A Figura 6.6 mostra que o valor do ISE para o sinal de saída do sistema é menor para o ESP robusto nas duas condições de perturbações, mostrando que o ESP robusto fornece um desempenho mais robusto ao sistema na presença de perturbações. Nota-se também que à medida que a perturbação cresce o valor do ISE para o sinal de controle do ESP robusto se aproxima do ESP convencional, indicando que os dois controladores apresentam o mesmo desempenho em relação ao esforço de controle, o que é justificado pela necessidade de uma ação de controle mais robusta para o amortecimento das oscilações.

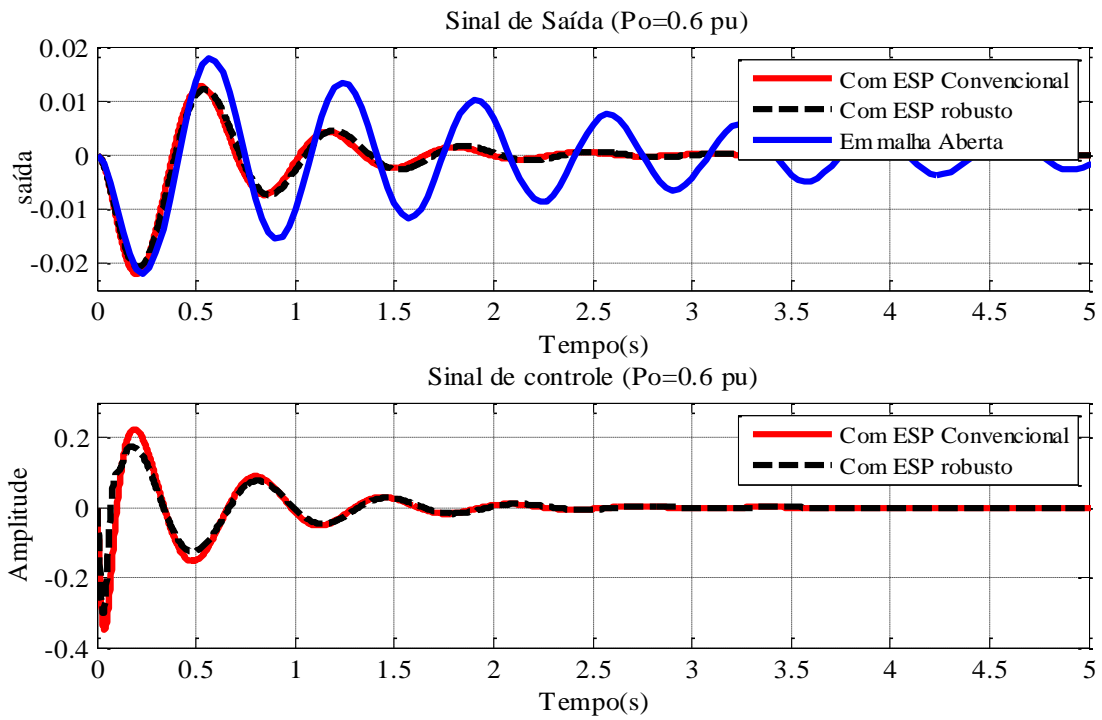
### 6.3.3. Variação do ponto de operação

Outra forma de avaliar as vantagens e o bom desempenho do uso de controladores robustos é verificar se estes controladores projetados para um ponto de operação fornecem um bom desempenho ao sistema para outros pontos de operações. Assim, são realizadas comparações do controlador robusto com o controlador convencional para o sistema operando em três pontos de operações diferentes dos pontos de operações que os controladores foram projetados, a fim de verificar o desempenho dos dois controladores nessas condições.

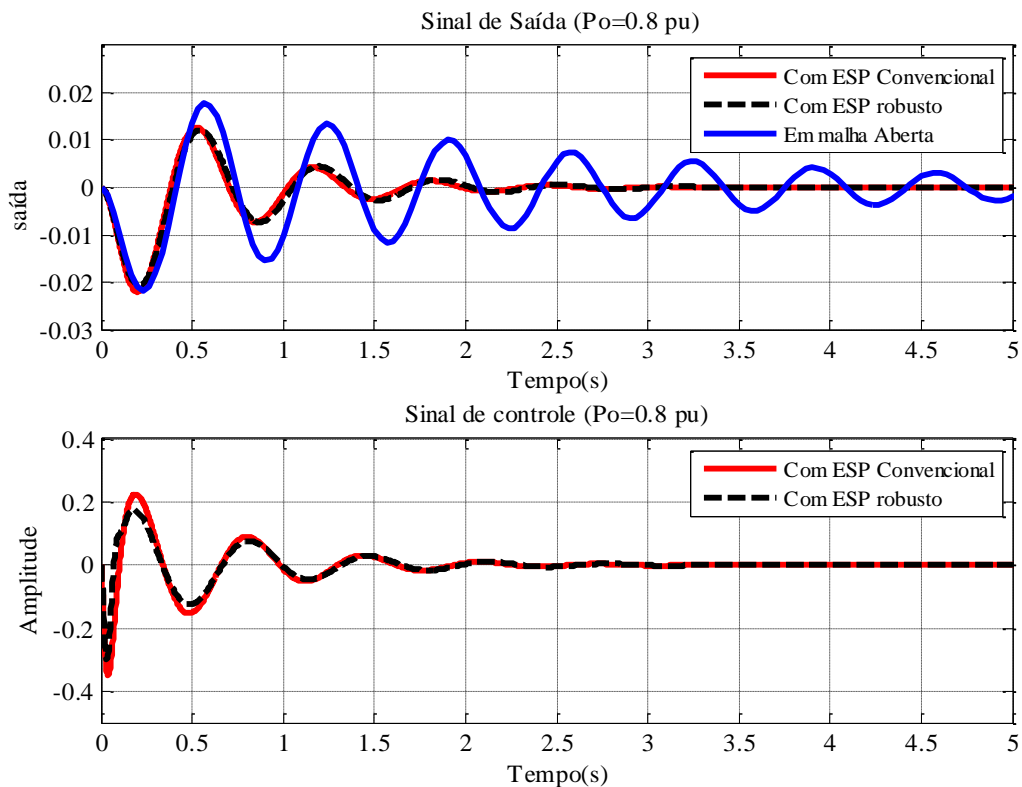
Primeiramente, considera-se que o sistema está operando com potência ativa nominal  $P_0 = 0.4$  pu. Em seguida, considera-se que o sistema está operando com potência ativa nominal  $P_0 = 0.6$  pu e, finalmente, com potência ativa nominal  $P_0 = 0.8$  pu. Os resultados dos testes são mostrados na Figura 6.7.



a) Condição de operação  $P_0 = 0.4$  pu



b) Condição de operação  $P_0 = 0.6$  pu

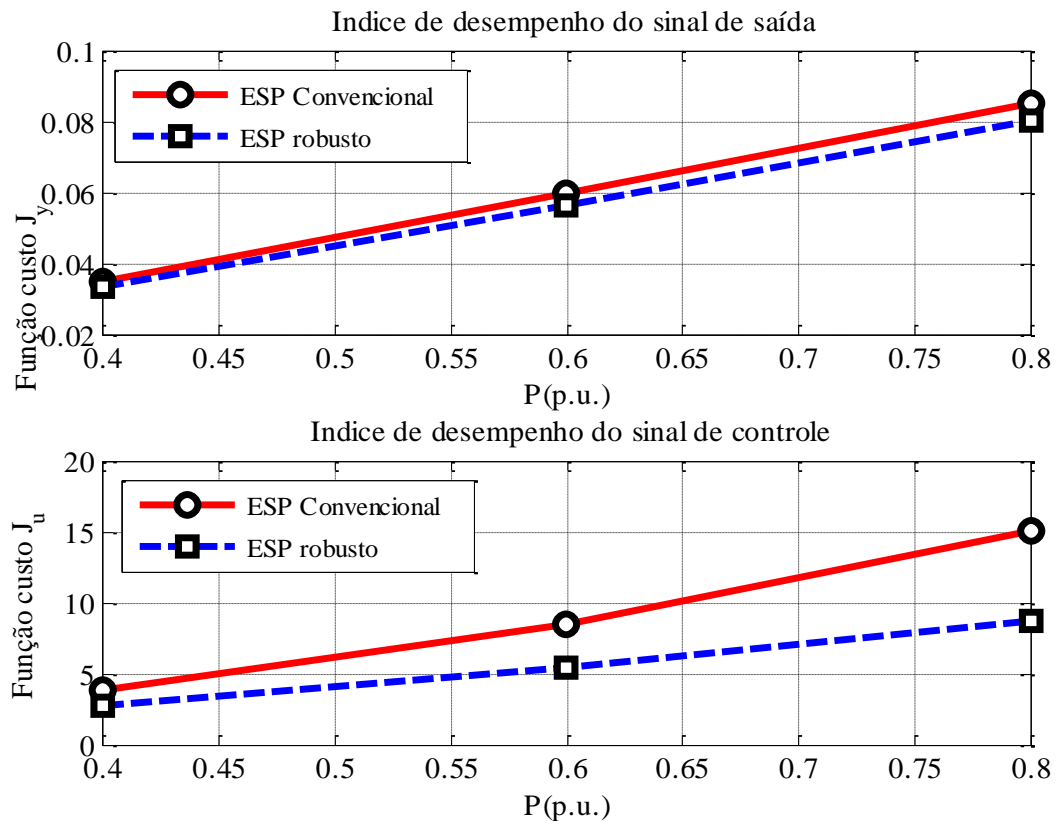


c) Condição de operação  $P_0 = 0.8$  pu

**Figura 6.7- Desempenho dinâmico do sinal de saída do Sistema e sinal de controle**

A Figura 6.7 mostra que os sinais de saída do sistema em malha fechada, com ESP robusto e com ESP convencional, são iguais, indicando que o sistema apresenta o mesmo desempenho com os dois controladores. Entretanto, nota-se que, embora os sinais de controle dos dois controladores não apresentem diferenças substanciais, a amplitude do sinal de controle do ESP robusto é ligeiramente menor nas três condições de operação, mostrando que o ESP robusto apresenta desempenho melhor em relação ao sinal de controle nessas condições.

Com base no sinal de saída do sistema e no sinal de controle da Figura 6.7, são feitas análises dos índices de desempenho do sistema e dos dois controladores, além da avaliação do custo benefício desses controladores para variação do ponto de operação. Os resultados são apresentados na Figura 6.8.



**Figura 6.8- Função custo do sinal de saída do sistema e do sinal de controle**

Através da Figura 6.8, nota-se que, embora o valor do ISE para o sinal de saída do sistema com ESP robusto e com ESP convencional não apresentem diferenças substanciais, o ISE para o sinal de controle do ESP robusto é menor em relação ao ISE do ESP convencional

à medida que o carregamento do sistema aumenta. Isso indica que o ESP robusto fornece um desempenho mais robusto ao sistema em relação ao ESP convencional, apresentando menor perda de desempenho para pontos de operações diferentes para o qual fora projetado, uma vez que há uma ação de controle mais robusta em relação ao sinal de controle, fornecendo um menor esforço de controle para o amortecimento das oscilações.

#### 6.4. Conclusão

Através dos resultados apresentados neste capítulo, verificou-se que os dois controladores amorteceram as oscilações eletromecânicas do sistema máquina barra infinita, quando este fica sujeito à variações paramétricas na potência mecânica da máquina, à perturbações de carga e à mudanças no ponto de operação nominal do sistema.

Entretanto, em relação ao sinal de controle, em todas as situações citadas, o ESP robusto apresentou um menor sinal de controle e com índice de desempenho melhor para este sinal. Isso mostra que o controlador robusto fornece um elevado nível de amortecimento eletromecânico do modo dominante e uma robustez ampliada à custa de um menor esforço de controle, principalmente durante o transitório, preservando a vida útil dos elementos atuadores.

## **CAPÍTULO 7**

### **CONCLUSÃO**

#### 7.1. Considerações finais

Este trabalho apresentou a aplicação de uma técnica de análise de estabilidade robusta integrada a uma formulação de programação linear para o projeto de um ESP robusto, de ordem fixa, usando alocação robusta de polos para o amortecimento das oscilações eletromecânicas de um Sistema Máquina Barra Infinita, com incertezas paramétricas afins.

Através dos resultados apresentados, notou-se que os dois controladores garantiram a estabilidade do sistema e ambos apresentaram um bom desempenho frente às variações das condições de operação do sistema. Mas, o controlador robusto apresentou um desempenho satisfatório com um menor esforço de controle, validando, com isso, a aplicação da técnica de controle robusto para a sintonia de estabilizadores, quando o sistema a ser controlado apresenta incertezas em seus parâmetros. A análise dos índices de desempenho do sistema e dos controladores, além do custo benefício desses controladores, foi feita a partir da função ISE, que mostrou o bom desempenho do ESP robusto.

No entanto, a aplicabilidade do método proposto para outros sistemas físicos ainda carece de maior investigação que inclua a comparação entre metodologias clássicas e avançadas, analisados os desempenhos dinâmicos diante das variações paramétricas dos sistemas físicos.

#### 7.2. Proposta de trabalhos futuros

- Aplicação da técnica de controle robusto para sistemas multimáquinas;
- Aplicação de curto circuitos no sistema e testar o controlador robusto;
- Aplicação experimental em um sistema de escala reduzida;
- Realização de testes computacionais considerando incertezas em outros parâmetros do sistema;



## REFERÊNCIAS

- Anderson, P. M. e Fouad, A. A. Power System Control and Stability – The Iowa State University Press, U.S.A, 1997.
- Barmish, B. R. New Tools for Robustness of Linear Systems. Macmillan Publishing Company, New York, USA, 1994
- Barra Jr, W. Estratégias Neuro-Fuzzy Adaptativas aplicadas ao Controle de Sistemas de Potência. Tese de Doutorado PPGEE - UFPA, Belém, PA, Brasil, 2001.
- Barra Jr, W. Barreiros, J. A. L., Junior, C. T. C. e Ferreira, A. M. D. Controle Fuzzy Aplicado à Melhoria da Estabilidade Dinâmica em Sistemas Elétricos de Potência. Revista Controle & Automação/Vol.16 n° 2/Abril, Maio e Junho, 2005.
- Barreiros, J.A.L. A Pole-Shifting Self Tuning Power System Stabilizer. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UMIST-Manchester, 1989.
- Bhattacharyya, S. P., Chapellat, H., e Keel, L. H. Robust Control: The Parametric Approach. Vol.1, 1995.
- Bonato, B. D. Amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência através de compensação dinâmica de reativos, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UNICAMP, 1995.
- Boyd, S.P. e Vandenberghe, L., Convex Optimization. Cambridge University Press. In Press, 2003.
- Carolino, S. F. Regulador Automático de Tensão Robusto Utilizando Técnicas de Controle Adaptativo. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação, UFRN, 2013.
- Chilali, M. and Gahinet, P.  $H_\infty$  design with pole placement constraints: An LMI approach. IEEE Transactions on Automatic Control 41(3): 358–367, 1996.
- Costa, C. A. Projeto e Avaliação de uma estratégia baseada em análise intervalar aplicada ao projeto de estabilizador de sistema de potência robusto implementado em um sistema de geração de 10kVA. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFPA, 2013a.
- Costa, C. A.; Junior, F. J. C.; Junior, W. B., Barreiros, J. A. L. e Gomes, M. C. M. Controle Robusto com Incerteza Paramétrica para um Estabilizador de Sistema de Potência Implementado em um Sistema de Geração de 10 kVA. In: XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI). Fortaleza, 2013b.
- Demello, F. P e Concordia, C. Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Abril, 1969.

- Dill, G. K. Projeto de controladores robustos para sistemas de potência baseado em otimização paramétrica. Tese de doutorado em Engenharia Elétrica, UFSC, Florianópolis, 2013.
- Do Vale, D. B. A Influência do IPFC na Estabilidade de Pequenas Perturbações de Sistemas Elétricos de Potência. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UNICAMP, Campinas, 2010.
- Fernandes, P. C. Regulador Automático de Tensão: Influência do Ganho no Sistema Elétrico de Potência. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UNIFEI, Itajubá, 2011.
- Filho, P. S. N.; Abreu, T.; Costa, C. A.; Junior, W. B. Projetos de Controladores Digitais Através de Técnicas de Alocação Polinomial de Polos e de Alocação de Polos Utilizando Realimentação de Estado. In: XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA), Campina Grande, 2012.
- Furine, M. A. Projeto de Controladores Suplementares de Amortecimento Utilizando Redes Neurais Artificiais. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UNESP, Ilha Solteira, 2011.
- Gomes, M. C. M. Implementação e testes de campo de um ESP digital. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFPA, Belém, 2010.
- Hussein, M. T. Assessing 3-D Uncertain System Stability by Using MATLAB Convex Hull Functions. (IJACSA) International Journal of Advanced Computer Science and Applications, Vol. 2, No. 6, 2011.
- Keel, L. H., e Bhattacharyya, S. P. A linear programming Approach To Controller Design. IEEE Transactions on Automatic Control, California USA, 1997.
- Keel, L. H., e Bhattacharyya, S. P. Robust stability and performance with fixed-order controllers. Congresso Brasileiro de Automática. Vol. 35, pg 1717-1724, 1999.
- Klein, M.; Rogers, G.J. e Kundur, P. A Fundamental Study of Inter-area Oscillations in Power Systems. IEEE Transactions on Power Systems, v.6, n.3, Agosto, 1991.
- Koehler, A. R. S. Projeto de estabilizadores robustos de sistemas de potência via algoritmos genéticos e técnicas de controle linear em ambiente computacional de alto desempenho. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFSC, Florianópolis, 2000.
- Kundur, P. Power System Stability and Control. McGraw-Hill, 1994.
- Larsen, E. V. e Swann, D. A. Applying Power System Stabilizers part I: General Concepts. IEEE transactions on Power Apparatus and Systems, v. PAS-100, n. 6 (Jun), pp. 3017-3024, 1981.
- Lordelo, A. D. S., e Ferreira, P. A. V. Interval analysis and design of robust pole assignment controllers, In Proceedings of the 41th IEEE conference on decision and control, Las Vegas, 2002.

- Lordelo, A. D. S. Análise e Projeto de Controladores Robustos por Alocação de Polos via Análise Intervalar. Tese de doutorado em engenharia elétrica, UNICAMP, Campinas, 2014a.
- Lordelo, A. D. S. e Fazzolari, H. A. On interval goal programmings witching surface robust design for Integral Sliding Mode Control. Control Engineering Practice, Cap.32,vol. 32, 2014b.
- Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming. Second edition, 1984.
- Moraes, A. R. B.; Filho, P. S. N; Costa, C. A.; Junior, F. J. C; Junior, W. B; Barreiros, J. A. L. e Junior, C. T. C. Projeto e Desenvolvimento de um Estabilizador Digital para Sistemas de Potência em um Sistema de Geração de 10 kVA. In: X Latin-American Congress on Eletric Power Generation, Transmission and Distribution-CLAGTEE, Viña del Mar, 2013a.
- Moraes, A. R. B.; Filho, P. S.N; Costa, C. A.; Junior, F. J. C; Junior, W. B; Barreiros, J. A. L. e Junior, C. T. C. Estratégia de Controle Digital aplicada na Regulação de Tensão de um Sistema de Geração de 10 kVA. In: X Latin- American Congress on Eletric Power Generation, Transmission and Distribution-CLAGTEE, Viña del Mar, 2013b.
- Neumaier, A. Interval Methods for Systems of Equations. Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- Nogueira, F.G. Desenvolvimento de um Estabilizador de Sistemas de Potência Via Malha de Velocidade Aplicado à uma Unidade Geradora da UTE de Santana. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFPA, Belém, 2008.
- Nogueira, F.G. Investigação Experimental de Estratégia de Identificação e Controle LPV Aplicadas ao Amortecimento de Oscilações Eletromecânicas em Sistema de Potência. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UFPA, Belém, 2012.
- Ogata, K. Engenharia de Controle Moderno, 5a Ed., Pearson, 2010.
- Oliveira, A. D. G. Controle Robusto: Teoria e aplicação no projeto de controladores de dois graus de liberdade. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFSC, Florianópolis, 1995.
- Oliveira, R. V., Ramos, R. A. e Bretas, N. G. Controlador Robusto Multiobjetivo para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas elétricos de potência. USP, São Paulo, 2005.
- Prado, M. L. M. e Ferreira, P. A. V. Realimentação de estados robusta para sistemas com incertezas estruturadas via análise intervalar, Congresso Brasileiro de Automática (CBA), 2004.
- Prado, M. L. M., Lordelo, A. D. S. e Ferreira, P. A. V. Robust Pole Assignment by State Feedback Control Using Interval Analysis, 16 World IFAC, 2005.

- Prado, M. L. M. Controle Robusto por Alocação de Polos via Análise Intervalar Modal. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UNICAMP, Campinas, SP, 2006.
- Ramos, R. A; Alberto L. F. C. e Bretas, N. G. Damping Controller Design for Power Systems with Polytopic Representation for Operating Conditions. Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, New York City, USA, 2002.
- Robak, S. Robust SVC Controller Design and Analysis for Uncertain Power Systems. Control Engineering Practice, vol. 17, pp 1280-1290, 2009.
- Rockafellar, R. T., Convex Analysis. Princeton University Press, 1970.
- Rogers, G. J. Power System Oscillations. Kluwer Academic Publishers Group, 2000a.
- Rogers, G. J. The Application of Power System Stabilizers to a Multigenerator Plant. IEEE Transactions on Power Systems, v. 15, v. 1, 2000b.
- Rohn, J. Inner Solutions of Linear Interval Equations. Lecture Notes in Computer Science 212: 157-158, 1986.
- Rohn, J. Systems of Linear Interval Equations. Linear Algebra and Applications 126: 39- 78, 1989.
- Saadat, H. Power System Analysis. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering, 2002.
- Santos, M. B. Avaliação de robustez, desempenho e aplicação do controlador adaptativo por posicionamento de polos e estrutura variável. Dissertação de mestrado em Engenharia Elétrica, UFRN, Natal, 2007.
- Sauer, P. W. e Pai, M. A. Power System Dynamics and Stability - Prentice Hall, 1998.
- Silva, R. R. Análise dinâmica frente a pequenas e grandes perturbações do sistema elétrico Acre-Rondônia. Dissertação de mestrado em Engenharia Elétrica, UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- Strang, G., Linear Algebra and its Applications. Second edition. Academic Press, 1980.
- Tapia, C. A. F. Análise do amortecimento de modos interareas com o método de imposição de polos. Tese de doutorado em Engenharia Elétrica, USP, São Paulo, 2013.
- Ugarte, J. L. V. Controle Adaptativo Aplicado ao Amortecimento de Oscilações de baixa frequência em sistemas de potência. Dissertação de mestrado em Engenharia Elétrica, UFRJ, Rio de Janeiro, 2007.
- Zhou, K.; Doyle, J. C. e Glover, K. Robust and Optimal Control. [S.I.]: Prentice-Hall . 1995.