

## UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

# JOSÉ ADRIANO BRITO DA SILVA

# Análise de Sistemas de Controle de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Formados por Ligas com Memória de Forma

Belém 2009

# JOSÉ ADRIANO BRITO DA SILVA

# Análise de Sistemas de Controle de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Formados por Ligas com Memória de Forma

Dissertação apresentada para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. Área de concentração: Vibrações e Acústica. Orientador: Prof. Dr. Alexandre Luiz Amarante Mesquita

Belém 2009

## Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP), Biblioteca do Mestrado em Engenharia Mecânica/ UFPA, Belém, PA

 S586a Silva, José Adriano Brito da Análise de sistemas de controle de vibração em máquinas rotativas utilizando atuadores formados por ligas com memória de forma/ José Adriano Brito da Silva; Orientador: Alexandre Luiz Amarante Mesquita. – Belém, 2009.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2009.

1. Vibrações mecânicas – Controle. 2. Análise numérica. 3. Máquinas rotativas. 4. Ligas com memória de forma. I. Mesquita, Alexandre Luiz Amarante. II. Titulo.

CDD 19.ed. 531.32

# JOSÉ ADRIANO BRITO DA SILVA

# Análise de Sistemas de Controle de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Atuadores Formados por Ligas com Memória de Forma

Dissertação apresentada para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará. Área de concentração: Vibrações e Acústica. Orientador: Prof. Dr. Alexandre Luiz Amarante Mesquita

Data de aprovação: 04/12/2009.

Banca examinadora:

- Orientador

Prof. Dr. Alexandre Luiz Amarante Mesquita Universidade Federal do Pará

Prof. Dr. Newton Sure Soeiro (Membro interno) Universidade Federal do Pará

Prof. Dr.-Ing. Edson Paulo da Silva (Membro externo) Universidade de Brasília

À minha noiva, Lizangela Almeida, pelo carinho, compreensão e, principalmente, pela paciência dedicada à espera da conclusão deste trabalho.

Ao nosso pequeno Tayrone, que mesmo antes de nascer já traz grande alegria às nossas vidas.

#### AGRADECIMENTOS

Ao Senhor Deus, pela dádiva da vida e por me conceder a capacidade de pensar e trabalhar.

Aos meus familiares, por compreenderem minha ausência durante a longa jornada de estudos e trabalho a qual tenho me dedicado.

À minha tia, Nelina Camara, por todo o apoio prestado durante os anos de convivência.

Ao professor Alexandre Mesquita, pela orientação, conselhos e ensinamentos dedicados ao longo deste trabalho.

Ao Grupo de Dinâmica de Máquinas e Estruturas (GDIME) da Universidade Federal do Pará, pela disponibilização de recursos técnicos indispensáveis à execução dessa dissertação, e aos discentes integrantes do GDIME, Ednelson Costa, Hebert Coutinho e Dimitri Oliveira.

Ao professor Edson Paulo da Silva (UnB), coordenador do projeto "Aplicação de Ligas com Memória de Forma para Controle de Vibração em Máquinas e Estruturas", do qual tive a oportunidade de participar como bolsista de mestrado.

Às Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A., pela disponibilização dos recursos financeiros necessários à execução do referido projeto.

Aos meus amigos de convivência, de classe e de mestrado, Erlison Alves, Leopoldo Bastos, Fernando Colares, Selma Lobato, Fábio Setúbal, Helder Cardoso, Adry Lima, Pedro Corrêa, Hélio Andrade, Keliene de Jesus, Roberta Nery, Walter Sousa, Alexandre Santos e Paulo Nascimento, pelos momentos de estudo e descontração vivenciados durante o curso dessa dissertação.

Aos meus amigos Gilton Carlos, Maria Adrina e Dalliana Morais, que não participaram diretamente da elaboração deste trabalho, mas cujas presenças sempre trazem bons momentos de alegria e recordações.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM) da área de Vibrações e Acústica, Alexandre Mesquita, Newton Soeiro e Gustavo Melo, cujos

ensinamentos foram certamente muito importantes para a minha formação no curso de mestrado.

À Juliana Ruffeil e Nátali Pantoja, amigas que sempre demonstraram boa vontade na solução das questões burocráticas relacionadas à Pós-graduação, de modo geral.

A todas as outras pessoas envolvidas na execução deste trabalho, que auxiliaram direta ou indiretamente para a sua concretização.

"Penso noventa e nove vezes e nada descubro; deixo de pensar, mergulho em profundo silêncio, e eis que a verdade se revela". Albert Einstein

"É melhor tentar e falhar, que se preocupar em ver a vida passar; é melhor tentar, ainda que em vão, que se sentar fazendo nada até o final. Eu prefiro na chuva caminhar, que em dias tristes em casa me esconder. Prefiro ser feliz, embora louco, que em conformidade viver...". Martin Luther King

# SUMÁRIO

RES	UMO	
ABS'	ТRАСТ	11
LIST	TA DE FIGURAS	12
LIST	TA DE TABELAS	16
LIST	A DE SIGLAS	17
LIST	A DE SÍMBOLOS	
1	INTRODUÇÃO	
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	20
1.2	MOTIVAÇÃO DO TRABALHO	
1.3	OBJETIVOS	
1.3.1	Objetivo Geral	
1.3.2	Objetivos Específicos	
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	25
2.2	MÉTODOS DE CONTROLE DE VIBRAÇÃO	25
2.3	LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA (SHAPE MEMORY ALLOYS - SMA).	
2.3.1	Aplicação das SMA em Estruturas	
2.3.2	Aplicação das SMA no Controle de Vibração em Máquinas Rotativas	
2.3.3	Outras Aplicações para as SMA	41
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	46
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	
3.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS ROTATIVOS CONVENCIÓ	ONAIS
2 2 1		
3.2.1	Rotor De Laval Suportado por Apoios Flexiveis e Isotropicos	
3.2.2	Rotor De Laval Suportado por Apoios Flexiveis e Anisotrópicos	
3.2.3	Resposta ao Desbalanceamento do Sistema Rotativo de N Estações em Coc	ordenadas
Com		
3.3	MODELOS CONSTITUTIVOS MACRO-MECANICOS PARA AS SMA	59

3.3.1	O Modelo de Liang e Rogers	61
3.3.2	O Modelo de Brinson	63
3.4	O MODELO TERMOMECÂNICO DE MOLAS SMA	67
4	ANÁLISE NUMÉRICA DE SISTEMAS ROTATIVOS COM LUVAS SMA	71
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	71
4.2	ANÁLISE DE UM ROTOR COM MANCAIS FLEXÍVEIS E SEM LUVA SMA	71
4.3	ANÁLISE DE UM ROTOR COM MANCAIS FLEXÍVEIS E COM LUVA SMA	75
4.4	TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA	77
4.5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	79
4.5.1	Frequências Naturais e Formas Modais	79
4.5.2	Resposta à Vibração Forçada	82
5	ANÁLISE NUMÉRICA DE SISTEMAS ROTATIVOS COM MOLAS SMA	86
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	86
5.2	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TERMOMECÂNICO DE MOLAS S	MA:
SIM	ULAÇÕES À TEMPERATURA CONSTANTE	86
5.3	CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM SISTEMAS ROTATIVOS COM MOLAS SMA	. 92
5.3.1	Modelo com Dois Discos Posicionados Simetricamente em Relação às Extremidade	5
		92
5.3.2	Modelo com Dois Discos Posicionados Assimetricamente em Relação às Extremida	des.
		101
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTURO	5
		114
6.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	114
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	116
REF	ERÊNCIAS	118
APÊ	NDICE A – O PROGRAMA X-ROTOR VERSÃO 6.5	126
4 DÊ		
APE.	NDICE B – CODIGO DESENVOLVIDO EM AMBIENTE MATLAB <sup><math>\circ</math></sup> PAR	<b>A</b> A
SIM	ULAÇAU DU CUMPUKTAMENTU TERMOMECANICO DE MOLAS SMA.	132
APÊ	NDICE C – CÓDIGO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS <sup>®</sup> PAR	A A
REP	RESENTAÇÃO DE UM ROTOR TIPO JEFFCOTT COM MANO	AIS
FLE	XÍVEIS.	139

#### **RESUMO**

A aplicação das ligas com memória de forma (shape memory alloys - SMA) têm se mostrado como uma alternativa promissora no controle de vibração de máquinas e estruturas, devido principalmente aos fenômenos de memória de forma e pseudoelástico que elas apresentam. Do mesmo modo, tais ligas proporcionam grandes forças de recuperação e capacidade de amortecimento quando comparadas aos materiais tradicionais. Na literatura científica encontra-se um grande número de trabalhos que tratam da aplicação das SMA no controle de vibração em estruturas. Contudo, a aplicação desse tipo de material em máquinas rotativas ainda é um assunto pouco abordado. Nesse sentido, busca-se explorar numericamente o comportamento de atuadores baseados em ligas com memória de forma para o controle de vibração em máquinas rotativas. Na primeira análise deste trabalho um rotor tipo Jeffcott com luvas SMA em um dos mancais é utilizado. São empregadas diferentes espessuras de luvas nos estados martensítico e austenítico e as variações em termos de amplitude e frequência são então comparadas. Posteriormente, dois diferentes sistemas rotativos com dois discos e molas SMA aplicadas em um e dois mancais são estudados sob configurações variadas. As molas foram posicionadas externamente aos mancais e a temperatura de operação desses componentes é ajustada de acordo com a necessidade do controle de vibração. Além disso, foi utilizado um código computacional para a representação do comportamento termomecânico de molas SMA assim como um programa baseado no Método de Elementos Finitos (MEF) para a simulação do comportamento dinâmico dos rotores. Os resultados das análises numéricas demonstram que as SMA são eficientes no controle de vibração de sistemas rotativos devido obterem-se reduções significativas das amplitudes de deslocamento, modificações nas velocidades críticas, supressão de movimentos indesejáveis e controle das órbitas de precessão.

**Palavras-chave**: análise numérica, controle de vibração, ligas com memória de forma, sistemas rotativos.

#### ABSTRACT

The application of shape memory alloys (SMA) has been showed as a promising alternative in the vibration control area mainly due to the shape memory and pseudoelastic phenomena which this alloys present. In addition, they show large recovery forces and damping capacity when compared to traditional materials. Despite a great number of papers dealing with SMA abilities applied to vibration control in structures, there are only a few reports about applications of SMA in rotordynamics. Hence, this work focuses basic aspects in the numerical application of SMA actuators for vibration control in rotating machines. In the first analysis of this work it is used a Jeffcott rotor with SMA sleeves placed into one of the bearings. It has been employed different sleeve thickness in the martensite and austenite states and the changes in terms of amplitude and frequency are compared. Furthermore, in the second analysis, two different rotating systems with two discs and SMA springs applied at one and both bearings are analyzed under different set-ups. The springs have been placed externally to bearings and the work temperature is set according to the requirement of vibration control. Moreover, it was used a computational code to represent the thermomechanical behavior of SMA springs as well as a numerical code based on Finite Element Method (FEM) to simulate the dynamic behavior of rotors. The results of the numerical analyses demonstrated the SMA are efficient in the vibration control of rotating systems due to accomplish great reductions in the displacement amplitudes, changes in the critical speeds, suppression of unwanted movements and control of precession orbit shape.

Keywords: numerical analysis, vibration control, shape memory alloys, rotating systems.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Exemplos de controles passivo utilizando isoladores de vibrações26
Figura 2.2 – Diagrama esquemático de um sistema de controle ativo (CHENG <i>et al.</i> , 2008,
Figura 2.3 – Atuador pneumático utilizado no controle ativo de um helicóptero
Figura 2.4 – Elementos principais de uma estrutura inteligente (ROCHA, 2004, modificado).
Figura 2.5 – Ativação de um fluido MR: (a) nenhum campo magnético aplicado; (b) campo
magnético aplicado; (c) cadeia de partículas ferrosas formadas (GONÇALVES et al., 2006).
Figura 2.6 - Representação das transformações de fase envolvidas nos mecanismos (a) de
memória de forma e (b) pseudoelástico (LOMBARDI e PONCET, 2004, modificado)31
Figura 2.7 - Comportamento Tensão-Deformação-Temperatura das SMA (PONS et al., 1997,
modificado)
Figura 2.8 - Diagrama esquemático da evolução da fração martensítica em função da
temperatura (LIANG e ROGERS, 1993, modificado)32
Figura 2.9 - Aplicação de fios SMA pseudoelásticos para recuperação de forma de uma
estrutura civil de teste fissurada devido ao carregamento (SONG et al., 2006)35
Figura 2.10 - Estrutura compósita híbrida utilizando 4 fitas de Nitinol na posição (a) não
ativada e (b) ativada (BAZ <i>et al.</i> , 2000)
Figura 2.11 - Esquema de um atuador de junta rotativa aplicando material SMA (WANG e
SHAHINPOOR, 1997, modificado)
Figura 2.12 – Representação do sistema multi-estágio para isolação de vibrações impulsivas
(GRANT e HAYWARD, 1999, modificado)
Figura 2.13 - Representação esquemática da seção transversal de uma viga compósita
reforçada com fibras de Nitinol (BAZ et al., 1994, modificado)
Figura 2.14 – Deformações das conexões SMA: (a) ângulo de inclinação entre superfícies em
0,043 rad, (b) após o descarregamento (MA <i>et al.</i> , 2007)
Figura 2.15 - Modelo numérico demonstrando a aplicação de fitas SMA em uma luva
compósita (a) totalmente e (b) parcialmente preenchida (ZAK <i>et al.</i> , 2003)39
Figura 2.16 – Modelo esquemático de molas SMA em paralelo para o controle de vibração em
um mancal (HE et al., 2007b, modificado)
Figura 2.17 – Seção transversal do rotor com fios SMA embutidos (GUPTA, 2000)41
Figura 2.18 – Protótipo de um mecanismo com SMA que se move como um dedo polegar43

Figura 2.19 – Efeito pseudoelástico demonstrado em óculos de uso comum (MARFIA <i>et al.</i> 2003)			
Figura 2.20 – Protótipo de uma ponte que utiliza materiais SMA para alterar a sua forma			
(MUUKKONEN e KATAINEN, 2003)			
Figura 2.21 – Dispositivos biomédicos: (a) Filtro de Simon <sup>2</sup> , (b) Arcos ortodônticos (PAIVA			
<i>et al.</i> , 2003)			
Figura 2.22 – Exemplo de aplicação de um <i>stent</i> <sup>3</sup> feito de SMA para desobstrução de uma artéria humana.			
Figura 2.23 – Exemplo de aplicação das SMA em conectores (LEDERLÉ, 2002, modificado). 			
Figura 3.1 – Representação do rotor De Laval sobre mancais flexíveis			
Figura 3.2 – Órbitas de oscilação do rotor: (a) órbita direta; (b) órbita retrógrada (QUITZRAU, 2002)			
Figura 3.3 – Representação do efeito giroscópico (QUITZRAU, 2002)			
Figura 3.4 – Modelo com anisotropia de rigidez em direções ortogonais (plano <i>y-z</i> )			
Figura 3.5 – Órbita de precessão direta de um sistema rotativo (HAN e LEE, 1999)53			
Figura 3.6 – Representação de um elemento finito de viga (MESQUITA, 2004)			
Figura 3.7 – Exemplo de SDI Plot evidenciando zonas de ocorrência de precessões direta e			
retrógrada			
Figura 3.8 – Diagrama de transformação tensão-temperatura para o modelo de Tanaka (1986)			
e Liang e Rogers (1990) com as zonas de transformação ativas (DE LA FLOR et al., 2006).61			
Figura 3.9 – Diagrama de transformação tensão-temperatura para o modelo de Brinson (1993)			
evidenciando as zonas de transformação ativas (DE LA FLOR et al., 2006)64			
Figura 3.10 – Seção de um elemento da mola helicoidal (LIANG e ROGERS, 1993)			
Figura 4.1 – Geometria e dimensões do modelo de sistema rotativo com 1 disco71			
Figura 4.2 – Modelo de elementos finitos de um rotor com mancais convencionais flexíveis.			
Figura 4.3 – Geometria do elemento SOLID95 (ANSYS <sup>®</sup> , 1994)72			
Figura 4.4 – Geometria do elemento BEAM188 (ANSYS <sup>®</sup> , 1994)			
Figura 4.5 – Geometria do elemento COMBIN14 (ANSYS <sup>®</sup> , 1994)73			
Figura 4.6 – Representação das restrições na interface entre o eixo e disco			
Figura 4.7 – Modelo de elementos finitos de um rotor com mancais flexíveis e luva SMA75			
Figura 4.8 – Representação das restrições na luva e interface entre o eixo e disco76			
Figura 4.9 – Representação do mapeamento das divisões do modelo sem luva SMA77			

Figura 4.10 - Resultado do teste de convergência de malha considerando (a) as divisões do
eixo e (b) do disco para o 1º modo natural79
Figura 4.11 – Representação do mapeamento das divisões do modelo com luva SMA
Figura 4.12 – Primeiro modo para o modelo (a) sem luva e (b) com luva
Figura 4.13 – Visualização da 1ª forma modal do modelo com luva de 6 mm e as condições de
contorno na interface eixo-disco81
Figura 4.14 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 2 mm
Figura 4.15 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 4 mm83
Figura 4.16 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 6 mm
Figura 5.1 – Zonas de transformação das ligas com memória de forma
Figura 5.2 - Curvas isotérmicas (a) carga-deflexão e (b) tensão-deformação para a mola
SMA. Os pontos em destaque representam os limites elásticos da mola em $T < M_f$ e $T > A_f$ . 90
Figura 5.3 - Curvas isotérmicas carga-deflexão evidenciando os limites elásticos para as
regiões com (a) $T > M_S$ e (b) $T > A_f$
Figura 5.4 – Comportamento da mola SMA a (a) temperaturas abaixo de $M_S$ com (b) detalhe
da separação entre os limites elástico-linear e quasiplástico-não linear91
Figura 5.5 - Curvas isotérmicas das frações martensíticas (a) mono e (b) multi-variante em
função do carregamento
Figura 5.6 – Esquema do sistema rotativo simétrico com dois discos
Figura 5.7 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo
Figura 5.8 – Resposta ao desbalanceamento medida (a, b) nos nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de
Campbell do modelo rotativo simétrico com mancais convencionais
Figura 5.9 – Representação do mancal 2 com molas SMA95
Figura 5.10 – Resposta ao desbalanceamento medida (a, b) nos nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de
Campbell do modelo rotativo simétrico com mancal não ativado
Figura 5.11 – Resposta ao desbalanceamento medida nos (a, b) nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de
Campbell do modelo rotativo simétrico com mancal ativado98
Figura 5.12 - Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos
convencional e com mancal não ativado99
Figura 5.13 - Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos
convencional e com mancal ativado100
Figura 5.14 - Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos com
mancal não ativado e ativado101
Figura 5.15 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo assimétrico

Figura 5.16 - Resposta ao desbalanceamento para o modelo com o mancal 1 isotrópico e o
mancal 2 anisotrópico
Figura 5.17 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com isotropia nos mancais e com
molas SMA no estado martensítico no mancal 2104
Figura 5.18 - Resposta ao desbalanceamento para o modelo com anisotropia em ambos os
mancais
Figura 5.19 - Resposta ao desbalanceamento para o modelo com o mancal 1 anisotrópico e o
mancal 2 isotrópico com molas SMA
Figura 5.20 - Resposta ao desbalanceamento para o modelo com ambos os mancais
isotrópicos e com molas SMA107
Figura 5.21 – Órbitas do modelo com mancais convencionais anisotrópicos e diferentes para
as três velocidades de rotação108
Figura 5.22 - Órbitas do modelo com mancais SMA isotrópicos e diferentes para as três
velocidades de rotação110
Figura 5.23 – Órbitas do modelo com mancais convencionais anisotrópicos, diferentes e com
desbalanceamento fora de fase para as três velocidades de rotação111
Figura 5.24 - Órbitas do modelo com mancais SMA anisotrópicos, diferentes, e com
desbalanceamento fora de fase para as três velocidades de rotação112

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Algumas ligas metálicas que exibem o efeito memória de forma (OTSUKA e
WAYMAN, 1998)
Tabela 3.1 – Comparação entre os parâmetros dos modelos de Tanaka (1986), Liang e Rogers
(1990) e Brinson (1993) (VALENZUELA et al., 2008)67
Tabela 4.1 – Parâmetros materiais para a liga Ni55Ti (VALENZULELA et al., 2008)76
Tabela 4.2 – Teste de convergência de malha para o eixo e disco
Tabela 4.3 – Teste de convergência de malha para o eixo, disco e luvas em $T \le M_{f}$
Tabela 4.4 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação
entre os modelos sem e com a presença da luva de 2 mm
Tabela 4.5 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação
entre os modelos sem e com a presença da luva de 4 mm
Tabela 4.6 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação
entre os modelos sem e com a presença da luva de 6 mm
Tabela 4.7 - Frequências naturais (Hz) para o primeiro e terceiro modos de vibração -
Comparação entre os modelos com a presença da luva82
Tabela 4.8 – Resultado das amplitudes em y medidas nas velocidades críticas antes e depois
da ativação da luva SMA
Tabela 5.1 – Dimensões do sistema rotativo simétrico com dois discos
Tabela 5.2 – Condições para os estados de não ativação e ativação

## LISTA DE SIGLAS

APT	Active Property	Tuning (Sinton	ização Ativa de	Propriedades)
-----	-----------------	----------------	-----------------	---------------

- ASET *Active Strain Energy Tuning* (Sintonização Ativa da Energia de Deformação)
- ER Fluidos Eletro-reológicos
- FRDD Função Resposta ao Desbalanceamento Direcional
- GDL Grau de Liberdade
- MEF Método de Elementos Finitos
- MR Fluidos Magneto-reológicos
- NITINOL NiTi *Naval Ordance Laboratory* (Liga de NiTi com efeito memória de forma descoberta no Laboratório de Material Bélico Naval dos EUA)
- ODS *Operational Deflection Shape* (Forma de Deflexão Operacional)
- SDI *Shape and Directivity Index* (Índice de Diretividade e Forma)
- SMA Shape Memory Alloys (Ligas com Memória de Forma)
- SME *Shape Memory Effect* (Efeito Memória de Forma)

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Letras Arábicas

[D]	Matriz que representa o amortecimento e os termos giroscópicos
[K]	Matriz que representa os termos de rigidez e amortecimento interno
[M]	Matriz de inércia
$\{g\}$	Força de excitação complexa
$\{p\}$	Vetor de deslocamentos complexo
$\{Q\}$	Vetor da forças de excitação
$\{q\}$	Vetor das coordenadas generalizadas
$A_f$	Temperatura final de formação da austenita (Austenite finish)
$A_s$	Temperatura inicial de formação da austenita (Austenite start)
С	coeficiente de amortecimento
С	Localização do centro geométrico do disco
$C_M, C_A$	Coeficientes de influência da tensão nos estados martensítico e austenítico
$d_d$	Diâmetro do disco
$d_e$	Diâmetro do eixo
$D_M, D_A$	Módulos de elasticidade nos estados martensítico e austenítico
dx	Comprimento infinitesial de um elemento da mola helicoidal
е	Excentricidade do desbalanceamento
$F, \{f\}$	Força de excitação
G	Localização do centro de massa
j, <del>-</del> j	Número complexo e seu conjugado
<i>k</i> , <i>K</i>	Coeficientes de rigidez
$l_i$	Comprimento de uma seção <i>i</i> do eixo
т	Massa desbalanceadora
$M_{f}$	Temperatura final de formação da martensita (Matensite finish)
$M_{ m s}$	Temperatura inicial de formação da martensita (Matensite start)
N	Número de estações do rotor; número de espiras ativas da mola helicoidal
0	Origem do centro de coordenadas cartesianas; ponto de interseção entre a linha
	que une os mancais e o plano de rotação
р	Deflexão do eixo (coordenada complexa)
$p_b, p_f$	Componentes de precessão retrógrada e direta
R	Raio médio da mola helicoidal
r	Razão de frequências; raio do fio da mola helicoidal

t	Tempo; espessura do eixo
Т	Temperatura
<i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i>	Coordenadas cartesianas
У	Deflexão da mola helicoidal
$Y_a, Z_a$	Amplitudes de vibração nas direções y e z
$y_c, z_c$	Coordenadas do centro do eixo nas direções y e z

# Letras Gregas

$\phi$	Ângulo de fase entre $C$ e $G$ medido no sistema de coordenadas móvel		
$\sigma^{\scriptscriptstyle cr}_{\scriptscriptstyle s},\sigma^{\scriptscriptstyle cr}_{\scriptscriptstyle f}$	Tensões críticas para o início e finalização da transformação martensítica induzida		
	por tensão		
μ	Coeficiente de Poisson		
dα	Ângulo infinitesimal de rotação da mola helicoidal		
β	Ângulo de fase entre O e C medido no sistema de coordenadas fixo		
γ	Ângulo de deformação da mola helicoidal		
З	Deformação		
$\mathcal{E}_L$	Máxima deformação residual		
ζ	Fator de amortecimento viscoso		
Θ	Tensor de transformação de fase		
ξ	Fração de martensita total		
$\xi_M$	Fração de martensita multivariante		
ξs	Fração de martensita monovariante		
ρ	Massa específica		
σ	Tensão normal		
τ	Tensão cisalhante		
arphi	Ângulo de fase entre $C$ e $G$ medido no sistema de coordenadas fixo		
ω	Frequência		
$\omega_n$	Frequência natural		
Ω	Velocidade de rotação; tensor termoelástico		

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O estudo da dinâmica de rotores apresenta-se como um tema importante dentro da área de vibrações mecânicas devido à grande aplicação encontrada em diversos setores, notoriamente o industrial. Nesse sentido, sabe-se que os rotores apresentam deslocamentos, deformações e tensões relacionadas às condições físicas em que o mesmo se encontra e que o seu comportamento está intimamente associado aos fenômenos provenientes do movimento rotativo. Sabe-se ainda que há dois movimentos rotativos principais envolvidos nessa dinâmica, os quais são a rotação própria (*spin*) e uma rotação secundária (*whirl*) caracterizada pela órbita do eixo defletido em torno da linha imaginária que liga os mancais (MUSZYNSKA 1996; GENTA, 1998).

No projeto de uma máquina rotativa a escolha adequada da sua frequência de operação caracteriza-se como um ponto de fundamental importância para o bom funcionamento do equipamento, pois caso o mesmo opere próximo a uma de suas frequências naturais a vibração resultante pode gerar grandes danos ao sistema rotativo e às partes interligadas a ele.

Para tentar minimizar os efeitos provocados pelos fenômenos vibratórios são aplicadas técnicas de isolamento de vibrações que se dividem basicamente em (MEIROVITCH, 1990; HARRIS, 1997): isolamento passivo, no qual a vibração transmitida do equipamento para a fundação (ou, caso contrário, da fundação/base para o equipamento/estrutura) é isolada através do conhecimento da frequência da excitação, dos parâmetros de massa do equipamento, rigidez e amortecimento do isolador; o isolamento ativo, geralmente utilizado quando a frequência de vibração varia com o tempo, sendo que são empregados sensores que enviam sinais elétricos para atuadores ligados entre as partes/componentes que interagem; o isolamento semi-ativo ou adaptativo, o qual consiste em um tipo de isolação passiva em que os atuadores podem se adaptar a diferentes condições de operação a partir de um sinal de controle ou um estímulo externo.

Muitas vezes a condição estacionária dos rotores não é mantida devido à necessidade de se ajustar a velocidade de rotação a diferentes condições de operação, ou mesmo o simples fato de iniciar e desligar um equipamento rotativo faz com que o sistema sob efeito de amortecimento interno, anisotropias, assimetrias e forças diferenciadas alterem a sua dinâmica e modifiquem completamente a resposta prevista para um sistema estacionário.

Nestes casos de não-estacionaridade, o controle passivo não tem a mesma eficiência, sendo então necessário o uso do controle ativo ou adaptativo de vibrações. No que se refere ao controle adaptativo, vários são os tipos de atuadores empregados na função de controle, sendo que dentre eles os mais destacados são os fluidos eletroreológicos e magnetoreológicos, eletroestrictivos e magnetoestrictivos, e as ligas com memória de forma.

As ligas com memória de forma (*Shape Memory Alloys* – SMA) têm se mostrado muito promissoras no desenvolvimento de sistemas de controle de vibrações, permitindo a confecção de sistemas muito mais leves, compactos e que possuem capacidade de suportar grandes cargas e deformações em relação às soluções tradicionais (LAGOUDAS *et al.*, 1997; OTSUKA e WAYMAN, 1998; REYNAERTS e BRUSSEL, 1998; HUMBEECK, 1999). Assim, o emprego das inúmeras aplicações potenciais de SMA representa um grande desafio científico e tecnológico na área de materiais e estruturas inteligentes.

As potencialidades das SMA já vêm sendo exploradas até mesmo comercialmente em países como Estados Unidos, Japão, Alemanha, China, Rússia, França e Inglaterra. No Brasil há alguns grupos de pesquisa trabalhando com estes materiais: o grupo Fenômenos Não-Lineares e Caos do Instituto Alberto Luis Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ); os grupos de pesquisa na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), na Fundação Centro Tecnológico de Minas Gerais (CETEC/MG) e na Universidade Federal de Campina Grande (UFCG); o Grupo Avançado de Materiais Estruturais e Funcionais (UnB) e o grupo Novos Materiais Metálicos na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Há ainda alguns outros trabalhos mais pontuais sendo desenvolvidos pelos grupos de Propriedades Físicas e Comportamento Mecânico de Materiais no Instituto Militar de Engenharia (IME), Métodos Numéricos em Plasticidade e Grandes Deformações na UFRJ e o Grupo de Fadiga e Materiais Aeronáuticos na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita (UNESP - Campus Ilha Solteira). Contudo, a grande maioria dos trabalhos desenvolvidos por estes grupos envolvem, basicamente, a fabricação de SMA, sua caracterização termomecânica, modelagem e simulação.

### 1.2 MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está inserido no contexto do projeto "Aplicação de Ligas com Memória de Forma para Controle de Vibração em Máquinas e Estruturas", originado em parceria entre a Universidade de Brasília (UnB), Universidade Federal do Pará (UFPA) e Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), sendo financiado pelas Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A (Eletronorte). O referido projeto teve como foco principal explorar o comportamento termomecânico das SMA para desenvolver sistemas de controle de vibração para máquinas e estruturas, visando, principalmente:

- Redução de custos de manutenção associada a problemas gerados por vibração;
- Aumento da disponibilidade de equipamentos sujeitos a condições que geram vibração;
- Formar recursos humanos em níveis de graduação e pós-graduação nesta linha de pesquisa nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste, uma vez que o projeto possui caráter multiinstitucional e multi-regional.

Nesse contexto, esta dissertação de mestrado apresenta como uma de suas motivações a necessidade de explorar a potencialidade das SMA no desenvolvimento de sistemas de controle de vibração de forma mais eficiente que outras soluções convencionais.

Além disso, há poucos estudos na literatura científica que tratam da aplicação das SMA em máquinas rotativas, ao contrário do que ocorre com o controle de vibração via SMA em estruturas. Isto pode ser explicado pois os sistemas rotativos, muitas vezes, não se comportam de forma usual, apresentando um comportamento bastante complexo em certos casos e que na maioria das vezes está relacionado a um ou mais fatores como, por exemplo, tipo de mancais e distribuição de rigidez, variação da velocidade de rotação, geometria do eixo e discos, grau e tipo de amortecimento presente, natureza das forças perturbadoras, etc.

Ressalta-se também a importância em desenvolver sistemas de controle de vibração para componentes rotativos utilizando as SMA uma vez que há um extenso campo de aplicação em diversos setores, principalmente na indústria, em que se destaca a utilização de turbinas, geradores, motores, bombas, etc., sendo que na grande maioria dos casos ainda se utilizam as formas convencionais para tratar de problemas relacionados ao controle de vibração.

#### **1.3 OBJETIVOS**

#### 1.3.1 Objetivo Geral

Modelar e simular numericamente sistemas de controle de vibração para máquinas rotativas baseado no comportamento termomecânico das SMA.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Simular numericamente o controle de vibração em máquinas rotativas utilizando a propriedade de variação do módulo elástico de luvas SMA;
- Desenvolver um modelo numérico utilizando o *software* MATLAB<sup>®</sup> para a representação do comportamento termomecânico de molas SMA;
- Empregar o modelo termomecânico de molas SMA no controle de vibração de máquinas rotativas e utilizar a propriedade de variação de rigidez a diferentes temperaturas.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho, composto por seis capítulos, encontra-se assim distribuído:

Neste capítulo 1 é realizada uma síntese a respeito da utilização dos tipos de controle de vibração em estruturas e máquinas rotativas, a começar pelo controle passivo, passando ao controle ativo e adaptativo. São também discutidas neste capítulo as principais motivações para a realização deste trabalho, além dos objetivos que se pretendem alcançar ao final do mesmo.

No capitulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica detalhada referente ao controle de vibração em estruturas e máquinas rotativas. É também realizada uma abordagem sobre os principais mecanismos que fazem parte do comportamento termomecânico das SMA, além de serem mostradas diversas aplicações de controle adaptativo em estruturas, rotores e dispositivos em geral.

No capítulo 3 a abordagem matemática usual destinada ao estudo da dinâmica de rotores é apresentada. É também discutida – do ponto de vista convencional, ou seja, sem a aplicação de componentes SMA – a utilização do modelo do rotor De Laval (ou Jeffcott) com isotropia e anisotropia de rigidez nos apoios. Para esta última situação, aborda-se (além de outros aspectos) o surgimento dos movimentos de precessão retrógrada (*backward whirl*) misto e em que condições tais fenômenos podem ocorrer. O emprego do método de elementos fínitos (MEF) para a modelagem de sistemas rotativos com vários graus de liberdade utilizando-se coordenadas complexas é também objeto de estudo deste capítulo. Além disso, dois modelos constitutivos macro-mecânicos empregados para a representação do comportamento termomecânico das SMA é utilizado. Por fim, um modelo representativo do comportamento de molas SMA também é apresentado.

No capítulo 4 o comportamento dos sistemas rotativos é numericamente explorado através da utilização de luvas SMA. Inicialmente, um sistema rotativo simples tipo De Laval é analisado. No segundo modelo são utilizadas externamente ao mancal luvas SMA, as quais permitem a variação dos módulos de elasticidade entre os estados martensítico e austenítico. São também empregadas variações na espessura da luva de forma a identificar qualitativa e quantitativamente aquela que apresenta o melhor desempenho no controle de vibração do sistema em termos de ganhos de amplitude e frequência.

O capítulo 5 encontra-se divido em duas etapas. A primeira delas consiste na implementação numérica do modelo macro-mecânico unidimensional de Brinson (1993) aplicado ao caso da simulação do comportamento de molas helicoidais SMA durante os processos de carga/descarga à temperatura constante. Na segunda etapa são executadas simulações em um sistema rotativo com dois discos posicionados simetricamente em relação às extermidades do eixo, sendo que o controle de vibração é realizado por elementos de mola cujo comportamento termomecânico fora determinado na primeira parte deste capítulo. Um segundo modelo é desenvolvido para a observação dos fenômenos de precessão retrógrado e misto. Contudo, os discos são assimetricamente posicionados no eixo e as Funções Respostas ao Desbalanceamento Direcional (FRDD), Índice de Diretividade de Forma (SDI) e Formas de Deflexão Operacionais (ODS) são utilizadas como ferramentas no auxílio ao controle de vibração.

No capítulo 6, por fim, apresentam-se as conclusões e sugestões para futuros trabalhos julgadas como importantes, baseando-se nos resultados obtidos a partir das simulações realizadas ao longo deste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No presente capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica referente ao controle de vibração em estruturas e máquinas rotativas. A princípio, são abordados os principais métodos de controle de vibração, iniciando-se com um método tradicional – método de controle passivo – até a análise de métodos mais avançados e eficientes, como é o caso dos métodos ativo e adaptativo. Neste último, expande-se a análise a alguns materiais que são empregados em sistemas adaptativos, dando ênfase à utilização das potencialidades das ligas com memória de forma para o controle de vibração em estruturas e máquinas rotativas. Ao final do capítulo são mostradas algumas aplicações das SMA em situações cotidianas, médicas e industriais.

#### 2.2 MÉTODOS DE CONTROLE DE VIBRAÇÃO

Vários métodos têm sido aplicados ao controle de vibrações na engenharia. Tradicionalmente, isoladores passivos e amortecedores são usados para atenuar vibrações mecânicas. Por exemplo, a instalação de suportes com características destacadas de rigidez e amortecimento entre as máquinas e suas fundações (HARRIS, 1997; NAKRA, 1998) ou adicionando absorvedores passivos em estruturas (SOONG e DARGUSH, 1997) são práticas comuns na isolação e atenuação de vibração em sistemas dinâmicos e estruturais (Figura 2.1). Contudo, devido a algumas limitações no uso de dispositivos passivos e com o avanço da tecnologia de sensores, atuadores e processamento digital de sinais, há um crescente desenvolvimento da pesquisa na área de controle ativo e adaptativo de vibrações (MEIROVITCH, 1990; CLARK *et al.*, 1998).

Os métodos de controle passivo consistem basicamente em utilizar elementos que dissipam e/ou absorvem a energia vibratória do sistema convertendo-a em energia térmica através do aquecimento do material que está diretamente sujeito à excitação externa (SOONG e DARGUSH, 1997). Tais métodos são utilizados em situações cuja resposta em frequência do sistema seja invariável ao longo do tempo (regime permanente). Outras características dos sistemas passivos que lhes garantiram ampla utilização ao longo dos anos é que eles não necessitam de energia externa para a realização da função de controle, possuem custo relativamente baixo e facilidade de manutenção (MEIROVITCH, 1990; SOONG e DARGUSH, 1997).



Figura 2.1 – Exemplos de controles passivo utilizando isoladores de vibrações.

Sistemas de isolação passiva tradicionais podem atenuar picos de ressonância aumentando-se o amortecimento e com a concessão básica de aumentar a transmissão de frequências além da frequência natural do sistema (HARRIS, 1997; CLARK *et al.*, 1998; NAKRA, 1998). Isto é devido às elevadas forças necessárias para amortecer a ressonância que são então transmitidas em frequências mais elevadas (GRANT e HAYWARD, 1999). Do mesmo modo, uma isolação passiva necessita ser bastante "leve" de forma que a frequência natural devido à massa da máquina esteja bem abaixo da menor frequência está em desacordo com a necessidade de produzir uma fundação que forneça um elevado grau de estabilidade à máquina, possibilitando que sejam realizados alinhamentos precisos de eixos que estão em conexão com outros eixos, por exemplo (JENKINS et al., 1993).

Existem também limitações em relação ao uso do controle passivo quando a resposta do sistema é variável com o tempo, como é o caso das partidas (*start-up*) e paradas (*shut-down*) de máquinas rotativas, ou mesmo simples variações nas frequencias de trabalho de sistemas mecânicos. Nestes casos, tal método torna-se ineficiente e pode até elevar o nível de vibração do conjunto.

Técnicas de controle ativo são geralmente empregadas quando a resposta em frequência do sistema é variável ao longo do tempo. Tais técnicas requerem a utilização de energia externa, a qual é aplicada para reduzir a vibração do sistema mecânico por uma modificação automática na resposta estrutural do sistema (CHEN e LEVY, 1999).

Os sistemas de controle ativo consistem basicamente de três elementos: o atuador, o sensor e o controlador (Figura 2.2). A função dos atuadores é realizar as intervenções no sistema de forma que a variável de controle responda adequadamente aos estímulos externos ou aos sinais de controle. Os sensores são responsáveis pela percepção do comportamento real da variável de controle e sua transmissão aos controladores, que por sua vez tem como função comparar o valor real da variável de controle ao valor desejado para esta variável e determinar a ação a ser executada pelo atuador de forma a minimizar a diferença entre o comportamento real e o desejado (JANOCHA, 1999; UTKU, 1998).



Figura 2.2 – Diagrama esquemático de um sistema de controle ativo (CHENG *et al.*, 2008, modificado).

Segundo Lederlé (2002) é possível dividir materiais ativos em diferentes categorias de acordo com o princípio de atuação que envolve o controle. A maioria desses sistemas são ativados por um dos três tipos de campos:

- Campos elétricos: Cerâmicas e polímeros eletroestrictivos e piezoelétricos (PZT, PZNPT, etc.) são governados por uma tensão aplicada às amostras e/ou podem fornecer uma tensão quando eles são deformados;
- Campos magnéticos: Materiais magnetoestrictivos e SMA magnéticas são governados por um campo magnético que possibilitam a atuação sem contato. Entretanto, eles têm uma grande desvantagem de às vezes necessitarem de grandes quantidades de solenóides para executarem o controle;
- Campos térmicos: Uma das formas de ativação das propriedades das SMA é através de uma mudança na temperatura. O Nititnol, um composto de níquel e titânio mais alguns elementos minoritários, possui o maior emprego dentro dessa classe de ligas. O aquecimento é frequentemente realizado através da aplicação de resistências (efeito Joule).

Os tipos de atuadores utilizados no controle ativo de vibrações podem ser classificados em totalmente ativos e semi-ativos. Os atuadores totalmente ativos são capazes de fornecer energia mecânica ao sistema (FULLER *et al.*, 1996). Exemplos destes atuadores são os *shakers* eletromagnéticos, atuadores piezolétricos cerâmicos, dispositivos eletro-

hidráulicos, pneumáticos (Figura 2.3), etc. Atuadores semi-ativos comportam-se essencialmente como elementos passivos que podem armazenar ou dissipar energia. Seu uso em controle ativo origina-se do fato que suas propriedades mecânicas podem ser ajustadas pela aplicação de um sinal de controle e então tais sistemas algumas vezes são chamados de "adaptativos". Como exemplo de dispositivos semi-ativos, existem os atuadores construídos usando fluidos eletroreológicos ou magnetoreológicos (ASHOUR *et al.*, 1996; HIETANEN, 2001), ou ainda os atuadores formados por ligas com memória de forma (SRINIVASAN *et al.*, 1991; CHEN e LEVY, 1999; CHOI e HWANG, 2000).



Figura 2.3 – Atuador pneumático utilizado no controle ativo de um helicóptero.

Os sistemas de controle semi-ativo ou adaptativo possuem a capacidade de se ajustar a diferentes condições de operação em resposta a estímulos externos ou sinais de controle (JANOCHA, 1999; GORDON, 1981; GANDHI e THOMSON, 1994; SRINIVASAN e MCFARLAND, 2001). Eles são também constituídas por atuadores, sensores e controladores (JANOCHA, 1999).

O projeto de pilotos automáticos para aeronaves de alto desempenho foi uma das primeiras motivações para a pesquisa em assuntos relacionados ao controle adaptativo nos anos 50, devido operarem em uma ampla faixa de velocidades e altitudes e a sua dinâmica ser não-linear e conceitualmente variável no tempo (IOANNOU e SUN, 1995). Nos últimos anos têm havido várias demonstrações sobre a aplicação de tecnologia de estruturas adaptativas nas áreas de engenharia civil, mecânica e aeroespacial (MATSUZAKI, 2005).

Embora muitos controladores de processos sejam "adaptativos" no sentido de que eles modificam sua saída em resposta a uma variação no erro, um verdadeiro controlador adaptativo adequa-se não somente à sua saída, mas também à estratégia de controle base. Ele é capaz de ajustar seus próprios parâmetros ou, caso contrário, modificar sua lei de controle de forma a acomodar mudanças fundamentais no comportamento do processo (VANDOREN, 2003). A Figura 2.4 mostra de maneira esquemática os principais elementos de uma sistema inteligente para utilização no controle adaptativo (ROCHA, 2004).



Figura 2.4 – Elementos principais de uma estrutura inteligente (ROCHA, 2004, modificado).

Em relação aos materiais utilizados como atuadores em sistemas de controle adaptativos, podem ser citados os fluidos eletroreológicos (ER) e magnetoreológicos (MR), os quais caracterizam-se como dispersões coloidais de partículas sólidas em um meio fluido isolante que experimentam modificações reversíveis de suas propriedades reológicas (viscosidade, plasticidade e elasticidade) quando submetidos a campos elétricos ou magnéticos externos, respectivamente (CARVALHAL, 2005).

Existem numerosas hipóteses quanto à definição do mecanismo exato das interações inerentes ao efeito eletroreológico, parecendo haver um consenso acerca do mecanismo inicial da resposta do sistema: o campo elétrico externo induz o aparecimento de dipolos elétricos nas partículas do soluto, que interagem para formar fibras que se alinham na direção das linhas de campo. Contudo, esta fibrilação, por si só, não explica o aumento da tensão de cisalhamento observada em fluidos em movimento, fato explicado pela ocorrência de interações eletrostáticas entre as partículas polarizadas que provocam o aparecimento de cadeias longas (*clusters*) que bloqueiam o escoamento do solvente (CARVALHAL, 2005).

De acordo com Gonçalves *et al.* (2006), fluidos MR possuem a capacidade de modificar um estado fluido para um semi-sólido ou plástico instantaneamente após a aplicação de um campo magnético (Figura 2.5). Neste estado semi-sólido, o fluido exibe um comportamento viscoplástico o qual é caracterizado por uma tensão de escoamento dependente do campo. Esta tensão combinada com a rápida resposta à aplicação de um campo magnético faz dos fluidos MR uma tecnologia atrativa em muitas aplicações.

Em geral, um fluido ER é capaz de modificar facilmente suas propriedades reológicas por meio da aplicação de pólos elétricos, enquanto um fluido MR possui maior complexidade no controle dessas propriedades devido à forte influência dos parâmetros do circuito magnético. Por outro lado, fluidos MR apresentam vantagens de possuírem tensões de escoamento mais elevadas, sendo insensíveis a contaminantes em geral (água, por exemplo),

ao uso de baixas tensões, etc. Assim, na maioria das situações, os fluidos MR são mais atrativos do que fluidos ER (WANG e MENG, 2005).



Figura 2.5 – Ativação de um fluido MR: (a) nenhum campo magnético aplicado; (b) campo magnético aplicado; (c) cadeia de partículas ferrosas formadas (GONÇALVES *et al.*, 2006).

Nesse mesmo campo de aplicação de materiais adaptativos, encontram-se também as ligas com memória de forma, uma classe singular de materiais cujo comportamento termomecânico e algumas particularidades são discutidos no tópico subsequente.

## 2.3 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA (SHAPE MEMORY ALLOYS – SMA)

As ligas com memória de forma enquadram-se em uma certa classe de materiais inteligentes (*smart materials*) capazes de assumir formas previamente definidas quando submetidas a determinados níveis de temperatura (denominadas temperaturas de transformação) ou tensão (DELAEY *et al.*, 1974; OTSUKA e WAYMAN, 1998). A capacidade dessas ligas em manter grandes forças e deslocamentos, de alterar suas formas, modificar as características de rigidez e amortecimento com a aplicação de carregamento ou variação da temperatura, além do grande potencial para desempenhar o papel de atuadores compactos têm feito das SMA excelentes candidatas a aplicações em controle ativo e adaptativo de vibrações (LAGOUDAS *et al.*, 1997).

Embora as SMA sejam conhecidas há décadas, sua utilização em aplicações industriais é recente. O completo entendimento e controle de suas notáveis propriedades termomecânicas encontra-se ainda em desenvolvimento (JANKE *et al.*, 2005).

Tais ligas são conhecidas principalmente pelo seu comportamento pseudoelástico e de memória de forma, duas propriedades que surgem a partir de transformações martensíticas reversíveis (Figura 2.6) que podem ser induzidas por temperatura ou por tensão (OTSUKA e WAYMAN, 1998; WEI *et al.*, 2002; JANKE *et al.*, 2005; CHANG *et al.*, 2006).

Outro fenômeno particular das SMA e que antecede o efeito memória de forma é conhecido como quasiplasticidade, em que o material se encontra numa fase martensítica

abaixo de uma determinada temperatura característica denominada  $M_f$  (martensite finish), a qual é caracterizada, nessas ligas, por inúmeras variantes com diferentes orientações cristalográficas (WAYMAN, 1975; SHIMIZU e TADAKI, 1987). Se o material for submetido a um nível de tensão suficientemente alto, observa-se um processo de deformação em um nível de carga praticamente constante. Com o descarregamento o corpo mantém a configuração deformada. Este processo se dá pela reorientação de diferentes variantes da martensita, as quais sob uma tensão suficientemente alta têm suas diferentes orientações convertidas na direção daquela mais favoravelmente orientada em relação à carga aplicada. A este comportamento dá-se o nome de quasiplasticidade e podem envolver, em algumas ligas, deformações da ordem de 10% e podem ser recuperadas por intermédio de um simples aquecimento (WAYMAN, 1975; SHIMIZU e TADAKI, 1987).



Figura 2.6 – Representação das transformações de fase envolvidas nos mecanismos (a) de memória de forma e (b) pseudoelástico (LOMBARDI e PONCET, 2004, modificado).

Acima de uma outra temperatura característica denominada  $A_f$  (*austenite finish*), superior a  $M_f$ , as SMA encontram-se na fase austenítica. Se esta estrutura for submetida a uma determinada carga crescente, superior àquela necessária para induzir a reorientação da martensita abaixo de  $M_f$ , observa-se novamente uma deformação a um nível de tensão praticamente constante. Com o descarregamento, o corpo retorna à configuração original, porém a um nível de tensão mais baixo descrevendo uma histerese. Este comportamento está associado a uma transformação de fase martensítica induzida por tensão e é mecanicamente reversível (WAYMAN, 1975; SHIMIZU e TADAKI, 1987). Tal comportamento é denominado pseudoelasticidade, e pode envolver deformações reversíveis de até 10% em certas ligas (WAYMAN e DUERIG, 1990).

Se o corpo deformado quasiplasticamente for aquecido acima de  $A_{f}$ , observa-se que ele muda de forma, assumindo uma configuração previamente definida. Este processo

está associado à transformação da fase martensítica reorientada para a austenítica, e se deve ao fato de que acima de  $A_{f}$ , e num estado livre de tensões, a austenita é a única fase termodinamicamente estável, e por isso ela se estabelece. Esta mudança de forma com o aquecimento é denominada efeito memória de forma (WAYMAN, 1975; SHIMIZU e TADAKI, 1987). Um esquema gráfico do comportamento termomecânico das SMA é apresentado na Figura 2.7.



Figura 2.7 – Comportamento Tensão-Deformação-Temperatura das SMA (PONS *et al.*, 1997, modificado).



Figura 2.8 – Diagrama esquemático da evolução da fração martensítica em função da temperatura (LIANG e ROGERS, 1993, modificado).

As transformações de fase decorrentes da variação de temperatura podem ser ilustradas pela evolução da fração volumétrica da martensita em relação à temperatura,

conforme demonstrado na Figura 2.8. Abaixo da temperatura  $M_f$  tem-se somente martensita; em contrapartida, o material encontra-se em fase completamente austenítica acima da temperatura  $A_f$  (LIANG e ROGERS, 1993).

As temperaturas correspondentes ao início e ao fim das transformações diretas e reversas da martensita, o efeito memória de forma, o efeito pseudoelástico, a faixa de temperatura do efeito pseudoelástico e as propriedades de força da fase de alta temperatura são controladas pela composição da liga e tratamentos termomecânicos (OTSUKA e WAYMAN, 1998).

Apesar de muitas ligas exibirem o efeito memória de forma, somente as de NiTi, CuZnAl e CuAlNi são atualmente de importância comercial (REYNAERTS e BRUSSEL, 1998). Isto se deve principalmente às propriedades mecânicas necessárias, condições de temperatura específicas e custos envolvidos. Alguns exemplos de ligas com propriedades de memória de forma são exibidos na Tabela 2.1, assim como os seus respectivos processos de transformação e composições.

Liga	Composição (% atômico)	Transformação
Cu-Al-Ni	28-29Al, 3-4,5Ni	TERMOELÁSTICA
Cu-Sn	15Sn	TERMOELÁSTICA
Cu-Zn	38,5-41,5Zn	TERMOELÁSTICA
Cu-Zn-X	(X = Si, Al, Ga, Sn)	TERMOELÁSTICA
Fe-Cr-Ni-Mn-Si	9Cr, 5Ni, 14Mn, 6Si	NÃO-TERMOELÁSTICA
Fe-Mn-Si	28-33Mn, 4-6Si	NÃO-TERMOELÁSTICA
Fe-Ni-C	31Ni, 0,4C	NÃO-TERMOELÁSTICA
	31-33Ni, 10Co, 3-4Ti	TERMOELÁSTICA E
re-mi-Co-11		NÃO-TERMOELÁSTICA
Fe-Ni-Nb	31Ni, 7Nb	NÃO-TERMOELÁSTICA
Mn-Cu	5-35Cu	TERMOELÁSTICA
Ni-Al	36-38A1	TERMOELÁSTICA
Ni-Ti	49-51Ti	TERMOELÁSTICA
Ni-Ti-Cu	8-20Cu	TERMOELÁSTICA

Tabela 2.1 – Algumas ligas metálicas que exibem o efeito memória de forma (OTSUKA e WAYMAN, 1998).

Alguns autores, como é o caso de Choi e Hwang (2000), declaram que os atuadores SMA produzem relativamente elevadas forças de controle, mas exibem um tempo

de resposta lento quando comparados a outros materiais inteligentes atuantes, tais como os piezocerâmicos. Contudo, Grant e Hayward (1999) mostraram através de seu experimentos que a resposta de um atuador SMA utilizado tanto no controle passivo quanto ativo pode ser suficientemente rápida dependendo da configuração do sistema e da estratégia de controle utilizada.

Pesquisas extensivas sobre a aplicação de materiais SMA mostram que esses componentes podem ser apropriadamente empregados em estruturas a fim de melhorar, aumentar e controlar tanto as suas características estáticas quanto dinâmicas (ZAK *et al.*, 2003). Segundo Piedboeuf e Gauvin (1998), além dos efeitos memória de forma e pseudoelástico apresentados pelas SMA, significativas mudanças no módulo de elasticidade e características de amortecimento podem ser observadas. Nesse contexto, experimentos mostram que o módulo da fase austenítica pode ser de três a quatro vezes superior ao da fase martensítica (LIANG e ROGERS, 1993; GUPTA, 2000).

Em relação às características de amortecimento, pode-se dizer que, para dispositivos SMA utilizados no controle passivo de vibração, as SMA na fase martensítica possuem uma grande capacidade de amortecimento. Entretanto, é necessário aquecimento externo para provocar uma transformação de fase e recuperar sua forma original. Por outro lado, as SMA na fase austenítica possuem menor capacidade de amortecimento, mas possuem uma força de recuperação elevada para restabelecer a posição inicial da estrutura, havendo pouca deformação residual nesse caso (SONG *et al.*, 2006).

Partindo-se dos efeitos memória de forma e pseudoelástico, Jia e Rogers (1989) propõem dois conceitos para o emprego de atuadores com memória de forma em estruturas adaptativas: sintonização ativa de propriedades (*Active Properties Tuning* – APT) e sintonização ativa de energia de deformação (*Active Strain Energy Tuning* – ASET). No caso da sintonização ativa de propriedades, o elemento com memória de forma é instalado como reforçador numa estrutura compósita. Uma vez que o módulo de elasticidade dessas ligas varia fortemente com a temperatura, controlando-se o aquecimento pode-se portanto controlar tanto a rigidez quanto a resistência da estrutura como um todo. O segundo princípio, sintonização de energia de deformação, baseia-se no mesmo mecanismo. Neste, os elementos com memória de forma são pré-deformados antes da instalação na estrutura.

Apesar da preocupação usual com a degradação das propriedades das SMA a partir de vários ciclos de utilização do material, várias centenas ou milhares de ciclos pseudoelásticos podem ser executados caso as deformações sejam limitada a valores de 3 a 6% (LIANG e ROGERS, 1993; JANKE *et al.*, 2005).

#### 2.3.1 Aplicação das SMA em Estruturas

A aplicação das ligas com memória de forma em estruturas é hoje em dia um assunto bastante difundido na literatura científica. Em um desses trabalhos – o de Song *et al.* (2006) – são empregados métodos de controle passivo, ativo e adaptativo utilizando dispositivos SMA em estruturas civis. São mostradas revisões de trabalhos e aplicações de dispositivos de isolação e dissipação de energia – tais como suportes para pontes elevadas, dispositivos com fios SMA para construções, molas para isolamento e tendões para estruturas tipo pórtico, ou ainda conectores para estruturas de aço, braçadeiras para pórticos e amortecedores em cabos de pontes – empregando os efeitos de memória de forma e pseudoelástico. São ainda mostrados, entre outros resultados, a recuperação de forma de uma estrutura civil por meio de fios SMA pseudoelásticos (Figura 2.9).



Figura 2.9 – Aplicação de fios SMA pseudoelásticos para recuperação de forma de uma estrutura civil de teste fissurada devido ao carregamento (SONG *et al.*, 2006).

O controle de forma é abordado no trabalho de Baz *et al.* (2000) através da utilização de vigas compósitas embebidas com fitas de Nitinol (Figura 2.10). Além de um modelo matemático para demonstrar a interação da viga com as fitas SMA, são também revelados resultados numéricos para a determinação da distribuição de temperatura na viga compósita. Testes experimentais mostram o comportamento da viga (em termos de deflexão) para diferentes temperaturas de aquecimento e resfriamento, além da utilização de diversos valores de corrente de ativação.

No trabalho de Tsai e Chen (2002) é empregado um procedimento semelhante ao de Baz *et al.* (2000), também com vigas compósitas reforçadas com material SMA. Entretanto, o estudo da região de instabilidade da viga compósita foi objeto de estudo deste trabalho. Para tanto, análises dinâmicas (frequências naturais) e sob carregamentos estáticos foram realizadas empregando os métodos de elementos finitos e do balanço harmônico.


Figura 2.10 – Estrutura compósita híbrida utilizando 4 fitas de Nitinol na posição (a) não ativada e (b) ativada (BAZ *et al.*, 2000).

Kafka e Vokoun (2000) investigaram o comportamento de uma barra prismática sob flexão para duas formas de seção transversal diferentes: retangular e circular. Para a primeira delas, houve ainda a variação do tamanho lateral em diversos valores. O momento de recuperação da memória de forma é analisado para estes casos. Além de observarem comportamentos não-lineares com a variação nas dimensões dos lados da forma retangular, os autores constataram que esse tipo de seção transversal é substancialmente mais eficiente do que a seção tipo circular, sendo que os momentos de recuperação desta chegaram a ser 20% inferiores ao do primeiro caso.

No estudo de Wang e Shahinpoor (1997) é proposto um novo projeto de atuador de uma junta rotativa empregando um fio com efeito memória de forma (Figura 2.11). A principal preocupação neste artigo consistia em obter um coeficiente de variação de tensão ótimo entre a tensão gerada na mola e aquela observada no fio SMA para algumas posições angulares de trabalho do atuador. O comprimento e a rigidez da mola foram variáveis consideradas na satisfação das necessidades do projeto desse tipo de atuador.



Figura 2.11 – Esquema de um atuador de junta rotativa aplicando material SMA (WANG e SHAHINPOOR, 1997, modificado).

Lau (2002) analisou estruturas compósitas com fios SMA embebidos sob o ponto de vista da variação das frequências naturais e razões de amortecimento. Os efeitos de memória de forma e pseudoelástico são empregados para tal propósito. Além disso, diferentes condições de contorno são avaliadas, em especial, sob a forma não tensionada e prétensionada. Os resultados analítico-experimentais mostram que a variação das frequências naturais não é muito acentuada quando os fios SMA não estão pré-tensionados. Em contrapartida, a razão de amortecimento das vigas compósitas se elevam com o aumento da temperatura dos fios SMA, estando eles pré-tensionados ou não. Há também um aumento dessa grandeza (razão de amortecimento) quanto maior a quantidade de fios embebidos.

O estudo de Grant e Hayward (1999) foi aplicado ao caso de isolação de vibrações sob o regime de excitações impulsivas. Uma pequena bancada experimental foi projetada para alcançar o objetivo proposto (Figura 2.12). A idéia básica é combinar um atuador "forte" a um atuador "rápido" sob a forma de um sistema de isolação passivo-ativo. O atuador "forte" é composto de discos envolvidos por fibras e um perfil helicoidal, sendo a sua função atenuar as baixas frequências após o impacto. O atuador "rápido" é constituído basicamente por uma massa, fibras e discos, que em conjunto são utilizados para atenuar a vibração remanescente. Um dos principais resultados alcaçados foi o da atenuação de 87% da vibração impulsiva no período de 360 ms.



Figura 2.12 – Representação do sistema multi-estágio para isolação de vibrações impulsivas (GRANT e HAYWARD, 1999, modificado).

O trabalho proposto por Liang e Rogers (1993) consistiu em apresentar revisões sobre projetos de molas SMA abordadas por aproximações lineares e sob o ponto de vista não-linear. Os autores utilizaram um modelo constitutivo macro-mecânico desenvolvido por Liang e Rogers (1990) para representar o comportamento das molas SMA. São apresentadas aplicações desses componentes no controle de vibração em quatro casos distintos, os quais são: características de elevado amortecimento, amortecimento histerético, rigidez variável, e as características de recuperação de tensão. Um método de projeto para molas SMA baseado em uma relação constitutiva termomecânica não-linear é também apresentada.

As SMA são muitas vezes utilizadas como reforçadores em estruturas compósitas, como é o caso dos trabalhos de Baz *et al.* (1994), Baz *et al.* (2000), Tsai e Chen (2002), Lau (2002), Zak *et al.* (2003), Ostachowicz *et al.* (1999). No artigo de Baz *et al.* (1994), os autores realizaram estudos numérico-experimentais visando o controle das frequencias naturais de vigas compósitas reforçadas com Nitinol (Figura 2.13). Os modos de vibração das vigas foram analisados com e sem a presença do material SMA em várias condições de operação e a diferentes temperaturas. Os autores demonstraram então ser possível ajustar continuamente as características estruturais e adaptar-se às mudanças nas condições de operação.



Figura 2.13 – Representação esquemática da seção transversal de uma viga compósita reforçada com fibras de Nitinol (BAZ *et al.*, 1994, modificado).



Figura 2.14 – Deformações das conexões SMA: (a) ângulo de inclinação entre superfícies em 0,043 rad, (b) após o descarregamento (MA *et al.*, 2007).

Ma *et al.* (2007) investigaram o comportamento de conexões empregadas em uniões de estruturas tipo viga-coluna (Figura 2.14). O objetivo principal consistiu em averiguar a viabilidade da utilização de parafusos SMA pseudoelásticos neste tipo de estrutura, substituindo uniões mais comuns utilizadas com soldas. Ainda, foram comparados os resultados entre as uniões com parafusos comuns e aqueles feitos de material SMA. Dentre as constatações dos autores, pode-se citar a óbvia vantagem dos parafusos SMA em apresentar elongações cíclicas consideráveis em constraste aos encurvamentos plásticos localizados em vigas que empregavam conexões tradicionais.

#### 2.3.2 Aplicação das SMA no Controle de Vibração em Máquinas Rotativas

Apesar da expressiva quantidade de trabalhos científicos relacionados à aplicação de SMA em estruturas, ainda há pouca literatura técnica a respeito da utilização de SMA no controle de vibração em máquinas rotativas (IWATA e NONAMI, 1983; NAGAYA *et al.*, 1987; YAN *et al.*, 2000; ZAK *et al.*, 2003; HE *et al.*, 2007a; HE *et al.*, 2007b). Iwata e Nonami (1983) propuseram uma estratégia de auto-otimização do sistema de suporte para controlar um sistema rotativo. Esta estratégia adota o princípio do absorvedor dinâmico, ou seja, usa um dispositivo flexível contendo ar no seu interior para ser o pedestal dos mancais, e então controla a quantidade de ar, fazendo assim variar a rigidez dos mancais. Desta forma, este dispositivo é capaz de manter a máquina rotativa próximo à uma anti-ressonância.

Yan *et al.* (2000) apresentaram um sistema inteligente de mancais para o controle da vibração (na passagem pela velocidade crítica) de um motor de uma aeronave através da mudança de rigidez dos mancais que utilizavam fios de SMA. Este trabalho foi desenvolvido baseado no método de Nagaya *et al.*(1987).



Figura 2.15 – Modelo numérico demonstrando a aplicação de fitas SMA em uma luva compósita (a) totalmente e (b) parcialmente preenchida (ZAK *et al.*, 2003).

Zak *et al.* (2003) propuseram uma metodologia para o controle de vibração em máquina rotativa utilizando uma luva compósita, sendo que externamente à ela foram fixadas fitas de material SMA (Figura 2.15). Diferentes configurações para a luva e para as fitas SMA foram utilizados, tais como a variação na espessura e quantidade de material empregado na

luva e nas fitas. Os resultados obtidos mostram que a metodologia é capaz de reduzir eficientemente a amplitude de vibração nas velocidades críticas, assim como também é capaz de modificar a resposta do sistema para uma significativa faixa de frequência.

He *et al.* (2007a, 2007b) propuseram um método analítico-experimental baseado no método de Iwata *et al.* (1990) para o controle da rigidez dos mancais. Contudo, em vez do dispositivo dotado de ar, os autores empregaram molas feitas com SMA para compor o suporte dos mancais (Figura 2.16). Na configuração das molas no suporte há as vantagens de se variar os valores de rigidez em vários estágios além de fácil instalação e operacionalização.



Figura 2.16 – Modelo esquemático de molas SMA em paralelo para o controle de vibração em um mancal (HE *et al.*, 2007b, modificado).

Silva *et al.* (2008), baseados em Zak *et al.* (2003), apresentaram uma proposta de controle de vibração em uma máquina rotativa que utilizava mancais elásticos, sendo que um dos mancais era envolvido com uma luva SMA maciça. O mancal em elementos finitos foi representado como elementos de mola em vez da representação com elementos sólidos. Os resultados obtidos mostram, além da significativa alteração das propriedades dinâmicas do sistema a partir da inserção e ativação<sup>1</sup> da luva SMA, a influência da variação da espessura da luva no controle de vibração.

A utilização de um sistema rotativo possuindo fios SMA embebidos em eixo compósito (Figura 2.17) e o uso de elementos de mola SMA nos mancais foi o tema do trabalho de Gupta (2000). O autor pode simular, isolada ou conjuntamente, diferentes condições para o modelo numérico construído, tais como: alteração da rigidez dos fios SMA através da mudança do módulo de elasticidade; modificação dos valores de tensão de recuperação dos fios SMA devido às mudanças de fase martensítica/austenítica; e variação da rigidez dos feitas

1 – Ao longo deste trabalho são utilizadas as terminologias "não-ativado(a)" (ou desativado(a)) e "ativado(a)", referindo-se respectivamente aos estados totalmente martensítico e totalmente austenítico.

também considerações a respeito da quantidade de material SMA necessário para alterar a velocidade crítica do sistema durante simulações de partida e desligamento do sistema.



Figura 2.17 – Seção transversal do rotor com fios SMA embutidos (GUPTA, 2000).

No trabalho de Mesquita *et al.* (2008), que é baseado em He *et al.* (2007b), foram apresentadas propostas de controle de vibração utilizando o princípio da variação do módulo elástico de molas SMA aplicadas a sistemas rotativos. Dois modelos numéricos distintos foram desenvolvidos e os resultados mostram que as molas SMA são eficientes no controle de vibração através do distanciamento das velocidades críticas, assim como na significativa redução dos movimentos de precessão retrógrado e misto por meio da ativação das molas SMA.

#### 2.3.3 Outras Aplicações para as SMA

A primeira aplicação comercial das SMA foi sob a forma de acoplamentos para tubulações do caça F-14 *Tomcat* da Marinha norte-americana, em 1971. Anéis de encaixe foram fabricados a partir de uma liga NiTi com diâmetros internos na temperatura ambiente, sendo os mesmos levemente inferiores ao diâmetro externo do tubo. Os anéis passaram por resfriamento a temperaturas criogênicas, onde eles foram mecanicamente expandidos (em torno de 8%) e deslizados para dentro do tubo. Após aquecimento, os anéis tentaram recuperar seu diâmetro original, e através disso produziram uma situação de acoplamento muito forte. Acoplamentos SMA são também empregados como conectores (WILKES e LIAW, 2000).

Materiais SMA possuem grande utilização nas indústrias aeroespacial e aeronáutica principalmente devido a algumas características tais como elevadas razões potência/massa e pelo comportamento de atuação ideal em condições de gravidade zero. Projetos que utilizam essas propriedades trocam dispositivos convencionais mais complexos e pesados por outros que possuem peso reduzido, simplicidade de projeto e confiabilidade (RICE, 2002).

Dentre os vários campos de aplicações em que as SMA podem ser inseridas, Humbeeck (1999) faz uma divisão quanto à utilização dessas ligas em relação aos efeitos de memória de forma e pseudoelástico que elas apresentam, conforme descrito abaixo:

- Com efeito pseudoelástico: aplicações médicas/biomédicas, decorações e dispositivos (armações para óculos, suportes para sutiãs, antenas para telefones celulares, *headfones*);
- Com efeito memória de forma: acoplamentos, parafusos, microatuadores (termostatos, válvulas, posicionadores, garras, bombas, mecanismos de regulagem, robôs), materiais adaptativos e compósitos híbridos, aplicações baseadas em elevada capacidade de amortecimento.

Entretanto, segundo Otsuka e Wayman (1998), a aplicação de atuadores SMA é dividida em duas classes distintas:

- Aplicações em que o atuador SMA opera tanto como sensor quanto como atuador. Nesses casos a temperatura do ambiente cria a ação de atuação e a dinâmica do atuador.
- Aplicações em que o atuador SMA é intencionalmente aquecido para executar uma ação controlada completa. A ação de aquecimento pode ser uma consequencia do controle da passagem de corrente elétrica ou também de um fluido/gás quente. Na maioria dos casos o aquecimento elétrico (efeito Joule) é aplicado.

Além destas aplicações, pode-se estender a análise a utilizações biomecânicas em mecanismos que procuram reproduzir movimentos humanos, como é o caso do dedo mecânico (Figura 2.18) que contrai e relaxa os movimentos pela ativação de molas SMA (MUUKKONEN e KATAINEN, 2003).

Armações de óculos comuns são tipicamente feitas de plásticos ou metais padrões tais como alumínio ou titânio. Armações construídas desses materiais exibirão constantemente ajustes ou falhas se grandes deformações são induzidas. A construção de armações com materiais SMA tem como principal vantagem suportar severas deformações de até 10% e recuperar totalmente sua forma original após o descarregamento (BARRET e CUNNINGHAM, 2004). Na Figura 2.19 pode-se visualizar a utilização do efeito pseudoelástico em um óculos de uso comum. Observa-se que a estrutura é deformada e, após a liberação da força deformadora, o óculos retorna à sua forma original.



Figura 2.18 – Protótipo de um mecanismo com SMA que se move como um dedo polegar.



Figura 2.19 – Efeito pseudoelástico demonstrado em óculos de uso comum (MARFIA *et al.*, 2003).

Há ainda idealizações de mecanismos mais avançados, como é caso da ponte "inteligente" (Figura 2.20), a qual tem a sua forma alterada para reduzir os efeitos fluidodinâmicos sobre a sua superfície.



Figura 2.20 – Protótipo de uma ponte que utiliza materiais SMA para alterar a sua forma (MUUKKONEN e KATAINEN, 2003).

Demais aplicações das características únicas das SMA podem ser encontradas sob a forma de dispositivos para supressão de perturbações sísmicas em estruturas civis. Nesta aplicação, as SMA podem ser empregadas como suporte da fundação. A carga que o suporte SMA sustenta pode ser projetada para ficar próxima ao seu limite elástico. A energia de uma grande amplitude de vibração da construção, provocada por um terremoto, pode ser bem dissipada desta forma (LIANG e ROGERS, 1993).

Outra aplicação em que o uso das SMA é bastante difundido reside na área biomédica. Conforme pode ser visualizado nas Figuras 2.21 e 2.22, existem diversos dispositivos que auxiliam no tratamento e correção de imperfeições. A utilização particular do Nitinol na área biomédica recebe atenção especial devido às boas características de deformação elástica e térmica, resistência ao curvamento, biocompatibilidade e compatibilidade biomecânica, tensões de descarregamento constantes, interferência dinâmica, histerese, compatibilidade com fluidos MR, resistência à fadiga e deformação plástica uniforme (WAYMAN e DUERIG, 1990).



Figura 2.21 – Dispositivos biomédicos: (a) Filtro de Simon<sup>2</sup>, (b) Arcos ortodônticos (PAIVA *et al.*, 2003).



Figura 2.22 – Exemplo de aplicação de um *stent*<sup>3</sup> feito de SMA para desobstrução de uma artéria humana.

Por fim, pode-se citar também a aplicação SMA em conectores de uso industrial. Um exemplo desse tipo de ligação é o Cryocon<sup>©</sup>, um conector especial para junções de tubos, em particular de sistemas aeroespaciais (Figura 2.23).

2 – Dispositivo utilizado para a expansão da veia cava e prevenção de tromboses que afetam coração e pulmões (WAYMAN e DUERIG, 1990); 3 – Microestrutura de auto-expansão geralmente empregada no tratamento de oclusões (AURICCHIO *et al.*, 1997).



Figura 2.23 – Exemplo de aplicação das SMA em conectores (LEDERLÉ, 2002, modificado).

Tal conector é modelado para assumir a forma de um anel alongado a temperaturas muito baixas (em nitrogênio líquido) e passado entre as junções de tubos para a posterior conexão. Uma vez que o nitrogênio é removido, o anel comprime os tubos, realizando assim a conexão. Os conectores possuem vantagens de serem relativamente baratos e resistentes, sendo que a maioria deles não necessitam de tratamentos a elevadas temperaturas, o que poderia danificar os tubos. Além disso, eles são bastantes resistentes à corrosão (LEDERLÉ, 2002).

# **3 MODELAGEM MATEMÁTICA**

## 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A abordagem matemática usual destinada ao estudo da dinâmica de rotores é tratada neste capítulo. É discutida a utilização do modelo do rotor De Laval com isotropia e anisotropia de rigidez nos apoios utilizando coordenadas reais e complexas, respectivamente. Para esta última situação, aborda-se, além de outros aspectos, o surgimento do movimento de precessão retrógrada (*backward whirl*) e em que condições tal fenômeno pode ocorrer. O emprego de coordenadas complexas e do Método de Elementos Finitos para o auxílio na identificação de modos de precessão misto em sistemas rotativos de N estações (nós) também é tema desse capítulo.

Ainda, faz-se uma revisão de dois modelos macro-mecânicos bastante difundidos na literatura e que são capazes de representar o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. Em sequência, um modelo que descreve o comportamento de molas SMA é também apresentado. A formulação das molas SMA é posteriormente adaptada numericamente a um código desenvolvido em ambiente MATLAB<sup>®</sup> para a aplicação no controle de vibração em máquinas rotativas.

# 3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DE SISTEMAS ROTATIVOS CONVENCIONAIS

### 3.2.1 Rotor De Laval Suportado por Apoios Flexíveis e Isotrópicos

Para o estudo dos fenômenos presentes na dinâmica de rotores, tais como efeito de desbalanceamento e o surgimento das velocidades críticas, é frequentemente utilizado um rotor com características simples, porém, bastante representativas. Este tipo de rotor, conhecido como rotor De Laval, consiste em um disco rígido desbalanceado, centrado sobre um eixo flexível de massa desprezível em relação ao disco e mancais rígidos (Figura 3.1).

Antes de entrar em detalhes sobre a modelagem matemática deste capítulo, é interessante definir dois fenômenos característicos dos sistemas rotativos e que possuem relação direta com o comportamento que eles apresentam.

O primeiro deles é o movimento de precessão (ou *whirl*) o qual se enquadra em uma classe de vibrações auto-excitadas que surge em sistemas rotativos cuja excitação é feita por forças tangenciais ao rotor. Com isso, o simples fato de haver desbalanceamento nos rotores já é o suficiente para provocar o movimento de precessão no sistema rotativo. (NICOLETTI, 2003).



Figura 3.1 - Representação do rotor De Laval sobre mancais flexíveis.

Nos movimentos auto-excitados a frequência de excitação da máquina é superposta à frequência de operação, ou seja, o movimento gerado é assíncrono e induz órbitas não-usuais à maquina. De maneira oposta, ocorrem os movimentos síncronos, como os resultantes de vibração forçada dependente apenas do tempo (como o desbalanceamento), em que a frequência predominante é a frequência de operação da máquina (MICHALSKI, 2004).



Figura 3.2 – Órbitas de oscilação do rotor: (a) órbita direta; (b) órbita retrógrada (QUITZRAU, 2002).

Fisicamente, o movimento de precessão representa a deflexão do eixo em torno da sua configuração não deformada, quando o sistema se encontra em regime de rotação. Ainda, segundo Mesquita (2004), a órbita (do centro geométrico) do eixo pode ter sua trajetória descrita no mesmo sentido da direção do movimento de rotação própria, constituindo um modo de precessão direta, ou pode ter sentido oposto, constituindo um modo de precessão

retrógrada (Figura 3.2). O autor também cita que os movimentos de precessão retrógrada causam alternância das tensões no eixo, o que pode levá-lo à ruptura por fadiga.

Muszynska (1996), que estudou o comportamento de um rotor em balanço, vertical, desbalanceado, empenado e apoiado por mancais anisotrópicos, concluiu que os efeitos combinados de desbalanceamento e de empenamento podem levar o rotor a desenvolver movimentos de precessão direta e retrógrada simultaneamente em diferentes partes do sistema.

O segundo fenômeno de destaque é o efeito giroscópico, o qual é percebido quando existe um corpo em uma dada velocidade de rotação angular  $\omega$  e a ele é imposto um deslocamento angular perpendicular ao seu eixo de rotação (Figura 3.3). Mais precisamente, o efeito giroscópico surgirá quando o disco, por algum motivo, não permanecer perpendicular ao eixo de rotação própria inicial, isto é, quando se modifica a posição angular do disco. Como conseqüência deste efeito, os parâmetros modais tornam-se dependentes da velocidade de rotação (MESQUITA, 2004).



Figura 3.3 – Representação do efeito giroscópico (QUITZRAU, 2002).

De acordo com Hartog (1972), um único disco delgado, estando no meio do vão, vibrará ou girará excentricamente em seu próprio plano. Quando o disco é colocado próximo aos mancais e, especialmente, quando é localizado em um eixo em balanço, ele não vibrará em seu próprio plano. Segundo o autor, as forças centrífugas sobre o disco tendem a fleti-lo para um plano perpendicular à posição de equilíbrio do eixo. Assim, essas forças agem como uma mola adicional. Contudo, para discos mais espessos, o efeito giroscópico deve ser pequeno, pois o disco é levado de volta para a sua posição de equilíbrio pelo conjugado decorrente de forças centrífugas, que tendem a anular o movimento.

Segundo Nicoletti (2003), a diferença mais significativa entre uma estrutura convencional e um sistema rotativo é o fato do efeito giroscópico (presente em sistemas girantes) inserir termos nas equações de movimento, os quais não se distribuem simetricamente em relação à diagonal principal das matrizes do sistema. Com isto, o princípio da reciprocidade não se aplica, pois a matriz de transferência resultante não é simétrica. Assim, apesar de cada coluna da matriz ainda conter informações que permitam extrair o conjunto de modos de vibrar do sistema (autovetores à direita), cada linha contém informações que permitem extrair um conjunto diferente de modos de vibrar do mesmo sistema, chamados de autovetores à esquerda.

Para se determinar as equações do movimento de um sistema rotativo de uma estação (nó), assume-se que as forças atuantes no disco são a força elástica restauradora do eixo e a força de amortecimento viscoso devido a amortecimento externo, e que estas forças estão atuando no centro do disco de coordenadas  $y \in z$  (o que não corresponde à realidade, mas aqui são necessárias para facilidade da solução). Então, tem-se (conforme Figura 3.1):

Coordenadas de  $C: y_C(t), z_C(t) \Rightarrow y(t), z(t)$ . Coordenadas de  $G: y_G(t) = y_C(t) + e \sec \varphi(t), z_G(t) = z_C(t) + e \cos \varphi(t);$ .

As forças elásticas e de amortecimento atuantes no centro do disco são:

$$F_{kv}(t) = ky(t) \quad , \tag{3.1}$$

$$F_{kz}(t) = kz(t) \quad , \tag{3.2}$$

$$F_{cv}(t) = c\dot{y}(t) , \qquad (3.3)$$

$$F_{cz}(t) = c\dot{z}(t) \quad . \tag{3.4}$$

As forças de inércia da massa (situada em G) são:

$$F_{iv}(t) = m\ddot{y}_G(t) , \qquad (3.5)$$

$$F_{iz}(t) = m\ddot{z}_G(t) \quad . \tag{3.6}$$

Logo, de acordo com a segunda lei de Newton, obtém-se:

$$m\ddot{y}_{G}(t) = \sum F = -F_{ky}(t) - F_{cy}(t) = -ky(t) - c\dot{y}(t)$$
(3.7)

$$m\ddot{z}_{G}(t) = \sum F = -F_{kz}(t) - F_{cz}(t) = -kz(t) - c\dot{z}(t)$$
(3.8)

Derivando as coordenadas do centro de gravidade duas vezes e substituindo nas Eqs. (3.7) e (3.8) chega-se a:

$$m\left[\ddot{y}(t) + e\left(\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) - \dot{\varphi}(t)^{2}sen\varphi(t)\right)\right] + ky(t) + c\dot{y}(t) = 0, \qquad (3.9)$$

$$m\left[\ddot{z}(t) - e\left(\ddot{\varphi}(t)\operatorname{sen}\varphi(t) + \dot{\varphi}(t)^{2}\cos\varphi(t)\right)\right] + kz(t) + c\dot{z}(t) = 0.$$
(3.10)

Ou, escritas na forma explícita:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = me\left(-\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) + \dot{\varphi}(t)^2\sin\varphi(t)\right),$$
(3.11)

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = me\left(\ddot{\varphi}(t)\operatorname{sen}\varphi(t) + \dot{\varphi}(t)^2\cos\varphi(t)\right).$$
(3.12)

Para o caso em que se tem a velocidade angular constante, ou seja:

$$\dot{\varphi}(t) = \Omega \implies \varphi(t) = \Omega t \implies \ddot{\varphi}(t) = 0.$$

Pode-se reescrever as Eqs. (3.11) e (3.12) como:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = me\Omega^2 \mathrm{sen}\Omega t, \qquad (3.13)$$

$$m\ddot{z}(t) + c\dot{z}(t) + kz(t) = me\Omega^2 \cos\Omega t .$$
(3.14)

Sendo as respostas em regime permanente dadas por:

$$y(t) = Y \operatorname{sen}(\Omega t - \phi), \qquad (3.15)$$

$$z(t) = Z\cos(\Omega t - \phi).$$
(3.16)

Cujas amplitudes e fase do sistema isotrópico são dadas por:

$$Y = \frac{e r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = Z, \qquad (3.17)$$

$$\phi = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \,. \tag{3.18}$$

Sendo que as grandezas  $r \in \zeta$  representam a razão de frequências  $(\Omega/\omega_n)$  e o fator de amortecimento viscoso, respectivamente.

### 3.2.2 Rotor De Laval Suportado por Apoios Flexíveis e Anisotrópicos

Após a análise do rotor isotrópico, estuda-se nesse tópico o rotor anisotrópico não amortecido, isto é, um rotor apoiado sobre mancais elásticos com coeficientes de rigidez diferentes ( $k_y$  e  $k_z$ ) nas duas direções perpendiculares y e z (Figura 3.4).



Figura 3.4 – Modelo com anisotropia de rigidez em direções ortogonais (plano y-z).

Nesta análise as equações do movimento são desacopladas e a rigidez equivalente em cada uma das direções é dada pela associação em série da rigidez do eixo  $(k_e)$  e da rigidez dos dois mancais (K), ou seja:

$$k_{y} = \frac{2K_{y}k_{e}}{2K_{y} + k_{e}},$$
(3.19)

$$k_z = \frac{2K_z k_e}{2K_z + k_e}.$$
(3.20)

E as equações do movimento são, portanto:

$$m\ddot{y}_{c}(t) + k_{y}y_{c}(t) = me\Omega^{2}\cos\Omega t, \qquad (3.21)$$

$$m\ddot{z}_{c}(t) + k_{z}z_{c}(t) = me\Omega^{2}\mathrm{sen}\Omega t .$$
(3.22)

Ainda neste caso, as equações do movimento são desacopladas e o sistema, em cada direção, comporta-se como um sistema de um grau de liberdade. Contudo, as frequências naturais (em cada uma das direções) não são mais iguais e são dadas por:

$$\omega_{ny} = \sqrt{\frac{k_y}{m}}, \qquad (3.23)$$

$$\omega_{nz} = \sqrt{\frac{k_z}{m}} \,. \tag{3.24}$$

Logo, as soluções em regime permanente das Eqs. (3.21) e (3.22) são:

 $y_c(t) = Y_a \operatorname{sen}(\Omega t), \qquad (3.25)$ 

$$z_c(t) = Z_a \cos(\Omega t). \tag{3.26}$$

Sendo que as amplitudes do sistema não amortecido são dadas por:

$$Y_a = \frac{e\Omega^2}{\omega_{ny}^2 - \Omega^2},$$
(3.27)

$$Z_a = \frac{e\Omega^2}{\omega_{nz}^2 - \Omega^2}.$$
(3.28)

O emprego de coordenadas complexas pode ser realizado a partir do vetor posição p(t) do centro geométrico do disco como sendo:

$$p(t) = z_c(t) + j y_c(t).$$
(3.29)

E assim, substituindo as expressões de  $y_c(t)$  e  $z_c(t)$  na expressão da coordenada complexa p(t), segue que:

$$p(t) = Z_a \cos(\Omega t) + j Y_a \operatorname{sen}(\Omega t).$$
(3.30)

Aplicando-se as relações de Euler sob a forma  $e^{\pm j\Omega t} = \cos \Omega t \pm j \operatorname{sen} \Omega t$  tem-se

que:

$$p(t) = Z_a \left(\frac{e^{j\Omega t} + e^{-j\Omega t}}{2}\right) + jY_a \left(\frac{e^{j\Omega t} - e^{-j\Omega t}}{2j}\right),$$
(3.31)

$$p(t) = \left(\frac{Z_a + Y_a}{2}\right)e^{j\Omega t} + \left(\frac{Z_a - Y_a}{2}\right)e^{-j\Omega t}.$$
(3.32)

O movimento do centro C do disco pode ser encontrado pela soma de dois fasores:

$$p(t) = p_f e^{j\Omega t} + p_b e^{-j\Omega t} . ag{3.33}$$

Esta soma fornece a órbita (Figura 3.5), ou seja, o movimento de precessão e também a direção desta precessão (se direta ou retrógrada).



Figura 3.5 – Órbita de precessão direta de um sistema rotativo (HAN e LEE, 1999).

E assim, as expressões de  $p_f$  e  $p_b$  são dadas por:

$$p_f = \frac{Z_a + Y_a}{2}, (3.34)$$

$$p_b = \frac{Z_a - Y_a}{2}.$$
(3.35)

Lembrando que:

$$Z_a = \frac{e\Omega^2}{\omega_{nz}^2 - \Omega^2} \qquad e \qquad Y_a = \frac{e\Omega^2}{\omega_{ny}^2 - \Omega^2}$$

Tem-se:

$$p_{f} = \frac{e\Omega^{2}}{2} \frac{\left(\omega_{ny}^{2} + \omega_{nz}^{2} - 2\Omega^{2}\right)}{\left(\omega_{nz}^{2} - \Omega^{2}\right)\left(\omega_{ny}^{2} - \Omega^{2}\right)},$$
(3.36)

$$p_{b} = \frac{e\Omega^{2}}{2} \frac{\left(\omega_{ny}^{2} - \omega_{nz}^{2}\right)}{\left(\omega_{nz}^{2} - \Omega^{2}\right)\left(\omega_{ny}^{2} - \Omega^{2}\right)}.$$
(3.37)

Pode-se perceber através das Eqs. (3.36) e (3.37) que, para um sistema rotativo isotrópico ( $k_y = k_z$  e, portanto,  $\omega_{ny} = \omega_{nz}$ ) sujeito ao desbalanceamento, só há movimento de precessão direta ( $p_b = 0$ ).

Em relação às Eqs. (3.36) e (3.37) há três casos principais:  $\Omega < \omega_{nz}$ ,  $\omega_{nz} < \Omega < \omega_{ny}$ ,  $\omega_{ny} < \Omega$ .

Se $\Omega < \omega_{nz}$	$\Rightarrow$	$\left  p_{f} \right  > \left  p_{b} \right $	Precessão Direta (forward whirl)
Se $\omega_{nz} < \Omega < \omega_{ny}$	$\Rightarrow$	$\left  p_{b} \right  \! > \! \left  p_{f} \right $	Precessão Retrógrada (backward whirl)
Se $\omega_{ny} < \Omega$	$\Rightarrow$	$\left  p_{f} \right  > \left  p_{b} \right $	Precessão Direta (forward whirl)

\* Obs.: Se  $|p_f| = |p_b|$ , a elipse se degenera para uma linha reta.

Outro fenômeno de relevância no estudo da dinâmica de rotores mas ainda pouco abordado na literatura é o de precessão misto, o qual se caracteriza pela ocorrência simultânea dos movimentos de precessão direta e retrógrada no sistema rotativo, ou seja, quando algumas partes do sistema precessionam em órbita direta e outras precessionam na direção retrógrada, ao mesmo tempo (MESQUITA, 2004).

Dias Jr *et al.* (2002) e Miranda *et al.* (2002) mostraram experimentalmente a existência de modos operacionais mistos para um rotor contendo dois discos sendo que o primeiro mostrou numericamente quais os parâmetros que influenciam no surgimento, ou não, do fenômeno. Tais parâmetros são a amplitude e a distribuição espacial do desbalanceamento,

a anisotropia dos coeficientes de rigidez dos mancais, o efeito giroscópico e o amortecimento nos mancais (MESQUITA, 2004).

Em seu trabalho, Mesquita (2004) realizou estudos numérico-experimentais sobre a existência de modos operacionais mistos utilizando coordenadas complexas e técnicas de *order tracking* para a análise de sinais não estacionários, observados por exemplo em partidas e paradas de máquinas rotativas.

Alguns autores como é o caso de Vance (1988), Rajalingham *et al.* (1986), Lee (1993), Muszynska (1996) e Rao *et al.* (1996,1997) apresentam maiores detalhes analíticos e experimentais sobre a ocorrência e as particularidades do movimento de precessão misto.

A formulação matemática demonstrada anteriormente é uma abordagem simplificada para um sistema com apenas 1 (uma) estação a qual não é capaz de prever o surgimento do fenômeno de precessão misto. Uma alternativa para essa questão é a utilização de coordenadas complexas e do Método de Elementos Finitos, que por sua vez permitem a identificação do movimento misto através do surgimento dos movimentos de precessão direto e retrógrado em diferentes estações do rotor.

3.2.3 Resposta ao Desbalanceamento do Sistema Rotativo de *N* Estações em Coordenadas Complexas

Seja um sistema rotor-mancais com N estações. A equação do movimento deste sistema rotativo de 4N graus de liberdade é dada por:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [D]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\}.$$
(3.38)

De onde se tem [M] como a matriz de massa, simétrica, e [D] e [K] são, em geral, matrizes dependentes da velocidade de rotação sendo não-simétricas, nestes casos. A matriz [D]representa o amortecimento e os efeitos giroscópicos e a matriz [K] inclui os termos de rigidez (do eixo e mancais) e amortecimento interno. O vetor  $\{q\}$  é o vetor das coordenadas generalizadas e  $\{Q\}$  o vetor da forças e momentos de excitação.

Uma forma conveniente de definir o vetor de deslocamento  $\{q\}$  em um código de elementos finitos é a seguinte (GENTA, 1998):

$$\{q\} = \left\{\{y\}^{T} \{\phi_{z}\}^{T} \{z\}^{T} \{\phi_{y}\}^{T}\right\}^{T}, \qquad (3.39)$$

sendo {y} e {z} os vetores deslocamentos de todos os nós em cada uma das duas direções perpendiculares ao eixo de rotação do rotor, e { $\phi_y$ } e { $\phi_z$ } são os vetores dos graus de liberdade de rotação de todos os nós em torno dos eixos Y e Z, respectivamente. Na Figura 3.6 estão apresentadas as coordenadas generalizadas de um elemento de viga: as coordenadas generalizadas  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_5$  e  $q_6$  correspondem aos graus de liberdade y,  $\phi_y$ , z e  $\phi_z$  do nó 1 (nó mais próximo da origem do sistema de coordenadas na Figura 3.6) e as coordenadas  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_7$  e  $q_8$  correspondem aos graus de liberdade y,  $\phi_y$ , z e  $\phi_z$  do nó 2. O vetor de forças generalizadas é dado por {Q} = { $\{f_y\}^T \{f\phi_z\}^T \{f\phi_y\}^T \}^T$ .

Ressalta-se que os graus de liberdade de deslocamento axial e rotação em torno do eixo de rotação própria não são considerados, pois, para sistemas operando em rotação fixa (não acelerando) estes graus de liberdades são desacoplados dos graus de liberdade de flexão (GENTA, 1998).



Figura 3.6 - Representação de um elemento finito de viga (MESQUITA, 2004).

A direção do movimento de precessão para este sistema pode ser obtida através da análise em coordenadas complexas<sup>4</sup>. As expressões para transformar os deslocamentos do nó k em suas correspondentes coordenadas complexas são (GENTA, 1998):

$$p_{1k}(t) = y_k(t) + jz_k(t), \qquad (3.40)$$

$$p_{2k}(t) = \phi_{zk}(t) - j\phi_{vk}(t).$$
(3.41)

Da mesma forma para as expressões das forças e momentos agindo nestas coordenadas:

4 - Na formulação empregada por Genta (1998) as partes real e imaginária são representadas pelas variáveis y e z, respectivamente, diferentemente da formulação utilizada nos tópicos anteriores deste trabalho, em que y consistia na parte imaginária e z, na parte real.

$$g_{1k}(t) = f_{yk}(t) + j f_{zk}(t), \qquad (3.42)$$

57

$$g_{2k}(t) = f\phi_{zk}(t) - jf\phi_{yk}(t).$$
(3.43)

Considerando todos os nós do modelo de elementos finitos, tem-se que o vetor de resposta complexa é dado por (DIAS JR. e ALLEMANG, 2000; DIAS JR. *et al.*, 2002):

$$\begin{cases} \{p\}\\ \{\overline{p}\} \end{cases} = \begin{cases} \{p_1\}\\ \{p_2\}\\ \{\overline{p}_1\}\\ \{\overline{p}_2\} \end{cases} = [T]^{-1} \begin{cases} \{y\}\\ \{\phi_z\}\\ \{\phi_z\}\\ \{z\}\\ \{\phi_y\} \end{cases}.$$
(3.44)

$$\operatorname{Com} [T] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I & [0] & [I] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & [I] \\ -j[I] & [0] & j[I] & [0] \\ [0] & j[I] & [0] & -j[I] \end{bmatrix}, \quad [T]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I & [0] & j[I] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & -j[I] \\ [I] & [0] & -j[I] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & j[I] \end{bmatrix}.$$

Sendo que  $\{\overline{p}\}$  representa o complexo conjugado do vetor  $\{p\}$ . Aplicando-se a mesma transformação [T] no vetor de força, substituindo ambas as transformações (de resposta e força complexas) na Eq. (3.38), e pré-multiplicando o resultado pela inversa de [T], obtémse:

$$[T]^{-1}[M][T] \begin{cases} \{\ddot{p}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{cases} + [T]^{-1}[D][T] \begin{cases} \{\dot{p}\} \\ \{\dot{\bar{p}}\} \end{cases} + [T]^{-1}[K][T] \begin{cases} \{p\} \\ \{\bar{p}\} \end{cases} = [T]^{-1}[T] \begin{cases} \{g\} \\ \{\bar{g}\} \end{cases}.$$
(3.45)

Ou, de forma mais compacta:

$$[M_a] \begin{cases} \{\dot{p}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{cases} + [D_a] \begin{cases} \{\dot{p}\} \\ \{\dot{p}\} \end{cases} + [K_a] \begin{cases} \{p\} \\ \{\bar{p}\} \end{cases} = \begin{cases} \{g\} \\ \{\bar{g}\} \end{cases}.$$
(3.46)

Sendo  $[M_a]$ ,  $[D_a]$  e  $[K_a]$  as matrizes complexas de massa, de amortecimento/giroscópica e de rigidez, respectivamente;  $\{g\}$  é o vetor de força complexo.

Considerando o sistema operando em rotação constante, pode-se decompor o deslocamento complexo  $\{p\}$  e a ação externa complexa  $\{g\}$  em suas componentes diretas,  $\{P_f\}$  e  $\{G_f\}$ , e retrógradas,  $\{P_b\}$  e  $\{G_b\}$ , segundo:

$$\{p(t)\} = \{P_f\}e^{j\Omega t} + \{P_f\}e^{-j\Omega t}, \qquad (3.47)$$

$$\{g(t)\} = \{G_f\}e^{j\Omega t} + \{G_f\}e^{-j\Omega t}.$$
(3.48)

Em que  $\Omega$  representa a velocidade de rotação do rotor. Substituindo as Eqs. (3.47) e (3.48) e seus complexos conjugados em (3.46), obtém-se:

$$\left(-\Omega^{2}[M_{a}]+j\Omega[D_{a}]+[K_{a}]\right)\left\{\begin{array}{l}\left\{P_{f}\right\}\\\left\{\overline{P}_{b}\right\}\right\}=\left\{\begin{array}{l}\left\{G_{f}\right\}\\\left\{\overline{G}_{b}\right\}\end{array}\right\}.$$

$$(3.49)$$

Conforme anteriormente mencionado na seção 3.2.2, a força de desbalanceamento possui somente a componente direta, ou seja, a componente de precessão retrógrada da força de desbalanceamento é nula. Portanto, a resposta ao desbalanceamento em regime permanente do sistema rotativo é obtida através da solução do seguinte conjunto de equações algébricas:

$$\left(-\Omega^{2}[M_{a}]+j\Omega[D_{a}]+[K_{a}]\right)\left\{\begin{array}{l}\left\{P_{f}\right\}\\\left\{\overline{P}_{b}\right\}\right\}=\left\{\begin{array}{l}\left\{G_{f}\right\}\\0\end{array}\right\}.$$
(3.50)

A relação entre as amplitudes das componentes direta,  $\{P_f\}$ , e retrógrada,  $\{P_b\}$ , da resposta ao desbalanceamento define se o movimento precessional de uma específica estação do rotor será direto ou retrógrado, circular, elíptica ou retilínea. Estas duas componentes podem ser combinadas em um parâmetro, chamado *Shape and Directivity Index* ou SDI, definido por Han e Lee (1999) pela expressão:

$$-1 \le SDI = \frac{|P_f| - |P_b|}{|P_f| + |P_b|} \le 1.$$
(3.51)

Esta definição é mais abrangente do que aquela apresentada na seção 3.2.2, a qual, para um sistema com anisotropia de rigidez nos mancais, postulava apenas se o movimento de precessão seria direto ou retrógrado como função da velocidade de rotação, não levando em consideração a forma da órbita.

As relações entre os valores do SDI, a forma da órbita de uma estação do rotor e a direção do movimento de precessão são:

- $SDI = -1 \implies$  Movimento de precessão circular retrógrado,
- $-1 < \text{SDI} < 0 \implies$  Movimento de precessão elíptico retrógrado,
- $SDI = 0 \implies$  Movimento retilíneo,
- $0 < \text{SDI} < 1 \implies$  Movimento de precessão elíptico direto,
- $SDI = 1 \implies$  Movimento de precessão circular direto.

O sinal do SDI define a direção do movimento de precessão enquanto a forma da órbita é definida pelo seu valor absoluto. Uma forma conveniente de visualizar o tipo de precessão de cada estação do rotor em função da rotação é através do SDI *Plot* ou SDI 3D (Figura 3.7) (DIAS JR. e ALLEMANG, 2000).



Figura 3.7 – Exemplo de SDI *Plot* evidenciando zonas de ocorrência de precessões direta e retrógrada.

O SDI *Plot* é um mapa que apresenta os valores do SDI de todas as estações do rotor (de todos os nós do modelo de elementos finitos) para cada valor de velocidade de rotação. Neste gráfico, cores são associadas aos valores de SDI de forma a facilitar a distinção entre os movimentos de precessão direta e retrógrada, bem como identificar as formas das órbitas.

#### 3.3 MODELOS CONSTITUTIVOS MACRO-MECÂNICOS PARA AS SMA

A modelagem das ligas com memória de forma possui em geral duas abordagens distintas. A primeira, microscópica, leva em consideração aspectos metalúrgicos. A segunda abordagem, macroscópica, descreve os aspectos fenomenológicos. Os modelos com cinética de transformação de fase assumida consideram que a transformação de fase é regida por uma

função conhecida. O primeiro modelo a apresentar esta formulação foi proposto por Tanaka e Nagaki (1982), tendo dado origem a outros modelos que apresentam alterações na cinética de transformação de fase. Pelo fato de seu uso ter se popularizado, esses modelos apresentam maiores comprovações experimentais, ocupando um importante espaço na modelagem das SMA (LA CAVA *et al.*, 2000).

Segundo De La Flor *et al.* (2007) os modelos constitutivos macro-mecânicos são desenvolvidos no âmbito de pequenas deformações dentro da teoria de termodinâmicas irreversíveis. Assume-se que o comportamento do material é função da tensão, deformação, temperatura e de suas razões de variação associadas. Estas três variáveis são interdependentes e o comportamento do material será função não-linear dessas variáveis. Tais grandezas são interpretadas como variáveis de controle e a fração de martensita, por sua vez, como a variável interna. Obtém-se então uma equação constitutiva que relaciona tensão, deformação, temperatura e fração de martensita, e leis de evolução para a variável interna em função das variáveis de controle.

Tais modelos macro-mecânicos são baseados em diagramas críticos de transformação de fase determinados experimentalmente no espaço tensão-temperatura. Estes diagramas críticos possuem duas abordagens. Em uma delas, a qual é empregada nos modelos de Tanaka (1986) e Liang e Rogers (1990), não há distinção entre as frações de martensita induzidas por temperatura ( $\xi_M$ ) devido ao resfriamento da austenita e a martensita induzida por tensão ( $\xi_S$ ) devido à reorientação de diversas variantes. A outra abordagem é utilizada no modelo de Brinson (1993), sendo que neste a diferença entre os tipos de martensitas é considerada (DE LA FLOR *et al.*, 2006).

Os modelos analisados estão na formulação unidimensional. Esta escolha é motivada pelo fato de que a maioria dos elementos estruturais nas aplicações das SMA pode ter seu comportamento previsto através de relações constitutivas unidimensionais. Além disso, é possível predizer com mais exatidão o comportamento complexo destes materiais tendo em conta todas as suas propriedades (DE LA FLOR *et al.*, 2006).

No presente trabalho são abordados dois modelos macroscópicos bastante difundidos em relação à modelagem do comportamento de materiais SMA. O primeiro deles é o modelo de Liang e Rogers (1990) e o segundo, o de Brinson (1993). Ao final do capítulo, é mostrada uma formulação para a representação do comportamento de molas SMA que foi desenvolvida por Liang e Rogers (1993). Algumas modificações em termos da aplicação das equações de evolução foram realizadas baseando-se no trabalho desenvolvido por Brinson (1993), devido este ser um modelo mais representativo e detalhado do comportamento termomecânico dessas ligas.

#### 3.3.1 O Modelo de Liang e Rogers

O modelo de Liang e Rogers (1990) foi desenvolvido com base no modelo de Tanaka (1986). Contudo, para caracterizar a evolução da fração martensítica, uma função cossenoidal é utilizada. Os autores apresentaram um método para determinar as constantes de sua equação e a discutem experimentalmente. Algumas das constantes são também definidas diferentemente do modelo de Tanaka (1986).

A equação constitutiva que descreve a relação tensão-deformação-temperaturafração martensítica para o modelo de Liang e Rogers (1990) é a seguinte:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \Omega(\xi - \xi_0) + \Theta(T - T_0), \qquad (3.52)$$

Em que  $\sigma$  representa a tensão,  $\varepsilon$  a deformação,  $\zeta$  a fração de martensita e *T* a temperatura. *D*,  $\Omega$ ,  $\Theta$  são respectivamente o módulo de elasticidade, o tensor de transformação de fase e o tensor termo-elástico. Os sub-índices "0" representam as condições iniciais.

Conforme mencionado anteriormente, o modelo de Liang e Rogers (1990) é baseado em um diagrama crítico tensão-temperatura (Figura 3.8). Através dele é possível visualizar duas inclinações distintas, as quais correspondem aos coeficientes de influência da tensão nas fases martensítica ( $C_M$ ) e austenítica ( $C_A$ ).



Figura 3.8 – Diagrama de transformação tensão-temperatura para o modelo de Tanaka (1986) e Liang e Rogers (1990) com as zonas de transformação ativas (DE LA FLOR *et al.*, 2006).

A diferença básica entre os modelos de Tanaka (1986) e Liang e Rogers (1990) está na forma desenvolvida para as equações de evolução. No modelo de Liang e Rogers

• Tensão Nula e Temperatura Variável: Transformação  $A \rightarrow M$ 

$$\xi = \frac{1 - \xi_{0A}}{2} \cos\left[a_M (T - M_f)\right] + \frac{1 + \xi_{0A}}{2}.$$
(3.53)

• Tensão Nula e Temperatura Variável: Transformação  $M \rightarrow A$ 

$$\xi = \frac{\xi_{0M}}{2} \cos[a_A(T - A_s)] + 1.$$
(3.54)

E as constantes  $a_A$  e  $a_M$  são definidas como:

$$a_A = \frac{\pi}{A_f - A_s},\tag{3.55}$$

$$a_M = \frac{\pi}{M_s - M_f} \,. \tag{3.56}$$

• Tensão Variável e Temperatura Constante: Transformação  $A \rightarrow M$ 

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{2} \cos(a_M (T - M_f) + b_M \sigma) + \frac{1 + \xi_A}{2}.$$
(3.57)

Cuja faixa de validade é:

$$C_M \left( T - M_f \right) - \frac{\pi}{|b_M|} \le \sigma \le C_M \left( T - M_f \right).$$
(3.58)

• Tensão Variável e Temperatura Constante: Transformação  $M \rightarrow A$ 

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \cos(a_A (T - A_s) + b_A \sigma) + 1.$$
(3.59)

E a respectiva faixa de validade é, então:

$$C_{A}\left(T-A_{s}\right)-\frac{\pi}{\left|b_{A}\right|}\leq\sigma\leq C_{A}\left(T-A_{s}\right).$$

Os parâmetros  $C_A$  e  $C_M$  são os coeficientes de influência da tensão e  $b_A$  e  $b_M$  são constantes definidas como:

$$b_A = -\frac{a_A}{C_A},\tag{3.60}$$

$$b_M = -\frac{a_M}{C_M}.$$
(3.61)

Uma das principais limitações desse modelo é que o mesmo é capaz de descrever somente a transformação de martensita à austenita e vice-versa, e não são capazes de descrever a reorientação da martensita demaclada (*detwinned*), principal responsável pelo efeito memória de forma (*Shape Memory Effect* – SME) a baixas temperaturas. Brinson (1993) soluciona este problema separando a martensita em frações induzidas por temperatura  $(\xi_M)$  e por tensão  $(\xi_S)$ .

#### 3.3.2 O Modelo de Brinson

O modelo de Brinson (1993), assim como o de Liang e Rogers (1990), é baseado no modelo macro-mecânico de Tanaka (1986). Uma das principais diferenças entre eles é que o modelo de Brinson abrange toda a faixa de temperatura, desde  $M_f$  até  $A_f$ , além de distinguir entre as frações de martensita induzidas por temperatura e por tensão.

De acordo com Auricchio *et al.* (1997), se não há nenhuma direção preferencial para a ocorrência da transformação martensítica, a martensita aproveita a existência de planos diferentes, formando uma série de variantes equivalentes cristalograficamente. A fase resultante é então denominada como martensita multivariante e é caracterizada por uma estrutura maclada (*twinned*), a qual minimiza a discordância entre a martensita e a austenita adjacente. Por outro lado, se há uma direção preferencial para a ocorrência da transformação (frequentemente associada a um estado de tensão), todos os cristais de martensita tendem a ser formados no plano mais favorável. A fase resultante é então denominada de martensita

monovariante e é caracterizada por uma estrutura demaclada (*detwinned*), a qual minimiza novamente a discordância entre a martensita e a austenita adjacente. Assim, a fração martensítica pode ser reescrita como:

$$\xi = \xi_S + \xi_M \,. \tag{3.62}$$

Sendo  $\xi_s$  a fração de martensita monovariante e  $\xi_M$  a fração multivariante.

A equação constitutiva resultante, considerando a separação das frações martensíticas, pode ser escrita da seguinte forma:

$$d\sigma = \frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}d\varepsilon + \frac{\partial\sigma}{\partial\xi_S}d\xi_S + \frac{\partial\sigma}{\partial\xi_M}d\xi_M + \frac{\partial\sigma}{\partial T}dT, \qquad (3.63)$$

$$d\sigma = Ed\varepsilon + \Omega_{S}d\xi_{S} + \Omega_{M}d\xi_{M} + \Theta dT.$$
(3.64)

Segundo De La Flor *et al.* (2006), considerando-se o caso de uma transformação partindo de martensita multivariante ( $\xi_{M0} = 1$ ), Brinson (1993) demonstra que  $\Omega_M = 0$  e, portanto, este termo desaparece da equação constitutiva. Por outro lado, considerando-se uma transformação partindo de 100% de austenita, a autora demonstra que  $\Omega_S = -E \varepsilon_L$ .



Figura 3.9 – Diagrama de transformação tensão-temperatura para o modelo de Brinson (1993) evidenciando as zonas de transformação ativas (DE LA FLOR *et al.*, 2006).

Em relação à forma desenvolvida para as equações de evolução, Brinson (1993) as redefine para introduzir a transformação por tensão a temperaturas inferiores a  $M_S$ . Baseada no diagrama crítico tensão-temperatura (Figura 3.9), a autora define as tensões necessárias para iniciar e finalizar a transformação martensítica induzida por tensão (*stress induced martensite* – SIM). Tais tensões, denominadas como tensões críticas ( $\sigma_s^{cr}$  e  $\sigma_f^{cr}$ ), são consideradas constantes abaixo da temperatura  $M_S$ .

Tendo-se em conta este novo diagrama crítico, as leis de evolução são então definidas para as diferentes faixas de temperatura da seguinte forma:

• Transformação Direta para Martensita Monovariante:  $T > M_S$ 

$$\xi_{s} = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos\left\{\frac{\pi}{\sigma_{s}^{cr} - \sigma_{f}^{cr}} \left[\sigma - \sigma_{f}^{cr} - C_{M} \left(T - M_{s}\right)\right]\right\} + \frac{1 + \xi_{s0}}{2},$$
(3.65)

$$\xi_M = \xi_{M0} - \frac{\xi_{M0}}{1 - \xi_{S0}} (\xi_S - \xi_{S0}).$$
(3.66)

Cujas equações são válidas para:

$$\sigma_{s}^{cr}+C_{M}\left(T-M_{s}\right)<\sigma<\sigma_{f}^{cr}+C_{M}\left(T-M_{s}\right).$$

• Transformação Direta para Martensita Monovariante:  $T \le M_S$ 

$$\xi_{s} = \frac{1 - \xi_{s0}}{2} \cos\left\{\frac{\pi}{\sigma_{s}^{cr} - \sigma_{f}^{cr}} \left[\sigma - \sigma_{f}^{cr}\right]\right\} + \frac{1 + \xi_{s0}}{2}, \qquad (3.67)$$

$$\xi_{M} = \xi_{M0} - \frac{\xi_{M0}}{1 - \xi_{S0}} \left(\xi_{S} - \xi_{S0}\right). \tag{3.68}$$

Cujas equações são válidas para:

 $\sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}.$ 

Em que, se  $M_f < T < M_s$  e  $T < T_0$ , então:

$$\Delta_{T\xi} = \frac{1 - \xi_{M0}}{2} \left\{ \cos \left[ a_M \left( T - M_f \right) \right] + 1 \right\}.$$
(3.69)

Caso contrário:

 $\Delta_{T\xi}=0.$ 

• Transformação Reversa de Martensita Monovariante para Austenita:  $T > A_S$ 

$$\xi = \frac{\xi_{s_0}}{2} \left\{ \cos \left[ a_A \left( T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\},$$
(3.70)

$$\xi_{s} = \xi_{s0} - \frac{\xi_{s0}}{\xi_{0}} (\xi_{0} - \xi), \qquad (3.71)$$

$$\xi_{M} = \xi_{M0} - \frac{\xi_{M0}}{\xi_{0}} (\xi_{0} - \xi).$$
(3.72)

Cujas equações são válidas para:

$$C_A(T-A_f) < \sigma < C_A(T-A_S).$$

Sendo que as constantes dos materiais são as mesmas definidas por Liang e Rogers (1990).

Uma comparação entre os modelos de Tanaka (1986), Liang e Rogers (1990) e Brinson (1993) citados anteriormente é resumidamente apresentada na Tabela 3.1 por Valenzuela *et al.* (2008).

Parâmetros característicos	Tanaka	Liang e Rogers	Brinson
Modelos constitutivos	1-D	1-D	1-D
Modelos elastoplásticos	Helmholtz	Helmholtz	Helmholtz
Equações de evolução	Exponencial	Cossenoidal	Cossenoidal
Fração martensítica ( $\xi$ )	$\xi: 0 \le \xi \le 0,99$	$\boldsymbol{\xi}:  0 \leq \boldsymbol{\xi} \leq 1$	$ \begin{aligned} \xi &:  \xi_M + \xi_S = 1 \\ \xi_S &:  0 \le \xi_S \le 1 \\ \xi_M &:  0 \le \xi_M \le 1 \end{aligned} $
Parâmetros materiais ( $D, \Omega, \Theta$ )	Constantes	Constantes	Variáveis
Faixa de temperatura	$T > M_s$	$T > M_s$	$T > M_s$ $T < M_s$
Tensões críticas $(\sigma_s^{cr}, \sigma_f^{cr})$	Não	Não	Sim

Tabela 3.1 – Comparação entre os parâmetros dos modelos de Tanaka (1986), Liang e Rogers (1990) e Brinson (1993) (VALENZUELA *et al.*, 2008).

# 3.4 O MODELO TERMOMECÂNICO DE MOLAS SMA

Uma formulação para molas SMA foi desenvolvida no artigo de Liang e Rogers (1993). Entretanto, devido às limitações citadas anteriormente para este modelo, algumas modificações foram feitas no presente trabalho para tentar representar mais fielmente o comportamento desses componentes mecânicos. Tais modificações consistem basicamente em empregar a formulação das molas de Liang e Rogers (1993) adaptadas às condições expostas no trabalho de Brinson (1993). Isso inclui alterações em termos de equações de evolução, temperaturas de trabalhos e tensões críticas.

O projeto de molas convencionais é padrão e pode ser encontrado em diversos livros de projetos de máquinas (SHIGLEY *et al.*, 2005). De acordo com essa teoria, a máxima tensão cisalhante de uma mola elástica linear é dada por:

$$\tau_{\max} = K \frac{2FR}{\pi r^3}.$$
(3.73)

Sendo K o fator de Wahl (considerado como sendo unitário por Liang e Rogers (1993)), F a força externa, R o raio médio da mola e r o raio do fio da mola.

A deflexão da mola helicoidal linear elástica por ser determinada considerando a deformação de um elemento de comprimento dx cortado de um fio de raio r, conforme Figura 3.10.



Figura 3.10 – Seção de um elemento da mola helicoidal (LIANG e ROGERS, 1993).

O ângulo  $\gamma$  representa o ângulo originado através da deformação torsional na mola e a sua equação é dada por:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{2FR}{\pi r^3 G} \,. \tag{3.74}$$

O ângulo  $d\alpha$  através do qual uma seção do elemento rotaciona em relação à outra pode ser escrito como:

$$d\alpha = \frac{\gamma}{r} dx.$$
(3.75)

E a deflexão angular de uma extremidade do fio da mola em relação à outra é:

$$\alpha = \int_{0}^{2\pi RN} \frac{\gamma}{r} dx = \frac{4FR^2N}{r^4G}.$$
(3.76)

Em que N é o número de molas ativas. Assim, a deflexão total é expressa como:

$$y = \alpha R = \frac{4FR^3N}{r^4G}.$$
(3.77)

Sendo a constante da mola expressa como:

$$k = \frac{r^4 G}{4R^3 N}.$$
(3.78)

O módulo elástico das SMA – assim como os outros parâmetros materiais – é função da temperatura e pode ser representado de acordo com Liang (1990):

$$D = D_A + \left(D_M - D_A\right)\xi.$$
(3.79)

Os termos  $D_M$  e  $D_A$  representam os módulos elásticos nas fases martensítica e austenítica, respectivamente, e o termo D diz respeito ao módulo elástico em qualquer estado do material SMA. A relação entre os módulos elástico (D) e cisalhante (G) é a seguinte:

$$G = \frac{D}{2(1+\mu)} \,. \tag{3.80}$$

Sendo  $\mu$  o coeficiente de Poisson. No estado martensítico o módulo cisalhante é representado como  $G_M$  e no estado austenítico como  $G_A$ . A relação entre  $G_A$  e  $G_M$  é em torno de 3 a 4 vezes para as ligas NiTi (LIANG e ROGERS, 1993).

Conforme citado anteriormente, Tanaka (1986) e Liang e Rogers (1990) descrevem a transformação da martensita em austenita e vice-versa. Entretanto, eles não representam a transformação da martensita *twinned* para a variante preferencial induzida por tensão. Isto é devido ao fato de que não há variáveis que diferenciam entre as variantes *twinned* e *detwinned* da martensita, e assim não é possível representar o SME (PRAHLAD e CHOPRA, 2001). Brinson (1993) redefine então a equação constitutiva separando a martensita em componentes induzidos por temperatura e por tensão, resultando na seguinte relação:

$$\sigma - \sigma_0 = D(\xi)\varepsilon - D(\xi_0)\varepsilon_0 + \Omega(\xi)\xi_s - \Omega(\xi_0)\xi_{s0} + \Theta(T - T_0).$$
(3.81)

Considerando-se a relação entre as tensões normais e cisalhantes como sendo  $D = \sqrt{3} G$ , pode-se reescrever a Eq. (3.81) como:

$$\tau - \tau_0 = G(\xi)\gamma - G(\xi_0)\gamma_0 + \frac{\Omega(\xi)}{\sqrt{3}}\xi_s - \frac{\Omega(\xi_0)}{\sqrt{3}}\xi_{s0} + \frac{\Theta}{\sqrt{3}}(T - T_0).$$
(3.82)

A equação constitutiva pode ser expressa de forma mais compacta supondo-se que o módulo cisalhante só dependa da fração martensítica total (soma de monovariante e multivariante) e que o tensor termoelástico é constante. Além disso, considerando-se que a tensão, deformação e fração martensítica iniciais são nulas e que a temperatura é constante, a relação constitutiva resultante é:

$$\tau = G(\xi)\gamma - \frac{\Omega(\xi)}{\sqrt{3}}\xi_s.$$
(3.83)

A relação entre força e tensão para a mola SMA pode ser expressa como:

$$\tau = \frac{2FR}{\pi r^2} \,. \tag{3.84}$$

E a deformação resultante é, então:

$$\gamma = \frac{\tau}{G(\xi)} - \frac{\Omega(\xi)}{\sqrt{3}G(\xi)} \xi_s \,. \tag{3.85}$$

Substituindo-se a Eq. (3.76) em (3.77) encontra-se a expressão para a deflexão da mola SMA como sendo:

$$y = R \int_{0}^{2\pi RN} \frac{\gamma}{r} dx = \frac{2\pi R^2 N}{r} \left( \frac{\tau}{G} - \frac{\Omega}{\sqrt{3}G} \xi \right).$$
(3.86)

A variável  $\tau$  (Eq. (3.84)) pode, dessa forma, ser inserida na Eq. (3.86) resultando em:

$$y = \frac{4R^3N}{Gr^4}F - \frac{2\pi R^2 N\Omega}{\sqrt{3}Gr}\xi.$$
 (3.87)

Tendo-se então a relação entre carga-deflexão que descreve o comportamento termomecânico de molas SMA. Esta é uma equação para situações em que não há variação de temperatura (modelo isotérmico), sendo que alterações podem ser realizadas no sentido de obter relações entre carga-temperatura (modelo à deformação constante) e deflexão-temperatura (modelo à tensão constante). Contudo, apenas a primeira das situações é analisada neste trabalho.

## 4 ANÁLISE NUMÉRICA DE SISTEMAS ROTATIVOS COM LUVAS SMA

## 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O comportamento de sistemas rotativos compostos por ligas com memória de forma é numericamente explorado neste capítulo. Inicialmente, um rotor simples tipo Jeffcott ou De Laval (o qual consiste de mancais flexíveis e isotrópicos com um disco centralizado no vão) é analisado. No segundo modelo, uma luva SMA é posicionada externamente ao mancal e os efeitos de ativação e desativação deste componente são observados e comparados ao modelo convencional. São também empregadas variações na espessura da luva de forma a identificar qualitativa e quantitativamente aquela que apresenta o melhor desempenho no controle de vibração do sistema em termos de ganhos de amplitude e frequência.

## 4.2 ANÁLISE DE UM ROTOR COM MANCAIS FLEXÍVEIS E SEM LUVA SMA

O sistema rotativo em questão consiste de um eixo maciço de 600 mm de comprimento e 50 mm de diâmetro, e um disco tipo Jeffcott de 100 mm de espessura e diâmetro externo de 400 mm, posicionado no centro do eixo (Figura 4.1).



Figura 4.1 – Geometria e dimensões do modelo de sistema rotativo com 1 disco.

O eixo é suportado nas duas exterminadas por mancais flexíveis e isotrópicos, cuja rigidez individual é  $k_{yy} = k_{zz} = 60 \text{ N.mm}^{-1}$  e constante de amortecimento igual a  $c_{yy} = c_{zz} =$ 0,1 N.s.mm<sup>-1</sup>. As propriedades do eixo e disco são referentes ao aço e são consideradas como sendo: módulo de elasticidade D = 210 GPa, massa específica  $\rho = 7850 \times 10^{-9} \text{ kg/mm}^3$  e coeficiente de Poisson  $\mu = 0,3$ .
O modelo em elementos finitos foi construído no programa ANSYS<sup>®</sup> e consiste de elementos sólidos para a representação do disco, elementos de viga para a representação do eixo e elementos de mola tipo tração-compressão para a representação dos mancais (Figura 4.2).



Figura 4.2 – Modelo de elementos finitos de um rotor com mancais convencionais flexíveis.

Um dos elementos empregados nesta simulação é o SOLID95 (Figura 4.3) o qual caracteriza-se como uma versão superior do elemento SOLID45 (modelo 3D e oito nós). Ele pode suportar formas geométricas irregulares sem grande perda de precisão, sendo que o mesmo possui formas de deslocamento compatíveis e tem boa adaptação aos contornos de curvatura do modelo.



Figura 4.3 – Geometria do elemento SOLID95 (ANSYS<sup>®</sup>, 1994).

Este elemento é definido por 20 nós, possuindo três graus de liberdade por nó: translações nas direções nodais x, y e z, sendo que é possível ter qualquer orientação espacial, além de incorporar uma função de interpolação quadrática devido à presença de nós intermediários entre dois vértices consecutivos. O elemento SOLID95 possui, ainda,

características de plasticidade, rigidez à tração, grande deflexão e capacidade de absorver grandes esforços.

O elemento BEAM188 (Figura 4.4) é um elemento de viga linear (2 nós) ou quadrático em 3D, aplicável a análises de vigas delgadas à moderamente espessas. Este elemento possui seis ou sete graus de liberdade, dependendo da escolha do usuário. Os seis graus incluem translações e rotações nas direções x, y e z. A opção para sete graus de liberdade engloba uma magnitude de curvamento, a qual é empregada em sistemas que possuam pré-deformações à flexão. O BEAM188 é adequado para aplicações lineares, grandes deformações e/ou rotações não-lineares. Este elemento foi escolhido para a representação do eixo, pois é um dos poucos elementos de viga que são capazes de representar seções transversais diferentes de quadriláteros.



Figura 4.4 – Geometria do elemento BEAM188 (ANSYS<sup>®</sup>, 1994).



Figura 4.5 – Geometria do elemento COMBIN14 (ANSYS<sup>®</sup>, 1994).

Além destes, o elemento COMBIN14 (Figura 4.5) – elemento combinado de rigidez/amortecimento – foi utilizado para representar a rigidez e amortecimento dos mancais de ambos os lados do modelo. O elemento COMBIN14 possui capacidade de aplicação longitudinal ou torcional em até três dimensões. A opção de mola/amortecedor longitudinal representa um elemento uniaxial de tração-compressão com três graus de liberdade em cada

nó: translações nas direções nodais x, y e z. Este elemento possui dois nós, uma constante elástica k e coeficientes de amortecimento  $c_1$  e  $c_2$ .

Como pode ser observado na Figura 4.6, a conexão entre o eixo e disco é realizada por elementos de viga e sólido, respectivamente. Entretanto, há uma diferença no tipo e número de graus de liberdade desses dois elementos, sendo então necessário utilizar equações que representem os vínculos cinemáticos do modelo nessa interface para que os esforços solicitantes possam ser adequadamente transferidos por toda a estrutura (MAGNOLI, 2005). Isso pode ser feito através de equações de restrição que simulem uma condição de vínculo rígido na interface entre eixo e disco, assumindo-se que não há movimento relativo nessa região.



Figura 4.6 – Representação das restrições na interface entre o eixo e disco.

A configuração de malha mapeada foi empregada na constituição dos elementos do disco. Esse tipo de malha é mais apropriada para esta situação devido à condição de axissimetria do sistema rotativo, possibilitando que os vínculos sejam igualmente distribuídos em torno da circunferência do disco. A utilização desse tipo de elemento também permite que a conexão seja realizada em um único ponto do eixo, facilitando o processo de aplicação das restrições. Além disso, o emprego de elementos de viga reduz significativamente o número de graus de liberdade do modelo, sem no entanto comprometer a precisão dos resultados.

Outra colocação a ser feita nesta análise é a de que não se considera nenhum efeito giroscópico para o disco e o eixo. Esta aproximação é bastante razoável para o modelo em questão, pois o comprimento do eixo é bem superior ao seu diâmetro e o disco encontra-se centralizado no vão, além das propriedades de rigidez e amortecimento serem igualmente distribuídas nos mancais.

Para o modelo desenvolvido foram determinadas suas frequências naturais e formas modais. A faixa de frequência analisada para este caso foi de 0 a 250 Hz, com a

extração de 4 modos naturais de flexão. Contudo, devido à simetria geométrica e estrutural do modelo, os pares de modos de vibração possuem a mesma frequência mas ocorrem em direções ortogonais, sendo que somente o 1º e 3º modos são analisados.

Uma massa de desbalanceamento de 10 g posicionada excentricamente ao disco (distância de 200 mm medida na direção y) foi utilizada para simular a condição de excitação forçada. O nó para a medição do deslocamento é o mesmo empregado para a aplicação do carregamento e localiza-se centralizado na parte radial-externa do disco. A resposta ao desbalanceamento medida na direção y é analisada para a faixa de 60 a 80 Hz (3600 a 4800 rpm) e compreende apenas a primeira velocidade crítica do sistema.

## 4.3 ANÁLISE DE UM ROTOR COM MANCAIS FLEXÍVEIS E COM LUVA SMA

O segundo modelo do sistema rotativo apresenta algumas modificações em relação ao modelo inicial. Primeiro, uma luva maciça de SMA é instalada na extremidade direita do eixo, externamente ao mancal. A luva possui 140 mm de diâmetro e 40 mm de comprimento (Figura 4.7). Na face externa do componente foram aplicadas restrições em todos os nós, além das restrições já utilizadas anteriomente na interface eixo-disco (Figura 4.8). Dessa forma, a flexibilidade do conjunto para essa configuração é devida, além do eixo e aos mancais, também à parte interna da luva. Foram desenvolvidos modelos com diferentes espessuras de luvas, iguais a 2, 4 e 6 mm.



Figura 4.7 – Modelo de elementos finitos de um rotor com mancais flexíveis e luva SMA.

Além disso, foram aplicadas variações no módulo de elasticidade dos elementos que compõem a luva. Este procedimento simula o processo de ativação/desativação do material SMA e faz com que o mesmo apresente menor módulo de elasticidade em temperaturas abaixo de  $M_f$  e maior módulo de elasticidade a temperaturas acima de  $A_f$ . O

princípio empregado para ativação e desativação da luva SMA foi baseado no método APT, sendo que somente as mudanças nas propriedades dos materiais constituídos de SMA são utilizadas. Além disso, é assumido que o tempo de ativação é curto e que todos os efeitos térmicos provenientes da ativação do material SMA são negligenciáveis. Isto pode ser justificado pelo fato de que as temperaturas de transformação das SMA podem ser controladas através de pequenas mudanças nas composições da liga (ZAK *et al.*, 2003).



Figura 4.8 - Representação das restrições na luva e interface entre o eixo e disco.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Temperatura final de formação da martensita	$M_{f}$	9 °C
Temperatura inicial de formação da martensita	$M_S$	18,4 °C
Temperatura inicial de formação da austenita	$A_S$	38,5 °C
Temperatura final de formação da austenita	$A_f$	49 °C
Módulo elástico da martensita	$D_M$	26,3 GPa
Módulo elástico da austenita	$D_A$	67 GPa
Tensão crítica inicial	$\sigma^{\scriptscriptstyle cr}_{\scriptscriptstyle S}$	8 MPa
Tensão crítica final	$\sigma^{\scriptscriptstyle cr}_{\scriptscriptstyle f}$	13,8 MPa
Tensor termoelástico	Θ	0,55 MPa/°C
Máxima deformação residual	$\mathcal{E}_L$	0,067
Coeficiente de influência da tensão	$C_M$	100 MPa/°C
Coeficiente de influência da tensão	$C_A$	170 MPa/°C
Massa específica em $T < M_f$ e $T > A_f$	$ ho_M e  ho_A$	6500 kg/m <sup>3</sup>
Coeficiente de Poisson em $T < M_f$ e $T > A_f$	$\mu_M e \mu_A$	0,31

Tabela 4.1 – Parâmetros materiais para a liga Ni<sub>55</sub>Ti (VALENZULELA et al., 2008).

As propriedades da luva empregada nas análises são referentes ao Nitinol, uma liga metálica comercial composta em sua base por NiTi, cujos efeitos de memória de forma e pseudoelasticidade são amplamente exploradas em diversos países voltados às áreas de pesquisa e industrial. Um resumo sobre as propriedades dessa liga encontra-se descrito na Tabela 4.1.

Semelhantemente ao modelo com mancal convencional, foram verificadas as respostas do modelo com luva SMA em termos de suas frequências naturais, formas modais e amplitudes de deslocamento para a condição de desbalanceamento. Para cada uma das espessuras da luva foram averiguadas as respostas nos estados não ativado e ativado.

## 4.4 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Esta etapa consiste em determinar a malha do modelo numérico de forma que esta forneça resultados precisos dentro de um menor espaço computacional. Assim, a divisão (discretização) da geometria consiste em realizar um processo de subdivisão da estrutura em uma quantidade finita de n elementos. O processo de divisão é realizado pelo usuário a partir de um parâmetro fornecido, que pode ser o número de elementos que se deseja dividir a geometria ou ainda o tamanho do elemento finito.



Figura 4.9 – Representação do mapeamento das divisões do modelo sem luva SMA.

Para este trabalho o parâmetro fornecido para a discretização foi o número de elementos, escolhendo-se um número de divisões arbitrário (Figura 4.9) para o eixo, disco e luvas de acordo com a necessidade de convergência da malha. Os resultados são apresentados na Tabela 4.2.

Nº de Divisões	Frequências Naturais (Hz)				
IV . de DIVISões	1 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>			
$d_e = 10,  d_d = 4$	77,41	215,80			
$d_e = 20, d_d = 8$	76,69	212,75			
$d_e = 30, d_d = 12$	75,35	210,13			
$d_e = 40, d_d = 16$	75,29	209,88			
$d_e = 50, d_d = 20$	75,28	209,90			

Tabela 4.2 – Teste de convergência de malha para o eixo e disco.

 $d_e = divisões do eixo, d_d = divisões do disco.$ 

Esta é uma regra prática que se aplica para casos de estudo do tamanho de malha para modelos de elementos finitos e deve ser aperfeiçoada quanto maior for a complexidade exigida para a geometria do modelo. Dessa forma, pode-se verificar a influência do número de elementos sobre a resposta em frequência e otimizar o tempo de processamento computacional do modelo numérico. Os resultados para o modelo com luva são apresentados na Tabela 4.3 e Figura 4.10.

	Frequências Naturais (Hz)								
Nº. de Divisões	Luva de 2 mm		Luva d	e 4 mm	Luva de 6 mm				
	1 <sup>a</sup>	3ª	$1^{a}$	3 <sup>a</sup>	$1^{a}$	3 <sup>a</sup>			
$d_e = 10, d_d = 4, d_l = 8$	68,25	193,89	72,80	202,38	75,98	206,46			
$d_e = 20, d_d = 8, d_l = 16$	68,12	192,47	72,14	201,44	74,75	204,74			
$d_e = 30, d_d = 12, d_l = 24$	67,55	191,64	71,32	200,01	73,56	203,99			
$d_e = 40, d_d = 16, d_l = 32$	67,30	191,21	71,22	199,96	72,98	203,19			
$d_e = 50, d_d = 20, d_l = 40$	67,29	191,19	71,24	199,97	72,98	203,20			

Tabela 4.3 – Teste de convergência de malha para o eixo, disco e luvas em  $T < M_{f}$ .

 $d_e = divisões do eixo, d_d = divisões do disco, d_l = divisões da luva de 2, 4 e 6 mm.$ 

Outra alternativa para tentar otimizar o tamanho da malha de elementos finitos diretamente no programa ANSYS<sup>®</sup> é a de se escolher entre valores *fine* (fino) e *coarse* (grosseiro) na guia de geração de malhas. O programa automaticamente irá ajustar o tamanho da malha à geometria e contornos do modelo, relacionando-o à subdivisão fornecida pelo usuário (Figura 4.11).



Figura 4.10 – Resultado do teste de convergência de malha considerando (a) as divisões do eixo e (b) do disco para o 1º modo natural.



Figura 4.11 - Representação do mapeamento das divisões do modelo com luva SMA.

Geralmente este recurso é aplicável somente a malhas do tipo livre, sendo que não há um controle por parte do usuário do tamanho e número de elementos. Nesta simulação a discretização total do conjunto foi de 3.200 elementos.

## 4.5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

## 4.5.1 Frequências Naturais e Formas Modais

Dentre os quatro modos de vibração analisados, há dois pares de frequências idênticas obtidas devido à condição isotrópica do modelo. Tem-se portanto somente duas frequências de interesse, referentes ao primeiro e terceiro modos. Os máximos valores em frequência foram de 75,28 Hz e 209,9 Hz para o 1º e 3º modos respectivamente e

correspondem à situação em que se tem mancais sem a presença da luva SMA. Isto ocorre pois os nós mais externos dos elementos de mola são completamente restritos tanto em termos de rotação quanto de translação. Desse modo, a contribução de rigidez do modelo para esta configuração fica condicionada à elasticidade do eixo e mancais. A partir do momento em que a luva é inserida no mancal, o sistema fica mais flexível nessa região, modificando a sua resposta em frequência.

Através das Tabelas 4.4 à 4.6 é possível comparar a resposta do modelo que possui o mancal sem luva ( $f_{SL}$ ) com aquelas obtidas dos modelos com luva não ativada ( $f_{CLD}$ ) e luva ativada ( $f_{CLA}$ ) para três espessuras diferentes. Nota-se a princípio que as maiores diferenças em termos de frequência acontecem entre os modelos sem luva e com luva no estado não ativado.

Tabela 4.4 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação entre os modelos sem e com a presença da luva de 2 mm.

Modo		F	Frequên	cias (Hz)		
111040	<i>f</i> <sub>CLD</sub>	$f_{ m SL}$	δf	$f_{\rm CLA}$	$f_{ m SL}$	δf
1°	67,29	75,28	7,99	72,1	75,28	3,18
3°	191,19	209,9	18,71	200,91	209,90	8,99

Tabela 4.5 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação entre os modelos sem e com a presença da luva de 4 mm.

Modo	Frequências (Hz)							
1010 do	$f_{\rm CLD}$	$f_{ m SL}$	δf	$f_{\rm CLA}$	$f_{ m SL}$	δf		
1°	71,24	75,28	4,04	74,1	75,28	1,18		
3°	199,97	209,9	9,93	205,59	209,90	4,31		

Tabela 4.6 – Frequências naturais para o primeiro e terceiro modos de vibração – Comparação entre os modelos sem e com a presença da luva de 6 mm.

Modo	Frequências (Hz)						
10000	<i>f</i> <sub>CLD</sub>	$f_{ m SL}$	δf	$f_{\rm CLA}$	$f_{ m SL}$	δf	
1°	72,98	75,28	2,3	74,26	75,28	1,02	
3°	203,02	209,9	6,88	207,01	209,90	2,89	

Outra constatação diz respeito às variações entre as frequências do primeiro e do terceiro modo para os casos de utilização e não utilização da luva. Percebe-se que quanto

maior é a ordem do modo mais acentuada é a diferença entre as condições mais rígida (sem luva) e menos rígida (com luva) do modelo, estando a luva ativada ou não.

Além disso, é possível verificar que quanto maior a espessura da luva menores são as variações das frequências naturais ( $\delta f$ ) do modelo. Para o caso em que se tem a máxima espessura e com a luva ativada (Tabela 4.6), a variação desta condição em relação ao elemento sem luva é de apenas 1,0 Hz aproximadamente, o que significa dizer que a inserção e ativação de uma luva SMA neste caso faz com que o modelo praticamente retome a sua condição inicial, ou seja, sem a presença da luva.

As primeiras formas modais do modelo sem luva e do modelo com luva de 6 mm podem ser visualizadas nas Figuras 4.12 e 4.13 respectivamente, sendo que ambos os modos são de flexão.



Figura 4.12 – Primeiro modo para o modelo (a) sem luva e (b) com luva.



Figura 4.13 – Visualização da 1ª forma modal do modelo com luva de 6 mm e as condições de contorno na interface eixo-disco.

Por fim, estende-se a comparação somente aos casos em que a luva está inserida. Pela Tabela 4.7 observa-se que com a ativação da luva a máxima variação ocorrida é da ordem de 10,0 Hz para o caso da luva mais delgada. A menor variação por sua vez é verificada para a luva mais espessa, e alcança 1,28 Hz.

Comparação entre os modelos com a presença da luva.									
Modo	Luva 2 mm			Luva 4 mm			Luva 6 mm		
Wiedo	$f_{\rm CLD}$	$f_{\rm CLA}$	δf	$f_{\rm CLD}$	$f_{\rm CLA}$	δf	$f_{\rm CLD}$	$f_{\rm CLA}$	δf
1°	67,29	72,1	4,81	71,24	74,1	2,86	72,98	74,26	1,28
3°	191,19	200,91	9,72	199,97	205,59	5,62	203,02	207,01	3,99

Tabela 4.7 - Frequências naturais (Hz) para o primeiro e terceiro modos de vibração -

\_\_\_\_\_

### 4.5.2 Resposta à Vibração Forçada

Uma vez comparados os resultados obtidos a partir das frequências naturais do modelo, discute-se os resultados encontrados através da condição de desbalanceamento mecânico. A Figura 4.14 representa a situação em que há uma luva SMA de 2 mm inserida no mancal direito. Pode-se notar duas curvas com picos de amplitudes em diferentes frequências, os quais correspondem à situação de  $T < M_f$  (primeiro pico) e  $T > A_f$  (segundo pico). O máximo valor de amplitude medido na direção *y*, referente à primeira condição, corresponde à 19,34 mm em 67,29 Hz. Em contrapartida, para a condição em que a luva se encontra em  $T > A_f$ , a amplitude chega ao valor reduzido de 16,36 mm em 72,11 Hz.



Figura 4.14 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 2 mm.

Pode-se notar que em em 67,29 Hz a amplitude de pico é bastante reduzida após a ativação da luva SMA. A redução absoluta é de 18,61 mm e, em termos percentuais, de 96,23 %. Isto significa grandes ganhos em termos de controle de vibração pois o sistema é afastado de sua condição crítica através da variação de rigidez da luva SMA. Observa-se que é possível utilizar a luva em  $T > A_f$  para qualquer frequência abaixo de 69,7 Hz (ponto de interseção entre as duas curvas) pois haverá uma redução de amplitude nesses casos. Entretanto, acima desse ponto a luva deve permanecer em  $T < M_f$ .

No que se refere aos resultados para a luva de 4 mm (Figura 4.15), o máximo valor de amplitude no estado martensítico corresponde à 16,58 mm em 71,24 Hz. Em contrapartida, para a condição em que a luva se encontra na fase austenítica, a amplitude é de 15,11 mm em 74,11 Hz.



Figura 4.15 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 4 mm.

As reduções percentuais e absolutas neste caso são de 15,37 mm e 92,7 %, respectivamente. Devido às velocidades críticas do modelo nos estados martensítico e austenítico estarem mais próximas neste caso, o efeito de ativação da luva é menos pronunciado, mas ainda assim bastante efetivo devido à redução da amplitude em mais de 90 %. Abaixo de 72,84 Hz a luva deve estar no estado austenítico e, acima desse valor, no estado martensítico.

Na Figura 4.16 nota-se que o máximo valor de amplitude, referente à situação da luva de 6 mm em  $T < M_f$ , corresponde à 15,74 mm em 72,98 Hz. Por sua vez, para a condição em que a luva se encontra em  $T > A_f$ , a amplitude alcança 14,93 mm em 74,31 Hz.



Figura 4.16 – Amplitude de deslocamento para um mancal com luva SMA de 6 mm.

As reduções percentuais e absolutas neste caso são respectivamente de 13,16 mm e 83,61 %. Conforme discutido anteriormente, quanto maior a espessura da luva menores são as variações em termos de frequência que o modelo apresenta. Isto reflete diretamente nos resultados em amplitude, pois as velocidades críticas nos dois estados ficam mais próximas e ativação da luva passa a ser menos eficiente nessas situações. Considerando-se o intervalo de 60 a 80 Hz percebe-se que há uma ampliação na faixa de utilização da luva de 6 mm no estado austenítico abaixo do ponto de interseção das curvas em relação aos modelos com 2 e 4 mm, e acima dele a utilização no estado martensítico fica mais restrita.

Um resumo dessas análises é mostrado na Tabela 4.8. Percebe-se claramente a grande variação de amplitude tanto em níveis absolutos quanto percentuais que a ativação da luva SMA provoca. No caso mais extremo, a diferença entre os valores antes e depois da ativação chega a alcançar um patamar de 96 %. No caso de menor variação, este valor é de quase 84 %, o que também representa enormes ganhos em termos de controle de vibração.

					-						
Luva 2 mm				Luva 4 mm				Luva	6 mm		
$f_{\rm CL}$	$f_{CLD} = f_{CLA} = 67,29 \text{ Hz}$			$f_{\rm CLD} = f_{\rm CLA} = 71,24 \text{ Hz}$			$f_{\rm CL}$	$D = f_{CLA}$	= 72,98	Hz	
YCLD	$\mathcal{Y}_{CLA}$	$\delta y$	$\delta y$	<i>Y</i> CLD	$\mathcal{Y}_{CLA}$	$\delta y$	$\delta y$	<i>Y</i> CLD	УCLA	$\delta y$	$\delta y$
(mm)	(mm)	(mm)	(%)	(mm)	(mm)	(mm)	(%)	(mm)	(mm)	(mm)	(%)
19,34	0,73	18,61	96,23	16,58	1,21	15,37	92,70	15,74	2,56	13,16	83,61

Tabela 4.8 – Resultado das amplitudes em *y* medidas nas velocidades críticas antes e depois da ativação da luva SMA.

Por meio da análise destes resultados pode-se atestar que a luva com menor espessura (2 mm), além de apresentar maior variação em termos em frequência (conforme Tabela 4.7), apresenta também maior redução absoluta e percentual em amplitude quando ocorre a ativação desse componente. Para o caso em que se tem uma luva mais espessa (6 mm), os resultados obtidos com a ativação da luva são os menos expressivos em termos de redução de amplitude dentre as três situações analisadas.

Apesar dos resultados mostrados nas frequêncas de ressonância poderem variar bastante com o nível de amortecimento presente no modelo, os mesmos evidenciam claramente o ganho potencial em termos de controle de vibração que a ativação da luva SMA propicia para o sistema sob certas condições.

Entretanto, as análises mostradas neste capítulo continuam sendo simplificações da maioria dos sistemas rotativos, em que quase sempre não se observa uma condição de simetria nos mancais e a ausência do efeito giroscópico no(s) disco(s). Outra limitação dos modelos é a de que as curvas representativas do comportamento global do material SMA não são apresentadas. Isto ocorre pois a versão do programa ANSYS<sup>®</sup> utilizada nesta análise possui limitações quanto à utilização de elementos finitos que englobem essa formulação. Tais considerações são apresentadas no capítulo seguinte.

# 5 ANÁLISE NUMÉRICA DE SISTEMAS ROTATIVOS COM MOLAS SMA

## 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente capítulo é constituído de duas partes principais. A primeira consiste da implementação numérica do modelo macro-mecânico unidimensional de Brinson (1993) aplicado ao caso da simulação do comportamento de molas helicoidais SMA durante os processos de carga/descarga à temperatura constante. É possível por meio dos resultados gerados, dentre outros aspectos, visualizar os limites elásticos nos estados totalmente martensítico ( $T < M_f$ ) e totalmente austenítico ( $T > A_f$ ) assim como em estados intermediários, possibilitando que seja aplicada a variação de rigidez da mola SMA para propósitos de controle de vibração em sistemas rotativos.

Na segunda etapa, são executadas simulações em um sistema rotativo com dois discos posicionados simetricamente em relação às extremidades do eixo, sendo que o controle de vibração é realizado por elementos de mola cujo comportamento termomecânico fora determinado na primeira parte deste capítulo. Um segundo modelo é desenvolvido para a observação dos fenômenos de precessão retrógrada e mista. Contudo, os discos são assimetricamente distribuídos ao longo do eixo. Por meio da aplicação das molas SMA pode-se observar a eficácia em se eliminar tais fenômenos sob diferentes condições de excitação e distribuição de rigidez/amortecimento nos apoios.

# 5.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO TERMOMECÂNICO DE MOLAS SMA: SIMULAÇÕES À TEMPERATURA CONSTANTE

Nesta seção são mostradas simulações referentes ao comportamento de molas helicoidas SMA à temperatura constante. O modelo macro-mecânico escolhido para a análise do comportamento do material SMA foi o de Liang e Rogers (1993) adaptado às condições expostas no trabalho de Brinson (1993) devido este último ser mais representativo das características dessas ligas. Isto significa que alterações na representação da fração martensítica, temperaturas de trabalho e tensões críticas foram realizadas.

O código numérico – escrito em ambiente MATLAB<sup>®</sup> – foi inicialmente desenvolvido na Universidade de Brasília (UnB) e adaptado no presente trabalho para o caso de simulações do comportamento de molas SMA. Até cinco valores de temperatura podem ser empregados simultaneamente, o que permite uma melhor visualização do comportamento da mola em condições de variação do carregamento ou da fração martensítca.

Outra característica do programa desenvolvido é que ele se utiliza da forma de tensão pré-escrita para descrever o carregamento do material SMA. Nesse método de abordagem, a tensão (ou carregamento) é discretizada no tempo e a curva característica do comportamento do material na temperatura especificada é "modelada" a partir das relações constitutivas estabelecidas entre a tensão-deformação.

As equações de Brinson (1993) são então utilizadas para a determinação da fração inicial de martensita multivariante (se existir) e monovariante durante transformações diretas e reversas nos casos de subida e descida da tensão, na qual o carregamento é aplicado até atingir a máxima deformação admissível, e descida da tensão, caso em que ocorre o alívio do carregamento aplicado, podendo haver alguma deformação residual dependendo da temperatura de trabalho selecionada.

As cinco regiões de interesse para esta análise são mostradas na Figura 5.1, sendo que as considerações para cada região são referentes ao trabalho de Brinson (1993), pois, como citado anteriormente, o modelo de Liang e Rogers (1990) não distingue entre as variantes da martensita.



Figura 5.1 – Zonas de transformação das ligas com memória de forma.

Sendo que:

 $T_I < M_{f}$ : A fração de martensita multivariante neste caso é igual a um e o efeito memória de forma pode ser observado quando o material é deformado quasiplasticamente e posteriormente aquecido acima de  $A_{f_i}$ 

 $M_f < T_2 < M_S$ : A fração inicial de martensita é proporcional à diferença das temperaturas de transformação. O efeito memória de forma também pode ser observado nesta situação;

 $M_S < T_3 < A_S$ : A fração inicial de martensita neste caso pode variar, dependendo se o material passou por um processo de aquecimento ou resfriamento prévio;

 $A_S < T_4 < A_f$ : Novamente a fração inicial de martensita (ou austenita) pode variar em função de um aquecimento ou resfriamento prévio. Caso haja um resfriamento partindo de uma temperatura superior a  $A_f$ , a fração de martensita será igual a zero e o efeito pseudoelástico pode ser observado durante um processo de carga-descarga;

 $T_5 > A_f$ : Observa-se neste caso um processo pseudoelástico, em que toda a deformação é recuperada após o descarregamento do material.

Os detalhes do algoritimo simplificado para o modelo em tempo discreto com simulações à temperatura constante são apresentados a seguir:

início do programa

(i) Definição das variáveis de entrada

 $D_M$ ,  $D_A$ ,  $\Theta$ ,  $M_f$ ,  $M_S$ ,  $A_S$ ,  $A_f$ ,  $C_M$ ,  $C_A$ ,  $\varepsilon_L$ ,  $\sigma_s^{cr}$ ,  $\sigma_f^{cr}$ ,  $\sigma_{max}$ , T

(ii) Definição das condições iniciais

 $\sigma_0, D_0, \xi_{M0}, \xi_{S0}, \xi_0$ 

### (iii) Determinação da fração de martensita multivariante

se 
$$M_f < T < M_S$$
  
computar  $\xi_M$   
 $\xi = \xi_M$ 

fim do laço

se 
$$T < M_f$$

 $\xi_{\scriptscriptstyle M}$  será igual a 1

$$\xi = \xi_M$$

fim do laço

computar valores de  $D \in \Omega$ 

### (iv) Transformação direta à martensita monovariante

Início da tensão/carga pré-escrita na subida da curva

se 
$$T \ge M_S e \sigma_s^{cr} + C_M (T - M_S) < \sigma < \sigma_f^{cr} + C_M (T - M_S)$$

computar  $\xi_s$ ,  $\xi_M$  e  $\xi$ 

fim do laço

```
se T < M_S e \sigma_s^{cr} < \sigma < \sigma_f^{cr}
```

computar  $\xi_s$ 

se 
$$M_f < T$$
 e  $T < T_0$ 

*computar*  $\Delta_{T\xi}$ 

caso contrário

 $\Delta_{T\xi}$  será igual a 0

fim do laço computar  $\xi_M$  e  $\xi$ fim do laço atualizar valores de D e  $\Omega$ 

computar  $\varepsilon$  e y

# (v) Transformação de martensita monovariante à austenita

Início da tensão/carga pré-escrita na descida da curva

se 
$$T \leq A_S e C_A (T - A_f) \leq \sigma \leq C_A (T - A_S)$$

computar  $\xi$ ,  $\xi_M$  e  $\xi_S$ 

atualizar valores de D e  $\Omega$ 

fim do laço

computar  $\varepsilon$  e y

fim do programa

Existem outros procedimentos numéricos que podem também ser utilizados na determinação das curvas que representam o comportamento das SMA. Um deles consiste no método de integração numérica implícito de primeira ordem de *backward*-Euler auxiliado pelo método iterativo de Newton-Raphson – discutidos com maiores detalhes nos trabalhos de Auricchio *et al.* (1997), Ramanathan *et al.* (2002), De La Flor *et al.* (2006), Popov (2005), Lagoudas (2008) e Valenzuela *et al.* (2008) – uma vez que as relações constitutivas existentes e as equações de evolução possuem uma relação implícita e são de natureza não-linear. Este procedimento possui boa precisão e estabilidade (o que é uma característica dos métodos implícitos), mas sua implementação numérica requer maior consumo de tempo além de exigir maiores esforços computacionais.

São apresentados a seguir os resultados das simulações numéricas referentes ao comportamento da mola SMA para diversos valores de temperatura, que vão desde  $T < M_f$  até  $T > A_f$ . Através das curvas geradas é possível identificar os limites que separam a região elástica da região plástica (para os casos em que há deformação residual) e assim determinar as faixas elásticas em que o comportamento da mola SMA é valido para este trabalho. A partir do limite elástico e dependendo do estado termomecânico prévio a mola apresentará uma deformação residual que somente será recuperada após aquecimento acima de  $A_f$ , o que resultaria no efeito memória de forma. Contudo, esta transformação e a pseudoelasticidade não são objetos de estudo das análises subsequentes, apesar de serem mostradas as transformações completas de carga-descarga do material SMA.

A Figura 5.2 mostra os gráficos carga-deflexão, tensão-deformação e as respectivas faixas elásticas para as fases martensítica e austenítica abaixo de  $M_f$  (T = 5 °C) e acima de  $A_f$  (T = 60 °C). Estas são, respectivamente, a mínima e máxima temperaturas empregadas nas simulações numéricas, ou seja, todos os resultados gerados têm como base a faixa correspondente entre esses dois valores de temperatura.



Figura 5.2 – Curvas isotérmicas (a) carga-deflexão e (b) tensão-deformação para a mola SMA. Os pontos em destaque representam os limites elásticos da mola em  $T < M_f$  e  $T > A_f$ .

Quando a mola SMA está no estado martensítico na temperatura de 5 °C a máxima deflexão elástica é de  $y_M = 3,64$  mm e o carregamento correspondente é  $F_M = 83,83$  N. Por outro lado, no estado austenítico a 60 °C, a máxima deflexão é  $y_A = 6,19$  mm e o carregamento  $F_A = 363$  N. A rigidez para os dois estados são iguais a  $k_M = 23$  N.mm<sup>-1</sup> e  $k_A = 58,7$  N.mm<sup>-1</sup>. Há uma deflexão residual na curva de baixa temperatura devido ao comportamento quasiplástico da mola SMA. A curva de alta temperatura por sua vez mostra o comportamento superelástico do material, em que a Transformação Martensítica Induzida por Tensão (SIM) é alcançada e não há nenhuma deformação residual neste caso.

Outra característica inerente ao comportamento das SMA diz respeito ao aumento da tensão crítica necessária para induzir a transformação SIM a partir do aumento da temperatura acima de  $M_S$  (Figura 5.3), o que por sua vez resulta na ampliação da faixa elástica de trabalho da mola, já que a relação carga-deflexão ou tensão-deformação são proporcionais nesta região.

Observa-se também que a tensão crítica para o início da transformação SIM é constante abaixo de  $M_S$  (Figura 5.4), conforme discutido anteriormente no capítulo 3 para o diagrama de transformação tensão-temperatura do modelo de Brinson (1993). Este conceito é

útil pois é possível expandir as regiões elásticas de trabalho com o mesmo nível de carregamento apenas reduzindo a temperatura da mola. Contudo, deve-se ter ciência que quanto menor a temperatura menor será a rigidez da mola.



Figura 5.3 – Curvas isotérmicas carga-deflexão evidenciando os limites elásticos para as regiões com (a)  $T > M_S$  e (b)  $T > A_f$ .



Figura 5.4 – Comportamento da mola SMA a (a) temperaturas abaixo de  $M_s$  com (b) detalhe da separação entre os limites elástico-linear e quasiplástico-não linear.

No que se refere à variação da fração martensítica com o carregamento, a Figura 5.5a mostra cinco curvas isotérmicas que incluem os diferentes pontos sobre a escala de temperaturas de transformação da mola SMA:  $T < M_f (T = 5 \text{ °C}), M_f < T < M_S (T = 14 \text{ °C}), M_S < T < A_S (T = 28 \text{ °C}), A_S < T < A_f (T = 42 \text{ °C}), T > A_f (T = 60 \text{ °C}).$  No caso da martensita

monovariante, todas as curvas apresentam uma fração inicial nula uma vez que o carregamento inicial também é nulo.



Figura 5.5 – Curvas isotérmicas das frações martensíticas (a) mono e (b) multi-variante em função do carregamento.

A fração de martensita multi-variante também depende da temperatura de trabalho e decresce conforme o carregamento é aplicado. Pode-se perceber também através da Figura 5.5b que para valores acima de  $M_s$  a fração martensítica multi-variante é nula para toda a faixa de carregamento aplicado. Isso ocorre devido o modelo de Brinson (1993) considerar que a transformação inicia-se a partir de um resfriamento prévio desde a temperatura  $A_f$  e que a tensão inicial é nula.

## 5.3 CONTROLE DE VIBRAÇÃO EM SISTEMAS ROTATIVOS COM MOLAS SMA

5.3.1 Modelo com Dois Discos Posicionados Simetricamente em Relação às Extremidades

O modelo de rotor utilizado nesta análise consiste de um eixo de 800 mm de comprimento e 16 mm de diâmetro, dois discos de 50 mm de espessura e diâmetro externo de 164 mm, posicionados a distâncias  $l_1$  e  $l_3$  das extremidades (Figura 5.6). As dimensões do eixo e dos discos encontram-se resumidas na Tabela 5.1.

Admite-se que o sistema possui duas frequências de operação (11,67 Hz e 23,58 Hz) e que as respostas do modelo rotativo simétrico são medidas nos nós 6 (disco 1) e 17 (mancal 2).



Figura 5.6 – Esquema do sistema rotativo simétrico com dois discos.

Parâmetro	Dimensão (mm)
$l_1 = l_3$	250
$l_2$	300
$d_d$	164
$d_e$	16
t	50

Tabela 5.1 – Dimensões do sistema rotativo simétrico com dois discos.

Inicialmente, a resposta computada em coordenadas complexas é obtida empregando um modelo com mancais convencionais, ou seja, mancais em que não há nenhum elemento SMA inserido. O programa X-Rotor, desenvolvido na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), foi utilizado para tal propósito. Este programa é escrito em ambiente MATLAB<sup>®</sup> e baseado no Método de Elementos Finitos, possuindo várias opções de análise tais como cálculo de velocidades críticas, diagrama de Campbell, diagrama de rigidez, funções de resposta em frequência, resposta ao desbalanceamento, etc. Detalhes complementares a respeito do programa são fornecidos no Apêndice A desse trabalho.

O modelo em elementos finitos pode ser visualizado na Figura 5.7, sendo as constantes de rigidez e amortecimento para cada mancal respectivamente iguais a  $k_{zz} = k_{yy} = k$ = 10<sup>5</sup> N.mm<sup>-1</sup> e  $c_{yy} = c_{zz} = c = 2,5 \times 10^{-3}$  N.s.mm<sup>-1</sup>. Neste modelo, a rigidez e amortecimento cruzados são nulos, isto é,  $k_{yz} = k_{zy} = 0$  e  $c_{yz} = c_{zy} = 0$ . As propriedades do disco e do eixo são consideradas como sendo: módulo de elasticidade D = 210 GPa, massa específica  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>, e coeficiente de Poisson  $\mu = 0,3$ .

A resposta do modelo com mancais convencionais foi obtida em termos de suas frequências naturais (velocidades críticas) e excitação forçada devido ao desbalanceamento mecânico caracterizado por uma massa excêntrica m = 3,05 g localizada na posição radial  $\varepsilon =$ 82 mm (nó 6). O diagrama de Campbell – o qual consiste de um gráfico que evidencia como as frequências naturais se comportam em função da velocidade de rotação para um determinado tipo de excitação – é também utilizado nesta análise, sendo útil inclusive para identificar os tipos de modos de vibração presentes na resposta do modelo. Contudo, a excitação de alguns desses modos depende da configuração física do sistema, além da natureza e forma como as forças perturbadoras atuam sobre o mesmo.



Figura 5.7 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo.

Além disso, considera-se nesta primeira análise que o sistema pode operar em duas velocidades de rotação: 11,67 Hz e 23,58 Hz.

Os resultados da função resposta ao desbalanceamento indicam que as amplitudes de vibração nas frequências de trabalho são de 4,36 mm e 0,012 mm para o nó 6 e  $1,02 \times 10^{-3}$  mm e  $1,23 \times 10^{-5}$  mm para o nó 17, respectivamente (Figura 5.8). A primeira amplitude para o nó 6 é bastante elevada em relação às demais pois ela se localiza na primeira velocidade crítica do sistema.

Nota-se na Figura 5.8d que o primeiro par de frequências naturais encontra-se no mesmo ponto (11,57 Hz) em rotação nula devido à condição isotrópica do sistema, e que elas se afastam à medida que a velocidade de rotação aumenta devido ao efeito giroscópico. A linha pontilhada representa a resposta ao desbalanceamento, sendo que a interseção dessa linha com as linhas contínuas indicam a existência das velocidades críticas. Entretanto, como o sistema é isotrópico e está sujeito à condição de desbalanceamento, os modos retrógrados não são excitados, não sendo dessa forma percebidos na Função Resposta ao Desbalanceamento. O mesmo acontece para o segundo par de frequências, que ocorre em 41,03 Hz à velocidade de rotação nula.

Em seguida, modificações no mancal 2 foram realizadas a fim de se construir o modelo numérico com material SMA. Um conjunto de molas foi externamente posicionado na extremidade direita do eixo e o mancal modificado encontra-se esquematicamente representado na Figura 5.9.



Figura 5.8 – Resposta ao desbalanceamento medida (a, b) nos nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de Campbell do modelo rotativo simétrico com mancais convencionais.



Figura 5.9 - Representação do mancal 2 com molas SMA.

Os valores das constantes de rigidez das molas podem ser obtidos através das equações descritas no Capítulo 3 para o modelo termomecânico da mola SMA ou diretamente

das simulações isotérmicas realizadas no tópico anterior por meio da curva carga-deflexão dentro do regime elástico e na temperatura especificada. Estes valores de rigidez encontramse descritos na Tabela 5.2 para as fases martensítica e austenítica respectivamente nas temperaturas de 5 e 60 °C. A rigidez equivalente (k) resultante desta associação de molas em série (em que  $k_R$  e  $k_S$  são respectivamente a rigidez do rolamento e da mola) é também mostrada na Tabela 5.2. Não é considerada a deformação do eixo na região em contato com o rolamento, assumindo-se dessa forma que ele se comporte como um corpo rígido.

Danâmatra	Modelo com Mancal	Modelo com Mancal		
Parametro	não Ativado ( $T = 5 \ ^{\circ}C$ )	Ativado ( $T = 60 ^{\circ}\text{C}$ )		
$k_R$	$10^5 \mathrm{N.mm^{-1}}$	$10^5 \mathrm{N.mm^{-1}}$		
$k_S$	23 N.mm <sup>-1</sup>	58,7 N.mm <sup>-1</sup>		
k	$\sim 23 \text{ N.mm}^{-1}$	~ 58,7 N.mm <sup>-1</sup>		
С	2,5x10 <sup>-3</sup> N.s.mm <sup>-1</sup>	2,5x10 <sup>-3</sup> N.s.mm <sup>-1</sup>		
N	4	4		
R	6,85 mm	6,85 mm		
r	1,85 mm	1,85 mm		

Tabela 5.2 – Condições para os estados de não ativação e ativação.

O princípio empregado para ativação e desativação das molas SMA foi baseado novamente no método APT. Semelhantemente ao modelo com mancais convencionais, a resposta do modelo com mancais modificados foi obtida em termos de suas velocidades críticas e amplitudes de vibração devido ao desbalanceamento mecânico (me = 250 g.mm).

Para o modelo com molas não ativadas, as amplitudes no nó 6 nas frequências de operação especificadas são 0,013 mm e 0,021 mm, respectivamente (Figura 5.10a). Comparando-se esse modelo com o anterior (convencional), houve uma grande redução na magnitude da vibração na primeira frequência operacional da ordem de 99,7 %, mas para a segunda frequência o nível de vibração aumentou 75 %. As respostas no nó 17, por sua vez, alcançaram valores de 0,029 mm e 0,073 mm (Figura 5.10c). Tais ganhos de amplitudes no nó 17 são devidos à inserção das molas SMA, as quais tornam o sistema bem menos rígido nos seus pontos de apoio.



Figura 5.10 – Resposta ao desbalanceamento medida (a, b) nos nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de Campbell do modelo rotativo simétrico com mancal não ativado.

Os resultados acima mostram que para propósitos de controle de vibração no disco 1 e comparando os modelos com mancais convencionais e com molas SMA no estado martensítico, a forma correta de operação é utilizar as molas SMA quando o sistema estiver na primeira frequência de trabalho e não utilizá-las durante a operação na segunda frequência. A não utilização de molas SMA quando o sistema estiver operando em 23,58 Hz justifica-se pelo fato de que há uma aproximação da segunda velocidade crítica quando as molas são inseridas, de acordo com as Figura 5.10a e Figura 5.10b.

Em relação ao modelo com molas ativadas, as amplitudes do disco 1 nas frequências de operação tornaram-se respectivamente iguais a 0,035 mm e 0,0037 mm. Comparado ao modelo com mancal convencional, o nível de vibração devido à inserção e ativação das molas SMA decresceu para as duas frequências de operação (99,2 % e 69,2 %, respectivamente). Por outro lado, quando confrontado ao modelo com molas não ativadas,

houve um aumento de 169 % na magnitude de vibração na primeira frequência de operação, mas na segunda frequência o nível foi reduzido em 82,4 % (Figura 5.11a). Isso acontece devido à primeira frequência de operação do modelo com molas ativadas estar próxima da sua primeira velocidade crítica, enquanto que a segunda frequência encontra-se próximo a uma anti-ressonância (Figura 5.11b).



Figura 5.11 – Resposta ao desbalanceamento medida nos (a, b) nós 6 e (c) 17; (d) diagrama de Campbell do modelo rotativo simétrico com mancal ativado.

Assim, na comparação entre o modelo com mancais convencionais e o modelo com molas ativadas, é evidente que se devem utilizar molas SMA no estado austenítico no mancal 2 para controlar o nível de vibração do disco 1 nas duas frequências de trabalho. Todavia, na última situação (molas ativadas x molas não-ativadas), a forma correta de

operação é utilizar as molas SMA desativadas quando o sistema estiver na primeira frequência de trabalho, e ativadas durante a operação na segunda frequência.

Ressalta-se que os valores das amplitudes de vibração medidas no nó 17 para os modelos com molas não ativadas e ativadas nas duas frequências de operação especificadas estão dentro dos limites elásticos determinados nas simulações do comportamento termomecânico de molas SMA a T = 5 °C e T = 60 °C ( $y_{5^{\circ}C} = 3,64$  mm e  $y_{60^{\circ}C} = 6,19$  mm, respectivamente), apesar de que nas velocidades críticas esses limites são ultrapassados. É importante enfatizar também que o objetivo da presente simulação é explorar somente a variação de rigidez das molas SMA dentro do regime elástico a diferentes temperaturas, e não os efeitos pseudoelástico e memória de forma observados durante os processos de transformação completos das SMA. Nas Figuras 5.12 a 5.14 resumem-se as constatações extraídas das análises executadas neste tópico, assim como as respectivas indicações para a configuração do mancal 2.



Figura 5.12 – Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos convencional e com mancal não ativado.



Figura 5.13 – Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos convencional e com mancal ativado.

Realizando-se comparações globais entre as respostas dos modelos com mancal convencional, com molas desativadas e com molas ativadas, pode-se constatar que na primeira frequência de operação o menor nível alcançado refere-se ao caso com molas desativadas (0,013 mm), sendo portanto esta a forma recomendada de utilização. Já na segunda frequência, as molas devem ser aquecidas a 60 °C para se alcançar 0,0037 mm de amplitude de vibração no disco 1. O mancal 1 foi mantido isotrópico e sem molas SMA em todas as simulações desenvolvidas até este ponto.

Assim, os menores níveis de vibração alcançados nestas simulações ocorrem quando as molas SMA estão inseridas, evidenciando a sua eficácia no controle de vibração de sistemas rotativos apenas modificando a rigidez estrutural de um dos mancais através da inserção e resfriamento/aquecimento desses componentes mecânicos. Além disso, é possível buscar níveis de vibração ainda mais reduzidos ajustando-se a temperatura das molas de forma que a resposta do sistema se aproxime ou coincida com uma anti-ressonância, por exemplo.



Figura 5.14 – Resposta ao desbalanceamento: comparação das amplitudes dos modelos com mancal não ativado e ativado.

### 5.3.2 Modelo com Dois Discos Posicionados Assimetricamente em Relação às Extremidades

Nesta análise o modelo em elementos finitos (Figura 5.15) também é constituído por dois discos, um eixo e dois mancais flexíveis. Contudo, os discos foram posicionados em uma localização não simétrica em relação às extremidades, sendo neste caso  $l_1 = 200$  mm e  $l_3$ = 100 mm. As dimensões do eixo e dos discos são consideradas como sendo: l = 500 mm,  $d_e$ = 16 mm, t = 26 mm,  $d_d = 140$  mm. As propriedades que constituem os materiais do eixo e dos discos assim como as dimensões da mola SMA são as mesmas do modelo com discos posicionados simetricamente.

Admite-se inicialmente que o modelo é composto por dois mancais convencionais e que o mancal 1 seja isotrópico ( $k_{yy} = k_{zz} = 0,1 \times 10^3$  N.mm<sup>-1</sup>) e o mancal 2 anisotrópico, ou seja, os valores de rigidez equivalente nas direções y e z são diferentes ( $k_{yy} = 0,1 \times 10^3$  N.mm<sup>-1</sup> e  $k_{zz} = 0,12 \times 10^3$  N.mm<sup>-1</sup>). Esta configuração estimula o surgimento do movimento de precessão retrógrada, o que por sua vez ocasiona tensões cíclicas de tração-compressão no eixo, elevando a possibilidade de ocorrência de falha por fadiga. Além disso, a anisotropia nos apoios afeta o espectro das frequências naturais do sistema rotor-mancal, fazendo com que o movimento de precessão síncrono relacionado ao desbalanceamento seja elíptico em vez de circular para uma ampla faixa de frequência (MUSZYNSKA, 1996). Os amortecimentos em ambos os mancais são iguais e com valor de 17x10<sup>-3</sup> N.s.mm<sup>-1</sup>.



Figura 5.15 – Modelo em elementos finitos do sistema rotativo assimétrico.

Através da Função Resposta ao Desbalanceamento Direcional (FRDD) – a qual possibilita a identificação das componentes de precessão direta e retrógrada – medida no nó 5 (Figura 5.16a) pode-se detectar a presença do movimento de precessão retrógrado, o qual aparece na forma da linha pontilhada enquanto que, a precessão direta, em linha contínua.

Devido à anisotropia no mancal 2, percebe-se desta figura que há dois picos entre 20 e 25 Hz, os quais correspondem respectivamente às duas primeiras velocidades críticas do modelo. Entre esses picos todos os nós do modelo precessionam na forma retrógrada e, fora dessa região, o movimento passa a ser direto em toda a extensão do sistema rotativo. No gráfico do SDI 3D a faixa de precessão retrógrada é visualmente bastante uniforme (Figura 5.16c), demonstrando que todas as partes do sistema entram e saem dessa condição ao mesmo tempo. Na maior parte da faixa de frequência analisada o movimento rotativo é descrito em termos da precessão direta e com os seus nós apresentando uma órbita circular (SDI =1), ao contrário da faixa retrógrada, onde o movimento passa a ser elíptico (-1 < SDI < 0) em toda a sua extensão. Na Figura 5.16d o SDI 3D tem a sua faixa de frequência ajustada até 180 Hz, percebendo-se que em algumas regiões as extremidades do sistema descrevem um movimento retilíneo, como por exemplo entre 50 e 70 Hz e entre 125 e 130 Hz.

O diagrama de Campbell também é mostrado nessa análise (Figura 5.16b), evidenciando que as duas primeiras frequências naturais são diferentes à velocidade de rotação nula devido à anisotropia no mancal 2 e permanecem praticamente paralelas até o



final da faixa em questão. A terceira e quarta frequências naturais também possuem valores iniciais diferentes e afastam-se consideravelmente com o aumento da velocidade de rotação.

Figura 5.16 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com o mancal 1 isotrópico e o mancal 2 anisotrópico.

Para uniformizar a rigidez no mancal 2 e permitir que o sistema rotativo precessione apenas na direção direta, molas SMA são instaladas nesse mancal e mantidas abaixo de  $M_f(T = 5^{\circ} \text{ C})$ . Como a rigidez do rolamento na direção z é inferior, é necessário que as molas posicionadas nessa direção sejam mais rígidas do que aquelas posicionadas na direção y. Isto significa que as molas da direção z devem estar a uma temperatura superior àquelas da direção y, conforme detalhe da Figura 5.4b. Assim, os valores de rigidez equivalentes nas direções y e z do mancal SMA são:  $k_{yy} = k_{zz} = 33,3 \text{ N.mm}^{-1}$  e a resposta forçada foi obtida a partir do desbalanceamento mecânico em fase aplicado em ambos os discos (me = 280 g.mm). A resposta do modelo medida no nó 11 (posição das molas) pode ser visualizada através da FRDD (Figura 5.17a). Nota-se em princípio que a amplitude nesse ponto está abaixo do limite elástico em toda a faixa de frequência. Além disso, é possível perceber que só existe movimento de precessão direto nesse nó, havendo um pico próximo a 20 Hz e outro, de menor amplitude, aproximadamente em 50 Hz. Através do SDI 3D (Figura 5.17b) pode-se visualizar que, após a inserção das molas SMA no mancal 2, a faixa de precessão retrógrada foi eliminada, restando apenas o movimento de direto e circular para todos os nós, com exceção do nó 1, onde próximo de 40 Hz há uma rápida mudança para o movimento retilíneo.



Figura 5.17 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com isotropia nos mancais e com molas SMA no estado martensítico no mancal 2.

Mantendo-se as mesmas características da análise anterior, desenvolveu-se outro modelo numérico com dois mancais convencionais, sendo que ambos são anisotrópicos e diferentes ( ${}^{1}k_{yy} = 0.3 \times 10^{3}$  N.mm<sup>-1</sup> e  ${}^{1}k_{zz} = 0.45 \times 10^{3}$  N.mm<sup>-1</sup>;  ${}^{2}k_{yy} = 0.25 \times 10^{3}$  N.mm<sup>-1</sup> e  ${}^{2}k_{zz} = 0.45 \times 10^{3}$  N.mm<sup>-1</sup>). Esta configuração, além de estimular o surgimento da precessão retrógrada, também torna o sistema passível à existência do movimento de precessão misto, o qual se caracteriza pela ocorrência de modos diretos e retrógrados simultaneamente.

Neste caso, percebe-se através das FRDD (Figura 5.18a e Figura 5.18b) que na faixa de 0 a 180 Hz cinco frequências naturais são excitadas. Na posição onde se localiza o disco 1 (nó 5), boa parte da resposta do modelo é predominantemente direta, o que não ocorre na posição onde se localiza o mancal 2 (nó 11), onde há alternâncias entre as linhas que descrevem a precessão direta e retrógrada. O SDI 3D (Figura 5.18c) evidencia essas variações no movimento de precessão, mostrando que surge uma faixa homogênea próxima a 30 Hz onde ocorre somente o movimento retrógrado. Percebe-se que existem três regiões onde o



Figura 5.18 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com anisotropia em ambos os mancais.

Novamente, molas SMA no estado martensítco são inseridas no mancal 2 a fim de possibilitar que o sistema elimine ou reduza a ocorrência dos modos retrógrados e/ou mistos. Após a inserção dos componentes a FRDD é obtida para os nós 5 e 11 (Figura 5.19a e Figura 5.19b). Nota-se nas respostas medidas nesses nós que o número de velocidades críticas existentes é inferior ao observado no caso com dois mancais anisotrópicos, sendo que o movimento de precessão direto é amplamente dominante na faixa de frequência sob análise,

principalmente no nó 11, onde somente próximo de 80 e 140 Hz há mudanças para a precessão retrógrada, conforme pode ser visualizadas na Figura 5.19c. Entretanto, constata-se através desta análise que a alteração na condição de um dos mancais de anisotrópico para isotrópico por meio da inserção de molas SMA no estado martensítico não resolveu totalmente o problema com os modos operacionais mistos, apesar de se ter eliminado do sistema rotativo a faixa retrógrada. Isto ocorre pois o mancal 1 continua sendo anisotrópico, fazendo com que haja divergências de respostas nas direções y e z do modelo numérico.



Figura 5.19 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com o mancal 1 anisotrópico e o mancal 2 isotrópico com molas SMA.

Outro procedimento empregado consiste na inserção das molas SMA nos dois mancais. Entretanto, uma nova metodologia de controle foi utilizada. As molas posicionadas na direção y de ambos os mancais foram aquecidas acima de  $A_f$ , sendo a rigidez nessa condição igual a 58,7 N.mm<sup>-1</sup>. Na direção z a temperatura foi mantida entre  $A_S$  e  $M_S$  e os

coeficientes de rigidez nas molas dos mancais são respectivamente iguais a 51,9 N.mm<sup>-1</sup> e 48,6 N.mm<sup>-1</sup>. A rigidez equivalente resultantes nos mancais 1 e 2 são iguais a  $k_{yy} = k_{zz} = 84,4$  N.mm<sup>-1</sup> e  $k_{yy} = k_{zz} = 79,9$  N.mm<sup>-1</sup>, respectivamente. Dessa forma, pode-se obter uma condição isotrópica em ambos os apoios (apesar deles ainda serem diferentes) e possibilitar que o movimento de precessão direta domine o movimento rotativo do sistema, conforme pode ser visualizado nas Figuras 5.20a a 5.20d.



Figura 5.20 – Resposta ao desbalanceamento para o modelo com ambos os mancais isotrópicos e com molas SMA.

Verificou-se até o momento que a distribuição de rigidez nos mancais influencia diretamente na direcionalidade e forma da órbita de precessão, sendo que sistemas com isotropia nos apoios fornecem movimentos diretos e circulares. No entanto, a distribuição do amortecimento nos mancais e a disposição angular do desbalanceamento são fatores que também afetam a dinâmica dos rotores. Esta influência é também estudada na análise final
deste capítulo, a qual consiste na tentativa de controle das órbitas de precessão dos discos (localizados nos nós 5 e 9) com anisotropia de amortecimento e defasagem angular do desbalanceamento.



Figura 5.21 – Órbitas do modelo com mancais convencionais anisotrópicos e diferentes para as três velocidades de rotação.

Considera-se a princípio que os dois mancais convencionais são anisotrópicos e diferentes, porém, a rigidez na direção y do mancal 1 é igual à da direção z do mancal 2, e vice-versa, ou seja,  ${}^{1}k_{yy} = {}^{2}k_{zz} = 0,75 \times 10^{2} \text{ N.mm}^{-1}$ ;  ${}^{1}k_{zz} = {}^{2}k_{yy} = 0,55 \times 10^{2} \text{ N.mm}^{-1}$ . Os coeficientes de amortecimento são diferentes para os dois mancais e possuem valores de  $c_{yy} = 17 \text{ N.s.mm}^{-1}$ ,  $c_{zz} = 19 \text{ N.s.mm}^{-1}$  para o mancal 1 e  $c_{yy} = 10 \text{ N.s.mm}^{-1}$ ,  $c_{zz} = 15 \text{ N.s.mm}^{-1}$  para o mancal 2. Ambos os discos possuem desbalanceamentos iguais (me = 280 g.mm) e em fase. As propriedades e dimensões do eixo e dos discos continuam sendo as mesmas das análises anteriores.

Admite-se também que o sistema possua três velocidades de operação: 18,6 Hz, 25,5 Hz e 40,8 Hz. Busca-se então controlar a órbita dos discos nestas três velocidades, fazendo com que elas se tornem circulares (ou próximas a isso) através do controle de rigidez em um ou ambos os mancais. O resultado para o modelo com mancais convencionais é mostrado na Figura 5.21.

Observa-se que todas as órbitas são elípticas para as três velocidades de operação (-1 < SDI < 0 ou 0 < SDI < 1). Na primeira delas, ambos os discos estão em precessão retrógrada com órbitas bastante semelhantes, inclusive em amplitude; na segunda, ambos encontram-se em precessão direta com o disco 1 possuindo uma amplitude maior na direção *z* e o disco 2, em *y*; já na terceira, ambos também encontram-se em precessão direta, só que as órbitas além de terem inclinações opostas estão tendendo para movimentos retilíneos. Isto mostra que a forte anisotropia nos apoios afeta consideravelmente o movimento dos discos, o que é notavelmente indesejável em máquinas rotativas que possuem partes fixas externas que delimitam o movimento dos rotores.

Já se mostrou em análises anteriores que é possível tornar os apoios isotrópicos através de um ajuste adequado da temperatura das molas SMA de forma a equilibrar a rigidez nas direções y e z. Isto é realizado com molas possuindo as seguintes características:  $k_{yy}$  = 45,7 N.mm<sup>-1</sup>,  $k_{zz}$  = 58,7 N.mm<sup>-1</sup> para o mancal 1 e  $k_{yy}$  = 25,9 N.mm<sup>-1</sup>,  $k_{zz}$  = 23 N.mm<sup>-1</sup> para o mancal 2. Os resultados obtidos demonstram que as órbitas para os dois discos nas duas primeiras velocidades de rotação tornaram-se circulares (Figura 5.22) através da utilização de quatro valores diferentes de rigidez, demonstrando-se a capacidade das molas SMA em adaptar o sistema sob diferentes configurações. Na última das velocidades há uma pequena diferença entre as amplitudes na direção y e z nos dois discos, o que não chega a comprometer a resposta do modelo em termos da circularidade das órbitas.



Figura 5.22 – Órbitas do modelo com mancais SMA isotrópicos e diferentes para as três velocidades de rotação.

O sistema é mantido com as mesmas configurações anteriores, contudo, o disco 2 possui uma defasagem de 175º em relação ao disco 1 e os resultados são observados na Figura 5.23. Novamente as órbitas apresentam-se sob a forma elíptica para as três velocidades de rotação nos dois discos, embora em 25,5 Hz a não-circularidade seja mais pronunciada que no

caso anterior. As formas defletidas nas últimas duas velocidades indicam uma defasem de aproximadamente 180° nos movimentos dos discos.



Figura 5.23 – Órbitas do modelo com mancais convencionais anisotrópicos, diferentes e com desbalanceamento fora de fase para as três velocidades de rotação.

Para propósitos de controle das órbitas são utilizadas molas SMA a 5 °C nos dois mancais. Este procedimento não torna os mancais isotrópicos, mas fornece aos apoios uma

condição menos rígida e aproxima os valores na direção y e z, tornando-os iguais a  ${}^{1}k_{yy} = {}^{2}k_{zz} =$  35,2 N.mm<sup>-1</sup>;  ${}^{1}k_{zz} = {}^{2}k_{yy} =$  32,4 N.mm<sup>-1</sup>.



Figura 5.24 – Órbitas do modelo com mancais SMA anisotrópicos, diferentes, e com desbalanceamento fora de fase para as três velocidades de rotação.

Nota-se pela Figura 5.24 que as órbitas não são circulares, mas já houve uma significativa uniformização nos deslocamentos nas direções y e z, demonstrando que mesmo

não ajustando as molas para tornar os mancais isotrópicos é possível que um sistema com anisotropia nos amortecimentos e defasagem angular possa ser controlado por componentes mecânicos que modificam a resposta dinâmica do conjunto. Isto depende obviamente da configuração física do sistema e da forma como as forças perturbadoras atuam sobre ele.

#### 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

## 6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de técnicas mais avançadas de controle de vibração vem se mostrando como uma alternativa promissora em relação às soluções tradicionais, especialmente quando se trata de condições não-estacionárias, como é o caso da operação de máquinas rotativas em regime de partida e desligamento, ou mesmo simples variações nas suas frequências de trabalho.

Existem hoje em dia alguns materiais denominados de "inteligentes" (*smart materials*) que se prestam à função de atuadores, os quais exercem determinadas funções dentro do sistema a partir de sinais de controle ou estímulos externos. Nesse meio encontramse as ligas com memória de forma (SMA), uma classe singular de materiais que possuem ampla utilização em diversos setores devido principalmente aos efeitos de memória de forma e pseudoelástico que elas apresentam. Outras propriedades interessantes são características dessas ligas, como a elevada capacidade de amortecimento e o comportamento histerético, além da sensibilidade à mudança do módulo de elasticidade/rigidez a partir do resfriamento/aquecimento do material.

Neste trabalho são realizadas simulações numéricas em sistemas rotativos com luvas e molas SMA sob diferentes configurações. As análises consistiram basicamente na aplicação desses elementos nos mancais, onde se tornava possível ajustar o módulo elástico do material de modo a modificar a resposta do conjunto e controlar dessa forma as amplitudes de vibração dos discos, ou mesmo eliminar os movimentos de precessão mais nocivos aos sistemas rotativos. Os elementos SMA (luvas e molas) foram submetidos a pequenas deformações para que seu comportamento esteja limitado ao regime elástico, sendo que para o caso das molas um modelo numérico capaz de representar o comportamento termomecânico do material foi desenvolvido.

No que se refere aos resultados obtidos por meio da utilização de luvas SMA, pode-se observar que as maiores variações em termos de frequências naturais ocorrem entre os modelos sem luva e com luva no estado não ativado. Estas condições representam os extermos entre os estados mais rígido e menos rígido do mancal, respectivamente. Outra constatação desta análise é que quanto maior a ordem do modo mais acentuada é a diferença entre as condições mais rígida (sem luva) e menos rígida (com luva) do modelo, estando a luva ativada ou não.

Nota-se também que luvas mais delgadas possuem maior variação em frequência do que luvas mais espessas, independentes do modo de vibração que se está analisando. Estas variações alcançam a ordem de 19 Hz quando comparadas as respostas de um modelo sem luva e com luva de 2 mm. Além disso, para luvas mais espessas no estado ativado e baixos valores de frequência, a resposta do modelo se aproxima bastante da condição em que não há nenhuma luva inserida, ou seja, com mancais convencionais. Isto significa que a inserção e ativação do material SMA com maior espessura passa a ter efeito real somente a partir do 2º modo de vibração.

Em relação aos resultados obtidos nas análises em regime forçado e considerando uma velocidade de rotação constante, as amplitudes obtidas para as três espessuras de luva são notoriamente reduzidas quando se aumenta a temperatura acima de  $A_f$ . Na situação mais extrema, há uma redução de 96,2 % em 67,3 Hz após a ativação da luva com módulo de elasticidade variável, favorecendo o aumento da eficiência no controle de vibração conforme se utilizam luvas com menores espessuras.

As amplitudes de vibração podem alcançar níveis bastante reduzidos em uma dada velocidade de rotação caso sejam utilizadas luvas com módulos elásticos superiores ou inferiores aos que foram empregados neste trabalho (desde que a resposta do sistema possa ser afastada da condição crítica em que se encontra), ou ainda utilizar a luva com a menor espessura possível. A decisão sobre como e qual material SMA utilizar dependerá de algumas questões tais como disponibilidade de fabricação/compra de luvas com pequenas espessuras, custos do material SMA, eficácia obtida no controle de vibração para os estados martensítico e austenítico, quantidade de energia empregada para aquecer ou resfriar o material, etc.

Assim, pode-se concluir das análises globais dos modelos sem e com luva, que a luva de 2 mm é a mais eficiente no controle de vibração do sistema rotativo em análise, devido apresentar ganhos mais significativos em termos de frequência e amplitude. Concluise também que a melhor forma de utilizar as luvas é na temperatura acima de  $A_{f}$ , independente de sua espessura.

Das análises com molas SMA nota-se que para o modelo com discos posicionados simetricamente é possível reduzir os níveis de vibração do sistema por meio da inserção dos materiais com memória de forma, mas também pode haver uma amplificação da resposta caso uma temperatura de trabalho adequada não seja escolhida. No caso em que se têm velocidades constantes de rotação pode-se conduzir o sistema a níveis mínimos de vibração através da mudança da resposta em frequência para próximo ou sobre uma anti-ressonância por meio da modificação adequada em uma, duas, três ou nas quatro molas. Entretanto, é importante

ressaltar que se o sistema for isotrópico há a possibilidade de haver anisotropia após a atuação das molas, dependendo da combinação de temperaturas empregadas no material.

Para o modelo com discos localizados em posições assimétricas percebe-se que é possível eliminar os modos de precessão retrógrados de um sistema desbalanceado e com um dos mancais possuindo anisotropia de rigidez a partir da inserção e ativação das molas SMA nesse mancal, fazendo com que o mesmo torne-se isotrópico, ainda que os apoios sejam diferentes.

Em relação ao modelo com dois mancais anisotrópicos, não se consegue fazer com que o sistema precessione apenas na direção direta inserindo molas somente em um dos mancais, apesar de ser possível eliminar da região em análise a faixa retrógrada. Em vez disso, é necessário que molas SMA sejam colocadas nos dois apoios utilizando três valores diferentes de rigidez. Isto mostra que, além da eficácia em se poder controlar as formas nocivas de rotação do sistema, pode-se fazê-lo de diferentes formas com molas SMA operando apenas na região elástica.

Sistemas que possuem anisotropia de rigidez e amortecimento simultaneamente também podem ter suas órbitas de precessão controladas em diferentes velocidades de rotação pelas molas SMA. O controle das órbitas está intimamente ligado à distribuição de rigidez nos mancais, sendo que movimentos circulares são esperados quando os apoios tornam-se isotrópicos, podendo ser iguais ou não. Mostrou-se além disso que, mesmo para um modelo com defasagem angular entre os discos e anisotropia de rigidez e amortecimento, é possível obter o controle das órbitas utilizando os componentes SMA, ainda que, no resultado final, os mancais permaneçam anisotrópicos. Houve ainda assim alguns casos em que a amplitude de vibração dos discos aumentou após a tentativa de controle da forma das órbitas.

Outra constatação refere-se à amplificação dos deslocamentos nos mancais após a inserção das molas devido à menor rigidez do material. Este procedimento auxilia no alívio de tensões nesses pontos, mas deve-se ter cautela quando houver limitações espaciais envolvidas.

Em geral, pode-se evidenciar a potencialidade das SMA para o controle de vibração de sistemas rotativos sob condições físicas variadas, sendo através de ajustes na frequência, amplitude, supressão de movimentos indesejáveis ou no controle de órbitas.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As sugestões para trabalhos futuros pretendem introduzir novas possibilidades de estudo sobre a utilização das ligas com memória de forma como atuadores em sistemas rotativos. Desse modo, têm-se como proposições:

• Os resultados obtidos neste trabalho são em seu todo numéricos. Assim, torna-se necessário a validação dos mesmos através de testes experimentais com luvas e molas SMA.

• Validar a simulação das luvas SMA aplicando elementos finitos que incorporem o comportamento de memória de forma e pseudoelástico em sua formulação, possibilitando que sejam empregadas as características de histerese desses materiais, por exemplo. Isso é possível a partir de versões mais avançadas do programa ANSYS<sup>®</sup>.

• Realizar simulações a tensão constante com deformação e temperatura variáveis, e deformação constante com tensão e temperatura variáveis. É possível, dessa forma, determinar as temperaturas exatas em que se devem utilizar as molas para o conhecimento da rigidez, e não apenas através da observação do gráfico carga-deformação.

• Utilizar um conjunto de molas SMA em paralelo em vez de uma única mola de cada lado, conforme o trabalho de He *et al.* (2006a, 2006b). Tal metodologia produz novas possibilidades de controle de vibração em diferentes frequências e posições do sistema rotativo, para sistemas com um ou vários discos.

• Realizar novas simulações com os materiais SMA utilizando outros modelos constitutivos, como por exemplo o de Auricchio *et al.* (1997), em que é possível utilizar variáveis que incorporem a taxa de transformação do material SMA e ainda permitam que sejam realizadas análises tridimensionais.

• Outras ligas SMA com diferentes propriedades podem ser utilizadas em futuras simulações numéricas e testes experimentais, preferencialmente aquelas que possuam um valor de  $M_f$  superior ao que foi apresentado neste trabalho, pois dessa forma é possível alcançar o estado totalmente martensítico simplesmente resfriando o material à temperatura ambiente.

• Todos os resultados gerados nesta dissertação são apresentados no domínio da frequência, sendo também de interesse observar a resposta temporal, principalmente quando se desejar utilizar as características de amortecimento das SMA.

## REFERÊNCIAS

ASHOUR, O., ROGERS, C.A., KORDONSKY, W., 1996, "Magnetorheological Fluids: Materials, Characterization, and Devices", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 7, pp. 123–130.

AURICCHIO, F., TAYLOR, R.L., LUBLINER, J., 1997, "Shape-memory Alloys: Macromodelling and Numerical Simulations of the Superelastic Behavior", Computational Methods Applied to Mechanical Engineering, Vol. 146, pp. 281-312.

BARRET, P.R., CUNNINGHAM, P., 2004, "Super Elastic Alloy Eyeglass Frame Design Using the ANSYS Workbench Environment", 2004 International Ansys Conference.

BAZ, A., CHEN, T., RO, J., 2000, "Shape Control of Nitinol-Reinforced Composite Beams". Composites: Part B - Engineering, Vol. 31, pp. 631-642.

BAZ, A., POH, S., RO, J., GILHEANY, J., 1994, "Control of the Natural Frequencies of Nitinol-Reinforced Composite Beams", Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, No. 1, pp. 171-185.

BENZAOUI, H., LEXCELLENT, C., CHAILLET, N., LANG, B., BOURJAULT, A., 1997, "Experimental Study and Modeling of a TiNi Shape Memory Alloy Wire Actuator", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 8, pp. 619-629.

BREBBIA, C.A., ALIABADI, M.H., 1993, "Adaptive Finite and Boundary Element Methods", Elsevier Applied Science.

BRINSON, L.C., 1993, "One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-constant Material Functions", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 4, pp. 229–242.

CARVALHAL, R., 2005, "Controle Ativo de Vibrações em Estruturas Espaciais Tipo Treliças Usando Controladores IMSC", Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, Campus Ilha Solteira, 114p.

CHANG, B., SHAW, J.A., IADICOLA, M.A., 2006, "Thermodynamics of Shape Memory Alloy Wire: Modeling, Experiments, and Application", Continuum Mechanics and Thermodynamics, Vol. 18, pp. 83-118.

CHEN, Q., LEVY, C., 1999, "Vibration Analysis and Control of Flexible Beam by Using Smart Damping", Composites: Part B - Engineering, Vol. 30, pp. 395-406.

CHENG, F.Y., JIANG, H., LOU, K., 2008, "Smart Structures: Innovative Systems for Seismic Response Control", CRC Press, 672p.

CHOI, S.B., HWANG, J.H., 2000, "Structural Vibration Control Using Shape Memory Actuators", Journal of Sound and Vibration, Vol. 231, No. 4, pp. 1168-1174.

CLARK, R.L., SAUNDERS, W.R., GIBBS, G.P., 1998, "Adaptive Structures: Dynamics and Control", John Wiley & Sons.

DE LA FLOR, S., URBINA, C., FERRANDO, F., 2006, "Constitutive Model of Shape Memory Alloys: Theoretical Formulation and Experimental Validation", Materials Science and Engineering A, Vol. 427, pp. 112-122.

DE LA FLOR, S., URBINA, C., FERRANDO, F., 2007, "Comportamiento Termomecánico de Actuadores NiTi: Modelo Numérico y Contrastación Experimental", 8º Congreso Iberoamericano de Ingenieria Mecanica, Cusco, Peru.

DELAEY, L., KRISHNAN, R. V., TAS, H., 1974, "Thermoelasticity, Pseudoelasticity, and the Memory Effects Associated with Martensitic Transformations. Part 1: Structural and Microstructural Changes Associated with the Transformations", Journal of Materials Science, Vol. 9, pp. 1521-1535.

DIAS JR., M., ALLEMANG, R.J., 2000, "Some Insights into the Simultaneous Forward and Backward Whirling of Rotors", Proceedings of the 20<sup>th</sup> IMAC.

DIAS JR., M., IDEHARA, S.J., MESQUITA, A.L.A., MIRANDA, U.A., 2002, "On the Simultaneous Forward and Backward Whirling of Flexible Rotors: Numerical Analysis and Experimental Verification", IFToMM, 6<sup>th</sup> International Conference on Rotor Dynamics, Sydney, Australia, pp. 496-503.

EUCKEN, S., (editor), 1992, "Progress in Shape Memory Alloys", DGM - Informationsgesellschaft, Oberursel, Germany.

FULLER, C.R., ELLIOT, S.J., NELSON, P.A., 1996, "Active Control of Vibration", Academic Press.

GANDHI, M.V., THOMSON, B.S., 1994, "Smart Materials and Structures Technologies. An Intelligence Report", Technomic Publishing Company.

GENTA, G., 1998, "Vibration of Structures and Machines - Practical Aspects", 3<sup>rd</sup> ed., Springer-Verlag, 591p.

GONÇALVES, F.D., Koo, J.H., AHMADIAN, M., 2006, "A Review of the State of the Art in Magnetorheological Fluid Technologies - Part I: MR Fluid and MR Fluid Models", The Shock and Vibration Digest, Vol. 38, pp. 203-219.

GORDON, J.E., 1981, "Structures. Why Things Don't Fall". Da. Capo Press.

GRANT, D., HAYWARD, V., 1999, "Vibration Isolation with High Strain Shape Memory Alloy Actuators: Case of the Impulse Disturbance", Proceedings of International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Montreal, Canada, Vol. 229.

GUPTA, K., 2000, "Critical Speed Analysis of Fibre Reinforced Composite Rotor Embedded with Shape Memory Alloy Wires", International Journal of Rotating Machinery, Vol. 6, No. 3, pp. 201-213.

HAN, Y., LEE, C., 1999, "Directional Wigner Distribution for Order Analysis in Rotating/Reciprocating Machines", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 13, No. 5, pp. 723-737.

HARRIS, C.M., 1997, "Shock and Vibration Handbook", 4th ed., McGraw-Hill.

HARTOG, J.P.D., 1972, "Vibrações nos Sistemas Mecânicos", Edgard Blücher Ltda., 366p.

HE, Y.Y., OI, S., CHU, F.L., LI., H.X., 2007, "Vibration Control of a Rotor-bearing System Using Shape Memory Alloy: I - Theory", Smart Materials and Structures, Vol. 16, pp. 114-121.

HE, Y.Y., OI, S., CHU, F.L., LI., H.X., 2007, "Vibration Control of a Rotor-bearing System Using Shape Memory Alloy: II - Experimental Study", Smart Materials and Structures, Vol. 16, pp. 122-127.

HIETANEN, S., 2001, "ER Fluids and MR Materials – Basic Properties and Some Application Developments". ESPOO: Technical Research Centre of Finland (VTT). Research report BVAL73-011181, 27p.

HUMBEECK, J.V., 1999, "Non-medical Applications of Shape Memory Alloys", Materials Science and Engineering A, Vols. 273-275, pp. 134-148.

IOANNOU, P.A., SUN, J., 1995, "Robust Adaptive Control", Prentice Hall PTR.

IWATA Y., TAKAMORI, Y., SATO, H., 1990, "Suppression of Rotor Vibration by a Springdamper Support at One End", Transactions of Japanese Society of Mechanical Engineers C, Vol. 56, pp. 339–343.

IWATA, Y., NONAMI, N., 1983, Vibration Control of Rotating Shaft with Self-optimizing Support System, Trans. Japan. Soc. Mech. Eng. (JSME) C, Vol. 49, pp. 1897-1903.

JANKE, L., CZADERSKI, C., MOTAVALLI, M., Ruth, J., 2005, "Applications of Shape Memory Alloys in Civil Engineering Structures - Overview, Limits and New Ideas", Materials and Structures, Vol. 38, pp. 578-592.

JANOCHA, H., 1999, "Adaptronics and Smart Structures: Basics, Materials, Design and Application, Springer.

JENKINS, M.D., NELSON, P.A., PINNINGTON, R.J., ELLIOTT, S.J., 1993, "Active Isolation of Periodic Machinery Vibrations", Journal of Sound and Vibration, Vol. 166, No. 1, 117-140.

JIA, J., ROGERS, C.A., 1989, "Formulation of a Mechanical Model for Fiber Reinforced Composites with Embedded SMA Actuators", Proceedings of 8<sup>th</sup> Biennal Conference on Failure Prevention and Reliability, Montreal, Canada, pp. 203-210.

KAFKA, V., VOKOUN, D., 2000, "Shape Memory Elements in Bending: Influence of the Shape of Their Cross-Section", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 11, pp. 977-984.

KLOUCEK, P., REYNOLDS, D.R., SEIDMAN, T.I., 2004, "Computational Modeling of Vibration Damping in SMA Wires", Continuum Mechanics and Thermodynamics, Vol. 16, pp. 495-514.

LA CAVA, C.A.P.L., SILVA, E.P., MACHADO, L.G., PACHECO, P.M.C.L., SAVI, M.A., 2000, "Modelagem de um Dispositivo de Pré-carga com Memória de Forma para Juntas Flangeadas", I Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Natal, Brasil.

LAGOUDAS, D.C., 2008, "Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications", Springer, 446p.

LAGOUDAS, D.C., MOORTHY, D., QIDWAI, M.A., REDDY, J.N., 1997, "Modeling of the Thermomechanical Response of Active Laminates with SMA Strips Using the Layerwise Finite Element Method", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 8, pp. 476-488.

LAU, K., 2002, "Vibration Characteristics of SMA Composite Beams with Different Boundary Conditions", Materials and Design, Vol. 23, pp. 741-749.

LEDERLÉ, S., 2002, "Issues in the Design of Shape Memory Alloy Actuators", Master Degree of Science in Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 96p.

LEE, C.W., 1993, "Vibration Analysis of Rotors", Kluwer Academic Publishers.

LIANG, C., 1990, "Constitutive Modelling of Shape Memory Alloys", Ph.D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.

LIANG, C., ROGERS, C.A., 1990 "A One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relation of Shape Memory Materials", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1, No. 2, pp. 207-234.

LIANG, C., ROGERS, C.A., 1993, "Design of Shape Memory Alloy Springs with Applications in Vibration Control", Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 115, pp. 129-135.

LOMBARDI, S., PONCET, P., 2004, "Metallurgical Principles of Nitinol and Its Use in Interventional Devices", Controversies and Consensus in Imaging and Intervention, pp. 24-26.

MA, H., WILKINSON, T., CHO, C., 2007, "Feasibility Study on a Self-centering Beam-to-Column Connection by Using the Superelastic Behavior of SMAs", Smart Materials and Structures, Vol. 16, pp. 1555-1563.

MAGNOLI, M.V., 2005, "Cálculo das Velocidades Críticas da Linha de Eixo de Turbinas Hidráulicas com Ênfase no Comportamento Estrutural Dinâmico do Hidrogerador", Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de São Paulo - Escola Politécnica, 150p.

MARFIA, S., SACCO, E., REDDY, J.N., 2003, "Superelastic and Shape Memory Effects in Laminated Shape-Memory-Alloy Beams", Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics, Vol. 41, No. 1, pp. 100-109.

MATHWORKS Inc., T., 1999, "MATLAB<sup>®</sup>: The Language of Technical Computing".

MATSUZAKI, Y., 2005, "Recent Research on Adaptive Structures and Materials: Shape Memory Alloys and Aeroelastic Stability Prediction", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 16, pp. 907-917.

MEIROVITCH, L., 1990, "Dynamics and Control of Structures", John Wiley & Sons.

MESQUITA, A.L.A., 2004, "Identificação de Modos Operacionais e Naturais de Vibração em Máquinas Rotativas Utilizando Coordenadas Complexas", Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual de Campinas, 133p.

MESQUITA, A.L.A., SILVA, J.A.B., DA SILVA, E.P., DIAS JR., M., 2008, "Numerical Simulation of Vibration Control in Rotors Using Bearing with Shape Memory Effect", XVII Congresso e Exposição Internacionais da Tecnologia da Mobilidade, São Paulo, Brasil.

MICHALSKI, M.A.C., 2004, "Análise Teórico-experimental do Comportamento Dinâmico de um Rotor Horizontal Suportado por Mancais Hidrodinâmicos", Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas), Universidade Federal do Rio de Janeiro, 191p.

MIRANDA, U.A., DIAS JR., M., MESQUITA, A.L.A., IDEHARA, S.J., 2002, "On the Application of Directional Time-frequency Distribution to the Identification of Simultaneous Forward and Backward Whirling in Flexible Rotors", IFToMM, 6<sup>th</sup> International Conference on Rotordynamics, Sydney, Australia, pp. 504-511.

MUKHERJEE, R., CHRISTIAN, T.F, THIEL, R.A., 1996, "An Actuation System for the Control of Multiple Shape Memory Alloy Actuators", Sensors and Actuators A, Vol. 55, pp. 185-192.

MUSZYNSKA, A., 1996, "Forward and Backward Precession of a Vertical Anisotropically Supported Rotor", Journal of Sound and Vibration, Vol. 192, No. 1, pp. 207-222.

MUUKKONEN, T., KATAINEN, A., 2003, "Application of Functional Materials Based Actuators to Produce Precision Motion and Force", VTT Symposium 225, Espoo, Finland.

NAGAYA, K., TAKEDA, S., TSUKUI, Y., KUMAIDO, T., 1987, "Active Control Method for Passing Through Critical Speeds of Rotating Shafts by Changing Stiffness of the Supports with Use of Memory Materials", Journal of Sound and Vibration, Vol. 113, No.2, pp. 307-315.

NAKRA, B.C., 1998, "Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping", Journal of Sound and Vibration, Vol. 211, No. 3, 449-465.

NICOLETTI, R., 2003, "Mancais Segmentados com Lubrificação Ativa - Teoria, Experimento e Aplicação", Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual de Campinas, 312p.

OSTACHOWICZ, W., KRAWCZUK, M., ZAK, A., 1999, "Natural Frequencies of a Multilayer Composite Plate with Shape Memory Alloy Wires", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 32, pp. 71-83.

OTSUKA, K., WAYMAN, C.M. (editors), 1998, "Shape Memory Materials", Cambridge Academic Press.

PAIVA, A., SAVI, M.A., PACHECO, P.M.C.L., 2003, "Modelos Constitutivos para Ligas com Memória de Forma", 2º Congresso Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, São José dos Campos, Brasil, Vol. 2, pp. 2388-2417.

PIEDBOEUF, M.C., GAUVIN, R., 1998, "Damping Behaviour of Shape Memory Alloys: Strain Amplitude, Frequency and Temperature Effects", Journal of Sound and Vibration, Vol. 214, No. 3, pp. 885-901.

PONS, J.L., REYNAERTS, D., PEIRS, J., CERES, R., BRUSSEL, H.V., 1997, "Comparison of Different Control Approaches to Drive SMA Actuators", Proceedings of 8<sup>th</sup> International Conference on Advanced Robotics, Monterey, USA.

POPOV, P.A., 2005, "Constitutive Modelling of Shape Memory Alloys and Upscaling of Deformable Porous Media", Ph.D. Dissertation, Texas A&M University, 295p.

PRAHLAD, H., CHOPRA, I., 2001, "Comparative Evaluation of Shape Memory Alloy Constitutive Models with Experimental Data", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 12, pp. 383-395.

QUITZRAU, L.E., 2002, "Análise Dinâmica de Grupos Turbo e Hidrogeradores com o Método das Matrizes de Transferência", Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 119p.

RAJALINGHAM, C., GANESAN, N., PRABHU, B.S., 1986, "Conditions for Backward Whirling Motion of a Flexible Rotor Supported on Hydrodynamic Journal Bearings", Journal of Sound and Vibration, Vol. 111, pp. 29-36.

RAMANATHAN, G., PANOSKALTSIS, V.P., MULLEN, R.L., WELSCH, G., 2002, "Experimental and Computational Methods for Shape Memory Alloys", 15<sup>th</sup> ASCE Engineering Mechanics Conference, New York, USA.

RAO, C., BHAT, R.B., XISTRIS, G.D., 1996, "Experimental Verification of Simultaneous Forward and Backward Whirling at Different Points of a Jeffcott Rotor Supported on Identical Journal Bearings", Journal of Sound and Vibration, Vol. 128, No. 3, pp. 379-388.

RAO, C., BHAT, R.B., XISTRIS, G.D., 1997, "Simultaneous Forward and Backward Whirling in a Jeffcott Rotor Supported on Dissimilar Hydrodynamic Bearings", Journal of Sound and Vibration, Vol. 203, No. 4, pp.707-716.

REYNAERTS, D., BRUSSEL, H.V., 1998, "Design Aspects of Shape Memory Actuators", Mechatronics, Vol. 8, pp. 635-656.

RICE, C., 2002, "Shape Memory Alloys, Applications", Encyclopedia of Smart Materials, Vols. 1-2, John Wiley & Sons.

ROCHA, T.L., 2004, "Modelagem de Estruturas Inteligentes", Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, Campus Ilha Solteira, 139p.

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G., 2005, "Mechanical Engineering Design", 7<sup>th</sup> ed., McGraw-Hill, Inc.

SHIMIZU, K., TADAKI, T., 1987, "Shape Memory Alloys", Gordon and Breach Science Publishers.

SILVA, J.A.B., MESQUITA, A.L.A., DA SILVA, E.P., 2008, "Controle de Vibração de Máquina Rotativa Utilizando Luva com Efeito Memória de Forma", V Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Salvador, Brasil.

SONG, G., MA, N., 2007, "Robust Control of a Shape Memory Alloy Wire Actuated Flap", Smart Materials and Structures, Vol. 16, pp. 51-57.

SONG, G., MA, N., LI, H.N., 2006, "Applications of Shape Memory Alloys in Civil Structures", Engineering Structures, Vol. 26, pp. 1266-1274.

SOONG, T.T., DARGUSH, G.F., 1997, "Passive Energy Dissipation in Structural Engineering", John Wiley & Sons.

SRINIVASAN, A.V., CUTTS, D.G., SCHETKY, L.M., 1991, "Thermal and Mechanical Considerations in Using Shape Memory Alloys to Control Vibrations in Flexible Structures", Metallurgical Transactions A, Vol. 22, No. 3, pp. 623-627.

SRINIVASAN, A.V., MCFARLAND, D.M., 2001, "Smart Structures, Analysis and Design", Cambridge University Press.

SWANSON ANALYSIS SYSTEMS ANSYS<sup>®</sup>, 1994-2003, "User's Manual Theory", Revision 6.0, Inc.

TANAKA, K., 1986, "A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One Dimensional Tensile Behavior", Res. Mech., Vol. 18, pp. 251-272.

TANAKA, K., NAGAKI, S.A., 1982, "Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transitions", Ingenieur Arch., Vol. 51, pp. 287-299.

TSAI, X., CHEN, L., 2002, "Dynamic Stability of a Shape Memory Alloy Wire Reinforced Composite Beam", Composite Structures, Vol. 56, pp. 235-241.

UTKU, S., 1998, "Theory of Adaptive Structures-Incorporating Intelligence into Engineered Products", CRC Press, 269p.

VALENZUELA, W.A.V., LIMA, W.M., LIMA, A.M.N., ROCHA NETO, J.S., 2008, "Comparative Analysis and Numerical Simulation of the Macro-mechanical Models of Shape Memory Alloy", I<sup>2</sup>MTC 2008 - IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, Victoria, Vancouver Island, Canada.

VANCE, J. M., 1988, "Rotordynamics of Turbomachinery", John Wiley & Sons, 388p.

VANDOREN, V.J. (editor), 2003, "Techniques for Adaptive Control", Butterworth-Heinemann.

WANG, G., SHAHINPOOR, M., 1997, "A New Design for a Rotatory Joint Actuator Made with a Shape Memory Alloy Contractile Wire", Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 8, pp. 215-219.

WANG, J., MENG, G., 2005, "Study of the Vibration Control of a Rotor System Using a Magnetorheological Fluid Damper", Journal of Vibration and Control, Vol. 11, pp. 263-276.

WAYMAN, C.M., 1975, "Shape Memory Effects in Alloys", Plenum Press.

WAYMAN, C.M., DUERIG, T.W., 1990, "Engineering Aspects of Shape Memory Alloys", Butterworth-Heinemann.

WEI, Z., MA, H., SUN, D., 2002, "A Mathematical Model for Pseudoelasticity of Shape Memory Alloy and Its Application in Passive Control", Journal of Vibration and Control, Vol. 8, pp. 41-49.

WILKES, K.E., LIAU, P.K., 2000, "The Fatigue Behavior of Shape-Memory Alloys", J. Miner., Met. Mater. Soc., Vol. 52, No. 10, pp. 45-51.

YAN, X., NIE, J., SUN, C., 2000, "Intelligent Support System for Passing Through Critical Speed of High-Speed Rotor by Changing Stiffness", Journal of Aerospace Power, Vol. 15, pp. 63-66.

ZAK, A.J., CARTMELL, M.P., OSTACHOWICZ, W.M., 2003, "Dynamics and Control of a Rotor Using an Integrated SMA/Composite Active Bearing Actuator", Key Engineering Materials, Vols. 245-246, pp. 233-240.

## APÊNDICE A - O PROGRAMA X-ROTOR VERSÃO 6.5

O programa X-Rotor é um programa direcionado à modelagem de rotores baseado no método dos elementos finitos em que as coordenadas que descrevem o movimento rotativo podem ser tanto reais como complexas. O elemento de viga utilizado para o eixo é o elemento de viga de Timoshenko, que leva em conta o efeito giroscópico e inércia de rotação.

O X-Rotor foi inicialmente desenvolvido pelo Prof. Dr. Milton Dias Jr. da Unicamp-FEM-DPM e seus orientados e ainda passa por novas implementações e melhorias em seu conteúdo. Este programa é capaz de modelar sistemas rotativos compostos por discos, eixo e mancais, utilizando um código de elementos finitos desenvolvido em ambiente MATLAB<sup>®</sup>. A interface do X-Rotor é totalmente apresentada em língua inglesa. A seguir é mostrada a utilização passo-a-passo do programa:

Etapa 1: Preparação do arquivo .inp para a entrada de dados.

Inicialmente, escreve-se um arquivo (*script*) com a extensão .inp no bloco de notas para a definição dos nós e elementos do modelo. São especificadas as coordenadas XYZ dos nós e em seguida, definidos os tipos de elementos e as propriedades dos materiais (Figura A.1):

*HEADING	*ELEMENTS	
**	CSHA 1 2 1 1	
	CSHA 2 3 1 1	
*NODES	CSHA 3 4 1 1	
0.0000 0.000 0.000	CSHA 4 5 1 1	
0.0400 0.000 0.000	CSHA 5 6 1 1	
0.0800 0.000 0.000	CSHA 6 7 1 1	
0.1250 0.000 0.000	CSHA 7 8 1 1	
0.1700 0.000 0.000	CSHA 8 9 1 1	
0.2150 0.000 0.000	CSHA 9 10 1 1	
0.2600 0.000 0.000	CSHA 10 11 1 1	*MATERIAL
0.3050 0.000 0.000	CSHA 11 12 1 1	2.11e+011 0.3 7800
0.3500 0.000 0.000	CSHA 12 13 1 1	**
0.3950 0.000 0.000	CSHA 13 14 1 1	
0.4400 0.000 0.000	CSHA 14 15 1 1	+ + +
0.4850 0.000 0.000	CSHA 15 16 1 1	E N O
0.5300 0.000 0.000	CSHA 16 17 1 1	$E \qquad \gamma  \rho$
0.5750 0.000 0.000	CSHA 17 18 1 1	
0.6200 0.000 0.000	CSHA 18 19 1 1	
0.6650 0.000 0.000	DISC 6 1 2	
0.7100 0.000 0.000	DISC 101 2	
0.7550 0.000 0.000	DISC 15 1 3	
0.8000 0.000 0.000	BEAR 1 20 0 4	
0.0000 -0.100 0.000	BEAR 3 21 0 5	
0.0800 -0.100 0.000	BEAR 19 22 0 6	
0.8000 -0.100 0.000		
		<i>.</i>
(a)	(b)	(c)

Figura A.1 – Especificação das (a) coordenadas, (b) tipos de elementos e (c) propriedades dos

materiais.

Todas estas propriedades são definições do MEF, como por exemplo (Figura A.2):



Figura A.2 – Demonstração dos tipos de elementos finitos e associação às suas respectivas propriedades materiais e constantes reais.

Etapa 2: Especifica-se o conjunto das constantes reais do eixo, dos discos e dos mancais.

Nesta seção as linhas definem o tipo de elemento e as colunas representam as constantes reais associadas a eles, conforme Figura A.3:



Figura A.3 – Definição das constantes reais.

### <u>1ª Linha:</u>

Elemento de Eixo Circular (CSHA): Raio Externo, Raio Interno, Coef. Amort. Viscoso Interno, Fator de Perda (Histerese) Interno, Fator de Forma de Cisalhamento (*Shear Factor*), 0, 0, 0.

### 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> Linhas:

Elemento de Disco (DISC): Raio Externo, Raio Interno, Espessura, Desbalanceamento, Posição Angular do Desbalanço em Relação ao Eixo Y, 0, 0, 0.

# <u>4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> Linhas:</u> Elemento de Mancal (BEAR): $k_{yy}$ , $k_{zz}$ , $k_{yz}$ , $k_{zy}$ , $c_{yy}$ , $c_{zz}$ , $c_{yz}$ , $c_{zy}$

Etapa 3: Execução do programa.

Esta estapa consiste na execução do programa através da entrada do nome "XRotor\_V65" na tela de trabalho do MATLAB<sup>®</sup>:

>> XRotor\_V65

Pode-se também abrir o arquivo XRotor\_V65.m através do diretório de trabalho onde ele está localizado. Para qualquer uma das alternativas, surgirá uma tela contendo os arquivos .inp criados. Seleciona-se então um arquivo, por exemplo, teste.inp. Ao abrir o arquivo a figura do modelo de rotor (Figura A.4) surgirá na tela:



Figura A.4 – Modelo em elementos finitos gerado a partir das informações do arquivo .inp.

Etapa 4: Escolher a formulação do sistema, se real ou complexa.

Em seguida, escolhe-se se quer utilizar a formulação complexa ou não através da caixa de diálogo "Complex Coordinate Option" (Figura A.5):

COMPLEX COORDINATE OPTION
Use complex coordinates formulation ?

Figura A.5 – Caixa de diálogo para a seleção do tipo de formulação matemática.

Surge em seguida uma mensagem com a informação dos valores das massas dos elementos do sistema (Figura A.6):



Figura A.6 – Caixa de diálogo mostrando a massa do(s) disco(s), eixo e a massa total.

Após selecionar "OK" é exibida uma caixa de diálogo (Figura A.7a) que trata da inclusão de amortecimento interno (viscoso e/ou histerético). Após a seleção, são mostradas as opções de análise (Figura A.7b):

	Analysis Options
INTERNAL DAMPING OP	Select an Option Campbell Diagram Stiffmess Diagram Frequency Response Functions Unbalance Response Unbalance and Foundation Identification Acceleration of Torsionaly Stiff Rotor Cracked Rotor Analysis
(2)	OK Exit

Figura A.7 – Caixas de diálogo para a (a) seleção do amortecimento interno e (b) tipo de análise a ser executada.

Etapa 5: Escolha do tipo de análise.

Na caixa de diálogo "Analysis Options" (Figura A.8) seleciona-se uma entre as oito opções disponíveis. Para exemplificação do que foi apresentado é realizada uma análise de resposta ao desbalanceamento selecionando-se a opção correspondente "Unbalance Response":

Critical Speeds ar Campbell Diagram Stiffness Diagram	nd Mode Shapes	^
requency Respo	Inse Functions	
Jnbalance Respo	nse	
Jnbalance and Fo Acceleration of T Cracked Rotor Ar	oundation Identification orsionaly Stiff Rotor alysis	

Figura A.8 – Caixas de diálogo "Analysis Options" para a escolha do tipo de análise.

Então, é exibida a tela (Figura A.9) para entrada de dados referentes à condição do desbalanceamento:

DISC	Unbala	ance Data
Elements	m.e	angle (deg)
19	0	0
20	0	0
21 Outter Shaft - Inner Shaft Rotational Sp	0 Deed Ratio	0
21 Dutter Shaft - Inner Shaft Rotational Sp Driving Shaft Inner V	0 Deed Ratio Units	O rpm
21 Outter Shaft - Inner Shaft Rotational Sp Driving Shaft Inner V	0 Deed Ratio Units Lower	0 rpm N Upper
21 Outter Shaft - Inner Shaft Rotational Sp Driving Shaft Inner V	0 Deed Ratio Units Lower 0	0 rpm V Upper 5000

Figura A.9 – Caixa de diálogo "Unbalance Response Data" para a escolha das características do desbalanceamento e faixa de frequência da análise.

Entra-se com os dados da magnitude do desbalanceamento e sua posição angular no(s) disco(s), assim como a faixa de frequência sob análise. Insere-se, por exemplo, o valor de  $2x10^{-3}$  (kg.m) na magnitude do desbalanceamento no primeiro disco e 0° para seu ângulo. A faixa de frequência selecionada está compreendida entre 0 a 5000 rpm.

Etapa 6: Geração dos resultados.

Depois de escolhida a análise a ser executada (Figura A.10a) e de se ter entrado com as opções de geração de resultados (Figura A.10b) pela interface do programa, verificam-se as respostas do modelo (Figura A.10c):



Figura A.10 – Caixas de diálogo para a (a) seleção do tipo de análise dentro da resposta ao desbalanceamento, (b) características específicas dessa análise e (c) resultados gráficos.

O programa possui ainda a opção "Animated Operational Deflection Shape" na caixa de diálogo "Unbalance Response Plots" (Figura A.10a), e que consiste na visualização animada da forma de deflexão operacional em uma dada velocidade de rotação. Esta ferramenta é bastante útil quando se deseja visualizar o comportamento global do modelo rotativo em condições de precessão direta, retrógrada ou mista.

# APÊNDICE B – CÓDIGO DESENVOLVIDO EM AMBIENTE MATLAB<sup>®</sup> PARA A SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO TERMOMECÂNICO DE MOLAS SMA.

clc, clear, close % UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ % INSTITUTO DE TECNOLOGIA % CURSO DE PÓS-GRADUACÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA % IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO UNIDIMENSIONAL DE BRINSON (1993) UTILIZANDO A % FORMA DE TENSÃO PRÉ-ESCRITA ADAPTADA PARA O CASO DA SIMULAÇÃO DO COM portamento termomecânico de molas sma através do modelo de liang &% ROGERS (1993). % JOSÉ ADRIANO B. DA SILVA % Este programa foi inicialmente desenvolvido na Universidade de Brasí-% lia (UnB) e adaptado para a representação do comportamento de molas % SMA à temperatura constante. 8 \_\_\_\_\_ % Definição das Constantes Referentes à Liga NiTi Ms = 18.4;% Início da formação martensítica (°C) Mf = 9.0;% Fim da formação martensítica (°C) As = 34.5;% Início da formação austenítica (°C) Af = 49.0;% Fim da formação austenítica (°C)  $Dm = 26.3 \times 10^{3};$ % Módulo de elasticidade da martensita (MPa)  $Da = 67.0*10^{3};$ % Módulo de elasticidade da austenita (MPa) Cm = 8;% Constante de transformação (MPa/°C) Ca = 13.8;% Constante de transformação (MPa/°C) theta = 0.55;% Tensor termoelástico (MPa/°C) sigmas = 100;% Tensão crítica para o início da transformação SIM (MPa) sigmaf = 170; % Tensão crítica para o fim da transformação SIM (MPa) % Máxima deformação residual (%) El = 0.067; $r = 1.85*10^{-3};$ % Raio do fio da mola (m)  $R = 6.85*10^{-3};$ % Raio médio da mola (m) N = 4;% Número de espiras ativas mi = 0.3;% Coeficiente de Poisson (%) % Cálculo de Constantes Utilizadas no Programa aM = pi/(Ms-Mf); % Constante para a determinação de csi aA = pi/(Af-As);% Constante para a determinação de csi deltaTe = 0;Gm = Dm/(2\*(1+mi));% Módulo de cisalhamento na fase martensítica (MPa) Ga = Da/(2\*(1+mi));% Módulo de cisalhamento na fase austenítica (MPa) km = (r^4\*Gm)/(4\*N\*R^3); % Rigidez da mola na fase martensítica (MN/m) % Rigidez da mola na fase austenítica  $ka = (r^4*Ga)/(4*N*R^3);$ (MN/m)% Definição das Variáveis de Entrada  $T = [5 \ 14 \ 28 \ 42 \ 60];$ % Vetor de temperaturas para a mola SMA (°C). Utilizar no máximo 5 valores! sigmamax = 600; % Máxima tensão admissível (MPa)

```
% Definição das Condições Iniciais
s = length(T);
E0 = zeros(1,s);
                                % Deformação (%)
                               % Fração martensítica monovariante (%)
es0 = zeros(1,s);
                               % Fração martensítica multivariante
eT0 = zeros(1,s);
( 응 )
e0 = zeros(1,s);
                               % Fração martensítica total (%)
                               % Tensão (MPa)
sigma0 = zeros(1,s);
% Aplicação da Subida da Tensão Rampa
for z = 1:s
   TO(z) = T(z);
   if T(z) > Mf
       if T(z) < Ms
           eTO(z) = (1-eTO(z))/2*(cos(aM*(T(z)-Mf))+1);
           e0(z) = eT0(z);
       end
   end
   if T(z) <= Mf
       eTO(z) = 1;
       e0(z) = eT0(z);
   end
   D0(z) = Da+e0(z)*(Dm-Da); % Módulo de elasticidade em qualquer
estado (MPa)
   omega0(z) = -El*D0(z); % Tensor de transformação de fase
(MPa)
   E(z, 1) = EO(z);
   es(z,1) = es0(z);
   eT(z,1) = eTO(z);
   e(z,1) = e0(z);
   sigma(z,1) = sigmaO(z);
   tempo(z,1) = 0;
   kO(z) = (r^4*GO(z))/(4*N*R^3); % Valor de rigidez (MN/m)
   % Pré-inscrição da Tensão e da Força Atuantes na Mola
   for i = 1:600
       tempo(z, i+1) = 0.1*i;
       sigma(z,i+1) = sigmamax/60*tempo(z,i+1);
       tau(z,i+1) = sigma(z,i+1)/sqrt(3);
                                          % Tensão de
cisalhamento (MPa)
       F(z,i+1) = (tau(z,i+1)*pi*r^3)/(2*R); % Força de tração na
mola (MN)
       % Casos T >= Ms
       if T(z) >= Ms
           if sigma(z,i+1) <= sigmas+Cm*(T(z)-Ms)</pre>
               es(z,i+1) = es0(z);
               eT(z,i+1) = eTO(z);
               e(z,i+1) = e0(z);
           end
           if sigmas+Cm*(T(z)-Ms) < sigma(z,i+1)</pre>
```

```
if sigma(z,i+1) < sigmaf+Cm*(T(z)-Ms)</pre>
                                                  es(z,i+1) = (1-es0(z))/2*cos(pi/(sigmas-
sigmaf (sigma(z,i+1)-sigmaf-Cm*(T(z)-Ms)))+(1+esO(z))/2;
                                                 eT(z,i+1) = eTO(z)-eTO(z)*(es(z,i+1)-esO(z))/(1-
es0(z));
                                                 e(z,i+1) = es(z,i+1)+eT(z,i+1);
                                                 ctel(z) = es(z,i+1);
                                                 cte2(z) = eT(z,i+1);
                                                 cte3(z) = e(z,i+1);
                                       end
                              end
                              if sigma(z,i+1) >= sigmaf+Cm*(T(z)-Ms)
                                        es(z,i+1) = ctel(z);
                                        eT(z,i+1) = cte2(z);
                                        e(z,i+1) = cte3(z);
                              end
                    end
                    % Casos T < Ms
                    if T(z) < Ms
                              if sigma(z,i+1) <= sigmas
                                        es(z,i+1) = esO(z);
                                        eT(z,i+1) = eTO(z);
                                        e(z,i+1) = e0(z);
                              end
                              if sigmas < sigma(z,i+1)</pre>
                                        if sigma(z,i+1) < sigmaf
                                                 es(z,i+1) = (1-es0(z))/2*cos(pi*(sigma(z,i+1)-
sigmaf)/(sigmas-sigmaf))+(1+es0(z))/2;
                                                 if T(z) > Mf
                                                            if T(z) < TO(z)
                                                                      deltaTe = (1-eTO(z))/2*(cos(aM*(T(z)-
Mf))+1);
                                                            end
                                                 end
                                                 eT(z,i+1) = eTO(z) - eTO(z) * (es(z,i+1) - esO(z)) / (1 - eSO(z)
es0(z))+deltaTe;
                                                 e(z,i+1) = es(z,i+1)+eT(z,i+1);
                                                 ctel(z) = es(z,i+1);
                                                 cte2(z) = eT(z,i+1);
                                                 cte3(z) = e(z,i+1);
                                        end
                              end
                              if sigma(z,i+1) >= sigmaf
                                        es(z,i+1) = ctel(z);
                                        eT(z,i+1) = cte2(z);
                                        e(z,i+1) = cte3(z);
                              end
                    end
                    D(z) = Da+e(z,i+1)*(Dm-Da);
                   omega(z) = -El*D(z);
                   G(z) = D(z)/(2*(1+mi));
                   k(z) = (r^4*G(z))/(4*N*R^3);
                   E(z,i+1) = 1/D(z)*(sigma(z,i+1)-sigma0(z)+D0(z)*E0(z)-
omega(z)*es(z,i+1)+omega0(z)*es0(z)-theta*(T(z)-T0(z))); % Deformação
da mola (%)
                    y(z,i+1) = (4*R^3*N*F(z,i+1))/(G(z)*r^4) -
(2*omega(z)*N*pi*R^2*es(z,i+1))/(G(z)*r*sqrt(3)); % Deflexão da mola
(m)
                   y(z,i+1) = y(z,i+1)*10^3; % Deflexão da mola (mm)
```

```
e0(z) = e(z,i+1);
    es0(z) = es(z,i+1);
    eTO(z) = eT(z,i+1);
    sigma0(z) = sigma(z,i+1);
    EO(z) = E(z, i+1);
    DO(z) = Da+eO(z)*(Dm-Da);
    omega0(z) = -El*D0(z);
    GO(z) = DO(z) / (2*(1+mi));
    kO(z) = (r^4*GO(z))/(4*N*R^3);
    for i = 601:1200
        tempo(z,i+1) = i*0.1;
        sigma(z,i+1) = 2*sigmamax-sigmamax/60*tempo(z,i+1);
        G = D0/2*(1+mi);
        tau(z,i+1) = sigma(z,i+1)/sqrt(3);
        F(z,i+1) = (tau(z,i+1)*pi*r^3)/(2*R);
                                                 % Força de tração na
mola (MN)
        if sigma(z,i+1) >= Ca^{*}(T(z)-As)
            es(z,i+1) = es0(z);
            eT(z,i+1) = eTO(z);
            e(z,i+1) = e0(z);
        end
        if T(z) > As
            if Ca^{(T(z)-Af)} < sigma(z,i+1)
                if sigma(z,i+1) < Ca^{*}(T(z)-As)
                    e(z,i+1) = e0(z)/2*(cos(aA*(T(z)-As-
sigma(z,i+1)/Ca))+1);
                    es(z,i+1) = es0(z)-es0(z)/e0(z)*(e0(z)-e(z,i+1));
                    eT(z,i+1) = eTO(z)-eTO(z)/eO(z)*(eO(z)-e(z,i+1));
                    D(z) = Da+e(z,i+1)*(Dm-Da);
                    omega(z) = -El*D(z);
                    ctel(z) = es(z,i+1);
                    cte2(z) = eT(z,i+1);
                    cte3(z) = e(z,i+1);
                    G(z) = D(z)/(2*(1+mi));
                    k(z) = (r^4*G(z))/(4*N*R^3);
                end
            end
            if sigma(z,i+1) < Ca^{*}(T(z)-Af)
                es(z,i+1) = ctel(z);
                eT(z,i+1) = cte2(z);
                e(z,i+1) = cte3(z);
            end
        end
        if sigma(z,i+1) < 0
            sigma(z,i+1) = 0;
        end
        E(z,i+1) = 1/D(z)*(sigma(z,i+1)-sigma0(z)+D0(z)*E0(z)-
omega(z)*es(z,i+1)+omegaO(z)*esO(z)-theta*(T(z)-TO(z)));
        y(z,i+1) = (4*R^3*N*F(z,i+1))/(G(z)*r^4) -
(2*omega0(z)*N*pi*R^2*es(z,i+1))/(G(z)*r*sqrt(3)); % Deflexão da mola
```

```
(m)
```

end

% Aplicação da Descida da Tensão Rampa

% Deflexão da mola

```
y(z,i+1) = y(z,i+1)*10^{3};
(mm)
    end
end
% Resultados Gráficos
for i = 1:z
    j = 'T = '; l = num2str(TO(i));
    m = ' °C'; u = [j l m]; C1{1,i} = u;
    q1 = fiqure(1);
    h1(i) = plot(y(i,:), 10^{6*}F(i,:));
    legend(h1(i),2,C1{1,i});
    title('Curva Carga-Deflexão para a Mola SMA')
    xlabel('Deflexão [mm]')
    ylabel('Carga [N]')
    hold on
end
if z == 1;
    set(h1(1),'color','b');
                               legend(C1{1,1},2);
elseif z == 2;
    set(h1(1),'color','b'); set(h1(2),'color','r');
    legend(C1{1,1},C1{1,2},2);
elseif z == 3;
    set(h1(1),'color','b'); set(h1(2),'color','r');
set(h1(3),'color','g'); legend(C1{1,1},C1{1,2},C1{1,3},2);
elseif z == 4;
    set(h1(1),'color','b'); set(h1(2),'color','r');
set(h1(3),'color','g'); set(h1(4),'color','m');
\texttt{legend}(\texttt{C1}\{1,1\},\texttt{C1}\{1,2\},\texttt{C1}\{1,3\},\texttt{C1}\{1,4\},2);
elseif z == 5;
    set(h1(1),'color','b'); set(h1(2),'color','r');
set(h1(3),'color','g'); set(h1(4),'color','m'); set(h1(5),'color','k');
legend(C1{1,1},C1{1,2},C1{1,3},C1{1,4},C1{1,5},2);
end
for i = 1:z
    j = 'T = '; l = num2str(TO(i));
    m = ' °C'; u = [j l m]; C2{1,i} = u;
    g2 = figure(2);
    h2(i) = plot(E(i,:),sigma(i,:));
    legend(h2(i), 2, C2\{1, i\});
    title('Curva Tensão-Deformação para a Mola SMA')
    xlabel('Deformação [mm/mm]')
    ylabel('Tensão [MPa]')
    hold on
end
if z == 1;
    set(h2(1),'color','b'); legend(C2{1,1},2);
elseif z == 2;
    set(h2(1),'color','b'); set(h2(2),'color','r');
    legend(C2{1,1},C2{1,2},2);
elseif z == 3;
    set(h2(1),'color','b'); set(h2(2),'color','r');
set(h2(3),'color','g'); legend(C2{1,1},C2{1,2},C2{1,3},2);
elseif z == 4;
    set(h2(1),'color','b'); set(h2(2),'color','r');
set(h2(3),'color','g'); set(h2(4),'color','m');
legend(C2{1,1},C2{1,2},C2{1,3},C2{1,4},2);
elseif z == 5;
```

```
set(h2(1),'color','b'); set(h2(2),'color','r');
set(h2(3),'color','g'); set(h2(4),'color','m'); set(h2(5),'color','k');
legend(C2{1,1}, C2{1,2}, C2{1,3}, C2{1,4}, C2{1,5}, 2);
end
for i = 1:z
    j = 'T = '; l = num2str(TO(i));
    m = ' °C'; u = [j l m]; C3{1,i} = u;
    g3 = figure(3);
    h3(i) = plot(10<sup>6</sup>*F(i,:),es(i,:));
    legend(h3(i),2,C3{1,i});
    title('Curva F. Martensítica Monovariante x Carga para a Mola SMA')
    axis ([-100 600 -0.2 1.2])
    xlabel('Carga [N]')
    ylabel('Fração Martensítica Monovariante')
    hold on
end
if z == 1;
    set(h3(1),'color','b'); legend(C3{1,1},4);
elseif z == 2;
    set(h3(1),'color','b'); set(h3(2),'color','r');
legend(C3{1,1},C3{1,2},4);
elseif z == 3;
    set(h3(1),'color','b'); set(h3(2),'color','r');
set(h3(3),'color','g');
                          legend(C3{1,1},C3{1,2},C3{1,3},4);
elseif z == 4;
    set(h3(1),'color','b'); set(h3(2),'color','r');
set(h3(3),'color','g'); set(h3(4),'color','m');
legend(C3{1,1},C3{1,2},C3{1,3},C3{1,4},4);
elseif z == 5;
    set(h3(1),'color','b'); set(h3(2),'color','r');
set(h3(3),'color','g'); set(h3(4),'color','m'); set(h3(5),'color','k');
legend(C3{1,1},C3{1,2},C3{1,3},C3{1,4},C3{1,5},4);
end
for i = 1:z
    j = 'T = '; l = num2str(TO(i));
    m = ' °C'; u = [j l m]; C4{1,i} = u;
    g4 = figure(4);
    h4(i) = plot(10^6*F(i,:),eT(i,:));
    legend(h4(i), 2, C4\{1, i\});
    title('Curva F. Martensítica Multivariante x Carga para a Mola
SMA')
    axis ([-100 600 -0.2 1.2])
    xlabel('Carga [N]')
    ylabel('Fração Martensítica Multivariante')
    hold on
end
if z == 1;
    set(h4(1),'color','b');
                              legend(C4{1,1},1);
elseif z == 2;
    set(h4(1),'color','b'); set(h4(2),'color','r');
legend(C4{1,1},C4{1,2},1);
elseif z == 3;
    set(h4(1),'color','b'); set(h4(2),'color','r');
set(h4(3),'color','g'); legend(C4{1,1},C4{1,2},C4{1,3},1);
elseif z == 4;
    set(h4(1),'color','b'); set(h4(2),'color','r');
set(h4(3),'color','g'); set(h4(4),'color','m');
legend(C4{1,1},C4{1,2},C4{1,3},C4{1,4},1);
elseif z == 5;
```

137

```
set(h4(1),'color','b'); set(h4(2),'color','r');
set(h4(3),'color','g'); set(h4(4),'color','m'); set(h4(5),'color','k');
legend(C4{1,1},C4{1,2},C4{1,3},C4{1,4},C4{1,5},1);
end
```

APÊNDICE C – CÓDIGO DESENVOLVIDO NO PROGRAMA ANSYS<sup>®</sup> PARA A REPRESENTAÇÃO DE UM ROTOR TIPO JEFFCOTT COM MANCAIS FLEXÍVEIS.

/BATCH /VIEW, 1, 0.685996164572 /COM, ANSYS RELEASE 8.0 0.338117349419 , UP20070125 11:01:03 0.644271619904 01/30/2010 /ANG, 1, 2.25680398873 /REPLO LSTR, 1, 2 ,,,1 /GRA, POWER LSTR, 5, б KWPLAN,-1, /GST,ON 2, /PLO,INFO,3 3 /GRO,CURL,ON wpstyle,0.05,0.1,-/CPLANE,1 1,1,0.003,0,1,,5 /REPLOT, RESIZE /VIEW,1,,,1 WPSTYLE,,,,,,,0 /ANG,1 !\* /REP,FAST /NOPR /AUTO,1 /PMETH,OFF,0 /REP,FAST KEYW, PR SET, 1 /DIST,1,1.37174211248,1 KEYW, PR\_STRUC, 1 /REP,FAST KEYW, PR\_THERM, 0 /DIST,1,1.37174211248,1 KEYW, PR\_FLUID, 0 /REP,FAST /DIST,1,1.37174211248,1 KEYW, PR\_ELMAG, 0 KEYW, MAGNOD, 0 /REP,FAST KEYW, MAGEDG, 0 /DIST,1,1.37174211248,1 KEYW, MAGHFE, 0 /REP,FAST KEYW, MAGELC, 0 /DIST,1,1.37174211248,1 KEYW, PR\_MULTI, 0 /REP,FAST KEYW, PR\_CFD, 0 /DIST,1,1.37174211248,1 /GO /REP,FAST ! \* /DIST,1,1.37174211248,1 /COM, /REP,FAST /COM, Preferences for GUI /AUTO,1 filtering have been set to /REP,FAST CYL4, , ,.2, ,.05 display: /COM, Structural /AUTO,1 !\* /REP,FAST /PREP7 /DIST,1,1.37174211248,1 /REP,FAST К, ,,,, /USER, 1 К, ,.25,,, к, ,0.25,.025,, к, ,0.25,,0.025, 0.488884596024E-01, К, ,0.35,,, 0.776294020633 К, ,0.6,,, /USER, 1 /REPLO /VIEW, 1, 0.470841209062 , 0.986055208260E-01, 0.208963095457 , 0.876690086126 0.807116989797 /ANG, 1, 0.614563579266 /REPLO WPSTYLE,,,,,,,0 /VIEW, 1, 0.448916920981 /REPLO 0.263275998540 /VIEW,1,1 , 0.853908277656 /ANG,1 /ANG, 1, 0.572570229246 /REP,FAST /REPLOT, RESIZE /REPLO /VIEW,1,,,1

4, /VIEW, 1, 0.628472363789 /ANG, 1, -0.617611306555E-01 /VIEW, 1, 0.552174419471 /ANG, 1, -0.964310643962

/ANG,1 /REP,FAST GPLOT /VIEW, 1, 0.547296965369 , – 0.122974137432E-01, 0.836848137546 /ANG, 1, -2.70083986705 /REPLO /VIEW, 1, 0.528609951939 0.810131563724E-01, 0.844990169887 /ANG, 1, -2.73590811884 /REPLO /VIEW,1,,,1 /ANG,1 /REP,FAST N, ,,.05,,,,, N, ,,-0.05,,,,, N, ,,,.05,,,, N, ,,,-0.05,,,, N, ,.6,,0.05,,,, N, ,0.6,,-0.05,,,, N, ,0.6,.05,,,,, N, ,0.6,-0.05,,,, !\* VOFFST,1,-.1, , /REPLOT,RESIZE GPLOT /REPLO !\* ET,1,BEAM188 !\* ET,2,SOLID95 !\* ET, 3, COMBIN14 !\* MPTEMP,,,,,,,,, MPTEMP, 1, 0 MPDATA, EX, 1,, 210E9 MPDATA, PRXY, 1, , . 3 MPTEMP,,,,,,,, MPTEMP, 1, 0 MPDATA, DENS, 1,, 7850 R,1,60E3,10, , !\* SAVE SECTYPE, 1, BEAM, CSOLID, EIXO, 0 SECOFFSET, CENT SECDATA, .025, 16, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 /UI,BEAM,OFF LPLOT /REPLOT, RESIZE /UI,BEAM,OFF KWPLAN, -1, 8, 18, 10 VSBW, 1 WPSTYLE,,,,,,,0 /REPLO KWPLAN, -1, 9,15, 7

FLST, 2, 2, 6, ORDE, 2 FITEM,2,2 FITEM, 2, -3VSBW, P51X /REPLO WPSTYLE,,,,,,,0 /UI,MESH,OFF FLST, 5, 16, 4, ORDE, 2 FITEM, 5, 3 FITEM, 5, -18 CM, Y,LINE LSEL, , , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,,\_Y + ۱ LESIZE,\_Y1, , ,4, , , ,1 ! \* /FOC, 1, 0.244586588964 , – 0.169964441740E-03, 0.453145766607E-02 /REPLO FLST, 5, 8, 4, ORDE, 2 FITEM, 5, 27 FITEM, 5, -34 CM, Y,LINE LSEL, , , , , P51X CM,\_Y1,LINE CMSEL,,\_Y !\* LESIZE,\_Y1, , ,2, , , , ,1 !\* /REPLO FLST, 5, 4, 4, ORDE, 2 FITEM, 5, 19 FITEM, 5, -22CM,\_Y,LINE LSEL, , , , , P51X CM, Y1,LINE CMSEL,,\_Y !\* LESIZE,\_Y1, , ,6, , , , ,1 !\* /REPLO FLST, 5, 4, 4, ORDE, 2 FITEM, 5, 23 FITEM, 5, -26 CM, Y,LINE LSEL, , , , P51X CM,\_Y1,LINE CMSEL,,\_Y !\* LESIZE,\_Y1, , ,9, , , , ,1 ! \* /REPLO TYPE, 2 1 MAT, REAL, 1 ESYS, 0 SECNUM, 1 !\* MSHAPE,0,3D

MSHKEY,1 ۱\* FLST, 5, 4, 6, ORDE, 3 FITEM, 5, 1 FITEM, 5, 4 FITEM, 5, -6 CM,\_Y,VOLU VSEL, , , , P51X CM,\_Y1,VOLU CHKMSH, 'VOLU' CMSEL,S, Y !\* VMESH,\_Y1 !\* CMDELE,\_Y CMDELE,\_Y1 CMDELE,\_Y2 !\* /VIEW,1,,,1 /ANG,1 /REP,FAST LPLOT TYPE, 1 1 MAT, REAL, 1 ESYS, 0 SECNUM, 1 ! \* FLST, 5, 2, 4, ORDE, 2 FITEM, 5, 1 FITEM, 5, -2CM,\_Y,LINE LSEL, , , , , P51X CM,\_Y1,LINE CMSEL,,\_Y !\* LESIZE,\_Y1, , ,25, , , , ,1 | \* /REPLO !\* /SHRINK,0 /ESHAPE,1.0 /EFACET,1 /RATIO,1,1,1 /CFORMAT, 32,0 /REPLOT !\* EPLOT /REPLO FLST, 2, 2, 4, ORDE, 2 FITEM, 2, 1 FITEM, 2, -2LMESH, P51X /REPLO NPLOT /ZOOM,1,SCRN,-0.202360,0.111415,-0.151705,-0.054019 TYPE, 3 MAT, 1 REAL, 1 0 ESYS,

SECNUM, 1 TSHAP, LINE !\* FLST, 2, 2, 1 FITEM, 2, 1721 FITEM,2,4 E,P51X FLST, 2, 2, 1 FITEM, 2, 1721 FITEM,2,1 E,P51X FLST, 2, 2, 1 FITEM, 2, 1721 FITEM, 2, 3 E,P51X FLST,2,2,1 FITEM, 2, 1721 FITEM,2,2 E,P51X /AUTO,1 /REP,FAST /ZOOM, 1, SCRN, 0.976230, -0.131672,0.993115,-0.286977 FLST,2,2,1 FITEM, 2, 1748 FITEM, 2, 7 E,P51X FLST, 2, 2, 1 FITEM, 2, 1748 FITEM, 2, 6 E,P51X FLST,2,2,1 FITEM, 2, 1748 FITEM, 2, 8 E,P51X FLST, 2, 2, 1 FITEM, 2, 1748 FITEM, 2, 5 E,P51X /AUTO,1 /REP,FAST EPLOT /USER, 1 /ZOOM,1,SCRN,0.395378,-0.037138,0.496689,-0.216077 !\* /SHRINK,0 /ESHAPE,0.0 /EFACET,1 /RATIO,1,1,1 /CFORMAT, 32,0 /REPLOT ! \* /UI,MESH,OFF /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 47 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM

/GO ۱\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /REPLO /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 202 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 203 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 201 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO

!\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 200 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S, CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 1 199 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 198 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S, CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 197 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR

CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 136 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 604 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 603 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747

NSEL,S, , , 602 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 601 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GOCERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 600 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 599 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , ,
/NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO!\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 598 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 515 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /G0 !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 960 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /G0 !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 959 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE

CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S,\_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 958 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 957 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S,\_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 956 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO

!\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 955 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 9 954 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 9 950 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GOCERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 1383 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\*

/NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 1382 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 1381 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S, , , 1380 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S,\_CERGCM /GO CERIG,1747,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE

\*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 1379 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 1378 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1747 NSEL,S,,, 1377 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GOCERIG, 1747, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /AUTO,1 /REP,FAST /VIEW,1,,,1 /ANG,1 /REP,FAST /USER, 1 /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 28 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE

CMSEL, S,\_NODECM /GO!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 29 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 18 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 591 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO

!\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 592 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 59 593 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 5 594 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GOCERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 595 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, \_CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\*

/NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 596 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 597 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S,\_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 514 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL,S,\_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE

\*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 975 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 976 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 977 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 978 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO

CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 979 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 980 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 981 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL,S, NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 974 NSEL,A, , ,\_Z1

CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 1370 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 1371 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 1372 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /G0 !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM

/GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 1373 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 1374 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 1375 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL,S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S,,, 1376 NSEL,A, , ,\_Z1 CM, CERGCM, NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO

!\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM, NODECM, NODE \*SET, z1, 1722 NSEL,S, , , 22 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 23 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 24 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR

CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 25 NSEL,S, , , NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG,1722,ALL,ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 26 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /NOPR CM,\_NODECM,NODE \*SET,\_z1, 1722 NSEL,S, , , 27 NSEL,A, , ,\_Z1 CM,\_CERGCM,NODE CMSEL, S, \_NODECM /GO !\* /NOPR CMSEL, S, \_CERGCM /GO CERIG, 1722, ALL, ALL, , , , /NOPR CMSEL, S,\_NODECM /GO !\* /AUTO,1 /REP,FAST /VIEW,1,,,1 /ANG,1 /REP,FAST !\* /SHRINK,0 /ESHAPE,1.0 /EFACET,1 /RATIO,1,1,1 /CFORMAT, 32,0

/REPLOT !\* /USER, 1 !\* /SHRINK,0 /ESHAPE,0.0 /EFACET,1 /RATIO,1,1,1 /CFORMAT, 32,0 /REPLOT !\* FLST,2,8,1,ORDE,2 FITEM,2,1 FITEM, 2, -8!\* /GO D,P51X, , , , , , ALL, , , , , /REPLO /VIEW,1,,,1 /ANG,1 /REP,FAST /AUTO,1 /REP,FAST !\* /SHRINK,0 /ESHAPE,1.0 /EFACET,1 /RATIO,1,1,1 /CFORMAT, 32,0 /REPLOT !\* /USER, 1 SAVE FINISH ! /EXIT,NOSAV