

*Itamar Miranda da Silva*

A Relação do Professor com o Saber  
Matemático e os Conhecimentos  
Mobilizados em sua Prática

BELÉM - PA  
2014

ITAMAR MIRANDA DA SILVA

A RELAÇÃO DO PROFESSOR COM O SABER MATEMÁTICO E OS  
CONHECIMENTOS MOBILIZADOS EM SUA PRÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção de título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas (Área de concentração: Educação Matemática).

**Orientador:** Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves

BELÉM - PA  
2014

ITAMAR MIRANDA DA SILVA

A RELAÇÃO DO PROFESSOR COM O SABER MATEMÁTICO E OS  
CONHECIMENTOS MOBILIZADOS EM SUA PRÁTICA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção de título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas (Área de concentração: Educação Matemática).

**Orientador:** Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves

**Defesa:** Belém, PA, 04 de Abril de 2014.

**COMISSÃO AVALIADORA**

---

Prof. Dr. Tadeu Oliver Gonçalves (Orientador)

---

Prof. Dr. Renato Borges Guerra (Membro Interno)

---

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes (Membro Interno)

---

Prof. Dr. José Ronaldo Melo (Membro Externo)

---

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas (Membro Externo)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Terezinha Valim Oliver Gonçalves (Membro Suplente)

BELÉM – PA

*Aos meus pais, Reinaldo e Maria, pelos ensinamentos que me foi dado.*

*A minha filha Byanka Mariá, razão de ser de todo o esforço empreendido nesta caminhada.*

*A minha esposa e companheira Cláudia Clara por sua compreensão e em se dedicar diuturnamente para que eu pudesse realizar esta pesquisa.*

*Aos meus irmãos, Itávia, Ibraim, Ana Paula, Ana Kélia, Arlene, Maicon e Daniela por me incentivar a alcançar os meus objetivos.*

## *Agradecimentos*

*Em primeiro lugar a Deus, pela minha existência.*

*Ao Prof. Tadeu Oliver Gonçalves pela confiança em mim depositada, pelo carinho prestado a minha família e por me ajudar a ultrapassar todas as barreiras que surgiram nesta caminhada.*

*Ao Prof. Renato Borges Guerra pela atenção que me foi prestada, pelos questionamentos levantados, pelos encaminhamentos dados e por todas as contribuições que foram imperiosas para a realização desta pesquisa. Além, da amizade que foi construída durante o percurso de estudos.*

*Ao Prof. José Messildo Viana Nunes por suas contribuições e sugestões que foram por demais relevantes para o desenvolvimento da pesquisa.*

*Aos professores José Ronaldo Melo e José Luiz Magalhães de Freitas pela urbanidade prestada em todos os momentos que foram solicitamos, além de contribuírem com as discussões que deram andamento e fluidez a pesquisa.*

*Aos Grupos de estudos e pesquisas do IEMCI, principalmente o TRANSFORMAR e GEDIM por me acolher e permitir interações valiosas não só em relação a minha pesquisa, mas também por propiciar momentos de reflexões imprescindíveis na minha formação enquanto pesquisador e pessoa, foi sem dúvida, nesses grupos em que a minha relação com o ensino e a pesquisa se transformou.*

*A toda comunidade IEMCI e, principalmente os colegas em que tivemos o privilégio de compartilhar práticas e experiências importantes para o nosso aprendizado. Optei por não arrolar nomes, pois poderia deixar escapar alguns.*

*A Prof<sup>ta</sup>. Aline Andréia Nicolli grande amiga e colega profissional pelas contribuições e incentivo dada e a oportunidade de desenvolvermos muito das nossas atividades docentes de forma colaborativa.*

## Resumo

O presente trabalho tem como objetivo buscar compreensões acerca da relação do professor com o saber matemático, bem como identificar conhecimentos mobilizados em sua prática. Entendemos que a temática se justifica, pois as pesquisas, no campo da formação de professor que ensina matemática, têm denunciado que o professor de matemática enfrenta dificuldades no que se refere ao domínio dos conhecimentos necessários à difusão do saber matemático. Assim, o tema insere-se no seio da problemática enfrentada pela profissão docente no que tange às maneiras de agir e pensar sobre o ensino da matemática escolar. Metodologicamente, o estudo desenvolve-se numa abordagem qualitativa e para construção da empiria da pesquisa realizamos dois percursos de formação. O primeiro, chamaremos de Estudo da Aula Simulada (EAS) e aconteceu durante a realização da disciplina estágio supervisionado II, contando com a participação de quatro sujeitos, alunos-professores, de um curso de licenciatura plena em matemática. O segundo percurso de formação foi desenvolvido à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), da qual assumimos o Percurso de Estudo e Pesquisa (PER). Este percurso ocorreu durante a realização da disciplina Tendências Metodológicas em Educação Matemática, do curso de Especialização em Educação Matemática, e contou inicialmente com a participação de sete professores. Além das observações diretas realizadas ao longo dos dois percursos formativos, utilizamos como instrumentos de construção de dados e informações, as observações das aulas, que foram gravadas em áudio e vídeo, e recorreremos à aplicação de questionários, entrevistas semiestruturadas, anotações e atividades desenvolvidas e registradas, que foram disponibilizadas pelos sujeitos. A partir dos dados e informações obtidos, selecionamos episódios, que compuseram um conjunto de ideias, e os analisamos a luz da base teórica adotada. Como resultado, foi possível evidenciar, por exemplo, que a maneira do professor se relacionar com o saber matemático e os conhecimentos que ele mobiliza durante a sua prática, são em vários aspectos reflexos de suas experiências como aluno. Então, a partir das análises dos processos que emergiram nos percursos formativos, elaboramos um dispositivo didático que poderá, a nosso ver, contribuir para a antecipação de maneiras de agir e pensar do professor sobre a sua prática no que tange ao ensino da matemática para a educação básica pautado na reflexão sobre um objeto de ensino concreto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Relação com o saber matemático; maneira de agir e pensar; ensino de matemática; formação de professor; Análise Combinatória.

## Abstract

This work aims to seek understanding about the relationship of the teacher with the mathematical knowledge and identify knowledge mobilized in its practice. We understand that the subject is justified because according to research in own institution of teacher training that teaches mathematics have reported difficulties faced by the teacher in mastering knowledge that can spread mathematical knowledge. Thus, the theme inserts in the own reality of the problem faced by the teaching profession in regard to ways of acting and thinking about the teaching of school mathematics. Methodologically, the study is part of a qualitative approach, and for the construction of empirical research we accomplished two training ways. The first way we call the simulated class study (SCS), which counted with the participation of four subjects of a full degree course in mathematics, which happened during the accomplishment of the discipline supervised stage II. The second training way was developed with the ideas of the Anthropological Theory of Didactics (ATD), which we assume the way of study and research (WSR). This way was initially set up with the participation of seven teachers who were in process of continuing education in a Specialization of Mathematics Education, that occurred during the realization of discipline Methodological Tendencies in Mathematics Education. Beyond the direct observations captured in those two training ways, we use as instruments of data building and information, the observations of lessons, which were recorded in audio and video, as well as we resorted to the questionnaires, interviews less structured, notes and activities developed and registered, that were disposed by the subjects. From the data and information obtained, we selected facts that composed a lot of ideas, but we analyze according the theoretical basis adopted. As a result, it was possible prove, for example, that the way that the teacher relate to the mathematical knowledge and other knowledge that he mobilizes during your practice, they are reflect, in many aspects, of his experiences as a student. Then, from the analyzes of procedures that emerged from the training ways, we developed a teaching device that may contribute to the anticipation of ways of acting and thinking the teacher about his practice in relation to the mathematic teaching for basic education guided in the reflection about a concrete teaching object.

**KEY WORDS:** Relationship with the mathematical knowledge; way of acting and thinking, math education, teacher training, Combinatorial Analysis.

## **Lista de Ilustrações**

|                       |            |
|-----------------------|------------|
| <b>Figura 01.....</b> | <b>98</b>  |
| <b>Figura 02.....</b> | <b>154</b> |
| <b>Figura 03.....</b> | <b>154</b> |
| <b>Figura 04.....</b> | <b>187</b> |
| <b>Figura 05.....</b> | <b>187</b> |
| <b>Figura 06.....</b> | <b>189</b> |
| <b>Figura 07.....</b> | <b>190</b> |
| <b>Figura 08.....</b> | <b>191</b> |
| <b>Figura 09.....</b> | <b>195</b> |



## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| <b>Apresentação</b> .....   | 11 |
| <b>CAPÍTULO 1 – Da reflexão sobre minha trajetória profissional aos aspectos que determinaram a escolha do objeto de estudo</b> |    |
| 1.1 - Apresentando minha caminhada de formação.....   | 18 |
| 1.2 - Os Espaços que contribuíram para minha constituição como professor .....  | 28 |
| 1.3 - Os novos caminhos que se apresentam .....   | 32 |
| <b>CAPÍTULO 2 – Da reflexão acerca dos saberes docentes à discussão a respeito da formação do professor de matemática</b>       |    |
| 2.1 - Introdução a formação profissional .....  | 43 |
| 2.2 - Formação docente.....   | 45 |
| 2.3 - Algumas acepções sobre conhecimento do professor.....   | 49 |
| 2.4 - Profissionalização do professor de matemática.....  | 56 |
| 2.5 - As crenças e concepções dos professores sobre a formação docente e sobre o ensino de matemática .....                     | 59 |
| 2.6 - Concepções sobre matemática.....  | 62 |
| 2.7 - Saber e conhecimento.....   | 68 |
| <b>CAPÍTULO 3 – Da reflexão acerca dos saberes matemáticos à discussão sobre as atribuições do professor de matemática</b>      |    |
| 3.1 - Algumas considerações sobre a natureza dos conhecimentos do professor.....  | 74 |
| 3.2 – Aspectos dos conhecimentos para o professor de matemática .....   | 77 |
| 3.3 - Conhecimentos para o professor a partir do “conhecimento base para o ensino” proposto por Shulman .....                   | 81 |
| 3.3.1 - Desdobramento do “conhecimento base para o ensino” no campo da formação de professores de matemática.....               | 88 |

|   |     |
|---|-----|
| 3.4 - As atribuições do professor à luz da TAD.....     | 91  |
| 3.4.1 - A TAD e o seu contexto.....                     | 91  |
| 3.5 A TAD e sua constituição.....                       | 94  |
| 3.6 As praxeologias como maneiras de agir e pensar..... | 100 |

## **CAPÍTULO 4 – Relatando os percursos da pesquisa**

|  |     |
|--|-----|
| 4.1 - Apresentando aspectos da abordagem metodológica.....   | 108 |
| 4.2 - Os sujeitos da pesquisa.....   | 112 |
| 4.3 - Os instrumentos de construção de dados.....  | 114 |
| 4.3.1 O caso do estudo da aula simulada.....   | 114 |
| 4.3.2 O caso do percurso de estudo e pesquisa (PER).....   | 120 |
| 4.4. As infraestruturas mobilizadas nas investigações nos percursos de formação.....                       | 138 |
| 5.4. Mapeando o objeto de ensino AC: a escolha do objeto, justificativas e expectativas sobre o mesmo..... | 141 |

## **CAPÍTULO 5 – Da análise aos resultados da pesquisa**

|  |            |
|--|------------|
| 5.1 – Situando a apresentação.....   | 149        |
| 5.2 – Ensaio inicial: Da relação dos alunos-professores com o saber matemático no percurso do EAS.....                                 | 151        |
| 5.3 - Os conhecimentos mobilizados nas aulas dos sujeitos do EAS: maneiras de agir e pensar dos sujeitos face ao saber matemático..... | 161        |
| 5.4 Alterando a relação com o saber .....  | 172        |
| 5.5 Modelo transacional-articulador .....  | 178        |
| <b>6 - Considerações .....</b>   | <b>196</b> |
| <b>REFERÊNCIAS.....</b>  | <b>205</b> |

## APRESENTAÇÃO

O desenvolvimento do conhecimento científico e tecnológico constitui uma das características mais marcantes da sociedade do século XX, e percebe-se que será o mote no século XXI. Esse desenvolvimento não se traduz apenas num acumular de saberes e conhecimentos, mas envolveu e envolve, por diversas vezes, uma mudança radical de paradigmas conceituais conforme Ponte (1992). Ao lado das ciências exatas e naturais, já bem estabelecidas, as ciências sociais e humanas emergentes conheceram um grande desenvolvimento. Entre estas encontram-se as ciências da educação, especialmente consagradas ao estudo dos fenômenos educativos e a matemática considerada como estratégica área do conhecimento para outras áreas do conhecimento, principalmente as tecnologias.

Diante desse processo de desenvolvimento convivemos com os problemas que impedem e/ou dificultam a difusão dos saberes consolidados nas práticas sociais, que geram conhecimentos e informações, que municiam os sujeitos e que na escola, sem dúvida, quando mobilizados, vão proporcionar a constituição de novos saberes.

Neste contexto, se considerarmos especialmente as três últimas décadas, é possível percebemos o avanço e o desenvolvimento das pesquisas no âmbito da Educação Matemática, cujo centro de diferentes pesquisas se dedica às problemáticas enfrentadas por aqueles que atuam na profissão docente. Dentre os vários focos, algumas ganham maior destaque, em particular aquelas concernentes ao conhecimento dos professores e no que dificulta os processos de ensino e de aprendizagem na/da área da matemática.

A problemática referente ao conhecimento dos professores de matemática que dificultam a difusão dos saberes se evidencia quando nos dirigimos à maioria das instituições de ensino em nosso país. Nelas, a partir de recursos teóricos providos pela Educação Matemática, em particular da Didática da Matemática, será possível observarmos as atividades relacionadas ao ensino em sala de aula e identificarmos fenômenos que indicam um quantitativo elevado de problemas enfrentados na relação epistemológica e na relação pedagógica<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Este termo relação pedagógica é com base em Brousseau (1998) como sendo um dos lados do triângulo didático ou sistema didático, em que cada vértice representa, respectivamente, professor, aluno e saber, todavia, o lado em questão é professor-aluno.

No seio dessas problemáticas o presente trabalho traz algumas reflexões que podem, de um lado, ajudar a compreendermos alguns aspectos que podem revelar dificuldades da relação do professor com o **sistema didático** e em particular para este estudo, a relação epistemológica. Por outro lado, como provedor de reflexões sobre o sistema didático que se caracteriza por meio de uma imbricação entre as relações epistemológica e pedagógica.

De outro modo, a relação pedagógica da maneira que vem sendo abordada em grande parte pela educação matemática condiciona o didático/epistemológico que também a constitui, ou seja, buscamos mostrar aspectos que evidenciam a relação didático/epistemológico como parte integrante do pedagógico e, portanto condicionada por essa relação, mas que o inverso nem sempre o é.

É nessa perspectiva, que nossos argumentos foram construídos com a intencionalidade de podermos criar meios durante os percursos de formação que levem o professor a refletir o fazer escolar e considerar que as práticas relativas a um dado saber possuem especificidades que somente podem ser evidenciadas pelo questionamento das práticas como manipulação do saber para ser ensinado segundo uma pedagogia.

Buscamos, essencialmente, apontar que a prática de reflexão sobre a prática, maneiras de agir e pensar tal, e tal objeto de ensino, nessa prática, com o ensino e para o ensino, tendo em conta o horizonte desse objeto de ensino no currículo, se constituem como condições exequíveis para criar, modificar ou consolidar a relação do professor com o saber e, conseqüentemente, o topo do professor no sistema didático, transformando ou reafirmando o seu modo de ver o ensino, a função da escola, a relação com os alunos, a avaliação, todos sob as condições impostas pelos vários níveis de codeterminação<sup>2</sup> didática sobre o fazer do professor nas instituições escolares.

Esta compreensão se assenta no que propõe Chevallard (2009a) ao tratar das implicações que deverão estar presentes nas articulações entre os níveis de codeterminação que são compreendidas como um movimento de mão dupla em que um nível determina e, é determinado pelo outro. Assim. o pedagógico determina e, é determinado pelo didático, e de forma mais inclusiva, as relações do professor com o saber são determinadas e determinam as relações pedagógicas, isto é, as maneiras de agir

---

<sup>2</sup> Os níveis de codeterminação são abordados por Chevallard (2009a) como sendo uma escala que relaciona as condições e restrições impostas pelos vários entes que são: a civilização, a sociedade, a escola, a pedagogia, a disciplina, a área, o setor, o tema sobre um determinado objeto de ensino o qual o professor deve dominar para torná-lo ensinável.

e pensar do professor para um determinado nível de ensino, por exemplo, condicionado pelo pedagógico pode remeter a reconsiderar a relação com o saber em outros níveis da escala de codeterminação, tanto abaixo como acima da escala de codeterminação didática de forma dinâmica.

Em consonância com este pensar, vamos tratar de questões em que o saber matemático se apresenta como o cerne da problemática que elegemos, mais precisamente, o ensino de um objeto matemático que se constitui por meio de uma relação institucional escolar disponibilizada em organizações didático-matemáticas contidas nos livros didáticos de matemática que tem como propósito atender uma pedagogia recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacional de Matemática (1997, 1998) para o ensino básico, segundo a demanda da sociedade, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996).

Assim, diante de condições nem sempre evidentes ofertadas pelos níveis de codeterminação didática que demandam o ensino de probabilidades e contagem (bloco tratamento da informação), desde os primeiros anos do ensino fundamental, que antes se viam restrita ao ensino médio, no caso, o objeto de ensino “Análise Combinatória”<sup>3</sup> se mostra problemático aos professores, e portanto, constituiu o interesse investigativo a relação do professor com este saber matemático por meio de suas mobilizações de suas práticas com este saber que se corporificam em como o professor elabora, questiona e realiza essa manipulação com o objeto de ensino, a razão de ser dessa pesquisa.

Para isto, assumimos a compreensão difundida por Chevallard (2009a) em que a relação entre um sujeito e um objeto é fruto de toda a sua história de conformidades e contra conformidades e/ou sujeição e contra sujeição institucionais, passada e presente, com aquele objeto, no sentido de estar de acordo, ou não, com o jeito de pensar e fazer relativo ao objeto pela instituição, sem desprezar a relação pessoal no sentido de Charlot (2005) e, em particular, relativa à matemática e a seus processos de difusão.

Assim, construímos o primeiro capítulo com a intenção de revelarmos alguns aspectos da nossa formação inicial, continuada e o desenvolvimento profissional alcançado, que acabaram por determinar a nossa visão de mundo, de matemática, de professor, ou seja, tudo que nos remete a considerar de certa forma um conjunto de maneiras de agir e pensar como referência.

---

<sup>3</sup> O objeto de ensino Análise Combinatória foi eleito pelos sujeitos no segundo percurso de formação a partir da mediação que realizamos, assim emergiu dos questionamentos os quais foram submetidos sobre as dificuldades encontradas em suas práticas docentes sobre o ensino de determinados objetos matemáticos.

Nesta parte da pesquisa nossa intenção é mostrar que a temática eleita para investigação não foi uma escolha aleatória. Ela emergiu das reflexões sobre nossa prática docente e o papel de minha relação, enquanto professor, com o saber sobre essa prática, no confronto dessa empiria com as teorias já anunciadas.

Ainda nesta parte da pesquisa, a nossa meta foi esboçar uma compreensão do papel da relação do professor com o saber matemático por meio de mobilizações de suas práticas com o saber que permitem apresentar os objetivos, a questão norteadora e os seus desdobramentos, justificativas, validade e viabilidade da pesquisa para o campo da formação de professores e mais especificamente a formação de professores que ensinam matemática na educação básica.

No segundo capítulo apresentamos um panorama das principais questões que envolvem a formação profissional docente, saberes docentes, concepções e crenças sobre matemática, no sentido do jeito de pensar a atividade matemática, inclusive no ensino, por entendermos que a relação do professor com o saber emerge também em questões sobre a profissionalização do trabalho docente que constitui um dos grandes problemas da profissão.

Nesta parte do texto, recorreremos às principais teorias que abordam questões atinentes à profissão docente e no que tange a nossa problemática consideramos as ideias de Shulman (1986,1987) quando argumenta que para a pesquisa sobre a formação do professor avançar, devemos conectar os campos de investigação sobre o ensino para lidarmos com a complexidade de ambos. Ou seja, o ensino como uma prática e a preparação de professores. Somente assim podemos superar a dicotomia teoria e prática.

Em momento posterior retomamos essa discussão com a preocupação apontada também por Bosch e Gascón (2009), ao assumirem que as pesquisas sobre a formação de professores que ensinam matemática devem partir de problemáticas concretas, que emergem em locais e tempos específicos, relativas aos ensinamentos de dados saberes, pois quem ensina, ensina algo, no caso um saber específico que foi manipulado para tornar possível o ensino.

A discussão aqui tomada é no sentido de ampliar o alcance do debate sobre as maneiras de agir e pensar do professor enquanto profissional do ensino de uma disciplina específica considerando os vários níveis escolares deste ensino e os níveis de codeterminação didática que condicionam esse ensino, bem como nos municiamos de métodos que tem como função viabilizar o acesso a informações dos sujeitos sobre os seus modos de agir e pensarem, pois essas mesmas pesquisas que tratam das

concepções, percepções e crenças dos professores alerta o quanto é difícil fazer com que os professores falem das suas dificuldades e limitações em relação ao domínio de determinados objetos de ensino.

No terceiro capítulo, mostraremos o processo de formação do professor segundo o “conhecimento base para o ensino”, que coloca como centro da problemática da profissão docente a questão de como ensinar um determinado saber, iniciando por aspectos do “conhecimento base para o ensino”, desenvolvido por Shulman (1986, 1987); conhecimentos para ensinar matemática desenvolvido por Ball (2002, 2008) e colaboradores, com base na proposta de Shulman, e continuamos com a Teoria Antropológica do didático (TAD) proposta por Chevallard e seguidores, apontando intersecções e distanciamentos, mas juntas no que tange a problemática anunciada se constituem como instrumento potente de análise da problemática sobre formação de professores que ensinam matemática quando nos disponibiliza compreensões como das dimensões epistemológica, ecológica e econômica dos objetos de ensino que tornam compreensíveis as práticas docentes como produto de uma dialética, no mínimo, da que se estabelece na manipulação do saber para o ensino com uma relação pedagógica.

Tal compreensão da TAD parece evidenciar que o didático inclui o conhecimento do conteúdo, o conhecimento do currículo e o conhecimento pedagógico do conteúdo de forma integrada e não separadas como faz Schulman. Isto compreende a relação do professor com o saber por meio de suas práticas em conformidades ou não com as práticas institucionalizadas, cujos contrastes se tornam em potencial dispositivo para analisar as problemáticas anunciadas.

Ainda neste sentido, as problemáticas relativas as relações com um dado saber se manifestam desde sua ausência para uma dada posição do sistema escolar, por exemplo, professores licenciados em matemática, em geral se recusam a atuarem no ensino dos anos iniciais por não disporem de dispositivos que permitam construir maneira de agir e pensar sobre o ensino de um determinado objeto matemático para este nível de ensino. A não consciência de uma razão clara para o ensino de um dado objeto matemático, ou ainda, da problemática ecológica do currículo que põe em evidência a epistemologia artificial dos objetos matemáticos de ensino e com isso a tomada de consciência das condições, às vezes restritivas, dos níveis localizados mais acima da escala de codeterminação didática como da cultura, da sociedade, da escola e da pedagogia no exercício da profissão.

Assim, a problemática da formação docente a partir da manipulação do saber para o ensino se põe a partir da clareza de que as tarefas que são atribuídas ao professor, sejam elas gerais ou específicas, requer esforços de vários outros atores institucionais para compreendê-las, pois todos, de um modo ou de outro, tem que enfrenta-las. Nesse sentido, as tarefas não são somente de um professor de matemática em particular preocupado com suas atividades, mas de todos aqueles que constituem a instituição docente, ou seja, são tarefas da profissão docente.

No quarto capítulo apresentamos os percursos de formação, a metodologia utilizada, os procedimentos adotados com os sujeitos, como observamos e recolhemos os dados, as relações que estabelecemos com os sujeitos, indicando e relacionando aspectos teóricos e empíricos que sob algum critério julgamos relevantes para um entendimento, não apenas descritivo, e assim adiantamos compreensões que vão se ampliando mais adiante.

Para isso vivenciamos dois percursos da investigação. No primeiro, acompanhamos um grupo de quatro alunos-professores (**professores em formação inicial**) e realizamos com eles o percurso de formação que intitulamos de “Estudo da Aula Simulada - EAS”<sup>4</sup>. Em tais condições, o que está em jogo são as ações dos sujeitos em situação de preparação de aula o que permite observar relações dos sujeitos com os saberes matemáticos em jogo, em particular os conhecimentos mobilizados nos confrontos de suas práticas.

Nessa investigação ficou claro o entendimento que estava faltando melhor delimitar um saber sobre um objeto de ensino específico, e que construíssemos uma compreensão sobre este objeto de ensino e, sobretudo deixando clara a hipótese considerada da reflexão sobre as práticas com o objeto matemático de ensino e suas articulações com outras práticas, com outros objetos de ensino, a sua vida institucional, como se transaciona ao longo do currículo escolar nos vários níveis de ensino que torne clara a razão de ser dele nas práticas escolares.

Assim emerge o segundo percurso de investigação, a partir da qualificação da proposta acima no mestrado, momento em que a banca examinadora apontou a possibilidade para ampliar a discussão do tema, constituindo um Percurso de Estudo e Pesquisa (PER), tradução do *Parcours d'Étude et de Recherche* (PER) que vem sendo

---

<sup>4</sup> Essa nomenclatura EAS designa os encontros que aconteceram a partir da tarefa didática-matemática e que consistiu em simular uma aula, e, portanto, tendo em conta um aluno hipotético.



desenvolvido por Chevallard (2004, 2006, 2009a, 2009c, 2009d) e tem como perspectiva consolidar uma pedagogia da investigação com professores que ensinam matemática.

No quinto capítulo apresentamos os resultados da pesquisa a partir das análises à luz dos referenciais teóricos já revelados. Nesta parte tecemos compreensões que parecem indicar para ações que parecem exequíveis de serem colocadas em prática, ou seja, inseridas nas práticas, e de que forma sua realização pode se constituir em momentos significativos no sentido de (re)pensarmos as decisões que tomamos ao considerarmos o ensino de matemática na educação básica, quando desenvolvidos em percursos de formação de professores que ensinam matemática, inicial ou continuada, e portanto, revelando rastros que confirmam a proposição inicial.

Quatro eixos para as análises do conteúdo (dos episódios) foram produzidos nos percursos de formação que permitiram projetar os objetivos eleitos, compreensões para algumas das problemáticas levantadas e a construção do modelo e/ou dispositivo para analisar saberes quando se pretende torná-los epistemologicamente funcionais, o que se traduz em considerar o conhecimento horizontal curricular do objeto, sua transacionalidade ao longo dos níveis escolares, suas dimensões epistemológica, ecológica e econômica, que permite reflexões até então consideradas no exercício da profissão docente; o professor como o artífice do saber.

Nesse sentido, apresentamos nas considerações a nossa posição sobre a pesquisa, no tocante, a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática como contribuição para a compreensão de como os dispositivos teóricos podem auxiliar na construção concreta de novas práticas para o ensino. E de fato, a ausência dos recursos teóricos que consideramos poderiam não impedir a construção de novas práticas, mas não asseguraria a revelação das problemáticas docentes no exercício da profissão e os meios de enfrentá-los.

Finalmente, e não menos importante, destacamos que as relações de elementos teóricos com as práticas de ensino promoveram aos sujeitos, em seus percursos de formação, um “se dar conta” da existência de um modelo dominante nas instituições e de sua relativa liberdade para proporem outros caminhos rumo a uma nova relação com o saber.

# **CAPÍTULO 1 – Da reflexão sobre minha trajetória profissional aos aspectos que determinaram a escolha do objeto de estudo**

*Viver e conhecer são mecanismos vitais. Conhecemos porque somos seres vivos e isso é parte dessa condição. Conhecer é condição de vida na manutenção de interação ou acoplamentos integrativos com os outros indivíduos e com o meio (MATURANA, 1999, p. 9).*

## **1.1 - Apresentando minha caminhada de formação**

Neste capítulo, apresentarei um panorama sobre a minha trajetória profissional e alguns aspectos que determinaram a escolha do objeto de estudo. Trajetória essa que iniciou com a minha formação inicial, seguida pelos espaços que constituem a minha formação profissional, bem como as perspectivas almejadas para o momento corrente. Faremos uma breve retrospectiva histórica e epistemológica, analisando momentos que julgamos relevantes e que acabaram por determinar nossas crenças, concepções e percepções sobre a matemática, o ensino e a prática docente, ou seja, que determinaram minha relação com o saber e a posição ocupada em cada instituição.

Acreditamos que a apresentação desses aspectos são valiosos para intermediar a compreensão de grande parte da discussão que apresentaremos. Anunciaremos também, nessa seção, as justificativas, os objetivos, a questão norteadora da pesquisa e ainda, a filiação teórica que estaremos assumindo quando da discussão de questões acerca do ensino, dos saberes matemáticos, da matemática, da profissão docente e dos conhecimentos julgados necessários para compor a pesquisa e não menos importante discutir as questões secundárias dos desdobramentos da questão norteadora anunciadas referentes à problemática da relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática.

Assim, dirigimos ao sentido e à compreensão sobre a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática da qual iremos abordar durante toda a pesquisa. Com isso, faremos um breve relato sobre a questão da relação com o saber.

Na obra de Charlot (2005) encontra-se um estudo, a nosso ver, muito relevante no sentido de indicar possíveis entendimentos sobre a relação com o saber, e que, de certa forma, acabou por nos influenciar a direcionar essa concepção para o campo da formação de professor com a finalidade de compreendermos as práticas dos professores de matemática. Esse autor afirma que a questão da relação com o saber não é algo novo, podemos sustentar que ela atravessa a história da filosofia clássica, pelo menos até Hengel. Foi exposta por Sócrates quando disse “conhece-te a ti mesmo”; passa pelo debate entre Platão e os sofistas; pode-se encontrar no cerne da dúvida metódica de Descartes e do cogito que vem em seguida e ainda pode ser observada na Fenomenologia do Espírito, de Hengel.

A questão da relação com o saber não para por aí, com as discussões sobre as ciências, ou melhor, sobre o saber científico é tratada por Bachelard (1996) na questão dos obstáculos epistemológicos ao afirmar que o espírito científico deve-se formar contra a natureza, contra o fato colorido e diverso e ainda, o espírito científico deve-se formar reformando-se.

Ainda, de acordo com Charlot (2005), se a questão da relação com o saber não é nova, a expressão “relação com o saber” também não. Segundo o autor pode ser encontrada desde os anos 60 do século passado, nos textos de psicanalistas, de sociólogos e didáticos. De antemão, podemos adiantar que este último é que vamos considerá-lo como referência, mas sem assumir essa concepção como absoluta. Considerando assim outros pensamentos sobre a relação com o saber e, que podem convergir e auxiliar na realização de nossos objetivos.

Continuando nessa linha de pensamento, segundo Charlot (2000), “a relação com o saber é a relação de um sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros” (CHARLOT, 2000, p. 78). Nesta perspectiva, a relação com o saber é a relação com o mundo como conjunto de significados, como espaço de atividades e se inscreve no tempo.

Neste sentido, a relação com o mundo se configura como sendo a condição que o homem só percebe o mundo através do que é dado a ele, e se houver a imaginação, reflexão desse mundo, por meio do que ele deseja, do que ele sente; a relação com ele mesmo é apropriar-se do mundo e apoderar-se dele materialmente e perceber que ele não é apenas um conjunto de significados, mas é também, um horizonte de atividades; e a relação com o saber é relação com o tempo pelo fato que a apropriação do mundo, a construção de si mesmo, a inscrição em uma rede de relações com os outros, ou seja, o

aprender necessita de tempo e jamais acaba. Assim, a relação com o saber é pessoal, pois ninguém reflete pelo outro, nem aprende pelo outro.

Ainda nesta linha de pensamento Charlot (2005) chama atenção do exposto por Chevallard (1989) quando afirma que a relação com o saber além de pessoal, também é institucional. A discussão de Chevallard sobre este tema está presente no contexto da difusão da transposição didática, e mais especificamente no seio da antropologia dos saberes. É de se considerar, que conforme Chevallard (2009b) a questão da relação com o saber, pelo viés da transposição didática, de um saber genérico e erudito em saber escolar como uma tradução que permite ao aluno constituir-se como um ser capaz de interpretar e analisar este saber em termos de práticas de referência, isso parece acontecer a partir da imersão do mesmo em uma instituição escolar.

A partir do exposto, passamos a considerar a relação com o saber em uma perspectiva individual e institucional focado em uma área específica, no caso, a relação do professor com o saber matemático. A perspectiva de assumimos nos permiti a reformulação e reproblemática de questões já trabalhadas, ou no caso de algumas, não discutidas, por serem vistas até então como transparentes no sentido de Chevallard (2009b) ou/e por não estar à disposição elementos teóricos que possam dar conta de identificá-los. Ainda neste sentido, consideramos a relação com o saber, como sendo ela que conforma e reconhece este saber como produto das práticas sociais, segundo Chevallard (2009a).

Do exposto até o momento entendemos que a relação com o saber matemático requer a compreensão das limitações da pessoa enquanto sujeito de uma instituição, em função da relação que ele mantém com as práticas das atividades de ensino, do tempo de experiência que tem com essas práticas, e, também de quanto pode ser rico o seu conjunto de práticas que teve contato ao longo de sua vida nas diferentes instituições em que vive e viveu se analisadas e refletidas no sentido de compreendê-las.

Tudo isso se constitui em um processo dinâmico, e com a finalidade de compreendermos melhor a relação do professor com o saber matemático. Nos limitamos inicialmente a revolver parte da memória de modo a nos permitir fazer uma reflexão sobre a minha relação com o mundo, com os outros e comigo, relativo ao saber escolar, ou ainda, à atividade escolar.

Os meus estudos formais iniciaram-se quando tinha nove anos. A partir dessa vivência, e sob o domínio da família, surge a minha primeira relação com a instituição escolar. Esta instituição escolar desenvolvia atividades na modalidade multisseriada ou

multisérie<sup>5</sup>. Sua estrutura era bem simples, tinha aquilo que é comum na maioria delas, uma única sala, lousa e carteiras.

Quanto a maneira de agir do professor, as aulas eram abordadas basicamente por meio da utilização do livro didático e o conteúdo exposto na lousa, não havia outros espaços de ensino e aprendizagem, como biblioteca, laboratório e outros.

Já quanto ao professor, penso ser importante destacar que a meu ver contribuiu de maneira singular na constituição da minha formação, posto que em alguns momentos de minha prática profissional passei por experiências, como aquelas das quais apregoa Larrosa (2002), que acabaram refletindo em atitudes que aquele professor apresentava e que, por vezes, pautavam minhas decisões naquelas maneiras de agir.

Assim que cheguei à instituição escolar, logo no início do processo de escolarização, como estava atrasado (comecei na escola formal aos 8 anos) na relação - idade x ano escolar - o professor cogitou a possibilidade de obtendo rendimento satisfatório poderia no final do ano progredir do primeiro ano para o terceiro. Esta condição acredito ter aguçado o desejo de pertencer a escola, ajudado aos assujeitamentos e consequentemente me tornar um sujeito de saber<sup>6</sup> em consonância com Charlot (2005).

Assim, com o desejo que me acompanhava, passei então, a ter interesse pelos estudos e esforçava-me para fazer todas as tarefas, para não faltar à aula e às vezes me propunha a fazer atividades dos alunos das séries seguintes e, na maioria das vezes, ele me permitia vivenciar o desafio.

Tenho a convicção que essa condição de me permitir o desafio também contribuiu e se constituiu como fundamental para me tornar sujeito de saber. Nessa direção Ferreira (2002) lembra que, para aprender um conteúdo ou matéria, é preciso que o aluno tenha um objetivo, ou em termos de relação com o saber um desejo que o motive durante o período de tempo em que precisa para realizar as atividades. No entanto, cabe ao professor fornecer meios que estimulem o aluno nessa aprendizagem.

Neste sentido, considerando que motivar significa fornecer um motivo para a aprendizagem, isto é, permiti a estimulação de um desejo que se concretiza com a vontade de aprender, a autora entende que, no trabalho educacional, é preciso respeitar as

---

<sup>5</sup> É o termo utilizado para as instituições de ensino, em geral, situadas em zonas rurais, e os alunos são agrupados do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental em um único espaço e o professor desenvolve seu trabalho simultaneamente com todos eles.

<sup>6</sup> De acordo com Charlot (2005), o sujeito de saber é aquele que ao entrar em um processo de estudo se coloca em conformidade buscando a interação com este, ou seja, o sujeito de saber é aquele que quer aprender.

diferenças individuais, pois os mesmos incentivos não atingem o mesmo resultado sobre alunos de idades e graus de cultura diferentes. Resumindo, é desejável que para uma boa aprendizagem, é preciso uma boa motivação. Há crenças que os motivos movem a pessoa humana na busca do resultado que pretende alcançar, estando, assim, centrada na vontade do indivíduo. Nessa vertente Guimarães (2001, p. 46) define que:

A motivação extrínseca é o que se manifesta para trabalhar em resposta a algo externo, a uma tarefa ou atividade, como também para a obtenção de recompensas materiais ou sociais, de reconhecimento, objetivando atender aos comandos ou pressões de outras pessoas ou, ainda, para demonstrar competências ou habilidades.

Nota-se que, a definição acima é o que a autora chama de motivação puramente extrínseca que pode contribuir para o engajamento do sujeito nas atividades que lhe são proposta, por outro lado, a própria Guimarães (2001, p. 37-8) “refere-se a escolha e realização de determinadas atividades por sua própria causa, por esta ser interessante, atraente ou, de alguma forma, geram a satisfação”, como sendo a motivação intrínseca.

Analisando o exposto, entendo que essas motivações, sejam elas intrínsecas ou extrínsecas como advoga Guimarães (2001), ou como desejo segundo Charlot (2005) acabaram por trazer contribuições valiosas para a minha trajetória futura enquanto estudante. É possível que naquele momento nem mesmo o próprio professor tivesse intenção e clareza acerca do impacto que suas ações iriam desencadear, especialmente, no meu interesse e dedicação pelos estudos e pela escola. Entendo ser importante observar que a proposta que ele me fizera naquele momento era um tanto impetuosa, considerando que não encontramos relatos, da época, de progressão escolar e/ou progressão de série ou ano, avaliação progressiva e outros mecanismos de aceleração.

Os argumentos acima, em que pese, apresentarem elementos de posição cognitivista e, como tal, centra como objeto de estudo os sujeitos (tanto alunos como professor). E por isso, as motivações ou/e desejos não podem ser negligenciadas na relação pedagógica. No entanto, antes da efetivação da relação pedagógica existe outro processo que é a preparação do texto de saber pelo professor que deve levar em consideração aquilo que irá ensinar, e isso, será o foco da pesquisa.

Aqui cabe lembrar o exposto por Contreras (2002) ao tratar da autonomia de professores, em que o referido autor afirma que o professor é responsável pelos problemas que surgem não só no seio da sala de aula, mas também daqueles que de forma direta ou indireta tenham relação com a escola. O mesmo autor, assevera ainda que a perspectiva

da atuação docente, como profissional reflexivo, nos permite construir a noção de autonomia responsável “como forma de intervenção nos contextos concretos da prática onde as decisões são produto de consideração de complexidade, ambiguidade e conflituosidade das situações.” (CONTRERAS, 2002, p. 197).

O pensamento acima, advogado por Contreras (2002), chama atenção para a autonomia profissional, no caso, autonomia docente, isso nos remete a questionarmos o alcance dessa autonomia. Por enquanto, entendemos que essa autonomia existe, porém de forma relativa ou limitada. O que possivelmente acontece é a nossa adaptação ao ambiente de estudo, ou seja, passamos a assumir uma postura de assujeitamento (isso não significa que assumimos uma posição de alienação perante o professor e a escola, mas de estar em conformidade com eles e que, não se dá de modo pleno.) institucional que segundo Chevallard (1989) significa agir e pensar em conformidade com a instituição em que se insere.

Nesse sentido, tinha uma boa relação com todas as disciplinas, porém, a que me chamava mais atenção era a matemática. Atribuo esse fato não só pelo contato que tive, com a mesma, na escola, mas por ela fazer parte de outras práticas presentes no contexto em que estava inserido, como por exemplo, a prática do comércio que fazia parte do meu cotidiano, pois nessa época, concomitantemente as atividades escolares, eu auxiliava a família em atividades relacionadas ao comércio.

Como já dito anteriormente, no que tange a instituição citada acima, tratava-se de uma escola interiorana (rural), em que predominava o ensino entendido como aplicação técnica, como prática dirigida à obtenção de resultados ou produtos previamente definidos, ou seja, pautado na reprodução, dirigida a reproduzir nos alunos os objetivos que guiava seu trabalho. Os pais, por sua vez, davam total “autonomia ao professor”, inclusive para além das responsabilidades educativas atuais. Viam no professor, o profissional com várias atribuições, inclusive como sendo o responsável pela educação extraescolar dos alunos e, por isso, aceitavam e concordavam com as várias decisões e atitudes do professor.

Passados dois anos nessa escola, com a conclusão da terceira série (atualmente 4º ano), a vida seguiu outros rumos. Meu pai deixou de ser comerciante e passou a trabalhar como caminhoneiro. Em seguida, mudamos para outra localidade. Deixamos a região onde nasci, para viver em outro lugar, de uma realidade rural, passei à vida urbana. Nesse processo de mudança, fiquei mais uma vez fora da escola, posto que no primeiro ano, o período temporal da chegada à outra instituição escolar não correspondia com o período

letivo da instituição anterior, ou seja, o processo de mudança da região onde vivíamos para o novo local inviabilizou a continuação dos estudos naquele ano.

Por outro lado, esse problema de não conseguir matrícula na escola, possibilitou momentos bem interessantes na minha vida, já que passei a realizar várias viagens, por todo o país, na companhia do meu pai. Julgo, hoje, que esta experiência possibilitou uma aprendizagem muito significativa para minha vida escolar.

No ano seguinte comecei a estudar em uma instituição escolar regular, com uma estrutura muito boa, especialmente, se comparada à estrutura da primeira escola onde tinha estudado. Mas, aconteceu um fato que passou a me incomodar. Primeira semana de aula a professora solicitou que fizéssemos uma redação, fiquei muito empolgado, pois seria a oportunidade de escrever algo que eu pensava, porque até então, na instituição anterior, o que o professor indicava como escrita era a lição, o ditado e a cópia de texto da lousa. Daí fiz a redação com toda atenção, cuidado e com a “certeza” de que seria elogiado.

Escrevi mais de duas laudas, enquanto a maioria dos alunos da classe não conseguiu escrever nem ao menos uma. Porém, na aula seguinte a professora começou fazendo elogios e logo em seguida a dar o “sermão”, para minha surpresa (ou decepção) estava eu na lista dos “piores”... o motivo: escrevi o texto com letras de forma (caixa alta) e isso era inadmissível para aquela professora, que acreditava ser correta apenas a utilização da letra cursiva. Para além do “sermão” disse ainda que se quisesse continuar estudando e ter a chance de passar de ano deveria imediatamente procurar um curso de caligrafia. Fiquei perplexo e, posso assegurar que, com treze anos de idade, mudar a forma de escrever não foi tarefa fácil. Passei então, a ter aversão à disciplina de língua portuguesa, que gerou uma confusão na minha forma de escrever, uma vez que, não conseguia escrever nem com letra cursiva nem com letra de forma e, o fato é que, faço uma confusão entre letra cursiva e letra de forma até os dias atuais.

Terminando a quarta série, mais uma mudança. Saímos de uma cidade de médio porte e fomos residir em outro estado, em um pequeno distrito no qual existia só uma instituição escolar. Nesta instituição conclui o ensino fundamental e médio. Durante o ensino fundamental as aulas eram basicamente expositivas e pautadas em questionários que eram arguidos nas avaliações. Lembro que uma professora de inglês tentou utilizar outras estratégias para suas aulas, mas os alunos não entenderam a mudança como sendo importante e alguns até reclamavam quando ela, por exemplo, solicitava a apresentação de trabalhos utilizando peça de teatro. Nesta situação, percebe-se que o contrato didático



estabelecido pela maioria dos professores se constituía como obstáculo para realização e aceitação de outra maneira de desenvolver a relação pedagógica (BROUSSEAU, 1996).

Percebia-se, na época, que a reação dos alunos era vista como sendo normal, levando-se em consideração que a rotina da escola era basicamente de aulas pautadas na reprodução e que a transmissão do conhecimento por meio da exposição dos conteúdos utilizando o livro didático e lista de exercícios era compreendida como sendo a maneira correta, sendo aceita sem questionamentos. Uma situação, que a nosso ver, fazia com que a preparação das aulas por esses professores fosse limitada à reprodução do livro didático, era o fato de que a maioria não tinha formação compatível com a disciplina que ministrava.

Da mesma forma, a grande maioria desses professores não apresentava, pelo julgamento, a percepção da condição profissional da docência e não faziam da mesma sua profissão, até porque exerciam outras profissões: eram enfermeiros, bioquímicos, comerciantes, agrônomos, técnicos agrícolas entre outros. Então, parece que esses professores agiram desta maneira por não ter uma formação condizente com a profissão, aliás, nenhum dos professores que atuavam no ensino fundamental tinha curso superior na modalidade de licenciatura. Assim, lhes fazia falta a discussão e apropriação de saberes acerca de questões fundamentais referentes à história, filosofia, sociologia, psicologia da educação e acerca de questões específicas de metodologia de ensino nas mais variadas áreas e, por isso, o único suporte, e o mais fácil, para de fato desenvolverem suas atividades de professor era o livro didático e, por isso, utilizavam como texto do saber o próprio livro didático.

Durante a minha trajetória no ensino médio (magistério para o educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental), a situação se apresentava de forma um pouco diferente. Percebia que mesmo diante do fato da maioria dos professores não terem formação superior na área em que atuavam ou por serem formados em uma determinada área e atuarem em outra, afim ou não, alguns fizeram a diferença.

Dentre os vários professores que marcaram minha trajetória, me deterei, brevemente, falar de um deles que teve uma importância singular. Este professor me permitiu compreender a relevância da profissão docente e vislumbrar outros aspectos do agir na docência.

Primeiro, pela maneira de agir e pensar sobre trabalho que realizava durante as aulas, buscando construir o conhecimento por meio do diálogo e possibilitando que os alunos participassem das aulas, questionando-os. Depois por buscar dar significado as

colocações dos alunos, ou seja, fazia com que o aluno participasse do processo, sentindo-se de fato incluído. Não posso deixar de confessar que no início não foi fácil compreender a proposta, pois estávamos acostumados com o fato de que quando fizéssemos alguma pergunta recebíamos respostas do tipo certo ou errada, sem justificativa ou qualquer possibilidade de argumentação, esse é um modelo ainda predominante na instituição escolar brasileira como preconiza Charlot (2005).

As aulas deste professor eram dinâmicas, em cada encontro apresentava uma estratégia diferente, foi inclusive, na aula dele que tive a oportunidade pela primeira vez participar de um seminário, atividade marcante que nos permitiu realizar e discutir, na disciplina Sociologia da Educação, os aparelhos ideológicos do Estado. Foi realizado durante uma semana, e toda a instituição se envolveu. Os alunos apresentavam os temas e foi necessário estudar e não apenas decorar o conteúdo, aprender, compreender, para que quando arguidos pudéssemos ter condições de apresentar o nosso ponto de vista justificando e argumentando.

Outra contribuição importante que esse professor me proporcionou foi o de superar o trauma que tinha de escrever. Em português nas aulas de redação passava momentos de angústia, pois tinha a convicção de não ser capaz de expor as ideias dentro da estrutura exigida. Ou seja, a preocupação não era com o conteúdo do texto, mas se ele obedecia às técnicas de redação. Então, foi nas aulas de História que passei a tomar gosto pela escrita, já que as questões solicitadas eram abertas e subjetivas e, portanto nos dava espaço para apresentar nossos pontos de vista. Assim, o referido professor, buscava construir o diálogo durante as aulas, e os alunos participavam e interagiam durante o desenvolvimento da relação pedagógica.

Concluído o ensino médio, já estava ministrando aulas de matemática para as séries finais do ensino fundamental (5ª e 6ª séries, hoje 6º e 7º anos). Nesse momento, minha meta era a de prestar vestibular para Engenharia Elétrica, mas ao mesmo tempo estava contente com a função que vinha desenvolvendo e com a possibilidade de me consolidar como professor. Cada dia que passava ia gostando mais de lecionar/ensinar/aprender matemática e isso culminou pela decisão por cursar a licenciatura plena em matemática.

Nesse momento, havia uma expectativa de que na licenciatura em matemática iria aprender de maneira mais ampla os conteúdos do ensino básico, metodologias de ensino, recursos didáticos e pedagógicos, como avaliar, como adequar os objetivos de ensino,

enfim, como ser um profissional com as capacidades, competências e conhecimentos desejáveis para o enfrentamento das situações que surgem na sala de aula.

No entanto, não foi bem o que aconteceu. Logo no primeiro semestre me deparei com assuntos totalmente novos e complexos, se comparados com a formação que tinha adquirido no ensino básico, especialmente se considerarmos que tinha cursado o magistério e o conteúdo de matemática foi abordado de forma muito reduzida. Por outro lado, percebia que as dificuldades eram quase que geral, atingiam também aqueles alunos que tinham cursado outras modalidades de ensino médio.

De maneira geral, os professores das disciplinas específicas estavam focados em repassar os conteúdos, não demonstravam preocupação em estabelecer conexão entre o que estava sendo trabalhado, em termos de conteúdo, e a formação dos futuros professores que em tese estariam se habilitando para exercerem suas atividades no ensino básico.

Nesse contexto, lembro que em alguns momentos refletia sobre a importância de estudar álgebra, equações diferenciais, cálculo de várias variáveis, geometria diferencial e outras tantas. Perguntava-me: Qual a contribuição desses conteúdos na formação de um professor que se prepara para atuar no ensino básico? Via-me especialmente incomodado com esta e outras questões, já que durante esse período já estava ministrando aulas no ensino médio e, talvez, por isso esse fato de enfrentar dificuldades na prática e não encontrar na formação as respostas a tais questionamentos me incomodava tanto.

Por outro lado, as disciplinas pedagógicas também contribuíram pouco na formação, tendo em vista que se discutiam muitas teorias, mas que raramente relacionavam-se com a prática. Os professores das disciplinas pedagógicas eram todos pedagogos e possivelmente por conta dessa formação acabavam direcionando seus objetivos para área da educação e da mesma forma que os professores das disciplinas específicas não conseguiam articular a teoria com a prática e dessa maneira as aulas acabavam por serem muito abstratas, teóricas e descontextualizadas.

Penso que a distância entre teoria e prática contribuiu e, ainda contribui para elevar os índices de rejeição por parte dos alunos em relação às disciplinas pedagógicas, rejeição que acabava por criar algumas situações indesejadas como, por exemplo, atribuição pouca importância às disciplinas pedagógicas o que resultava/resulta na vontade do estudante conseguir o aproveitamento mínimo, para obter os créditos, sem nenhum interesse em discutir os assuntos abordados. A maioria dos professores, da área da educação, por sua vez diante do desinteresse, acabava por não avançar nas discussões desejadas e vivíamos uma situação de descaso que gerava ainda mais descaso, tanto de alunos como de

professores. Tudo isso a nosso ver contribuindo com o aumento das lacunas na nossa formação.

Concluída a licenciatura plena em matemática, ingressei na especialização em ensino de matemática que foi implantada com o objetivo de preparar melhor os professores para atuar no ensino superior, tendo em vista que alguns professores do quadro tinham apenas a graduação. A maioria das disciplinas se configurava como extensão da álgebra, da análise, do cálculo, da estatística, geometria diferencial e apenas duas disciplinas tinham como objetivos discutir problemas enfrentados pela profissão docente. As abordagens utilizadas pela maioria dos professores na especialização eram a mesma da licenciatura e não poderia ser diferente tendo em vista que grande parte deles eram os mesmos da licenciatura. Mais uma vez, tínhamos um curso que possuía como objetivo a formação de professores de matemática e, por isso, deveria discutir o Ensino de matemática discutindo matemática, a matemática pela matemática...Ou seja, vivenciei mais uma etapa da formação onde tive um enorme espaço de discussão acerca dos conteúdos de matemática e questões teóricas educacionais, enquanto questões que poderiam resultar numa melhor percepção sobre o que fazer com o conteúdo em sala de aula, como pensar/planejar uma prática pedagógica eficiente eficaz ficava em segundo plano.

Assim, encerro esta apresentação sobre minha trajetória escolar/acadêmica, que em alguns momentos encontrava-se entrelaçada com a prática docente que vinha exercendo, em alguns momentos refletia sobre o que fazer, como fazer melhor, por que fazer, porém tinha a sensação de não avançar o quanto pretendia. Já que quase toda a minha formação foi pautada no contato com aulas expositivas, transmissão do conhecimento, ênfase muito acentuada nos conceitos, nas definições e pouca relação com a prática.

## **1.2 - Os Espaços que contribuíram para minha constituição como professor**

Boa parte da minha carreira profissional teve (e ainda tem inserção) no magistério. Iniciei-a como professor de escola multisseriada, momento em que cursava o segundo grau (atualmente ensino médio), formação para o magistério. Nesta época, em muitos momentos, agia de forma intuitiva. Reconheço que mesmo me preparando na hora de

desenvolver as atividades me deparava com os imprevistos e, por isso, buscava me ancorar em algum referencial e, muitas das vezes, tentava resgatar alguns aspectos das situações de ensino presenciadas quando era estudante, tendo em vista que também estudei em escola multisseriada. Acredito que a experiência vivenciada enquanto estudante me permitia ter certa segurança em relação ao trabalho que desenvolvia naquele ambiente, pois ali a interação era simultânea com todos os alunos das várias séries.

Naquela época a minha concepção de educação me permitia compreender que o processo do ensino e de aprendizagem se dava pela explicação/exposição dos conteúdos de uma forma bem detalhada e o papel dos alunos era de assimilar as explicações principalmente se mostrando atentos a elas durante a exposição apresentada, ou seja, acabava compreendendo os processos de ensinar e de aprender como uma transmissão de conhecimento. Imaginava que a atenção do aluno durante as explicações era suficiente para o aprendizado. Não tinha experiências acerca da existência de outros fatores que poderiam interferir na aprendizagem, como, por exemplo, aspectos relacionados à cognição, à cultura, ao social e às atitudes do professor. Com o passar do tempo, após algumas reflexões comecei perceber que ensinar não era somente ter domínio de conteúdo e repassar esse conteúdo. Contudo, a minha consciência acerca do processo não era suficiente para me permitir apresentar outra maneira de agir e pensar.

Concluído o magistério passei a lecionar matemática nas séries finais do ensino fundamental. Nesse período comecei a perceber as minhas limitações, o que havia assimilado enquanto aluno já não era suficiente para dar conta das demandas que tanto eu como professor e também os alunos necessitavam, e a única forma de adquirir segurança sobre os conteúdos que seriam abordados era seguir o livro didático, resolvendo os exercícios e quando não conseguia recorria a um colega com maior experiência que sempre me auxiliava.

Assim, as aulas se limitavam a reproduzir os conceitos, as definições, os exercícios e os problemas do livro didático. Tudo isto me deixava muito angustiado, percebia que podia fazer algo mais, no entanto, não sabia como. Foi a partir de então, que passei a me interessar pela aprendizagem da matemática, com outro objetivo: aprender de forma que pudesse obter maior segurança enquanto docente. Foi com essa intenção que ingressei na licenciatura em matemática.

Dando sequência a minha carreira docente, ainda cursando a licenciatura passei a lecionar no ensino médio. Nessa ocasião me deparei com o desafio de lecionar as disciplinas de Matemática e Física. Nessa época me preocupava em dominar bem os

conceitos, as ideias, as definições, em demonstrar os teoremas e aplicar os conhecimentos matemáticos nas resoluções de problemas e reforçava a ideia de que as respostas deveriam ser comprovadas obedecendo o rigor que a matemática formalista exigia. Penso que esta concepção formalista que caracterizava minha prática era reflexo de minha formação, posto que, conforme já dito anteriormente a maioria dos professores que atuava no curso que frequentei, reforçavam ou passavam a opinião de que o domínio do conteúdo era o suficiente para ser professor. Continuava, no entanto, buscando algo mais, em particular as aplicações da matemática em outras áreas do conhecimento, principalmente na área da Física a qual acabei me envolvendo também como docente.

Nesta ocasião, compreendia que dominar o conteúdo de forma isolada, ou de uma maneira linear, já não atendia as demandas e metas traçadas para um ensino de matemática que fosse capaz de provocar no sujeito interesse por ela e atribuir significado ao vivenciado. Intuitivamente buscava construir uma articulação entre o conteúdo presente com os conteúdos passados e antecipando o que estava por vir. Shulman (1986, 1987) afirma que para podermos considerar o presente a partir do passado e considerando o futuro é necessário que o professor domine o que ele denomina de conhecimento horizontal do conteúdo. Chevallard (2009b), por sua vez, diz que esta consideração caracteriza a capacidade de transacionar o objeto.

Ao término da licenciatura prestei concurso para Professor Substituto, na Universidade Federal do Acre, e, a partir de então, vinculei-me ao Departamento de Matemática e Estatística passando a lecionar nos cursos de Licenciatura Plena em Matemática, Física, Química e Ciências Sociais com disciplinas específicas da matemática como: Matemática Elementar I e II, Cálculo I e II, Estatística Descritiva, Matemática Financeira, Geometria Analítica, Fundamentos da Matemática, Variáveis Complexas, entre outras.

Paralelamente, cursava uma especialização em ensino de matemática, também pela Universidade Federal do Acre que de acordo com o já exposto, seu principal objetivo era preparar melhor alguns de seus professores que vinham atuando no ensino superior, os quais como eu, tinham somente a graduação. Esse curso poderia, a nosso ver, ter contribuído para a formação dos professores. Porém, não foi o que aconteceu, o objetivo do curso até que era interessante, mas, os professores eram os mesmos da licenciatura e, mantinham a mesma postura de outrora, ou seja, a ideia fixa de que relevante seria o domínio de conteúdo.

Como professor, na condição de substituto, não consegui avançar tanto como poderia, ou gostaria. Primeiro porque o professor substituto, de maneira geral, é visto como alguém que tem que dedicar todo o seu tempo para o ensino e, desta maneira, não restava tempo para a pesquisa. Segundo, porque o substituto é uma espécie de tapa buracos, ou seja, não pode se dedicar a uma área e buscar compreender, ter domínio da mesma, pois a cada semestre é lotado nas disciplinas que os professores efetivos não podem assumir, ou ainda, nos cursos que os mesmos não se sentem à vontade para trabalhar.

Então, cremos que estes fatores contribuíram para que tivéssemos dificuldades em refletir sobre a nossa prática e acabamos por repetir e reproduzir aquilo que foi vivenciado como aluno. Para confirmar o exposto, importa destacar que alguns colegas se encontravam na mesma situação que a minha e, por isso, a maioria das aulas eram textos produzidos a partir dos cadernos que guardavam de sua trajetória quando eram discentes. Não tivemos o tempo necessário para uma reflexão sobre a nossa prática, o que resultou no desenvolvimento de aulas pautadas na exposição, tolhendo o diálogo e a participação dos alunos durante a relação pedagógica.

Ainda, nessa trajetória, depois de cumprir o contrato de professor substituto prestei concurso, doravante efetivo na área de Educação Matemática lotado no Departamento de Educação, da Universidade Federal do Acre, por meio do qual passei a me vincular aos cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática. No curso de Pedagogia trabalhando com as disciplinas: Ensino de Matemática I e II e Estatística Aplicada à Educação, e na Matemática atuando na orientação dos Estágios Supervisionados e Didática Aplicada.

Nesse momento, como já havia anunciado anteriormente, começo a perceber as dificuldades que estão no entorno da minha prática e atrelado a elas aparecem os desafios. Primeiro, por assumir disciplinas, das quais não tinha nenhuma experiência, pois vinha da área dura (matemática) e agora tinha que desenvolver atividades mais de cunho didático e pedagógico. Segundo, por estar imerso em uma área nova (educação matemática) na qual os saberes matemáticos estão sendo construídos/analizados por outras perspectivas e os debates estão se consolidando, sendo que algumas teorias ainda estão em construção. Terceiro pelo fato de que a carga horária destinada ao ensino é demasiadamente alta (média de quatro disciplinas por semestre) o que de certa forma compromete a realização de pesquisas, tanto em qualidade como em quantidade. Este fato

agrava-se se consideramos que não se tem a cultura da pesquisa, pois em toda trajetória profissional me dediquei quase que exclusivamente ao ensino.

Outro aspecto a considerar é que tanto na Universidade, quanto no Estado do Acre, não temos Programas de Pós Graduação, e isto acaba por dificultar a qualificação dos quadros docentes, e uma das consequências dessa não qualificação é que os professores não tem acesso aos financiamentos das agências de fomento e nem podem submeter projetos de pesquisa, tendo em vista que a maioria desses projetos requer do proponente nível de doutorado.

Daí, não estando inserido em práticas de pesquisa e extensão, nos resta então, dedicar-se todo o nosso labor ao ensino. Tal cenário se agrava se pensarmos que a reflexão sobre a nossa prática acaba sendo prejudicada e a consequência é o prejuízo para o ensino, pois vários problemas que emergem na prática não são investigados de forma a garantir compreensões capazes de elucidar e/ou apresentar soluções.

### **1.3 - Os novos caminhos que se apresentam**

Iniciamos essa seção relembrando que concomitante a nossa formação inicial, já vínhamos atuando na docência com a condição do que chamam de professor leigo<sup>7</sup>. Isso, de certa maneira contribuía para que em certos momentos fosse invadido por um sentimento de insegurança e, portanto, que afetava a maneira de me posicionar e desenvolver minha prática docente e me levava a adotar como referência de atuação as experiências vivenciadas como aluno.

Nessa direção, vale ressaltar a importância da investigação de nossas práticas, já que de acordo com Ponte (1994), a falta de reflexão e competência tende a relacionar fortemente as razões que justificam o ensino de matemática nas escolas secundárias com a sua experiência enquanto alunos. Ainda nessa trilha pensamos ser importante darmos atenção especial ao conhecimento na ação, que, embora, muito possivelmente, influenciado por perspectivas teóricas diversas, resulta da assimilação da própria experiência pessoal num todo dotado de certa coerência.

---

<sup>7</sup> É aquele sujeito que desenvolve uma atividade, mas que não tem a formação da área que atua ou ainda, que pode se encontra em processo de formação.



Este é, por sua vez, um saber tácito, que se revela essencialmente pelo modo como agimos, envolvendo uma capacidade de deliberação rápida em situações de conflitos e de reflexão sobre a ação em conformidade com Schön (1983). É prudente reconhecermos também que não são somente os saberes relativos à matemática nem os conhecimentos de ordem pedagógica que terão que ser objeto de atenção, mas a forma como se combinam em cada situação concreta quando o professor é chamado a atuar, a desenvolver sua prática docente.

A situação apresentada acima fez parte da minha trajetória, principalmente quando precisei interagir/ensinar/aprender em campo que não tinha qualificação específica para desenvolver as atividades/funções exigidas. Isso, de um lado, acarretou uma série de preocupações, porém, por outro, contribuiu para que pudéssemos repensarmos as nossas competências, capacidades e, portanto, acabou por ser provocante e desafiador.

Assim, vivenciei situações em um contexto que me permitiram um deparar-me com vários episódios que me possibilitaram refletir sobre os problemas que estava enfrentando, e despertou a necessidade de conhecer e aprofundar estudos e pesquisas nessa nova área, a Educação Matemática, o que me possibilitou olhar o ensino por outras perspectivas.

No momento em que me vinculei a área da Educação Matemática, passei a entender a relevância de se refletir sobre a prática do professor, sobre suas limitações e dificuldades em se tratando de lidar com os objetos matemáticos, a insistência que cada vez mais se evidencia em termos de desenvolvermos aulas monótonas (onde o diálogo com os alunos é deixado de lado e a única possibilidade de interação é o texto do livro didático), as inúmeras resistências em estabelecer relações entre os objetos de ensino, a reduzida participação e motivação dos alunos e outros problemas que dizem respeito ao ensino e a aprendizagem da matemática.

Tal cenário tem sido, torna-se necessário reconhecer, lentamente alterado, especialmente se considerarmos a inserção, nas matrizes curriculares dos cursos de licenciatura em pedagogia e matemática, de disciplinas que se apresentam com a finalidade de viabilizar e desenvolver investigação acerca da prática pedagógica e discutir questões sobre o ensino da matemática. No entanto, antes dessas novas diretrizes, buscava-se compreender os conteúdos, os conceitos, as definições, os problemas e repassá-los da maneira “mais clara possível”, ou seja, não havia preocupação com o processo da construção de um texto de saber que levasse em consideração os questionamentos sobre o objeto a ser ensinado.

Ao falar sobre a minha condição profissional preciso deixar claro que as aulas que ministrava eram essencialmente pautadas na exposição de conteúdo, conceitos prontos e acabados. Característica essa que, a nosso ver, se faz presente na prática da maioria dos professores de matemática que agem exclusivamente munidos do senso comum acreditando que a explicação mais “detalhada possível” será suficiente para que ocorra a aprendizagem.

Retomando a nossa condição profissional, precisamos reconhecer também que outra situação que contribuiu para aumentar nossas angústias diziam respeito ao fato de que ao ministrar aulas no curso de Pedagogia nos deparamos com alunos que apresentavam um perfil diferente do qual estávamos acostumado a trabalhar e, por isso, foi preciso (re)pensar nossa proposta para o ensino, para atender aos objetivos do Curso e das disciplinas em termos de abordagem do conteúdo de matemática, sem perder de vista que tão importante como o que ensinar é o como ensinar, o por que ensinar e para quem ensinar.

Logo, passamos a discutir, nesse contexto, as metodologias, os métodos de ensino, as tendências em Educação Matemática, além da fundamentação filosófica que envolve a problemática. Foi aí que acabei por colocar em cheque as minhas concepções de educação, de ensino, de matemática, de aprendizagem, as crenças e percepções acerca do professor, de suas práticas, das metodologias utilizadas e, por isso, doravante passo a refletir sobre a minha própria prática profissional.

Com a intenção de esclarecer melhor a situação anteriormente apresentada, destacarei fatos que nos levaram a perceber a angústia e insatisfação por parte de alguns alunos, ao ministrar as primeiras aulas no Curso de Pedagogia. Em algumas das aulas foi possível evidenciar uma grande resistência dos alunos em momentos em que se estabelecia relações com objetos matemáticos. Ouvíamos os alunos fazendo afirmações como as que relataremos a seguir, *“optei por fazer pedagogia, por não gostar de matemática; a matemática é para perturbados; nunca conseguir entender matemática; fico doente só em pensar em matemática.”* A resistência e o negativismo que permeavam as percepções dos alunos acerca da disciplina Ensino de Matemática, marcaram e, portanto, contribuíram para a necessidade de (re)pensar o nosso fazer como formador de professores que ensinam matemática.

Em sentido paralelo, no mesmo período, assumir a responsabilidade de acompanhar as atividades de Estágio Supervisionado no Curso de Licenciatura em Matemática. No mesmo Curso, no qual estava acostumado a trabalhar conteúdo

específicos da área, como já mencionado anteriormente. Pela própria natureza da disciplina passei a enxergar a matemática, a sala de aula na universidade, o processo de formação de professores e os alunos com outras lentes, e a minha perspectiva foi sendo alterada, compreendi que a minha principal tarefa não é mais apenas de ensinar um conteúdo específico e simplesmente, ao contrário, passei a atuar em outras dimensões da formação, qual seja: coordenar e orientar as questões atinentes à relação dos alunos com a escola, com os professores, com o conteúdo etc.

Diante desses desafios passei a me deparar com indagações da seguinte natureza: Como ensinar? Para quem ensinar? O que ensinar? Por que ensinar? Em que pese o fato de que as questões são aparentemente simples e, o fato é que são questões que ainda parecem não estarem bem resolvidas e uma análise da literatura tem nos permitido entender a complexidade que as envolve e seus desdobramentos.

Considerando o exposto, pensamos ser pertinente estabelecermos um contato com a legislação, que dentre vários pontos preconiza o que segue:

Considerar o estágio como campo de conhecimento significa atribuir-lhe um estatuto epistemológico que supere sua tradicional redução à atividade prática instrumental. Para fundamentar essa concepção, esta parte é dedicada a uma análise dos diferentes enfoques que o estágio tem historicamente recebido nos cursos de formação de professores. Campo de conhecimento que se produz na interação entre cursos de formação e o campo social no qual se desenvolvem as práticas educativas, o estágio pode se constituir em atividades de pesquisa. O texto contextualiza o estágio como componente curricular e eixo central nos cursos de formação de professores e apresenta os aspectos indispensáveis à construção do ser profissional docente no que se refere à construção da identidade, dos saberes e das posturas necessárias. Apresenta e analisa a atual legislação que o regulamenta (RESOLUÇÃO CNE nºs 1/2002 e 2/2002).

Necessário que não percamos de vista, o fato de que embora tenham avançadas as discussões e ações efetivas no sentido de confirmar o espaço devido à disciplina, como o aumento da carga horária, atualmente com o mínimo de 400 horas e estabelecendo critérios mais objetivos, o que acontece na prática deixa muito a desejar. Na realidade cotidiana, vivenciada, em âmbito acadêmico, em relação à formação de professores, encontramos vários fatores que acabam obstruindo e/ou dificultando a possibilidade de, por meio/no/durante os estágios, construirmos novas compreensões acerca da formação do professor que ensina matemática.

Ao realizar uma análise da literatura referente ao estágio supervisionado foi possível encontrar em Alarcão (1996), algo que reflete o que estava vivenciando na minha prática, já que segundo a autora o estágio nas universidades é o parente pobre de todas as disciplinas.

Seguindo a análise, da literatura, é necessário que se reconheça que a Universidade dá pouca importância a esta etapa da formação dos futuros professores, remetendo para segundo plano o relacionamento da teoria com a prática e esquecendo assim a necessidade que os alunos têm de “aprofundar e consciencializar o seu saber” (ALARCÃO, 1996, p. 26). Acreditando na importância do estágio supervisionado, a autora alerta-nos para a necessidade de nos tornarmos orientadores de estágio preparados “para o desempenho das tarefas que são específicas da supervisão” (ALARCÃO, 1996, p. 27).

O exposto nos remete a considerar as seguintes interrogações, apontadas por Alarcão (1996), os orientadores estão preparados para utilizar estratégias formativas de reflexão sobre a ação? Serão eficazes no campo do saber e (...) saber-ser em psicologia interpessoal? Serão capazes de desenvolver relações humanas eficazes e motivadoras? Conhecerão o percurso universitário dos estagiários e estarão atualizados nas metodologias de ensino da sua disciplina?

Ao considerar os questionamentos acima, vão surgindo outras, como por exemplo: Como fazer um estudo epistemológico de um conteúdo matemático com o objetivo de torna-lo ensinável? Como iniciar a pesquisa em um grupo que não tem nenhuma inserção, não realizou nenhuma discussão, não desenvolveu nenhuma atividade específica de investigação, ou seja, não vivencia práticas de investigação e pesquisa?

E as indagações não se esgotam e nos remetem a outras como: Será que estamos desempenhando a nossa função docente com competência e capacidade de atendermos as necessidades exigidas pelas instituições escolares? E, então por que os alunos têm tantas dificuldades de compreender a matemática? E, se há dificuldades, está relacionada à nossa prática? Ou relaciona com os alunos? Ou com a própria matemática?

As indagações fazem emergir, mais claramente, a necessidade de traçar outros rumos, de forma que elas possam ir ao encontro das angústias, questões, reivindicações que se apresentam.

Importa destacarmos que foi nesse cenário de angústias, conflitos, inseguranças, dúvidas que o interesse em estudar especificamente a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados na sua prática docente emergiu. De forma mais específica, podemos afirmar que o cenário das angústias, inseguranças e dúvidas,

acima explicitado, tornou-se mais eminente quando participei do programa de formação continuada de professores (convênio MEC/IEMCI/UFPA e Prefeituras Municipais de alguns Municípios do Estado do Acre), por meio do qual passamos a ter contato com questões dos obstáculos didáticos, contrato didático, transposição didática e o papel do professor diante a Teoria Antropológica do Didático, e outros temas relacionados ao ensino de matemática e a noções presentes no quadro teórico que compõe a Didática da Matemática.

Acrescentavam-se então, naquele momento, novos desafios a partir das reflexões sobre as experiências vivenciadas no sentido de responder mais questionamentos como: *Que conhecimentos docentes são desejáveis ao professor de matemática para desenvolver sua prática docente? Quais aspectos da relação do professor com os saberes matemáticos, contribuem para que os alunos tenham, ou não dificuldades para aprender? Que fatores dificulta a mudança de posição do professor com relação aos saberes matemático e as suas implicações para o ensino? De que maneira os conhecimentos do professor são manifestados/mobilizados nas práticas?*

Pensando nestas questões, nos parece que as relações estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber matemático assumem papéis estratégicos por determinarem, de algum modo, a prática do professor na sala de aula e, não menos importante, o seu momento de preparação.

A discussão destas questões no seio da problemática da formação de professores passaram a constituir objeto da nossa pesquisa, que me remete a considerar a produção teórica sobre as crenças, os saberes profissionais e as práticas dos professores reflexivos, destacando-se pela sua influência os trabalhos de Shulman (1986, 1987), Schön (1983, 1987), Alarcão (2008) e Tardif (2008).

A literatura aponta que Schön foi sem dúvida, um dos autores que tiveram maior peso na difusão do conceito de reflexão. Os seus livros *The Reflective Practitioner* (1983) e *Educating the Reflective Practitioner* (1987) contribuíram para popularizar e estender ao campo da formação de professores as teorias sobre a epistemologia da prática.

Este autor propôs o conceito de reflexão-na-ação, definindo-o como o processo mediante o qual os profissionais (os práticos), nomeadamente os professores, aprendem a partir da análise e interpretação da sua própria atividade. A importância da contribuição de Schön sobre o ato de refletir, consiste no fato de ele destacar uma característica fundamental, qual seja: é uma profissão em que a própria prática conduz necessariamente

à criação de um conhecimento específico e ligado à ação, que só pode ser adquirido através do contato com a prática, pois se trata de um conhecimento tácito, pessoal e não sistemático, no entanto, essa posição será colocada à prova no transcorrer da pesquisa. Mais seguindo o raciocínio anterior, Clandinin (1986) define as seguintes características do conhecimento prático:

A concepção de conhecimento prático pessoal é a de um conhecimento experimental, carregado de valor, positivo e orientado para a prática. O conhecimento prático pessoal adquire-se por tentativas, está sujeito a mudanças, não pode ser entendido como algo fixo, objetivo e sem alteração... “O conhecimento prático pessoal implica um ponto de vista dialético entre a teoria e a prática Clandinin (1986, p.20).

Ampliando um pouco mais a discussão, agora de um ponto de vista mais específico, consideraremos a posição de Brousseau (1996) que propõe o sistema didático *stricto sensu* ou triângulo didático, que comporta três elementos o aluno, o professor e o saber como partes constitutivas de uma relação dinâmica e complexa: a relação didática que considera as interações entre professor e alunos (elementos humanos), mediadas pelo saber (elemento não-humano), que determina a forma como tais relações irão se estabelecer. Ou seja, a relação entre professor e aluno é a pedagógica, a relação entre professor e o saber é a epistemológica e a relação entre aluno e o saber é aluno/saber.

Contemplando Brousseau (1996), recorreremos à Teoria da Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (2001), sem esquecer o exposto por Charlot (2005) que entende que realizar pesquisas sobre a relação com o saber é buscar compreender como o sujeito aprende o mundo e, com isso, como se constrói e transforma a si próprio, em outras palavras, o que está em jogo não é o próprio saber, mas a relação que o sujeito estabelece com o mesmo.

Assim, pensar a relação do professor com o saberes matemático, e as implicações para a sua prática a partir das influências teóricas já apontadas anteriormente nos permitiu definir a questão da pesquisa, que é a seguinte: ***De que maneira o professor se relaciona com o saber matemático e constrói a sua prática?***

Com a intenção de enfrentar de maneira mais profícua e dissecar com maior alcance a questão da pesquisa acima optamos por apresentar desdobramentos da mesma, com o seguinte teor:

De que maneira o professor **se relaciona** com o saber matemático, articula com outros saberes, bem como transaciona este saber ao longo do currículo da educação básica no transcurso de suas práticas?

Como a compreensão da relação do professor com o saber na perspectiva **questionadora, articuladora e transacional** pode auxiliá-lo na construção de outras práticas?

Quais os conhecimentos que podem emergir durante o percurso de formação sobre o professor de matemática ao **estudar e manipular determinado objeto de ensino**?

Quais aspectos dos percursos de formação contribuem para que os atuais e/ou futuros professores **reflitam sobre o seu modo de agir e pensar** no que tange ao ensino da matemática da educação básica?

É imperioso destacar que os saberes da prática e saberes específicos da área anunciados por Shulman (1986, 1987), mas que serão tratados especificamente no contexto da Didática da Matemática em que seus autores falam das prática e da necessidade de refletir sobre outras pesquisas que direcionam seus estudos para a problemática do saber. Assim, parece haver indícios de uma complementação entre eles no sentido da relação com o saber como constitutivo dessa prática.

Neste sentido, as problemáticas que o professor de matemática enfrenta diante de tarefas que tem de realizar, segundo Bosch e Gascón (2001), compreendem tarefas rotineiras, que a princípio são bem definidas e que podem aparentemente parecer não representar problemas, até as mais amplas e complexas, como a de fazer com que os alunos tenham interesse pela aula, ou ainda, tarefas mais específicas como as que envolvem a construção de organização didático-matemática para o ensino sobre uma área particular (aritmética, geometria, álgebra), ou um setor (geometria plana, espacial, analítica) para um determinado nível de ensino (fundamental ou médio). Diante do exposto, importa reconhecer que tais tarefas não devem ser apenas evidenciadas, mas problematizadas.

Assim, nossas questões de estudo nos remetem a avançar no exposto por Elliot (*apud*, CONTRERAS 2002), quando afirma o seguinte: Se a prática reflexiva do ensino constitui um processo dialético de geração da prática a partir da teoria e da teoria a partir da prática, então, como articular teoria e prática? Com efeito, a compreensão da questão geradora parece apontar possíveis soluções para a situação.

Da mesma forma, para arrematarmos os encaminhamentos dados até aqui sobre a pesquisa destacamos um posicionamento apontado por Fiorentini *et all* (1999, p.57) quando diz que o saber (para nós conhecimento) docente é:

reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, ético-político ( pois tem como objetivo de trabalho, seres humanos ), cultural, formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos e de saberes da experiência e da tradição pedagógica.

Importa destacarmos que buscaremos compreender como estas multiplicidades de conhecimentos podem ser conectados, de forma, mais ou menos, coerente e imbricados, e a partir de então, apontar possibilidades para o enfrentamento dos questionamentos elencados e, por isso, apresentaremos os objetivos que, juntamente com a questão e seus desdobramentos, delimitaram o campo de estudo a ser explorado, para compreendermos primeiramente a formação profissional do professor de uma maneira geral, e em seguida, de forma mais específica a formação de professores que ensinam matemática.

Por fim, considerando o exposto até aqui, queremos deixar claro que assumimos a Educação Matemática como fonte de conhecimentos que pode contribuir para (re)pensamos o ensino de matemática com perspectivas distintas das vivenciadas em muitas das nossas instituições de ensino. É neste viés que buscamos em Garnica (1999), a defesa da Educação Matemática como movimento:

Assumir a Educação Matemática como “movimento” implica aceitar que desde o primeiro instante em que se decidiu ensinar a alguém alguma coisa chamada Matemática, uma ação de Educação Matemática começou a se manifestar... implica não desqualificar sua vertente prática e, até mesmo, radicalizando, sua vertente meramente prática. Pretende-se, porém, uma prática que demande, necessariamente, reflexão (uma práxis, como tem afirmado). Não a mera reflexão teórica fundante supostamente autossuficiente, uma reflexão que sugerida pela prática, visa a uma efetiva intervenção na ação pedagógica ... Assumir a Educação Matemática tanto qualquer outra área de conhecimento, como um conjunto de práticas sociais desenvolvidas por agentes específicos e aliar a essa proposta a necessidade de diferenciar a atual produção científica a partir de sua legitimidade, visa-se a explicar concepções e apresentar contextos a partir da prática. (GARNICA, 1999, p. 60).

É nessa direção, que buscaremos compreender a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos docentes mobilizados em suas práticas, identificando aspectos da visão docente pelos professores manifestados nos momentos da investigação



que será realizada em percurso de formação, sobretudo considerando o saber matemático apresentado via discurso e as posições quando arguidos em relação a sua maneira de agir e pensar.

Neste sentido, procuraremos captar nessas práticas situações que poderão ser analisadas e interpretadas a partir das próprias práticas, possibilitando a cada um tomar consciência sobre o que pode ser mais viável no processo de ensino, quando chamados a enfrentar as condições impostas pelas instituições considerando os níveis de codeterminação (CHEVALLARD, 2009a).

Considerando esse entrelaçamento de ideias, a pesquisa caminha buscando alcançar a compreensão da relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em suas práticas se e como estes se constituem como instrumento capaz de alterar a relação do professor com ele mesmo, com o outro e com o mundo e, conseqüentemente possibilitará transformar a visão de ensino, de escola, da matemática, de aluno, enfim mudará sua posição diante do saber matemático e dos conhecimentos mobilizados.

Assim, o exposto até o presente torna-se de fundamental importância para evidenciamos que a história de vida do sujeito é fruto de suas relações e interações consigo mesmo, com o outro, com as instituições com as quais conviveu e com o mundo. Podemos perceber que as reflexões, sobre as experiências vivenciadas pelo sujeito, parecem contribuir para a mudança de posição desse sujeito diante dos problemas da profissão, porém isso pode se dar de maneira lenta e tardia.

Então, o que passaremos a discutir são questões sobre como alcançar essa compreensão, sem a necessidade de termos que aprender a partir das experiências e vivências, com certa dose de reflexão advinda sem saber ao certo, de onde, quando e/ou como. Assim, desenvolver nos percursos de formação maneiras de agir e pensar que possam possibilitar a tomada de consciência dos problemas que precisarão ser enfrentados durante o exercício da profissão apresenta-se como imperioso.



## **CAPÍTULO 2 – Da reflexão acerca dos saberes docentes à discussão a respeito da formação do professor de matemática**

*“Será que a Educação do educador não se deve fazer mais pelo conhecimento de si mesmo do que pelo conhecimento da disciplina que ensina?”*  
(LABORIT, H., s/a)

### **2.1 Introdução à formação profissional**

No capítulo anterior, apresentamos os espaços e momentos da nossa trajetória, tanto de formação inicial quanto de formação continuada que são pano de fundo para trazermos elementos que permitem discutir alguns pontos que julgamos relevantes, e de algum modo se articulam com a temática da relação do professor com os saberes matemáticos e os conhecimentos docentes mobilizados em suas práticas. E mais, em grande parte acabaram por determinar e/ou contribuir para o processo de constituição da nossa carreira profissional na condição de um professor de matemática e agora de um formador de professor que ensina matemática.

A nossa intenção até o presente momento foi de mostrar de onde falamos, os espaços por onde atuamos, o tempo de profissão, os sujeitos com os quais nos relacionamos e como enfrentamos e/ou procuramos soluções para os problemas, e também um pouco da nossa reflexão sobre o que acabamos de citar, e assim de certa forma vem nos orientando e contribuindo para as indagações, questionamentos, que ainda nos perturba e também nos desafia a continuar investigando a temática.

Entendemos ser oportuno destacar que a compreensão da temática perpassa campos de estudo que estão imbricados com a formação docente e o desenvolvimento profissional, ou seja, são faces de um mesmo plano, então é plausível pensar que a compreensão da formação docente no que tange as maneiras de agir e pensar poderá viabilizar o desenvolvimento profissional e vice-versa.

A ideia de se investigar simultaneamente a formação docente e o desenvolvimento profissional pode ser encontrada em Imbernón (1994, p.11):

Trabalhar de forma conjunta formação e desenvolvimento profissional na formação do professor, é a busca de se

estabelecer um marco na formação do professor uma vez que se tenta com isso se estabelecer um processo dinâmico que venha tentar superar os componentes técnicos e operativos impostos de cima sem levar em conta o coletivo e as situações problemáticas da prática do professor, pretendendo dar coerência as etapas formativas por que se passa o docente, dando-lhe um conjunto progressivo, e ainda permite levar em consideração a prática de ensino como uma profissão dinâmica em desenvolvimento.

É nesse sentido que pretendemos apresentar como vem sendo pensada a formação docente, e especialmente a formação do professor de matemática, lembrando que o foco do trabalho não é a formação docente e profissional, porém, acreditamos que a discussão acerca das questões que envolvem a relação do professor com os saberes e os conhecimentos mobilizados nas suas práticas, não poderá estar desarticulada da formação profissional, que em seu cerne evidencia balizas a serem observadas pelo profissional do ensino como a ética, a autonomia, a responsabilidade e a capacidade de exercê-lo além do discurso, mas também nas ações e atitudes.

Nesse contexto, vamos buscar compreender como se torna possível levar o sujeito a se dar conta da sua posição enquanto profissional e perceber as possibilidades de propor mudanças no âmbito escolar, respaldado por um discurso consistente, coerente e substancial relacionado a argumentação fundamentada nos conhecimentos advindos de toda a formação, ou seja, temos a intenção de encontrar mecanismos para responder de modo consciente e com propriedade as problemáticas com que seremos confrontados, diminuindo deste modo, as ocorrências de improvisações quando nos deparamos com situações ainda não vivenciadas, ou de maneira mais precisa, quando confrontados com os problemas que emergirão na prática, principalmente aqueles da relação com os objetos de ensino da matemática escolar (RIBEIRO, *et all.* 2009), uma vez que os da relação pedagógica que se relacionem com comportamentos são muito complexas de superar pela atuação, ainda isolada do professor.

Gonçalves (2006) destaca que no nosso país, formação e desenvolvimento profissional não têm sido trabalhados de forma articulada. O modelo comumente adotado é o de primeiro ocorrer à formação inicial e depois se trabalha a formação continuada. A nossa posição é convergente com o autor, já que podemos observar que nas práticas da formação de professores de matemática há preponderância da “formação técnica” e pouco espaço para discutir a formação profissional que acaba se deslocando para outros campos. Assim, vamos nos debruçar, nessa discussão da formação profissional para que possamos perceber se de fato existem evidências de tais práticas.

Nessa parte do trabalho, vamos trazer algumas posições e discussões sobre como são abordadas a formação do professor de uma maneira geral, isto é, no nível da pedagogia e respaldada principalmente nas ciências da educação. Esses estudos se ancoram principalmente em Tardif (2010); Gauthier (1998); Schön (1983, 1987); Contreras (2002); Ponte (1992, 2004); Assude (2008), também trazemos algumas reflexões mais específicas acerca de pesquisa em formação profissional do professor de matemática a partir dos escritos de Fiorentini (2004a); Fiorentini e Nacarato (2005); Fiorentini; Lorenzato (2006); Gonçalves (2006); Melo (2010); Nacarato *et al* (2003); e Mendes (2009) já que consideramos que há avanços significativos, contudo, algumas questões ainda persistem sem respostas, ou de maneira mais relativa, foram poucos explorados e daí a importância de continuarmos a investigá-las.

Para que possamos alcançar tais compreensões, buscaremos nas crenças, concepções e percepções dos professores a identificação de questões que permeiam o exercício da docência, da docência na matemática e sobre a matemática. Pensamos que os elementos citados se justificam pelo fato que qualquer debate sobre questões relativas à prática docente na medida do possível, deve estar em interlocução com a formação profissional, ou seja, pensar a formação do professor de matemática nos remete a pensar os problemas da profissão, refletir sobre os problemas enfrentados pelo professor e também sobre as condições e restrições que lhe são dadas para ensinar.

Diante de tal cenário percebemos indícios de que os processos de mudanças podem fortalecer a produção de meios alternativos, a participação e novas perspectivas no sentido de transformação, além de favorecer a luta por espaços, ideias e aprendizagem. Nesta perspectiva é que pensamos na nossa questão de pesquisa e a situamos da seguinte forma: Como o professor se relaciona com o saber matemático, mobiliza os conhecimentos e constrói a sua prática?

Para iniciar a discussão apresentaremos alguns dos principais dilemas presentes na formação do professor de uma forma geral, e aprofundaremos as reflexões sobre questões relacionadas à profissão docente, aos conhecimentos docentes, às crenças, concepções e percepções dos professores em relação à formação docente e sobre a matemática. A partir dessa compreensão acreditamos ser possível elaborar elementos que poderão nos auxiliar nas análises do material empírico da pesquisa.

## **2.2 - Formação docente**

É aceitável, com base na literatura especializada, de um modo geral, que nos últimos anos foram bastante férteis as discussões sobre o tema da educação. Isso é admissível, tendo em vista que as sociedades vêm se transformando em processo acelerado, a competição entre as nações está cada vez mais acentuada e a busca de conhecimentos e saberes tornou-se elementos de primeira ordem. A escola como meio de se alcançar tais objetivos vem sendo interpelada de forma vigorosa, e muitos entendem que a mesma não vem cumprindo convenientemente com a sua função.

Nessa mesma trilha, também são alvos de críticas aqueles que os formam, ou seja, as universidades, ou instituições que exercem tarefa semelhante. Assim, questiona-se a qualidade do ensino dispensado aos alunos, à competência e habilidade dos professores e mesmo a capacidade por parte das instituições responsáveis pela formação desses professores. Para tentar amenizar esse problema o Estado nos últimos anos iniciou um processo de revisão e reformas com “finalidade” de melhorar a qualidade de ensino ministrado pelas suas instituições.

O momento atual apresenta-se, assim, propício a uma reflexão mais profunda a respeito da formação dos professores e da profissão docente e não se deve somente circunscrever os debates e investigações as dimensões técnicas ou organizacionais. Nesse momento, nossa atenção está centrada no que consideramos o cerne da problemática do ensino, ou melhor, que diz respeito à caracterização da natureza dos saberes subjacentes ao ato de ensinar, ou seja, o conjunto de conhecimentos, competências e habilidades que servem de alicerce a prática concreta do magistério e que poderão, ser incorporados aos programas de formação dos professores (GUATHIER, 1998).

Nos últimos anos as pesquisas voltadas à formação do professor tem ganhado grande destaque e, é considerada como problemática de ordem do dia, logo, indiscutível a importância em compreender, de maneira mais profunda a complexidade das temáticas relacionada à formação docente, todavia, temos a clareza que essa reflexão é bastante complexa e exigiria um esforço grandioso se optássemos por investigar todas as dimensões que acabam por interferir na formação do professor e na profissão docente, daí, a necessidade de limitarmos nosso estudo e buscarmos então compreender a relação do professor com os saberes matemáticos e os conhecimentos mobilizados nas suas práticas docentes. Contudo, entendemos ser pertinente algumas observações que podem

situar e contribuir para a tomada de consciência daquele que atua e que poderá vir atuar como docente.

Para Giroux (1997) o reconhecimento de que a atual crise na educação tem muito a ver com a tendência crescente de enfraquecimento dos professores em todos os níveis da educação é uma precondição teórica necessária para que eles efetivamente se organizem e estabeleçam uma voz coletiva no debate atual. Além disso, tal reconhecimento terá que enfrentar não apenas a crescente perda de poder entre os professores em torno das condições de seu trabalho, mas também as mudanças na percepção do público quanto a seu papel de praticantes reflexivos.

Entendemos a preocupação acima, quanto à desvalorização do trabalho docente, inclusive presenciamos atualmente a dificuldade de efetivar um plano para carreira docente a nível nacional, e a definição de um piso salarial mínimo sendo que a mesmo está muito longe de atender as necessidades básicas de um sujeito que tem em tese a responsabilidade de dedicar-se à profissão a fim de realizar o seu labor de maneira a atingir as metas esperadas por este mesmo Estado. É fato que as entidades que deveriam estar organizadas com a finalidade de defender os interesses e direitos da profissão, tem feito muito pouco, pois sabemos que a maioria delas estão a serviço de um pequeno grupo que os gerenciam e, portanto, acabam por defenderem interesses convexos ao coletivo.

Outro aspecto que entendemos merecer reflexão é o posto por Giroux (1997, p.36)

Um ponto de partida para interrogar-se a função social dos professores enquanto intelectuais é ver as escolas como locais econômicos, culturais e sociais que estão inextricavelmente atrelados às questões de poder e controle. Isto significa que as escolas fazem mais do que repassar de maneira objetiva um conjunto comum de valores e conhecimentos. Pelo contrário, as escolas são lugares que representam formas de conhecimento, práticas de linguagem, relações e valores sociais que são seleções e exclusões particulares da cultura mais ampla. Como tal, as escolas servem para introduzir e legitimar formas *particulares* de vida social. Mais do que instituições objetivas separadas da dinâmica da política e poder, as escolas são, de fato, esferas controversas que incorporam e expressam uma disputa acerca de que formas de autoridade, tipos de conhecimento, formas de regulação moral e versões do passado e futuro que devem ser legitimadas e transmitidas aos estudantes.

É fundamental que o professor, em decorrência de sua formação, compreenda a função da escola e que essa escola como instituição tem o poder de fazer com que os sujeitos devam, de alguma forma estar em conformidade com ela. Conformidade esta que

não é absoluta, já que cabe ao professor conquistar espaço observando as condições, para tornar-se também instituição e ter uma posição crítica mediante a sua prática.

E nessa vertente Giroux (1997) entende que encarar os professores como intelectuais também fornece uma vigorosa crítica teórica das ideologias tecnocráticas e instrumentos subjacentes à teoria educacional que separam a conceitualização, planejamento e organização curricular dos processos de implementação e execução. É importante enfatizar que os professores devem assumir responsabilidade ativa pelo levantamento de questões sérias acerca do que ensinam? De como devem ensinar? E quais são as metas mais amplas pelas quais estão lutando? Isto significa assumir um papel responsável na formação dos propósitos e condições de escolarização.

Tal tarefa não é simples, pois é muito difícil de ser concretizada, tendo em vista que há ainda uma divisão do trabalho e na qual os professores têm pouca influência sobre as condições ideológicas e econômicas do seu trabalho realizado. Este ponto tem uma dimensão normativa e política que parece especialmente relevante para os professores. Se acreditarmos que o papel do ensino não pode ser reduzido ao simples treinamento de habilidades práticas, mas que, além disso, envolve a educação de uma classe de intelectuais vital para o desenvolvimento de uma sociedade livre, então a categoria de intelectual torna-se uma maneira de unir a finalidade da educação de professores, escolarização pública e treinamento profissional aos próprios princípios necessários para o desenvolvimento de uma ordem e sociedade democráticas.

Portanto, em que pese a preocupação com a formação profissional em se apontar várias dimensões da formação docente, a nossa realidade ainda está longe de ser comparada com a que vem sendo apresentada. São vários os problemas, e de naturezas distintas. Por exemplo: a própria formação inicial do professor muitas vezes está longe de atender seus fins de fato. Se considerarmos, por exemplo, a licenciatura em matemática, podemos nos perguntar quantos professores desse curso tem a clareza. Em relação ao papel que desenvolvem em termos de serem professores formadores de professores e realmente organizam seus objetivos para garantir a formação tais que tenham como meta formar professores com conhecimentos voltados a atuarem na escola básica, para onde de direito estariam habilitados? Quantos professores da licenciatura em matemática tem discutido em suas aulas a relação da matemática com dimensões políticas, econômicas e tecnológicas? E sobre a formação continuada, quantos professores da escola básica, falo escola pública, estão dando continuidade às suas atividades ano



após ano, com a mesma turma? Quantas escolas buscam discutir os seus interesses envolvendo toda a comunidade? Qual valorização é dada a profissão docente?

Percebemos que ainda falta muito a ser feito com relação à questão da profissionalização docente no sentido de fornecer a este profissional do ensino, domínios e capacidades capazes de efetivar ações que contribuam para constituição de uma sociedade democrática e politizada, assim como preconizava Dewey (1959) e Freire (2000). Passamos a seguir a discutir como vem se enfrentado os problemas do conhecimento profissional docente e as possibilidades apontadas sobre as principais compreensões do conhecimento do professor.

### **2.3 – Algumas acepções sobre conhecimento do professor**

Inicialmente queremos esclarecer que foram selecionadas algumas pesquisas que a nosso ver fornecem uma visão geral sobre os conhecimentos docentes e permitem colocar em evidência a evolução experimentada pelo tema. O critério de seleção responde a duas condições coerentes: 1) à disponibilidade dos trabalhos nas plataformas de suporte aos pesquisadores, revistas eletrônicas com conteúdos disponíveis e outros canais de acesso pela rede; 2) à abrangência dos mesmos, de maneira que resultassem em uma representação global não restringindo as pesquisas pátria, que o conteúdo apresenta na sua essência o conceito dos mecanismos que o professor utiliza para se relacionar com os objetos de ensino (saberes, competências, conhecimentos) e temporal, destacando aqueles que originaram as várias pesquisas e tiveram repercussão e reconhecimento.

Das pesquisas que fazem parte do levantamento bibliográfico e que serão base da fundamentação que utilizaremos para tecer as análises, encontramos duas vertentes de pesquisas que utilizam o termo conhecimento, ao fazer referência àquilo que os professores deveriam compreender sobre a docência para favorecer um processo de ensino e aprendizagem eficiente. Eles são conhecidos como “conhecimentos base para o ensino” construído inicialmente por Shulman (1986) e o “conhecimento profissional dos professores” apresentado por García (1992) que por sua vez indica que buscou em Shulman (1986). Nem em Shulman (1986, 1987), e nem, em García (1992) observa-se uma clara preocupação por definir o termo “conhecimento” da docência, mas o conceito está implícito nos dois trabalhos, de maneira muito similar em ambos. Para Shulman

(2005, p. 5), o “conhecimento base para o professor” é aquilo que os “professores deveriam saber, fazer, compreender ou professar para converter o ensino em algo mais que uma forma de trabalho individual e para que seja considerada entre as profissões prestigiadas”; enquanto que para García (1992, p. 1), é o conjunto de “conhecimentos, destrezas, atitudes, disposições que deverá possuir um professor do ensino”.

Shulman (1986) é um dos autores que mais tem contribuído para o progressivo fortalecimento do campo educacional dos conhecimentos docentes. Em *The Knowledge Growth in Teaching* [Desenvolvimento do conhecimento no ensino], dirigida em Stanford, a partir de 1986, estabeleceu os fundamentos para a reforma da educação sobre uma ideia do ensino que enfatiza a compreensão, a transformação e a reflexão. Nela, expõe um argumento relativo ao conteúdo, o caráter e as fontes de um conhecimento necessário para o ensino como resposta à pergunta acerca da base intelectual, prática e normativa adequada para a profissionalização da docência.

Um ano depois, Shulman (1987) discursa sobre quais qualidades e profundidade de compressão, habilidades e capacidades, traços e sensibilidades transformam uma pessoa em um professor competente e define isto como “conhecimento base” para a docência. Segundo ele, são sete, no mínimo, as categorias da base de conhecimentos do professor: 1) conhecimento do conteúdo da matéria; 2) conhecimento pedagógico (conhecimento didático geral), tendo em conta, especialmente, aqueles princípios e estratégias gerais de condução e organização da aula, que transcendem o âmbito da disciplina; 3) conhecimento do currículo, considerado como um especial domínio dos materiais e os programas que servem como “ferramentas para o ofício” do docente; capaz de perceber a razão de ser de cada tópico 4) conhecimento dos alunos e da aprendizagem; 5) conhecimento dos contextos educativos, que abarca desde o funcionamento do grupo ou da aula, a gestão e financiamento dos distritos escolares, até o caráter das comunidades e culturas; 6) conhecimento pedagógico do conteúdo, destinado a essa especial amalgama entre matéria e pedagogia, que constitui uma esfera exclusiva dos professores, sua própria forma particular de compreensão profissional esse conhecimento apresenta a variação entre pedagógico e didático, nós adotamos a última por assumir que o saber é a substância do processo de ensino; 7) conhecimento dos objetivos, as finalidades e os valores educativos, e de seus fundamentos filosóficos e históricos (SHULMAN, 2005, p. 11).

Queremos destacar que os conhecimentos (1, 3 e 6) acima mencionados serão detalhados e ampliados no próximo capítulo que terá como mote entender como estes

conhecimentos podem ser mobilizados na preparação de seu texto, ou seja, no planejamento de ensino para as práticas como professores de matemática.

Continuando sobre o tema, na opinião do autor, as pesquisas didáticas, até a década de 1980, tinham prestado pouca atenção a aspectos associados às metodologias (o como ensinar?) e às dificuldades do ensino de cada disciplina ou áreas que compõem o currículo escolar. Por esse motivo, a maior parte de suas discussões posteriores versou em torno do que ele mesmo chamara de “conhecimento didático do conteúdo” (*pedagogical knowledge matter*). Assim, Shulman (1986) é considerado precursor ao considerar a existência, no professor, de um conhecimento pedagógico do conteúdo, diferenciado do conhecimento próprio do conteúdo.

O estudo de García (1992), sobre os componentes do conhecimento profissional dos professores, aparece num momento no qual se assiste às universidades espanholas envolvidas na elaboração de novos planos de estudo para a formação de professores de educação infantil, primária (ensino fundamental) e secundária (ensino médio) e que tem repercutido em outras partes do mundo.

As suas pesquisas abordam, com profundidade o problema relacionado com o tipo de especialização didática que deveriam receber os aspirantes a professor do ensino médio; isto é, quais são os conhecimentos, competências, habilidades, atitudes, posturas e disposições que deve possuir um professor do ensino secundário (médio).

García (1992), a partir da análise dos estudos, não só de Shulman (1986, 1987), mas também dos colaboradores de Shulman, eleva a um patamar superior os estudos sobre o “conhecimento didático do conteúdo”. Na ocasião, estabelece os componentes que deveriam integrar os conhecimentos profissionais dos professores, a saber: 1) *conhecimento pedagógico geral*, concebido como os conhecimentos, crenças e habilidades que os professores possuem e que estão relacionados com o ensino, com a aprendizagem, os alunos; assim como sobre os princípios gerais do ensino, tempo de aprendizagem acadêmico, tempo de espera, ensino em pequenos grupos, gestão da classe, administração da instituição etc. 2) *conhecimento do conteúdo*, associado aos conhecimentos que os professores deverão possuir da matéria que ensinam; 3) *conhecimento do contexto*, que faz referência ao lugar onde se ensina, assim como a quem se ensina; 4) *conhecimento didático do conteúdo*, um tipo especial de conhecimento. (GARCIA, 1992) e, de agora em diante quando utilizarmos o termo conhecimento didático do conteúdo reflete o próprio conhecimento pedagógico do conteúdo, por assumimos que no didático está explícito uma intencionalidade sobre a difusão de um

determinado saber, e quando aparecer “conhecimento pedagógico do conteúdo” é no sentido literal do que propõe Shulman (1986,1987).

Queremos destacar que assumiremos como modelo de referência para a nossa pesquisa, os conhecimentos anteriormente apresentados por Shulman (1986) e aprofundaremos aqueles que tiverem relação direta com os conteúdos, ou seja, o foco será alguns conteúdos matemáticos dos anos finais do ensino fundamental, e o alargamento possível que pretendemos oferecer ao conhecimento didático do conteúdo.

García (1992, p. 3), ao tomar como pressuposto o fato de que “é preciso prestar maior atenção conceitual e empírica à forma em que os professores ‘transformam’ o conhecimento que possuem da matéria em conhecimento ‘ensinável’ e compreensível para os alunos” e ao evidenciar conhecimento didático do conteúdo, faz aproximação com a obra de Shulman, (1986) de quem já falamos passe a ser, além de temática, também teórica e metodológica.

Em relação aos saberes, competências e conhecimentos docentes, vamos expor a compreensão de mais alguns estudiosos, agora com a acepção de saberes.

O grupo de autores que utiliza o termo “saberes” para referir-se à ação de conhecer, compreender e saber-fazer associado à docência é bem maior e mais difundido, no Brasil, que os outros. O mesmo está integrado por Freire (2000), Gauthier *et al.* (1998), Tardif (2003) e Cunha (2004), além desses encontram-se outras pesquisas principalmente ancorada nos três primeiros. De modo geral, essas pesquisas apresentam uma preocupação com a profissionalização docente numa dimensão política e social, o fazer do professor na relação com o saber é algo natural da profissão, ou não se dar a devida atenção.

O estudo de Freire (2000) tem, como temática central, o aspecto da formação docente ao lado da reflexão sobre a prática educativa na perspectiva progressivista em favor da autonomia dos educadores. Segundo ele, os saberes indispensáveis à prática docente de educadores críticos, progressistas, devem ser conteúdos obrigatórios à organização programática da formação docente e podem ser enumerados de um a dez: 1) *ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua produção ou a sua construção*, uma vez que inexistente validade no ensino do qual não resulta um aprendizado; 2) *ensinar exige rigorosidade metódica*, na medida em que é preciso reforçar no aluno sua capacidade crítica, sua curiosidade, sua insubmissão e o rigor metódico com que devem aproximar-se dos objetos cognoscíveis; 3) *ensinar exige pesquisa*, no sentido da busca contínua, da indagação, da (re)procura, da constatação e da

intervenção; 4) *ensinar exige respeito aos saberes dos educandos*, toda vez que é necessário respeitar os conhecimentos socialmente construídos pelos alunos na prática comunitária e discutir com eles a razão de ser de alguns desses saberes em relação ao ensino dos conteúdos; 5) *ensinar exige criticidade*, vista como curiosidade, inquietação e rigor na aproximação ao objeto cognoscível; 6) *ensinar exige estética e ética*, no sentido que o rigor da crítica não pode ir à contramão de uma rigorosa formação ética e estética, pois, quando se respeita a natureza do ser humano, o ensino do conteúdo não pode ficar alheio à formação moral do educando; 7) *ensinar exige a corporeificação das palavras pelo exemplo*, na medida que pensar certo é fazer certo; 8) *ensinar exige risco, aceitação do novo e rejeição a qualquer forma de discriminação*; 9) *ensinar exige reflexão crítica sobre a prática*, pois na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática e 10) *ensinar exige o reconhecimento e a assunção da identidade cultural*.

Gauthier *et al.* (1998), na sua obra por uma teoria da pedagogia tenta superar um ofício feito sem saberes e saberes sem ofício, apresentam uma outra visão do ensino, que parte da concepção segundo a qual seis saberes devem ser mobilizados pelos professores para o exercício da docência. São eles: 1) *saber disciplinar*, referente ao conhecimento do conteúdo a ser ensinado; 2) *saber curricular*, referente à transformação dos saberes produzidos pela ciência num corpus que será ensinado nos programas escolares; 3) *saber das ciências da educação*, relacionado com o conjunto de conhecimentos profissionais adquiridos que não estão diretamente vinculados com a ação de ensinar; 4) *saber da tradição pedagógica*, relativo ao saber dar aula que se tem antes da formação docente, adaptado e modificado mais tarde pelo saber experiencial e, principalmente, validado ou não pelo saber da ação pedagógica; 5) *saber experiencial*, referente aos julgamentos privados que o professor elabora com base na sua própria experiência, elaborando, ao longo do tempo, uma espécie de jurisprudência; 6) *saber da ação pedagógica*, o saber experiencial dos professores a partir do momento em que se torna público e que é testado por meio das pesquisas realizadas em sala de aula.

Outra pesquisa que trata exaustivamente da questão dos saberes na dimensão política e social encontra-se em Tardif (2003), que como a de Gauthier *et al.* (1998), tem sido amplamente divulgada no Brasil desde o início da década de 1990. Nela Tardif (2003) elenca quatro saberes diferentes: 1) *da formação profissional* (da ciência da educação e da ideologia pedagógica), referente ao conjunto de saberes transmitido pelas instituições de formação de professores; 2) *disciplinares*, relacionados com os saberes

dos diversos campos do conhecimento, os saberes de que dispõe a nossa sociedade, tais como se encontram hoje integrados nas universidades, sob a forma de disciplinas (por exemplo, matemática, literatura, história, etc.); 3) *curriculares*, associado aos discursos, objetivos, conteúdos e métodos, a partir dos quais a instituição escolar categoriza e apresenta os saberes sociais por ela definidos e selecionados como modelos de cultura erudita e de formação para a cultura erudita; e 4) *experienciais*, vinculados ou baseados no trabalho cotidiano do professor e no conhecimento de seu meio, os quais brotam da experiência e são por ela validados.

Fecham este estudo, as classificações e tipologias sobre os saberes da docência, realizadas desde a perspectiva das competências. Este terceiro grupo está integrado pelos trabalhos de Masetto (1998), Braslavsky (1999), e Perrenoud (2000). No Brasil, o termo competência popularizou-se bastante, no final do século passado, em todas as áreas da formação humana. Na educação, sua maior divulgação teve lugar por intermédio dos trabalhos de Perrenoud.

Excetuando os trabalhos de Masetto (1998), os textos dos demais autores que compõem esta corrente manifestam uma clara preocupação em definir o que entendem por competência. Braslavsky (1999) conceitua o termo competência sobre a docência como:

Capacidade de fazer com saber e com consciência sobre as consequências desse saber. Toda competência envolve, ao mesmo tempo, conhecimentos, modos de fazer, valores e responsabilidades pelos resultados de aquilo que foi feito (BRASLAVSKY, 1999, p. 13).

Perrenoud (2000, p. 15), por sua vez, compreende “competência” no sentido de “capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situações”.

Masetto (1998) tornou-se um dos principais especialistas em questões de formação pedagógica de professores do ensino superior que por sinal é o diferencial de suas pesquisas. Nesta perspectiva, o autor propõe um conjunto de competências pedagógicas para a profissionalização da docência. Conforme Masetto (1998), são três as competências específicas da docência no ensino superior: 1) *competência em uma área específica* (em uma determinada área de conhecimento), referente a um domínio dos conhecimentos considerados básicos (cognitivo), conhecimentos e práticas profissionais atualizados e domínio em uma área específica de conhecimento pela pesquisa; 2)

*competência na área pedagógica*, relacionado com o conhecimento do próprio conceito de processo de ensino-aprendizagem, dos processos de concepção e gestão do currículo, ao conhecimento dos princípios relacionados com a relação professor-aluno e aluno-aluno no processo de aprendizagem, e domínio da teoria e da prática básica da tecnologia da educação; e 3) *competência na área política* (capacidade para o exercício da dimensão política), associada à figura do professor como cidadão e como alguém comprometido com seu tempo, sua civilização e sua comunidade.

Já Braslavsky (1999), no contexto de um estudo sobre bases, orientações e critérios para o planejamento de programas de formação de professores, se faz a seguinte pergunta: quais competências básicas deve ter um professor para poder conduzir profícuos processos de ensino-aprendizagem no século XXI? Para responder esta questão, propõe cinco *competências necessárias* ao novo perfil que deverão ter os professores que desempenham a docência na América Latina. A saber: 1) pedagógico-didático referente à capacidade de conhecer, saber selecionar, utilizar, avaliar, aperfeiçoar e recriar ou criar estratégias de intervenção didáticas efetivas; 2) institucional, capacidade de articulação entre a macropolítica do sistema educativo e a micropolítica da escola e da sala de aula; 3) produtiva, capacidade para intervir no mundo de hoje e do futuro; 4) interativa, vinculada à capacidade de aprender a compreender e sentir com o outro; e 5) especificadora, relacionada com a capacidade para abrir-se ao trabalho interdisciplinar, para aplicar um conjunto de conhecimentos fundamentais à compreensão de um tipo de sujeito, de uma instituição educativa, e/ou de um conjunto de fenômenos e processos.

Finalizando esta sequência, buscamos em Perrenoud (2000), que apresenta preocupação pelos estudos sobre formação de professores, vinculados ao trabalho escolar, às práticas pedagógicas e à inovação. O autor busca abordar o ofício de professor de modo concreto, propondo um levantamento das competências que contribuem para elaborar a atividade docente.

Perrenoud (2000) toma um referencial de *competências* selecionadas que foram organizadas em 10 (dez) grandes famílias. Segundo ele as competências formuladas não descrevem o professor mediano contemporâneo, mas o perfil futuro desejável de profissional da docência. A organização foi realizada da seguinte forma: 1) organizar e dirigir situações de aprendizagem; 2) administrar a progressão das aprendizagens; 3) conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação; 4) envolver os alunos em suas

aprendizagens e em seu trabalho; 5) trabalhar em equipe; 6) participar da administração da escola; 7) informar e envolver os pais; 8) utilizar novas tecnologias; 9) enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão; e 10) administrar sua própria formação contínua.

O que nos motivou a realizar o estudo apresentado até aqui foi de compreender como está sendo processada, no contexto da formação de professores, a problemática da relação com o saber e os indicativos para atacá-los de maneira objetiva, e com possibilidades concretas para que professor possa se munir destes supostos conhecimentos para enfrentar efetivamente o cotidiano da sala de aula, e com isso, entendendo a relação com o saber da sua área de conhecimento diante da relação pedagógica.

O que podemos notar a partir da análise do apresentado é que existe uma abundante produção de classificações e tipologias que têm procurado ordenar a pluralidade, composição, temporalidade e heterogeneidade dos saberes, dos conhecimentos e das competências profissionais dos professores no contexto da formação docente e profissional. Ainda assim, e apesar de todas elas expressarem uma clara preocupação com a melhoria do ensino, da docência e de seus conhecimentos, apresentam resultados que têm contribuído pouco para a compreensão que os próprios formadores de professores têm deste objeto de estudo, que é a capacidade de tornar o saber de uma disciplina ensinável.

Entendemos que na perspectiva acima, a discussão está situada no nível pedagógico de codeterminação, são proposições gerais, desejáveis a todas as áreas do conhecimento, e portanto, são compreensões genéricas. E com efeito no nível da disciplina deixa a cargo do professor processar e tomar a decisão diante da situação concreta. Não queremos com isso anular o conhecimento produzido, mas procurar uma maneira de agir e pensar do professor diante de um fato que possa levá-lo a esse nível de compreensão.

#### **2.4 - Profissionalização do professor de matemática**

Como acabamos de observar a questão da profissionalização do professor é tema de grande relevância. É abordada por pesquisadores como Imbernón (2010); Gauthier (1998); Tardif (2008); Contreras (2002); Perrenoud (2000) e Tardif e Lessard (2009) que entendem que como instituição social fundamental que se encontra situada no próprio



cerne do desenvolvimento das sociedades atuais, a escola se baseia, em sua realidade cotidiana, no trabalho dos professores, os quais, em suas interações concretas com os alunos, assumem as principais funções dessa instituição.

Vale a pena repetir as implicações desta abordagem, salientadas por Zeichner (1997, p. 4):

Subjacente a esta orientação na formação dos professores encontra-se uma metáfora de “produção”, uma visão do ensino como “ciência aplicada” e uma visão do professor como principalmente um “executor” das leis e princípios de ensino eficaz. Os futuros professores podem ou não avançar no currículo em seu próprio ritmo e podem participar de atividades de aprendizagem variadas ou padronizadas, mas aquilo que eles têm que dominar tem escopo limitado (por exemplo, um corpo de conhecimentos de conteúdo profissional e habilidades didáticas) e está totalmente determinado com antecipação por outros, com base, muitas vezes, em pesquisas na efetividade do professor. O futuro professor é visto basicamente como um receptor passivo deste conhecimento profissional e participa muito pouco da determinação do conteúdo e direção de seu programa de preparação.

Percebemos que a discussão do tema provém, portanto, de que, ao falar da profissionalização do professor, estamos falando também da sua relação com a sociedade e, por conseguinte, do papel da mesma em relação à educação. Entendemos que as observações são válidas e devem fazer parte de reflexão na formação profissional de qualquer professor tendo em vista que também o que está em jogo no processo educativo são os conteúdos das áreas específicas, mas é imperioso que o professor perceba que ele é capaz de viabilizar discussão e debate sobre os problemas políticos, sociais e educativos e tal compreensão é fundamental para que se construa uma posição crítica e assim o professor possa contribuir para um processo de democratização escolar e social. Então, a indagação é como alcançar tal nível de compreensão? Se por um lado queremos um profissional capaz de construir a sua prática, mas de outro não lhe é dado as condições.

Mesmo a nossa discussão tendendo para um foco mais específico, em nenhum momento nos furtamos desse debate. Nesse viés investigando a formação profissional do professor de matemática destacamos as pesquisas desenvolvidas por Fiorentini, (2004a), Fiorentini e Nacarato (2005), Fiorentini e Lorenzato, (2006), Gonçalves (2006), Melo (2010), Nacarato *et al* (2003) e Mendes (2009) que ainda estão muito presentes o contexto da formação da crença de que a função do professor se limita a ensinar um corpo de

conhecimentos organizados, estabelecidos e legitimados pela ciência e pela prática, na qual o senso comum entende como fundamentos na lógica da organização do conteúdo é a qualidade mais reconhecida no docente, sem maiores preocupações com os sujeitos da aprendizagem e com o contexto em que a formação deveria acontecer (MELO, 2010 p. 18).

No entanto, essa crença vem enfrentando críticas e por outro lado cresce a busca de uma profissionalidade e possibilidade de alternativas orientadas por uma epistemologia da prática que transforma todo um processo de investigação sobre a docência e sobre o pensamento da prática do professor.

Com a intenção de apresentar contribuições na formação profissional do professor de matemática, vemos que nas últimas décadas, esforços educacionais empreendidos por diversas nações, dentre elas o Brasil, tem favorecido a constituição desse campo de ensino e pesquisa que é a Educação Matemática, que procura responder a algumas questões, dentre os conhecimentos para o professor de matemática, que serão apresentadas posteriormente.

De acordo com Fiorentini (2006, p. 5), é possível dizer que a Educação Matemática “é uma área do conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática”. De modo geral, poderíamos dizer que a Educação Matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e ou apropriação/construção do saber matemático escolar. Portanto, sendo prática educativa determinada pela prática social mais ampla. Assim, podemos compreender a Educação Matemática como resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico, epistemológica, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas (FIORENTINI, 1989, p. 1).

É nessa vertente que procuraremos investigar, para depois compreendermos como aproximar os conhecimentos docentes de um objeto específico aos do nível pedagógico, ou seja, vamos verificar se há possibilidades de articulação entre o conhecimento didático do conteúdo, por meio do qual será investigada a epistemologia do objeto matemático com o conteúdo pedagógico do conteúdo e nesse ponto de vista como se concebe as relações estabelecidas com os interlocutores do processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A Educação Matemática, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), nascida há pouco mais de 40 anos, está, portanto, diretamente relacionada com a filosofia, com a matemática, com a psicologia e com a sociologia, mas a história, a antropologia, a semiótica, a economia e a epistemologia tem também prestado sua colaboração. Ou seja, é uma área com ampla visão, de inúmeros e complexos saberes, na qual o conhecimento da matemática e a experiência da prática pedagógica sem articulação não garantem as competências e habilidades a qualquer profissional que nela trabalhe.

Diante do apresentado percebe-se que a realidade tem sido bem diferente, ainda é comum, em muitas instituições de nível superior, a organização do currículo de cursos de formação de professores de matemática por três grupos de profissionais disjuntos, os profissionais das ciências da educação, os professores de matemática ou educadores matemáticos, e os matemáticos, cada grupo com as suas concepções, crenças, e interpretações acerca do ensino de matemática, Assim, raramente buscam uma aproximação entre esses campos de saberes com a finalidade de propor conexões e dar sentido a formação do professor de matemática como profissional capaz de compreender os saberes docentes que urge para prática em sala de aula.

É verdade que para almejarmos tal forma de pensamento é preciso compreender que esta forma de ver e conceber o ensino de matemática está muito ligados à cultura da própria matemática como campo de conhecimento, o pensamento do que é ser professor e para podermos avançar mais nessas discussões parece necessário falar um pouco das concepções, crenças sobre a matemática e sobre como é compreendido o professor de matemática. Essas são algumas discussões que traremos a seguir.

## **2.5 - As crenças e concepções dos professores sobre a formação docente e sobre ensino de matemática**

A importância pela investigação das crenças e concepções dos professores de matemática, a nosso ver, emergem por reconhecermos que estas desempenham um papel importante no pensamento e na prática dos professores, a propósito da relação entre a teoria e a prática, sublinha a importância das concepções na tomada de decisões do professor.

As interpretações do que venha a ser concepção varia em tempo, espaço e pelas intenções dos sujeitos. Alguns entendem que o termo concepção é amplo e engloba as crenças e as percepções, outros compreendem que a concepção está associada a um

conceito bem estruturado pelo sujeito que se pauta na racionalidade, ou melhor, na racionalização e, portanto, apresenta um alcance mais restrito.

De acordo com Artigue (1991), uma concepção está associada a um conceito e é caracterizada por três componentes: (1) um conjunto de situações que dão significado ao conceito; (2) um conjunto de significantes (imagens mentais, representações, expressões simbólicas); e (3) ferramentas (regras, algoritmos, métodos, procedimentos).

Garnica (2008) entende que a ideia de concepção primeiramente vem da sensação de pertencimento a uma determinada comunidade porque o sujeito passa a compartilhar de seus discursos, cria e sustenta suas verdades, suas regras, e vive segundo os modos permitidos pelas verdades e regras — discursos — que cria e faz funcionar numa engrenagem que reconhece e que o torna o que é o grupo.

Continuando a sua posição Garnica (2008) alarga o conceito de concepção e afirma que considerar como “concepções” os “algos” (crenças, percepções, juízos, experiências prévias etc.) a partir dos quais nos julgamos aptos a agir. “Concepções são, portanto, suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos seguras” (GARNICA, 2008, p. 499).

Para Ponte (1992) as concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Atuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que o sujeito dá às coisas. Por outro lado, atuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as possibilidades de atuação e compreensão.

Ainda nesse sentido Ponte (1992) afirma que as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros).

De acordo com o exposto, as concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que habitualmente reconhecemos como tal e também pelas representações sociais dominantes. A Matemática é um assunto acerca do qual é difícil não ter concepções. É uma ciência que vem sendo constituída ao longo das civilizações, e atualmente que faz parte do conjunto das matérias escolares desde há séculos, do currículo escolar e é ensinada com caráter obrigatório durante largos anos de escolaridade e tem sido chamada a um importante papel de seleção social. Possui, por tudo isso, uma imagem forte, suscitando desbrío e admirações.

Entendemos que os professores de Matemática são os responsáveis pela organização das experiências tanto de ensino quanto de aprendizagem dos alunos. Estão, pois, num lugar privilegiado para influenciar as suas concepções. Isto nos remete a considerar os questionamentos de como percebem a si e a Matemática? Qual a relação entre as concepções dos professores de matemática e as práticas? Qual a dinâmica das concepções, ou seja, como é que estas se formam e como é que mudam? Qual o papel que nestas mudanças podem ter nos processos de formação?

Parece que o entendimento de que as concepções acabam por determinar a forma de ver e conceber as relações dos professores com os saberes matemáticos e simultaneamente os conhecimentos docentes mobilizados/manifestados durante as suas práticas em sala de aula reforça a importância da mesma no sentido de ampliar o nosso espectro de análise a posteriori. Nesta direção as concepções dos professores de matemática não são coisas, ou qualquer objeto imutável, ao contrário as concepções estão em constante mutação, num processo não linear que alterna alterações e permanências.

Assim, compreendemos que a nossa visão acerca de algo está radicada nas nossas percepções, no que sentimos do mundo, no que sentem do mundo as pessoas com as quais convivemos, de como elaboramos essas percepções e as tornamos funcionais operacionalizáveis para continuarmos vivendo e convivendo (vivendo com outros). Isso é próprio do que poderíamos chamar “processo de formação”, ainda que tal processo não tenha um objetivo claro e definido previamente, pois também seus objetivos vão se alterando durante o processo, mantendo algumas características e revertendo outras que até então julgávamos estabelecidas, assim sendo,

Dar respostas — principalmente respostas tidas como definitivas — não nos é possível nem é nosso objetivo. Se pensássemos em conclusões e “fechamentos” estáticos, estaríamos contrariando os pressupostos assumidos anteriormente, que inscrevem este trabalho numa abordagem qualitativa de pesquisa. Preferimos a trajetória à chegada. É a trajetória para compreender quais são e como funcionam as concepções dos professores que nos permite algumas compreensões e nos dá poder de crítica, mesmo que não possamos enumerar quais são essas concepções nem descrever de forma definitiva seu funcionamento, como podem querer os que não compartilham das nossas opções. (GARNICA, 2008 p.509).

Percebemos assim, que nossa prática no cotidiano das escolas em seu entorno nos dá elementos a partir dos quais articulamos falas sobre esse cotidiano. Se nos perguntam:

“qual sua concepção sobre Matemática?”, todo um leque de frases prontas nos surge. São frases pré-elaboradas, frequentes no nosso dia-a-dia, nas documentações oficiais, nas normas e diretrizes, nos currículos, nos projetos pedagógicos, nos discursos competentes dos especialistas, técnicos e pesquisadores. Termos que ganham repercussão e que insistentemente transitam nos corredores das escolas e tornam-se jargões, toadas que vão perdendo seu encanto motivador e tornam-se sentenças sem significado que só atestam nossa capacidade de nos reconhecermos como membros de uma determinada comunidade que nos aceita por repetirmos, insistentemente, sem na maioria das vezes nos questionarmos se aceitamos ou não, se temos uma posição diferente ou não.

Concordamos com Garnica (2008) ao dizer que nossa visão acerca de algo está radicada nas nossas percepções, no que sentimos do mundo, no que sentem do mundo as pessoas com as quais convivemos, de como elaboramos essas percepções e as tornamos operacionalizáveis para continuarmos vivendo e convivendo (vivendo com outros). Isso é próprio do que poderíamos chamar processo de formação, ainda que tal processo não tenha um objetivo claro e definido previamente, pois também seus objetivos vão se alterando durante o processo, mantendo algumas características e revertendo outras que até então julgávamos estabelecidas (GARNICA, 2008, p. 499).

## **2.6 - Concepções sobre matemática**

Com a intenção de justificar a discussão que iniciaremos sobre este tema, buscamos compreender por meio das pesquisas sobre as concepções, aspectos do modo de agir e pensar dos professores referente aos dois primeiros itens, que a nosso ver, segundo as correntes teóricas que se afiliaram ao “conhecimento base para o ensino”, ainda não apresentaram resultados concretos sobre como o professor possa elaborar substancialmente as suas atividades de ensino no que tange a um determinado saber do ponto de vista de questioná-lo, mas por outro lado, avançou a respeito das atitudes e pensamento dos professores, e isso nos interessa, pois as características de como conhecer e explorar os modos de agir e pensar dos sujeitos se torna imperioso para a elucidação das indagações e questionamentos levantados ao longo desta pesquisa, tendo em vista, que os depoimentos e diálogos dos sujeitos, mesmo que pessoal, pode refletir uma tendência do coletivo.

Entendemos que esta forma de pensar a partir das concepções não anula a necessidade de partir do saber para enfrentar uma situação, isto é, de uma epistemologia funcional dos saberes como será abordado posteriormente segundo as lentes da TAD.

A literatura aponta que o trabalho pioneiro com relação a concepções e crenças dos professores sobre matemática, ensino e aprendizagem foi realizado por Thompson (1982). Segundo esta autora, muitas das concepções e crenças manifestadas pelos professores acerca do ensino pareceram ter mais a ver com uma adesão a um conjunto de doutrinas abstratas do que com uma teoria pedagógica operatória. Para alguns professores, as ideias que têm acerca dos seus alunos e da dinâmica social e emocional da sala de aula (em especial no que se refere aos problemas disciplinares), parecem ter precedência sobre as suas perspectivas mais específicas sobre o ensino da Matemática.

Thompson (1982) concluiu que a relação entre as concepções e as decisões e ações do professor não é simples, mas complexa. No entanto, considera que o seu estudo suporta a ideia de que as concepções (conscientes ou inconscientes) acerca da Matemática e do seu ensino desempenham um papel significativo, embora sutil, na determinação do estilo de ensino de cada professor.

Ponte (1992) traz alguns aspectos de concepções sobre matemática: a) o cálculo é a parte mais substancial da Matemática, a mais acessível e fundamental; b) a Matemática seria o domínio do rigor absoluto, da perfeição total; c) a Matemática desconectada da realidade; d) nada de novo nem de minimamente interessante ou criativo pode ser feito em Matemática, a não ser pelos gênios.

Todas estas ideias têm certamente a sua explicação histórica. Formaram-se no período em que predominava o ensino fortemente elitista e formalista. O domínio da Matemática importava apenas a um número reduzido de pessoas e esta ciência podia funcionar como um filtro seletivo. A visão da Matemática reduzida ao cálculo exprime um domínio da perspectiva do saber como procedimento e será particularmente importante nos níveis de ensino mais elementares, os aspectos de cálculo são sem dúvida importantes e não devem ser desprezados. Mas a identificação da Matemática com o cálculo significa a sua redução a um dos seus aspectos mais pobres e de menor valor formativo.

Com efeito, e considerando precisamente aquele que não requer especiais capacidades de raciocínio e que melhor pode ser executado por instrumentos auxiliares como calculadoras e computadores. É comum os professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental atribuírem a dificuldade dos alunos em assimilar o conteúdo

à falta de “base”, isto é, dizem que os alunos chegam a esta etapa do ensino sem domínio das operações fundamentais, não que esta competência não seja importante, mas raramente elege outros aspectos como importantes.

A visão da estrutura axiomática e do rigor das demonstrações traduz o domínio do saber argumentativo e terá particular expressão nos níveis de ensino mais avançados. Na realidade, toda a teoria Matemática aspira a uma organização axiomática, mas isso não quer dizer que no processo da sua elaboração não passe por muitas outras fases de desenvolvimento intermediário, é interessante que o professor de matemática da escola básica perceba que nem todos os alunos devem ter a matemática como a disciplina mais importante e que terão que a seguir durante toda a sua formação, afinal o que seria da sociedade se todos fossem matemáticos?

A Matemática vista desconectada da realidade está estreitamente ligada a uma perspectiva sobre os seus objetivos educativos (Por que ensinar Matemática?). Esta perspectiva não leva em conta o processo histórico em que se desenvolveram/desenvolvem as teorias matemáticas nem se a disciplina, encarada desta forma, é ou não compreensível pelos alunos, e se o seu ensino corresponde ou não a uma efetiva relevância social, é imperioso perceber que a matemática é um produto das práticas sociais.

Por último, a noção de que a Matemática é só para os gênios está também ligada a uma concepção pedagógica sobre o papel do aluno na aprendizagem. Embora admitindo o papel de relevo dos grandes vultos da Matemática, é possível no entanto valorizar as investigações e as descobertas das pessoas não notáveis, assumindo que apesar de tudo não existe uma tão desigual e drástica distribuição da inteligência e das possibilidades de realização pessoal nos seres humanos, não podemos deixar de considerar as interferências dos grupos que a decidem o que lhes convém e na maioria aqueles que estão fora da comunidade tem dificuldade de emplacar suas ideias. Estas duas últimas concepções estarão ligadas a uma visão mistificadora desta ciência, difundida muitas vezes pelos próprios professores.

Com relação ao ensino e aprendizagem da matemática estudos apontam para a grande complexidade de se mapear concepções a seu respeito. Thompson (1992, p. 21-2) afirma que há uma variedade de aspectos que devem ser considerados no estudo das concepções dos professores sobre o ensino-aprendizagem da Matemática, e que incluem o papel e o propósito da escola em geral, os objetivos desejáveis do ensino desta disciplina, as abordagens pedagógicas, o papel do professor, a gestão da sala de aula, a



percepção do propósito dos planejamentos, a sua noção do que são os procedimentos matemáticos legítimos, a sua perspectiva do que é o conhecimento matemático dos alunos, de como estes aprendem Matemática quais são os resultados aceitáveis do ensino e o modo de avaliar os alunos. Numa tentativa de organizar um modelo geral, esta autora (Thompson, 1992, inspirando-se em Kuhs & Ball, 1986) propõe quatro orientações fundamentais relativamente às concepções pedagógicas: (1) centradas no conteúdo com ênfase na compreensão conceitual; (2) centradas no conteúdo com ênfase na execução; (3) centradas no aluno; e (4) centradas na organização da sala de aula. A estas orientações poderíamos talvez acrescentar uma quinta: (5) centrada no conteúdo, com ênfase nas situações problemáticas.

Abrantes (1986) concluiu que os futuros professores valorizam as finalidades que se referem à aquisição de conhecimentos de Matemática necessários à continuação dos estudos, a outras disciplinas ou a situações rotineiras, mas atribuem pouca importância às finalidades associadas a um papel ativo e criador dos alunos na aprendizagem da Matemática.

Agora, a questão de investigar a interferência ou não das concepções e as práticas encontramos em Thompson (1992) indicações e influências na relação entre as concepções e as práticas: (a) o contexto social (valores, crenças, expectativas dos alunos, pais, colegas, e responsáveis escolares; o currículo adotado, as práticas de avaliação; os valores do sistema), (b) o clima político, e (c) a eventual necessidade de certos conhecimentos operacionais. Mas esta mesma autora reconhece que se sabe pouco sobre esta questão:

Enquanto não tivermos uma ideia mais clara de como os professores modificam e reorganizam as suas crenças na presença das exigências e problemas da sala de aula e, inversamente, como é que a sua prática é influenciada pelas suas concepções relativamente à Matemática, não podemos afirmar e compreender a relação entre concepções e práticas. (THOMPSON, 1992, p. 21)

Desta forma parece ser elementos fundamentais a considerar nos processos de formação: (a) o quadro teórico geral, necessariamente com referência à didática da disciplina; (b) a dinâmica do processo, envolvendo trabalho de grupo e uma saudável relação entre todos os participantes, incluindo aqueles que têm responsabilidades na formação; e (c) as atividades, proporcionando uma interação com as práticas do professor e suscitando as oportunidades adequadas de reflexão. No entanto, a formação não deve

ser vista como única responsável pelas mudanças das concepções e das práticas, sendo o seu alcance dependente do contexto geral em que se desenvolve.

Outro estudo que tem como tema principal as concepções dos professores de Matemática e buscou não só identificar a questão das concepções sobre matemática, mas, sobretudo criar uma metodologia de como proceder na investigação dos professores foi desenvolvida por Garnica (2008).

Ainda segundo Garnica (2008), considerando o termo concepção a partir do pragmatismo de Peirce (1966), elabora um conjunto de parâmetros metodológicos chamado de “método indireto” a ser aplicado no estudo das concepções de professores de Matemática. Trata-se, em síntese, de investigar as concepções dos professores interpelando-os não sobre suas crenças, mas sobre suas práticas. Fundamentando essa abordagem indireta e explicitando-a em sua natureza qualitativa, o estudo segue apresentando, como exemplo, um exercício desse “método indireto”: um estudo sobre os critérios que os professores utilizam quando escolhem livros-texto para sua sala de aula, abordando, conseqüentemente, quais concepções de Matemática e de seu ensino e aprendizagem tais critérios desvendam.

Ainda neste sentido, de acordo com Garnica (2008) partindo de depoimentos de professores de Matemática, o estudo indica que os professores agem com certa independência quando escolhem os materiais utilizados em suas atividades docentes. Buscam, ao mesmo tempo, apoio em uma vasta gama de livros didáticos, desconsiderando as particularidades de cada obra e as abordagens e perspectivas defendidas por seus autores. Embora se submetam ao livro didático considerado uma referência legítima e segura, os professores o subvertem, buscando adequá-lo ao que consideram adequado segundo as suas vivências.

Em que pese os professores entrevistados falarem em contextualizar os conteúdos matemáticos, em trabalhar de maneira interdisciplinar e em promover a interação dos alunos com os conteúdos estudados, a busca por materiais, mais especificamente a busca por livros didáticos, que contemplem o que Garnica (2008) chama de “programa internalizado”, é justificada pela necessidade da apresentação dos conteúdos ter encadeamento lógico, linearidade e, em alguns casos, ser compartimentalizada. Ou seja, buscam por materiais que se aproximem da maneira pela qual a Matemática tradicionalmente vem sendo apresentada.

A justificativa acima, além de outras práticas que o professor exercita em seu trabalho cotidiano, parece indicar que esse seu fazer, apesar das tentativas, permanece

vinculado à concepção de que a Matemática é um conjunto de objetos organizados linear e sequencialmente. Parece, ainda, permear os discursos e as práticas dos professores, a crença de que a Matemática é única, infalível e está isenta das transformações constantes, por vezes caóticas, às quais tudo e todos estamos sujeitos, ou seja, a matemática é vista como ahistórica e não como produto das práticas sociais.

Coerente com essa concepção, embora exista a tentativa de fazer com que o aluno interaja com os conteúdos estudados e que estes sejam significativos a ele, o processo de ensino e aprendizagem ocorre tendo como parâmetro a suposição de que a apreensão de novos conhecimentos é fruto de atividades repetitivas, sequenciadas e frequentes, assim como da memorização de procedimentos. Mantendo-se a coerência, o ensino é baseado na suposta transmissão de conteúdos, prevalecendo, por parte dos professores, a exposição como prática didática tida como mais eficiente: fala-se adequadamente para que o aluno aprenda adequadamente, como se o processo de comunicação fosse, também ele, tão linear e livre de interferências como se supõe ser o conteúdo a ensinar, observamos que as contingências cotidianas e inevitáveis não são consideradas pelos professores.

Dessa constatação, algumas das concepções dos professores podem ser realçadas: o aluno, via de regra, é avaliado e classificado pelas lacunas que apresenta em relação ao conteúdo. Dessa postura, segue a valorização da precedência lógica dos conteúdos, de sua apresentação linear, e a defesa de pré-requisitos que viabilizariam o ensino e, conseqüentemente, implicam a legitimidade de aulas predominantemente expositivas.

Compreender as realidades do mundo dos que vivem o cotidiano das escolas, isto é, dos que estão na prática é uma condição indispensável para a transformação dessas realidades. Não cabe aos pesquisadores traçar as linhas normativas do que deverá ser a função docente ou a nova cultura profissional dos professores. Mas do seu esforço de compreensão, desenvolvido de forma colaborativa e articulada com os próprios interessados, e projetado de forma mais ampla na sociedade, poderá ter importantes impactos na transformação do sistema educativo.

Investigar as crenças e concepções dos professores ou dos alunos é fazer antropologia na nossa própria cultura. Implica salientar os valores, as motivações, os eixos principais do pensamento dos atores fundamentais do processo educativo. Trata-se de um esforço particularmente difícil, tanto pelo caráter elusivo do objeto de estudo como pelo fato de os investigadores estarem eles próprios embebidos na mesma cultura.

As concepções dos professores constituem um todo relativamente heterogêneo. Diferenciam-se claramente pelos níveis de ensino, pela sua origem profissional (isto é, pelo tipo de formação inicial, formação científica e formação pedagógica), pela sua inserção social e pelas suas opções ideológicas e educativas. Além disso, as concepções constituem uma entidade dinâmica. A instituição escolar está presentemente sujeita a uma grande pressão para se tornar mais flexível e adaptativa. Mais do que organizativas ou tecnológicas, as mudanças que se perfilam são, sobretudo culturais, respeitantes aos seus grandes objetivos e valores, os professores de certa maneira são cada vez mais pressionados tanto pela instituição, como a sociedade exige mais conhecimento por parte dos sujeitos, são as metas, índices, coeficientes que os alunos deverão alcançar. Tudo isto, são fatores que tornam ainda mais problemático este domínio.

O estudo das concepções depara-se com sérios problemas metodológicos. Os sujeitos raramente estão à vontade para expor aquilo que têm de mais pessoal em seu ser. Além disso, possuem, de um modo geral, dificuldades em expressar as suas concepções, particularmente naqueles assuntos em que habitualmente não pensam de uma forma muito reflexiva. A identificação das concepções exige, portanto, uma abordagem especialmente interpretativa das ações dos sujeitos quando mobilizam conhecimentos. Recorrendo a entrevistas, mais do que fazer perguntas diretas, é preciso propor tarefas, situações e questões indiretas mais reveladoras que ajudem as concepções a evidenciarem-se.

É desejável que o pesquisador consiga construir uma relação com os sujeitos que esta seja pautada na confiança, no respeito, no diálogo, que seja uma relação colaborativa e que, se possível, se torne recíproca e assim possa implicar na descontração e segurança necessária para declarar suas formas de pensar, de conceber a matemática, o ensino, enfim, isto tudo leva tempo, habilidade e criatividade por parte do investigador.

## **2.7 - Saber e conhecimento**

A relevância de investigar os saberes docentes, como foco na formação de professores, está largamente registrada na literatura, principalmente nos últimos anos. Tão grande o volume de pesquisa sobre a temática quanto complexa as compreensões que vem sendo apresentadas. Apesar de tanto a Teoria Antropológica do Didático quanto ao “conhecimento base para o ensino” não aduzirem qualquer distinção entre saber e conhecimento e ainda podemos dizer que entre tantas visões diferenciadas há aquelas que

entendem que saber, conhecimento, capacidades e competência são consideradas como tendo o mesmo sentido, outros simplesmente não fazem nenhuma distinção e outros entendem como sendo imperioso estabelecer a diferença do saber e do conhecimento.

Queremos desde já destacar que para nossa investigação optamos pela última posição, ou seja, vamos assumir a diferença entre saber e conhecimento por se coadunar melhor ao nosso objeto de estudo, e vamos buscar na Teoria das Situações de Brousseau elementos que justificam essa diferenciação.

Os saberes são os meios sociais e culturais de identificação, organização, validação e emprego dos conhecimentos. A noção de conhecimento e saber não têm as mesmas propriedades, nem como meio de investigação, nem como possibilidade de expressões, nem como instrumento de convicção ou como argumento e não é aprendida da mesma maneira, (BROUSSEAU 1997, p. 9).

Neste contexto, destacamos que esta relação com o saber oculta uma característica fundamental do contrato didático, fonte de problemas didáticos, como exemplo, o meu aluno tem necessidade de conhecimentos que não lhe foram ensinados, mas que deve colocar em prática, quer para saber, quer para utilizar o que aprendeu. (BERTHELOT; SALINO 1992).

Em sintonia com o exposto acima, uma vez determinados institucionalmente os saberes a ensinar, à reflexão tradicional deverá dizer respeito à ordem na qual devem ser ensinados, o que meu aluno deverá saber no que diz respeito aos ensinamentos anteriores que recebeu, e sobre este o que deverá, por conseguinte aprender de novo. Isso pode ser percebido em Shulman (1987) quando define a importância do domínio pelo professor do que ele cunhou de conhecimento horizontal do conteúdo, isto é, o professor precisa compreender o objeto de estudo de uma forma ampla, capaz de estabelecer no momento presente conexão com outros objetos, tantos os vistos anteriormente pelos alunos como aqueles que viram a ser abordados.

Por conseguinte, a nível do sujeito, conhecimento e saber vão se opor fortemente na relação com o professor e com os outros. É o que apresenta Brousseau (2000, p. 28-9) quando declara:

Esteja ciente de que os conhecimentos e os saberes tratados nas situações didáticas tanto por professores como pelos alunos são legitimamente diferentes, voluntariamente ou involuntariamente transpostos dos conhecimentos “sábios/acadêmicos”, é o primeiro “axioma” da teoria das situações’.

A identificação destes dois tipos de conhecimento deve ser feita se quisermos diferenciar o conhecimento do saber estabelecido pela transposição didática. Embora esta divisão possa causar em alguns momentos dificuldades, ela é inevitável

Os conhecimentos estão muito ligados à história do sujeito. Vão aparecendo como o efeito do encontro deste sujeito com uma situação relativa a um saber a ensinar. Então, os acontecimentos, as condições vão criando no sujeito hábitos de resposta, conhecimentos, etc. como efeitos destas causas de aprendizagem.

Um princípio fundamental da teoria das situações consiste em definir os conhecimentos para uma situação:

O princípio metodológico fundamental da teoria das situações [...] consiste [...] em definir um conhecimento para uma situação, ou seja, por um autômato (modelo, linguagem matemática) que modela os problemas que este conhecimento único permite resolver de maneira ótima. (BROUSSEAU 1994, p.35).

Os conhecimentos manifestam-se essencialmente como instrumentos de controle de situações, permitindo tomadas de decisões, um novo conhecimento caracterizado por uma mudança de estratégia numa situação. “O conhecimento é o que comanda uma mudança de estratégia”. (BROUSSEAU, 1993, p. 3).

Mas o professor visa em primeiro lugar um saber designado pela instituição didática como a ensinar, organizando uma situação para a aprendizagem do aluno. A hipótese é a seguinte: para gerir o saber que está sendo ensinado, o sujeito tem necessidade de colocar em prática os conhecimentos que de certo modo estão fora de alcance da educação e que não se pode transformar em objeto de ensino.

Os saberes por conseguinte são ensinados, mas as funcionalidades de um saber numa situação resultam da co-presença implícita de conhecimentos de natureza diferente. Para ilustrar esta última afirmação, Brousseau (2008) dá o exemplo de uma situação onde se conhece o percurso para conduzir-se de um ponto a outro.

Por exemplo, conheço um percurso para conduzir-se à um certo lugar, sei utilizar sem erro. Mas sou incapaz de descrevê-lo com precisão e certeza, porque utilizo informações que reconheço apenas quando a encontro na situação, sem que seja necessário identificá-la. Utilizo um esquema simplificado que é muito mais econômico para recordar-me do trajeto. As informações do esquema geral, identificáveis, seguros e articulados são conhecimentos, são suficientes apenas graças aos

conhecimentos complementares. (BROUSSEAU 2008, p.5)

Um saber não pode funcionar numa situação sem conhecimentos.

Os conhecimentos são necessários ao exercício dos saberes, mas têm um estatuto e intervenções muito diferentes. Por exemplo, a heurística pode ser considerada como conhecimento, mas não como saberes. São meios, úteis à ocasião, mas erráticos e duvidosos. (BROUSSEAU, 1998, p. 5)

Mas o saber pode funcionar como um conhecimento, em especial quando ele comanda uma ação. As três funcionalidades do saber numa situação - dialética da ação, da formulação e da validação, ou os três tipos de situações correspondentes - marcam a mudança de estatuto.

A propósito de uma mesma noção matemática, pode-se, por conseguinte, encarar uma família de situações onde esta noção funciona como um conhecimento (situações de ação), uma família de situações onde figura como saber (por exemplo, situações de validação), uma família de situações onde aparece a identificação de uma necessidade de conhecimentos e da possibilidade de satisfazê-lo pela comunicação do saber correspondente. (BROUSSEAU, 1990, p. 316)

Para ensinar, o professor tem a obrigação de organizar o seu curso nas causas da aprendizagem para os alunos, ou seja, causas do saber: o aluno aprendeu sob um conjunto de condições numa situação, ele não sabe porque, mas aprendeu.

O trabalho do professor e do aluno não se encerra por aí certamente. Ele se encerra, quando as causas são transformadas em razões de ordem matemática: o sujeito deve reconstruir, retomar os saberes, organizá-los e torná-los razoáveis, ou seja, articulá-los para torná-los consistentes.

Em contrapartida, na instituição que tem por função reconhecer os conhecimentos, as regras são completamente diferentes: o saber está presente por razões e não por suas causas.

É importante para a instituição as articulações entre os saberes por razões específicas do saber matemático e não pelo sujeito e a sua história e, em geral, se faça com que a aprendizagem de conhecimentos corresponda à razão de ser do saber deste conhecimento. Estes são processos diferentes e a conversão de um para o outro é o objetivo principal do ensino.

Um saber para Brousseau (1998) é ao mesmo tempo um meio para reconhecer conhecimentos e para fazer reconhecer este como um gerador de conhecimentos, através

das situações relevantes deste saber. Percebemos assim, que os conhecimentos docentes são os meios de articulação que o professor utiliza para transpor o saber.

Na educação (e sem dúvida muito geralmente) os saberes são meios para reconhecer e fazer reconhecer conhecimentos, mas podem ser substituídos apenas em parte e de acordo com um processo complexo. Uma demonstração é uma maneira de estabelecer um teorema, não representa os meios para pensá-lo, para inventá-lo ou mesmo às vezes para convencer-se. [...] Contrariamente os saberes geram conhecimentos embora de maneira bastante limitada. (BROUSSEAU, 1998, p. 5-6).

Pensamos desta forma que os meios que elaboramos, as estratégias sobre as quais refletimos, as conjecturas levantadas para representar um saber acabam mobilizando conhecimentos já existentes e criando outros, assim os conhecimentos estão em processo, e portanto, são dinâmicos.

Apesar da literatura apontar várias tipologias e classificações para os conhecimentos, saberes e competências que constituem uma base para a atividade docente, já assumimos a posição de diferenciarmos saber e conhecimento, e quando referimos aos conceitos dos autores optamos por manter a ideia original dos mesmos, e quando se fizer necessário daremos os esclarecimentos que permitam tornar compreensível as nossas ideias.

Com efeito, o que podemos constatar nesta discussão sobre saberes, conhecimentos, capacidades e competências para profissão docente é que giram em torno dos níveis de codeterminação mais altos, e conseqüentemente mais gerais. Em que pese trazerem contribuições para a profissão nos aspectos das pedagogias, escola, sociedade e civilização, pouco tem contribuído para compreensão sobre o fazer do professor em sala de aula, como por exemplo, fornecer as condições para que o professor possa elaborar justificativas condizentes durante o labor docente sobre um determinado saber.

Diante do quadro até aqui apresentado, vamos continuar a discussão sem perder de vista o nosso tema, porém considerando daqui em diante aquilo que se coaduna melhor com a proposta. Vamos aprofundar no próximo capítulo um debate entre o “conhecimento base para o ensino” desenvolvido por Shulman e seguidores com Teoria Antropológica do Didático (TAD) advogada por Chevallard e colaboradores que se coadunam ao programa epistemológico articulando com as ideias já anunciadas, sem perder de vista o desenvolvimento profissional do professor de matemática. Mas que em sua essência procura desenvolver um movimento que considera o cerne do problema, como sendo o domínio do objeto de saber numa perspectiva questionadora, e assim continuar



questionando as condições dadas ou não pelos níveis superiores de codeterminação para a difusão do mesmo.

## **CAPÍTULO 3 – Da reflexão acerca dos saberes matemáticos à discussão sobre as atribuições do professor de matemática**

“A dualidade entre fatos e decisões leva à validação do conhecimento fundado nas ciências da natureza e desta forma elimina-se a práxis vital do âmbito destas ciências. A divisão positivista entre valores e fatos, longe de indicar uma solução, define um problema.” (HABERMAS)

### **3.1 - Algumas considerações sobre a natureza dos conhecimentos do professor**

Iniciamos ratificando que a nossa intenção ao longo da pesquisa é de compreender como se dá a relação do professor com o saber matemático bem como identificar conhecimentos mobilizados em suas práticas. No capítulo anterior tivemos a preocupação de discutir aspectos da formação docente, saberes docentes, as concepções e crenças dos professores sobre matemática, sobre ensino e sobre o professor de matemática numa perspectiva mais geral, por entender que a forma como o professor de matemática desenvolve a sua prática, compreende os conceitos e/ou não toma consciência, talvez seja um problema da profissão e, portanto, para a análise da empiria ser mais robusta e termos condições de apresentar resultados mais consistentes optamos por explorar as temáticas apresentadas a seguir.

Passamos então, a apresentar uma discussão mais detalhada sobre as principais, teorias que vêm sustentando as nossas ideias acerca do nosso objeto de investigação qual seja, a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática. Primeiramente com base em Shulman (1986) que apresenta os conhecimentos alicerces para o ensino e Ball et al (2008) que traz os conhecimentos do professor de matemática, se sustentando fundamentalmente em Shulman (1986, 1987), e quanto a relação do professor com o saber matemático ancoraremos principalmente nas pesquisas do campo da Didática da Matemática e sobretudo com a TAD (CHEVALLARD, 1999, 2009b, 2011).

Ressaltamos que a nossa atenção centra-se principalmente na relação epistemológica, isto é, objetivamos identificar e compreender os conhecimentos matemáticos e/ou didáticos desejáveis ao professor na relação com o saber matemático. Com isso não estamos negando a importância da relação pedagógica, nem a questão da

aprendizagem, mas optamos por aprofundar este estudo sobre o ensino. Daí o direcionamento dos esforços na investigação do conhecimento pedagógico do conteúdo, que desde o início assumimos como conhecimento didático do conteúdo, por entendermos que a denominação conhecimento didático carrega em si a intencionalidade de tornar o conteúdo ensinável, conhecimento da matéria e conhecimento do currículo para depois podermos verificar as aproximações e os distanciamentos com as organizações matemáticas e didáticas. Dizendo de outra forma, queremos compreender se é possível conceber os conhecimentos do conteúdo, do currículo e pedagógico segundo o “conhecimento base para o ensino” e também de outro lado as organizações matemáticas e didáticas conforme a TAD, dissociados de um saber matemático em ação, ou seja, na prática e separados uns dos outros?

Para uma melhor visão sobre os conhecimentos necessários ao professor, buscamos alguns pensamentos que podem nos permitir alargar os nossos horizontes. Assim sustentamos nossas intenções sobre algumas percepções de Ponte (1992) que afirma que podemos distinguir quatro tipos de conhecimento, intimamente inter-relacionados: (a) o descritivo, envolvendo conceitos e imagens, (b) o proposicional ou argumentativo, envolvendo cadeias de raciocínios, (c) o ativo e processual, o saber fazer, as regras de ação, e (d) o controle, a metacognição e a reflexão. A classificação de Ponte (1992) parece ser um desdobramento do que preconizou Shulman, e também pode ser interpretada na perspectiva da relação com o saber sobre um objeto de ensino conforme Chevallard (1999) em que (a) e (c) se aproximam da práxis (saber fazer) e (b) e (d) seriam parte do logos (saber).

Ainda de acordo com Ponte (1992), na prática tradicional do ensino da matemática tem-se valorizado muito os aspectos descritivos e processuais do conhecimento, as expensas dos outros aspectos. Daí defende-se a relevância de criar condições que tornem possível a articulação entre esses tipos de conhecimentos.

O Movimento da Matemática Moderna procurou salientar, sobretudo os aspectos descritivos e proposicionais (através da imposição de uma linguagem mais formalizada, e valorizando o papel das estruturas algébricas mais abstratas), mas sem muito êxito no tocante a matemática escolar. O atual movimento internacional de reforma do ensino da matemática parece centrar-se nos processos mais elaborados de raciocínio – resolução de problemas e pensamento de ordem superior – acerca dos quais, no entanto, ainda pouco se sabe. O controle e a metacognição são preocupações recentes das investigações em processos de ensino de matemática conforme Fernandes (1989). Assim, a reflexão

constitui um tema mais clássico, podendo incidir sobre um de seus três níveis: (a) o dos meios ou técnicas para atingir certos objetivos, sem que estes sejam questionados; (b) o das relações entre princípios ou concepções e práticas, tendo em conta as suas consequências e as suas implicações, e (c) o do quadro social, político e ético em que se desenvolve a nossa ação (ALARCÃO, 1991). De acordo com a autora, uma boa teoria educativa deverá ser capaz de explicar as relações que existem entre estes diferentes tipos de conhecimento e como se desenvolvem cada um deles.

Reforçamos que o foco da pesquisa está concentrado no processo de ensino da matemática, considerando o percurso de formação de professores de matemática a partir da assumpção de que esta formação pode garantir a criação de condições, para que os objetos matemáticos tornem-se ensináveis. Assim, parece ser pertinente considerarmos as condições que nos permitem enfrentar esses objetos, as relações com os sujeitos, com a instituição escolar, e as diferentes variáveis que de alguma forma dificultam ou contribuem para o enfrentamento dos problemas que emergem nas práticas.

Por questão de exequibilidade, neste estudo, portanto, não serão tratados dos temas ora mencionados de forma exaustiva. Estes serão apenas evocados em momento oportuno com a finalidade de sustentar a que está sendo exposto. Entendemos que as temáticas são de grande valia para se compreender de uma maneira mais profícua as características do conhecimento docente, em particular, o conhecimento didático do conteúdo que se coaduna com as proposições de Shulman (1986,1987). Assim, o que pretendemos discutir especificamente é de que maneira esse conhecimento pedagógico do conteúdo pode ser articulado e mobilizado para o ensino de matemática com possibilidades de fomentar e promover reflexões acerca do ensino de matemática durante a formação de professores de matemática.

Procuraremos fundamentar meios que possibilitem a articulação do conhecimento didático do conteúdo de matemática com outros conhecimentos, tanto em nível do saber<sup>8</sup> como do saber-fazer (como nível procedimental relativo ao conhecimento e ao domínio intelectual em que se incluem habilidades e destrezas de observação, análise, síntese, pensamento crítico, organização de ideias, projetos de ação e pesquisa) a relação com os objetos de ensino, de forma a possuir um conhecimento que lhes permita tornar esses objetos de ensino evidentes/compreensíveis pelo saber-justificar para si e para os outros, ou seja, esperamos poder articular estes conhecimentos com a meta de tornar possível

---

<sup>8</sup> Aqui são considerados como saber dos fatos, conceitos, teorias, princípios, fundamentos, nomenclaturas, personagens, etc.

que o professor de matemática tenha condições de não apenas saber-fazer, mas também saber-justificar sobre o objeto de ensino.

Percebemos ser urgente a necessidade de garantirmos as condições que venham a contribuir para que estes futuros professores tenham acesso, desde o início de sua formação inicial aos mecanismos possíveis para experimentarem situações de ensino<sup>9</sup> que lhes permitam ir elaborando os conhecimentos, e a partir de então, construir uma compreensão para um conhecimento docente que possa contradizer o que se referem Cooney (1994), Lampert (1988), Mellado, Ruiz e Blanco (1997) e Nicol (1999), isto é, tenham condições de elaborar o conhecimento para ensinar diferente de como eles próprios foram ensinados ou, tal como julgam terem sido<sup>10</sup>, ou de outra maneira, é imperioso que o professor tenha condições, diante das contingências do cotidiano escolar, de fazer escolhas apropriadas para desenvolver e mobilizar conhecimentos sobre o saber que almeja ensinar.

Neste caminho, buscamos fazer uma análise entre a Teoria Antropológica do Didático, trazida por Chevallard e seguidores, que defendem uma formação pautada na epistemologia do ensino, ou seja, entendem que vários problemas do professor não são necessariamente do professor, mas sim oriundos da sua formação e profissão, e que alguns obstáculos do ensino de determinado objeto não estão na transposição que o professor faz, mas sim na complexidade do próprio objeto.

Por outro lado temos os aspectos pedagógicos (SHULMAN; BALL; COONEY) do ensino, que a nosso ver, em algumas situações vão ao encontro da TAD e, por isso, são tão importantes quanto os aspectos relacionados aos conteúdos. Daí, a relevância de se estabelecer o contraste entre essas duas teorias e buscar identificar traços comuns e singulares na tentativa de articular as teorias da educação com as práticas matemáticas, e assim contribuímos com ampliação do alcance das mesmas.

### **3.2 – Aspectos dos conhecimentos para o professor de matemática**

Para apresentarmos a nossa análise sobre os conhecimentos necessários ao professor de matemática, vamos considerar de antemão alguns aspectos conceituais que

---

<sup>9</sup> Aqui estamos considerando de situações de ensino, tanto as situações simuladas em percurso de formação inicial, como situações reais que emergem das práticas.

<sup>10</sup> Eles apenas possuem imagens mentais do que pensam ser o processo de ensino, pois apenas o vivenciaram na perspectiva de alunos.

delimitam e especificam o nosso objeto de estudo e ainda demarcam a nossa posição sobre quem estamos falando.

Como veremos, Fiorentini e Lorenzato (2006) indicam em alguns de seus textos que o professor de matemática é chamado com frequência de matemático. Isto pode se verificar em muitas situações, pelo próprio professor de matemática ao se identificar como matemático. Nesse sentido, é possível constatar que os próprios licenciandos em matemática se identificam não como professores de matemática, mas como matemáticos. Fazer tal associação, no entanto, nem sempre é válida, posto que suas práticas profissionais podem ser muito distintas e os conhecimentos que estão na base da profissão podem não pertencer à mesma vertente epistemológica.

O matemático em geral não tem preocupação com a relação pedagógica e, por isso, tende a conceber a matemática como fim em si mesmo, e, quando chamado a atuar na formação de professores de matemática, tende a promover uma educação *para* a matemática priorizando os conteúdos formais dela e uma prática voltada à formação de novos pesquisadores em matemática, ou ainda, novos matemáticos.

Por outro lado tem-se a figura do educador matemático, que se alinha com uma concepção da matemática como um meio ou instrumento importante à formação intelectual e social dos sujeitos, inclusive do professor de matemática da educação básica e, portanto, busca promover uma educação *pela* matemática. Ou de outro modo, o educador matemático, na relação entre educação e matemática, deseja colocar a matemática a serviço da educação. Cabe destacar que o educador matemático precisa buscar um equilíbrio entre matemática e educação sem estabelecer uma dicotomia entre elas.

Nessa direção faz sentido à posição de Kilpatrick (1996) ao afirmar que educadores matemáticos, em todo lugar, precisam formar e manter laços fortes com matemáticos. Para o autor, “Nosso campo cresceu da Matemática, e distanciar se dela é cair em uma preocupação estéril com método acima do conteúdo” (KILPATRICK, 1996, p. 12).

Portanto, percebe-se ser desejável que a função do profissional que irá atuar para o ensino de matemática na educação básica seja do matemático no que tange a estar munido de um conhecimento robusto dos objetos matemáticos e educador matemático para realizar pesquisas utilizando métodos interpretativos e analíticos das ciências sociais e humanas, tendo como perspectiva o desenvolvimento de conhecimentos e práticas pedagógicas. Ou seja, munindo-o com estas características podemos evidenciar a ideia de

formar um profissional capaz de articular as teorias matemáticas em suas prática de sala de aula para assim, contribuir para uma formação mais significativa e integral dos seus alunos. No entanto, um fato aparentemente simples mas, que não é evidente e que exige reflexão é o seguinte: como articular os predicados do matemático com o educador matemático?

Outro ponto que merece destaque é termos clareza sobre qual matemática estamos falando? É uma matemática para a formação de professores da educação básica ou de outra matemática? De acordo com Moreira (2010) existe a matemática acadêmica, que é objeto de estudo e investigação do matemático e em geral não tem interesse nas aplicações e nos contextos e, existe a matemática escolar como sendo a que é objeto de estudo do professor, principalmente do que atua na educação básica, e esta tem preocupação com o contexto, com o dia a dia dos sujeitos. Isso nos remete a outra questão, quem vem formando o professor de matemática tem consciência da função desse futuro profissional?

Assim, acreditamos ser importante para formação de professores de matemática que voltemos nossa a atenção ao formador de professores de matemática que devem manter uma vigilância epistemológica que segundo Chevallard (2001), implica buscar equilíbrio entre as teorias das ciências da educação, o saber matemático (matemática) e também, compreender que a matemática da educação básica tem uma razão de ser diferente da matemática acadêmica.

É nessa direção que as discussões apresentadas como resultado de algumas pesquisas que se sustentam nas teorias que assumimos, com um olhar especial para o professor de matemática da educação básica, buscando aprofundar principalmente aqueles que se aproximam dos conteúdos, isto é, dos objetos matemáticos desenvolvidos em suas práticas. O nosso foco principal será investigar os conhecimentos que tem relação direta com os objetos de ensino.

Assim, em primeiro lugar, será preciso levar em consideração as mudanças que se têm verificado nos conhecimentos disciplinares, decorrentes em grande medida das mudanças de entendimento sobre a natureza do conhecimento científico e das perspectivas sobre o seu papel na sociedade. Isto não constitui uma tarefa fácil, pois ao lado das novas perspectivas sobre a ciência e o conhecimento, continuam a existir, como posição dominante, as perspectivas que pressupõem a objetividade e a infalibilidade da ciência. E assim, indagamos. A matemática escolar é ciência? Ou se é mecanismo para alcançar o conhecimento científico?

Outro ponto que merece destaque é o fato de que a organização dos currículos escolares já não se baseia na simples adição de componentes isolados, privilegiando agora as interações interdisciplinares e as dimensões transversais. Daí, novamente, necessário apontarmos para as indagações que seguem: como pensar as interações interdisciplinares e as dimensões transversais se ainda não se consolidou uma compreensão sobre as articulações dos objetos da mesma disciplina? Se ainda não está claro como o objeto se transaciona ao longo do currículo? Se ainda não superamos as distintas epistemologias<sup>11</sup> dos professores nos vários níveis de ensino? Por isso, com a intenção de chamar atenção para a dicotomia entre teoria e prática e a necessidade de encontrar explicações para aquilo que o professor realiza em sala de aula, que não é somente a mediação que conduz o sujeito de saber ao saber por meio da mobilização do objeto de ensino, porém, é essencialmente isso que se espera de um profissional da educação.

Como veremos, os conhecimentos produzidos e que se tem acesso sobre o professor nas últimas décadas tinha como grande relevância e interesse pesquisar métodos e metodologias que poderia tornar o trabalho do professor eficaz, segundo Sacristán e Pérez Gomes (1998, p. 120) “em grande parte o discurso pedagógico moderno produziu um certo complexo de culpa ao tratar o tema dos conteúdos”. Este complexo de culpa foi em grande parte produzido por movimentos progressistas que, nas últimas décadas, tem culpando justamente a escola tradicional de academicismo e intelectualismo pouco relevante e enxergando nessa instituição o espaço reprodutor da cultura dominante, e talvez, por essa razão, se empenharam em travar discussões no sentido de Bourdieu e Passeron (2011), em romper a imagem de um ensino transmissor e reprodutor, seguindo modelos de relação pedagógica nos quais se diminuía a importância dos conteúdos.

Todo esse discurso acerca do valor das relações sociais adequadas para o desenvolvimento da personalidade, a importância de criar um clima no qual o autodesenvolvimento seja possível, o interesse pela experiência do sujeito mais do que pelo que pudesse lhe provocar uma cultura externa e elaborada, que, por vezes, é vista como produto de classes sociais distanciadas dos interesses populares.

De acordo com isso, e a partir do exposto é que surgem os indícios que sustentam a necessidade do professor perder seu papel de transmissor e fonte da informação e do

---

<sup>11</sup> Temos, por exemplo, no Ensino Fundamental duas epistemologias de professor, até o 5º ano do formado no contexto das ciências da educação e o do 6º ano ao Ensino Médio em licenciatura em matemática, acontecendo que o fluxo do aluno do 5º para o 6º ano do Ensino Fundamental é encarado como algo natural, e portanto, a sequência do trabalho anterior pelo qual o aluno passou é pouco discutido.



saber. Mais do que uma fonte de conteúdo de aprendizagem, com seu ensino teria que ser o mediador da comunicação cultural, dando mais atenção e importância às suas condições pedagógicas do que a sua capacitação cultural, para participar da mediação entre alunos e cultura externa. A didática, como reflexão geral sobre o ensino, mais do que se deter no que ensinar tinha que se ocupar da instrução técnica e considerar as condições do meio em que os alunos deveriam aprender. De acordo com Sacristán e Pérez Gomes (1998, p. 121):

A preocupação necessária pelo aluno/a que contra-atacava a atitude de submissão desde a uma cultura imposta desde fora, perdeu de vista em muitos casos que a função básica da escola como instituição seguia sendo cultural, tendo o professor/a como seu promotor fundamental, só que deveria descobrir outra forma de realizar tal função.

Assim, o conhecimento de como o professor adquire o conteúdo, sua relação com o conhecimento pedagógico e curricular e, sobretudo, como acontece a compreensão da matéria e pode-se/deve-se conectar e articular um conteúdo específico a outros componentes curriculares, exige um novo modelo para configurar a formação do professor levando em consideração a sua área e a didática específica referente a essa área. Então, essa posição corrobora que há urgência em repensar a função da didática, agora não mais de um ponto de vista geral, mas, sobretudo atendo à maneira de agir e de pensar do professor diante de seu campo de saber.

Posteriormente, apresentaremos uma discussão sobre a Didática da Matemática como uma ciência em construção, almejando criar condições da difusão do saber pelas instituições de ensino por intermédio do didático. Passaremos a seguir, a estabelecer um diálogo com o “conhecimento base para o ensino”.

### **3.3. Conhecimentos para o professor a partir do “conhecimento base para o ensino” proposto por Shulman**

Com a intencionalidade de provocar o debate sobre paradigma ausente, isto é, um ponto obscuro em relação ao conteúdo que caracteriza a maioria das pesquisas sobre o ensino surge a corrente de investigação que Shulman denominou “conhecimento base para o ensino”, cuja finalidade básica é a análise do conhecimento profissional do professor. Essas ideias surgem primeiro em *“Those who understand: knowledge growth in teaching”* (1986) e depois em *“Knowledge and teaching: foundations of new reform”* (1987).

A partir destes artigos, surge sua proposta teórica e a noção do conhecimento pedagógico do conteúdo que será um dos objetos de discussão para as análises desta pesquisa. Entre as diferentes razões (fatos, reflexões, estudos e explorações) que foram se conjugando para seu surgimento, deve-se considerar:

- 1) a predominante necessidade de profissionalizar o ensino;
- 2) os resultados desfavoráveis no desenvolvimento de habilidades cognitivas dos estudantes do nível básico, e os exames nacionais e internacionais;
- 3) as críticas recebidas das correntes reinantes sobre a didática do professor, denominadas processo-produto e o pensamento do professor, que favorecia uma maior ênfase aos processos de avaliação, reconhecimento e seleção dos professores quase que exclusivamente baseados em aspectos pedagógicos, considerando que o conteúdo está contemplado pelo fato de terem cursado uma licenciatura e as disciplinas correspondentes;
- 4) a inevitável necessidade de recuperar e atribuir o justo valor ao conhecimento do conteúdo como elemento igualmente importante no perfil do professor e crer num modelo que integrara o conhecimento do conteúdo com o conhecimento pedagógico;
- 5) a reforma do ensino nos Estados Unidos.

Assim esta perspectiva teórica de Shulman e colaboradores (SHULMAN; SYKES, 1986; WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987) indica o desejo de avançar na perspectiva teórica do pensamento do professor, mas que os considera e também destaca o papel central que ocupa no ensino na compreensão dos conteúdos por parte do docente e os alunos, sintetizou em três características essenciais

*a) Refletir por uma natureza tanto didática quanto pedagógica; b) O saber profissional dos professores deveriam integrar as proposições teóricas e procedimentos técnicos que os guie e podem otimizar a atuação em sala de aula; c) Tanto o conhecimento da disciplina como o conhecimento dos fundamentos psicopedagógicos tem muito que contribuir para melhoria da prática de ensino de uma matéria escolar concreta. (LÓPEZ, 1999)*

Shulman (1986) propôs um mínimo de conhecimentos que deve ter o professor, e os classificou inicialmente em três categorias:

- 1) conhecimento do assunto e da matéria específica;
- 2) conhecimento pedagógico do conteúdo;
- 3) conhecimento curricular.

Posteriormente, Shulman (1987, p. 8) reconhece outras categorias de conhecimentos e as organiza como conhecimentos indispensáveis. Propõem outras sete categorias (que são incorporando as citadas em 1986):

- Conhecimento do assunto e da matéria específica;
- Conhecimentos pedagógicos gerais;
- Conhecimento do currículo;
- *Conhecimento pedagógico do conteúdo*;
- Conhecimento dos alunos e suas características;
- Conhecimento dos contextos educacionais que abarcam desde e o funcionamento da escola, da classe, da sua gestão e financiamento;
- Conhecimento dos objetivos, das finalidades e dos valores educacionais.

Importante frizar que Shulman (1987) não procurou construir uma lista ou catálogo de conhecimentos que os professores precisam saber em uma área específica. Em vez disso, seu trabalho procurou fornecer uma orientação conceitual e um conjunto de distinções analíticas com o intuito de que as comunidades científica e políticas reflitam sobre a natureza e os tipos de conhecimentos necessários para ensinar um conteúdo.

Outro fato que fica evidente, é a preocupação do próprio Shulman em ampliar a lista de conhecimentos, acrescentando conhecimentos advindo do campo das ciências da educação. Inicialmente, pode parecer que esta posição de certa forma coloca em cheque a sua posição inicial, sendo que havia dedicado atenção especial aos conhecimentos diretamente ligados ao fazer do professor, no entanto, devemos considerar que o contexto da época possivelmente colaborou para tal decisão, mas também não podemos negar que houve desenvolvimento com relação ao proposto na primeira tipologia.

É fato que a classificação dos conhecimentos proposta por Shulman (1986,1987) abriu possibilidades para muitas compreensões, é claro que as ideias são genéricas e que podem ser aplicadas em várias áreas do conhecimento, porém, devemos alertar sobre a especificidade de cada área do conhecimento, que tem a sua história e, não menos importante, a sua epistemologia. Assim, será sem perder de vista o exposto que questionaremos algumas situações que apresentam relação com o ato de ensinar, quais são: como aplicar as categorias ao ensino de matemática?

Por que desenvolver ao ensino de matemática? Quem pode desenvolver o ensino de matemática? O matemático? O educador matemático? O professor de Matemática?

Vamos então, explorar um pouco dos conhecimentos que Shulman (1986) estabeleceu inicialmente, por entender que são eles que articulam a relação do professor com os saberes matemáticos, não que os outros saberes não tenham relevância, mas são os pertinentes para o que estamos propondo.

A primeira classificação proposta por Shulman (1986), o conhecimento do assunto e/ou da matéria (do conteúdo), o **conhecimento didático do conteúdo** e o conhecimento curricular adquirem um interesse particular, neste estudo, devido ao que defendem, propõem e justificam, ou seja, como o próprio Shulman (1986) afirma ser um conjunto de conhecimentos (amalgamados entre si) sobre o conteúdo específico e as articulações com o currículo e as maneiras de mobilizá-lo durante a relação pedagógica acaba por consequência abarcando importantes aspectos sobre o conhecimento do professor de um assunto específico, e no caso do ensino da matemática, as compreensões acima são reiteradas por Pinto e González (2008).

O trabalho de Shulman e colaboradores, evidencia a existência e necessidade deste corpo de conhecimentos que giram em relação ao conteúdo. Embora, inicialmente esta teoria se origina no campo do ensino de inglês, biologia, matemática, história e geografia com professores da escola básica, esta corrente de investigação em didática tem vivenciado nos últimos anos um crescimento significativo de acordo com López (1999).

O **conhecimento didático do conteúdo** chama-nos atenção por identificar diferentes competências de conhecimentos para o ensino. Como assinala Shulman (1987, p. 8):

Representa a mescla entre matéria e pedagogia porque se chega a uma compreensão de como determinados temas e problemas se organizam, se representam e se adaptam aos diversos interesses e capacidades dos alunos, e se expõe para o seu ensino. O conhecimento didático da matéria é a categoria que apresenta maior possibilidade em permitir distinguir entre a compreensão do especialista e uma área do saber e a compreensão do profissional das ciências da educação (texto traduzido por nós).

O **conhecimento didático do conteúdo**, nos termos propostos por Shulman (1993), não representa uma mera interseção entre o conhecimento da matéria e os princípios gerais das ciências da educação e as situações do cotidiano. Não é uma mera conjunção de conhecimentos ou integração de elementos, mas que pode ser interpretado como uma transformação do conhecimento do conteúdo em conteúdo ensinável e isso

vem corroborar a necessidade de buscarmos uma compreensão para a Transposição Didática de Chevallard (1999).

Com efeito, são fortes os indícios de que o **conhecimento didático do conteúdo** no que tange ao ensino da matemática não alcançou muitos de seus objetivos por carregar fortes influências da pedagogia, principalmente em considerar como pedra angular do processo de ensino os sujeitos (professores e alunos) e negligenciando aquilo referente ao saber (conteúdo). Como assevera Bosch e Gascón (2001) a problemática do ensino da matemática é muito ampla, em que devemos considerar tanto as tarefas mais gerais como aquelas mais específicas, sendo que as últimas recai sobre a função do professor.

Shulman (1986, p. 9), coloca que o conhecimento didático do conteúdo vai além do conhecimento da disciplina específica em si mesmo, entende que o conhecimento da disciplina é necessário como um dos componentes do conhecimento, há que incorporar elementos adicionais como o conhecimento curricular, e do conteúdo, repertório de estratégias instrucionais, seleção, planejamento e uso de diversos materiais de apoio, conhecimentos de processos de aprendizagem do aluno sobre o conteúdo, e assim, marcar a diferença entre matemático e professor de matemática.

Ainda por esta vertente, Shulman (1986, p. 9) define e caracteriza conhecimento didático do conteúdo da seguinte maneira:

As formas mais úteis de representação destas ideias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas, em poucas palavras, as formas de representação e formulação do assunto que faz este ser compreensível aos outros ... incluir no conhecimento ( a compreensão ) que faça com que a aprendizagem de um determinado tópico seja fácil ou difícil; as concepções e percepções que os estudantes de diferentes idades e as experiências que trazem consigo ao apreender estes tópicos e as lições frequentemente ensinados com anterioridade ( texto traduzido por nós).

Estas formas de representação são formas de expressar, expor, exemplificar e representar ideias de outra maneira, “de tal forma que os que não sabem podem chegar a saber, os que não entendem podem compreender e discernir, e os que tenham dificuldades podem passar a aprender” (SHULMAN, 1987, p. 7). De outra maneira, pode-se dizer que são estratégias de ensino propostas à luz de um tema específico, ou melhor, uma “didática” do conteúdo específico, onde parece existir intencionalidade sobre o saber na linha de pensamento apregoado pela TAD.

Assim, a teoria indica que se o professor passa a ter um amplo repertório de formas alternativas de representações, algumas das quais podem ter origem nas investigações, outras derivadas de reflexões realizadas acerca das práticas docentes que em nosso contexto podem ser implementados em cursos de formação de professores quando constituídos por formadores que tenham a consciência do seu papel e, por isso, poderão em vários momentos da formação inicial abordar nas disciplinas que ministram atitudes que tomem como base a prática da pesquisa a realização de aulas simuladas, preparação de material didático, elaboração de organização matemática e didática, investigação da epistemologia de objetos matemáticos, a discussão sobre a importância da argumentação, do discurso e da oratória, como meios de envolver os sujeitos num processo de estudo que efetivamente permita compreender a razão de ser de todo o processo, apresenta-se como alternativa para aguçar a relação do professor com o saber e ampliar as possibilidades de mobilização dos conhecimentos em sua prática.

O conhecimento didático do conteúdo, segundo Cooney (1994) trata de como pode ser interpretado o tema específico em uma situação de ensino. Supõe a compreensão de tópicos fundamentais em cada disciplina por parte do professor e que este seja capaz de responder questões como: Quais conceitos são fundamentais em cada disciplina? Que habilidades e atitudes potencializa a compreensão dos alunos? Quais são os aspectos de temas que apresentam dificuldades e são considerados difíceis pelos alunos? Que temas os alunos tem maiores interesses e facilidade de aprender? Que analogias, metáforas, exemplos, explicações, demonstrações, simulações, manipulações, ilustrações ou outras formas semelhantes mostram melhores resultados quando aplicado em sala de aula?

Caracterizado como um modelo cíclico, sinérgico, integral, flexível, inclusivo e investigativo, percebemos que, para Pinto e González (2006), o conhecimento pedagógico do conteúdo não pode ser examinado/analísado a partir do estudo de somente um dos componentes sem considerar a articulação e a inclusão dos outros. Considerar apenas um dos componentes, desconectados dos demais, pode levar a uma distorção de seu significado, bem como de sua caracterização e interpretação. Como um modelo, o conhecimento didático do conteúdo está composto de elementos essenciais que se inter-relacionam e se transformam em representações desejáveis que podem facilitar sua compreensão, desenvolvimento e investigação, dentro de um contínuo de modelos, acerca do conhecimento do professor, que vão de integrativos a transformativos.

A seguir apresentamos as características e a natureza conceitual de cada um dos componentes do conhecimento didático do conteúdo que ajudam a compreender a

articulação de vários conhecimentos que o professor deve ter e/ou desenvolver em sua prática docente.

Shulman (1986) definiu o **conhecimento do conteúdo da disciplina** a ensinar como o primeiro nível de conhecimento do professor da seguinte forma “quantidade e organização de conhecimento que por si mesmo está na mente do professor” (SHULMAN, 1986, p. 9). Ainda nessa linha de pensamento, como elemento essencial e prévio a sua atividade de ensino, o autor traz que o professor precisa ter um nível mínimo de domínio do conteúdo que se propõe ensinar:

O professor precisa não só entender que algo é assim; o professor deve ainda compreender porque é afirmativo, em que motivos sua sentença pode ser afirmado, e em que circunstâncias nossa crença na sua justificação pode ser enfraquecida ou negada. (SHULMAN, 1986, p.9) (tradução nossa).

Observamos que o conhecimento do assunto para o ensino requer mais do que conhecer a seus fatos e conceitos. Os professores devem também compreender os princípios de organização e as estruturas e as regras para estabelecer o que é legítimo fazer e dizer em uma área. Além disso, esperamos que o professor compreenda porque um determinado tema é particularmente central para uma disciplina enquanto outro pode ser um tanto periférico.

O segundo nível do conhecimento didático do conteúdo abordado por Shulman (1986, 1987) é o **conhecimento da didática específica**. Segundo o autor, os professores não só tem o dever de conhecer e compreender o conteúdo de sua disciplina, mas também de saber como ensinar esse conteúdo de maneira efetiva, e decidir, conhecer o que parece ser mais fácil e difícil para os estudantes, como organizar, sequenciar e apresentar o conteúdo capaz de promover e desenvolver o interesse e habilidades do estudante.

Para Shulman (1986) deve-se ter um **conhecimento pedagógico** de métodos de ensino e aprendizagem adaptado ao contexto específico da disciplina, isto é, ao do conhecimento da didática específica. Este **conhecimento da didática específica** é definido como:

as formas mais úteis de representação destas ideias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas, em poucas palavras, as formas de representação e formulação do assunto que fazem este ser compreensível aos outros (SHULMAN, 1986, p. 9) ( texto traduzido por nós).

Podemos perceber que o primeiro e o segundo nível do conhecimento **didático** do conteúdo proposto por Shulman (1986) se aproximam respectivamente ao que Chevallard (2006) cunhou de transposição didática interna e externa realizado pelo professor nas relações epistemológica e pedagógica respectivamente.

Assim, o **conhecimento didático do conteúdo** para ensinar matemática é uma perspectiva teórica que surge a partir do *conhecimento base para o ensino* de Shulman (1986). A diferença de outras perspectivas de investigação didática (por exemplo, a do processo-produto), nos permite estudar o professor à luz do conhecimento do conteúdo específico que ensina e acrescentamos ainda o conhecimento do currículo, que pensados de maneira articulada com **conhecimento didático do conteúdo** na perspectiva de ensinar matemática se constitui como possibilidade profícuas a ser consideradas nos percursos de formação de professores para atuarem na educação básica.

Como podemos perceber, o **conhecimento didático do conteúdo** como modelo de formação e como objeto de investigação, tem apresentado um interesse particular nas pesquisas nos últimos anos. Como é o caso de pesquisas no âmbito da Didática da Matemática e em outras pesquisas que investigam alguns objetos matemáticos.

### **3.3.1. Desdobramento do “conhecimento base para o ensino” no campo da formação de professores de matemática**

Continuando a discussão, apresentaremos alguns resultados de pesquisas realizadas por Ball et al (2008), Ball e Bass (2003) que estudam há mais de duas décadas o que eles chamam de “conhecimentos necessários para o ensino de matemática” e fundamentam seus estudos nas pesquisas desenvolvidas por Shulman (1986,1987). Essas pesquisas são focadas nas práticas de aulas de matemática da educação básica buscam compreender quais conhecimentos precisa ter o professor de matemática para desenvolver sua prática com êxito.

Embora estas análises estejam em curso, vemos evidência persuasiva de que o conjunto de conhecimentos de matemática necessários para o ensino é multidimensional. Porém, uma das categorias nos chama atenção que é a de conhecimento especializado do conteúdo que segundo Ball et al (2008):

Talvez o mais interessante para nós tem sido a evidência de que o ensino pode exigir uma forma de conhecimento puro e especializado pelo sujeito, "puro" porque não é misturado com nenhum conhecimento dos alunos ou da



pedagogia e é, portanto, distinto a partir do conhecimento pedagógico do conteúdo identificado por Shulman e seus colaboradores e especializado, porque não é usado em outros ambientes que tão somente ao do ensino em matemática. Esta singularidade é o que faz este conteúdo de conhecimento especial (BALL *et al*, 2008, p. 396).

Entendemos que a tipologia apresentada por Ball *et al* (2008) já está de certa forma contemplada no **conhecimento didático do conteúdo**, no entanto o aprofundamento deste conhecimento possibilitou eleger algumas características específicas e relevantes para o conhecimento base para o ensino de matemática.

Ball *et al* (2008) listaram um conjunto de tarefas que ajudam a pensarmos em maneiras de agir e raciocinar na construção de práticas para o ensino de matemática, e se assemelham com o que chamaram de conhecimento comum do conteúdo, vejamos (BALL *et al*, 2008, p.400):

- ✓ Apresentar ideias matemáticas de maneira clara e objetiva;
- ✓ Responder aos alunos os "porquês" da matemática;
- ✓ Encontrar um exemplo para abordar um assunto matemático específico;
- ✓ Reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação específica;
- ✓ Ligar representações a ideias subjacentes a outras representações;
- ✓ Articular um tema a ser ensinado aos tópicos de anos anteriores e/ou posteriores ( pasado e futuro );
- ✓ Explicar os objetivos e propósitos da matemática para os pais;
- ✓ Avaliar e adaptar o conteúdo matemático dos livros didáticos a realidade dos alunos;
- ✓ Modificar as tarefas matemáticas tornando-as mais fáceis ou mais difíceis;
- ✓ Avaliar a plausibilidade das alegações dos alunos (sem tutubar);
- ✓ Avaliar as explicações matemáticas dadas pelos alunos;
- ✓ Escolher e desenvolver definições, conceitos que sejam amplamente utilizáveis;
- ✓ Usar a notação e linguagem matemática questionando o seu uso;
- ✓ Solicitar a elaboração e criação de questões matemáticas do interesse dos alunos ;
- ✓ Instigar construções e representações para fins específicos;
- ✓ Verificar e reconhecer as equivalências em vários contextos.

A lista de tarefas apresentadas acima pode se constituir em possibilidade de criação de um conhecimento potente para o professor atacar muitos problemas. Não

pretendemos suprimir e desvalorizar outros componentes do conhecimento na atividade do ensino de matemática, mas sim defender, propor e justificar a articulação de um conjunto de conhecimentos sobre o conteúdo específico desejável e capaz de preencher lacunas existentes em relação ao conhecimento do professor de matemática.

Nesta direção, Pinto e González (2008) defendem que o conhecimento pedagógico do conteúdo para o professor de matemática representa um esforço para desenvolver um modelo sobre a cognição do professor, ressalta o conhecimento da disciplina em questão e a sua transformação para o ensino, incorporar diagnósticos de outros tópicos relacionados e facilita uma visão mais integrada do conhecimento do professor e sua prática docente.

Como destaca Shulman (1999), é necessário desenvolver mais investigações sobre os diferentes componentes, categorias, características, dimensões e indicadores do **conhecimento didático do conteúdo** para seguir gerando um corpo de conhecimentos que fundamente e oriente a formação dos programas de formação inicial e permanente e subsequentes investigações.

O desenvolvimento de investigação sobre o **conhecimento didático do conteúdo** de matemática permitirá aproximar as bases teóricas e práticas que requerem os programas de formação, conhecer como se desenvolve e opera na sua realidade escolar, tornar clara sua compreensão e significado e gerar um repertório de estratégias e representações instrucionais. Como assinala García (1997, p.100), “o futuro da investigação sobre o professor está nas cognições deste e o contexto em que se constrói. Estes serão aspectos sobre os quais se basearam as investigações na formação de professores de matemáticas”. Concordamos com o autor, desde que as análises destas pesquisas levem em conta aquilo que é manifestado e/ou mobilizado pelos sujeitos, caso contrário, seria um tanto audacioso fazer juízo daquilo que pensa o sujeito.

Esse parece ser um ponto que distancia os que seguem o “conhecimento base para o ensino” daqueles que comungam com a TAD, os primeiros entendem que o avanço na compreensão do conhecimento, que fornece alicerces para o professor, perpassa o campo da cognição ao colocar os problemas da profissão como sendo dos sujeitos (professor e aluno). Por outro lado a segunda advoga que os problemas da profissão estão centradas no objeto de ensino. Não podemos negar que a problemática é um tanto quanto complexa e portanto, achar que apenas uma delas é suficiente é um tanto arriscado. Então entendemos que a decisão mais coerente é continuar a discussão buscando o diálogo entre as duas correntes teóricas.

### **3.4. As atribuições do professor à luz da TAD**

Revisando as pesquisas no campo da educação matemática tivemos como resultado a identificação de poucas investigações que versam sobre o conhecimento do professor de matemática, especialmente aqueles relacionados com o saber e as maneiras de agir e pensar sobre a temática. Assim, concluímos que há necessidade de estudar as práticas do professor de matemática com o olhar para o binômio teoria e prática tendo como referência as correntes de investigação que levam em conta as atividades matemáticas, as organizações didáticas, ancorando-se em marcos conceituais que nos permitem compreender como esse constrói os significados matemáticos, os transforma e os representa nas suas práticas docentes.

No próximo tópico vamos apresentar e analisar elementos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) que posteriormente serão utilizados nas análises dos resultados obtidos nos percursos de formação que desenvolvemos que tem como objetivo nuclear compreender a relação do professor com o saber matemático e examinar os conhecimentos mobilizados nas práticas docentes.

#### **3.4.1 - A TAD e o seu contexto**

A TAD se localiza no campo da Didática da Matemática, e para não causar nenhum mal entendido, assumimos a Didática da Matemática como campo de pesquisas e estudos que tem objetivamente a intenção de viabilizar a difusão do saber matemático através do ensino. E, portanto, se constitui de várias vertentes teóricas que fundaram subcampos que inevitavelmente se nutrem em alguns momentos da mesma fonte. Em nível pátrio algumas pesquisas assimilam a Didática da Matemática como uma das tendências teóricas da Educação Matemática, essa visão pode ser encontrada em Pais (2002a). Porém, como já ressaltamos, em que pese não ser essa a nossa compreensão, acreditamos que o debate sobre a temática amplia a capacidade de enfrentamento das questões apresentadas, e por isso, vamos esboçar um pouco da compreensão sobre a Didática da Matemática em nível nacional para posteriormente contrastar com aquilo que defendemos.

No Brasil, de acordo com Machado (1999), a Educação Matemática, é uma grande área de pesquisa educacional, e sua consolidação ainda se constitui em um processo relativamente recente. Seu objeto de estudo é a compreensão, a interpretação e a descrição

de fenômenos concernentes ao ensino e à aprendizagem da matemática nos diversos níveis de escolaridade, tanto na sua dimensão teórica, quanto prática. Pode, ainda, ser conduzida pelos desafios do cotidiano escolar e ser entendida no plano da prática pedagógica. Esta área de pesquisa educacional teve impulso, tanto no Brasil, como em outros países, principalmente nas últimas décadas por meio de uma diversidade de temas, aspectos e questões inerentes ao processo de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático, e deu origem a diversas correntes teóricas, entre elas a Didática da Matemática que por consequência alterou o modo de pensar sobre o fazer matemática.

Ainda de acordo com Machado (1999) a existência deste considerável movimento educacional, que trabalha na estruturação de um saber pedagógico voltado ao ensino da matemática, teve justificativa, em nível social, na necessidade de responder a uma crise generalizada que atinge toda a educação escolar, não somente o ensino da matemática, mas também ele, em todos os níveis da escolaridade. Questiona-se o seu significado real e sua função no currículo escolar, que deste modo, passam a ser pesquisados e analisados de forma mais pontual, contextualizada e consciente. Neste contexto, surge a Didática da Matemática como uma forma particular de descrever e compreender os fenômenos da prática educativa.

Segundo Douady (apud PAIS, 2002b, p. 10-11):

A Didática da Matemática estuda os processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos desta ciência, particularmente numa situação escolar ou universitária. Ela se propõe a descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e sua aprendizagem. Ela não se reduz a pesquisar uma boa maneira de ensinar uma determinada noção particular.

Deste modo, fica evidente que a Didática da Matemática “não visa simplesmente recomendar modelos ou receitas de solução a determinados problemas de aprendizagem” (PAIS, 2002b, p. 11). Deste pensamento, em Pais (2002a), obtemos uma definição da Didática da Matemática relativa ao contexto brasileiro já que é vista como um campo da grande área da Educação Matemática que tem por objeto de estudo:

a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. ( PAIS, 2002a, p. 11)

Todos os conceitos didáticos visam o favorecimento da compreensão das conexões entre a teoria e a prática, propiciando a compreensão das condições de produção, de registro e de comunicação do conteúdo escolar da matemática e de suas consequências didáticas.

A nosso ver essas contribuições têm a sua relevância quando ampliarmos nossa visão da profissão docente e atentarmos para questões inerentes a problemática da profissionalização do professor. Como podemos perceber há por parte desses pesquisadores um interesse de afeiçoar a Didática da Matemática. No entanto, é perceptível, quando se investiga temáticas que se fundamentam nessas correntes teóricas um certo descompasso em relação aquilo que é defendido, já que a própria compreensão da Didática da Matemática em suas nascentes tem se alargado sobremaneira.

Assim, se considerarmos a Didática da Matemática na visão europeia sobretudo na Alemanha, Espanha e principalmente a França, ela se encarrega de tratar de muitas das problemáticas enfrentadas pela Educação, como, por exemplo. Mas antes de traçamos uma ideia da Didática da Matemática vamos apresentar o que vem a ser compreendido como Didática. Deste modo Chevallard (2009a) define a didática como a ciência da difusão e também da não difusão dos conhecimentos, dos saberes e as práticas de um grupo humano determinado, como uma classe escolar, a sociedade ou uma instituição.

Neste contexto, a Didática da Matemática se apresenta no quadro de uma ciência das condições de produção e de difusão dos saberes úteis às sociedades e às relações humanas (BROUSSEAU, 1995, p. 4). O próprio Chevallard (2009a) afirma que em um texto anterior Brousseau apresentava uma definição um pouco mais precisa: chamamos de Didática da Matemática a ciência das condições específicas de difusão impostas dos saberes matemáticos úteis aos membros e às instituições da humanidade, ou ainda, em termos da TAD como a ciência das condições da difusão e também da não difusão, dos saberes matemáticos e das práticas sociais que mobilizam esses saberes nas várias sociedades do mundo.

Neste sentido, é pertinente a posição de Bosch e Chevallard (1999) ao afirmarem que o fundamento característico da Didática da Matemática, como ciência, não é o fato de propor um projeto de estudo científico dos problemas de ensino da Matemática. Segundo eles, singularidade original consiste em tomar como objeto primário de estudo<sup>12</sup>,

---

<sup>12</sup> De acordo com Bosch e Chevallard (1999) o objeto de ensino primário consiste em questionar, modelar e problematizar de acordo com as regras da atividade científica.

não o sujeito que aprende ou que ensina, mas o saber matemático que eles são levados a estudar em conjunto, assim como a atividade matemática que é o projeto comum de estudo empreendido por esse aluno e por esse professor. Ainda, de acordo com os esses pesquisadores, para explicar os fatos de ensino aos quais a Didática da Matemática se vê confrontada, defendem que tem-se que reconhecer que o entrave está na Matemática e não nos sujeitos envolvidos na sua aprendizagem ou no seu ensino. Assim, o objeto da didática não pode estar restrito ao espaço das instituições de ensino, é necessário situá-lo no quadro mais amplo das práticas matemáticas e no conjunto das instituições sociais.

Como já apontamos a TAD se localiza no campo da Didática da Matemática. E então, a partir de agora passamos a destacar como ela surgiu e como vem se desenvolvendo.

### **3.5. A TAD e sua constituição**

Com base em Bosch et al (2006), a TAD aparece com as primeiras (re)formulações da Transposição Didática. Pode ser considerada como desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas em Brousseau (1997), com a qual compartilha seus princípios fundamentais e assim dois problemas essenciais podem ser considerados como a origem da TAD:

- 1) Por um lado, a necessidade do pesquisador liberta-se dos modelos epistemológicos dominantes nas instituições escolares Chevallard (2006) e isso implica que a TAD nos proporciona noções para estarmos livres e considerarmos o conhecimento matemático e a atividade matemática nas instituições escolares;
- 2) De outro, levanta a relevância do questionamento de condições e restrições que afetam todo o processo de difusão do conhecimento matemático na instituição escolar, isto é, o professor deve decidir o estudo do que é possível ensinar e com relação a aprendizagem da matemática o que dificulta.

Neste sentido, a TAD surge propondo que toda atividade humana pode ser representada por modelos mediante maneira de agir e pensar, ou seja, praxeologias (práxis + logos), com relação a este ponto das praxeologias, aprofundaremos adiante.

Neste contexto, ressaltamos que compartilhamos das ideias de Almouloud (2007) ao afirmar que a TAD traz uma contribuição importante para a didática da matemática,

pois, além de ser uma ampliação do conceito de transposição didática, insere a didática no campo da antropologia, mirando o estudo das organizações praxeológicas e didáticas pensadas para o ensino. A TAD estuda as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos, compreendidos como relações sujeito, instituição e saber.

A TAD, segundo Chevallard (1999), estuda o homem perante o saber matemático, e mais estritamente, perante situações matemáticas. Um motivo para eleição e utilização do termo “antropológico” é que a TAD localiza a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Assim, propõe um modelo de atividade matemática institucional, que inclui a atividade matemática escolar como caso particular, e um modelo do saber matemático que permite descrever a matemática escolar como caso particular.

Com a intenção de alargar a compreensão dada por Chevallard (1999, 2009a) sobre o termo antropológico, recorremos a White (1999), que nos ajudou a encontrar uma posição que sustenta a matemática dentro de um contexto antropológico quando afirma que não temos que buscar verdades matemáticas na mente divina e na estrutura do universo. As matemáticas é um tipo de prática social como os idiomas, os sistemas musicais, os códigos e as leis. Os conceitos matemáticos são construídos pelo homem, assim como os valores éticos, as regras de trânsito e até mesmo as gaiolas dos pássaros. Mas tudo isso não invalida a crença de que as proposições matemáticas estão externas a nós e que possuem uma realidade objetiva. Estão fora de nós, na medida em existem antes que nascermos e na medida que cremos as encontrarmos no mundo que nos rodeia.

Ainda, em White (1999), a objetividade existe somente para o indivíduo, o lugar da realidade matemática é a tradição cultural, ou seja, é o contínuo da conduta simbólica. Esta teoria evidencia os fenômenos da novidade e progresso das matemáticas. As ideias interagem entre si nos sistemas cerebrais dos homens formando novas sínteses e, se este indivíduo possuidor de sistema cerebral se dá conta do ocorrido, chama de invenção como fez Hadamard (1945), ou de criação para usar a expressão de Poincaré citado White (1999). Por outro lado, se não se der conta das interações cerebrais que ocorreram os chama de descobrimento e creem ter encontrado algo no mundo externo.

Diante da posição de White (1999), podemos inferir que as ideias matemáticas são independentes da mente individual, mais que residem por completo dentro da mente da espécie, isto é, da cultura, e, portanto, a invenção, criação e o descobrimento das ideias matemáticas são exclusivamente dos aspectos de um evento que tem lugar simultaneamente dentro da tradição cultural, e em um, ou mais sistemas cerebrais, e

destes dois fatores (cultura e indivíduo), a cultura é o mais significativo e os fatores determinantes da evolução da matemática se encontram nela e assim, o sistema cerebral humano é o mero catalizador que viabiliza e torna possível o processo cultural.

Neste sentido, cada indivíduo nasce no seio de uma organização preexistente de crenças, costumes, ferramentas e instituições. Estas características culturais formam e modelam a vida de cada pessoa, dando-lhe conteúdo e direção. Assim, a matemática é apenas uma das correntes da cultura total atuando sobre os indivíduos em grau variável, e os irá responder segundo suas compreensões e daí, as matemáticas são a conduta orgânica que constitui uma resposta a cultura matemática.

Como podemos perceber, dentro do contexto cultural quando o indivíduo reflete sobre as suas interações, em certo grau, gera ações e reações entre os diversos elementos. Um conceito reage frente a outro; as ideias se misturam, se fundem e formam novas sínteses. Este processo avança através da cultura com muita rapidez e intensidade em algumas zonas centrais (comunidades específicas, por exemplo, a dos matemáticos) mais do que outras periféricas, e assim quando este processo de interação e desenvolvimento alcança certo ponto, se formam novas sínteses.

Desta feita, pelo viés antropológico, a matemática pode ser vista como prática sociocultural que se desenvolve no seio da humanidade e que de certa maneira será compreendida proporcionalmente ao envolvimento do sujeito com ela. Isto é, se o sujeito tem como objetivo construir uma relação forte com a matemática ele terá grandes chances de encontrar essas condições interagindo com a comunidade que exerce tais práticas, e portanto, isso indica que para se criar ou desenvolver tais práticas é necessário a imersão na cultura que mobiliza esses conhecimentos.

Continuando o debate, sobre a TAD, o termo didático aparece, dentro deste enfoque, como tudo aquilo que tem relação com o estudo, a produção e a difusão do saber matemático nas distintas instituições sociais, o que situa o ensino e aprendizagem escolar das matemáticas como um caso particular de processo didático.

Ampliando o ponto de vista acima, recorreremos a Sierra (2006), quando chama atenção para identificar o didático como tudo aquilo relativo ao estudo. Tomando a palavra estudo em um sentido muito amplo que engloba as noções de ensino e aprendizagem comumente utilizadas na cultura pedagógica. Fala-se de estudo para se referir a tudo aquilo que se faz numa determinada instituição para contribuir com respostas das questões enfrentadas por ela e para realizar as tarefas apresentadas.



A atividade de estudo não deve se limitar ao âmbito escolar e do ensino: há estudo em todas as instituições da sociedade na medida em que há algo para mudar as práticas institucionais que se consideram problemáticas.

No caso das Matemáticas, a noção de estudo aparece como uma noção integradora que permite analisar sob um mesmo prisma o trabalho que realiza o pesquisador matemático, o professor quando ensina matemática e o aluno que aprende na escola. Assim, o pesquisador coloca e estuda problemas com o objetivo de construir novas matemáticas buscando apresentar soluções aos problemas enfrentados nas práticas desse grupo; o professor e seus alunos também estudam matemática reconhecidas nas práticas das instituições escolares julgadas pertinentes e que permitem contribuir nas respostas as questões problemáticas consideradas importantes, determinadas pela sociedade.

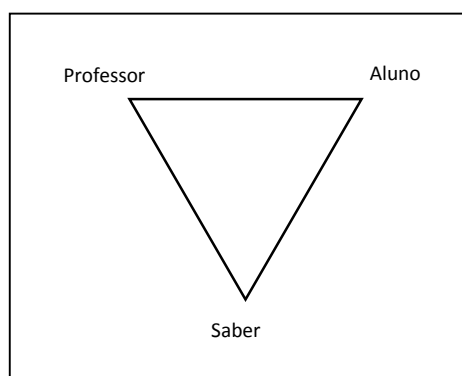
Ainda nessa trilha, destacamos mais dois pontos essenciais. Em primeiro lugar, o didático deve, a cada nova investigação, reconsiderar sua relação com os objetos que surgem neste novo contexto, seja qual for sua familiaridade prévia com esses objetos. Em segundo, o didático não deve se acomodar diante de sua área de conhecimento. Deve enfrentar-se também e ao mesmo tempo com outros desafios, novas áreas de conhecimento, o que lhe permitirá ver fatos que o escapam quando se produzem em seu campo de atuação. Por exemplo, o consumo abusivo de saber sistematizado por parte de certas disciplinas escolares que não vem mais cumprindo a função de resolver problemas que surgem no seio da instituição.

Neste sentido, o didático supõe a existência de sistemas didáticos  $S(X; Y; O)$ . “O que poderiam fazer?” (*ecologia*) e “o que farão?” (*economia*) os estudantes  $X$  para estudar a obra  $O$  e que poderia fazer e fará o professor  $Y$  para ajudar a  $X$  a estudar  $O$ , que são criações didáticas (gestos didáticos), que compõe as tarefas do didático.

Atualmente a compreensão do sistema didático apresentado se ampliou. Antes se considerava a sala de aula em um contexto mais fechado, porém hoje no âmbito da TAD se considera dentre outras preocupações os problemas da profissão docente e o divisor de águas com relação a outras correntes teóricas está na persistência de questionar o saber. No que tange ao sistema didático retomaremos no próximo capítulo uma discussão contextualizando o percurso de pesquisa como mecanismo que nos permitiu realizar nossa investigação.

Desta maneira, é função do didático criar os meios para tornar os objetos de ensino compreensíveis e conduzir o sujeito de saber ao encontro desse saber. Entendemos que para isso acontecer será fundamental que ocorra uma relação epistemológica significativa

entre o professor e o saber. Tal relação precisa estar presente no processo de Transposição Didática, que segundo Chevallard (2009b), apresenta dois momentos cruciais. O primeiro em nível *lato* (saber sábio ao saber a ser ensinado) e o segundo em nível *estricto* (saber a ser ensinado ao saber ensinado). O autor identifica o segundo nível como fenômeno de Transposição Didática Interna, subdividindo-o em dois momentos: o primeiro caracterizado pela construção do texto de saber e o segundo por colocar as praxeologias deste texto de saber em ação na sala de aula por meio do sistema didático que é composto pelas relações professor – aluno, professor – saber e aluno – saber. Neste sistema o saber passa a assumir papel determinante com base epistemológica que o torna instrumento de análise em potencial (**Figura 01**).



**Fonte:** Relação Saber/Aluno/Professor em Brousseau (1998).

Dessa forma a relação epistemológica relativa à manipulação de um saber em uma dada instituição com objetivos de difundir o ensino, nos remete a considerar a dimensão epistemológica, que Gascón (2011) destaca como sendo o cerne do problema didático, e assim torna-se imperioso analisar o conhecimento matemático apresentado historicamente no contexto de cada instituição, compreendendo sua gênese e seu processo de reconstrução, para se constituir em um processo de estudos e, portanto, didático, muito embora o “conhecimento base para o ensino” faça parte de um programa epistemológico assim como a TAD. Então, assumimos que o matemático (o objeto de estudo) e o didático (a organização para o estudo) se constituem simultaneamente em dimensões inseparáveis, como as faces da mesma moeda, quando mobilizado na realidade escolar.

Como assevera Bosch e Gascón (2006), para que certo conhecimento seja ensinado na escola é necessário um *labor* transpositivo que possibilite algo que não foi criado para a escola, no caso não só a matemática acadêmica, mas aquelas de origem das práticas sociais, sofra as mudanças necessárias para poder ser (re)construído dentro da escola. O processo de transposição didática começa longe da sala de aula da escola, e a

escolha dos corpos de conhecimento que se deseja transmitir uma vez realizada, gera um tipo de labor claramente criativo, não uma mera transferência, adaptação e simplificação, mas que se pode descrever como um processo de desconstrução e reconstrução dos diferentes elementos desses conhecimentos, com o objetivo de fazê-los ensinável, preservando sua estrutura e funcionalidade.

O trabalho transpositivo tem interferência de um grande número de agentes presentes ou inseridos na noosfera, e tudo isso sob condições históricas e institucionais que são muito complexas de se compreender. É um trabalho necessário para que o ensino seja possível, porém também engendra muitas restrições sobre o tipo de ensino que se pode implantar, sobre as atividades matemáticas possíveis e impossíveis de concretizar na educação básica. A limitação mais forte ocorre quando o processo de transposição não é capaz de manter e recriar uma possível “razão de ser” dos saberes que a escola se propõe transmitir.

Sobre a matemática e o ensino da matemática, pelo ponto de vista ingênuo dos alunos, e que depois tendem a permanecer enquanto professores, é apresentado por Bloch (2005):

a) sobre a matemática:

Os estudantes adquirem na universidade uma concepção muito formal da matemática: o saber declarado é considerado transparente, mas não funcional [...]. Para eles, um teorema tem uma prova, mas não uma justificativa em termo de resolução de problemas porque a teoria matemática é sua própria justificativa [...]. (BLOCH, 2005. p. 3).

b) sobre o ensino de matemática:

Para os estudantes que saem da universidade, uma boa aula de matemática é uma aula frontal, do tipo aula dialogada, onde o professor dita “a lei matemática”. Eles não imaginam que essa lei possa ser contestada ou não ser compreendida, sobretudo, no nível secundário onde intervém apenas a matemática elementar. (BLOCH, 2005. p. 3).

Então, para podermos enfrentar essa problemática do pensamento ingênuo, e levando em consideração o modelo proposto pela TAD, pode-se interpretar a transposição didática como uma noção que desenvolve, segundo Chevallard (1999), ruptura pela teoria das situações, a respeito do saber matemático, ou seja, a ruptura epistemológica fundamental que supõe que os conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos e apreendidos por meio de atividades e problemas que podem ser resolvidos pela mobilização desses conhecimentos.

Assim, a noção de transposição didática mostra que o saber matemático está no centro de toda problemática. Por consequência, esse saber jamais pode ser considerado como algo inquestionável.

Ainda nessa linha de raciocínio Sierra (2006) afirma que na TAD deve-se partir do princípio de que o saber matemático se constrói como resposta ao estudo de questões problemáticas, aparecendo assim como o resultado de um processo de estudo. Esse processo, enquanto atividade que conduz a (re)construção de conhecimentos matemáticos, forma parte da atividade matemática. Ainda que fazer “matemáticas” não consista unicamente em estudar matemáticas para resolver problemas, pode aparecer um paralelismo estreito entre a atividade matemática como processo de estudo e o saber matemático como resultado desse processo. Assim, de acordo com Sierra (2006) as Matemáticas são, simultaneamente, uma atividade e o produto dessa mesma atividade.

### **3.6. As praxeologias como maneiras de agir e pensar**

Retomando a questão das praxeologias achamos oportuno explorar algumas noções fundamentais que compõe toda a teoria como objeto, sujeito, relação, pessoa e instituição, e por isso, recorremos a Chevallard (2009a).

Segundo o autor, a primeira noção fundamental é a de objeto: objeto é qualquer entidade, material ou não material, que existe pelo menos para um indivíduo. Então, tudo é objeto, incluindo pessoas. Os objetos são, assim, a ideia (um número, não ostensivo) ou, a representação (ostensivo) da ideia, por exemplo, o numeral 1 que pode ser enunciado em várias línguas, um, un e one, respectivamente no português, francês e inglês, ou ainda o mesmo numeral 1, no sistema indo-arábico (1), no sistema romano (I), um conteúdo de ensino, a representação de uma função linear, uma demonstração, o nosso tema desta pesquisa, etc. Em particular, qualquer prática, ou seja, todo produto intencional da atividade humana é considerado como um objeto.

A segunda noção fundamental, para o autor, é o de relação pessoal de um indivíduo  $x$  para com um objeto  $o$ , que significa o sistema denotado por  $\mathbf{R}(x,o)$  de todas as interações que  $x$  possa ter com o objeto  $o$ , como as que  $x$  manipula, utiliza, fala, sonha etc. Dizemos que  $o$  existe se a relação pessoal de  $x$  com  $o$  "não é vazia", denota-se que  $\mathbf{R}(x,o) \neq \emptyset$ . É oportuno destacar que a relação pessoal de um indivíduo  $x$  com um objeto  $o$  se configura a partir de toda a história de vida do sujeito, as suas experiências, vivências, com outros

indivíduos, em outras instituições, enfim, todas as práticas que o mesmo se deu conta contribuirá para alcançar outras posições na relação com o objeto.

A terceira noção fundamental, segundo o autor, é a de pessoa, é o par formado por um indivíduo  $x$  e o sistema de relações pessoais  $R(x, o)$  em um dado momento da história de  $x$ . A palavra pessoa, tal como aqui utilizado, não deve nos enganar: todo mundo é um pessoa. Bem entendido, que no curso do tempo o sistema de relações pessoais de  $x$  evolui; um objeto que não existe para ele passa a existir, enquanto outras deixam de existir; para outros enfim a relação pessoal de  $x$  muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo, o que muda é a pessoa, ou seja, a pessoa é cada face do indivíduo, portanto, um indivíduo pode ser uma multiplicidade ou pluralidade de pessoas.

Quando um objeto  $o$  existe para uma pessoa  $x$ , ou ainda que  $x$  conhece  $o$ , a relação  $R(x; o)$  especifica como  $x$  conhece  $o$ . O chamado universo cognitivo de  $x$  é o conjunto  $UC(x) = \{(o, R(x; o)) / R(x; o) \neq \emptyset\}$ , ou seja, é particular de cada indivíduo conforme Chevallard (2009a). Cabe acrescentar que o jeito de pensar sobre um objeto por um indivíduo muda diante de níveis deferentes, de instituições. Assim, o jeito de pensar tem relação com o jeito de fazer, em que o pensar é o cognitivo. Daí, mesmo não se podendo aferir a relação da pessoa com o objeto de forma direta, ou seja, julgando o que ela pensar, no entanto é plausível pelo argumento anterior interpretar o pensamento (modelo epistemológico) pelas ações, pela mobilização de conhecimentos, analisando os discursos deste sujeito diante de sua prática (jeito de fazer), lembrando que necessariamente a pessoa pode não se dar conta do modelo epistemológico que levou a agir.

Uma quarta noção fundamental, é de instituição. Uma instituição  $I$  é um dispositivo social total, o que certamente pode ser apenas uma parte muito pequena do espaço social<sup>13</sup>, mas que permite - e impõe - para seus sujeitos, isto é, para pessoas  $x$  que vivem e ocupam diferentes posições  $p$  oferecidas em  $I$ , colocando em jogo as maneiras de fazer e de pensar próprios - isto é, praxeologías. Assim, o papel da escola como instituição é tornar o saber concreto presente nas relações das práticas em saber abstrato, neste particular a matemática escolar não pode ser confundida com a matemática, mas sim conformada por essa. Quando a escola como instituição não toma a sua posição, outros elementos fazem a sua vez. Então, se a escola não tem claro os objetivos que quer alcançar permite que o livro didático conduz em grande parte a prática do professor.

---

<sup>13</sup> Podemos dizer que há "micro-instituições, uma pessoa que se dá conta da sua relação com o saber, questiona, compartilha sua prática com outros indivíduos e consegue provocar mudanças, ou que consegue arrigimentar seguidores é uma instituição.

No entanto, se faz necessário limitar melhor a nossa discussão, como tudo é objeto, precisamos distinguir alguns tipos de objetos particulares: as instituições, os indivíduos e as posições que ocupam os indivíduos nas instituições. Quando os indivíduos passam a ocupar tais posições, eles se tornam sujeitos das instituições e dessa maneira contribuem para manter a vida institucional e também pelo fato destas ter lhe proporcionado um espaço diferenciado para sua vivência.

O saber como uma forma de organização e objetivação de conhecimentos entra em cena com a noção de relação: um objeto existe na medida em que existe uma relação envolvendo esse objeto, isto é, se um sujeito ou uma instituição conhece ou reconhece esse objeto. Sendo dado um objeto, um saber, por exemplo, e uma instituição, a noção de relação remete às práticas sociais realizadas no contexto da instituição e que colocam em jogo o objeto em questão e as atividades que podem ser feitas na instituição com esse objeto. Assim, é imperioso perceber que a relação do professor com o saber também é regulada pela instituição na qual está inserido e, portanto, a relação que manterá com o saber não é de um todo deliberado, mas condicionada ao reconhecimento pela instituição, e essa mesma instituição está de certa maneira ajustada às demandas das práticas sociais que reconhece o saber em questão.

Conhecer um objeto é ter uma funcionalidade ou aplicação a fazer com este objeto ou para aprimorar esse objeto. O saber matemático, como uma forma particular de conhecimento, resulta das ações humanas e institucionais. É algo que pode ser produzido, utilizado, ensinado ou mais geralmente transportados de uma instituição para outra. Entretanto, a matemática continua ainda sendo um termo primitivo, uma espécie de sedimento de certas práticas institucionais, ou seja, práticas matemáticas sociais, e como assevera Chevallard (1999), o que falta é a elaboração de um método de análise de práticas institucionais que permite a descrição e o estudo das condições de sua realização.

Este princípio permite considerar as matemáticas como construções e atividades institucionais, incluindo todas as conotações culturais e sociais que estes podem significar. Em particular, permite tomar em consideração o relativismo institucional do conhecimento matemático, assim como o componente material da atividade. Dentro deste ponto de vista geral do conhecimento matemático, Chevallard (1999) propõe a noção de Organização Praxeológica Matemática e Praxeologia Matemática (ou simplesmente, Organização Matemática) como modelo mais adequado e preciso para descrever o conhecimento matemático.

Ainda, segundo Chevallard (1999) a noção de Praxeologia Matemática corresponde à concepção do trabalho matemático como estudo de tipos de problemas e tarefas problemáticas. Porém, este não é o único aspecto do trabalho matemático. Com efeito, o matemático não aspira unicamente a apresentar bons problemas e resolvê-los, sem que pretenda, além disto: caracterizar, delimitar e inclusive classificar os problemas em “tipos de problemas”; entender, descrever e caracterizar as técnicas que utiliza para resolvê-los até o ponto de controlá-las e normalizar seu uso; se propõe estabelecer as condições sob as quais estas funcionam e desejam ser aplicadas e; em última instância, aspira a construir argumentos sólidos e eficazes que sustentam a validade de suas maneiras de proceder.

Continuando por essa vertente das maneiras de agir e pensar, Chevallard (1999) destaca que a noção de Praxeologia resulta da união dos dois termos *praxis* e *logos*. Tipos de *tarefas*, *técnicas*, *tecnologia* e *teoria* são as quatro categorias de elementos que compõem uma Organização ou Praxeologia Matemática. Diremos agora que fazer matemática consiste colocar em prática uma Praxeologia Matemática para chegar a um determinado tipo de tarefa e que estudar Matemáticas consiste em (re)construir determinados elementos de uma Praxeologia Matemática para dar resposta a um determinado tipo de tarefa problemática (é decidir um tipo de tarefa para o qual não existe e não se dispõe de uma Praxeologia adequada para resolvê-la na instituição em questão).

Neste contexto, de acordo com a teoria o saber matemático aparece organizado em dois níveis. O primeiro nível é o que remete a prática que se realiza, a *praxis*, o saber-fazer, isto é, decidir os tipos de problemas e tarefas que se estudam e as técnicas que se constrói e utilizam para abordá-los. O segundo nível recorre à parte descritiva, organizadora e justificadora da atividade matemática, que chamaremos *logos* ou, simplesmente, saber. Inclui as descrições e explicações que se elaboram para fazer inteligíveis as técnicas, isto é, o discurso tecnológico (o *logos* sobre a técnica e, em última instância, o fundamento da produção de novas técnicas) e a teoria que dá sentido aos problemas apresentados e permite fundamentar e interpretar as descrições e demonstrações tecnológicas a modo de justificativas de segundo nível (a teoria pode interpretar-se, por tanto, como uma tecnologia da tecnologia).

Nesta perspectiva, Chevallard (2009a) apresenta a estrutura praxeológica mais simples como sendo aquela de um fazer pontual e compõe-se de um tipo de tarefas  $T$ , de uma técnica  $\tau$ , que são os modos de realizar as tarefas  $t$  do tipo  $T$ , de uma tecnologia  $\theta$ , que é o discurso que fundamenta (*logos*) a técnica (*tekhne*) e que torna  $\tau$  inteligível como

um meio para realizar as tarefas do tipo T, e finalmente um componente teórico  $\Theta$ , que rege a tecnologia  $\theta$  em si mesmo (e, portanto, todos os componentes da praxeologia). Uma praxeologia pontual é denotada por  $[T / \tau / \theta / \Theta]$ . Ela comporta uma parte prático-técnica  $\Pi = [T / \tau]$  ou práxis (que pode, se necessário, denominar "saber-fazer") e uma parte tecnológico-teórico  $\Lambda = [\theta / \Theta]$ , ou logos que podemos identificar com o saber.

Ainda, de acordo com Chevallard (2009a), um aspecto crucial do conceito de praxeologia é o seguinte: Na perspectiva antropológica, não existe uma práxis que não seja acompanhada por um logos, mesmo se, a partir da posição que ocupa o observador<sup>14</sup>, no entanto, esta parte tecno-teórica parece estar ausente, porque ela não se torna visível, ou simplesmente não é observada.

No que tange a relação de praxeologias possíveis de se estabelecerem entre instituições Chevallard (2009a), propõe, se  $\Pi \oplus \Lambda$  denota uma praxeologia  $[T / \tau / \theta / \Theta]$  existente em uma instituição I, a sua transposição para outra instituição I\*, pode-se denotar por  $(\Pi \oplus \Lambda)^*$ , e pode em alguns casos (aproximadamente) se escrever  $\Pi \oplus (\Lambda^*)$ ; Neste caso, a práxis será bem (essencialmente) a mesma, mas o logos terá mudado. A praxeologia transposta  $(\Pi \oplus \Lambda)^*$  às vezes pode também ser escrita  $(\Pi^*) \oplus \Lambda$ , na qual o logos será mantido, mas a práxis alterada, e que às vezes é esvaziada de sua substância (teremos  $\Pi^* \approx \emptyset$ ).

No exposto, há evidências que confrontar praxeologias, sejam elas de instituições distintas, de níveis diferenciados e não menos importante de professores de contextos diferenciados, se constitui como mecanismos em potencial para alterar e recombinar essas praxeológicas como um fenômeno no coração da história social das praxeologias e, tornam-se, portanto, possibilidade para alterar a relação do professor com o saber, reconfigurando os conhecimentos que são mobilizados por ele em sua prática.

Portanto, a ampliação da transposição didática com a TAD incorpora outros elementos (como a ideia de praxeologia) e apresenta a didática como a ciência da difusão social das praxeologias (e das entidades praxeológicas), ou ainda, a didática é a ciência das condições e restrições da difusão institucional das entidades praxeológicas. O motor da difusão praxeológica é o didático. Assim, a didática das matemáticas é a ciência das condições e restrições da difusão social de praxeologias matemáticas. Não podemos esquecer que o estudo da difusão de praxeologias inclui o estudo da não difusão.

---

<sup>14</sup> Um observador de acordo com a TAD pode ser: um professor diante das praxeologias dos estudantes, um pesquisador face as praxeologias professorais, um cidadão diante praxeologias de proletários, etc.



Isto mostra o equívoco apontado por Moreira (2010) ao afirmar que a matemática escolar se constituiria essencialmente pela adaptação à escola dos conceitos, métodos e técnicas da matemática científica e, portanto, ainda que indiretamente, de suas formas e seus valores. O que se evidencia ao considerar as perspectivas lançadas pela TAD, é que o saber manipulado nas instituições de ensino básico é uma composição de objetos matemáticos, mas também de objetos paramatemáticos e protomatemáticos e, sobretudo, uma matemática já consolidada pelo seu tempo e que por isso, a matemática científica desenvolvidas nas academias, pelos matemáticos se constitui de objetos que ainda estão muito longe de serem levados ao ensino escolar.

Com o objetivo de sintetizar a nossa discussão reforçamos que o nosso tema é a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática estão contidos no contexto da formação de professor que já se consolidou como campo de pesquisa e se constitui de correntes teóricas que se sustentam em várias ciências como a psicologia, a sociologia, a filosofia, a antropologia e da própria ciência da educação as quais diferentes problemáticas da profissão docente, como aqueles que entendem que os problemas da difusão dos conhecimentos, estão associados aos sujeitos da relação pedagógica e as dificuldades para a difusão estão associadas ao objeto de ensino. Então, assumimos a temática no contexto da formação de professores que ensinam matemática, com ênfase na relação epistemológica, isto é, as maneiras de agir e pensar do professor diante da sua relação com o saber, priorizando duas linhas de pesquisa, que como já anunciamos, se trata do “conhecimento base para o ensino” e TAD.

Neste sentido, o confronto das teorias que vem à baila durante as discussões apresentadas até o momento nos permite evidenciar aspectos relevantes para avançarmos nessa pesquisa. Um primeiro aspecto é o fato de se considerar a didática como ciência da difusão do conhecimento útil e necessária para todos os profissionais, já que possui relação com o saber matemático e não unicamente para com a profissão de professor de matemática da educação básica, como considera-se habitualmente. Dentre outros termos, as necessidades de formação didática dos professores de matemática não provem unicamente de sua futura condição de professores; se deriva em primeiro lugar de sua condição de manter uma relação com a matemática. Assim, este ponto de vista é uma consequência da compreensão da didática da matemática como ciência que faz a função de integrar o fazer e o ensinar matemática, sendo este o caráter inseparável da construção e da difusão dos conhecimentos matemáticos. Ou seja, faz pouco sentido, ao menos do ponto de vista prático, separar os conhecimentos de que necessita o professor como se fez

no “conhecimento base para o ensino”, porém se os mesmos forem levados ao encontro do professor, e ele os percebe como sendo todos partes de um contínuo, é possível que o mesmo assuma uma nova posição na relação com o saber.

Outro aspecto que começa a emergir é o fato de que uma verdadeira formação profissional que aborde de maneira real e efetiva as questões que se coloca no exercício da docência em matemática. Assim, a formação não poderá ser tão somente um curso simples de transposição dos conhecimentos matemáticos e pedagógicos disponíveis no momento. Necessita um trabalho de estreita cooperação entre o sistema escolar que constitui o campo da atividade docente, a investigação didática que atua como fonte de questionamento e produção de recursos praxeológicos para a renovação e melhora desta atividade e a própria profissão de professor de matemática, sobre a quem recaem, em última instância, o dever de identificar as necessidades que devem enfrentar seus sujeitos, ou seja, por um lado, o “conhecimento base para o ensino” vem apontado algumas práticas inerentes a profissão docente em matemática com Ball et al (2008) e por outro lado a TAD apresenta uma estrutura capaz de otimizar essas práticas na constituição, fusão, ou ainda na criação de outras práticas que acelere a relação do professor com o saber.

A partir dos argumentos apresentados, convém insistir que a questão da concepção e crença da infraestrutura didática (em nosso caso começa fundar uma compreensão de um conhecimento didático ↔ matemático) necessária para dar resposta a estas exigências não podem estes ser somente dos professores, isolados ou em grupo. Estes devem contar com as contribuições da investigação em didática da matemática e com a formação como meio de difusão (e retroalimentação) destas contribuições, como indica Chevallard (2009a).

Podemos assim afirmar que a contribuição fundamental das pesquisas de Shulman (1986, 1987) no que refere ao ensino de matemática e que vem sendo desenvolvido por Ball et al (2008), pode ser compreendido como uma linha de investigação que tem como foco principal a necessidade de levar em consideração o estudo do conteúdo específico, destacando a preocupação com o ensino, estes, portanto, o marco inicial para formação do professor.

Como já anunciamos a carga de intencionalidade atribuída principalmente ao conhecimento pedagógico do conteúdo nos leva a identificar a dimensão didática nas maneiras de agir e de pensar do professor, e ressaltamos que essa maneira de agir e pensar não pode estar estritamente reduzida ao conteúdo nem a pedagogia.

É evidente que Shulman (1986,1987) estabeleceu um novo encaminhamento para a relação institucional concernente aos conteúdos de ensino que são trabalhados nos cursos de formação de professores, para que os mesmos não se reduzam a uma relação do saber estritamente acadêmico, mas que levem em consideração aquilo que é realizado pelos professores em suas práticas. E esse foi um dos grandes avanços do “conhecimento base para o ensino” que na área da matemática vem sendo realizado a partir das pesquisas do grupo liderado por Ball et al (2008). E um dos grandes destaques são aqueles que investigam as práticas dos professores de matemática, principalmente aquelas desenvolvidas em âmbitos da educação básica e que são reconhecidas por alcançar resultados satisfatórios no que diz respeito às tarefas para o professor tornar o ensino de um objeto mais acessível.

Com isso, objetivamos contribuir para clarear o processo de criação de condições que alcance estabelecer uma ligação forte à investigação sobre o ensino, com evidência dos objetos matemáticos de ensino, para a formação de professores que ensinam/ensinaram matemática na escola básica.

É imperioso ter em conta que muitos movimentos que se propuseram atacar os problemas de ensino e da profissão docente a partir de níveis mais acima da escala de codeterminação didática como o da sociedade, da escola, e até mesmo da pedagogia, como os que apresentamos neste capítulo mostram-se pouco eficazes nos níveis mais abaixo dessa escala como o da disciplina, o dos setores, ou até mesmo dos temas. Pois, podem criar até mesmo condições restritivas, inclusive impedir, ao ensino como mostra o movimento da Matemática Moderna.

No próximo capítulo apresentaremos dois percursos de formação que assumimos como estratégia para elucidar as nossas convicções de que é possível antecipar a tomada de consciência do sujeito quando ele é levado a refletir sobre o que faz, fazendo jus ao que Shulman (1986) colocou como “Aqueles que podem, fazem. Aqueles que compreendem, ensinam”, contrapondo a Shaw que afirmou “Quem pode, faz. Quem não pode ensina”.

## **CAPÍTULO 4 – Relatando os percursos de formação realizado durante a pesquisa**

### **4.1 - Apresentando aspectos da abordagem metodológica**

A pesquisa como já anunciamos, versa sobre a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em suas práticas no contexto da formação de professores, orientada por uma abordagem predominantemente processual que emergem nos/dos percursos de formação, onde privilegiaremos as experiências manifestadas pelos sujeitos durante os diálogos estabelecidos, os depoimentos formais e informais, os relatos das/nas suas práticas desenvolvidas em dois momentos, quais sejam:

Durante a investigação que aconteceu nos encontros chamados de Estudo de Aula Simulada (EAS). Nesses encontros contamos com a participação de 04 alunos-professores, os quais desenvolviam atividades docentes na disciplina de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, em escolas públicas, da rede estadual na cidade de Rio Branco, e concomitantemente cursavam a disciplina Estágio Supervisionado II, ministrada por mim, no Curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal do Acre.

Os objetos matemáticos de ensino que foram eleitos para a investigação no estudo da aula simulada constavam no currículo do 6º (sexto) e 7º (sétimo) anos do Ensino Fundamental, os quais no decorrer deste capítulo, serão retomados de maneira detalhada para explicarmos como ocorreu o desenvolvimento da investigação e os meios utilizados para que os sujeitos mobilizassem conhecimentos sobre a sua prática.

Vale destacar que neste primeiro momento, a pesquisa havia sido pensada para ser desenvolvida apenas com o primeiro percurso de formação. No entanto, ao nos submetermos ao exame de qualificação do Mestrado a banca avaliadora entendeu se tratar de uma investigação relevante para a área da Educação Matemática, apresentando argumentos consistentes e a configuração em potencial de uma tese.

Assim, fomos guiados para um segundo momento. Nele, ampliamos a nossa investigação com a constituição do PER, que foi desenvolvido com a participação de alunos-professores que cursavam uma especialização e atuavam na docência em vários contextos, a referida formação continuada era uma Especialização em Educação Matemática ofertada pelo Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI, da Universidade Federal do Pará – UFPA. Com efeito, esta investigação aconteceu com a participação de 07 alunos-professores, durante o transcurso da disciplina Tendências

Metodológicas em Educação Matemática, na qual atuamos como um dos professores, tendo em vista que a mesma disciplina foi ministrada por outros dois docentes que também realizaram investigações para suas respectivas pesquisas.

A dinâmica empreendida no desenvolvimento dos dois percursos de investigação, assim como nossas compreensões, justificativas e fundamentações para a escolha das abordagens serão explicitadas a seguir.

Inicialmente importante deixar claro que vários motivos contribuíram para adotarmos um pesquisa de cunho qualitativa, dentre eles destacamos os que julgamos ser de maior relevância:

1) antes mesmo de elegermos o nosso objeto de estudo, quando da reflexão de situações presenciadas durante as observações de regências dos alunos (ocorrido durante a orientação das disciplinas de Estágios Supervisionados), constatamos alguns aspectos recorrentes nessas aulas, como a reprodução *ipsis litteris* dos conceitos abordados pelos livros didáticos, e também, em vários momentos quando arguidos sobre os temas, as afirmações, o discurso reproduzido, as definições apresentadas por esses alunos se restringiam e aceitavam o que estava exposto no livro didático, como algo natural, ou seja, não questionavam o como, o por quê, o para quem e o quê estavam ensinando;

2) também era recorrente o roteiro da aula (texto de saber) já vir pronto e raramente eram apresentadas outras possibilidades de explorar situações que emergiam no transcorrer das regências, ou em outras palavras, o texto de saber foi reproduzido tal qual e, portanto, havia pouca interação com os alunos;

3) a resistência por parte dos alunos em discutir aspectos relacionados ao fazer do professor que ensina matemática, como a metodologias de ensino que poderiam ser utilizadas na preparação do texto de saber, os objetivos dos saberes, avaliação e os recursos utilizados.

Neste contexto, buscamos uma abordagem qualitativa por entendermos que tínhamos a necessidade de construir e desenvolver no ambiente da investigação, atitudes de respeito, de espontaneidade, voluntariedade na nossa relação com os sujeitos, de modo que durante o processo pudéssemos alcançar dados e informações em quantidade e qualidade suficientes, para depois de analisados compreendermos o nosso objeto de pesquisa. Pois, pensamos que a investigação não é uma forma para simplesmente construir dados e informações que expressem resultados, mas também de compreendê-los.

Comungamos com a ideia de que pesquisas qualitativas apresentam, na palavra (no discurso), uma das melhores fontes de construção e elaboração de dados e busca nela o sentido e/a interpretação dos fenômenos.

Conforme Alves-Mazzotti (2001), pesquisas qualitativas, ao contrário das quantitativas, não são simples. Existem nelas uma diversidade grande e muita flexibilidade. Por isso, não admitem regras precisas; elas só são definidas totalmente no decorrer do processo de investigação. Tratando da coisa em si – representação e a essência – buscam o concreto, investigam e depois expõem, reproduzindo a realidade e partindo da atividade prática e objetiva, neste caso, dos alunos-professores.

Na vertente da pesquisa qualitativa, visamos à transformação e à mudança da realidade, além da totalidade dos fatos. Assim, as principais categorias da pesquisa qualitativa são a matéria (objeto), a consciência e a prática social, as quais se coadunam com os nossos objetivos e propósitos.

Nos valendo da pesquisa qualitativa, investigamos o papel da tomada de consciência da relação dos sujeitos com saberes matemáticos e os conhecimentos mobilizados durante a prática docente, mediante reflexões das atividades didáticas e matemáticas desenvolvidas durante o estudo da aula simulada, bem como o processo desencadeado no PER, quando estudamos problemas enfrentados pelos professores na relação como o objeto de ensino selecionado: a Análise Combinatória. Na sequência será exposto de maneira detalhada como se deu a escolha do mesmo e como assumimos explorar seus aspectos epistemológico, ecológico e econômico na perspectiva escolar, sem deixarmos de considerar a sua transacionalidade e articulação com outros objetos matemáticos previstos no currículo escolar.

A opção pela pesquisa qualitativa se deu também porque segundo Bicudo (2004) ela privilegia descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estudos mentais, de acontecimentos, etc. Daí, entendemos que os percursos de formação escolhidos e já apresentados afeiçoam-se em vários aspectos, com os já relatados.

Ainda nessa trilha, Garnica (1999) chama atenção para refletimos sobre a pesquisa qualitativa, quando se trata de Ciências Humanas ou para aquelas áreas do conhecimento cujas fronteiras com a humanidade é tênue. Assim, no caso da nossa pesquisa necessário reconhecer que a mesma insere-se no contexto da formação de professores e, por isso, é evidente a interseção com as Ciências Humanas.

Importa destacarmos ainda, que a pesquisa qualitativa se torna pertinente a esse estudo por apresentar, segundo Lüdke e André (1987, p. 11-13), as seguintes características básicas:

1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento [...]
2. Os dados coletados são predominantemente descritivos [...]
3. A preocupação com o processo é muito maior do que com produto[...]
4. O “significado” que as pessoas dão às coisas e a sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador [...]
5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. Os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da inspeção de dados num processo de baixo para cima.

Assim, entendemos que na pesquisa qualitativa o pesquisador procura reduzir a distância entre a teoria e os dados empíricos, entre o contexto e a ação, usando a lógica da compreensão dos fenômenos pela sua descrição e interpretação. As experiências pessoais do pesquisador são elementos importantes na análise e compreensão dos fenômenos estudados. Isto só ratifica a pertinência da linha de pensamento que estamos esboçando desde o início desta apresentação.

Destacamos ainda, que este estudo teve como fundamento o pensamento reflexivo e dialético com Schön (1983, 1987), o qual adota postura epistemológica que leva o sujeito a pensar profundamente acerca das relações que o objeto de seu ensino tem com outros objetos e compreenda a complexidade desta relação em conformidade com Giroux (1997), e uma vez que assume uma realidade construída pelo sujeito e investiga os fenômenos no próprio contexto em que ocorrem. Em linhas gerais, a proposta metodológica consiste, acima de tudo, em deixar os sujeitos livres, ou seja, intencionalmente propiciamos condições capazes de fazerem com que eles realizassem suas práticas, de maneira mais natural possível.

Para a eleição dos sujeitos participantes da investigação sobre o estudo da aula simulada, partimos de observações realizadas desde a primeira aula da disciplina Estágio Supervisionado II, na qual propomos como alternativa de realização da mesma, uma possibilidade diferenciada do habitual, que seria o estudo da aula simulada. Expusemos a importância de criarmos outras estratégias que não se resumissem somente a sala de aula

regular e assim aguardamos até obtermos o retorno por parte da turma onde 04 sujeitos manifestaram interesse em participar do estudo da aula simulada.

Provocamos uma discussão e quando questionados sobre como seria o percurso e as atividades, respondemos que iniciariam ministrando micro aulas de 30 a 40 minutos que versasse sobre um conteúdo de matemática. Estas seriam gravadas e em momento posterior o conteúdo da filmagem seria reproduzido e assistido por todos. Na sequência, abriríamos espaço para a discussão sobre aspectos da apresentação e provocaríamos debate no sentido de apresentarem uma autoanálise, isto é, cada sujeito faria observações e reflexões da/na sua própria apresentação. E também, refletindo sobre a prática dos outros. Ressaltamos que a nossa intenção era de compreendermos a relação deles com o saber apresentado, e identificar os conhecimentos mobilizados na relação deles com o saber.

A decisão de permitir que os alunos escolhessem a estratégia da aula simulada, ou não, se deu pelo fato de almejávamos ter sujeitos com as características de um grupo colaborativo (voluntariedade, espontaneidade e principalmente manifestasse interesse).

Esclarecemos ainda, que as micro aulas seriam planejadas considerando os referenciais utilizados pelos professores nas escolas em que havia a disciplina matemática para as séries finais do ensino fundamental e, fontes complementares (artigos que disponibilizaríamos) e os livros didáticos que abordavam os conteúdo dessas séries.

Pontuamos ainda, para que a apresentação da prática de cada sujeito refletisse o mais próximo do real, e para as análises apresentarem coerência e veracidade, criaríamos um ambiente pautado no respeito, deixando os mesmos tranquilos e a vontade e ainda, teríamos o cuidado de não julga-los.

#### **4.2 - Os sujeitos da pesquisa**

Como já anunciamos anteriormente, sobre a investigação da aula simulada, depois que apresentamos a proposta de trabalho, tivemos a adesão de 04 (quatro) alunos, os quais se tornaram sujeitos da pesquisa sendo que, como dito anteriormente, eram alunos da disciplina Estágio Supervisionado II, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Acre. Todos eles atuavam como professores de matemática em escolas públicas, no município de Rio Branco/AC e, portanto, apresentavam uma condição diferenciada em relação a maioria dos alunos que frequentam o curso.



Não obstante, necessário dizer que os alunos, da referida turma, que optaram por não participar da pesquisa cursaram a disciplina da forma habitual, ou seja, primeiramente discutíamos os objetivos da disciplina, o planejamento das atividades a serem desenvolvidas durante as regências, em consonância com o planejamento do professor da escola, e no final do semestre, a construção de um relatório que depois de aprovado por nós, foi apresentado em um seminário, que tinha como finalidade socializar as experiências vivenciadas no transcorrer da disciplina.

Destacamos ainda, que todos os alunos-professores participantes do estudo da aula simulada, obtiveram a formação escolar básica na rede pública de ensino e quando iniciaram a Licenciatura em Matemática tinham objetivos distintos, inclusive nenhum almeja seguir a profissão docente, posição essa que mudou ao longo do percurso de formação do EAS.

Com relação aos sujeitos participantes do percurso de estudo e pesquisa - PER, tivemos a colaboração de 07 (sete) alunos-professores de uma Especialização em Educação Matemática ofertada pelo Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI, da Universidade Federal do Pará – UFPA, essa investigação aconteceu no transcurso da disciplina Tendências Metodológicas em Educação Matemática em que atuamos como um dos professores.

Assim, como os sujeitos que participaram do estudo da aula simulada, os sujeitos do PER, obtiveram a formação escolar básica na rede pública de ensino e quanto a graduação, tempo de experiência na docência, níveis de ensino que atuavam e as instituições que obtiveram a formação superior podem ser observados no quadro abaixo:

**Tabela 01:** Perfil dos sujeitos do PER

| Sujeito        | Instituição que obteve a graduação | Formação                 | Tempo de experiência na docência | Nível de ensino o qual atua |
|----------------|------------------------------------|--------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| X <sub>1</sub> | UFPA                               | Licenciado em Matemática | 11 anos                          | Ensino Fundamental e Médio  |
| X <sub>2</sub> | UEPA                               | Licenciado em Matemática | 02 anos                          | Ensino Fundamental          |
| X <sub>3</sub> | UFPA                               | Licenciado em Física     | 04 anos                          | Ensino Superior             |

|                      |      |                          |         |                            |
|----------------------|------|--------------------------|---------|----------------------------|
| <b>X<sub>4</sub></b> | UFPA | Licenciado em Matemática | 05 anos | Pró jovem                  |
| <b>X<sub>5</sub></b> | UEPA | Licenciado em Matemática | 01 ano  | EJA 1ª etapa               |
| <b>X<sub>6</sub></b> | UEPA | Licenciado em Matemática | 01 ano  | Mais Educação              |
| <b>X<sub>7</sub></b> | UFPA | Licenciado em Matemática | 17 anos | Ensino Fundamental e Médio |

**Fonte:** Construída pelo pesquisador.

De acordo com a tabela 01, podemos verificar que os sujeitos apresentam aspectos comuns como a formação inicial (licenciados em matemática), egressos de instituições públicas de ensino e oriundos de uma mesma região. Por outro lado, podemos observar que eles se diferenciam pelos níveis de ensino em que atuam, pelo tempo de prática na docência e pelo contexto das instituições em que exercem a função de professor. Assim, essa heterogeneidade apresenta-se como potencial para confrontar as distintas práticas docentes.

### **4.3 - Os instrumentos para construção de dados**

Além das observações realizadas nos dois percursos formativos utilizamos também, como instrumentos de coleta de dados, a observação direta das aulas, as quais foram gravadas em áudio e vídeo, também recorreremos a questionários, entrevistas semiestruturadas, anotações e atividades desenvolvidas e registradas que foram disponibilizadas pelos sujeitos.

#### **4.3.1. O caso do Estudo da Aula Simulada**

Assim, no caso da investigação da aula simulada, após o desenvolvimento das primeiras aulas pelos sujeitos houve orientação e encaminhamento para leitura de alguns artigos, na sequência voltamos a mais uma sessão de apresentação das aulas e posteriormente mais debate sobre aspectos da formação do professor, e, finalmente, organizamos um encontro para assistirmos os vídeos e tercemos as considerações sobre as aulas.

Importante destacar, que antes mesmo de iniciar a sessão das aulas, os sujeitos eram orientados a fazerem suas anotações, e no final abríamos um espaço para o debate sendo que cada sujeito realizava uma auto avaliação com relação a sua prática e depois avaliava a aula dos outros sujeitos.

Tivemos o cuidado de no início de cada sessão, orientar os sujeitos para ficarem atentos durante o todo o processo, e para observarem impreterivelmente aspectos como: a postura diante do público, a forma de escrever e utilizar o quadro negro, a linguagem utilizada, a movimentação em sala, a busca de interação com os ouvintes, o discurso utilizado, a forma de expor os conteúdos, os conceitos, as definições.

Para além da análise e reflexão acerca da sua própria prática os alunos eram convidados também a analisarem e refletirem sobre as práticas dos colegas, de forma que pudéssemos, por meio desse exercício de análise e crítica, propormos alternativas para minimizar as dificuldades identificadas.

Portanto, após a constituição do grupo de estudo solicitamos aos sujeitos que escolhessem um objeto de ensino (conteúdo) previsto no programa da disciplina de matemática, que tivesse inscrito ao sexto(6º) e sétimo(7º) ano do Ensino Fundamental, e preparasse a aula para apresentação. A seguir relatamos como ocorreu cada um dos cinco encontros.

**Primeiro encontro:** Cada sujeito apresentou uma micro aula com duração de 30 a 40 min, onde cada um desenvolveu um conteúdo de sua própria escolha com a condição de que fosse um conteúdo de matemática ministrado nos anos finais do ensino fundamental e que se limitassem entre o sexto e sétimo ano, os conteúdos apresentados foram: adição e subtração com números inteiros; potenciação com números inteiros e equação do primeiro grau.

Ressaltamos que neste primeiro encontro observamos os seguintes fatos: todas as aulas foram apresentadas de forma expositiva, praticamente sem intervenções por parte do pesquisador e dos outros sujeitos. Essas aulas por serem expositivas, utilizaram como recursos materiais apenas quadro negro e giz, o texto de saber utilizado para a apresentação era predominantemente reprodução de livros didáticos, ou seja, a transposição didática se resumia a copiar *ipsis litteris* o conteúdo do livro didático como mostraremos mais adiante nas análises da pesquisa.

No final do encontro sugerimos que eles realizassem a leitura de dois textos para serem discutidos no próximo encontro que foram os seguintes: O Planejamento de ensino: peculiaridades significativas, de Leal (2008) e reflexões sobre um processo vivido em

estágio supervisionado: dos limites às possibilidades, de Guerra (2005), e fizemos coletivamente a escolha de um conteúdo que seria objeto para que cada sujeito da pesquisa preparasse a segunda aula que seria desenvolvida no o terceiro encontro.

**Segundo encontro:** Iniciamos reservando um momento para que cada aluno fizesse suas considerações, sugestões e críticas sobre a leitura dos textos, já que os mesmos tratavam do planejamento da prática docente.

Questionamos da pertinência dos textos, considerando a possibilidade de se estabelecer conexão com o que tínhamos realizados no último encontro. Portanto, a finalidade do questionamento era permitir que os sujeitos se dessem conta de como procederam nas suas apresentações, tendo em vista que seguiram maneiras predominantemente expositivas. Na sequência, passamos a ouvi-los e discutimos sobre o conteúdo dos artigos chamando atenção para o fato do planejamento ser um processo que exige organização, sistematização, previsão, decisão e outros aspectos na pretensão de garantir a eficiência e eficácia de uma ação, quer seja em um nível micro, quer seja no nível macro. Enfatizamos ainda, que do ponto de vista educacional, o planejamento deveria ser um ato pedagógico e didático, possibilitando a revelação de intenções educacionais e a intencionalidade sobre um objeto, expondo o que se deseja realizar e o que se pretende atingir.

Outro ponto da discussão foi a relevância dos estágios supervisionados como possibilidade para se construir propostas inovadoras para que o futuro professor possa se equipar de competências e capacidades de enfrentar os desafios que emergirão do cotidiano. Finalizamos o encontro, orientando os sujeitos que preparassem a próxima aula, ficando acertado que cada sujeito abordaria uma das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) fundamentais com números racionais, lembrando que a separação das operações foi realizado com a intenção de situá-las.

**Terceiro encontro:** Este encontro teve início seguindo a mesma dinâmica do primeiro encontro, cada sujeito apresentou a micro aula com duração entre 30 a 40 min. Os sujeitos desenvolveram em suas apresentações atividades envolvendo os seguintes conteúdos: quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) fundamentais com números racionais.

Destacamos que neste terceiro encontro, observamos mudanças de atitudes em relação ao primeiro encontro. Percebemos que as aulas foram apresentadas não somente de forma expositiva, como aconteceu no primeiro encontro, utilizaram outros recursos, além do quadro e giz, como materiais manipuláveis e jogos. Com isso, possibilitaram uma

maior participação dos outros sujeitos, pois pelas estratégias escolhidas, a aula não se reduziu a mera exposição. O texto de saber utilizado para a apresentação da aula, deixou indícios de que não é somente a reprodução de livros didáticos, ou seja, a evidenciam de que houve uma transposição didática sem se resumir a cópia *ipsis litteris* do conteúdo do livro didático como foi observado anteriormente.

Finalizamos este encontro com encaminhamento das leituras dos seguintes textos: Concepções dos professores de matemática e processos de formação, de Ponte (1992) e Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular, de Assude (1998).

**Quarto encontro:** Iniciamos o encontro, reservando um espaço para que cada aluno fizesse críticas, apresentassem contribuições sobre a leitura dos textos, já que os mesmos tratavam das concepções sobre matemática, ensino, processos de formação do professor de matemática e análises sobre o desenvolvimento curricular.

Arguimos sobre as contribuições dos textos, tendo em vista se os mesmos apontaram possibilidades em se estabelecer conexão com o que tinham realizado no transcorrer do percurso. Com efeito, a finalidade maior do questionamento era levá-los a se darem conta de como procederam nas suas apresentações e de evidenciar aspectos das discussões que de alguma forma contribuiu ou não para a mudança de posição em relação a suas crenças sobre a matemática, o ensino e o currículo.

Seguindo o debate, passamos a ouvi-los e discutir sobre o conteúdo dos artigos, chamando atenção para o fato de que estudo das concepções dos professores baseia-se no pressuposto de que existe um substrato conceitual que desempenha um papel determinante no pensamento e na ação do sujeito frente ao contexto e portanto, constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar. Outro aspecto explorado neste encontro, foi de que as concepções têm uma natureza predominantemente cognitiva, interage como uma espécie de filtro, e portanto, são relevantes, pois estruturam o sentido que damos às coisas. No entanto, de outra banda, atuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades, isso foi evidenciado pelos sujeitos em tentar mudar a sua prática, mas que enfretava uma concepção dominante, que de alguma maneira cria barreiras para novas compreensões.

Debatemos também, que as concepções formam-se num processo simultaneamente individual, isto é, como resultado da elaboração sobre a nossa prática e social, como sendo resultado do confronto das nossas elaborações e reflexões frentes aos nossos pares e diante das instituições em que atuamos, assim, as nossas concepções

podem ser influenciadas pelas práticas que nos habituamos a ratificar e as representações socioculturais que são conformadas no seio das instituições.

Finalizamos frisando a ideia de que o currículo pode ser compreendido como um conjunto de orientações sobre o ensino de um dado ciclo de estudos ou de uma dada disciplina, acompanhado de indicações para a sua implementação prática, ou seja, um conjunto de objetivos, conteúdos, metodologias e materiais, avaliação conforme Abrantes, Matos e Ponte (1998).

**Quinto encontro:** este encontro ocorreu, na verdade, em dois momentos distintos. No primeiro assistimos às aulas, realizadas no primeiro encontro, tecendo questionamentos, análises, reflexões críticas e, num segundo momento assistimos às aulas do terceiro encontro e, novamente, tecemos as nossas análises e apontamentos para questionamentos que emergiram nas discussões como será apresentado mais adiante. Para concluirmos essa apresentação dos caminhos da pesquisa sobre o estudo da aula simulada, em termos da forma como construímos os nossos dados, achamos pertinente destacar que temos, de fato, como dados de pesquisa, os vídeos das aulas que foram filmadas, os registros em diário de bordo das diferentes situações/momentos dedicados às reflexões, críticas e apontamento de sugestões para superar dificuldades percebidas durante a análise dos vídeos assistidos e que podem ser checados pelos depoimentos apresentados neste texto.

Assim, percebemos que os sujeitos foram autênticos quando expuseram suas aulas e da mesma maneira quando foram arguidos sobre questões da pesquisa.

Nessa linha, Garnica (2008) nos adverte apresentando a seguinte reflexão:

Abordagem indireta: auscultar, por exemplo, as concepções dos professores de Matemática acerca da Matemática, interpelando-os não sobre essas concepções, mas sobre suas práticas. Não se trata meramente de “desconfiar” daqueles agentes dos quais queremos conhecer as concepções supondo que falsearão “a verdade” se interrogados diretamente sobre elas. Trata-se de buscar a descrição de algo (um ambiente, uma postura, uma estratégia, uma abordagem), cuja manifestação ocorre na prática efetiva, cotidiana, buscando configurar um ambiente de ação direta, familiar, confortável e seguro, em que tais concepções são efetivamente implementadas, um “espaço” de certo modo mais livre, menos aprisionado naquela teia de mantras oficiais que tendemos a entoar. (GARNICA, 2008, p. 501).

Das filmagens e análises realizadas, é necessário esclarecer, de antemão que embora os alunos-professores entrevistados falassem em contextualizar os conteúdos

matemáticos, em trabalhar de maneira interdisciplinar e em promover a interação dos alunos com os conteúdos estudados, percebemos que a busca por materiais, mais especificamente a busca por livros didáticos, que contemplavam o que chamamos de “programa internalizado”, ou nos termos de Gascón e Bosch (2001) praxeologias espontâneas, era justificada pela necessidade da apresentação dos conteúdos terem encadeamento lógico, linearidade e, em alguns casos, ser compartimentalizada. Ou seja, buscavam materiais que se aproximavam da maneira pela qual a Matemática habitualmente vem sendo apresentada no contexto da educação básica.

Essa justificativa, além de outras práticas que os alunos-professores exercitaram em seu trabalho, parece indicar que esse seu fazer, apesar das tentativas, permanece vinculado à concepção de que a Matemática é um conjunto de objetos organizados linear e sequencialmente. Parece, ainda, permear os discursos e as práticas dos alunos-professores, a crença de que a Matemática é única, infalível e está isenta das transformações constantes, por vezes caóticas, às quais, tudo e todos, estão sujeitos Garnica (2008).

Podemos adiantar que embora exista a tentativa de fazer com que o aluno interaja com os conteúdos estudados e que estes sejam significativos a ele, o processo de ensino e aprendizagem apresentado pelos sujeitos desta pesquisa, no que tange ao estudo da aula simulada, ocorreu tendo como parâmetro a suposição de que a apreensão de novos conhecimentos é fruto de atividades repetitivas, sequenciadas e frequentes, assim como da memorização de procedimentos.

Assim sendo, o ensino é baseado na suposta “transmissão de conteúdos”, prevalecendo, por parte dos professores, a aula expositiva dialogada como prática didática tida como mais eficiente: fala-se adequadamente para que o aluno aprenda adequadamente, como se o processo de comunicação fosse, também ele, tão linear e livre de interferências como se supõe ser o conteúdo a ensinar, porém tudo que foi evidenciado não se configura como um problema exclusivo do professor, mas principalmente da formação que ainda não se atentou para a importância de se fundar e implementar estudos que tenha como objeto as práticas dos professores.

Nessa direção entendemos que a observação se constituiu enquanto técnica de construção de dados para conseguir informações e utilizar os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, como também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. Trouxe como vantagem, a

possibilidade de estudar uma ampla variedade de fenômenos e de construir dados sobre um conjunto de atitudes comportamentais típicas.

Por fim, as hipóteses dessa pesquisa emergiram do estudo teórico e dos encontros com os sujeitos. Como já adiantamos, aconteceram os encontros para estudo com os alunos-professores e, posteriormente, fizemos as análises e interpretações dos dados coletados. Tais análises e interpretações foram contextualizadas a partir da realidade escolar, nas vivências dos professores e analisadas à luz da teoria do professor reflexivo defendido por, Schön (1983), Alarcão (2008), conhecimentos para prática docente de Shulman (1986, 1987 e 2002), da teoria antropológica do didático (TAD) Chevallard e colaboradores, e as concepções sobre saber e conhecimento e de relações com o saber em Brousseau (1996) e Charlot (2000,2005) respectivamente, além dos conhecimentos para o professor de matemática com Ball et al (2008).

#### **4.3.2. O caso do Percurso de Estudo e Pesquisa (PER)**

Antes mesmo de relatar sobre o PER, vamos contextualizá-lo a partir da TAD apresentando-o como modelo de investigação. No caso, a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática, em que o objeto de ensino eleito para o estudo foi a Análise Combinatória (mais adiante explanaremos com mais detalhe como se deu essa escolha).

No seio da TAD, no que tange particularmente à formação docente numa perspectiva crítica, isto é, pensar uma formação questionadora e investigativa, encontramos em Chevallard (2009e) um modelo teórico que permite mobilizar práticas.

Este modelo advindo de uma pedagogia do questionamento foi cunhado pelo próprio Chevallard de Percurso de Estudos e Pesquisas (PER) que se desenvolve no contexto dos sistemas didáticos  $S(X, Y, Q_i)$  e  $S(X, Y, P_i)$ , formados em torno das questões  $Q_i$  e praxeologias  $P_i$ , todos como subsistema do sistema didático  $S(X, Y, Q_0)$ , em que  $Q_0$  é a questão geradora das subquestões  $Q_i$  e das praxeologias  $P_i$ ,  $X$  é um grupo de estudo, que pode ser de alunos, de professores, de pesquisadores, e  $Y$  é um conjunto, que pode ser unitário, daquele que tem o papel de ajudar o estudo, o coordenador do estudo (professor, tutor ou coordenador de pesquisa) conforme Guerra e Andrade (prelo).

Assim, temos que o PER desta pesquisa se desenvolveu no sistema didático em que todos os  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_7 \in X$  formam o conjunto dos sujeitos da pesquisa, no caso, alunos-professores da Especialização em Educação Matemática que se assujeitaram a



instituição UFPA, Y que representa o pesquisador que tem como intenção compreender como se dá a relação do professor com o saber matemático e como eles constroem a sua prática, e para mobilizar os sujeitos pertencentes a X, Y desenvolve o percurso constituindo um processo que poderá criar os meios necessários a construção e elaboração de dados e informações que levem a produzir os resultados esperados.

No entanto, é preciso de uma questão geradora ( $Q_0$ ) que emergirá no processo dialógico com os elementos de X. Assim, como mostraremos no transcorrer do percurso do PER possibilitou a criação de  $Q_0 =$  Como construir uma maneira de fazer e justificar, que permita ao professor compreender o saber matemático sobre o objeto Análise Combinatória, considerando sua transacionalidade, face ao currículo escolar e articulando-o com outros objetos? Para se chegar a esta questão como se verá mais adiante, envolveu uma série de artifícios.

Neste sentido, criamos um ambiente de estudo, com os elementos de X, sob a nossa orientação e supervisão (Y), em que pudéssemos produzir pelo menos uma maneira de elaborar um dispositivo didático capaz de trazer resposta a  $Q_0$ , portanto, para que isso pudesse eclodir, constituimos o sistema didático  $S(X, Y, Q_0)$  que necessitou de ferramentas, de recursos, em resumo, de um *milieu* didático M específico, que os sujeitos que compõem o sistema pudesse identificar e aprender a usar, a fim de produzir uma resposta R, e que Chevallard (2009a) representa pelo que ele chama de esquema simplificado de Herbart( o termo usado aqui refere-se ao filósofo e educador alemão Herbart (1776 - 1841)) simplesmente como:

$$[ S(X ; Y ; Q_0) \rightarrow M ] \rightarrow R$$

Esse *milieu* didático M foi construído durante o percurso e a partir de respostas e maneiras de agir e pensar dos próprios elementos de X, de obras que requeremos para o estudo, presentes ou não nas instituições em que os elementos de X atuam. E, as obras foram estudadas a fim de compor outras respostas em busca de uma resposta R(objetivamos reconhecer um dispositivo capaz de analisar as dimensões do objeto de ensino AC, transacionar o objeto de ensino Análise Combinatória e articular com outros objetos), a fim de se chegar ao menos de forma provisória, à questão  $Q_0$ .

Neste caso, recorreremos a infraestrutura Didático–Matemática, como os livros didáticos de matemática do ensino básico, o uso da internet, as teorias matemáticas, as experiências desenvolvidas nas instituições em que os elementos de X atuam ou não, ou

seja, consideramos tudo que pudesse contribuir para apoiarmos na construção e validação de uma resposta  $R$ . Desta forma o sistema didático que utilizamos foi com base em Chevallard (2009a) que pode ser sistematizado da seguinte maneira:

$$[S(X;Y;Q_0) \rightarrow \{R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \rightarrow R.$$

Enfatizamos que os elementos do sistema didático  $S$ , já foram anunciados e os elementos (as respostas provisórias  $R^{\diamond}_1, R^{\diamond}_2, \dots, R^{\diamond}_n$ , bem como obras  $O_{n+1}, \dots, O_m$ , que após o estudo nos permitirá propor uma resposta  $R$  que atenderá a demanda estabelecida) construídos e mobilizados no *milieu*  $M$  serão apresentados no decorrer do PER que desenvolvemos.

Não podemos deixar de destacar, que o critério determinante para o desenvolvimento do PER, foi questionar o saber sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, levando em consideração as maneiras de agir e pensar existentes nas instituições em que tanto os elementos de  $X$ , quanto  $Y$  atuam, ou seja, foi necessário considerar que tanto  $X$  quanto  $Y$  tivessem relação com a questão  $Q_0$ , para houvesse coerência sobre a materialidade do debate (CHEVALLARD 2009a).

Assim, entendemos que a investigação referente ao PER, se constitui em um percurso de formação de professores em serviço, na medida em que vamos constituindo o processo de estudos para o enfrentamento do problema referente a questão  $Q_0$ , gerada na instituição UFPA, por meio de questões que emanam das/nas práticas dos elementos de  $X$  bem como das práticas de  $Y$ .

Podemos dizer que o PER por nós construído e interpretado, foi utilizado como dispositivo didático-matemático e/ou metodológico ao ocorrer na formação continuada de professores que ensinam matemática, e cuja intenção maior era a compreensão de maneiras de agir e pensar sobre o objeto de ensino Análise Combinatória em conformidade com o que apregoa Gascón (2010).

Não poderíamos deixar de ratificar que a proposta norteadora desta investigação, no contexto da formação continuada de professores de matemática, no transcorrer da disciplina Tendências Metodológicas em Educação, em que os sujeitos eleitos foram aqueles que estavam atuando em sala de aula, foi elaborada e pautada nos seguintes elementos: a relação com o saber, práticas docentes desenvolvidas e pensadas (ao menos planejada), os conhecimentos docentes que emergem da construção e apresentação de atividades didáticas e matemáticas manifestadas mediante os estudos de obras, o local em

que os sujeitos (professores) atuam, as condições permitidas por suas instituições bem como o currículo que organiza os saberes matemáticos reconhecidos pelas instituições em que os elementos de X e Y tem relação.

Propomos assim, uma investigação das práticas dos professores de Matemática que atuam na rede pública de ensino, quando os mesmos foram levados a refletirem sobre seus modos de enfrentar o ensino da matemática, o qual se constituiu a partir do Percurso de Estudo e Pesquisa. O saber Matemático eleito pelo coletivo foi o objeto de ensino “Análise Combinatória”. A intencionalidade do percurso girou em torno da tentativa de chegarmos a uma formação que não seja reduzida a uma simples transferência ou reprodução de informações, que quase sempre está fora do contexto e do ambiente concreto da sala de aula, ou ainda, o que é pior, considerada exaustiva.

Contudo, o que objetivamos alcançar efetivamente será possibilidades de uma formação reflexiva, para além da ação, sobre a ação e na ação, como advogou Schön (1987), porém adicionando um elemento que a luz das teorias assumidas, faz o diferencial, que é o objeto de ensino sendo o alvo de toda a reflexão. Assim, propomos uma reflexão a partir de algo específico, que no nosso caso foi o saber matemático sobre o objeto de ensino “Análise Combinatória”.

A seguir, passamos a relatar como ocorreram as discussões, os diálogos, os avanços e recuos, o como escolhemos o objeto de investigação, a construção da questão geradora, as obras estudadas e as compreensões assimiladas no transcorrer do PER.

**Primeiro encontro:** Naquele momento realizamos uma exposição sobre a nossa proposta de trabalho. Situamos a temática no contexto da formação de professores, e mais pontualmente na formação de professores de matemática, relacionada a problemática da profissão a partir das práticas. Feito esses esclarecimentos passamos a destacar alguns aspectos da relação que pretendíamos estabelecer com os sujeitos da pesquisa de tal maneira que permitisse construir o ambiente de estudo, ou em outras palavras, o sistema didático proposto por Chevallard (2009a, 2009e), o qual desejaríamos que se pautasse a partir do diálogo, do respeito, da posição de igualdade, isto é, a qual tivemos dificuldade de fazer com que acontecesse, pois na maioria das vezes que incumbíamos os sujeitos a assumirem algumas tarefas, por exemplo, não realizavam como combinado, de investigação, da espontaneidade, da voluntariedade e acima de tudo a possibilidade de elegermos um objeto de estudo que contemplasse o interesse de todos.

O questionário, um dos instrumentos eleitos para a construção de dados, cujo modelo encontra-se em anexo, deveria ser respondido por eles e entregue no final deste

encontro. Este instrumento continha questões que objetivavam dar a conhecer a posição dos sujeitos sobre as instituições onde obtiveram a formação inicial e continuada, suas experiências relacionadas as práticas (tempo que atuam, níveis de ensino, tipo de instituição, pública ou privada) e dificuldades encontradas na relação com saberes matemáticos, assim, destinamos o restante da reunião para que eles respondessem o questionário.

**Segundo encontro:** Iniciamos fazendo alguns questionamentos sobre as respostas apresentadas pelos sujeitos ao questionário respondido no primeiro encontro. Esses questionamentos, surgiram por entendermos que em algumas questões as respostas não contemplavam aquilo que objetivamos alcançar, ressaltando que em parte contribuímos para termos o resultado obtido, pois algumas questões ora apresentavam a possibilidade de resposta direta, ora de respostas mais gerais e isso resultou respostas como sim, não ou em parte e outras que fugiam aos interesses da investigação. Assim, passamos a arguí-los diretamente um a um e, esclarecendo aquilo que não foi compreendido tanto pelos sujeitos e também por nós.

Neste encontro, uma situação que se destacou durante a discussão do questionário, foi a dificuldade dos sujeitos da pesquisa em assumir suas limitações na relação com os saberes. Vale enfatizar que a percepção de limitações dos professores na mobilização de conhecimentos matemáticos, ocorreu quando confrontamos as respostas obtidas no questionário com as dadas nas arguições realizadas em sala de aula, pois inicialmente, todos atribuíam o problema do processo de ensino, aos alunos, alegando, por exemplo, que seus alunos não tinham “base”, aliás essa é uma justificativa recorrente dos professores de matemática, principalmente aqueles dos anos finais do Ensino Fundamental, quando questionados sobre o principal problema que eles enfrentam na sua prática. Então, ficamos diante de um impasse, o que fazer para que os sujeitos revelassem suas dificuldades na relação com o saber?

Para contornarmos o dilema acima apresentado optamos por questioná-los de forma direta sobre quais eram então, as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos diante de objetos matemáticos de ensino, ou melhor, solicitamos que eles elencassem alguma experiência que demonstrasse problemas enfrentados por parte dos alunos. Assim, continuamos a questioná-los sobre: Como abordavam os conteúdos (objetos) matemáticos em sala de aula? Por que determinados objetos eram importantes? O que ensinar de um certo objeto em cada nível de ensino? Nesse diálogo, aos poucos e de forma tímida, os sujeitos passaram a assumir que a relação com alguns objetos, de fato não era

“tão boa”, ou seja, a capacidade, o domínio, a competência de produzir um discurso consistente e coerente capaz de justificar suas práticas precisavam, ainda, ser aperfeiçoado.

**Terceiro encontro:** Ao refletimos sobre a discussão que havíamos realizado nos encontros anteriores, percebemos a importância de trabalharmos alguns elementos da Didática da Matemática, e em particular da Teoria Antropológica do Didático para que os nossos sujeitos pudessem compreender melhor as terminologias das teorias por nós utilizadas, bem como revelar a intenção do percurso de estudo e pesquisa, ressaltamos que a nossa decisão considerou solicitações dos próprios sujeitos ao manifestarem interesse em conhecer os temas. Arelado ao interesse dos sujeitos, e para que pudéssemos avançar na elaboração e/ou eleição de ao menos uma questão potente que nos permitissem gerar outras questões, e de fato entramos no processo de estudo e investigação, acabamos por acatar a solicitação.

Nesse sentido, iniciamos o encontro trazendo questionamentos que evidenciavam a relevância de se compreender noções da Didática da Matemática, da Transposição Didática, Teoria das Situações Didáticas relacionando com a Teoria Antropológica do Didático até ao Percurso de Estudo e Pesquisa com base no que vem sendo advogado por Chevallard (1991, 1999, 2001, 2009a, 2009e), Brosseau (1998) e Bosch e Gascón (2009). Finalizamos, esse encontro sugerindo aos interessados a leitura das obras referenciadas.

**Quarto encontro:** Chegamos nesse encontro com o objetivo de definirmos qual seria o objeto matemático de ensino que iríamos eleger, e/ou ao menos esboçar a questão geradora do nosso PER. No entanto, alguns sujeitos propuseram que antes de dar início a elaboração da questão retomássemos à discussão do encontro anterior, pois os mesmos haviam realizado leituras das obras sugeridas e as dúvidas persistiam. Retomamos a discussão e nos atemos a provocar o debate que pendurou por todo o encontro.

**Quinto encontro:** Nesse encontro, de fato, iniciamos a discussão propondo encaminhamentos que convergissem para elaboração da questão e contemplassem o objetivo da pesquisa. Então, tomamos com ponto de partida o conteúdo do questionário que foi submetido no primeiro encontro e que se complementou com intervenção realizada no segundo encontro. Para que tivéssemos a possibilidade de elegermos objetos que atendessem o nosso interesse, relacionamos os objetos matemáticos que disseram ter mais dificuldade em ensiná-los, conforme apresentado neste percurso, e após muito debate chegamos ao consenso sobre o objeto de ensino a ser investigado e assim, convenciamos que seria a Análise Combinatória.

Para avançarmos com a nossa investigação direcionamos o debate para pesquisas que vêm se destacando em investigar os problemas da profissão docente a partir de estudos sistemáticos que acontecem nas práticas socialmente estabelecidas, e consideramos também que a ação da prática do professor não acontece deliberadamente, mas que em certo grau se ajusta as imposições da instituição. Nesse viés, encontramos em Chevallard (1991,1997,1999,) Gascon (2001, 2011), Bosch & Chevallard (1999), características e compreensões que diferem de outras correntes com relação à problemática da profissão docente, especialmente no tocante ao professor de matemática. O diálogo que pudemos estabelecer com os sujeitos durante este encontro nos permitiu a elaborar a seguinte questão Q<sub>0</sub>, com já havíamos anunciado nos seguintes termos: *Como construir uma maneira de fazer e justificar, que permita ao professor compreender o saber matemático, sobre o objeto Análise Combinatório, considerando sua transacionalidade, face ao currículo escolar, articulando-o com outros objetos?* Para se chegar a esta questão como se verá mais adiante, envolvemos uma série de estratégias.

**Sexto encontro:** Nesse encontro iniciamos retomando a discussão anterior sobre a questão geradora e passamos a questioná-los o que poderíamos considerar, para posteriormente traçar as linhas de investigações. Então, mediante o referencial teórico adotado e atrelado ao nosso interesse, passamos a considerar os três pontos que seguem.

O primeiro ponto é quanto ao objeto a ser compreendido, esses teóricos com Chevallard, Bosch e Gascón (2001) entendem que os problemas devem ser centrados no objeto, que são os saberes, e não nos sujeitos.

O segundo ponto é referente ao questionamento do saber, assim qualquer saber que se materializa a partir de um objeto de ensino deve passar pelo crivo do questionamento (por que, para que, como, para quem).

O terceiro ponto a ser observado são as dimensões do saber (epistemológica, ecológica e econômica). Ou seja, é fundamental que o professor tenha um conhecimento profundo do objeto, tenha condições de identificar e reconhecer esse objeto nos distintos momentos de ensino e o tratamento que é dado ao mesmo nos vários níveis de co-determinação, bem como articular práticas capazes de retomar (reconhecer o passado do objeto) ou antecipar (buscando o futuro do objeto) com a intencionalidade de potencializar o tempo didático.

De modo a fomentar essa discussão levantamos alguns questionamentos os quais julgamos pertinentes a investigar a formação em exercício de professores que ensinam matemática em diferentes espaços de aprendizagem e para embasar essas questões nos

apoiamos inicialmente em Guerra e Andrade (prelo) que ao discorrer sobre a TAD e Formação de Professores de Matemática, tendo em si a construção do percurso de estudo, em que “o professor buscar respostas as questões que emergem de suas práticas, provenientes dos confrontos de praxeologias institucionais matemáticas e didáticas por ele vividas, que exigem respostas por meio de (re)construções de praxeologias, às vezes nunca ensinadas”.

**Sétimo encontro:** Assim, diante de tal contexto e considerando em especial o PER no âmbito da TAD, elegemos algumas questões que depois de serem investigadas poderão se constituir em maneira de fazer e justificar o saber matemático do objeto Análise Combinatória, o qual o professor possa colocar em ação durante a sua prática, e assim ter condições de apresentar soluções eficientes e eficazes para muitos dos problemas que enfrentará.

Considerando que as questões apresentadas a seguir emergiram em grande parte das dificuldades enfrentadas nas práticas desses professores e que fazem parte do desdobramento de  $Q_0$ , elaboramos e passamos a questionar o seguinte:

- 1)  $Q_1$ . Que condições podemos evidenciar nas práticas, que ajudarão na constituição da maneira de fazer e justificar o ensino sobre o saber matemático do objeto Análise Combinatória?
- 2)  $Q_2$ . O que é relevante conhecer do saber matemático do objeto Análise Combinatória a nível de Ensino Básico?
- 3)  $Q_3$ . De que maneira o saber matemático do objeto Análise Combinatória aparece no currículo oficial, bem como no currículo efetivo?
- 4)  $Q_4$ . O que é fundamental conhecer sobre o saber matemático do objeto Análise Combinatória em níveis anteriores e posteriores daquele em que o professor atua?
- 5)  $Q_5$ . Como esse saber matemático do objeto Análise Combinatória vai se transacionando ao longo dos anos escolares e as articulações que ele vai estabelecendo com outros saberes matemáticos?

**Oitavo encontro:** Iniciamos esse encontro com o objetivo de definir por qual questão deveríamos iniciar a nossa investigação, várias sugestões foram anunciadas e depois do debate e questionamentos decidimos realizar um estudo sobre os PCN de Matemática e analisar alguns livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental e Médio objetivando mapear aquilo que fosse possível e que tivesse relação com o objeto de ensino Análise Combinatória.

Considerando que já dispúnhamos dos PCN de matemática do Ensino Fundamental e Médio, dividimos os sujeitos em três grupos e orientamos que cada grupo mapeasse nos PCN dos anos iniciais do ensino fundamental, PCN dos anos finais do ensino fundamental e ensino médio respectivamente, objetivos e conteúdos referente ao objeto de ensino Análise Combinatória.

Finalizamos, o encontro solicitando aos sujeitos que trouxessem livros didáticos de matemática do ensino fundamental e médio para que realizássemos um estudo objetivando localizar o objeto de ensino Análise Combinatória, bem como verificar conexões deste do objeto com outros. Definimos um quantitativo de obras (livros didáticos de matemática) para cada sujeito de tal sorte que elas contemplassem todos os níveis.

**Nono encontro:** De posse do mapeamento construído no encontro anterior sobre os objetivos e conteúdos contidos nos PCN e dos livros didáticos de matemática que foram solicitados, encaminhamos a seguinte tarefa: relacionar os objetivos e conteúdos previsto nos PCN sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, contrastando com o que é apresentado nos livros didáticos de matemática, a intenção desta análise era de verificar se havia coerência em relação ao apregoado pelos PCN e o que constavam nestes.

Ao apresentarem solução para a tarefa acima, propomos que verificassem objetos matemáticos que têm relação com o objeto de ensino Análise Combinatória. Depois de muita discussão, nos dirigimos ao laboratório de informática e solicitamos aos sujeitos que realizassem uma pesquisa na internet sobre artigos que versassem sobre a temática e principalmente aqueles que apresentavam possibilidades de maneiras de agir e pensar sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, cujo foco tivesse relação com a formação de professores e/ou promovessem a aprendizagem dos alunos (esta parte que tange a aprendizagem dos alunos foi sugerido por um dos sujeitos e acatada pelos demais. Então, mesmo que nosso interesse fosse em relação a formação do professor, entendemos que a iniciativa teria que ser levada em consideração, até porque, a relação da maioria dos sujeitos com objeto de ensino Análise Combinatória que pudemos evidenciar durante os estudos, até então, realizado era um tanto inconsistente).

Ao finalizar este encontro, orientamos os sujeitos a preparar uma apresentação sobre as temáticas já desenvolvidas em nossos encontros para serem socializadas com os outros discentes na disciplina Tendências Metodológicas em Educação Matemática, que



como já havíamos adiantado anteriormente que o PER por nós desenvolvido se constituiu no contexto daquela disciplina.

**Décimo encontro:** Neste encontro, os sujeitos X realizaram síntese panorâmica sobre a Didática da Matemática como a ciência das condições e restrições da difusão social de praxeologias matemáticas, não esquecendo que o estudo da difusão de praxeologias inclui também o estudo da não difusão, conforme Chevallard (2009a).

Relataram sobre a compreensão de transposição didática no que diz respeito às transformações pelas quais passa um saber socialmente estabelecido nas práticas sociais de grupos consolidados, e que vêm dando respostas satisfatórias a sociedade como o saber científico até se tornar um saber ensinado.

Neste sentido, buscou em Chevallard (1991, p. 39) a seguinte afirmação:

Um conteúdo do conhecimento tendo sido designado como saber a ensinar sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O “trabalho” que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática.

Os sujeitos enfatizaram ainda, que a noção de transposição didática foi estudada a partir da compreensão de que há diferenças entre as diversas formas de configuração de um determinado saber, explicando melhor, é diferente o saber matemático científico de um objeto, no sentido acadêmico do saber matemático escolar de um objeto que tem como perspectiva o ensino, ou seja, depende das finalidades e do contexto a que este está inserido.

Estes sujeitos ainda destacaram a existência de uma instituição produtora do saber (em que a maioria atribui a comunidade científica no sentido da academia, mas que não se resume apenas à esta, pois temos evidência de saberes que foram assumidos pela academia oriundos de outras práticas sociais como é o caso do saber sobre regra de três que tem origem nas/das práticas mercantis).

Este saber por sua vez é de certa forma outorgado por uma instituição invisível transpositiva do saber, a qual Chevallard (1991) chamou de Noosfera e de uma instituição socializadora do saber, responsável pelo seu ensino (que seria a instituição escolar).

Consideraram que o saber produzido na comunidade científica e eleito pela Noosfera precisa de algumas modificações para tornar-se possível de ser ensinado, há alguns espaços e instituições, além da escola, desempenhando este papel com relação a este saber.

Chamamos atenção, que neste percurso, o saber passa por uma transformação na transição de um saber científico a um saber a ser ensinado e finalmente ao saber ensinado. Tais transformações são denominadas de transposição didática. No entanto, destacamos que este processo da transposição didática é muito mais complexo do que foi anunciado, por envolver inúmeros elementos que precisam ser analisados, desde elementos de natureza epistemológica, ecológica, econômica até se alcançar a maneira de fazer e pensar sobre este saber.

Os sujeitos falaram sobre a investigação que vinham realizando sobre o objeto de ensino Análise Combinatória a partir dos PCN, articulando aos objetivos e conteúdos presentes nos livros didáticos de matemática voltados para o ensino básico, cujo objetivo era de compreender o passado e futuro do objeto de ensino Análise Combinatória face ao currículo.

**Décimo primeiro encontro:** Neste encontro, retomamos ao estudo dos artigos, dissertações e livros que foram encontrados na investigação que ocorreu no décimo encontro. Orientamos para que os sujeitos realizassem as leituras refletindo sobre as questões lançadas no transcorrer deste percurso, já anunciadas no oitavo encontro.

As discussões sobre as questões acima, foram compondo a estrutura inicial do modelo por nós denominado de **transacional-articulador**, que será apresentado e explicado com as devidas generalizações no próximo capítulo e cuja função será de transformarmos em mecanismo disponível a potencializar a relação do professor com o saber matemático e por consequência poderá contribuir para compreensão de que os conhecimentos do professor, mirando na perspectiva do ensino, só terá sentido, se pensados de maneira articulada, considerando prioritariamente, ao menos o terno (objeto-didática-curriculo) o qual estamos construído tomando como baliza a junção dos três conhecimentos proposto por Shulman (1986) e que tem implicação direta como o saber.

**Décimo segundo encontro:** Começamos este encontro exortando os sujeitos a refletirem sobre o conteúdo das obras até então estudadas, apontando contribuições para a prática do professor que ensina matemática tomando na medida do possível, como referência o modelo transacional-articulador sobre o objeto de ensino Análise Combinatória.

Durante as discussões os sujeitos apresentaram algumas compreensões sobre as obras estudadas, analisando-as à luz dos conceitos teóricos por nós assumidos bem como as suas práticas, como veremos a seguir:

- 1) destacaram aspectos sobre o conhecimento de matemática que os professores dos anos iniciais deveriam ter, pois nesse nível são exigidos várias habilidades e competências dos alunos e se esses professores tiverem as condições de desenvolverem e efetivarem em sala, podem estarem contribuindo muito para que os alunos em anos posteriores tenham mais facilidade em aprender a matemática. Resumindo, o que os sujeitos evidenciaram foi que a função do professor em qualquer nível de ensino requer uma maneira de agir e pensar pautada no modelo transacional-articulador;
- 2) Questionaram sobre, até que ponto o livro didático ajuda, no trabalho do professor na sala de aula, justificando com a seguinte afirmação: *porque se a gente se prende a ele, teremos dificuldades de implementar um sistema de ensino que leve em consideração a transacionalidade do objeto e sua articulação com outros objetos, pois podemos perceber no que tange ao estudo sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, não haver nesses livros os requisitos acima.* Porém, levantam a seguinte preocupação: *como trabalhar sem o auxílio do mesmo, se considerarmos que não tiveram essa formação e se quase não existem outros recursos disponíveis;*
- 3) Afirmaram também, baseados nos livros didáticos analisados em relação ao que apregoa os PCN, que não conseguiram identificar, nos livros didáticos de matemática, situações em que aparece a relação do assunto Análise Combinatória com os temas transversais como prevê os PCN, citaram como exemplo o fato dos assuntos envolvendo a temática aparecerem em geral de maneira pontual e sem conexão entre outros assuntos.
- 4) Outra compreensão sublinhada no debate foi revelada por um dos sujeitos com a seguinte fala, *“Eu venho observando desde o início deste estudo, que essa maneira de questionar, muitas vezes já é exigida pelo aluno, é até comum quando estou explicando algum assunto, aparecerem alunos que perguntam, por que é assim?, para que estudar isso?, isso serve para que? Mas, eu vou usar isso em que?”.* Surge aí a indicação de que há necessidade de questionar o saber, de que não é somente a relação do professor com o saber que está em jogo, mas sobre como conduzir este saber no ensino.
- 5) Por fim, outra compreensão levantada por um dos sujeitos foi concernente ao discurso efetuado pelo professor, o qual deve ter a clareza para quem está discursando, portanto, tomando as devidas precauções para não cometer

ambiguidades, e até mesmo ensinar um assunto equivocadamente, isto foi constatado pela seguinte fala: *“aparentemente não tem a ver com o tema, mas acredito que o fato é interessante para refletirmos sobre a nossa maneira de agir na sala de aula. Na comunidade que trabalho não há semáforo nas ruas, e lá tenho um sobrinho que estuda no 4º ano, um dia desses eu fui com ele no município vizinho “Castanhal” que há semáforos e ele me perguntou,... Tio, eles estão fazendo tudo errado aqui!, ..., eu perguntei por que?,..., ele falou: a professora explicou que no vermelho a gente para e no verde segue,..., aí eu falei, mas isso não é o certo? Ele respondeu: não, são os carros que param no vermelho e seguem no verde, e não a gente. Aí eu fiquei pensando, muitas vezes a gente fala as coisas sem se dar conta para quem estamos falando, ..., e ao trabalhar matemática é muito importante ter essa consciência e cuidado no momento de explicar o assunto.*

Finalizamos o encontro, propondo aos sujeitos que resolvessem o conjunto de tarefas que serão apresentadas mais adiante bem como observassem as orientações que seguem:

Resolva as tarefas abaixo, considerando que as mesmas podem ser trabalhadas no Ensino Fundamental. Podem resolvê-las usando todas as maneiras que vocês conseguirem, exceto o uso de fórmulas (pfc formalizado, permutações, arranjos e combinações). Se possível justifiquem as respostas e relacionem-as, em ordem crescente de complexidade. Use os mesmos enunciados aumentando valores (por exemplo no item 01, em vez de 3 andares substitua por 5 e em vez de 4 cores troque por 6, etc), depois verifiquem se os esquemas utilizados continuam satisfazendo as respostas.

Se julgarem necessário acrescentem outras observações. Gostaria que as respostas, comentários, observações e explicações fossem feitas a caneta, pois esses dados poderão ser utilizados, e quanto mais legíveis, melhor. Ficarei grato, desde já pelo vosso esforço em colaborar com essa atividade.

Lembrando que quanto mais informações apresentadas, maiores as possibilidades de se ampliar o universo e conseqüentemente a riqueza da pesquisa. Portanto, não fiquem acanhados em se expor, pois não tenho nenhuma intenção de julga-los pelo que sabem ou não, no entanto, de tentar compreender a relação que vocês mantêm com o saber matemático, em particular sobre o objeto de ensino Análise Combinatória.

E assim, ao final desta pesquisa ter condições de propor encaminhamentos que possam contribuir para fomentar os percursos de formação de professores que ensinam

matemática. Por fim, todas as informações serão utilizadas exclusivamente para esta pesquisa observando todo o processo legal, e portanto, estão assegurados que não serão expostos.

#### Tarefas

- 01- De quantas maneiras distintas podemos pintar um prédio de 3 andares, sendo que cada andar necessariamente deve ter cor diferente dos demais, se temos disponível quatro cores diferentes de tinta?
- 02- Em uma pequena empresa há 6 funcionários, sendo 4 homens e duas mulheres. Se o dono deseja que um casal trabalhe no atendimento ao cliente, quantos casais ele pode compor?
- 03- Uma prova de atletismo será disputada entre 4 atletas. De quantas maneiras distintas podem se formar o pódio ( $1^0$ ,  $2^0$  e  $3^0$ )?
- 04- Uma pessoa pretende realizar uma viagem e tem as seguintes opções: dispõem de 2 empresas aéreas, com 3 possibilidades de escolha de cada passagem (básica, flex e top) e 2 destinos possíveis. De quantas maneiras distintas essa pessoa pode realizar essa viagem?

**Décimo terceiro encontro:** Iniciamos este encontro, inquerindo os sujeitos sobre como haviam resolvido as tarefas propostas no último encontro. Notando que a maioria deles se manifestaram apresentando justificativas por não executarem as tarefas, alegando falta de tempo, que esqueceram e por não entenderem, tomamos a decisão de retomar ao debate do encontro anterior. Passamos a incentivar os sujeitos a refletirem sobre o conteúdo das obras até então estudadas, apontando contribuições para a prática do professor que ensina matemática.

Neste sentido, orientamos e questionamos os sujeitos sobre perspectivas vislumbradas a partir das leituras e dos diálogos realizados durante o processo resultante no desenrolar do PER, analisando a relação com o saber na interlocução com as suas práticas, assim entendemos que de fato aconteceu mobilização dos conhecimentos que lhes proporcionaram a apresentarem alguns apontamentos:

- 1) Enfatizaram articulações estabelecidas entre o objeto de ensino Análise Combinatória com outros objetos de ensino da matemática e portanto, identificaram que o Triângulo de Pascal, trabalho de Báskara, produtos notáveis, os números binômiais, coeficientes complementares, Binômio de Newton, os primeiros processos de contagem, como a contagem direta, agrupamento, ordenação, sequenciação, seriação, associatividade, correspondência, pensamento

aditivo e multiplicativas como os princípios aditivos e multiplicativo, conjuntos, como a partição, relação direta com a probabilidade, aliás esta última foi identificada pelos sujeitos no processo de estudo como sendo dependente das técnicas de contagem, além dos objetos do ensino básico foi possível evidenciar o desdobramento do objeto de ensino Análise Combinatória que não se limita as permutações, arranjos e combinações, mas que permite construir outros processos de contagem como o princípio da inclusão-exclusão, as funções geradoras, a teoria de Ramsey, permutações caóticas, os lemas de Kaplansky, o princípio de Dirichlet, pavimentações do plano, polinômios Cromáticos, o problema das quatro cores, lema de Sperner, mapas na esfera, quadrados Latinos e partições de inteiros Berman e Fryer.

- 2) Justificaram a relevância do ensino do objeto matemático Análise Combinatória, por ser uma prática social que vem dando respostas a problemas enfrentados pela sociedade, inclusive, há registros de que a ideia de contagem surge antes mesmo da própria escrita e no mundo atual considerado como sociedade da informação e comunicação vem demandando cada vez mais o domínio deste saber. Chamaram os PCN, afirmando que este já orienta a importância do domínio deste saber, o qual está localizado no bloco tratamento da informação e por consequência as estruturas curriculares que as instituições escolares devem observar devem assumir o objeto Análise Combinatória e finalmente os livros didáticos aglutinam este saber. Considerando que, como já foi anunciado, se faz necessário o ensino deste saber pelo julgamento da noosfera.
- 3) Este destaque é consequência do item anterior, em que os sujeitos perceberam que o professor não tem a liberdade de fazer o que quer, porque ele é condicionado a se ajustar ao que a instituição escolar elege como importante.
- 4) Sublinharam a importância de um conhecimento horizontal do conteúdo para o professor, nos termos de Shulman (1987), ou ainda, a compreensão da transacionabilidade do objeto ao longo do currículo com Chevallard, que evidenciamos nas seguintes falas: “ *Com relação a forma de ensinar, venho percebendo a importância de se pensar maneira de levar o professor a compreender que quando estiver ensinando um assunto, ele tem a necessidade de se dar conta que deve já ir construindo estratégias para que o aluno em momento posterior não tenha tanta dificuldade*” e “ *Eu vejo que o professor de matemática de hoje não se interessa em saber o que o aluno já estudou anteriormente, e*

*muitas vezes nem se atualizou sobre o que vem sendo dado, ..., um colega estava falando que não sabia que o tratamento da informação já vinha sendo abordado nos anos iniciais”.*

- 5) Relataram também, aspectos do ensino da matemática desenvolvidos na escola básica, principalmente nos anos iniciais, onde há presença marcante em associar o saber com o cotidiano, exigindo capacidades perceptivas sensoriais para resolução das tarefas, isto é, as tarefas são estruturadas em torno de uma situação que por meio da visualização, por exemplo, é possível alcançar uma resposta satisfatória. Já nos anos finais do ensino fundamental é recorrente o uso de noções matemáticas, porém Chevallard (2009b) argumenta o que está presente na prática do professor neste nível de ensino são as noções de paramatemáticas (objetos que compõe o universo do professor, ou seja, objetos dos quais ele toma consciência e dá um nome, como parâmetro, equação, demonstração) e por outro lado este professor tomando como referência o contrato didático estabelecido com este aluno espera que este compreenda as noções paramatemáticas e para isso se apresenta a noções de protomatemática como sendo são as ferramentas propriamente ditas, os modelos, as fórmulas, os algoritmos e outros, e que são mobilizadas para corporificar as noções paramatemáticas. E por último, no ensino médio continua a mesma prática em desenvolver noções paramatemáticas e protomatemáticas, sendo que as noções matemáticas são pouco demonstradas nos livros didáticos deste nível, e assim, somente no ensino superior é dada ênfase para demonstração e abstração, mas ratificando que neste último nível continua a não se questionar o saber ao menos do ponto de vista do ensino. Portanto, os sujeitos concluíram que possivelmente algumas dificuldades de ensinar certos conteúdos matemáticos na escola básica, seja pelo fato de não terem as condições de usarem algumas ferramentas matemáticas nos níveis iniciais.

**Décimo quarto encontro:** Este encontro foi de fato um seminário que teve como objetivo a socialização dos temas desenvolvidos no decorrer da disciplina Tendências Metodológicas em Educação Matemática. Assim, os sujeitos apresentaram uma síntese do percurso de estudo e pesquisa realizado o qual passamos a relatar.

Iniciaram falando sobre os encaminhamentos que foram tomados durante o percurso, como a eleição do objeto de estudo Análise Combinatória, as principais dificuldades enfrentadas por eles para ensinar a matemática e os livros didáticos de matemática do ensino básico analisados. Sendo que o estudo tinha a intenção de elaborar

uma compreensão de como o saber matemático do objeto de ensino Análise Combinatória vem sendo apresentado ao longo dos níveis escolares, principalmente os do ensino fundamental, e as articulações que apresentam ou não com outros objetos matemático desses níveis. Expuseram como vem sendo apresentado o objeto Análise Combinatória ao longo dos PCN seus objetivos em cada ciclo, e a localização do objeto de ensino Análise Combinatória dentro do bloco tratamento da Informação.

Relataram ainda, questões sobre as análises dos livros didáticos, levando em consideração o conhecimento passado e futuro do objeto bem como a sua transacionalidade e as articulações com outros objetos. Falaram das principais ideias que norteiam o estudo da Análise Combinatória, como raciocínio lógico: ordenação, agrupamento, correspondência, comparação, classificação, seriação, conservação, sequenciação a compreensão dessas habilidades podem contribuir para o domínio dos processos mais simples de contagem que se constitui como a gênese do saber do objeto Análise Combinatória.

Destacaram, que o professor precisa observar o que o aluno já estudou e a partir disso dar início a construção de um novo conceito e sempre quando houver a necessidade fazer a retomada para dar sentido e assim possibilitar a compreensão por parte do aluno. Ressaltaram também que as noções de Análise Combinatória se inicia com a contagem de elementos de um conjunto, com os agrupamentos e que nos anos iniciais o professor deve dar preferência a tarefas com pequena quantidade de elementos, pois as técnicas para resolver são limitadas e isso será retomado quando se chegar na parte da formalização, o importante é levar o aluno perceber e compreender as ideias.

Frisaram que a leitura de artigos sobre a temática, livros, dissertações, documentos oficiais, livros didáticos de matemática da educação básica e também o trabalho com algumas ideias da Didática da Matemática e principalmente a TAD foram essenciais para que pudessem chegar às conclusões acima apresentadas. Relataram, resumidamente, o seguinte, nós, antes do contato com essas ideias, estávamos acostumados a trabalhar o assunto de forma restrita, uma coisa, depois a outra, e agora passamos a ver a situação de outra forma, as conexões entre os assuntos são importantes não só para o aluno compreender melhor, mais principalmente para tornar mais claro aquilo que o professor pretende alcançar com seus alunos.

Outra fala importante foi a seguinte “ *a questão de ver o assunto percorrendo o currículo é muito importante, não mais chegar e dando as coisas prontas, mas incentivar os alunos a investigar a buscar a resposta para questão sem dar os caminhos antes, o*



*que foi feito durante esses dias foi muito interessante, o professor foi questionando a gente sobre que sabíamos sobre o assunto, no início a maioria de nós pensávamos que sabíamos muita coisa pelo menos pra ensinar, mas depois fomos nos dando conta de que muitos problemas que atribuímos aos alunos, na verdade éramos nós que tínhamos dificuldade sobre o assunto, o professor levantava os problemas e incentivava que nós fossem investigar e apresentar a nossa compreensão. Tudo isso nos levou a considerar que quando formos ensinar um assunto em qualquer nível, é fundamental que entendamos as relações que ele tem em outros momentos.”*

A título de esclarecimento, sobre o relato dos percursos, sublinhamos que o processo para obtenção de dados e informações requereu muitas habilidades, pois os modelos teóricos quando colocados em ação, não são, isoladamente, suficientes para fornecerem respostas necessárias às questões que emergem na/da prática, e portanto, precisam de ajustes, pois avançam, mas também retrocedem, e a cada momento exigem tomadas de decisão, e quando analisamos tal decisão nos damos conta que ela não foi a mais apropriada, então temos que tomar outras. Com isso, queremos justificar que tanto no estudo da aula simulada, quanto no PER houve a necessidade de recorrermos a outras pesquisas para que pudéssemos desenvolver os percursos descritos.

Portanto, recorremos aos estudos das crenças, concepções e percepções Garnica (2008), Thompson (1992), Ponte (2004), as pesquisas sobre memória didática Matheron (2000), Matheron e Salin (2002) a relação com o saber Charlot (2000, 2005), Chevallard (1989, 2003), Contrato Didático com Brousseau (1996), conceitos e meios de investigação Antropológicos, Gomes (2013) e Laplatine (2012), pensamento reflexivo em Schön (1987), Contreras (2002), para que pudéssemos agregar aos dados e as informações elementos necessário aos fins da pesquisa, e principalmente para criarmos artifícios capazes de mobilizarmos os sujeitos a tal ponto deles manifestarem as suas opiniões, seus pontos de vista, suas compreensões sobre os estudos realizados, enfim, fazer com que eles se expusessem nas discussões foi das tarefas que mais nos demandou engenhosidade e reflexão.

Passamos a dissertar sobre as infraestruturas didáticas que foram mobilizadas durante o PER, e isso, nos permitiu uma visão dos recursos utilizados para os estudos, como artigos, dissertações, documentos oficiais e os livros didáticos de matemática. Apresentaremos o mapeamento do objeto de ensino Análise Combinatória, explicitando a escolha do objeto, problemas enfrentados pelos sujeitos na relação com o objeto,

justificativas sobre a relevância deste objeto para o ensino e expectativas sobre o mesmo e assim teceremos alguns resultados que serão analisados no próximo capítulo.

#### 4.4. As infraestruturas mobilizadas nas investigações nos percursos de formação

O objetivo principal deste eixo é traçarmos uma visão dos recursos utilizados para os estudos, como artigos, dissertações, documentos oficiais e os livros didáticos de matemática que tratam do objeto de ensino Análise Combinatória. A análise que realizamos destas infraestruturas será apresentada de maneira sintética na tabela a seguir, e no final evidenciamos os principais resultados, tendo em vista, que o processo de estudo das mesmas já estão contemplados nos outros eixos.

A tabela abaixo ilustra e ao mesmo tempo sintetiza sobre as obras investigadas no que tange as relações estabelecidas com o objeto de ensino Análise Combinatória.

**Tabela 02:** Obras consultadas no percurso de estudo e pesquisa.

| Tipo da Obra –<br>Autoria - Ano                        | Tema   | Objetivo Geral   | Nível de Abordagem                                 | Veículo de<br>comunicação                        |
|--|--|--|--|--|
| Artigo<br>Roa, Batanero e<br>Godino –<br>2001          | Dificultad de los<br>problemas combinatorios<br>em estudiantes com<br>preparación matemática<br>avanzada.  | O trabalho propõe analisar a<br>dificuldade de resolução de<br>problemas combinatorios dos<br>sujeitos com uma avançada<br>preparação matemática.  | Formação inicial: de<br>nível superior             | Revista de<br>didáctica de<br>las<br>matemáticas |
| Dissertação de<br>mestrado<br>Sabo                     | Saberes Docentes:<br>A análise combinatória no<br>Ensino Médio   | O trabalho tem como objetivo<br>investigar os saberes do professor de<br>matemática do Ensino Médio com<br>relação a este tema.  | Formação de<br>professores                         | PUC-SP   |
| Comunicação<br>Científica –<br>Silva e Pentead<br>2011 | Combinação ou Arranjo? O<br>uso de narrativas no estudo<br>de análise combinatória<br>num curso de licenciatura<br>em Matemática.                        | O objetivo do trabalho é de elaborar<br>e aplicar estratégias de formação de<br>professores de Matemática, em<br>formação inicial e continuada,<br>lançando mão da Historia Oral.                | Formação inicial e<br>continuada de<br>professores | XII CIAEM  |
| Dissertação de<br>mestrado<br>Campos - 2011            | Análise Combinatória e<br>Proposta Curricular<br>Paulista: Um Estudo dos<br>Problemas de Contagem.   | Objetivo da investigação é avaliar os<br>tipos de problemas de contagem, que<br>figuram no Caderno do Aluno do 3º<br>bimestre do 2º ano do Ensino Médio,<br>da Rede Estadual Paulista de Ensino. | Ensino e<br>aprendizagem nível<br>médio            | PUC-SP   |
| Dissertação de<br>mestrado<br>Costa - 2003             | As concepções dos<br>professores de matemática<br>sobre o uso da modelagem<br>no desenvolvimento do<br>raciocínio combinatorio no<br>ensino fundamental. | O trabalho estuda e analisa os<br>instrumentos disponíveis para o<br>professor de matemática ensinar<br>análise combinatória no ensino<br>fundamental por processo de<br>modelagem.              | Formação<br>continuada de<br>professores           | PUC-SP   |

|   |  |   |  |                                    |
|---|--|---|--|------------------------------------|
| Dissertação de mestrado profissional Santos - 2005          | O tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula.  | O trabalho tem como finalidade contribuir para o entendimento de como se dá o processo de incorporação de temas ligados á combinatória, probabilidade e estatística na Educação Básica.                                       | Formação continuada de professores             | PUC-SP                             |
| Dissertação de mestrado Almeida - 2010                      | Ensinando e Aprendendo análise combinatória com ênfase na comunicação matemática: um estudo com o 2º ano do Ensino Médio. .  | O objetivo da investigação foi de identificar as contribuições de uma proposta de ensino que enfatiza a Comunicação Matemática no que pode trazer para o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória.                     | Formação Continuada                            | Universidade Federal de Ouro Preto |
| Dissertação de mestrado Esteves - 2001                      | Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental.   | O objetivo da pesquisa consiste em estudar a aquisição e o desenvolvimento dos primeiros conceitos de análises combinatória em adolescentes de 14 anos de idade.  | Formação de professores: ensino e aprendizagem | PUC-SP                             |
| Dissertação de mestrado Boga Neto – 2005                    | Uma proposta para ensinar os conceitos da Análise Combinatória e de Probabilidade: Uma aplicação do uso da História da Matemática, como organizador prévio, e dos campos conceituais . | O trabalho tem como objetivo desenvolver os conhecimentos subsunções, presentes na estrutura cognitiva dos alunos, para que possa ocorrer, de forma significativa, a aprendizagem dos conceitos desses tópicos da matemática. | Ensino e aprendizagem                          | UFPA                               |
| Comunicação Científica - Bortoloti, Wagner, Ferreira - 2011 | Formação de professores: erros em análises combinatória  | Este trabalho tem como objetivo investigar erros cometidos por estudantes universitários em questões envolvendo álgebra, geometria e análise combinatória.  | Formação inicial de professores                | XIII CIAEM                         |
| Comunicação Científica – Costa - 2004                       | Análise Combinatória: como abordá-la a partir do ensino fundamental  | O Trabalho tem como objetivo expor a análise e estudo a luz da Transposição Didática, os instrumentos disponíveis para o professor trabalhar com a introdução ao raciocínio combinatório.                                     | Formação Continuada de professores             | VIII ENEM                          |
| Documentos Oficiais – PCN matemática 1º e 2º ciclos 1997    | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatórias  | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatória  | Ensino fundamental                             | MEC-BRASIL                         |
| Documentos Oficiais – PCN matemática 3º e 4º ciclos 1998    | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatória   | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatória  | Ensino fundamental                             | MEC-BRASIL                         |

|  |   |  |                    |   |
|--|---|--|--------------------|---|
| Artigo – Roa , Batanero e Godino   | Estrategias generales y estrategias aritméticas en la resolución de problemas combinatorios | O objetivo do trabalho foi de analisar estratégias gerais e estratégias aritméticas que os alunos de curso superior aplicam para resolver problemas combinatorios cuja solução vem dada por uma única operação combinatoria e também aquelas em que os alunos usam mais de uma estratégia. | Ensino Superior    | Red de Revistas Científicas de América Latina |
| Documentos Oficiais – PCN matemática ensino médio                                  | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatoria  | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias combinatoria   | Ensino Médio       | MEC-BRASIL                                    |
| Livros didáticos de matemática do 1º ao 5º - Centurión et al – Editora FTD.        | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias de contagem( combinatoria)                          | Analisar as organizações didático-matemáticas envolvendo as noções sobre o objeto de ensino AC   | Ensino fundamental | Obras recomendadas pelo PNLD                  |
| Livros didáticos de matemática do 1º ao 5º - Sanchez e Liberman – Editora Saraiva. | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias de contagem( combinatoria)                          | Analisar as organizações didático-matemáticas envolvendo as noções sobre o objeto de ensino AC   | Ensino fundamental | Obras recomendadas pelo PNLD                  |
| Livros didáticos de matemática do 6º ao 9º - Dante- Editora Ática.                 | Objetivos e conteúdos envolvendo ideias de contagem( combinatoria)                          | Analisar as organizações didático-matemáticas envolvendo as noções sobre o objeto de ensino AC   | Ensino fundamental | Obras recomendadas pelo PNLD                  |

**Fonte:** Construída pelo pesquisador a partir dos estudos realizados no percurso de estudo e pesquisa.

Com isso foi possível evidenciarmos nas obras consultadas as quais tivemos acesso que a temática sobre o ensino de Análise Combinatória aparece de maneira geral, localizado e pontualmente nessas obras. Os principais resultados encontrados durante o percurso formativo do PER são os que seguem:

- Quanto aos níveis de ensino, as obras consultadas apresentam estudos principalmente do nível médio e superior;
- Quanto ao sujeitos, nessas obras verificamos que as investigações dão maior ênfase aos processos de aprendizagem pelos alunos e tratam de questões que dificultam a compreensão deste objeto de ensino;
- Quanto ao objeto na perspectiva da transacionalidade, da articulação, do questionamento e das dimensões do saber e que vise a formação de professores

que ensinam matemática, ou seja, com essa abordagem, não foi identificado em nenhuma das obras consultadas.

Outro aspecto evidenciado nas obras, particularmente nos livros didáticos os quais são em geral as organizações didático-matemáticas que orientam o labor docente em sala de aula mostrar até que ponto o modelo epistemológico das matemáticas, implícito apesar de dominante numa dada instituição escolar pautado pelo livro didático, pode influenciar as características das maneiras de agir e pensar do professor sobre o ensino de um determinado objeto matemático, isto é, a maneira sistemática e partilhada de organizar e de gerir o processo de ensino da matemática nessa instituição conforme apregoa Gascón (2001).

Assim fica latente, seguindo Gascón (2001), que a prática profissional do professor de matemática na aula só se poderá mudar de uma maneira permanente se modificar, em correlação, o modelo epistemológico “ingênuo”, ou seja, é imperioso para as maneiras de agir e pensar sobre o ensino, que o professor observe os princípios do questionamento do saber que se pretende ensinar, as articulações que poderão ser estabelecidas entre os objetos de ensino de um determinado nível, a transacionalidade do objeto ao longo do currículo e as dimensões (epistemológica, ecológica e econômica) deste objeto. Isso é o que vamos tratar posteriormente sobre o dispositivo didático que intitulamos de modelo transacional-articulador cuja função será de auxiliar o professor em romper com os modelos docentes regrados pela atomização e desarticulação dos objetos de ensino quando contrastados com o currículo.

#### **4.5. Mapeando o objeto de ensino AC: a escolha do objeto, justificativas e expectativas sobre o mesmo.**

O objeto de ensino eleito para esta pesquisa é a Análise Combinatória ou também simplesmente Combinatória, e concentramos a investigação nos problemas que envolvam principalmente a contagem. Esse tema foi objeto de discussão e interesse há muitos anos, principalmente entre pessoas que disputavam jogos de azar e almejavam saber as chances de vitória nas partidas que disputavam. Ao longo do tempo foi sendo expandida para outras aplicações, como nos estudos de probabilidade e estatística. Além disso, é perceptível que os problemas de contagem fazem parte do nosso cotidiano.

É importante notar, ao resolver questões relacionadas a este objeto que, apesar de haver uma gama considerável de situações diferentes entre si, elas podem ter semelhanças

em vários pontos. Para compreendermos melhor sobre o objeto de estudo vamos destacar um pouco da sua história e a relação que ele estabelece com outros objetos matemáticos de ensino da escola básica.

Os problemas relacionados à contagem têm despertado interesse e curiosidade em diferentes momentos e em distintas culturas desde a antiguidade. No ocidente os primeiros problemas de Análise Combinatória tem origem na escola Pitagórica (540 a.C.) e estão relacionados a estudos ligados aos Elementos de Euclides (300 a.C.) como o binômio  $(1 + x)^n$  com  $n = 2$ .

O triângulo de Pascal já era conhecido na China em 1300, e antes disso pelos hindus e árabes. Um dos documentos encontrados na China já apresentavam questões relacionadas à combinatória, apresentando problemas sobre o cálculo do número de permutações de uma série de segmentos dispostos em torno de um círculo.

O matemático hindu Bhaskara (1114-1185) já dominava o cálculo do número de permutações, arranjos e combinações de “n” objetos. Em parte de suas obras Bhaskara mostra como contar “m” objetos de um conjunto de “n” objetos (sendo  $m < n$ ).

Neste sentido, observamos que o interesse pelo domínio de processo de contagem não é algo recente e que são muitas práticas que laboram como o objeto Análise Combinatória, inclusive no fazer escolar. Acontece que nos tempos atuais esse objeto foi ganhando cada vez mais espaço, principalmente na escola por apresentar potencialidade em resolver uma gama considerável de problemas que a sociedade enfrenta, tais como os de probabilidade que requerem a todo o momento resultados construídos por meio do objeto em questão.

Assim o objeto de ensino Análise Combinatória está inserido no campo da matemática que estuda, observa e analisa as estruturas e relações discretas, que em geral são os conjuntos em que os elementos podem ser contados. Podemos dizer, se consideramos o nível básico de ensino, que são dois tipos de tarefas que ocorrem com mais frequência correlacionados com o objeto de ensino Análise Combinatória, e são: i) contar e demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições; e ii) agrupar e/ou classificar os subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições, de acordo com Morgado et al (1991).

Nessa linha, Roa, Batanero e Godino (2001) apresentam a importância do ensino do objeto análise combinatória na escola por estudar os conjuntos finitos e suas configurações que podemos obter a partir de seus elementos mediante transformações que

originam mudanças na estrutura, como as permutações e a composição do mesmo, como também a obtenção de subconjuntos a partir de um conjunto dado.

De acordo com Inhelder e Piaget (1955), o raciocínio hipotético-dedutivo opera com as possibilidades existentes em uma situação problemática, as quais são descobertas e avaliadas pelo sujeito por meio de operações combinatórias. Esta capacidade pode relacionar-se com as fases descritas na teoria de Piaget: após o período das operações formais o adolescente descobre procedimentos sistemáticos de construção combinatória.

Por esta vertente de pensamento, a combinação supõe a coordenação da seriação e a correspondência, a permutação implica uma reordenação a respeito do sistema de referência dinâmico e reversível, daí as operações combinatórias são operações sobre operações, característica do pensamento formal. Entendemos que mesmo sendo esse o ponto de vista que se apresentam na maioria das práticas que envolvem o objeto combinatória, é possível começarmos desde os anos iniciais apresentando a contagem e enumeração de elementos através do *princípio da adição* e também pelo *processo multiplicativo*.

De todo o exposto, podemos verificar que atualmente as abordagens do ensino do objeto Análise Combinatória na Educação Básica são sustentadas pelo Princípio Fundamental da Contagem. Talvez por esse modo de refletir seja um dos fatos que levam a um ensino restrito às aplicações das fórmulas e das definições. Nesse sentido, de acordo com Batanero et al.(1996):

O ensino de análise combinatória, usualmente, está centrado na aprendizagem de definições e fórmulas, a fim de resolver exercícios que envolvem cálculos. Além disso, os autores afirmam que os professores consideram o ensino desse tema difícil e, em muitas situações, preferem não abordá-lo. (BATANERO et al, 1996).

As maneiras de abordagem do objeto sem a compreensão do contexto que considera as primeiras formas de contagem, como o princípio aditivo e multiplicativo, que está tanto explícito quanto implícito no currículo oficial dos anos iniciais (ensino fundamental menor) não é evidente para esses professores.

Corroborando com o pensamento acima, segundo Morgado et al (1991), para efeito de compreensão, em que pese a Análise Combinatória dispor de técnicas, tecnologias e teorias gerais que permitam atacar e justificar a resolução de certos tipos de tarefas, é evidente que a solução de grande parte dessas tarefas exigem quase sempre engenhosidade e domínio pleno da situação apresentada. Talvez isso se configure como

um dos desafios e encantos deste campo da Matemática, em que tarefas simples e fáceis de enunciar revelam-se por vezes difíceis e complexas, exigindo criatividade para sua solução, é obvio que esta posição se coaduna melhor com a matemática superior, porém não deixa de ter a sua relevância para a formação do professor que ensina matemática.

Foi possível perceber que os pilares para o estudo do objeto de ensino Análise Combinatória tem origem na contagem, na ordenação, e na formação de agrupamentos. Se essas noções forem mobilizadas logo que o aluno enfrenta tarefas que envolvam adição e subtração de números naturais, pode contribuir para que ele ao alcançar os anos finais do ensino fundamental tenha mais habilidades para enfrentar e dar resposta a um número maior de tarefas associadas a este objeto.

Porém, constatamos durante o PER, indícios de que o professor ao receber o aluno nos anos finais do ensino fundamental, também não se dá conta de retomar aspectos da contagem, ordenação e agrupamento nas tarefas que envolvem as operações com outros objetos matemáticos presentes no currículo.

Portanto, fica evidente uma desarticulação, tanto a nível de práticas docentes quanto a nível de objetos de ensino. Isso está presente nos dois níveis ( anos iniciais do ensino fundamental, que o professor em regra tem como formação a licenciatura em pedagogia e anos finais do ensino fundamental, que o professor em regra tem como formação a licenciatura em matemática e, portanto, duas epistemologias docentes distintas que nunca dialogam), em geral, não é percebido pelo professor que as atividades que envolvem contagem, ordenação, agrupamento vão se transacionando pelo currículo em todos os níveis com outros objetos. Aqui, está evidente uma problemática que precisa ser enfrentada, pois por um lado temos o ensino contínuo do aluno e por outro uma cisão da formação, e isto cria um fosso entre o 5º e 6º anos do ensino fundamental.

Então, as problemáticas em relação ao objeto de ensino Análise Combinatória são confirmadas pelas pesquisas, como Roa et al (2009) ao mostrar resultados que indicam uma dificuldade elevada na compreensão das tarefas que envolvam o objeto, inclusive para estudantes com uma sólida preparação matemática. Os resultados positivos estão marcados pela capacidade de identificação da configuração combinatória solicitada nas tarefas, compreensão da relevância da ordem e a repetição no enunciado da tarefa, capacidade de enumeração sistemática, capacidade recursiva de generalizar bem como o reconhecer a operação combinatória adequada e um bom discernimento da série de operações aritméticas equivalentes. Por outro, os resultados negativos estão associados à confusão ou incompreensão sobre sua importância de ordem e repetição, imprecisão sobre



o tipo de elementos que combinam e pouca capacidade de enumeração e raciocínio aritmético como diz Roa et al (2009).

Os argumentos expostos sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, tanto do enfoque histórico, epistemológico e ecológico, foram albergados pelas orientações curriculares nacionais, como nos dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Essas orientações conduzem a observar o ensino de análise combinatória não somente como uma rotina atrelada a uma aplicabilidade de fórmulas, porém evidenciando como um processo permeado por resoluções de problemas, que objetiva o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Assim, segundo os PCNEM, temos:

A **Contagem**, ao mesmo tempo em que possibilita uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, permite também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada **raciocínio combinatório**, [...] As fórmulas devem ser consequência do **raciocínio combinatório** desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande. Esses conteúdos devem ter maior espaço e empenho de trabalho no ensino médio, mantendo de perto a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril. Espera-se que assim o aluno possa se orientar frente a informações de natureza estatística ou probabilística. (PCNEM, p.126-127). (nossos destaques).

De uma forma mais geral, o objeto de ensino Análise Combinatória segue demarcando seu espaço que pode ser encontrado no que refere aos conhecimentos de Matemática, como segue:

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e **combinatória** a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos **conteúdos de contagem**, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas (PCNEM, PARTE III, p.44-45, 2000). (nossos destaques).

Ainda no contexto dos parâmetros curriculares nacionais, os objetos de ensino como Estatística, Probabilidade e Combinatória estão incorporados ao item “Tratamento

da Informação” com a finalidade de evidenciá-los devido à importância de seus usos atuais, o que é perceptível quando observamos a afirmação que segue: “Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem“. (BRASIL, 1997, p.40).

Portanto, como podemos perceber a relevância que é dada ao objeto de ensino Análise Combinatória como saber matemático imprescindível para o sujeito do mundo atual, vem recebendo destaque a partir dos primeiros anos escolares.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no ensino fundamental estão pautados por princípios decorrentes de estudos, pesquisas, práticas e debates desenvolvidos nos últimos anos, dentre eles:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados (p.18); importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos (20).

Seguindo os Parâmetros Curriculares Nacionais (1º e 2º ciclos) informam as finalidades do ensino de Matemática e indicam como objetivos do ensino fundamental, levar o aluno a:

fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, **combinatório**, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.(p.37) (nosso destaque).

Com relação aos conteúdos os Parâmetros Curriculares Nacionais (1º e 2º ciclos) destacam que a demanda social exige do sujeito não mais o domínio isolado de um conteúdo específico mais de um conjunto articulado denominado bloco de conteúdo, no caso, o bloco que incluiu o objeto de ensino Análise Combinatória foi intitulado de

“Tratamento da Informação”. Integrarão este bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória, e apregoa a pretensão de que o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos e com relação a nosso objeto, define o seu objetivo como segue:

Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem (p.40).

Para se alcançar o objetivo acima, já no Ensino Médio, é fundamental que se desenvolvam desde os anos iniciais objetivos que convergem para tal, neste sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1º e 2º ciclos) informam que para o 1º e 2º ciclos os objetivos são respectivamente:

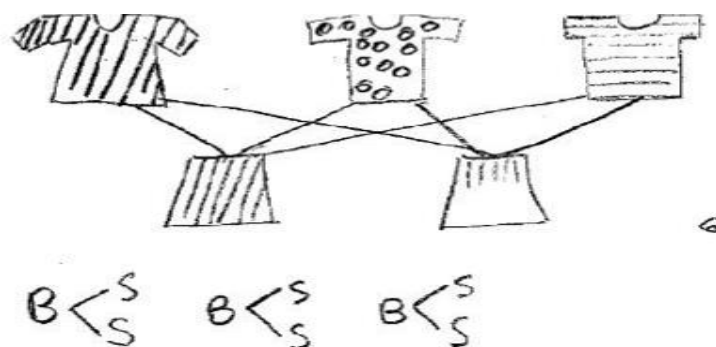
Construir o significado do número natural a partir de seus diferentes usos no contexto social, explorando situações-problema que envolvam contagens, medidas e códigos numéricos (p.47) [...]

Recolher dados e informações, elaborar formas para organizá-los e expressá-los, interpretar dados apresentados sob forma de tabelas e gráficos e valorizar essa linguagem como forma de comunicação e Utilizar diferentes registros gráficos — desenhos, esquemas, escritas numéricas — como recurso para expressar ideias, ajudar a descobrir formas de resolução e comunicar estratégias e resultados (p. 56).

Além dos objetivos os Parâmetros Curriculares Nacionais (1º e 2º ciclos) apresentaram sugestões de tarefas que possam contemplar tais objetos, mediante o exemplo que segue:

Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Analisando-se esses problemas, vê-se que a resposta à questão formulada depende das combinações possíveis; no segundo, por exemplo, os alunos podem obter a resposta, num primeiro momento, fazendo desenhos, diagramas de árvore, até esgotar as possibilidades: (P, R), (P, A), (P, C), (B, R), (B, A), (B, C):



Esse resultado que se traduz pelo número de combinações possíveis entre os termos iniciais evidencia um conceito matemático importante, que é o de produto cartesiano. Note-se que por essa interpretação não se diferenciam os termos iniciais, sendo compatível a interpretação da operação com sua representação escrita. Combinar saias com blusas é o mesmo que combinar blusas com saias e isso pode ser expresso por  $2 \times 3 = 3 \times 2$ . (p. 73).

Como veremos no próximo eixo, as orientações previstas nos PCNs no que tange às tarefas foram muito bem assimiladas pela maioria dos autores de livros didáticos de matemática ao reproduzir o exemplo acima ou com pequenas adaptações, cujo fato pode ser observado com recorrência.

Nesse sentido torna-se evidente a importância do domínio do professor de matemática acerca da relação com o objeto de ensino Análise Combinatória, percebendo a sua constituição ao longo da história, as relações que estabelece com outros objetos matemáticos, a sua transacionalidade ao longo do currículo em todos os níveis do ensino, e que pode ser iniciado com os processos mais simples de contagem, como o princípio aditivo e multiplicativo até se alcançar a sua formalização.

Neste eixo ainda vamos discutir e analisar o processo de como aconteceu a escolha do objeto, os problemas que enfrentamos para que os sujeitos reconhecessem as suas limitações na relação com o objeto, as estratégias que utilizamos para vencer o receio dos sujeitos em se exporem e como elegemos as questões que relacionam o objeto com a maneira de agir e pensar do professor. E, no próximo eixo, vamos continuar com a discussão analisando as condições que tivemos para o PER.

## CAPÍTULO 5 – Da análise aos resultados da pesquisa

*“Tudo que é dito, tudo que é expresso por um falante, por um anunciador, não pertence só a ele. Em todo o discurso são percebidas vozes, às vezes, infinitamente distantes, anônimas, quase impessoais, quase imperceptíveis, assim como as vozes próximas que ecoam simultaneamente no momento da fala”. M. Bakhtin*

### 5.1 – Situando a apresentação

Neste capítulo, apresentaremos as análises dos dados alcançados nas empirias realizadas nos percursos de formação, tanto do Estudo da Aula Simulada bem como do Percurso de Estudo e Pesquisa. Enfatizamos que o propósito dessas análises é evidenciar a compreensão da relação do professor com o saber matemático e as práticas mobilizadas em sua ação na relação pedagógica e a partir dos elementos teóricos já adotados, para confrontá-los e assim criar mecanismo para a transformação/mudança do processo de ensino da matemática.

Neste sentido, no transcorrer do capítulo, apontaremos encaminhamentos factíveis e imperiosos que nos ajudaram a refletir sobre o campo da formação de professores que ensinam matemática.

Esclarecemos que, de antemão, não temos a intenção de julgarmos a forma de como os sujeitos elaboraram e apresentaram suas aulas, o conteúdo das suas falas, bem como as suas competências e capacidades manifestadas durante os percursos de formação/investigação. Pretendemos, no entanto, entender a maneira como agem diante da atividade matemática, as construções e movimentação de práticas, ou seja, queremos assimilar maneiras de agir e pensar do professor em ação e verificar possibilidades que possam auxiliar o professor.

Neste sentido, vamos questionar características da relação do professor com o saber matemático que, no primeiro percurso de formação, deteve-se ao estudo da aula simulada e, no segundo, a investigação sobre o objeto de ensino Análise Combinatória desenvolvidos no percurso de estudo e pesquisa, realizado durante a formação continuada, e assim, compreendermos como agem da forma que agem. Por que fazem de tal modo? E se houve resistência em mudar a relação com o saber diante das dificuldades apresentadas?

As dinâmicas que utilizamos, ao pensar sobre as questões, passaram primeiramente em compreendermos os discursos (discurso em ação, como justificativa, explicação do que faz e do por que faz) dos sujeitos desta pesquisa. Para isto, levamos em consideração todo o contexto, as falas, os gestos, as ilustrações, analogias, comparações, os registros escritos e orais, ou seja, todos os meios utilizados para comunicação que conseguimos construir no interstício dos percursos de formação.

Em nosso caso, analisaremos os discursos produzidos pelos sujeitos, esses discursos são das falas, as quais transcrevemos a partir dos vídeos, bem como, das entrevistas, dos questionários, enfim, todos os registros que conseguimos obter durante a investigação.

Após as observações dos encontros, fizemos recortes que, a nosso ver, se tornaram imperiosos para as análises considerando os aportes teóricos assumidos, as questões levantadas, a temática e os objetivos da pesquisa e segundo os eixos norteadores que, como dito, emergiram do processo investigativo, que são:

- **Ensaio inicial: da relação dos sujeitos com os saberes matemáticos dos 6º e 7º anos do ensino fundamental** (adição, subtração, multiplicação, divisão, frações, potenciação e radiciação no conjunto dos números naturais, mínimo múltiplo comum, máximo divisor comum, números primos, área e perímetro do retângulo e do quadrado) identificamos modelos seguidos pelos sujeitos na relação com o saber e apontamos encaminhamentos que possam levá-los a mudar a sua relação sobre o papel do professor e a natureza do ensino da matemática;
- **Os conhecimentos mobilizados nas aulas dos sujeitos do EAS: maneiras de agir e pensar dos sujeitos face ao saber matemático:** tomamos como parâmetro para tecermos as análises, os conhecimentos do conteúdo, do currículo e pedagógico do conteúdo referenciados pelo “conhecimento base para o ensino” e as organizações matemáticas e didáticas à luz da TAD, por entendermos que ambos evidenciam o papel do professor na sua relação epistemológica que é essencialmente pensar a relação com o saber como os conhecimentos que serão mobilizados na sua prática com as condições desejáveis a tornarem um objeto ensinável. Assim, no intermeio das análises vislumbramos elementos que possibilitam propor maneira de agir e pensar para que possam resultar em novas relações com o saber que será demonstrada pelo professor em

situação de manipulação do saber para explicar ou justificar novas práticas;

- **Alterando a relação com o saber:** Momentos dos encontros que revelaram possibilidades de mudanças da relação dos sujeitos frente ao ensino de matemática, a própria matemática e sobre o conjunto mínimo de maneira de agir e pensar para a profissão docente;
- **Modelo transacional-articulador:** Sintetiza os processos dos percursos de formação concernente à maneira de agir e pensar sobre o saber matemático materializado pelo objeto de ensino Análise Combinatória, considerando suas faces quando movimentado no currículo ao longo dos vários níveis escolares, bem como, as articulações estabelecidas com outros objetos de ensino e as implicações com as epistemologias docentes.

Para a construção dos eixos acima, tomamos como base a transcrição de episódios das aulas do percurso de formação EAS e as falas que emergiram nas discussões e debates realizados durante o percurso de formação PER, os quais julgamos imperiosos para a análise já que podem indicar possíveis resultados desta pesquisa.

Quando necessário, para efeito de legitimidade e ilustração, faremos transcrição das falas, bem como de trechos de livros didáticos e de outras obras que foram utilizadas na construção do roteiro das aulas. Dito de outra forma serão utilizados todo e qualquer material empregado na elaboração de suas organizações matemáticas e didáticas assim como, os destaques realizados no PER. Esses episódios serão confrontados com as teorias que assumimos na interlocução com a compreensão alcançada, e assim, podemos apresentar os resultados que contemplem os objetivos da pesquisa.

A seguir passamos a analisar o material empírico construído ao longo dos percursos de formação. Destacaremos que os dois primeiros eixos já anunciados versaram primordialmente sobre o percurso de formação EAS e teceremos encaminhamentos no sentido de ampliar as análises dos demais eixos. As evidências detectadas no EAS sobre a relação do professor com o saber e os conhecimentos mobilizados na sua prática passam a constituir novas interpretações e modos de ver, que ajudaram ampliar a compreensão do nosso objeto de pesquisa e daí encaminhar em continuidade o PER.

## **5.2 – Ensaio inicial: Da relação dos alunos-professores com os saberes matemáticos no percurso do EAS**

Iniciaremos esta sessão dirigindo-nos ao sentido e à compreensão da relação do professor com o saber matemático e, por isso, retomaremos de forma breve a questão da relação com o saber.

Recorrendo a Charlot (2000, p. 78), “a relação com o saber é a de um sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros”. Em outras palavras, a relação com o saber é a que acontece com o mundo como conjunto de significados e como espaço de atividades que se inscrevem no tempo.

Neste sentido, a relação com o mundo se configura como sendo a condição que o homem percebe através do que é dado a ele, evidentemente, havendo imaginação, e reflexão desse mundo, por meio do que ele deseja e do que ele sente. A relação com ele mesmo é necessária para apropriar-se do mundo e apoderar-se dele materialmente e perceber que ele não é apenas um conjunto de significados, mas também um horizonte de atividades. Assim, a relação com o saber configura-se pelo fato a fim de que a apropriação do mundo, construção de si mesmo e a inscrição em uma rede de relações com os outros. Ou seja, o aprender necessita de tempo e jamais acaba. Por isso, a relação com o saber é pessoal, pois ninguém reflete pelo outro, nem aprende pelo outro, todavia a relação com o saber também é institucional, porquanto é ela que conforma e reconhece esse saber como produto das práticas sociais, conforme ensina Chevallard (1989, 2003).

Do exposto até o momento, entendemos que a relação do professor com o saber matemático requer considerar as limitações que o observador tem em identificá-las, seja em função da relação que ele mantém com as atividades de ensino, seja em função do tempo de experiência que tem com as práticas, como também pelas condições da instituição de ensino em que atua e principalmente pela relação que mantém com as instituições formadoras. E tudo isso perpassa por um processo dinâmico que deve ser levado em consideração parecendo plausível que a interferência em alguns dos aspectos impacta outros. No entanto, o que se buscou foi uma compreensão das manifestações compartilhadas pelo coletivo.

A relação com o saber matemático pelo professor em sua prática surge em nossos questionamentos ao observar nos discentes a limitação e as dificuldades em construir um discurso coerente e consistente capaz de reconhecerem as várias faces de um objeto de ensino, articularem este objeto com outros, questionarem o sentido de ensinar este objeto, ou seja, se darem conta de suas problemáticas como professor à luz do paradigma do questionamento, conforme Chevallard (2009e).



Como dito, analisaremos a relação com o saber matemático dos alunos-professores que foram sujeitos dessa pesquisa como uma questão inserida na Didática da Matemática, com a perspectiva de compreender (a) Como o sujeito se relaciona com saber matemático? (b) Como domina as atividades matemáticas? e (c) Em que perspectiva da relação com o saber pode contribuir para a didática da matemática?

Essa última questão especificamente segundo Chevallard (1989) precisa ser considerada a partir da perspectiva de que o conceito de relação com o saber não abre um novo setor a ser explorado, não inaugura uma nova especialidade no campo da didática, a qual pudesse corresponder a uma literatura especializada. Ela permite reformular e reproblematicar inúmeras questões já trabalhadas (ou, no caso de algumas, não trabalhadas, por serem vistas até então como transparentes) e suscita, além disso, questões até agora inéditas, uma vez que não eram formuláveis na conceitualização antiga.

Compartilhamos com o ponto de vista acima e, por isso, não temos a intenção de acrescentar este conceito de relação com o saber matemático a outros construídos pela Didática da Matemática como a transposição didática, práticas de referência, contrato didáticos, situações didáticas e outros, mas chamar a atenção para a possibilidade de lançarmos um novo olhar sobre as maneiras de agir e pensar dos professores de matemática.

Para expormos os argumentos a respeito do que podemos observar no que tange a relação do professor com o saber matemático, vamos, quando entendermos pertinente, apresentar a posição em que estes sujeitos estão situados, o ambiente em que atuam e os modelos de referências que são utilizados como suportes para desenvolverem as suas práticas.

Então, vamos iniciar as reflexões falando de fragmentos de maneiras de agir e pensar dos alunos-professores com os saberes matemáticos, desenvolvidos em suas apresentações, envolvendo subtração com os naturais, fração e potenciação. Queremos ratificar que este eixo de análise da pesquisa tem como objetivo preponderante compreender como o professor se mobiliza ao abordar os objetos de ensino acima indicados.

Feito estes esclarecimentos vamos começar apresentando aspectos de como foi construído ou pensado o texto de saber, a organização matemática e as situações didáticas criadas pelos sujeitos.

Evidenciamos que nas primeiras aulas, o modelo de referência seguido pelos sujeitos estava pautado na reprodução *ipsis litteris* do livro didático de matemática. Ou

seja, o texto de saber por eles construídos eram transcrições diretas do que são abordados nos livros didáticos.

Em um dos momentos em que pudemos observar a situação acima mencionada foi o caso da aula sobre o objeto de ensino fração. Nesta apresentação o sujeito (D), iniciou definindo a fração como parte de um todo (discreta), e em seguida reproduziu no quadro tanto a definição quanto o exemplo que aparece no livro didático da Editora Scipione “construindo consciências” matemática para 5ª série (6º ano), página 110, dos autores Jackson Ribeiro e Elisabeth Soares, vejamos:

A **figura 02** a seguir está dividida em partes iguais. João pintou algumas dessas partes.



**Fonte:** Representação de fração apresentada pelo sujeito (D) no percurso do EAS.

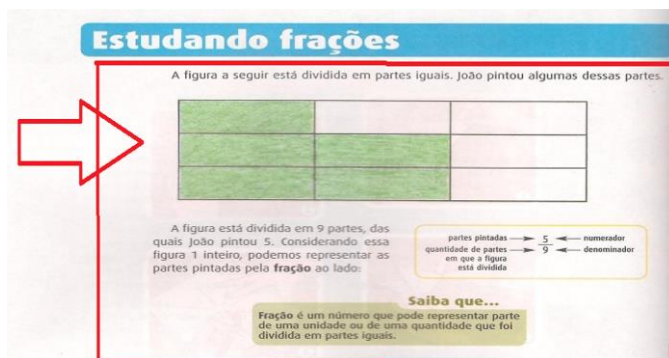
“... a figura está dividida em 9 partes, das quais foram pintadas 5 partes. Considerando esta figura 1 inteiro, podemos representar as partes pintadas pela fração abaixo” [reprodução do texto de saber pelo sujeito (D) na lousa, conforme a obra citada]:

$$\frac{5}{9} \begin{array}{l} \text{numerador} \\ \text{denominador} \end{array}$$

**Definição:** Fração é um número que pode representar parte de uma unidade ou de uma quantidade que foi dividida em partes iguais. [reprodução do texto de saber pelo sujeito (D) na lousa, conforme a obra citada].

Agora, vejamos como o trecho acima está na obra mencionada anteriormente.

**Figura 03**



**Fonte:** Representação de fração apresentada no livro didático citado acima.

Dos fatos mostrados, vamos analisá-los fazendo os seguintes questionamentos: Será que essa maneira de reproduzir, na aula, o livro didático dá-se em função de quais aspectos? Por que eles agiram desta forma? Este modelo continua por quê?

Para responder o primeiro questionamento, em se tratando de professores iniciantes, percebemos que o modelo seguido, no que tange a preparação do texto de saber e a reprodução do livro didático, se aproximam das práticas de alguns professores que participaram da sua formação durante o Curso de Licenciatura em Matemática e de muitos daqueles que tiveram, como professores, no ensino básico. Por isso, é razoável compreender que o mais coerente, para um sujeito que vivencia certa prática, e não é levado a refletir sobre ela, é reproduzi-la. Neste ponto, enfatizamos que não estamos atribuindo a consequência da problemática aos formadores e muito menos aos sujeitos desta pesquisa, pois estes últimos são tão vítimas quanto os primeiros. Entendemos que se o problema é da formação a responsabilidade deve ser imputada aos modelos postos que apenas reproduzem o *status quo*.

O exposto deixa em evidência a ausência de relação com o objeto matemático de uma dada posição do sistema escolar, já que o recorrente é a repetição do livro, única referência para aquela posição escolar que se encontra disponível. Não há o questionamento do objeto de ensino e de sua vida no currículo, tudo está posto pela pedagogia como método de ensinar fração para aquele nível de ensino.

Quanto à segunda e terceira questões podemos começar pela concepção que estes professores têm de ensino e de matemática. Com efeito, no que tange à visão de ensino pelos alunos-professores, percebemos a forte evidência de que eles apresentam, no mínimo uma inclinação à concepção acadêmica. Nesse caso, segundo Sacristán (1998), o ensino é, em primeiro lugar, um processo de transmissão de conhecimentos e de aquisição da cultura pública que a humanidade acumulou, e a figura do professor é de um especialista nas diferentes disciplinas que compõem a cultura, e sua formação está circunscrita ao domínio da disciplina cujos conteúdos deve transmitir. Esta opinião apesar de ter sua relevância, não pode se omitir a denotação produzida na seara acadêmica que difunde esse discurso e que acaba sendo adotado pelas instituições de ensino como justificativas pelo insucesso do ensino. Ainda, podemos acrescentar, que há uma visão arraigada na sociedade, em que o saber científico por si só é capaz de desenvolver o pensamento racional do sujeito, portanto, não poderíamos esperar atitudes diferentes dos

alunos-professores se as condições que lhes são postas convergem para o que foi apresentado.

Corroborando com as práticas reprodutivistas já anunciadas e com a intenção de reforçarmos a nossa posição de que é possível por meio dos percursos de formação, quando estes partem do questionamento do saber, que os sujeitos envolvidos venham alterar a sua relação com o saber remetemos a seguinte observação: se consideramos as práticas de onde este sujeito está inserido, são grandes as possibilidades que elas possam influenciar na sua maneira de ver e, portanto, quando estiverem envolvidas em situações parecidas, tendem a reproduzi-las, conforme o assento em que estiver (BOURDIEU e PASSERON, 2011).

Além do reflexo do texto de saber do qual acabamos de evidenciar, discorreremos ainda sobre a fala e ao trecho de uma das apresentações, para depois tecermos as nossas análises, vejamos<sup>15</sup>: *...querendo ou não querendo é necessário que exija dos professores agora para quando eles forem dar aula **saberem um pouco de abstração** para conseguir fazer uma boa aula, porque senão eles vão sentir dificuldades como eu senti na matemática.* [fala do sujeito (B)], (destaque nosso).

Trecho da aula apresentada pelo sujeito (B). *...Sejam dois números naturais quaisquer, com o primeiro maior ou igual ao segundo,...*

*...Ex:  $9 \rightarrow$  o primeiro número é  $5 \rightarrow$  o segundo número. Podemos encontrar um terceiro, que adicionado ao segundo, dá como resultado o terceiro.  $5 + 4 = 9 \Leftrightarrow 9 - 5 = 4$ , em que 9 é o minuendo, 5 o subtraendo e 4 a diferença,...*

Dando continuidade, comenta oralmente que a “soma de dois naturais é sempre um natural” destacando o fechamento da adição no conjunto dos números naturais, e faz a seguinte representação, ... “o que na subtração não vale, ex:  $6 - 10 = -4 \notin \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .”

Então, é notório pelas manifestações destes sujeitos, que a maneira de ver e conceber a matemática acaba por influenciar nas suas relações com o saber. Com efeito pudemos observar que o uso recorrente de simbologias e jargões próprios do âmbito acadêmico foi reproduzido literalmente, e mais, quando questionados, apresentam respostas que confirmam que o uso foi intencional, pois creem que para os alunos

---

<sup>15</sup> Ressaltamos que fizemos uma inversão da ordem em que os fatos ocorreram, ou seja, a fala foi uma resposta dada pelo sujeito (B), quando questionamos sobre a maneira utilizada por ele para ensinar a adição e se esta maneira seria apropriada, considerando que se tratava do objeto de ensino adição voltado para a realidade do 6º ano do Ensino Fundamental.

aprenderem matemática eles devem dominar a abstração e o rigor matemático, desde os primeiros anos escolares.

Faz-se necessário neste instante, esclarecer que não estamos querendo dizer que não devem se utilizar de tal forma de representação das noções e das estruturas matemáticas, mas manter o cuidado de usá-las, em consonância com o caso concreto suscitado e com a finalidade do estudo do objeto; será que se questionou para quem estava se ensinando e o que era importante ensinar, assim, chamamos a atenção para a maneira de agir e pensar do sujeito em questão.

Retomando a fala acima, e também considerando as representações, encontramos indícios da maneira de agir e pensar dos sujeitos, que reforçam a tese de que o saber matemático é independente da vontade do sujeito, ou seja, não há preocupação e necessidade de questioná-lo.

Voltamos ao destaque da fala, [...**saberem um pouco de abstração para conseguir fazer uma boa aula...**]. Fazemos o seguinte questionamento, até que ponto a abstração ajuda na compreensão dos conceitos em se tratando de conteúdo do 6<sup>o</sup> ano? E mais, como explicar a abstração?

Outro ponto a considerar é o uso da implicação na seguinte situação [ ...  $5 + 4 = 9 \Leftrightarrow 9 - 5 = 4...$  ], será se foi usado no sentido de reversibilidade? Caso positivo, foi intencional? Na segunda representação, o uso da inclusão dos naturais em outros conjuntos, [...  $-4 \notin \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}...$  ]. Será que a intenção foi mostrar a importância do conhecimento horizontal do conteúdo? Ou dizer que ela existe em outros conjuntos?

As questões acima podem se desdobrar em várias outras dependendo da posição de quem está analisando e da relação que se pretende estabelecer com outros saberes matemáticos. No entanto, aqui nos limitaremos a comentar o que pudemos detectar consoante à temática em pauta. Percebemos, então, uma certa incompreensão e muita incongruência no discurso que utilizaram na tentativa de explicar as construções feitas. Possivelmente isso tenha ocorrido por manterem uma relação com o saber matemático restrita a atividade que estavam desenvolvendo, e como não há pistas de discurso que justifiquem o que fizeram, o entendimento deles é transparente, no sentido de não se darem conta da necessidade de construir explicações coerentes e consistentes.

Nessa direção, pudemos observar não só nos momentos já citados, mas em outras situações da prática dos sujeitos e, de forma explícita, quando ao apresentarem os objetos matemáticos não tinham uma praxeologia completa, ou melhor, a relação entre os professores e os objetos em grande parte se restringe ao saber-fazer (*práxis*) e o saber-

explicar (*logos*), não se manifestou, tendo em vista que eles próprios criaram situações embaraçosas.

Neste sentido, Chevallard (2009a) enfatiza que uma característica essencial de Praxeologia é que na perspectiva antropológica, é praticamente impossível existir uma *práxis* que não seja acompanhada por um *logos* ou, em outras palavras, a *práxis* (saber-fazer) e o *logos* (saber-justificar).

Considerando o que está sendo relatado consoante o saber-justificar na posição que os sujeitos se encontram não se faz visível. A este respeito cabe ressaltar que se analisarmos profundamente o saber matemático no nível escolar, pensar o *logos* do ponto de vista teórico, ou seja, buscar um discurso tecnológico-teórico que justifique a técnica utilizada para resolver tarefas deste nível, é prudente afirmar observando o modelo, não é exequível.

Então, esclarecendo que o discurso que referimos é no tocante a coerência e consistência do ponto de vista didático, já que do ponto de vista matemático é pouco provável, não pela competência do professor, mas pelas próprias condições da matemática.

Assim, pudemos constatar que quando os sujeitos produziam o discurso oral sem apoio das anotações se torna confuso e, portanto, a justificativa ficou comprometida, mesmo no caso de situações elementares, por exemplo, esta situação pode ser constatada quando o saber matemático fração foi movimentado. Em que pese as definições desse objeto alcançar uma quantidade não inferior a quatorze maneiras, segundo Rizo e Campistruos (2013) e, portanto, não sendo tão simples a forma como foi abordada tornou-se confusa, como também não ficou claro se fração é um número ou um quociente na perspectiva de racional e também não ficou inteligível a distinção entre fração discreta e fração contínua. Neste ponto a relação deste sujeito com o objeto fração mostrou-se limitada.

Outro ponto observado foi a valorização dada às operações fundamentais dos números naturais, essa valorização parece ser uma preocupação, efeito do modo como as práticas da maioria dos professores têm sido adotadas nas suas disciplinas, e que de algum modo se configura como elemento estruturante da relação do professor com estes saberes matemáticos que eles tem acerca dos cálculos, das “contas” como eles mesmo dizem.

Essa preocupação com os cálculos, como se isso fosse o mais relevante da matemática, não queremos dizer o contrário, porém, não é, a nosso ver, o domínio mais importante para desencadear possibilidades a potencializar competências e habilidades

relacionadas à compreensão da matemática. Possivelmente, isso vai ao encontro à crença que muitos professores de matemática têm, quando acham que os alunos do ensino fundamental, médio e até mesmo da universidade apresentam dificuldades em aprender a matemática por não terem, o que eles rotularam de “base”. O nosso entendimento é de que esse aspecto é necessário, mas não suficiente para uma visão mais geral da disciplina.

Como assevera Bosch e Gascón (2006), para que certo conhecimento seja ensinado na escola é necessário um *labor transpositivo* que possibilite algo que não foi criado para a escola, no caso, não só a matemática acadêmica, mas aquelas de origem das práticas sociais, devem sofrer as mudanças necessárias para poderem ser (re)construídas dentro da escola. Com efeito, o processo de transposição didática começa longe da sala de aula da educação básica, e a escolha dos corpos de saberes que se deseja desenvolver.

Portanto, uma vez realizada a escolha, se gera um tipo de labor claramente criativo, não uma mera transferência, adaptação e simplificação, que se pode descrever como um processo de desconstrução e reconstrução dos diferentes elementos desses saberes, com o objetivo de fazê-los ensinável, mas chamando atenção para a preservação da sua estrutura e funcionalidade, isto é, a vigilância epistemológica sobre o saber, segundo Chevallard (2009b).

Não podemos esquecer de que o trabalho transpositivo tem interferência de um grande número de agentes que compõe a chamada noosfera, Chevallard (2009b). Tudo isso sob condições históricas e institucionais que são muito complexas de se compreender mas, necessárias para que o ensino seja possível. A limitação mais forte ocorre quando o processo de transposição não é capaz de manter e recriar uma possível “razão de ser” dos saberes que a escola se propõe a transmitir. No entanto, como já observamos pelos modelos predominantes, esta recriação da razão de ser dos saberes matemáticos no seio das instituições ainda está muito distante de acontecer tendo em vista que quem poderia de fato alterar possui poucas condições para fazê-lo.

No caso dos saberes que nos referimos, podemos lançar os seguintes questionamentos: Por que são tão importantes as frações? Para que servem as propriedades de uma operação como a potenciação? Por que necessitamos das subtrações?

Assim, é possível percebermos que os questionamentos acima, pelo que foi evidenciado não são levantados durante a formação desse professor e por consequência o mesmo não apresentou a diligência profissional capaz de construir a sua própria versão didática. De fato, parece ser cada vez mais forte os indícios de que só se faz bem aquilo

que se aprendeu bem, em outros termos, saber ensinar, transcende ao domínio de conteúdo. Neste sentido, Shulman (1986) já apontava para esta direção, e assim vislumbramos que, *compreender a relação do professor com o saber matemático nos termos que estamos a apresentar é mudar a visão de mundo, a visão de si mesmo, a visão da matemática, ou seja, esta outra maneira de conceber a relação com o saber implicará por consequência a transformação no ensino.*

O que acabamos de propor tem assento na TAD, pois partimos do princípio de que o saber matemático se constrói como resposta ao estudo de questões problemáticas, aparecidas como as que mencionamos. Daí, este resultado depende do processo de estudo que deve ser discutido, da intencionalidade para formação inicial e continuada, para não correr o risco de esperar que o profissional dê conta do seu papel que é encontrar a maneira coerente de levar o sujeito de saber ao encontro do saber, quando este vir a exercer a prática, o que poderia levar tempo. Sem levar em consideração que para tomada de tal consciência, pressupõe haver a reflexão na ação e sobre a ação, como advogam Schön (1987), Alarcão (2010) e Clandinin (1986).

Neste sentido, o raciocínio acima sobre a reflexão se amplia, se considerarmos um detalhe simples, mais de uma relevância ímpar, isto é, a premissa é compreendermos que reflexão pressupõe questionamento, e questionamento por sua vez pressupõe pensar sobre alguma coisa e, no nosso caso, a coisa é o saber, mas como vimos os modelos reprodutivista e monumentalista Chevallard (2005) que ainda são hegemônicos, não se preocupam em arguir sobre o saber, portanto, se depender do sujeito se ele dá conta do seu papel durante a sua prática, é no mínimo razoável, afirmarmos que não podemos garantir, quando e como a tomada de consciência se efetivaria.

Este processo de refletir sobre o saber matemático escolar, enquanto atividade que conduz a (re)construção de conhecimento para ensinar matemática, deveriam fazer parte das atividades matemáticas nos cursos de formação de professores que ensinaram matemática. Embora, temos a clareza que fazer matemática não consista unicamente em estudar matemática para resolver problemas e tarefas. Isto indica um paralelismo estreito entre a atividade matemática como processo de estudo e o saber matemático como resultado deste processo. Portanto, compreendemos que a matemática escolar, assim como a matemática do matemático pode ser às vezes uma atividade e o produto dessa atividade.

Consideramos com isso, que os discursos analisados no início dos percursos formativos, indicaram a permanência de uma concepção mais fortemente tradicionalista



do que alternativa. Tanto o conteúdo, a ser ensinado, quanto as abordagens mais adequadas para tal segue um currículo internalizado, impermeável a alterações, estabelecido pelo professor a partir das experiências que ele considera relevantes, adequadas, corretas, positivas.

Finalizamos este eixo com a seguinte observação: a discussão que realizamos sobre a relação dos sujeitos com o saber matemático a qual destacamos como resultado os modelos reprodutivista e o monumentalista, foram evidenciados com mais vigor no início do percurso de formação do EAS. Com o avançar deste percurso, após aprofundamento e estudo, foram se formando novas perspectivas na relação com o saber. Portanto, apesar de continuarem presos aos modelos hegemônicos, foi possível constatar inclinações propensas a mudanças. Assim, voltaremos a nos debruçar sobre este ponto no terceiro eixo, no qual mostraremos evidências de mudanças de posição dos sujeitos, tanto no EAS quanto no PER.

### **5.3 - Os conhecimentos mobilizados nas aulas dos sujeitos do EAS: maneiras de agir e pensar dos sujeitos face ao saber matemático**

Nesta parte do trabalho, logo de início destacamos alguns momentos da investigação que mostram, por um lado, certa superficialidade do conhecimento para o ensino de matemática, mas que, por outro lado, nos dão pistas que apontam para possíveis potencialidades a serem desenvolvidas, e se bem compreendidas podem contribuir para ascensão desses repertórios de conhecimento que julgamos desejável aos professores, para que eles diante das suas práticas tenham maiores possibilidades de efetivarem maneiras de difundirem o ensino de matemática.

Assim, com a intenção de dinamizar as análises que teceremos neste eixo, iniciaremos com algumas questões: Qual ou quais conhecimento(s) é (são) mobilizado(s) na prática do professor? É possível na relação com o saber, dissociar os conhecimentos docentes? como apregoam Tardif (2003), García (2006), Shulman (1986), Gauthier (1998), Perrenoud (2002), Masetto (1998), Braslavsky (1999) e Freire (2000). De antemão, ressaltaremos que a maioria dos autores, com exceção de Shulman e García, não usam exclusivamente o termo conhecimento, ou seja, não diferenciam conhecimentos, saberes, capacidades e competências.

Neste contexto, um fato a considerar é que majoritariamente parte da comunidade de educadores matemáticos concordam com a posição de que os conteúdos são

relanvantes para o ensino, e acrescentam ainda que o discurso construído sem fundamentos substanciais, coerentes e consistentes, parece ser no mínimo questionável.

Esse questionamento constitui a compreensão do conteúdo como elemento substancial para compor um discurso coerente e consistente para o conhecimento, mesmo que os conhecimentos do professor sejam vagamente definidos se levamos em consideração o referencial já anunciado anteriormente. Portanto, consideram que naturalmente as licenciaturas ou os cursos de formação específica teriam que desempenhar essa função. Só esqueceram, neste caso, de um detalhe de valor capital, que se refere aos conteúdos para o ensino, e assim, o conteúdo que a maioria desses cursos aborda não é aquele que o professor efetivamente desenvolve nas salas de aula da escola básica e tão pouco é construída uma articulação com o que é estudado e o que será ensinado.

Para termos análises sobre os conhecimentos mobilizados pelos sujeitos no EAS, vamos partir do pressuposto de que podemos categorizar os conhecimentos docentes, em particular aqueles que tenham relação direta com os objetos de ensino (conteúdos) e, para isso, assumiremos de antemão os três conhecimentos elaborados por Shulman (1986) a saber: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento do currículo. Aqui cabe um destaque: quando estivermos colocando a nossa interpretação, vamos utilizar o didático em vez de pedagógico<sup>16</sup>.

Neste contexto, destacamos que falar de ensino é por consequência falar em aprendizagem, afinal, a intensão do ensino é alcançar a aprendizagem, daí que quando utilizarmos a classificação proposta por Shulman (1986,1987) vamos nos deter naquela que tem contornos com o ensino.

Um dos aspectos que nos chamou a atenção em nossa investigação foi que a argumentação do discurso utilizado durante as apresentações pelos sujeitos do EAS, com o fito de comunicarem os saberes, são carregados de incoerência, ambiguidades e inconcistência da relação com o saber, e isto, como veremos poderá indicar a vulnerabilidade do repertório de conhecimentos dos sujeitos mediante a sua prática, vejamos as seguintes falas:

---

<sup>16</sup> pelo fato de compreendermos o que está em jogo, como é ensinado os objetos matemáticos e como estes poderiam ser ensinados, porquanto falar em didático é falar em ensino, e falar em ensino é ter algo a dizer sobre um objeto, e tudo isso só faz sentido se houver uma intencionalidade por parte do interlocutor (professor)

a) [ ... *eu tenho cinco laranjas e Paulo tem duas. Com quantas fica Paulo?...*] (fala do sujeito D). O contexto que emergiu esta fala foi quando o sujeito buscou criar uma situação concreta para ilustrar uma maneira de resolver a tarefa de subtrair ( $225 - 73$ ) e, portanto, no seu discurso busca por meio da fala, contextualizar ( $5 - 3$ ). Só que da maneira colocada por ele não é possível saber o que realmente está querendo e mesmo considerando o contexto, ainda assim, passa uma mensagem no mínimo ambígua. Foi possível perceber que neste caso não se trata de falta de conhecimento do conteúdo, ou do currículo, mas a falta de cuidado no discurso, deixa a evidência da falta de atenção e coerência na apresentação. Outrossim, a criação do contexto não foi explorada de maneira adequada, deixando fortes indícios de que não havia uma intencionalidade explícita sobre o saber matemático que estava manipulando. Continuando por esta linha de raciocínio, trazemos mais uma fala explicitada durante a aula em que o sujeito C começa apresentando uma situação para falar como surgiu o objeto fração, assim segue:

b) [ ... *quando uma pessoa precisa comprar um quilo e meio de arroz, meio quilo de carne, como ele faz para juntar?... Então, para resolver este problema, surgiu a partir do conjunto dos números naturais a forma de como representa as quantidades que não podem ser inteiras...*] ( fala do sujeito “C”). Ainda, sobre esta mesma aula sobre fração destacamos mais duas falas que julgamos importantes para enfatizar aspectos do conhecimento mobilizado na ação do sujeito ao manipular o objeto supracitado.

c) [ ... *mais a frente a ideia de fração será ampliada com o conceito de razão que é o todo pela parte...*] (fala do sujeito “C”). O contexto indica a intenção de relacionar o objeto fração a outro objeto que no caso é a razão. E por último, sobre este objeto trazemos a seguinte fala:

d) [ ... *a fração tem dois nomes: o numerador que é a parte pintada e denominador, o todo.*] (fala do sujeito “C”). Esta fala vem à tona quando se discutia a ideia de definir a representação de uma fração. E para finalizar esta exposição de falas, apresentamos mais duas sobre o objeto potenciação. Que são:

e) [ ... *vamos utilizar muito essa propriedade em outra operação matemática que é a radiciação...*] (fala do sujeito “B”). Esta fala é para justificar a importância da propriedade potência de um produto  $(a^m)^n = a^{m.n}$ , quando argumentava sobre as propriedades da potenciação no conjunto dos números inteiros.

f) [ ... *$(a+b)^n$  um produto notável que será visto mais na frente ...*] (fala do sujeito “B”). A situação que emergiu esta fala, foi quando argumentou para não confundir  $(a.b)^n$  com  $(a+b)^n$ .

Alinhavados os episódios que julgamos pertinentes para delinear as análises, queremos sublinhar que as questões que levantamos e levantaremos sobre a argumentação e o discurso/falas produzidos podem se desdobrar em múltiplas possibilidades de discussões e interpretações dependendo do marco teórico, porém, teceremos as análises no que tange aos conhecimentos mobilizados pelos sujeitos com suporte no “conhecimento base para o ensino” e na TAD.

Com a intenção de compreendermos a prática dos sujeitos, realizaremos a partir deste momento as seguintes questões: O que levaram os sujeitos agirem dessa forma? Quais as consequências do uso desses argumentos na aprendizagem dos alunos? Qual o significado da matemática para os alunos quando se desenvolvem o ensino da matemática nesses termos? Em que aspectos os formadores desses sujeitos contribui para que isto ocorresse? Que medidas podem ser tomadas para reverter a situação posta? Então, qual ou quais conhecimentos se fazem necessário ao professor para que as situações já anunciadas sejam contornadas? Essas e outras questões emergem dessas situações.

Os episódios (falas) descritos, não são fatos que aconteceram isoladamente, por exemplo, com alunos-professor em formação do EAS, mas que também pudemos detectar ao acompanhar a observação dos alunos durante os Estágios Supervisionados. E neste ambiente foi possível perceber que a dificuldade para conseguir construir discurso coerente e consistente nas práticas dos professores é recorrente. Neste ponto, referente ao discurso produzido pelo professor na relação com o saber, parece que ainda está sendo pouco explorado, pois os conhecimentos do conteúdo, do currículo e do pedagógico, ao menos de forma explícita, não se discute. No entanto, veremos ao longo das análises, e que mostraremos a partir das reflexões consubstanciadas ao longo dos percursos de formação, indícios de como é possível atacar a problemática do discurso.

Averiguando sobre as falas dos sujeitos, na relação com o saber matemático as quais já destacamos, eles mostraram de maneira global, pouco domínio do conhecimento do conteúdo, o que pode ser entendido como a competência em relacionar-se com o objeto e apresentar uma versão deste objeto compreensível e coerente com as práticas sociais em que ele sobrevive. Porém, observamos que estes sujeitos enxergam os objetos matemáticos apenas como ferramenta para resolver as tarefas sem que saibam, objetivamente, explicar por que ensinar o objeto. Como ensinar o objeto? O que ensinar do objeto em cada nível de ensino? Ou a origem do que faz, conforme Ribeiro et al (2009).

Examinando as falas, ao expressar no item c) [... *que a razão é o todo pela parte...*], deixou a entender que a razão é um quociente entre um todo e uma parte deste, o que não se coaduna com a ideia aceitável de razão.

No item f) quando afirma-se que a expressão  $(a+b)^n$  é um produto notável, sem estabelecer as condições do “n”, indica outra incoerência, possivelmente poderia estar pensando no objeto Binômio de Newton, o outro objeto, porém da maneira que se expressa não fica compreensível o que pretendia alcançar, apesar da intenção ter sentido se houvesse observado as condições.

No item e) quando faz referência a propriedade da potenciação (potência de uma potência), considerando o público alvo, alunos do 7º ano, poderia anunciar como “regra” da potenciação e deixar para se tratar do termo propriedade no sentido formal das condições, ou seja, do ponto de vista da axiomática em momentos posteriores, também houve incoerência ao falar sobre a regra da “propriedade” potência de um expoente fracionário  $a^{\frac{n}{m}}$  com  $m \neq 0$ . Não temos dúvida de que  $\frac{n}{m}$  *poderia ser escrito com*  $n \cdot \frac{1}{m}$ , porém no contexto que estamos falando parece não ser o mais oportuno em fazer tal abordagem e isso foi reconhecido pelo próprio sujeito após ter refletido sobre a sua exibição referente a aula que abordou esse assunto. Neste sentido observe as seguintes falas: [... *não soube transmitir os conteúdos de forma correta...*], [... *no meu caso considero que falhei ao transmitir o conteúdo para as aulas do 6º e 7º anos*], e [...*eu acho que pequei muito e preciso melhorar bastante...*]. Esta última fala teve origem ao serem arguidos com o seguinte questionamento: Vocês consideram que tiveram domínio e segurança sobre o conteúdo apresentado nas aulas?

Com efeito, podemos perceber de uma maneira geral que o conhecimento do conteúdo sobre os objetos de ensino apresentados pelos sujeitos deixam pistas de inconsistência, incoerência e ambiguidades na relação com os objetos. Porém, entendemos que pela bagagem de conhecimentos acumulada por estes sujeitos e a posição em que eles se encontram, parece que o problema não é propriamente sobre a relação com o objeto, mas da maneira que interpretam, da interlocução que precisam estabelecer com o objeto para que o mesmo possa ser compreensível em cada nível de ensino, ou seja, o que podemos constatar foi a ausência de intencionalidade da transposição didática efetuada por estes sujeitos ao apresentarem suas aulas.

Com isso, entendemos que o conhecimento do conteúdo desvinculado de uma intencionalidade explícita em questionar o porquê de ensinar o objeto? Para quem ensinar

o objeto? E como ensinar o objeto? São premissas do fosso que existe entre o que o professor sabe e o que ele deveria saber para ensinar. No seio da TAD há uma preocupação no sentido de articular as organizações matemáticas às organizações didáticas, ou seja, pensar uma organização didática em termos da ação é pensar simultaneamente o objeto de ensino e as condições para difundir o conhecimento deste objeto.

Continuando esta discussão, em correspondência ao conhecimento do currículo os sujeitos revelaram em alguns momentos indícios de que este conhecimento docente faz parte de seu repertório, o que podemos conferir nas seguintes falas: [ ... *mais a frente a ideia de fração será ampliada com o conceito de razão*] (fala do sujeito “C”), e quando comparam a regra da potenciação  $(a.b)^n$  com  $(a+b)^n$ , [ ...*Isso será um produto notável a ser estudado mais a frente...*] (fala do sujeito “B”) em outro momento. Ao falar da subtração faz alusão às regras da adição como nesses trechos [ ...*as somas de dois naturais é sempre um natural,... o elemento neutro é uma propriedade que não pertence aos naturais, não vale na subtração...*] (fala do sujeito “B”). Portanto, colocando as incongruências sobre definições e conceitos atrelados ao discurso ingênuo, podemos afirmar que o objetivo do sujeito foi afirmar sobre a não existência do elemento neutro para a subtração no conjunto dos números naturais.

Então, podemos depreender que há ao menos indícios de conhecimento curricular, ou o conhecimento horizontal do conteúdo Shulman (1987), ou ainda, acena para possibilidades de articular o objeto em destaque com outros objetos de ensino.

O feito nos remete a considerarmos o conhecimento horizontal do conteúdo, como sendo aquele que lhe permita ter um conhecimento das relações existentes entre os diferentes conteúdos, ou objetos matemáticos, e de que forma o objeto vai evoluindo ao longo do currículo escolar, ou seja, a sua transacionalidade conforme Chevallard (2009b).

Neste sentido, ratificamos que mesmo de maneira insatisfatória foram mobilizados elementos do conhecimento horizontal por parte dos sujeitos, porém se considerarmos as incompatibilidades na correlação com o conhecimento do conteúdo, a falta de habilidade com este não permitiu uma ampliação do conhecimento do currículo. Por este liame, avistamos que falta elo entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento do currículo, que a junção deles constitui parte do conhecimento horizontal. Então, perguntamos quem seria este elo para conectar currículo e conteúdo de tal modo que permita percebermos maneiras de agir e pensar sobre o passado e futuro do objeto no transcorrer da prática?

Se considerarmos o contexto da discussão, uma possibilidade de vincularmos os conhecimentos do currículo e o conhecimento do conteúdo na perspectiva do conhecimento horizontal e de criarmos algum dispositivo didático que nos permita compreender a vida do objeto. Assim, a pesquisa se articula neste sentido.

Continuando a discussão, apresentamos alguns aspectos dos modos de fazer e de pensar dos sujeitos associados aos objetos de ensino por eles desenvolvidos. Dentre os aspectos identificados, em particular, evidenciamos uma maneira de fazer e pensar pelos sujeitos em adotarem como referencial muito do que viram no ensino acadêmico, que se sustenta a ingênua expectativa que a aprendizagem pode ser efetivada apenas pela visitação de regras, demonstrações, fórmulas, algoritmos, propriedades e axiomas, e essas competências e habilidades parecem ser aprendidas apenas com a capacidade de memorização, não que esta capacidade não seja relevante, mas compreendemos que ela por si só não é suficiente.

Por este prisma que estamos a examinar, temos como intuição que os sujeitos atuaram como fornecedores do saber matemático, e se conseguirem realizar uma boa apresentação teriam como consequência a aprendizagem. Este processo aparenta uma forma trivial que seria uma consequência do próprio saber matemático, em que sua própria metodologia de ensino já é identificada ao método da elaboração lógico-dedutiva do conhecimento matemático. Se, no entanto, fosse apresentado de forma coerente e consistente.

A maneira de fazer e pensar, como exposta acima, foi presenciada em vários momentos das aulas. Como já destacamos uma das principais características, nas apresentações das aulas, foi o modelo reprodutivista do livro didático. Com efeito, esta característica aponta para a existência de crenças e concepções que, em selecionando o conteúdo do livro didático, trabalhar algumas definições, resolver alguns exemplos, culminando com uma boa exposição é suficiente para que ocorra aprendizagem.

Com a intensão de reforçarmos a compreensão alcançada até o momento, trazemos outras falas que confirmam o que acabamos de relatar:

*[... primeiro você faz o traço da divisão, e aí conta quantas partes o inteiro foi dividido e também as partes pintadas. Porque fica mais fácil de representar a ideia...]* ( fala do sujeito “C”). Este primeiro trecho é para argumentar como se representa uma fração. Continuando o raciocínio conclui com a fala *[... acredito que a partir do momento que o aluno compreende a ideia apresentada, é possível construir o conceito de fração...]* ( fala do sujeito “C”).

Ainda sobre a questão do pensamento reprodutivista, destacamos as seguintes falas: [... os livros didáticos chamam “a” de base e “n” de expoente...] (fala do sujeito “B”), e esta fala é referente à ‘justificativa’ dada pelo sujeito para termos da potenciação.

Percebemos, então, que o modo de agir, de encarar os problemas, as concepções sobre matemática, o ensino e as atribuições do professor são em grande parte, reflexo de momentos que marcaram a formação desses sujeitos. Assim, deixam pistas, que nos permitem deduzir que na visão deles uma boa aula de matemática é aquela em que o professor consiga organizar o conteúdo de forma clara, com exemplos e definições de acordo com o que está nos manuais didáticos, deixando claro conteúdo na “mente” para que não necessite recorrer as anotações, e expor os exemplos adequadamente. Portanto, estas são condições suficientes para o exercício da profissão.

Essas condições parecem ter origem na formação universitária dos professores, bem como em outras formações relativas ao domínio da matemática, como exemplo a matemática do ensino básico e da formação continuada. O que estamos relatando se coaduna com o exposto por Bloch (2005), que entende que as concepções do que significa ser um bom professor de matemática, é construído pelo professor durante sua experiência como estudante de matemática, que podem estar na origem das suas concepções sobre a maneira como a matemática deve ser ensinada.

Segundo Bloch (2005), estudiosos do assunto afirmam que a pouca competência relativa a esse domínio são mais evidentes na atividade de um professor iniciante do que na atividade de um professor experiente, o que aponta para o fato de que o professor na sua prática se apoia, também, sobre o conhecimento advindo da experiência.

Neste sentido, sobre a matemática e o ensino da matemática, Bloch (2005. p. 3) afirma:

*Sobre a matemática:* Os estudantes adquirem na universidade uma concepção muito formal da matemática: o saber declarado é considerado transparente, mas não funcional [...]. Para eles, um teorema tem uma prova, mas não uma justificativa em termo de resolução de problemas porque a teoria matemática é sua própria justificativa [...].  
*Sobre o ensino de matemática:* Para os estudantes que saem da universidade, uma boa aula de matemática é uma aula frontal, do tipo aula dialogada, onde o professor dita “a lei matemática”. Eles não imaginam que essa lei possa ser contestada ou não ser compreendida, sobretudo, no nível secundário onde intervém apenas a matemática elementar. (BLOCH, 2005. p. 3).



Com a intenção de encontramos alternativas para superarmos o modo de agir e pensar sobre matemática e seu ensino, optamos por escolher a vertente que defendem que a matemática é produto das interações nas práticas sociais. Por este viés, dos conhecimentos para a prática do professor que ensina matemática atrelada aos fatos evidenciados e ao embasamento teórico que recorremos, é possível afirmar que do ponto de vista da prática não tem sentido pensar os conhecimentos para o professor de maneira isolada.

Investigando sobre um tipo de conhecimento docente que contemplem o conhecimento horizontal do conteúdo, a questão da articulação entre os objetos e que oriente para a construção da relação do professor com o saber pelo paradigma do questionamento Chevallard (2009e), encontramos algumas pesquisas que tocam em alguns dos aspectos elencados.

A nível pátrio, encontramos várias pesquisas que versam sobre a formação do professor de matemática, sendo que a maioria tem como foco a formação profissional e se fundamentam em autores como Tardif, Gauthier, Shulman, Imbernón, Schön, Zeichner, Freire, Fiorentini, Gonçalves, e se destacam por proposições e aspectos gerais da formação do professor e as pesquisas que se aventuram em relacionar a formação profissional com algum objeto de ensino, tem sido feito de maneira pontual e, portanto, as arestas sobre como ensinar permanecem na espera para serem aparadas.

Ampliando a investigação para além das fronteiras nacionais e considerando a formação do professor, e em particular do professor de matemática, no que tange a questão dos conhecimentos docentes, encontramos em Ball et al (2008) seguidores de Shulman, que o conhecimento didático do conteúdo para o professor é aquele que o professor mobiliza para conectar conhecimento sobre o ensino e sobre o conteúdo.

Em que pese Ball (2002), Ball et al (2008) terem avançado principalmente no que propôs Shulman (1986,1987), na área da matemática, onde vem se destacando principalmente em investigações sobre a prática do professor da escola básica, tem como foco o pensamento do professor e suas atitudes que fazem com que ele torne um assunto fácil ou difícil, que tenha domínio sobre os alunos, mas com relação ao questionamento do objeto, as articulações que este objeto mantém com outros não se destacam.

Passando para o outro lado do nosso continente, encontramos pesquisadores espanhóis, no campo da investigação em didática das matemáticas, como Gascón (2003) e em Bosch e Gascón (2006), ao advogarem que a questão da separação entre o fazer

matemáticas e o ensinar matemáticas constitui um dos principais obstáculos para interpretar as questões problemáticas que surgem no ensino básico das matemáticas.

Entre essas questões se podem citar algumas relativamente “genéricas” porque se referem à matemática escolar considerada como um todo:

- ✓ Como *descrever e analisar* o processo de estudo escolar das matemáticas?
- ✓ Como explicar o fenómeno relativamente universal da *alienação matemática* dos cidadãos?
- ✓ Quais são as possíveis causas do crescente fracasso dos estudantes tanto no ensino básico quanto no ensino superior?
- ✓ Por que os professores de matemática, de todos os níveis educativos, se veem obrigados a realizar uma atomização progressiva da matemática ensinada e a propor nos exames(provas) atividades cada vez mais algoritmos?

Para responder as questões acima, acreditamos ser necessário criar na formação de professores de matemática a cultura de considerar as questões que surgem nos sistemas de ensino da matemática imbricada entre matemática e didática. Negar isto é permanecer achando que ensinar exige apenas conteúdo ou, por outro lado, que conhecer as ferramentas do ensino é suficiente para enfrentar as restrições dos sistemas e as contingências do cotidiano escolar.

O ponto que divergimos dos pesquisadores espanhóis é referente à concepção de matemática, que apresentam ter uma visão da matemática escolar muito ligada à matemática acadêmica; outras variáveis da matemática escolar precisam ser consideradas e os modelos como eles defendem precisam considerar o contexto da escola básica.

Nesta perspectiva, podemos evidenciar algumas características do conhecimento docente que são recorrentes na maioria das pesquisas que investigamos como sendo: é desejável que os professores de matemática devam conhecer, saber eleger, utilizar, avaliar, aperfeiçoar e construir estratégias de intervenção didática efetivas.

As estratégias acima não devem ser vistas só no campo da exposição e especialização do conteúdo, assim entendemos que precisamos desenvolver na formação do professor a capacidade de efetivar um conjunto de conhecimentos fundamentais da compreensão da instituição e/ou um conjunto de fenómenos e processos; uma complementação aos conhecimentos que intervém na formação das competências didáticas a partir do saber; formação de competências pedagógicas institucional, que seja produtiva e interativa; um maior domínio do objeto de ensino além do nível pontual, a busca pelo local, regional e global; um conjunto de metodologias de diferentes

instituições que possa ser mobilizado para ampliar as condições de relacionamento do professor com o saber.

Então, abstraindo os fatos mostrados que emergiram no percurso de formação EAS correlacionados com o “conhecimento base para o ensino” e a TAD, foi possível chegarmos a seguinte compreensão sobre o conhecimento para que o professor ensine matemática na escola básica: é um conjunto de construções didáticas, resultado da sabedoria da prática docente, normalmente com uma estrutura organizada que permita ativar as memórias didáticas - Matheron (2000) e Matheron e Salin (2002) sobre objetos e práticas conexas a referidos tópicos, setores e áreas específicas, ou seja, um repertório de construções didáticas com potencial capaz de articular um determinado objeto de ensino a outros objetos, que promova uma retroalimentação do passado para compreensão do presente e futuro deste objeto, que explore os aspectos mais imperiosos do objeto, que podem ser examinado nos diversos componentes que o consolida, como o conhecimento curricular, do conteúdo, as concepções e crenças sobre o ensino, sobre a matemática, conhecimentos do cotidiano, dos recursos e objetivos, ou seja, elementos imbricados e que fazem parte do processo de ensino na prática.

Neste contexto, a questão é como fazer para articular o conhecimento do conteúdo que se ver na universidade, com o conhecimento na instituição, do currículo, das ciências da educação. Na direção de traçarmos uma compreensão do conhecimento do conteúdo legitimado na academia e que necessariamente não foi criada por ela e para ela, capaz de ser difundido no espaço da instituição escolar, foi anunciado por Chevallard (1991). Então, a partir dos indícios levantados, que se apresentam a nível teórico, buscamos uma compreensão que nos permita a implementar nas práticas. A este respeito será o que trataremos nos próximos eixos e trazemos discussões geradas no percurso de formação PER, cujo objetivo é de compreendermos como podemos elaborar maneira de agir e pensar sobre como ensinar matemática.

Portanto, para continuamos o diálogo entre o “conhecimento base para o ensino” e a TAD, com o objetivo de ampliarmos as potencialidades da maneira de agir e pensar do professor para ensinar matemática, elegemos algumas premissas imperiosas como possibilidades para alcançar o fim almejado, que são:

- ✓ Primeiro, é preciso uma sólida compreensão dos objetos matemáticos;
- ✓ Segundo, uma visão ampla do currículo que permita identificar os objetos e (re)construir relações deste objeto com ele mesmo e com outros objetos;

- ✓ Terceiro, dominar algumas metodologias adequadas a movimentar o saber matemático pela mobilização de conhecimento;
- ✓ Quarto, identificar nas práticas docentes conhecimentos, estratégias e métodos eficientes de ensinar;
- ✓ Quinto, a capacidade para elaborar um discurso coerente e consistente, este talvez seja exercício inicial para pensarmos em ensinar algo, mas parece que não se deu a atenção devida, tema este que fica em aberto.

Finalizando, as nossas análises sobre o percurso de formação no estudo da aula simulada, conforme utilizamos nesta pesquisa, apresentamos como mecanismo alternativo para desenvolver e ampliar o domínio da maneira de agir e pensar do professor.

#### **5.4. Alterando a relação com o saber**

Nesta seção, vamos destacar algumas posições dos sujeitos que tanto no EAS quanto no PER deixaram evidências de resistência em abandonar os modelos reprodutivista e monumentalista, sobre a matemática, o ensino e à docência. No entanto, por outro lado revelaram entusiasmo e apresentaram proposições que induz a mudanças das suas posições frente ao ensino de matemática, a própria matemática, ou seja, mudanças na maneira de agir e pensar sobre a profissão docente e, portanto, alterando a sua relação com o saber matemático.

Então, iniciamos essa discussão pelo percurso de formação do EAS no qual consideramos algumas falas dos sujeitos, e foi possível identificarmos a partir delas discursos conflituosos que, por um lado, apresentaram indícios de que estão inclinados a mudarem, e isso foi evidenciado essencialmente nas últimas apresentações, às quais certamente tiveram influência das discussões que as precederam, nas quais foi possível dialogar sobre:

- ✓ O planejamento como um processo que exige organização, sistematização, previsão, decisão e outros aspectos na pretensão de garantir a eficiência e eficácia de uma ação, quer seja em um nível micro, quer seja no nível macro, mas no instante que encontra uma dificuldade tende a se valer do discurso que reflete a sua prática atual;
- ✓ Os estágios supervisionados como possibilidade de se construir propostas inovadoras para que o futuro professor possa se equipar de competências

e capacidades para o enfrentamento dos desafios que emergirão do cotidiano;

- ✓ As concepções que formam-se num processo simultaneamente individual, isto é, como resultado da elaboração sobre a nossa prática social, como sendo resultado do confronto das nossas elaborações e reflexões frente aos nossos pares e diante das instituições em que atuamos, assim, as nossas concepções podem ser influenciadas pelas práticas que nos habituamos a ratificar e as representações socioculturais que são conformadas no seio das instituições;
- ✓ O currículo que pode ser compreendido como um conjunto de orientações sobre o ensino de um dado ciclo de estudos ou de uma dada disciplina, acompanhado de indicações para a sua implementação prática, ou seja, um conjunto de objetivos, conteúdos, metodologias e materiais, bem como avaliação.

Por outro lado, quando sentiam dificuldades em desenvolverem as aulas que tinham planejado seguindo metodologias alternativas e recursos diferentes do habitual (quadro, giz e pincel), recaíam nas práticas conhecidas, vez que isto mostra que a mudança deve começar pelo modo de ver e conceber do professor.

A seguir mostraremos as falas de um dos sujeitos, que emergiram no último encontro do percurso de formação do EAS, depois de ter assistido os vídeos das aulas dadas e dos questionamentos que submetemos. As falas apontam para possíveis mudanças na relação do sujeito com saber matemático.

Vejam os raciocínios que construímos a partir do diálogo estabelecido com o sujeito:

A fala a seguir é referente à reflexão do sujeito sobre as suas próprias aulas, depois de ter assistido os vídeos;

*[... não consegui representar os exemplos concretamente, assim a aula ficou muito na abstração e os exercícios não apresentaram relações com o cotidiano...]* (fala do sujeito “B”).

A seguir, ele faz uma observação em relação a uma das apresentações de um outro sujeito sobre o uso do texto de saber e da maneira que foi conduzida a exposição do objeto de ensino fração.

[ ...utilizou muitas vezes as anotações e isso atrapalhou bastante; percebi que ele mostrou insegurança em abordar o conteúdo por olhar muito para o roteiro da aula... ]  
(fala do sujeito “B”)

Outro trecho que apresentaremos na sequência, corresponde à resposta da seguinte questão: Após as reflexões do que realizaram neste percurso, é possível vislumbrarem outras maneiras de ensinar matemática?

[ *sim, quanto à forma de apresentar o conteúdo vou melhorar a minha postura, vou procurar ao abordar os conteúdos utilizar jogos, informática, modelagem matemática para que as aulas fiquem mais atrativas, ... se eu for permanecer na carreira de professor eu tenho que começar desde agora a pensar sobre a prática de sala de aula, para quando me formar não ter tantas dificuldades*],.. [ *Eu acho também, que o verdadeiro professor não é só chegar na sala de aula, colocar o assunto e deixar a coisa meio abstrata..., aprender matemática é uma coisa, só agora entendo que explicar é muito diferente e requer muito do professor..* ] (fala do sujeito “B”).

Dos depoimentos acima, podemos afirmar que a experiência do percurso de formação do EAS, nas condições que foram realizadas, deixam evidências factíveis de como desencadear meios que potencializem a tomada de consciência desses futuros alunos-professores. É certo e não negligenciamos em reconhecer que ainda há muito a ser feito, mas temos a convicção de que um primeiro passo foi dado. Ampliar as investigações nesses termos, em que o saber matemático esteja em jogo nas práticas, estudando os discursos produzidos diante da relação com o saber de forma explícita, certamente abre novas possibilidades para enfrentarmos as problemáticas da formação de professores.

Entendemos ainda, que a articulação entre o estudar e o ensinar matemática escolar aumenta as possibilidades de organizarmos um processo de estudo de um objeto ou conjunto de objetos matemáticos de tal maneira que integrem, de maneira central, as finalidades de ser desse objeto ou conjunto de objetos, isto é, as questões referentes ao objeto ou conjunto de objetos matemáticos venham a responder as questões impostas pela sociedade. Dito de outro modo, pensamos que a divisão entre o matemático e o didático dificulta enormemente o estudo de um objeto matemático.

Com efeito, no caso do EAS, nossas contribuições vêm no sentido (re)pensarmos outras formas de relação com os saber matemático, aprofundando investigações para elaboração de dispositivo que possibilita ao professor refletir sobre a sua relação com o saber que ainda não foi explorado e situações durante a formação inicial que podem fazer

com que o futuro professor se der conta da suas atribuições e, de fato, se torne um protagonista no processo de difusão da matemática.

Vislumbramos vários momentos e espaços em que o estudo da aula simulada pode ser desenvolvido e observado. Pode ser preferencialmente durante as atividades nas disciplinas de caráter pedagógico: Estágios supervisionados I, II, III e IV; Investigações e Práticas Pedagógicas VIII, IX e X, Didática Aplicada desde que tenham uma intencionalidade explícita levando em consideração o saber matemático, mas não menos importantes que nas disciplinas específicas para a construção não só do conhecimento de conteúdo matemático, mas também do conhecimento didático do conteúdo matemático e do conhecimento do currículo de forma sincronizados, por exemplo, na Matemática para Educação Básica I e II, Álgebra para Educação Básica, Geometria Plana para Educação Básica, Geometria Analítica para Educação Básica, Matemática Financeira para Educação Básica e Geometria Espacial para Educação Básica e Educação Matemática.

É importante esclarecermos que não estamos propondo que essas disciplinas devam ter como objetivo somente o estudo da aula simulada, mas que no momento de sua preparação e difusão crie situações que aproximem ou tenham correlação com a sala de aula da Escola Básica. Outro ponto que merece discussão é de construir uma ligação que viabilize a mediação de diálogo entre a área da Educação Matemática e os Matemáticos contrastando interesses comuns, criando um liame de compatibilidade com as práticas docentes que não deixam de ser importantes na constituição do profissional preparado para enfrentar os dilemas do cotidiano.

Essas maneiras de agir e pensar da prática docente para o ensino de matemática pode ser desenvolvidas durante práticas simuladas, por exemplo, na elaboração de aulas que ultrapassem a forma reprodutivista e monumentalista de ensino, abordando a modelagem matemática como atividade da matemática, resolução de problemas, história da matemática, investigação matemática e ainda implementação de laboratórios de ensino, oficinas temáticas, onde possam se investigar, compreender e construir matérias manipuláveis e didáticas, manipular jogos matemáticos, recursos multimídias, ampliando as potencialidades e dominando as tecnologias em favor do ensino.

Agora, com relação ao PER e sobre os argumentos que nos levam a perceber a alteração do modo de agir e pensar dos sujeitos será anunciado nos parágrafos que seguem, ainda de forma provisória.

O conteúdo eleito (dados e informações) para iniciamos as análises que seguem, foi extraído da apresentação ocorrida no último encontro da disciplina Tendências

Metodológicas em Educação Matemática que culminou com o seminário de socialização das atividades desenvolvidas por todos os grupos que as compunham, e dentre elas estava o PER que expôs as suas compreensões.

A primeira compreensão que destacamos foi em relação ao que se pode detectar no percurso, que se ilustra com o relato que segue: *“Percebemos neste estudo, que o tempo didático é diferente do tempo de aprendizagem, e isso nos remete a considerar o quanto é importante fazer a retomada daquilo que o aluno já estudou, bem como sabermos antecipar o que está por vir, no momento em que estivermos planejando as nossas aulas. ..., Outro ponto importante, percebido por nós, é que na realidade, o que se aprende nos cursos de formação tem contribuído muito pouco para o professor fazer efetivamente em sala de aula. Hoje é importante que o professor perceba a dinâmica e a complexidade que é o processo de ensinar”*. O importe desta investigação foi de percebermos o quanto é importante sabermos sobre o que vem antes de um assunto para que possamos ter condições de questionar os alunos sobre o que eles já sabem e, assim, continuar a ensinar coisas novas, ou seja, não é suficiente nós sabermos só aquele assunto, é preciso algo mais”.

O que os sujeitos expuseram acima encontra fundamento em Matheron (2000) e Matheron e Salin (2002) ao discutirem sobre as memórias didáticas, e que o exercício de seu resgate contribui para a compreensão de um novo saber a partir da mobilização de um já conhecido. Também encontra guarida no que defende Chevallard (2009a) sobre o domínio que o professor precisa ter do passado e também do futuro do objeto de ensino e não menos importante o posto por Shulman (1987) quando propõe o conhecimento horizontal do conteúdo o qual é desejável que componha o repertório de conhecimento para o ensino. Portanto, o destaque anunciado, é de que o professor precisa observar o que o aluno já estudou e a partir de então, iniciar a construção de um novo conceito e sempre quando houver necessidade fazer a retomada para dar sentido, e assim possibilitar a compreensão por parte do aluno do novo saber.

Com relação ao objeto de ensino Análise Combinatória por nós investigado, ressalta-se que é fundamental iniciar com as noções sobre contagem dos elementos de um conjunto, com os agrupamentos, ordenações e, que nos anos iniciais, preferencialmente, o professor comece com tarefas que demande pequena quantidade de elementos, pois as técnicas disponíveis neste nível para resolvê-las são limitadas ( tabelas, árvore das possibilidades, representação por desenhos), e isso será retomado quando se chegar na



parte da formalização, ou seja, nesta fase o mais importante é levar o aluno a perceber e compreender as ideias sobre o saber matemático.

O relato acima mostra uma compreensão sobre a importância de valorizar o conhecimento prévio, que na maioria dos discursos é tão defendido, mas que na prática quase não se dá o valor merecido.

Outro ponto que os sujeitos enfatizaram foi quanto ao livro didático, com o seguinte argumento: *“percebemos a partir do estudo, que a maioria dos livros didáticos que analisamos, vem apresentado o assunto de uma forma bem simples, bem intuitiva, na realidade até o quinto ano, depois vai explicando mais detalhadamente e só mais a frente é que apresentam a formalização e generalização”*.

Outra fala importante foi a seguinte: *“a questão de ver o assunto percorrendo o currículo é muito importante, de não mais chegar e expor as coisas prontas, mas incentivar os alunos a investigar, a buscar a resposta para questão sem dar os caminhos antes. O que foi feito durante esses dias de forma muito interessante, o professor foi nos questionando sobre o que sabíamos do assunto, e no início a maioria de nós pensávamos que sabíamos muitas coisas, pelo menos para ensinar, mas depois fomos nos dando conta de que muitos problemas que atribuímos aos alunos, na verdade, éramos nós que tínhamos dificuldades sobre o assunto, o professor levantava os problemas incentivando-nos a buscarmos, investigarmos e apresentarmos a nossa compreensão sobre o assunto. Tudo isso nos levou a considerar que quando fomos ensinar um assunto em qualquer nível, é fundamental que entendemos as relações que ele tem em outros momentos”*.

Dos depoimentos apresentados pelos sujeitos durante os percursos de formação não podemos negligenciar dificuldades encontradas no sentido de conhecer a relação pessoal com um determinado saber de cada sujeito. Temos a compreensão que em uma dada instituição a pessoa é sujeito e por isso busca conformidade com a instituição que se encontra, e por isso, em algum momento pode violar de algum modo o que é determinado pela instituição.

Neste sentido, o foco não foi observar a relação pessoal intrínseca de cada sujeito, mas a relação pessoal extrínseca do sujeito que foram aderidas pelos demais, ou seja, estamos considerando fragmentos de depoimentos manifestados por um sujeito, mas que teve adesão do coletivo considerando a relação institucional que eles vivem ou viveu. Com efeito, por meio do PER, na busca de realizar integrações de fragmentos das maneiras de agir e pensar das diferentes instituições que os sujeitos atuavam, como era esperado no desenvolvimento do PER, evidenciamos pela riqueza das interlocuções e das

confissões de cada que foram referenda pelo coletivo que criaram uma nova compreensão do objeto de estudo e, portanto, entendemos ter ocorrido mudança na relação com o saber.

De fato, os depoimentos acima traz com eles uma carga reflexiva e analítica que nos permite afirmar com certa propriedade que os percursos de formação dos quais desenvolvemos contribuiu para que os sujeitos participantes alterassem as suas posições diante das instituições as quais pertenciam e principalmente a sua relação com saber matemático instituído nas práticas da educação básica. Sem esta compreensão não seria possível apresentar o dispositivo didático que será desenvolvido a seguir. Além disso, a dialética estabelecida com os elementos teóricos se configura como possibilidades factíveis de se construir outras maneiras de agir e pensar o ensino de um objeto matemático a nível de educação básica.

Se aprofundarmos as análises em termos da TAD, poderíamos dizer que o mapeamento de maneiras de agir e pensar desses professores antes dos percursos formativos refletiam modelos epistemológicos empíricos e/ou espontâneos, pelo fato de não se questionar o saber no contexto do sistema didático. Porém, a discussão travada pelo viés da TAD evidencia ser inegável a sua contribuição para se ampliar as maneiras de agir e pensar do professor em sua relação com o saber assentada numa perspectiva crítica.

### **5.5. Modelo Transacional-Articulador (MTA)**

Antes de iniciarmos qualquer tipo de consideração sobre o MTA, queremos esclarecer que ele emergiu do processo de análises e reflexões que teve início com a minha prática docente no ensino de matemática e, que vem acontecendo em um lapso temporal de aproximadamente 20 anos, perpassando por algumas instituições e pelos vários níveis de ensino, como o fundamental, médio e superior, até chegarmos na formação de professores licenciados em pedagogia e matemática.

Além das análises de vários estudos, episódios e das reflexões da nossa prática, na nossa prática e sobre a nossa prática em conformidade com Schön (1987) a qual mencionamos e assumimos como norteador teórico naquilo que pudesse revelar melhor a problemática enfrentada nesta prática, no que tange ao ensino de matemática, principalmente o da educação básica. Assim, o “conhecimento base para o ensino” e a TAD que por sinal são de onde elegemos os elementos teóricos os quais articulamos segundo as nossas condições e interesses, são eles os propulsores do mecanismo que dá

vida ao MTA, como dispositivo didático-matemático que permitirá ao professor analisar um saber matemático que tenha como finalidade torná-lo ensinável, e com isso, ultrapassando maneiras de agir e pensar empíricos e/ou espontâneos em conscientes, ou seja, que possibilita ao professor dominar um discurso coerente e consistente capaz de justificar a razão de ser do ensino durante a relação pedagógica e, para isto acontecer concretamente, estudamos em particular o caso do objeto de ensino Análise Combinatória.

O outro fato que não podemos negligenciar para a construção do MTA é a atuação dos sujeitos que participaram dos dois percursos de formação, no caso do EAS e do PER, e que durante os processos formativos o qual realizamos, e em que consideramos as experiências de tais sujeitos, criamos diálogos que nos permitiram refletir sobre as nossas práticas docentes no ensino de matemática. As discussões que aconteceram durante os processos de formação em que privilegiamos as maneiras de agir e pensar sobre o ensino da AC nos inclinou a observar a problemática do enfrentamento da dicotomia entre teoria e prática e a questão da desarticulação na/da relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática.

Neste sentido, enfatizamos que a pedra angular do modelo e/ou dispositivo didático-matemático o qual estamos denominando de **Modelo Transacional-Articulador-MTA** se constituiu da nossa abstração, a qual pudemos elaborar e sintetizar a partir dos processos ocorridos nos percursos de formação (confrontando os modos de agir e pensar próprios dos sujeitos que compuseram o sistema didático, com o estudo de outras práticas, outras obras e as bases teóricas assumidas nesta pesquisa) concernentes a maneira de agir e pensar sobre o saber matemático que se materializou com o estudo do objeto de ensino Análise Combinatória o qual nos permitiu evidenciar as faces deste objeto ao ser rotacionado diante dos vários níveis escolares ( em que sublinhamos a educação básica), bem como as articulações estabelecidas com outros objetos de ensino, as dimensões deste saber, a função social deste saber assumido pelas instituições escolares e as implicações das diferentes epistemologias docentes coexistentes no contínuo da formação inicial sobre o ensino deste objeto.

Neste sentido, entendemos que o saber matemático que se materializa como um objeto de ensino do qual estamos referindo é aquele oriundo das práticas sociais e é albergado pelas instituições escolares e que, portanto, até então vem dando conta de responder demandas da sociedade. Em outras palavras, estamos falando de um saber que

se mantém vivo, presente no dia a dia institucional o qual o professor se depara efetivamente.

Feito estes esclarecimentos, passamos a situar os seguintes elementos: transacional, articulador e as dimensões do objeto de ensino em uma perspectiva geral, sem perder de vista que a separação de cada elemento é um artifício didático que tem como finalidade uma compreensão mais célere do modelo, mas que na sua dinâmica estão imbricados e, no final, apresentaremos um esquema do MTA com o objeto de ensino AC.

A questão da transacionalidade emergiu das discussões levantadas por Chevallard (2009b) em relação à transposição didática onde destaca a relevância de se observar a construção do texto de saber, as implicações da estrutura do tempo didático, bem como o tempo de ensino como ficção entre cronogénesis e topogénesis. Aqui é importante destacar que a discussão lançada por Chevallard (2009b) é no sentido de criar uma dialógica entre aquele que ensina e supostamente aquele que aprende, visando os seus papéis e suas posições diante do sistema didático.

Neste sentido, a relação didática que conecta os elementos do triângulo didático (professor, aluno e o saber) apresenta o professor como agente ou servidor da máquina didática cujo motor é a contradição entre passado e futuro, e a combustão advém da inserção de objetos transacionais que são de saber convenientemente convertidos em objetos de ensino e que devem ser renovados se tiver como objetivo manter a relação didática sustentável. Assim, cabe ao professor realizar uma retroalimentação da máquina didática para evitar a obsolescência interna que poderia produzir a detenção do tempo conforme Chevallard (2009b).

O transacional na perspectiva da relação com o saber, também precisa considerar a distinção entre aquele que se propõe a ensinar e o que supostamente aprende, isto é, se afirma de forma específica não em relação com o saber, mas em relação com o tempo de saber e neste particular ratificamos que o MTA é uma proposta para aquele que pretende ensinar, não que seja proibido àquele que busca a aprendizagem, mas que sua natureza é concebida para se compreender o ensino de um determinado saber.

Continuando por esta trilha, é imperioso considerarmos que o desdobramento temporal do saber em processo didático situado como tal, entre aquele que ensina e o que aprende dar-se em um mesmo movimento, porém cada um em suas respectivas posições e suas relações específicas com respeito ao passado e futuro deste saber. Assim, aquele que ensina se distingue do que aprende quanto ao eixo temporal da relação didática, não pelo fato de ser um sujeito diferenciado, mas porque é ele que deverá ter a capacidade de

antecipar o saber e aquele que aprende pode dominar com destreza o passado, admitindo ao menos por um momento, no entanto, somente aquele que ensina pode dominar o futuro do saber e também, de acordo com Chevallard (2009b), o aluno pode aprender, entretanto o professor pode saber o que o aluno pode aprender e quando se estabelece uma relação de ensino, o professor não só se constitui em um “suposto saber”, porém também em “suposto antecipar”.

Destacamos desde já, que o MTA do qual estamos propondo, no que tange a transacionalidade do objeto de ensino, se observou os níveis escolares de ensino e sua duração. E ainda, em que pese o MTA ter como objetivo alcançar seus efeitos na sala de aula vem sendo desenvolvido, visando melhorar a relação que o professor mantém com o saber como maneiras de agir e pensar o ensino de matemática quando da preparação do texto de saber. Sendo assim, podemos considerar em outros termos as distinções das posições entre professor e aluno como a relação dinâmica da duração didática que, de acordo com Chevallard (2009b), essa duração (tempo) didática diferem em suas relações respectivas com a diacronia do sistema didático, com que podemos denominar de cronogénisis, mas também diferem segundo outras modalidades, de acordo com seus lugares respectivos em relação com o saber em processo, em relação com o que podemos chamar de topogénisis do saber, em sincronia com o sistema didático.

Neste sentido, a dicotomia entre os lugares e a sua realização didática supõe uma dicotomização do objeto de saber, ou seja, isso requer uma versão para o professor e outra para o aluno e a coexistência e articulação dessas duas versões cria o que Chevallard (2009b) cunhou de situação transacional entre a versão oficialmente ensinada e a versão cujo conhecimento se espera do aluno. Daí, o objeto de ensino que representa um saber passa a ser visto como objeto transacional entre passado e futuro (cronogénisis) e também se mostra como objeto transacional entre os regimes didáticos do saber (topogénisis).

A questão do transacional no que concerne a passado e futuro também aparece de forma implícita no que Shulman (1986) chamou de conhecimento pedagógico do conteúdo, ao afirmar a singularidade deste conhecimento diante das outras categorias, e propõe a esta categoria como a mais provável para distinguir entre o conhecimento do conteúdo de um especialista de uma determinada área e o conhecimento de um professor nesta mesma área. Ou seja, o professor possui um conhecimento especializado do conteúdo que deverá ensinar, tornando-o mais compreensível ao aluno. Este conhecimento especializado do conteúdo é, portanto, o conhecimento típico do professor que na prática se constitui como dominando competências e capacidades de provocar a

articulação entre conhecimento da matéria e o conhecimento do currículo, ou ainda uma combinação especial entre conteúdo e pedagogia e que, neste particular, são as formas mais úteis de representação, analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas de um determinado tópico de uma matéria. Além disso, inclui um entendimento do que torna fácil ou difícil a aprendizagem de um tópico (SHULMAN, 1986).

É de se destacar que existem diferenças entre o que propõe Shulman e Chevallard, por exemplo, o primeiro não colocou em termos de uma saber específico, mas que por outro lado traz preocupações comuns do ponto de vista de um domínio pelo professor do antes e do depois ou do passado e futuro.

No caso específico estudado com relação ao objeto de ensino AC foi possível reconhecer como este objeto vai se transacionando no currículo da educação básica começando pelo ensino fundamental com as noções dos **Princípios de Contagem** como ordenação, seriação, sequenciação, agrupamento, classificação, associatividade, correspondência e principalmente os princípios aditivos e multiplicativos, também se verificou que as principais tarefas sobre este objeto de ensino giram em torno de calcular as possibilidades de um determinado evento ocorrer sob certas condições. Se considerarmos a principal organização didática e matemática dos professores que são os livros didáticos, o objeto em tela não é reconhecido por Análise Combinatória. Verificamos este termo apenas nos PCNs os quais se incluem dentro do bloco de tratamento da informação.

No ensino médio, o objeto de ensino de fato é reconhecido como **Análise Combinatória** a qual inclui as tarefas envolvendo os princípios aditivos e multiplicativos, o princípio fundamental da contagem formalizado e suas variações como os arranjos, as permutações e as combinações.

Já no nível superior, este objeto de ensino dá suporte para a construção de **Outros Métodos de Contagem** mais sofisticados e peculiares como o Princípio da Inclusão/Exclusão, Permutações Caóticas, Funções Geradoras, Princípio da Casa dos Pombos, Relações de Equivalência e Contagem, O teorema de Dilworth, Teoria dos Grafos e outros.

Agora, passamos a apresentar a questão do articulador que está imbricado com o transacional, porém se amplia quando levamos em consideração a compreensão de um determinado objeto de ensino em conexão com outros objetos nos vários topos, ou seja, o articulador vem com o intuito de dar sentido ao currículo em seu todo.

Essa articulação do objeto de ensino com outros objetos se constitui em potencial se considerarmos e procurarmos compreender as seguintes questões: Como criar organizações didáticas/matemática que permitam articular um conjunto de relações entre um determinado saber proposto no currículo de matemática da educação básica, tanto entre as áreas, setores e temas de um mesmo nível escolar como entre os diferentes níveis educativos? Que características específicas deveria possuir uma organização didática/matemática escolar para poder retomar os objetos de ensino antigos em torno dos sistemas de variação, inclusive os estudados em níveis educativos anteriores, questionando, desenvolvendo e integrando em organizações matemáticas mais amplas e complexas? Essas questões foram levantadas por Bosch et al (2006).

Nessa esteira da discussão sobre a articulação encontramos também questões mais elaboradas propostas por Guerra e Andrade (prelo) como as que seguem: como reconstruir organizações matemáticas/didáticas, relativas a um dado saber que possibilitem a articulação e a justificação entre temas, setores e áreas a serem propostos para estudos da Matemática escolar no nível básico de ensino? Que dispositivos didáticos permitiria retomar os conteúdos antigos, inclusive os estudados em etapas educativas anteriores, para questioná-los, desenvolvê-los e articulá-los em organizações matemáticas de complexidade crescente? Que tarefas docentes em tais e tais condições e restrições institucionais são mobilizadas para o atendimento de tal e tal intencionalidade da instituição docente com tal e tal saber matemático?

Como podemos perceber que a questão da articulação emerge, neste contexto, de se construir maneiras de agir e pensar sobre o papel do professor segundo as organizações didáticas. Tudo resulta na questão curricular que, segundo Gascón (2010), é colocada pelo seguinte questionamento:

Como construir, de maneira didaticamente fundamentada, o currículo de Matemática para certo nível escolar? E, associado ao problema do fenômeno da desarticulação da Matemática escolar, como organizar o ensino escolar da matemática de maneira que provoque a articulação de todos os tipos de conteúdos que propõe o currículo: procedimentais, conceituais e atitudinais? Como conseguir, em definitivo, que os conhecimentos matemáticos aprendidos pelos alunos não se reduzam a um conjunto completamente desarticulado de técnicas mais ou menos algorítmicas e desprovidas de sentido? (GASCÓN, 2010, p. 21, tradução nossa).

Os questionamentos associados se estruturam desde a descontinuidade Matemática e didática entre o ensino da educação básica e o superior até a atomização do conteúdo matemático no currículo escolar.

Esta atomização pode ser constatada nas principais organizações didáticas/matemáticas efetivamente desenvolvidas na educação básica, que se chama livro didático. No caso do objeto de ensino Análise Combinatória, investigamos cinco coleções de livros didáticos de matemática, sendo duas dos anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º), uma dos anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º) e duas do ensino médio e, nestes livros que, por sinal, recebem o “selo de qualidade” do PNLD, que tem a competência de verificar se tais obras se coadunam com as normas (PCNs).

O que evidenciamos foi certa banalização entre o que apregoa as balizas da educação básica(PCNs) e o PNLD quanto aos objetivos e conteúdos que devem ser perseguidos nas instituições escolares sobre o ensino de matemática, é notório a atomização dos objetos de ensino que, no caso em tela, ele aparece localizado em forma de tarefas, e no caso do ensino fundamental os livros trazem uma sequência de tarefas envolvendo o objeto de ensino Análise Combinatória entre 02 a 04 páginas, também não é retomado em outros momentos e ainda não há articulação desse objeto de ensino com outros objetos.

Neste sentido, analisando o contexto dos livros didáticos de matemática, das normas e de outras obras sobre o assunto foi possível mapear alguns objetos do currículo que poderiam viabilizar e colaborar na construção de justificativas sobre por que ensina tal objeto, como apresentaremos a seguir.

No Ensino Fundamental o objeto de ensino Análise Combinatória pode ser articulado com as principais ideias que compõem este nível de ensino como: Operações envolvendo números naturais (adição e multiplicação) e seus respectivos princípios com as tarefas que envolvem possibilidades. Alguns tipos de tarefas envolvendo equações, dentre elas a quadrática, em que se pode apontar e anunciar noções de combinação com as noções sobre conjuntos e apresentar algumas técnicas de contagem, como a partição de um conjunto; reconhecer que as noções de probabilidade requerem domínios de processos de contagem; produtos notáveis, observaremos que da forma em que eles aparecem nos livros didáticos de matemática e se afeiçoam às práticas dos professores que, diante dos casos mais recorrentes desses produtos notáveis, aplicam-se as regras e não se atém ao desenvolvimento dos produtos que poderia revelar no agrupamento dos termos semelhantes no processo de contagem e, assim, perceber uma articulação com o



objeto de ensino Análise Combinatória, além da retomada que poderá ser realizada, já poderia prever algumas implicações e desdobramentos que essas ideias e/ou noções podem contribuir nos tempos futuros. Neste caso, futuramente, os coeficientes dos termos semelhantes serão obtidos não apenas pela contagem direta, mais, por exemplo, pelo uso da técnica dos coeficientes binomiais em que se pode usar a combinação.

Vejamos o desenvolvimento dos cinco primeiros termos do binômio de Newton,  $(a + b)^n$  com  $0 \leq n \leq 4$  considerando que dois casos particulares  $(a+b)^2$  e  $(a+b)^3$  são apresentados no ensino fundamental como produtos notáveis.

$$(a+b)^0 = 1 \text{ (regra) ou por definição.}$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b \text{ (regra) ou por definição.}$$

$(a+b)^2 = (a + b)(a + b) = 1a^2 + 1ab + 1ab + 1b^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$ , observe que o coeficiente 2 do termo  $ab$  é resultado da soma  $1ab + 1ab$ . Mas que nas maneiras de agir e pensar ingênuas ou espontâneas conforme Bosch e Gascón (2001), considerando que este caso seria o resultado da seguinte regra: “o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo mais o dobro do primeiro termo multiplicado pelo segundo termo mais o quadrado do segundo termo”.

$(a+b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)(1a^2 + 1ab + 1ab + 1b^2) =$   
 $= 1a^3 + 1a^2b + 1a^2b + 1a^2b + 1ab^2 + 1ab^2 + 1ab^2 + 1b^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$ , seguindo o raciocínio anterior, verificamos que o coeficiente 3 de  $a^2b$  e  $ab^2$  por este procedimento é o resultado das respectivas somas  $1a^2b + 1a^2b + 1a^2b$  e  $1ab^2 + 1ab^2 + 1ab^2$ , ou seja, uma contagem direta. Também como já apresentamos e com as mesmas razões essa forma não é revelada.

$(a+b)^4 = (a + b)(a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)(1a^3 + 1a^2b + 1a^2b + 1a^2b + 1ab^2 + 1ab^2 + 1ab^2 + 1b^3)$   
 $= 1a^4 + 1a^3b + 1a^3b + 1a^3b + 1a^3b + 1a^2b^2 + 1a^2b^2 + 1a^2b^2 + 1a^2b^2 + 1a^2b^2 + 1a^2b^2 + 1ab^3 + 1ab^3 + 1ab^3 + 1ab^3 + 1b^4 =$   
 $= 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$ , uma exposição mais direta destes termos resulta em outro objeto conhecido, que é o Triângulo de Pascal como segue:

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$\dots = \dots \dots$$

A adição e multiplicação de frações também podem ser desenvolvidas usando a redução a unidade e daí efetua-se as operações mencionadas pelo princípio da contagem conforme aponta Guerra e Silva (2008).

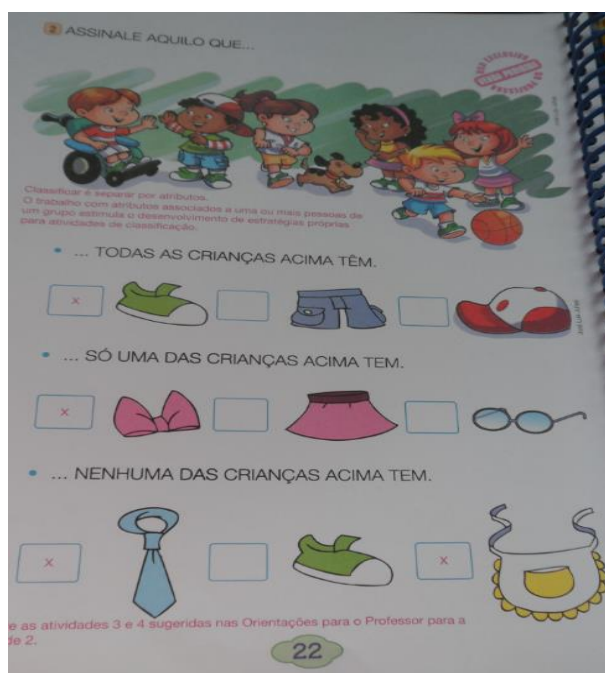
Relacionado ao ensino médio foram identificados objetos que podem ser articulados com o objeto de ensino Análise Combinatória, bem como aqueles dependentes de técnicas pertencentes a este, como por exemplo: ao estudar tarefas envolvendo conjuntos como o princípio da inclusão-exclusão; algumas tarefas envolvendo funções; Triângulo de Pascal; Binômio de Newton; Probabilidade.

Em que pese não ser o propósito da investigação e também pelas condições restritivas como tempo e sem nos aprofundarmos nas articulações futuras do objeto de ensino Análise Combinatória no currículo a nível superior, mesmo assim, foi possível constatamos outros métodos de contagem que apresentam conexão com ele. Vejamos alguns objetos matemáticos que de alguma forma retomam as ideias do objeto de ensino AC: Permutações Caóticas; Os Lemas de Kaplansky; O Princípio da reflexão; O Princípio de Dirichlet; Números de Fibonacci; Teoria da Contagem de Polya e outros.

Ainda, observarmos a relação que o objeto de ensin Análise Combinatória o estabelece com a álgebra, sendo que esta fornece suporte técnico-tecnológico ampliando e generalizando certos tipos de tarefas que envolvem o objeto Análise Combinatória, como é o caso do princípio da indução finita que, a partir do Princípio Fundamental da Contagem, permite criar as noções de protomatemáticos (algoritmos e fórmulas) para enfrentar tarefas específicas como aquelas que envolvem arranjos, permutações e combinações, além de permitir uma construção da matemática funcional que se amplia com as Funções Geradoras, Relações de Recorrência, Matrizes de zeros e uns, Problemas de Otimização, Partições de Inteiros e Polinômio de Leibniz.

Com relação as dimensões do saber que se materializou com o objeto de ensino Análise Combinatória verificamos a dimensão epistemológica que é apresentada nas normas (como os PCNs) e os livros didáticos uma escala que evidenciamos (percepção-intuição-aplicação-demonstração) seguindo as correntes cognitivista que acreditam que o conhecimento é construído do concreto para o abstrato. Neste sentido, as tarefas propostas no ensino da matemática da educação básica segue a tal escala como pode ser observado a seguir:

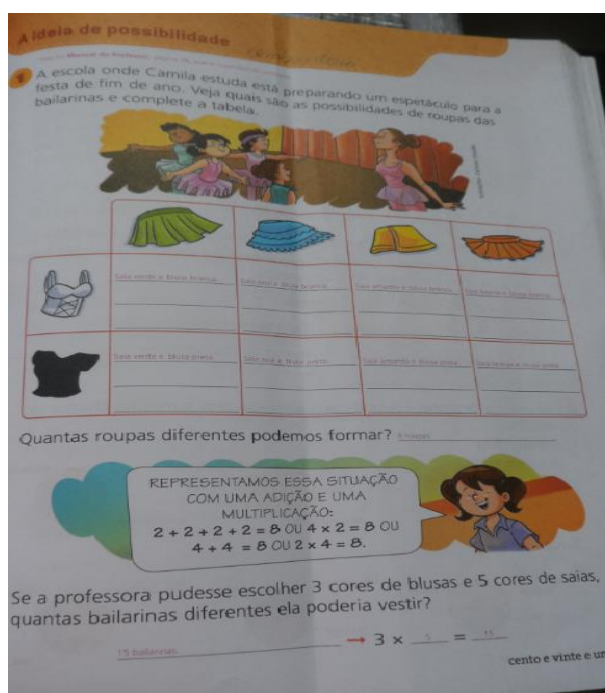
Figura 04



**Fonte:** Representação de tarefas contidas na obra que será citada a baixo.

Podemos evidenciar que a tarefa apresentada na figura 04 da obra (livro didático Porta Aberta da FTD, 1º Ano do Ensino Fundamental, Centurión et al) solicita que o aluno observe, conte e compare. Então, qual a técnica que pode ser utilizada pelo aluno para resolver a tarefa? Entendemos que do ponto de vista do contexto, está tarefa será enfrentada pela percepção, ou seja, uma contagem direta.

Figura 05



**Fonte:** Representação de tarefas contidas na obra que será citada a baixo.

A tarefa que estamos analisando é a que consta na figura 05 com a seguinte redação: “A escola onde Carolina estuda está preparando um espetáculo para festa de final de ano. Veja quais são as possibilidades de roupas das bailarinas e complete a tabela”. Apresentada na obra (livro didático: Fazendo e Compreendendo da Editora Saraiva, 3º Ano do Ensino Fundamental, Sanchez e Liberman). Podemos perceber que a tarefa é enunciada utilizando-se de uma tabela (em que estão presentes as ações de organizar, classificar, relacionar etc) e que a leitura da mesma já indica o que se quer do aluno (4 colunas e 2 linhas). Então, qual a técnica que pode ser utilizada pelo aluno para resolver a tarefa. A forma abordada parece indicar que inicialmente requer para o enfrentamento da tarefa a percepção e a seguir propõe uma articulação com as noções aditivas e multiplicativas aparentemente intuitivas.

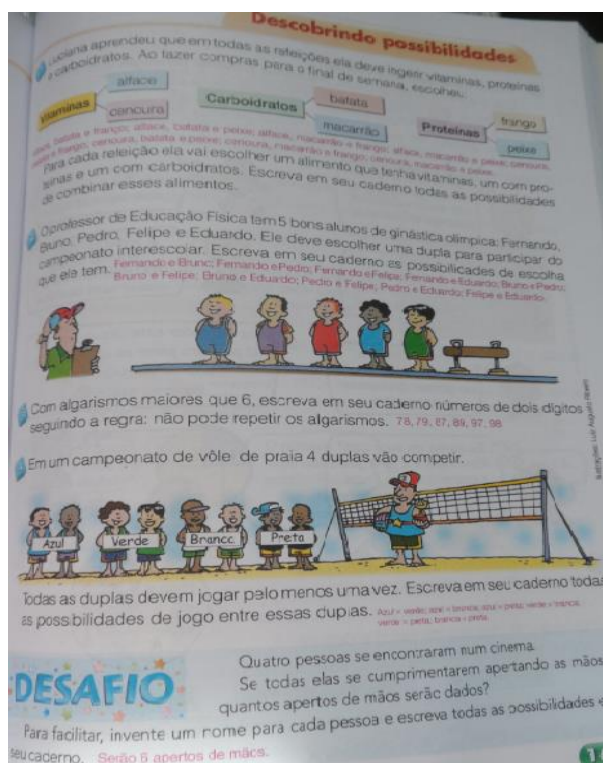
Ainda nesta situação pode-se evidenciar de maneira implícita que o enfrentamento da tarefa ilustrada anteriormente pode ser atacada pelo Princípio Fundamental da Contagem ou Enumeração ou simplesmente Princípio da Multiplicação, o qual afirma: *“Se uma decisão  $d_1$  pode ser tomada de  $m$  maneiras e se, uma vez tomada a decisão  $d_1$ , a decisão  $d_2$  puder ser tomada de  $n$  maneiras então o número de maneiras de se tomarem as decisões  $d_1$  e  $d_2$  é  $m.n$ ”*. Mais adiante demonstraremos o referido princípio.

Assim, na tarefa dada, para formar uma “roupa” devemos tomar as decisões  $d_1$ : escolha da blusa e  $d_2$ : escolha da saia.

Como  $d_1$  pode ser tomada de 2 maneiras e, depois disso,  $d_2$  pode ser tomada de 4 maneiras, o total de possibilidades de se forma um par (blusa-saia) é  $2 \times 4 = 8$  possibilidades.

Note que o uso do Princípio Multiplicativo permite obter a quantidade de elementos (possibilidades) da tabela (conjunto).  $\{(b_1, s_1); (b_1, s_2); (b_1, s_3); (b_1, s_4); (b_2, s_1); (b_2, s_2); (b_2, s_3); (b_2, s_4)\}$ . Ainda, outro método de resolução para a tarefa seria empregar a árvore das possibilidades.

Figura 06



**Fonte:** Representação de tarefas contidas na obra que será citada a baixo.

A tarefa que estamos analisando é a que consta na figura 06 com a seguinte redação: “*Quatro pessoas se encontram num cinema. Se todas elas se cumprimentam apertando as mãos. Quantos apertos de mãos serão dados?*”. Acompanhando a tarefa é feita a seguinte observação: “Para facilitar, invente o nome das pessoas e escreva todas as possibilidades em seu caderno”. Encontra-se na obra (livro didático: *Fazendo e Compreendendo a Matemática da Saraiva, 5º Ano do Ensino Fundamental, Sanchez e Liberman*). Neste caso, podemos evidenciar que é dado a tarefa e uma possível maneira de criar um método de resolução. Então, questionamos o seguinte: Esta tarefa se diferencia das anteriores? Qual a técnica que poderia ser utilizada pelo aluno para resolver a tarefa sem o uso de fórmulas? E, se em vez de quatro pessoas fossem 100 pessoas, o método, sem o uso de um processo formalizado continuaria sendo eficaz?

Assim, verificamos que a tarefa apresentada acima é um caso particular do objeto de ensino Análise Combinatória que pode ser resolvido por uma combinação simples que tem por definição o que segue: *Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se de combinação dos n elementos de A, tomados k a k, a qualquer subconjunto de A formado por k elementos*, Iezzi et al (2004).

Figura 07

A ideia de multiplicação relacionada à disposição regular ilustra a natureza de lei para uma propriedade da multiplicação.

32 Nove pontos em 3 elementos em cada linha de 3 pontos total que 3 linhas com 3 elementos em cada fila.

$3 \times 3 = 9$   
ou  
 $3 \times 3 = 9$

A multiplicação de números naturais possui a propriedade comutativa, ou seja, a ordem dos fatores não altera o produto.

Verifique com outros exemplos e registre em seu caderno.

33 Uma aplicação da propriedade comutativa de multiplicação

A professora de Maurício pediu que ele efetuasse  $27 \times 3$  usando a adição de parcelas iguais. Veja ao lado como ele pensou para simplificar os cálculos.

Calcule o produto fazendo a adição de parcelas iguais.

a)  $45 \cdot 2$       b)  $13 \cdot 4$       c)  $143 \cdot 3$

Como  $27 \times 3 = 3 + 3 + 27$ , ele fez  $27 + 27 + 27$  e obteve R\$ 1,11. Logo,  $27 \times 3 = 81$ .

C. Uma terceira ideia associada à multiplicação surge no cálculo do número de possibilidades ou combinações possíveis.

Numa lanchonete há 4 tipos de suco: laranja, abacaxi, morango e melão. Eles são servidos em copos de 3 tamanhos: pequeno, médio e grande. Quantas são as possibilidades de escolha ao pedir um suco?

Como são 4 tipos de suco e para cada tipo há 3 tamanhos de copo, o total de possibilidades é dado por:

$$4 \times 3 = 12$$

Pode-se também pensar em 3 tamanhos de copos e, para cada um, 4 tipos de suco, ou seja,  $3 \times 4 = 12$ .

35 Copie e complete a tabela em seu caderno.

|         | Pequeno ☺       | Médio ☺     | Grande ☺       |
|---------|-----------------|-------------|----------------|
| Laranja | laranja pequeno |             |                |
| Abacaxi |                 |             | abacaxi grande |
| Morango |                 |             |                |
| Melão   |                 | melão médio |                |

Tabela de dupla entrada

E se fossem 7 tipos de suco e copos de apenas 2 tamanhos, quantas combinações teríamos?

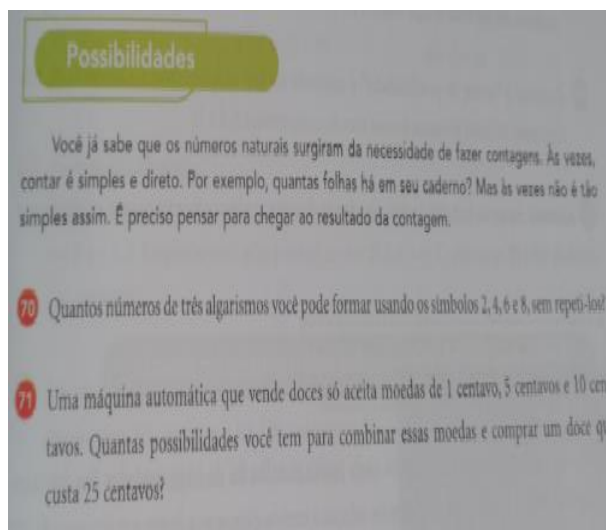
**Fonte:** Representação de tarefas contidas na obra que será citada a baixo.

A tarefa que estamos analisando é a que consta na figura 07 com a seguinte redação: “Numa lanchonete há quatro tipos de suco: laranja, abacaxi, morango e melão. Eles são servidos em copos de três tamanhos: pequeno, médio e grande. Quantas são as possibilidades de escolha ao pedir um suco?” Encontra-se na obra (livro didático: Tudo é Matemática da Ática, 5ª série (6º Ano) do Ensino Fundamental, autoria de Luiz Roberto Dante). Então, a partir dos questionamento surge a seguinte questão Neste caso como resolver esta tarefa sem o uso de fórmulas? A técnica a ser utilizada nesse caso pode ser a mesma do caso anterior? Por quê?

Importante destacar que os questionamentos apresentados tiveram a intencionalidade de levar o sujeito em processo de formação, no caso, os professores a refletirem sobre as organizações didáticas-matemáticas que estão efetivamente presente na escola básica, isso é para mostrar que a maneira de agir e pensar sobre o ensino do ponto de vista do professor é diferente do que se espera do aluno. No caso em análise, a própria organização didático-matemática sugere alternativas (técnicas) distintas para enfrentar a tarefa, como por exemplo, árvore das possibilidades, a tabela e também induz a resolução utilizando as ideias aditivas e multiplicativas conforme o que apresentamos no caso anterior, ou seja, a tarefa é um caso particular do objeto de ensino Análise Combinatória formalmente conhecido como uma combinação simples.

Outro ponto levantado durante os questionamentos seria do professor refletir sobre questões que levassem os alunos a perceber o alcance e a viabilidade de atacar tarefas análogas quando estas tiverem suas condições alteradas como em aumentando a quantidade de elementos do conjunto dado. Isso nos leva a percebermos a relevância de uma técnica formalizada, à própria limitação da aritmética como processo de contagem e, portanto, a contribuição da álgebra no sentido de permitir a construção de técnicas capaz de resolver tarefas análogas de maneira econômica e assim permitindo uma compreensão mais ampla das mesmas como sendo imperiosa para a atividade matemática, pois, a partir da compreensão do processo formal pelo sujeito, ele passa a desocupar a sua mente para o enfrentamento de novos problemas.

**Figura 08**



**Fonte:** Representação de tarefas contidas na obra que será citada a baixo.

A tarefa que estamos analisando é a que consta na figura 08 com a seguinte redação: “*Quantos números de três algarismos você pode formar com os símbolos 2,4,6 e 8?*” Encontra-se na obra (livro didático: Tudo é Matemática da Ática, 6ª série (7º Ano) do Ensino Fundamental, Dante). Neste caso propomos a nossos sujeitos como eles resolveriam a tarefa em tela sem o uso de fórmulas? Também indagamos se a técnica a ser utilizada nesse caso poderia ser a mesma do caso anterior? Por que?

A partir de reflexões e análises verificou-se algumas situações que diferenciavam do que foi proposto na organização didático-matemática anterior, primeiro não são apresentadas sugestões como árvore das possibilidades, tabelas, segundo se verificou que a ordem dos elementos no agrupamento do caso anterior não o diferenciavam, enquanto neste sim. E assim, perceberam que se trata de outro caso particular do objeto de ensino Análise Combinatória que é o arranjo simples que por definição é o que segue: *Seja M*

um conjunto com um número de elementos distintos, isto é,  $M = \{ a_1, a_2, \dots, a_m \}$ . Chamamos de arranjo simples, toda  $r$ -upla ordenada tomada com elementos de  $M$  todos distintos, de acordo com Iezzi et al (2004).

Agora com relação à dimensão ecológica do saber no contexto curricular evidenciamos que segundo as normas e parâmetros (PCNs) que orientam o ensino de matemática quanto aos objetivos e seus respectivos objetos matemáticos de ensino trazem o objeto de ensino Análise Combinatória explicitamente no bloco tratamento da informação conforme já anunciamos em momento anterior. Propõe também que os objetos de ensino sejam desenvolvidos de maneira articulada com outros objetos e que vá evoluindo nos níveis escolares, bem como observando as retomadas.

No entanto, o que se observa nas organizações didático-matemáticas que se impõe de maneira predominante nas instituições escolares, e que, portanto, orientam e determinam as maneiras de agir e pensar dos professores, que ainda, majoritariamente são os livros didáticos, estes apresentam o objeto de forma estanque, isolada e desarticulada dos demais. Foi possível constatar que o objeto em destaque no nível fundamental aparece localizado em uma sequência que varia entre duas a três página dos livros didáticos que tivemos acesso e que já expomos no decorrer desta pesquisa.

E quanto a dimensão econômica do saber, percebemos que no contexto das tarefas, estas giram em torno das possibilidades no nível fundamental e como não há técnicas específicas, ou melhor, as ferramentas disponíveis neste nível e segundo as maneiras de agir e pensar dominantes sobre o objeto de ensino do qual estamos tratando não permite apresentar uma tarefa fundamental que poderia agregar as demais. No entanto, parece que a nível fundamental a técnica que abarcaria tais tarefas é o princípio multiplicativo.

De acordo com a nossa investigação o princípio multiplicativo pode ser enunciado da seguinte maneira: *“Se um acontecimento A pode ocorrer de m maneiras diferentes e se, para cada uma das m maneiras possíveis de ocorrências de A, um segundo acontecimento B pode ocorrer de n maneiras diferentes, então o número de maneiras de ocorrer o acontecimento A seguido do acontecimento B é:  $m.n$ ”*.

Esta definição parece ser a pedra angular do objeto de ensino AC, e portanto, entendemos que apresentar uma demonstração, pois a partir deste princípio é possível se demonstrar os casos particulares deste objeto de ensino no nível escolar subsequente, ou seja, no nível médio que são: as permutações, arranjos e combinações.

Demonstração:

Sendo:



$a_1, a_2, \dots, a_m$  as  $m$  maneiras de ocorrências de  $A$

$b_1, b_2, \dots, b_n$  as  $n$  maneiras de ocorrências de  $B$

Uma maneira de pensar é da seguinte forma. Considerando cada possibilidade um par ordenado  $(a_i, b_j)$ . Onde  $a_i$  representa as maneiras de ocorrer  $A$  e  $b_j$  as maneiras de ocorrer  $B$ .

Lembrando que  $i = 1, 2, \dots, m$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Agora, fixemos o primeiro termo do par, sendo ele o  $a_1$  e vamos variar o segundo de  $b_1$  até o  $b_n$ . E repetiremos este processo para cada  $a_i$ .

A seguir, apresentam-se os pares ordenados formados.

$$m \text{ linhas} \begin{cases} (a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots, (a_1, b_n) \rightarrow n \text{ pares} \\ (a_2, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_2, b_n) \rightarrow n \text{ pares} \\ \dots \\ (a_m, b_1), (a_m, b_2), \dots, (a_m, b_n) \rightarrow n \text{ pares} \end{cases}$$

Se somarmos todas as possibilidades, temos que a cada linha, gera  $n$  pares diferentes. Como temos  $m$  linhas, ficaremos com:  $n + n + \dots + n = m.n$

O que prova a hipótese inicial.

Outra maneira para se provar o princípio, é a que será apresentada a seguir.

A ideia central é a mesma, porém há uma diferença no raciocínio final que utilizamos.

Após definir as possibilidades como um par ordenado  $(a_i, b_j)$ , colocaremos em uma tabela para ilustrá-las

Esquematização do número de pares ordenados formados a partir dos acontecimentos  $A$  e  $B$ .

| A \ B | $b_1$        | $b_2$        | ... | $b_n$        |
|-------|--------------|--------------|-----|--------------|
| $a_1$ | $(a_1, b_1)$ | $(a_1, b_2)$ | ... | $(a_1, b_n)$ |
| $a_2$ | $(a_2, b_1)$ | $(a_2, b_2)$ | ... | $(a_2, b_n)$ |
| ...   | ...          | ...          | ... | ...          |
| $a_m$ | $(a_m, b_1)$ | $(a_m, b_2)$ | ... | $(a_m, b_n)$ |

Com isso, basta contarmos cada par ordenado formado. O que nos leva a:  $n + n + \dots + n = m.n$

A extensão desse princípio demonstrado anteriormente, nos leva a outro princípio, o Princípio Fundamental da Contagem, que de fato, parece ser o cerne em que as tarefas que envolvam o objeto de ensino Análise Combinatória devem gravitar.

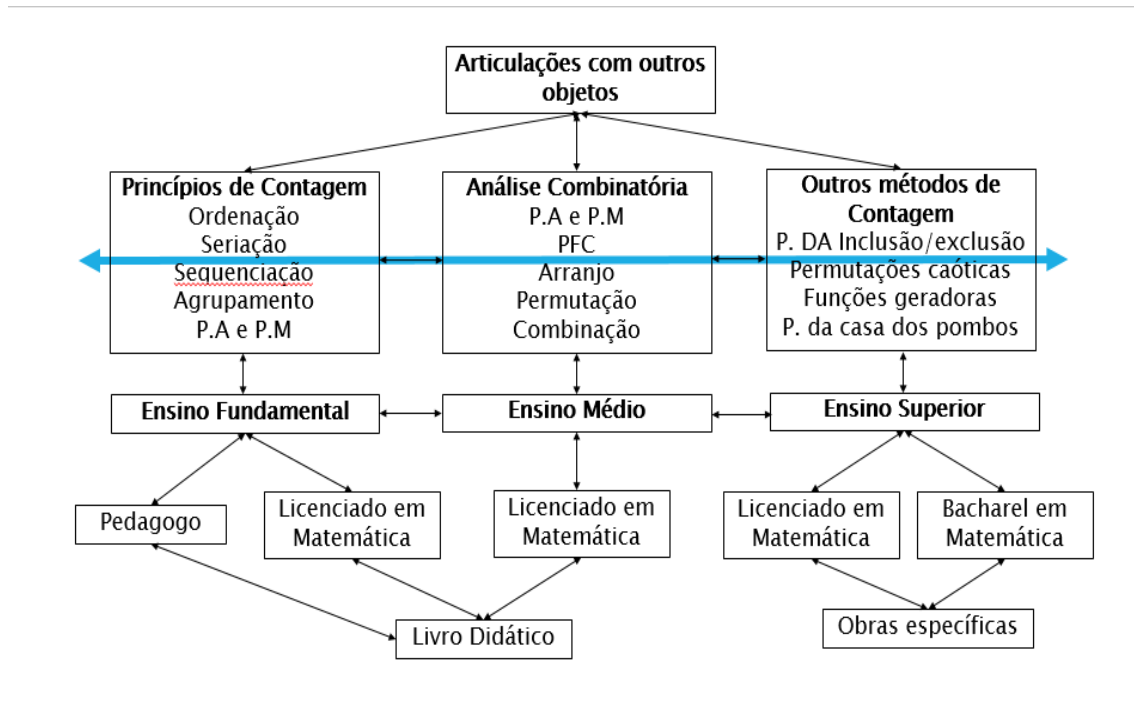
Com isso, o MTA se apresenta como um dispositivo didático concreto que poderá oportunizar nos percursos de formação dos professores que ensinam matemática, que por meio de questionamentos e reflexões percebam problemas da profissão docente sobre o ensino da matemática pelo prisma que levem em consideração de fato, a transacionalidade do objeto de ensino, a articulação deste objeto com outros objetos de ensino, bem como as dimensões do saber (epistemológica, ecológica e econômica), se mostra pertinente a formação de professores que contemple uma visão ampla e aprofundada dos objetos matemáticos constituintes nos currículos das instituições escolares, e que assim, possam efetivamente vir a serem desenvolvidos de maneira articulada e conexa.

Com efeito, o modelo se configura como um dispositivo didático que permite viabilizar nos percursos de formação uma visão mais consciente e consistente sobre os objetos de ensino, e portanto, uma postura crítica pode emergir dos sujeitos sendo capazes de mobilizarem na interação dos conhecimentos docentes elementos que possam lançar outro olhar sobre os desafios e levar a vivenciar outras situações que possam mudar a sua posição diante do saber e, por consequência, questionar os paradigmas dominantes.

Assim, os recursos teóricos tanto do “conhecimento base para o ensino” como da TAD no contexto da Educação Matemática parece constituir parte estratégica da infraestrutura didática necessária para um fazer reflexivo de ensino, este entendido como manipulação de saberes para torna-los ensináveis. Neste caso, a metodologia da pedagogia de investigação ampliada para o PER permiti criar condições para que as pessoas ajam reflexivamente na manipulação do saber para o ensino segundo a compreensão; do horizonte do conteúdo (ou objeto de ensino) no currículo Shulman (1986,1987) e, portanto, com suas diferentes relações institucionais e pessoais de acordo com a posição que ocupa no currículo, com suas funcionalidades em conexão com outros saberes segundo um fazer de complexidade crescente Chevallard, Bosch e Gascón (2001), Chevallard (2003, 2009a) e Gascón (2001).

Sintetizando a nossa discussão analítica sobre o modelo transacional-articulador apresentaremos na figura 09 que segue, destacando que a linha azul representa o contexto das práticas sociais em que vive o objeto de ensino e que neste caso trata-se da Análise Combinatória. Também enfatizamos que o MTA está em consonância com o entendimento de que o saber matemático em voga é produto de uma atividade humana que tem passado, presente e perspectiva futura, por isso, deve ser visto como um dispositivo didático dinâmico que remete a considerar as várias variáveis que o compõe.

Figura 09



**Fonte:** Construída pelo pesquisador mediante abstração das reflexões das práticas mobilizadas durante os percursos formativos.

O Modelo Transacional-Articulador (MTA) permite uma integração entre os conhecimentos proposto por Shulman (1986), quando estes são pensados de maneira articulada, transacional e investigativa no tocante as dimensões de um determinado saber contemplando os vários níveis de codeterminação conforme Chevallard(2009a) e, que portanto, situa este saber no contexto das práticas sociais afirmando-o como um produto da humanidade que mantem se vivo dependendo da capacidade que tem de resolver as suas demandas sociais.

## 6 - Considerações

Iniciamos essas considerações com a consciência de que, por um lado, há muito a ser compreendido sobre a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática, mas, por outro, entendemos ter avançado na discussão acerca da problemática da profissão docente naquilo que nos propusemos e, portanto, esperamos que as contribuições gerem novas provocações e nos permitam (re)pensar a Educação Matemática e, mais especificamente, o ensino de matemática na educação básica. Assim, as práticas dos professores retroalimentadas com o questionamento do saber, as articulações deste saber com outros saberes, a sua transacionalidade frente ao currículo e as dimensões epistemológica, ecológica e econômica, parecem se configurar como possibilidades de promover o rompimento com os modelos cristalizados.

Um dos pontos relevantes da discussão que conseguimos estabelecer com os sujeitos participantes nos percursos de formação foi o de considerarmos a relação do professor com o saber matemático à luz da TAD. Isto porque ela se apresentou como um conjunto de ferramentas e instrumentos que contribuiu e permitiu uma análise ampliada sobre o objeto de ensino Análise Combinatória, seja ele como a materialização de um saber, ou seja, como uma problemática enfrentada pela profissão em difundir seu conhecimento. Porém, para contornar fatos ocorridos durante o processo dos percursos de formação, não contemplados com a TAD, recorreremos ao “conhecimento base para o ensino” e a outras pesquisas. Assim, ratificamos a relevância da TAD como mecanismo teórico para análise da relação do professor com o saber e os conhecimentos mobilizados em sua prática, mas que, sozinha, não conseguiu abarcar todos os aspectos dos processos, possivelmente por sua complexidade. Com isso, justificamos o porquê de utilizarmos outros suportes teóricos como, por exemplo, o “conhecimento base para o ensino”, aliás, a pesquisa já foi gerada com a intenção de se estabelecer uma confluência entre as principais ideias destas duas correntes de pensamento como norteador teórico para analisarmos os processos de formação e chegarmos a uma compreensão sobre a questão que lançamos.

A seguir, com o propósito de esclarecer eventuais dúvidas, que possam pairar no que tange à aproximação que buscamos estabelecer entre o “conhecimento base para o ensino” e a TAD, ressaltamos que a principal diferença entre estas duas correntes, ou seja, o “conhecimento base para o ensino” e a TAD, está no fato de que os estudos concernentes

às maneiras de agir e pensar do professor para ensinar um determinado saber (conteúdo), apresentam no “conhecimento base para o ensino” como base os processos cognitivos de transformação da matéria, enquanto a TAD se detém aos estudos na didática e enfatiza o saber (conteúdo) e o seu papel no e/ou para ensino.

Por outro lado, o uso de método qualitativo de pesquisa, como esta, que tem a preocupação com o processo da preparação e implementação do saber (conteúdo) em objeto de ensino e de como se processa a interação do sistema didático, é a semelhança mais evidente nestas correntes investigativas. Assim, entendemos que a discussão entre estes termos seja ainda parte de um processo de adoção ou mesmo de readequação de abordagens clássicas às recentes concepções epistemológicas sobre o ensino, e que vem contribuir para compreensões mais alargadas sobre as maneiras de agir e pensar do professor em relação ao ensino da matemática.

Então, a decisão de investigarmos as práticas dos professores desenvolvidas nessa pesquisa com o estudo da aula simulada e do percurso de estudo e pesquisa, os quais adotamos, mostraram-se como instrumentos em potencial capazes de levarem os sujeitos envolvidos a patamares de reflexão que, de alguma forma, contribuiriam para que eles pudessem evidenciar as situações vivenciadas de outras maneiras. Um dado concreto do que acabamos de afirmar, foi o caso do estudo da aula simulada em que os alunos-professores perceberam, mediante situações em que foram questionados sobre as maneiras de agir e pensar por eles mesmos, que teriam de formular seus pensamentos, concepções e atitudes sobre o que é ser um professor de matemática, como é possível ensinar matemática e o que e o por que ensinar matemática num determinado nível de ensino.

Ainda nesse sentido, os alunos-professores perceberam que conhecer o saber matemático do objeto por si só, ou seja, sem relacioná-lo com ele mesmo e com outros objetos de ensino, ou ainda, conhecer o saber fazer necessário à atividade docente, não são condições suficientes para tornar o objeto matemático ensinável. Observaram também que a linguagem empregada para se comunicar com os seus alunos não deveria ser a mesma utilizada com seus pares e, da mesma forma, reconheceram que os cursos de formação de professores, especialmente, os cursos de graduação em licenciatura, precisam tomar providências no sentido de criar condições para prepará-los como difusores da matemática escolar promovendo, por exemplo, ambientes em que as atividades didático-matemáticas (laboratório de ensino), como o estudo da aula simulada, sejam difundidos e se constituam em espaço de debates para que possam contribuir na compreensão mais detalhada dos objetos matemáticos de ensino, de forma que estes sejam

associados e conectados com a prática docente, com o currículo, com a relação pedagógica, enfim, que a teoria e prática se articulem no processo formativo.

Portanto, as articulações teóricas tecidas nesta pesquisa parecem ter contribuído para o campo da formação de professores de matemática em alguns aspectos: (a) permitiram ampliar o repertório de conhecimentos do professor, de tal maneira que estes conhecimentos na prática devem ser vistos como estando imbrincados e em conexão; (b) reforçam a importância de elaborarmos formas alternativas de representações e investigações que tenham origem nas práticas docentes criando mecanismos que levem os professores a refletirem sobre os problemas enfrentados no seu cotidiano; (c) ações concretas como, o estudo de aulas simuladas, preparação de material didático, investigação sobre a epistemologia dos objetos matemáticos, estudos sobre a importância da argumentação na atividade matemática, compreensão que o discurso e a oratória são meios imprescindíveis para estabelecerem a interlocução com os sujeitos; e (d) implementar percursos de estudos que efetivamente permitam o sujeito em formação compreender a razão de ser do processo da organização didático-matemática que vai desde a preparação do texto de saber até culminar com a relação pedagógica.

Ainda neste sentido, é importante percebermos que o discurso que o professor utiliza para justificar uma técnica didática, por exemplo, na educação básica com relação ao ensino de matemática, não se resume a uma maneira de agir e pensar baseando-se na exposição pedagógica de que priorizando o concreto se constrói um ambiente supostamente compreensível e motivador, enquanto, o pensamento abstrato é possivelmente incompreensível e desmotivador, mas sim que a abstração é inerente a atividade matemática em qualquer nível de ensino. Assim, não é plausível que uma maneira de agir e pensar do professor de matemática visando o ensino tenha o bloco técnico-prático (saber-fazer, práxis) desconectado do tecnológico-teórico (saber), tendo em vista que muitas das tarefas e das técnicas didáticas associadas são insuficiências de um discurso coerente e consistente advindo de maneiras de agir e pensar ingênuos e/ou espontâneos conforme Bosch e Gascón (2001).

Outro ponto que merece esclarecimento é quanto ao saber matemático para o ensino na educação básica. Como já destacamos em outros momentos, parece ser factível que para ensinar um determinado saber seja preciso um conjunto de conhecimentos articulados em que todos assumem sua função e destes o conhecimento do conteúdo não deve ser encarado como uma renúncia do saber matemático de ordem acadêmica ou

científica, mas de uma compreensão de como estes saberes podem ser desenvolvidos para contribuir efetivamente com as maneiras de agir e pensar do professor.

Daí, entendemos ser imperioso observar que a matemática com qual o profissional irá atuar, principalmente no ensino básico, apresenta características diferentes da matemática que o matemático manipula. A relação com o saber que o matemático mantém com a matemática acadêmica é praticamente um sistema didático *strito sensu* onde a preocupação fundamental do sujeito é de manter uma interlocução solitária com o saber. No entanto, não queremos dizer com isso que o professor da escola básica não precise de conhecimento matemático como aquele que faz parte das práticas acadêmicas. As reflexões e análises que tecemos a partir dos percursos formativos na interlocução com os elementos teóricos assumidos revelaram a necessidade de uma epistemologia para o profissional do ensino sobre a matemática escolar.

Neste contexto, importa destacar que o docente da escola básica, além de conhecer e dominar o saber sobre o objeto matemático do sistema didático *strito sensu*, exige do mesmo, a competência e a capacidade de criar as condições para que o aluno possa ir ao encontro do saber. Ou seja, é preciso não só saber fazer, mas elaborar o discurso que justifique aquela prática observando a coerência e a consistência do saber que se pretende ensinar.

Observamos, portanto, que a maneira como o professor constrói o seu discurso pode ser uma possibilidade bem profícua, no estudo da aula simulada, e uma maneira plausível de entendermos que ele pode contribuir com a formação de professores que ensinam matemática. Enfatizamos ainda, que a problemática do discurso foi observada por nós em outros momentos, como, por exemplo, nas regências durante os Estágios Supervisionados e realização do estudo da aula simulada. No entanto, como já frisamos a observação desse fato não foi por nós investigado, mas é um fato concreto que merece ser considerado e, por isso, a proposição está aberta e outras pesquisas poderão emergir. Com efeito, destacamos a relevância de começarmos a pensar sobre o que fazer para atacar o problema da comunicação do professor com os seus interlocutores, ou seja, é preciso pensarmos em maneiras de levar o professor a refletir sobre o seu discurso. Então, como indicativo, poderíamos encontrar respostas no campo da retórica, da hermenêutica? Ou em outro campo? Estas questões parecem apresentar relevância no que tange as maneiras de agir e pensar do professor sobre o ensino e, portanto, ficam em aberto para futuras pesquisas.

Continuando nessa trilha, e afinado com Climent (2005) assumimos que o desenvolvimento profissional do professor de matemática se constitui como um processo de aprendizagem e construção contínuo, cujos pilares são a reflexão e a crítica sobre a sua própria prática. São eles que poderão promover uma conscientização dessa atuação que se espera conduzir a um enriquecimento do seu conhecimento profissional e, conseqüentemente, do seu desenvolvimento profissional.

Então, para que o futuro professor tenha possibilidades de refletir sobre os fatos acima. Para tanto, é oportuno discutir na formação inicial mecanismos que levam o professor a ser o protagonista do processo de ensino, assim defendemos que nessa formação os estudantes experimentem “construir” (sim construir, e não apenas reproduzir o que está exposto nas obras, é preciso questioná-las, por que ensinar este objeto? Para que ensinar? O que ensinar deste objeto neste nível? Como ensinar o objeto?) as suas aulas de fato. E que na sua formação inicial tenham subsídios para desenvolverem atividades matemáticas que tenha relação com o ensino da educação básica. Essas atividades matemáticas desenvolvidas adequadamente podem contribuir para que os futuros professores tenham condições de decidir e construir a sua organização didática-matemática e não simplesmente reproduzir as obras.

É imperioso destacar que o modo como vem sendo efetivamente realizada a formação, em particular, nos Cursos de licenciatura em matemática, nas instituições investigadas, não apresenta somente aspectos negativos. Existem ações, atitudes e posturas de profissionais que são extremamente significativas e que não podem ser omitidas. Mesmo que ainda o grupo seja reduzido, são práticas que vem contribuindo para que a formação do professor de matemática possa ser (re)pensada por outras perspectivas. Iniciativas como a realização e participação em eventos da área com apresentação das pesquisas realizadas, tanto pelos professores como pelos alunos, já são realidade e, portanto, tornam perceptível as mudanças na maneira do relacionamento que os alunos mantêm com o curso, bem como a função do professor no contexto atual. Nessa direção, compreendemos que os percursos de formação apresentados nessa pesquisa vão indicar ações que podem contribuir ainda mais no sentido de potencializar e fomentar a formação de professores de matemática.

Nesse sentido, os professores, formadores de professores e seus alunos, assumem, a tarefa complexa de propor mudanças com o objetivo de transformar a situação atual, onde a tradição ainda é marcada pelo referencial da racionalidade técnica, segundo o qual os profissionais na prática são efetutores de problemas estruturados mediante a



aplicação da teoria e da técnica que vem do conhecimento sistematizado, e principalmente, do conhecimento matemático acadêmico (GONÇALVES, 2006).

Continuando o raciocínio anterior, a análise de Melo (2010) aponta em estudo realizado sobre a formação do formador de professores de matemática no contexto das mudanças curriculares no âmbito da UFAC que a forma que se constitui a formação profissional da grande maioria dos formadores é predominantemente técnica científica. A formação dos formadores foi realizada, basicamente, em cursos de graduação e em programas de pós-graduação, nos quais, como já havia constatado Gonçalves (2000), não foram dadas as oportunidade para os sujeitos refletir sobre a sua prática durante a formação inicial e tampouco passaram por experiências, na formação inicial, que de algum modo pudesse contribuir efetivamente para seu desenvolvimento profissional como formador de professores de matemática para a educação básica.

Desta forma, a postura reflexiva não requer apenas do professor o saber fazer, mas também que ele possa saber justificar de fato as suas ações de forma consciente e consistente em sua prática e perceber se essas decisões são possivelmente melhores para favorecer na sua relação pedagógica, diferentemente do que coloca Perrenoud (2002), que ensinar é, antes de tudo, agir na urgência, decidir na incerteza. É óbvio que nenhuma preparação para enfrentar a sala de aula é de tudo concretizável e realizável, pois reconhecemos que são muitas as variáveis em jogo no processo do sistema didático e o controle delas pode eventualmente fugir das competências e capacidades do professor. Contudo é possível e necessário alcançarmos uma formação que de conta de antecipar urgências e incertezas para efetivamente o professor poder se firmar como profissional no sentido de ter respostas para problemas da profissão.

Os resultados de pesquisas realizadas com professores de matemática, como os que encontramos em Lima (2009) apontam que as decisões dos professores se apoiam fortemente no seu conhecimento do objeto matemático abordado na sua experiência com a sala de aula e nas suas concepções de ensino e de aprendizagem. Esse fato reforça a necessidade de criar novas práticas durante formação de professores para que os mesmos possam alcançar a compreensão de agir em diante a situações a serem enfrentadas no ambiente da sala de aula sem que para isso ele tenha que primeiro vivenciá-la e depois refletir, ou seja, nos percursos formativos deste professor é imprescindível que antecipamos muito do que ele irá se deparar no exercício da profissão.

Estão, englobados sob o rótulo de pensamento do professor, estudos que se voltam à compreensão de processos tais como percepção, reflexão, teorias pessoais, resolução de

problemas, tomada de decisões, relações entre conceitos, construção de significados e outros, embora, caracterizados por diversidade teórico-metodológica, evidenciaram que os pensamentos, as crenças e as teorias pessoais dos professores eram importantes na configuração de suas práticas de sala de aula e em suas decisões curriculares.

No entanto, até o momento podemos inferir a partir dos estudos sobre pensamento do professor que estes têm conhecimento de seus alunos, do currículo, do processo de aprendizagem usado para tomar decisões, porém, permanece difuso o entendimento de que os professores sabem sobre os conhecimentos de suas áreas específicas e como eles escolheram representar a matéria durante o ensino.

O pensamento acima, a nosso ver poderá ser superado a partir do momento que os cursos de formação de professores perceberem que é imperioso encarar o problema da desarticulação dos objetos de ensino, a necessidade do domínio das dimensões do saber, a urgência de compreender a transacionalidade do objeto de ensino nos vários níveis de ensino. Assim, é importante refletir sobre estes aspectos para que tenhamos condições suficientes para enfrentar a complexidade da sala de aula.

Chamamos atenção sobre o objeto a ser ensinado, para que levemos em consideração outras variáveis, como os conhecimentos que precisam ser mobilizados pelo professor para que possa fazer com que os outros entendam, e isto não deve ser confundido com a banalização do objeto de ensino, mas tratá-lo com toda seriedade que o merece. Não é criando artifícios mirabolantes que se fará com que o objeto de ensino se torne mais assimilável, mas acima de tudo, tratar com responsabilidade e ter a tranquilidade de quando necessário expor a realidade e, se for o caso, assumir que até o momento não se dispõe de uma maneira razoável e capaz de dar uma explicação coerente e consistente, evitando assim, criar outras dificuldades para a difusão deste saber.

É nesta direção que vislumbramos a relevância desta pesquisa para ampliar as discussões relativas às práticas da sala de aula em que o saber matemático esteja em jogo. E, assim, torna-se justificável que o desenvolvimento dessas discussões está fortemente ligada as investigações sobre os conhecimentos para os professores ensinar a matemática da educação básica. É neste sentido, que entendemos que falar das práticas dos professores em sala de aula, dos conhecimentos docentes mobilizados nesta prática, e da relação do professor com o saber matemático se constituem como temas imbricados que devem estar presentes nos percursos de formação dos professores que ensinam matemática.

Assim, compreendemos que a relação do professor com o saber matemático depende diretamente do seu envolvimento com as práticas, as vivências com os seus pares e compartilhando os seus questionamentos, as suas atitudes, os sucessos, os fracassos será possível ocupar outra posição, de acordo com a capacidade que cada um tem de assimilar as relações do contexto. Para isso, entendemos ser relevante que o professor tenha contato com outras práticas, e portanto possa estabelecer outras conexões com as que tem, ampliando seu repertório de práticas.

Portanto, entendemos ter avançado na discussão da infraestrutura teórica, no caso dos recursos teóricos disponibilizados principalmente por Chevallard e Shulman para o desenvolvimento de novas práticas ao tempo que produz novas relações com os saberes em jogo. Nesse sentido, entendemos que a pesquisa sobre a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática se apresenta como contribuição dos dispositivos teóricos anunciados e, que, portanto, podem auxiliar na construção concreta de novas práticas para o ensino.

Com efeito, a ausência dos recursos teóricos que consideramos poderiam não impedir a construção de novas práticas, mas evidentemente poderiam não assegurar a revelação das problemáticas docentes no exercício da profissão e os meios de enfrentá-los. Algumas das problemáticas que nos referimos são por exemplo: a ausência de uma relação com o saber para uma dada posição do sistema escolar; professores licenciados que não tem a sua disposição um método de como construir maneira de agir e pensar sobre o ensino de um determinado objeto; ausência de como concretizar uma prática para o ensino nos anos iniciais de um determinado objeto de ensino; falta de clareza de como enfrentar a problemática ecológica do currículo e as dificuldades encontradas na tomada de consciência das condições, as vezes restritivas, dos níveis localizados mais acima da escala de codeterminação didática como da cultura, da sociedade, da escola e da pedagogia no exercício da profissão e os meios de enfrentá-los.

Finalizamos, estas considerações com a compreensão de que há muito ainda a ser feito, que forças contrárias se articulam de forma consciente e/ou inconsciente com a finalidade de manter o *status quo*. Por isso, tentar mudar e agir com outras ideias é entrar numa zona de desconforto e incertezas, mas manter-se inerte é contribuir para o que está posto. Por tudo isso, acreditamos que a responsabilidade, a ética, o compromisso, a ousadia, a coragem devem ser atributos norteadores para aqueles que almejam transformar o modo de conceber a formação do professor que ensina matemática e, para

isto, é fundamental que o discurso do professor formador se coadune com as suas atitudes, com sua prática.

## REFERÊNCIAS

- ABRANTES, P. **Porque se ensina matemática: perspectivas e concepções de professores e futuros professores (Provas APCC)**. Lisboa, DEFCUL, 1986.
- ALARCÃO, I. **Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores**. Cadernos CIDInE, 1991.
- ALARCÃO, Isabel (org.). **Formação reflexiva de professores – estratégias de supervisão**. Porto: Porto Editora, 1996.
- ALARCÃO, I. **A Formação do Professor Reflexivo**. In: ALARCÃO, Isabel. *Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva*. 6ª Ed. São Paulo: Cortez, 2008.
- ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2010.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos de didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.
- ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith. **Relevância e aplicabilidade da pesquisa em educação**. *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, n. 113, p. 39-50, jul. 2001.
- ARTIGUE M. **Epistémologie et Didactique. Recherche en Didactique des Mathématiques**, vol. 10 (2/3), p. 138-170, 1991.
- ASSUDE, T. **Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular**. Versailles: IREM, 1998.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Tadução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- BALL, D. L. **Knowing mathematics for teaching: relations between research and practice**. *Mathematics and Education Reform Newsletter*, 14 (3), p. 1-5, 2002
- BALL, D. L., & Bass, H. **Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching**. In B. Davis & E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 annual meeting of the canadian mathematics education study group* (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, 2003.
- BALL, D. L., THAMES, M. H., & PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: What makes it special?** *Journal of Teacher Education*, 59(5), p. 389–407, 2008.
- BATANERO, C.; NAVARRO – PELAYO, V; GODINO, J. D. **Razonamiento Combinatorio en alumnos de secundaria**. In: *Educación Matemática*, vol. 8, nº1. Grupo Editorial Ibero América, 1996.
- BERTHELOT, R. et SALIN, M.H. **L’enseignement de l’espace et la géométrie dans la scolarité obligatoire**. Bordeaux. Thèse Université de Bordeaux I, 1992.

BICUDO, M.A.V. **Pesquisa quantitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica.** In: BORBA, M.C. ARAUJO, J.L.(Orgs.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BLOCH, I. **Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence, en formation, dans des situations à dimension adidactique?** *Actes du Séminaire National des Didactiques des Mathématiques*, mars – 2005, Paris, 2005.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs Objet d'étude et problematique.** *Recherches en Didactique des Mathématiques*. vol 19, no 1, p.77-124, 1999.

BOSCH, M. e GASCÓN, J. **25 años de transposición didáctica.** *Actas del I Congreso internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico*. Baeza. 2006.

BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Las Prácticas Docentes Del Profesor de Matemáticas.** Xèleme École d'Été de Didactique des Mathématiques, Barcelona, 2001.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria.** En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación em Educación Matemática XIII*, p. 89-113, Santander: SEIEM, 2009.

BOSCH, M. GARCIA, j. GASCÓN, j. e RUIZ HIGUERAS. L. **La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar.** Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)*, Vol. 18 nº 2, México, 2006, P. 37-74.

BOURDIEU, P. e PASSERON, J.C. **A Reprodução: Elementos para uma Teoria do Sistema de Ensino.** Tradução : Reynaldo Bairão. Revisão : Pedro Benjamim Garcia e Ana Baeta. 4 ed. Petrópolis, RJ : vozes, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática.** Brasília: Secretaria de Ensino Fundamental - SEF, 1997.

BRASIL. Ministério de Educação e Cultura. **LDB - Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da Educação Nacional. Brasília: MEC, 1996.

BRASLAVSKY, C. **Bases, orientaciones y criterios para el diseño de programas de formación de profesores.** *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 19, p. 1-28, 1999.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques,** *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 7.2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. **Utilidad e interés de la didáctica para um professor,** *Suma*, v. 4, p. 5-12, 1989.

BROUSSEAU, G. “¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? (Primera parte)”. Revista Enseñanza de las Ciencias. España, Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat Autònoma de Barcelona: vol: 8,3, pag: 259-267. Traducción al español de Luis Puig, 1990.

BROUSSEAU, G. **Problèmes et résultats de Didactique des Mathématiques**, ICMI, Study 94, Washington, 1994.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor**. In: PARRA, C.S.I (Org). Didática da Matemática – Reflexões pedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BROUSSEAU, G. **Theory of didactical situations in mathematics**. Dordrecht: Kluwer, 1997.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1998.

BROUSSEAU, G. **Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales**. Um exemplo d'utilização de la théorie des situations pour l'ingénierie. Quaderni di Riberca in Didattica, v. 9, 2000. Disponível em: <http://dipmat.unipa.it/~grim/quaderno9.htm>, acessado em 12 de abril de 2012.

BROUSSEAU, G. **Les grandeurs dans la scolarité obligatoire**. IN J.L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (Eds), Actes de la 11<sup>ème</sup> École d'été de Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions. P. 331-348, 2002.

BROUSSEAU, G. **A teoria das situações didáticas e a formação do professor**. Palestra. São Paulo: PUC, 2006.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação de professores e globalização: questões para educação hoje**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber: elementos para uma teoria**. Porto Alegre; Artes Médicas Sul, 2000.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Y. **Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel**. Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, 26 juin, Document interne n° 108, 1989.

CHEVALLARD, Y. **Didactique, anthropologie, mathématiques, Postfacio a la 2ª edición de La transposition didactique.** Du savoir savant au savoir enseigné, La pensée Sauvage: Grenoble, 1991.

CHEVALLARD, Y. **l'analyse des pratiques enseignantes em théorie anthropologique du didactique.** Recherches em didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19.2, p 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Aspectos problemáticos de la formación docente.** *XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*, Huesca, 2001. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/siidm.htm>.

CHEVALLARD, Y. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques.** In S. Maury et M. Caillot (Ed.), *Rapport au savoir et didactiques*. Paris : Faber, p. 81-104, 2003.

CHEVALLARD, Y. **Vers une didactique de la codisciplinarité.** Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire, 2004. <http://yves.chevallard.free.fr>. Acessado em 04 de setembro de 2013.

CHEVALLARD, Y. **La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire.** Conferencia dada en la 3ª «Université d'été Animath», Saint-Flour, 22-27 de Agosto de 2004. Publicado en *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire*, APMEP, pp. 239-263, 2005.

CHEVALLARD, Y. **Steps towards a new epistemology in mathematics education.** In BOSCH, M. (ed.) *Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)*, (pp. 21-30), 2006.

CHEVALLARD, Yves. **La TAD face au professeur de mathématiques**, Toulouse, 29 de abril, 2009a, < [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=161](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161)>. Acessado em 8 de out. 2010.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: Del saber sábio al saber enseñado.** Buenos Aires, Aique Grupo, 2009b.

CHEVALLARD, Yves. **Didactique et formation des enseignants**, Poitiers, 13 de maio, 2009c, Disponível em < [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=161](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161)>. Acessado em 8 de out. 2010.

CHEVALLARD, Yves. **La notion de PER : problèmes et avancées.** Toulouse, 2009d, Disponível em < [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=161](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161)>. Acessado em 8 de out. 2010.

CHEVALLARD, Y. **La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD.** in Margolinas et all.(org.) : *En amont et en aval des ingénieries didactiques*, XVª École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). *Recherches em Didactique des Mathématiques* . Grenoble : La Pensée Sauvage, , v. 1, p. 81-108, 2009e.



CHEVALLARD, Y. **Notas do Curso de Altos Estudos : Iniciação a Teoria Antropológica do Didático**. São Paulo: UNIBAN, 2011.

CLANDININ, D.S. **Classroom Practice: Teacher Images in Action**. London: Falmer Press, 1986.

CLIMENT, N. *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Tesis doctoral, (Publicada en 2005. Michigan: Proquest Michigan University. www.proquest.co.uk).

CONTRERAS, J. **A autonomia de professores**. São Paulo: Cortez, 2002.

COONEY, T. J. **Research on teacher education: in search of common ground**. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, nº 1994608-636, 1994.

CUNHA, M. I. da. **A docência como ação complexa: o papel da didática na formação de professores**. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. *Conhecimento local e conhecimento universal: pesquisa, didática e ação docente*. Curitiba: Champagnat, 2004. p. 31-42.

DEWEY, J. **Democracia e Educação**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

FERNANDES, D. **Aspectos metacognitivos na resolução de problemas em matemática**. *Educação e Matemática*, 8, 3-6, 1989.

FERREIRA, D. S. **A motivação e o processo ensino-aprendizagem na educação infantil**. 2002, p.38. Monografia (Especialização em Educação e Arte) – Curso Pós Graduação em Educação e Arte, Universidade Estadual do Paraná – Unespar/Fecilcam, Campo.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A.; PINTO, R. A. **Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada**. Quadrante: Revista teórica e de Investigação. Lisboa, 1999: APM. Vol.8.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Autores Associados: Campinas-SP, 2006.

FIORENTINE, D. **Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em educação matemática**. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCACAO MATEMÁTICA, 1., 1989. Campinas: Anais... SBEM, 1989, p. 186-193.

FIORENTINI, D. **Pesquisar Práticas Colaborativas ou Pesquisar Colaborativamente?** In: *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FIORENTINI, D et al. **O desafio de ser professor de matemática hoje no Brasil**. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando a partir*

da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 89-106.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia. Saberes necessários à prática educativa*. 15. ed. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2000. (primeira edição em 1996).

GARCÍA, C. M. *Como conocen los profesores la materia que enseñan: algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. Ponencia presentada al Congreso Las didácticas específicas en la formación del profesorado*, Santiago de Compostela, España, 6-10 jul. 1992. Disponível em: <[www.prometeo.us.es/mie/pub/marcelo](http://www.prometeo.us.es/mie/pub/marcelo)>. Acesso em: 17/10/2006.

GARCÍA, B. M. *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*, Universidad de Sevilla, Grupo de Investigación en Educación Matemática (giem), Sevilla, Kronos 1997.

GARNICA, A. V. M. *A interpretação e o fazer do professor: possibilidade de um trabalho hermenêutico na educação matemática*. Rio Claro, Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – IGCE-UNESP, 1992.

GARNICA, A. V. M. *Filosofia da educação matemática: algumas ressignificações de uma proposta de pesquisa*. In: BICUDO, M. A. (Org.) *Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: UNESP, p. 59-74, 1999.

GARNICA, A. V. M. *Um ensino sobre as concepções de professores de Matemática: Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 34, n.3, p. 495-510, set./dez. 2008.

GASCÓN, J. *El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de La Didáctica de las Matemáticas*. *La Gaceta Real Sociedad Matemática Española*, 5 (3), 673-698, 2002.

GASCÓN, J. *Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* [On-line] 2001, 4 (julio) : [Data de consulta: 02 /01 / 2014] Disponível em:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33540202>> ISSN 1665-2436

GASCÓN, J. *¿Por qué lo matemático es “denso” en lo didáctico? Respuesta provisional a las sugerencias de T. Recio*. *La Gaceta Real Sociedad Matemática Española*, 6 (1), 151-159, 2003.

GASCÓN, J. *Del Problem Solving a los Recorridos de Estudio e Investigación. Crónica del viaje colectivo de una comunidad científica*. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN)*, Nº 22, 2010, p. 9-35.

GASCÓN, J. *LAS TRES DIMENSIONES FUNDAMENTALES DE UN PROBLEMA DIDÁCTICO. EL CASO DEL ALGEBRA ELEMENTAR*, RELIME. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, v.14(2); p.203-211, 2011.

GAUTHIER, C [et al.]. *Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente*. Trad. Francisco Pereira. Ijuí-SC: Editora Unijuí, 1998.

GIROUX, H. A. **Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

GOMES, M.P. **Antropologia: ciência do homem: filosofia da cultura.** 2ª ed. São Paulo: Contexto, 2013.

GONCALVES, T.O. **A constituição do formador de professor de matemática: a prática formadora.** Belém: CEJUP Ed., 2006.

GONCALVES, T.O. **Formação e desenvolvimento profissional de formadores de professores: o caso dos formadores de matemática da UFPA.** Tese de doutorado em Educação: Educação Matemática. SP: FE/Unicamp, 2000.

GUERRA, R.B & SILVA, F.H.S. **As operações com frações e o princípio fundamental da contagem.** *Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p. 41 a 54.*

GUERRA, R.B E ANDRADE, R.C. **TAD E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. Texto em construção.**

GUERRA, M. D. S. **Reflexões sobre um processo vivido em estágio supervisionado: Dos limites às possibilidades,** 1995. Disponível em internet. <http://www.anped.org.br/23/textos/0839t.PDF>. Acesso em Janeiro de 2010.

GUIMARAES S.E.R. **Motivação intrínseca, extrínseca e o uso de recompensas em sala de aula.** In: Boruchovitch, Evely & Bzuneck. José Aloyseo. A motivação do aluno: contribuições da Psicologia contemporânea. Petrópolis-RJ. Editora Vozes. 2001.

GUIMARÃES, H. **Ensinar matemática: Concepções e práticas** (Tese de mestrado). Lisboa: DEFCUL, 1988.

HADAMARD, J. **The Psychology of Invention in the Mathematical Field,** p. 50. Princeton, 1945.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações,** volume 2. São Paulo, Atual Editora, 2004.

IMBERNÓN, F. **La información y El desarrollo profesional Del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional.** Barcelona: Ed. Graó, 1994.

INHELDER, B. y PIAGET, J. **De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent.** Paris: Presses Universitaires de France, 1955.

KILPATRICK, J. **Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico,** *Zetetiké,* v.4 ( jan/jun.) nº. 5, p. 99-120, 1996.

LAMPERT, M. **What can research on teacher education tell us about improving quality in mathematics education?** *Teaching and Teacher Education,* 4, 1988, 57-170, 1988.

LAPLATINE, F. **Aprender Antropologia**. Tradução: Marie-Agnès Chauvel. São Paulo: Brasiliense, 2012.

LARROSA, J.B. **Notas sobre a experiência e o saber da experiência**. Revista Brasileira de Educação, n°. 19, p. 20-28. Jan/fev/mar/abr, 2002.

LEAL, R. B. **Planejamento de ensino**: peculiaridades significativas. IN Revista Ibero-Americana de Educação, OEI, n° 37/3, 2008.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1987.

LÓPEZ, R. J., *Conocimiento docente y práctica educativa. El cambio hacia una enseñanza centrada en el aprendizaje*, Málaga, Ediciones Aljibe 1999.

MACHADO, S. D. A. et. al. **Educação matemática: uma introdução**. São Paulo: EDUC, 1999.

MASETTO, M. T. **Professor universitário: um profissional da educação na atividade docente**. In: \_\_\_\_\_. (Org.). *Docência na universidade*. Campinas-SP: Papyrus, 1998. p. 926.

MATHERON Y. **Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée**. Quelques exemples. Thèse de doctorat de l'Université d'Aix-Marseille I, 2000.

MATHERON, Y e SALIN, M.H. **Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante**. Revue Française de Pédagogie, n° 141, octobre-novembre-décembre, pp.57-66, 2002.

MATURANA, R. H. **Emoções e linguagem na educação e na política**: Tradução: José Fernando Campos Fortes. Belo Horizonte: Ed. UFMG, 1999.

MELLADO, V. J., Ruiz, C. M., & Blanco, J. L. **Aprender a enseñar ciencias experimentales en la formación inicial de maestros**. *Bórdon*, 49 (3), 275-288 1997.

MELO, J.R. **A formação do formador de professores de matemática no contexto das mudanças curriculares**. Tese de doutorado em Educação: Educação Matemática. SP: FE/Unicamp, 2010.

MENDES, I.A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MOREIRA, P. C. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

MORGADO, A. C. O., CARVALHO, J. B. P., CARVALHO, P. C. P., E FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Coleção do Professor de Matemática. Sociedade Brasileira de Matemática, 9° ed. 1991.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L.B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NICOL, C. **Learning to teach mathematics: questioning, listening, and responding**. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 45-66, (1999).

PAIS, L. C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002a.

PAIS, L. C. **Introdução**. In: MACHADO, Silvia Dias A. *Educação Matemática: uma introdução*. 2ª ed. São Paulo: EDUC, 2002b, 9-12.

PEIRCE, C. S. **The collected papers of Charles Sanders Peirce**. V. 8, Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press, 1966.

PERRENOUD, P. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PERRENOUD, P. **A prática reflexiva no ofício do professor: profissionalização e razão pedagógica**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

PINTO S. J. E. e GONZÁLEZ A, M. T. **El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada?**. *Educación Matemática* [en línea] 2008, vol. 20 [citado 2012-05-12].

PINTO, S.J. e M.T. GONZÁLEZ, “**Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del conocimiento del contenido pedagógico en matemáticas. Una aproximación para su estudio**”, *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, del 7 al 9 de septiembre, Universidad de Huesca, España, pp. 237-255, 2006.

PONTE, J. P. **Educação matemática: Temas de investigação** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239, 1992.

PONTE, J. P. **O professor de Matemática: Um balanço de dez anos de investigação**. *Quadrante*, 3(2), 79-114. 1994.

PONTE, J. P. **Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional**. In E. Castro & E. Torre (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 61-84). Coruña: Universidad da Coruña. Republicado em 2008, *PNA - Revista de Investigación em Didáctica de la Matemática*, 2(4), 153-180, 2004.

RIBEIRO, C. M et al. **Professional knowledge in an improvisation episode: the importance of a cognitive model**. Paper presented at the CERME6, Lyon, France, 2009.

RIZO, C. C. E CAMPISTROUS L. P. **Fracciones y números fraccionarios en la escuela primaria cubana**. *Actas del VII CIBEM, Montevideo*. P.48-52, 2013.

ROA, R., BATANERO, C. e GOGINO, J. D. **Dificultad de los problemas combinatorios en Estudiantes con preparación matemática avanzada.** Revista de didáctica de las matemáticas. Volumen 47, septiembre, p. 33-47, 2001.

ROA, R., BATANERO, C e GOGINO, J. D. **Estrategias generales y estrategias aritméticas en la resolución de problemas combinatorios Educación Matemática,** vol. 15, núm. 2, agosto, p. 5-25, Grupo Santillana México México, 2003.

SACRISTÁN, J. G e PÉREZ GÓMES A. I. **Comprender e transformar o ensino.** 4<sup>a</sup> Ed. Artimed. Porto Alegre, 1998.

SCHÖN, D. A. **The reflective practioner: How professionals think in action.** Aldershot Hants: Avebury, 1983

SCHÖN, D. A. **Educating the reflective practitioner.** San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1987.

SHULMAN, L. **Those who understand: Knowledge growth in teaching.** Educational Researcher, 15, 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. **Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado.** Revista de Currículum y formación del profesorado, 9, 2, p. 1-30, 2005. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~recfpro/Rev92.html>>. Acesso em: 28/04/2012.

SHULMAN, L. S. **knowledge and teaching: foundations of the new reform.** *Harvard Educational Review*, 57 (I), p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S “Foreword”, en J. Gess-Newsome y N. Lederman (eds.), **Examining Pedagogical Content Knowledge**, Londres, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. ix-xii.

SHULMAN, L. S., y SYKES, G. **“A National Board for Teaching?: In Search of a Bold Standard”.** Trabajo encargado por la Task Force on Teaching as a Profession, Carnegie Forum on Education and the Economy, 1986.

SIERRA, T. A. **Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes.** Tesis Doctoral. UCM. Madrid, 2006.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 3. ed. Petrópolis-RJ: Editora Vozes, 2008.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. **Esboço de uma problemática do saber docente.** *Teoria & Educação*, v. 1, n. 4, p. 215-253, 1991.

TARDIF, M. e LESSARD, C. **O trabalho docente. Elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2010

TARDIF, M.; RAYMOND, D. **Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério**. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 21, n. 73, 2000. Disponível em:< <http://www.scielo.br/pdf/es/v21n73/4214.pdf>>. Acesso em: 28/04/ 2012.

THOMPSON, A. G. **Teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching: three case studies**. Unpublished doctoral dissertation, Universidade da Georgia, 1982.

THOMPSON, A. G. **Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research**. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York, NY: Macmillan, 1992.

WHITE, L. A. **"El lugar de la realidad matemática: una referencia antropológica"** p. 296, vl. 6. En: James R. Newman: *Sigma: el mundo de la matemática*. 6 vls. Grijalbo. Barcelona, 1999.

WILSON, S. M., SHULMAN, L. S., & RICHERT, A. E. **'150 different ways' of knowing: Representation of knowledge in teaching**. In J. Calderhead (Ed.). *Exploring teachers' thinking* (pp. 104-124). London: Cassell, 1987.

ZEICHNER, K. **Novos caminhos para o practicum: uma perspectiva para os anos 90**. In: NÓVOA, A. *Os professores e a formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1997.