



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA - IEMCI  
PROGRAMA DE PÓS - GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS

**GLEISON DE JESUS MARINHO SODRÉ**

**MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA  
COMO ATIVIDADE DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO**

BELÉM

2013

**GLEISON DE JESUS MARINHO SODRÉ**

**MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA  
COMO ATIVIDADE DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática sob orientação do Professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

**BELÉM**

**2013**

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)  
Sistema de Bibliotecas da UFPA

---

Sodré, Gleison de Jesus Marinho, 1985-  
Modelagem matemática crítica como atividade  
de ensino e investigação / Gleison de Jesus  
Marinho Sodré. - 2013.

Orientador: Adilson Oliveira do Espírito  
Santo.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal  
do Pará, Instituto de Educação Matemática e  
Científica, Programa de Pós-Graduação em  
Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Modelos  
matemáticos. 3. Aritmética. 4. Educação -  
matemática. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7

**GLEISON DE JESUS MARINHO SODRÉ**

**MODELAGEM MATEMÁTICA CRÍTICA**

**COMO ATIVIDADE DE ENSINO E INVESTIGAÇÃO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática sob orientação do Professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

**Defesa: Belém-PA, 29 de agosto de 2013.**

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo – IEMCI/UFPA (Orientador)**

---

**Prof. Dr. Pedro Franco de Sá – UEPA (Membro Externo)**

---

**Prof. Dr. Renato Borges Guerra – IEMCI/UFPA (Membro Interno)**

---

**Prof. Dr. Francisco Hermes Santos da Silva – IEMCI/UFPA (Membro Interno – Suplente)**

---

**Prof(a). M. Sc. Roberta Modesto Braga - (Doutoranda do PPGECEM/IEMCI/UFPA)**

**BELÉM**

**2013**

A **Deus** e ao **Espírito Santo** pela benção concedida. Aos meus pais **Lavoziel Sodré e Rosalina Marinho** (*in memorian*) pelo apoio incondicional. A minha esposa **Ellen Shirlen**, e ao nosso filho, **Henrique**, pelo apoio e pela compreensão ao longo deste percurso. Aos meus irmãos **Elinete, Raimunda, Laudival, Edileuza, Laudinei e Rosineia** que contribuíram direta ou indiretamente na construção deste trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, sobretudo, a **Deus** pela saúde concedida para a realização deste trabalho.

Ao estimado **Professor orientador Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo** pela paciência, dedicação e, particularmente, por sua competência, elementos substanciais que contribuíram decisivamente para idealização e conclusão deste trabalho e, em especial, a formação Acadêmico-Profissional.

A todos os professores do Programa de Pos-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas pelas contribuições, especialmente aos **Professores Dr. Francisco Hermes Santos da Silva e Dr. Renato Borges Guerra**.

Ao **Professor Dr. Pedro Franco de Sá** pelas contribuições imprescindíveis no Exame de Qualificação e à **Professora M. Sc. Roberta Modesto Braga**, por terem aceitado a participar da banca examinadora.

A todos os amigos **mestrandos e doutorandos do IEMCI**, particularmente, os professores **Markus Benedito, José Carlos, Itamar Miranda e José Augusto Nunes Fernandes**, e aos **companheiros do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM)** pelos apontamentos e inferências imprescindíveis ao desenvolvimento deste trabalho e da formação acadêmica.

Aos meus amigos professores das Escolas “Frei Miguel de Bulhões” e “Irmã Carla Giussani”, em especial, ao **Edenilson de Jesus Sodré Guedes, Gleydson Vieira Moura, Marinaldo Tavares, Taylor Lima e Fábio Fernandes de Lima**, do município de **São Miguel do Guamá**.

Aos colegas e professores da **Escola de Aplica o da UFPA** e a todos os colaboradores do IEMCI/UFPA.

## RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar. A pesquisa foi desenvolvida com alunos do primeiro ano do ensino médio. Os dados coletados por meio de registros fotográficos e conceituais apontaram encaminhamentos significativos para além da construção do conhecimento matemático, ao mobilizarem os alunos em debates e discussões a partir de uma questão com diferentes modelos matemáticos postos em concorrência, revelando concomitantemente o papel do sujeito na construção de “realidades”, detidamente por meio do uso da regra de três para validação ou não do modelo, pertinente ao ensino da matemática escolar, que corroborou aos anseios da Educação Matemática Crítica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Modelagem Matemática Crítica. Investigação. Regra de Três.

## ABSTRACT

The objective of this research was analyze contributions of critic modeling mathematic as learning activity and investigation for school math. The research was developed by students of high school first grade. The collected files by photographer registers and conceptual aim significant ways to beyond the math knowledge construction, to mobilize the students in debates and discussions from a question with different math models put in competition, showing concomitantly, the subject play in construction of "realities", closely by the use of rule of three way to validation or not of the model, relevant of school learning math, that collaborated to yearnings of Critic Math Education.

**Key Words:** Mathematic Education. Mathematic Critic Modelling. Investigation. Rule of Three.



## Sumário

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>09</b>
<b>CAPÍTULO I MEMORIAL DE FORMAÇÃO E APRESENTAÇÃO DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1 Trajetória de formação.....	13
1.2 Formação Profissional.....	16
1.3 Motivação.....	21
1.4 Questão de Investigação.....	22
<b>CAPÍTULO II FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>25</b>
2.1 Modelagem matemática segundo a Educação Matemática Crítica.....	27
2.2 Modelagem matemática crítica na perspectiva de Burgermeister.....	29
<b>CAPITULO III METODOLOGIA.....</b>	<b>34</b>
3.1 Assumindo o método de pesquisa.....	34
3.2 Sujeitos da pesquisa: pesquisador e pesquisados.....	36
3.3 Esquema Herbartiano.....	38
3.4 Procedimentos de coleta dos dados.....	39
3.5 Procedimentos de análise dos dados.....	41
<b>CAPÍTULO IV ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA.....</b>	<b>43</b>
4.1 Análise dos grupos.....	44
4.2 O percurso dos grupos na atividade.....	46
4.3 Fase de socialização da atividade.....	58
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>69</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>73</b>

## INTRODUÇÃO

O ensino da matemática escolar tem gerado preocupação de muitos agentes sociais envolvidos no processo educativo, sobretudo, pesquisadores da Educação Matemática, na tentativa de propor novos direcionamentos para aprendizagem comprometida com a formação crítico-reflexiva dos alunos. Nesse sentido, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação pode apontar encaminhamentos relevantes para o ensino escolar, em geral, imitado ao “paradigma do exercício” e à “certitude” matemática, fundamentada na “ideologia da certeza”, passivo de reprodução da “cópia cultural” acrítica destacada por Burgermeister (2007, 2010) apoiado em Chevallard (1989).

A matemática enquanto conhecimento socialmente produzido ao longo da História da humanidade tem retido atenção especial, sobretudo, pela referência cristalizada no contexto escolar com elevados índices de reprovações, evasão escolar provocados por aversão à disciplina e, um ensino que em geral, não corresponde às expectativas dos alunos (BRASIL, 2002, p.43). Nesse sentido, Silva (2009, p.117) atribui

[...] que a aprendizagem escolar, não sendo uma atividade intrínseca do sujeito, merece esforços gigantescos dos educadores para conciliar cognição e afetividade de tal forma que os nossos alunos se sintam motivados intrinsecamente para aprender, tendo consciência de que seu aprendizado só será efetivo se resultar de sua vontade pessoal para aprender.

Silva (2009, p.117) enfatiza que o ensino escolar não está de acordo com os interesses dos alunos pressupondo a necessidade de esforços gigantescos para conciliar cognição e afetividade, o que pode ser refletido substancialmente por meio do ensino tradicional da matemática, ao posicionar o professor como detentor do saber, o aluno como agente passivo a espera da reprodução do conhecimento caracterizando assim o modelo de “Educação Bancária” denunciado por Paulo Freire (1979). O professor atua neste modelo como depositante e o aluno na condição de depositado, impossibilitando-o de reagir numa perspectiva de construção do

conhecimento tendo em vista o “contrato didático”<sup>1</sup> estabelecido. O saber matemático curricular dividido em tópicos tratados de forma isolada e descontextualizada, estruturado de acordo com o “paradigma do exercício”, tem como premissa central a existência de uma única resposta correta.

Considerando a forma pela qual tem sido reproduzido o ensino da matemática escolar, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação pode contribuir significativamente com o processo de construção de conhecimento ao possibilitar espaço para reflexão, debate e, sobretudo, a capacidade de argumentar do ponto de vista matemático justificando o uso de modelos no entorno de uma situação, gerando respostas a partir do confronto com seus pares e com o professor mediador do processo. Isto reflete, além da oportunidade de tomar consciência de que modelos matemáticos podem criar “realidades” subordinadas aos interesses dos sujeitos tal como evidencia a Educação Matemática Crítica, a participação ativa dos alunos, pois o desenvolvimento do processo depende dos mesmos, cabendo ao professor mediar sem interferências constantes julgando ‘erros’ ou ‘acertos’.

Sobre este pensar, a modelagem matemática crítica à luz da perspectiva de Burgermeister (2007, 2010) pode ser uma resposta significativa, ao mobilizar os alunos a investigação de uma questão (Q) produzindo diferentes respostas (R) a partir dos modelos matemáticos apresentados, passíveis de contribuições para o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva, segundo o desejado pela Educação Matemática Crítica, ao evidenciar o papel do sujeito na discussão do modelo.

Para tanto, o trabalho desenvolvido com uma turma do primeiro ano do ensino médio, com objetivo de **analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar**, revela resultados significativos para além da construção do próprio conhecimento, emergindo debates e discussões pertinentes ao justificar a “adequação” ou não dos modelos, para a questão em análise. Dentre as “obras” matemáticas mais investigadas, destaca-se o fazer da regra de três predominante no processo de

---

<sup>1</sup> A expressão contrato didático manifestada neste texto corrobora da compreensão de Guy Brousseau (1986), constituindo um conjunto de cláusulas que de uma maneira mais ou menos implícita, reagem, em cada momento, as obrigações recíprocas dos alunos e do professor no que se refere ao conhecimento matemático ensinado.

validação ou não das respostas obtidas, configurando embates salutares ao desenvolvimento da competência crítico reflexiva.

A fase de socialização, além de potencializar a capacidade argumentativa do ponto de vista matemático, aponta a quebra do “contrato didático” nos termos de Brousseau (1986) vigente que a prática de modelagem matemática crítica assinalou, bem como a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de “realidades”, “enquadrada” por modelos matemáticos.

A modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação pode contribuir significativamente para o ensino da matemática escolar que clama por um ensino o qual priorize, embora parcialmente, a valorização pessoal nos termos de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) e a competência crítico-reflexiva desejado pela Educação Matemática Crítica, pois “O aluno aprende quando mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo”. (PONTE, BROCARD, e OLIVEIRA, 2009, p.23).

Desse modo, o trabalho apresenta-se estruturado sob os seguintes capítulos:

O capítulo primeiro apresenta o memorial de formação acadêmico-profissional do autor, enfatizando as contribuições da prática docente na constituição do profissional professor, articulando, para isso, subsídios teóricos para fundamentação das reflexões suscitadas. Ademais, anuncia a questão de investigação norteadora da pesquisa, detidamente sobre contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar;

O capítulo segundo evidencia elementos para fundamentação teórica, ao apontar para modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica bem como a modelagem matemática crítica na perspectiva Burgermeister (2007, 2010) assumidos nesta pesquisa, para investigação de uma questão (Q) para produzir diferentes respostas (R) a partir de modelos matemáticos, passíveis ao desafio do “paradigma do exercício” e da “certitude” matemática, fundamentados na “ideologia da certeza”;

O capítulo terceiro aponta a metodologia de pesquisa, destacando o método qualitativo de natureza pesquisa participante, os sujeitos da pesquisa: pesquisador e

pesquisados, o Esquema Herbartiano, os procedimentos de coleta e análise dos dados;

O capítulo quarto constitui-se das análises de dados, o percurso dos grupos na atividade e a fase de socialização revelando contribuições pertinentes ao ensino da matemática escolar, principalmente, a tomada de consciência do papel dos modelos na construção de “realidades”, “enquadrado” pelo sujeito segundo interesses e intenções, nem sempre explícitos no fazer escolar, ao evidenciar ainda que parcialmente, uma formação cidadã contemplando a dimensão da competência crítico-reflexiva. Ademais, possibilita abertura para novas discussões sobre a temática em debate.

**CAPÍTULO I**  
**MEMORIAL DE FORMAÇÃO E APRESENTAÇÃO**  
**DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO**

*De tudo ficaram três coisas:  
A certeza de que estamos começando,  
A certeza de que é preciso continuar e  
A certeza de que podemos ser interrompidos antes de terminar  
Fazer da interrupção um caminho novo,  
Fazer da queda um passo de dança,  
Do medo uma escola,  
Do sonho uma ponte,  
Da procura um encontro,  
E assim terá valido a pena existir!*

(De Tudo Ficaram Três Coisas - Fernando Sabino)

As palavras de Fernando Sabino traduzem categoricamente a intenção deste memorial de formação, motivado pelo espírito semelhante ao do cantor Gonzaguinha quando afirma *viver e não ter a vergonha de ser feliz cantar e cantar e cantara beleza de ser um eterno aprendiz*, apresento este memorial de formação buscando destacar os momentos inerentes a minha trajetória estudantil até o momento presente enfatizando a questão de investigação como elemento propulsor para o desenvolvimento deste trabalho. “O professor ao relatar suas experiências aprende e ensina neste ato. Aprende porque ao narrar organiza suas ideias e sistematiza suas experiências. Ensina porque o outro, frente às narrativas de experiências do colega, pode “ressignificar” seus próprios saberes e experiências” (GONÇALVES, 2006, p.142).

### **1.1 Trajetória de formação**

Para iniciar esta reflexão destaco as palavras de Silva (2009) quando analisa o ensino da matemática escolar como um ‘ato de violência’, pois o modo como é

tratada no ambiente escolar, na maioria das vezes, não está de acordo com os interesses e as motivações do sujeito. Silva (2009, p.106) infere que “[...] a educação escolar não é “algo natural”, pois exige dos educadores a tomada de consciência de que é preciso conquistar a atenção dos alunos para o conhecimento escolar, despertando-lhes interesse ou vontade (sobretudo à *vontade*) de aprender”. A análise do Professor traduz a maneira como fui educado na educação básica, especificamente, na disciplina matemática.

As dificuldades manifestadas no ensino fundamental foram expressivas acarretando desinteresse e rejeição em relação à disciplina, estendendo este pesar para o ensino médio, consciente de uma aprendizagem marcada pela fragilidade na compreensão dos tópicos matemáticos abordados durante as aulas. Quando ingressei no ensino médio, a insegurança no domínio de conceitos rondava até o momento em que o professor que ministrava a disciplina de matemática se apresentou na classe, buscando motivar os discentes, enfatizando sua importância na formação frente às exigências da sociedade contemporânea. A motivação para seguir a profissão de professor, em particular de matemática, se enraíza nesta fase, pois embora o professor trabalhasse nos moldes do ensino convencional (definição, exemplo e exercícios), a base dos conhecimentos matemáticos do ensino fundamental explorados também no ensino médio paulatinamente oportunizaram a compreensão significativa.

Por essas e outras razões, este professor foi determinante no processo que convergiu na escolha do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará - UEPA (Campus de São Miguel do Guamá), ingressando no ano de 2005 com término em 2008. Todavia não sabia da responsabilidade que passaria a assumir naquele momento, na constituição de um professor de matemática, acreditando que o domínio dos conhecimentos específicos de matemática seria necessário e suficiente evidenciando aversão às disciplinas de natureza pedagógica, imprescindíveis no processo de formação acadêmico-profissional. Esta compreensão do domínio de conhecimentos específicos de matemática como elemento fundamental para a prática docente fragiliza-se notadamente ao ingressar no curso de Pós-Graduação ao engendrar subsídios teóricos pertinentes à profissão.

Nesse raciocínio, Gauthier *et al.* (1998, p.20-21) sustentam que

pensar que ensinar consiste apenas em transmitir um conteúdo a um grupo de alunos é reduzir uma atividade tão complexa quanto o ensino a uma única dimensão, aquela que é mais evidente, mas é, negar-se a refletir de forma mais profunda sobre a natureza desse ofício e dos outros saberes que lhes são necessários. Numa palavra, o saber do magistério não se resume apenas ao conhecimento da matéria.

Diante da reflexão do autor, exercer a atividade profissional em sala de aula exige um conhecimento para além dos específicos, fato revelado a partir do ano de 2006 ao iniciar o exercício profissional. A complexidade que envolve a sala de aula mostrou a necessidade de engendrar conhecimentos pedagógicos, pois a dinâmica do processo clama por um fazer pedagógico capaz de articular a teoria e a prática. Por isso,

O professor deve ter um conhecimento “profundo” de matemática para que possa tomar decisões apropriadas em sua prática de ensino. Esse conhecimento “profundo” é caracterizado pela habilidade do professor em descrever a compreensão do aluno, baseando-se numa renegociação de seu próprio conhecimento de matemática. [...] Ball e Bass (2000) nos oferecem uma metáfora útil para essa discussão, descrevendo a ação do professor como ato de “desempacotar” seu próprio conhecimento formal de matemática para entender as construções dos alunos e, ao mesmo tempo, “desempacotar” o conhecimento destes para analisá-los a fundo. (D’AMBRÓSIO, 2005, p.20-21)

Nesse sentido, a busca pela fundamentação teórica ganha vitalidade para compreender, ainda que parcialmente, a necessidade de inserção de novas metodologias, sobretudo, as dimensões da Educação Matemática. A esse respeito concordamos com Freire (1996, p.53) ao argumentar “Gosto de ser gente porque a História em que me faço com os outros e de cuja feitura tomo parte é um tempo de possibilidades e não de determinismo. Daí que insista tanto na *problematização* do futuro e recuse sua inexorabilidade”. O argumento do autor reflete minhas insatisfações com a rotina do dia a dia em sala de aula, mobilizando a tomada de consciência sobre a necessidade de mudanças na melhoria da qualidade de ensino. Imbernón (1994, p.11) *apud* Gonçalves (2006, p.19) evidencia que

Unir a formação (que significa dar forma a alguma coisa e implica, em contraposição a adestrar, introduzir um componente artístico, cultural e internacional na ação) ao desenvolvimento da profissão... Se trata de ver a formação como uma aprendizagem constante, levando esta ao



desenvolvimento de atividades profissionais e a prática profissional a partir da formação inicial.

As atividades profissionais se desenvolveram paralelamente à formação inicial, potencializando a flexibilidade no enfrentamento de disciplinas além das específicas, fortalecendo-se, sobretudo, a partir do contato com os campos de investigação da Educação Matemática no segundo ano de graduação. Contudo, o contato, apesar de incipiente, necessitava de mais elementos teóricos, cuja concretização se daria ao ingressar na Pós-Graduação, em particular, na Educação Matemática. Além das atividades profissionais exercidas, atuei como bolsista na função de monitor no núcleo universitário de São Miguel do Guamá e, ao término do curso, como professor Tutor do curso de Licenciatura em Matemática Modalidade à Distância, experiências relevantes à formação profissional.

## 1.2 Formação Profissional

Entender a dinâmica do processo ensino aprendizagem sugere aceitar as contribuições de Freire (1996, p.47) quando propõe que

[...] ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua própria produção ou a sua construção. Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, as suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimento.

Criar *‘possibilidades ou condições’* para a aprendizagem significativa em matemática tal como propõe o autor implica mobilizar-se do “paradigma do exercício” para diferentes ambientes de aprendizagem. Ou seja, sair da “zona de conforto” para “zona de risco” impõe aceitação ao novo, mostrando-se uma tarefa árdua, haja vista a própria formação inicial se caracterizar pela rotina do “paradigma do exercício”. Compreendemos, assim, ao comungar com Deleuze (1996, p.128) *apud* Almeida (2010, p.111), ao refletir

No momento em que alguém dá um passo fora do que já foi pensado, quando se aventura para fora do reconhecido e do tranquilizador, quando precisa inventar novos conceitos para terras desconhecidas, caem os métodos e as morais, e pensar torna-se, como diz Foucault, um ato arriscado, uma violência que exerce primeiro sobre si mesmo. As objeções feitas a um pensador ou mesmo as questões que lhe colocam vêm sempre das margens e são como bóias lançadas em sua direção, porém mais para confundi-lo e impedi-lo de avançar do que para ajudá-lo: as objeções vêm sempre dos medíocres e dos preguiçosos.

Dar o passo fora do que foi pensado ou do que está estabelecido no contexto educativo remete ao “ato de violência” em que se exerce primeiro sobre si mesmo, ao considerar as lacunas na educação básica na tentativa de não reproduzir o ensino da formação inicial. Além das experiências citadas no ano de 2008, a aprovação no Concurso Público para o cargo de Professor da Seduc-Pa com atuação na escola onde tive a formação do ensino médio constitui-se fator preponderante do ponto de vista motivacional, elencando turmas de 1º, 2º e 3º anos do ensino médio, com uma preocupação adicional: o excesso de carga horária dedicado exclusivamente em sala de aula, principalmente em função da carência de profissionais na área de atuação.

Esta problemática da educação brasileira se manifesta ainda com bastante intensidade levando o professor ao desgaste físico e intelectual. Esse desgaste em geral fragiliza a motivação em qualificar-se colocando em evidência o sucesso de seu trabalho pedagógico configurando um momento propício para se debruçar na “zona de conforto”. Esses elementos, quando somados, sobrepõem-se às forças humanas do professor na luta pelo bem estar social limitando-o apenas ao universo da sala de aula reproduzindo conhecimentos estandardizados. Sobre isso, somos levados a concordar com Ponte (1992, p.235) ao inferir

Os professores constituem um grupo profissional em crise. Eles são antes de mais o pilar profissional do sistema educativo, um sistema renitente às mudanças, em termos relativos cada vez mais desvalorizados, em declínio. É um sistema fortemente tutelado pela administração, dotado de uma grande inercia e sem um claro conjunto de valores de referência. Tudo isto propicia o esvaziamento da função docente e a desmotivação dos professores para o investimento profissional [...].

Embora o regime de trabalho demandasse acentuada carga horária, a expectativa se renovou ao ingressar no curso de Especialização em Educação Matemática, fortalecendo o espírito investigativo da prática docente e do fazer discente em suas múltiplas manifestações.

Considerar o fazer dos alunos em suas relações é indiscutivelmente imprescindível, pois estes devem ser vistos como sujeito pensante, que apresentam uma bagagem cultural a ser apreciada. A esse respeito, Ausubel compartilha em sua teoria sobre aprendizagem significativa, ao evidenciar que o professor precisa identificar o que o aluno conhece e, a partir disso, ensiná-lo. “A ideia central da teoria de Ausubel é a de que o fator isolado mais importante influenciando a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. [...] Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo”. (MOREIRA e MASINI, 2001, p.17).

O curso de Especialização, além de suas contribuições do ponto de vista profissional aguçou mais necessidade de debates e discussões, sobretudo, diante dos múltiplos obstáculos que eclodiam no âmbito da atividade docente, instigando a compreender o próprio saber matemático. Sobre esta discussão

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. [...] enquanto ensino contínuo buscando, procurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço [...]. (FREIRE, 1996, p.29)

Faço das palavras do autor as minhas, na busca pela melhoria da qualidade da educação, em particular do ensino de matemática, aprofundando leituras, traçando planos e ações a serem desenvolvidos com os alunos para potencializar seu espírito crítico e criativo suprimido pela “educação bancária”<sup>2</sup>. A esse respeito, a necessidade de refletir continuamente sobre a própria prática docente conduziu a participação do processo seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do Instituto de Educação Matemática e

---

<sup>2</sup> A expressão “educação bancária” é enunciada por Paulo Freire para caracterizar o ensino nos moldes de transferência de conhecimento: o professor é quem deposita e o aluno o depositado, evidenciando ser este semelhante a uma caixa vazia a espera de ser preenchida pelo professor.

Científica (IEMCI) da UFPA, concorrendo a uma das vagas destinada ao Mestrado Acadêmico de 2011. Isto reflete “[...] em termos críticos, [...] uma exigência que os momentos do ciclo gnosiológico vão pondo a curiosidade que, tornando-se mais e mais metodicamente rigorosa, transita da ingenuidade para o que venho chamando ‘*curiosidade epistemológica*’”. (FREIRE, 1996, p.29)

Ao iniciar o curso estava consciente do enfrentamento de desafios, sobretudo pela impossibilidade de dedicação exclusiva ao curso, em função do estágio probatório ainda inconcluso, tendo que conciliar os dias para o exercício da profissão docente com os encontros presenciais nas disciplinas do curso de Mestrado. Todavia, a cada encontro com novas teorias, a cada debate e discussão, construção e desconstrução de “verdades” fomentadas com a disciplina de Bases Epistemológicas da Ciência ministrada pela professora Dra. Maria dos Remédios de Brito e pelo professor Dr. José Jerônimo de Alencar Alves, renascia a possibilidade de continuar. De fato, esta disciplina configura a possibilidade ao discente de exercitar a capacidade de articular ideias de autores aparentemente sem nexos que em diferentes épocas da História foram construídas e reconstruídas. Assim, corroboramos com Almeida (2010, p.70-71) ao entender que

Conhecimento é tratamento de informação, articulação de dados construídos e não aglomeração de informações. [...] Para conhecer é preciso selecionar informações, eleger algumas como mais importantes, articulá-las entre si, imputar significado a elas. Conhecimento é tratamento de informações.

A disciplina de Tendências em Educação Matemática coordenada pelos professores Dr. Francisco Hermes Santos da Silva e Dr. Renato Borges Guerra aguçou a construção e desconstrução de compreensões no campo da Educação Matemática, em particular, sobre modelagem matemática no contexto da atividade escolar. Durante os encontros da disciplina, mais desencontros me ocorriam no sentido tratado de “acomodação”<sup>3</sup> por Piaget (1996, p.18) no embate com novas teorias. O término da primeira disciplina em meio aos encontros citados, o

---

<sup>3</sup> Piaget se refere ao termo acomodação quando um novo conhecimento parece não se adaptar as estruturas já desenvolvidas e, assim, a menos que o indivíduo simplesmente se desfaça dele, terá que modificar suas estruturas do conhecimento pré-existente a fim de acomodar as novas informações. Desta forma, Piaget (1996, p.18) define o termo acomodação nos seguintes termos: “Chamaremos acomodação [...] toda modificação dos esquemas de assimilação sob a influência de situações exteriores (meio) ao quais se aplicam”.

contato com a disciplina de Tendências foi bastante motivador e desafiante para desenvolver ações em sala de aula. “De um modo geral, os professores reagem muito bem às propostas de atividades práticas. Envolvem-se, ficam entusiasmados, consideram positivo encarar a matemática de forma ativa” (PONTE 1992, p.229).

Quanto a essa discussão, somos levados a concordar com D`Ambrósio (1997) *apud* Gonçalves (2006, p.143), ao sugerir que

Na verdade, a teoria vem a partir do que ocorre em uma prática. Ela ganha força no momento em que ela é uma reflexão de uma prática. Eu diria que a teoria é uma reflexão sobre uma prática, uma reflexão que vai aprimorar essa prática. Ao aprimorar essa prática, vai surgir à necessidade de mais teoria e isso cria um círculo onde a teoria e a prática se auto-alimentam.

De fato, a reflexão de debates teóricos vivenciados na Pós-Graduação possibilitou ao final do primeiro semestre, uma atividade de modelagem matemática em sala de aula, gênese que culminou na elaboração de um texto para comunicação científica apresentada no VIII Encontro Paraense de Educação Matemática (EPAEM) em 2011, além da participação na VII Conferência Nacional de Modelagem Matemática na Educação (CNMEM), em Novembro de 2011.

A inserção de modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática tem se configurado em desafios, principalmente por ameaçar o saber do professor frente aos alunos, uma vez que neste processo os alunos podem atribuir sugestões sobre outros campos de conhecimento distante da cultura do professor, colocando-o em “zona de risco”. Esta análise é baseada nas colocações enfatizada pelo professor Dr. Francisco Hermes Santos da Silva durante o minicurso que ministrou na VII CNMEM, em 2011.

O fortalecimento teórico sobre modelagem se deu com a disciplina Modelagem Matemática ministrada pelo professor Dr. Adilson Oliveira, que contribuiu significativamente nos embates destacando o papel do professor e do aluno quando se propõem ao desafio. Os obstáculos comuns a esta prática foram evidenciados com base em experiências vivenciadas por outros pesquisadores, o que implica igualmente compreender que a modelagem não eliminará os problemas

ligados ao ensino de matemática, contudo constitui-se em um ambiente de aprendizagem passível de ser desenvolvido em sala de aula.

Paralelo à disciplina de modelagem, participei da disciplina Tópicos de Matemática Crítica ministrada pelo professor Dr. Renato Borges Guerra. As contribuições da disciplina constituíram-se determinantes sobre a proposta desta pesquisa, sobretudo, pelas discussões sobre o papel da Matemática na sociedade, gerando e construindo “realidades” por meio de modelos matemáticos que trazem consigo interesses e intencionalidades nem sempre visíveis. As discussões se davam a partir das reflexões de autores que abordam a perspectiva da Educação Matemática Crítica, sobretudo, os trabalhos do Dinamarquês Olé Skovsmose. Portanto, a partir deste emaranhado teórico associado à prática docente, desenvolve-se a intenção desta pesquisa, valendo-se da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação no espaço escolar.

### **1.3 Motivação**

Em termos genéricos, *a motivação ou motivo é aquilo que move uma pessoa ou que a põe em ação ou a faz mudar o curso*, Bzuneck (2001, p.9) *apud* Silva (2009, p.105).

Valorizar o aprender como um objetivo pessoal, buscando auferir o maior proveito do processo de aprendizagem, acolhendo de boa vontade todas as condições de exigência que ele contenha. Em última instância, por mais ambiciosa que seja esse objetivo, os esforços educacionais devem seguir a trilha em direção à motivação intrínseca, um estado em que o aluno chega a envolver-se nas atividades escolares como um fim em si mesmo, independentemente de motivadores extrínsecos. (ibid., p.110).

Ainda que o autor trate do ponto de vista escolar, os esforços devem convergir para motivação intrínseca do sujeito em qualquer passo da formação acadêmica e profissional. As discussões levantadas durante as aulas das disciplinas Modelagem Matemática e Tópicos de Matemática Crítica foram imprescindíveis para construção e desconstrução de conceitos inerentes à prática com modelagem matemática agregando valores necessários para o desenvolvimento pedagógico.

Compartilho com Freire (1996) a ideia da condição de meu inacabamento enquanto ser histórico e social e com Pimenta (2006, p.24) quando analisa

A transformação da prática dos professores deve se dar, pois, numa perspectiva crítica. Assim, deve ser adotada uma postura cautelosa na abordagem da prática reflexiva, evitando que a ênfase no professor não venha operar, estranhamente, a separação de sua prática do contexto organizacional no qual ocorre. Fica, portanto, evidenciada a necessidade da realização de uma articulação, no âmbito das investigações sobre a prática reflexiva, entre práticas cotidianas e contextos mais amplos, considerando o ensino como prática social concreta.

A formação inicial, embora evidencie lacunas para a prática pedagógica, contribuiu substancialmente ao exercício da profissão reproduzindo sequências didáticas vivenciadas em sala de aula sem reflexão do próprio objeto a ser ensinado o que pode sinalizar dificuldades enfrentadas para articular e atribuir significado ao conhecimento matemático apresentado aos alunos. Por conta disso, a formação continuada mostrou-se imprescindível ao agregar diferentes perspectivas de formação, sobretudo, quando consideramos o pensar de Silva (2009) sobre o ensino da matemática escolar como um “ato de violência”, pois epistemologicamente, o ser humano tem curiosidade para aprender, o que demanda uma formação holística por parte do professor.

Portanto, encerro estas reflexões parafraseando o poeta Português Fernando Pessoa ao proferir que ‘Tudo vale a pena se a alma não é pequena’ com “a consciência de si como ser inacabado [...] o ser consciente de sua inconclusão num permanente movimento de busca” (FREIRE, 1996, p.57), cuja ‘Busca’ propiciou a questão de investigação norteadora deste trabalho.

#### **1.4 Questão de Investigação**

Refletindo a partir da experiência docente na educação básica, constatei que a organização do ensino da matemática escolar caracteriza-se segundo o “*paradigma do exercício*”, tendo como premissa central a existência de uma, e somente uma resposta correta. Mover-se deste cenário em direção a outros ambientes, tal como enuncia o autor “pode contribuir para o enfraquecimento da

autoridade da sala de aula tradicional de matemática e engajar os alunos ativamente em seus processos de aprendizagem” (SKOVSMOSE, 2000, p.66). Entre estes ambientes passíveis para o enfrentamento do paradigma do exercício destacamos a modelagem matemática crítica<sup>4</sup> como atividade de ensino e investigação ao possibilitar o educando analisar uma questão (Q) a partir de modelos matemáticos postos em “concorrência” gerando diferentes respostas (R) a serem confrontadas para eleger a resposta mais aceitável institucionalmente.

Esta atitude pode conduzir o aluno a confrontar diferentes respostas a partir de modelos matemáticos, salutar ao desenvolvimento da competência crítico-reflexiva do modo desejado pela Educação Matemática Crítica, o que em geral, não se discute no ensino da matemática escolar. Em que pese a complexidade do processo de modelagem matemática em se tratando do ambiente escolar, Guerra e Silva (2009, p.96-97) e Silva (2011, p.11-12) sustentado por Grandsard (2005, p.07) infere que, embora os alunos sejam excelentes em memorizar fatos, fórmulas e provas, não respondem bem às aplicações da matemática, nem mesmo as reconhecem, em contextos incomuns para eles. Então, essa constatação provoca indagações sobre a eficiência do ensino da matemática para alertar que tais dificuldades dos estudantes são também dos professores, pois “alguns casos dos nossos futuros professores mestre em educação matemática não puderam traduzir ao nível do liceu. Como será possível que ensinem modelagem para seus alunos?” (GRANDSARD, 2005, p.07) *apud* (GUERRA e SILVA, 2009, p.97).

Nessa perspectiva, destaca-se a dificuldade de modelar “certas realidades”, sobretudo, quando esta foge das experiências do sujeito alegando a necessidade de especialistas para ‘transportar’ a realidade desejada, evidenciando que a atividade de modelagem não é uma atividade somente do matemático, fragilizando de certo modo, a existência de um “modelador profissional” conforme enuncia Barbosa (2007, p.04).

Por isso, destacamos a necessidade ainda que parcialmente de inserção no contexto escolar da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação ao “visitar” “obras” matemáticas para justificar validade ou não dos

---

<sup>4</sup> A expressão ‘modelagem matemática crítica’ é definida por Burgermeister (2007, 2010) quando argumenta em seus trabalhos fundamentados em Chevallard, sobre a discussão de uma questão na busca de várias respostas a serem confrontadas.



modelos para a questão em debate, configurando espaço de discussão e fomento à construção de conhecimentos não só como elemento motivacional, mas para tomar consciência de que a matemática produz “realidades” por meio de modelos matemáticos os quais contêm sua ideologia nem sempre explícita e, sobretudo, o papel do sujeito na situação ao mobilizar modelos segundo sua sensibilidade. Desse modo, propõe-se a seguinte questão de investigação:

**Que contribuições a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação possibilita para a matemática escolar?**

Para tanto, a pesquisa não tem a pretensão de esgotar a temática, contudo de propor possíveis direcionamentos a outras pesquisas de modo a fundamentar mais o debate, notadamente no campo de compreensão da prática de modelagem matemática, salutar ao desenvolvimento do processo ensino aprendizagem de matemática tal como aponta pesquisas discutidas ainda que parcialmente, no Capítulo II.

## CAPÍTULO II

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

As pesquisas em Educação Matemática evidenciam a crescente preocupação com a melhoria de ensino de Matemática apontando ao lado disso, alternativas metodológicas para alcançar tal objetivo, dentre as quais, destaca-se a modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática Crítica, como elemento para condução do processo ensino aprendizagem. O debate sobre modelagem e aplicações no campo da Educação Matemática no cenário internacional se dá a partir de 1960, com o movimento denominado “utilitarista” na intenção de tornar a matemática útil para a vida, permitindo ao surgimento de vários pesquisadores, inclusive no Brasil, (BIEMBENGUT, 2009, p.07).

Desta forma, a inserção da modelagem matemática na atividade escolar como parte da prática docente, pode configurar além de possibilidades ao processo ensino aprendizagem de matemática, dificuldades, sobretudo, quando tratada segundo o fazer do matemático aplicado, pois os modelos matemáticos como parte da construção social são chamados a desempenhar papéis na sociedade, mostrando-se como resultante de um fazer humano marcado por interesses e intencionalidades que nem sempre se mostram visíveis, carregando com isso, viés de natureza ideológicos.

A criação de modelos para interpretar os fenômenos naturais e sociais é inerente ao ser humano. [...] Na verdade o ser humano sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido, a modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa de nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento. (BIEMBENGUT & HEIN, 2003, p.11).

Diante do exposto é possível enfatizar que a modelagem não é uma atividade exclusiva de matemáticos, ainda que suas raízes estejam vinculadas a matemática aplicada. Por isso, o Químico, Biólogo, Engenheiro, Geógrafo, enfim, são sujeitos que podem desenvolver modelos no âmbito de sua prática de modo a atender seus interesses e intencionalidades. Nesse sentido, Guerra e Silva (2009, p.100-101) destacam

[...] que modelar uma situação real não é uma atividade restrita do matemático aplicado. [...] é preciso destacar que as construções de modelos matemáticos nas práticas sociais, por exemplo, das economias, ciências, e tecnologias, são realizadas por equipe de especialistas das áreas do conhecimento, em conjuntos ou isolados por área, que podem contar ou não com a colaboração de matemáticos aplicados, pois modelar não é uma tradução do real para a linguagem matemática.

Baseado no posicionamento dos autores, a modelagem matemática não consiste na tradução “fiel” do real para a linguagem matemática haja vista esta atividade arranjar-se a partir das experiências do sujeito ao mobilizar conhecimentos já bem estabelecidos historicamente e socialmente.

Nesse sentido, a modelagem matemática é revelada como uma prática reflexiva que busca atender intencionalidades e interesses sociais e que para tal se articula e integra fórmulas, métodos, e algoritmos já bem estabelecidos ou que são desenvolvidos no processo, mas que se justificam nas regras de inferência e sintaxe do fazer formal matemático. (GUERRA e SILVA, 2009, p.101).

O pensar desses autores evidencia parte das dificuldades da atividade de modelagem no ensino escolar manifestada por alunos e professores revelando a complexidade envolvida com modelagem na atividade escolar, pois sua inserção como metodologia ou estratégia de ensino, conforme o desejado por pesquisadores a exemplo de Burak e Klüber (2011), Biembengut & Hein (2003), Bassanezi (2004), dentre outros. A modelagem pode ser definida conforme os propósitos e interesses subjacentes à sua implementação. Kaiser-Messmer (1991) *apud* Barbosa (2001) apontam duas visões gerais nas discussões internacionais sobre modelagem: a pragmática e a científica.

A corrente pragmática argumenta que o currículo deve ser organizado em torno de aplicações, eliminando qualquer conteúdo matemático, sem aplicação. Esta compreensão, também de muitos docentes, tem sido analisada por pesquisadores, entre eles, Guerra e Silva (2009, p.101), ao refletirem o desenvolvimento e a evolução da matemática não apenas por aplicações, mas por forças internas a própria matemática enquanto Ciência. Compartilhando a esta compreensão Chevallard, Bosch, Gascón (2001, p.50) destacam que “Grande parte da atividade

matemática, pode ser identificada, portanto, como uma atividade de modelagem matemática”.

A vertente científica busca estabelecer relações com outras áreas a partir da própria matemática, na intenção de introduzir novos conceitos. Ela *considera a ciência matemática e sua estrutura como um guia indispensável para ensinar matemática, a qual não pode ser abandonada* (KAISER-MESSMER, 1991, p.85) *apud* (BARBOSA, 2001). Além dessas visões, outra tem se destacado no contexto da pesquisa e da prática docente. Trata-se da corrente sócio-crítica, com várias referências no Brasil, entre as quais os trabalhos de (BARBOSA, 2001; ARAÚJO, 2009; MEYER, CALDEIRA e MALHEIROS, 2011). Esta compreensão carrega consigo elementos fundamentados na Educação Matemática Crítica, ao suscitar, entre outros elementos, o papel da matemática na sociedade capaz de “formatar e construir realidades” na perspectiva de potencializar a “consciência crítica”<sup>5</sup> e política dos alunos. Dessa forma, este capítulo evidencia encaminhamentos da modelagem matemática segundo a Educação Matemática Crítica e a modelagem matemática crítica na acepção sugerida por Burgermeister (2007, 2010).

## **2.1 Modelagem matemática segundo a Educação Matemática Crítica<sup>6</sup>**

Os trabalhos de Skovsmose (2001, 2007), no sentido da EMC, têm substanciado pesquisadores da perspectiva sócio-crítica da modelagem ao discutirem sobre o papel da matemática e dos modelos matemáticos na sociedade desafiando a “ideologia da certeza”. “A EMC preocupa-se com a maneira como a matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico, e político e com as finalidades para as quais a competência matemática deve servir” (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.18). Com base nestas colocações a matemática entendida como produtora de “realidades” evidencia em grande parte destas construções os modelos imbricados em papéis sociais desenvolvidos para atender interesses e intencionalidades dos sujeitos envolvidos no fazer para gerar e controlar tais situações passíveis de equívocos capazes de produzir catástrofes irreversíveis, (GUERRA e SILVA, 2009).

---

<sup>5</sup> O uso do termo “consciência crítica” é anunciado neste trabalho segundo o pensar Freire (1979).

<sup>6</sup> Para evitar a repetição da expressão Educação Matemática Crítica será utilizada a sigla EMC.

Olé Skovsmose (2001, 2007) anuncia em suas pesquisas as competências matemáticas tratadas por autores como Freire quando enfatiza sobre a *literacia* que pode significar uma competência além de ler e escrever. A *matemacia* na acepção de Skovsmose (2001, 2007) revela-se como parte integrante do arcabouço da EMC correspondendo à noção de literacia, ao configurar uma competência a ser desenvolvida no sujeito, potencializando o espírito crítico e reflexivo no entendimento das transformações da sociedade. Dessa forma, o autor destaca três tipos de conhecimentos ou competências que podem ser articulados: *o conhecer matemático, tecnológico e reflexivo*.

O *conhecer matemático* relaciona-se à competência de desenvolver as habilidades matemáticas, incluindo-se na reprodução de teoremas e provas, bem como, no domínio de algoritmos – esta competência está enfocada na educação matemática tradicional. O *conhecer tecnológico*, trata-se de aplicar a matemática e as competências na construção de modelos. De maneira geral, é o entendimento necessário para usar uma ferramenta tecnológica para alcançar alguns objetivos tecnológicos. A *competência reflexiva* sugere uma reflexão sobre o uso da própria matemática sendo capaz de gerar e construir realidades por meio de modelos. Nesse sentido, o autor faz referência ao “papel da matemática na sociedade tecnológica defendendo a tese do *poder formatador da matemática*. Isso se refere a partes do nosso mundo ser organizadas de acordo com a matemática” (ibid. p.134).

Skovsmose (1992, p.14) infere sobre a tese do poder formatador da matemática que

A matemática intervém na realidade ao criar uma “segunda natureza” ao nosso redor, oferecendo não apenas descrições dos fenômenos, mas também modelos para a alteração de comportamentos. Não nos limitamos a “ver” de acordo com a matemática; nós “agimos” de acordo com a matemática. As estruturas matemáticas são chamadas a desempenhar um papel na vida social de um modo fundamentalmente semelhante ao das estruturas ideológicas na organização da realidade.

A matemática entendida pelo autor possui um discurso não somente como linguagem, fazendo-se presente nos discursos políticos, econômicos, sociais e culturais que se valem de argumentos matemáticos para justificar uma prática,

caracterizando a “ideologia da certeza”. Nesse cenário, a modelagem matemática à luz da EMC pode mostrar-se “vital” ao ambiente escolar, para o desenvolvimento de competências crítico reflexivas, pois nem sempre esta prática é evidente no ensino de matemática, passível de questionamentos e discussões de modelos postos em concorrência para a produção de respostas a partir de uma questão em debate.

Sobre esta compreensão, Henry Giroux (1988) *apud* Skovsmose (1992) salienta que a escola precisa ser defendida como um serviço para que educar os alunos a serem cidadãos críticos capazes de lançar desafios e acreditar que seus atos poderão alterar a sociedade. O ensino da matemática escolar numa perspectiva social e política segundo a EMC não têm como principal objetivo ensinar os alunos a usar modelos matemáticos, mas antes levá-los a questionar o porquê, como, para quê, e quando associados aos modelos reguladores da sociedade global na qual estamos inseridos. Ou seja, mobiliza o aluno na construção de conhecimentos para questionar o modelo, tal como pressupõe a proposta de modelagem matemática crítica na acepção de Burgermeister (2007, 2010).

É oportuno destacar que a modelagem matemática crítica como atividade de ensino possibilita a perspectiva de investigação no confronto de validade ou não de modelos postos em concorrência, fortalecendo o ensino da matemática voltado não apenas para o ensino da resposta fechada tal como evidencia o “paradigma do exercício”, todavia para tomar consciência dos modelos reguladores de “realidades” não são se não resultante de decisões consoantes às pretensões do sujeito. Nessa perspectiva, a atitude dos alunos pode possibilitar entre outros elementos o enfrentamento da “certitude” matemática vigente no ambiente escolar. Por conta disso, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, pode evidenciar potencialidades pertinentes à formação crítico reflexiva, atitudes imprescindíveis para o enfrentamento da sociedade globalizada.

## **2.2 Modelagem matemática crítica na perspectiva de Burgermeister**

As tarefas de modelagem matemática tomam uma importância cada vez mais crescente em nossa sociedade. Os modelos climáticos, por exemplo, ganharam notoriedade midiática desde que o fenômeno do aquecimento climático tornou-se

algo de maior importância social. Essa atividade nem sempre está intimamente relacionada ao trabalho exclusivo do matemático, embora este possa contribuir em algum momento. Tal compreensão corrobora com as expectativas de Guerra e Silva (2009) ao argumentarem a modelagem matemática não ser uma atividade restrita do matemático, mas que pode ser desenvolvida segundo interesses e intenções pelo Engenheiro, Físico, Químico, entre outros, e suas práticas.

Sendo assim, Chevallard (1989, p.147) atribui

Em todos os casos, entretanto, há uma propensão para ensinar modelos – elementos de saber bem definidos e dos quais o ensino pode então fazer objeto de uma negociação social explícita – mais do que “a modelação”, atividade mais imprecisa, sobre a qual o controle social e administrativo não tem segurança. (...) embora aceitável em seu princípio, essa atividade, referindo-se necessariamente a uma atividade extra-matemática, causa problema aos matemáticos na medida em que ele introduz então *não matemática em um ensino de matemática*. De fato, existe aí uma dificuldade que não está ligada ao humor dos matemáticos (ela é ressentida tanto pelos que ensinam quanto pelos alunos), porém, mais profundamente, ao estado do campo escolar do saber e de seu recorte entre as disciplinas ensinadas.

A atividade com modelagem matemática anunciada pelo autor evidencia explicitamente a dificuldade de matemáticos quando colocados diante de situações “extra-matemática”. Estas dificuldades, corroboradas por Grandsard (2005) em termos de ensino com modelagem na atividade escolar, manifestam problemas tanto para professores como para os alunos, pois esta prática ora apresentada como metodologia, ora como estratégia de ensino, está sujeita a limitações ao sugerir a “construção” de um modelo para um “recorte da realidade”. Primeiro: as construções de modelos não fogem do conhecimento matemático socialmente estabelecido; segundo, os modelos matemáticos mobilizados por sujeitos para construção de tais “realidades” são produtos de um fazer humano embebido de interesse e intenções desenvolvidos em consonância com suas experiências.

Do ponto de vista da atividade escolar (CHEVALLARD, 1989) *apud* (BURGERMEISTER, 2007, 2010) apresenta uma primeira resposta sobre o termo “modelação”. O processo de modelação comporta esquematicamente, três etapas:

1. Define-se o sistema que se entende estudar, precisando seus aspectos pertinentes em relação ao estudo que se quer fazer desse sistema, seja o conjunto de variáveis pelas quais se divide ele no domínio da realidade onde ele nos aparece;
2. Constrói-se então o modelo propriamente dito estabelecendo-se certo numero de relações,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ , etc., entre as variáveis consideradas na primeira etapa, o modelo do sistema a estudar sendo o conjunto dessas relações;
3. Trabalha-se o modelo assim obtido com o objetivo de produzir conhecimentos que tomem a forma de novas relações entre as variáveis do sistema.

Diante dessas considerações, Burgermeister (2007, 2010) busca enriquecer as contribuições atribuídas por Chevallard (1989) ao propor o processo de modelagem matemática crítica, sugerindo os seguintes elementos:

1. Define-se o sistema que se entende estudar, precisamente seus aspectos pertinentes em relação ao estudo a ser feito desse sistema, ou ainda o conjunto de variáveis nas quais ele se divide no domínio da realidade em que ele aparece.
2. Buscam-se/ pesquisam-se então modelos, propriamente ditos, estabelecendo-se certo número de relações entre as variáveis consideradas na primeira etapa, sendo um modelo do sistema a se estudar constituído de um conjunto de tais relações.
3. Analisa-se e confronta-se a adequação desses modelos à questão apresentada.
4. Desenvolve-se uma resposta (que poderá apoiar-se em um dos modelos examinados, ou em um sistema de diferentes modelos).
5. Defende-se a escolha do modelo proposto e a resposta obtida.

A metodologia atribuída por Burgermeister (2007, 2010) configura o ambiente para o desenvolvimento da modelagem matemática crítica em sala de aula ao investigar uma questão (Q) com uso de múltiplos modelos postos em concorrência para examinar as diferentes respostas (R) produzidas ao longo do processo. O exercício para discussão dos modelos envolve necessariamente, potencializar o caráter de investigação, nem sempre evidente, na atividade escolar. Dessa forma, os alunos envolvidos no percurso de discussão dos modelos para desconstrução de



respostas “seladas”<sup>7</sup> socialmente pelo ensino escolar, evidencia o papel do sujeito na construção de “realidades” interferindo segundo suas experiências, seus sentimentos e sua sensibilidade. Em relação a essas considerações, mostra-se salutar a aproximação da modelagem matemática crítica com a EMC, ao se discutir no contexto escolar o papel do sujeito com o modelo a partir de uma questão apresentada, passível de diferentes respostas, possibilitando aos alunos a investigação na validação ou não dos modelos para construção ou desconstrução de respostas para elaborar uma resposta mais aceitável socialmente, tida como “a boa” resposta (BURGERMEISTER, 2007, 2010).

O confronto de diferentes respostas produzidas para a questão oferece um quadro para a ruptura de visões cristalizadas no ensino da matemática, tal como a fragilização do “paradigma do exercício”, bem como a “certitude” matemática fundamentada na “ideologia da certeza” passível de contribuir para o conhecimento mais significativo e reflexivo fortalecendo a tomada de consciência do papel da matemática na construção de “realidades” por meio de modelos matemáticos. Desse modo,

Por exemplo, torna-se difícil manter a premissa de que uma-e-somente-uma-resposta-está-certa à medida que se torna relevante questionar as informações contidas no exercício. A metafísica que impera no ensino tradicional de Matemática começa a ruir. (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.55).

O aluno levado a analisar e confrontar os modelos pertinentes a um sistema de estudo pode ser conduzido ao desafio no enfrentamento do “paradigma do exercício”, investigando por meio de modelos matemáticos uma questão (Q) em busca de se discutir as respostas(R) produzidas, para ao final eleger a mais aceitável. Isto é, o sistema de estudo não se limita na produção de uma única resposta.

Portanto, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação é uma das *razões de ser* do caráter investigativo, ao permitir a

---

<sup>7</sup> A expressão respostas “seladas” é utilizada neste texto segundo a compreensão do Professor Pesquisador Dr. Renato Borges Guerra (integrante do corpo Docente do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas - PPGECM/IEMCI/UFPa) ao definir as respostas utilizadas nas atividades da matemática escolar como verdadeiras, recebendo selo de verdade.

discussão de modelos matemáticos postos em concorrência para construção de uma resposta mais aceitável e, sobretudo, o desenvolvimento da competência crítico reflexiva fortalecendo a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de “realidades” “governadas” por modelos conforme aponta a EMC.

À luz dessas considerações, esta pesquisa se alicerça na perspectiva da modelagem matemática crítica, conforme anunciado por Burgermeister (2007, 2010), enquanto atividade de ensino e investigação no contexto escolar, ao investigar uma questão (Q) a partir de diferentes modelos postos em concorrência, o que permite evidenciar decisões tomadas por sujeitos, no processo de validação ou não de uma resposta oportunizando espaço “[...] não para visitar os saberes considerados como desejável em si mesmo [...]” (CHEVALLARD, 2009, p.15), mas para debate e reflexões de “realidades” construídas por modelos regulados segundo interferências de sujeitos.

A prática com modelagem matemática crítica segundo a compreensão de Burgermeister (2007, 2010) como atividade de ensino e investigação no ambiente escolar, pode revelar dentre outras potencialidades em termos de formação, a tomada de consciência do papel do sujeito envolvido na situação de construção de realidades por meio da discussão de diferentes respostas a partir de uma questão em debate, possibilitando simultaneamente a fragilização do “paradigma do exercício” e de atitudes passivas frente ao saber matemático em geral, tomado como objetos de saber inquestionáveis. Diante desses esclarecimentos, a investigação das “obras” matemáticas para a construção ou desconstrução dos modelos em debate para a produção de uma resposta pode evidenciar, ainda que parcialmente, o desenvolvimento da competência crítico reflexiva apontado pela EMC. Nestes termos, corroboramos com Pais (2010, p.31) a “Aprender a valorizar sempre o espírito de investigação [...]”, o que pressupõe neste trabalho além da abordagem qualitativa, o uso do Esquema Herbartiano como elemento imprescindível para a análise dos dados da pesquisa, evidenciado no Capítulo III.

## CAPÍTULO III

### METODOLOGIA

Este capítulo apresenta o método qualitativo à luz da pesquisa participante, para subsidiar elementos norteadores em resposta ao questionamento e ao objetivo suscitados nesta pesquisa. Desse modo, apontar-se-ão os sujeitos envolvidos, o esquema Herbartiano para examinar a construção ou desconstrução das respostas apoiadas nos modelos em debate, bem como os procedimentos de coleta e análise dos dados.

#### 3.1 Assumindo o método de pesquisa

A metodologia de pesquisa se fundamenta na abordagem qualitativa de natureza participante, em função de o professor pesquisador conduzir o processo passivo do “olhar” subjetivo, corroborando com o pensar de Garnica (2010, p.88) ao reconhecer as seguintes características da pesquisa qualitativa:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será de comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, se vale de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configurados; (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

Considerando as características mencionadas pelo autor, a pesquisa busca responder, mesmo parcialmente, a questão norteadora sobre ***‘que contribuições à modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação possibilita para a matemática escolar?’***, constituindo-se como processo, pois o ensino da matemática escolar clama por um ensino significativo, crítico e reflexivo, imprescindível na formação do cidadão capaz de questionar o mundo, incluindo o mundo dos saberes! (CHEVALLARD, 2009, p.16).

O processo de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação pode contribuir como resposta a postura condicionada pelo ensino tradicional, ao possibilitar o engajamento dos alunos em ambiente de investigação. Neste caso, investigar uma questão (Q) por meio de modelos matemáticos postos em concorrência passíveis de produzir diferentes respostas (R) a serem confrontadas e analisadas, a fim de justificar após eleição, o modelo mais “adequado” para questão em debate.

As razões que sinalizam a escolha da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação são as limitações evidenciadas no ensino da matemática escolar, centrada predominantemente na perspectiva do “paradigma do exercício”, arraigado pela “certitude” matemática que se fundamenta na “ideologia da certeza”, ao impossibilitar abertura ao diálogo, a construção de conhecimentos, troca de experiências, questionamento do saber, enfim, potencialidades estas relevantes para formação docente e discente. Sobre este pensar, Freire (1979, p.78) aponta

Uma análise exata das relações professor-aluno em todos os níveis, na escola ou fora dela, revela seu caráter essencialmente narrativo. Esta relação supõe um sujeito narrador: o professor, e supõe objetos pacientes que escutam: os alunos. O conteúdo, seja de valores ou de dimensões empíricas da realidade, tem tendência a converter-se em algo sem vida e a petrificar-se uma vez enunciado. A educação padece da doença da narração.

A compreensão do autor pode estar associada ao modelo tradicional de ensino escolar, em particular de matemática, diferenciando-se entre outros aspectos da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, no qual o professor deve assumir o papel de mediador e, o aluno, o de assumir a responsabilidade para participar de forma ativa na construção e desconstrução de respostas baseado em modelos matemáticos, o que permite destacar a participação dos alunos como sujeitos interferindo nas construções de “realidades” segundo modelos. Dessa forma, é possível evidenciar o papel do sujeito na investigação de validação ou não do modelo para a questão em debate, elemento imprescindível para fomentar a competência crítico-reflexiva desejada pela EMC.

### 3.2 Sujeitos da pesquisa: pesquisador e pesquisados

Ao apresentar os sujeitos da pesquisa, é fundamental considerar a formação acadêmico-profissional do professor pesquisador, limitado segundo o modelo tradicional de ensino. Isto é, o professor sob o quadro de sua formação, está propenso a reproduzir o ensino de acordo a concepção “bancária” de educação denunciada por Freire (1979, p.79) alijando a aprendizagem à luz da EMC.

Contudo, os embates teóricos na Pós-graduação fortaleceram as expectativas ao articular teorias discutidas na Educação Matemática com a prática docente. Parece consoante reproduzir sobre esta óptica a fala de Deleuze (1996, p.128) *apud* Almeida (2010, p.111) ao destacar os comentários de Foucault quando alguém pensa em dar um passo fora do que foi pensado. Pensar torna-se um ato arriscado, pois se exerce primeiro um ato de violência contra si mesmo, uma vez que a prática com modelagem matemática não integrou o repertório de formação. Engendrar este ambiente de ensino na atividade docente pressupõe refletir sobre a própria prática a partir de cada experiência vivenciada, ratificando o pensar de que “se aprende a fazer modelagem fazendo” (CHAVES e ESPÍRITO SANTO, 2011, p.162).

O fazer da matemática escolar para além do “paradigma do exercício” implica reconhecer as potencialidades passíveis de desenvolvimento da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação ao evidenciar ação dos alunos em discussões pertinentes, nem sempre presente no fazer escolar. Tais ações podem permitir a tomada de consciência do papel da matemática na construção de “realidades” segundo modelos e, sobretudo, do papel dos alunos na construção de tais “realidades” por meio de modelos, evidenciando estes como produtos do fazer humano, decididos segundo interesses e intenções como aponta a EMC. Assim, a pesquisa se desenvolve, principalmente, redimensionando o papel discente como protagonista na construção do conhecimento ao longo do processo.

A classe envolvida na atividade foi composta por 43 (quarenta e três) alunos do primeiro ano do ensino médio. Parte dos alunos manifestou incipiência com atividades que exigem participação mais ativa, fragilizando a predominância de aulas expositivas tal como aponta Freire (1979, p.78) sobre a educação padecendo “*da doença de narração*”. Isto, para Chevallard, Bosch e Gáscon (2001, p.79) é um

dos principais obstáculos no processo de modelagem, pois nem sempre os alunos estão dispostos em assumir a responsabilidade matemática, considerando o “contrato didático” vigente evidenciado pela prática com modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação.

De acordo com essa análise

É importante ter ciência de que os alunos vêm à sala de aula conhecedores de certo discurso escolar que influencia suas expectativas e antevisões sobre as atividades a serem desempenhadas em sala de aula. Por exemplo, os alunos costumam esperar que o professor apresente o conteúdo que quer que eles apreendam. Eles não vão propor ideias próprias porque esperam ser comandados e avaliados pelo professor. (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.74).

A prática com modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação evidenciou entraves notadamente em função da dinamicidade que a atividade impõe, necessitando dos alunos uma participação mais ativa. Sendo assim, dentre os principais obstáculos para o êxito da atividade pode estar associado ao próprio “contrato didático” vigente nos sistemas de ensino que mantém arraigado na cultura escolar à responsabilidade exclusiva do professor na aprendizagem dos alunos, uma vez que esta deve ser fruto de um trabalho colaborativo entre os sujeitos envolvidos no processo.

A aceitação do convite, nos termos de Alrø e Skovsmose (2006, p.59), revela a possibilidade de articulação de diferentes conhecimentos matemáticos passíveis de serem investigados, tratados em geral, isoladamente no currículo escolar. A essência do convite pode contribuir além da possibilidade de articulação de diferentes saberes escolares, para a valorização pessoal, o fortalecimento da capacidade argumentativa do ponto de vista matemático e, sobretudo, para a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de “realidades” por meio de modelos matemáticos postos em concorrência, pressupondo desafios ao “paradigma do exercício”, bem como a “certitude” matemática no ambiente escolar. Então, é imprescindível a introdução do Esquema Herbartiano apresentado por Chevallard (1989) *apud* Burgermeister (2007, 2010) para examinar as diferentes

respostas produzidas com base nos modelos, salutar à investigação de obras matemáticas para construção ou não de uma resposta, tida como boa resposta.

### 3.3 Esquema Herbartiano

O processo que compreende a investigação de modelos matemáticos postos em concorrência para responder a uma questão e produzir uma resposta de maneira mais aceitável evidencia a necessidade de uso do esquema Herbartiano para examinar a adequação ou não dos modelos. A organização do estudo pretendido por Chevallard (1989) foi baseado no esquema Herbartiano para simbolizar o trabalho praxeológico<sup>8</sup> efetuado por uma “comunidade de estudo”  $X$ , regulada por um grupo de ajuda no estudo  $Y$  (reduzido a um professor no quadro escolar) tendo em vista responder a uma questão  $Q$ :

$$(S(X, Y, Q) \rightarrow R_1, R_2, R_3, \dots, R_n, O_{n+1}, \dots, O_m) \rightarrow R^\forall$$

O sistema didático  $S(X, Y, Q)$  necessita de ferramentas, de recursos, em resumo, de um meio didático  $M$  (sendo  $M = \{R_1, R_2, R_3, \dots, R_n, O_{n+1}, \dots, O_m\}$ ) específico, que deve identificar, reunir, aprender a usar a fim de produzir a resposta ( $R$ ). As respostas  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$  são respostas “carimbadas”, “perfuradas” ou “seladas” culturalmente, historicamente e socialmente pelas Instituições<sup>9</sup> e  $O_{n+1}, \dots, O_m$  são obras matemáticas a serem investigadas de montagens experimentais das práticas que se acham úteis para desconstruir qualquer resposta  $R$ , extrair qualquer outro material adicional e construí-los com ou sem a resposta esperada  $R$  que deve satisfazer certas restrições, Chevallard (2009). O processo assim descrito supõe, além do caráter de investigação que os alunos são levados a desenvolver, a comparação das respostas não dispondo a comunidade da resposta tida como a “boa” resposta. Entretanto, Burgermeister (2007, 2010) destaca que

Nos contextos didáticos usuais da escola, a organização do estudo tende a se reduzir a uma “cópia cultural” não crítica, quer dizer, a um ensino, por ela, da resposta  $R^\forall$ , sem que uma questão  $Q$  tenha sido necessariamente

<sup>8</sup> A expressão “trabalho praxeológico” trata-se de um termo específico abordado notadamente pela Teoria Antropológica do Didático (TAD) introduzida por Chevallard ao evidenciar praxeologias pontuais constituídas por tarefas, técnicas, tecnologias e teorias envolvidas no processo de ensino aprendizagem do saber matemático.

<sup>9</sup> O termo Instituição é mobilizado neste texto segundo a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

posta e sem que a busca e a confrontação de diferentes respostas seja empreendida. O esquema dessa organização reduzida é então o seguinte:  $S(X, Y, Q) \rightarrow R^v$  ou  $S(X, Y) \rightarrow R^v$ . (BURGERMEISTER, 2007, p.07)

A compreensão de Burgermeister (2007, 2010), acerca dos contextos didáticos usuais da escola baseados em “cópia cultural” não crítica, aproxima-se da perspectiva do “paradigma do exercício” enunciado por Skovsmose (2000) com a produção de uma única resposta sem que uma questão seja necessariamente discutida para produzir conhecimentos significativos no ambiente escolar. Os alunos envolvidos nesta dinâmica de construção ou desconstrução dos modelos estão passivos de fortalecer o espírito investigativo e concomitantemente a competência crítico-reflexiva.

A modelagem matemática crítica na perspectiva assumida neste trabalho como atividade de ensino e investigação pode evidenciar os próprios modelos concorrentes como “obras” humanas a serem estudados, confrontados e investigados, redefinindo ao sujeito como parte integrante da realidade, papéis específicos na tomada de decisões a envolver a escolha de modelos segundo suas experiências. Reiteramos que esta prática na atividade de ensino, embora necessária, nem sempre se mostra presente no fazer escolar, configurando espaço para conhecimentos estandardizados e rotulados como verdades indiscutíveis, cristalizando um ensino acrítico reduzido a uma única resposta.

### **3.4 Procedimentos de coleta dos dados**

A coletados dados desenvolveu-se ao longo da atividade de modelagem matemática crítica segundo Burgermeister (2007, 2010), admitindo três momentos, a saber:

#### **I. Momento**

O primeiro momento contou com a formação dos grupos (totalizando sete grupos), seguido de orientações sobre a proposta ao destacar a relevância de discussão de modelos concorrentes, tal como possíveis tópicos curriculares de matemática que poderiam ganhar mais significado se articulados entre si. Ademais,



oportunizou a tomada de consciência do papel do sujeito na sociedade ao construir “realidades” por meio de modelos matemáticos, nem sempre explícito no fazer escolar, como aponta os propósitos da EMC.

## II. Momento

No segundo momento, apresentou-se a tarefa com o seguinte enunciado: *Em uma fotografia tia Sara mede 4 cm de altura e tio Robert 5 cm. Após aumentar a foto Sara mede 10 cm. Quanto Robert mede então na foto expandida?* Sequencialmente a estes dados, foram repassados os seguintes modelos a serem investigados:  **$R = 1,25.S$  (modelo linear)** e  **$R = S + 1$  (modelo aditivo)**, sendo **R** e **S** para designar o tamanho de Robert e Sara, respectivamente, na fotografia. Quatro dos grupos ficaram com a tarefa de investigar a “adequação” ou não do modelo aditivo, e os demais, com o modelo linear.

Portanto, isso implicou a mobilização dos grupos, em coletividade, compartilhando informações, oportunizando igualmente o confronto de respostas geradas com uso de suas estratégias sujeitas à avaliação em classe para eleger uma resposta considerada como mais aceitável. O momento fortaleceu as expectativas da fase de socialização, notadamente, pelas discussões passíveis de serem suscitadas.

## III. Momento

O terceiro momento configurou-se com a fase de socialização, ao estimular além da produção de conhecimento, o embate de posicionamentos em relação aos modelos investigados a partir de argumentações, nem sempre evidente no ensino da matemática escolar, pois o modelo tradicional embaça estas relações obstruindo, sobretudo, a própria valorização pessoal.

Sendo assim, a inserção neste ambiente de aprendizagem do modo postulado por Skovsmose (2000) pode aguçar a competência crítico reflexiva, imprescindível no ensino escolar que clama por um fazer significativo distanciado da prática mecânica de informações prontas e acabado na atividade escolar.

Portanto, advogamos a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação pelas potencialidades passíveis de contribuir além da

significação de objetos matemáticos a ser investigado no contexto escolar, a tomada de consciência do papel do sujeito na construção de “realidades” “enquadrada” segundo intenções, ao revelar modelos matemáticos desprovidos de neutralidade, como construtos humanos embebidos de “[...] intenções, interesses, saberes, crenças e emoções que não se mostram visíveis [...]”, como alerta Barbosa (2006, p.296) *apud* Guerra e Silva (2009, p.103).

Para tanto, a coleta dos dados contou com a observação do professor pesquisador nos momentos compreendidos desde a introdução da tarefa, exploração, mobilização dos grupos, fase de socialização, pertinentes às discussões e aos questionamentos sobre os modelos concorrentes investigados para produzir uma resposta mais aceita socialmente. Consoante a Ponte, Brocardo e Oliveira<sup>10</sup> (2009, p.125) reiteramos

A observação é um bom meio de conhecer o modo como os alunos reagem às tarefas de investigação, o modo como às interpretam e a estratégia de trabalho que desenvolvem, os seus processos de raciocínio, bem como os conhecimentos matemáticos que usam e nas competências de cálculo que evidenciam.

Ademais, os registros fotográficos e conceituais dos alunos evidenciados ao longo da atividade, constituíram-se elementos relevantes, principalmente, para análise dos dados, fundamentados segundo a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação.

### **3.5 Procedimentos de análise dos dados**

Os registros fotográficos e conceituais dos alunos bem como a fase de socialização da atividade constituem o material para os procedimentos de análise da pesquisa à luz do esquema Herbartiano. Ademais, as inferências das “obras” matemáticas investigadas exercem papel determinante na tomada de decisões a serem consideradas em função do objetivo principal sugerido neste trabalho se configurar em **‘analisar contribuições da modelagem matemática crítica como**

---

<sup>10</sup> Nesta pesquisa o termo investigação é assumido segundo o processo de modelagem matemática crítica, sugerido por Burgermeister (2007, 2010).

**atividade de ensino e investigação para a matemática escolar'** principalmente, pelas potencialidades apontadas para o fazer escolar, que em geral, impossibilita o fomento ao espírito investigativo, como nos alerta Pais (2010, p.31).

Portanto, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação assumida neste trabalho, pode emergir como resposta dentre outros elementos, ao enfrentamento do “paradigma do exercício” e a “certitude” matemática fundamentada na “ideologia da certeza”. Evidencia, concomitantemente, a competência crítico reflexiva dos alunos consoante às propostas da EMC, ao analisarem a partir de uma questão (Q), diferentes respostas por meio de modelos matemáticos revelando o debruçar da pesquisa, de acordo com o quadro teórico enunciado por Burgermeister (2007, 2010) para análise dos dados, visando responder, ainda que parcialmente, à questão de investigação anunciada, bem como ao objetivo da pesquisa a ser tratado com mais acuidade no Capítulo IV.

## CAPÍTULO IV

### ANÁLISE DOS DADOS DA PESQUISA

A atividade que foi desenvolvida em uma turma do primeiro ano do ensino médio contou com a organização de uma questão e de modelos matemáticos postos em concorrência a serem discutidos entre os grupos na produção de uma resposta mais aceita institucionalmente, compreendendo momentos de investigação para validação ou não do modelo a ser defendido ao longo da fase de socialização. A incipiência da turma nesta organização didática não impossibilitou avanços pertinentes para a construção de conhecimentos para além do saber matemático passível de desenvolvimento da competência crítico reflexiva, embora um dos grupos tenha manifestado “resistência” apenas para apresentar resultados na fase de socialização, considerando o contrato didático que a prática de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação evidencia.

Dessa forma, os encaminhamentos metodológicos da pesquisa assumidos neste trabalho estão de acordo com a perspectiva da modelagem matemática crítica, tendo como foco o papel do sujeito na discussão de modelos. Essa prática passível de permitir o caráter investigativo ao “visitar” “obras” matemáticas para justificar a validade ou não dos modelos para a questão em debate coloca em jogo o papel do sujeito como parte integrante da situação nas construções ou predições de realidades por meio de modelos.

Por conta disso, ao considerar o objetivo do trabalho pautado em **‘analisar contribuições da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação para a matemática escolar’**, pois nem sempre a atividade escolar permite o envolvimento ativo dos alunos na construção de conhecimentos, salutar a uma formação holística para o enfrentamento de desafios da sociedade global e tomada de consciência de que modelos são construções sociais desenvolvidos para atender interesses e intencionalidades dos sujeitos envolvidos na situação.

Para tanto, este capítulo dedicado à análise de dados está estruturado com base na produção dos grupos por meio dos registros e das ideias matemáticas

desenvolvidos ao longo do processo; as mobilizações argumentativas favoráveis ou não aos modelos postos em discussão, principalmente, na fase de socialização com implicações à valorização pessoal, bem como ao desenvolvimento da competência crítico desejado pela EMC que corrobora com a educação crítica em termos Freiriano (1996).

#### **4.1 Análise dos grupos**

A introdução da atividade de discussão de uma questão (Q) com diferentes modelos postos em concorrência para construção de uma resposta mais aceitável por intermédio do sujeito envolvido na situação revelou de certo modo, estranhamento na compreensão do papel dos grupos a ser desempenhado. Este fato pode exemplificar o tratamento dado ao ensino da matemática escolar estritamente vinculada a atividades rotineiras tal como no ensino tradicional, marcado, sobretudo, pela passividade do aluno na dinâmica do processo de ensino. Outra possível razão ao estranhamento pode se configurar pela incipiência da turma frente à proposta da atividade, ao sugerir participação mais ativa dos alunos sujeitos a responsabilidades. A esse respeito

[...] os alunos costumam esperar que o professor apresente o conteúdo que quer que eles apreendam. Eles não vão propor ideias próprias porque esperam ser comandados e avaliados pelo professor. Eles não querem a responsabilidade de ter que fazer contribuições (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p.74).

Sobre estas considerações, a responsabilidade no ensino escolar concentra-se notadamente na figura do professor. A aceitação ao “convite” da proposta ocorreu com esclarecimentos sobre as potencialidades da atividade no âmbito do ensino e da investigação pertinentes ao envolvimento com diferentes relações matemáticas nem sempre tratadas no currículo escolar de maneira articuladas o que pode embaçar possíveis aproximações entre os objetos matemáticos tratados na matemática escolar.

A fase de exploração da atividade evidenciou levantamento de hipóteses sobre os modelos apresentados para análise dos grupos, permitindo a troca de

conhecimentos entre seus pares, não sendo necessária, a intervenção constante do professor pesquisador, fortalecendo concomitantemente, o espírito de coletividade e investigativo para “visitar” diferentes “obras” matemáticas presentes em seu repertório de experiências vivenciais, conforme mostra a figura 1.



**Figura 1:** Alunos do 1º ano do ensino médio na fase de exploração da atividade

**Fonte:** Autor (Pesquisa realizada em março/2012).

De acordo com a imagem, a organização em sala de aula sugere uma distinção do modo de carteiras à espera da reprodução de conhecimentos, figurado exclusivamente na responsabilidade do professor, oportunizando aos discentes a condução do processo para examinar a “adequação” ou não do modelo em debate. Ademais, evidencia os alunos enquanto sujeitos como parte da situação interferindo diretamente na produção de “realidades” por meio dos modelos postos em concorrência passível de construção ou desconstrução de respostas mais aceitáveis socialmente, o que permite o salutar envolvimento no ambiente de investigação para justificar a pertinência ou não do modelo.

Por conta disso, o momento mostra-se favorável em destacar o papel do sujeito na construção de “realidades” consoante a proposta da EMC, ao evidenciar

sentimentos e sensibilidades na construção de respostas à questão em debate. Nesse sentido, criam-se condições pertinentes à tomada de consciência da fragilidade do “paradigma do exercício”, bem como a “certitude” matemática arraigada no ensino escolar, ao engendrar, embora parcialmente, o ensino crítico reflexivo.

#### **4.2 O percurso dos grupos na atividade**

Os grupos **I**, **V**, **VI** e **VII** trataram do modelo aditivo ( $R = S + 1$ ) enquanto “obra”, para investigar sua pertinência ou não sobre a questão em debate. Em suas investigações com o modelo, uma das “obras” matemáticas que emergiu no processo foi o uso da regra de três configurando o modelo linear gerado mediante aos dados tomados para desconstrução da possível validade do modelo aditivo para a questão. Esta consideração da mobilização da regra de três foi imprescindível para justificar a inadequação do modelo aditivo à situação, pois segundo argumentos suscitados pelos referidos grupos, o modelo apresenta certas restrições ao atender um único caso quando comparado outros valores, fragilizando de certo modo, a validade da relação do modo apresentado. A figura 2 mostra o registro do grupo **I**, comparando as respostas produzidas com base nos modelos e, enfaticamente, a mobilização da regra de três de acordo com o fazer cultural, histórico e socialmente estabelecido no contexto didático do ensino escolar com o uso da “cruz”.

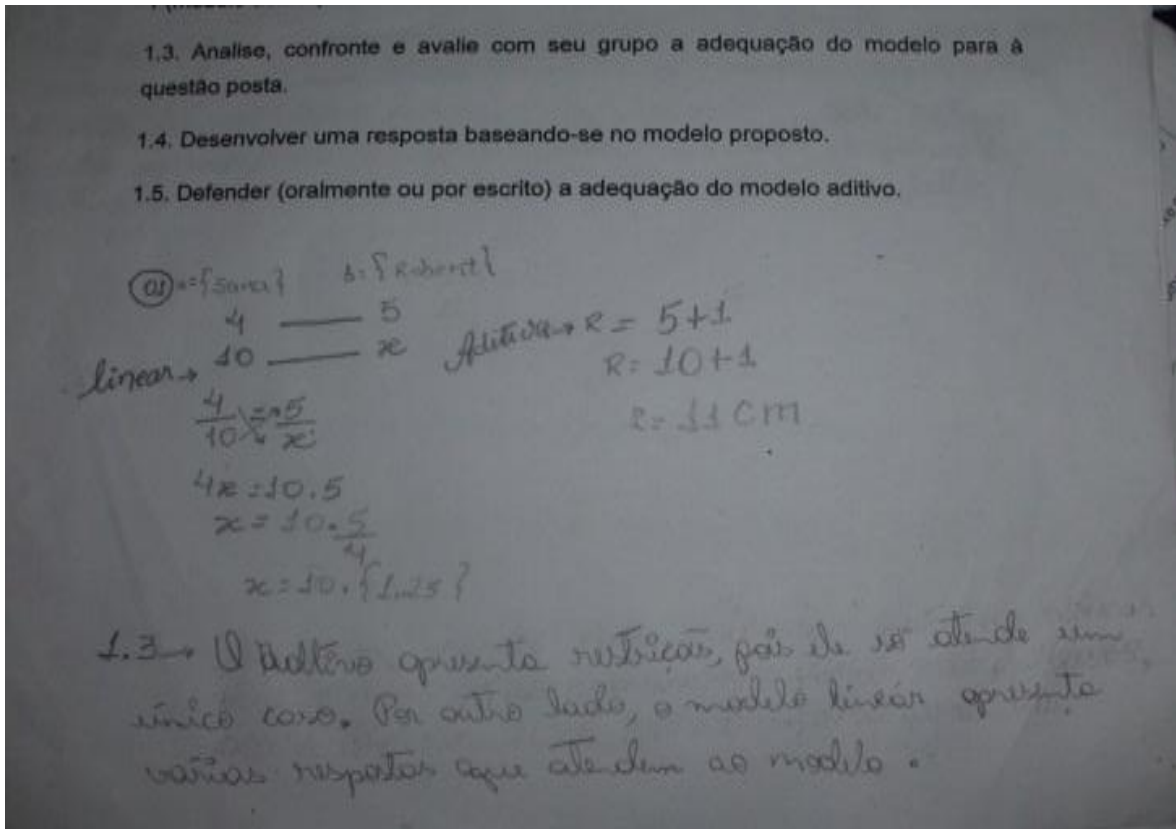


Figura 2: Registro do grupo I

Fonte: Construção dos alunos em classe (março/2012).

Figura 3: Transcrição do Registro do grupo I

	{sara}		{Robert}
linear	4	————	5
	10	————	x
	$\frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{x}$		
	$4x = 10.5$		
	$X = 10 \cdot \frac{5}{4}$		
	$X = 10 \cdot \{1,25\}$		
		aditivo	$R = 5 + 1$
			$R = 10 + 1$
			$R = 11 \text{ cm}$
<p>O aditivo apresenta restrições, pois ele só atende um único caso. Por outro lado, o modelo linear apresenta várias respostas que atendem ao modelo.</p>			

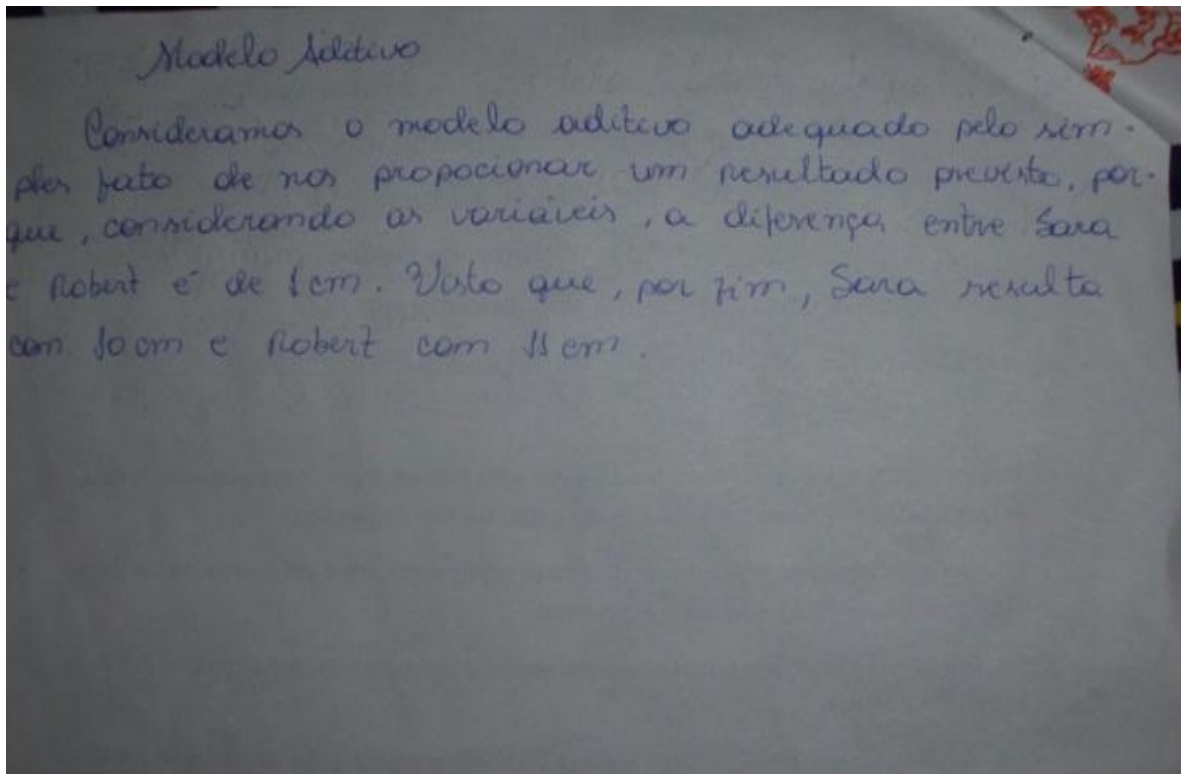
Fonte: Autor (2013)



Diante dessas considerações, tanto o grupo **I** quanto os grupos **VI** e **VII** estabeleceram seus posicionamentos do ponto de vista do pensamento matemático similar a conjecturas vinculadas à relação de funcionalidade, oportuno para o tratamento da ideia do objeto matemático, função presente com mais ênfase no currículo escolar do primeiro ano do ensino médio. Assim, a regra de três como “obra” matemática, mostra-se determinante no discurso veiculado entre os membros de cada um desses grupos (**I**, **VI**, e **VII**) para justificar as respostas produzidas a partir da investigação dos modelos imbricados à questão.

Ora, uma das razões que sinaliza para esta compreensão pode ser resultante de a regra de três constituir seu repertório de ideias matemáticas, tratadas com mais intensidade a partir do 7º ano do ensino fundamental, mobilizada pelos grupos, ressaltando a tomada de decisões por parte dos alunos como sujeitos integrantes da situação ao construir “realidades” com uso de modelos matemáticos no enfrentamento da questão em debate. Conseqüentemente, e mesmo de forma incipiente, configura-se em espaço à construção da ideia de funcionalidade como “obra” matemática investigada pelos grupos. Isso mostra concomitantemente os sentimentos dos sujeitos (os alunos) envolvidos ao evocar a regra de três, sobretudo, pela segurança e praticidade que esta regra carrega historicamente, socialmente e culturalmente desde as atividades comerciais ao contexto da atividade escolar segundo as análises de pesquisadores como Silva e Guerra (2011), explicitando o papel dos alunos como sujeito da situação, diante do modelo para validação ou não da questão em debate.

O grupo **V**, embora tenha destacado o uso da regra de três ao longo do processo, posicionou-se favorável ao modelo aditivo justificando seus procedimentos ao comparar a diferença entre Sara e Robert de 1 cm. Ou seja, a sensibilidade e os sentimentos do grupo podem ser fatores determinantes nas decisões diante da situação ao interpretar a questão levando a escolha de validade do modelo, em particular, por ser mais rápido e seguro, produzindo uma resposta mais aceitável de acordo com suas inferências, conforme aponta o registro do grupo.



**Figura 4:** Registro dos alunos do grupo V

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 5:** Transcrição do Registro do grupo V

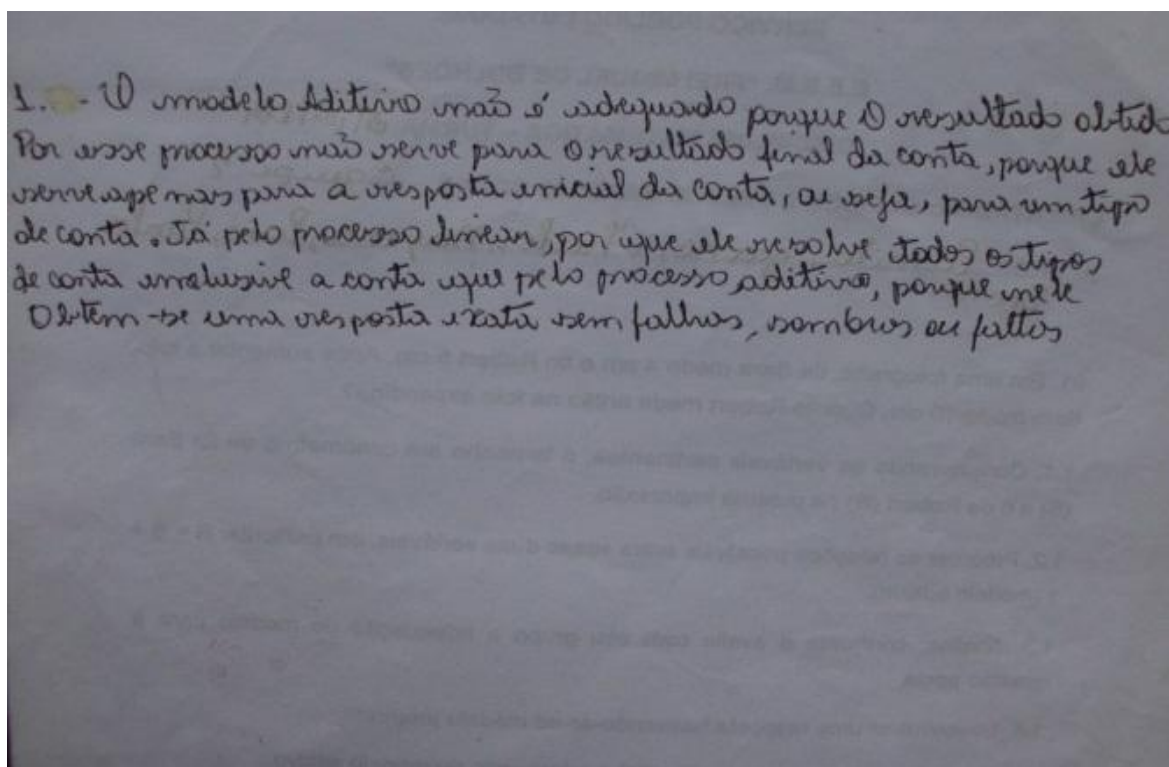
*Modelo aditivo*

*Consideramos o modelo adequado pelo simples fato de nos proporcionar um resultado previsto, porque, considerando as variáveis, a diferença entre Sara e Robert é de 1 cm. Visto que por fim Sara resulta com 10 cm e Robert com 11 cm.*

**Fonte:** Autor (2013)

Logo, evidencia-se o papel dos sujeitos nas decisões tomadas de acordo com o modelo passível de caracterizar que modelos matemáticos são construções decididas pelo sujeito envolvido na situação e que para tal relação se vale de suas experiências vivenciais ao investigar em “obras” matemáticas elementos para construção ou desconstrução da resposta mais aceitável socialmente. Nessa perspectiva, a investigação dos alunos oportuniza ao ensino da matemática escolar uma postura para além do ensino da resposta pela resposta, imprescindível ao desafio do “paradigma do exercício” e a “certitude” matemática vigente no ambiente escolar, bem como a ação dos alunos segundo o modelo, passível do desenvolvimento da competência crítico-reflexiva como sugere a EMC.

Os grupos VI e VII analogamente, manifestaram considerações sobre o modelo aditivo invalidando-o em função do “enquadramento” da situação como um problema de regra de três com fazer similar didaticamente do modo convencional tratado no contexto escolar com uso de “cruz”. Segundo as observações apontadas pelos grupos a regra de três era mais “prática” para comparação com o modelo aditivo de modo que os resultados obtidos por este modelo divergiam dos resultados obtidos com a regra de três, valendo-se, sobretudo, de comparação com outros valores, tal como aponta a ideia de funcionalidade, conforme indica a figura 6.



**Figura 6:** Registro dos alunos do grupo VII

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 7:** Transcrição do Registro do grupo VII

*O modelo aditivo não é adequado porque o resultado obtido por esse processo não serve para o resultado final da conta, porque ele serve apenas para a resposta inicial da conta, ou seja, para um tipo de conta. Já pelo processo linear, porque ele resolve todos os tipos de conta inclusive à conta que pelo processo aditivo, porque nele obtém-se uma resposta exata sem falhas, sobras ou faltas.*

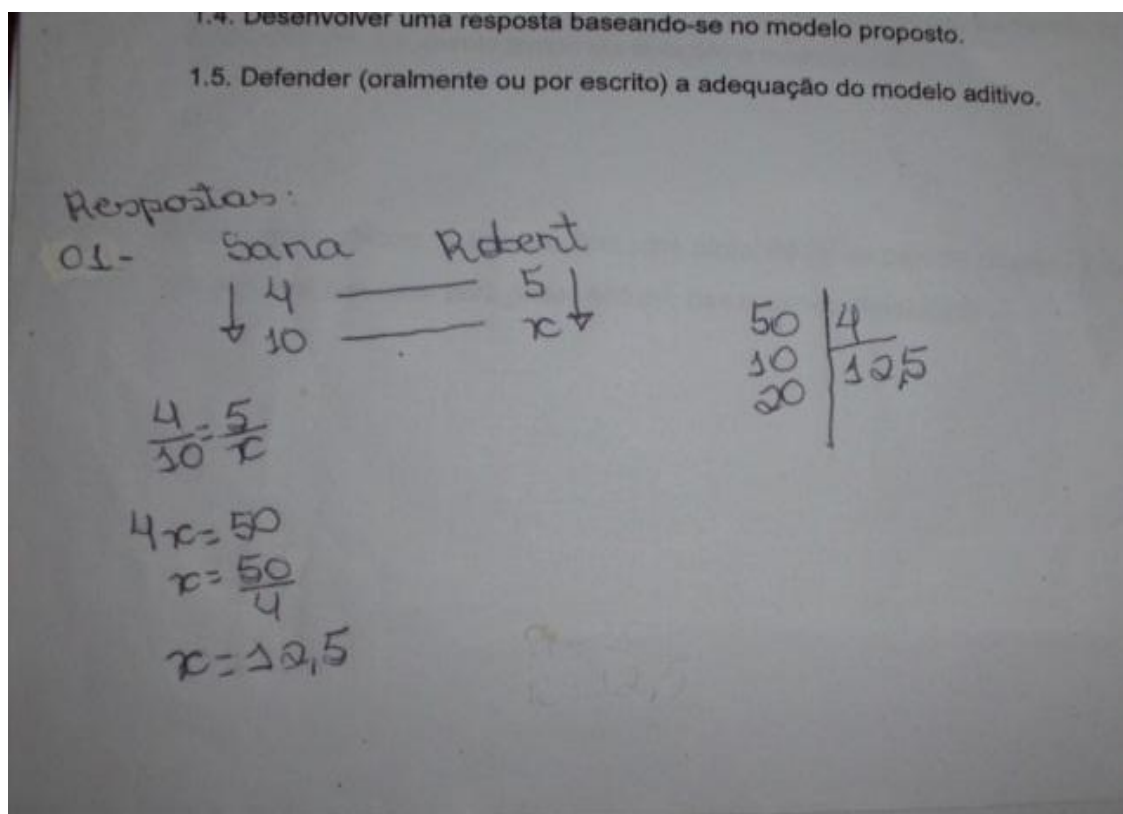
**Fonte:** Autor (2013)

A investigação dos grupos em “obras” matemáticas possibilita aos grupos produzirem discursos voltados notadamente para o uso da regra de três como decisão do sujeito envolvido na situação, evidenciando espaço para articulação de diferentes objetos matemáticos tratados em geral no currículo escolar de maneira isolada, conforme evidencia Silva e Guerra (2011). O registro do grupo **VII** sugere a segurança e praticidade com o uso da regra de três como o aponta o fragmento de sua análise “[...] **porque nele obtém-se uma resposta exata sem falhas, sobras ou faltas**”. (grifos nosso).

Por isso, retoma-se a compreensão de Silva e Guerra (2011, p.07)

Dada a facilidade e simplicidade da utilização da regra de três, esta foi considerada como uma ferramenta de extraordinário valor para os mercadores como evidencia sua presença em quase todos os manuais medievais, em particular na obra de Del Potro (2007) intitulada *Sumario breve de La práctica de La Aritmética* de Juan Andrés (1515).

Apoiado nas observâncias desses autores é notável a regra de três ser mencionada não como objeto específico da matemática, mas como todo constructo humano, emergente de práticas sociais consolidadas pela sociedade como procedimento passivo de uso nas atividades profissionais, o que pode ser um indicativo de sua introdução paulatinamente nos ambientes escolares para justificar entre outros fazeres, o fazer da proporcionalidade, mobilizado culturalmente com o uso de setas no mesmo sentido para indicar a relação entre grandezas diretamente proporcionais ou com sentido inverso, caso as grandezas sejam assumidas como inversamente proporcionais. Segundo as análises de Silva e Guerra (2011), a proporcionalidade nem sempre está presente nos problemas ditos de regra de três, sendo então imposta pelo sujeito envolvido na situação, inferindo ainda que parcialmente, o papel do sujeito sensível ao enquadrar uma “realidade” conforme seus interesses. Esta prática revela-se no fazer do grupo **VII**, como mostra o registro do grupo **VII**.



**Figura 8:** Registro algébrico dos alunos do grupo VII

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 9:** Transcrição do Registro algébrico do grupo VII

Respostas

01 -

Sara		Robert
↓ 4		5 ↓
↓ 10		x ↓

$$\frac{4}{10} = \frac{5}{x}$$

$$4x = 50$$

$$X = \frac{50}{4}$$

$$X = 12,5$$

50	4	
10		12,5
20		

**Fonte:** Autor (2013)

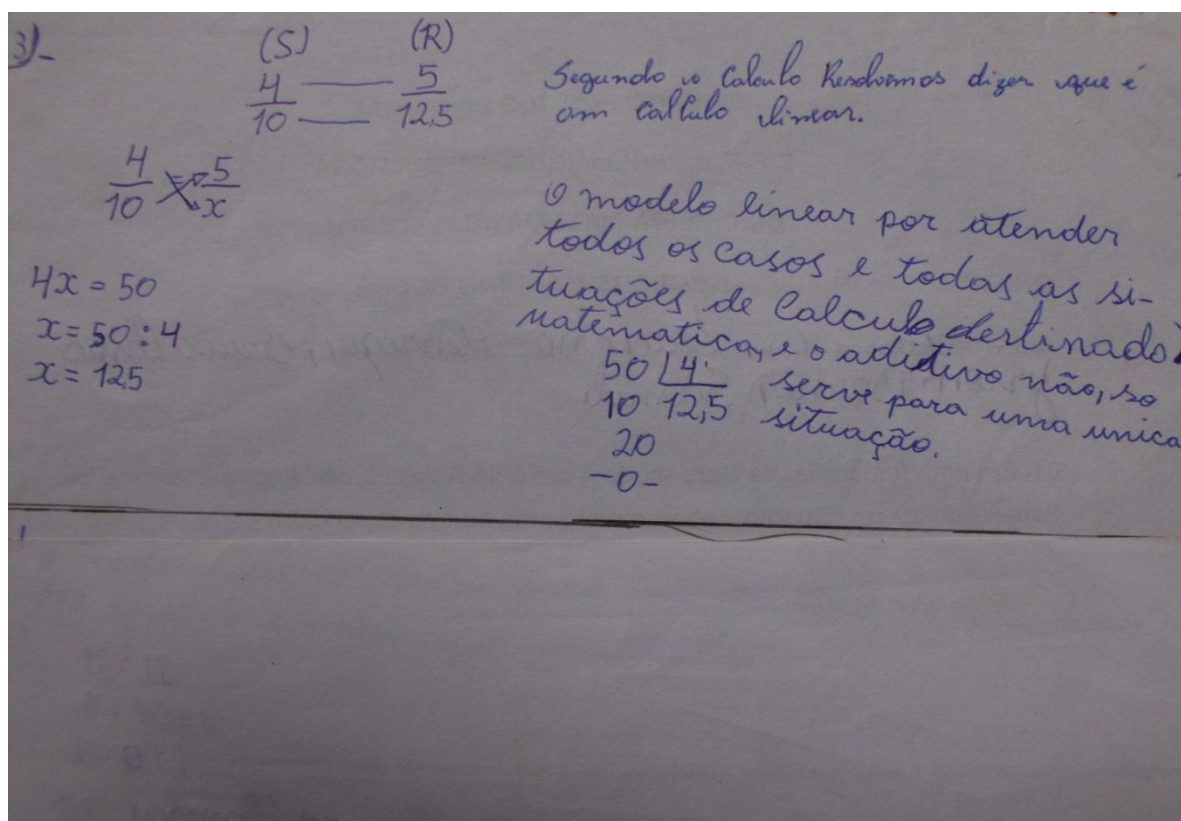
Os alunos do grupo **VII** assumem explicitamente a relação entre as grandezas como diretamente proporcionais no enfrentamento da questão, ressaltando, sobretudo, o papel do sujeito na construção de “realidades” segundo critérios que os sujeitos impõem para estabelecer seu posicionamento, valendo-se da regra de três e da proporcionalidade explicitamente como principais “obras” matemáticas investigadas para justificar a invalidade do modelo diante da questão em debate. No que se refere ao papel dos alunos na construção de “realidades” a partir dos modelos suscitados, revela-se entre outros aspectos, o caso da proporcionalidade imposta como decisão do sujeito similar à regra de três. Dessa forma, compartilhamos com Silva e Guerra (2011, p.09) ao sugerir que

Quando a regra de três é tratada como relação entre grandezas em que se assume a proporcionalidade, direta ou inversa, **explicitamente como decisão do sujeito que enfrenta a situação, permite evidenciar o papel do sujeito na construção de realidades como deseja a educação matemática crítica.** (grifos nosso).

A abordagem dos autores à luz da história da matemática evidencia a criação do procedimento de regra de três independente do fazer da proporcionalidade, e por necessidade do fazer matemático justificado, a relação é então imposta pelo sujeito frente à problemática. A atitude do grupo ao fazer uso da regra de três do modo postulado por estes autores configura-se um momento decisivo, ao revelar a situação “enquadrada” pelos alunos, criando assim, “realidades” com modelos, segundo evidencia a modelagem matemática crítica como atividade de ensino com investigação consoante às pretensões da EMC, ao permitir a tomada de consciência do fazer escolar crítico e reflexivo passível de diferentes respostas para uma questão, fragilizando, ainda que parcialmente, o “paradigma do exercício”, a “certitude” matemática, bem como a “ideologia da certeza”.

As manifestações dos grupos **II**, **III** e **IV** envolvidos com a defesa do modelo linear ( $R = 1,25.S$ ) evidenciam diversas estratégias investigativas para justificar a pertinência ou não do modelo em debate, o que pode ser um indicativo de decisões tomadas pelos sujeitos envolvidos na situação. O grupo **II** na discussão entre seus pares inferiram a participação na produção da atividade investigando a pertinência ou não do modelo, destacando enfaticamente o uso da regra de três como elemento

estruturante da questão, valendo-se do esquema culturalmente presente no fazer escolar com uso de “cruz”, resgatando implicitamente o princípio multiplicativo, bem como a ideia de funcionalidade ao comparar as relações entre grandezas presentes no contexto. O posicionamento do grupo pode ser justificado, em nosso entendimento, segundo as compreensões de Silva e Guerra (2011), dada à facilidade e à praticidade da regra de três para validar o modelo em debate tal como mostra o registro do grupo II.



**Figura 10:** Registro dos alunos do grupo II

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 11:** Transcrição do Registro algébrico do grupo II

(S)	(R)
4 ————— 5	50   4
10 ————— 12,5	10   12,5
	20
$\frac{4}{10} \Rightarrow \frac{5}{x}$	-0-
$4x = 50$	
$X = 50:4$	
$X = 12,5$	

*Segundo o cálculo resolvemos dizer que é um cálculo linear.*

*O modelo linear por atender todos os casos e todas as situações de cada cálculo destinado à matemática, e o aditivo não, só serve para uma única situação.*

Fonte: Autor (2013)

Assim, os argumentos mais consistentes do grupo se baseavam no fazer da regra de três utilizada como “obra” matemática para justificar seus argumentos, embora similar ao modo cultural, “vivo” em seu repertório matemático mobilizado para construção ou desconstrução de uma resposta significativa, evidenciando traços da investigação na atividade escolar. Nesse sentido, o modelo como constructo humano, revela-se como decisão do sujeito imbricado em seus sentimentos, o que aponta, apesar de parcialmente, o desenvolvimento da competência crítico reflexiva do modo desejado pela modelagem matemática crítica mediante as pretensões da EMC.

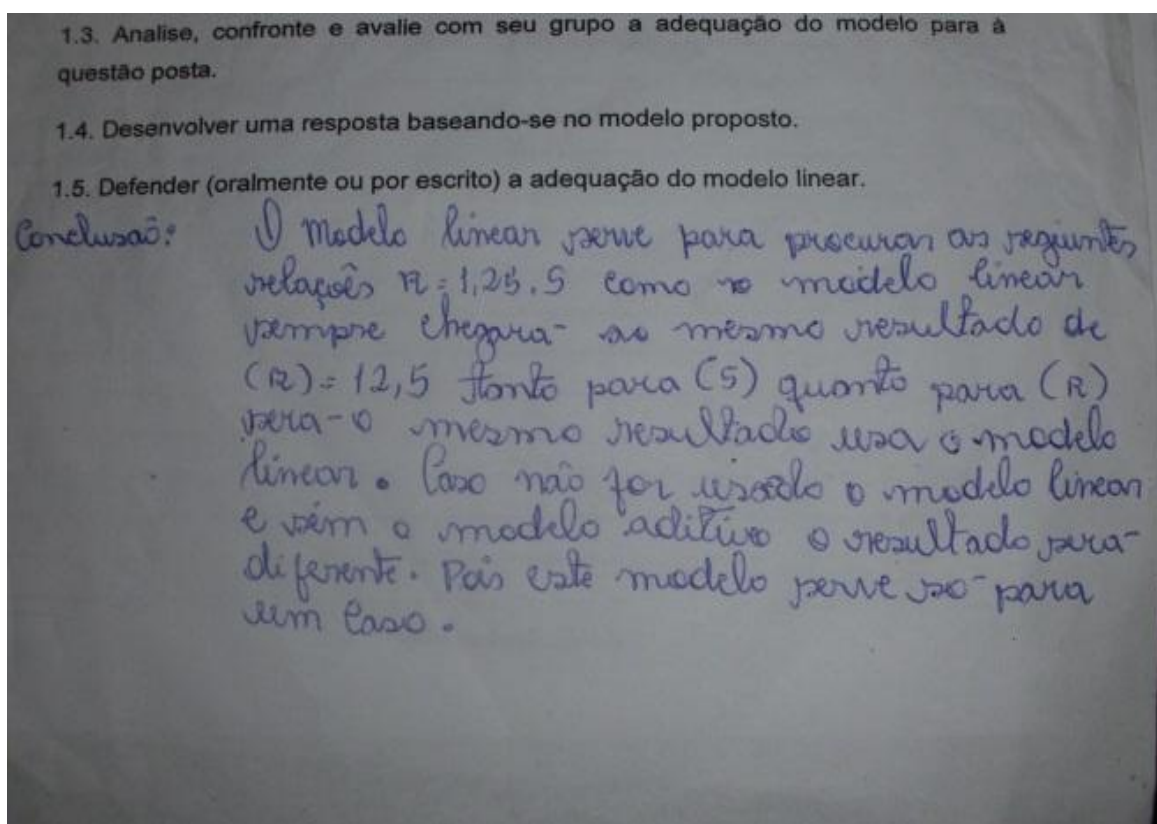
O grupo III em suas considerações suscitou ideias matemáticas ao compreender a questão em debate que convergiam em favor do modelo aditivo como modelo válido para a situação, sobretudo, pelas considerações mencionadas do grupo V, caracterizando os sentimentos dos sujeitos emergentes nas decisões para eleger o modelo aditivo como mais adequado para produzir a resposta desejada pelo grupo. Por conta disso, o grupo apontou o modelo aditivo pela rapidez e segurança que o modelo oferecia, sendo fatores determinantes em suas decisões, o que pode sugerir o papel do sujeito na construção do modelo.

Estas decisões dos grupos III e V aguçaram principalmente a fase de socialização da atividade com embates dos grupos na busca da possível resposta “correta” para a questão, levantando questionamentos ao professor pesquisador detidamente em saber qual resposta estava “certo”, momento passível de



desconstrução do “paradigma do exercício”, da “certitude” matemática, bem como, a “ideologia da certeza”, discussões nem sempre presente no espaço escolar que clama por um fazer crítico e reflexivo.

O grupo **IV** em suas análises revela ao investigar o modelo linear a mobilização da regra de três enquanto “obra” matemática para justificar a pertinência ou não do modelo em debate, ressaltando concomitantemente a ideia de funcionalidade ao comparar outros resultados emergentes com uso do modelo tal como evidencia o registro do grupo **IV**.



**Figura 12:** Registro dos alunos do grupo IV

**Fonte:** Construção dos alunos em classe (março/2012).

**Figura 13:** Transcrição do Registro do grupo IV

*O modelo linear serve para procurar as seguintes relações  $R = 1,25.S$ . Com o modelo linear sempre chegará ao mesmo resultado  $(R) = 12,5$ . Tanto para  $(S)$  quanto para  $(R)$  será o mesmo o resultado usa o modelo linear. Caso não for usado o modelo linear e sim o modelo aditivo o resultado será diferente. Pois este modelo serve só para um caso.*

**Fonte:** Autor (2013)

O registro do grupo aponta para a ideia de funcionalidade, ao justificar por meio do modelo linear diferentes situações para além do modelo aditivo, como decisão do sujeito na situação, revelando modelos como constructos humanos evocados por meio de sua sensibilidade com a questão, valendo-se para tal da regra de três como “obra” matemática para justificar a validação do modelo se considerar o fragmento destacado pelo grupo: “O modelo linear serve para procurar as seguintes relações  $R = 1,25.S.$  como **o modelo linear chegará ao mesmo resultado de  $R = 12,5$  [...]**” (grifos nosso).

Os resultados obtidos oportunizam segundo Silva e Guerra (2011), ‘o *significar*’ da regra de três com outros objetos matemáticos tratados em geral no currículo escolar, como tópicos isolados ou descontextualizados nem sempre explorado articuladamente (Ibid, p.05) ressaltam nesse contexto, que a regra de três “[...] sofre do atomismo temático (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001) que impede as relações explícitas com outros temas e ou objetos de ensino da matemática”.

Portanto, a “obra” matemática regra de três articulada para justificar a “adequação” ou não dos modelos para a questão em debate predominou com mais intensidade no posicionamento dos grupos, exercendo papel significativo no confronto de ideias e estratégias articuladas para produção da resposta, caracterizando o papel do sujeito na tomada de decisões, segundo os modelos matemáticos desenvolvendo assim salutar hábito investigativo na atividade escolar. Uma das razões de uso da regra de três pode ser em função da presença no repertório matemático dos alunos, em particular, pela segurança e praticidade culturalmente, historicamente e socialmente estabelecida nas atividades práticas de grupos sociais específicos, a exemplo das atividades comerciais, repercutindo igualmente na atividade escolar, com a preocupação adicional apontada por Silva e Guerra (2011), ao interpretar a regra de três como sinônimo de proporcionalidade, ainda que suas historicidades sejam distanciadas.

Em que pese à complexidade da prática de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação no contexto escolar, aponta-se ainda que parcialmente para o papel do sujeito na tomada de decisões por meio de modelos matemáticos, gerando e construindo “realidades” segundo sua sensibilidade,

destacando que modelos matemáticos são construções humanas e por isso não são desprovidos de neutralidade. Ademais, pode mostrar a fragilização do “paradigma do exercício”, com possibilidades de diferentes respostas, destacando concomitantemente em seus percursos investigativos o fazer da regra de três determinante nas análises, argumentações e refutações, enfaticamente marcado durante a fase de socialização da atividade, manifestando dúvidas, inclusive, em saber qual dos modelos afinal “era o certo”.

### **4.3 Fase de socialização da atividade**

A fase de socialização da produção desenvolvida pelos grupos mostrou-se relevante ao debate e às discussões suscitadas ao longo do processo consoante a defesa dos modelos. Isto permitiu o confronto de ideias com seus pares, fortalecendo a tomada de consciência sobre o papel de modelos na construção de “realidades” segundo intenções que o sujeito estabelece na situação em que é integrante, bem como a valorização pessoal, haja vista as apresentações figurarem em exposição pessoal ao público, passível de potencializar habilidades argumentativas nem sempre evidentes no espaço escolar. Aponta-se, concomitantemente nesse contexto, o ensino da matemática que valorize, sobretudo, o espírito investigativo do modo postulado por Pais (2010, p.31), a partir de modelos matemáticos postos em concorrência a uma questão, de modo a evidenciar o papel dos alunos como sujeitos nas decisões tomadas revelando, ainda que parcialmente, a competência crítico-reflexiva desejada pela modelagem matemática crítica que corrobora com as pretensões da EMC.

Nesta fase, um momento pertinente a esta discussão, foi à manifestação do grupo II pela omissão na exposição de seus resultados proferindo que é papel do professor expor o conhecimento e não os alunos. Diante disso, convém destacar a argüição dos autores Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.79-81) ao abordarem “a irresponsabilidade matemática dos alunos”

[...] que o contrato didático<sup>11</sup> vigente nos atuais sistemas de ensino da matemática mantém estável a atribuição exclusiva ao professor de toda responsabilidade matemática, em vez de evoluir no sentido de repassar progressivamente para os alunos uma parte dessa responsabilidade. [...] Ele é encarregado de conseguir que o aluno tenha uma *atitude positiva* e a *motivação* necessária para aprender matemática, ao mesmo tempo em que estas (atitude e motivação) são consideradas as condições básicas de toda aprendizagem. Em resumo, aceita-se que o resultado da aprendizagem do aluno depende essencialmente da instrução dada pelo professor.

A compreensão dos autores evidencia a atribuição exclusiva do professor para possibilitar condições de aprendizagem aos alunos, alijando-os de desenvolver responsabilidades na construção dos conhecimentos matemáticos. Nessa perspectiva, é possível inferir um dos efeitos do “contrato didático” vigente nos sistemas atuais de ensino imbricado ao comportamento do grupo a exemplo do efeito “topaze”<sup>12</sup>. Os autores ratificam sobre a relação de dependência dos alunos em relação ao professor que “[...] é muito difícil que o contrato didático evolua na direção de transferir para o aluno uma parte da responsabilidade matemática atribuída exclusivamente ao professor” (ibid, p.82).

Nestes termos, a atividade proposta segundo a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação “quebrou”, ainda que parcialmente, o “contrato didático” tradicionalmente estabelecido e centrado exclusivamente na figura do professor (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p.79). Os autores Alrø e Skovsmose (2006, p.74) corroboram ao inferir que “Eles não querem a responsabilidades de ter que fazer contribuições”, pois o ensino da matemática escolar ao se figurar eminentemente na responsabilidade do professor, embaça a participação mais efetiva do aluno no processo, alijando o desejado pela EMC. Diante disso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.41) evidenciam

De fato, as investigações constituem um contexto muito favorável para gerar boas aulas de discussão entre os alunos. No entanto, a aula de Matemática, habitualmente, não é um lugar em que os alunos estejam habituados a comunicar as suas ideias nem argumentar com seus pares.

---

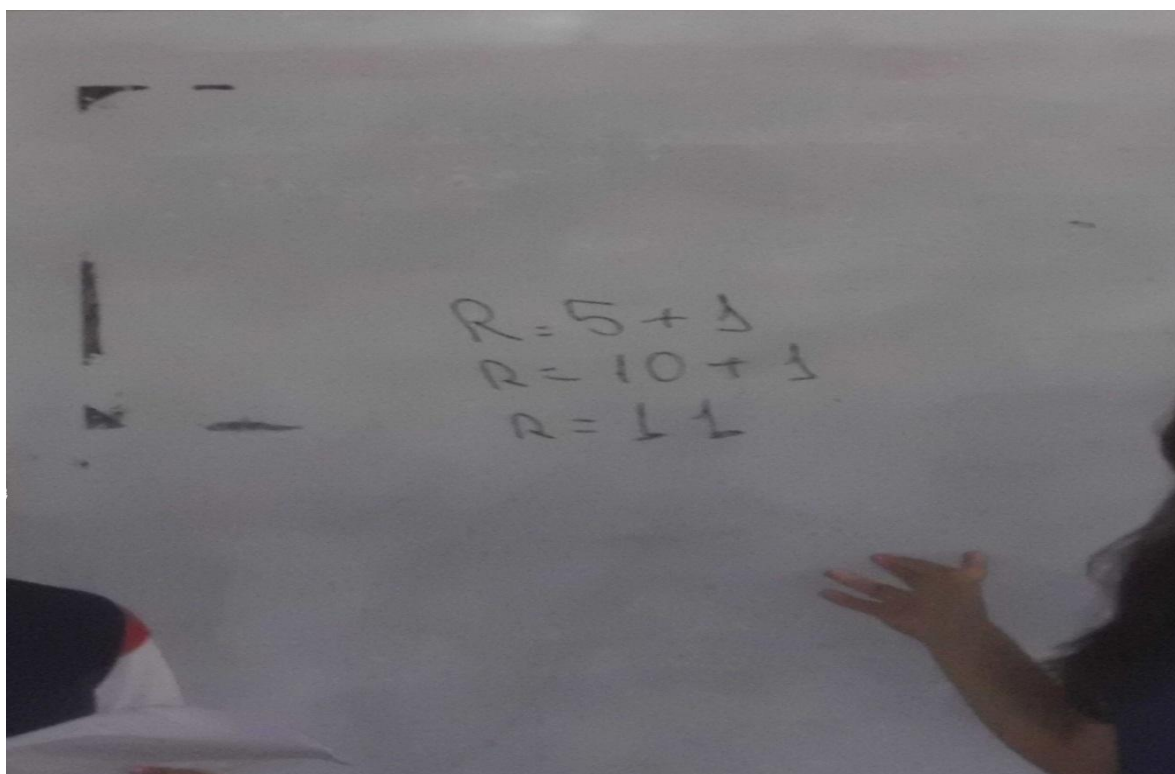
<sup>11</sup>Os autores fazem inferências ao contrato didático seguindo as análises de Guy Brousseau (1986), formado pelo conjunto de cláusulas que de uma maneira mais ou menos implícita, reagem, em cada momento, as obrigações recíprocas dos alunos e do professor no que se refere ao conhecimento matemático ensinado.

<sup>12</sup> O termo efeito “topaze” segundo Almouloud (2007, p.94) é caracterizado “[...] nas situações didáticas em que o professor se encarrega de uma parte substantiva, essencial do trabalho, que deveria ser de responsabilidade do aluno”.

Embora se evidencie o comportamento arraigado do grupo II, o debate e as discussões não ficaram comprometidos, com acentuada relevância para aprendizagem, sobretudo, ao corroborar a compreensão de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.41) ao alertarem

A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem essa discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

As discussões sobre o modelo aditivo possibilitou a construção de diferentes respostas fragilizando, embora parcialmente, o “paradigma do exercício” suscitado por Skovsmose (2000). As análises do grupo I revelaram a mobilização invalidando o modelo a partir da investigação em “obras” matemáticas, notadamente, com uso da regra de três, presente em seu repertório de ideias, centrando o papel do sujeito na “desconstrução” do modelo, salutar ao desenvolvimento da competência crítico-reflexiva.



**Figura 14:** Socialização do grupo I

**Fonte:** Construção dos alunos na fase de socialização em classe (março/2012).

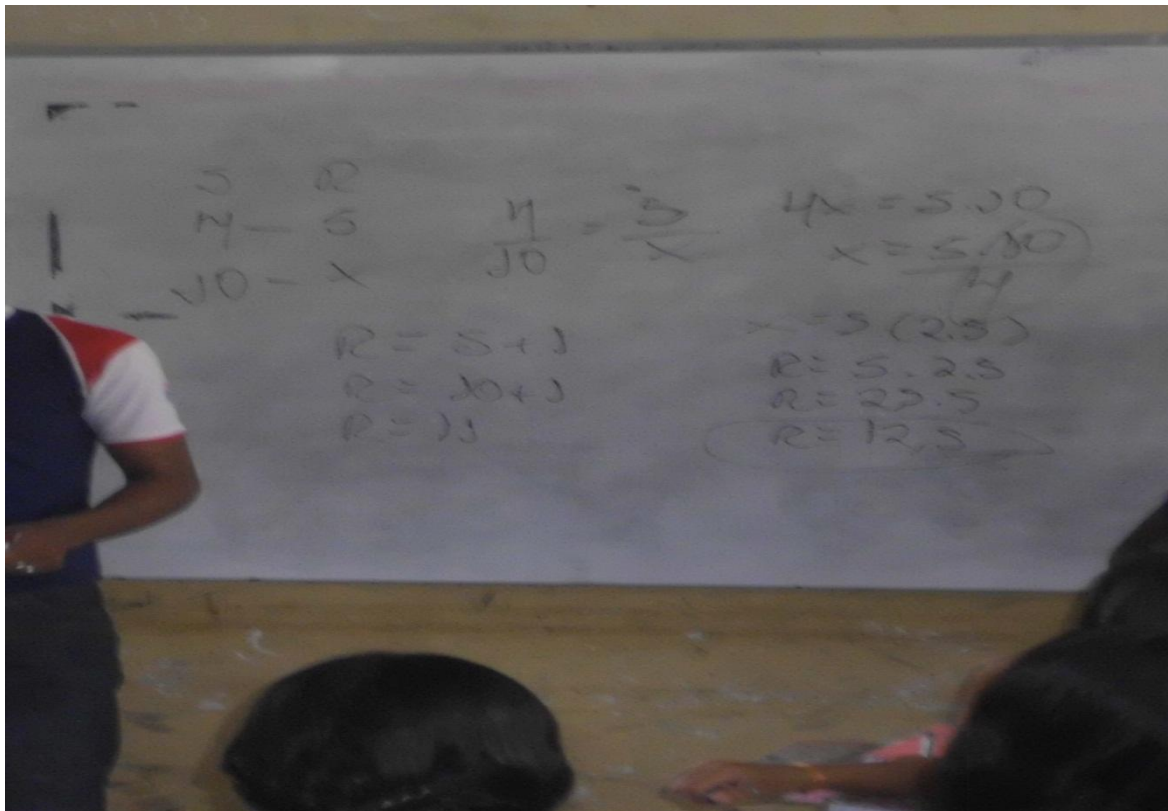
**Figura 15:** Transcrição do Registro do grupo I na fase de socialização

$$R = 5 + 1$$
$$R = 10 + 1$$
$$R = 11$$

**Fonte:** Autor (2013)

O registro mostra a exibição de elementos do modelo aditivo argumentando sua impossibilidade para atender a questão proposta evidenciando a sensibilidade dos alunos envolvidos oportuno a articulação com diferentes tópicos do currículo escolar, a exemplo da ideia de funcionalidade tratado com mais intensidade no primeiro ano do ensino médio, e pertinente ao enfraquecimento da postura de linearidade dos tópicos de matemática que compõe a atividade escolar.

O desenvolvimento do grupo **V** aguçou o debate entre os demais a partir da conduta adotada em relação ao modelo examinado, discorrendo argumentos voltados à pertinência do modelo para a questão ainda que suas principais “obras” matemáticas investigadas sejam inerentes ao instrumental matemático presente em seu repertório do ensino fundamental, a saber: o uso da regra de três do modo convencional, o princípio multiplicativo, bem como a ideia de funcionalidade. O grupo apontou para a validade do modelo ao considerar o caráter rápido e seguro, que em nossa interpretação, evidencia o papel do sujeito na “construção” de modelos matemáticos veiculados a partir da sensibilidade do sujeito integrante da situação.



**Figura 16:** Apresentação do grupo V

**Fonte:** Construção dos alunos na fase Socialização em classe (março/2012).

**Figura 17:** Transcrição do Registro do grupo V na fase de socialização

(S)	(R)
4 ——— 5	$\frac{4}{10} = \frac{5}{x}$
10 ——— X	$4X = 5 \cdot 10$
	$X = \frac{5 \cdot 10}{4}$
$R = S + 1$	$R = 5 \cdot 2,5$
$R = 10 + 1$	$R = 12,5$
$R = 11$	

**Fonte:** Autor (2013)

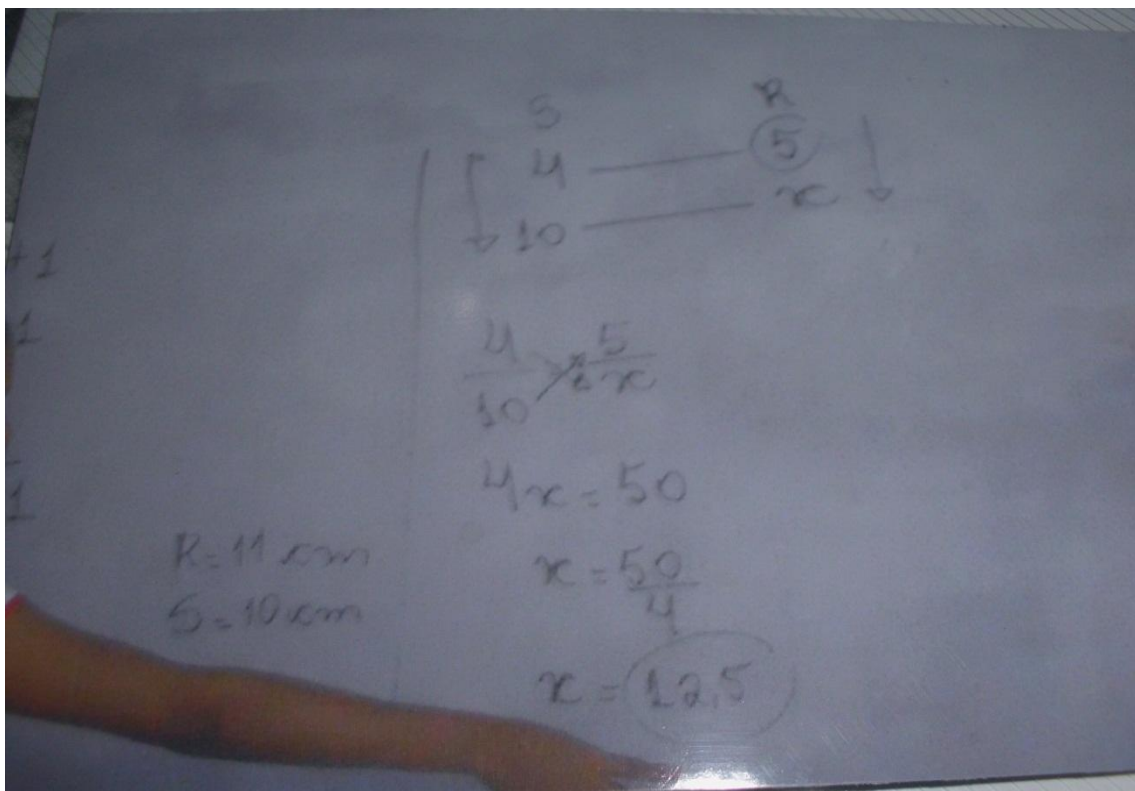
A imagem do grupo V revela, apesar de parcialmente, atitude ativa ao processo com participação efetiva sinalizando a “quebra” de “contrato didático” que a

prática com modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação evidenciada, em função do comportamento arraigado a partir do modelo de ensino convencional cristalizado pela prática passiva dos alunos. O debate ganha força, sobretudo, diante do posicionamento do grupo em favor do modelo aditivo, pois os demais argumentaram ao professor pesquisador qual dos modelos afinal era “o certo”.

A ação dos grupos nessa perspectiva pode ser apontada segundo as colocações de Alrø e Skovsmose (2006, p.21) sobre “o propósito de se ensinar matemática é apontar erros e corrigi-los”, em termos do “contrato didático” estabelecido. Alertam ainda **“A questão de que está “certo” ou “errado” não pode prevalecer no processo de investigação”** (ibid. p.72), (grifos nosso). Um fator pertinente a esta discussão, trata-se da experiência incipiente do professor pesquisador na prática com modelagem, que agregado a sua formação em desenvolvimento não permitiu conduzir os alunos a uma situação de tal modo a institucionalizar o modelo mais adequado à questão posta em debate.

A “obra” matemática regra de três com papel determinante no processo de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação revela o fazer para justificar a proporcionalidade assumida pelo sujeito na situação, mobilizada sem a consciência de que as imagens fotográficas de Sara e Robert ao serem ampliadas seguem critérios de proporcionalidade, embora parte das situações vivenciadas na atividade escolar como problemas de regra de três não integre elementos suficientes para estabelecer tal relação. A figura 18 mostra a relação imposta pelos alunos do grupo **VII** no fazer da regra de três, o uso de setas com mesmo sentido.





**Figura 18:** Alunos do grupo VII durante a fase de socialização

**Fonte:** Construção dos alunos na fase Socialização em classe (março/2012).

**Figura 19:** Transcrição do Registro do grupo VII na fase de socialização

S	R
$R = 11 \text{ cm}$	$\begin{array}{c} 4 \text{ — } 5 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 10 \text{ — } X \end{array}$
$S = 10 \text{ cm}$	
	$\frac{4}{10} = \frac{5}{x}$
$4X = 50$	
$X = \frac{50}{4}$	
$X = 12,5$	

**Fonte:** Autor (2013)

O grupo VII apresenta em seus registros a mobilização de setas com mesmo sentido ao impor a existência de relação entre grandezas diretamente proporcionais. A ação do grupo revela explicitamente na análise de “adequação” ou não do modelo

à imposição do sujeito frente ao objeto em debate, o que corrobora para o pensar de Silva e Guerra (2011) sobre o papel do sujeito na construção de “realidades”, conforme enfatiza a perspectiva da EMC. O uso da regra de três mostra-se pertinente nos argumentos, sobretudo, se considerarmos sua historicidade enquanto conhecimento emergente de prática social de referência plausível para a desconstrução do modelo.

Mesmo que se ressalte a predominância de mobilização da regra de três como sinônimo de proporcionalidade por parte dos grupos, os autores ora mencionados inferem à luz da história da matemática a criação do procedimento da regra de três independente do fazer da proporcionalidade, e por necessidade do fazer matemático justificado, a relação é então imposta pelo sujeito frente à problemática. A atitude do grupo ao fazer uso da regra de três do modo postulado por estes autores configura-se um momento decisivo, ao revelar a situação “enquadrada” pelos sujeitos por meio de modelos, criando assim, “realidades”. Ademais, pode representar a tomada de consciência do fazer escolar reflexivo ao investigar “obras” matemáticas para discussão de modelos, movendo-se do ensino acrítico, restringido com o ensino da resposta pela resposta, alijando o desejado pela educação escolar consoante aos ideais da EMC.

Assim sendo, retoma-se o pensar de Chevallard, Bosch e Gascon (2001, p.56) sobre o processo de construção de conhecimentos

[...] que aquele que aprende matemática “cria” uma matemática nova. Basta, então, reinterpretar o adjetivo “nova”: os alunos não criarão conhecimentos novos para a humanidade, mas poderão, sim, criar uma matemática nova *para eles* como grupo de alunos. [...] caracterizamos o fazer matemática como um trabalho de modelagem. Esse trabalho transforma o estudo de um sistema não-matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando de maneira adequada certos modelos. Podemos destacar três aspectos desse trabalho: a *utilização rotineira de modelos matemáticos já conhecidos*; a *aprendizagem* e o eventual ensino de modelos e da maneira de utilizá-los; e a *criação de modelos matemáticos já conhecidos*, isto é, de novas maneiras de modelar os sistemas já estados.

A atividade desenvolvida possibilitou além da construção de conhecimentos a investigação de “obras” matemáticas para justificar a validade ou não dos modelos em debate, fortalecendo entre outras potencialidades no âmbito educacional, a

capacidade de argumentação nem sempre presente na atividade escolar, detidamente nas aulas de matemática, configurando concomitantemente o fazer para além da “cópia cultural” não-crítica, “[...] **conferindo ao seu trabalho um caráter público, o que constitui para ele, um estímulo e uma valorização pessoal**” (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2009, p.29), (grifos nosso).

Portanto, a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação contribuiu, a considerar a parcialidade, ao fortalecimento do espírito de coletividade ao compartilhar diferentes saberes matemáticos mobilizados para justificar a “adequação” ou não dos modelos matemáticos postos em “concorrência” a uma questão apresentada. Isto pode caracterizar, em nossa compreensão, a possibilidade de articulação de objetos matemáticos não “linearmente” tratados pelo currículo escolar como saberes fragmentados e sequenciais passíveis de destituir inclusive seus significados no ensino da matemática escolar.

Diante da questão apresentada, os grupos foram instigados a conjecturar, analisar e justificar a pertinência ou não do modelo para a referida, configurando um ambiente de natureza investigativo não para visitar os saberes matemáticos em si, todavia para discutir o modelo, revelando o papel do sujeito que imbuído por sentimentos impõe a construção de “realidades” por meio de modelos matemáticos a fim de analisar a partir dos modelos qual das respostas poderia ser a “boa” resposta. Ademais, a construção de diferentes respostas no processo constituiu a possibilidade de fragilizar a premissa central do “paradigma do exercício”, bem como a tomada de consciência na desconstrução da “certitude” matemática mediada pela “ideologia da certeza” vigente no ambiente escolar a partir das respostas desenvolvidas e confrontadas pelos alunos, podendo-se, com isso, constatar que modelos matemáticos são decisões do sujeito.

A fase de socialização pertinente às discussões suscitadas pelos grupos constituiu um espaço salutar à troca de conhecimentos sem a interferência constante do professor pesquisador e às inferências emergentes da prática investigativa para justificar os fazeres em defesa dos modelos com suas respectivas respostas para a questão em debate. Embora o grupo II não tenha se manifestado ao debate, o comportamento arraigado em função do próprio “contrato didático” vigente nos sistemas atuais de ensino não comprometeu o entusiasmo dos demais,

ao evidenciar em seus argumentos e registros, a articulação de diferentes conhecimentos matemáticos, bem como o desenvolvimento da capacidade argumentativa do ponto de vista da atividade com matemática, imprescindível à “valorização pessoal” do modo postulado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009).

A regra de três mostrou-se determinante para justificar a “adequação” ou não dos modelos, principalmente em razão dos motivos já apontados: por estar presente em seu repertório de ideias matemáticas; pelo caráter de procedimento socialmente estabelecido e reconhecido a partir das práticas sociais de referência, especificamente as atividades comerciais, sendo paulatinamente difundida nos espaços institucionais como a escola; e, por fim, pelo tratamento dado como relação entre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, neste caso, segundo o fazer evidenciado notadamente pelo grupo **VII**, ao assumir por meio de setas no mesmo sentido, a relação entre grandezas diretamente proporcionais, mostrando-se como decisão explícita do sujeito ao impor a proporcionalidade, construindo dessa forma, “realidades” controladas segundo modelos.

Em que pese à complexidade desta fase, reiteramos sua relevância ao potencializar a capacidade argumentativa do ponto de vista matemático, constituindo, simultaneamente, a tomada de consciência do papel da matemática nas construções e predições do mundo real como produto dos interesses e intenções humanas nem sempre explícito no ensino escolar, a clamar por um fazer o qual contemple não apenas os conteúdos, mas que evidencie elementos pertinentes à constituição de um cidadão crítico e reflexivo, sobretudo, em função das exigências da sociedade globalizada. Portanto, esses elementos, quando comparados ao modelo de ensino convencional de matemática sinalizam, ainda que parcialmente, contribuições da modelagem matemática crítica, sobretudo, para a Educação Matemática, como mostra o quadro **1**.

**Quadro 1:** Quadro comparativo entre o Modelo de ensino convencional e a prática com Modelagem matemática crítica

<b>Modelo de ensino convencional</b>	<b>Modelagem matemática crítica</b>
Predomina a organização de atividades individuais.	Organização do trabalho de natureza coletiva.
Predomina a participação passiva dos alunos.	Prodominancia da participação ativa dos alunos.
Aborda as tarefas matemáticas segundo o “paradigma do exercício”.	Possibilidades de construção de diferentes respostas.
Trata os objetos matemáticos curriculares com mais intensidade de forma desarticulada.	Possibilidades para articulação dos objetos matemáticos presentes no curricular escolar.
Centra a matemática escolar sob a ótica da certitude fundamentada na ideologia da certeza.	A matemática evidencia-se incerta por meio das diferentes respostas produzidas por modelos matemáticos em debate.
Há constantes interferências do professor na condução das atividades.	O professor exerce o papel de mediador, sem interferencias constantes no processo.
Atribui exclusivamente ao professor a construção de conhecimentos.	A construção de conhecimento é resultado de um trabalho colaborativo dos sujeitos envolvidos.
Focaliza os modelos matemáticos, em geral, como objetos que descrevem fenômenos da realidade.	Focaliza os modelos matemáticos como resultantes da decisão de sujeitos envolvidos na situação.

**Fonte:** Autor (2013)

Por tudo isso, a pesquisa revela aspectos essenciais da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, passível de responder ainda que parcialmente, ao propósito da questão de investigação sobre as contribuições no ensino da matemática escolar, pois de maneira geral, a atividade de ensino tem se mostrado arraigado pelo “paradigma do exercício”, vital à “certitude” matemática, alijando o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva desejado pela EMC.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao considerar o ensino da matemática escolar com ênfase na premissa central do “paradigma do exercício”, bem como a “certitude” matemática mediada pela “ideologia da certeza”, apontamos nesta pesquisa encaminhamentos pertinentes sobre a prática de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação à luz da perspectiva de Burgermeister (2007, 2010), pois em geral, a atividade escolar não abre possibilidades para discutir “rótulos” atribuídos ao ensino da matemática, sobretudo, para construção ou desconstrução de diferentes respostas produzidas por modelos postos em concorrência para uma questão em debate, bem como o papel do sujeito ao “visitar” “obras” matemáticas para justificar suas respostas, passível do desenvolvimento das competências crítico-reflexiva desejado pela EMC.

O objeto matemático regra de três ganha relevância nos embates evidenciados pelos grupos desde a fase exploratória da atividade até a fase de socialização, como argumento mais pertinente para validação ou não dos modelos, o que pode ser justificado de acordo com o postulado de Silva e Guerra (2011), pois embora suas origens estejam vinculadas a práticas sociais<sup>13</sup> de referência, a exemplo das atividades comerciais, possui um caráter prático, rápido e seguro nos procedimentos aritméticos o qual pode sinalizar sua mobilização para atender a interesses e intencionalidades dos grupos.

O fazer escolar guarda, além dessas características, uma preocupação adicional: de justificar a relação entre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais como sinônimo de regra de três. “O fazer cultural matemático, mesmo o escolar, evidencia a regra de três sem verificações de proporcionalidade que se mantém vivo em inúmeros exemplos de modelos matemáticos [...]” (GUERRA e SILVA, 2009, p.104), assumido pelo sujeito passível de embaçar as relações, pois nem sempre são evidenciados elementos suficientes para estabelecer a proporcionalidade, que é então imposta como decisão do sujeito, revelando ainda que parcialmente, seu papel nas predições ou construções de “realidade” por meio de modelos matemáticos.

---

<sup>13</sup> O termo Práticas Sociais é mencionado de acordo com Alberto Camacho Rios (2006, p.133) ao “se referir sobre a atividade do ser humano no meio em que se desenvolve [...] dando sentido aos problemas fundamentais da ciência”.

O envolvimento com a tarefa, as discussões e os questionamentos levantados durante a fase exploratória de investigação de “adequação” ou não dos modelos à questão proposta, permitiu aos alunos mobilizarem seus recursos cognitivos recorrendo, sobretudo, à regra de três por associarem a atividade como problema de regra de três, mostrando-se determinante para justificar a validade ou não do modelo em debate. Nesse sentido, ratificamos sua praticidade em função do reconhecimento como conhecimento culturalmente, historicamente e socialmente estabelecido com o “selo de verdade” na sociedade e nas instituições escolares. Ademais, a relação dos alunos com o conhecimento mobilizado pode apontar sua sensibilidade como elemento imprescindível nas decisões, integrando diferentes conhecimentos presentes no currículo escolar de maneira não linear, a exemplo do tema função.

As discussões levantadas em sala de aula para justificar a “adequação” ou não do modelo à questão apresentam relevância notadamente ao transcurso da fase de socialização ao revelar o embate entre os grupos sobre o possível modelo selado como “verdadeiro” para atender à questão, recorrendo principalmente ao uso da regra de três como argumento matemático. Destaca-se, neste contexto de discussões, a resistência manifestada pelo grupo II, passível de ser justificado seguindo a “quebra” de “contrato didático”, as compreensões de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.41) e Alrø e Skovsmose (2006, p.74) ao inferirem sobre as aulas de matemática não se constituírem momentos em que os alunos sejam levados a comunicar suas ideias com seus pares, bem como não se responsabilizarem em ter que fazer contribuições, haja vista o “contrato didático” vigente na atividade escolar alijar a mobilização dos alunos no sentido de assumir parte da responsabilidade na construção de conhecimentos.

O comportamento do grupo não impossibilitou o êxito da atividade, fortalecido pelo debate e confronto de opiniões que divergiam entre os grupos, levando-os a indagar ao professor pesquisador *“qual dos modelos afinal, estava certo?”* No tocante a esse pensar, reiteramos o processo de formação do professor pesquisador ainda que incipiente em práticas com modelagem matemática, sobretudo, pela formação em desenvolvimento, constituiu-se em um fator determinante para impossibilitar a condução dos alunos à formulação de questões de tal modo a

institucionalizar o modelo mais “adequado” para a questão, oportunizando, concomitantemente, a tomada de consciência sobre o papel de modelos na construção de “realidades” segundo intenções do sujeito, que ao impor decisões imbricado à sensibilidade, exerce um papel fundamental na situação, passível de caracterizar que modelos matemáticos não são se não construções sociais. Outro elemento de destaque nesta pesquisa são as “construções” matemáticas “vivas” no repertório de ideias matemáticas dos alunos como é o caso da regra de três como sinônimo de proporcionalidade ao estabelecer explicitamente a relação entre grandezas diretamente proporcionais, ao evidenciar, ainda que parcialmente, o papel do sujeito frente aos modelos, bem como o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva conforme postula Skovsmose (2001), corroborando a EMC.

Portanto, a pesquisa revelou além das potencialidades desenvolvidas na prática com modelagem matemática no contexto escolar, subsídios pertinentes em resposta, apesar de parcialmente, ao questionamento apontado: **‘Que contribuições a modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação possibilita para a matemática escolar?’** O comportamento arraigado na conduta dos alunos em função do “contrato didático” vigente que a prática de modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação evidenciou a quebra de que em matemática, só existe uma resposta certa; a resistência dos alunos à regra quebrada sobre a responsabilidade exclusiva atribuída ao professor para exposição do conteúdo, enquanto o aluno só precisa se comportar segundo o modelo de “educação bancária”, nos termos de Freire (1979).

A tomada de consciência da responsabilidade do aluno na busca de compreensão do conteúdo, uma vez que a aprendizagem matemática é fruto de um trabalho matemático dos alunos, passível de valorização pelo professor na mediação deste ao fomentar a interação social, promove assim o salutar hábito de aprendizagem colaborativa; a atividade mostrou-se, particularmente, promotora da tomada de consciência de que modelos são construções sociais mobilizadas para atender a interesses e intencionalidade do sujeito na situação, revelando explicitamente uma atitude crítico-reflexiva transformadora nos dizeres de Freire (1979), que corrobora para a EMC de Skovsmose (1992).



Aponta-se, ainda, o resgate da valorização pessoal dos alunos ao atingir seu trabalho um caráter público, fortalecendo a capacidade argumentativa do ponto de vista matemático, pois nem sempre a sala de aula tem refletido como um espaço de debate passível de contemplar esta dimensão da aprendizagem. Ademais, contribuiu para formação do professor pesquisador, ao elencar uma atividade para além da prática pedagógica tradicional, fomentando a reflexão contínua em compreender o fazer discente.

Por conta disso, a pesquisa não tem a intenção de esgotar a temática, todavia fomentar novos encaminhamentos no campo da modelagem matemática crítica como atividade de ensino e investigação, salutar ao contexto escolar para o desenvolvimento da competência crítico-reflexiva, do modo desejado pela EMC. Torna-se imperioso enfatizar o ensino da matemática escolar de maneira a suscitar a tomada de consciência do sujeito frente ao papel dos modelos e da matemática na construção de “realidades”, ao evidenciar que modelos matemáticos como todo constructo humano não é se não uma construção social embebido de interesses e intencionalidades do sujeito na situação, imprescindível no contexto escolar para formação de cidadãos críticos em relação à visão e à compreensão, sobretudo, de mundo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Maria da conceição de. **Complexidade, saberes científicos, saberes da tradição**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010. – (Coleção Contextos da Ciência).

ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem Sócio Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

BARBOSA, J. C. e SANTOS, M. A. Modelagem Matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9. Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007.1 CDROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxumba. **Anais...**Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 2ª ed. – São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. e HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. Ed. – São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.07-32, jul. 2009.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 2002.

BURAK, D. e KLÜBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para a educação básica. In: ALMEIDA,

L. M. W. de. ARAÚJO, J. L. e BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 45-64.

BURGERMEISTER, P. F. La didactique de la modélisation mathématique dans l'enseignement secondaire d'heir et d'aujourd'hui. Communication au 2<sup>ème</sup> **Colloque International sur la Théorie Antropologique du Didactique**, Uzès 31 oct-2 nov 2007.

BURGERMEISTER, P. F. Modélisation mathématique de problèmes extramathématiques au lycée – vers une praxeologie consistante de la modélisation. In A. Kuzniak A. et M. Sokhna (Eds.). **Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2009**. (Numéro spécial de la Revue Internationale Francophone), <http://fasted.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm> GT5, pp.638-646. 2010.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E. e MAGNUS, M. C. M. Modelagem matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W. de. ARAÚJO, J. L. e BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 65-81.

CHAVES, M. I. A. e ESPÍRITO SANTO, A. O. do. Possibilidades para modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W. de. ARAÚJO, J. L. e BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p.161-180.

CHEVALLARD, Y. (1989) **Arithmétique, algèbre, modélisation, etapes d'une recherche**, publication de 1<sup>re</sup> IREM d' Aix-Marseille.

CHEVALLARD, Y. **La TAD face au professeur de mathématiques**. UMR ADEF, Toulouse, 2009.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre, Artmed, 2001.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, D. e NACARATO, A. M. **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando**

a partir da prática. São Paulo: Musa editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-PE/UNICAMP, 2005.

FREIRE, Paulo. **Conscientização**: teoria e prática da libertação uma introdução ao pensamento de Paulo Freire. São Paulo: Cortez e Moraes, 1979.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa – 36ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GALTHIER, C. *et al.* **Por uma teoria da Pedagogia**: pesquisa contemporânea sobre o saber docente. Trad. Francisco Pereira. Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 1998.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação matemática**. 3. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

GONÇALVES, T. O. **A construção do formador de professores de matemática**: a prática formadora. Belém: CEJUP ED., 2006.

GUERRA, R. B.; SILVA, F. H. S. da. Reflexões sobre modelagem matemática crítica e o fazer matemático da escola. **Perspectivas da educação matemática**, v.2, n. 03, p. 95-119, jan/jun, 2009.

MATOS, J. F. **Logo na educação matemática: um estudo sobre as concepções e atitudes dos alunos** (Tese de doutoramento, Uni. de Lisboa). Lisboa: Projecto MINERVA, DEFCUL, 1996.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D. e MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2011.

MOREIRA, M. A. e MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: centauro, 2001.

PAIS, L. C. Transposição Didática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3 ed. São Paulo: EDUC, 2010.

PIAGET, Jean. **Biologia e Conhecimento**. 2<sup>a</sup> ed. Vozes: Petrópolis, 1996.

PIMENTA, Selma. e GHEDIN, Evandro (orgs.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PONTE, J. P. da. BROCARD, J. e OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PONTE, J. P. da. **Concepção dos professores de Matemática e processos de formação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional 1992. Temas de Investigação (p.185-239).

SILVA, F. H. S da. **Formação de Professores: mitos do processo**. Belém: EDUFPA, 2009.

SILVA, D. P. Regra de Três: prática escolar de modelagem matemática. 2011. 88f. Dissertação (**Mestrado em Educação Matemática**). Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

SILVA, D. P. e GUERRA, R. B. Para que ensinar regra de Três? In **XIII CIAEM-IACME**, Recife, Brasil, 2011.

SKOVSMOSE, O. Democratic competence and reflective knowing in mathematics. **The Learning of Mathematics**, 12(2), Jun. 1992.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim da Educação Matemática**, n. 14, p.66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus. 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: incerteza, matemática e responsabilidade** Tradução: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. – São Paulo: Cortez, 2007.