

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

MODELAGEM SÍSMICA ACÚSTICA E ELÁSTICA POR DIFERENÇAS FINITAS E IMAGEAMENTO DO DEPÓSITO DE MINÉRIO DE FERRO N4WS NO ESTADO DO PARÁ

RAFAEL MANSANO HOLANDA

BELÉM 2017

RAFAEL MANSANO HOLANDA

MODELAGEM SÍSMICA ACÚSTICA E ELÁSTICA POR DIFERENÇAS FINITAS E IMAGEAMENTO DO DEPÓSITO DE MINÉRIO DE FERRO N4WS NO ESTADO DO PARÁ

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará para a obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de concentração: Métodos sísmicos.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz

BELÉM 2017 Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP) Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPA

Holanda, Rafael Mansano, 1990 -Modelagem sísmica acústica e elástica por diferenças finitas e imageamento do depósito de minério de ferro N4WS no estado do Pará / Rafael Mansano Holanda. – 2017.

110 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2017.

1. Diferenças finitas. 2. Ondas elásticas. 3. Imageamento acústico. 4. Minérios de ferro - Pará. 5. Prospecção sísmica. I. Título.

CDD 22. ed. 551.62

RAFAEL MANSANO HOLANDA

MODELAGEM SÍSMICA ACÚSTICA E ELÁSTICA POR DIFERENÇAS FINITAS E IMAGEAMENTO DO DEPÓSITO DE MINÉRIO DE FERRO N4WS NO ESTADO DO PARÁ

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Geofísica, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para a obtenção de grau de mestre em Geofísica.

Data de aprovação: 03 107 1 17

Conceito: EXC

Banca examinadora:

Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz – Orientador Doutor em Geofísica Universidade Federal do Pará

Prof. Dr. Paulo Eduardo Miranda Cunha - Membro Doutor em Geofísica Petrobrás

Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa– Membro Doutor em Geofísica Universidade Federal do Pará

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. e Orientador João Carlos Ribeiro Cruz pela ajuda, disponibilidade e ensinamentos fundamentais para a elaboração deste trabalho.

À Universidade Federal do Pará e ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica pelos equipamentos e espaço cedido durante minha formação acadêmica.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo auxílio financeiro para realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Juppi Sandmeier por disponibilizar o programa FDSKALAR.

Ao Prof. Dr. Thomas Bohlen e demais desenvolvedores do SOFI2D pela disponibilização do software (https://git.scc.kit.edu/GPIAG-Software/SOFI2D/).

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa e Prof. Dr. Paulo Eduardo Miranda Cunha, por terem atendido ao convite, pela disponibilidade de participar e contribuir para melhorias na dissertação.

RESUMO

O método das diferenças finitas consiste na resolução numérica de equações diferenciais e uma de suas aplicações é na solução das equações da onda ou elastodinâmica, pela substituição das derivadas parciais no espaço e no tempo por suas aproximações de diferenças finitas. O presente trabalho constituiu-se na realização da modelagem sísmica empregando o método das diferenças finitas, tanto para o caso acústico como elástico. Em seguida, realizou-se o imageamento sísmico, para o caso acústico, em um modelo que simula a área do depósito de minério de ferro de N4WS, localizado na Província mineral do Carajás, no estado do Pará. Para isso, foi considerado um modelo de velocidade heterogêneo, isotrópico e bidimensional para os casos acústico e elástico. Para gerar o sismograma sintético, foram utilizados os programas FDSKALAR, para o caso acústico, e SOFI2D, para o caso elástico, empregando aproximação de quarta ordem da equação da onda acústica e elástica no espaço e no tempo. Para a validação dos programas de diferenças finitas e auxílio na interpretação dos eventos presentes nos sismogramas, realizou-se a comparação com os tempos de trânsito obtidos pela teoria do raio. Após a modelagem sísmica, efetuou-se o processamento dos dados gerados, através do pacote de código aberto de softwares Seismic Unix, com o objetivo de gerar uma imagem do refletor presente no modelo de mineração. Desta maneira, procurou-se um melhor entendimento e controle sobre os problemas da modelagem sísmica e imageamento, contribuindo para a interpretação de dados sísmicos e compreensão sobre a propagação das ondas sísmicas em meios onde existem heterogeneidades significativas. Além disso, buscou-se demonstrar a aplicação dos métodos sísmicos no estudo e delineamento de corpos minerais

Palavras-chave: Modelagem sísmica. Diferenças finitas. Acústico. Ondas elásticas. Imageamento. Depósito de ferro. Sísmica na mineração.

ABSTRACT

The finite difference method consists in the numerical resolution of differential equations and one of its applications is a solution of the wave equations or elastodynamics, by replacing the partial derivatives in space and time by their approximations of finite differences. The present work consisted in the accomplishment of the seismic modeling using the method of the finite differences, to acoustic and elastic case. Then, we performed the seismic imaging, to acoustic case, in a model that simulates an iron ore deposit area of N4WS, located in the mineral province of Carajás, in the state of Pará. We found a heterogeneous, isotropic and bidimensional velocity model to acoustic and elastic cases. In order to generate the synthetic seismogram, we executed the program FDSKALAR, to acoustic case, and SOFI2D, to elastic case, using fourth-order approximation of the equation of acoustic and elastic wave in space and time. For a validation of the programs of finite differences and aid in the interpretation of the events, we compared the results with the travel times obtained by the ray theory. After the seismic modeling, we accomplished the processing of the data generate, using the open-source software package Seismic Unix, to obtain an image of the reflector contained in the mineral model. In this way, we searched a better understanding and control on the problems of seismic modeling and imaging, contributing to an interpretation of seismic data and understanding about a seismic wave propagation in environments where there are significant heterogeneities. In addition, we sought to demonstrate the application of seismic methods in the study and delimitation of mineral bodies

Key words: Seismic modeling. Finite difference. Acoustic. Elastic wave. Iron deposits. Imaging. Mineral seismic.

LISTA DE ILUSTRAÇOES

Figura	2.1	 Disposição 	dos	pontos	da	malha,	representando	а	aproximação	de
		segunda or	dem.							.22

Figura 2.7 - Configuração de malha para a condição de absorção de Cerjan39

Figura 2.8 - As condições de absorção de Cerjan (lado esquerdo), comparado com uma fronteira sem condição de absorção (lado direito), em um meio elástico, homogêneo e isotrópico......40

Figura 2.9 – Sinal Fuchs-Mueller, para fonte com frequência central de 50 Hz.42

Figura 2.10 - Modelo geofísico de camadas planas......43

- Figura 2.11 Campo de pressão para o modelo de validação. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), PP 1 e PP 2 (ondas P refletidas na primeira e segunda interface.......44

- Figura 3.1 Distribuição dos principais corpos mineralizados do Distrito de Serra Norte, com localização da área de estudo no corpo N4WS. Complexo mineral de Carajás, estado do Pará......47
- Figura 3.3 Mapa geológico da Província mineral do Carajás......49

- Figura 3.5 Localização das linhas de geofísica no corpo de minério de ferro de N4WS. Linha de sísmica de refração em vermelho, com 1190 m de comprimento. Linha de eletrorresistividade em amarelo e comprimento de 1430 m....58

Figura 4.1 - Modelo geofísico do depósito de minério de ferro de N4WS.61

- Figura 4.3 Componente vertical da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface), PS e SP (ondas convertidas P-SV e SV-P na interface).
- Figura 4.4 Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface), PS e SP (ondas convertidas P-SV e SV-P na interface).

- Figura 4.7 Instantâneos no tempo da componente horizontal da velocidade de partícula, com a fonte localizada em 300 m, para o modelo de mineração, após 40 ms, 70 ms, 90 ms e 140 ms......70
- Figura 4.8 Campo de pressão para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 700 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), PP (onda P refletida a interface)......71
- Figura 4.9 Componente vertical da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 700 m. Os tempos de trânsito

calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV na interface)......72

- Figura 4.10 Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV na interface)......72

- Figura 4.14 Campo de pressão para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 1100 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional) e PP (onda P refletida na interface).78
- Figura 4.16 Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 1100 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda

Figura 5.1 - Fluxograma do p Fonte: rocessamento convencional......85

- Figura 5.3 Dados organizados em famílias CMP. Acima: CMP 200. Abaixo: CMP 300.

- Figura 5.7 Seção empilhada no tempo, referente ao modelo do depósito de ferro de N4WS......90

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Número de pontos da malha por comprimento de onda mínimo para
diferentes ordens (2 ^a - 8 ^a) e tipos (Taylor e Holberg) de operadores de
diferenças finitas35
Tabela 2.2 - Geometria de aquisição para o modelo de validação43
Tabela 3.1 - Valores de velocidade de onda P em amostras de rocha em Serra Sul,
Província mineral do Carajás. As siglas na tabela correspondem à
nomenclatura utilizada neste trabalho para rochas da Província mineral
do Carajás56
Tabela 4.1- Velocidade da onda P sugerida para cada litotipo60
Tabela 4.2 - Geometria de aquisição. 63

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÂO	.16
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	.19
2.1	Solução da equação da onda pelo método das diferenças finitas	.19
2.1.1	Meio acústico	.20
2.1.2	Meio elástico	.25
2.2	Dispersão numérica e estabilidade	.29
2.3	Reflexões de borda	.35
2.3.1	Condição de absorção segundo Reynolds	.35
2.3.2	Condição de absorção segundo Cerjan	.39
2.4	Função fonte sísmica	.41
2.5	Modelo de validação	.42
3	CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO	.46
3.1	Localização e contexto geológico	.46
3.2	Estratigrafia e evolução tectonoestratigráfica	.51
3.2.1	Grupo Igarapé Salobo	.51
3.2.2	Grupo Igarapé Pojuca	.52
3.2.3	Grupo Grão-Pará	.52
3.2.4	Grupo Igarapé Bahia	.52
3.2.5	Grupo Buritirama	.53
3.2.6	Formação Águas Claras	.53
3.3	Deposito de ferro de carajás	.53
3.4	Estudos anteriores	.54
4	MODELAGEM SÍSMICA DO DEPÓSITO DE FERRO N4WS	.60
5	IMAGEAMENTO SÍSMICO DO DEPÓSITO DE FERRO N4WS	.85
6	CONCLUSÕES	.93

REFERÊNCIAS	95
APÊNDICES	100
APÊNDICE A - OPERADORES DE DIFERENÇAS FINITAS	101
APÊNDICE B - VELOCIDADES DE FASE E DE GRUPO	103
APÊNDICE C - CONDIÇÕES DE ABSORÇÃO DE REYNOLDS	105
APÊNDICE D - EQUAÇÃO DA FONTE LINHA	109

1. INTRODUÇÂO

A visualização e mapeamento da extensão dos recursos minerais, presentes em uma mina, acarreta na diminuição dos custos de produção e, consequentemente, no aumento do retorno sobre o capital investido na infraestrutura. Para visualizar abaixo da superfície, a indústria mineral emprega vários métodos geofísicos. Os métodos potenciais e eletromagnéticos têm sido utilizados tradicionalmente, e com sucesso, na exploração mineral para delinear eventuais zonas mineralizadas e localizar recursos em profundidades mais rasas. No entanto, o único método de superfície que pode fornecer imagens de alta resolução de estruturas em subsuperfície que hospedam depósitos minerais, com a profundidade de penetração requerida para determinados casos, é o método de reflexão sísmica. Com base no número crescente de atividades, os métodos sísmicos estão, gradualmente, se estabelecendo no setor de mineração (MALEHMIR et al., 2012).

Uma revisão abrangente sobre reflexão sísmica, aplicada na exploração mineral, foi realizada por Reed (1993). As propriedades petrofísicas anômalas (como densidade e velocidade) dos depósitos maciços de sulfetos e a aplicação de métodos sísmicos, para a exploração destes, foram apresentadas por Milkereit et al. (1996). Posteriormente, foram realizados vários estudos que apresentam a aplicação de métodos sísmicos na exploração mineral, através da modelagem sísmica via diferenças finitas, por exemplo (BOHLEN; MÜLLER; MILKEREIT, 2003; BELLEFLEUR; MÜLLER; BOHLEN, 2007). Como exemplos de imageamento sísmico aplicado na mineração, há os trabalhos de Salisbury et al. (2000), Bellefleur et al. (2004) e Onojasun (2015).

A modelagem sísmica, pelo método das diferenças finitas, tem a finalidade de produzir sismogramas sintéticos associados a geometrias complexas de subsuperfície com separação arbitrária entre fonte e receptores. As derivadas parciais da equação da onda são aproximadas e solucionadas por meio de procedimentos numéricos em uma malha espacial discretizada. Este método é utilizado usualmente, pelo fato de não existir solução analítica exata para a maioria das configurações de subsuperfície de interesse na exploração, logo, a solução para modelos realistas só pode ser obtida por meio de aproximações (KELLY et al., 1976).

Alguns aspectos são levados em consideração para a criação de sismogramas sintéticos pelo método de diferenças finitas como: dispersão da malha, reflexões nas bordas do modelo, incrementos de amostragem espacial e temporal.

O imageamento sísmico tem como objetivo gerar uma imagem do refletor a partir de técnicas de migração, visando corrigir efeitos indesejados como difrações, além de dispor os refletores para suas posições corretas em subsuperfície (YILMAZ, 2001).

O presente trabalho apresenta dois modelos heterogêneos, isotrópicos e bidimensionais, para os casos acústico e elástico. O primeiro consiste em um modelo de camadas planas, criado com o objetivo de validação dos sismogramas sintéticos através da comparação com os tempos de trânsito obtidos pelo método da teoria do raio. O segundo é baseado em um modelo geológico, criado por Nogueira (2014), de uma área do depósito de minério de ferro de N4WS, localizado na Província mineral do Carajás, baseado em aquisição de dados de refração sísmica e eletrorresistividade. O N4WS trata-se de um corpo mineral que complementa a exploração das minas N4 e N5.

O objetivo da criação dos sismogramas sintéticos, gerados pelo método de diferenças finitas, é auxiliar na identificação e interpretação dos eventos associados ao campo de ondas sísmicas registrado para os dois modelos, tais como: ondas diretas, reflexões e difrações.

Os programas utilizados para a modelagem sísmica foram o FDSKALAR (SANDMEIER; LIEBHARDT, 1992), para o caso acústico, e o SOFI2D (BOHLEN et al., 2015), para o caso elástico. O primeiro trata-se de um programa em linguagem FORTRAN 77, desenvolvido no *Geophysical Institut of Karlsruhe University*. O segundo consiste num pacote desenvolvido em linguagem C, produzido no *Karlsruhe Institut of Technology*. Para ambas as modelagens, utilizou-se a aproximação de quarta ordem da equação da onda acústica e elástica, no espaço e no tempo. Para realizar o imageamento, assim como as etapas básicas do processamento sísmico convencional, baseadas no fluxograma proposto por Yilmaz (2001), foi utilizado o pacote de código aberto de *softwares Seismic Unix*, mantido pelo *Center for Wave Phenomena* (CWP), no *Colorado School of Mines* (CSM).

Este trabalho está estruturado em seis capítulos. O primeiro capítulo trata da introdução do trabalho. O segundo capítulo apresenta os fundamentos teóricos, como solução da equação da onda pelo método das diferenças finitas, dispersão numérica e estabilidade, reflexões de borda e função fonte sísmica. O terceiro capítulo realiza a caracterização da área de estudo, onde é abordado alguns aspectos da Província mineral do Carajás, como a localização, contexto geológico, estratigrafia e evolução tectonoestratigráfica. O quarto capítulo descreve os resultados obtidos para a modelagem sísmica, por diferenças finitas, do depósito de minério de ferro de N4WS, apresentando os sismogramas sintéticos gerados e instantâneos no tempo, com suas respectivas interpretações. O quinto capítulo descreve o processamento sísmico realizado, necessário para se obter uma imagem em subsuperfície do depósito de minério de ferro de N4WS, assim como o resultado do imageamento. O sexto capítulo apresenta as conclusões referentes aos resultados obtidos nos capítulos anteriores.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, será feito um estudo sobre os fundamentos teóricos de alguns aspectos dos métodos de diferenças finitas como: solução da equação da onda pelo método das diferenças finitas, dispersão numérica e estabilidade, reflexões de borda, função fonte sísmica e modelo de validação.

2.1 Solução da equação da onda pelo método das diferenças finitas

O método de diferenças finitas soluciona a equação da onda, substituindo as derivadas parciais no espaço e no tempo por suas aproximações de diferenças finitas em uma malha retangular discretizada.

O método de diferenças finitas pode ser classificado em duas categorias: explícita e implícita. O esquema explícito consiste em determinar o campo de onda no espaço para um tempo avançado a partir, exclusivamente, de um campo determinado para um tempo prévio. No esquema implícito, o campo de onda é determinado para todas as localizações no espaço para um tempo avançado a partir de um tempo prévio, através de uma técnica de inversão matricial. Em ambos os esquemas, as equações são resolvidas recursivamente no tempo, para o campo de onda, em um meio excitado por uma perturbação transiente (KELLY et al., 1976).

Há dois tipos de esquemas computacionais para o método de diferenças finitas: a formulação homogênea e heterogênea. A formulação homogênea consiste em definir o meio localmente como uma coleção de regiões litológicas homogêneas, cada uma caracterizada por valores de densidade e parâmetros elásticos constantes. Nesta formulação, a condição de borda, entre meios com diferentes propriedades elásticas, é determinada explicitamente. Uma alternativa para esta formulação é a heterogênea, que consiste na especificação de diferentes densidades e propriedades elásticas em cada ponto da malha de uma matriz de diferenças finitas. Essa formulação permite simular uma variedade de complexas geometrias de subsuperfície. As condições de fronteira, adotadas nessa formulação, através das interfaces, são incorporadas implicitamente (KELLY et al., 1976).

2.1.1 Meio acústico

O caso acústico caracteriza-se pela propagação do campo de onda em materiais que não oferecem resistência ao cisalhamento. A propagação de ondas em um meio acústico é descrita pelos campos de pressão P(x, y, z), escalar, e deslocamento da partícula $\vec{u}(x, z, t)$, vetorial, que estão relacionados através da lei de Hooke e lei de Newton; representados pelas equações 2.1 e 2.2, respectivamente (SCHUSTER, 2007). A solução de ambas as equações, associada com as condições iniciais e de fronteira, é única.

$$P = -\kappa \nabla . \, \overrightarrow{\mathbf{u}},\tag{2.1}$$

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{u}}}{\partial t^2} = -\nabla P, \qquad (2.2)$$

onde κ é o modulo de incompressibilidade e ρ representa a densidade do meio.

Aplicando a segunda derivada em relação ao tempo na equação 2.1, obtémse:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -\kappa \nabla \cdot \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{u}}}{\partial t^2}.$$
(2.3)

Substituindo a equação 2.3 na equação 2.2, chega-se em:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \kappa \nabla . \left(\frac{\nabla P}{\rho} \right). \tag{2.4}$$

Sendo $\kappa/\rho = c^2$, a velocidade de propagação da onda acústica no meio, a equação da onda escalar pode ser escrita de acordo com a equação 2.5, para meios homogêneos.

$$\nabla^2 P = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}.$$
 (2.5)

Considerando que o campo de pressão é invariável na direção do eixo y, onde a derivada em relação a y é igual a zero, obtém-se a equação da onda escalar bidimensional, com densidade constante, para o caso acústico, expressa pela equação 2.6:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2(x, z) \left[\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right],$$
(2.6)

onde x e z são coordenadas cartesianas, t é o tempo, c é a velocidade da onda acústica.

Incluindo o termo da fonte S(x, z, t) na equação 2.6, obtém-se (SCHUSTER, 2007):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2(x, z) \left[\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \right] + S(x, z, t).$$
(2.7)

Considerando uma malha regular, igualmente espaçada ao longo do eixo *x* e *z*, sendo $\Delta x e \Delta z$ os respectivos espaçamentos ao longo destes eixos (Figura 2.1), aplica-se a expansão em série de Taylor no campo de pressão P(x,t) a partir de um ponto arbitrário:

$$P(x + \Delta x, z + \Delta z) = P(x, z) + \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial z}\right) P(x, z) + \frac{1}{2!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 P(x, z) + \dots + \frac{1}{n!} \left(\Delta x \frac{\partial}{\partial x} + \Delta z \frac{\partial}{\partial z}\right)^n P(x, z) + R_{n+1},$$
(2.8)

onde R_{n+1} corresponde ao erro e *n* é a ordem do termo da série.





Fonte: Do autor.

Uma maneira de representar o campo de pressão é substituindo as variáveis (x, z, t) na equação 2.6 pelas variáveis discretas $(i\Delta x, j\Delta z, n\Delta t)$:

$$P(x, z, t) = P(i\Delta x, j\Delta z, n\Delta t), \qquad (2.9)$$

onde *i*, *j* são os índices dos incrementos espaciais para $x \in z$, respectivamente, e $n \in c$ o índice de incremento temporal.

Para facilitar a notação, pode-se escrever o campo de pressão em x_i , z_j e t_n como $P_{(i,j)}^n$, de acordo com a equação 2.10, a velocidade como $c_{(i,j)}$, representado pela equação 2.11, e considerar $\Delta x = \Delta z = \Delta h$. As aproximações dos operadores por diferenças finitas, estão no Apêndice A.

$$P_{(i,j)}^{n} = P(x = x_{0} + i\Delta h, z = z_{0} + j\Delta h, t = n\Delta t),$$
(2.10)

$$c_{(i,j)} = c(x = x_0 + i\Delta h, z = z_0 + j\Delta h).$$
 (2.11)

Truncando a série de Taylor, equação 2.8, e realizando manipulações algébricas (Apêndice A), a aproximação de segunda ordem, para as derivadas parciais em relação a x, z e t, é expressa por:

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial x^2} \approx \frac{P_{(i-1,j)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i+1,j)}^n}{\Delta h^2},$$
(2.12)

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial z^2} \approx \frac{P_{(i,j-1)}^n - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j+1)}^n}{\Delta h^2},$$
(2.13)

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial t^2} \approx \frac{P_{(i,j)}^{n-1} - 2P_{(i,j)}^n + P_{(i,j)}^{n+1}}{\Delta t^2}.$$
(2.14)

Substituindo as equações 2.12, 2.13 e 2.14 na equação 2.6, obtém-se a seguinte aproximação de segunda ordem para a equação da onda:

$$\frac{1}{c^{2}} \left[\frac{P_{(i,j)}^{n-1} - 2P_{(i,j)}^{n} + P_{(i,j)}^{n+1}}{\Delta t^{2}} \right] = \left[\frac{P_{(i-1,j)}^{n} - 2P_{(i,j)}^{n} + P_{(i+1,j)}^{n}}{\Delta h^{2}} \right] + \left[\frac{P_{(i,j-1)}^{n} - 2P_{(i,j)}^{n} + P_{(i,j+1)}^{n}}{\Delta h^{2}} \right],$$

$$\left[\frac{P_{(i,j-1)}^{n} - 2P_{(i,j)}^{n} + P_{(i,j+1)}^{n}}{\Delta h^{2}} \right],$$
(2.15)

os operadores da equação 2.15 são [1 −2 1].

Isolando o termo $P_{(i,j)}^{n+1}$, chega-se na equação 2.16, que calcula numericamente o valor do campo de pressão, por meio da aproximação de 2ª ordem, para um tempo $t = (n + 1)\Delta t$, conhecendo os campos em $n\Delta t$ e $(n - 1)\Delta t$, ou seja, o valor do campo no tempo futuro é determinado a partir dos valores do campo nos tempos presente e passado (SANDMEIER, LIEBHARDT, 1992).

$$P_{(i,j)}^{n+1} = 2P_{(i,j)}^n - P_{(i,j)}^{n-1}p^2 \left[P_{(i-1,j)}^n - 4P_{(i,j)}^n + P_{(i+1,j)}^n + P_{(i,j-1)}^n + P_{(i,j+1)}^n \right],$$
(2.16)

onde $p = c\Delta t / \Delta h$.

Para se obter uma melhor aproximação na solução da equação da onda, utilizase o operador de quarta ordem (Figura 2.2), para as derivadas parciais em relação a $x, z \in t$, expresso pela equações 2.17, 2.18 e 2.19.



Figura 2.2 - Disposição dos pontos da malha, representando a aproximação de quarta ordem.

Fonte: Do autor.

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial x^2} \approx \frac{-P_{(i-2,j)}^n + 16P_{(i-1,j)}^n - 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i+1,j)}^n - P_{(i+2,j)}^n}{12\Delta h^2},$$
(2.17)

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial z^2} \approx \frac{-P_{(i,j-2)}^n + 16P_{(i,j-1)}^n - 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j+1)}^n - P_{(i,j+2)}^n}{12\Delta h^2},$$
 (2.18)

$$\frac{\partial^2 P_{(i,j)}^n}{\partial t^2} \approx \frac{-P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} - 30P_{(i,j)}^n + 16P_{(i,j)}^{n+1} - P_{(i,j)}^{n+2}}{12\Delta t^2}.$$
 (2.19)

Substituindo as equações 2.17, 2.18 e 2.19 na equação 2.6, obtém-se a seguinte aproximação de quarta ordem para a equação da onda:

$$\frac{1}{c^{2}} \left[\frac{-P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} - 30P_{(i,j)}^{n} + 16P_{(i,j)}^{n+1} - P_{(i,j)}^{n+2}}{12\Delta t^{2}} \right] = \left[\frac{-P_{(i-2,j)}^{n} + 16P_{(i-1,j)}^{n} - 30P_{(i,j)}^{n} + 16P_{(i+1,j)}^{n} - P_{(i+2,j)}^{n}}{12\Delta h^{2}} \right] + (2.20) \left[\frac{-P_{(i,j-2)}^{n} + 16P_{(i,j-1)}^{n} - 30P_{(i,j)}^{n} + 16P_{(i,j+1)}^{n} - P_{(i,j+2)}^{n}}{12\Delta h^{2}} \right],$$

os operadores da equação 2.20 são [-1 16 -30 16 -1].

Isolando o termo $P_{(i,j)}^{n+2}$, obtém-se (SANDMEIER, LIEBHARDT, 1992):

$$P_{(i,j)}^{n+2} = -P_{(i,j)}^{n-2} + 16P_{(i,j)}^{n-1} - 30P_{(i,j)}^{n} + 16P_{(i,j)}^{n+1}$$

+ $p^{2}[-P_{(i-2,j)}^{n} + 16P_{(i-1,j)}^{n} - 60P_{(i,j)}^{n} + 16P_{(i+1,j)}^{n} - P_{(i+2,j)}^{n}$
- $P_{(i,j-2)}^{n} + 16P_{(i,j-1)}^{n} + 16P_{(i,j+1)}^{n} - P_{(i,j+2)}^{n}].$ (2.21)

A equação 2.21 calcula numericamente o valor do campo de pressão para um tempo $t = (n + 2)\Delta t$, conhecendo os campos em $(n - 2)\Delta t$, $(n - 1)\Delta t$, $n\Delta t$ e em $(n + 1)\Delta t$.

2.1.2 Meio elástico

O caso elástico considera a propagação de ondas sísmicas através de meios generalizados que oferecem resistência ao cisalhamento. A equação 2.22 expressa a propagação de ondas sísmicas em um meio elástico generalizado (SCHUSTER, 2007).

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \qquad (2.22)$$

onde ρ é a densidade, v_i é a velocidade de deslocamento, τ_{ij} é o tensor tensão e f_i é a força que atua no meio.

As propriedades de materiais específicos podem ser introduzidas pela adição de equações que descrevem como o meio reage quando determinada força é aplicada. No caso elástico isotrópico, a relação linear entre tensão e deformação é expressa pela lei de Hooke, definida pelas equações 2.23 e 2.24 (SCHUSTER, 2007):

$$\tau_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \qquad (2.23)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \tag{2.24}$$

onde $\lambda \in \mu$ são os parâmetros de Lamé, θ é a dilatação, ϵ_{ij} é o tensor de deformação.

Outra forma de representação da equação do movimento elástico pode ser deduzida através da derivada no tempo da relação entre tensão e deformação. Como os parâmetros de Lamé não dependem do tempo, a equação 2.23 e 2.24 podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial t} \delta_{ij} + 2\mu \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t}, \qquad (2.25)$$

$$\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right).$$
(2.26)

Para casos simples, como meios homogêneos e de camadas planas, as equações 2.23 e 2.25 podem ser resolvidas analiticamente. Porém, casos mais complexos, como meios com heterogeneidades e interfaces irregulares, requerem soluções numéricas.

Para se obter uma solução numérica da equação do movimento elástico, equação 2.22, deve-se criar uma malha no domínio tempo-espaço, onde as velocidade de partícula v_i , as tensões τ_{ij} , os módulos de onda compressional, $\Pi = \rho v_p^2 = \lambda + 2\mu$, e cisalhante, $\mu = \rho v_s^2$ (com os parâmetros de Lamé λ e μ), são calculados e definidos em coordenadas cartesianas discretizadas $x = i\Delta h$, $z = i\Delta h$ e tempos discretizados $t=n\Delta t$. Cada ponto da malha está definido de tal modo que $\{(i, j, n) \mid 1 \le i \le NX; 1 \le j \le NY, 1 \le n \le NT\}$, onde *NX*, *NY* e *NT* são o número de pontos em uma malha espacial discretizada e passos temporais, respectivamente.

A Figura 2.3 mostra as localizações dos parâmetros do campo de onda e de material em uma malha. Nessa malha, duas diferentes componentes da partícula de velocidade são distribuídos em duas localizações diferentes, assim como as

componentes do tensor tensão. Por sua vez, os parâmetros de material são calculados a partir de pontos vizinhos na malha. Por exemplo, as componentes de densidade são calculadas a partir da média aritmética das densidades localizadas na vizinhança do ponto onde se deseja definir, como mostra as equações 2.27 e 2.28. Para calcular a componente do módulo de cisalhamento, utiliza-se médias harmônicas dos módulos de cisalhamento situados na vizinhança do ponto calculado, como define a equação 2.29 (BOHLEN et al., 2015):

$$\rho_{x\left(i+\frac{1}{2},j\right)} = \frac{\rho_{(i,j)} + \rho_{(i+1,j)}}{2},\tag{2.27}$$

$$\rho_{z\left(i+\frac{1}{2},j\right)} = \frac{\rho_{(i,j)} + \rho_{(i,j+1)}}{2},$$
(2.28)

$$\mu_{xz}_{\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} = \frac{4}{\mu_{(i,j)}^{-1} + \mu_{(i+1,j)}^{-1} + \mu_{(i+1,j+1)}^{-1} + \mu_{(i,j+1)}^{-1}}.$$
(2.29)

Figura 2.3 - Localização do campo de onda e dos parâmetros de material numa matriz de diferenças finitas bidimensional. τ_{XX} , τ_{zz} , e τ_{Xz} representam as componentes da tensão; v_x e v_z são as componentes da velocidade de partícula, Π é o modulo da onda P; μ é o módulo de cisalhamento; ρ é a densidade; μ xz, ρ x, ρ z são as propriedades de material para o módulo de cisalhamento e densidade, respectivamente.



Fonte: Do autor

Substituindo as derivadas parciais por operadores de diferenças finitas, a discretização da relação linear entre tensão e deformação, equação 2.25 e 2.26, em n amostras temporais, é expressa por (BOHLEN et al., 2015):

$$v_{xx(i,j)} \approx \frac{v_{x\left(i+\frac{1}{2},j\right)} - v_{x\left(i-\frac{1}{2},j\right)}}{\Delta h},$$
 (2.30)

$$v_{zz(i,j)} \approx \frac{v_{z(i,j+\frac{1}{2})} - v_{z(i,j-\frac{1}{2})}}{\Delta h},$$
 (2.31)

$$v_{zx\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} \approx \frac{v_{z\left(i+1,j+\frac{1}{2}\right)} - v_{z\left(i,j+\frac{1}{2}\right)}}{\Delta h}$$
 (2.32)

$$v_{xz\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} \approx \frac{v_{x\left(i+\frac{1}{2},j+1\right)} - v_{x\left(i+\frac{1}{2},j\right)}}{\Delta h},$$
(2.33)

$$\tau_{xz\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)}^{n} = \tau_{xz\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)}^{n-1} +$$

$$\Delta t. \,\mu_{xz\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} \left(\nu_{xz\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} + \nu_{zx\left(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}\right)} \right), \tag{2.34}$$

$$\tau_{xx(i,j)}^{n} = \tau_{xx(i,j)}^{n-1} + \Delta t. \, \Pi_{(i,j)} \left(v_{xx(i,j)} - v_{zz(i,j)} \right) - 2. \, \Delta t. \, \mu_{(i,j)}. \, v_{xx(i,j)}, \tag{2.35}$$

$$\tau_{zz(i,j)}^{n} = \tau_{zz(i,j)}^{n-1} + \Delta t. \Pi_{(i,j)} \left(v_{xx(i,j)} - v_{zz(i,j)} \right) - 2. \Delta t. \mu_{(i,j)} v_{zz(i,j)}.$$
(2.36)

A discretização da equação 2.22 gera o seguinte sistema (BOHLEN et al., 2015):

$$v_{x\left(i+\frac{1}{2},j\right)}^{n} = v_{x\left(i+\frac{1}{2},j\right)}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\Delta h.\rho_{\left(i+\frac{1}{2},j\right)}} \left(\tau_{xx\left(i+\frac{1}{2},j\right)} - \tau_{xx(i,j)} + \tau_{xz\left(i,j+\frac{1}{2}\right)} - \tau_{xz\left(i,j-\frac{1}{2}\right)}\right), \quad (2.37)$$

$$v_{z(i,j+\frac{1}{2})}^{n} = v_{z(i,j+\frac{1}{2})}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\Delta h.\rho_{(i,j+\frac{1}{2})}} \Big(\tau_{xz(i+\frac{1}{2},j)} - \tau_{xz(i-\frac{1}{2},j)} + \tau_{zz(i,j+\frac{1}{2})} - \tau_{zz(i,j)} \Big).$$
(2.38)

O sistema representado pelas equações 2.37 e 2.38 representa a aproximação para o operador de segunda ordem, ou seja, N = 1. Para obter uma precisão mais apurada, utiliza-se operadores de ordens maiores. Uma forma genérica de calcular os operadores de diferenças finitas foi feita por Jastram (1992), por meio de uma expansão em série de Taylor de uma função *f*, que calcula os coeficientes β_k , para uma aproximação de ordem 2*N*, da seguinte maneira:

$$\begin{split} \left[\sum_{k=1}^{N} \beta_{k}(2k-1)\right] \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{i} &= \\ \frac{1}{dx} \sum_{k=1}^{N} \beta_{k} \left(f_{i+\left(k-\frac{1}{2}\right)} - f_{i-\left(k-\frac{1}{2}\right)}\right) + \\ \frac{1}{dx} \sum_{k=1}^{N} \sum_{l=2}^{N} \beta_{k} \frac{\left(\left(k-\frac{1}{2}\right)dh\right)^{2l-1}}{(2l-1)!} \frac{\partial^{2l-1}f}{\partial x^{(2l-1)}}\Big|_{i} + O(dh)^{2N}. \end{split}$$

$$(2.39)$$

2.2 **Dispersão numérica e estabilidade**

Para evitar artefatos numéricos e instabilidades durante a modelagem por diferenças finitas, uma condição de amostragem espacial e temporal para o campo de onda deve ser satisfeita. Em um meio dispersivo, as velocidades de fase e grupo variam com a frequência. Isto pode ser analisado através da relação de dispersão, o que acarreta numa diferença entre os resultados calculados analiticamente e numericamente. Quando não há dispersão, ondas de diferentes frequências propagarão com a mesma velocidade. Neste caso, a velocidade de fase e a velocidade de grupo, composta de várias frequências, serão a mesma para o caso isotrópico (ALFORD; KELLY; BOORE, 1974).

Alford, Kelly e Boore (1974) definiram expressões para a velocidade de fase e de grupo normalizadas pela velocidade de fase no meio contínuo, equações 2.40 e 2.41, baseadas na propagação da onda plana, para o caso unidimensional, desenvolvidas para a aproximação de segunda ordem (Apêndice B). As expressões são definidas da seguinte maneira:

$$\frac{Cp}{c} = \frac{G}{p\pi} \operatorname{sen}^{-1}\left(p \operatorname{sen}\frac{\pi}{G}\right),\tag{2.40}$$

$$\frac{Cg}{c} = \frac{\cos\frac{\pi}{G}}{\left(1 - p^2 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{G}\right)^{\frac{1}{2}}}$$
(2.41)

onde *G* é o número de pontos da malha por comprimento de onda, *Cp* é a velocidade de fase, *Cg* é a velocidade de grupo, c é a velocidade de fase no meio contínuo. Quando o argumento do termo sen⁻¹, da equação 2.40, assume valor maior do que 1, gera valores complexos de sen⁻¹ e consequentemente valores de frequência angular complexos, que podem gerar instabilidade numérica. Portanto, para a função ser real e evitar instabilidade, o argumento de sen⁻¹ deve estar situado entre 0 e 1.

A Figura 2.4, exibe as curvas relativas à velocidade de fase e de grupo para diferentes valores de p. Observa-se que quanto o valor de p é mais próximo de um, menor é a dispersão. Desta forma, se faz necessário utilizar uma malha com um espaçamento ótimo de forma que reduza a dispersão numérica ao mesmo tempo que não exceda o custo computacional. Alford, Kelly e Boore (1974) definiram que o valor máximo para o limite de estabilidade é $p = 1/\sqrt{2}$.

Figura 2.4 - Velocidades de fase (acima) e de grupo (abaixo) normalizadas, em função do número de pontos por comprimento de onda, para diferentes razões de estabilidade para o esquema de segunda ordem.



Fonte: Do autor.

As expressões para a velocidade de fase e de grupo, em função dos pontos na malha por comprimento de onda, podem ser definidas através da aproximação de quarta ordem, utilizando o mesmo método presente no Apêndice B. De acordo com Alford, Kelly e Boore (1974), as expressões, para o caso unidimensional, são as seguintes:

$$\frac{Cp}{c} = \frac{G}{p\pi} \operatorname{sen}^{-1} \left\{ \left(1 + 1/3 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{G} \right)^{\frac{1}{2}} p \operatorname{sen} \frac{\pi}{G} \right\},$$
(2.42)

$$\frac{Cg}{c} = \frac{\left(1 - \operatorname{sen}^{2} \frac{\pi}{G}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left[1 - \left(1 + \frac{1}{3} \operatorname{sen}^{2} \frac{\pi}{G}\right) p^{2} \operatorname{sen}^{2} \frac{\pi}{G}\right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \frac{1 + \frac{2}{3} \operatorname{sen}^{2} \frac{\pi}{G}}{\left(1 + \frac{1}{3} \operatorname{sen}^{2} \frac{\pi}{G}\right)^{\frac{1}{2}}} \right\}.$$
 (2.43)

Os resultados das expressões acimas são exibidos na Figura 2.5, para diferentes valores de p.

Figura 2.5 - Velocidades de fase (acima) e de grupo (abaixo) normalizadas, em função do número de pontos por comprimento de onda, para diferentes razões de estabilidade para o esquema de quarta ordem.



Fonte: Do autor.

Comparando os resultados das aproximações de segunda e quarta ordem, observa-se que há menos dispersão no esquema de quarta ordem próximo ao limite de estabilidade $p \approx 0.6$, do que o esquema de segunda ordem em seu limite de estabilidade $p \approx 0.7$. Alford, Kelly e Boore (1974) concluíram que são necessários dez ou mais pontos da malha por comprimento de onda, para se obter uma precisão

apurada, usando o esquema de segunda ordem; enquanto que, para o esquema de quarta ordem, são necessários apenas cinco pontos da malha por comprimento de onda relativa a frequência mais alta do modelo, para obter um resultado apurado. Portanto, embora as aproximações de ordem mais alta necessitem de mais computação por pontos da matriz que os de segunda ordem, isto é compensado pela diminuição do número de pontos da malha necessários para que o esquema de quarta ordem dê a mesma precisão que o algoritmo de segunda ordem.

Levando em consideração as análises de Alford, Kelly e Boore (1974), para garantir que as velocidades de fase e de grupo normalizadas sejam satisfeitas, e evitando a ocorrência da dispersão e garantir estabilidade, a seguinte relação para o espaçamento Δh deve ser considerada:

$$\Delta h \le \frac{\lambda_{min}}{n} = \frac{v_{min}}{n f_{max}},\tag{2.44}$$

onde λ_{min} é o menor comprimento de onda observado, v_{min} é a velocidade mínima presumida no modelo, f_{max} é a frequência dominante do sinal. O parâmetro n é o número de pontos da malha por comprimento de onda e dependerá da precisão do operador de diferenças finitas.

Assim como no caso espacial, a discretização temporal deve satisfazer um critério de amostragem para garantir a estabilidade do operador de diferenças finitas. Se uma onda atravessa uma malha discretizada, o passo temporal Δt deve ser menor que o tempo para onda se deslocar entre dois pontos adjacentes da malha com espaçamento Δh . Para uma malha bidimensional, essa discretização é expressa pela equação 2.45, conhecida como critério de Courant-Friedrichs-Lewy:

$$\Delta t \le \frac{\Delta h}{h\sqrt{2}v_{max}},\tag{2.45}$$

onde v_{max} é a velocidade máxima presumida no modelo, o fator *h* depende da ordem do operador de diferenças finitas. A Tabela 2.1 lista diferentes tamanhos e tipos de operador de diferenças finitas *h* (operadores de Taylor e Holberg).

Ordem do operador	h (Taylor)	h (Holberg)
2 ^a	1.0	1.0
4 ^a	7/6	1.184614
6ª	149/120	1.283482
8ª	2161/1680	1.345927

Tabela 2.1 - Número de pontos da malha por comprimento de onda mínimo para diferentes ordens (2^a - 8^a) e tipos (Taylor e Holberg) de operadores de diferenças finitas.

Fonte: Modificado de Bohlen et. al. (2015).

Para os casos acústico e elástico, foram utilizados os mesmos critérios, para evitar dispersão numérica e garantir estabilidade, mostrados acima e, consequentemente, a mesma discretização espacial e temporal.

2.3 Reflexões de borda

O problema de propagação de onda é teoricamente resolvido para um meio infinito, mas, devido a memória finita dos computadores, soluções por diferenças finitas só podem ser obtidas para um número finito de pontos. Então, um modelo finito é utilizado. A introdução de fronteiras artificiais no modelo produz eventos indesejados como reflexões de borda

Este fenômeno de reflexão nas bordas do modelo ocorre pelo uso de condições de fronteiras de Dirichlet ou Neuman. Como o uso dessas fronteiras não pode ser evitado na geração de sismograma sintético por diferença finita, é necessário adicionar condições de fronteira que reduzam as reflexões nas bordas.

Neste trabalho serão utilizadas as condições de fronteiras de Reynolds (1978), para o caso acústico, e condições de fronteiras de Cerjan et al. (1985), para o caso elástico, com o objetivo de absorver parte dessas reflexões de bordas e alcançar uma maior precisão do modelo.

2.3.1 Condição de absorção segundo Reynolds

A condição de absorção de Reynolds consiste na análise do coeficiente de reflexão que, sob condições de contorno específicas, produz coeficientes menores que os obtidos para as condições de fronteiras de Dirichlet ou Neuman (REYNOLDS,
1978). Essa condição baseia-se em substituir a equação da onda, na região de fronteira, por equações de onda unidirecionais que não permitem que a energia se propague a partir dos limites para a malha numérica.

Baseado na análise do coeficiente de reflexão, fatorando e derivando as condições de fronteira do modelo (Apêndice C), adotando o formato expresso pela equação 2.46, é recomendado resolver os seguintes problemas para reduzir as reflexões de bordas:

$$D = \{(x, z, t) | -a \le x \le a, 0 \le z \le b, 0 \le t \le T\},$$
(2.46)

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \delta_{r,s}f(t), \qquad (2.47)$$

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{p}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0$$

$$x = -a, 0 \le z \le b, 0 < t \le T,$$
(2.48)

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{p}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0$$

$$x = a, 0 \le z \le b, 0 < t \le T,$$
(2.49)

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right) \left(\frac{p}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right) P = 0$$

$$-a \le x \le a, z = 0, 0 < t \le T,$$
(2.50)

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\frac{p}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)P = 0$$

$$-a \le x \le a, z = b, 0 < t \le T,$$
(2.51)

onde $\delta_{r,s}$ é a função delta de Kronecker e f(t) é o termo da fonte, a equação 2.47 representa e equação da onda acústica bidimensional, e as equações 2.48, 2.49, 2.50 e 2.51 representam a condição de fronteira da esquerda, da direita, no topo e no fundo, respectivamente.

Na Figura 2.6 é feita a comparação das reflexões de borda em um meio acústico, isotrópico e homogêneo com e sem as condições de absorção de Reynolds.



Figura 2.6 - As condições de absorção de Reynolds (lado esquerdo), comparado com uma fronteira sem condição de absorção (lado direito), em um meio acústico, homogêneo e isotrópico.

Fonte: Do autor.

2.3.2 Condição de absorção segundo Cerjan

Essa condição consiste numa atenuação percentual das amplitudes nas bordas do modelo pela inclusão de uma faixa absorvente, isto é, as amplitudes são multiplicadas por um fator exponencial no interior dessa faixa localizada nas extremidades da malha. A largura da faixa absorvente deve ser de pelo menos 20 pontos da malha. A redução de amplitudes no interior dessa faixa é feita gradualmente. Na Figura 2.7, por exemplo, para a faixa absorvente na porção esquerda ($1 \le i \le 20$), as amplitudes do campo de variação são multiplicadas pelo fator $G = e^{-[0.015(20-i)]^2}$. Isto dá um valor de 1 para *i* = 20 e um valor de 0,92 para *i* = 1 (CERJAN et al., 1985).





Fonte: Do autor.

Na Figura 2.8 é feita a comparação das reflexões de borda em um meio elástico, isotrópico e homogêneo com e sem as condições de absorção de Cerjan.

Figura 2.8 - As condições de absorção de Cerjan (lado esquerdo), comparado com uma fronteira sem condição de absorção (lado direito), em um meio elástico, homogêneo e isotrópico.



Fonte: Do autor.

2.4 Função fonte sísmica

Devido ao esquema bidimensional usado pelo método de diferenças finitas, a fonte utilizada nos algoritmos é do tipo fonte linha. No caso acústico, representado pela equação 2.7 a fonte é descrita pelo termo *S*. No caso elástico, representado pela equação 2.22, a fonte é descrita pelo termo f_i .

O deslocamento devido a uma fonte linha compressional é descrito pela equação (D-5) (Apêndice D). A variação no tempo do movimento na fonte é similar a primeira derivada de uma Gaussiana, mas inclui uma dispersão bidimensional adicionada com a fonte linear (KELLY et al., 1976). De acordo com Sandmeier e Liebhardt (1992), a fonte linha tem a seguinte notação numérica:

$$S^{n}(i,j) = S(x = i\Delta x, z = j\Delta z, t = n\Delta t).$$
(2.52)

No caso elástico, a fonte tem características de radiação específicas e excitam as ondas P e S. No caso de uma fonte explosiva, as componentes diagonais do tensor de tensão são atribuídas com o pulso da fonte (BOHLEN et. al., 2015).

Segundo Sandmeier e Liebhardt (1992), o sinal utilizado, função Fuchs-Mueller (Figura 2.9), fase mista, é expresso da seguinte maneira:

$$S(n\Delta t) = 4\pi\Delta h^2 \left[sen\left(\frac{2\pi n\Delta t}{\tau}\right) - \frac{1}{2}sen\left(\frac{4\pi n\Delta t}{\tau}\right) \right],$$
(2.53)

onde Δt é o intervalo de amostragem temporal, *n* é o índice de amostragem temporal, τ duração do sinal e Δh intervalo de amostragem espacial.



Figura 2.9 – Sinal Fuchs-Mueller, para fonte com frequência central de 50 Hz.

Fonte: Do autor.

2.5 Modelo de validação

A validação dos programas de diferenças finitas FDSKALAR e SOFI2D, utilizado para gerar os sismogramas e snapshots, foi realizada através da comparação com os tempos de trânsito calculados pelo método da Teoria do raio, através do programa de modelagem sísmica SEIS88. O modelo utilizado para a validação foi proposto por Fernandes et al. (2009), sendo composto por duas interfaces planas horizontais sobre um semiespaço infinito (Figura 2.10), com a seguinte configuração: primeira velocidade de 2500 (m/s), segunda velocidade de 6400 (m/s), terceira velocidade de 3000 (m/s), com extensão de 2500 metros na horizontal, 1000 metros na vertical. A geometria de aquisição está expressa na Tabela 2.2. Observa-se que o resultado obtido pela Teoria do raio é compatível com o resultado obtidos por diferenças finitas, comprovando a validade do programa de diferenças finitas.

Número de pontos na direção X	1000		
Número de pontos na direção Z	400		
Incremento temporal (s)	0.0001710		
Tempo máximo (s)	0.5		
Número de receptores	192		
Distância entre os receptores (m)	12.5		
Localização dos receptores (m)	0 - 2500		
Tipo de Fonte	Fonte linha		
Frequência da fonte	50 Hz		
Duração do sinal da fonte (s)	0.02		
Localização da fonte (m)	1200		
Tipo de sinal	Fuchs – Mueller		
Fontes Formendes et al (2000)			

Tabela 2.2 - Geometria de aquisição para o modelo de validação

Fonte: Fernandes et. al (2009).

Figura 2.10 - Modelo geofísico de camadas planas.



Fonte: Do autor.

Pelo método da Teoria do raio, são calculados os tempos de trânsito para as ondas diretas (DP, DS), reflexões primárias (PP), secundárias (SS) e convertidas (PS) referentes às interfaces existentes no modelo da Figura 2.10. As curvas vermelhas referem-se aos eventos de ondas compressionais, as curvas azuis representam eventos cisalhantes e as curvas verdes indicam as ondas convertidas. Estes resultados são comparados com os obtidos pelo método de diferenças finitas, que calcula as ondas diretas, reflexões primárias, para o caso acústico (Figura 2.11), além das secundárias, convertidas, e ondas Rayleigh, para o caso elástico (Figura 2.12, Figura 2.13). Com isto pode-se verificar que os tempos de trânsito calculados pelos dois métodos coincidem, validando assim o cálculo de diferenças finitas. Isto também possibilitou uma melhor interpretação dos principais eventos de reflexão do sismograma.

Figura 2.11 - Campo de pressão para o modelo de validação. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), PP 1 e PP 2 (ondas P refletidas na primeira e segunda interface.



Fonte: Do autor.

Figura 2.12 - Componente vertical da velocidade de partícula para o modelo de validação. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DS (onda direta compressional), DP (onda de Rayleigh), PP 1 e PP 2 (ondas P refletidas na primeira e segunda interface), SS 1 (onda SV refletida na primeira interface), PS 1 e PS 2 (ondas convertidas P-SV na primeira e segunda interface).



Fonte: Do autor.

Figura 2.13 - Componente horizontal da velocidade de partícula para o modelo de validação. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DS (onda direta compressional), DP (onda de Rayleigh), PP 1 e PP 2 (ondas P refletidas na primeira e segunda interface), SS 1 (onda SV refletida na primeira interface), PS 1 e PS 2 (ondas convertidas P-SV na primeira e segunda interface).



Fonte: Do autor.

3. CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

As técnicas de reflexão sísmica, método geofísico tradicionalmente utilizado para a exploração de hidrocarbonetos, têm a capacidade de delinear e fornecer imagens de alta resolução de estruturas regionais para a exploração de depósitos minerais em qualquer configuração geológica (MALEHMIR et al., 2012). A exploração de depósitos maciços de sulfetos, através das propriedades petrofísicas anômalas (como densidade e velocidade), realizadas por Milkereit et al. (1996), Salisbury (2000) e Onojasun (2015), são alguns exemplos de aplicações da sísmica de reflexão na mineração. O modelo geofísico utilizado neste trabalho, visa simular uma área do depósito de minério de ferro de N4WS, localizado na Província mineral do Carajás. Neste capítulo será feita uma abordagem sobre alguns aspectos dessa área de estudo como: localização e contexto geológico, estratigrafia, evolução tectonoestratigráfica e estudos anteriores.

3.1 Localização e contexto geológico

O corpo de minério de ferro de N4WS (Figura 3.1) localiza-se na Província mineral do Carajás, município de Parauapebas, porção sudeste do estado do Pará, dentro dos limites da Floresta nacional de Carajás.

Figura 3.1 - Distribuição dos principais corpos mineralizados do Distrito de Serra Norte, com localização da área de estudo no corpo N4WS. Complexo mineral de Carajás, estado do Pará.



Fonte: Extraída do Google Earth.

A Província mineral do Carajás é limitada a leste pelos rios Araguaia-Tocantins, a oeste pelo rio Xingu, a norte pela Serra do Bacajá e a sul pela Serra dos Gradaús (HIRATA et al., 1982). Baseado no contexto geotectônico, a Província de Carajás está situada no Escudo do Brasil Central e inserida na porção sudeste da Província Amazônia Central, limitada pela Província Transamazônica ou Maroni-Itacaiúnas (TASSINARI; MACAMBIRA, 1999) a norte e pela Faixa Araguaia a leste (Figura 3.2).





A Província mineral do Carajás, a qual faz parte da Província Amazônia Central, está contida no Cráton Amazônico (ALMEIDA et al., 1976). Esta Província é dividida em dois domínios tectônicos distintos, um ocorrendo ao sul, chamado terreno granito

Fonte: Schwarz e Frantz (2013).

greenstone Rio Maria, de idade Mesoarqueana, e o outro ocorrendo ao norte, chamado de domínio Carajás, ou Cinturão de Cisalhamento Itacaiúnas (ARAÚJO et al., 1988). O segmento sul é formado por seqüências vulcanossedimentares, por exemplo o Greenstone Belt Andorinhas, e intrusões graníticas. O Cinturão Itacaiúnas, segmento norte, é representado pelos complexos Xingu (SILVA et al. 1974) e Pium (ARAÚJO et al. 1988; DOCEGEO, 1988), pelo Gnaisse Estrela, pela Suíte Plaquê e pelos grupos Sapucaia e Grão-Pará. DOCEGEO (1988) propõe a denominação de Supergrupo Itacaiúnas para englobar o Grupo Grão Pará e demais seqüências vulcanossedimentares, como os grupos Igarapé Salobo, Igarapé Pojuca, Igarapé Bahia e Buritirama (Figura 3.3).





Fonte: Modificado de DOCEGEO (1988), Araújo e Maia (1991) e Barros e Barby (1998).

O embasamento do Cinturão Itacaiúnas compreende rochas do Complexo Xingu, caracterizado por gnaisses de composição granítica (SILVA et al., 1974; MACHADO et al., 1991) e por granulitos do Complexo Pium (RODRIGUES et al., rochas supracrustais são representadas 1992). As por sequências vulcanossedimentares de idade predominantemente Neoargueana do Supergrupo Itacaiúnas (DOCEGEO, 1988; MACHADO et al., 1991; MACAMBIRA; SILVA, 1995; DALL'AGNOL et al., 1997). Sobreposto as rochas do Supergrupo Itacaiúnas, ocorre uma sequência sedimentar fluvial a marinha denominada Grupo Rio Fresco ou Formação Águas Claras.

Granitóides arqueanos denominados Plaquê e Estrela, cortam as rochas do Complexo Xingu e do Supergrupo Itacaiúnas (ARAÚJO et al., 1988; BARROS, 1997). O Supergrupo Itacaiúnas apresenta intrusões máfico-ultramáficas acamadadas, denominadas de complexos Luanga, Onça, Vermelho e Jacaré-Jacarezinho, formados por peridotitos, gabros e piroxenitos (MACHADO et al., 1991). Granitos anorogênicos denominados de Central de Carajás e Cigano cortam as unidades mais antigas do Supergrupo Itacaiúnas (GIBBS et al., 1986; WIRTH et al., 1986; MACHADO et al., 1991).

O Cinturão de Cisalhamento Itacaiúnas é a principal estrutura tectônica da região da Serra dos Carajás, sendo uma estrutura sinclinal de aproximadamente 1.000 km de comprimento e 100 km de largura, e eixo com caimento para direção WNW-ESE (BEISEGEL et al., 1973). No contexto da Provincia mineral do Carajás, o Cinturão Itacaiúnas é definido tectonicamente pelas zonas de cisalhamento Carajás e Cinzento (ARAÚJO; MAIA, 1991), as quais apresentam movimentação transcorrente e cinemática predominante sinistral, de caráter rúptil-dúctil. Possuem forma sigmoidal, de orientação E-W a ESE- NNW, sub-paralelas ao plano axial de dobras de escala regional (ROSIÈRE et al., 2005).

Em Serra Norte, no domínio setentrional da falha Carajás, há corpos de minério de ferro dobrados, falhados e rotacionados. A posição destes corpos de minério de ferro é definida por ramificações lístricas do tipo splay, de orientação aproximada N-S (HOLDSWORTH; PINHEIRO, 2000).

3.2 Estratigrafia e evolução tectonoestratigráfica

As principais unidades litoestratigráficas (presentes na região da área em estudo e arredores estão incluídas dentro do Supergrupo Itacaiúnas. Esta unidade está em contato discordante com os granitóides, gnaisses e migmatitos do Complexo Xingu e engloba todas as sequências de rochas supracrustais da Província mineral do Carajás. Desse modo, foram agrupados, da base para o topo, os grupos Igarapé Salobo, Igarapé Pojuca, Grão-Pará, Igarapé Bahia e Buritirama (Figura 3.4).

		Ci	Cinturão de Cisalhamento Itacaiúnas			
Eras	Ga	Complexos ou Supergrupos	Grupos ou Formações	Rochas Intrusivas		
Proterozóica	1.9			granitos anorogênicos (S. dos Carajás, Cigano, Pojuca, Antônio Vicente) Gabro Santa Inês		
	2.5			Old Salobo, Itacaiúnas e Planalto		
	2.6			<i>sills</i> e diques básicos, Suíte Plaquê e intrusão máfica		
Arqueana	2.8	Supergrupo Itacaiúnas	Fm. Águas Claras	Borrachudo		
			Gr. Buritirama			
			Gr. Igarapé Bahia			
			Gr. Grão Pará			
			Gr. lg. Pojuca			
			Gr. lg. Salobo			
				Intrusão Ultramáfica Luanga		
				Granito Estrela		
	3.1	Complexo Xingu e Complexo Pium				

Figura 3.4 -	Coluna	estratigráfica	da	Província	mineral	do	Carajás.
0		0					

3.2.1 Grupo Igarapé Salobo

O grupo contém uma faixa deformada, formada por anfibolitos, xistos, formações ferríferas, metagrauvacas depositados entre 2732 e 2742 Ma (MACHADO et al., 1991). Estas rochas foram definidas como provenientes de processos de alteração hidrotermal que acompanharam a deposição dos sulfetos de cobre (LINDENMAYER; TEIXEIRA, 1999).

Fonte: Modificada de DOCEGEO (1988) e Villas e Santos (2001).

3.2.2 Grupo Igarapé Pojuca

O Grupo Igarapé Pojuca é composto por rochas metavulcânicas básicas, xistos e rochas com cordierita-antofilita, interpretadas como resultado de alteração hidrotermal pré-metamórfica, possivelmente associada a mineralização de Cu-(Zn-Au-Ag) do depósito de Pojuca hospedado nesse grupo (WINTER, 1995). O metamorfismo das rochas do Igarapé Pojuca foi datado por Machado et al. (1991) como ocorrido em 2740 - 2730 Ma pelo método U-Pb em zircões.

3.2.3 Grupo Grão-Pará

O Grupo Grão Pará (BEISIEGEL et al., 1973) é formado por três unidades, da base para o topo: Formação Parauapebas (DOCEGEO, 1988), Formação Carajás (BEISIEGEL et al., 1973) e a Sequência Paleovulcânica Superior (BEISIEGEL et al., 1973; DOCEGEO, 1988). A Formação Parauapebas é constituída por basaltos, basaltos andesíticos, shoshonitos e riolitos, cortados por corpos quartzo-dioríticos (GIBBS et al., 1986; TEIXEIRA, 1994), metamorfisados na fácies xistos verdes e pouco deformados. No topo da Formação Parauapebas dominam rochas vulcânicas félsicas, traquiandesitos e riolitos, cuja efusão ocorreu entre 2743 Ma (TRENDALL et al., 1998) e 2759 Ma (MACHADO et al., 1991). Estes dados indicam sincronicidade entre a Formação Parauapebas e a deposição do Grupo Salobo-Pojuca. A Formação Carajás contém as formações ferríferas bandadas fácies óxido e carbonato, que representam o protominério dos depósitos de ferro supergênicos. Esta unidade compreende corpos descontínuos de jaspilito e minério de ferro. Sua idade mínima é determinada por um sill máfico datado de 2740 ± 8 Ma (TRENDALL et al., 1998). A Sequência Paleovulcânica Superior contém rochas vulcânicas, metagrauvacas, siltitos tufáceos, filitos, arenitos, com derrames basálticos, tufos e arenitos tufáceos (GIBBS et al., 1986).

3.2.4 Grupo Igarapé Bahia

O Grupo Igarapé Bahia é considerado por DOCEGEO (1988) como sobreposto às rochas do Grupo Grão Pará. Composto por uma sequência de rochas vulcanossedimentares de baixo grau metamórfico (hidrotermalismo), contendo mineralização primária de Cu, associado a Au, Mo e Ag, e mineralização secundária de Au em gossans. As rochas deste grupo são metassedimentares, pelitos e ritmitos, e metavulcanoclásticas félsicas a máficas intercaladas, com intrusivas máficas (DOCEGEO, 1988) que afloram em uma janela estrutural situada na porção centrooeste da região de Carajás. Nas zonas de minério, há um domínio de brechas hidrotermais bem caracterizadas e preferencialmente hospedadas na interface entre rochas vulcânicas e rochas piroclásticas/ritmitos do pacote.

3.2.5 Grupo Buritirama

O grupo é compreende um pacote de rochas metassedimentares clásticas e químicas, que aflora na serra homônima, na porção norte da Província mineral do Carajás. O pacote corresponde, da base para o topo, a quartzitos bandados, quartzitos micáceos e xistos variados.

3.2.6 Formação Águas Claras

Essa formação foi sugerida por Araújo et al. (1988) e descrita por Nogueira (1995), anteriormente correlacionada por DOCEGEO (1988) ao Grupo Rio Fresco. É representada por rochas sedimentares marinhas a fluviais, cortadas por sills e diques de rochas máficas (SOARES et al., 1994) e está repousando de forma discordante sobre as rochas do Supergrupo Itacaiúnas.

3.3 **Deposito de ferro de carajás**

Os principais modelos aceitos para a gênese do minério de ferro são: supergênico, hidrotermal e hidrotermal/supergênico. Tolbert et al., (1971) propôs um modelo supergênico para o enriquecimento do minério de ferro em Carajás. O enriquecimento supergênico ocorre pelo intemperismo químico, que causa a lixiviação de minerais como o quartzo e carbonato, e a reprecipitação do ferro na forma de óxidos, como hematita e goethita (RIBEIRO, 2003). Segundo este autor, a circulação de águas meteóricas por falhas promoveu a lixiviação da sílica contida no jaspe, e por consequência, o enriquecimento residual em ferro, este modelo também é defendido por Macambira (2003). Beisiegel et al. (1973), por sua vez, sugeriu duas origens

distintas para o minério de ferro. Como em Carajás ocorrem dois tipos de minério de ferro, hematito friável e hematitito compacto, cada um teria origem diferente. Sendo que o modelo hidrotermal estaria associado ao surgimento da hematita compacta, e o modelo supergênico explicaria o surgimento da hematita friável. Autores como Lobato et al., (2005) explicam o surgimento dos depósitos de minério de ferro como sendo exclusivamente de origem hidrotermal, através da percolação de fluidos hidrotermais em zonas de fraqueza da rocha, como falhas e fraturas, causando lixiviação e precipitação de novos minerais.

A Formação Carajás contém formações ferríferas bandadas, chamadas de jaspilitos. Processos de transformação alteraram a composição da rocha, gerando minério de ferro até profundidades de centenas de metros, com ocorrências de jaspilitos preservados nas porções mais inferiores (MACAMBIRA, 2003). Esta formação representa o protominério das jazidas de ferro da Província mineral do Carajás, presentes em platôs sustentados por camada de laterita. Tais platôs formam cadeias descontínuas de montanhas, sendo agrupadas em três cadeias principais: Serra Sul, Serra Leste e Serra Norte (MACAMBIRA, 2003).

Na área de estudo, a ocorrência de minério de ferro é representada pelo hematito friável, apresentando-se comumente bandado e localmente com planos de laminação, podendo ocorrer até profundidades de 350 metros e apresentar contaminantes como: alumínio, fósforo e manganês. O hematito friável se apresenta com coloração cinza-avermelhado e brilho metálico possuindo alta porosidade chegando a ser pulverulento. Na superfície, as camadas de minério de ferro e rochas máficas decompostas são encobertos por uma cobertura laterítica (FIGUEIREDO; SILVA, 2009).

3.4 Estudos anteriores

Lima et al. (2013) realizou estudo petrofísico em alguns dos litotipos associados ao minério de ferro em Serra Sul. Este trabalho permitiu caracterizar intervalos de valores de velocidade de onda P para as litologias CM, HF, JP, MD e MS (Tabela 3.1). Abaixo está uma descrição dos principais litotipos utilizados:

MS – Rochas máficas indiferenciadas: Representa o embasamento do jaspilito e são as rochas encontradas em maior profundidade.

MSD – Saprolito das rochas máficas, horizonte menos alterado.

MD – Saprolito das rochas máficas, horizonte mais alterado.

JP – Jaspilito: é o protominério de ferro, rocha de sedimentação química.

HMN – Hematitito manganesífero: litotipo que representa os depósitos de minério de ferro com concentração de manganês. Ocorre de maneira muito restrita na área, em intervalo métrico no furo N4WS-1136.

HF – Hematitito Friável: representa o minério de ferro.

CM – Colúvio/elúvio de hematitito lateritizado: representa a laterita associada ao hematitito friável.

CQ – Canga química: representa a laterita que se forma acima do saprólito de rocha máfica.

Tabela 3.1 - Valores de velocidade de onda P em amostras de rocha em Serra Sul, Provínc	cia
mineral do Carajás. As siglas na tabela correspondem à nomenclatura utilizad	da
neste trabalho para rochas da Província mineral do Carajás.	

Amostra	Velocidade de onda P (m/s)		
CM 01	2844		
CM 02	2984		
CM 03	3069		
HF AM05 01	2264		
HF AM05 02	2453		
HF AM05 03	2247		
HF AM05 04	2973		
HF AM06 01	3670		
HF AM06 02	3291		
HF AM06 03	2929		
HF AM06 04	2750		
JP AM02 01	6071		
JP AM02 02	6279		
JP AM02 03	6102		
MD AM07 01	2848		
MD AM07 02	2902		
MD AM07 03	2706		
MS AM08 01	6015		

Fonte: Modificado de Lima et. al. (2013).

Com base nos valores obtidos, é possível separar os litotipos caracterizados em dois grupos principais, baseado nas médias dos valores de onda P: um de menor

velocidade e outro de maior velocidade. O primeiro é formado pelos litotipos CM (2965,55 m/s), HF (2822,12 m/s) e MD (2818,66 m/s), e o segundo, é composto pelas litotipos JP (6150,66 m/s) e MS (6015 m/s). Devido à proximidade nos valores de onda P, a sísmica de refração não descrimine os litotipos individualmente, mas consiga separar os dois grupos que apresentam grande diferença nos valores de velocidade onda P.

Nogueira (2014) realizou a aquisição, processamento e interpretação de dados bidimensional de sísmica de refração rasa e eletrorresistividade em uma linha no depósito de minério de ferro de N4WS, localizado na Província mineral do Carajás. As linhas de geofísica tiveram início de leste para oeste. A linha de sísmica de refração teve comprimento de 1190m, e a linha de eletrorresistividade teve comprimento de 1470m. A linha de refração teve início na posição 270m da linha de eletrorresistividade (Figura 3.5). Ao longo do perfil onde foram adquiridos os dados geofísicos de sísmica e resistividade, há 14 furos de sondagem realizados pela empresa Vale S.A, durante a etapa de pesquisa geológica do corpo N4WS. Estas sondagens possuem profundidades distintas, variando entre 100 e 550 m. Os litotipos contidos no perfil fazem parte da assembleia comum de rochas associadas ao minério de ferro em Serra Norte (ASSIS, 2013).

Figura 3.5 - Localização das linhas de geofísica no corpo de minério de ferro de N4WS. Linha de sísmica de refração em vermelho, com 1190 m de comprimento. Linha de eletrorresistividade em amarelo e comprimento de 1430 m.



Fonte: Nogueira (2014).

Os métodos geofísicos, realizados por Nogueira (2014), foram utilizados para identificar a interface entre o minério de ferro e demais litologias do corpo, gerar um modelo geológico a partir dessas informações e compará-lo com sondagens disponíveis na área (Figura 3.6).





Fonte: Modificado de Nogueira (2014).

4. MODELAGEM SÍSMICA DO DEPÓSITO DE FERRO N4WS

A modelagem sísmica consiste em sintetizar o registro de uma seção sísmica (ou um volume sísmico) na superfície, a partir de um modelo geológico definido por uma matriz (ou um volume), de constantes elásticas, em função da profundidade e das coordenadas horizontais (ROMANELLI, 2010). No presente trabalho, o método utilizado, para calcular esse sismograma sintético, foi o de diferenças finitas, a partir de uma matriz de velocidade.

Os dados sintéticos referentes à modelagem acústica e elástica, foram gerados e analisados no computador (Intel Core2quad Q8300 2.5ghz, 8GB de Mem, HD 500 GB) do Laboratório de Processamento Sísmico (PROSIS/UFPA). A primeira etapa foi gerar um modelo geofísico bidimensional. Para isso, foi utilizado o *Seismic Unix*, pacote de código aberto de *softwares* mantido pelo *Center for Wave Phenomena* (CWP), no *Colorado School of Mines* (CSM).

Para gerar os sismogramas sintéticos, foram utilizados os programas de diferenças finitas FDSKALAR (SANDMEIER; LIEBHARDT, 1992), desenvolvido em linguagem FORTRAN 77, para o caso acústico; e o SOFI2D (BOHLEN et al., 2015), desenvolvido em linguagem C, para o caso elástico.

O próximo passo foi validar os programas FDSKALAR e SOFI2D, através da comparação dos resultados obtidos por diferenças finitas com os calculados pelo programa SEIS88 (CERVENY; PSENCIK, 1988), que realiza a modelagem sísmica adotando a teoria do raio. Para esse caso, foi construído um modelo composto por interfaces planas horizontais sobre um semiespaço infinito.

Em seguida, foi criado o modelo para o depósito de ferro N4WS. Com base em sondagens e estudos anteriores, foi caracterizado intervalos de valores de velocidade de onda P para as litologias presentes na área de estudo. Nogueira (2014) assumiu um modelo de duas camadas, com velocidades distintas (1858 e 5413 m/s), onde cada camada foi interpretada em termos do seu grau de alteração, sendo a primeira camada composta por rochas alteradas, e a segunda por rochas preservadas (Tabela 4.1). Esse modelo, adotado por Nogueira (2014), foi utilizado para gerar a matriz de velocidade ondas P, usada na modelagem acústica. Para obter os valores de velocidade de ondas S, a partir da onda P, foi utilizada a razão de Poisson, onde Vp/Vs varia entre $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ (CASTAGNA; BATZLE; EASTWOOD, 1985).

Litotipo	Velocidade (m/s)		
Canga química			
Colúvio / elúvio de hematito laterizado			
Hematito friável			
Saprolito das rochas máficas, horizonte	1858		
mais alterado			
Saprolito das rochas máficas, horizonte			
menos alterado			
Rochas máficas indiferenciadas	5413		
Jaspilito	0170		

Tabela 4.1- Velocidade da onda P sugerida para cada litotipo.

Fonte: Modificado de Nogueira (2014).

O modelo criado é uma simulação do modelo geológico de um depósito de minério de ferro de N4WS (Figura 3.6), localizado na Província mineral do Carajás; feito por Nogueira (2014), através de aquisição, processamento e interpretação de dados bidimensional de sísmica de refração rasa e eletrorresistividade. Com base nas velocidades da Tabela 4.1, construiu-se o seguinte modelo geofísico (Figura 4.1).





Fonte: Do autor.

O padrão irregular e gradacional observado na interface, entre as duas camadas, reforça o modelo de enriquecimento supergênico proposto para as rochas da região de Carajás (MACAMBIRA, 2003). A primeira camada (baixa velocidade) é composta por rochas com alto grau de alteração, como o hematito friável, e a segunda (alta velocidade) é representada por rochas preservadas, como o jaspilito.

No caso acústico, assumiu-se densidades constantes. Enquanto que no caso elástico, para determinar as densidades das camadas, foi adota a relação de Gardner et al. (1974), expressa por:

$$\rho = aV^m, \tag{4.1}$$

onde ρ é a densidade e *V* é a velocidade da onda P. Os valores padrões para *a* e *m* é 0.31 e 0.25, respectivamente, para densidade em g/cm³ e velocidade da onda P em m/s.

Construído o modelo do depósito N4WS, foram gerados os sismogramas sintéticos e instantâneos no tempo para o caso acústico e elástico. Para o caso acústico foi utilizado o esquema explícito, pela maior simplicidade, e a formulação heterogênea, pela flexibilidade requerida para simular geometrias complexas de subsuperfície (KELLY et al., 1976). As condições de absorção utilizadas, nas laterais e fundo do modelo, foram as de Reynolds (1978). Não foi considerada superfície livre no modelo. Para determinar $\Delta h e \Delta t$, foram utilizadas as equações 2.44 e 2.45. Em seguida, os principais eventos presentes nos sismogramas foram interpretados com auxílio dos instantâneos e dos tempos de transito calculados pelo SEIS88.

Para o caso elástico, assim como no acústico, foram utilizados o esquema explícito e a formulação heterogênea. As condições de absorção utilizadas, nas laterais e fundo do modelo, foram as de Cerjan et al. (1985). Não foi considerada superfície livre no modelo. As discretizações espaciais e temporais, $\Delta h e \Delta t$, foram as mesmas utilizadas no caso acústico. Posteriormente, os principais eventos presentes nos sismogramas foram interpretados com auxílio dos instantâneos e dos tempos de transito calculados pelo SEIS88.

A partir da geometria de aquisição da Tabela 4.2, gerou-se o sismograma sintético para o caso acústico, representado pelo campo de pressão, e elástico, representado pela componente vertical e horizontal da velocidade de partícula.

Também foram gerados instantâneos no tempo onde observou-se os diversos estágios de propagação das frentes de onda para os casos acústico e elástico.

Número de intervalos na direção X	560
Número de intervalos na direção Z	120
Incremento temporal (s) (Δt)	0,0002029
Tempo máximo (s)	0,3
Incremento espacial (km) (Δh)	0,0025
Duração do sinal da fonte (s)	0,0125
Número de receptores	241
Espaçamento entre os receptores (m)	5
Localização dos receptores (m)	100 – 1300
Número de tiros	120
Espaçamento entre os tiros (m)	10
Localização do tiro (m)	100 - 1290
Tipo de fonte	Fonte linha
Frequência da fonte	80 Hz
Tipo de sinal	Fuchs – Mueller
Fonte: Do autor.	

Tabela 4.2 - Geometria de aquisição.

Os tempos de transito indicados nos sismogramas preveem a chegada das ondas registradas. As curvas vermelhas referem-se aos eventos de ondas compressionais, as curvas azuis representam eventos cisalhantes e as curvas verdes e laranjas indicam as ondas convertidas.

Para o vigésimo primeiro tiro (300 m), identifica-se, no campo de pressão, a reflexão primária (PP), associada a interface entre a camada de baixa e alta velocidade, a onda direta (DP) e difrações referentes às irregularidades presentes na interface (Figura 4.2). Como se trata de um meio acústico, não são observados eventos associados a ondas cisalhantes.

Na componente vertical e horizontal da velocidade de partícula (Figura 4.3, Figura 4.4), são observados tanto os eventos associados a ondas compressionais, ondas P (PP) e direta (DP); como cisalhantes, onda SV (SS) e Rayleigh (DS), assim como as ondas convertidas (PS e SP) e difrações.

A onda convertida P-SV, por apresentar um comportamento cisalhante, é mais visível na componente horizontal da velocidade de partícula. O mesmo vale para as ondas SV. Por sua vez, a componente vertical apresenta as ondas P de maneira mais realçada.

Para realçar e melhorar a visualização dos eventos presentes nos sismogramas, foi aplicado nos dados um Controle de ganho automático (AGC).

Figura 4.2 - Campo de pressão, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), PP (onda P refletida interface).



Fonte: Do autor.

Figura 4.3 - Componente vertical da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface), PS e SP (ondas convertidas P-SV e SV-P na interface).



Fonte: Do autor.

Figura 4.4 - Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface), PS e SP (ondas convertidas P-SV e SV-P na interface).



Fonte: Do autor.

Para auxiliar na observação da propagação da onda no meio acústico e elástico, referente ao vigésimo primeiro tiro, uma série de instantâneos no tempo, para o campo de pressão, componente vertical e horizontal da velocidade de partícula, foram gerados.

No campo de pressão (Figura 4.5), em 24 milissegundos, observa-se a onda P se deslocando em direção à interface abaixo da fonte e a onda direta se propagando na superfície. Em 67 milissegundos, visualiza-se a onda transmitida, quando a onda P interage com a interface.

No instante 96 milissegundos, observa-se a onda P refletida se propagando em direção à superfície e a onda P transmitida chegando no fundo do modelo. As reflexões estão associadas às irregularidades da interface, assim como na abrupta mudança de velocidade presente entre as camadas do modelo. Isso é confirmado pelas altas amplitudes das reflexões geradas na interface do modelo.

Em 111 milissegundos, observa-se as ondas refletidas se espalhando na superfície. Os eventos que se propagam na camada de alta velocidade, apresentam

uma maior perda de energia, representada pela atenuação das amplitudes. Observase a presença de difração.

Na componente vertical da velocidade de partícula (Figura 4.6), em 40 milissegundos, referente ao vigésimo primeiro tiro, observa-se a onda P e SV, geradas pela fonte, se deslocando em direção à interface abaixo da fonte, assim como suas respectivas ondas diretas se propagando na superfície.

Em 70 milissegundos, visualiza-se a produção de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P interage com a interface. Observa-se que a onda SV ainda não interagiu com a interface.

No instante 90 milissegundos, observa-se a onda P e SV refletida se deslocando em direção à superfície e a onda P transmitida chegando no fundo do modelo.

Em 140 milissegundos, observa-se as ondas P e P-SV refletidas se espalhando na superfície e a onda SV interagindo na interface, gerando ondas P e SV-P refletidas e onda S transmitida. Os eventos que se propagam na camada de alta velocidade, apresentam uma atenuação de suas respectivas amplitudes. Visualiza-se a dissipação das ondas convertidas e difrações, relativas a onda P incidente, na primeira camada.

Na componente horizontal da velocidade de partícula (Figura 4.7), em 40 milissegundos, referente ao vigésimo primeiro tiro, visualiza-se a onda P e SV, produzidas pela fonte, se propagando em direção à interface abaixo da fonte, assim como suas respectivas ondas diretas se deslocando ao longo superfície.

Em 70 milissegundos, visualiza-se a produção de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P atinge a interface. Observa-se que a onda SV ainda não interagiu com a interface.

No instante 90 milissegundos, observa-se a onda P e SV refletida se propagando em direção à superfície e a onda P e SV transmitida chegando no fundo do modelo.

Em 140 milissegundos, observa-se a onda P refletida alcançando a superfície e a onda SV interagindo na interface, produzindo ondas SV refletidas e onda S transmitida. Os eventos que adentram na camada de alta velocidade, apresentam uma atenuação de suas respectivas amplitudes. Visualiza-se o espalhamento das ondas convertidas e difrações relativas a onda P incidente, na primeira camada.



Figura 4.5 - Instantâneos no tempo do campo de pressão, com a fonte localizada em 300 m, para o modelo de mineração, após 24 ms, 67 ms, 96 ms e 111 ms

. Fonte: Do autor.



Fonte: Do autor.

Figura 4.7 - Instantâneos no tempo da componente horizontal da velocidade de partícula, com a fonte localizada em 300 m, para o modelo de mineração, após 40 ms, 70 ms, 90 ms e 140 ms.



Fonte: Do autor.

Para o sexagésimo primeiro tiro (700 m), identifica-se, no campo de pressão (Figura 4.8), a reflexão primária (PP), referente a interface entre a camada de baixa e alta velocidade, a onda direta (DP) e difrações provenientes das irregularidades presentes na interface. Por se tratar de um meio acústico, não são observados eventos associados a ondas cisalhantes.

Na componente vertical e horizontal da velocidade de partícula (Figura 4.9, Figura 4.10), visualiza-se tanto os eventos associados a ondas compressionais, ondas P e direta; como cisalhantes, onda SV (SS) e Rayleigh (DS), assim como as ondas convertidas (PS) e difrações.

A onda convertida P-SV e onda SV, por apresentarem um comportamento cisalhante, é mais visível na componente horizontal da velocidade de partícula. Por sua vez, a componente vertical apresenta as ondas P de maneira mais realçada.

Figura 4.8 - Campo de pressão para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 700 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), PP (onda P refletida a interface).



Fonte: Do autor.
Figura 4.9 - Componente vertical da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 700 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV na interface).



Fonte: Do autor.

Figura 4.10 - Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 300 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV na interface).



Fonte: Do autor.

Para orientar a observação da propagação da onda no meio acústico e elástico, referente ao sexagésimo primeiro tiro, uma série de instantâneos no tempo, para o campo de pressão (Figura 4.11), componente vertical (Figura 4.12) e horizontal (Figura 4.13) da velocidade de partícula, foram gerados.

No campo de pressão, em 24 milissegundos, observa-se a onda P se propagando, a partir do centro do modelo, em direção à interface abaixo da fonte e a onda direta se propagando na superfície.

Em 53 milissegundos, visualiza-se a onda transmitida, quando a onda P atinge a interface.

No instante 82 milissegundos, observa-se a onda P refletida se propagando em direção à superfície e a onda P transmitida chegando no fundo do modelo.

Em 154 milissegundos, observa-se as ondas refletidas se espalhando na superfície. Os eventos que se propagam na camada de alta velocidade, apresentam uma maior perda de energia, representada pela atenuação das amplitudes.

Na componente vertical da velocidade de partícula, em 30 milissegundos, referente ao sexagésimo primeiro tiro, observa-se a onda P e SV, geradas pela fonte, se deslocando em direção à interface abaixo da fonte, assim como suas respectivas ondas diretas se espalhando na superfície.

Em 50 milissegundos, visualiza-se a geração de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P interage com a interface. Observa-se que a onda SV ainda não atingiu a interface.

No instante 70 milissegundos, observa-se a onda P refletida se deslocando em direção à superfície, a onda SV atingindo a interface e as ondas P e P-SV transmitidas se propagando em direção ao fundo do modelo.

Em 120 milissegundos, observa-se a onda P refletida se espalhando na superfície e a onda SV chegando no topo do modelo. Visualiza-se as ondas P e P-SV transmitidas atingindo o fundo do modelo e continuando a se propagar na segunda camada. Os eventos que se propagam na camada de alta velocidade, apresentam uma atenuação de suas respectivas amplitudes.

Na componente horizontal da velocidade de partícula, em 30 milissegundos, referente ao sexagésimo primeiro tiro, observa-se a onda P e SV, produzidas pela

fonte, se propagando em direção à interface abaixo da fonte, assim como as ondas diretas compressionais e de Rayleigh se espalhando na superfície.

Em 50 milissegundos, observa-se a geração de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P interage com a interface. Nesse instante, a onda SV ainda não atingiu a interface.

No instante 70 milissegundos, observa-se a onda P refletida se deslocando em direção à superfície, a onda SV atingindo a interface e as onda P e P-SV transmitidas se deslocando em direção ao fundo do modelo.

Em 110 milissegundos, observa-se a onda P refletida continuando a se propagar na superfície e a onda SV chegando no topo do modelo. Visualiza-se as ondas P e P-SV transmitidas atingindo o fundo do modelo e se espalhando na segunda camada. Os eventos que se propagam na camada de alta velocidade, apresentam um decaimento de suas respectivas amplitudes.



Figura 4.11 - Instantâneos no tempo do campo de pressão, com a fonte localizada em 700 m, para o modelo de mineração, após 24 ms, 53 ms, 82 ms e 154 ms.

Fonte: Do autor.





Fonte: Do autor.

Figura 4.13 - Instantâneos no tempo da componente horizontal da velocidade de partícula, com a fonte localizada em 700 m, para o modelo de mineração, após 30 ms, 50 ms, 70 ms e 120 ms.



Fonte: Do autor.

Para o centésimo primeiro tiro (1100 m), identifica-se, no campo de pressão (Figura 4.14), a reflexão primária (PP), gerada na interface entre a camada de baixa e alta velocidade, a onda direta (DP) e difrações provenientes das irregularidades presentes na interface. Por se tratar de um meio acústico, não são observados eventos associados a ondas cisalhantes. Os eventos identificados no sismograma, apresentam um tempo de trânsito maior do que nos dois casos anteriores, por se tratar da porção mais funda do modelo.

Na componente vertical e horizontal da velocidade de partícula (Figura 4.15, Figura 4.16), por se tratar se um meio elástico, visualiza-se tanto os eventos associados a ondas compressionais, ondas P e direta; como cisalhantes, onda SV (SS) e Rayleigh (DS), assim como as ondas convertidas (PS) e difrações.

A ondas convertida P-SV e onda SV, por apresentarem um comportamento cisalhante, é mais visível na componente horizontal da velocidade de partícula. Por sua vez, a componente vertical apresenta as ondas P de maneira mais realçada.

Figura 4.14 – Campo de pressão para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 1100 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional) e PP (onda P refletida na interface).



Fonte: Do autor.

Figura 4.15 - Componente vertical da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 1100 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV).



Fonte: Do autor.

Figura 4.16 - Componente horizontal da velocidade de partícula, para o modelo de mineração, com a fonte localizada em 1100 m. Os tempos de trânsito calculados são indicados por DP (onda direta compressional), DS (onda de Rayleigh), PP (onda P refletida na interface), SS (onda SV refletida na interface) e PS (onda convertida P-SV).



Fonte: Do autor.

Para auxiliar a observação da propagação da onda no meio acústico e elástico, referente ao centésimo primeiro tiro, uma série de instantâneos no tempo, para o campo de pressão, componente vertical e horizontal da velocidade de partícula, foram gerados.

No campo de pressão (Figura 4.17), em 24 milissegundos, observa-se a onda P se propagando, a partir do centro do modelo, em direção à interface abaixo da fonte e a onda direta se propagando na superfície.

Em 53 milissegundos, visualiza-se a onda transmitida, quando a onda P atinge a interface.

No instante 82 milissegundos, observa-se a onda refletida e difração chegando à superfície e a onda P transmitida se aproximando do fundo do modelo. Observa-se a geração de difrações produzidas pela onda P incidente ao interagir com irregularidades presentes na interface.

Em 111 milissegundos, observa-se as ondas refletidas e difrações se propagando ao longo da superfície e a onda P transmitida se espalhando no fundo do modelo

Na componente vertical da velocidade de partícula (Figura 4.18), em 30 milissegundos, referente ao centésimo primeiro tiro, observa-se a onda P e SV, geradas pela fonte, se deslocando em direção à interface abaixo da fonte, assim como suas respectivas ondas diretas se espalhando na superfície.

Em 60 milissegundos, observa-se a geração de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P interage com a interface. Visualiza-se que a onda SV ainda não atingiu a interface.

No instante 80 milissegundos, observa-se a onda P refletida atingindo a superfície, a onda SV atingindo a interface e as ondas P e P-SV transmitidas se propagando em direção ao fundo do modelo.

Em 100 milissegundos, a onda P refletida se espalhando na superfície. Visualiza-se as ondas P e P-SV transmitidas atingindo o fundo do modelo e continuando a se propagar na segunda camada. Verifica-se a produção de ondas SV, produzidas quando a onda SV incidente interage com a interface, assim como ondas SV transmitidas.

Na componente horizontal da velocidade de partícula (Figura 4.19), em 30 milissegundos, referente ao centésimo primeiro tiro, verifica-se a onda P e SV, geradas

pela fonte, se deslocando em direção à interface abaixo da fonte, assim como suas respectivas ondas diretas se espalhando na superfície.

Em 60 milissegundos, observa-se a geração de ondas refletidas e transmitidas, quando a onda P interage com a interface. Observa-se que a onda SV ainda não atingiu a interface.

No instante 80 milissegundos, verifica-se a onda SV atingindo a interface e as ondas P e P-SV transmitidas se deslocando em direção ao fundo do modelo.

Em 100 milissegundos, a onda P refletida se propagando ao longo da superfície e a onda P-SV chegando no topo do modelo. Visualiza-se as ondas P e P-SV transmitidas chegando no fundo do modelo e continuando a espalhando-se na segunda camada. Verifica-se a produção de ondas SV, geradas quando a onda SV incidente interage com a interface, assim como ondas SV transmitidas.



Figura 4.17 - Instantâneos no tempo do campo de pressão, com a fonte localizada em 1100 m, para o modelo de mineração, após 24 ms, 53 ms, 82 ms e 111 ms.

Fonte: Do autor.





Fonte: Do autor.





Fonte: Do autor.

5. IMAGEAMENTO SÍSMICO DO DEPÓSITO DE FERRO N4WS

O imageamento da subsuperfície é realizado através do processamento de dados sísmicos que inclui a migração, como uma de suas etapas. O processamento sísmico tem como objetivo gerar uma seção sísmica, que consiste em uma imagem das feições geológicas em subsuperfície, obtida após a aplicação de várias etapas. A sequência básica adotada neste trabalho (Figura 5.1), foi baseada no fluxograma proposto por Yilmaz (2001), composto pelas seguintes etapas: pré-processamento, organização em famílias CMP, análise de velocidade, correção NMO, empilhamento e migração. Por sua vez, a migração.de dados sísmicos é um processo que tem como objetivos: localizar os pontos responsáveis pela geração das reflexões e difrações e estimar os valores de amplitude correspondentes aos mesmos pontos (ROMANELLI, 2004). A migração utilizada neste trabalho, para gerar imagens da subsuperfície, foi a migração Kirchhoff em profundidade, pós-empilhamento. Para executar esses procedimentos, empregou-se o pacote de código aberto de *softwares Seismic Unix*, desenvolvido em linguagem de *shell script*.

Figura 5.1 - Fluxograma do p Fonte: rocessamento convencional.



Do autor.

O imageamento sísmico foi realizado a partir dos dados gerados pela modelagem sísmica, caso acústico, cujo modelo sintético e seus respectivos parâmetros foram apresentados nos capítulos anteriores.

A primeira etapa do processamento foi a aplicação do *mute*, com o objetivo de retirar as ondas diretas presente nos dados (Figura 5.2).

Figura 5.2 - Campo de pressão, organizado em tiro-comum, referente ao tiro localizado em 700 metros, antes (acima) e após (abaixo) a aplicação do mute.



Fonte: Do autor.

Em seguida, foi realizada a organização dos dados em famílias CMP (Figura 5.3).



Figura 5.3 - Dados organizados em famílias CMP. Acima: CMP 200. Abaixo: CMP 300.

Fonte: Do autor.

Após a organização dos dados em famílias CMP, foi aplicado um ruído no dado para fins de teste. Em seguida, foi realizada a visualização das famílias CMP para analisar quais possuem cobertura máxima de traços (Figura 5.4). Está delimitação está diretamente relacionada a etapa da análise de velocidade do dado sísmico.





Posteriormente, foi realizada a análise de velocidade para CMPs com cobertura acima de 40 traços. Foram utilizados painéis CVS (*Constant velocity stacks*) para determinação das velocidades e nas porções não analisadas foi realizada a interpolação linear (Figura 5.5, Figura 5.6).

Fonte: Do autor.



Figura 5.5 - Esquerda: semblance. Meio: CVS (Constant velocity stacks). Direita: CMP 390.

Fonte: Do autor.

Figura 5.6 - Esquerda: gráfico do tempo vs velocidade. Meia-esquerda: CVS (Constant velocity stacks). Meia-direita: CMP 390 após a correção NMO. Direita: traço empilhado repetido oito vezes.





Após a análise de velocidade, é realizada a correção NMO a partir dos pares de tempo-velocidade, selecionados durante as picagens de cada valor de CMP, feita

a partir do *semblance*. Em seguida, é realizado o empilhamento dos traços (Figura 5.7).





Fonte: Do autor,

Observa-se que na seção empilhada em tempo, não migrada, os refletores não representam a geometria real em subsuperfície, além de apresentar efeitos de foco indesejados (*Bow-tie*) e difrações. Com o objetivo de corrigir esses efeitos, é realizada a migração em profundidade. Para isso, é necessário um modelo de velocidade em profundidade, que será utilizado no algoritmo de migração. O modelo de velocidade utilizado, obtido na análise de velocidade, a partir da velocidade NMO, foi suavizado e, em seguida, convertido em profundidade através da equação de Dix (STOCKWELL Jr, 2015) (Figura 5.8).



Figura 5.8 - Modelo de velocidade de Dix, em profundidade, suavizado, referente ao modelo do depósito de ferro N4WS.

Fonte: Do autor.

Em seguida, foi realizado o imageamento do refletor, referente ao depósito de ferro de N4WS. Para isso, foi empregado a migração Kirchhoff em profundidade, pós empilhamento, utilizando o modelo de velocidade de Dix suavizado, mostrado na Figura 5.8. A imagem migrada é observada na Figura 5.9.

Figura 5.9 - Seção migrada em profundidade, pós empilhamento, referente ao modelo do depósito de ferro de N4WS, utilizando a velocidade de Dix suavizada Oeste Leste



[.] Fonte: Do autor.

6. **CONCLUSÕES**

A simulação pelo método das diferenças é realizada para um número finito de pontos e por meio da introdução de fronteiras, devido a limitação da memória dos computadores. Para a escolha do número mínimo de pontos da matriz utilizada e o número de etapas no tempo, levou-se em consideração critérios de dispersão numérica e estabilidade, além da introdução de condições de absorção para atenuar eventuais reflexões de borda.

O modelo sintético, utilizado no trabalho, foi baseado em um modelo geológico de uma área do depósito de minério de ferro de N4WS, localizado na Província mineral do Carajás, e apresenta duas camadas com velocidades distintas (1858 e 5413 m/s), onde cada camada foi interpretada em termos do seu grau de alteração, sendo que a primeira camada agrupa litologias alteradas e a segunda agrupa litologias preservadas (camada de alta velocidade).

Na modelagem sísmica para o caso acústico, observou-se apenas eventos associados a onda compressionais, enquanto que no caso elástico visualiza-se tanto ondas compressionais quanto cisalhantes, além de ondas convertidas. Pelo fato do modelo utilizado apresentar irregularidades em sua interface, com variação brusca de velocidade, ocasionada pela camada de alta velocidade constituída de rochas máficas indiferenciadas e jaspilito; verificou-se nos sismogramas e snapshots a presença de eventos como difrações, reflexões (P e SV) e ondas convertidas (P-SV e SV-P). Para obter melhores resultados na aquisição dos dados, é importante o uso de uma fonte controlada mais sofisticada, como mini-vibroseis.

A presença de eventos produzidos pela irregularidade da interface presente no modelo, como difrações, pode dificultar a interpretação dos dados sísmicos. Devido a isso, foi realizado as etapas básicas do processamento sísmico convencional, a partir dos dados obtidos na modelagem acústica. O imageamento do refletor, referente a interface entre as litologias alteradas e preservadas, presentes no deposito de ferro, produziu imagens acústicas que permitiram uma melhor análise final do resultado. O sucesso do imageamento da geometria do refletor, dependeu da realização das etapas do processamento sísmico convencional, como retirada das ondas diretas, organização dos dados em famílias CMP e correção NMO. A migração Kirchhoff em

profundidade promoveu uma melhoria sutil nos dados, em relação à seção empilhada no domínio do tempo, corrigindo efeitos indesejados como problemas de foco, difrações e geometria incorreta do refletor.

A modelagem sísmica acústica e elástica, e o imageamento sísmico, permitiram uma caracterização inicial de um depósito de ferro como o de N4WS, fornecendo informações para guiar a realização de sondagens e planejamento de minas; como o tipo de fonte e geometria de aquisição mais adequada para mapear a área, assim como a obtenção de uma imagem preliminar do refletor representando o contraste de propriedades físicas (velocidade e densidade) mais acentuado presente no depósito. Desta forma, os métodos sísmicos de reflexão se configuram como uma alternativa viável ao uso exclusivo de sondagens e outros métodos geofísicos, como potenciais e eletromagnéticos, no estudo de um depósito de ferro e delimitação de corpos minerais, através do imageamento e mapeamento da interface entre o depósito mineral e o embasamento. Isso acarreta na diminuição dos custos para o planejamento de minas e no número de sondagens, aumentando o retorno sobre o capital investido na infraestrutura, além de auxiliar numa exploração mais otimizada e sustentável dos recursos minerais presentes na área.

REFERÊNCIAS

ALFORD, R. M.; KELLY, K. R.; BOORE, D. M. Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation, **Geophysics**, v. 39, n. 6, p. 834-842, 1974.

ALMEIDA, F. F.; HASUI, Y.; BRITO NEVES, B. B. The upper precambrian of South América. **Boletim do Instituto de Geociências**, Universidade de São Paulo, São Paulo, v. 7, p. 45-80, 1976.

ARAÚJO, O. J. B.; MAIA, R. G. N. Projeto especial mapas de recursos minerais, de solos e de vegetação para a área do Programa Grande Carajás. In: **BRASIL**. Subprojeto Recursos Minerais – Serra dos Carajás, Folha SB.22-Z-A. Brasília, DF: Departamento Nacional da Produção Mineral – DNPM e Companhia de Pesquisa e Recursos Minerais – CPRM, 1991. (Programa de Levantamento Geológico do Brasil). Disponível em: http://rigeo.cprm.gov.br/xmlui/handle/doc/8674>. Acesso em: 12 de janeiro de 2016.

ARAÚJO, O.J.B.; MAIA, R.G.N.; JORGE JOÃO, X. S.; COSTA, J.B.S. A megaestruturação arqueana da Folha Serra dos Carajás. In: CONGRESSO LATINO AMERICANO DE GEOLOGIA, 1988, Belém. **Anais...** Belém, 1988. v.1, p.324-338.

ASSIS, L. M. Geração de modelo exploratório para o minério de ferro da **Província mineral do Carajás através da integração de dados multifonte**. 2013. 154 f. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013.

BARROS, C.E.M.; BARBEY, P. A importância da granito-gênese tardi-arqueana (2,5 Ga.) na evolução tectono-metamórifcada Província mineral do Carajás – o Complexo Granítico Estrela e sua auréola de contato. **Revista Brasileira de Geociências**, v. 28, n. 4, p. 513-522, 1998.

BARROS, C.E.M. Pétrologie et struture du Complexe Granitique Estrela (2.5 Ga) et de son encaissant métavolcano-sédimentaire (Province Métallifère de Carajás, Brésil). 1997, 316 f. Tese de Doutorado, Université Henri Poincaré, França, 1997.

BEISIEGEL, V.R.; BERNARDELLI, A.L.; DRUMMOND, N.F.; RUFF, A.W.; TREMAINE, J.W. Geologia e recursos minerais da Serra dos Carajás. **Revista Brasileira de Geociências**, v. 3, p. 215-242, 1973.

BELLEFLEUR, G.; MÜLLER, C. ; SNYDER, D. ; MATTHEWS, L. Downhole seismic imaging of a massive sulphide orebody with modeconverted waves, Halfmile Lake, New Brunswick, Canada, **Geophysics**, v. 69, n. 2, p. 318–329, 2004b.

BELLEFLEUR, G.; MÜLLER, C.; BOHLEN, T. Reflected and scattered seismic wavefields from the Halfmile Lake orebody, New Brunswick, Canada. In: "Proceedings of Exploration 07: Fifth Decennial International Conference on Mineral Exploration" edited by B. Milkereit, 2007. p. 1039-1042.

BOHLEN, T.; MÜLLER, C.; MILKEREIT, B. Elastic wave scattering from massive sulfide orebodies: On the role of composition and shape, in B. Milkereit, D. Eaton, and M. Salisbury, eds., Hard rock seismic exploration: SEG, 70–89, 2003.

BOHLEN, T.; DE NIL, D.; KÖHN, D.; JETSCHNY, S. SOFI2D – seismic modeling with finite differences 2D – elastic and viscoelastic version. Users guide. 2015, 50 f. Karlsruhe Institute of Technology, Germany, 2015.

CASTAGNA, J.P.; BATZLE, M.L.; KAN, T.K. Rock physics: The link between rock properties and AVO response. In: CASTAGNA J.P. and BACKUS M.M. (Eds.). Offset-dependent reflectivity - Theory and practice of AVO analysis. Investigations in Geophysics, n. 8, Society of Exploration Geophysicists, OK, p. 135-171, 1993.

CERJAN, C.; KOSLOFF, D.; KOSLOFF, R.; RESHEF, M. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations, **Geophysics**, v. 50, n. 4, p. 705-708, 1985.

CERVENY, V.; PSENCIK, I. SEIS88. Ray tracing program package. Prague: Charles University, 1988.

DALL'AGNOL, R.; SOUZA, Z. S.; ALTHOFF, F. J.; BARROS, C. E. M.; LEITE, A. A. S.; JORGE JOÃO, X. S. General aspects of the granitogenesis of the Carajás metallogenic province. Extended Abstracts of the International Symposium on Granites and Associated Mineralizations, p. 135-161, 1997.

DOCEGEO. Rio Doce Geologia e Mineração S.A. Revisão litoestratigráfica da Província mineral do Carajás. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 35., 1988, Belém. **Anais...** Belém, SBG, v.1, p. 10-54, 1988.

FERNANDES, L. L.; CRUZ, J. C. R.; BLANCO, C. J. C.; BARP, A. R. B. Modelagem Sísmica via Métodos das Diferenças Finitas - Caso da bacia do Amazonas. **Acta Amazonica**, v. 39, n. 1, p. 155 – 164, 2009.

FIGUEIREDO E SILVA, R. C. **Evolução e gênese do minério de ferro hidrotermal nos depósitos da Serra Norte, Província mineral do Carajás**. 2009, 236 f. Tese de Doutorado, UFMG, Belo Horizonte, 2009.

GARDNER, G. H. F.; GARDNER, L. W.; GREGORY, A. R. Formation velocity and density - the diagnostic basics for stratigraphic traps, **Geophysics**, v. 39, n. 6, p. 770 -780, 1974.

GIBBS, A.K.; WIRTH, K.R.; HIRATA, W.K.; OLSZEWSKI JR.; W.J. Age and composition of the Grão Pará Group volcanics, Serra dos Carajás. **Revista Brasileira de Geociências**, v. 16, n. 2, p.201-211, 1986.

HIRATA, W.K.; RIGON, J.C.; CORDEIRO, A.A.C.; MEIRELES, E. M. Geologia regional da Província mineral do Carajás. In: SIMPÓSIO DE GEOLOGIA DA AMAZÔNIA, 1., 1982, Belém. **Anais...** Belém, SBG, v.1, p.100-108, 1982.

HOLDSWORTH, R. E.; PINHEIRO, R. V. L. The anatomy of shallow-crustal transpressional structures: insights from the Archean Carajás fault zone, Amazon, Brazil. **Journal of Structural Geology**, v. 22, p. 1105 - 1123, 2000.

JASTRAM, C. Seismische Modellierung mit Finiten Differenzen höherer Ordnung aufeinem Gitter mit vertikal variierendem Gitterabstand. Ph.D. thesis, Universit at Hamburg, 1992.

KELLY, F. C., WARD, R. W., TREITEL, S., ALFORD, R. M. Synthetic seismograms: A finite-difference approach, **Geophysics**, v. 41, n. 1, p. 2-27, 1976.

LIMA, P. H. A.; SOARES, J. A.; ROSA, I. B. C.; CARVALHO, R. F.; BRAGA, M. A.; SILVA, M. D. Petrofísica de Minério de Ferro. Sociedade Bras. De Geofísica, 13th International Congress of the Brazilian Geophysical Society, Rio de Janeiro, 2013.

LINDENMAYER, Z.G.; TEIXEIRA, J.B.G. Ore Genesis at the Salobo Copper Deposit, Serra dos Carajás. In: Silva, M.G and Misi, A. (eds.). Base Metal Deposits of Brazil. Belo Horizonte, MME/CPRM/DNPM, p. 33-43, 1999.

LOBATO, L. M.; FIGUEIREDO E SILVA, R. C.; ROSIÈRE, C. A.; ZUCCHETTI, M; BAARS F. J.; PIMENTEL, M.; RIOS, F. J.; SEOANE, J. C.; MONTEIRO, A. M. Hydrotermal Origin for the Iron Mineralization, Carajás Province, Pará State, Brazil. Proceedings of Iron Ore Publication Series 8. Pp 99-110, 2005.

MACAMBIRA, J. B. **O ambiente deposicional da Formação Carajás e uma proposta de modelo evolutivo para a Bacia Grão Pará**. Tese de Doutorado, Instituto de Geociências, Universidade Estadual de Campinas, 217 p, 2003.

MACAMBIRA, M. J. B.; SILVA, V. F. Estudo Petrológico, Mineralógico e Caracterização das Estruturas Sedimentares e Diagenéticas Preservadas na Formação Carajás. Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi. Série Ciências da Terra 7. p 363-387, 1995.

MACHADO, N.; LINDENMAYER, Z.; KROGH, T. E.; LINDENMAYER, D. U-Pb geochronology of Archean magmatism and basement eactivation in the Carajás area, Amazon shield, Brazil. **Precambrian Research**, v. 49, pp. 329–354, 1991.

MALEHMIR, A.; DURRHEIM, R.; BELLEFLEUR, G.; UROSEVIC, M.; JUHLIN, C.; WHITE, D. J.; MILKEREIT, B.; CAMPBELL, G. Seismic methods in mineral exploration and mine planning: A general overview of past and present case histories and a look into the future, **Geophysics**, v. 77, n. 5, p. 173 – 190, 2012.

MILKEREIT, B.; EATON, D. W.; WU, J.; PERRON, G.; SALISBURY, M. H.; BERRER, E.; MORRISON, G. Seismic imaging of massive sulphide deposits: Part II. Reflection seismic profiling, **Economic Geology**, 91, 829–834, 1996.

ONOJASUN, O. E. Seismic Reflection Surveys in Search for Iron Oxide Copper-Gold (IOCG) Deposits. **IOSR Journal of Applied Geology and Geophysics**. v. 3, p. 37-45, 2015.

NOGUEIRA, P. V. Integração de sísmica de refração e eletrorresistividade para elaboração de um modelo 2D do depósito de ferro N4ws do complexo Serra Norte, Carajás-PA. 2014, 78 f. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências, Universidade de Brasília – UnB, Brasília/DF, Brasil, 2014.

NOGUEIRA, A. C. R. Análise faciológica e aspectos estruturaisda Formação Águas Claras, Região Central da Serra dos Carajás - Pará. Belém, 167 f. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Geociências, Universidade Federal do Pará, 1995.

REED, K. Seismic reflection surveying for mining exploration applications, A review of practice past and current with an outlook for the future: Mineral Industry Technology Council of Canada, (unpublished report), 219, 1993.

REYNOLDS, A. C. Boundary Conditions for the numerical solution of wave propagation problems, **Geophysics**, v. 43, n. 6, p. 1099-1110, 1978.

RIBEIRO, D. T. Enriquecimento supergênico de formações ferríferas bandadas: estruturas de colapso e desordem. 2003, 123 f. Tese (Doutorado). Instituto de Geociências - UFRJ. Rio de Janeiro, 2003.

RODRIGUES, E. S.; LAFON, J. M., SCHELLER, T. Geocronologia Pb-Pb da Província mineral do Carajás: primeiros resultados. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE GEOLOGIA, 37, 1992, São Paulo. Boletim de Resumos Expandidos. São Paulo, v. 2, p. 183-184, 1992.

ROMANELLI, A. R. L. Análise do Sinal Sísmico. Rio de Janeiro: SBGf, 2010. 668 p.

ROSIÉRE, C. A.; BAARS, F. J.; SEOANE, J. C. S.; LOBATO, L. M.; DA SILVA, L. L.; DE SOUZA, S. R. C.; MENDES, G. E. Structure and iron mineralisation of the Carajás Province, in: Proceedings Iron Ore. 2005. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy. Melbourne p. 143-150, 2005.

SALISBURY, M. H.; MILKEREIT, B.; ASCOUGH, G.; ADAIR, R., MATTHEWS, L., SCHMITT, D. R.; MWENIFUMBO, J.; EATON, D. W.; WU, J. Physical properties and seismic imaging of massive sulfides, **Geophysics**, 65, 1882–1889, 2000.

SANDMEIER, K. J., LIEBHARDT, G. Software Refra. Germany, Geophysical Institut of Karlsruhe University, 1992.

SCHUSTER, G. T. Basics of Seismic Wave Theory. University of Utah, 2007.

SCHWARZ, M.; FRANTZ, J. C. Depósito de Cu-Zn Pojuca Corpo Quatro: IOCG ou VMS?. Pesquisas em Geociencias. Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, v. 40, n. 1, p-05-19, 2013.

SILVA, G. G.; LIMA, M. J. C.; ANDRADE, A. R. F.; ISSLER, R. S.; GUIMARÃES, G. Levantamentos de recursos naturais, geologia, folhas SB 22 Araguaia e parte SC 22 Tocantins. Projeto RADAM BRASIL. Rio de Janeiro, 143 f, 1974.

SOARES, A.V.; SANTOS, A.B.; VIEIRA, E.A.; BELLA, V.M.; MARTINS, L.P.B. Área Águas Claras contexto geológico e mineralizações. In: IV SIMPÓSIO DE GEOLOGIA DA AMAZÔNIA, Belém, 1994. Boletim de Resumos Expandidos. p. 379-382, 1994.

STOCKWELL JR., J. W. A Course in Geophysical Image Processing with Seismic Unix: GPGN 461/561 Lab Fall 2015. Center for Wave Phenomena, 2015.

TASSINARI, C.C.B.; MACAMBIRA, M.J.B. Geochronologicalprovinces of the Amazonian Craton. **Episodes**, v. 22, n. 03, p. 174-182, 1999.

TOLBERT, G. E., TREMAINE, J. W., MELCHER, G. C., GOMES, C. B. The recently discovered Serra dos Carajás iron deposits, Northern Brazil, **Economic Geology**, v. 7, p. 985-994, 1971.

TRENDALL, A. F.; BASEI, M. A. S.; DE LAETER, J. R.; NELSON, D. R. Ion microprobe zircon, U-Pb results from the Carajás area of the Amazon Craton. **Journal of South American Earth Sciences**, v. 11, p. 265–276, 1998.

VILLAS, R.N.; SANTOS, M.D. Gold deposits of the Carajás mineral province: deposit type and metallogenesis. **Mineralium Deposita**, v. 36, p. 300-331, 2001.

YILMAZ, O. Seismic data analysis. In: COOPER, M. R.; DOHERTY, S. M. Seismic data analysis. Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysicists, 2001. v. 1. 526 p.

WINTER, C. J. Geology and base-metal mineralization associated with Archean ironformations in the Pojuca Corpo Quatro deposit, Carajás, Brazil. PhD Thesis, University of Southampton, Southampton. 238 f, 1995.

APÊNDICES

APÊNDICE A - OPERADORES DE DIFERENÇAS FINITAS

Aproximação de segunda ordem para a segunda derivada é feita a partir da expansão em Série de Taylor da equação 2.8, para um ponto a direita (Figura 2.1). Considerando D o operador diferencial, tem-se:

$$P(x + \Delta x) = P(x) + DP(x)\Delta x + \frac{1}{2!}D^2P(x)\Delta x^2 +$$
(A-1)
...+ $\frac{1}{n!}D^nP(x)\Delta x^n + ...$

Similarmente, para um ponto a esquerda:

$$P(x - \Delta x) = P(x) - DP(x)\Delta x + \frac{1}{2!}D^2P(x)\Delta x^2 -$$
(A-2)
...+ $\frac{1}{n!}D^nP(x)\Delta x^n - ...$

Somando-se as equações (A-1) e (A-2) e truncando a expansão a partir dos termos de ordem 2, tem-se a aproximação de segunda ordem para a segunda derivada.

$$D^{2}P(x) \approx \frac{P(x - \Delta x) - 2P(x) + P(x + \Delta x)}{\Delta h^{2}},$$
(A-3)

os operadores da equação (A-3) são [1 −2 1].

Para uma aproximação maior como de quarta ordem, repete-se o mesmo processo. A partir da expansão em série de Taylor da equação 2.8 para dois pontos (Figura 2.2), tem-se:

$$P(x + 2\Delta x) = P(x) + DP(x)2\Delta x + \frac{1}{2!}D^2P(x)(2\Delta x)^2 +$$

$$+ \frac{1}{n!}D^nP(x)(2\Delta x)^n + \dots$$
(A-4)

Similarmente, para dois pontos a esquerda:

$$P(x - 2\Delta x) = P(x) - DP(x)2\Delta x + \frac{1}{2!}D^2P(x)(2\Delta x)^2 -$$

$$+\frac{1}{n!}D^nP(x)(2\Delta x)^n - \dots$$
(A-5)

Somando-se as equações (A-1), (A-2), (A-4), (A-5) e truncando no quarto termo, tem-se:

$$D^{2}P(x) = \frac{1}{12\Delta x^{2}} \left[-P(x - 2\Delta x) + 16P(x - \Delta x) - 30P(x) + 16P(x + \Delta x) - P(x + 2\Delta x) \right],$$
(A-6)

os operadores da equação (A-6) são [-1 16 -30 16 -1].

APÊNDICE B - VELOCIDADES DE FASE E DE GRUPO

Expressões para velocidade de fase e de grupo para a aproximação de segunda ordem serão desenvolvidas neste Apêndice.

Considerando a propagação da onda plana harmônica com a seguinte forma:

$$u = u_0 e^{i(\omega t - kx\cos\theta - kz\sin\theta)},$$
 (B-1)

onde θ é o ângulo entre a direção de propagação e o eixo horizontal x, ω é a frequência angular, k é o número de onda. Substituindo (B-1) na equação (2.13, obtém-se:

$$\operatorname{sen}^{2} \frac{\omega \Delta t}{2} = p^{2} \left[\operatorname{sen}^{2} \left(\frac{k \Delta h \cos \theta}{2} \right) + \sin^{2} \left(\frac{k \Delta h \sin \theta}{2} \right) \right].$$
(B-2)

Sendo $kh/2 = \pi/2$, (B-2) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{Cp}{c} = \frac{G}{p\pi} \operatorname{sen}^{-1} \left\{ p \left[\operatorname{sen}^2 \left(\frac{k\Delta h \cos \theta}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{k\Delta h \sin \theta}{2} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}.$$
 (B-3)

Limitando para o caso de propagação paralela à malha (θ =0), (B-3) reduz para o caso unidimensional:

$$\frac{Cp}{c} = \frac{G}{p\pi} \operatorname{sen}^{-1} \left[p \operatorname{sen} \frac{\pi}{G} \right].$$
(B-4)

A expressão correspondente para a velocidade de grupo é obtida pela diferenciação de (B-2) com respeito a *k*. Sendo assim, obtém-se:

$$\frac{Cg}{Co} = \left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{G}\cos\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{G}\cos\theta\right)\cos\theta + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{G}\sin\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{G}\sin\theta\right)\sin\theta \right].$$
(B-5)
$$\frac{1}{\left[1 - p^{2}\operatorname{sen}^{2}\left(\frac{\pi}{G}\cos\theta\right) - p^{2}\operatorname{sen}^{2}\left(\frac{\pi}{G}\sin\theta\right)\right]^{\frac{1}{2}} \left[\operatorname{sen}^{2}\left(\frac{\pi}{G}\cos\theta\right) + \operatorname{sen}^{2}\left(\frac{\pi}{G}\sin\theta\right)\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Limitando para o caso de propagação paralela à malha (θ =0), (B-5) reduz para o caso unidimensional:

$$\frac{Cg}{c} = \frac{\cos\frac{\pi}{G}}{\left(1 - p^2 \operatorname{sen}^2\frac{\pi}{G}\right)^{\frac{1}{2}}}.$$
(B-6)

APÊNDICE C - CONDIÇÕES DE ABSORÇÃO DE REYNOLDS

O problema prático consiste em resolver a equação ou equações da forma da equação (2.6) para um meio cujo formato seja definido pela equação 2.25.

Considerando-se que a solução desejada seja uma onda plana propagando para a direita e computando o coeficiente de reflexão em x=a, obtém-se:

$$P = e^{i(\omega t - kx\cos\theta \pm kz\sin[\theta)]} + Re^{i(\omega t + kx\cos\theta \pm kz\sin[\theta)]},$$
(C-1)

onde *R* é o coeficiente de reflexão.

Com o objetivo de definir condições de fronteiras que minimizem os coeficientes de reflexão foi feita a fatoração formal do operador diferencial para a equação 2.6, do seguinte modo:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right].$$

$$\left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right].$$
(C-2)

Sendo que:

$$L_{1} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(I + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right) \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (C-3)$$

onde I é o operador identidade. Substituindo (C-3) em (C-2), chega-se em:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - L_1\right)\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + L_1\right).$$
 (C-4)

Definindo *L*₁, como o conjunto de todas as funções representadas pelas ondas planas ou soma das ondas planas:

$$L_1 P = \pm ik \cos\theta \left[1 + \left(\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \right) \right]^{\frac{1}{2}} P = \pm kiP.$$
 (C-5)

Com esta definição, pode-se obter:

$$-L_1 L_1 P = k^2 P = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) P.$$
 (C-6)

Efetuando a fatoração de (C-4), se tem as seguintes condições de fronteiras

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}L_1\right)P = 0, x = -a,$$
(C-7)

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}L_1\right)P = 0, x = a,$$
(C-8)

Apesar das condições de fronteiras (C-7) e (C-8) possibilitarem um coeficiente de reflexão que seja zero para todos os ângulos de incidência θ , estas condições dependem explicitamente do número de onda κ , o que não é viável na prática.

Então, buscando uma alternativa através da função $f(kz) = \sqrt{1 + \left(\frac{k_z^2}{k_x^2}\right)}$, expandindo-a em série de Maclaurin até a segunda ordem:

$$f(kz) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_z^2}{k_x^2} \right).$$
(C-9)

Substituindo (C-9) em (C-7) e (C-8), obtém-se:

$$\left[\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial x} \left(I + \frac{\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}}{\frac{\partial^2}{\partial x^2}}\right)\right] P = 0.$$
(C-10)

Aplicando o operador $\partial/\partial x$ em (C-10), é obtida as seguintes condições de fronteiras:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \right) - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, x = -a, \tag{C-11}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial P}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0, x = a, \tag{C-12}$$

As condições de fronteiras (C-11) e (C-12) não encontram uma aproximação estável por diferenças finitas. A equação (C-13) gera uma média dos coeficientes de reflexão menores que (C-11) e (C-12).

$$\frac{1}{c}\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \left(\frac{p}{p+1}\right)\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0,$$
 (C-13)

onde p=1, que corresponde ao critério de estabilidade. Considerando c constante e substituindo P dado por (C-1) em (C-13) e resolvendo R, obtém-se:

$$R_{3}(\theta, p) = |R| = \frac{\left|\cos\theta - \cos^{2}\theta - \frac{p}{1+p}\sin^{2}\theta\right|}{\left|\cos\theta + \cos^{2}\theta + \frac{p}{1+p}\sin^{2}\theta\right|}.$$
 (C-14)

Observa-se que o coeficiente de reflexão é função de θ e p, que são os parâmetros que controlam as condições de absorção. De acordo com Reynolds (1978), um bom critério de estabilidade são coeficientes de reflexões menores que $1/\sqrt{2}$.

Isolando o termo $\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}$ na equação 2.6, obtém-se

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}.$$
 (C-15)
Substituindo-se (C-15) em (C-13) e multiplicando o resultado por (p + 1), obtém-se:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + p\left(\frac{1}{c}\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2}\right) = 0, x = a, \qquad (C-16)$$

ou seu equivalente:

$$\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{p}{c}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)P = 0, x = a.$$
(C-16)

É possível derivar similarmente as condições de fronteiras no lado esquerdo e no fundo do modelo.

APÊNDICE D - EQUAÇÃO DA FONTE LINHA

O deslocamento provocado por uma fonte linha compressional pode ser descrito como:

$$\overrightarrow{\mathbf{V}}_{s} = \nabla \Psi_{s}, \tag{D-1}$$

onde Ψ_s é o potencial de deslocamento longitudinal e $\overrightarrow{V_s}$ é o deslocamento da fonte. Por definição, o deslocamento da fonte é uma solução da seguinte equação:

$$\overrightarrow{\mathrm{LV}_{\mathrm{s}}} = \nabla [-4\pi\delta(r - r_0)f(t)], \qquad (D-2)$$

onde L é um operador linear, *f(t)* é a variação no tempo de uma fonte linha. Substituindo (D-1) em (D-2), resulta no seguinte sistema:

$$\nabla^2 \Psi_s - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Psi_s}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{\alpha^2} \delta(r - r_0) f(t).$$
 (D-3)

A solução de (D-3), sujeita a uma condição de radiação infinita, pode ser escrita como:

$$\Psi_{s}(r,t,r_{0}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i\pi H_{0}^{(2)} \left(\frac{\omega}{\alpha} |r-r_{0}|\right) F(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \qquad (D-4)$$

onde $F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$, e $H_0^{(2)}(z)$ é a função de Hankel de ordem zero do segundo tipo.

Assumindo que a variação no tempo da fonte linha tem a seguinte representação:

$$f(t) = -2\xi(t - ts)e^{-i(t - ts)^2},$$
 (D-5)

a sua transformada de Fourier de (D-5) é definida por,

$$F(\omega) = -i\pi^{\frac{1}{2}} \xi^{\frac{1}{2}} \omega e^{\frac{\omega^2}{4\xi}} e^{i\omega ts},$$
 (D-6)

onde, *ts* é selecionado tal que $f(0) \cong 0$, é o parâmetro ξ define a largura do pulso. Substituindo (D-4) e (D-6) em (D-1), obtém-se:

$$V_{s} = a \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi^{\frac{3}{2}} \xi^{-\frac{1}{2}} \frac{\omega^{2}}{\alpha^{3}} H_{1}^{(2)} \left(\frac{\omega}{\alpha} |r - r_{0}|\right) e^{-\frac{\omega^{2}}{4\xi}} e^{-i\omega ts} e^{i\omega t} d\omega, \tag{D-4}$$

onde $H_1^{(2)}(z)$ é a é a função de Hankel de primeira ordem do segundo tipo, *a* é o vetor unitário na direção (*r*-*r*₀).