



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

Reginaldo da Silva

**O CONHECIMENTO MATEMÁTICO-DIDÁTICO DO PROFESSOR DO
MULTISSERIADO: análise praxeológica**

Orientador: Prof. Dr. Renato Borges Guerra

Belém
2013

Reginaldo da Silva

**O CONHECIMENTO MATEMÁTICO-DIDÁTICO DO PROFESSOR DO
MULTISSERIADO: análise praxeológica**

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Renato Borges Guerra.

Belém
2013

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Dados Internacionais de Catalogação – na - Publicação (CIP)

Silva, Reginaldo da, 1963 -

O conhecimento matemático - didático do professor do multisseriado: análise praxeológica / Reginaldo da Silva. - 2013.

Orientador: Renato Borges Guerra;

Coorientador: José Messildo Viana Nunes.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós - Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Didática da matemática. 3. Professores de matemática – formação. 4. Docência em formação – problemáticas transversais. 5. Prática de ensino. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

Reginaldo da Silva

**O CONHECIMENTO MATEMÁTICO-DIDÁTICO DO PROFESSOR DO
MULTISSERIADO: análise praxeológica**

Tese apresentada à banca examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas.
Área de concentração: Educação Matemática.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Renato Borges Guerra
Orientador – IEMCI/UFPA

Prof. Dr. Francisco Hermes da Silva
Membro interno – IEMCI/UFPA

Prof. Dr. José Messildo Viana da Silva
Membro interno – IEMCI/UFPA

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
Membro externo – PUC/SP

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas
Membro externo – UFMS

Dedico esta Tese ao meu irmão Ari, sem o qual a culminância dos meus estudos não teria sido possível. Haja vista que, após o falecimento do nosso pai, mesmo sendo uma criança, em detrimento de seus estudos, assumiu de forma heroica, juntamente com nossa mãe, toda responsabilidade de conduzir o sustento e a educação da família. Obrigado, meu irmão, pelos ensinamentos e pelos bons exemplos que você me transmitiu, os quais contribuíram de forma determinante na minha formação acadêmica e de cidadão.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que na sua infinita misericórdia sempre esteve presente em todos os momentos da minha vida e concedeu-me o privilégio de chegar até aqui.

A meu pai *in memoriam*, pelos ensinamentos que deixou, os quais conduziram meus passos e me ampararam nos momentos difíceis desta longa caminhada.

A minha mãe *in memoriam*, que nunca mediu esforços para estar sempre ao meu lado dando o melhor de si para a minha educação.

A minha filha Sofia Vitória, por existir na minha vida e hoje ser a razão do meu viver.

Aos meus irmãos, Alice, Ariosvaldo, Célia, Regivaldo, Edinaldo e Renato (*in memoriam*).

Ao programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, pelo acolhimento e oportunidade, que me permitiram ver a educação com outros olhos.

Ao professor Doutor Renato Borges Guerra, por ter confiado em mim e aceitado ser meu orientador.

Ao professor Dr. José Messildo Viana Nunes, por ter acreditado em mim e ter aceitado ser meu co-orientador.

Ao professor Doutor Tadeu Oliver Gonçalves, pelas contribuições que muito somaram na minha formação.

Ao professor Doutor Francisco Hermes da Silva, pelas contribuições que ajudaram a nortear o trabalho.

Aos professores Dr. Saddo Ag Almouloud, Dr. José Luiz Magalhães de Freitas, por terem aceitado participar da banca examinadora e pelas valiosas contribuições quando da qualificação.

Aos amigos conquistados no curso, em especial ao Dr. José Messildo Viana Nunes e ao Dr. Roberto Carlos Dantas Andrade, os quais sempre estiveram presentes, tanto nos bons momentos como nos momentos difíceis, elogiando e tecendo críticas pertinentes, as quais contribuíram de maneira efetiva na construção deste trabalho.

RESUMO

Esta pesquisa investiga a construção de praxeologias matemáticas realizada por uma professora em uma turma multissérie, de quarto e quinto anos do Ensino Fundamental em uma escola da rede Pública Municipal da Comunidade Espírito Santo, pertencente à Cidade de Santa Maria do Pará. Neste trabalho, buscamos evidenciar, por meio da transposição de praxeologias matemáticas dos livros didáticos das classes seriadas para as classes multisseriadas, os valores das variáveis institucionais e epistemológicas que conformam os *milieux* da professora na Transposição Didática Interna, na perspectiva de condições e restrições ao trabalho docente na instituição multisseriada. Essa transposição de praxeologias que ocorre no ambiente das classes multisséries é identificada como problema docente que, ao ter a dimensão epistemológica adicionada, constitui-se sob o quadro da Teoria Antropológica do Didático em problema didático. Esta pesquisa é de natureza qualitativa, numa abordagem etnográfica adaptada à educação, em consonância com Lüdke e André. As análises mostram os valores das variáveis e a articulação entre eles na (re)construção de praxeologias matemáticas no “texto de saber” e na gestão destas em sala de aula, como também mostram a reflexão da professora, na primeira fase da Transposição Didática Interna, sobre a segunda fase da Transposição Didática Interna e vice versa. As análises são construídas com base em elementos da Teoria Antropológica do Didático e no modelo praxeológico docente relativo, o qual se constitui como elemento importante na análise no que se refere a identificar os valores das variáveis institucionais e epistemológicas que conformam os *milieux* da professora sujeito da pesquisa nas duas fases da Transposição Didática Interna, a evidência do problema didático e a retroalimentação que ocorre entre esses blocos de variáveis e seus respectivos valores, o que revela a construção do conhecimento matemático-didático da professora.

Palavras-chave: Construção do conhecimento matemático-didático. Docência no multisseriado. Transposição de praxeologia. Transposição Didática Interna. Problema didático.

ABSTRACT

This research investigates the construction of mathematical praxeologies held by a teacher in a multigrade class, fourth and fifth years of elementary education in a Municipal Public school from the Espirito Santo Community, belonging to the City of Santa Maria do Pará. This paper demonstrates, through the transposition of mathematical praxeologies of the didactic books from the serial classes to the multigrade classes, the values of the epistemological and institutional variables that conform the milieu of the teacher in the Internal Didactic Transposition, in view of conditions and restrictions on teaching in multigrade institution. This transposition of praxeologies that occurs in the multigrade classes environment is identified as a teacher problem, when the epistemological dimension added, constitutes beneath the frame of the Anthropological Theory of Didactics in didactic problem. This research is qualitative in nature, an ethnographic approach adapted to education in line with Lüdke and Andrew. The analyses show the values of variables and the relationship between them in the reconstruction of mathematical praxeologies in the "text to know" and the management of these in the classroom, but also show the reflection of the teacher in the first phase of Internal Didactic Transposition, on the second phase of Internal Didactic Transposition and vice versa. The analyses are constructed based on elements of the Anthropological Theory of Didactics and teaching on praxeology model, which constitutes an important element in the analysis to identify the values of the epistemological and institutional variables that shape the milieu of the subject teacher of the research in the two phases of Internal didactic Transposition, the evidence of didactic problem and the feedback that occurs between these blocks of variables and their values, which shows the construction of mathematical knowledge-didactic of the teacher.

Keywords: Mathematical knowledge-didactic construction. Teaching in multigrade. Transposition of praxeology. Internal didactic transposition. Didactic problem.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1 Esquema dos dois estágios da transposição didática
- Figura 2 Modelo de Praxeologia Docente Relativo
- Figura 3 Esquema dos dois estágios da transposição didática
- Figura 4 Esquema da OM no livro A₁
- Figura 5 Esquema das tarefas na OM do livro A₁
- Figura 6 Esquema da OM no livro do A₂
- Figura 7 Esquema das tarefas na OM do livro A₂
- Figura 8 Esquema da OM no livro do B₁
- Figura 9 Esquema das tarefas na OM do livro B₁
- Figura 10 Esquema da OMD no texto de saber
- Figura 11 Esquema das tarefas na OM do texto de saber
- Figura 12 Esquema das tarefas na OM do texto de saber
- Figura 13 Primeira parte da OMD da professora em sala de aula
- Figura 14 Segunda parte da OMD da professora em sala de aula
- Figura 15 OMD da professora em sala de aula
- Figura 16 Esquema da OM no livro A₁
- Figura 17 Esquema da OM no livro A₁
- Figura 18 Esquema da OM no livro A₁
- Figura 19 Esquema da OM no livro A₁
- Figura 20 Esquema da OM no livro A₂
- Figura 21 Esquema da OM no livro A₂
- Figura 22 Esquema da OM no livro A₂
- Figura 23 Esquema da OM no livro B₁
- Figura 24 Esquema da OM no livro B₁
- Figura 25 Esquema da OM no livro B₁
- Figura 26 Esquema da OM no livro B₂
- Figura 27 Esquema da OM no livro B₂
- Figura 28 Esquema da OM no livro B₂
- Figura 29 Esquema da OM no livro B₂
- Figura 30 Texto de saber elaborado pela professora
- Figura 31 Texto de saber elaborado pela professora

| | |
|-----------|---|
| Figura 32 | Texto de saber elaborado pela professora |
| Figura 33 | Esquema das tarefas na OM do texto de saber |
| Figura 34 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 35 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 36 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 37 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 38 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 39 | OMD da professora de adição e subtração em sala de aula |
| Figura 40 | Esquema do problema didático evidenciado a partir da ecologia do ambiente |
| Figura 41 | Esquema dos dois problemas didático evidenciados na pesquisa |
| Figura 42 | Esquema da dialética entre as variáveis e o saber/duração na primeira fase da TDI |
| Figura 43 | Esquema da dialética entre as variáveis e o saber/duração na segunda fase da TDI |
| Quadro 1 | Quadro das variáveis institucionais |
| Quadro 2 | Quadro das variáveis epistemológicas |
| Quadro 3 | Quadro dos tipos de tarefas do livro A ₁ |
| Quadro 4 | Quadro dos tipos de tarefas do livro A ₂ |
| Quadro 5 | Quadro dos tipos de tarefas do livro B ₁ |
| Quadro 6 | Quadro dos tipos de tarefas do livro A ₁ |
| Quadro 7 | Quadro dos tipos de tarefas do livro A ₂ |
| Quadro 8 | Quadro dos tipos de tarefas do livro B ₁ |
| Quadro 9 | Quadro dos tipos de tarefas do livro B ₂ |

LISTA DE SIGLAS

| | |
|-------|--|
| OM | Organização Matemática |
| OD | Organização Didática |
| TAD | Teoria Antropológica do Didático |
| OMD | Organização Matemática Didática |
| INEP | Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas |
| MEC | Ministério de educação e Cultura |
| IFPA | Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia |
| TDI | Transposição Didática Interna |
| SOME | Sistema de Organização Modular de Ensino |
| IEMCI | Instituto de Educação Matemática e Científica |
| UFPA | Universidade Federal do Pará |
| SEMEC | Secretaria Municipal de Educação e cultura |
| PEIDM | Programa Epistemológico de Investigação em Didática da Matemática |
| EP | Equipamento Praxeológico |
| UC | Universo Cognitivo |
| MPDR | Modelo de Praxeologia Docente Relativo |
| SNR | Sistema de Numeração Romano |

SUMÁRIO

| | |
|------------------|----|
| INTRODUÇÃO | 13 |
|------------------|----|

CAPÍTULO I

| | |
|--|-----------|
| 1 AS CLASSES MULTISSÉRIES | 18 |
| 1.1 A DOCÊNCIA NAS CLASSES MULTISSÉRIES | 18 |
| 1.2 NOSSA RELAÇÃO COM O MULTISSERIADO | 24 |
| 1.3 HISTÓRIA DE VIDA DA PROFESSORA SUJEITO DA PESQUISA | 25 |
| 1.3.1 A relação da professora com o multisseriado | 26 |

CAPÍTULO II

| | |
|--|-----------|
| 2 UM OLHAR PARA AS PRÁTICAS DOCENTES DAS CLASSES MULTISSÉRIES SOB O QUADRO DA TAD | 28 |
| 2.1 O PROBLEMA DOCENTE DAS CLASSES MULTISSERIADAS | 28 |
| 2.2 O EQUIPAMENTO PRAXEOLÓGICO DO PROFESSOR | 31 |

CAPÍTULO III

| | |
|---|-----------|
| 3 O MODELO DE PRAXEOLOGIA DOCENTE RELATIVA (MPDR) | 39 |
| 3.1 O MPDR COMO FERRAMENTA METODOLÓGICA | 39 |
| 3.2 OS <i>MILIEUX</i> DO PROFESSOR NA ELABORAÇÃO E GESTÃO DAS OMDS | 42 |
| 3.3 AS VARIÁVEIS E SEUS VALORES | 44 |
| 3.3.1 Variáveis epistemológicas | 46 |
| 3.3.2 Variáveis institucionais | 50 |
| 3.4 O LIVRO DIDÁTICO | 54 |

CAPÍTULO IV

| | |
|------------------------------------|-----------|
| 4 REFERENCIAL TEÓRICO | 57 |
| 4.1 O PROBLEMA DIDÁTICO | 57 |
| 4.2 ESTRUTURA PRAXEOLÓGICA | 63 |
| 4.3 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA | 68 |

CAPÍTULO – V

| | |
|---|----|
| 5 DESCRREVENDO O TIPO DE PESQUISA | 76 |
| 5.1 MÉTODO ETNOGRÁFICO | 76 |
| 5.2 ESTUDO DE CASO ETNOGRÁFICO | 79 |
| 5.3 CARACTERIZANDO A PESQUISA | 80 |
| 5.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS | 84 |
| 5.4.1 Planejamento | 85 |
| 5.4.2 Descrevendo o ambiente onde ocorreu a intervenção | 87 |

CAPÍTULO – VI

| | |
|---|-----|
| 6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS | 89 |
| 6.1 SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO | 90 |
| 6.1.1 Modelo praxeológico de SNR na história de vida da professora | 90 |
| 6.1.2 Descrição das OMs de SNR nos livros didáticos | 93 |
| 6.1.3 Descrição da OMD de SNR no texto de saber | 101 |
| 6.1.4 Análise da primeira fase da TDI | 104 |
| 6.1.5 Descrição da OMD de SNR na sala de aula | 107 |
| 6.1.6 Análise da segunda fase da TDI | 113 |
| 6.2 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO | 119 |
| 6.2.1 Modelo praxeológico de adição e subtração na história de vida da professora | 119 |
| 6.2.2 Descrição das OMs de adição e subtração nos livros didáticos | 127 |
| 6.2.3 Descrição da OMD de adição e subtração no texto de saber ... | 137 |
| 6.2.4 Análise da primeira fase da TDI de adição e subtração | 141 |
| 6.2.5 Descrição da OMD de adição e subtração na sala de aula | 143 |
| 6.2.6 Análise da segunda fase da TDI de adição e subtração | 149 |
| 6.3 CONCLUSÕES DA ANÁLISE DA TDI DE SNR E DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO..... | 155 |

CAPÍTULO VII

| | |
|--|--|
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONTRIBUIÇÕES, PERSPECTIVAS E | |
|--|--|

| | |
|--|-----|
| DESDOBRAMENTOS | 161 |
| 7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 161 |
| 7.2 CONTRIBUIÇÕES | 163 |
| 7.3 PERSPECTIVAS E DESDOBRAMENTO | 167 |
| REFERÊNCIAS | 169 |

INTRODUÇÃO

Na área da Educação Matemática, muitas pesquisas investigam sobre o processo de ensino e aprendizagem das matemáticas que ocorre em espaços institucionalizados, como escolas e universidades, as quais, segundo o interesse do pesquisador e a fundamentação teórica adotada, têm fomentado questões diversas.

Nesse cenário, existem pesquisas com foco na aprendizagem do aluno, por exemplo, no fazer matemático do aluno, Chevallard (2001), Silva (2007). Outras pesquisas têm como sujeito o professor; nesse caso, existem pesquisas que objetivam investigar o processo de ensino ou a formação inicial e/ou continuada desse profissional; existem também as pesquisas que investigam a entrada do professor e dos alunos numa comunidade de estudo formada por um sistema didático, Chevallard (2001), Andrade (2007); Silva (2007) enfim, a área da Educação Matemática tem se manifestado bastante profícua para pesquisas no âmbito da educação.

No que se refere às pesquisas com foco no processo de ensino, no âmbito da Educação Matemática, há um número considerável de trabalhos que investigam as praxeologias docentes desenvolvidas por professores em sala de aula, mais especificamente pesquisas que têm como foco de investigação a docência do professor no aspecto da construção de Organizações Matemáticas (OMs) e das correspondentes Organizações Didáticas (ODs)¹ que colocam essas OMs em ação na sala de aula, como Ferreira da Silva (2005), Miguel (2005), Cirade (2006); Sierra; Bosch e Gascón (2010), Rossini (2006) e outras.

As pesquisas que se inserem nesse último quadro geralmente têm como fundamentação teórica a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Nesse aspecto, as pesquisas que buscam aporte teórico na TAD encontram consonância para o desenvolvimento do trabalho e para a análise dos dados, pois a TAD situa a atividade matemática, e a consequência da atividade do estudo da matemática, no conjunto das atividades humanas e sociais (CHEVALLARD, 1999).

1 Organizações matemáticas – conjunto de práticas matemáticas sistemáticas compartilhadas em uma instituição. Organizações didáticas – conjunto de práticas de ensino e aprendizagem sistemática compartilhada em uma instituição (BOSCH; GASCÓN 2001, p. 10).

Dessa forma, podem ser modeladas em praxeologias, as quais são chamadas de praxeologias matemáticas ou Organizações Matemáticas.

Para a TAD, a atividade do professor em sala de aula é considerada uma atividade institucional, assim encontra-se sob condições e restrições impostas pelos níveis de co-determinação didática (civilização, sociedade, escola etc.), que podem interferir efetivamente no trabalho docente do professor. Nessa perspectiva, o professor ao (re)construir uma praxeologia matemática, ainda que não tome consciência, encontra-se em meio a certas variáveis e seus respectivos valores os quais devem ser considerados, uma vez que estes estão presentes tanto no momento da (re)construção, como no momento da gestão das OMs e podem interferir no exercício da docência do professor.

No âmbito da TAD, um conteúdo de saber ao ser ensinado por um professor em uma instituição de ensino passa necessariamente por processos de transformações e adaptações, cujo objetivo é torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino numa instituição. Sob a óptica da TAD, o conjunto dessas transformações e adaptações que sofre um saber sábio para se tornar um saber ensinado é identificado como fenômeno de Transposição Didática.

A TAD considera que esse processo de transposição do saber sábio para o saber ensinado acontece em duas etapas: uma externa ao sistema de ensino, que ocorre do saber sábio para o saber a ensinar, e outra no interior do sistema de ensino, que vai do saber a ensinar até o saber ensinado nas instituições de ensino, que está sob a responsabilidade do professor. Chevallard (2009) identifica essa segunda etapa como fenômeno de Transposição Didática Interna² (TDI), subdividindo-a em dois momentos: o primeiro, caracterizado pela construção do “texto de saber”, e o segundo, por colocar as praxeologias desse “texto de saber” em ação na sala de aula.

A decomposição do fenômeno de Transposição Didática em externo e interno nos revela o importante papel do professor nesse processo, pois o fenômeno da TDI encontra na pessoa do professor o vetor que conduzirá a efetivação do fenômeno em sala de aula. No entanto, acreditamos ser

2 Transposição do saber a ensinar ao saber ensinado (CHEVALLARD, 2009, tradução nossa).

imprescindível para uma compreensão mais ampla do fenômeno de TDI, buscar evidenciar os valores das variáveis institucionais, por exemplo, currículo e tempo didático, e os valores das variáveis epistemológicas, como história de vida do professor, relação com o saber e relações pessoais com os objetos de saber nas instituições, que existem nas interfaces entre o saber a ser ensinado e a construção do “texto de saber”, e entre o “texto de saber” e o saber ensinado.

Consideramos que as questões que motivaram nossa pesquisa são evidenciadas em qualquer nível de ensino, todavia direcionamos nossa investigação para a Educação Básica, mais especificamente para o ambiente das classes multisseriadas. Nosso interesse em investigar essa parcela da educação emerge da complexidade do fazer docente nessa ambiência, na qual há casos em que um professor trabalhar em uma sala de aula com alunos dos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental no mesmo espaço e horário.

E como fator agravante, não há livros didáticos específicos para esse ambiente, que contenham modelos de praxeologias que possam ir ao encontro do reduzido tempo didático³ dessas turmas plurisséries. Nesse cenário conflituoso, os professores desse segmento, para desenvolverem a docência, adaptam praxeologias, por exemplo, matemáticas dos livros didáticos das classes seriadas para as classes multisséries, de forma que possam ser conformadas pela relação “saber/duração” (CHEVALLRAD, 2009).

Neste trabalho essa transposição de praxeologias das classes seriadas para as classes multisseriadas é identificada por nós sob o quadro da TAD, como problema docente enfrentado pela professora sujeito da pesquisa, entendido como primeira formulação do problema didático (GASCÓN, 2011).

Nas complexidades do fazer docente das classes multisséries, é que assumimos como objeto de pesquisa **investigar a construção do conhecimento matemático-didático de uma professora na instituição multisseriada em que trabalha com uma turma de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental**, cujo objetivo é responder às seguintes questões:

- Quais variáveis e seus respectivos valores conformam os *milieux* do professor do multisseriado?

3 Programação da aquisição do saber (CHEVALLARD, 2009, p. 75, tradução nossa).

- Qual o papel do livro didático na (re)construção de OMD da professora?
- Como identificar a relação da professora com o saber na (re)construção e gestão das OMDs?

Para alcançar essas metas, usamos como aporte teórico os pressupostos da TAD e o Modelo de Praxeologia Docente Relativo (MPDR) construído por nós neste trabalho, o qual subsidiou as análises do fenômeno de TDI realizado pela professora e revelou a distinção entre os *milieux* antagônicos do professor nas duas fases da TDI. E mais, a partir do MPDR evidenciamos o problema docente transformar-se em problema didático a partir da integração da dimensão epistemológica.

A integração da dimensão fundamental epistemológica à formulação inicial do problema didático fez emergir questionamentos referentes às características das praxeologias no ambiente multisseriado. Essas características nos levaram a investigar quais eram as condições que corroboram para que as praxeologias vivam de tal ou tais formas no âmbito das classes multisséries, revelando assim as dimensões fundamentais: econômica-institucional e ecológica. Segundo Gascón (2011), a integração dessas dimensões fundamentais ao problema docente constitui o problema didático, ou seja, “o problema de investigação em Didática das Matemáticas” (GASCÓN 2011, p. 205, tradução nossa).

No intento de alcançar nossas metas, investigamos por dois anos as práticas docentes de uma professora que trabalha com uma turma de multisseriado formada por alunos do quarto e quinto anos do Ensino Fundamental.

A intervenção foi desenvolvida na escola Municipal de Ensino Fundamental Espírito Santo, localizada no estado do Pará, na cidade de Santa Maria do Pará, na comunidade Espírito Santo a 12 km da rodovia BR 110 e a 144 km da cidade de Belém, com uma turma de multissérie que é formada por dois anos do Ensino Fundamental, quarto e quinto anos, no turno da tarde, no horário das 13h 30 às 17h 30, com um total de 24 alunos matriculados, sendo quinze alunos no quarto ano e nove alunos no quinto ano.

Nossa pesquisa apresenta-se como de natureza qualitativa, na qual realizamos um estudo de caso etnográfico adaptado à educação com

observação participante, nos termos propostos por Bogdan e Biklen (1982) citado por Lüdke e André (1986, p. 11).

As análises são construídas a partir de episódios de temas abordados pela professora em sala de aula na turma do multisseriado, analisamos a construção do conhecimento matemático-didático (o qual descreveremos na sequência deste texto) da professora com um olhar em quatro segmentos, os quais se mostraram pertinentes na construção do conhecimento matemático-didático da professora sujeito da pesquisa: sua história de vida; os livros didáticos utilizados por ela; o “texto de saber” construído e as OMDs desenvolvidas pela professora na turma.

Este trabalho está estruturado em sete capítulos. No primeiro, apresentamos as classes multisséries e suas peculiaridades. O segundo trata do problema docente enfrentado pelos professores das classes multisséries e as condições e restrições que conformam essa ambiência. O terceiro trata da construção do MPDR e seus componentes. O quarto é dedicado ao referencial teórico adotado por nós para a análise dos dados. No quinto, apresentamos a metodologia utilizada na pesquisa. No sexto, consta a descrição e análise dos dados coletados no percurso da investigação. No sétimo, estão contidas as considerações finais, perspectivas e desdobramentos da pesquisa.

CAPÍTULO I

1 AS CLASSES MULTISSÉRIES

Discorreremos neste capítulo sobre as particularidades que conformam o ensino e a aprendizagem das matemáticas no ambiente das classes unidocentes⁴, que, à luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD), concebemos como condições e restrições que conformam o trabalho docente em turmas multisséries.

1.1 A DOCÊNCIA NAS CLASSES MULTISSÉRIES

A prática docente com turmas multisséries ou unidocentes, segundo Atta (2003), surgiu no Brasil com a expulsão dos jesuítas. Essas práticas, vinculadas ou não ao Estado, mantinham-se com professores nômades, os quais andavam nas fazendas, nas pequenas vilas e nos lugarejos pouco habitados para ensinar as primeiras letras. Esse sistema materializava-se com a reunião das crianças e alguém para exercer o papel de professor, ensinando-as a ler, escrever e contar os números.

No século XIX, o Governo Imperial instituiu oficialmente as classes multisseriadas por meio da Lei Geral do Ensino, de 1827, que determinava em seu artigo primeiro: “em todas as cidades, vilas e lugarejos mais populosos, haverá as escolas de primeiras letras que forem necessárias” (ATTA, 2003; NEVES, 2000 apud SANTOS; MOURA, 2010, p. 41). Esse modelo educacional tomou como base as ideias de Lancaster⁵ e as escolas passaram a aplicar o método mútuo ou de ensino por meio da monitoria.

4 As classes multisseriadas têm alunos de diferentes séries e níveis em uma mesma sala de aula, independente do número de professores responsáveis pela classe. A unidocência ocorre quando um único professor é responsável pela condução do desenvolvimento de uma classe multisseriada. Embora possa acontecer de uma escola ou classe ser multisseriada e ter mais de um professor, as escolas multisseriadas do campo contam, na quase totalidade dos casos, com apenas um professor, o que torna unidocência e multisseriação termos equivalentes (BRASIL. MEC, 2007b, p. 25).

5 O Método lancasteriano pregava dentre outros princípios, que um aluno treinado ou mais adiantado (decurião) deveria ensinar um grupo de dez alunos (decúria), sob a orientação e supervisão de um inspetor. Ou seja, os alunos mais adiantados deveriam ajudar o professor na tarefa de ensino. Essa ideia resolveu, em parte, o problema da falta de professores no

Todavia, o ensino no meio rural foi desenvolvido visando a atender ao ensino agrícola por meio de instituições de ensino e organizações agrônômicas como a Imperial Escola Agrícola da Bahia, criada pelo decreto nº 5.957, de vinte e três de junho de 1875. A Imperial Escola Agrícola da Bahia tinha como objetivo solucionar problemas de mão de obra e atraso tecnológico no que se referia à produção agrícola brasileira. Dessa forma buscava-se uma formação basicamente prática, com noções teóricas das ciências, dos princípios gerais de culturas e de culturas específicas, e mais, o ensino superior habilitaria engenheiros agrônomos, silvicultores e veterinários, assim se excluía as questões relativas ao Ensino Fundamental.

A partir da segunda república, mais especificamente na década de 1920, foram implantados nas cidades os grupos escolares e com estes as classes seriadas, com as crianças separadas em meninos e meninas. Contudo, nas vilas e zonas rurais, continuaram a existir as classes multisseriadas para atender às áreas com baixa densidade populacional. Essa alternativa instituída oficialmente pelo Governo Imperial no século XIX, para atender às necessidades educacionais das crianças que viviam no campo e em pequenas comunidades, mantém-se até os dias atuais.

Dados oficiais do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) revelaram que no Censo Escolar de 2006, no Brasil existiam 50.176 escolas multisseriadas com 1.875.318 alunos matriculados. No que se refere às políticas que visam a diminuir o número de turmas multisséries no Brasil – por exemplo, a oferta de transporte escolar das vilas para as cidades –, parecem não ser de grande eficácia, pois no ano de 2009, com os dados ainda não totalizados, o Censo Escolar apontou 49.305 escolas exclusivamente multisseriadas com 1.214.800 estudantes matriculados.

Em Cardoso (2009, p. 176), encontramos dados que divulgam a demanda de classes multisséries por região, “em 2007 eram 93.884 turmas multisseriadas, sendo 19.229 na região norte, 55.618 no nordeste, 11.962 no sudeste, 4.729 no sul e 2.346 no centro-oeste”. Embora os dados expressem uma redução tanto no número de escolas como na quantidade de alunos

início do século XIX no Brasil. Esse método foi implantado oficialmente no Brasil pela Lei de 15 de outubro de 1827, a qual definia, em linhas gerais, as diretrizes do ensino geral.

matriculados nas classes multisséries, ainda é grande a parcela da população rural em idade escolar dependente dessa alternativa educacional.

No que concerne à formação dos professores que trabalham nas escolas do campo, os dados do Ministério de Educação e Cultura (MEC), (BRASIL. MEC, 2007a) mostram que em 2005, dos professores que trabalhavam no meio rural, 3,4% não tinham formação acadêmica e apenas 21,6% dos professores que atuavam nas escolas rurais no Ensino Fundamental possuíam nível superior completo. Com objetivo de minimizar o problema de falta de professores com licenciatura para a docência nas escolas do campo, o Governo investe entre outros projetos no Curso Superior de Licenciatura em Educação do Campo, destinado a formar professores que exerçam a docência no meio rural.

Esse curso de licenciatura é oferecido no Estado do Pará desde julho de 2009, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA). No curso que ocorre no IFPA Campus Bragança, são ministradas três disciplinas de matemática. No período em que estivemos como professor da referida turma, foi possível perceber que, embora o curso seja destinado a formar professores para exercerem a docência no campo, incluídos os professores do multisseriado, ele não apresenta em sua matriz curricular espaço para discussões que levem à construção de modelos de Organizações Matemáticas e Didáticas (OMDs) que possam orientar o trabalho dos professores nas classes multisséries.

O Governo Federal também ofereceu no ano de 2009, por meio do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica, 50.000 vagas em todo o Brasil para a graduação exclusiva de professores que estão em exercício na rede pública estadual e municipal e não possuem licenciatura. A meta do plano nacional era formar até 2011, 330 mil professores que estavam no exercício da docência sem licenciatura.

Embora as práticas docentes com classes multisséries existam no Brasil há mais de um século, o modelo político didático-pedagógico que orienta o trabalho docente nessa ambiência é o mesmo das classes seriadas. Por exemplo, como não há livros didáticos que proponham modelos de praxeologias docentes para as classes multisséries, os professores desse

segmento, em geral, usam os livros didáticos das classes seriadas para trabalhar nas classes multisséries.

Nesse aspecto, entendemos que as classes unidocentes ao longo dessas décadas não têm recebido do Governo o tratamento devido no que se refere a encontrar soluções para minimizar as problemáticas vivenciadas pelos sujeitos dessa instituição⁶. Nossa reflexão é corroborada por Arroyo, Caldart e Molina, ao sublinharem que

as políticas educacionais no Brasil padecem de uma indefinição de rumos. E as políticas para o campo ainda mais. A escola do meio rural passou a ser tratada como resíduo do sistema educacional brasileiro e, conseqüentemente, à população do campo foi negado o acesso aos avanços havidos nas últimas décadas no reconhecimento e garantia do direito a educação básica (ARROYO; CALDART; MOLINA, 2004, p. 10).

O exposto na citação anterior pode ser evidenciado, por exemplo, no currículo oficial, que é o mesmo recomendado, tanto para as classes multisséries como para as classes seriadas. Decisões como essas, tomadas em níveis externos à sala de aula, interferem diretamente no trabalho docente dos professores desse segmento, haja vista que comprometem, por exemplo, o tempo didático⁷ referente ao ensino e à aprendizagem dos sujeitos da instituição, intensificando ainda mais o grau de complexidade para o exercício da docência nas turmas multisséries.

Nossa reflexão à luz da didática francesa referente ao exercício da docência nas classes multisséries leva-nos a inferir que, como as políticas educacionais propostas para as classes seriadas são as mesmas para as classes multisseriadas, o professor dessa ambiência vê-se frente a uma questão que consideramos crucial para a docência nesse segmento, que é a transposição das praxeologias das classes seriadas para as classes unidocentes; para tanto, (re)constrói praxeologias fazendo adaptações dos livros didáticos das classes seriadas para as classes multisseriadas.

Esse processo que adapta os saberes a serem ensinados que estão nos livros didáticos para se tornarem saberes ensinados em sala de aula, tal como

6 Dispositivo social em que vivem distintas praxeologias – determinadas maneiras de fazer e de pensar (BOSCH; GASCÓN, 2009).

7 Programação do tempo para aquisição ou transmissão do saber.

ocorre na docência das classes multisséries, é concebido pela TAD como fenômeno de Transposição Didática Interna (TDI).

Sob essas e outras condições oferecidas ao ambiente das classes multisséries, cabe ao professor decidir quais praxeologias matemáticas⁸ podem ser (re)construídas e colocadas em ação; como também, quais praxeologias ele possui que podem ser desenvolvidas sob as condições oferecidas, de tal forma que o objeto de estudo, no caso matemático, possa ser integrado ao equipamento praxeológico⁹ (EP) do aluno.

Todavia, convém ressaltar que a (re)construção dessas praxeologias nessa ambiência configura-se em uma tarefa docente muito laboriosa, visto que, em muitos casos, o exercício da docência em classes multisséries exige do professor a construção e implantação de até cinco planos de aula para um único dia de aula em uma única turma, o que, de certa forma, eleva o grau de complexidade tanto da (re)construção como da gestão dessas praxeologias nessa ambiência.

Segundo Ravel (2003), no fenômeno de TDI o professor ao preparar seu texto de saber reconstrói praxeologias do livro didático, as quais devem estar em acordo com as condições e restrições que vivem na instituição de ensino onde serão aplicadas essas praxeologias.

Entendemos que na ambiência das classes multisséries o fenômeno de TDI, na forma como é concebido por Ravel (2003), torna-se mais evidente, isto é, em duas etapas; a primeira, que vai da (re)construção das praxeologias dos livros didáticos das classes seriadas para o texto de saber, e a segunda do texto de saber para a gestão dessas praxeologias em sala de aula nas classes multisséries.

Sob essa ótica, concebemos a existência de duas interfaces no fenômeno de TDI, que em nosso entendimento são conformadas por *milieux*¹⁰ distintos, haja vista que na primeira interface o aluno é hipotético, momento da preparação do texto de saber, e na segunda o aluno é real, momento da gestão da praxeologia em sala de aula. Esse fato leva a variável currículo a ter na

8 Tarefas e técnicas usadas no enfrentamento das tarefas.

9 Mistura de praxeologias e de elementos praxeológicos que a pessoa possui e que pode utilizar em um dado momento sob certas condições e restrições (CHEVALLARD, 2009).

10 Tudo que está no entorno do professor no momento da preparação da classe, assim como na gestão desta, que forma um subsistema antagonista no sentido da Teoria das Situações Didáticas.

primeira interface um valor “currículo oficial” e na segunda interface outro valor “currículo implementado”¹¹.

Em nosso entendimento, essa mudança de valor da variável, que ocorre da primeira para a segunda fase da TDI, na ambiência multissérie faz-se necessária, entre outros fatores, em função da pluralidade dos anos do Ensino Fundamental que compõem a turma e do conseqüente tempo didático necessário para o ensino e aprendizagem nessa ambiência.

A transposição das praxeologias que ocorre dos livros didáticos das classes seriadas para as classes multisseriadas é entendida por nós como um problema docente, nos termos propostos pela TAD. O problema docente é formulado pela TAD com um problema da profissão que é enfrentado pelo professor no exercício da docência, tal como ocorre na ambiência das classes multisséries, em que cabe ao professor a responsabilidade de adaptar as praxeologias matemáticas dos livros didáticos das classes seriadas às classes unidocentes, ou seja, cabe ao professor decidir o que do objeto deve ensinar e como ensiná-lo.

Nesse aspecto, entendemos que as situações de ensino e aprendizagem vivenciadas pelos sujeitos da instituição multisseriada mostram-se como um campo profícuo para pesquisas que se inserem na didática francesa, mais precisamente no âmbito da Didática da Matemática no enfoque epistemológico.

Ao refletirmos sobre as práticas docentes nessa ambiência, inferimos que uma formação, para atender às necessidades dos professores das classes multisseriadas, precisa considerar pelo menos dois aspectos: a exigência de o professor ter que trabalhar com todas as disciplinas dos anos iniciais do Ensino Fundamental e o desafio de exercer a docência com crianças, pré-adolescentes e adolescentes, em diferentes momentos e tempos de aprendizagens, na mesma turma.

Visto que nas classes multisseriadas o professor, para exercer a docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de desempenhar o papel de professor das disciplinas: matemática; língua portuguesa; história; geografia; ciências etc., na mesma turma, tem que trabalhar com vários anos

11 *Vide* ASSUDE. Teresa. Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular, 1998.

do Ensino Fundamental no mesmo espaço e tempo, exigindo do professor conhecimentos que possibilitem fazer a (re)construção e gestão de praxeologias docentes¹² específicas para esse ambiente.

1.2 NOSSA RELAÇÃO COM O MULTISSERIADO

Nosso interesse pelas problemáticas que permeiam o ensino e aprendizagem no ambiente multisseriado vem desde 1995, quando trabalhávamos no Sistema de Organização Modular de Ensino (SOME)¹³. Foi a partir desse ano que passamos a ter contato com professores que trabalham com o multisseriado, os quais eram nossos alunos do Ensino Médio no curso de Magistério. Como acontecem nos dias atuais, esses professores do multisseriado desenvolviam suas atividades nas vilas ou comunidades afastadas da sede do município onde moravam, ou de cidades vizinhas.

A partir das relações que estabelecemos com alunos e professores do multisseriado, dentre muitas questões problemáticas que identificamos, uma situação nos chamava atenção: um professor ensinar vários anos do Ensino Fundamental no mesmo espaço e horário. Esse fato nos levava a certos questionamentos: como são as OMDs que vivem nessas instituições? Quais competências são necessárias para esses professores (re)construírem OMDs que estejam em conformidade com essas instituições? Quais condições e restrições podem ser evidenciadas no *milieu* do professor nessas instituições de ensino? Como esses professores administram o tempo didático para o ensino das matemáticas?

Pelo fato de o projeto SOME trabalhar com rotatividade dos professores, nossa permanência em cada município era em média de sessenta dias, isso de certa forma não nos permitia um aprofundamento na problemática do multisseriado vivenciada por esses professores, por outro lado não tínhamos experiências com pesquisas que nos permitissem avançar na discussão da problemática.

12 Conjunto de praxeologias designadas como didáticas na medida em que orientam a difusão social das praxeologias matemáticas, mas não unicamente matemática (BOSCH; GASCÓN, 2009).

13 Modalidade de ensino em sistema rotativo de professores desenvolvido no estado do Pará.

No ano de 2009, como mestre em Educação Matemática e membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática (GEDIM) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI – UFPA), reencontramo-nos com a problemática das classes multisseriadas, agora como professor de Nível Superior no Curso de Licenciatura em Educação do Campo, ministrando a disciplina Fundamentos da Matemática I. Nessa turma, cerca de 30% dos alunos eram professores do multisseriado, e como estávamos cursando o primeiro semestre do doutorado decidimos juntamente com nosso orientador adentrar no problema docente vivenciado pelo professor das classes multisséries.

Nossa motivação em investigar a construção do conhecimento matemático-didático do professor que trabalha com turmas multissérie deu-se, entre outros fatores, pela complexidade do problema docente a que está submetido o professor do multisseriado: transpor praxeologias de uma instituição para outra. A opção por esse estudo também é fruto de nossa participação no GEDIM, coordenado pelo professor Dr. Renato Borges Guerra no IEMCI – UFPA.

Nesse grupo, nos últimos anos, as pesquisas têm como foco a discussão e investigação no problema docente no sentido dado por Chevallard (1991), Chevallard (2009) Gascón (2001), Bosch e Gascón (2009), Gascón (2011), que ocorre no processo de ensino e aprendizagem da matemática e a formação do professor nesse processo. As pesquisas realizadas no grupo são apoiadas em teorias como: Teoria Antropológica do Didático; Teoria das Situações Didáticas; Teoria dos Campos Conceituais; Teoria da Socioepistemologia e outras, que se incluem no Programa Epistemológico de Investigação em Didática das Matemáticas (PEIDM). Esse grupo de pesquisa tem entre seus pressupostos tratar o conhecimento matemático e didático, tal como na TAD, de forma imbricada.

1.3 HISTÓRIA DE VIDA DA PROFESSORA SUJEITO DA PESQUISA

Essa parte do trabalho está estruturada em dois momentos, na seção 1.3.1 descreveremos de forma breve a biografia da professora, a qual, neste trabalho será, quando necessário, identificada como Bete. Posteriormente,

tratamos da concepção da professora Bete, revelada em entrevista, sobre a evolução de sua relação com os objetos matemáticos em sua história de vida como sujeito das instituições. Essa entrevista está descrita no capítulo VI na seção 6.2.1 deste trabalho.

1.3.1 A relação da professora com o multisseriado

As experiências da professora Bete com o multisseriado começam com seu ingresso na escola como aluna das séries iniciais do Ensino Fundamental, na comunidade São Silvério, no Município de Santa Maria do Pará. Aos sete anos de idade, Bete entrou para a escola na alfabetização em uma turma multisseriada, essa classe era formada por alunos da alfabetização, primeira, segunda e terceira séries, sendo que da alfabetização até a terceira série Bete sempre estudou com a mesma professora, pois essa era a única turma que existia na referida comunidade.

Segundo os relatos da professora Bete, sua professora nos anos iniciais trabalhava com atividades específicas para cada série; para os alunos da alfabetização, como não sabiam copiar do quadro, a professora fazia a atividade no caderno de cada aluno; já para os alunos da primeira e segunda séries, como já sabiam copiar do quadro, a professora o dividia em dois e copiava o conteúdo da primeira série no lado esquerdo e da segunda série no direito, enquanto que para os alunos da terceira série a professora fornecia um livro para cada um ou dois alunos e eles copiavam do livro o conteúdo e as tarefas indicados pela professora.

Ainda segundo a professora Bete, essa professora da comunidade São Silvério que lecionava na turma multisseriado da alfabetização até a terceira série era sua mãe, e era a única professora da comunidade, possuía apenas o Ensino Fundamental que concluíra a distância, via rádio. A partir da quarta série, Bete passou a estudar em turma seriada fora da comunidade.

Após ingressar na oitava série, tornou-se ajudante de sua mãe na turma multissérie na comunidade São Silvério. Dentre suas atribuições, assumia a turma nos momentos nos quais a professora precisava se ausentar. A partir de 1994, Bete foi contratada pela Secretaria Municipal de Educação e Cultura (SEMEC) de Santa Maria do Pará para ser ajudante de secretaria na escola da

comunidade São Silvério, mas, na ausência da professora, Bete assumia a turma multisseriada como professora.

Em 1997 Bete cursava o Ensino Médio de Magistério. Nesse período, foi promovida pela SEMEC de Santa Maria do Pará ao cargo de professora, passando então a assumir duas turmas de multisseriado na comunidade São Raimundo, uma de educação infantil pela manhã, e outra de terceira e quarta séries pela tarde. No período de 2001 a 2006, Bete trabalhou apenas com turmas multisséries dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No ano de 2007, foi aprovada em concurso público para o cargo de professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental e continua até os dias de hoje trabalhando com turmas multisseriadas.

CAPÍTULO II

2 UM OLHAR PARA AS PRÁTICAS DOCENTES DAS CLASSES MULTISSÉRIES SOB O QUADRO DA TAD

Apresentaremos neste capítulo, sob o quadro da TAD, o problema docente evidenciado por nós nas classes multisséries e as condições e restrições que afetam o fenômeno de TDI nesse ambiente de ensino e aprendizagem.

2.1 O PROBLEMA DOCENTE DAS CLASSES MULTISSERIAS

Ao longo da carreira como docente de matemática, muitas situações que temos vivenciado referentes ao ensino e aprendizagem dessa disciplina têm suscitado inquietações, dentre as quais destacamos as competências necessárias aos professores de matemática para (re)construírem OMDs que estejam em conformidade com as condições e restrições impostas ao processo ensino e aprendizagem das matemáticas que vivem nas instituições de ensino, que o professor frequenta.

Essas situações que nos causam inquietações são corroboradas por autores como: Bosch e Gascón (2001), Bosch e Gascón (2009), Gascón (2010), Sierra; Bosch e Gascón (2010), Gascón (2011), Ruiz; Sierra; Bosch e Gascón (2010), Ruiz e Garcia (2010), Chevallard (2001), Chevallard (2009), os quais tratam do problema da formação do professor na perspectiva do PEIDM, mais precisamente no enfoque da TAD, isto é, concebem as dimensões matemática e didática de forma imbricada.

Tal como esses autores, concebemos em nossa pesquisa as dimensões matemática e didática na perspectiva do PEIDM. Dessa forma, assumimos sob o enfoque da TAD que o professor de matemática, ao preparar o texto de saber, (re)constrói OMD e transforma determinado objeto matemático a ensinar que se encontra, por exemplo, no livro didático em um saber matemático ainda a ensinar, porém em um estágio diferente do que se encontra no livro didático.

Entendemos que na (re)construção do texto de saber ambas as dimensões já estão presentes de forma imbricada, mesmo que o professor não

tome consciência da dimensão didática esta já se faz presente nesse momento do trabalho docente. Nossa reflexão é corroborada por Bosch e Gascón (2001), ao enfatizarem a determinação recíproca entre essas dimensões.

Embora sejam as problemáticas que fazem emergir os questionamentos enunciados anteriormente, evidenciadas por nós tanto na Educação Básica como no Nível Superior, tomaremos como referência a Educação Básica, mais especificamente o ambiente das classes multisseriadas evocadas neste trabalho, dentre outros fatores, pela complexidade existente nessa ambiência no exercício da docência, o que nos leva a ratificar a TDI no sentido posto por Ravel (2003), isto é, em duas fases: a construção do texto de saber e a gestão deste em sala de aula.

Dentre as complexidades do fazer docente das classes multisséries, destacamos a situação na qual o professor é levado a transpor praxeologias, por exemplo, matemáticas dos livros didáticos das classes seriadas para as classes multisseriadas. É nessa situação que centramos a investigação do nosso objeto de pesquisa, visto que os estudos que realizamos no âmbito da Didática das Matemáticas permitem-nos identificar o fenômeno de TDI que ocorre nas classes multisséries e nesse o problema docente enfrentado pelos professores desse segmento, nos termos proposto pela TAD e assumido por nós neste trabalho.

Em nossa investigação, foi possível evidenciar que a professora sujeito desta pesquisa, ao preparar o texto de saber, transpõe praxeologias matemáticas das classes seriadas para a classe multisseriada; para tanto, faz escolhas sobre o que ensinar aos alunos considerando o reduzido tempo didático de que dispõe para o ensino nessa ambiência, por conta do número de anos que formam a turma. Tal situação, de acordo com Gascón (2011), é entendida como um problema docente, que neste trabalho formulamos como: o que do objeto de ensino o docente do multisseriado deve ensinar e como ensiná-lo, considerando as condições e restrições dessa ambiência.

Entendemos que a prática docente, seja em Nível Superior ou na Educação Básica, é marcada, entre outros fatores, pela mobilização de saberes. Nesse aspecto, de acordo com Chevallard (2009), concebemos que os saberes, por exemplo, matemáticos movimentados pelos professores das

classes multisseriadas, caracterizam uma dinâmica praxeológica¹⁴ que faz com que mude o EP desses professores.

Todavia, acreditamos que, para ocorrer a mobilização desses saberes, é necessário que o EP do professor esteja equipado com determinados conhecimentos, entre estes, o conhecimento **matemático-didático**, no sentido dado por Chevallard (2001, 2009), o qual julgamos ser necessário para a (re)construção de OMD no momento da preparação do texto de saber e no momento da gestão dessas OMDs em sala de aula.

De acordo com Parra (2006), a construção do conhecimento didático-matemático tem sido um aspecto relevante nos cursos de formação de professor. Para o autor, esse conhecimento é entendido como aquele saber que todo indivíduo que vai exercer a docência deve possuir, a fim de planejar, desenvolver e avaliar o saber matemático formal em situações de aprendizagem escolar.

Consideramos o conhecimento identificado por Parra como necessário para a prática docente, porém não o suficiente para enfrentamento de situações no exercício da docência. Para nós, o conhecimento destacado pelo autor é apenas parte do conhecimento matemático-didático do professor, pois entendemos que esse conhecimento não pode se reduzir àquilo que ele ensina em um dado momento numa classe.

Neste trabalho assumimos o conhecimento matemático-didático como o conhecimento que se (re)constrói na dinâmica das variáveis e de seus respectivos valores que conformam a primeira e a segunda fase da TDI, momentos nos quais são reveladas as variáveis, tanto institucionais quanto epistemológicas.

Para nós, o conhecimento matemático-didático do professor de matemática é também o conhecimento que ele deve possuir que lhe permita identificar e administrar essas e outras variáveis e seus respectivos valores, de tal forma que a (re)construção das OMDs esteja em conformidade com a instituição de ensino onde a OMD será desenvolvida, e assim possa contribuir para que o aluno construa uma boa relação com o objeto matemático de estudo em questão.

14 Movimentação de praxeologias.

2.2 O EQUIPAMENTO PRAXEOLÓGICO DO PROFESSOR

No âmbito da TAD, o problema da formação docente, entre outras, está relacionado com a seguinte questão: Quais são os conhecimentos ou competências que os professores precisam ter para agir de forma eficaz na formação matemática dos alunos? Em outras palavras, qual é o EP necessário para que o professor desenvolva a docência com matemáticas de forma eficaz e satisfatória? (BOSCH; GASCÓN, 2011).

O equipamento praxeológico de uma pessoa é descrito por Chevallard (2009, p. 8) como uma amálgama de praxeologias e componentes praxeológicos que a pessoa tem a seu dispor. A investigação do EP de uma pessoa é concebida pela TAD como um problema de pesquisa no sentido forte, uma vez que dele podem derivar muitas questões, dada sua complexidade, tanto na construção como na descrição.

Referente ao EP de uma pessoa, Bosch e Gascón destacam que

o conhecimento, capacidade ou competência de uma pessoa, corresponde ao que designamos como seu *equipamento praxeológico*, isto é, uma mistura de praxeologias e de elementos praxeológicos que a pessoa tem à sua disposição e que pode ativar em um dado momento sob certas condições e restrições dadas (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 93, grifos dos autores, tradução nossa).

Quanto ao EP do professor, Bosch e Gascón sublinham que

a descrição do equipamento praxeológico necessário (*ou pelo menos útil*) do professor de matemáticas assim como o estudo de suas condições de viabilidade e evolução nas distintas instituições que o professor deve frequentar, deve permanecer sempre como um problema central e aberto para a investigação em didática das matemáticas (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 95, grifos dos autores, tradução nossa).

Compreendemos o caráter aberto das investigações sobre o EP, dada a impossibilidade de identificar todas as práticas contidas no EP do professor. Em Chevallard (2009), a descrição do EP de uma pessoa só é possível de

forma fragmentada, local, ainda assim dificilmente se esgotaria a simples descrição da relação de uma pessoa com apenas um objeto.

Frente a essa conjuntura, é mais prudente identificar se a relação de um professor com um dado objeto apresenta ou não determinada propriedade, ou identificar se, para uma determinada situação, o professor está equipado com uma praxeologia que permite enfrentá-la, ou de outra forma, quais praxeologias existem no EP do professor que podem apoiar, interferir ou serem neutras na (re)construção de praxeologias para o enfrentamento de uma dada situação.

Essa impossibilidade da descrição do EP necessário ao professor de matemática para a prática docente impede-nos de enfrentá-la diretamente. Assim, para avançarmos em nossa investigação referente à descrição do EP, considerado no âmbito da Didática das Matemáticas como um problema central e aberto, temos como investigação central em nossa pesquisa a construção do conhecimento matemático-didático de uma professora que trabalha em uma classe multissérie.

Nosso objetivo ao fazer essa investigação é identificar a construção do conhecimento matemático-didático, bem como descrever os valores das variáveis, tanto institucionais como epistemológicas que se articulam na construção desse conhecimento, os quais talvez assumam em um dado momento o papel de condição ou restrição na (re)construção e gestão das OMDs na instituição multisseriada.

Assim, para o enfrentamento do problema da construção do conhecimento matemático-didático do professor, formulamos questionamentos que julgamos derivar dessa problemática, pois acreditamos que, atacando tais questionamentos, possivelmente estaremos construindo respostas para a investigação central da pesquisa. Sendo as questões derivadas:

- Quais variáveis e seus respectivos valores conformam os *milieux* do professor do multisseriado?
- Qual o papel do livro didático na (re)construção de OMD da professora?
- Como identificar a relação da professora com o saber na (re)construção e gestão das OMDs?

Indagações como essas têm fomentado nossa pesquisa no intuito de conseguir possíveis respostas, que nos permitam inferir sobre as variáveis e seus respectivos valores, que interferem na construção do conhecimento

matemático-didático do professor que trabalha em classes multisséries, e as articulações ocorridas entre estes.

Entendemos que a construção e reconstrução do EP e a formação do professor são duas faces de uma mesma problemática que se constituem numa dialética na história de vida do sujeito, nos processos de sujeição e contrassujeição. Ao abordarmos a formação do professor neste trabalho, daremos ênfase à formação de um sujeito que se constrói num processo contínuo de aprendizagem. Nesse sentido, Charlot afirma que

nascer significa ver-se submetido à obrigação de aprender. Aprender para construir-se, em um triplo processo de “humanização” (tornar-se homem), de singularização (tornar-se um exemplar único de homem), de socialização (tornar-se membro de uma comunidade, partilhando seus valores e ocupando um lugar nela) (CHARLOT, 2000, p. 53, grifos do autor).

Nesses termos, Charlot chama atenção para o processo de humanização ao qual todo ser humano está submetido. Para Chevallard (2009), esse processo ocorre por meio de sujeições e contrassujeições nas relações institucionais. Por exemplo, um professor para lecionar ou uma criança para tornar-se aluna de uma classe multissérie precisam aceitar as condições e restrições existentes nessa instituição.

Como exemplo, destacamos o fato de um aluno ter que aceitar a condição de estudar com alunos de outras séries e com idades muito variadas na mesma sala e no mesmo horário; e ao professor a condição de ter que repetir para os seus alunos do ano anterior o conteúdo que foi trabalhado com eles. Para Bosch e Gascón (2009), as condições que provêm de distintos níveis da escala de co-determinação¹⁵ não são criadas e nem podem ser modificadas pelo professor, mas afetam de forma determinante a sua capacidade de ação, por isso são consideradas como condições restritivas.

Ainda no âmbito da formação, Chevallard (2009) destaca: “uma pessoa x é o resultado de seu passado e presente de sujeições institucionais” (CHEVALLARD 2009, p. 8, tradução nossa). Isso nos leva a inferir que, o

15 Chevallard (2001) propôs uma maneira de estruturar as condições e restrições seguindo uma hierarquia civilização → sociedade → escola → pedagogia → disciplina → área – setor – tema – questão.

conhecimento matemático-didático utilizado pelo professor no exercício da docência, também resulta de sua história de vida pessoal como sujeito das instituições e do conjunto de suas relações pessoais que, segundo Chevallard (2009, p. 8), constitui o universo cognitivo (UC) da pessoa.

Dessa forma, concebemos sob o quadro da TAD que uma pessoa, ao submeter-se aos processos de aprendizagens, estabelece relações com objetos de saber, por meio de praxeologias que existem nas instituições, essas relações possivelmente contribuem para a construção do conhecimento matemático-didático e a consequente formação do EP da pessoa.

Assim, uma pessoa frente a uma situação pode fazer uso de um conjunto de praxeologias adquirido em processos de sujeições e contrassujeições vivenciadas nas instituições. A esse respeito, Chevallard ressalta que

mesmo que haja uma história da pessoa como sujeito, existe uma dinâmica cognitiva, que faz com que certos objetos desapareçam do universo cognitivo denotado por $UC(x)$, enquanto outros irão aparecer, há uma dinâmica praxeológica em que o equipamento praxeológico de x , que denotamos por $EP(x)$, muda – algumas partes deste equipamento perdem suas características de operação, enquanto outras partes são remodeladas e novos elementos são adicionados ao longo do tempo (CHEVALLARD, 2009, p. 9, tradução nossa).

Nesses termos, inferimos que o trabalho do professor em sala de aula reflete de certa forma sua história de vida, e nesta, sua cultura escolar, por isso podemos dizer que a formação do professor e a construção de seu EP constituem-se concomitantemente na dinâmica das praxeologias vivenciadas por ele nas instituições.

No que corresponde ao EP necessário para o exercício da docência das matemáticas, como também em termos das questões cruciais vivenciadas pelos professores no exercício da docência, Bosch e Gascón (2009) destacam que a formação do professor também é vista como uma problemática social, à qual a sociedade tenta de diferentes maneiras fornecer uma resposta.

E mais, “a razão de ser da problemática da formação do professor consiste na dialética do levantamento de questões e na construção de elementos de respostas” (SIERRA; BOSCH; GASCÓN, 2010, p. 3, tradução

nossa). Logo, as pesquisas sobre a formação do professor ganham sentido a partir de um conjunto de questões que podem ser de caráter: institucional; pessoal; didático; de gestão, entre outros, e as possíveis respostas que podem ser encontradas. Não temos a pretensão que os questionamentos levantados neste trabalho e as possíveis respostas encontradas para esses questionamentos sejam determinantes e conclusivos, haja vista, o caráter aberto da problemática.

Em alusão à formação do professor, Ruiz; Bosch e Gascón (2010, p. 400, tradução nossa) assinalam:

[...] postula-se na TAD que a profissão de professor de matemáticas, como profissão em construção, deve dotar-se de recursos próprios de natureza didático-matemático, que constituam a infraestrutura necessária para enfrentar as dificuldades, problemas e desafios que surgem continuamente no exercício da docência e que, por sua complexidade, não pode – nem deve – tratar solitário o ou a docente.

Do trabalho de Cirade (2006), é possível extrair pelo menos três tipos de praxeologias que se destinam à docência, as quais podem ser relacionadas com a formação do conhecimento matemático-didático dos professores que ensinam as matemáticas: as praxeologias matemáticas a ensinar (conjunto de praxeologias que o professor possui), as praxeologias matemáticas para o ensino (o que o professor deve ensinar) e praxeologias didáticas (a maneira de como realizar o ensino).

Cirade (2006) identifica em seu trabalho a problemática que apresenta a matemática a ensinar e ressalta que os recursos matemáticos que poderiam atacar essa problemática estão longe da cultura matemática construída na formação dos docentes.

Margolinas (2005), ao abordar o conhecimento didático do professor, reporta-se a Shulman (1986), destacando os componentes do conhecimento profissional do professor: conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico e conhecimento pedagógico do conteúdo. Contudo, a autora ressalta que “o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico não são independentes no modelo de ensino/aprendizagem” (MARGOLINAS 2005, p. 1, tradução nossa).

No entanto, se o processo de ensino aprendizagem for analisado de forma linear, nos dizeres de Steinbring:

[...] o conhecimento do conteúdo matemático é necessário em primeiro lugar durante a primeira etapa neste processo, enquanto que o conhecimento pedagógico do conteúdo é necessário para as condições e as formas de transmissão da matemática escolar (STEINBRING, 1998, p. 158, tradução nossa).

Por outro lado, para o processo de ensino aprendizagem visto de forma não linear, Steinbring adverte que o

conhecimento pedagógico do conteúdo não serve, sobretudo para organizar a transmissão de conhecimento do conteúdo matemático [...] um novo tipo de conhecimento profissional para professores de matemática é necessário, uma espécie de mistura entre o conhecimento matemático do conteúdo e do conhecimento pedagógico (STEINBRING, 1998, p. 159, tradução nossa).

Esse outro tipo de conhecimento profissional, que se constitui na fusão do conhecimento matemático do conteúdo com o conhecimento pedagógico, refere-se ao conhecimento didático do professor “entendido como parte do conhecimento, que está relacionado com o conhecimento matemático a ser ensinado” (MARGOLINAS, 2005, p. 2). Mesmo que a autora não utilize o termo “conhecimento matemático-didático”, demonstra considerar a imbricação do matemático e do didático.

Tal como no estudo de Margolinas (2005), concebemos o conhecimento didático como conhecimento que envolve saberes matemáticos, mais precisamente concebemos esse conhecimento como conhecimento matemático-didático, que entendemos ser parte constituinte do EP do professor e sob esse olhar de construção do EP que implica em elementos de estudo da TAD. Assim, nosso trabalho tem como objetivo investigar sobre o conhecimento do professor, mas na perspectiva da construção do conhecimento matemático-didático.

Para tanto, estamos considerando o processo de construção do conhecimento matemático-didático do professor, como um processo de

formação que ocorre na dinâmica do UC e na (re)construção do EP do professor, fruto das múltiplas relações pessoais desse sujeito com os objetos de saber existentes nas instituições, “a noção de relação pessoal de um indivíduo x com um objeto o é o conjunto de todas as interações de x com o ” (CHEVALLARD, 2009, p. 1, grifos do autor, tradução nossa). Nessa perspectiva, Chevallard assevera que

peessoa é então o par formado por um indivíduo x e o sistema de suas relações pessoais $R(x, o)$ em um dado momento da história de x . [...]. Claro, ao logo do tempo, o sistema de relações pessoais de x evolui: objetos que não existem para ele passam a existir; outros deixam de existir; para outros enfim a relação pessoal de x muda. Nessa evolução, a invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa (CHEVALLARD 2009, p. 1, grifos do autor, tradução nossa).

Nesse sentido abordamos neste trabalho a formação do professor do multisseriado de forma mais pontual, isto é, situamos nossa pesquisa em um objeto de caráter epistemológico; que é a construção do conhecimento matemático-didático do professor, haja vista a professora sujeito desta pesquisa ter parte significativa de sua história de vida tanto discente e docente constituída na instituição multisseriada.

Alguns trabalhos que se situam no PEIDM e investigam a formação do professor geralmente tomam como sujeito os alunos dos cursos de formação de professores. Nesses cursos, tem-se, entre outros objetivos, a construção de OMs que os seus estudantes colocam em prática em sala de aula (do nível básico), com as correspondentes ODs, depois retornam ao curso para a reformulação das OMs e voltam à sala de aula para novamente colocá-las em prática. Como se evidencia em Bosch e Gascón (2009), Ruiz; Sierra; Bosch e Gascón (2010), Sierra; Bosch e Gascón (2010), Gascón (2011).

Essas pesquisas investigam a construção de modelos de OMs que sejam possíveis de serem desenvolvidas nas instituições escolares, assim como ODs, que permitam reconstruí-las com sentido nessas instituições, cujo objetivo é a construção do conhecimento matemático-didático necessário para o ensino das matemáticas nas instituições escolares.

Em nosso caso, mesmo com a pesquisa situada no PEIDM, precisamente na TAD, não analisamos a construção do conhecimento matemático-didático da professora a partir de modelos de praxeologias matemáticas desenhados em cursos de formação. Para análise deste trabalho, construímos um modelo metodológico identificado como Modelo de Praxeologia Docente Relativo (MPDR), a partir do qual construímos as análises com base em elementos revelados na história de vida da professora; na TDI realizada pela professora e nos episódios registrados nas praxeologias docentes da professora na classe multisseriada.

CAPÍTULO III

3 O MODELO DE PRAXEOLOGIA DOCENTE RELATIVA (MPDR)

Neste capítulo trataremos da construção do MPDR na perspectiva de uma ferramenta metodológica de análise das práticas docentes nas classes multisséries e de alguns elementos que compõem esse modelo: *milieu* do professor; variáveis institucionais e variáveis epistemológicas. Os demais componentes não serão tratados neste capítulo por entendermos que já estão contemplados em outros capítulos deste trabalho.

3.1 O MPDR COMO FERRAMENTA METODOLÓGICA

Em função do objeto desta pesquisa, temos particular interesse no processo de TDI, mais precisamente nos valores atribuídos ou identificados, quero dizer que não são *a priori*, das variáveis institucionais e epistemológicas existentes nas interfaces desse processo, por entendermos que interferem na construção e gestão de OMDs que são deslocadas do “texto de saber” para a sala de aula e possivelmente revelam o conhecimento matemático-didático do professor.

Nesses termos, apoiamo-nos no esquema proposto por Ravel (2003), que decompõe o processo de transposição didática interna em duas etapas, o qual ampliamos para identificar as variáveis e seus respectivos valores existentes nessas duas fases da TDI (*vide* Figura 1).



Figura 1: Esquema dos dois estágios da transposição didática.
Fonte: RAVEL, (2003, p. 6).

Ao analisarmos o esquema proposto por Ravel, evidenciamos que o saber "preparado" identifica-se com o projeto de curso do professor. No entanto, inferimos que o saber "preparado" sofre mudanças para se tornar um saber ensinado, haja vista que o professor no momento da gestão encontra-se em um *milieu* distinto do *milieu* do saber preparado, pois, como já dissemos anteriormente, no momento da preparação do saber o aluno é hipotético e no momento da gestão em sala de aula o aluno é real e o professor interage com o aluno.

Entendemos que o projeto de curso do professor é apenas uma etapa intermediária no processo de TDI, a qual leva do saber a ensinar ao saber ensinado. Nossa proposta é utilizar o esquema proposto por Ravel e ampliá-lo para podermos evidenciar na TDI as duas interfaces elencadas por nós neste trabalho (*vide* Figura 2).

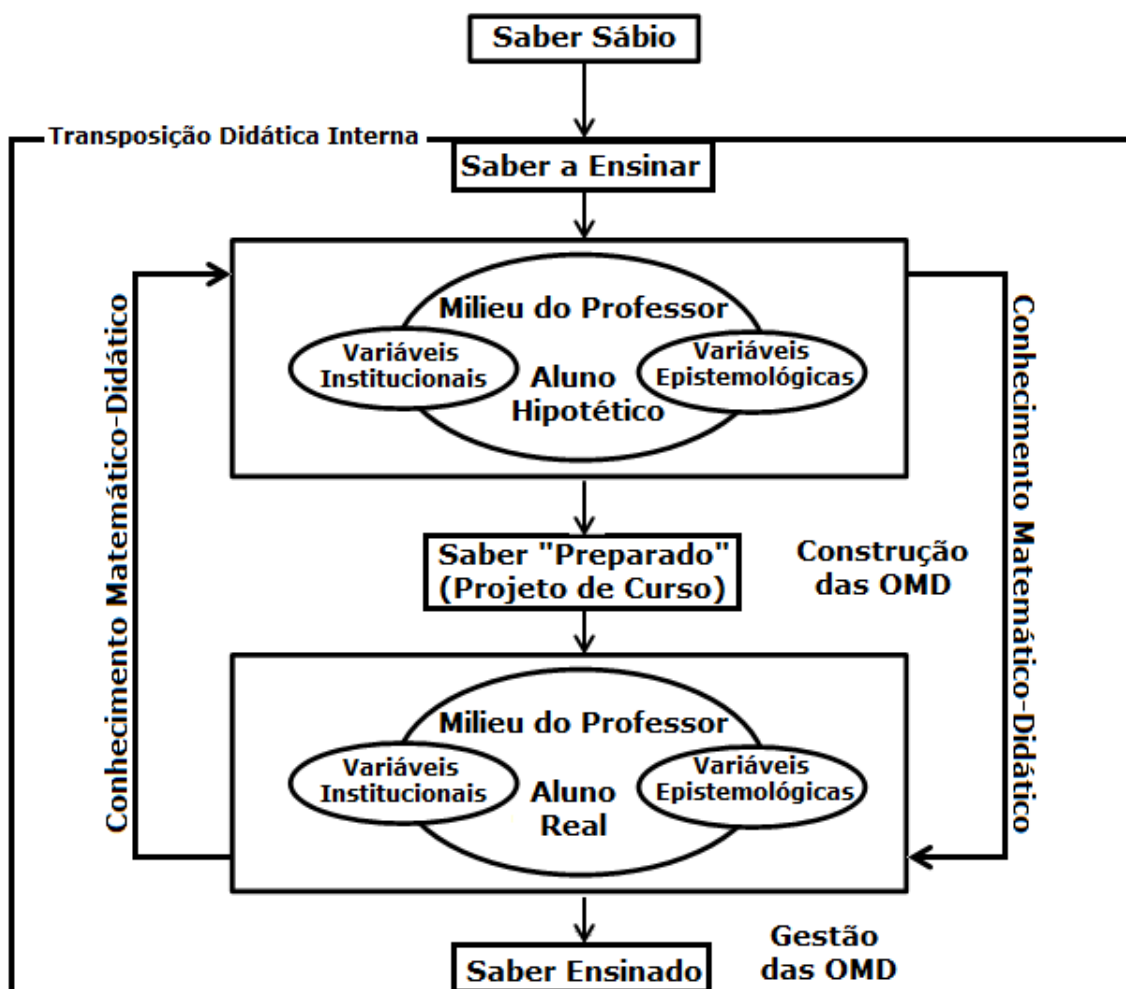


Figura 2: Modelo de praxeologia docente relativo.
Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao ampliarmos o esquema proposto por Ravel, construímos uma ferramenta metodológica que usamos para analisar as práticas docentes da professora sujeito da pesquisa. Utilizamos o MPDR para contrastar com o modelo usado por essa professora, e assim analisamos a construção e gestão das praxeologias desenvolvidas por ela na primeira e na segunda fase da TDI.

Concebemos esse modelo na perspectiva da potencialidade que ele pode nos proporcionar para melhor compreendermos as complexidades que permeiam a atividade docente na ambiência multisseriada, e em especial para identificar as variáveis com que o professor lida nas interfaces do trabalho de TDI.

Em uma primeira interpretação, esse modelo pode ser entendido de uma forma não linear, ainda que apresente duas fases sequenciais, mas entendemos ser pertinente interpretá-lo sob a ótica da retroalimentação que ocorre entre as interfaces da TDI, que no nosso entendimento evidencia a construção do conhecimento matemático-didático do professor.

A partir do MPDR, inferimos que o professor na primeira fase, momento da construção das OMDs, conjectura sobre o que pode ocorrer na segunda fase, momento da gestão dessas OMDs; da mesma forma, quando está na segunda fase, reflete sobre a construção das OMDs ocorrida na primeira fase, desta forma buscamos evidenciar com esse modelo a não linearidade da construção do conhecimento matemático-didático do professor no trabalho de TDI.

Destacamos que a compreensão desse modelo propicia, tanto ao pesquisador no momento de observação empírica quanto ao professor em sua atividade docente, evidenciar o quanto e como a prática docente está condicionada pelas variáveis e seus respectivos valores que compõem os *milieux* do professor na TDI.

Outro ponto a destacar referente à compreensão do modelo é que ele permite ao professor um fazer docente compreensível, pois comporta, na tomada de decisão para construção e gestão das OMDs, identificar e analisar as variáveis tanto institucionais quanto epistemológicas e seus respectivos valores que se fazem presentes nos *milieux* do professor na TDI, e identificar quais se conformam como restrições ao trabalho docente, bem como a dinâmica que ocorre entre os valores das variáveis.

3.2 OS *MILIEUX* DO PROFESSOR NA ELABORAÇÃO E GESTÃO DAS OMDS

Neste trabalho, adotamos a concepção de *milieu* antagônico na acepção dada por Brousseau (1986b, 1988, 1990a), Margolinas; Steinbring (1994); Almouloud (2007) e Fregona e Orus (2009), na qual um conjunto de circunstâncias exteriores a um indivíduo que é capaz de produzir desequilíbrio cognitivo é identificado pela Teoria das Situações Didáticas como *milieu* antagônico.

No MPDR, a TDI deve ser entendida em um processo que se subdivide em duas etapas, a construção das praxeologias no texto de saber e a gestão dessas praxeologias em sala de aula, constituindo-se assim para o professor em dois *milieux* distintos, embora alguns elementos desses *milieux* se mantenham na primeira e na segunda fase da TDI, não são de mesma natureza, outros estão presentes apenas na primeira ou na segunda fase da TDI. Em nosso entendimento, os argumentos acima caracterizam a distinção entre esses *milieux*.

No momento da construção do texto de saber o *milieu* do professor entre outros elementos é constituído por: aluno hipotético; currículo oficial; tempo didático na perspectiva de conjectura; história de vida do professor; relações do professor com o saber e relações pessoais do professor com os objetos de saber.

No momento da gestão das praxeologias em sala de aula, o *milieu* do professor entre outros elementos é formado por: aluno real; currículo implementado; tempo didático materializado, pois deixa de ser uma conjectura; história de vida do professor; relações do professor com o saber e relações pessoais do professor com os objetos de saber.

A noção de *milieu* do professor assumida por nós neste trabalho se refere a tudo que está no entorno do professor no momento da preparação da classe, assim como na gestão desta, o que forma subsistemas antagonistas no sentido dado pela Teoria das Situações Didáticas (RAVEL, 2003).

Para Almouloud, (2007, p. 46, 47), “um *milieu* diz-se antagonista se é capaz de produzir retroação sobre os conhecimentos do sujeito”. Nosso interesse em evidenciar o *milieu* do professor em cada uma das fases da TDI é

por entendermos que se trata de *milieux* diferentes, nossa afirmação tem sustentação principalmente no seguinte argumento: na primeira fase da TDI, o aluno é hipotético, portanto, o professor não interage diretamente com o aluno; mas na segunda fase, o professor, por estar em ação na sala de aula, interage diretamente com o aluno em um *milieu* antagônico para o professor.

Referente à segunda fase da TDI, nossas palavras são corroboradas por Almouloud quando diz que

o *milieu* antagônico ao professor é o par aluno/*milieu* do aluno, no qual existem dois componentes: o *milieu* material do aluno, que o professor controla, e as reações dos alunos, as quais muitas vezes não são controladas pelo docente (ALMOULOU, 2007, p. 54, grifos do autor).

Ainda referente ao *milieu*, Bloch (1999 apud ALMOULOU, 2007) sublinha que

o *milieu* objetivo do professor é constituído pelos elementos da situação, pelas ações dos alunos e, sobretudo pelos conhecimentos desses alunos, além das modificações que esses conhecimentos provocam no *milieu* objetivo dos alunos (BLOCH, 1999, p. 153).

Nossa reflexão referente aos *milieux* do professor na TDI nos conduz ao seguinte entendimento: as variáveis que conformam os *milieux* do professor na TDI sejam institucionais ou epistemológicas, dependendo da fase analisada, podem não ter o mesmo valor. Essa dinâmica que ocorre nos valores das variáveis dos *milieux* do professor pode levá-lo, no momento da ação em sala de aula, a refletir sobre o momento da preparação e vice-versa, causando dessa forma uma retroalimentação entre os *milieux*.

Em nossa compreensão, a reflexão procedente na ação e sobre a ação da construção e gestão das OMDs revela a retroalimentação entre os *milieux*, a qual constitui o que identificamos no MPDR como conhecimento matemático-didático do professor, ou seja, na reconstrução das praxeologias matemáticas se manifesta o conhecimento matemático-didático. Dessa forma, entendemos que o discurso que justifica a reconstrução das práticas matemáticas assegura a construção do conhecimento-didático.

No que se refere à construção do conhecimento do professor, Margolinas destaca que

o professor toma decisões em todos os níveis da sua actividade, mas pode também transformar seus pontos de vista da atividade, reflexo do que falaremos agora: o professor aprende na sua atividade profissional. Por isso, é necessário considerar um modelo de situações onde se desenvolve as atividades do professor. Ou seja, descreve o professor como um sujeito de conhecimento ele permite interagir com um *milieu*, que por sua vez pode transformar o seu conhecimento, ou seja, aprende (MARGOLINAS, 2002, p. 5, grifos da autora, tradução nossa).

Os *milieux* do professor no fenômeno de TDI são conformados por muitas ações de decisões e interações: o encontro com o currículo oficial, o que e como abordar no “texto de saber”, a implementação do currículo em sala de aula, a interação com o aluno, com o saber etc. “Essas decisões e as interações com os diferentes *milieux* podem provocar transformações nos conhecimentos do professor, quer dizer, produzir uma aprendizagem por parte do professor” (ALMOULOUD, 2007, p. 46).

Entre os conhecimentos que o professor constrói nessa dinâmica de situações vivenciadas nos *milieux*, no fenômeno de TDI, destacamos o seu conhecimento matemático-didático. Entendido por nós como conhecimento que o professor deve possuir, que lhe permita administrar os valores das variáveis institucionais e epistemológicas que conformam seus *milieux*, tanto na (re)construção como na gestão de OMD, de tal forma, que essas OMDs estejam em conformidade com as instituições de ensino, sob as condições e restrições impostas, e contribuam para que o aluno construa uma boa relação com o objeto matemático de estudo.

3.3 AS VARIÁVEIS E SEUS VALORES

Entendemos que no processo de TDI existem muitas variáveis que interferem na construção do conhecimento tanto do aluno como do professor, dentre essas variáveis destacamos as institucionais e as epistemológicas. Por questão de conveniência, trataremos apenas das variáveis institucionais

“currículo e tempo didático” e das variáveis epistemológicas “história de vida da professora sujeito da pesquisa, relação com o saber e relações pessoais com os objetos de saber nas instituições” (Vide Quadros 1 e 2).

| Variáveis institucionais | Valores da variável |
|--------------------------|--|
| Currículo | - Currículo oficial - Currículo implementado em sala de aula |
| Tempo didático | - Tempo didático para a construção das OMDs - Tempo didático para a gestão das OMDs |

Quadro 1: Quadro das variáveis institucionais.

| Variáveis epistemológicas | Valores das variáveis |
|-------------------------------|---|
| História de vida | - como discente do multisseriado - como docente do multisseriado |
| Relações pessoais com o saber | - como discente - como docente |
| Relações com o saber | - na construção das OMDs - na gestão das OMDs |

Quadro 2: Quadro das variáveis epistemológicas.

A variável “currículo” é concebida neste trabalho no sentido do currículo escolar, entendido como um meio pelo qual a noosfera propõe os caminhos e as práticas a serem desenvolvidas de um saber específico para um dado nível de ensino. Para Bernstein (1980, p. 47), “O currículo define o que se considera como conhecimento válido, as formas pedagógicas, o que se pondera como a transmissão válida do mesmo”.

Não só o currículo escolar é determinado pelas instituições que compõem o sistema de ensino, o tempo didático para o estudo de um objeto de ensino também é determinado por essas instituições, ainda que de forma implícita. É nesse sentido que concebemos essas variáveis como institucionais, uma vez que em primeira instância são determinadas por instituições que estão em níveis externos até mesmo à escola.

Já as variáveis: história de vida; relação com o saber e relações pessoais com os objetos nas instituições, por entendermos que interferem na

construção do EP da pessoa, as consideramos epistemológicas. Nossa afirmação encontra consonância em Chevallard (2009) quando diz que

ao tornar-se sujeito de uma instituição I na posição p, um indivíduo x, que sempre é uma pessoa, com certo universo cognitivo (UC), *subjugam-se as relações institucionais*, que iram regular suas relações pessoais (CHEVALLARD, 2009, p. 3, grifos do autor, tradução nossa).

Com base nessa citação, podemos afirmar que os processos de sujeição e contrassujeição vivenciados por uma pessoa nas instituições que frequenta e frequentou contribuem para suas relações pessoais e conseqüentemente para a construção de suas relações com os objetos de saber que vivem nessas instituições e ocorrem na história de vida da pessoa. Dessa forma, podemos considerar essas variáveis como epistemológicas, uma vez que contribuem para a construção do conhecimento da pessoa.

3.3.1 Variáveis epistemológicas

Nesta parte do texto, abordamos de forma imbricada as variáveis: história de vida; a relação com o saber; e as relações pessoais com os objetos nas instituições, por entendermos que essas três variáveis estão numa relação dialética, tanto na construção como na gestão de OMD no processo de TDI, mais especificamente, nas interfaces do saber a ensinar para o “texto de saber” e do “texto de saber” para o saber ensinado em sala de aula. Neste trabalho, assumimos o termo relação com o saber como sendo o conjunto das relações pessoais com os objetos de saber nos processos de sujeição nas instituições nas quais vive o objeto e que são e foram frequentadas pelo indivíduo.

De acordo com Beillerot (1986), a expressão “relação com o saber” surge com o psicanalista Lacan em 1966. Segundo Charlot (2000), os sociólogos Bourdieu e Passeron no livro “A Reprodução” publicado em 1970 falam de relação com a cultura, relação com a linguagem e relação com o saber. No entanto, é Charlot que na década de 80 introduz a expressão e o conceito de “relação com o saber” na área da educação, e, na década de 90 elabora “elementos para uma teoria” da relação com o saber.

No levantamento bibliográfico que realizamos referente à relação com o saber, constatamos que os grupos de pesquisas que investigam esse conceito, particularmente o de Bernard Charlot e de Jacky Beillerot, buscam, essencialmente, compreender as várias relações dos indivíduos com o aprender e, mais especificamente, com os processos pelos quais os sujeitos aprendem.

Em Charlot, (2000), a relação com o saber é uma relação de sentido, portanto de valor, entre um indivíduo (ou um grupo) e os processos ou produtos do saber. Para Charlot (2000), a relação com o saber é a relação com o mundo, com o outro e consigo, de um sujeito confrontado com a necessidade de aprender. Chevallard (2009), ao se referir à relação de uma pessoa com um objeto de saber, diz que a relação é criada ou sofre mudanças, por meio de encontro e reencontros da pessoa com os objetos nas instituições.

A problemática do *fracasso escolar* apontada pela sociologia da reprodução a partir dos anos 60 e 70 com Bourdieu e Passeron é retomada no ano de 1987 por Charlot e sua equipe de pesquisa da Universidade de Paris VIII – Educação, Socialização e Coletividades Locais (ESCOL), esse grupo tomou como ponto de partida para suas pesquisas alguns questionamentos referentes a essa problemática. Nesse sentido Charlot questiona:

Por que será que certos alunos fracassam na escola? Por que será que esse fracasso é mais frequente entre famílias de categorias sociais populares do que em outras famílias? Mais ainda: por que será que certas crianças dos meios populares alcançam, apesar de tudo, sucesso em seus estudos, como se elas conseguissem esgueirar-se pelos interstícios estatísticos? (CHARLOT, 2000, p. 9).

Essas e outras indagações suscitaram novas abordagens para a problemática do *fracasso escolar*, as quais trouxeram críticas aos enfoques propagados pela sociologia da reprodução, essa outra forma de olhar a questão do *fracasso escolar* permitiu analisar a problemática sob a óptica da relação com o saber e com a escola. Essa perspectiva de análise da relação com o saber, proposta por Charlot e sua equipe na área da educação tem sido explorada por outros pesquisadores. Entre estes, destacam-se Jacky Beillerot

da Universidade de Paris X e sua equipe e Yves Chevallard no Irem de Aix-Marseille.

Nessa perspectiva, Charlot passa a contemplar em suas análises as dimensões social e subjetiva do problema. Uma vez que, para Charlot (2000), mesmo sendo um indivíduo um ser social, ele é detentor de uma singularidade, fruto de sua história de vida pessoal. Em Chevallard (2009), o sistema de relações pessoais de um sujeito sofre um processo de evolução, objetos que não existiam passam a existir, outros deixam de existir, enfim com o passar do tempo a relação pessoal do indivíduo muda.

Ao refletirmos sobre as palavras de Charlot e Chevallard, encontramos consonância para inferirmos em nosso trabalho que as variáveis epistemológicas, relação com o saber, história de vida, relações pessoais e seus respectivos valores estão numa relação dialética e interferem na interpretação dos conteúdos de ensino contidos nos textos de um programa oficial de ensino. Dessa forma, entendemos que, para analisar a relação de um professor com o saber, é necessário entendê-la de forma concomitantemente social e singular; isto é, considerando suas relações pessoais com os objetos na sua história de vida como discente e como docente, nos processos de sujeição e contrassujeição nas instituições.

Nessa perspectiva, o sujeito de saber, “sujeito que se dedica ou pretende dedicar-se à busca do saber” (CHARLOT, 2000, p. 29), e o saber estão numa relação dialética, pois, qualquer que seja a tentativa de definir um sujeito de saber remete a discussões outras da dimensão do saber; da mesma forma, qualquer tentativa para definir o saber faz emergir um “sujeito que mantém com o mundo uma relação mais ampla do que a relação de saber” (CHARLOT, 2000, p. 59), e mais, é um sujeito que desenvolve uma “atividade que lhe é própria: argumentação, verificação, experimentação, vontade de demonstrar, provar e validar” (CHARLOT, 2000, p. 60).

Sob esse novo olhar, o fundamental para aprender não é a posição social do sujeito, mas, a relação que esse sujeito estabelece com o saber. De acordo com Chevallard (2009), concebemos que a relação de uma pessoa com um objeto de saber é formada por todas as interações que o indivíduo pode ter com o referido objeto, se existe um indivíduo e um objeto e há uma interação entre eles, a relação pessoal desse indivíduo com esse objeto nunca será vazia

(CHEVALLARD, 2009). Nesse sentido, a relação de um sujeito com o saber, assume um caráter antropológico, o sujeito de saber é um sujeito que estabelece relações com outros sujeitos dentro das instituições, partilhando do mundo e com eles transformando o mundo.

De acordo com Charlot (2000) e Chevallard (2009), entendemos que analisar o papel da relação do professor com o saber matemático nas interfaces da TDI é considerar de forma imbricada sua história de vida e suas relações pessoais construídas, nos processos de sujeição e contrassujeição nas relações com os objetos de saber dentro das instituições. Entendemos que a relação construída por uma pessoa com um dado saber pode ser remodelada quando essa pessoa se torna sujeito de outra instituição. Referente à pessoa, ao saber e a instituição, Chevallard destaca que,

de uma maneira geral, nossas relações “pessoais” são fruto da história de nossos assujeitamentos institucionais passados e presentes. Reciprocamente, uma instituição *I*, e as diferentes obras *O* que nela habitam, não existem sem os sujeitos. Estes são os atores da instituição *I*, e também das obras *O* que vivem em *I* e fazem continuar a viver, às vezes alterando seu estilo de vida. Há, portanto, uma dialética das instituições, das obras e das pessoas (CHEVALLARD, 2009, p. 3, grifos do autor tradução nossa).

Ainda sobre a relação pessoal com os objetos de saber, Charlot assevera que

adquirir saber permite assegurar-se um certo domínio do mundo no qual se vive, comunicar-se com outros seres e partilhar o mundo com eles, viver certas experiências e, assim, tornar-se maior, mais seguro de si, mais independente. Existem outras maneiras, entretanto, para alcançar os mesmos objetivos. Procurar o saber é instalar-se num certo tipo de relação com o mundo; mas existem outros. Assim, a definição do homem enquanto sujeito de saber se confronta à pluralidade das relações que ele mantém com o mundo (CHARLOT, 2000, p. 60).

Apoiados na citação anterior, inferimos que a relação entre um sujeito de saber e um saber revela uma relação desse sujeito com as instituições e com o

mundo. Nessa perspectiva, “a relação com o saber é relação de um sujeito com o mundo, com ele mesmo e com os outros” (CHARLOT, 2000, p. 78).

Conceber a relação de um indivíduo com o saber, sob a ótica dialética entre as instituições, as obras e as pessoas, ou, em outras palavras, na pluralidade das relações que esse indivíduo mantém com o mundo, é conceber que a relação de uma pessoa com um objeto de saber, faz sentido por referência à história de vida da pessoa que ocupa uma posição em uma dada instituição e constrói relações com os outros nessas instituições. Nossa reflexão é corroborada por Charlot ao afirmar que

não há saber que não esteja inscrito em relações de saber. O saber é construído em uma história coletiva que é a da mente humana e das atividades do homem e está submetido a processos coletivos de validação, capitalização e transmissão. Como tal, é o produto de relações epistemológicas entre os homens. Não obstante, os homens mantêm com o mundo e entre si (inclusive quando não são “homens de ciência”) relações que não são apenas epistemológicas. Assim sendo, as relações de saber são, mais amplamente, relações sociais. (CHARLOT, 2000, p. 60).

Em Chevallard (2009), essa pluralidade de sujeições é a fonte do nosso sentido de liberdade nas instituições. É nessa diversidade de sujeições que a pessoa coloca uma sujeição contra outra, isto permite ao sujeito remodelar suas relações com os objetos de saber, e nessa dinâmica se constituem os componentes praxeológicos, que podem contribuir, interferir ou serem neutros no enfrentamento de novas situações; isto é, ao jogar uma sujeição contra outra, a pessoa pode mudar sua relação com os objetos de saber e (re)construir suas relações.

3.3.2 Variáveis institucionais

Nesta seção abordamos sobre as variáveis: tempo didático e currículo e seus respectivos valores, por entendermos que essas variáveis afetam, tanto na construção como na gestão de OMD no processo de TDI.

Como já citado neste texto, no âmbito da TAD o conjunto de transformações e adaptações que sofre um saber a ser ensinado, para se

tornar um saber ensinado numa determinada instituição de ensino, é identificado como fenômeno de TDI.

Todavia, o professor, no momento da (re)construção das OMDs no “texto de saber” e da sua gestão em sala de aula, está sob condições e restrições de “todos os níveis de co-determinação didática, desde os mais genéricos, como a sociedade e a civilização, aos mais específicos, como o tema e a questão matemática concreta” (GASCÓN, 2011, p. 217, tradução nossa).

Referente às condições e restrições impostas sobre as práticas docentes, Bosch e Gascón sublinham que

os Professores na prática docente se encontram com condições e restrições que afetam seu trabalho matemático em sala de aula com seus alunos e que são específicos da disciplina que ensinam: é necessário ter certos conceitos ou ferramentas matemáticas antes de construir outras, e assim por diante. Como os professores podem atuar sobre algumas destas condições, mas sobre outros não (que atuam então, como restrições). E também se encontram com restrições e condições que provêm dos níveis mais elevados de co-determinação, que afetam a forma de organizar o estudo de uma disciplina – nível da pedagogia –, ou de organizar o estudo em um determinado tipo de escola – nível da escola –, de organizá-lo em uma sociedade ou em outra, e fazê-lo seguindo os princípios e valores de uma determinada civilização (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 97, grifos dos autores, tradução nossa).

O professor, ao adaptar o saber a ser ensinado para torná-lo ensinável em uma instituição de ensino, tanto na (re)construção como na gestão de OMD, cria certas condições, por exemplo, fornece as questões, os materiais e auxilia os alunos nos momentos que julga cruciais etc., contudo essas condições podem ser mudadas pelo professor, segundo sua intencionalidade referente ao sucesso do desenvolvimento da atividade matemática em sala de aula.

Porém, existem condições que estão presentes no trabalho docente que advêm de outros níveis de co-determinação; por exemplo, para um professor que trabalha na Educação Básica em uma escola, numa classe formada por

alunos de faixa etária bastante variada, com quatro horas aulas de sessenta minutos por dia, e tendo quatro currículos oficiais para cumprir nessa classe, dentre outras. Essas são condições oferecidas ao professor do multisseriado para tornar o processo de ensino possível, mas para esse professor são restrições, as quais são procedentes de níveis de co-determinação didática externos à escola, e o professor na posição que ocupa na instituição não pode modificá-las.

Nessa perspectiva, o estudo dos processos de transposição didática permitiu à TAD, por meio da estrutura hierárquica dos níveis de co-determinação, o estudo das condições e restrições da difusão das matemáticas¹⁶, para além das que surgem na aula implementada pelo professor, uma vez que as condições e restrições externas à sala de aula condicionam o processo de ensino e aprendizagem.

Alusivo aos níveis de co-determinação didática, entendemos que cada nível contribui para determinar como vivem institucionalmente as OMDs, tanto no que se refere a apoiar quanto a restringir a (re)construção e gestão das OMDs. Assim, o professor no exercício da docência, independentemente do nível educacional que atue, convive com condições e restrições que interferem no desenvolvimento do trabalho em sala de aula.

O fato de a ação do professor sobre as condições e restrições impostas pelos níveis de co-determinação ser limitada, proporciona ao pesquisador com pesquisa no âmbito da Didática das Matemáticas, lançar um olhar para todos os níveis de co-determinação. É sob esse olhar que evidenciamos condições e restrições na ambiência da docência multissérie, pois trabalhar com classes multisséries, tem entre muitos entraves, a (re)construção do currículo para os anos que compõem a turma.

Sob o enfoque da TAD entendemos que essas condições que conformam o *milieu* do professor das classes multisséries são restrições, pois interferem no seu trabalho docente, haja vista que a docência nesse ambiente está condicionada a reformulações e adaptações de praxeologias que o professor deve fazer do ensino seriado para o ensino multisseriado, que

16 Condições e restrições de difusão das matemáticas é tudo que permite favorecer ou impedir esta difusão, sendo as restrições aquelas condições que dificilmente podem ser modificadas pelo professor em um dado momento do estudo.

entendemos como um problema docente enfrentado pelos professores dessas classes.

Neste trabalho assumimos a variável tempo didático como uma variável institucional, por entendermos que mesmo sendo o professor o responsável por realizar a TDI, as praxeologias antes de serem (re)construídas no texto de saber e implementadas em sala de aula, já estão condicionadas segundo um valor desta variável, o qual é predeterminado pela instituição.

O currículo oficial é concebido neste trabalho como valor da variável currículo, na perspectiva dos temas, setores e áreas de uma disciplina, nesse caso a matemática, proposto nos programas oficiais para serem trabalhados nas salas de aula em certo nível de ensino e o currículo implementado como outro valor dessa variável, sendo esse os conteúdos que realmente são trabalhados pelo professor em sala de aula.

Dentre as condições e restrições que conformam os *milieux* do professor nas interfaces da transposição didática interna, destacamos o currículo oficial e o currículo implementado. Como dissemos anteriormente, o currículo indicado para as classes multisséries é o mesmo das classes seriadas, entretanto os tempos didáticos dessas ambiências, cronologicamente, são diferentes.

Em consonância com Chevallard (2009), entendemos que no âmbito da sala de aula, a constituição de um “sistema didático”, a partir do currículo oficial, faz emergir a construção de um “texto de saber”, entretanto o professor ao (re)construir as OMDs no “texto de saber” deve considerar a relação existente entre o conteúdo proposto no currículo oficial e o tempo didático. Em Chevallard (2009), essa relação “saber/duração” é o ente essencial do processo didático, assim o texto de saber e o tempo didático constituem relação dialética por meio do processo didático.

Sendo o professor o responsável pelo processo de TDI, cabe a ele conduzir a relação entre o saber a ensinar e o tempo didático. Esse fato destaca novamente o importante papel do professor na (re)construção e gestão das OMDs no fenômeno de TDI, uma vez que o currículo propõe o caminho e a sequência que o professor deve seguir. Entretanto, não tem como prever quais ações didáticas o professor deve adotar para que o tempo didático programado na construção da OMD seja equivalente ao da gestão desta, e o saber a ensinar se torne um saber ensinado.

Essa questão da relação entre o saber e os valores da variável tempo didático, vivenciada no exercício da docência por professores de matemática em turmas seriadas, tem sido evidenciada por nós no ambiente das classes multisséries. Por exemplo, um professor que trabalha com uma turma formada pelo 2º, 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, só da disciplina matemática, tem quatro currículos oficiais a seguir, e como fator agravante, as turmas com esse tipo de formação, apresentam elevado grau de distorção idade-série.

Nesses termos, inferimos que essas condições impostas pelos níveis mais genéricos de co-determinação didática, tornam complexa a prática docente desses professores, em Bosch e Gascón (2009), as condições que interferem na docência e não podem ser modificadas pelo professor na posição em que se encontra, tal como as oferecidas ao professor do multisseriado, tornam-se restrições ao trabalho docente, pois, embora sejam afetados no exercício da docência, por exemplo, na gestão da relação entre o saber a ser ensinado e o tempo didático, na construção do “texto de saber” e na (re)construção e gestão das OMDs, não podem modificá-las.

3.4 O LIVRO DIDÁTICO

Consideramos que no âmbito da TDI, o currículo oficial, o qual estamos considerando neste trabalho, materializa-se para o professor de matemática nos conteúdos que constam dos livros didáticos de matemática. Nessa perspectiva, cabe ao professor de matemática a partir do currículo oficial, que consta dos livros didáticos dessa disciplina, eleger, organizar e desenvolver o currículo que consolidará o “texto de saber”, que no julgamento do professor vai ao encontro dos alunos enquanto aprendizes e é conformado pela instituição de ensino que o professor frequenta. Nas palavras da professora sujeito desta pesquisa (em entrevista que realizamos com ela¹⁷): “Vejo o livro didático como um aliado para a elaboração das minhas aulas” (Informação verbal).

Essa prática de recorrer ao livro didático, realizada pelos professores de matemática para eleger os conteúdos e (re)construir OMD, não se dá de forma

17 Todas as falas da professora sujeito da pesquisa que constam neste trabalho, foram colidas em uma única entrevista concedida pela professora Bete em 21 de junho de 2011.

aleatória, ainda que o professor não se dê conta. Mas, de acordo com sua intencionalidade, elege critérios, que lhe permitem fazer análise crítica dos conteúdos, das sequências de ensino e das atividades abordadas pelos autores nas obras.

Ao analisar os conteúdos dos livros, o professor de Matemática tem oportunidade de identificar os tipos de tarefas e técnicas que, no seu julgamento, podem ser (re)construídas e desenvolvidas em sala de aula, e que contribuem para que o aluno construa uma boa relação com o saber em jogo.

Em nosso ponto de vista, as escolhas, tanto dos livros didáticos quanto dos conteúdos selecionados pelo professor, estão pautadas em seu repertório experiencial de vida, isto é, nas suas relações pessoais com os objetos de saber, nos processos de sujeição e contrassujeição, nas instituições que frequentou e frequenta. É nessa dinâmica de interpretação do saber a ensinar para o saber escolar que o professor avaliza a continuidade do processo de TDI. No sentido dessa dinâmica Chevallard destaca:

Na relação didática (que une professor, aluno e saber), o professor é o servidor da máquina didática cujo motor é a contradição entre o antigo e o novo: alimenta seu funcionamento introduzindo ali os objetos transacionais que são os objetos de saber convenientemente convertidos em objeto de ensino. [...]. O docente é, portanto, aquele que sabe antes que os demais, o que já sabe, o que sabe “mais”. Isto lhe permite conduzir a *cronogênese do saber*. Essa é estritamente a condição que lhe permite executar a renovação didática: é a ‘condição mínima (CHEVALLARD, 2009, p. 81, grifos do autor, tradução nossa).

Para Apple (1985, 1989, 1995, 1997), os livros didáticos exercem um importante papel no sistema educacional, não podem ser vistos como meros objetos físicos, eles são resultados de relações entre grupos com interesses distintos, em um dado momento histórico.

Nesse aspecto, os livros didáticos revelam ao professor o que os grupos que compõem a noosfera entendem que deve ser ensinado em uma escola em um dado nível. Também pode ser entendido como o produto da interpretação de múltiplos contextos, o qual será reinterpretado pelo professor no âmbito da prática docente. Mas, sobre o professor recai a responsabilidade de decidir

frente ao currículo oficial quais saberes a ensinar devem ser transformados em saberes ensinados, considerando sua posição de sujeito de uma instituição de ensino.

Esse quadro docente que o professor vivencia, em meio a escolhas de conteúdos que subsidiem a construção do “texto de saber”, geralmente encontra consonância nos livros didáticos, visto que neles constam modelos de praxeologias que servem de modelo para (re)construção e gestão das OMDs. Mesmo nos casos em que o livro didático utilizado pelo professor contenha praxeologias que não conformam a relação “saber/duração”, ainda assim o livro didático fornece modelos que o professor pode adaptar de acordo com sua intencionalidade, como é o caso da professora sujeito desta pesquisa, que adapta praxeologias das classes seriadas para as classes multisséries.

Embora a professora admita o livro didático como um “aliado” nas práticas docentes, percebemos no decorrer da pesquisa que suas praxeologias não são cópias do livro didático, pelo contrário, entendemos que, apesar de as praxeologias (re)construídas e implementadas pela professora não serem construções exclusivas dela, mesmo assim são no nosso julgamento, construções inéditas, pois cada praxeologia (re)construída pode ser moldada segundo sua concepção de ensino naquele momento histórico de sua vida, no que ela considera mais adequado ou não para seus alunos.

Nesse aspecto, nossa compreensão é corroborada nas palavras da professora sujeito da pesquisa (em entrevista que realizamos com ela):

A cada aula que preparo, busco nos livros os assuntos e vejo como posso abordar de forma unificada, o momento da preparação da aula é um momento que procuro ter muito cuidado. Para mim, o professor do multisseriado necessita preparar suas aulas e organizar bem as tarefas para executá-las da melhor forma possível (informação verbal).

Em nossa concepção essa transposição de saberes revela o trabalho de TDI realizado pela professora.

Nesse cenário, as praxeologias do livro didático assumem um papel que não é propriamente delegado pela professora, mas, pelos níveis de co-determinação didática, mais especificamente pelos níveis que compõem a noosfera. Nesse ambiente docente, a professora é levada a fazer escolhas,

pois é ela quem decide qual ou quais tarefa(s) são adequadas para um dos anos ou para os dois anos que compõem a turma. O livro didático é nesse aspecto um referencial, pois, ao construir o “texto de saber”, segundo o que ela julga importante, revela que o livro didático não é absoluto para que exerça a docência.

O ambiente multisseriado no sistema de ensino configura-se em uma situação singular. Em nossas investigações, não encontramos nenhum curso de formação inicial que promova ao licenciado situação similar. Pois nessa ambiência os *milieux* do professor são bastante conflituosos, uma vez que a turma é formada por alunos de diferentes níveis, tanto no que se refere à faixa-etária como na assimilação dos conteúdos.

De certa forma, a diversidade que compõe os *milieux* da professora condiciona às praxeologias trabalhadas por ela. A escolha do momento para a realização de uma tarefa em sala de aula é decidido, tal como, para a sua construção no “texto de saber”, haja vista que dispõe de um tempo didático e dois currículos oficiais.

CAPÍTULO IV

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo abordaremos sobre o referencial teórico adotado por nós, que dará suporte para tratarmos do objeto de pesquisa desta tese de doutoramento, que é investigar a construção do conhecimento matemático-didático de uma professora na instituição multisseriada que trabalha com uma turma de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental.

Para subsidiar a análise deste objeto de pesquisa, adotamos do quadro da TAD os conceitos de: problema didático; estrutura praxeológica e transposição didática, por julgarmos compatíveis com nosso objeto de estudo, e assim, poderemos analisar os dados obtidos na intervenção metodológica e responder às questões derivadas da problemática desta pesquisa.

4.1 O PROBLEMA DIDÁTICO

O princípio epistemológico universal assinala que os problemas científicos não se mostram de forma antecipada, mas se originam e evoluem concomitantemente com a disciplina que os constitui. Nesse sentido, as pesquisas que se situam no âmbito do PEIDM podem fazer uso da TAD no que se refere a utilizar ferramentas de análises que permitam construir ou reconstruir o problema a ser investigado.

Em relação ao problema docente, Gascón assevera:

Os problemas docentes se formulam com as *noções disponíveis* na cultura escolar, que em muitas ocasiões são importados dos documentos curriculares (por exemplo, as noções de motivações, aprendizagem significativa, individualização do ensino, aquisição de um conceito, abstração ou competência) (GASCÓN, 2011, p. 207, grifos do autor, tradução nossa).

À luz da TAD, a formulação inicial do problema didático é representada pelo problema docente, o qual “é um problema didático incompleto, é necessário adicionar, pelo menos, a dimensão *epistemológica* para que possa

ser considerado como problema didático” (GASCÓN, 2011, p. 206, grifos do autor, tradução nossa). Todavia, o problema docente “não constitui uma dimensão fundamental, pois não se encontra necessariamente presente em todos os problemas didáticos” (GASCÓN, 2011, p. 206, tradução nossa).

Segundo Gascón (2011), sob o enfoque da TAD o problema didático pode ser compreendido em uma estrutura composta por três dimensões: a epistemológica, que situa aquilo que é matemático no coração do problema; a econômica-institucional, a qual despessoaliza a problemática didática e delimita a unidade mínima de análise dos processos de estudo, e a ecológica, que enfatiza as condições necessárias para que o estudo institucionalizado da matemática seja plausível e destaca as restrições possíveis de serem identificadas que incidem sobre tal estudo.

Nesse intuito, Gascón (2011, p. 205) propõe o esquema do desenvolvimento virtual do problema didático $\{[(P_0 \oplus P_1) \hookrightarrow P_2] \hookrightarrow P_3\} \hookrightarrow P_\delta$, no qual P_0 representa a formulação inicial do problema, P_1 a dimensão epistemológica, P_2 a dimensão econômica-institucional, P_3 a dimensão ecológica e P_δ o problema didático.

Como exemplo de formulação inicial de problema docente, Gascón (2011, p. 207) apresenta as seguintes questões:

(P_0) O que tenho que ensinar aos meus alunos e como tenho que lhes ensinar a respeito, da geometria, da estatística, do cálculo diferencial ou da proporcionalidade?

(P_0) Como posso motivar meu aluno, aumentar seu interesse pelo estudo e melhorar suas atitudes em relação a certo âmbito das matemáticas?

(P_0) Como posso utilizar as TIC a fim de melhorar o processo de ensino desse âmbito?

(P_0) Como individualizar o ensino de tal conceito?

As formulações iniciais (P_0) de problemas docentes enunciados por Gascón (2011), são também evidenciadas por nós nas classes multisséries, as quais as reformulamos da seguinte forma:

(P_0) O que e como o professor do multisseriado ensina aos seus alunos a respeito: das operações aritméticas; dos sistemas de numeração; dos números naturais; das frações?

(P_0) Como o professor do multisseriado motiva seus alunos, aumenta seus interesses pelo estudo e melhora suas atitudes em relação aos temas das matemáticas abordados nesse ambiente?

(P_0) Como o professor utiliza os recursos didáticos, tão escassos no ambiente das classes multisséries, para melhorar o processo de ensino das matemáticas?

(P_0) Como o professor do multisseriado pode individualizar o ensino de tal conceito matemático em uma classe formada por vários anos do Ensino Fundamental e com elevado grau de distorção idade-série?

(P_0) Como o professor do multisseriado deve fazer para adequar as praxeologias de turmas seriadas para turmas unidocentes?

Essas e outras questões que são evidenciadas por nós na docência do multisseriado, trazem consigo certo grau de complexidade para a docência desses professores, dentre as quais destacamos o tempo didático, que tem implicações diretas na relação “saber/duração”. Sob o enfoque da TAD, entendemos que essas complexidades peculiares das classes multisséries, de certa forma, contribuem para revelar as restrições que afetam a construção e gestão de praxeologias matemático-didáticas nessa ambiência.

Referente às três dimensões do problema didático, a dimensão epistemológica deve ser colocada em primeiro plano, pois “a *dimensão epistemológica* de um problema didático é uma dimensão nuclear, visto que, impregna e condiciona fortemente as outras dimensões” (GASCÓN, 2011, p. 210, grifos do autor, tradução nossa).

Assim, para um investigador que formula ou reformula um problema didático no âmbito da TAD, é fundamental levar em consideração a dimensão epistemológica, haja vista seu caráter nuclear, pois todo problema didático possui um componente matemático essencial. Isso reforça a ampliação do matemático defendida pelo PEIDM, ao integrar de forma inseparável na dimensão epistemológica a gênese, o desenvolvimento, o estudo, a utilização e a transposição institucional do saber matemático.

Enquanto que a dimensão econômica-institucional do problema didático revela-se em torno da seguinte indagação: como vivem as OMDs nas instituições? Essa pergunta abarca o conjunto de condições e restrições que

permitem a funcionalidade destas OMDs envolvidas no problema didático em uma determinada instituição.

Identificar as questões que fazem parte da dimensão econômica-institucional de um problema didático em uma instituição, traz à tona a necessidade de explicar antecipadamente a dimensão epistemológica, pois a partir dela podem-se construir ferramentas eficazes para analisar o saber matemático em questão. Tal como é interpretado em cada instituição na qual vive com os sucessivos processos de transposição.

Destacamos aqui algumas perguntas apontadas por Gascón (2011, p. 216), e reformuladas por nós, que possivelmente revelam a dimensão econômica-institucional de um problema docente:

(P_2) Qual é o nível institucional que temos que considerar para estudar o problema didático em questão?

(P_2) Quais características apresentam as OMs e as correspondentes ODs em uma instituição em um período histórico determinado?

(P_2) O que é considerado de concreto da atividade matemática nessa instituição? (isto é, como os sujeitos dessa instituição descrevem e interpretam-na).

(P_2) Que tipos de práticas matemáticas podem ser desenvolvidas numa instituição referente a um nível particular de atividade matemática?

(P_2) Definitivamente, qual é o modelo epistemológico das matemáticas (específico de um nível) e o modelo didático associado dominante na instituição?

(P_2) Quais dificuldades podem surgir se modificarmos as ODs em uma direção determinada dentro da instituição?

Para algumas dessas perguntas, nossa investigação aponta possíveis respostas para o problema docente das classes multisséries elencado por nós neste trabalho, por exemplo:

- o problema didático investigado por nós está sendo estudado em nível de sala de aula da instituição multisseriada;
- embora a turma seja formada pelos quarto e quinto anos do Ensino Fundamental, a professora prepara uma OMD para os dois anos,

isso não é regra para todas as turmas unidocentes, é uma característica da OMD nesse momento histórico;

- são práticas matemáticas que mobilizam maior número de saberes possíveis no menor tempo, dado o reduzido tempo didático, segundo a professora sujeito desta pesquisa, se ela trabalhar uma OMD para cada ano da turma, o tempo didático fica mais comprometido. Em nosso entendimento, essa resposta contempla as três últimas perguntas levantadas por Gascón referentes à dimensão econômica-institucional.

Nessa perspectiva, a dimensão econômica-institucional do problema didático, conduz o investigador no âmbito da Didática das Matemáticas, a considerar também a maneira de organizar o estudo de determinadas OMDs numa dada instituição.

A outra dimensão do problema didático destacada por Gascón (2011, p. 217) é a ecológica, desta apresentamos uma pergunta apontada pelo autor e reformulada por nós, que permeia a referida dimensão.

(P_3) Por que as OMDs vivem de determinada forma numa dada instituição, e quais condições seriam necessárias para que fossem de outra forma, no que é possível na referida instituição?

Na instituição multisseriada, a resposta correlata para essa pergunta está relacionada diretamente com o tempo didático. Segundo a professora sujeito da pesquisa, esse é o motivo que a leva a (re)construir uma praxeologia matemática para os dois anos que compõem a turma.

Sob a perspectiva da TAD, concebemos que por meio do estudo da ecologia institucional das praxeologias matemático-didáticas, podemos identificar condições e restrições que advêm dos níveis de co-determinação didática, desde os mais genéricos até os mais específicos, porquanto uma questão matemática geradora de um processo de estudo em uma instituição é parte de um tema, a qual por sua vez está contida em um setor que pertence a uma área da disciplina matemática, ou seja, uma questão matemática está sujeita a vários níveis de co-determinação didática.

Embora os níveis acima da disciplina sejam identificados como genéricos, são considerados culturalmente como pedagógicos e impõem restrições que interferem na matemática escolar, (GASCÓN 2011). Por

exemplo, o currículo oficial indicado para o seriado é o mesmo para o multisseriado, mesmo com tempos didáticos distintos.

A respeito da estrutura hierárquica dos níveis de co-determinação didática, Gascón assevera:

[...] o fato de se construir essa *hierarquia disciplinar* não garante a qualidade do estudo da pergunta em questão. Para que uma questão matemática possa ser estudada *com sentido* na escola,[...], é necessário:

- 1) Que provenha de *questões* que a sociedade proponha para se estudar na escola (*legitimidade cultural ou social*)
- 2) Que apareça em certas *situações umbilicais* das matemáticas, isto é, localizada na *raiz central* das matemáticas (*legitimidade matemática*)
- 3) Que *conduza a alguma parte*, isto é, que esteja relacionada com outras questões que se estudam na escola, sejam matemáticas ou de outras disciplinas (*legitimidade funcional*) (GASCÓN, 2011, p. 218, grifos do autor, tradução nossa).

Nessa perspectiva, se a questão for elaborada sem considerar uma hierarquia de níveis que atenda às condições supracitadas, terá então desaparecida a razão de ser do seu estudo na escola, nesse caso, a questão acaba em si mesma e passa a ser considerada uma questão morta.

Nesse sentido, enfatizamos a importância da dimensão ecológica no estudo de um problema didático, uma vez que propicia fazer questionamentos como: de qual nível são procedentes determinadas restrições que dificultam ou até impedem que determinadas OMDs se desenvolvam em uma instituição?

Enfim, sob o enfoque da TAD, entendemos o problema didático como o problema que o professor no exercício da docência enfrenta e tenta resolver, porém é preciso entender que esse problema não é exclusivo de um professor e sim da profissão.

Em nosso entendimento, uma das formas de identificar um problema docente em determinada instituição pode se dar por meio de observações e análises dos valores das variáveis que permeiam os *milieux* do professor na TDI, momento de (re)construção e/ou gestão de praxeologias docentes. Por exemplo, as praxeologias matemático-didáticas para as classes multisséries, que precisam ser transpostas de outra instituição com as devidas adaptações.

Nesse aspecto, o problema docente elencado por nós neste trabalho considera os valores das variáveis que são reveladas na TDI que a professora realiza, valores estes que podem interferir na (re)construção e gestão de OMD para a classe multissérie.

Tal como a concepção assumida pela TAD, e em consonância com Gascón (2011), assumimos neste trabalho o problema didático na perspectiva do desenvolvimento virtual proposto por Gascón (2011). Ao concebermos as três dimensões fundamentais do problema didático, buscaremos evidenciá-las em nossas análises e, a partir delas, evidenciar o problema didático enfrentado pela professora na instituição multisseriada.

4.2 ESTRUTURA PRAXEOLÓGICA

A TAD, ao considerar a produção, o ensino, a utilização e a transposição institucional das matemáticas como diferentes formas de manipulações sociais das matemáticas, propõe que elas devem ser objeto de estudo da nova epistemologia das matemáticas. Essa concepção coloca a problemática didática no núcleo da epistemologia ampliada, entendida como “uma antropologia das matemáticas”, integrando-se numa “antropologia dos saberes ou antropologia cognitiva” (CHEVALLARD, 1991).

Sob a óptica da TAD, essas manipulações sociais das matemáticas ocorrem por meio de praxeologias. Nesse sentido, a TAD agrega distintos elementos culturais ao conceituar a noção de praxeologia; por exemplo, a do saber e a do saber fazer. Ao adotar essa compreensão, “a TAD se preocupa em identificar, sem afetar o epistemológico-cultural; quando se está diante de um saber, ou quando não se está diante de um simples saber fazer” (CHEVALLARD, 2009, p. 5, tradução nossa).

Nesse aspecto, Bosch e Gascón asseveram:

Para isso, a TAD introduz um conceito unitário simples em termos de *praxeologia* – união dos termos gregos *logos* e *práxis* – para se referir a qualquer estrutura possível de atividade e conhecimento. Parte-se do postulado de que toda atividade humana pode ser descrita como atividade praxeológica, assumindo assim que, na perspectiva antropológica adotada, toda prática ou “saber fazer” (toda

práxis) aparece sempre acompanhada de um discurso o “saber” (um *logos*), ou seja, uma descrição, explicação ou racionalidade mínima sobre o que se faz, ou como se faz e o porquê de se fazer (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 92, grifos do autor, tradução nossa).

Essa estrutura praxeológica mais simples proposta pela TAD, chamada de pontual e denotada por $[T / \tau / \theta / \Theta]$, é constituída por um tipo de tarefas **T**, uma técnica τ , compreendida como a maneira de realizar as tarefas **t** do tipo **T**, por uma tecnologia θ , entendida como discurso que fundamenta a técnica τ e a torna compreensível como um meio para realizar as tarefas do tipo **T** e por um componente teórico Θ que governa a tecnologia θ , fornecendo elementos descritivos, justificativos e geradores dos outros componentes da praxeologia (CHEVALLARD 2009; BOSCH, GASCÓN, 2009).

Sob o enfoque da TAD, esse conceito antropológico de praxeologia não admite uma *práxis* sem o *logos*, ainda que o bloco tecnológico-teórico esteja implícito, pelo fato de muitas vezes ser difícil descrevê-lo.

Essa compreensão de praxeologia coloca sob o mesmo conceito o saber (conjunto de conhecimento organizado) e a atividade, pois quando falamos, por exemplo, da disciplina matemática, na maioria das vezes, relacionamo-la com um conjunto de praxeologias indicadas a partir de seus componentes tecnológico-teóricos; porém, ao se fazer referência à prática do professor sob o aspecto do “saber fazer”, enfatiza-se o bloco prático-técnico da praxeologia, mas nesse caso, em geral, o bloco tecnológico-teórico está implícito, muitas vezes devido à sua complexidade de descrição (BOSCH; GASCÓN, 2009).

Chevallard (2009) faz referência à transposição de praxeologia entre as instituições; uma praxeologia do tipo $[T / \tau / \theta / \Theta]$ pertencente a uma instituição *I* pode ser desenvolvida integralmente em outra instituição *I**, pode também a instituição *I** usar o bloco prático-técnico de uma praxeologia da instituição *I* e usar o bloco tecnológico-teórico que vive em *I**; ou ainda, a instituição *I** pode manter o *logos* da instituição *I* e mudar a *práxis*, em acordo com as condições e restrições que vivem em *I**, essas construções e reconstruções praxeológicas que ocorrem nas instituições, constituem-se em um fenômeno que se coloca no cerne da história social das praxeologias.

No âmbito do ensino das matemáticas, essa transposição de praxeologias entre as instituições de ensino é comumente evidenciada no exercício da prática docente dos professores de matemáticas, visto que o professor, ao preparar seu “texto de saber”, pode utilizar integralmente as praxeologias de uma determinada instituição “A” para aplicar numa instituição “B”, bastando para isso que as praxeologias de “A” estejam em conformidade com as condições e restrições que vivem na instituição “B”.

Nesse cenário, por exemplo, o professor pode fazer uso integralmente das praxeologias do livro didático e utilizar numa determinada instituição “A”, ou usar o bloco prático-técnico do livro utilizado na instituição “A” e o bloco tecnológico-teórico de outra instituição “B”, ou pode usar o bloco tecnológico-teórico da instituição “A” e o bloco prático-técnico de “B”.

Todavia, convém ressaltar que no momento da preparação do “texto de saber” o aluno é hipotético e o momento no qual as praxeologias do texto de saber são postas em ação em sala de aula o aluno é real, isso pode levar o professor a mudar o que havia planejado, podendo fazer uma inversão nesses blocos, ou até mesmo mesclar a praxeologia com praxeologias de outras instituições.

Tal como apontado por Chevallard (2009), identificamos em nossa pesquisa a transposição de praxeologia entre instituições. Neste caso, constatamos a transposição de praxeologias da instituição seriada para a instituição multisseriada. Nessa transposição de praxeologias que ocorre entre essas instituições, evidenciamos uma condição que o professor deve considerar na construção do “texto de saber”: o tempo didático das classes multisséries. Entendemos que essa é uma condição que interfere diretamente no trabalho em sala de aula de turmas unidocentes.

O motivo que torna essa transposição de praxeologias quase indispensável entre essas instituições é o fato de não haver livros didáticos de matemática destinados a classes multisséries; logo, existe ausência de modelos de praxeologias para esse segmento, nesse aspecto, os professores dessas classes, necessariamente têm que (re)construir praxeologias de outras instituições adaptando-as às condições e restrições do multisseriado.

Nesse sentido, citamos como exemplo as praxeologias matemáticas para turmas multisséries, nas quais os alunos estão em diferentes momentos e

tempos de aprendizagem, consequência do elevado grau de distorção idade-série, só o grau de distorção idade-série já seria suficiente para aumentar muito o labor para adequar essas praxeologias da instituição seriada para a instituição multisseriada.

Sobre os tipos de praxeologias Bosch e Gascón destacam:

Essas praxeologias são *pontuais* quando estão centradas em um único tipo de tarefa, geralmente associadas a um pequeno conjunto de técnicas como: resolver uma equação do primeiro grau, simplificar frações, calcular o perímetro de uma circunferência ou falar de derivada como uma função elementar. Quando os blocos práticos se articulam em torno de um discurso tecnológico comum, passamos a ter praxeologias *locais*, como são os “temas” em que estruturamos o ensino: as funções afins, a divisibilidade, a semelhança de figuras, etc. E se as praxeologias locais se estruturam com base em uma teoria, conformam praxeologias *regionais* que, no caso da matemática escolar, se designam geralmente como “blocos temáticos” ou “setores”: as funções, a estatística, a geometria, etc. (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 92 – 93, grifos do autor, tradução nossa).

No âmbito da TAD, a transposição de praxeologias constitui um problema denominado problema do professor, o qual consiste em (re)construir OMs de tal forma que possam ser desenvolvidas para o estudo em uma instituição de ensino. Isto permite às ODs que se destinam a colocar as OMs em ação, adquirir unidade e até certa estrutura, nesses termos, designada como praxeologia didática do professor relativa a uma OM concreta, considerada como a resposta $R_* = [T_* / \tau_* / \theta_* / \Theta_*]$ que cada professor pode dar ao problema de construir uma OM concreta em uma instituição de ensino, (BOSCH; GASCÓN, 2001).

Esse argumento tem sustentação em um fundamento antropológico que diz [...] “toda atividade humana regularmente realizada pode ser incluída em um modelo único que se resume na palavra praxeologia” (CHEVALLARD, 1999, p. 223).

De acordo com Bosch e Gascón (2009), a atribuição do caráter pontual, local ou regional para uma determinada praxeologia matemática utilizada por um professor em uma instituição, deve ser concernente à instituição na qual a

praxeologia vive; ou seja, uma praxeologia que assume o caráter regional em uma instituição I pode assumir o caráter local em outra instituição I^* e vice-versa; por outro lado, o professor, no exercício da docência, além das praxeologias matemáticas utiliza outros tipos de praxeologias para o ensino, uma vez que “o equipamento praxeológico matemático do professor não está reduzido àquilo que deve ensinar” (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 93, tradução nossa).

Para Bosch e Gascón (2009), os componentes das praxeologias utilizados por um professor de matemática sujeito de uma instituição não são construções subjetivas, mas organizações institucionais denominadas de praxeologias didáticas das instituições. Nesse sentido, concebemos que as praxeologias não são construções exclusivas do professor, são de caráter institucional ou coletivo. Sob o quadro da TAD, a vida de uma praxeologia em uma instituição não depende de cada uma das pessoas individualmente, sujeitos da instituição, mas sim da instituição na qual essas pessoas atuam.

No âmbito da TAD, uma instituição

é um dispositivo social em que vivem distintas praxeologias – determinadas maneiras de fazer e de pensar – no qual as pessoas entram convertendo-se em sujeitos das instituições, para encontrar as condições apropriadas ao desenvolvimento de suas atividades (BOSCH; GASCÓN, 2009, p. 93, grifos dos autores, tradução nossa).

A TAD, ao considerar as praxeologias como construções institucionais, admite seu caráter empírico com maior coerência global. Dessa forma, torna-se possível identificar nas praxeologias espontâneas do professor as características que são da instituição em que ele atua, assim como as possíveis adaptações subjetivas e as características que são de outras instituições.

Assim, modelar a organização didática da instituição é mais pertinente e eficaz do que modelar a praxeologia didática espontânea do professor. Para Bosch e Gascón (2011), “só por meio dessa ampliação do sistema empírico a modelar estaremos em condições de superar os enfoques essencialmente cognitivos” (BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 5, tradução nossa).

Nesse sentido, Chevallard (2001, 2002a, 2002b) propõe uma estrutura hierárquica com níveis de co-determinação didática dessas condições e restrições. Essa estrutura hierárquica mostra que o professor, no exercício da docência, pode agir sobre algumas dessas condições, porém sob outras não; nesse caso, estas se configuram como restrições para o professor, as quais podem surgir em todos os níveis e afetar de maneira determinante as condições reais de difusão das matemáticas.

As condições e restrições impostas pelos níveis de co-determinação didática são evidenciadas por nós na docência do multisseriado. Por exemplo, a adequação do currículo implementado ao tempo didático, o qual, nesse ambiente, é dividido pelo número de anos do Ensino Fundamental que formam a turma, mas o currículo oficial proposto pelos programas oficiais continua sendo o mesmo que das turmas seriadas.

A adequação do currículo oficial da instituição seriada para a instituição multisseriada é uma condição imposta ao professor dessa ambiência. Sob o enfoque da TAD, entendemos isso como uma restrição, uma vez que afeta de forma efetiva o trabalho docente deste professor. Essa condição provém do nível da sociedade, e o professor para agir sobre ela necessita (re)construir praxeologias matemáticas do seriado para serem aplicadas de forma compatível com as condições e restrições da instituição multisseriada, de tal forma que permita ao aluno a (re)construção de seu EP.

4.3 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

O conceito de transposição didática primeiramente foi empregado pelo sociólogo Michel Verret, em 1975, em sua tese de doutoramento. Já na década de 1980, esse conceito foi retomado por Yves Chevallard, que o inseriu no contexto do sistema de ensino. O aprofundamento sobre esse o estudo fez com que se tornasse objeto de estudo da Didática das Matemáticas. “Chevallard usa o conceito de transposição didática para formular uma teoria que lhe subsidia a analisar questões relevantes da Didática da Matemática” (SILVA, 2007, p. 26).

Referente à transposição didática, Silva assevera que

é uma ferramenta competente para avaliar a transformação do saber científico ou sábio para aquele que consta nos currículos e livros/textos, como também deste último naquele que, de fato, é ensinado nas salas de aula (SILVA, 2007, p. 26).

Entendemos que um conteúdo de saber ao ser ensinado por um professor em uma instituição de ensino passa necessariamente por processos de transformações e adaptações, cujo objetivo é torná-lo ensinável para que possa viver como objeto de ensino para os sujeitos dessa instituição. Tais transformações e adaptações que sofre um saber sábio para se tornar um saber ensinado são identificadas no âmbito da Didática das Matemáticas como fenômeno de Transposição Didática. Essa reflexão Chevallard corrobora, pois para ele

um conteúdo de saber que tenha sido designado como saber a ensinar sofre a partir de então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os *objetos de ensino*. Esse “trabalho” que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é denominado de *transposição didática* (CHEVALLARD, 2009, p. 45, grifos do autor, tradução nossa).

Chevallard (2009) considera que a Didática da Matemática, como ciência que é, possui objetos de estudo; entre estes, a Transposição Didática mostra-se como o “objeto real, cuja existência independe do olhar que o transformará em objeto de conhecimento” (CHEVALLARD, 2009, p. 12, tradução nossa). Assim, o autor considera que o estudo do fenômeno de transposição didática de um determinado saber conduz o pesquisador a um estudo epistemológico do objeto, e mais, permite analisar didaticamente esse objeto.

No que se refere à transposição didática como vetor de articulação entre a análise epistemológica e a análise didática de um objeto de estudo, Chevallard sublinha que

quando é atribuído ao saber sábio seu justo lugar no processo de transposição e, sem que a análise da transposição didática substitua indevidamente a análise epistemológica *stricto sensu*, torna-se evidente que é precisamente o conceito de transposição didática que permite a articulação da análise

epistemológica com a análise didática, e se converte então em guia de bom uso da epistemologia para a didática. (CHEVALLARD, 2009, p. 23, grifos do autor, tradução nossa).

Em Chevallard, Bosch e Gascón (2001), uma das razões que fazem com que um saber sábio passe por um conjunto de transformações adaptativas para se tornar apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino é que a razão de ser, que está historicamente na origem da construção de uma obra matemática, não é a mesma para que esta seja reconstruída e se torne um objeto matemático ensinável no interior de uma instituição de ensino.

No âmbito da Didática das Matemáticas, esse processo de transposição do saber sábio para o saber ensinado se dá em duas etapas: a primeira está a cargo da noosfera¹⁸, ocorre do saber sábio para o saber a ensinar; a segunda está sob a responsabilidade do professor, vai do saber a ensinar até o saber ensinado nas instituições de ensino. Em Chevallard (2009), essa segunda etapa é identificada como fenômeno de TDI, e subdivide-se em dois momentos: o primeiro, caracterizado pela construção do “texto de saber;” e o segundo, por colocar as praxeologias desse “texto de saber” em ação na sala de aula.

Referente às duas etapas que compõem o processo de transposição didática, Chevallard ressalta:

A noosfera opta prioritariamente por um reequilíbrio por *meio de uma manipulação do saber*. É ela que vai conduzir a seleção dos elementos do saber sábio para designá-los como “saber a ensinar”, que serão submetidos ao trabalho de transposição; é ela que vai assumir a parte visível desse trabalho, que podemos chamar o trabalho *externo* da transposição didática, em oposição ao trabalho *interno*, que se realiza no interior mesmo do sistema de ensino, bastante depois da introdução oficial dos novos elementos no saber ensinado (2009, p. 36, grifos do autor, tradução nossa).

Em Ravel (2003, p. 4), temos um esquema que evidencia o fenômeno de transposição didática em dois estágios: um externo e outro interno (*Vide Figura 3*):

18 Em Chevallard (1991), a noosfera é formada por cientistas, profissionais da educação, políticos, pais de alunos, autores de livros textos, e outros segmentos da sociedade, na qual cada um desses grupos interfere no delineamento dos saberes que vão ser utilizados na sala de aula, segundo seus interesses.



Figura 3: Esquema dos dois estágios da transposição didática.

Fonte: RAVEL (2003, p. 6).

A transposição didática, ao ser concebida decomposta em dois estágios, nos permite evidenciar de forma distinta os papéis da noosfera e do professor no fenômeno de transposição didática. Como o trabalho externo da transposição didática está a cargo da noosfera, cabe a ela a seleção e transformação de elementos de saberes sábios, que designará como saber a ensinar, em um programa oficial de estudo, todavia, essa seleção ocorre segundo os interesses das instituições que compõem a noosfera, os quais podem ser de várias ordens, como cultural, político, e outros.

Referente à composição da noosfera, Pais assevera que

o conjunto das fontes de influências que atuam na seleção dos conteúdos que deverão compor os programas escolares e determinam todo o funcionamento do processo didático recebeu, de Chevallard, o nome de *noosfera*, da qual fazem parte cientistas, professores, especialistas, políticos, autores de livros e outros agentes de educação. O resultado do trabalho seletivo da noosfera resume-se não só à determinação dos conteúdos, como também influencia a estruturação dos valores, dos objetivos e dos métodos que conduzem a prática de ensino (PAIS, 2008, p. 16, grifos do autor).

Já o trabalho interno do fenômeno da transposição didática, está sob a responsabilidade do professor, a ele cabe no primeiro estágio da TDI construir o “texto de saber” (CHEVALLARD, 2009). No entanto, para que a construção do “texto de saber” esteja em conformidade com uma dada instituição de ensino, este deve ir ao encontro das condições e restrições que vivem na

referida instituição; por exemplo, o tempo didático necessário para a docência nas turmas multisséries.

Referente à relação entre o “texto de saber” e o tempo didático, Chevallard certifica:

A produção de um sistema didático a partir de um projeto social de ensino prévio supõe a produção de um *texto de saber*, e essa posta num texto de saber engendra os feitos previamente mencionados (desincretização, despersonalização) ao mesmo tempo em que possibilita uma *relação específica com o tempo didático* (programação da aquisição do saber) (2009, p. 75, grifos do autor, tradução nossa).

Concernente à relação entre o “texto de saber” e o tempo didático, Chevallard destaca:

Essa *relação saber/duração* é o elemento fundamental do *processo didático*. Esta, posta no texto de saber previamente realizado, permite que se estabeleça essa relação: e mais, o “texto” deve estabelecer uma relação particular (segundo exigências que consideraremos), como a duração e o tempo didático. O processo didático existe como *interação de um texto e uma duração* (CHEVALLARD, 2009, p. 75, grifos do autor, tradução nossa).

Outro fator que devemos considerar na construção do “texto de saber” é a relação do professor com o saber em questão, e mais, pois também está em jogo a história de vida desse profissional, e nela as relações pessoais dele com os objetos de saber que ocorrem nos processos de sujeição e contrassujeição nas instituições.

Em Arsac (1989), vemos que o saber a ensinar não está reduzido ao programa de ensino. Os conteúdos de ensino contidos nos textos de um programa necessitam de interpretações, dessa forma o saber a ensinar designado pela noosfera é, no julgamento do professor, aquele saber que ele acredita estar em condições de ensinar.

É no momento da construção do “texto de saber” que o professor faz uso de certa liberdade, a qual lhe permite fazer determinadas escolhas no que está proposto nos programas oficiais. Todavia, não podemos esquecer que essa

liberdade do professor é vigiada, porque ele se encontra nesse momento na condição de sujeito de uma determinada instituição de ensino.

À luz da TAD, nossas reflexões conduzem-nos a entender que o fenômeno de TDI tem na pessoa do professor o elemento central responsável pela sua efetivação em sala de aula. No entanto, acreditamos ser imprescindível para uma compreensão mais ampla desse fenômeno analisar as variáveis e seus valores que existem na interface entre o saber a ser ensinado e a construção do “texto de saber”, que, no nosso julgamento, interferem de forma efetiva no processo de reconstrução do saber e em sua efetivação.

Entendemos que dentre os valores das variáveis que se encontram na interface entre o saber a ensinar e a construção do texto de saber, alguns são de ordem institucional, outros são de ordem epistemológica. Para nós, os de ordem institucionais estão no grupo das condições e restrições, enquanto que os de ordem epistemológica encontram-se no EP do professor e podem também ser entendidos como condição e restrição no nível da disciplina. Esses dois grupos de variáveis conformam o *milieu* do professor nessa fase do trabalho transpositivo e, de certa forma, interferem na preparação do “texto de saber”.

Como a construção do texto de saber ocorre em momento anterior à sala de aula, o aluno para o professor é então hipotético. Ravel (2003) destaca esse momento como sendo temporariamente estável, contudo enfatiza que esse texto pode sofrer mudanças, dada a variedade de escolhas que o professor tem e que pode mudar o saber a ensinar segundo sua intencionalidade.

Realizada a construção do “texto de saber”, o professor avança então a outro momento da TDI, a gestão do “texto de saber” em sala de aula.

Nesse segundo estágio da TDI, o professor tem a responsabilidade de colocar o texto de saber em ação, isto é, administrar a (re)construção do saber a ensinar em sala de aula, cujo objetivo é levar o aluno a construir uma relação pessoal com o saber em questão. Contudo, espera-se que essa relação pessoal do aluno com o saber esteja de acordo com as intencionalidades da noosfera ao designar esse saber a ensinar, como também esteja em conformidade com as condições e restrições que vivem na instituição de ensino.

No nosso entendimento, o momento de gestão do “texto de saber” em sala de aula é, de certa forma, não estável para o professor. Nessa fase do trabalho transpositivo, o aluno é real e interage diretamente com o professor e com o saber, tornando esse momento instável, pois o professor não tem como prever todas as questões que podem emergir no momento da gestão do “texto de saber” em sala de aula. Isso faz com que um professor ao tratar de um mesmo objeto matemático em turmas diferentes, mas do mesmo nível, produza aulas diferentes. Nossas palavras são corroboradas por Ravel, ao destacar que

se um observador curioso abre a porta de diferentes salas de aula e observa vários professores fazendo um curso sobre o mesmo objeto matemático em um dado nível escolar, é provável que, ao fechar as portas, ele tenha a impressão de não ter observado exatamente o mesmo objeto matemático em todas as classes. E se o mesmo observador tentar explicar esse fenômeno, vai então consultar o programa escolar – a primeira referência é que os professores estão relacionados com a construção do seu curso –; ele pode também se surpreender ao descobrir que há uma lacuna entre o objeto matemático nesse programa e o observado nas salas de aula. É então legítimo perguntar, o que acontece quando um objeto de saber chega aos programas escolares: Como o sistema de ensino “reage” frente a essa chegada? Como se faz a passagem de um objeto de saber determinado do programa para a classe? Quais são as diferentes adaptações inerentes a essa passagem? Quem são os atores do sistema de ensino que são responsáveis por essas adaptações? Qual ou quais são os papéis que eles desempenham nessas adaptações? Em quais sistemas de restrições e liberdades eles agem? (RAVEL, 2003, p. 3, grifos da autora, tradução nossa).

Tal como na primeira interface entre o saber a ensinar e a construção do “texto de saber”, a segunda interface também apresenta valores das variáveis institucionais e epistemológicas que conformam o *milieu* do professor. Porém, nesse segundo momento da TDI, devemos estar atentos para a dinâmica entre os valores das variáveis da primeira para a segunda interface, e vice-versa. Por exemplo, o currículo oficial está presente na primeira interface, já na segunda ele assume o valor de currículo implementado. O tempo didático faz-se presente nas duas interfaces, todavia com valores diferentes.

Como foi dito anteriormente, em Chevallard, Bosch e Gascón (2001), temos uma primeira resposta para que ocorra o fenômeno da transposição didática, quando dizem que a razão de ser de uma obra matemática em sua origem não é a mesma para que se torne um objeto matemático ensinável em uma instituição de ensino. Acreditamos que outra possível resposta para que ocorra o fenômeno, nesse caso, da TDI, sejam as variáveis institucionais e epistemológicas e seus respectivos valores que se encontram nas duas interfaces da TDI, visto que interferem na adequação do objeto matemático nesse fenômeno.

Nessa perspectiva, inferimos que a retroalimentação entre esses blocos de variáveis da primeira e segunda interface constitui a construção do conhecimento matemático-didático do professor referente ao objeto matemático ensinado. Julgamos ser esse conhecimento do professor o responsável por conduzi-lo na (re)construção de OMD no “texto de saber” e na efetiva gestão destas OMDs em sala de aula.

CAPÍTULO – V

5 DESCREVENDO O TIPO DE PESQUISA

Descrevemos neste capítulo o método e os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa, sendo que o método que utilizamos foi o da etnografia em educação, desenvolvido por meio dos passos que conduziram todo o trabalho de coleta de dados da pesquisa. Dessa forma, nosso trabalho insere-se em um estudo de caso etnográfico com observação participante. Apoiamo-nos na dissertação de mestrado de Silva (2007), para abordarmos sobre a etnografia.

5.1 MÉTODO ETNOGRÁFICO

A etimologia da palavra "etnografia" vem das palavras gregas "ethnos" – povo e "grápho" – descrever. Logo, uma pesquisa etnográfica propõe-se a descrever sobre um povo, e, sobretudo, a respeito da cultura que o identifica como grupo social. Esse método é, por excelência, utilizado pelos antropólogos para fazerem coleta de dados e baseia-se no contato intersubjetivo entre o antropólogo e seu objeto de estudo, seja ele uma tribo indígena, ribeirinhos de uma determinada localidade, moradores de um bairro ou qualquer outro grupo social sob o qual a pesquisa se realiza.

Bronislaw Malinowski, em seu estudo “Os Argonautas do Pacífico Ocidental” (publicado em 1922), marcou a história da antropologia moderna ao propor uma nova forma de etnografia, envolvendo detalhada e atenta observação participante quando de sua pesquisa realizada com os nativos no arquipélago da Nova Guiné Melanésia, a quem dedicou sua atenção e dentre os quais viveu por muitos meses, observando-os em todos os aspectos, conversando na própria língua local sem a intervenção de intérprete, estando dessa forma, envolvido diretamente no contexto da pesquisa, influenciando e sendo influenciado por ela.

Na introdução ao clássico “Os Argonautas do Pacífico Ocidental”, Bronislaw Malinowski sistematiza seu método etnográfico, apresentado como método de pesquisa de campo, descreve a maneira como obteve a

aproximação com os nativos, abordando a respeito da importância do afastamento dos europeus existentes no arquipélago, sobre a relevância de entender a língua nativa – para evitar a exacerbada dependência dos informantes bilíngues –, dominar as teorias existentes sobre a vida social e não abrir mão do distanciamento para poder realizar a tarefa de reconstrução-tradução da experiência na observação direta do convívio com os nativos, nas mesmas condições de vida. Seguindo o caminho de Bronislaw Malinowski, vieram outras etnografias clássicas, principalmente a partir da antropologia interpretativa ou pós-moderna, na qual se passa a discutir o papel político, literário e ideológico da antropologia e de sua escrita, em esforços verdadeiramente metalinguísticos e intertextuais.

O objetivo principal da Etnografia é identificar a passagem do indivíduo nos micros coletivos mutáveis – pequenas comunidades, que abrigam nos seus comportamentos sociológicos os conceitos maiores de etnia, região, povo, e, por fim, de nação. Logo, não seria compatível falarmos de etnografia sem nos atermos, ainda que com um breve comentário, a respeito da cultura de um povo que a identifica como grupo social. Contudo, não ousaremos definir o que é cultura.

Geralmente, o trabalho do antropólogo parte da observação direta do comportamento de indivíduos frente a outros indivíduos e em relação ao meio. Os seres humanos comunicam-se uns com os outros, têm certos hábitos, ocupam determinados espaços em detrimento de outros, estabelecem trocas e envolvem-se em conflitos por diversas razões. O trabalho de observação prolongada desses e de outros comportamentos por parte dos antropólogos leva-os a identificar certas regularidades que ocorrem entre os indivíduos.

Mesmo as estruturas biológicas dos homens sendo iguais em qualquer parte do globo terrestre, essas regularidades podem se modificar de um grupo social para outro. Essas variações são bem evidentes, tais como o tipo de alimentação consumida, o tipo de moradia, práticas sexuais, rituais religiosos e várias outras. Levando em conta a ordem pragmática, os grupos identificam de forma diferenciada o utilitário e o concretizam de acordo com suas concepções de mundo.

Essas diferenças de costumes que se observam entre os grupos é o que de certa forma identifica parte da “cultura” de um povo, já que ocorre de

maneira arbitrária e convencional, constituindo os núcleos de identificação dos grupos sociais e concomitantemente diferenciando uns dos outros. Assim, concebemos que cultura diz respeito a tudo aquilo que caracteriza a existência social de um povo ou nação, ou então de grupos no interior de uma sociedade. Portanto, quando um indivíduo se identifica como membro de um grupo social, dá a entender, basicamente, que ele compartilha um modo característico de comportar-se frente a outros indivíduos de outros grupos e frente à natureza.

Pelo fato de a etnografia ser um método que está ligado diretamente à questão cultural, acreditamos que seja pertinente para fazermos uso em nossa pesquisa, a qual tem como objeto de estudo: **investigar a construção do conhecimento matemático-didático de uma professora na instituição multisseriada em que trabalha com uma turma de 4ª e 5º anos do Ensino Fundamental.**

Nesse sentido, um dos caminhos que utilizamos para investigarmos a construção do conhecimento matemático-didático da professora foi investigar suas práticas docentes, entendidas por nós como práticas sociais. E mais, estivemos por cerca de dois anos acompanhando os trabalhos da professora na turma em que ocorreu a intervenção.

Se concebermos as práticas docentes como um conjunto de ações sociais, que em um dado momento são assumidas por um professor em suas praxeologias professorais, como por exemplo, na construção e gestão das OMDs, poderemos entendê-las como uma atitude cultural, um *habitus*¹⁹. Nesse aspecto, pesquisador e sujeito da pesquisa são membros de um grupo social, certamente identificados por determinados traços culturais da prática docente.

Assim, o método etnográfico que utilizamos para a coleta de dados foi a etnografia adaptada à educação e não a etnografia em seu sentido estrito, visto que a importância da etnografia como método de observação participante tem sido localizada também no âmbito de realidades micro, ou seja, escolas, bairros, unidades de saúde, entre outras, pois é nesse nível mais imediato do encontro de diferenças que se percebem as incongruências de código de comunicação, não só verbal escrita mas também de outras naturezas, por

19 Conjunto de disposições psíquicas adquiridas ao longo da vida e que condizem com as condições sociais de vida do indivíduo (CHARLOT, 2000).

exemplo, comportamentais, corporais, valores, estilo de viver e modos de entender o que espera a escola perante aos anseios de sua comunidade.

Entendemos que o método etnográfico pode contribuir para melhor compreender essas microrrealidades, como por exemplo, as complexidades da docência nas turmas multisséries.

A etnografia, pela sua forma de descrever intensamente sociedades a partir de experiência empírica direta – trabalho de campo – pode ser eficaz como método de pesquisa para os profissionais da área da educação, pois o contato direto, por exemplo, com os professores das escolas rurais pode possibilitar o reconhecimento dos discentes como portadores de uma cultura tão importante como qualquer outra, podendo, assim, surgir um diálogo baseado no respeito mútuo entre os participantes dessa microrrealidade – alunos e profissionais dessa área que atuam na unidade escolar – contribuindo para melhor interpretação dos problemas que ocorrem no processo de ensino aprendizagem nessa ambiência.

A etnografia toma a observação participativa como técnica básica de coleta de dados, mas não se resume a ela, como também o fato de uma pesquisa ser qualitativa não a caracteriza como etnográfica, nem a observação participante sua única técnica de observação. Certamente, o meio empírico estudado é que apontará de diversas formas as técnicas que melhor se adaptam para o estudo do objeto de pesquisa.

5. 2 ESTUDO DE CASO ETNOGRÁFICO

A abordagem do estudo de caso é usada em pesquisas de diferentes áreas, como medicina, psicologia e outras, nas quais são realizadas análises individuais com bastante rigor, cujo objetivo é explicar a dinâmica do fenômeno estudado. Com procedimentos dessa natureza, conjectura-se que se pode adquirir conhecimento do fenômeno estudado a partir da exploração densa de um único caso.

Uma pesquisa para ser compreendida como estudo de caso etnográfico precisa preencher os requisitos etnográficos tais como expressos neste texto, como também os requisitos do estudo de caso, “que seja um sistema bem definido, isto é, uma unidade com limites bem definidos, tal como uma pessoa,

um programa, uma instituição ou um grupo social” (ANDRÉ, 1995, p. 31). Nesse aspecto, entendemos que nossa pesquisa atende a esses requisitos, dessa forma pode ser entendida como um estudo de caso etnográfico.

O estudo de caso etnográfico permite ao pesquisador um olhar profundo e também vasto, porém integrado na unidade complexa. O estudo de caso é “um trabalho de campo intenso e prolongado, o que requer tempo e recursos por parte do pesquisador” (ANDRÉ, 1995, p. 49). Porém, essa metodologia de pesquisa torna-se ideal quando o pesquisador tem como objetivo, estudar um caso particular considerando seu contexto e complexidade. Referente à escolha desta metodologia André (1995) sublinha:

Uma das vantagens do estudo de caso geralmente mencionado é a possibilidade de fornecer uma visão profunda e ao mesmo tempo ampla e integrada de uma unidade social complexa, composta de múltiplas variáveis. Para fazer esse tipo de análise, no entanto, o pesquisador necessita investir muito tempo e recursos, seja no trabalho de campo, seja na interpretação e no relato de dados (ANDRÉ, 1995, p. 52).

Nesse aspecto, destacamos a potencialidade do estudo de caso para retratar situações vivenciadas no cotidiano das práticas docentes, sem interferir na sua complexidade e dinâmica natural. Características como as mencionadas nessa parte do texto possibilitam enquadrar nossa pesquisa em um estudo de caso etnográfico nos termos propostos por André (1995).

5.3 CARACTERIZANDO A PESQUISA

A pesquisa que utilizamos nesta tese de doutoramento possui atributos que, no nosso entendimento, caracterizam-na como de natureza qualitativa, na qual foi feito um estudo do tipo etnográfico adaptado à educação. Dizemos qualitativa, baseados nos conceitos de Bogdan e Biklen (1982) apud Lüdke e André (1986, p. 11), segundo os quais, a pesquisa qualitativa deve possuir cinco características, a saber:

A pesquisa qualitativa em educação tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. Os dados coletados são

predominantemente descritivos. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto. O “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo (grifos do autor).

Fundamentados nos critérios mencionados nessa citação, caracterizamos esta pesquisa como sendo de natureza qualitativa, uma vez que foi realizada em uma escola, na cidade de Santa Maria do Pará na comunidade Espírito Santo a 12 km da rodovia BR 110 e a 144 km da cidade de Belém, na qual, ao longo de dois anos, estivemos em contato direto com a turma multissérie com a qual ocorreu a intervenção – 2010 e 2011.

Não envolvemos manipulações de variáveis nem tratamento experimental; dessa forma, a pesquisa é caracterizada como o estudo de um fenômeno em seu acontecer natural. Não dividimos o todo em unidades menores passíveis de mensuração para serem estudadas separadamente; pelo contrário, procuramos ter uma visão multifacetada do fenômeno, ou seja, procuramos levar em conta todos os elementos da situação e suas interações e influências mútuas.

Os dados desta pesquisa foram coletados por: material de áudio e vídeo, entrevistas feitas com a professora sujeito da pesquisa, dados extraídos do texto de saber (re)construídos pela professora e por anotações feitas por nós no decorrer da intervenção.

Nesta pesquisa tivemos a preocupação de dar relevância ao maior número de acontecimentos possíveis referentes à situação estudada. Nas análises, constam trechos de atividades realizadas pela professora e transcrição de diálogos estabelecidos com ela. No processo de intervenção, não estivemos, em nenhum momento, preocupados com a aquisição de outros conhecimentos que a professora pudesse construir. Nossa atenção estava centrada em observações direcionadas para o objeto de pesquisa, ou seja, demos mais ênfase ao processo de como a professora constrói seu conhecimento matemático-didático no ambiente da classe multissérie.

Assim, nossas análises estiveram focadas em descrever como a professora constrói o conhecimento matemático-didático nessa ambiência, e essa observação deu-se no transcurso da intervenção metodológica, pois não tínhamos, *a priori*, hipóteses nem questões específicas que nos levassem a

outras análises. Foi ao analisar a conjuntura na qual se deu todo o processo de pesquisa, que acreditamos na possibilidade de ela caracterizar-se como de natureza qualitativa.

A pesquisa realizada nesta tese de doutoramento é de natureza qualitativa, do tipo etnográfica, adaptada à educação, não simplesmente por termos utilizado uma observação participante, mas por estarmos preocupados em descrever um conjunto de significados – como a professora constrói seu conhecimento matemático-didático na instituição multisseriada numa turma de quarto e quinto anos do Ensino Fundamental – de um determinado grupo social. Wolcott (1975), apud Lüdke e André (1986), chama atenção para o fato de que o uso da etnografia em educação deve envolver uma preocupação em pensar o ensino e a aprendizagem inseridos em um contexto cultural amplo.

Sustentados nesse pensamento, acreditamos que a natureza do nosso objeto de pesquisa é que determinou o método etnográfico que utilizamos neste trabalho, uma vez que, dentre os objetivos que permeavam nosso objeto de pesquisa, tínhamos o anseio por encontrar possíveis respostas para os questionamentos: Como ocorre a construção do conhecimento matemático-didático do professor que trabalha em classes multisséries? Como identificar a relação da professora com o saber na (re)construção e gestão das OMDs? Qual o papel do livro didático na construção de OMD da professora? Quais variáveis e seus respectivos valores conformam os *milieux* do professor do multisseriado?

Wolcott (1975), apud Lüdke e André (1986, p. 14), cita alguns critérios que devem estar presentes em uma pesquisa do tipo etnográfica direcionada para o contexto educacional, a saber:

O problema é redescoberto no campo. O pesquisador deve realizar a maior parte do trabalho de campo pessoalmente. O trabalho de campo deve durar pelo menos um ano escolar. O pesquisador deve ter tido uma experiência com outros povos de outras culturas. A abordagem etnográfica combina vários métodos de coleta. O relatório etnográfico apresenta uma grande quantidade de dados primários (grifos do autor).

Nesse aspecto, nosso trabalho encontra consonância na citação anterior, pois todo trabalho de campo utilizado na pesquisa foi realizado por

nós – sob a orientação do nosso orientador – uma vez que, na grande parte do tempo empregado na pesquisa estivemos na condição de pesquisador numa observação participante na turma onde ocorreu a intervenção.

O fato de a intervenção ter ocorrido em uma sala de aula de uma escola deixa-nos de certa forma à vontade para buscar entender as regras e costumes que fazem parte da cultura – práticas professorais – do sujeito desta pesquisa, haja vista o arcabouço prático e teórico que possuímos.

Nossa experiência como docente com outros grupos sociais fora desse seguimento é, de certa forma, ampla, já que, nesses últimos vinte e dois anos exercemos a docência em vários níveis da educação e em diversas cidades, municípios e vilas do estado do Pará, o que nos proporcionou contato com várias formas culturais de práticas docentes. Essa experiência com outros grupos nos possibilitou entender melhor a importância que a professora sujeito da pesquisa atribui às experiências do seu nicho social.

A pesquisa realizada teve como método de coleta a observação participante direta, já que toda coleta foi realizada por nós sem nenhuma intermediação; também utilizamos entrevistas com a professora nos momentos de intervenção. Além dos relatos descritos, utilizamos também material produzido pela professora, tanto no texto de saber como na gestão em sala de aula.

Além das características que a pesquisa apresentou, citadas anteriormente, procuramos, ao mesmo tempo, manter uma observação participante, na qual buscamos ter um grau de interação com a situação estudada, que, em determinados momentos, víamo-nos afetando a pesquisa e sendo por ela afetados; as entrevistas que ocorreram tiveram o objetivo de aprofundar as questões e esclarecer os problemas que surgiram no decorrer da intervenção; enquanto pesquisadores, assumimos a posição de instrumento principal na coleta e na análise de dados; no desenvolvimento das atividades demos ênfase ao processo, ou seja, no que estava ocorrendo na sala e não no produto ou nos resultados finais; nessa pesquisa ocorreu um trabalho de campo, onde estivemos, durante todo o período, em dias determinados da semana, em contato direto com a turma.

Segundo André (1995, p. 28):

Em que medida um trabalho pode ser caracterizado como do tipo etnográfico em educação? Em primeiro lugar quando ele faz uso das técnicas que tradicionalmente são associadas à etnografia. Ou seja, a observação participante, a entrevista intensiva e a análise dos documentos.

Esse método foi aplicado no decorrer da pesquisa, à medida que os procedimentos metodológicos iam acontecendo.

5.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nesse item são descritos os procedimentos metodológicos realizados para as análises dos dados coletados em todos os passos da pesquisa. As análises são construídas a partir de episódios de temas abordados pela professora em sala de aula na turma do multisseriado, analisamos a construção do conhecimento matemático-didático da professora com base em dados extraídos de quatro fontes, as quais entendemos que contribuem de forma efetiva na construção desse conhecimento: história de vida da professora; os livros didáticos utilizados pela professora; o texto de saber construído pela professora e as OMDs desenvolvidas por ela na turma.

Em sua história de vida, procuramos identificar nas entrevistas realizadas ao longo da pesquisa de acordo com o tema que elegemos para ser analisado, se no EP da professora existem modelos praxeológicos que funcionam como modelo de referências, que subsidiam a (re)construção de praxeologias para o enfrentamento de situações no exercício da docência na turma multissérie.

Nos livros didáticos, analisamos a construção das OMs e destas, as tarefas e as técnicas utilizadas no enfrentamento das tarefas correspondentes aos temas, cujo objetivo foi construir subsídios que nos permitissem analisar no “texto de saber”, o nível de determinação ou co-determinação das praxeologias do livro sobre as praxeologias que são (re)construídas no texto de saber e desenvolvidas em sala de aula pela professora.

No texto de saber construído pela professora, analisamos as relações que ela estabelece com os saberes matemáticos na primeira fase da TDI, momento de (re)construção das OMDs no texto de saber. A partir dessa

análise, identificamos a determinação ou a co-determinação das praxeologias do livro sobre as praxeologias (re)construídas no texto de saber.

Das aulas que registramos, elegemos determinados episódios de temas abordados em sala de aula, com o objetivo de analisar as relações que a professora estabelece com os saberes matemáticos na segunda fase da TDI, momento de desenvolvimento das OMDs.

A professora faz uso de duas coleções de livros didáticos, de cada coleção utiliza um livro do quarto e outro do quinto ano.

5.4.1 Planejamento

O primeiro momento desta pesquisa é marcado por nossas reflexões com base em nossas experiências como docente. Nessa perspectiva, suscitaram vários questionamentos, por exemplo, como são as OMDs que vivem nas classes multisséries? Quais competências são necessárias para os professores dessa ambiência (re)construírem OMDs que estejam em conformidade com essas instituições de ensino? Quais condições e restrições podem ser evidenciadas nos *milieux* do professor nessas instituições de ensino, que interferem no processo ensino e aprendizagem da matemática? Como esses professores administram o tempo didático para o ensino das matemáticas?

A partir desse momento, e junto com nosso orientador, foi possível concatenarmos as ideias, no sentido de definirmos e limitarmos o objeto desta pesquisa, o qual foi analisado a partir do MPDR e à luz da Didática da Matemática, segundo os pressupostos da TAD.

Nosso primeiro contato com a professora da turma de multissérie da Escola Municipal Espírito Santo deu-se em Janeiro de 2010, quando ministramos a disciplina de Fundamentos da Matemática Aplicados ao Campo, no Curso de Licenciatura em Educação do Campo com Habilitação em Ciências Humanas, Ciências da Natureza e Matemática, na cidade de Bragança.

No decorrer da disciplina, comunicamos aos alunos que tínhamos interesse em desenvolver nossa pesquisa para a tese de doutorado com turmas multisséries, e, se na turma existisse alguém que no ano de 2010 fosse

trabalhar no ambiente multissérie, e estivesse disposto a participar como sujeito da pesquisa, que nos procurasse. Nesse momento, deixamos claro nossa intenção de acompanhar, filmar e gravar as aulas de matemática que fossem trabalhadas durante o ano letivo de 2010.

No decorrer da disciplina, quatro professores nos procuraram e se colocaram à disposição para participarem da pesquisa. Nesse momento, anotamos o endereço das comunidades onde trabalhavam, agendamos uma visita em cada comunidade; em virtude da distância entre as comunidades, marcamos o encontro para os meses de fevereiro e março do mesmo ano.

Após esse contato com os professores do multisseriado, conversamos com nosso orientador, que já estava ciente da nossa intenção de trabalhar nessa ambiência de ensino, haja vista, que sempre estivemos em contato com ele em busca de orientações para a construção de nossa tese. Nos encontros que antecederam às visitas, discutimos a respeito de algumas questões que, de certa forma, poderiam se mostrar importantes para a pesquisa, por exemplo, o meio de subsistência de cada comunidade (agricultura familiar ou não, extrativismo vegetal, pesca, catação de caranguejo etc.), se a comunidade é de “sem terra”, quais os anos do Ensino Fundamental que os professores estariam trabalhando e outras.

Nos meses combinados, realizamos as visitas nas comunidades, e fizemos o levantamento acordado com nosso orientador, a coleta de dados revelou que as comunidades visitadas não desenvolviam um modelo específico de subsistência, nenhuma das comunidades fazia parte do Movimento Sem Terra (MST). Com relação aos anos letivos nos quais os professores trabalhavam, dos quatro professores, dois estavam com primeiro, segundo e terceiro anos, um estava com creche, jardim I, jardim II e primeiro ano e a professora da comunidade do Espírito Santo estava trabalhando com quarto e quinto anos do Ensino Fundamental.

Feito esse levantamento, conversamos com nosso orientador e colocamo-lo a par dos dados que havíamos coletado. Após avaliação em conjunto sobre alguns pontos, decidimos pela turma da comunidade do Espírito Santo, por se tratar de uma turma que estava trabalhando com quarto e quinto anos do Ensino Fundamental, que, segundo nosso julgamento, fornecer-nos-ia a movimentação de conceitos matemáticos, que são mais palpáveis e que nos

permitiria analisá-los de forma mais consistente. Uma vez que não possuímos experiência em docência na educação infantil, esse fato, de certa forma, poderia nos causar problemas para analisar os dados coletados na intervenção.

A escolha se deu por características que viabilizaram a pesquisa no sentido do estudo da construção do conhecimento matemático-didático: a turma é multissérie, logo exige a reconstrução de praxeologias matemático-didáticas, pois não há livros textos para esse segmento; a professora sujeito da pesquisa não possui formação superior em matemática; a história de vida da professora com a matemática se deu no ambiente multisseriado, inicialmente como aluna e depois como professora; as séries em que a professora sujeito da pesquisa atuava exigiam de nós conhecimento razoável de práticas matemáticas que permitisse identificá-las com segurança.

Após tomarmos essa decisão, passamos a acompanhar as aulas de matemática da turma do multisseriado no turno da tarde da escola Municipal de Ensino Fundamental Espírito Santo. As aulas foram gravadas em áudio e vídeo, posteriormente fizemos a descrição e as análises apoiadas nos pressupostos da TAD.

5.4.2 Descrevendo o ambiente onde ocorreu a intervenção

A intervenção foi desenvolvida na escola Municipal de Ensino Fundamental Espírito Santo, localizada no estado do Pará, na cidade de Santa Maria do Pará, na comunidade Espírito Santo, a 12 km da rodovia BR 110 e a 144 km da cidade de Belém, com uma turma de multissérie que é formada por dois anos do Ensino Fundamental – quarto e quinto anos – no turno da tarde, no horário das 13h 30 às 17h 30, com um total de 24 alunos matriculados, sendo quinze alunos no quarto e nove no quinto ano.

A turma apresenta distorção de faixa etária, pois o aluno mais novo tem oito anos de idade e a aluna mais velha tem 20 anos de idade. Essa escola foi fundada no ano de 1970 para atender à demanda dos filhos de moradores da referida comunidade, hoje a escola funciona nos três turnos com sete turmas. Pela manhã, há uma turma de creche, uma de primeiro ano e uma turma de segundo ano; pela tarde, há uma turma de segundo ano, uma de terceiro ano e

uma turma de multissérie (quarto e quinto anos); e à noite, há uma turma de multisseriado de adultos (segundo e terceiro anos).

A diretora e as professoras que atuam nessa unidade escolar não possuem nível superior; a professora do multisseriado do turno da tarde – sujeito da pesquisa – está cursando faculdade em Licenciatura Plena em Educação do Campo no IFPA-Bragança em regime modular. A escola também não tem corpo técnico pedagógico, logo qualquer orientação pedagógica vem da Secretaria Municipal de Educação, que fica na cidade, a 12 km.

CAPÍTULO – VI

6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, analisamos a construção do conhecimento matemático-didático da professora sujeito da pesquisa. As análises são construídas a partir de episódios dos temas Sistema de Numeração Romano (SNR) e as operações de adição e subtração, abordados pela professora em sala de aula.

Elegemos as operações de adição e subtração com base na entrevista (ver seção 6.2.1) que realizamos com a professora. Nela, a docente destacou as quatro operações como sendo o objeto matemático com os quais atualmente acredita ter boa relação. Já o tema SNR foi eleito por termos evidenciado a ênfase dada pela professora às operações de adição e subtração ao tratar desse tema.

As análises foram construídas com base em dados extraídos de quatro fontes: história de vida da professora; os livros didáticos utilizados pela professora; o texto de saber construído pela professora e as OMDs desenvolvidas em sala de aula pela professora.

Na história de vida da professora, interessou-nos saber, de acordo com o tema analisado, se ela elege como base algum modelo ao (re)construir suas praxeologias para a docência na turma multissérie e também sua relação com os objetos de saber.

Nos livros didáticos utilizados pela professora, buscamos as OMs, referentes a cada tema, cujo objetivo foi identificar posteriormente no “texto de saber” o nível de determinação ou co-determinação das praxeologias dos livros sobre as praxeologias que são (re)construídas no “texto de saber” e desenvolvidas em sala de aula.

A professora faz uso de duas coleções de livros didáticos: a coleção Bem-me-Quer (BORDEAUX, 2008) e a coleção Vivência e Construção (DANTE, 2001), de cada coleção utiliza um livro do quarto e outro do quinto ano. Neste trabalho, os livros do quarto e quinto anos da coleção Bem-me-Quer serão identificados por A_1 e A_2 respectivamente e os livros do quarto e quinto anos da coleção Vivência e Construção serão identificados por B_1 e B_2 respectivamente.

No “texto de saber”, buscamos evidenciar as variáveis institucionais e/ou epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora na primeira fase da TDI e identificar o papel do livro didático nessa (re)construção de praxeologias para o multisseriado.

Das aulas registradas, elegemos episódios dos temas mencionados neste capítulo, nosso objetivo foi evidenciar as variáveis institucionais e/ou epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora na segunda fase da TDI e identificar de que forma a professora revela sua relação com o saber matemático em questão.

6.1 SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

6.1.1 Modelo praxeológico de SNR na história de vida da professora

Entrevistamos a professora com o objetivo de saber como o SNR fora trabalhado por sua professora nas séries iniciais no multisseriado, nosso objetivo foi buscar identificar o modelo praxeológico utilizado por sua professora e se a professora sujeito da pesquisa adota como referência o mesmo modelo ou outro para construir as OMDs no texto de saber. Nesse sentido perguntamos: O tema SNR foi trabalhado por sua professora no multisseriado nas séries iniciais?

Sim, o SNR sempre era trabalhado na terceira série (informação verbal).

Sua professora, ao trabalhar esse tema, revelava para os alunos a razão pela qual o tema estava sendo trabalhado?

Não recordo de ela dizer por que o tema estava sendo trabalhado, nem de fazer alguma relação com o cotidiano ou com outro assunto (informação verbal).

Como o SNR era organizado por sua professora na turma multissérie para ser ensinado aos alunos?

A organização utilizada pela minha professora para trabalhar esse assunto em sala de aula era a mesma do livro didático. Todos os anos a turma era formada por alunos da alfabetização, primeira, segunda e terceira séries, ela

trabalhava com atividades diferenciadas para cada grupo de alunos, para os alunos da alfabetização ela fazia a atividade de cada um no caderno, depois chamava um de cada vez para corrigir e reforçar o que havia ensinado. Para os alunos da primeira e segunda séries o quadro era dividido ao meio, um lado para cada série, ela copiava o conteúdo e eles tiravam do quadro, depois ela explicava o conteúdo que estava no quadro para cada uma das séries. Para os alunos da terceira série era fornecido um livro para cada um ou dois alunos, ela marcava a página e os alunos copiavam o conteúdo e as tarefas do livro, depois ela explicava o conteúdo e mostrava como resolver as tarefas, após certo tempo chamava cada aluno em sua mesa para corrigir no caderno as tarefas, por isso digo que o modelo que ela usava para ensinar números romanos era o mesmo modelo do livro didático, uma vez que nós copiávamos direto do livro (informação verbal).

Você já participou de algum curso de capacitação que mostrou como organizar o tema SNR para ensinar no multisseriado?

Eu nunca participei de um curso de capacitação que mostrasse como posso organizar esse tema para trabalhar em turmas multissérie, eu pego os livros das turmas seriadas e preparo minha aula (informação verbal).

Na fala da professora, evidenciamos o modelo de SNR proposto pelos livros didáticos como modelo praxeológico que ela admite ter tido contato em sua história de vida. Em nosso entendimento, esse modelo possivelmente é usado por ela como modelo praxeológico de referência. Todavia, Chevallard (2009), ao tratar da relação de uma pessoa com um objeto, assevera que

no curso do tempo o sistema de relações pessoais de um indivíduo evolui [...]. Nessa evolução, o invariante é o indivíduo, o que muda é a pessoa. [...]. A pessoa é um emergente de seus assujeitamentos passado e presente, que não pode, portanto, nunca se reduzir (CHEVALLARD, 2009, p. 1 e 3, tradução nossa).

Em consonância com a citação, entendemos que, embora a professora manifeste que sua relação com o modelo praxeológico de SNR restringe-se aos modelos propostos pelos livros didáticos, acreditamos que sua relação com esse objeto matemático ao longo de sua história de vida possivelmente tenha evoluído. Sob o quadro da TAD, a relação pessoal da professora com esse objeto matemático tende a mudar nos encontros que ocorrem nas instituições

nas quais esse objeto vive e que são frequentadas pela professora, ora como aluna ora como professora em classes multisséries.

Nossas palavras encontram conformidade em Chevallard (2009), ao sublinhar que

os mecanismos de assujeitamentos de uma pessoa x na posição p numa instituição I a conduz à formação, à modificação, ou à confirmação da relação pessoal de x com objeto o , $R(x; o)$? A resposta reside nas atividades próprias de I , ou melhor, nas atividades da instituição em que os sujeitos da instituição I em posição p têm que participar. Mais especificamente, essas atividades são reguladas por praxeologias em que os sujeitos da instituição são os atores que as têm que implementar (CHEVALLARD, 2009, p. 4, grifos do autor, tradução nossa).

Nesse sentido, buscaremos identificar nas praxeologias implementadas pela professora na instituição sala de aula multissérie a relação da professora com o saber em questão.

6.1.2 Descrição das OMs de SNR nos livros didáticos

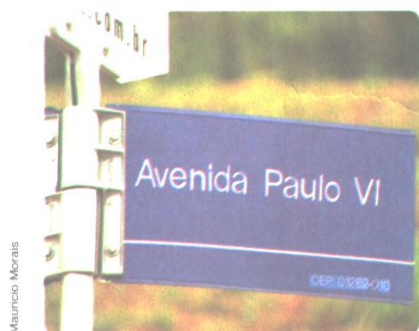
Dos livros didáticos utilizados pela professora, por ser conveniente para análise do nosso objeto de pesquisa, interessou-nos apenas descrever as OMs adotadas, e dessas os componentes praxeológicos: tarefa e técnica, a fim de contrastar com a OMD (re)reconstruída no “texto de saber” pela professora, e assim, evidenciar o bloco prático-técnico “saber fazer” nas praxeologias da professora.

Na coleção Bem-me-Quer (BORDEAUX, 2008), o SNR é abordado nos livros A_1 e A_2 , já na coleção Vivência e Construção (DANTE, 2001) é tratado apenas no livro B_1 .

Nas figuras 4, 5, 6 e 7, constam as OMs dos livros A_1 e A_2 .

O sistema de numeração romano

Os romanos também criaram o seu próprio sistema de numeração. Até hoje, a numeração romana é utilizada em algumas situações.



Você até já deve conhecer alguns dos símbolos utilizados neste sistema de numeração. Veja:

| I | V | X | L | C | D | M |
|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|----------|
| um | cinco | dez | cinquenta | cem | quinhentos | mil |

Veja como os números são escritos neste sistema:

1º) Somente os símbolos abaixo podem ser repetidos até três vezes:

| | | | |
|-------------------|---------------------|------------------------|-----------------------|
| I – um | X – dez | C – cem | M – mil |
| II – dois | XX – vinte | CC – duzentos | MM – dois mil |
| III – três | XXX – trinta | CCC – trezentos | MMM – três mil |

2º) Ao colocarmos os símbolos **I**, **X** ou **C** à esquerda de um outro de valor superior a eles, representamos uma subtração entre esses símbolos.

Exemplos:

IV – quatro

(cinco menos um)

XL – quarenta

(cinquenta menos dez)

3º) Da mesma forma, ao colocarmos os símbolos **I**, **X** ou **C** à direita de outro de valor superior a eles, representamos uma adição entre os símbolos. Exemplos:

VI – seis

(cinco mais um)

VII – sete

(cinco mais dois)

VIII – oito

(cinco mais três)

Figura 4: Esquema da OM no livro A₁.

Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

1. Copie e complete as sentenças. Descubra os símbolos que faltam para representar cada número no sistema de numeração romano.

a) $90 = 100 - \overset{10}{\text{[sinalado]}}$ b) $400 = 500 - \overset{100}{\text{[sinalado]}}$ c) $900 = 1000 - \overset{100}{\text{[sinalado]}}$

90: $\text{[sinalado]} \text{ C } \text{[sinalado]}$ 400: $\text{[sinalado]} \text{ D } \text{[sinalado]}$ 900: $\text{[sinalado]} \text{ M } \text{[sinalado]}$

2. Copie e complete, substituindo as [sinalado] pelos algarismos ou pelos símbolos que estão faltando.

a) $11 = 10 + \text{[sinalado]}$ 1 e) $70 = 50 + \text{[sinalado]}$ 20 i) $130 = 100 + \text{[sinalado]}$:

11: X [sinalado] I 70: L [sinalado] XX 130: C [sinalado] XXX

b) $12 = 10 + \text{[sinalado]}$ 2 f) $80 = 50 + \text{[sinalado]}$ 30 j) $600 = 500 + \text{[sinalado]}$

12: X [sinalado] II 80: L [sinalado] XXX 600: D [sinalado] C

c) $13 = 10 + \text{[sinalado]}$ 3 g) $110 = 100 + \text{[sinalado]}$ 10 k) $700 = 500 + \text{[sinalado]}$

13: X [sinalado] III 110: C [sinalado] X 700: D [sinalado] CC

d) $60 = 50 + \text{[sinalado]}$ 10 h) $120 = 100 + \text{[sinalado]}$ 20 l) $800 = 500 + \text{[sinalado]}$

60: L [sinalado] X 120: C [sinalado] XX 800: D [sinalado] CCC

3. Que números estão representados?

a) XXV ²⁵ c) CXXXII ¹³² e) DCX ⁶¹⁰

b) LXI ⁶¹ d) LXXVI ⁷⁶ f) CMX ⁹¹⁰



Observe os números romanos e responda em seu caderno.

CXLVI

CLXIV

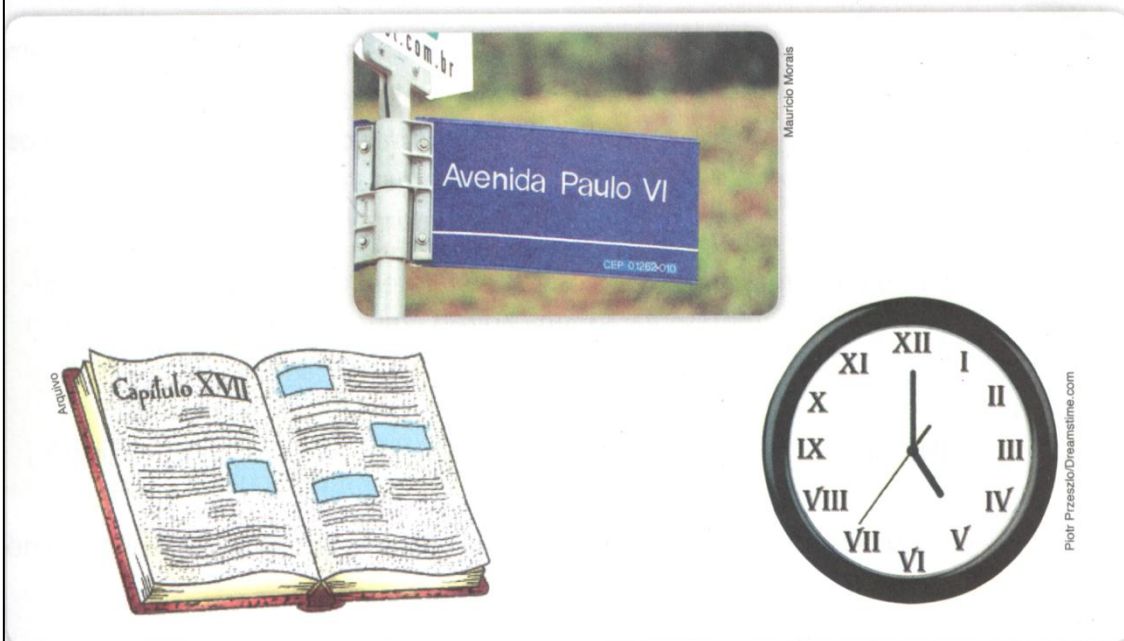
a) Que números estão representados acima? ^{146 e 164}

Figura 5: Esquema das tarefas na OM do livro A₁.

Fonte: Bordeaux et al. (2008).

O sistema de numeração romano

Os romanos também criaram um sistema de numeração próprio. Até hoje, a numeração romana é utilizada em algumas situações. Veja:



Você, provavelmente, conhece alguns dos símbolos utilizados nesse sistema de numeração:

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|-----------|----------|------------|----------|
| I | V | X | L | C | D | M |
| um | cinco | dez | cinquenta | cem | quinhentos | mil |

Observe, agora, como os números são escritos nesse sistema:

Somente os símbolos abaixo podem ser repetidos até três vezes.

| | | | |
|-------------------|---------------------|------------------------|-----------------------|
| I – um | X – dez | C – cem | M – mil |
| II – dois | XX – vinte | CC – duzentos | MM – dois mil |
| III – três | XXX – trinta | CCC – trezentos | MMM – três mil |

Ao colocarmos o símbolo **I**, **X** ou **C** à esquerda de um outro símbolo de valor superior, representamos uma subtração entre eles.

Exemplos:

| | | |
|--|---|--|
| IV – quatro (cinco menos um) | XL – quarenta (cinquenta menos dez) | CD – quatrocentos (quinhentos menos cem) |
|--|---|--|

Figura 6: Esquema da OM no livro do A₂.
Fonte: Bordeaux (et al. 2008).



Atividades

Registre em seu caderno.

1. Copie e complete com o símbolo à esquerda para formar a representação em romano do número pedido.

- a) \overline{X} = nove (dez menos \overline{X})
 b) \overline{C} = noventa (cem menos \overline{X})
 c) \overline{M} = novecentos (mil menos \overline{X})

Da mesma forma, se os símbolos **I**, **X** ou **C** forem colocados à direita de outro de valor superior, representarão uma adição entre eles. Nesse caso, também podemos repetir um mesmo símbolo até três vezes. Exemplos:

VI – seis
(cinco mais um)

VII – sete
(cinco mais dois)

VIII – oito
(cinco mais três)

2. Copie e complete com os símbolos que faltam para representar cada número no sistema de numeração romano.

- a) \overline{X} = onze (dez mais \overline{X})
 b) \overline{X} = doze (dez mais \overline{X})
 c) \overline{X} = treze (dez mais \overline{X})
 d) \overline{L} = sessenta (cinquenta mais \overline{X})
 e) \overline{L} = setenta (cinquenta mais \overline{X})
 f) \overline{L} = oitenta (cinquenta mais \overline{X})
 g) \overline{C} = cento e dez (cem mais \overline{X})
 h) \overline{C} = cento e vinte (cem mais \overline{X})
 i) \overline{C} = cento e trinta (cem mais \overline{X})
 j) \overline{D} = seiscentos (quinhentos mais \overline{X})
 k) \overline{D} = setecentos (quinhentos mais \overline{X})
 l) \overline{D} = oitocentos (quinhentos mais \overline{X})



Desafio

- a) Descubra que números estão representados abaixo.

CXLVI

CLXIV

- b) Verifique o que os números acima têm em comum.

Figura 7: Esquema das tarefas na OM do livro A₂.
 Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

Em ambos os livros, as OMs revelam que a razão de ser do tema nesse nível de escolaridade é a utilização deste em situações do cotidiano. As OMs nesses livros são construídas a partir de alguns símbolos do SNR e seus respectivos valores expressos por meio de uma representação escrita por extenso.

Na sequência, as OMs mostram como os números nesse sistema são escritos. Nesse sentido, identificam quais e quantas vezes os símbolos podem ser repetidos na construção dos números e mostram também o uso dos princípios subtrativo, aditivo e posicional na construção desses números nesse sistema.

O livro A_1 apresenta quatro tarefas de dois tipos. A primeira e a segunda são tarefas do mesmo tipo, já a terceira e a quarta tarefas são de outro tipo (*vide* Quadro 3).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|-----------------------------|---|
| Primeira e segunda tarefas. | Fazer uso do algoritmo da subtração na sentença que apresenta apenas algarismos do sistema de numeração decimal; a substituição do resultado pelo valor correspondente no SNR e do princípio posicional. |
| Terceira e quarta tarefas. | Fazer uso da decomposição dos numerais; a substituição de cada símbolo pelo valor correspondente no sistema de numeração decimal; aplicar o princípio aditivo ou princípio subtrativo e o princípio posicional. |

Quadro 3: Quadro dos tipos de tarefas do livro A_1 .

O livro A_2 apresenta três tarefas, cada uma de um tipo (*vide* Quadro 4).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|------------------|---|
| Primeira tarefa | Fazer uso do princípio subtrativo e do princípio posicional para a construção dos números no SNR. |
| Segunda tarefa | Usar o princípio aditivo e o princípio posicional para a construção dos números no SNR. |
| Terceira tarefa | Decomposição dos numerais; da substituição de cada símbolo pelo valor correspondente no sistema de numeração decimal; aplicar o princípio aditivo ou princípio subtrativo e o princípio posicional. |

Quadro 4: Quadro dos tipos de tarefas do livro A_2 .

Nas figuras 8 e 9, constam a OM do livro do B₁.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

Os romanos usavam letras maiúsculas para representar os números:

| | | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|-------|
| I | V | X | L | C | D | M |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1 000 |

Até hoje usamos a numeração romana. Por exemplo, em alguns relógios, para indicar capítulos de livros, etc.

Observe como são escritos os números de 1 a 39 no sistema romano, usando os símbolos I, V e X e as regras a seguir:

- Os símbolos I e X podem ser repetidos até três vezes:

| | | | | | |
|---|----|-----|----|----|-----|
| I | II | III | X | XX | XXX |
| 1 | 2 | 3 | 10 | 20 | 30 |

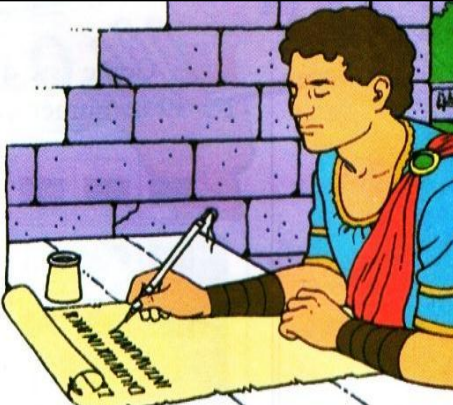

- Símbolos à direita de outro com maior valor indicam adição. À esquerda, indicam subtração:

| | | | | |
|---------|---------|---------|---------|----------|
| IV | VI | VII | VIII | IX |
| 4 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| (5 - 1) | (5 + 1) | (5 + 2) | (5 + 3) | (10 - 1) |

- Nos demais números, usa-se a decomposição:

14 → 10 + 4 → \overline{XIV}
10 4

37 → 30 + 7 → \overline{XXXVII}
30 7


Comente com os alunos que em alguns relógios o quatro na numeração romana é representado assim: IIII.

Espera-se que os alunos digam que é a Itália, localizada no continente europeu.

SÓ PRA CONVERSAR

Qual é o nome atual do país onde a numeração romana foi criada?
Dica: sua forma lembra uma bota.

Em que continente fica esse país? Converse com os colegas e depois confirmem em um atlas.



ESCALA
0 253 506 km
1 cm = 253 km

11
onze

Figura 8: Esquema da OM no livro do B₁.

Fonte: Dante (2001).

1. Copie este quadro no seu caderno e escreva nele os números de 1 a 39 na numeração romana:

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------|------|------|-------|-------|--------|-------|------|-------|--------|---------|-------|
| I | II | III | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII | XIII |
| XIV | XV | XVI | XVII | XVIII | XIX | XX | XXI | XXII | XXIII | XXIV | XXV | XXVI |
| XXVII | XXVIII | XXIX | XXX | XXXI | XXXII | XXXIII | XXXIV | XXXV | XXXVI | XXXVII | XXXVIII | XXXIX |

2. Agora use seu caderno e escreva no nosso sistema de numeração:

- | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|
| a) XIII ¹³ | e) XIX ¹⁹ | i) IX ⁹ |
| b) XV ¹⁵ | f) XXXVIII ³⁸ | j) XVIII ¹⁸ |
| c) XXXIV ³⁴ | g) IV ⁴ | l) XXXIX ³⁹ |
| d) XXII ²² | h) VIII ⁸ | m) I ¹ |

3. Descubra como começou e continue no caderno:

- a)

| | | | | | | |
|---|---|----|--|--|--|--|
| V | X | XV | | | | |
|---|---|----|--|--|--|--|

^{XX} ^{XXV} ^{XXX} ^{XXXV}
- b)

| | | | | | | | | | |
|-----|----|----|--|--|--|--|--|--|--|
| III | VI | IX | | | | | | | |
|-----|----|----|--|--|--|--|--|--|--|

^{XII} ^{XV} ^{XVIII} ^{XXI} ^{XXIV} ^{XXVII} ^{XXX}

4. Reescreva, no caderno, com algarismos romanos:

- a) Capítulo nove Capítulo IX
 b) Século vinte e um Século XXI
 c) Papa Pio doze Papa Pio XII
 d) D. João sexto D. João VI



5. No caderno, escreva no sistema romano:

- a) Dia e mês de seu aniversário
 b) Dia e mês de hoje Resposta de acordo com o dia
 c) Número desta página do livro XII
 d) Século em que estamos XXI

Figura 9: Esquema das tarefas na OM do livro B₁.
 Fonte: Dante (2001).

No livro B₁ a OM de SNR destaca como razão de ser desse tema nesse nível de escolaridade a utilização desse conhecimento em situações do cotidiano. A OM nesse livro é construída a partir de alguns símbolos desse sistema e seus respectivos valores no sistema de numeração decimal.

Na sequência, a OM mostra que os símbolos *I* e *X* podem ser repetidos até três vezes na construção dos números nesse sistema. A OM indica o princípio subtrativo, aditivo e posicional para a construção dos números: quatro, seis, sete, oito e nove. Para a construção dos números maiores que dez, a OM indica fazer primeiro a decomposição do número no sistema de numeração decimal e depois fazer uso desses princípios.

O livro B₁ apresenta cinco tarefas de três tipos: a primeira e a segunda são tarefas do mesmo tipo; a terceira tarefa é de outro tipo e a quarta e quinta tarefas são de outro tipo. (*vide* Quadro 5).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|----------------------------|--|
| Primeira e segunda tarefas | Fazer uso do algoritmo da subtração ou do algoritmo da adição; a substituição de cada símbolo pelo valor correspondente no sistema de numeração decimal e do princípio posicional. |
| Terceira tarefa | A substituição de cada símbolo do SNR pelo valor correspondente no sistema de numeração decimal; o uso do algoritmo da subtração entre um número e seu antecessor; o uso do algoritmo da adição entre o resultado da subtração e cada número da sequência. |
| Quarta e quinta tarefas | Identificar o numeral que consta na frase e substituí-lo pelo correspondente número no sistema de numeração decimal; reescrever a frase substituindo o número no sistema de numeração decimal pelo correspondente símbolo no SNR. |

Quadro 5: Quadro dos tipos de tarefas do livro B₁.

As OMs desses livros (*vide* Figuras 4, 5, 6, 7, 8 e 9), ao considerarem o princípio aditivo e subtrativo para a construção dos números no SNR, revelam de forma implícita que os algoritmos da adição e da subtração podem ser usados no enfrentamento de determinadas tarefas. As OMs também fazem

menção ao princípio posicional dos símbolos para a construção dos números nesse sistema, esse também pode ser usado como técnica. Já o uso da decomposição do número como técnica para o enfrentamento de determinadas tarefas é evidenciado apenas na OM do livro da coleção Vivência e Construção (DANTE, 2001).

A ausência da decomposição dos números nas OMs dos livros da coleção Bem-me-Quer (BORDEAUX, 2008), no nosso entendimento, dependendo da relação da professora com o tema em questão, pode interferir na construção das OMDs no “texto de saber”.

Também é possível evidenciar nas OMs a articulação feita do SNR com o sistema de numeração decimal e a importância do princípio posicional para a construção dos números no SNR.

No livro A_1 , o sistema de numeração decimal é trabalhado na primeira unidade do capítulo 1 e SNR na décima terceira unidade do mesmo capítulo; no livro A_2 , esse tema é trabalhado na terceira unidade do capítulo 1 e SNR na segunda unidade do mesmo capítulo e no livro B_1 , o sistema de numeração decimal é trabalhado na primeira unidade do capítulo 2 e SNR na terceira unidade do capítulo 1.

6.1.3 Descrição da OMD de SNR no texto de saber

Nessa parte do trabalho, fazemos a descrição da OMD de SNR (re)construída pela professora no texto de saber, a descrição dessa fase do trabalho tem como objetivo construir subsídios para analisar com base no referencial teórico e no MPDR a primeira fase da TDI.

Nas figuras 10, 11 e 12 constam a OMD do texto de saber.

I Unidade: Sistema de numeração romano.

Os Romanos usavam letras maiúsculas para representar os números:

| | | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|------|
| I | V | X | L | C | D | M |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

A numeração romana é usada até hoje, mas em poucas situações. Por exemplo, em alguns relógios, na indicação dos séculos, dos capítulos de livros, etc.

Com as regras a seguir podemos escrever os números de 1 a 39 no sistema romano, usando os símbolos I, V e X.

• Os símbolos I e X podem ser repetidos até três vezes:

| | | | | | |
|---|----|-----|----|----|-----|
| I | II | III | X | XX | XXX |
| 1 | 2 | 3 | 10 | 20 | 30 |

• I à esquerda do V e à esquerda do X indica subtração:

$$IV \rightarrow 4 (5-1)$$

$$IX \rightarrow 9 (10-1)$$

• I, II e III à direita do V indicam adição:

$$VI \rightarrow 6 (5+1) \quad VII \rightarrow 7 (5+2) \quad VIII \rightarrow 8 (5+3)$$

* Nos demais números, usa-se a decomposição:

$$14 \rightarrow 10 + 4 \rightarrow \overset{X}{\underset{10+4}{IV}}$$

$$37 \rightarrow 30 + 7 \rightarrow \overset{XXX}{\underset{30+7}{VII}}$$

Figura 10: Esquema da OMD no texto de saber.

Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

Exercício

1) Represente os seguintes números com os símbolos romanos:

| | | |
|------------|--------------|-----------------|
| 1 - I | 6 - VI | 11 - XI |
| 2 - II | 7 - VII | 12 - XII |
| 3 - III | 8 - VIII | 13 - XIII |
| 4 - IV | 9 - IX | 14 - XIV |
| 5 - V | 10 - X | 15 - XV |
| xxx | | |
| 16 - XVI | 55 - LV | 348 - CCCXLVIII |
| 17 - XVII | 63 - LXIII | 396 - CCCXCVI |
| 18 - XVIII | 78 - LXXVIII | 463 - CDLXIII |
| 19 - XIX | 81 - LXXXI | 484 - CDLXXXIV |
| 20 - XX | 94 - XCIV | 573 - DLXXIII |

Figura 11: Esquema das tarefas na OM do texto de saber.
 Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

a) Represente os números abaixo com os símbolos romanos.

- a) $54 = 50 + 4 \rightarrow LIV$
- b) $58 = 50 + 5 + 3 \rightarrow LVIII$
- c) $62 = 50 + 10 + 2 \rightarrow LXII$
- d) $67 = 50 + 10 + 5 + 2 \rightarrow LXVII$
- e) $75 = 50 + 10 + 10 + 5 \rightarrow LXXV$
- f) $79 = 50 + 10 + 10 + 9 \rightarrow LXXIX$
- g) $88 = 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 3 \rightarrow LXXXVIII$
- h) $93 = (100 - 10) + 3 \rightarrow XCIII$
- i) $98 = (100 - 10) + 5 + 3 \rightarrow XCVIII$

Figura 12: Esquema das tarefas na OM do texto de saber.
 Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

Evidenciamos no texto de saber que a professora, ao (re)construir a OMD de SNR, admite que a razão pela qual trabalha esse tema na turma multissérie do quarto e quinto ano é a mesma adotada pelos livros didáticos que ela utiliza, ou seja, o emprego desse conhecimento em situações do cotidiano. A OMD do texto de saber é (re)construída a partir de alguns símbolos desse sistema e seus respectivos valores no sistema de numeração decimal.

Na continuação, a professora destaca os símbolos I e X como os que podem ser repetidos até três vezes na construção dos números nesse sistema. A professora ao (re)construir a OMD admite para a construção dos números quatro, seis, sete, oito, e nove os princípios subtrativo, aditivo e posicional. Para construir números maiores que dez, ela sugere que se faça a decomposição do número no sistema de numeração decimal e depois se utilize os princípios mencionados neste parágrafo.

No texto de saber, constam duas tarefas, na primeira a professora não mostra a técnica que pode ser usada no enfrentamento da tarefa, mas na segunda tarefa mostra de forma clara a técnica usada: a decomposição; os algoritmos da subtração e adição e o princípio posicional. Embora esse último não apareça de forma explícita, porém, como ele foi mencionado pela professora para a construção dos números nesse sistema, deduzimos que também foi usado como técnica para o enfrentamento da tarefa. Como a primeira tarefa pode ser enfrentada com a mesma técnica utilizada na segunda, inferimos que no texto de saber constam duas tarefas do mesmo tipo.

6.1.4 Análise da primeira fase da TDI

No texto de saber construído pela professora, analisamos a primeira fase da TDI com base no referencial teórico e no MPDR. Nessa análise, buscamos evidenciar as variáveis tanto institucionais como epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora na interface existente entre o saber a ensinar e o “texto de saber”, como também identificar a determinação ou co-determinação das praxeologias dos livros didáticos sobre as praxeologias (re)construídas no texto de saber.

Nessa fase da TDI, momento no qual o aluno é hipotético e a professora (re)constrói a OMD no “texto de saber”, evidenciamos que, apesar de ela fazer uso de três livros para trabalhar SNR, utiliza como referência para a (re)construção da OMD o modelo praxeológico proposto no livro B₁.

Na entrevista descrita neste capítulo, na seção 6.1.1, a professora revelou:

A organização utilizada pela minha professora para trabalhar esse tema em sala de aula era a mesma do livro didático.

Nunca participei de um curso de capacitação que mostrasse como posso organizar esse tema para trabalhar em turmas multissérie (informações verbais).

Evidenciamos na descrição da OMD que, assim como sua professora dos anos iniciais, nessa fase do trabalho transpositivo a professora sujeito desta pesquisa toma como modelo praxeológico de referência para a (re)construção da OMD o modelo do livro didático.

Nessa perspectiva, evidenciamos aqui os valores das variáveis: história de vida e as relações pessoais da professora, presentes na primeira interface da TDI. No MPDR, a história de vida e as relações pessoais como discente e como docente são evidenciadas como valores das variáveis epistemológicas, que conformam o *milieu* do professor nessa fase de TDI.

Em nosso entendimento, esses valores contribuem de forma direta, na relação da professora com o saber em questão, no momento da (re)construção da OMD. Nossas reflexões são corroboradas por Chevallard, ao dizer: “Em geral, nossas relações “pessoais” são fruto de nossa história de submissões institucionais passadas e presentes” (CHEVALLARD, 2009, p. 3, tradução nossa).

Ao analisarmos a OMD (re)construída no “texto de saber”, evidenciamos que a professora elabora apenas duas tarefas que são do mesmo tipo, todavia são tarefas que podem ser enfrentadas com as técnicas utilizadas no enfrentamento das tarefas propostas nos três livros didáticos.

A professora, ao fazer a transposição das praxeologias da instituição seriada para a instituição multisseriada, pelo menos no que se refere às tarefas, não mantém o bloco prático-técnico – práxis ou saber fazer – da praxeologia. Em Chevallard (2009), encontramos conformidade para inferir que

essa mudança no bloco prático-técnico pode ter ocorrido por conta das condições e restrições próprias da instituição multisseriada.

Essa tomada de decisão da professora permite-nos evidenciar que ela está atenta à relação saber/duração (CHEVALLARD, 2009), a qual está relacionada diretamente com o valor da variável institucional tempo didático na construção da OMD. Para nós, a diminuição do número de tarefas revela a preocupação da professora com o tempo didático que terá para trabalhar esse tema em sala de aula na turma multissérie.

Sob a ótica da TAD, concebemos os valores da variável institucional tempo didático como uma restrição imposta ao trabalho docente da professora, pois interfere tanto no ensino como na aprendizagem, respectivamente, da professora e dos alunos nessa turma multissérie. Essa concepção de restrição é corroborada por Chevallard (2009) e Bosch e Gascón (2009), ao sublinharem que as restrições são condições vistas por uma pessoa numa posição institucional *p*, que dificilmente são modificadas num dado momento.

Nesse caso, no qual a professora trabalha com quarto e quinto anos do Ensino Fundamental na turma multissérie, o valor tempo didático para a construção da OMD de cada ano dessa turma fica seriamente comprometido. Apoiados em Bosch e Gascón (2001), inferimos que essa é uma “tarefa problemática que a professora resolve ou tenta resolver no exercício de sua profissão” (BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 1, tradução nossa). Essa reflexão permite-nos identificar o valor da variável institucional tempo didático conformar o *milieu* antagônico do professor, na acepção de Almouloud (2007), na primeira fase da TDI.

No MPDR o tempo didático é evidenciado como uma variável institucional, porém nessa fase da TDI o valor dessa variável é uma conjectura. No entanto, nossa análise nesse momento nos leva a vislumbrar que a professora, ao optar por apenas duas tarefas do mesmo tipo, demonstra refletir sobre o valor da variável tempo didático que terá para a gestão dessa OMD em sala de aula.

Nessa perspectiva e de acordo com o MPDR, é possível perceber que a professora, quando se encontra na primeira fase da TDI, reflete sobre a segunda fase. Isto revela a retroalimentação proposta no MPDR, que ocorre entre os *milieux* que conformam o fenômeno de TDI na ambiência

multisseriado. No MPDR, essa retroalimentação constitui a construção do conhecimento matemático-didático do professor.

Nossas análises referentes a essa fase da TDI realizada pela professora levam-nos a concluir que, embora ela tome como referência o modelo de organização praxeológica do livro da coleção *Vivência e Construção* (DANTE, 2001), inferimos que a OMD (re)construída no “texto de saber” é co-determinada pela OM do livro didático. Essa co-determinação é ratificada nas tarefas que constam na OMD no “texto de saber”, tanto em quantidade como em qualidade, pois não seguem de forma integral o modelo de nenhum dos livros utilizados pela professora.

Dessa forma, entendemos que nessa fase da TDI o livro didático orienta a professora na (re)construção da OMD no “texto de saber”, mas não determina essa (re)construção. Com base nas análises dessa fase da TDI, inferimos que o papel do livro didático na (re)construção de OMD realizada pela professora é de co-determinação.

6.1.5 Descrição da OMD de SNR na sala de aula

Nesta fase do trabalho, descrevemos a gestão da OMD desenvolvida em sala de aula pela professora. Nosso objetivo é mostrar como a professora aborda o tema em questão na turma multissérie, para que possamos analisar com base no referencial teórico e no MPDR a segunda fase da TDI. A descrição está dividida em duas partes: a primeira trata o conteúdo e a segunda as tarefas.

Na figura 13, consta a primeira parte da OMD desenvolvida em sala de aula.

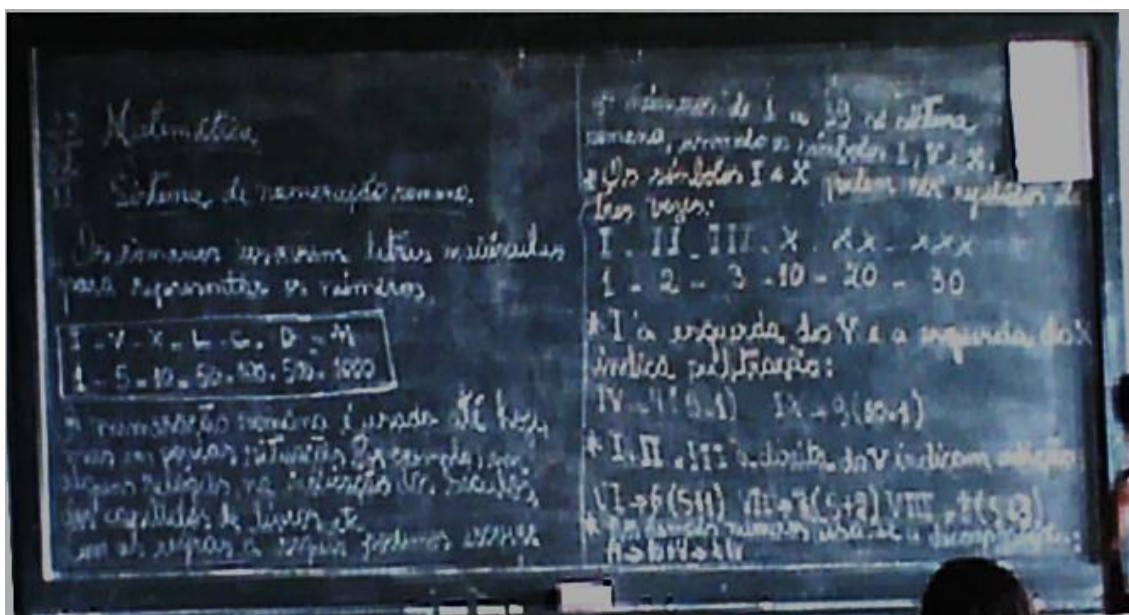


Figura 13: Primeira parte da OMD da professora em sala de aula.
Fonte: Aula referente à SNR.

Nessa primeira parte do desenvolvimento da OMD, a professora trata da construção dos números no SNR. Como regra para essa construção, destaca: os símbolos que podem ser repetidos; o princípio aditivo; o princípio subtrativo; o posicional e a decomposição dos números que se encontram no sistema de numeração decimal que serão transformados para o SNR. A professora inicia a aula dizendo.

A aula de hoje será de SNR, este é um assunto que os alunos do 5º ano já viram comigo no ano passado, mas terão que ver novamente e os alunos do 4º ano vão ver comigo pela primeira vez, este assunto é estudado porque vocês podem precisar usar os símbolos romanos em algumas situações (informação verbal).

Em seguida, revela para os alunos em quais situações do cotidiano possivelmente eles encontrarão os números escritos no SNR: em alguns relógios para indicar as horas, na indicação dos séculos e na indicação dos capítulos de alguns livros.

A professora diz que os romanos usavam letras maiúsculas para representar os números, e que os símbolos *I, V, X, L, C, D e M* são considerados os mais importantes, pois com esses símbolos e algumas regras podemos

escrever os outros números no SNR, destaca que na construção dos números, os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos até três vezes e que se um dos símbolos I, X e C for colocado antes de um símbolo de maior valor representa uma subtração entre eles, se um dos símbolos I, V, X e C for colocado depois do símbolo de maior valor representa uma adição entre eles.

Na sequência, a professora trabalha os princípios posicional e subtrativo para a construção dos números IV e IX os princípios posicional e aditivo para a construção dos números VI , VII e $VIII$. Destacando ainda mais esses princípios a professora ressalta.

Podemos escrever de um a trinta e nove no SNR usando apenas os símbolos I, V e X , é só seguir a regra, I e X podem ser repetidos até três vezes, I e V a direita do X essa somando e I a esquerda do V e do X está subtraindo (informação verbal).

Ao destacar o posicionamento dos símbolos, a professora gesticula para a esquerda e para a direita, ela associa as expressões antes, atrás e à esquerda à operação de subtração e as expressões depois, na frente e à direita à operação de adição. Referente aos princípios aditivos e subtrativos a professora sublinha.

Adicionar é somar, juntar, colocar e subtrair significa tirar, o inverso de retirar é colocar (informação verbal).

Na sequência, a professora enfatiza que para transformar os números maiores que dez do sistema de numeração decimal para o SNR, deve-se decompor o número que está no sistema de numeração decimal e depois substituir cada número da decomposição pelo correspondente símbolo no SNR, a professora destaca a decomposição dos números do sistema de numeração decimal como uma regra para a construção dos números no SNR. Nesse trecho da aula, a professora articula a decomposição com os princípios aditivo, subtrativo e posicional. Nesse sentido, assevera:

Decompor o número no nosso sistema facilita reconhecer o número que se quer escrever no SNR. É só decompor usando milhar, centena, dezena e unidade, depois da decomposição fica fácil é só seguir a regra, cuidado quando for substituir pelos

símbolos romanos, se somar coloca o valor menor na frente do valor maior e se subtrair coloca o valor menor atrás (informação verbal).

A professora utiliza os números 14 e 37 para mostrar como representá-los no SNR fazendo uso da decomposição e dos princípios subtrativo, aditivo e posicional.

Decompõe-se o quatorze em dez mais quatro ($14 \rightarrow 10 + 4$), sabemos representar o dez e o quatro em algarismo romano, agora é só substituir o dez por X e o quatro pelo I a esquerda do V, juntando os símbolos X e IV temos XIV que representa quatorze em algarismo romano.

Já o trinta e sete é trinta pode ser decomposto em $30 + 7$, como o trinta tem o dez dentro dele três vezes e o sete pode ser decomposto em $5 + 2$, então a decomposição fica $10 + 10 + 10 + 5 + 2$, o dez é representado pelo símbolo X vamos ter o X três vezes, o cinco é representado pelo V e o dois pelo I duas vezes, juntando os símbolos XXX, V e II, temos o trinta e sete em algarismo romano (informação verbal).

Na segunda parte do desenvolvimento da OMD, descrevemos as tarefas e as técnicas usadas pela professora no enfrentamento dessas tarefas. Nessa fase da TDI, a professora trabalha apenas a primeira tarefa do “texto de saber” e na sequência desenvolve em sala de aula outras tarefas que não constam no texto de saber.

Na figura 14, consta parte da tarefa do texto de saber.

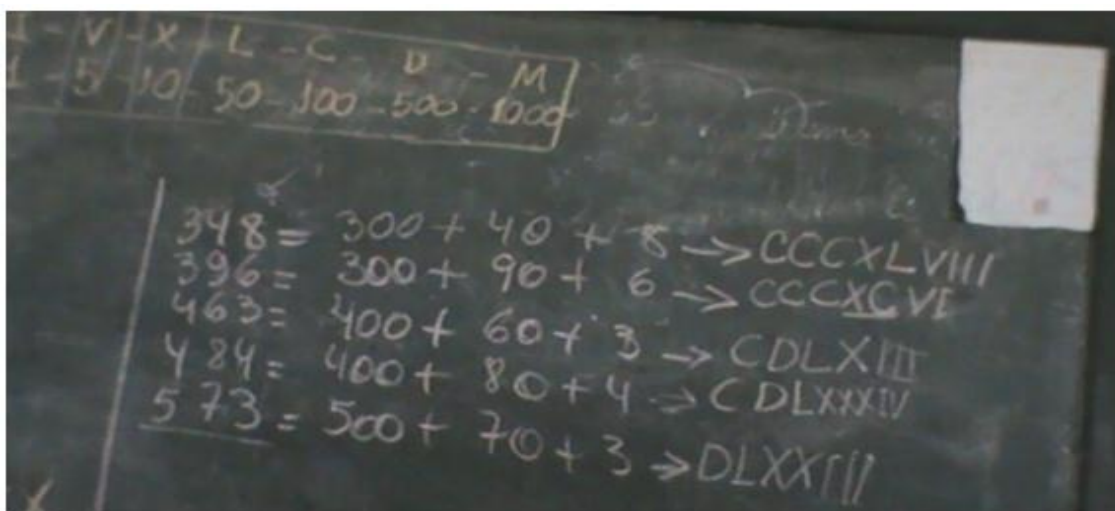


Figura 14: Segunda parte da OMD da professora em sala de aula.
Fonte: Aula referente à SNR.

A professora escreve a primeira tarefa no quadro, após certo tempo convida os alunos a irem ao quadro escolherem um item para resolver. A professora aproveita a ida dos alunos ao quadro para ratificar a importância da decomposição dos princípios subtrativo, aditivo e posicional e da repetição dos elementos no enfrentamento da tarefa, os itens que não são resolvidos pelos alunos, a professora resolve no quadro e mostra a técnica que usa no enfrentamento da tarefa. Ao resolver a tarefa no quadro, a professora chama a atenção dos alunos para a decomposição, dizendo:

Na hora de decompor o número que está no nosso sistema, fazemos a decomposição utilizando a adição, por exemplo, o número $189 = 100 + 80 + 9$, depois é só ver como cada parcela da adição pode ser substituída pelos símbolos em algarismo romano. Tem que ter cuidado com a regra que vai ser usada, se é somar, subtrair ou qual símbolo vai ser repetido (informação verbal).

Na sequência, a professora propõe para os alunos mais três tarefas, dessas destacamos a última, que entendemos ser de outro tipo e que não consta no texto de saber. Nesse caso, a professora pede aos alunos para resolverem no caderno, mas não solicita a ida deles ao quadro (*vide* Figura 15).

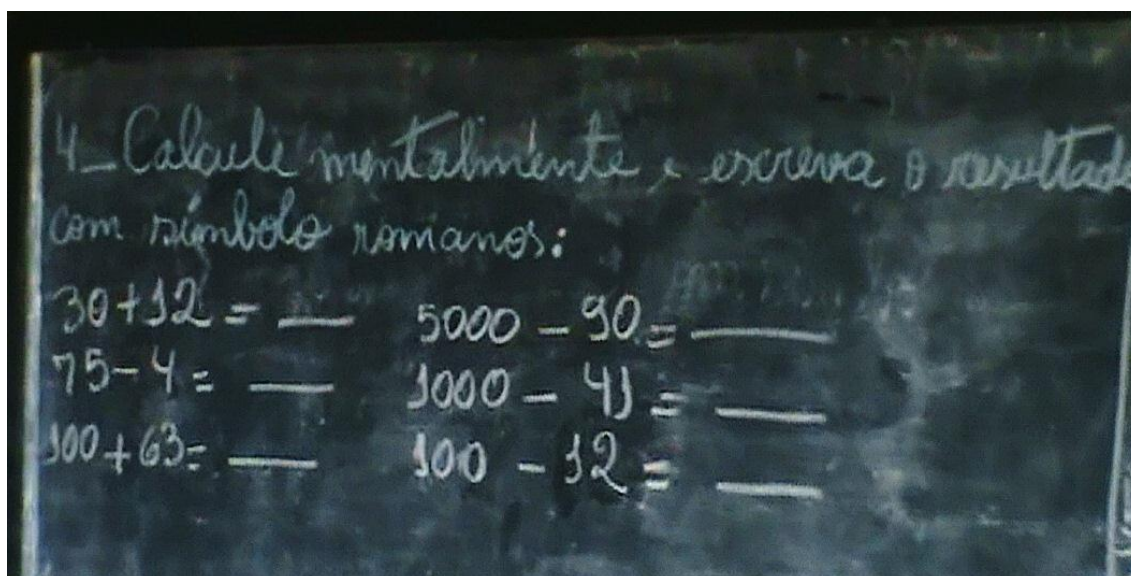


Figura 15: OMD da professora em sala de aula.
Fonte: Aula referente à SNR.

A professora orienta os alunos na resolução da questão dizendo:

Para resolver a questão vocês devem fazer primeiro as operações de adição ou de subtração com os números que estão no nosso sistema, depois decompõe o resultado usando a adição e substitui cada parcela da adição pelo símbolo correspondente no SNR (informação verbal).

A professora, ao propor essa tarefa, faz a articulação de forma clara entre as operações de adição e subtração com SNR. Nessa tarefa, a professora dá ênfase às técnicas usadas na construção dos números no SNR, mas também enfatiza as técnicas usadas nos algoritmos da adição e da subtração. Nessa tarefa, as operações de adição e subtração são usadas não apenas como ferramentas para o enfrentamento da tarefa, mas assumem papel de objeto de estudo, uma vez que, ao fazer uso dos algoritmos da adição e subtração, dá ênfase ao processo e não simplesmente ao produto.

A professora, ao resolver a tarefa fazendo uso do algoritmo da adição, explica o processo de funcionamento deste.

Na hora de somar dois números vocês devem colocar unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena embaixo de centena e milhar embaixo de milhar e resolve da direita para a esquerda (informação verbal).

Quando a professora está utilizando o algoritmo da adição, mostra aos alunos que, ao somar dois números que estão, por exemplo, na casa das unidades e o resultado é maior que nove, eles devem passar uma dezena para a casa das dezenas e da mesma forma devem proceder com as casas das dezenas e das centenas. No caso do algoritmo da subtração, a professora, ao resolver a tarefa, mostra aos alunos como funciona o processo.

Na operação de subtração, os números também são arrumados colocando unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena embaixo de centena e milhar embaixo de milhar, e também resolve da direita para a esquerda (informação verbal).

No caso do algoritmo da subtração, a professora mostra aos alunos que quando forem subtrair, por exemplo, dois números que estão na casa das

unidades e o número que está em cima for menor, deve-se emprestar uma dezena da casa das dezenas e somar com esse número, somente depois é que se deve fazer a subtração tirando do maior valor o menor valor e proceder da mesma forma nas demais casas.

A professora explica aos alunos todo o processo dos algoritmos utilizado para chegar à resposta, em seguida decompõe o resultado encontrado, dependendo do valor em milhar, centena, dezena e unidade, depois substitui o valor que encontrou em cada casa pelo respectivo valor no SNR.

Na situação $5000 - 90 = 4910$, a professora decompõe o resultado em $4000 + 900 + 10$ e substitui pelos símbolos $\overline{IV}CMX$. Referente ao símbolo \overline{IV} , sublinha:

O símbolo IV , como já vimos, representa o quatro no SNR, e o símbolo \overline{IV} representa quatro mil. Toda vez que aparece um traço deitado em cima de um símbolo no SNR, significa que este símbolo está sendo multiplicado por mil, neste caso quatro vezes mil, que é quatro mil (informação verbal).

Com a resolução dessa tarefa, a professora deu como concluído o trabalho com o SNR. Esse tema foi abordado em sala de aula em dois dias o equivalente a oito horas aula de sessenta minutos.

6.1.6 Análise da segunda fase da TDI

No desenvolvimento da OMD em sala de aula realizado pela professora, analisamos com base no referencial teórico e no MPDR a segunda fase da TDI, cujo objetivo foi identificar as variáveis institucionais e epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora na interface existente entre o saber preparado (RAVEL, 2003) e o saber ensinado. Também tivemos como objetivo identificar como se revela a relação da professora com o saber.

Nessa fase da TDI, momento no qual o aluno é real e a professora (re)constrói em sala de aula a OMD contida no “texto de saber”, percebemos em vários momentos que a professora, embora se apoie no “texto de saber”, não o segue de forma incondicional. Por exemplo, no caso em que destaca no “texto de saber” os símbolos I e X como os que podem ser repetidos até três

vezes, já na sala de aula, diz que os símbolos que podem ser repetidos até três vezes são *I, X, C* e *M*. Outro exemplo é a mudança que ocorreu nas tarefas do “texto de saber” para a sala de aula, tanto na quantidade como nos tipos.

Essas mudanças evidenciadas na praxeologia da professora do “texto de saber” para a sala de aula, no nosso entendimento, podem ser compreendidas em dois aspectos: na relação que a professora demonstra ter com o saber em questão e na mudança do *milieu* da primeira para a segunda fase da TDI.

No MPDR, a relação com o saber é identificada como uma variável epistemológica que conforma os *milieux* da professora na primeira e segunda fase da TDI, porém com valores distintos. Nessa perspectiva, evidenciamos a professora demonstrar mudança na relação com o saber no percurso que vai da (re)construção no “texto de saber” até a gestão de sua praxeologia em sala de aula, ou seja, momento de (re)construção e gestão da OMD.

Alusiva à relação da professora com esse saber, inferimos, em consonância com Chevallard (2009), que possivelmente os componentes praxeológicos de SNR que se encontram no EP da professora foram ressignificados ou novos componentes foram incorporados, de tal forma que apoiaram o desenvolvimento das praxeologias em sala de aula, e proporcionam as mudanças que ocorrem, e mais, sob o enfoque da TAD e de acordo com Chevallard (2009) entendemos que esses elementos praxeológicos foram construídos e/ou reconstruídos na história de vida da professora em processos de sujeição e contrassujeição nas instituições.

Nossas palavras são corroboradas por Chevallard (2009) quando diz que o conhecimento de uma pessoa pode assumir duas formas: em diacronia, por meio das narrativas históricas das suas relações pessoais com determinado objeto nos processos de sujeições e contrassujeições nas instituições; e em sincronia, por meio do quadro de suas relações pessoais, com determinado objeto, contidas em seu universo cognitivo denotado por “ $UC(x) = \{(o, R(x; o)) / R(x; o) \neq \emptyset\}$ ” (CHEVALLARD, 2009, p. 6).

No que se refere às mudanças ocorridas na praxeologia da professora relativas aos *milieux* da primeira e segunda fase da TDI, inferimos com base no MPDR, que tais modificações podem ter ocorrido em função dos *milieux* serem diferentes. Na primeira fase, o aluno é hipotético, não há interação direta entre

professor e aluno, já na segunda fase o aluno é real. Nessa última, o *milieu* da professora é constituído, entre outros componentes, pelas ações e pelos conhecimentos dos alunos (BLOCH, 1999 apud ALMOULOU, 2007). Nesse aspecto, inferimos que pode ser o conhecimento que os alunos do 5º ano já possuem relativo à SNR que levou a professora a essas mudanças, pois, como a professora relatou, “esse é um assunto que os alunos do 5º ano já viram no ano passado, mas terão que ver novamente”.

Ainda referente às mudanças que ocorreram na praxeologia da professora da primeira para a segunda fase da TDI, perguntamos à professora.

Você construiu no “texto de saber” duas tarefas, na hora de trabalhá-las optou apenas por uma e trabalhou outras três que não estavam no “texto de saber”, o que a levou a essa tomada de decisão?

Em primeiro lugar, a turma é multissérie. Quando eu preparo minha aula, me preocupo com o tempo que vou levar para trabalhar o assunto em sala de aula, não posso me estender muito em um assunto, afinal são duas séries na mesma sala. Em segundo lugar, quando os alunos começaram a resolver a primeira questão no quadro, percebi que eles tinham entendido a questão, decidi não passar a outra que era parecida, e, como sobrou tempo, resolvi passar outras questões. Eu preparo o assunto da aula para trabalhar num certo tempo e sempre levo mais alguma coisa, se sobrar tempo eu trabalho. Neste caso sobrou tempo, mas isso é uma coisa que só dá para saber na hora da aula, se vai precisar de mais ou de menos tempo, depende da assimilação dos alunos (informação verbal).

Na fala da professora, evidenciamos o cuidado que ela demonstra ter com o valor da variável institucional tempo didático, tanto na (re)construção como na gestão da OMD. No último parágrafo, as palavras da professora revelam que, embora ela se preocupe com o valor da variável tempo didático na primeira fase da TDI, é somente na segunda fase da TDI que ela se certifica se o valor da variável tempo didático conjecturado da primeira fase foi suficiente ou não para desenvolver a praxeologia em sala de aula. E mais, as palavras da professora revelam também o aparecimento do valor da variável institucional currículo implementado na segunda fase da TDI.

Com base no MPDR, ao refletirmos sobre as palavras da professora na perspectiva da relação “saber/duração”, inferimos que a professora na segunda fase da TDI, ao se dar conta que o valor da variável tempo didático

conjecturado na primeira fase da TDI foi suficiente ou não, reflete sobre a (re)construção da OMD realizada na primeira fase da TDI. Nesse sentido, de acordo com o MPDR, inferimos que essa reflexão da professora sobre (re)construção da OMD no momento da gestão em sala de aula, provoca a retroalimentação entre os *milieux* e a consequente construção do conhecimento matemático-didático da professora.

A professora ao anunciar que o tema da aula é SNR, ressalta:

Esse é um assunto que os alunos do 5º ano já viram comigo no ano passado, mas terão que ver novamente (informação verbal).

Evidenciamos na fala da professora que a sua ação docente nessa turma está sujeita à condição de ter que repetir o conteúdo para os alunos do 5º ano, embora essa condição afete a relação “saber/duração”, os valores da variável tempo didático, a adequação do currículo oficial para o currículo implementado e consequentemente a (re)construção e o desenvolvimento das OMDs, a professora não pode modificá-la. À luz da TAD, entendemos que essa condição é uma restrição ou seja, os valores dessas variáveis não estão sob o controle da professora nessa ambiência.

Ao analisarmos a OMD desenvolvida em sala concernente à construção dos números no SNR, evidenciamos que a professora, ao movimentar os entes matemáticos, revela para nós sua relação com o saber no seu fazer matemático. Em Chevallard (2001), fazer matemática consiste em articular saberes matemáticos de forma integrada para a construção de modelos que também se articulem com outros modelos, para resolver uma problemática a partir do estudo de determinado objeto matemático. A regularidade do uso dos modelos demonstra um fazer matemático, uma atividade matemática. Portanto, uma relação da professora com o objeto matemático SNR.

Em nosso entendimento, e de acordo com Chevallard (2001, 2009), a professora, ao fazer matemática, demonstra novamente possuir em seu EP elementos praxeológicos que contribuem na (re)construção da praxeologia para a turma multissérie e que revelam aspectos de sua relação com o saber. No MPDR, concebemos a relação com o saber na construção e gestão das

OMDs como valores diferentes que conformam o *milieu* da professora na primeira e na segunda fase da TDI.

Ao analisarmos a tarefa que consta na Figura 15, evidenciamos no desenvolvimento da praxeologia da professora ao propor essa tarefa outra razão de ser para trabalhar SNR na turma multissérie, que é trabalhar com as operações de adição e subtração e seus algoritmos. Nesse aspecto, inferimos que a aula que era de SNR, cedeu espaço para o trabalho dos algoritmos da adição e subtração.

Nessa tarefa, evidenciamos a professora utilizar no enfrentamento da tarefa a contextualização da matemática pela matemática. Em outras palavras, “proceder ao ensino da matemática pela matemática, isto é, do ensino formalizado e formalizante do conhecimento matemático em seu próprio âmbito” (SILVA, 2009, p. 65).

Ainda referente a essa tarefa, perguntamos à professora: Qual sua intenção ao propor essa atividade? Pois os alunos para resolvê-la têm que usar primeiro o algoritmo da adição ou da subtração.

Como eu disse, esta turma é multisseriada, logo tenho que estar atenta para o tempo, como sei que vou trabalhar daqui a umas semanas as operações de adição e subtração, vou logo adiantando alguma coisa, quando chegar lá na frente eles já têm alguma noção. Sempre que percebo que dá para encaixar alguma coisa de um conteúdo que lá na frente vai ser trabalhado, vou logo adiantando. O conteúdo é muito grande, são duas séries, mesmo eu reduzindo o conteúdo, geralmente não dá para ver em sala tudo que programo para o ano (informação verbal).

Nas palavras da professora, evidenciamos a relação entre o valor da variável institucional tempo didático e o currículo implementado na segunda fase da TDI. A professora, ao dizer “mesmo eu reduzindo o conteúdo geralmente não dá para ver em sala tudo que programo para o ano”, evidencia o quanto o currículo implementado está condicionado ao valor da variável tempo didático nessa ambiência. A frase da professora em destaque corrobora com nossa reflexão, pois é no momento da gestão da OMD que a professora pode perceber se o saber preparado no “texto de saber” é compatível ou não com o valor da variável tempo didático da segunda fases da TDI na turma multissérie.

Nessa perspectiva, e com base no MPDR, inferimos que a professora quando se encontra na segunda fase da TDI ao se confrontar com a relação “saber/duração” reflete sobre o currículo oficial proposto nos livros, sobre a (re)construção da OMD no texto de saber e sobre tempo didático que realmente dispõe para trabalhar na turma formada pelo 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, haja vista que interferem de forma efetiva no trabalho docente da professora.

Assim, a condição oferecida à professora, de ter que trabalhar com mais de um ano do Ensino Fundamental na mesma sala, faz emergir entre outros valores das variáveis institucionais, o currículo implementado e o tempo didático materializado na segunda fase da TDI. Com base no MPDR, inferimos que esses valores conformam a segunda interface da TDI, logo conformam o segundo *milieu* da professora na segunda fase da TDI.

Como citado anteriormente, nessas análises a professora não segue de forma incondicional no momento da gestão da OMD em sala de aula, o modelo (re)construído por ela no texto de saber nem os modelos dos livros didáticos utilizados por ela. Nessa perspectiva, ratificamos que as praxeologias da professora são co-determinadas pelas praxeologias dos livros didáticos; ou seja, o papel do livro didático na (re)construção e gestão da OMD da professora é de co-determinação, haja vista que as praxeologias da professora vão além das praxeologias que constam nos livros didáticos utilizados por ela.

Referente à relação da professora com o saber, nossas análises nessa fase da TDI, permitem-nos inferir que a relação da professora pode ser evidenciada tanto na reconstrução das praxeologias no texto de saber como no desenvolvimento dessas praxeologias na segunda fase da TDI.

6.2 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

6.2.1 Modelo praxeológico de adição e subtração na história de vida da professora

Sob o quadro da TAD, assumimos que a relação pessoal do professor com determinado objeto de estudo constrói-se nos múltiplos processos de sujeição nas instituições nas quais vive esse objeto e que o professor

frequente, evidenciada na construção e gestão das OMDs. Nesse sentido, entrevistamos a professora com objetivo de saber se atualmente tem algum objeto matemático com o qual ela acredita que sua relação pessoal tenha se modificado.

Referente a essa questão, a professora destacou o estudo das quatro operações. Segundo ela, cada vez que trabalha esse tema em sala de aula, consegue entender melhor o que está fazendo. Vejamos, na sequência, outro trecho da entrevista.

Em que você se fundamenta para afirmar que sua relação com as quatro operações foi modificada?

É que antes eu entendia estas operações uma separada da outra, não via relação entre elas, com o passar do tempo essa maneira de ver as operações foi mudando, comecei ver relação entre adição e subtração depois entre adição e multiplicação e assim minha relação foi modificando.

Hoje percebo de forma clara e procuro mostrar para os meus alunos a interação que existe entre essas operações, por exemplo, a subtração é o inverso da adição, a multiplicação é uma adição de parcelas iguais, até a divisão posso ver como adição, quando digo que dentro do vinte o cinco cabe quatro vezes (informação verbal).

Essa forma de ver essa articulação entre as operações vem desde os tempos de aluna do multisseriado?

Não, naquela época não conseguia ver desta forma. Apesar de o assunto ser bem explicado, mas cada operação era trabalhada separadamente, não era mostrada nenhuma ligação entre as operações. Em um semestre era trabalhado adição e subtração e no outro multiplicação e divisão e os únicos recursos usados para ensinar era o quadro e o giz, mas os alunos eram sempre convidados a ir ao quadro para resolver questões, essa é uma prática que eu uso desde os tempos que trabalhava como ajudante de professora no multisseriado. Os problemas eram tirados de um único livro para cada série e seguidos passo a passo (informação verbal).

Como essas operações eram trabalhadas nas três séries? uma abordagem para cada série ou a mesma abordagem para todas as séries?

Como já disse anteriormente, os conteúdos sempre eram trabalhados de forma diferenciada para cada série, inclusive

para este assunto. A professora dividia o quadro em duas partes, uma para a primeira e outra para a segunda série e a terceira série copiava do livro, a professora copiava no quadro a atividade da primeira e a atividade da segunda série e a terceira série copiava a atividade do livro para não ficar parada (informação verbal).

Durante o período em que você foi aluna, as operações matemáticas, em algum momento foram trabalhadas buscando a articulação entre elas?

Apesar de a quarta série ter sido seriada, as operações foram trabalhadas do mesmo jeito sem ligação de uma com a outra. Na quinta série também não percebi nenhuma mudança no tratamento das operações. Mas, a partir da sexta série comecei a perceber mudanças na forma dos professores de matemática tratarem este tema. Eles mostravam algumas relações entre as operações, não da forma que vejo hoje, apesar destas articulações de certa forma terem sido trabalhadas, não me permitiram construir na época conhecimento suficiente, que me levasse a enxergar essas interações como enxergo hoje, mas é neste período que começo perceber que estas operações vistas de forma integrada facilitam o aprendizado (informação verbal).

O que a levou a optar pelo Ensino Médio de Magistério?

Esta escolha não foi por acaso, de certa forma fui influenciada pelas circunstâncias, pois nesta época já trabalhava no multisseriado como ajudante da minha primeira professora, que era minha mãe. Outro fato que me levou a esta opção foi a perspectiva de me tornar professora da comunidade, já que a professora estava entrando em fase de aposentadoria e eu sonhava ser professora da comunidade na escola em que comecei estudar (informação verbal).

A sua formação no Ensino Médio, contribuiu para a evolução da sua relação com as operações matemáticas?

Sim, os professores das disciplinas pedagógicas contribuíram muito para que hoje eu busque formas diferenciadas. Por exemplo, havia uma professora que dizia “quando você for professor e estiver trabalhando um assunto, se perceber que existem alunos que não estão acompanhando de acordo como você espera, continue no assunto e mude de estratégia”. Esse é um aprendizado que utilizo muito, até pelo fato de trabalhar no multisseriado, essa preocupação não acontecia no meu tempo de aluna do multisseriado, mas de certa forma serviu

para refletir como aprendi e hoje buscar formas diferenciadas para trabalhar. Já os professores de matemática trabalhavam sem fazer nenhuma relação dos assuntos da disciplina com o ensino de primeira a quarta série, nem mesmo o professor de metodologia do ensino da matemática fez estas articulações entre as quatro operações (informação verbal).

Durante o período em que você atua como professora, a SEMEC de Santa Maria promoveu cursos de capacitação que contribuíram para melhorar sua relação com esse tema?

Não, a SEMEC nunca promoveu cursos que tratassem de forma específica algum conteúdo. A única exceção foi o projeto Escola Ativa²⁰, que promoveu um curso de capacitação, onde comentou de certa forma esta relação entre as operações. Neste curso de capacitação, foi dado para as escolas que trabalham com o multisseriado material didático como: ábaco; material dourado; material para trabalhar com frações; formas geométricas e outros (informação verbal).

Como você avalia atualmente sua relação com esse tema, considerando as experiências vivenciadas como aluna e como docente?

Com o passar do tempo me sinto mais segura para tratar este assunto, mas sinto que preciso melhorar mais, pois entendo que este assunto é importante para a formação matemática dos alunos. Hoje percebo que as operações estão relacionadas com vários conteúdos da matemática, principalmente a adição. Por exemplo, na escrita dos números romanos; em sucessor e antecessor; na sequência dos números naturais; no trabalho com dezena, centena e milhar; nas frações e outros. Perceber a importância destas operações para o entendimento dos outros assuntos faz com que eu busque entender cada vez mais, para trabalhar melhor com meus alunos (informação verbal).

No seu ponto de vista, quais fatores contribuíram para melhorar sua relação com esse tema?

Em primeiro lugar, como fui aluna do multisseriado e trabalho com turmas multissérie, procuro refletir como era passado o assunto e como posso fazer para ajudar o meu aluno a entender como eu entendo, mesmo sabendo que nem sempre isto é possível, mas, refletir sobre minha prática discente e

20 Programa criado pelo governo Federal para auxiliar o trabalho educativo com classes multisséries.

docente tem rendido bons frutos, ou seja, minha vivência em sala de aula; em segundo lugar, meus estudos nos livros didáticos para preparar as aulas; em terceiro lugar as disciplinas de Matemática, Prática Educativa e Didática, estudadas no Curso Superior de Educação do Campo que estou cursando; e por último a capacitação oferecida pela Escola Ativa (informação verbal).

Para você, qual a importância do livro didático na construção desse conhecimento que melhora sua relação com esse tema?

Vejo o livro didático como um aliado para a elaboração das minhas aulas, mas não sigo exatamente como está no livro, pelo fato de trabalhar com o multisseriado, o tempo não daria para seguir o conteúdo de dois livros de séries diferentes, o fator tempo faz com que eu construa estratégias para tratar os assuntos, até porque não divido o quadro, uma parte para cada série. Trabalho um único assunto de forma a atender as duas séries. Antes da capacitação da Escola Ativa, algumas vezes dividia o quadro outras não, na capacitação os professores mostraram que era possível trabalhar um único conteúdo para as duas séries e assim tenho feito, dá mais trabalho para organizar a aula, mas eu e os alunos ganhamos tempo (informação verbal).

Você prepara suas aulas antes de ministrá-las?

Sim, preparo a aula com antecedência, a cada aula que preparo procuro nos livros os assuntos e vejo como posso abordar de forma unificada. O momento da preparação da aula é um momento em que procuro ter muito cuidado. Para mim, o professor do multisseriado necessita preparar suas aulas e organizar bem as tarefas para executá-las da melhor forma possível, no meu caso, tenho uma turma que é formada por dois anos do Ensino Fundamental, logo o tempo é um fator que tenho que considerar tanto na preparação como na execução da aula (informação verbal).

Qual critério você usa para escolher um único conteúdo para duas séries?

Ao analisar os conteúdos das duas séries, percebo que a maioria é comum, então procuro trabalhá-los usando uma abordagem que atenda aos dois anos, explico os assuntos respeitando o estágio mental de cada grupo de alunos, pois há em alguns casos grandes diferenças de idade, mas entendo que não posso exigir dos alunos do 4º ano o mesmo

desempenho dos alunos do 5º ano, uma vez que os alunos do 4º ano estão vendo o assunto comigo pela primeira vez e os alunos do 5º ano já trabalharam os assuntos no ano anterior. O fato de saber que os alunos do 4º ano estão em outro estágio mental faz com que eu passe avaliações diferenciadas, mesmo tendo trabalhado o conteúdo de forma unificada (informação verbal).

Na fala da professora, evidenciamos em vários momentos ela revelar a evolução de sua relação pessoal com esse objeto matemático em sua história de vida. A articulação que ela admite existir entre essas operações, permite-nos inferir que esse é um objeto que existe para ela, cuja relação não é vazia. Nossas palavras são corroboradas por Chevallard, ao sublinhar: “Dizemos que o existe se a relação pessoal de x com o "não é vazia", denota-se que $R(x, o) \neq \emptyset$ ” (CHEVALLARD 2009, p. 1, tradução nossa, grifos do autor).

Nas palavras da professora:

A partir da sexta série, comecei a perceber mudanças na forma dos professores de matemática tratarem este tema (informação verbal).

Evidenciamos que a evolução de sua relação com esse objeto é fruto de seus encontros com esse objeto nas instituições, nos processos de sujeição e contrassujeição. Nossa reflexão apoia-se em Charlot (2000), pois, para ele, a relação com o saber se desenvolve no tempo em procedimentos por meio de atividades. Em Chevallard (2009), esse processo é identificado como a formação da pessoa; “a pessoa é o par formado por um indivíduo x e o sistema de relações pessoais $R(x, o)$ em um dado momento da história de x ” (CHEVALLARD, p. 1, 2009, tradução nossa, grifos do autor).

No nosso entendimento, durante a entrevista, a professora revela ter construído em suas relações pessoais com esse objeto, componentes praxeológicos que estão integrados em seu EP, quando diz:

Com o passar do tempo me sinto mais segura para tratar este assunto, [...], hoje percebo que as operações estão relacionadas com vários conteúdos da matemática, principalmente a adição, por exemplo, na escrita dos números romanos; em sucessor e antecessor; na sequência dos números naturais; no trabalho com dezena, centena e milhar; nas frações; e outros (informação verbal).

Em Bosch e Gascón (2009), esses componentes praxeológicos que a pessoa possui e podem ser utilizados no enfrentamento de certas situações, sob determinadas condições e restrições que vivem na instituição, compõem o EP de uma pessoa.

A professora, ao considerar que a evolução de sua relação pessoal com esse objeto matemático é consequência de ser sujeito do multisseriado, como aluna e como professora; dos seus estudos nos livros didáticos; da sua formação acadêmica em andamento e da capacitação que recebeu do projeto Escola Ativa, evidencia para nós, sob o enfoque da TAD, admitir sua formação em toda sua história de vida em processos de sujeição e contrassujeição nas instituições.

A professora, ao revelar:

Vejo o livro didático como um aliado para a elaboração das minhas aulas, mas não sigo exatamente como está no livro pelo fato de trabalhar com o multisseriado, o tempo não daria para seguir o conteúdo de dois livros de séries diferentes, o fator tempo faz com que eu construa estratégias para tratar os assuntos, até por que não divido o quadro, uma parte para cada série (informação verbal).

Evidencia para nós sua concepção referente ao papel do livro didático sobre suas praxeologias, como também sua preocupação com a relação “saber/duração” que existe entre os valores currículo oficial, o currículo implementado e o tempo didático. Em Chevallard (2009), vemos que a relação “saber/duração” se constitui em um elemento fundamental para o processo didático.

A professora, ao se referir à seleção dos conteúdos, permite-nos evidenciar sua preocupação com a adequação do saber a ser ensinado para o saber ensinado. À luz da TAD, dizemos que ela demonstra sua preocupação com o fenômeno de TDI.

Quando a professora diz:

Ao analisar os conteúdos das duas séries [...], procuro trabalhá-los usando uma abordagem que atenda aos dois anos, explico os assuntos respeitando o estágio mental de cada grupo de alunos, pois há em alguns casos grandes

diferenças de idade, entendo que não posso exigir dos alunos do 4º ano o mesmo desempenho que dos alunos do 5º ano, uma vez que os alunos do 4º ano estão vendo o assunto comigo pela primeira vez e os do 5º ano já trabalharam este assunto no ano anterior. O fato de saber que os alunos do 4º ano estão em outro estágio mental faz com que eu passe avaliações diferenciadas, mesmo tendo trabalhado o conteúdo de forma unificada (informação verbal).

Sob o quadro da TAD e de acordo com Gascón (2011), evidenciamos a professora enfrentar o problema docente na classe multissérie, que é transpor praxeologias da instituição seriada para a instituição multisseriada, elencado por nós neste trabalho.

Embora a professora tenha destacado a evolução de sua relação com as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, nesta parte do texto tratamos apenas sobre as operações adição e subtração, por entendermos ser suficiente para analisar nosso objeto de pesquisa.

6.2.2 Descrição das OMs de adição e subtração nos livros didáticos

Tal como no SNR tratado por nós neste capítulo, nesta parte do trabalho, por conveniência para análise do objeto desta pesquisa, apenas descreveremos as OMs adotadas nos livros didáticos utilizados pela professora, e destas, os componentes praxeológicos: tarefa e técnica, cujo objetivo é contrastar com a OMD (re)construída no texto de saber pela professora, e assim, evidenciar a parte prático-técnico nas praxeologias da professora.

Esse tema é abordado nos livros A_1 , A_2 , B_1 e B_2 . Nas Figuras de 16 a 19 constam a OM do livro A_1 .

As ideias da adição

Para recordar o que você já aprendeu sobre a adição, resolva as situações abaixo que envolvem as ideias de **juntar** e **acrescentar**.

A escola onde Marina estuda organizou uma festa para arrecadar dinheiro a ser usado na reforma da quadra de esportes.



- a) Participaram da organização da festa 87 alunos do turno da manhã e 90 alunos que estudam à tarde. Quantos alunos ajudaram na organização da festa? $87 + 90 = 177$; 177 alunos
- b) A escola já possuía 1 600 reais para a reforma da quadra. Com a festa, conseguiram arrecadar mais 2 100 reais. Quantos reais a escola possui agora para a reforma? $2\ 100 + 1\ 600 = 3\ 700$; 3 700 reais

Figura 16: Esquema da OM no livro A₁.
Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

As ideias da subtração

Agora, vamos rever as ideias da subtração que envolvem as ações de **irar**, **completar** e **comparar**.



Atividades

Registre em seu caderno.

- Na escola de Marina estudam 488 alunos. Desses alunos, 387 foram à festa. Quantos não foram à festa? $488 - 387 = 101$; 101 alunos
- A reforma da quadra já começou. Copie a opção que mostra como se chegou ao número do cartaz abaixo. Professor, peça aos alunos que justifiquem a escolha feita. Ver no Manual do Professor como isso pode ser feito.



- A Duração total da obra menos período já trabalhado .
- C Período já trabalhado menos duração total da obra .

Figura 17: Esquema da OM no livro A₁.
Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

Adição e subtração: operações inversas

Observando a situação abaixo, podemos perceber por que a **adição** e a **subtração** são **operações inversas**: o que uma faz a outra desfaz.

No auditório da escola já havia 304 alunos. Chegaram mais 21 alunos. Quantos alunos ficaram no auditório?

$$304 + 21 = 325$$

Ficaram no auditório 325 alunos.


Se, desse total de alunos, 21 saírem do auditório, quantos ficarão?

$$325 - 21 = 304$$

Ficarão 304 alunos.

Figura 18: Esquema da OM no livro A₁.

Fonte: Bordeaux (et al., 2008).



Situações-problema

Resolva em seu caderno.

1. Ontem Marcela fez aniversário. Ela nasceu em 1989. Quantos anos ela tem agora? Marcela tem (resultado do cálculo do ano atual menos 1989) anos.
2. A capacidade de um teatro é de 493 espectadores. Já foram vendidos 145 ingressos para a sessão de hoje. Quantas pessoas ainda podem comprar ingresso? $493 - 145 = 348$; 348 pessoas
3. Leandro tinha 310 reais. Comprou uma camisa por 38 reais, uma calça por 79 reais e um par de tênis por 129 reais. Agora ele quer comprar um frasco de perfume que custa 48 reais. Vai faltar ou sobrar dinheiro? Quanto? $38 + 79 + 129 = 246$; $310 - 246 = 64$; $64 - 48 = 16$
ou: $246 + 48 = 294$; $310 - 294 = 16$. Vão sobrar 16 reais.
4. A biblioteca da escola de Carlos tem 5 114 livros. Hoje só há 4 218. Quantos livros estão emprestados? $5\ 114 - 4\ 218 = 896$; 896 livros
5. Você já ouviu falar em Monteiro Lobato, autor das histórias do "Sítio do Pica-pau Amarelo"? Em 2008, fez 60 anos de sua morte. Calcule o ano em que ele nasceu, sabendo que ele viveu 66 anos. Monteiro Lobato nasceu em 1882.

Figura 19: Esquema da OM no livro A₁.

Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

No livro A_1 , as operações de adição e subtração são abordadas tendo como razão de ser a compreensão que diferentes situações envolvendo diferentes ideias podem ser resolvidas por meio de uma mesma operação. A OM desse livro é construída a partir da noção de adição (juntar e acrescentar) e da ideia de subtração (que envolve ações de tirar, completar e comparar).

Na sequência, o livro trata as operações de adição e subtração como operações inversas, apresenta os termos da adição e subtração, mostra a soma e subtração com números terminados em zero, realiza adição e subtração fazendo uso da decomposição, trabalha os algoritmos da adição e subtração, por fim trabalha a prova real utilizando a inversão das operações.


Nas situações-problema, o livro apresenta quatro tipos de tarefas (*vide* Quadro 6).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|--|---|
| Primeira, segunda, quarta, quinta, e sexta letras (b), (c), (d) e (e). | O uso do algoritmo da subtração. |
| Terceira | Uso dos algoritmos da adição e depois da subtração. |
| Sexta letra (a) | Uso do algoritmo da adição. |
| Sexta letra (f) | Uso dos algoritmos da subtração e depois da adição. |

Quadro 6: Quadro dos tipos de tarefas do livro A_1 .

Nas Figuras de 20 a 22, constam a OM do livro A_2 .

Propriedades da adição

 **Atividades**
Registre em seu caderno.

1. Observando as adições da primeira coluna, descubra o que falta nas adições da segunda coluna.

a) $6089 + 7070 = 13159$ \Leftrightarrow $7070 + \text{????} = 13159$

b) $7585 + 4956 = 12541$ \Leftrightarrow $\text{????} + 7585 = 12541$

c) $2108 + 24103 = 26211$ \Leftrightarrow $24103 + 2108 = \text{????}$

Em cada adição, a ordem das parcelas foi trocada e o resultado não mudou.

Figura 20: Esquema da OM no livro A_2 .
Fonte: Bordeaux et al. (2008).

Adição e subtração: operações inversas

Observe as seguintes operações:

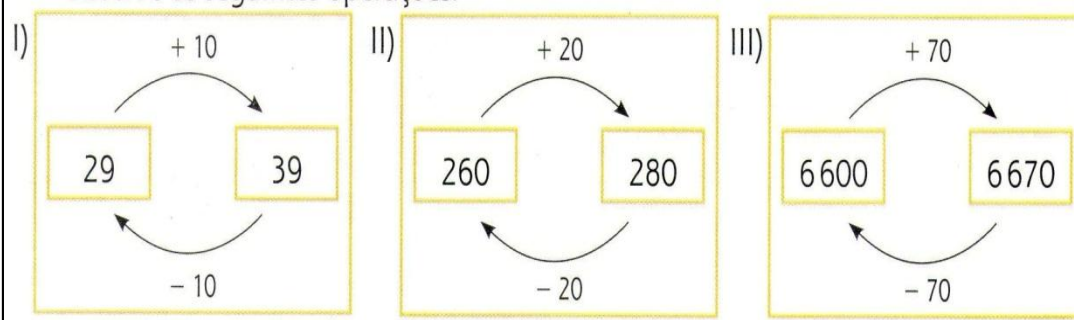


Figura 21: Esquema da OM no livro A₂.
Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

1. Para as igualdades ficarem verdadeiras, descubra quanto deve ser subtraído.

$$23 + 57 = 100 - 20$$

- | | |
|---|---|
| a) $240 + 660 = 1000 -$ 2000 | d) $5951 + 49 = 6000 -$ 2000 |
| b) $870 + 330 = 2000 -$ 2000 | e) $6700 + 300 = 10000 -$ 2000 |
| c) $1055 + 45 = 2000 -$ 2000 | f) $3440 + 360 = 5000 -$ 2000 |

2. Descubra o valor dos termos que estão faltando nas adições abaixo.

- | | |
|--|---|
| a) $215 + 25 + 349 =$ 2000 | c) $2999 +$ 2000 $+ 20 = 3100$ |
| b) $31 + 310 +$ 2000 $= 3006$ | d) $215 + 3015 + 5 =$ 2000 |

3. Descubra o valor dos termos que estão faltando nas subtrações abaixo.

- | | |
|--|--|
| a) $60004 - 28743 =$ 2000 | c) 2000 $- 34452 = 5553$ |
| b) $50003 -$ 2000 $= 34452$ | d) $40003 -$ 2000 $= 23364$ |

4. Continue encontrando o valor dos termos que faltam.

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| a) 2000 $+ 930 = 1000$ | d) 2000 $- 11111 = 23454$ |
| b) 2000 $+ 2800 = 10000$ | e) 2000 $- 350 = 30004$ |
| c) 2000 $+ 4450 = 4900$ | f) 2000 $- 4000 = 23343$ |

5. Resolva as situações-problema.

- a) Clara comprou uma agenda por R\$ 26,00 e uma lapiseira por R\$ 8,00. Quanto recebeu de troco se pagou sua compra com uma nota de R\$ 50,00?



- b) Paulo já possuía R\$ 45,00. Sua mãe lhe deu mais R\$ 55,00. Quanto lhe falta para poder comprar uma bola que custa R\$ 119,00?

Figura 22: Esquema da OM no livro A₂.
Fonte: Bordeaux (et al., 2008).

No livro A_2 , as operações de adição e subtração são abordadas tendo como razão de ser o uso concomitante das operações de adição e subtração nas expressões numéricas. A OM desse livro é construída a partir da ideia de adição e seus termos; na sequência aborda: o algoritmo e as propriedades comutativa, associativa e elemento neutro da adição; a ideia de subtração e seus termos; as operações de adição e subtração como operações inversas; expressões numéricas com adição e subtração e, por fim, trabalha as tarefas envolvendo essas operações.

O livro apresenta nas atividades complementares quatro tipos de tarefas. (vide Quadro 7).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|---|---|
| Primeira, segunda letras (b) e (c), terceira letra (c), quarta letras (d), (e) e (f), quinta letras (a) e (b) e décima segunda letras (a), (b) e (c). | Uso dos algoritmos da adição e depois da subtração. |
| Segunda letras (a) e (d), quinta letra (c), sexta letras (a), (b) e (c), nona letras (a) e (b) e décima letras (a), (b) e (c), | Uso do algoritmo da adição. |
| Terceira letras (a), (b) e (d), sexta letras (d) e (e), oitava, nona letras (c) e (d), e a décima letras (d), (e) e (f). | Uso do algoritmo da subtração. |
| Quarta letras (a), (b) e (c), quinta letra (d) e décima segunda letras (d), (e) e (f). | Uso dos algoritmos da subtração e depois da adição. |

Quadro 7: Quadro dos tipos de tarefas do livro A_2 .

Nas Figuras 23 a 25, constam as OMs do livro B_1 .

Adição por decomposição

1. Jonas tinha R\$ 526,00 na poupança e depositou R\$ 143,00. Quanto ele tem agora de saldo na poupança?
Copie em seu caderno o esquema abaixo e resolva:

526 → 500 + 20 + 6

143 → 100 + 40 + 3

600 + 60 + 9

6 6 9

Simplificando: 526 + 143 = 669


Com quanto Jonas está na poupança? Jonas está com R\$ 669,00 na poupança.

Figura 23: Esquema da OM no livro B_1 .

Fonte: Dante (2001).

Subtração por decomposição

1. Renato quer comprar uma bicicleta de R\$ 300,00. Como já tem R\$ 178,00, quanto dinheiro ainda deve juntar?
Para dar a resposta, você deve fazer a subtração $300 - 178$:



178 = 100 + 70 + 8
Então tiro 100, depois tiro 70 e depois tiro 8.

| |
|-------------------|
| $300 - 100 = 200$ |
| $200 - 70 = 130$ |
| $130 - 8 = 122$ |

Quanto Renato ainda precisa juntar? R\$ 122,00

2. Veja mais um exemplo e, em seu caderno, resolva os outros pela decomposição:

| | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------|
| $4\ 000 - 1\ 672 = 2\ 328$ | $4\ 000 - 1\ 000 = 3\ 000$ | a) $80 - 47$ |
| | $3\ 000 - 600 = 2\ 400$ | b) $900 - 536$ |
| | $2\ 400 - 70 = 2\ 330$ | c) $5\ 000 - 2\ 845$ |
| | $2\ 330 - 2 = 2\ 328$ | d) $700 - 48$ |

Figura 24: Esquema da OM no livro B₁.
Fonte: Dante 2001.

2. Resolva em seu caderno.
Ricardo quer comprar um par de tênis, um par de patins e uma camiseta. Ele tem R\$ 200,00. Quanto ainda precisa juntar? R\$ 14,00



3. Veja as anotações do tio José:

| Recebi | Gastei | | | |
|--------------|----------------------|-------|-------|---------|
| R\$ 1 850,00 | R\$ 420,00 Aluguel | 1 850 | 420 | 2 270 |
| R\$ 265,00 | R\$ 530,00 Comida | + 265 | 530 | - 1 443 |
| | R\$ 95,00 Água e luz | 2 115 | 95 | 0 672 |
| | R\$ 398,00 Extras | | + 398 | 1 443 |

Responda em seu caderno:

a) Quanto tio José recebeu? Recebeu R\$ 2 115,00.

b) Quanto gastou? Gastou R\$ 1 443,00.

c) O dinheiro que o tio José recebeu é suficiente para pagar todas as contas? Sim, pois recebeu R\$ 2 115,00 e gastou R\$ 1 443,00.

d) Em caso positivo, quanto sobrou? R\$ 672,00

e) Em caso negativo, quanto faltou? —

Figura 25: Esquema da OM no livro B₁.
Fonte: Dante (2001).

No livro B_1 , as operações de adição e subtração são abordadas tendo como razão de ser o uso dessas operações para resolver situações-problema. A OM desse livro é construída a partir das ideias de adição e subtração; na sequência, trata a adição com arredondamento aproximado; a adição por decomposição; o algoritmo e as propriedades comutativa, elemento neutro e associativa da adição; a subtração por decomposição; o algoritmo da subtração; as operações de adição e subtração como operações inversas e encerra com as tarefas.

As situações-problema apresentam seis tipos de tarefas (*vide* Quadro 8).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|---|---|
| Primeira, segunda, sexta e oitava. | Uso dos algoritmos da adição e depois da subtração. |
| Terceira letras (a) e (b) e a quinta letra (c). | Uso do algoritmo da adição. |
| Terceira letra (c). | Uso da comparação entre números naturais |
| Terceira letras (d) e (e) e quarta letra (b). | Uso do algoritmo da subtração |
| A quarta letra (a) | Uso do algoritmo da subtração e o arredondamento de números naturais por aproximação. |
| Sétima | Uso do algoritmo da subtração e depois da adição |

Quadro 8: Quadro dos tipos de tarefas do livro B_1 .

Nas Figuras de 26 a 29 constam as OMs do livro B_2 .

A sequência dos números naturais começa com o zero e não tem fim. Os números são obtidos pela adição de uma unidade ao número anterior (0, $0 + 1 = 1$, $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, e assim por diante).

O conjunto desses números é chamado de **conjunto dos números naturais** e é representado assim:

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$

Sucessor e antecessor

Escreva o que se pede em seu caderno.

a) O sucessor de 12.

b) O antecessor de 36.

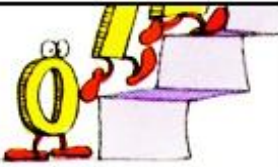




Figura 26: Esquema da OM no livro B_2 .


Fonte: Dante (2001)

1. A distância de Porto Alegre a São Paulo é de aproximadamente 1 107 quilômetros. A de São Paulo a Fortaleza é de aproximadamente 3 065 quilômetros. Qual é a distância de Porto Alegre a Fortaleza, passando por São Paulo?

★ Compreendendo ★
 Você sabe a distância de Porto Alegre a São Paulo e também a distância de São Paulo a Fortaleza. Quer saber a distância de Porto Alegre a Fortaleza, passando por São Paulo.

★ Planejando ★
 Uma das idéias da adição é juntar. São Paulo está entre Porto Alegre e Fortaleza. Então, para saber a distância de Porto Alegre a Fortaleza basta efetuar a adição $1\ 107 + 3\ 065$.

★ Executando ★
 Efetuamos a adição:



| UM | C | D | U |
|-----|---|----------------|---|
| 1 | 1 | 0 ¹ | 7 |
| + 3 | 0 | 6 | 5 |
| 4 | 1 | 7 | 2 |

$7 + 5 = 12$ unidades
 ou
 1 dezena e 2 unidades

| | | | | |
|-----|---|----------------|---|-----------|
| 1 | 1 | 0 ¹ | 7 | → parcela |
| + 3 | 0 | 6 | 5 | → parcela |
| 4 | 1 | 7 | 2 | → soma |

Figura 27: Esquema da OM no livro B₂.
 Fonte: Dante (2001).

1. Veja o que podemos fazer usando apenas os números 300, 400 e 700:

| | |
|-------------------|-------------------|
| $300 + 400 = 700$ | $700 - 400 = 300$ |
| $400 + 300 = 700$ | $700 - 300 = 400$ |

Faça no caderno o mesmo com:

a) 220, 300 e 520 b) 1 245, 3 176 e 4 421

2. Descubra a operação a fazer. Copie e complete em seu caderno.

a) $\boxed{} + 25 \rightarrow 81$

b) $\boxed{} - 70 \rightarrow 380$

c) $1365 \rightarrow \boxed{} \rightarrow 1600$

d) $3466 \rightarrow \boxed{} \rightarrow 1310$

Figura 28: Esquema da OM no livro B₂.
 Fonte: Dante 2001.

6. Numa eleição, estavam inscritos 23 105 eleitores.
Concorreram os candidatos A, B, C e D. Veja o resultado:

| Candidato | Votos |
|-------------------------------|-------|
| A | 3 245 |
| B | 7 370 |
| C | 6 250 |
| D | 4 125 |
| Votos em branco e votos nulos | 1 535 |

Responda em seu caderno.

- Quantos eleitores votaram nessa eleição?
- Quantos eleitores deixaram de votar?
- Quantos foram os votos válidos nessa eleição?
- Qual o candidato mais votado? Quantos votos ele teve?
- Qual a diferença de votos entre o primeiro e o segundo colocado?

Figura 29: Esquema da OM no livro B₂.
Fonte: Dante (2001).

No livro B₂, as operações de adição e subtração são abordadas tendo como razão de ser o uso dos algoritmos das operações de adição e subtração em diferentes situações. A OM desse livro é construída a partir das ideias de adição e subtração; em seguida associa a noção de adição à noção de antecessor e sucessor para construir o conjunto dos naturais; na sequência, faz menção aos números naturais pares e ímpares e a comparação dos números naturais; aborda o algoritmo e as propriedades comutativa, elemento neutro e associativa da adição; o algoritmo da subtração e, por fim, trabalha as tarefas.

As situações-problema apresentam seis tipos de tarefas (*vide* Quadro 9).

| Tipos de tarefas | Técnica |
|---|---|
| Primeira, segunda, sexta e oitava. | Uso dos algoritmos da adição e depois da subtração. |
| Terceira letras (a) e (b) e a quinta letra (c). | Uso do algoritmo da adição. |
| Terceira letra (c). | Uso da comparação entre números naturais |
| Terceira letras (d) e (e) e quarta letra (b). | Uso do algoritmo da subtração |
| A quarta letra (a) | Uso do algoritmo da subtração e o arredondamento de números naturais por aproximação. |
| Sétima | Uso do algoritmo da subtração e depois da adição |

Quadro 9: Quadro dos tipos de tarefas do livro B₂.

6.2.3 Descrição da OMD de adição e subtração no texto de saber

Nesta parte do texto, fazemos a descrição da OMD de adição e subtração (re)construída pela professora no “texto de saber”. Nosso objetivo ao fazermos essa descrição é levantar informações que nos permitam analisar com base no referencial teórico e no MPDR a primeira fase da TDI.

Nas Figuras de 30 a 33, constam as OMs do texto de saber.

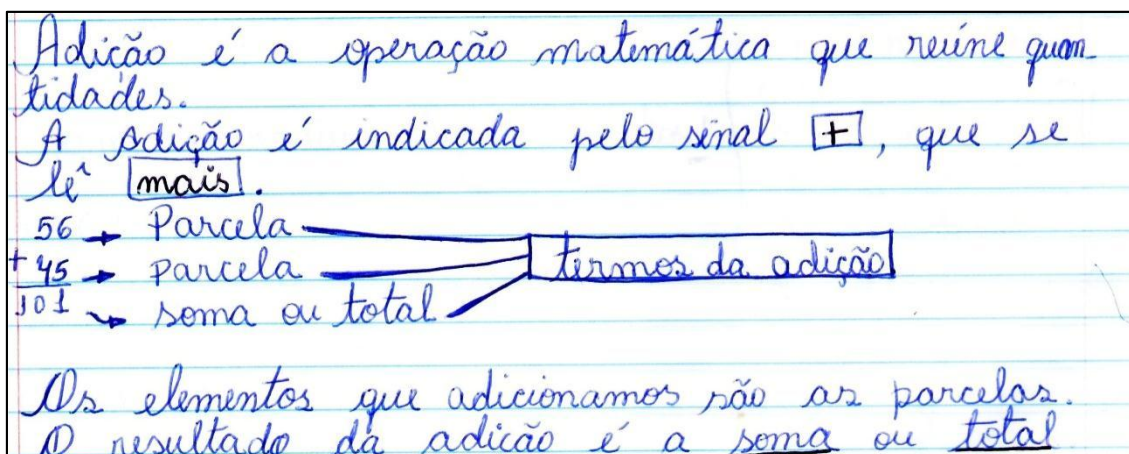


Figura 30: Texto de saber elaborado pela professora.
Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

Você já sabe que a subtração, depende da situação em que se apresenta, pode ter três ideias. Veja os exemplos:

- * Subtrativa (quanto sobra?)
- * Aditiva (quanto falta?)
- * Comparativa (quanto tem a mais?)

Numa subtração, temos:

| | | | | |
|----|----|--------------------|---------------------|------------|
| 56 | → | minuendo | termos da subtração | |
| - | 45 | → | | subtraendo |
| 11 | → | resto ou diferença | | |

Figura 31: Texto de saber elaborado pela professora.
 Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

- 1- Virgiane tem R\$ 10,00 e Augusto tem R\$ 15,00. Juntos, quantos reais eles tem? R\$
- 2- Na classe de Flávia há 20 meninas e 36 meninos. Qual o total de alunos nesta classe?
- 3- Flávia tem 25 figurinhas coladas no álbum. Hoje ele vai colar mais 50 fig. Quantas figurinhas ficaram coladas?
- 4- Na Classe de Lurdes havia 28 alunos. Chegaram outros 5 alunos transferidos. Quantos alunos a classe de Lurdes tem agora?
- 5- Maria faz aniversário no dia 17/11 e seu irmão Rafael faz aniversário uma semana depois. Em que dia Rafael faz aniversário?
24/11 (17+7=24)

Figura 32: Texto de saber elaborado pela professora.
 Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

1 - numa gaveta havia 8 garfos. Dona Clara usou 5 para servir a refeição. Quantos restaram na gaveta?

2 - Debora tinha R\$ 33,00 e gastou R\$ 25,00. Com quanto ficou?

3 - Svo tem R\$ 13,00 e quer comprar um brinquedo que custa R\$ 20,00. Quanto falta para Svo poder comprar o brinquedo?

4 - Patrícia tem 11 anos. O pai dela tem 39 anos. Qual é a diferença entre as duas idades?

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 11 \\ \hline 28 \end{array}$$

5 - A idade da mãe de Vera é 42 anos. A diferença entre a idade da mãe de Vera e a idade de Vera é 28 anos. Qual a idade de Vera?

$$\begin{array}{r} 42 \\ - 28 \\ \hline 14 \end{array} \text{ 14 anos.}$$

Figura 33: Esquema das tarefas na OM do texto de saber.
Fonte: Fragmento do Texto de Saber elaborado pela professora.

Na (re)construção da OMD de adição e subtração no texto de saber, evidenciamos que a razão de ser dessas operações na turma multissérie do quarto e quinto ano é usá-las para resolver situações-problema.

A professora, ao (re)construir a OMD no texto de saber, toma como ponto de partida as ideias de adição e de subtração juntamente com os algoritmos dessas operações. Em seguida, trabalha cinco tarefas para serem enfrentadas com o algoritmo da adição, cinco tarefas para serem enfrentadas com o algoritmo da subtração e depois trabalha doze problemas sendo divididos em dois grupos (de um a sete e de um a cinco).

Referente aos doze problemas, o primeiro grupo apresenta cinco tipos de tarefas. A primeira pode ser enfrentada utilizando o algoritmo da subtração; a segunda pode ser enfrentada com o algoritmo da adição; na terceira, a técnica a ser usada é transformar seis centenas em unidades e em seguida

usar o algoritmo da adição; a quarta pode ser enfrentada transformando sete centenas e meia em unidades e em seguida fazer uso do algoritmo da subtração; e a quinta, a sexta e a sétima são tarefas do mesmo tipo e podem ser enfrentadas utilizando como técnica os algoritmos da adição e subtração.

O segundo grupo de tarefas apresenta três tipos de tarefas. A primeira e a segunda são tarefas do mesmo tipo e podem ser enfrentadas com o algoritmo da adição; a terceira e a quarta são de outro tipo e podem ser enfrentadas com o algoritmo da subtração; e a quinta tarefa pode ser enfrentada com os algoritmos da adição e subtração, logo é uma tarefa de outro tipo.

6.2.4 Análise da primeira fase da TDI de adição e subtração

No texto de saber (re)reconstruído pela professora, analisamos a primeira fase da TDI de adição e subtração com base no referencial teórico e no MPDR. Nosso objetivo foi evidenciar nessa análise as variáveis institucionais e epistemológicas e seus respectivos valores que conformam o *milieu* da professora nessa fase da TDI desse tema, também buscamos identificar o papel das praxeologias dos livros didáticos sobre as praxeologias da professora (re)construídas no texto de saber.

Nessa primeira fase da TDI de adição e subtração, momento no qual não há interação direta entre professor e aluno, evidenciamos que, embora a professora faça uso de quatro livros didáticos para trabalhar adição e subtração, a OMD desse tema (re)construída por ela no “texto de saber”, não segue de forma absoluta o modelo de nenhuma das OMs desses livros.

Ao analisarmos a OMD no texto de saber, evidenciamos que a professora trabalha as ideias de adição e subtração juntamente com os respectivos algoritmos; na sequência trabalha blocos de problemas, primeiro envolvendo separadamente a noção de adição e seu algoritmo, a noção de subtração e seu algoritmo e posteriormente problemas que envolvem a noção de adição e/ou de subtração ou vice-versa.

Referente à transposição dessa praxeologia dos livros didáticos da instituição seriada, para o “texto de saber” que será aplicado na instituição multisseriada, evidenciamos que a professora, ao fazer a transposição da

praxeologia de uma instituição para a outra, altera o bloco prático-técnico da praxeologia, nossa reflexão basea-se em Chevallard (2009), ao enfatizar:

Se $\Pi \oplus \Lambda$ denota uma praxeologia $[\Pi / \tau / \theta / \Theta]$ existente em uma instituição I , a sua transposição para outra instituição I^* , pode-se denotar por $(\Pi \oplus \Lambda)^*$, e pode em alguns casos (aproximadamente) se escrever $\Pi \oplus (\Lambda^*)$: nesse caso, a *práxis* será bem (essencialmente) a mesma, mas o *logos* terá mudado. A praxeologia transposta $(\Pi \oplus \Lambda)^*$ às vezes pode também ser escrita $(\Pi^*) \oplus \Lambda$, na qual o *logos* será mantido, mas *apraxis* alterada, e que às vezes é esvaziada de sua substância (teremos $\Pi^* \approx \emptyset$) (CHEVALLARD, 2009, p. 4, grifos do autor, tradução nossa).

Nessa perspectiva, evidenciamos na tomada de decisão da professora em alterar a *práxis* da praxeologia, sua atenção com a relação “saber/duração” (Chevallard, 2009), a qual faz emergir o valor da variável institucional tempo didático, que nessa primeira fase da TDI é entendido por nós de acordo com o MPDR apenas como uma conjectura, sob o quadro da TAD concebemos esse valor da variável como uma restrição ao trabalho docente na turma multissérie.

Relativo às restrições Gascón (2011) sublinha que

a interpretação e estruturação das OMs em cada nível de hierarquia condicionam as formas possíveis de organizar o estudo, ao passo que, reciprocamente, a natureza e as funções dos dispositivos didáticos existentes em cada nível determinam, em grande parte, o tipo de OM que será possível reconstruir (GASCÓN, 2011, p. 218, tradução nossa).

Ainda referente à transposição da praxeologia entre as instituições realizada pela professora, evidenciamos nessa primeira fase da TDI o currículo oficial ceder espaço para o currículo implementado, todavia ressaltamos, nessa fase da TDI, que o currículo implementado é concebido por nós na perspectiva de uma proposição. No MPDR, tanto o currículo oficial como o currículo implementado são identificadas como valores da variável institucional currículo que conformam o *milieux* da professora na TDI nas turmas multisséries.

A professora, ao dar ênfase aos algoritmos das operações de adição e subtração em todo o desenvolvimento da OMD, permite-nos vislumbrar que a razão pela qual trabalha esse tema na turma multissérie é o uso dos algoritmos

dessas operações na resolução das situações-problema que envolvam as noções de adição e subtração.

Nesse aspecto, evidenciamos a relação que a professora tem com esse saber que é revelada na entrevista que consta nesse capítulo na seção 6.2.1 quando diz:

Com o passar do tempo me sinto mais segura para tratar este assunto, mas sinto que preciso melhorar mais, pois entendo que este assunto é importante para a formação matemática dos alunos (informação verbal).

Essa relação que a professora demonstra ter com esse saber é evidenciada por nós na sequência didática da OMD (re)construída no “texto de saber”, pois se diferencia em muito da sequência didática das OM dos livros didáticos. Sob o enfoque da TAD, nesse aspecto inferimos que, provavelmente, a professora, nos processos de sujeição, quando de seu encontro com esse objeto matemático nas instituições em que frequentou, (re)construiu e integrou em seu EP componentes praxeológicos que lhe apoiam na (re)construção e transposição das praxeologias da instituição seriada para a instituição multisseriada. Nesse sentido, Chevallard assevera que

A formação de uma pessoa enquanto sujeito de uma instituição, por exemplo, a formação *profissional* de uma pessoa, supõe assim uma dinâmica cognitiva e praxeológica que resulta da exploração e adequação de novas sujeições expressamente imprimidas para a pessoa, o que implica um trabalho de identificação e de tratamento dos conflitos relacionados ao choque das novas sujeições com as sujeições anteriores, quando os primeiros são experimentados pela pessoa como incompatíveis com a sua “identidade” (CHEVALLARD, 2009, p. 4, grifos do autor, tradução nossa).

Com base nessa afirmativa e no relato da professora, que consta na entrevista presente neste capítulo, inferimos que a formação da professora como pessoa e como docente se constitui em sua história de vida na multiplicidade dos processos de suas sujeições nas instituições.

Ao analisarmos essa fase da TDI de adição e subtração realizada pela professora, evidenciamos que, embora a professora utilize os livros didáticos

mencionados neste trabalho para (re)construir as OMDs no “texto de saber”, a OMD de adição e subtração nessa fase da TDI realizada pela professora, é co-determinada pelas OMs desses livros. Essa co-determinação pode ser ratificada na sequência didática da OMD (re)construída no texto de saber e desenvolvida em sala de aula. Nossa reflexão é conformada na fala da professora quando diz:

Vejo o livro didático como um aliado para a elaboração das minhas aulas, mas não sigo exatamente como está no livro, pelo fato de trabalhar com o multisseriado, o tempo não daria para seguir o conteúdo de dois livros de séries diferentes, o fator tempo faz com que eu construa estratégias para tratar os assuntos (informação verbal).

Nossas análises referentes à primeira fase da TDI de adição e subtração levam-nos à conclusão de que nessa fase do trabalho transpositivo, o livro didático norteia a (re)construção da OMD de adição e subtração no texto de saber da professora, todavia não determina essa (re)construção. Assim, inferimos que o papel do livro didático na (re)construção da OMD realizada pela professora no texto de saber é de co-determinação.

6.2.5 Descrição da OMD de adição e subtração na sala de aula

Nesta parte do texto, consta a descrição da OMD de adição e subtração trabalhada em sala de aula pela professora, essa descrição objetiva evidenciar como a professora trata esse tema na turma multissérie, e assim analisar com base no referencial teórico e no MPDR a segunda fase da TDI.

A professora inicia a aula dizendo que as operações matemáticas fundamentais são quatro: adição, subtração, multiplicação e divisão, mas irá começar o trabalho com adição e subtração. Ela diz aos alunos que as operações de adição e subtração são operações inversas, e enfatiza:

A palavra “inversa” pode ser entendida como “contrária”. A subtração é contrária da adição e a adição é contrária da subtração, o que uma faz a outra desfaz (informação verbal).

A professora trabalha primeiramente a noção de adição. Nesse sentido, ao tratar essa operação diz:

A ideia de adição é de reunir quantidades, juntar, ganhar, aumentar o valor do número (informação verbal).

Ela destaca duas formas que os alunos podem usar para efetuar a operação de adição:

Para somar dois números, vocês podem arrumar de duas formas: uma é colocar um número embaixo do outro, a outra forma é colocar um número do lado do outro. Na primeira, devemos arrumar unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena embaixo de centena e assim por diante, mas nos dois casos, devemos somar unidade com unidade, dezena com dezena, centena com centena e assim por diante (informação verbal).

Em seguida, a professora mostra no quadro alguns exemplos de como os alunos devem proceder na adição (*vide* Figura 34).

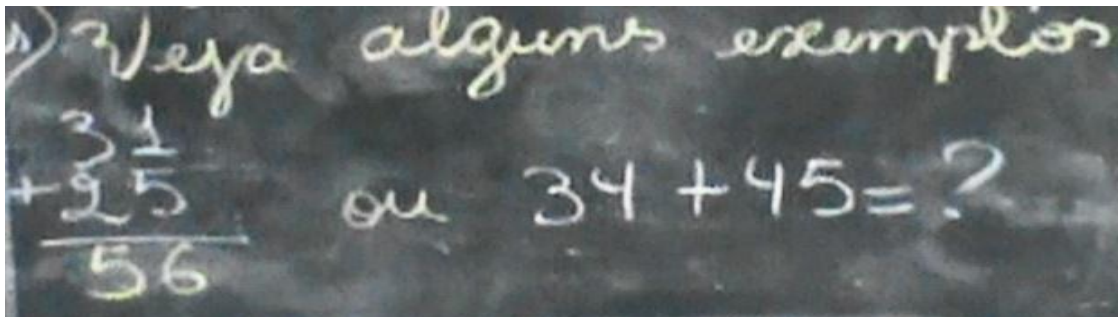


Figura 34: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

A professora realiza a adição do número 31 com o número 25 explicando.

Uma unidade mais cinco unidades são seis unidades, três dezenas mais duas dezenas são cinco dezenas, cinco dezenas são iguais a cinquenta unidades e cinquenta unidades mais seis unidades são iguais a cinquenta e seis unidades (informação verbal).

A adição dos números $34 + 45$ a professora pede para os alunos fazerem no caderno, em seguida verifica o caderno de todos os alunos. Aos alunos que não conseguiram, ela explica no caderno como funciona o modelo, após esse momento, escreve no quadro uma atividade que contém o algoritmo da adição, nos dois modelos, várias vezes.

Na sequência, a professora trabalha a noção de subtração e diz:

Dependendo da situação a ideia de subtração pode ser de quanto sobra, quanto falta ou quanto tem a mais (informação verbal).

A professora, para realizar a operação de subtração, utiliza os mesmos modelos utilizados na adição; ou seja, um número embaixo do outro ou um número do lado do outro, nesse caso com o sinal de subtração. Dando seguimento à aula, a professora coloca no quadro uma atividade envolvendo adição e subtração, com os números um ao lado do outro, mas no momento de resolver as situações, arrumar os números um embaixo do outro e realiza as operações (*vide* Figura 35).

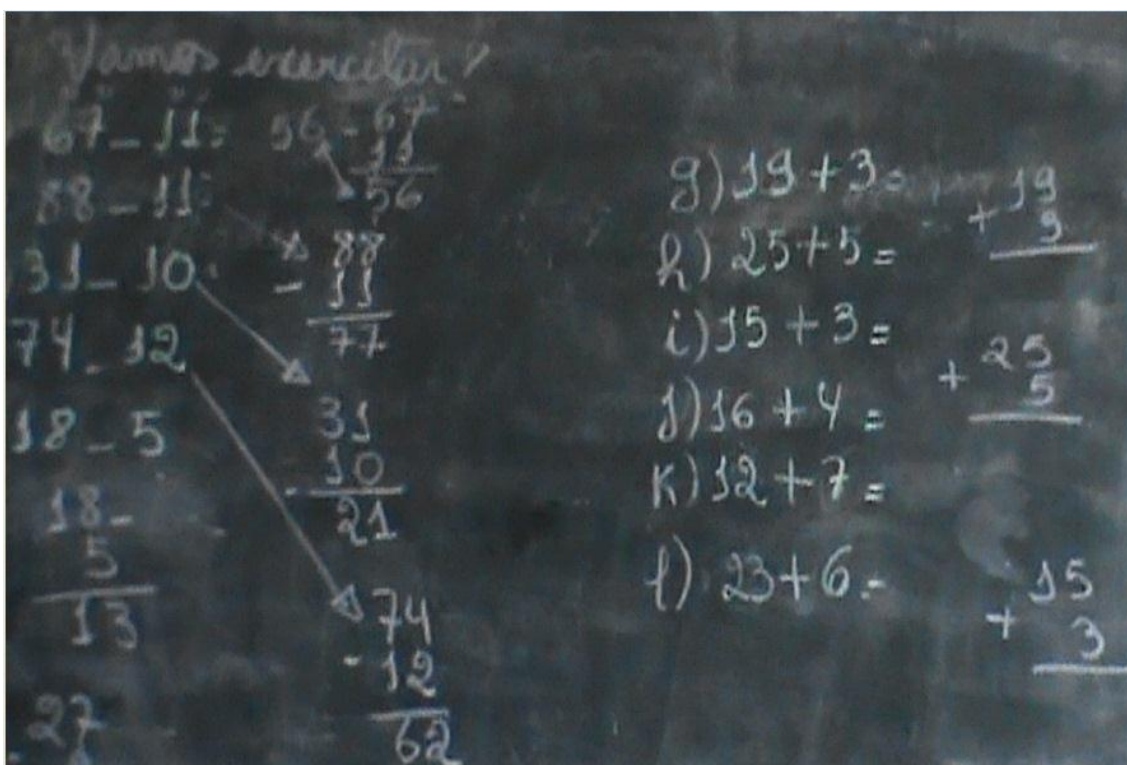


Figura 35: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

A professora resolve todos os itens no quadro explicando a técnica que está envolvida nos algoritmos das operações em cada situação. Por exemplo, no caso da adição do número 25 com o número 5 e na subtração do número 74 com o número 12, a professora explica:

Cinco unidades mais cinco unidades são iguais a dez unidades, nesse caso formou uma dezena, o número um que representa uma dezena vai para a casa das dezenas e fica o zero na casa das unidades. Uma dezena que foi mais duas dezenas é igual a três dezenas, e três dezenas são iguais a trinta unidades. Quatro unidades menos duas unidades é igual a duas unidades, e sete dezenas menos uma dezena é igual a seis dezenas, como seis dezenas é igual a sessenta unidades. Então, sessenta unidades mais duas unidades é igual a sessenta e duas unidades.

Após essa fase de treino com os algoritmos da adição e subtração, a professora propõe um jogo que ela confeccionou denominado de baralho, com quarenta cartas. As cartas do baralho são de quatro cores, cada cor com dez cartas numeradas de um a nove, e uma carta com uma figura que representa o número dez.

Para a realização do jogo, a professora chama duas duplas de alunos, uma com alunos do 4º ano e outra com os alunos do 5º ano, após as cartas serem misturadas, cada aluno retira quatro cartas, uma de cada cor, os participantes devem virar as cartas e dizer o valor de cada uma e fazer a soma das respectivas cartas, sendo que os cálculos devem ser realizados sem o auxílio do algoritmo, “mentalmente”, nas palavras da professora.

Quem conseguir o maior valor será o vencedor, após cada aluno ter revelado o valor conseguido, a professora coloca no quadro o nome de cada aluno e os valores correspondentes a cada aluno e pede para a turma copiar os valores no caderno e também realizar os cálculos.

Com os quatro resultados no quadro, a professora aproveita para fazer relação com a aula, de ordem crescente e decrescente; mostra também a diferença de pontos entre o primeiro e o segundo colocado, remetendo às ideias de quantos pontos sobram do primeiro colocado para o segundo, quantos pontos faltam para o segundo alcançar o primeiro ou quantos pontos o primeiro tem a mais que o segundo, também faz a comparação entre o maior

número e o menor número de pontos e novamente remete às ideias de quanto sobra, quanto falta ou quanto tem a mais (*vide* Figura 36).

Juan. $10 + 6 + 5 + 2 = 23$
 Valdivia $3 + 9 + 2 + 4 = 36$
 Dou $2 + 7 + 6 + 9 = 24$
 Glison. $10 + 9 + 6 + 3 = 25$

$$\begin{array}{r} - 25 \\ 36 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 25 \\ 24 \\ \hline -1 \end{array}$$

Figura 36: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

Dando continuidade ao tema de adição e subtração, a professora traz como proposta dez problemas, sendo que os cinco primeiros são de adição e os cinco últimos de subtração. A professora faz questão de dizer para os alunos quais problemas são de adição e quais são de subtração (*vide* Figuras 37 e 38).

1. Viviane tem R\$ 10,00 e Augusto tem R\$ 15,00. Juntos, quantos reais eles tem? R\$: _____
 2. Na classe de Márcia há 20 meninas e 36 meninos. Qual o total de alunos nesta classe? Total de alunos: _____
 3. Mário tem 25 figurinhas coloridas. Hoje ele vai colorir mais 10 figurinhas. Quantas figurinhas ficaram coloridas? Ficaram _____ figurinhas.

Figura 37: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

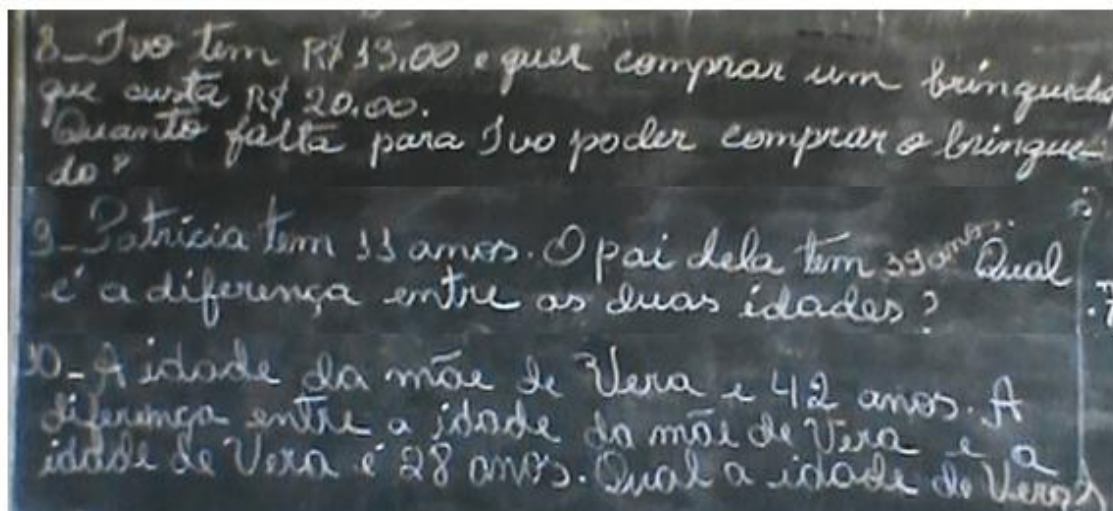


Figura 38: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

A professora aproveita o momento para reforçar o uso dos algoritmos da adição e subtração, dizendo:

Se vocês colocarem um número embaixo do outro, coloquem unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, mas se decidirem colocar um do lado do outro também devem somar ou subtrair unidade com unidade e dezena com dezena (informação verbal).

Dando continuidade ao trabalho com adição e subtração, a professora trabalha os doze últimos problemas que constam no “texto de saber”. Os sete primeiros ela pede para os alunos resolverem no caderno e depois os chama para irem ao quadro, dessa vez não revela para os alunos quais problemas são de adição e quais são de subtração (vide Figura 39).

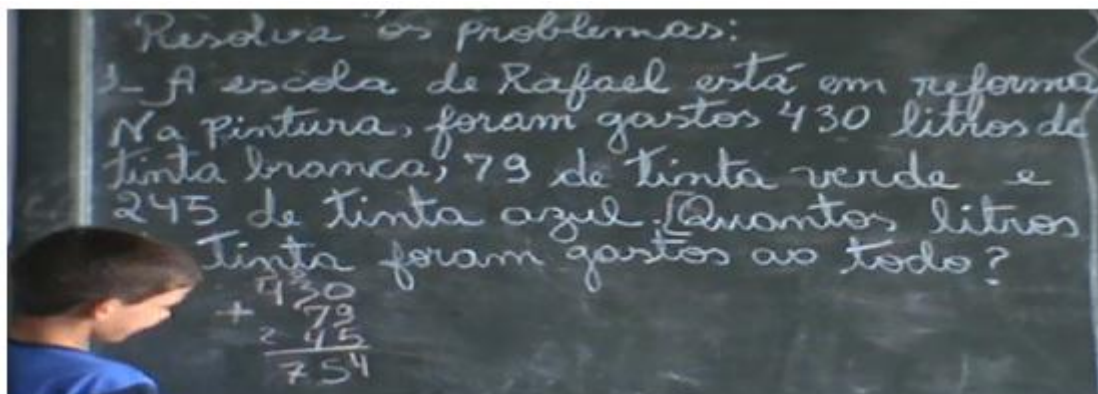


Figura 39: OMD da professora de adição e subtração em sala de aula.
Fonte: Aula referente à adição e subtração.

Como mostra a Figura 39, após os alunos terem resolvido as questões no caderno, alguns se dirigem ao quadro para resolver as tarefas. A professora finaliza o estudo de adição e subtração propondo para eles uma atividade, denominada de situações-problema, com os cinco últimos problemas que constam no “texto de saber” de adição e subtração. Nessa atividade, ela novamente pede para os alunos resolverem no caderno e depois chama outros alunos para resolver no quadro.

Com a resolução desse último bloco de tarefas, a professora concluiu o trabalho com adição e subtração. Esse tema foi abordado em sala de aula em 6 dias de aula, o equivalente a 30 hora aula de sessenta minutos.

6.2.6 Análise da segunda fase da TDI de adição e subtração

Analizamos com base no referencial teórico e no MPDR a segunda fase da TDI de adição e subtração, momento em que a professora desenvolve a OMD em sala de aula. Nosso objetivo ao fazermos essa análise foi identificar as variáveis institucionais e epistemológicas e seus valores que conformam o *milieu* da professora na interface existente nessa fase da TDI. Também tivemos como objetivo identificar como se revela a relação da professora com esse saber.

Ao analisarmos essa fase do trabalho transpositivo da professora, momento no qual ocorre interação direta entre professor e aluno, evidenciamos que, ao desenvolver a OMD em sala, ela segue quase que na totalidade o texto de saber. Todavia, em alguns momentos foi possível evidenciamos algumas modificações. Por exemplo, no “texto de saber” as operações de adição e subtração não são tratadas como operações inversas, mas na sala de aula sim; no tratamento com os algoritmos dessas operações, no que concerne aos modelos dos algoritmos e à articulação que ela faz com as ordens e as classes dos números no sistema de numeração decimal e o jogo aplicado por ela em sala de aula.

A transposição praxeológica que a professora realiza dos livros didáticos da instituição seriada, para o “texto de saber” e do “texto de saber” para a sala de aula da instituição multisseriada é entendida por nós, sob o quadro da TAD, como “alterações e recombinações praxeológicas” (CHEVALLARD, 2009, p. 4,

tradução nossa). Nessa perspectiva e de acordo com Chevallard (2009), Bosch e Gascón (2009), inferimos que possivelmente nessas alterações e recombinações praxeológicas o EP da professora é modificado.

Nesse sentido, concebemos que é essa mudança no EP da professora que possivelmente lhe permite conduzir a OMD em sala de aula com determinadas diferenças da OMD do “texto de saber” e da OM dos livros; por exemplo, quando decide identificar para os alunos as noções de adição e subtração e o uso dos respectivos algoritmos na resolução dos dez primeiros problemas.

Compreendemos que essas modificações que evidenciamos na OMD desenvolvida em sala de aula, são produtos da interação que ocorre entre a professora e os alunos nessa fase da TDI, momento no qual a professora se encontra em um *milieu* antagônico, “o professor interage com seu meio e reconhece o *feedback* proveniente desse meio” (MARGOLINAS 2005, p. 211, tradução nossa). Mas também são frutos da relação da professora com o saber que está em jogo, e que pode emergir nos questionamentos dos alunos, haja vista que existem alunos na turma que já viram esse tema no ano anterior com a professora.

A relação com o saber é identificada por nós no MPDR como uma variável epistemológica e os valores dessa variável se fazem presentes nas duas interfaces da TDI. Nessa perspectiva, ao analisarmos a relação da professora com as operações de adição e subtração na TDI, corroboramos com as palavras da professora ao dizer que:

Hoje percebo de forma clara e procuro mostrar para os meus alunos a interação que existe entre estas operações, por exemplo, a subtração é o inverso da adição (informação verbal).

A relação da professora com esse saber também pode ser evidenciada quando ela destaca os modelos dos algoritmos e a articulação com as ordens e classes dos números dizendo:

Para somar dois números vocês podem arrumar de duas formas: uma é colocar um número embaixo do outro, a outra forma é colocar um número do lado do outro. Na primeira,

devemos arrumar unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena, centena embaixo de centena e assim por diante, mas nos dois casos, devemos somar unidade com unidade, dezena com dezena, centena com centena e assim por diante (informação verbal).

Referente à construção da relação da professora com esse saber, concebemos, em conformidade com Chevallard (2009), que essa construção pode ser entendida na perspectiva das relações pessoais da professora numa posição p nas instituições de ensino com esse objeto nos processos de sujeição. Nossa reflexão é corroborada na fala da professora, quando destaca na entrevista que consta neste capítulo os fatores que contribuíram para melhorar sua relação com esse objeto matemático.

Em primeiro lugar, como fui aluna do multisseriado e trabalho com turmas multissérie, procuro refletir como era passado o assunto e como posso fazer para ajudar o meu aluno a entender como eu entendo, [...], ou seja, minha vivência em sala de aula; em segundo lugar, meus estudos nos livros didáticos para preparar as aulas; em terceiro lugar as disciplinas de Matemática, Prática Educativa e Didática, estudadas no Curso Superior de Educação do Campo que estou cursando; e por último a capacitação oferecida pela Escola Ativa (informação verbal).

Referente à relação da pessoa com um objeto Chevallard sublinha que

[...] a de *relação pessoal* de um indivíduo x para com um objeto o , que significa o sistema denotado por $R(x, o)$ de todas as interações que x possa ter com o objeto o – que x manipula, utiliza, fala, sonha etc. Dizemos que o existe para x se a relação pessoal de x com o "não é vazia", denota-se que $R(x, o) \neq \emptyset$ (CHEVALLARD, 2009, p. 4, tradução nossa, grifos do autor).

Ao tomar como base a citação e a fala da professora, à luz da TAD, inferimos que a relação pessoal dela com esse objeto de estudo é formada ao longo de sua história de vida pela consistência das influências exercidas por diferentes relações de sujeições institucionais às quais ela se submeteu.

Alusivo ao jogo denominado de baralho que foi aplicado em sala de aula pela professora, perguntamos a ela: Qual seu objetivo ao trabalhar essa atividade?

A minha intenção é verificar o nível de assimilação dos alunos referente às noções de adição e subtração, se eles conseguirem fazer os cálculos para mim é um sinal que posso passar para outro momento do trabalho, que é a resolução de problemas, caso contrário, continuo nas contas. A hora de avançar com o conteúdo é uma decisão que só posso tomar na sala de aula, antes não tem como prever (informação verbal).

Na fala da professora, evidenciamos sua preocupação com a relação “saber/duração”. Em Chevallard (2009, p. 75), essa relação é entendida como ente principal do processo didático. E nós, sob o quadro da TAD, concebemos o processo didático como o ente que mantém a interação entre a OMD (re)construída no “texto de saber” e o tempo necessário para desenvolvê-la em sala de aula.

No MPDR, esse tempo é identificado como tempo didático, o qual é uma variável institucional. Nas palavras da professora, também evidenciamos que o tempo didático foi conjecturado no texto de saber, mas sua materialização se dá na sala de aula em consonância com o currículo implementado. Nessa perspectiva, inferimos com base na TAD e no MPDR que há uma relação dialética entre os valores destas variáveis institucionais no fenômeno de TDI.

Referente às tarefas que envolvem situações-problema desenvolvidas em sala de aula, indagamos à professora com relação aos dez primeiros problemas, nesse sentido perguntamos: Qual sua intenção ao revelar para os alunos quais problemas devem ser enfrentados com o algoritmo da adição ou com o algoritmo da subtração?

Minha experiência como professora do multisseriado já tem um bom tempo. Nesses anos, aprendi como trabalhar os conteúdos e não perder tempo, nesses primeiros problemas prefiro dizer para eles a operação a ser usada em cada problema. A turma é multissérie, tem aluno que veio do terceiro ano e ainda não consegue entender quando é para usar adição ou subtração; na verdade, tenho a intenção de ajudá-los a perceber se a ideia que está no problema é de uma operação ou de outra, dessa forma eu ganho tempo, já nas próximas aulas eu não revelo de imediato a operação que deve ser

usada em cada problema, mas espero que a partir dessa aula de hoje eles consigam identificar a operação ou as operações que devem ser usadas nos problemas. É nesse momento que eu percebo se eles estão assimilando ou não, se a assimilação não estiver como eu pensei no plano de aula e ainda sobrar tempo, trabalho mais problemas, se o tempo que programei já estiver muito extrapolado, deixo para reforçar em outro tema, por exemplo, quando estiver trabalhando multiplicação. Como já disse, é só na sala de aula que sei se o que preparei para trabalhar em sala é suficiente ou não.

As palavras da professora permitem-nos analisar sua praxeologia na turma multissérie na perspectiva dos dois blocos de variáveis elencados por nós no MPDR, o institucional e o epistemológico: no primeiro, temos o currículo e o tempo didático; no segundo, a relação da professora com saber, sua história de vida e sua relação pessoal com objeto de estudo nas instituições.

Relativo ao bloco institucional de variáveis, inferimos com base nas análises já realizadas neste trabalho que o *milieu* da professora nas duas fases da TDI é conformado por valores distintos dessas variáveis. Todavia, dado o número de anos do Ensino Fundamental que compõem a turma multissérie, sob o enfoque da TAD concebemos a variável tempo didático como uma restrição ao trabalho da professora, no sentido dado por Chevallard (2009) e Gascón (2009). Nossa reflexão apoia-se na fala da professora quando diz:

Nesses primeiros problemas, prefiro dizer para eles a operação a ser usada em cada problema. A turma é multissérie, tem aluno que veio do terceiro ano e ainda não consegue entender quando é para usar adição ou subtração. Na verdade tenho a intenção de ajudá-los a perceber se a ideia que está no problema é de uma operação ou de outra, dessa forma eu ganho tempo (informação verbal).

Nessa perspectiva, como já foi inferido neste trabalho, o valor da variável institucional tempo didático na primeira fase da TDI é apenas uma conjectura, pois, como também já foi evidenciado neste trabalho, é na segunda fase da TDI que ele se materializa, novamente essa reflexão pode ser evidenciada nas palavras da professora.

Se a assimilação não estiver como eu pensei no plano de aula e ainda sobrar tempo trabalho mais problemas, se o tempo que programei já estiver muito extrapolado, deixo para reforçar em

outro tema, por exemplo, quando estiver trabalhando multiplicação (informação verbal).

Também evidenciamos nessa fala da professora a imbricação existente entre o que de fato é trabalhado pela professora em sala de aula, identificado por nós neste trabalho como currículo implementado, e o tempo didático necessário para trabalhar esse tema na turma multissérie, identificado por nós como materialização do tempo didático. A imbricação dos valores das variáveis currículo e tempo didático elencados no MPDR, em Chevallard (2009) é identificada como a relação saber/duração. Também evidenciamos na fala da professora com base no MPDR, o currículo implementado na perspectiva de uma conjectura na construção do “texto de saber” e sua materialização em sala de aula.

No que concerne ao bloco epistemológico de variáveis, também inferimos com base nas análises já realizadas neste trabalho que essas variáveis conformam o *milieu* da professora nas duas fases da TDI e interferem na construção das praxeologias e, portanto, na construção do conhecimento matemático-didático da professora. Dessa forma, os valores das variáveis epistemológicas constituem-se em condições e restrições, na acepção da TAD, ao trabalho docente da professora, nossa reflexão é sustentada na fala da professora.

Minha experiência como professora do multisseriado já tem um bom tempo e nesses anos aprendi como trabalhar os conteúdos e não perder tempo (informação verbal).

Entendemos que a experiência a qual a professora revela ter com turmas multisséries, e que lhe permite desenvolver a OMD de adição e subtração com certa economia de tempo, é resultado de sua história de vida como sujeito na instituição multisseriada.

No MPDR, a história de vida é concebida por nós de forma imbricada com as outras duas variáveis epistemológicas: relação com o saber e relações pessoais. De acordo com a TAD, nosso entendimento é que a relação da professora com o saber se constrói em sua história de vida nas suas relações pessoais com esse objeto nas instituições, e dessa forma (re)constrói componentes praxeológicos e epistemológicos que são integrados em seu EP

e apoiam a (re)construção e o desenvolvimento de praxeologias docentes na ambiência multissérie.

Também na fala da professora.

Como já disse, é só na sala de aula que sei se o que preparei para trabalhar em sala é suficiente ou não (informação verbal).

É possível evidenciar que, apesar de a professora ter experiência com turmas multisséries, é só na segunda fase da TDI que ela toma consciência se a OMD (re)construída no “texto de saber” está coerente ou não com o tempo didático necessário para o desenvolvimento desta OMD em sala de aula. Nessa perspectiva, inferimos, de acordo com o MPDR, que é essa reflexão que a professora faz na segunda fase sobre a primeira fase da TDI e vice-versa, que gera a retroalimentação entre elas e constitui a construção do conhecimento matemático-didático da professora na ambiência multisseriada.

6.3 CONCLUSÕES DA ANÁLISE DA TDI DE SNR E DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Ao analisarmos as praxeologias que a professora transpôs da instituição seriada para a instituição multisseriada referentes aos temas: SNR, adição e subtração nas duas fases da TDI; evidenciamos sob o quadro da TAD a professora enfrentar o problema docente anunciado por nós neste trabalho, na perspectiva do esquema $\{[(P_0 \oplus P_1) \hookrightarrow P_2] \hookrightarrow P_3\} \hookrightarrow P_\delta$ que destaca as três dimensões fundamentais do problema didático (GASCÓN, 2011).

Nessa perspectiva, em consonância com Gascón (2011), consideramos o problema docente identificado por nós no ambiente das classes unidocentes, como problema didático. Haja vista a presença das três dimensões fundamentais e a interação existente entre elas em ambas as análises. Todavia, entendemos que, no caso particular de nossa pesquisa, ao adicionarmos o objeto matemático à formulação inicial P_0 (a transposição de praxeologias das classes seriadas para as classes multisseriadas) foram constituídos dois problemas didáticos.

No entanto, ressaltamos que a ecologia das classes unidocentes identificada por nós na pesquisa fez emergir a formulação inicial, contudo em nossas análises evidenciamos a presença da dimensão ecológica e a relação desta com as outras duas dimensões fundamentais. Nesse aspecto, a partir de nossas análises, concebemos o problema didático em nosso trabalho, como na estrutura do esquema a seguir, a qual mostra a formulação de forma mais geral da construção do problema didático evidenciado em nossa pesquisa (*vide* Figura 40).

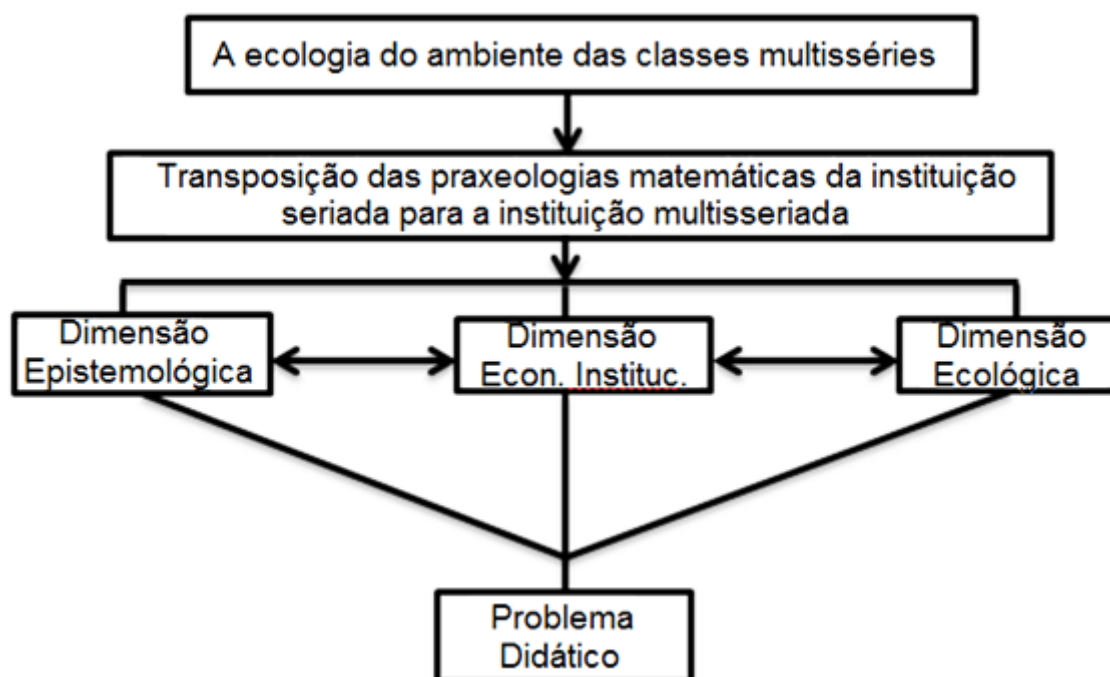


Figura 40: Esquema do problema didático evidenciado a partir da ecologia do ambiente

O esquema do modelo do problema didático construído por nós encontra consonância em Gascón (2011), quando diz que

o esquema do desenvolvimento virtual $\{(P_0 \oplus P_1) \hookrightarrow P_2\} \hookrightarrow P_3\} \hookrightarrow P_\delta$ não coincide necessariamente com a ordem temporal na qual se desenvolve a história real da investigação sobre as diferentes dimensões de um problema docente (GASCÓN, 2011, p. 226, tradução nossa).

Nesse sentido, evidenciamos em nossa investigação a constituição de dois problemas didáticos a partir da formulação inicial elencada por nós neste trabalho. O primeiro constitui-se ao adicionarmos a dimensão epistemológica (praxeologias de SNR) e o segundo ao adicionarmos a dimensão epistemológica (praxeologia de adição e subtração). Em Gascón (2011, p. 214), “do ponto de vista da TAD, todo problema didático deve conter uma praxeologia matemática ampla”. Nesse aspecto, consideramos a constituição dos dois problemas didáticos a partir da transposição das praxeologias matemáticas de SNR e de adição e subtração.

Nessa perspectiva, esboçamos a seguir a estrutura de cada um dos problemas didáticos investigados neste trabalho (*vide* Figura 41).

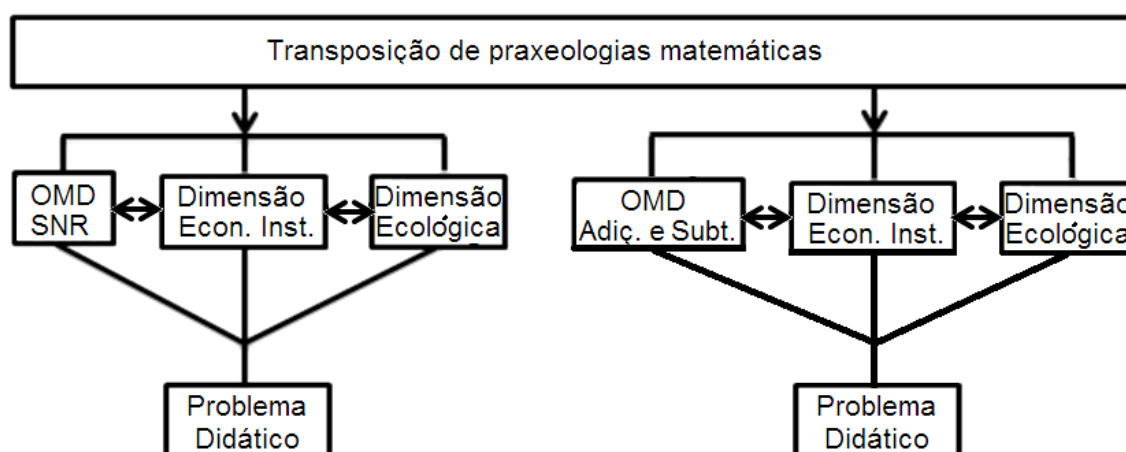


Figura 41: Esquema dos dois problema didático evidenciados na pesquisa.

Tomando como referência o modelo do desenvolvimento virtual do problema didático proposto por Gascón (2011), temos as seguintes representações para os problemas didáticos: de SNR, $\{(P_0(SNR) \oplus P_1(SNR)) \hookrightarrow P_2(SNR)\} \hookrightarrow P_3(SNR) \hookrightarrow P_\delta(SNR)$; de Adição e Subtração, $\{(P_0(A e S) \oplus P_1(A e S)) \hookrightarrow P_2(A e S)\} \hookrightarrow P_3(A e S) \hookrightarrow P_\delta(A e S)$.

Nesse sentido, com a formulação inicial dos dois problemas docentes ($P_0(SNR)$) e ($P_0(A e S)$), temos: o que e como a professora do multisseriado ensina aos seus alunos a respeito de SNR e adição e subtração? De acordo com as análises que realizamos neste trabalho, com base no referencial teórico e no MPDR sobre esses temas, essas perguntas encontram respostas no valor

da variável institucional currículo implementado, o qual é desenvolvido na segunda fase da TDI realizada pela professora na turma multissérie referente aos dois temas.

Alusiva à dimensão epistemológica dos dois problemas didáticos de ($P_1(SNR)$) e ($P_1(A e S)$), temos: quais são as questões que os temas SNR e adição e subtração respondem ao serem trabalhados na turma multissérie; ou seja, qual é a razão de ser de cada tema na classe unidocente no nível de escolaridade em que se deu a pesquisa? Nas análises realizadas neste trabalho, na segunda fase da TDI, evidenciamos a professora revelar a seus alunos referente ao SNR que a razão pela qual trabalha esse tema em sala de aula é a utilização desse saber no cotidiano.

Contudo, as análises referentes ao desenvolvimento da OMD de SNR em sala de aula permitiram-nos evidenciar o trabalho com as operações de adição e subtração, como outra motivação que a professora tem para trabalhar SNR nesse nível. Referente à adição e subtração, as análises revelaram que a razão pela qual a professora trabalha adição e subtração na turma multissérie é a utilização dos algoritmos dessas operações na resolução de situações-problema.

Gascón (2011) enfatiza, sob o quadro da TAD, que a dimensão epistemológica, por estar no cerne de um problema didático, impregna e condiciona as outras dimensões. Nesses termos, a partir das dimensões epistemológicas identificadas nos problemas, emergem outras questões que relacionam a dimensão epistemológica à dimensão econômica-institucional e essas à dimensão ecológica.

Assim, a dimensão econômica-institucional ($P_2(SNR)$) e ($P_2(A e S)$) dos problemas didáticos no período em que ocorreu o processo de transposição das praxeologias matemáticas da instituição seriada para a instituição multisseriada faz emergir o seguinte questionamento: qual característica apresenta a OMD de SNR e a OMD de adição e subtração desenvolvidas pela professora na classe multissérie?

As análises que realizamos neste trabalho com base no referencial teórico e no MPDR referente a esses temas revelaram que na instituição multisseriada as características das OMDs desses temas desenvolvidas pela professora em sala de aula estão condicionadas à relação “saber/duração”, a

qual faz emergir o currículo implementado e a materialização do tempo didático.

Nessa perspectiva e sob o quadro da TAD, vemos a necessidade de identificar quais são e de qual/quais níveis procedem as condições e restrições institucionais que conformam os *milieux* da professora no processo de TDI, que condicionam de forma determinante as características das OMDs no momento do desenvolvimento na classe multissérie. Nesse sentido, as possíveis respostas para esse questionamento remetem à dimensão ecológica do problema didático em questão.

Assim, a dimensão ecológica ($P_3(SNR)$) e ($P_3(A e S)$) dos problemas didáticos consiste, nesse caso, em torno da seguinte pergunta: quais são as condições e restrições que conformam os *milieux* da professora na TDI, que contribuem para que as OMDs vivam com determinadas características na instituição multisseriada e de quais níveis da escala de co-determinação didática essas condições e restrições são provenientes?

Nas análises que realizamos neste trabalho, sob o quadro da TAD e em consonância com o MPDR, evidenciamos, dentre outras condições para o exercício da docência na turma multissérie, a transposição de praxeologias matemáticas da instituição seriada para a instituição multisseriada. Entretanto, pelo fato de a turma ser formada por dois anos do Ensino Fundamental, essa transposição compromete seriamente a relação “saber/duração” e o conseqüente tempo didático necessário para o desenvolvimento das OMDs que materializará o currículo implementado.

Nesses termos, de acordo com Bosch e Gascón (2009), entendemos essa condição como restrição ao trabalho docente da professora na turma multissérie, uma vez que, a professora na posição que ocupa não pode mudar essas características das OMDs de acordo com sua vontade, pois são características provenientes da sociedade, que revelam a problemática ecológica das praxeologias matemáticas nessa ambiência.

CAPÍTULO VII

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONTRIBUIÇÕES, PERSPECTIVAS E DESDOBRAMENTOS

Nesta primeira parte deste capítulo, tratamos sobre as considerações finais na perspectiva de nossas concepções referentes a esta pesquisa realizada na ambiência multisseriada. Na sequência, descrevemos sobre as contribuições que esta tese de doutoramento traz para as pesquisas no âmbito da Didática das Matemáticas, mais precisamente para as pesquisas que buscam um aporte teórico no quadro da TAD. E, por último, abordaremos sobre os desdobramentos de nossa pesquisa, na perspectiva de contribuir para a construção de novos trabalhos de pesquisas.

7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A investigação que realizamos no ambiente das classes multisseriadas proporcionou-nos um mergulho em uma faceta da educação que pouco tem sido investigada por pesquisadores na área da educação. Em levantamento bibliográfico que realizamos, evidenciamos que as pesquisas que têm seu locus no ambiente das classes unidocentes, não têm como foco investigar a (re)construção e gestão de praxeologias de uma determinada disciplina, e assim poder evidenciar as variáveis e seus respectivos valores que conformam os *milieux* do professor no efetivo exercício da docência nessa ambiência.

Em nossa pesquisa, foi possível evidenciar o quanto a educação no meio rural padece pela falta de políticas públicas educacionais; nesse aspecto, podemos dizer que o ambiente das classes multisséries talvez se configure no caso mais crítico, uma vez que o trabalho docente nessas turmas é considerado pelos governantes como similar ao trabalho docente das classes seriadas. Embora essas ambiências apresentem incongruências bastante acentuadas no âmbito da sala de aula, não há diferenças no currículo oficial proposto pelo Sistema de Educação para essas instituições.

Embora o professor da ambiência multissérie desenvolva o exercício da docência sob condições muito diferentes das condições oferecidas pelo

Governo para a docência das classes seriadas, não há livros didáticos que contenham, por exemplo, praxeologias matemáticas que estejam em conformidade com as condições e restrições próprias do ambiente multissérie. Nesse caso, os professores das turmas unidocentes utilizam os livros didáticos das classes seriadas para (re)construir praxeologias para as classes multisséries.

É sob esse olhar que nossa pesquisa desenvolveu-se, ao buscar, sob o quadro da TAD e com base no MPDR, identificar e analisar na TDI realizada pela professora as variáveis e seus respectivos valores que permeiam a complexa docência das classes unidocentes e que conformam os *milieux* da professora sujeito desta pesquisa nas duas fases do trabalho transpositivo. Neste trabalho concebemos essa transposição de praxeologias das classes seriadas para as classes multisseriadas como problema docente que a professora enfrenta.

Consideramos que a construção do MPDR foi de grande relevância para a realização da análise deste trabalho, a qual, juntamente com os pressupostos da TAD, nos permitiu enfrentar o problema da construção do conhecimento matemático-didático do professor, responder às questões derivadas dessa problemática e revelar a importância da relação “saber/duração” na transposição das praxeologias matemáticas da instituição seriada para a instituição multisseriada.

Nessa perspectiva, as análises da primeira fase da TDI revelaram os valores das variáveis institucionais currículo e tempo didático, também revelaram a transição do currículo oficial para o currículo implementado que ocorreu nessa fase do trabalho transpositivo. No processo de construção das análises, foi possível evidenciar a imbricação existente entre o tempo didático, o currículo implementado e a relação “saber/duração”. Contudo, as análises mostraram que, nessa primeira fase da TDI, o currículo implementado e o tempo didático são apenas uma conjectura.

As análises também revelaram a importância das variáveis epistemológicas: história de vida; relações pessoais e relação com o saber para a transposição das praxeologias matemáticas da instituição seriada para a instituição multisseriada e para a conseqüente construção do “texto de saber”, e mais, evidenciamos na análise da primeira fase da TDI a articulação que se

formou entre os blocos de variáveis institucionais e epistemológicas e seus respectivos valores, a partir da relação “saber/duração”.

A Figura 42 mostra o esquema da integração desses blocos de variáveis a partir da relação “saber/duração”, no momento da (re)construção do texto de saber realizado pela professora na análise da primeira fase da TDI.

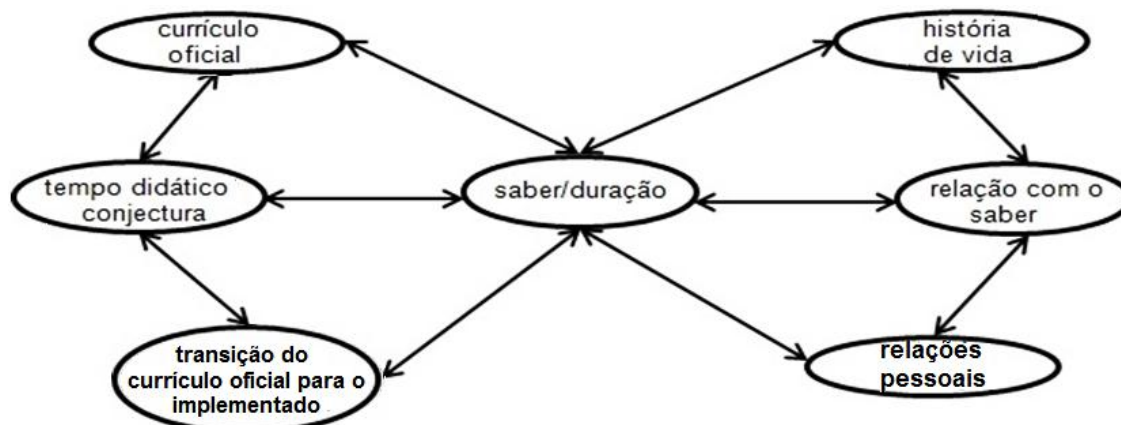


Figura 42: Esquema da dialética entre as variáveis e o saber/duração na primeira fase da TDI.

Ainda na perspectiva de a potencialidade do MPDR evidenciar as variáveis institucionais e epistemológicas e a articulação existente entre esses blocos de variáveis e a relação “saber/duração”. A análise da segunda fase da TDI revelou que a mudança de *milieu* não se deu só pelo fato de o aluno ser real nessa fase da TDI, mas também em função da mudança do valor que ocorreu em algumas variáveis institucionais.

A Figura 43 mostra o esquema da integração dos blocos de variáveis e a relação “saber/duração” no momento da gestão das praxeologias matemáticas na turma multissérie na segunda fase da TDI.

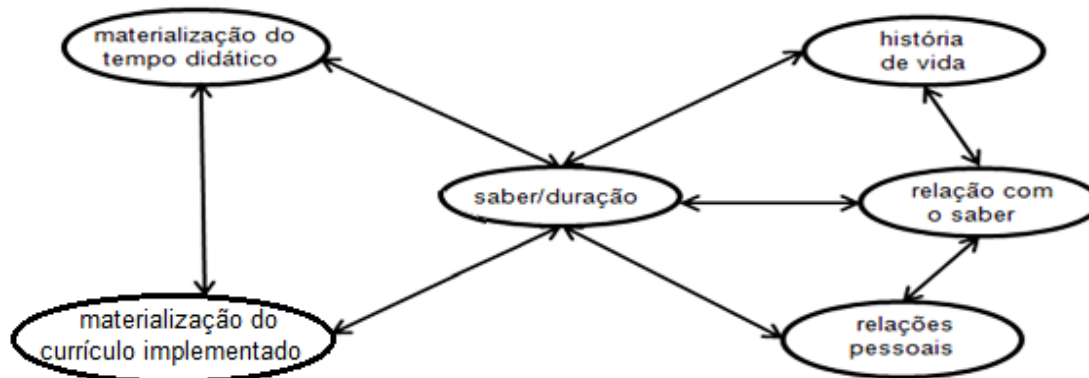


Figura 43: Esquema da dialética entre as variáveis e o saber/duração na segunda fase da TDI.

Nossa investigação proporcionou-nos evidenciar a professora utilizar componentes praxeológicos para enfrentar situações as quais consideramos singulares no ambiente das classes unidocentes. Em vários momentos da entrevista que realizamos com a professora, ela revelou que sua posição de aluna e de docente nas turmas multisséries contribuiu para que adquirisse experiência para tratar das problemáticas que permeiam a docência no multisseriado. Essa experiência que a professora revela possuir, sob o quadro da TAD, é entendida por nós como componentes praxeológicos que apoiam a (re)construção e desenvolvimento das praxeologias transpostas da instituição seriada para a instituição multisseriada.

Tal como preconizado por Chevallard (2009), em nossa pesquisa constatamos na fala da professora que a construção desses componentes praxeológicos foram construídos em sua história de vida nos encontros que ela teve nas instituições que frequenta e frequentou, com os temas matemáticos analisados. É nesse processo de encontro e reencontro nas instituições que a professora admite mudanças na construção de sua relação com os temas.

Referente à construção da relação da professora com os objetos de estudo, destacamos a instituição multisseriada, haja vista a professora ter sido sujeito desta instituição em duas posições distintas; aluna e professora, nas quais estabeleceu forte relações com os objetos de estudo a qual toma como referência para suas práticas docentes.

Nesse aspecto, nossa pesquisa proporcionou-nos um (re)encontro com a TAD no que se refere a evidenciar a construção de componentes praxeológicos de uma pessoa em sua história de vida, que, segundo Chevallard (2009), ocorre na dinâmica do universo cognitivo do sujeito nos processos de sujeição nas instituições.

O desenvolvimento das análises proporcionou-nos evidenciar a formulação inicial do problema docente P_0 , elencado por nós neste trabalho, ratificar-se em um problema didático, nos termos propostos pela TAD, a partir da integração da dimensão fundamental P_1 . A dimensão epistemológica P_1 ao ser adicionada à formulação inicial P_0 desencadeou determinados questionamentos que nortearam nossa pesquisa no sentido de buscar identificar como vivem as praxeologias matemáticas na instituição multisseriada

e quais são as condições e restrições que permitem que tais praxeologias vivam com suas singularidades na instituição multisseriada.

Nesse sentido, consideramos que a dimensão epistemológica P_1 funcionou em nossa pesquisa como um vetor que nos permitiu evidenciar de forma clara as características das praxeologias matemáticas na turma multissérie em que ocorreu a intervenção, por exemplo, as mudanças que ocorreram nas praxeologias matemáticas, da (re)construção no “texto de saber” para a gestão na sala de aula, que, segundo a professora, ocorrem em função do tempo didático de que ela dispõe para trabalhar determinado tema.

Assim, concebemos o condicionamento das praxeologias matemáticas ao tempo didático, como característica mais forte das praxeologias matemáticas no âmbito da instituição multisseriada no período em que estivemos acompanhando a docência da professora sujeito da pesquisa na turma multissérie.

As características das praxeologias matemáticas reveladas na pesquisa levaram-nos a investigar quais são as condições e restrições que permitem que essas praxeologias vivam com tais características. Dentre as condições que são oferecidas para o desenvolvimento da docência na instituição multisseriada, destacamos a condição de o professor ter que trabalhar com mais de um ano do Ensino Fundamental na mesma sala e no mesmo horário, que implica em uma turma formada por alunos com distorção idade-série muito acentuada.

Essa condição imposta à docência do multisseriado permitiu-nos, na qualidade de pesquisador, sob o quadro da TAD, imergir na ecologia das classes unidocentes, e assim evidenciar essa condição se configurar como uma restrição ao trabalho docente dos professores dessa ambiência.

7.2 CONTRIBUIÇÕES

O reencontro com o ambiente das classes multisséries trouxe à tona um antigo questionamento que tínhamos referente à docência nessas classes: como pode um professor ensinar vários anos do Ensino Fundamental no mesmo espaço e horário? Sob o quadro da TAD, nossas reflexões relativas a esse questionamento permitiram-nos evidenciar e tomar como ponto de partida

para o desenvolvimento de nossa tese de doutoramento o problema docente enfrentado pela professora na turma unidocente.

Como tínhamos pretensões de desenvolver nossa pesquisa no âmbito do PEIDM, buscamos evidenciar o problema docente elencado por nós no fenômeno de TDI. Para tanto, sentimos necessidade de um modelo que nos permitisse evidenciar de forma clara a professora sujeito da pesquisa enfrentar o problema docente no exercício da docência e, simultaneamente, evidenciar as variáveis e seus respectivos valores que emergiriam nesse processo, dada a complexidade da docência nas turmas multisséries.

Nessa perspectiva, construímos o MPDR, que, em consonância com as ferramentas de análises da TAD, subsidiou as análises dos dados coletados na intervenção. Consideramos a partir de nossa pesquisa, que a construção do MPDR traz relevantes contribuições para as pesquisas que se inserem no âmbito do PEIDM, mais precisamente com enfoque na TAD, haja vista a potencialidade desse modelo que se revelou nas análises das duas fases da TDI, quando da evidência das variáveis institucionais e epistemológicas, entendidas por nós sob o quadro da TAD como condições e restrições, e as variáveis epistemológicas que com base em Chevallard (2009), concebemos como elementos constituintes do EP do professor.

Dessa forma, acreditamos que, tal como o MPDR revelou em nossa pesquisa as variáveis institucionais e epistemológicas elencadas neste trabalho, poderá ser usado em outras pesquisas para revelar outras variáveis que conformam o *milieu* do professor, e, dependendo do objeto a ser investigado e da intencionalidade do pesquisador, talvez possa ser utilizado em outras perspectivas. Nesse sentido, destacamos a potencialidade do MPDR em ser concebido como modelo metodológico de análise de praxeologias docentes.

Outra contribuição que o MPDR traz para as pesquisas no âmbito da TAD é a evidência da retroalimentação entre os *milieux* da primeira e segunda fases da TDI, que em nosso trabalho revelou a construção do conhecimento matemático-didático do professor no exercício da docência.

Essa forma de conceber a construção do conhecimento matemático-didático do professor, embora não vá de encontro ao modelo de construção do conhecimento matemático-didático proposto nos trabalhos de Bosch e Gascón

(2009), Ruiz; Sierra; Bosch e Gascón (2010), Sierra; Bosch e Gascón (2010), Gascón (2011) inaugura outra perspectiva de análise da construção do conhecimento matemático-didático do professor. Dessa forma, amplia-se o leque de opções para as pesquisas que se situam no âmbito da didática da matemática com enfoque na TAD que têm como objetivo investigar a construção do conhecimento matemático-didático do professor.

O MPDR, tal como proposto, poderá contribuir para o avanço das pesquisas nas várias frentes em que o modelo da TAD se propõe investigar, como por exemplo:

- Como se apresentam os obstáculos didáticos no momento da transposição didática efetiva da segunda fase da TDI?

- Quais variáveis e valores são provocadores dos efeitos de contrato didático: são variáveis institucionais oriundas das sujeições de determinação ou variáveis resultantes da conformação entre currículo oficial e currículo implementado, isto é, da co-determinação?

- É possível identificar obstáculo didático do professor no MPDR? Se sim, em qual dos momentos da TDI?

Destacamos também a relevância do MPDR em contribuir com o professor no que se refere a um fazer docente compreensível na perspectiva da evidência das variáveis e dos valores que conformam tanto a construção das praxeologias matemáticas no “texto de saber”, como o desenvolvimento destas em sala de aula. Outro ponto a destacar referente à compreensão do MPDR é a não linearidade da construção do conhecimento matemático-didático do professor, evidenciada na retroalimentação que ocorre entre as fases da TDI. Nesse sentido, entendemos que nossa pesquisa contribui de forma direta para a construção de outras pesquisas que venham a se desenvolver sob o quadro do PEIDM.

No entanto, acreditamos que nossa intencionalidade enquanto pesquisador, de certa forma, limitou as potencialidades do MPDR na perspectiva de conformá-lo ao interesse de nossa investigação. Nesse sentido, entendemos que o uso do MPDR em outras pesquisas pode revelar características desse modelo que sequer foram vislumbradas por nós no percurso de nossa investigação.

7.3 PERSPECTIVAS E DESDOBRAMENTO

As complexidades da docência das classes multisséries reveladas em nossa pesquisa e o aporte teórico utilizado por nós no enfrentamento da problemática abrem perspectivas para outras pesquisas na área da educação com ou sem enfoque na Didática das Matemáticas. Por exemplo, outras investigações podem averiguar a transposição de praxeologias do seriado para o multisseriado das disciplinas: língua portuguesa; história; geografia; artes e outras.

Em nossa investigação, identificamos que não há livros didáticos de nenhuma disciplina que contenham modelos de praxeologias para o ambiente multisseriado. Sob esse olhar, pesquisas podem se desenvolver no sentido de construir modelos de praxeologias das disciplinas que compõem a matriz curricular nesse nível de educação nas circunstâncias das classes unidocentes, isto é, pesquisas que contemplem a construção de livros didáticos destinados às classes unidocentes.

Nessa perspectiva da construção de outras pesquisas, destacamos a dissertação de mestrado que se desenvolve no âmbito do IEMCI/UFPA, no Grupo de Pesquisas em Didática da Matemática. Essa dissertação trata da TDI no ambiente informatizado focando o objeto logaritmo.

Contudo, entendemos que, para o estabelecimento do MPDR no âmbito da Didática da Matemática, outras pesquisas precisam ser conduzidas no sentido de utilizá-lo a partir de reformulações que devem ocorrer de acordo com a intencionalidade do pesquisador. Acreditamos que essas reformulações podem contribuir para uma melhor compreensão do modelo, pois temos consciência que o MPDR em seu estado atual não deve ser considerado de forma acabada, pelo contrário, deve ser considerado em constante desenvolvimento, haja vista a dinâmica das problemáticas que permeiam o exercício da docência, qual seja a ambiência.

REFERÊNCIAS

ALMOULLLOUD, A. S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ANDRADE, R. C. D. **Geometria analítica plana: praxeologias matemáticas no ensino médio**. Dissertação de Mestrado IEMCI/UFPA. Belém, 2007.

ANDRÉ, Marli Eliza; DALMASO, Afonso. **Etnografia da prática escolar**. 12. ed. Campinas: Papirus, 2005.

APPLE, M. The culture and commerce of the textbook in **Journal of curriculum studies**, v. 17, 2, p. 147 – 162, 1985.

_____, Textbook publishing: the political and economic influences. **Theory in practice**, v. 28, n. 4, p. 282 – 287, 1989.

_____, **Trabalho docente e textos: economia política das relações de classes e de gênero em educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

_____, **Conhecimento oficial: a educação democrática numa era conservadora**. Petrópolis: Vozes, 1997.

ARROYO, M. G.; CALDART, R. S.; MOLINA, M. C. **Por uma Educação do Campo**. Petrópolis: Vozes, 2004.

ARSAC, G. & al. (1989). La transposition didactique en mathématiques, In IREM et LIRDIS de Lyon (eds.), **La transposition didactique en mathématiques, en physique et biologie**, (pp. 3-36).

ASSUDE, Tereza. **Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular**. Versailles: IREM, 1998.

ATTA, D. Escola de Classe mutisseriada: reflexões a partir de relatórios de pesquisa. In: PROGRAMA DE APOIO AO DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO MUNICIPAL (PRADEM). **Escola de Classe Multisseriada**. Salvador: Universidade Feral da Bahia; Fundação Clemente Mariani, 2003. (Série Grupos de Estudo, n. 1, 28 p.)

BEILLEROT, J.; BOUILLET. A.; BLANCHARD-LAVILLE, C.; MOSCONI, N. **Savoir et rapport au savoir**, Élaborations théoriques et cliniques. Paris : éditions universitaires, 1986..

BERNSTEIN, B. (1980), On the classification and framing of educational knowledge. In: YOUNG, M. (ed.). **Knowledge and control**. 6ª impressão. Londres: Collier macmillan, 1980.

BORDEAUX, A. L. [et al]. **Nova coleção bem me quer**: 5º ano. São Paulo, ed. Brasil, 2008.

_____. **Nova coleção bem me quer**: 4º ano. São Paulo, ed. Brasil, 2008.

BOSCH, M., CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs**. Recherches en didactique des mathématiques, v. 19, n. 1, p. 77-124, 1999.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Las prácticas docentes del profesor de matemáticas**. Versión provisional. Presentación parcial en el marco de las XI École d'Été de Didactique des Mathématiques, 2001.

BOSCH, M. GARCIA, j. GASCÓN, j. e RUIZ HIGUERAS. L. La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, Vol. 18 nº 2. México, 2006, P. 37-74.

BOSCH, M. GASCÓN, J. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de Secundaria. En González, M.J., González, M. T. y Murillo, J. (Eds.) **Investigación en Educación Matemática XIII**. (pp. 89-113), 2009.

_____. **La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos**, 2004. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/madrid>>. Acesso em: 07 maio. 2011.

BOURDIEU, Pierre; PASSERON, Jean-Claude. **La Reproduction**, . Paris : Minuit, 1997.

BRASIL, TV ESCOLA. (2001). **Programa Salto para o Futuro/Série Escolas Rurais e Classes Multisseriadas**. Disponível em: <www.tvebrasil.com.br/saltoparaofuturo/boletim2001>. Acesso em: 10 jun. 2011.

BRASIL, INEP. **Sinopses Estatísticas da Educação Básica** de 1997 a 2007. Disponíveis em: <www.inep.gov.br/censoescolar>. Acesso em: 23 de maio. 2011

BROUSSEAU, G.. **La relation didactique: le milieu**, Actes de la IV^{ème} École d'Été de Didactique des Mathématiques et de l' Informatique, IREM de Paris VII, Universidad Paris VII, 1986.

BROUSSEAU, G.. **Les différents rôles du maître**, Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, 2/23, 1988, p. 14 – 24.

BROUSSEAU, G.. **Le contrat didactique**: le milieu. Recherches em Didactique des Mathématiques, 1990, 9 / 3, 309 – 336.

CARDOSO, M. A.; JACOMELI, M. R. M. **Estado da arte acerca das escolas multisseriadas**. Revista HISTEDBR On-line, Campinas, número especial, p. 174-193, mai. 2010 - ISSN: 1676-2584.

CIRADE, G. **Devenir professeur de mathématiques**: entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel (Tesis doctoral). Université de Provence, 2006. Disponível em : <<http://tel.archives-ouvertes.fr/tel>>. Acesso em: 23 fev. 2010.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Tradução de Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble : La pensée Sauvage Éditions, 1991.

_____. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. **Organiser l'étude. 1. Structures & fonctions**, Cours à la XI École d'été de Didactique des Mathématiques, pendiente de publicación, 2001.

_____. **Aspectos problemáticos de la formación docente**, XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Huesca, 2001 Disponível em: <<http://yves.chevallard.free.fr>>. Acesso em: 17 mar. 2010,

_____. **Organiser l'étude 1. Structures et fonctions**. In Dorier, J.-L. & alii. (eds), Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps-21-30 Août 2001, (pp. 3-22). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002a.

_____. **Organiser l'étude 3. Ecologie et régulations**. In Dorier, J.-L. & alii. (eds), Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques – Corps-21-30 Août 2001, (pp. 41-56). Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002b.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques**, Toulouse, 29 de abril, 2009a. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=161>. Acesso em: 8 de out. 2009.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques.** Communication au Séminaire DiDiST de Toulouse le 29 avril 2009.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemática: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem.** Tradução: Dayse Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DANTE, L. R. **Vivência e construção: 3ª série,** São Paulo: Ática, 2001.

DANTE, L. R. **Vivência e construção: 4ª série,** São Paulo: Ática, 2001.

FREGONA, D. y ORÚS BAGUENA, P. **La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática** (2009). Disponível em: <http://www.delzorzal.com/libros/formacion-docente/554-la-nocion-de-medio-en-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas>. Acesso em 15 dez. 2011.

GARCIA, F. J. **La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar.** De la proporcionalidad a las relaciones funcionales. Jaén: Tesis Doctoral, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén, 2005.

GASCÓN, J. Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. RELINE. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.** México, v. 4, n. 2, p. 129,159, 2001.

GASCÓN, J. Del Problem Solving a los Recorridos de Estudio e Investigación. Crónica del viaje colectivo de una comunidad científica. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN)**, Nº 22, p. 9-35, 2010.

GASCÓN, J. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental, RELIME. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, ISSN 1665-2436, Vol. 14, n. 2, p. 203-231, 2011.

LACAN, Jacques. **Écrits**, Paris: Seuil, 1966.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisas em educação: abordagens qualitativas,** São Paulo: EPU, 1986.

MALINOWSKI, Bronislaw. **Os Argonautas do Pacífico Ocidental.** Um relato do empreendimento e da aventura dos nativos nos arquipélagos da Nova Guiné, Melanésia. São Paulo, Abril Cultural, 1978, Col. Os Pensadores.

MARGOLINAS C., 1992, **Analyse de situation et analyse du rôle du maître sur un cas particulier**, Séminaire de l'équipe recherche en didactique des mathématiques et de l'informatique, LSDD, IMAG, pp. 185-205 Université Joseph Fourier, Grenoble.

MARGOLINAS, C e STEINBRING, H. Double analyse d' un episode: cercle épistémologique et structuration du milieu em Artigue, M., R. Gras, Laborde. P. Tavinot, **Vingt** ans de didactique des mathématiques en France. Hommage a Guy Brousseau et Gérard Vergnaud, La Pensée Sauvage, 1994.

MARGOLINAS, C.: 1997, '**Etude de situations didactiques "ordinaires"** `a l'aide du concept de milieu: d'etermination d'une situation du professeur', Actes de la 9`eme Ecole d'Et`e de Didactique des Math`ematiques, 35–43, ARDM.

MARGOLINAS, C.: 2002, '**Situations, milieux, connaissances** – analyse de l'activit`e du professeur', Actes de la 11`eme Ecole d'Et`e de Didactique des Math`ematiques 141–156.

MARGOLINAS, C., COULANGE, L., & BESSOT, A. What can the teacher learn in the classroom? In: **Educational Studies in Mathematics**, 49(1–3), 205–234. 2005.

MARIA, I. A.; ROCHA, S. M. H. (org.). **Escola de direito**: reinventando a escola multisseriada. Col. Caminhos da Educação do Campo. Belo horizonte: ed. Autentica, 2010.

MIGUEL, Maria I. R. **Ensino e aprendizagem do modelo de Poisson**: uma experiência com modelagem. 2005. 266f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

NEVES, M. F. O Modelo de Lancaster e a memória de Martin Francisco. In: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO (ANPED), 23. **Anais...**, Caxambu, 2000. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reuniões/23/textos/0210t.pdf>>. Acesso em: 08 nov. 2011.

PAIS, L. C. **Transposição didática**. In: MACHADO, S. D.A. (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. Revista. São Paulo: Educ, 2008. p. 11-48.

PARRA, H (2006a). El Conocimiento Didáctico relativo a la adición em números enteros em futuros profesores de matemática. Disponível em: <<http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/20309/1/articulo1.html>>. Acessado em: 10 jun. 2010.

RAVEL, Laetitia. **Des programmes a la classe**: etude de la transposition didactique interne:Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique. Thèse préparée au sein de l'équipe de Didactique des Mathématiques (DDM), Laboratoire Leibniz-IMAG. 2003.

ROSSINI, Renata. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das Praxeologias. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Educação Matemática, 9., 2005. São Paulo. **Anais...** São Paulo: FEUSP, 2005.

RUIZ, Alicia, et al. LA FORMACIÓN MATEMÁTICO-DIDÁCTICA DEL PROFESORADO DE SECUNDARIA, In **Anais do III International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic**. Catalunya, Spain. p. 399 - 413, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SIERRA, T. A. **Lo matemático en la creación y análisis de Organizaciones Didácticas**. El caso de los Sistemas de Numeración, Tesis Doctoral, Universidad Complutense de Madrid, 2006.

SIERRA, T. Á.; BOSCH, M; GASCÓN, J. **La formación matemático-didáctica del maestro de Educación Infantil**: el caso de cómo enseñar a contar, Em prensa Revista de Educación, 357, abril de 2012.

SILVA, F. H. S.; GUERRA, R. B. Contextualização do ensino da matemática. In: SILVA, F. H. S. **Formação de professores**: mitos do processo. Belém: UFPA, 2009.

SILVA. M, J, F. **Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. Tese de Doutorado. PUC-SP. São Paulo, 2005.

SILVA, Reginaldo. **Análise de um processo de estudo de semelhança**. Dissertação de Mestrado IEMCI/UFPA. Belém, 2007.

STEINBRING, H.: 1998, 'Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers', Journal for Mathematics Teacher Education 1, 157–189.