

## Shear strength of reinforced concrete one-way ribbed slabs

### *Resistência ao cisalhamento de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado*



W. M. SOUZA<sup>a</sup>  
engtrumpet@hotmail.com

T. R. G. CAETANO<sup>a</sup>  
thiago-caetano@ibest.com.br

M. P. FERREIRA<sup>a</sup>  
mpina@ufpa.br

D. R. C. OLIVEIRA<sup>a</sup>  
denio@ufpa.br

#### Abstract

The shear strength of one-way reinforced concrete ribbed slabs without stirrups in the ribs is still controversial when its estimate does not consider the contribution of the monolithic flange. To contribute to a better understanding of the behavior of these slabs were fabricated in the laboratory 8 one-way reinforced concrete ribbed slab panels where the main variables were the distance between the ribs and the thickness of the flange. The normative recommendations of NBR 6118, ACI 318 and EUROCODE 2 for the ultimate resistance of these slabs were evaluated. The experimental results showed an increase of shear strength with increasing thickness of the flange, also resulting in greater reinforcement strains and higher deflections.

**Keywords:** ribbed slab, shear, design codes.

#### Resumo

A resistência ao cisalhamento de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado sem estribos nas nervuras ainda gera controvérsias quando sua estimativa não considera a contribuição da capa monolítica. Visando contribuir para o melhor entendimento do comportamento destas lajes, foram confeccionados em laboratório 8 painéis de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado onde as principais variáveis foram a distância entre as nervuras e a espessura da capa. Foram avaliadas as recomendações normativas da NBR 6118, ACI 318 e EUROCODE 2 para as resistências últimas destas lajes. Os resultados experimentais mostraram que houve acréscimo de resistência ao cisalhamento com o aumento da espessura da capa, resultando também em maiores deformações nas armaduras e em flechas mais elevadas.

**Palavras-chave:** laje nervurada, cisalhamento, normas.

<sup>a</sup> Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.

## 1. Introdução

A busca por projetos e soluções estruturais mais econômicas, sofisticadas e eficazes tornou-se uma preocupação para os projetistas. Este quadro favoreceu o surgimento de sistemas estruturais com lajes nervuradas moldadas "in loco", pré-moldadas e/ou protendidas, dentre outras, que trouxeram diversas vantagens em relação às lajes maciças, como liberdade arquitetônica (já que permitem a utilização de grandes vãos) e a simplificação na execução da obra, em termos de fôrmas e escoramentos, quando aplicado em sistemas sem vigas (lajes lisas nervuradas). Segundo BOCHI JÚNIOR [1], a utilização das lajes nervuradas, em virtude da minimização dos custos e prazos, supriu a crescente necessidade de racionalização na construção civil.

No que diz respeito à capacidade resistente das lajes nervuradas, a norma brasileira não traz recomendações para a consideração da capa na resistência ao cisalhamento destas lajes. Assim, este artigo apresenta resultados experimentais que permitem avaliar a participação da capa na resistência ao cisalhamento objetivando contribuir para o melhor entendimento do comportamento estrutural do sistema de lajes nervuradas unidirecionais em concreto armado, sendo que as principais variáveis foram a espessura das capas e o espaçamento dos eixos das nervuras, com ausência de armadura de cisalhamento nas mesmas. O estudo se concentrou na análise dos resultados para as deformações, flechas e resistências últimas, resistências que foram comparadas com estimativas normativas nacionais e internacionais.

## 2. Revisão bibliográfica

A norma brasileira para estruturas de concreto armado, NBR 6118 [2], define lajes nervuradas como placas de concreto armado for-

madadas por uma capa apoiada em nervuras, solidarizando-as e compatibilizando seus deslocamentos. As lajes nervuradas são projetadas como um conjunto de vigas T pouco distanciadas entre si, como mostra a Figura 1, e é este espaçamento entre as nervuras que governa o dimensionamento da laje ao cisalhamento.

### 2.1 Comportamento estrutural

A engenharia estrutural busca melhorar a qualidade dos procedimentos de projetos de concreto armado com relação ao esforço de cisalhamento. Ao contrário da ruptura por flexão, as rupturas por cisalhamento em estruturas de concreto armado são súbitas, com pouco ou nenhum aviso prévio. Além disso, tendem a ser menos previsíveis que as rupturas por flexão, devido aos mecanismos de ruptura consideravelmente mais complexos. As lajes nervuradas unidirecionais apresentam, caracteristicamente, uma configuração de viga T com mesas unidas, sendo necessário o entendimento das tensões de cisalhamento e esforços cortantes que surgirão por solicitações externas. Segundo RÜSCH [3], as fissuras de cisalhamento podem ser originadas a partir de fissuras de flexão. Nestes casos, estas fissuras de flexão, assim que surgem, desencadeiam uma considerável redistribuição de tensões internas com consequências difíceis de calcular e que influenciam a inclinação das fissuras de cisalhamento.

### 2.2 Vigas de concreto armado sem estribos

De acordo com ROMBACH & LATTE [4], a determinação da capacidade resistente ao cisalhamento em estruturas de concreto armado sem armaduras transversais é um clássico problema estrutural estudado há mais de 100 anos, sendo que esta dificuldade consiste na quantificação da resistência que o concreto compri-

Figura 1 – Laje nervurada unidirecional



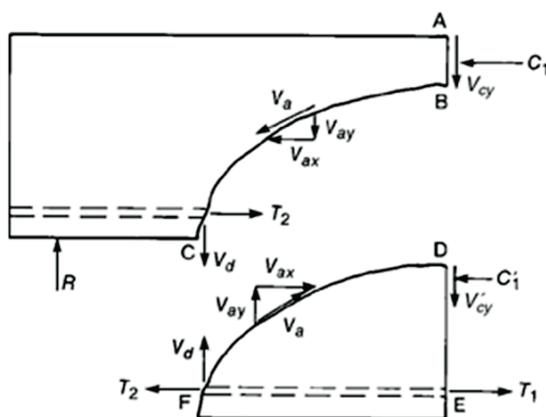
mido pode oferecer frente às solicitações. Apesar deste trabalho, a maioria das pesquisas concentra-se em vigas simplesmente apoiadas ou em lajes abrangendo faixas com carregamentos aplicados sobre a largura total  $b$  inferior a  $4 \cdot d$ , sendo  $d$  a altura útil da laje. Os estudos experimentais mostram que a capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga de concreto armado pode ser dividida em duas parcelas: uma resistida pelo concreto e seus mecanismos auxiliares, que será abordada neste item, e outra resistida pela armadura transversal. Ou seja, uma viga, mesmo sem estribos, apresenta capacidade de resistir a uma determinada força cortante. MACGREGOR [5] mostra a contribuição das várias componentes dos mecanismos das resistências ao cisalhamento de vigas sem armadura transversal, exceto a componente relativa ao efeito de arco, como mostrado na Figura 2. Quando a estrutura é solicitada, o cisalhamento é transferido na peça através da linha ABC pelos mecanismos de resistência do concreto: concreto não fissurado ( $V_{cy}$ ), engrenamento dos agregados ( $V_a$ ) e encavilhamento da armadura longitudinal ( $V_d$ ). Imediatamente, após o inclinamento das fissuras de flexão, entre 40% e 60% da resistência total ao cisalhamento é resistida pelo trabalho conjunto de  $V_d$  e  $V_{cy}$ . Considerando a parte DEF da estrutura fissurada e assumindo os momentos com relação ao ponto E, tem-se que  $V_d$  e  $V_a$  causam momento em relação ao ponto E, que deve ser equilibrado pela força de compressão  $C'1$ . O equilíbrio da resultante horizontal na seção ABDE mostra que  $T1 = C1 + C'1$ , e finalmente,  $T1 = C1 + C'1$  devem equilibrar o momento externo desta seção. Com o progresso da fissura diagonal, a parcela  $V_a$  decresce, aumentando a fração resistida por  $V_{cy}$  e  $V_d$ . O encavilhamento,  $V_d$ , conduz a separação do concreto ao longo da armadura. Quando ocorre a fissura,  $V_d$  cai, aproximando-se de zero. Quando  $V_a$  e  $V_d$

desaparecem, então faz  $V_{cy}$  e  $C1$ , com que o resultado de todo o cisalhamento e compressão seja transmitido para a profundidade AB acima da fissura. Neste momento da vida útil da estrutura, a seção AB sendo muito rasa, não resistirá às forças de compressão necessárias para o equilíbrio. Como resultado esta seção esmaga para cima, não trazendo qualquer resistência à solicitação. COLLINS et. al. [6] apresentam uma análise de revisão de 60 anos de pesquisa sobre o comportamento de vigas curtas de concreto armado sem estribos, onde se concluiu que a maior parcela de resistência ao cisalhamento não se encontra na resistência característica do concreto, mas é afetada pelas dimensões do elemento estrutural, pelo engrenamento dos agregados e pelo efeito pino da armadura longitudinal.

De acordo com a ACI-ASCE Committee 426 [7], para estruturas de concreto armado submetidas a esforços cortantes, a parcela de resistência devida ao concreto é a soma de diversos mecanismos capazes de transmitir esforços entre as seções como:

- **Engrenamento dos agregados (aggregate interlock):** este mecanismo ocorre entre as duas superfícies originadas por uma fissura. A contribuição do engrenamento dos agregados para a resistência ao cisalhamento depende da abertura da fissura e da rugosidade das superfícies;
- **Efeito de arco (arching action):** este mecanismo ocorre de forma mais expressiva em vigas com vãos reduzidos devido à acomodação das tensões de compressão no arco e à intensidade destas tensões depender principalmente da inclinação do arco, sendo diretamente ligada à relação  $a/d$ , ou seja, quanto menor o valor do vão de cisalhamento  $a$  (vigas curtas), maior o efeito de arco (LEONHARDT & MÖNNIG [8]);
- **Concreto não fissurado (cantilever action):** este mecanismo ocorre em trechos não fissurados da viga (entre duas fissuras consecutivas) ou em partes não fissuradas de elementos fissurados (zona de compressão de uma seção fissurada).
- **Efeito de encavilhamento da armadura (dowel action-effect):** a armadura longitudinal resiste a uma parcela do deslocamento causado pela força cortante devido ao efeito de pino na barra. A força de pino na barra da armadura longitudinal depende da rigidez da barra na interseção com a fissura.

Figura 2 – Forças atuantes em uma fissura inclinada (MACGREGOR, 1997)



$V_{cy}$  - Concreto não fissurado  
 $V_a$  - Engrenamento dos agregados  
 $V_d$  - Encavilhamento da armadura longitudinal  
 $C$  - Força de equilíbrio de compressão  
 $T$  - Força de equilíbrio de tração

### 2.3 Fatores significativos para a resistência ao cisalhamento

Estudos analíticos e experimentais revelaram que a capacidade resistente ao cisalhamento em estruturas de concreto é controlada pelos parâmetros a seguir: (1) resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ), (2) size effect, (3) taxa de armadura longitudinal e (4) força axial.

#### 2.3.1 Resistência característica do concreto à compressão

Normalmente, estruturas de concreto de alta resistência à compressão possuem alta capacidade de carga, ou seja, maior resistência ao cisalhamento. Como a resistência do concreto é representada pela combinação das resistências à compressão e tração, então o uso de cada parcela de resistência irá implicar no mecanismo de ruptura da estrutura. Como se supõe que a fissuração do concreto é causada pelas tensões principais de tração, logo a resistência à tração do concreto terá influência decisiva na capacidade de carga ao cisalhamento das estruturas de concreto.

### 2.3.2 Size effect

KANI [9], em seus estudos com vigas sem estribos, observou que a resistência ao cisalhamento destas estruturas diminui à medida que aumenta a altura da viga. Para tal fenômeno, entende-se que a largura das fissuras é proporcional à profundidade da viga, ou seja, quanto mais larga for a fissura, mais baixa será a capacidade de transferência de atrito entre os agregados, uma vez que a largura das fissuras diminui a capacidade de transferência de cisalhamento entre os agregados por engrenamento. COLLINS & KUCHAMA [10] apresentam estudos em estruturas de concreto armado ausentes de armadura transversal, concluindo que estruturas que possuem maiores alturas, rompem com baixos carregamentos solicitantes. Esta conclusão é mais clara em estruturas confeccionadas com concreto de alta resistência, pois são mais sensíveis a tal efeito.

### 2.3.3 Taxa de armadura longitudinal

KANI [11], estudando 133 vigas retangulares sem estribos, concluiu que a influência da taxa de armadura longitudinal na resistência ao cisalhamento é considerável. Já se foi demonstrado que a porcentagem de taxa de armadura longitudinal regula a altura da resultante de compressão e tensão à tração do concreto. O aumento da taxa de armadura longitudinal aumenta a altura da zona de compressão, bem como diminui a largura das fissuras e, como resultado, há um aumento na resistência ao cisalhamento da estrutura. Esta tem sido amplamente aceita pela comunidade científica e é por isso que a taxa de armadura longitudinal aparece nas fórmulas de resistência ao cisalhamento da maioria dos códigos normativos.

### 2.3.4 Força axial

É amplamente aceito que a força de tração axial reduz a resistência

ao cisalhamento das estruturas de concreto e que a força de compressão axial, devido à aplicação de carregamentos normais ou de protensão, aumentam a resistência ao cisalhamento de elementos de concreto. Já que a força de tração axial reduz a altura da zona de compressão do concreto, bem como aumenta a largura das fissuras, logo há uma redução da resistência ao cisalhamento da zona de compressão e de transferência nas interfaces das fissura.

## 3. Recomendações normativas

### 3.1 NBR 6118 [2]

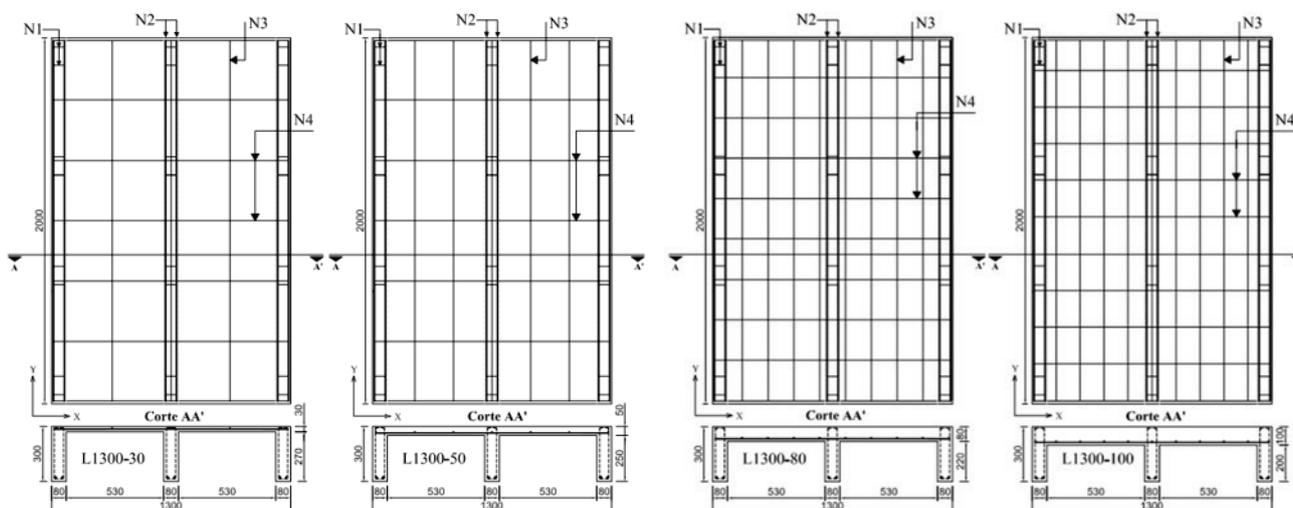
A norma brasileira traz recomendações distintas para lajes nervuradas unidirecionais e bidirecionais. Lajes nervuradas unidirecionais devem ser calculadas segundo a direção das nervuras, sendo desprezadas a rigidez transversal e a rigidez à torção. Na NBR 6118 [2] prescreve que as lajes nervuradas com espaçamento (l<sub>0</sub>) entre eixos das nervuras menor ou igual a 650 mm podem prescindir de armadura transversal para resistir às tensões de tração causadas pela força cortante quando o valor solicitante de cálculo não ultrapassar o valor obtido com a Equação 1. Entretanto, se este espaçamento entre as nervuras for superior a 900 mm, a resistência de cálculo ao cisalhamento das nervuras sem armadura transversal pode ser obtida com a Equação 2.

$$V_{Rd} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l)] \cdot b_w \cdot d \tag{1}$$

Onde,

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}; \rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0,02; k = (1,6$$

Figura 3 – Armaduras das lajes do grupo L1300



2 N1=5.0c100; 2 N2=12.5-1980; 5, 7, 10 and 11 N3=5.0-1980; 7, 7, 10 e 11 N4=5.0-Var.

$$V_{Rd} = V_{c0} = 0,09 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \cdot b_w \cdot d \quad (2)$$

Sendo,

$\tau_{Rd}$  = tensão de cisalhamento resistente limite de cálculo;

$f_{ctd}$  = resistência de cálculo do concreto à tração;

$f_{ctk,inf}$  = resistência característica à tração do concreto com o valor inferior;

$A_{sl}$  = área da armadura logitudinal de tração;

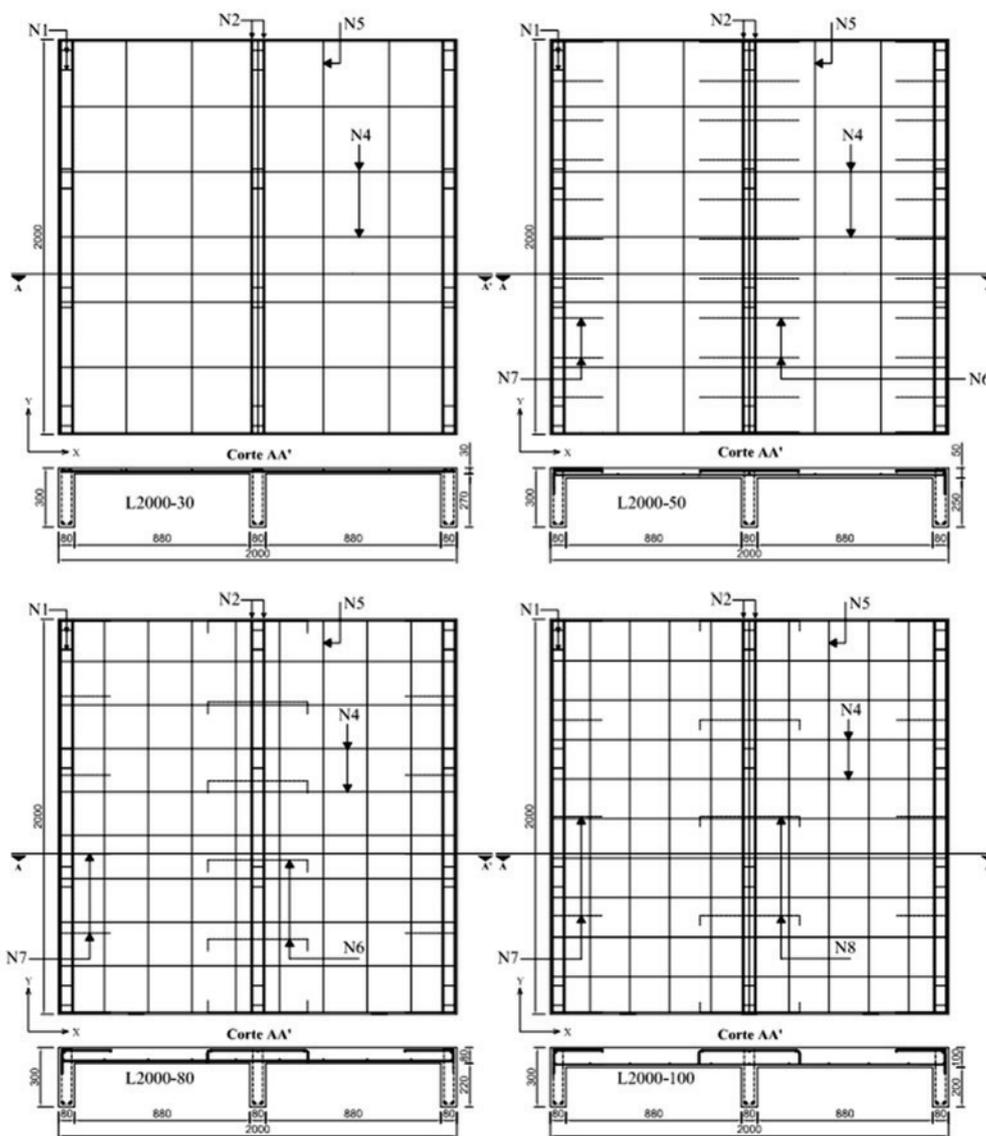
$b_w$  = largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ .

### 3.2 ACI 318 [12]

De acordo com a ACI 318 [12], a resistência ao cisalhamento de peças de concreto armado é baseada na tensão de cisalhamento média da superfície transversal efetiva  $b_w \cdot d$ , determinada em função das parcelas resistentes do concreto  $V_c$  e da armadura de cisalhamento  $V_s$ , como indicado na Equação 3. Mas para o cálculo de peças sem armadura de cisalhamento, como  $V_n = V_c$ , a resistência ao cisalhamento pode ser expressa pela Equação 4.

$$V_c = \left( \sqrt{f'_c} + 120 \cdot \rho \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot \frac{1}{7} \cdot b_w \cdot d \leq \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (4)$$

Figura 4 – Armaduras das lajes do grupo L2000



7, 7, 10 e 11 N5=5.0-1980; 11 e 6 N6=5.0-500; 11, 6 e 5 N7=5.0-350; 5 N8=5.0-650

Onde,  
 $f_c < 70$  MPa = é a resistência à compressão do concreto;  
 $M_u$  = é o momento fletor último em N.mm.

### 3.3 EUROCODE 2 [13]

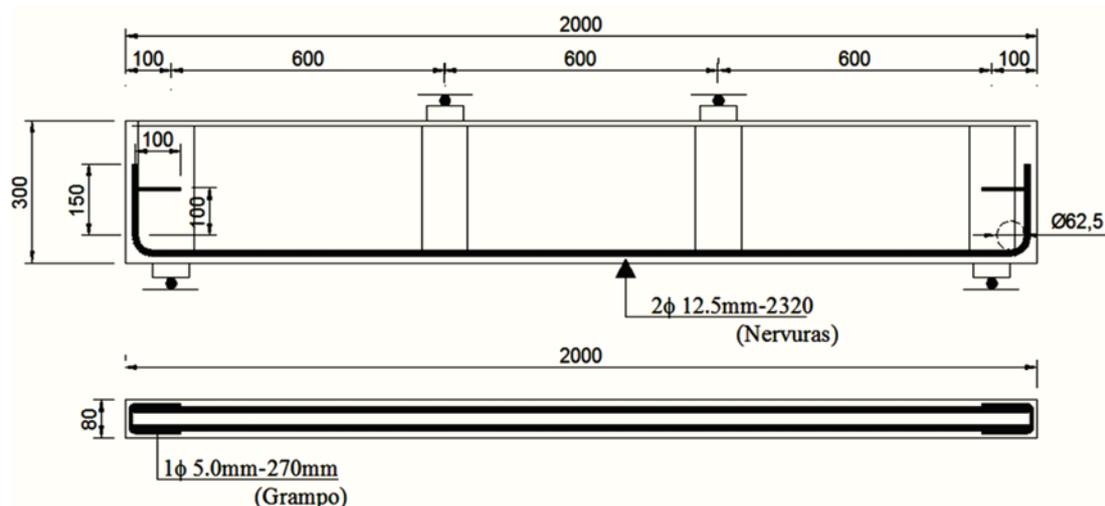
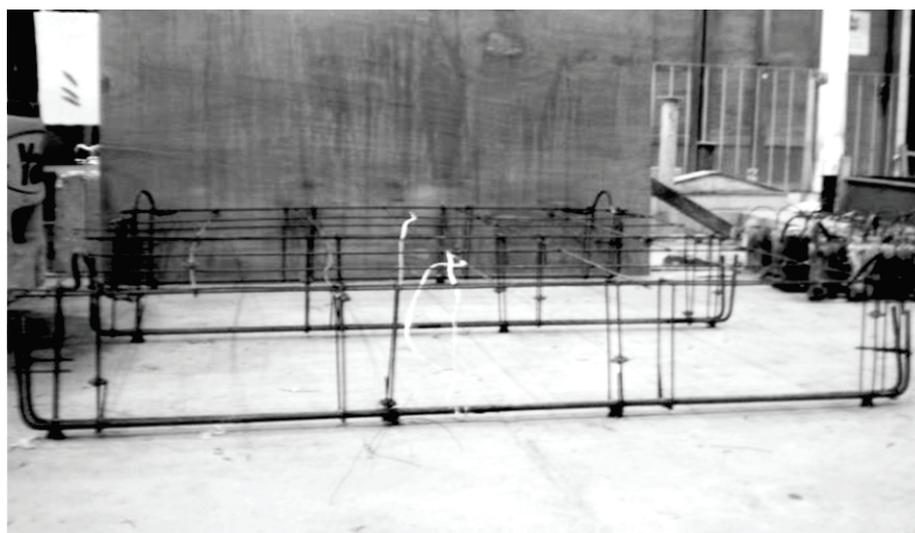
A norma europeia recomenda que lajes nervuradas não precisem ser dimensionadas a partir da discretização de seus elementos, capa e nervura, desde que o conjunto possua rigidez torsional. Para as seções que não requerem armadura transversal a resistência ao esforço cortante do elemento é dada pela Equação 5.

$$V_{Rd,c} = 0,12 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot b_w \cdot d \quad (5)$$

**Tabela 1 – Principais características das lajes ensaiadas**

Laje	$l_0$ (mm)	$h_i$ (mm)	$d$ (mm)	$f_{ck}$ (MPa)	$\rho$ (%)
L1300-30	610	30	277	35,2	1,1
L1300-50	610	50	277	35,2	1,1
L1300-80	610	80	277	35,2	1,1
L1300-100	610	100	277	35,2	1,1
L2000-30	960	30	277	35,2	1,1
L2000-50	960	50	277	35,2	1,1
L2000-80	960	80	277	35,2	1,1
L2000-100	960	100	277	35,2	1,1

Figura 5 – Armaduras das nervuras



#### 4. Programa experimental

Neste capítulo descreve-se o programa experimental da pesquisa, que consiste no desenvolvimento dos ensaios realizados no Laboratório de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. Os modelos ensaiados em laboratório não apresentam as mesmas condições de contorno de uma estrutura real, pois esta apresenta uma continuidade na mesa colaborante o que levaria

ao aparecimento de solicitações diferentes das de laboratório.

##### 4.1 Características das lajes

Foram ensaiadas até a ruptura 8 painéis de lajes nervuradas unidirecionais de concreto armado. Os painéis foram retangulares e quadrados, onde o grupo L1300, composto de quatro painéis, apresenta dimensões (1300 x 2000) mm<sup>2</sup> variando-se a altura da capa

Figura 6 – Posição dos extensômetros nas lajes

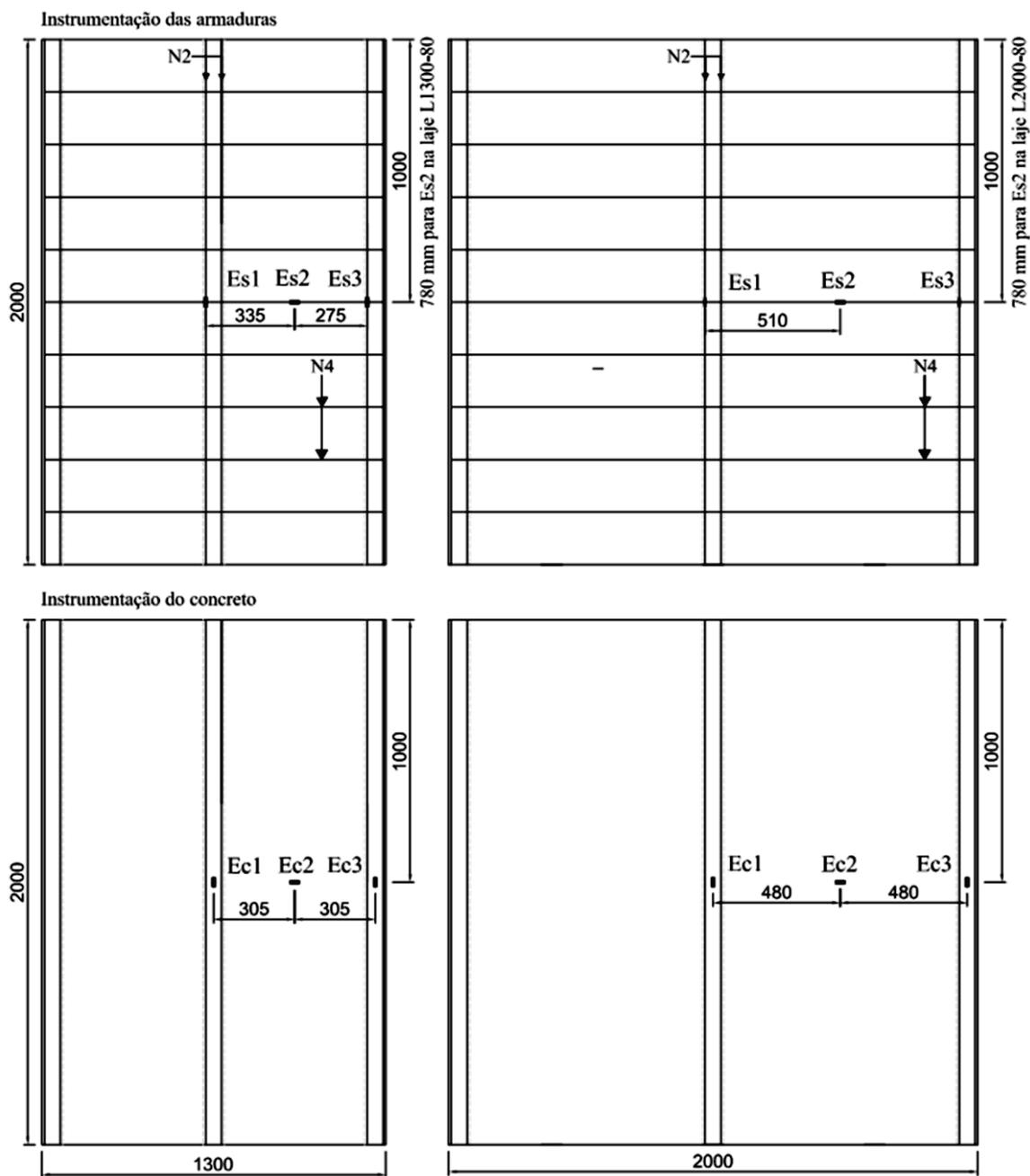
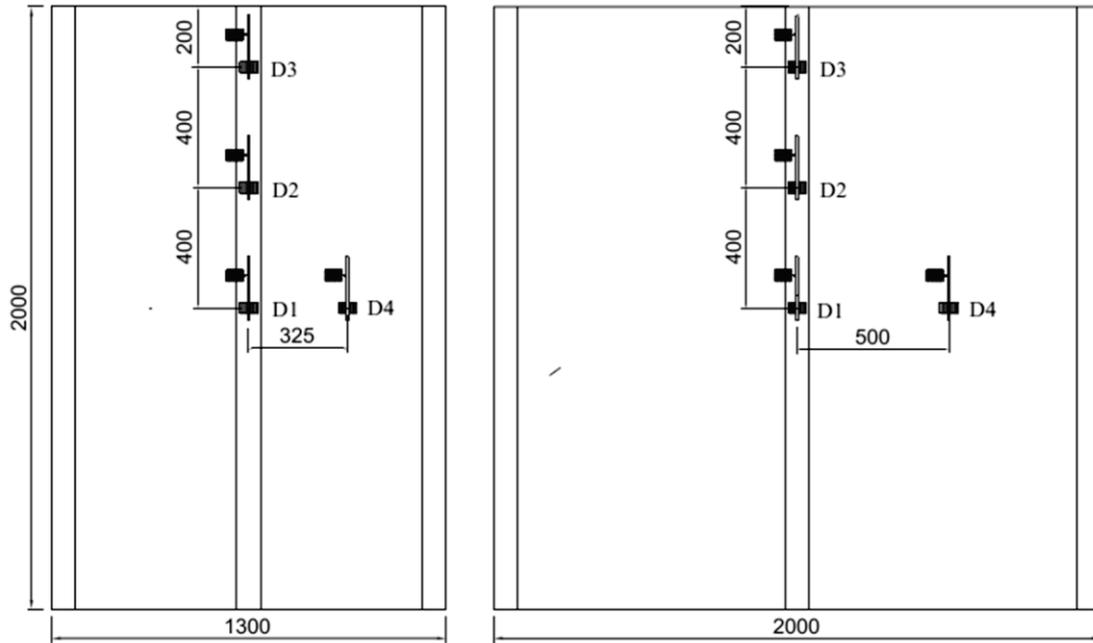


Figura 7 – Posição dos relógios comparadores nas lajes



(hf) em 30, 50, 80 e 100 mm, enquanto o grupo L2000, composto de quatro lajes, apresenta dimensões (2000 x 2000) mm<sup>2</sup> e as mesmas variações para a altura da capa (Tabela 1). A altura total das lajes foi de 300 mm. As nervuras componentes das lajes

apresentaram 80 mm de largura e foram espaçadas de 610 mm no grupo L1300 e 960 mm no L2000 entre seus eixos – abaixo e acima do limite normativo brasileiro de 650 mm. O cobrimento adotado foi de 15 mm. Todos os painéis apresentam as mesmas

Figura 8 – Disposição das lajes nervuradas para a concretagem

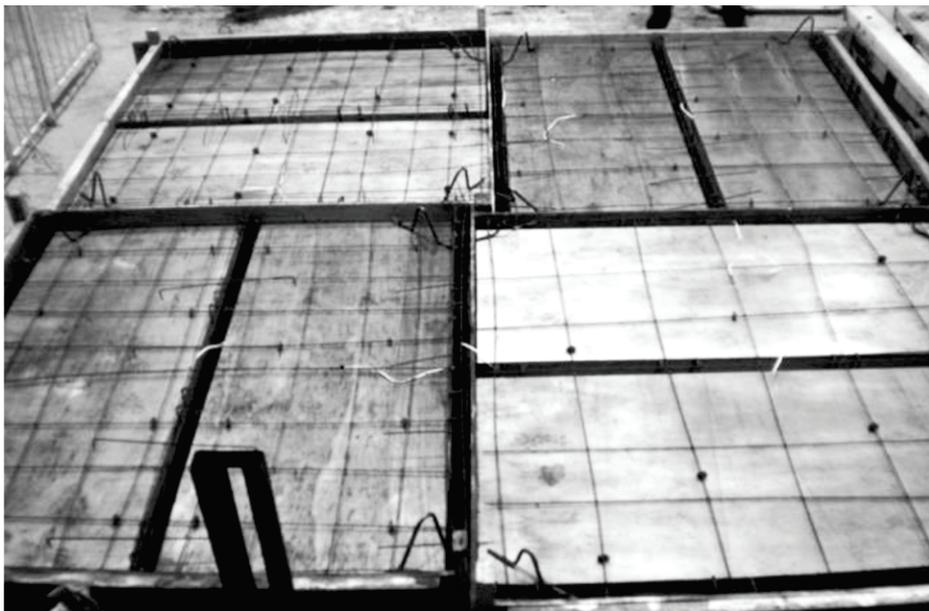


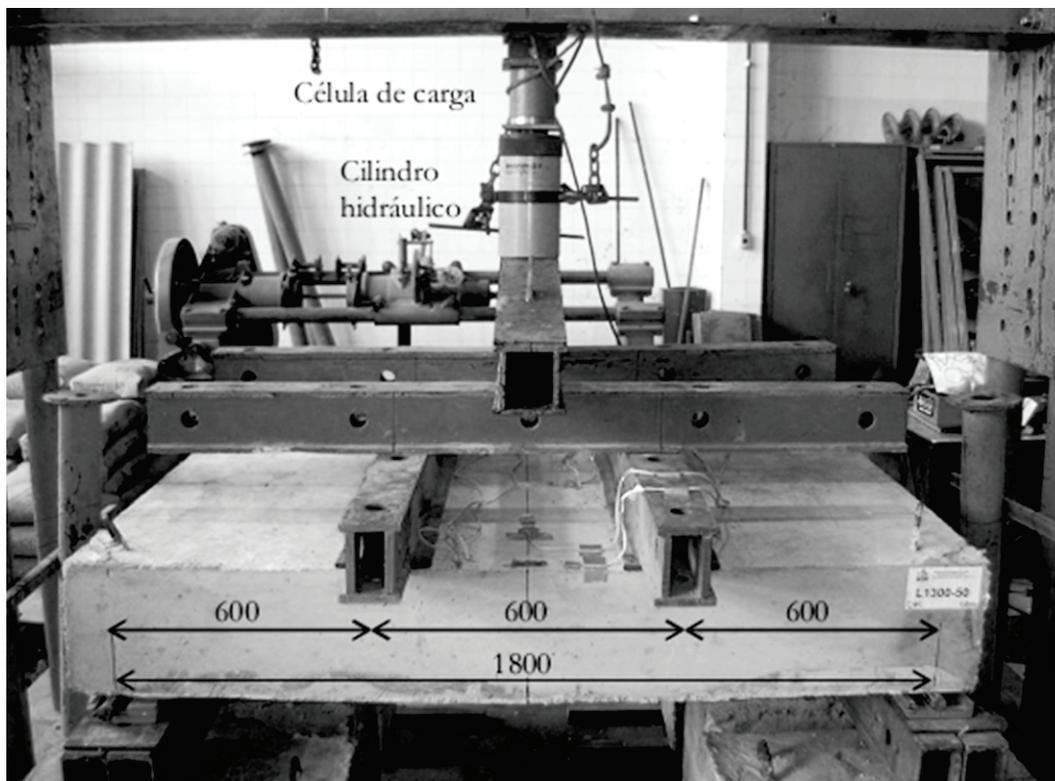
Figura 9 – Transporte, concretagem e regularização da superfície das lajes



Figura 10 – Lajes dos grupos L1300 e L2000 com capas diferentes



Figura 11 – Detalhe do sistema de ensaio



disposições para as armaduras de flexão, constituídas por 2  $\varnothing$  12,5 mm com deformação de escoamento determinada experimentalmente de  $\epsilon_{ys}=2,3\%$  e posicionadas na direção da nervura, a uma altura útil  $d = 277$  mm, resultando em uma taxa geométrica de armadura de flexão  $\rho = 1,1\%$  para utilizar a colaboração da armadura longitudinal em sua totalidade e intensificar a participação da altura da capa na resistência ao cisalhamento, e com relação  $a/d = 2,15$ . Não foram usadas armaduras de cisalhamento nas nervuras, com o objetivo de ressaltar e quantificar a contribuição da capa na resistência. Em função da ausência da armadura de cisalhamento, houve a possibilidade de ocorrer esmagamento localizado do concreto decorrente das concentrações de tensões nas regiões de apoio e aplicação dos carregamentos e, desta forma, optou-se por reforçar estas regiões utilizando-se dois estribos com diâmetro de 5,0 mm e distantes 100 mm entre si, além de facilitar a montagem das armaduras longitudinais mostradas nas figuras 3 e 4. Já a Figura 5 mostra detalhes das armaduras das nervuras, onde é possível observar com clareza a posição dos estribos de composição e as distâncias entre apoios e pontos de aplicação do carregamento (ensaio de Stuttgart).

Uma armadura de distribuição foi confeccionada e disposta na capa de todas as lajes, representando a solidarização entre nervura e capa. A deformação de escoamento experimental das barras desta armadura foi  $\epsilon_{ys}=4,6\%$ . Esta armadura visa combater a flexão transversal da capa devido à aplicação do carregamento, bem como representar a situação mais realista baseada na superposição das armaduras de uma laje com o elemento de viga,

principalmente nas lajes do grupo L2000, que tiveram capas verificadas à flexão segundo a norma brasileira.

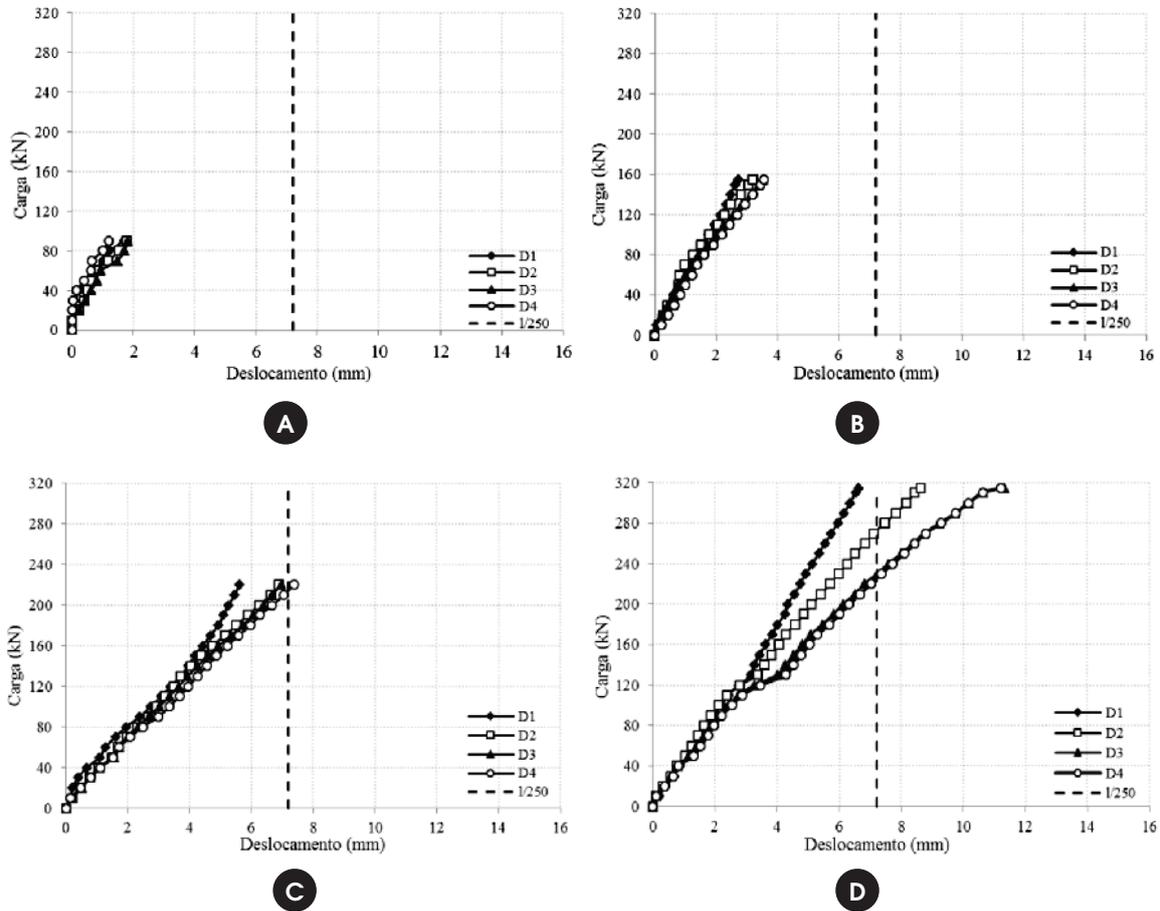
#### 4.2 Instrumentação das lajes

As deformações das armaduras foram monitoradas utilizando-se extensômetros elétricos de resistência (EERs) fabricados pela Excel Sensores, com grelha de dimensões (3,18 x 3,18) mm<sup>2</sup> – modelo PA-06-125AA-120L, que foram fixados nas barras de aço. As deformações do concreto na superfície superior das lajes foram monitoradas com extensômetros elétricos de resistência (EERs) também fabricados pela Excel Sensores, – modelo PA-06-201BA-120L. Foram monitoradas as deformações nas nervuras no sentido longitudinal, no meio do vão e na capa, na direção transversal. Os extensômetros foram posicionados nas regiões que apresentaram maiores solicitações de tração para as armaduras de flexão e armaduras de distribuição, e de compressão na face superior do concreto nas lajes (Figura 6). Já as medições de deslocamentos foram obtidas a partir de medidores posicionados na superfície inferior das lajes (Figura 7). Estes medidores eram relógios comparadores digitais da marca Digimess, com curso máximo de leitura de 50 mm e precisão de 0,01 mm, e foram apoiados em estruturas auxiliares sem contato com o sistema de ensaio.

#### 4.3 Execução das lajes

As lajes nervuradas foram confeccionadas em duas etapas, sendo

Figure 12 – Slabs' vertical displacements: (a) L1300-30; (b) L1300-50; (c) L1300-80; (d) L1300-100



que na primeira foram moldadas as lajes do grupo L1300 e, na segunda, as lajes do grupo L2000. Os moldes das lajes foram de compensado de madeira de 10 mm de espessura. Em seguida, as armaduras foram montadas e cuidadosamente posicionadas nos moldes com a ajuda de espaçadores plásticos, incluindo a armadura negativa e a armadura de montagem (estribos de composição e grampos), visando à altura útil constante para todas as lajes, como mostra a Figura 8.

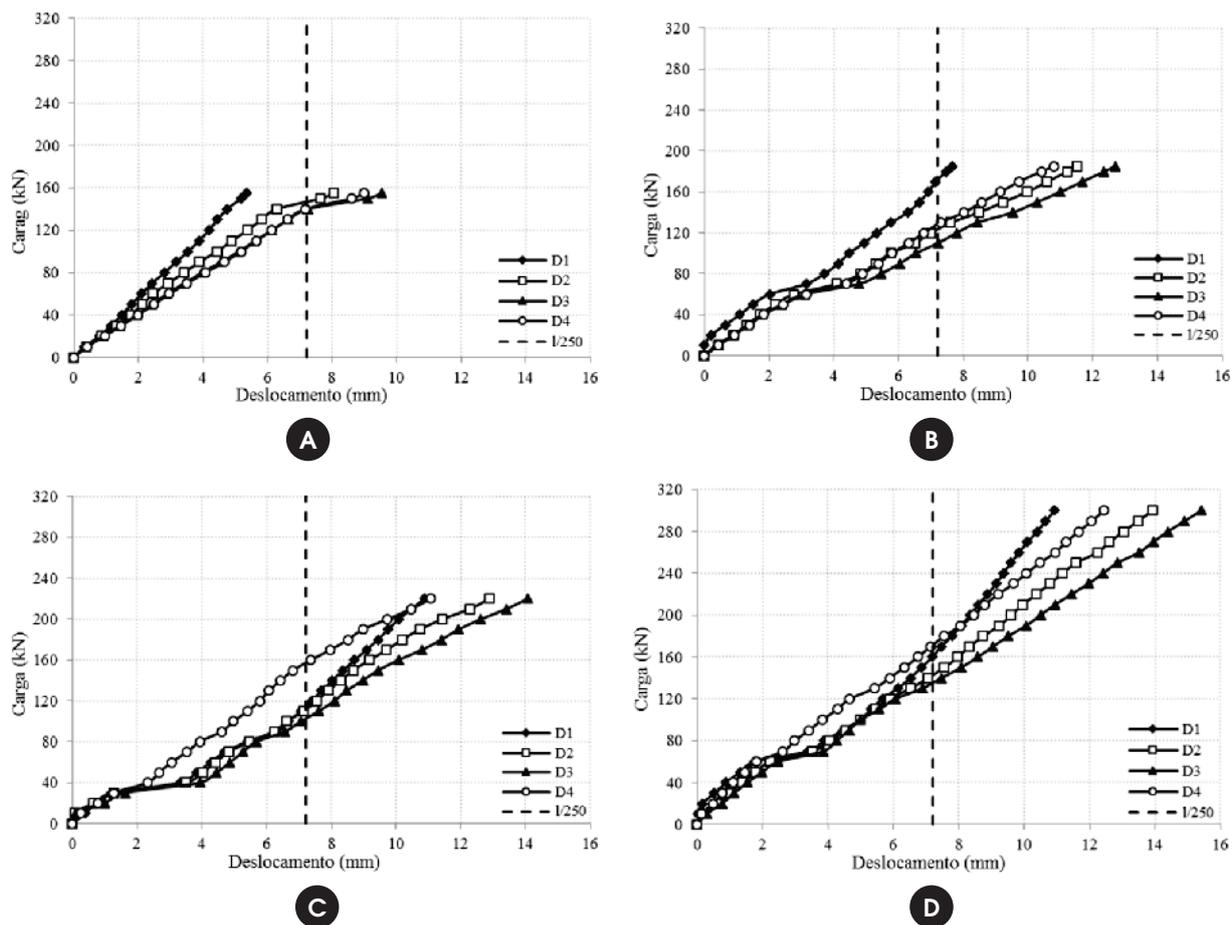
A extensometria das armaduras longitudinais das nervuras e de distribuição da capa foi realizada nos pontos definidos de acordo com as especificações de projeto, recebendo um prévio preparo à colagem para remoção das irregularidades superficiais com lima. Após a limpeza superficial, os extensômetros foram colados com adesivos à base de epóxi e, após a realização da soldagem dos terminais de conexão aos cabos, foram protegidos com resina também à base de epóxi para, posteriormente, serem envolvidos por fita de autofusão. A moldagem das lajes foi realizada a partir de concreto usinado fornecido comercialmente, cuja resistência à compressão contratada foi de 30 MPa aos 28 dias, com seixo de 19 mm de diâmetro máximo. Foi necessário um volume aproximado de 3 m<sup>3</sup> para concretagem das lajes e dos corpos-de-prova,

considerando-se também as eventuais perdas. A concretagem foi finalizada com a regularização da superfície e retirada do excesso de material (Figura 9). Simultaneamente à concretagem das lajes, foram moldados 18 corpos-de-prova cilíndricos de dimensões com 100 mm de diâmetro e 200 mm de comprimento para realização dos ensaios para caracterização das propriedades mecânicas do concreto. A cura do concreto se deu em ambiente de laboratório durante 7 dias, feita com sacos de aniagem submetidos à molhagem regular. A figura 10 mostra as lajes identificadas e armazenadas para ensaio.

#### 4.4 Sistema de ensaio

O sistema de ensaio foi montado sobre a laje de reação do Laboratório de Engenharia Civil (LEC) da Universidade Federal do Pará (UFPA) tendo como principal objetivo obter a resposta da estrutura ao carregamento distribuído, aplicado transversalmente às nervuras. Assim, as lajes foram ensaiadas em sistemas simplesmente apoiado em roletes sobre blocos de apoio, suportando o carregamento aplicado perpendicularmente ao eixo longitudinal das nervuras, na face superior do painel, através de um perfil

Figura 13 – Flechas das lajes: (a) L2000-30; (b) L2000-50; (c) L2000-80; (d) L2000-100



metálico biapoiado utilizado para distribuição do carregamento em dois pontos simulando uma situação de flexão simples, acoplados ao pórtico de reação fixo à laje do pavimento, de acordo com a Figura 11.

Os carregamentos foram estabelecidos por passos de carga a cada 5 kN. Antecedendo ao início de ensaio, as lajes foram submetidas a um pré-carregamento de 0,5 kN com o objetivo de estabilizar o sistema. A montagem do sistema de ensaio foi realizada com o auxílio de uma empilhadeira de capacidade de aproximadamente 50 kN. As informações sobre as deformações foram obtidas utilizando-se um sistema modular de aquisição de dados: ALMEMO @5690-2 m, da Ahlborn, compatível com o software AMRWin-Control, que procedeu a leitura dos extensômetros posicionados no aço e no concreto.

## 5. Resultados

### 5.1 Deslocamentos verticais

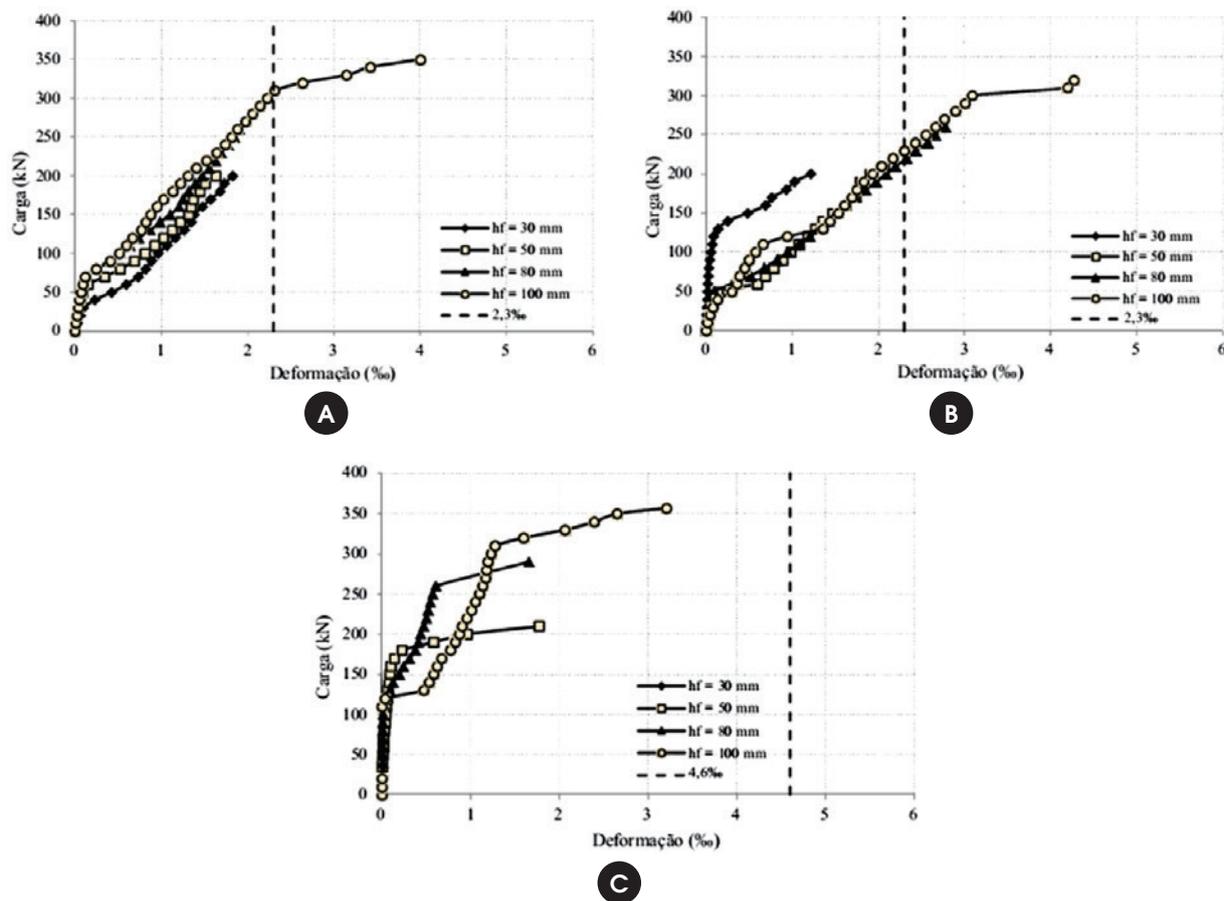
Os deslocamentos verticais (flechas,  $d$ ) observados experimentalmente são apresentados nas Figuras 12 e 13, e a Tabela 2 apresenta os valores máximos desses deslocamentos. As lajes do grupo L1300 apresentaram curvas semelhantes entre si, vin-

do a divergir apenas na laje L1300-100, onde há um acentuado distanciamento entre estas curvas. Contudo, as lajes do grupo L2000 apresentam de forma constante este distanciamento, mesmo nas lajes como capas menos espessas. Considerando a laje L1300-100, isto ocorreu devido a sua maior rigidez, resultando em maiores resistência e deslocamentos. Este mesmo comportamento

Tabela 2 – Flechas máximas nas lajes ensaiadas

Laje	$P_u$ (kN)	$\delta_{m\acute{a}x}$ (mm)
L1300-30	200	1,81
L1300-50	210	3,56
L1300-80	290	7,38
L1300-100	360	11,32
L2000-30	160	9,54
L2000-50	220	12,69
L2000-80	330	14,08
L2000-100	370	15,41

Figura 14 – Deformações nas armaduras das lajes L1300: (a) flexão da nervura externa; (b) flexão da nervura central; (c) distribuição da capa



foi observado nas lajes do grupo L2000, mas o maior espaçamento entre as nervuras resultou em maiores deslocamentos verticais. Quase todas as lajes ultrapassaram o limite normativo brasileiro para os deslocamentos verticais, onde apenas as lajes L1300-30 e L1300-50 não o fizeram, em virtude de apresentarem menor altura de concreto não fissurado que as demais e, conseqüentemente, menor capacidade resistente. Este comportamento indica que a capa, ou as abas da viga, podem alterar o comportamento da laje e o aumento de sua espessura enrijece de tal forma a laje que sua resistência e deslocamentos verticais aumentam, influenciando sua ductilidade, pois há um incremento da contribuição do concreto comprimido conduzindo a um reequilíbrio das forças resistentes (aço e concreto), permitindo que a armadura longitudinal deforme até atingir a tensão de escoamento do aço. Portanto, o aumento da espessura da capa resultou em maior capacidade resistente das lajes, no escoamento da armadura longitudinal e em maiores flechas.

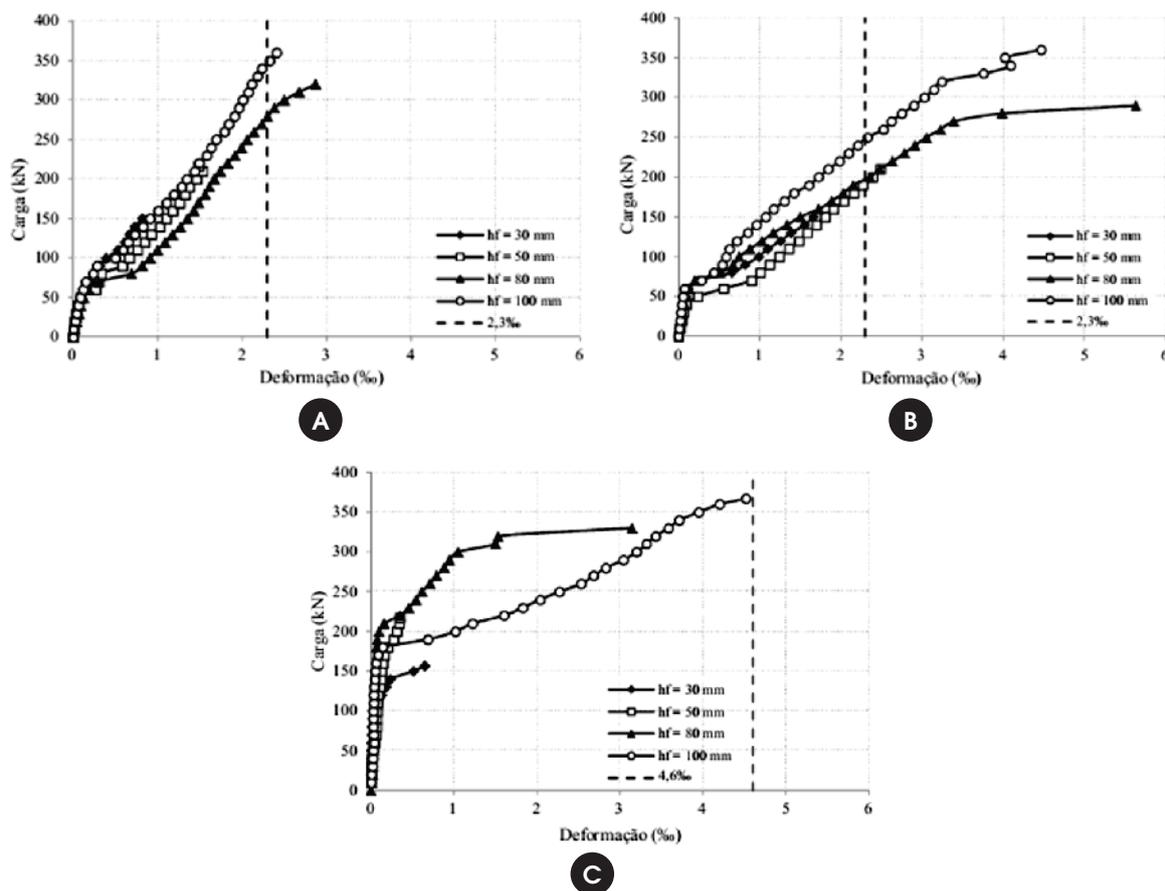
**5.2 Deformações na armadura de flexão e de distribuição**

Os gráficos das deformações nas armaduras de flexão e de distri-

buição são apresentados nas Figuras 14 e 15. A Tabela 3 apresenta as deformações máximas do aço das armaduras de flexão das lajes ensaiadas e os respectivos sensores que as registraram. As lajes apresentaram aumento nas deformações das armaduras de flexão proporcionais ao aumento da espessura da capa, permitindo que a armadura longitudinal atingisse assim a sua deformação de escoamento, sendo que as deformações das armaduras de flexão das lajes L1300-80, L1300-100, L2000-50, L2000-80 e L2000-100, ultrapassaram em 17%, 82%, 8%, 143% e 91% a deformação de escoamento da barra de aço de diâmetro de 12,5 mm (2,3%), respectivamente.

Analisando os gráficos para as nervuras externas e central é possível perceber que no grupo de lajes L1300 as nervuras apresentaram curvas próximas, sendo que a nervura central apresentou maiores deformações, enquanto que no grupo de lajes L2000 as nervuras apresentam curvas bem díspares, devido à nervura externa apresentar deformações próximas da de escoamento da armadura longitudinal, para as lajes com  $h_f = 80$  mm e  $h_f = 100$  mm. Isto ocorre porque as lajes L1300 apresentam uma distância entre eixos de nervuras menor que o limite normativo, o que faz como que ela seja calculada como uma laje. Contudo, isto não ocorre nas lajes

Figura 15 – Deformações nas armaduras das lajes L2000: (a) flexão da nervura externa; (b) flexão da nervura central; (c) distribuição da capa



L2000, em virtude destas apresentarem uma distância entre eixos de nervuras maior que 650 mm, o que leva a ser calculada como vigas. Portanto, as nervuras centrais das lajes L2000 absorvem maior carregamento, transmitindo através das capas menor intensidade de solitação para as nervuras externas. Por isso a norma brasileira aponta a necessidade da análise da capa à flexão.

As curvas para as deformações da armadura de distribuição mostram que as lajes de ambos os grupos apresentam, inicialmente, valores de deformações muito próximos e, aproximadamente após 200 kN, estes valores tendem a ser proporcionais ao aumento da espessura da capa. Isto ocorre porque o carre-

Tabela 3 – Deformações máximas do aço e concreto das lajes ensaiadas

Laje	$\epsilon_{s,máx}$ (‰)	$\epsilon_{c,máx}$ (‰)
L1300-30	1,8 (Es3)	-0,46 (Es1)
L1300-50	2,1 (Es1)	-0,48 (Es1)
L1300-80	2,7 (Es1)	-0,39 (Es1 and Es3)
L1300-100	4,2 (Es1)	-0,82 (Es2)
L2000-30	1,6 (Es1)	-0,35 (Es1)
L2000-50	2,5 (Es1)	-0,44 (Es1)
L2000-80	5,6 (Es1)	-0,67 (Es2 e Es3)
L2000-100	4,5 (Es2)	-1,02 (Es1)

Table 4 – Ultimate loads and failure modes of the slabs

Slab	$P_{ys}$ (kN)	$P_u$ (kN)	Experimental failure mode	Theoretical failure mode
L1300-30	–	200	CSE**	C*
L1300-50	–	210	CSE**	C*
L1300-80	220	290	CCE***	C*
L1300-100	240	360	CCE***	C*
L2000-30	–	160	CSE	C*
L2000-50	180	220	CCE	C*
L2000-80	270	330	CCE	C*
L2000-100	350	370	CCE	C*

\*C (Shear); \*\*CSE (Shear without yielding); \*\*\*CCE (Shear with yielding).

gamento aplicado está próximo do de escoamento da armadura longitudinal, fazendo com que o carregamento que antes era absorvido pela armadura de flexão (agora plasticada) seja redistribuído para mecanismos de resistência do concreto das nervuras

e da armadura de distribuição da capa, e é esta capacidade de redistribuição da laje que permite um aumento geral da resistência de lajes com capas mais espessas, mesmo sem a presença de armaduras transversais.

Figura 16 – Deformações no concreto das lajes L1300: (a) da nervura externa; (b) da nervura central; (c) da capa

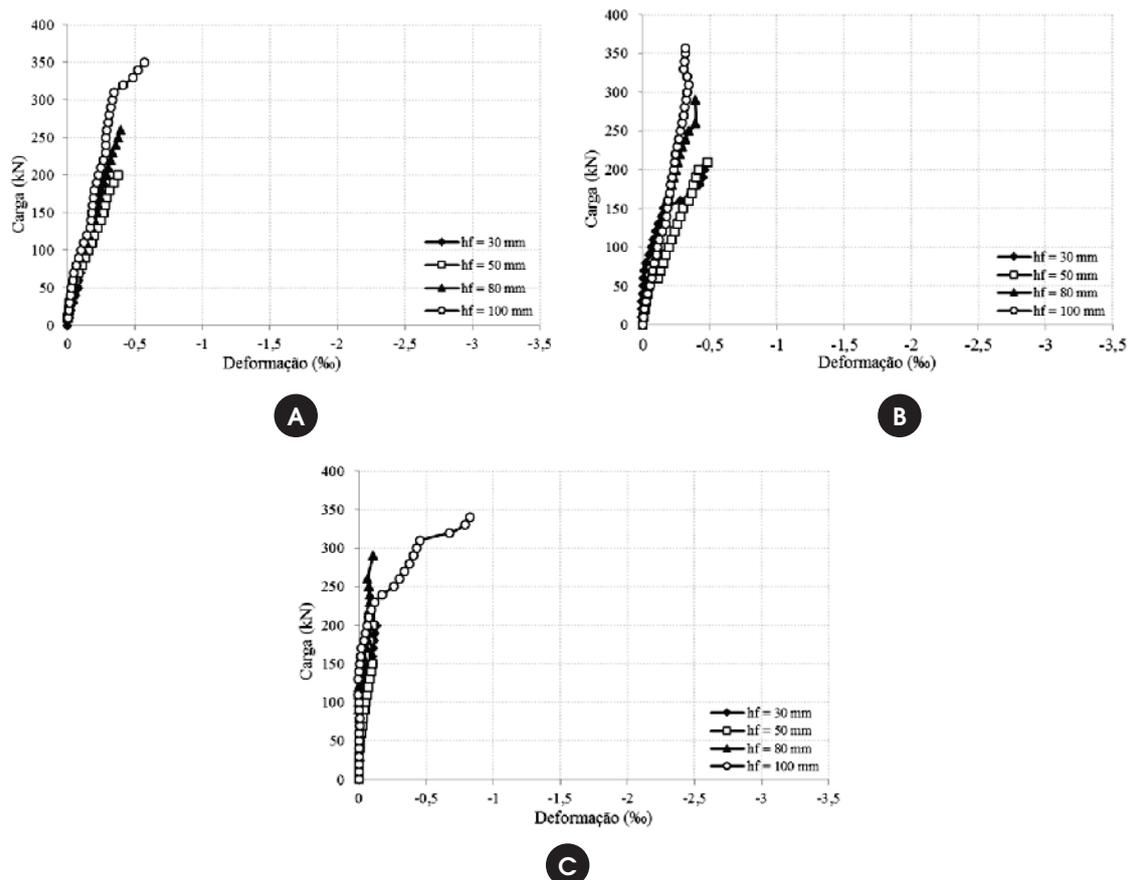


Tabela 5 – Comparação entre os resultados estimados e experimentais

Laje	NBR 6118	ACI 318	EC 2	Experimental	Comparações entre estimativas e resultados		
	$V_{NBR}$ (kN)	$V_{ACI}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)		$P_u/V_{NBR}$	$P_u/V_{ACI}$	$P_u/V_{EC2}$
L1300-30	240	264	151	200	0,83	0,76	1,32
L1300-50	240	264	151	210	0,88	0,80	1,39
L1300-80	240	264	151	290	1,21	1,10	1,92
L1300-100	240	264	151	360	1,50	1,36	2,38
L2000-30	260	264	151	160	0,62	0,61	1,05
L2000-50	260	264	151	220	0,85	0,83	1,45
L2000-80	260	264	151	330	1,27	1,25	2,18
L2000-100	260	264	151	370	1,42	1,40	2,45

### 5.3 Deformações no concreto

Os gráficos das deformações no concreto são apresentados nas Figuras 16 e 17. A Tabela 3 apresenta as deformações máximas do concreto nas lajes ensaiadas e os respectivos sensores que as registraram. Ao contrário do que ocorreu nas deformações das armaduras, as lajes não apresentaram um aumento nos valores das deformações do concreto proporcionais ao aumento da espessura da capa, ou pelo menos não ficou claro esta relação, mas todas as deformações foram bem menores que o limite de 3,5‰ para peças fletidas. Em ambos os grupos de lajes as curvas foram muito próximas apenas para os estágios iniciais de carregamento, tendendo a se distanciarem à medida que a ruína se aproximava.

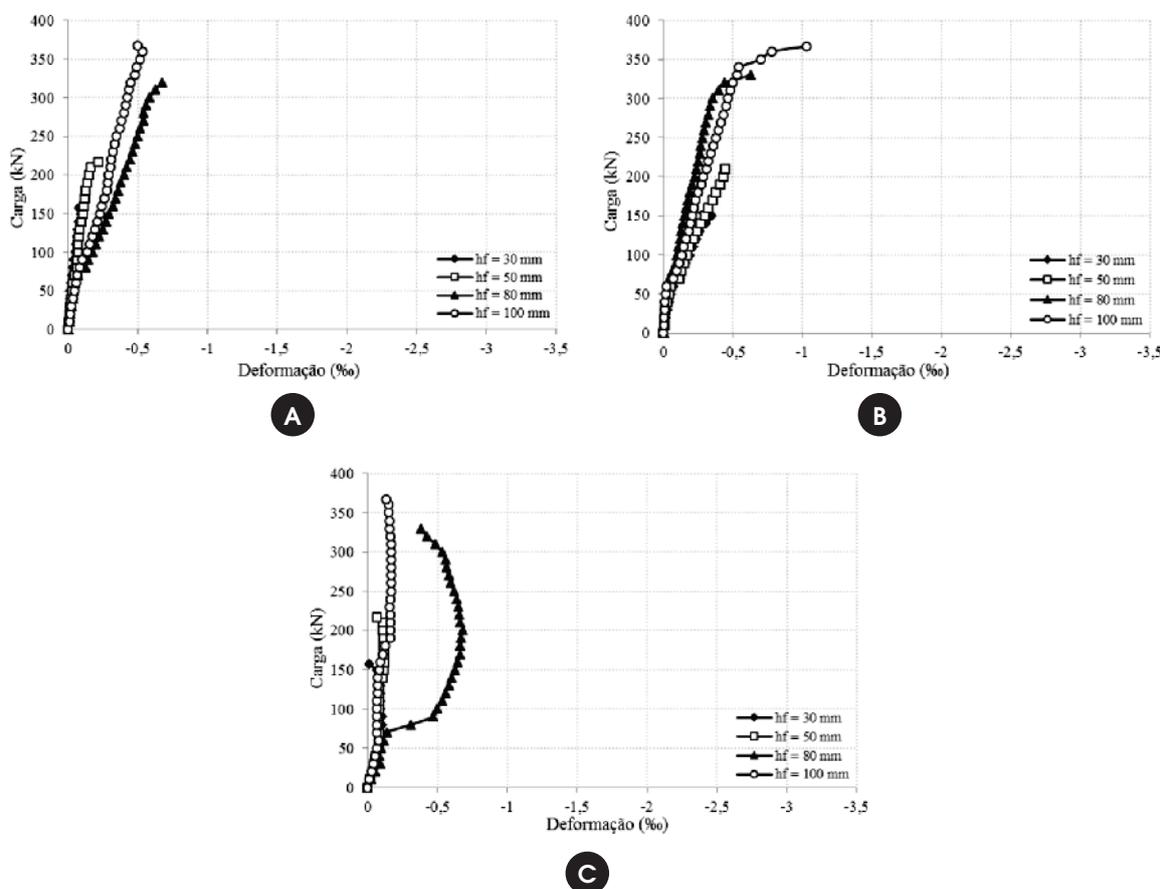
### 5.4 Padrão de fissuração

O padrão de fissuração foi semelhante para todas as lajes, onde o seu início se deu com a fissuração excessiva das nervuras. Inicialmente, ocorreram fissuras de flexão com posterior inclinação destas próximas aos apoios, o que configurou a iminência da ruptura por cisalhamento, sendo que após determinada carga houve

a ruptura, na maioria das lajes, da nervura externa, seguida da nervura central, onde a superfície de ruptura prolongou-se até a capa levando a seu destacamento. Esta forma de ruptura ocorreu devido à nervura central apresentar seção transversal T bem definida, enquanto que as nervuras externas apresentavam seção transversal L, resultando em maior rigidez para a nervura central, ou seja, esta nervura se manteve mais íntegra que a nervura externa, mesmo sob elevados carregamentos, enquanto que o destacamento de parte da capa confirma a atividade resistente desta em monolitismo com a nervura.

Na superfície superior da laje houve um padrão de fissuração longitudinal no encontro entre capa-nervura, o que indica a presença de momento negativo, sendo que em algumas lajes esta fissuração atingiu a seção transversal da nervura. Esta fissuração na superfície superior é prevista pela norma para as lajes nervuradas com distância entre eixos acima de 650 mm, porém, abaixo deste valor normativo não há nenhuma análise com relação à capa, sendo que as capas das lajes do grupo L1300 apresentaram esta fissuração excessiva paralela às nervuras. Os padrões de fissuração das nervuras externas das lajes são apresentados na Figura 18. Estas nervuras apresentaram maior grau de fissuração e foi onde ocorreu a maioria das rupturas.

Figura 17 – Deformações no concreto das lajes L2000: (a) da nervura externa; (b) da nervura central; (c) da capa





### 5.5 Resistências últimas e modos de ruptura

A Tabela 4 apresenta os modos de ruptura observados e estimados. No grupo L1300 observa-se que 50% das lajes apresentam rupturas ao cisalhamento sem escoamento da armadura longitudinal e as outras com escoamento, ocorrendo nestas últimas em virtude do aumento da área comprimida o que conduziu ao acréscimo de deformação da armadura tracionada, a fim de que o momento resistente da peça seja suficiente para resistir ao momento solicitante. Contudo, em relação ao grupo L2000, apenas a lajes com  $h_f = 30$  mm não apresentou escoamento na armadura longitudinal, enquanto que as demais apresentaram o escoamento da armadura tracionada, pois há também o aumento da área comprimida bem como o acréscimo do comprimento da largura colaborante, o que acresceu uma considerável ductilidade no modo de ruptura observado.

Há uma proporcionalidade entre o aumento da espessura da capa colaborante com o aumento da carga última de ruptura. O ganho foi tão relevante que chegou a 80% no grupo L1300 em relação à laje com espessura de capa igual a 30 mm e a 131% no grupo L2000 com relação à laje com espessura de capa igual a 30 mm, demonstrando que o ganho neste grupo é maior do que naquele, pois há a soma do aumento da espessura com o aumento da capa colaborante.

Com o aumento da capacidade resistente devido ao acréscimo de valores da espessura da capa, todas as lajes romperam com intensa fissuração. Romperam ou por cisalhamento com escoamento ou sem escoamento da armadura longitudinal, levando a um colapso precedido por deslocamentos visíveis e pelo desenvolvimento da fissura inclinada de cisalhamento entre os pontos de apoio e carga. Em todas as peças a ruptura por cisalhamento foi bastante acentuada, demonstrando a colaboração dos mecanismos de resistência, principalmente, do engrenamento dos agregados e dos encavilhamento da armadura longitudinal, bem como a altura da área de concreto não fissurado nas lajes com capas mais espessas.

### 5.6 Análises das prescrições normativas

A Tabela 5 apresenta os resultados estimados pelas normas NBR 6118 [2], AC1318 [12] e EUROCODE 2 [13], bem como os resultados experimentais. Nota-se que estas normas, além de não considerarem a contribuição da capa ( $h_f$ ), apenas a altura útil ( $d$ ) e largura da nervura ( $b_w$ ) como variáveis referentes à geometria que colaboram para a resistência ao cisalhamento, diferem em suas estimativas devido à verificação como laje ou como viga ou pelos valores da tensão resistente. As normas brasileira e estadunidense superestimaram a resistência ao cisalhamento para as lajes como  $h_f = 30$  mm e  $h_f = 50$  mm, sendo que a norma europeia apresentou valores mais conservadores em relação aos resultados experimentais. Os melhores resultados foram obtidos para as lajes com espessura de capa de 80 mm e 100 mm, apesar de conservadores, mas de modo geral as normas NBR 6118 [2] e ACI 318 [12] foram mais precisas que a europeia EUROCODE 2 [13]. Entretanto fica claro o conservadorismo das estimativas normativas sem a consideração da participação da capa (ou das abas) na resistência ao cisalhamento das lajes, contribuição esta que é ignorada pelas normas analisadas.

## 6. Conclusão

Para as lajes ensaiadas foi possível notar que o aumento da es-

passura da capa proporciona maior resistência ao cisalhamento, porém o grupo L2000 apresentou maiores valores de ruptura em razão também do aumento da largura colaborante. A armadura de flexão da nervura central, como esperado, apresentou maiores deformações, devido à disposição do sistema de ensaio que conduziu maior solicitação sobre esta nervura. Entretanto, mesmo com tal configuração, foi possível notar que as demais nervuras, bem como a capa, colaboraram na resistência. As deformações da armadura longitudinal foram proporcionais ao aumento da altura das capas, devido ao reequilíbrio das forças resistentes frente ao aumento da área de compressão do concreto, que conduziu a armadura a maiores deformações, permitindo o seu escoamento. Nenhuma laje atingiu o limite convencional de deformação do concreto de ruptura de flexão normativo de 3,5%. Na superfície superior de todas as lajes houve um padrão de fissuração no encontro capa-nervura, o que indica a presença de momento negativo para a estrutura, o que ratifica a prescrição normativa brasileira de análise da capa à flexão em estrutura com distância entre eixos de nervuras maiores que 650 mm. Porém, em lajes com valores menores que 650 mm a norma brasileira não recomenda a análise da capa à flexão, sendo que nas lajes do grupo L1300 a presença do momento negativo foi notada. As estimativas para a resistência última mostraram que as normas NBR 6118 [2] e ACI 318 [12] apresentam valores muito próximos e superestimaram a capacidade resistente para as lajes com capas delgadas, diferentemente do que ocorreu com o EUROCODE 2 [13], que apresentou valores mais conservadores por adotar uma tensão resistente menor.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES, CNPq, ITEGAM e IPEAM pelo apoio financeiro em todas as etapas desta pesquisa.

## 8. Referências bibliográficas

- [01] BOCHI JÚNIOR, C.F. Lajes Nervuradas de Concreto Armado: Projeto e Execução. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 1995.
- [02] ABNT. NBR 6118 – Projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 2007.
- [03] RÜSCH, H. Researches Toward a General Flexural Theory for Structural Concrete. ACI Journal, July 1960. p. 1-28
- [04] ROMBACH, G.; LATTE, S. Shear Resistance of Bridge Decks without Shear Reinforcement. Proceeding of the FIB Symposium "Tailor Made Concrete Structures", Amsterdam, 2008.
- [05] MACGREGOR, J. G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design. New Jersey, Prentice-Hall; Third Edition, 197p.; 1997.
- [06] COLLINS, M.P.; BENTZ, E.C.; SHERWOOD, E.G. Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures. ACI Structural Journal/September-October, 2008.
- [07] ACI-ASCE Committee 426. The Shear Strength of Reinforced Concrete Members. In: Journal of the Structural Division, Vol. 99, N° ST6, June, 1973, pp. 1091 – 1187.
- [08] LEONHARDT, F. ; MÖNNIG, E. Construções de concreto – Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado, v. 1, Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1982, 305p.

- [09] KANI, G. How safe are our large reinforced concrete beams. ACI Journal, 64, 128-141, 1967.
- [10] COLLINS, M.P.; KUCHMA, D. How Safe Are Our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs, and Footings?. ACI Structural Journal/July-August, 1999.
- [11] KANI, G. Basic facts concerning shear failure. ACI Journal, 63, 675-692, 1966.
- [12] ACI-318 R. Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2011.
- [13] EUROCODE 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1, General rules and rules for buildings, BS EN 1992-1-1: 2002, British Standards Institution, London, Dec 2002.