

MODELAMENTO DA PERMISSIVIDADE DIELÉTRICA DE ROCHAS SATURADAS DE ÓLEO E ÁGUA E SUAS APLICAÇÕES EM PERFILAGEM DE POÇO

por

ARNALDO LOPEZ PEREIRA GOMES

Engenheiro Eletricista (Universidade Federal do Rio de Janeiro – 1986)

Tese submetida como requisito parcial ao grau de

MESTRE EM CIÊNCIAS

em

GEOFÍSICA

ao

Colegiado do Curso de Pós-Graduação em

Geofísica

da

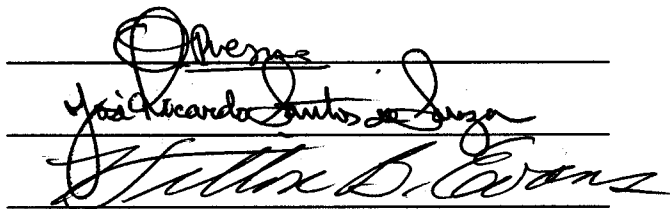
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

Banca Examinadora :

Dr. Om Prakash Verma (Orientador)

Dr. José Ricardo Santos de Souza

Dr. Hilton Bernard Evans



Aprovado : 12/10/1990

GOMES, Arnaldo Lopez Pereira. Modelamento da permissividade dielétrica de rochas saturadas de óleo e água e suas aplicações em perfilagem de poço. Belém, Universidade Federal do Pará. Centro de Geociências, 1990. 105 p. il.

Tese (Mestrado em Geofísica) – Curso de Pós-Graduação em Geofísica, Centro de Geociências, UFPa., 1990.

1. MODELAMENTO DE PERMISSIVIDADE DIELÉTRICA. 2. INTERPRETAÇÃO DE PERFILAGEM “EPT” – Poços de Campo Brasileiro. 3. PROPRIEDADES ELÉTRICAS DE ROCHAS COM ÓLEO E ÁGUA.

ÍNDICE

ÍNDICE	i
FIGURAS	iv
TABELAS	vi
RESUMO	vii
ABSTRACT	viii
INTRODUÇÃO	ix
CAPÍTULO 1	
MODELOS DE PROPRIEDADES DIELECTRICAS DE ROCHAS	1
1.1. Fórmulas de misturas	1
1.1.1. A fórmula TPO	2
1.1.2. A fórmula CRIM	2
1.1.3. A fórmula Clausius-Mossoti, Lorentz-Lorenz	2
1.1.4. A fórmula de Lichtnecker e Rother	2
1.1.5. A fórmula Bruggeman-Hanai-Sen	3
1.2. Modelos físicos	3
1.3. Descrição e críticas à alguns modelos existentes	3
1.4. Descrição do modelo Maxwell-Wagner-Sillars (MWS)	6
1.4.1. Capacitor de duas camadas de Maxwell-Wagner	6
1.4.2. Modelo de Wagner	12
1.4.3. Modelo de Sillars	14
1.5. Modelo de Peter C. Lysne	19

1.6. Análise da teoria apresentada	25
--	----

CAPÍTULO 2

UTILIZAÇÃO DO MODELO DE LYSNE	28
-------------------------------------	----

2.1. Procedimentos utilizados no modelo	28
---	----

2.2. Parte computacional	29
--------------------------------	----

2.2.1. Programa computacional PROG1	30
---	----

2.2.2. Programa computacional PROG2	30
---	----

2.2.3. Programa computacional PROG3	31
---	----

2.3. Teste da validade dos programas	33
--	----

2.3.1. Montagem do histograma da figura 8	33
---	----

2.3.2. Obtenção das curvas da figura 9	33
--	----

2.3.3. Obtenção da distribuição de razões de aspecto da figura 11	35
---	----

2.4. Respostas teóricas do arenito de 15% de ϕ na f de 1.1GHz	35
--	----

2.5. Aplicação do modelo à arenitos de 12,7% e 20% de ϕ	43
--	----

2.5.1. Aplicação do modelo ao arenito de 12,7% de ϕ	43
--	----

2.5.2. Aplicação do modelo ao arenito de 20% de ϕ	44
--	----

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DO MODELO À PERFIS DA EPT	53
---	----

3.1. Fatores que influenciam a permissividade dielétrica	54
--	----

3.1.1. Influência da temperatura	54
--	----

3.1.2. Influência da salinidade	54
---------------------------------------	----

3.1.3. Influência da ϕ	54
-----------------------------------	----

3.1.4. Influência da pressão	55
------------------------------------	----

3.2. Valores calculados pelo modelo na f da EPT	55
3.3. Análise de perfis	55
3.4. Análise entre os valores do perfil e do modelo	58
3.4.1. Arenito de 15% de ϕ	59
3.4.2. Arenito de 20% de ϕ	59
CAPÍTULO 4	
CONCLUSÕES E SUGESTÕES	66
4.1. Fórmulas de misturas	66
4.2. Modelos dependentes da geometria	66
4.2.1. Considerações sobre o modelo MWS	66
4.2.2. Considerações sobre o modelo de Lysne	66
4.3. Aplicabilidade do modelo	68
4.4. Limitações da aplicabilidade	69
4.5. Sugestões	69
4.5.1. Estudo teórico do modelo	69
4.5.2. Estudo experimental	69
AGRADECIMENTOS	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72
APÊNDICE 1	74
APÊNDICE 2	88
APÊNDICE 3	97
APÊNDICE 4	103

FIGURAS

Fig. 1.a. Capacitor de duas camadas de Maxwell–Wagner	11
Fig. 1.b. Circuito equivalente do capacitor de duas camadas	11
Fig. 2. Espectro de relaxação do capacitor de duas camadas	11
Fig. 3. Dependência da resposta dielétrica da forma e orientação das partículas	11
Fig. 4. Coeficiente n X razão de eixos	22
Fig. 5. Esquema de modelo de uma matriz de rocha	22
Fig. 6. $\epsilon(f)$ para a função de distribuição δ	27
Fig. 7. K' X f para um material heterogêneo	27
Fig. 8. Função de distribuição da amostra de 15% de ϕ	34
Fig. 9. Componentes da corrente para um arenito saturado com água salgada X f	34
Fig.10. K' X f de três arenitos saturados de água	36
Fig.11. Funções de distribuição dos arenitos de 15%, 12,7% e 20% de ϕ	36
Fig.12. K' de rocha molhável por água X f para diversas saturações de água	37
Fig.13. K' dos arenitos X saturação de óleo/gás	38
Fig.14. K'' do arenito de 15% de ϕ X saturação de óleo/gás	38
Fig.15. T_{pl} nos arenitos X saturação de óleo/gás	39
Fig.16. A_c no arenito de 15% de ϕ X saturação de óleo/gás	39
Fig.17. K' do arenito de 12,7% de ϕ (calculado e experimental) X f	45
Fig.18. K'' dos arenitos X f	45
Fig.19. K'' do arenito de 12,7% de ϕ X saturação de óleo/gás	46
Fig.20. A_c no arenito de 12,7% de ϕ X saturação de óleo/gás	46

Fig.21. K' do arenito de 20% de ϕ (calculado e experimental) X f	50
Fig.22. K'' do arenito de 20% de ϕ X saturação de óleo/gás	50
Fig.23. A_c no arenito de 20% de ϕ X saturação de óleo/gás	51
Fig.24. Variação do T_{pl} e da A na água X salinidade e temperatura	61
Fig.25. Dependência de K' da ϕ de arenitos com águas de várias salinidades	61
Fig.26. Dependência de K'' da salinidade de arenitos com várias ϕ	61
Fig.27. Dependência de K'' da ϕ de arenitos com águas de várias salinidades	62
Fig.28. K' da água X pressão	62
Fig.29. K' X f do arenito de 15% de ϕ	62
Fig.30. K' X f de arenitos com várias ϕ	62
Fig.31. T_{pl} na água X temperatura da formação	63

TABELAS

Tab. 1. K' e t_{pl} de alguns minerais, rochas e fluidos	89
Tab. 2. Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 15\%$)	40
Tab. 3. Valores de K' medidos no arenito de 12,7% de ϕ	41
Tab. 4. Valores de K' medidos no arenito de 20% de ϕ	42
Tab. 5. Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 12,7\%$)	47
Tab. 6. Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 20\%$)	52
Tab. 7. Valores obtidos pelos perfis	64
Tab. 8. Valores calculados pelo modelo e obtidos pelos perfis	65

**MODELAMENTO DA PERMISSIVIDADE DIELÉTRICA DE
ROCHAS SATURADAS DE ÓLEO E ÁGUA E
SUAS APLICAÇÕES EM PERFILAGEM DE POÇO**
(TESE DE MESTRADO : Set./90)

ARNALDO LOPEZ PEREIRA GOMES
Orientador : Dr. Om Prakash Verma

*Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPa
Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil*

RESUMO

A ferramenta de propagação eletromagnética (EPT) fornece o tempo de propagação (T_{pl}) e a atenuação (A) de uma onda eletromagnética que se propaga num meio com perdas. Estas respostas da EPT são funções da permissividade dielétrica do meio.

Existem vários modelos e fórmulas de misturas sobre a permissividade dielétrica de rochas reservatório que podem ser utilizados na interpretação da ferramenta de alta frequência. No entanto, as fórmulas de mistura não consideram a distribuição e a geometria do espaço poroso, e estes parâmetros são essenciais para que sejam obtidas respostas dielétricas mais próximas de uma rocha real.

Foi selecionado um modelo baseado nos parâmetros descritos acima e este foi aplicado à dados dielétricos disponíveis na literatura. Foi obtida uma boa concordância entre as curvas teóricas e os dados experimentais, comprovando assim que a distribuição e a geometria dos poros têm que ser levadas em conta no desenvolvimento de um modelo realista.

Foram conseguidas também funções de distribuição de razão de aspecto de poros, através das quais geramos várias curvas relacionando as respostas da EPT com diversas saturações de óleo/gás. Estas curvas foram aplicadas na análise de perfis.

Como o modelo selecionado ajusta-se bem aos dados dielétricos disponíveis na literatura, torna-se atraente aplicá-lo à dados experimentais obtidos em rochas de campos brasileiros produtores de hidrocarbonetos para interpretação da EPT corrida em poços destes campos petrolíferos.

**MODELLING OF THE DIELECTRIC PERMITTIVITY OF
OIL AND WATER SATURATED ROCKS AND ITS APPLICATION
TO WELL LOGGING**
(MASTER THESIS : Sept./90)

ARNALDO LOPEZ PEREIRA GOMES

Adviser : Dr. Om Prakash Verma

*Departamento de Geofísica – Centro de Geociências/UFPa
Caixa Postal 309 – Belém, PA, Brasil*

ABSTRACT

The electromagnetic propagation tool (EPT) provides the propagation time (T_{pt}) and the attenuation (A) of an electromagnetic wave propagating in a lossy medium. These EPT responses depend on the dielectric permittivity of the medium.

There are several models and mixing equations concerning the dielectric permittivity of reservoir rocks that can be used in the interpretation of the high frequency tool. However, the mixing equations do not take into account the distribution and the geometry of the pore space, and these parameters are essential to obtaining dielectric responses approximating a true rock.

A model based on the parameters described above was selected and this was applied to dielectric data available in the literature. A good agreement was reached between the theoretical curves and experimental data, confirming that the distribution and geometry of the pore space must be considered in the development of a realistic model.

Aspect ratio distribution functions of the pores were also obtained, which were used for generating several curves relating the EPT responses to various oil/gas saturations. These curves were applied to the log analysis.

The selected model fit the dielectric data available in the literature reasonably well, thus, making it suitable for application to experimental data of rock from Brazilian producing fields for the interpretation of the EPT in these fields.

INTRODUÇÃO

A distribuição de corrente elétrica injetada galvanicamente na subsuperfície é controlada pelas propriedades elétricas desta. Similarmente, a propagação de ondas eletromagnéticas também é governada pelas propriedades elétricas e magnéticas do meio de propagação e da frequência do campo eletromagnético aplicado.

Estas propriedades são exploradas nas prospecções para minerais, água subterrânea e em delineações de limites de bacias sedimentares para fins de prospecção de hidrocarbonetos.

Propriedades elétricas de rochas porosas são determinadas principalmente pela quantidade e salinidade (condutividade) da solução presente nos poros e da textura da rocha. Consequentemente, as informações de condutividade ou/e de permissividade dielétrica são utilizadas como indicador de porosidade de rochas e do tipo e quantidade da solução presente nelas. Esse aspecto é bastante explorado na perfilagem de poço para hidrocarbonetos e água subterrânea.

A Ferramenta de Propagação Eletromagnética (EPT) permite avaliações de formações com água doce. Nestas formações, as ferramentas de resistividade "vêem" pouca diferença entre a água e o hidrocarboneto, devido a alta resistividade da primeira, dificultando assim o cálculo das saturações de fluidos.

A EPT avalia o volume de água independente do valor da salinidade, através de medidas do tempo de propagação (T_{pl}) e da atenuação (EATT) de uma onda eletromagnética na frequência de 1,1 GHz que se propaga numa formação.

O fator que mais influencia a propagação de uma onda eletromagnética dentro de um material é a permissividade dielétrica deste, sendo que a parte real desta permissividade (ϵ') influencia basicamente o tempo de propagação e a sua parte imaginária (ϵ'') influencia basicamente a atenuação.

As partes real e imaginária da permissividade dielétrica são funções de diversos parâmetros, entre os quais estão a porosidade da rocha, a saturação e salinidade da água nos poros e a geometria destes.

Os métodos normalmente utilizados para interpretar as respostas da ferramenta são basea-

dos em fórmulas de misturas, as quais normalmente não levam em conta a complexidade da geometria do espaço poroso. Embora produzam resultados satisfatórios, estas fórmulas não são tão completas como os modelos físicos. Os modelos físicos levam em conta todos os principais parâmetros que influenciam a permissividade dielétrica complexa de um meio, permitindo um melhor entendimento da textura da rocha, análises de capilaridade e principalmente permite obter valores de porosidade e saturações de fluidos mais próximos da realidade. Estes valores mais realistas permitem melhores interpretações da produtividade de reservatórios de hidrocarbonetos, fator este de relevante importância econômica.

No Brasil, a Ferramenta de Propagação Eletromagnética foi testada em poços nos estados da Bahia, Alagoas, Sergipe, Rio Grande do Norte e Ceará.

Nos poços dos estados de Alagoas, Sergipe e Ceará, a EPT não forneceu respostas satisfatórias. Seu teste no Recôncavo Baiano forneceu respostas satisfatórias. Ela foi empregada na Bacia Potiguar (Rio Grande do Norte), usualmente em poços do centro de malha, perfurados com lama à base de água doce, fornecendo também respostas confiáveis nos reservatórios de baixa argilosidade.

Uma vez que a ferramenta de propagação eletromagnética forneceu respostas satisfatórias quando corrida em alguns poços brasileiros produtores de hidrocarbonetos, torna-se atraente a utilização de um modelo físico na interpretação das respostas desta ferramenta.

Com este objetivo, foram analisados vários modelos físicos de permissividade dielétrica complexa de rochas, sendo escolhido o de Lysne (1983), o qual foi aplicado a dados dielétricos obtendo-se assim diversas curvas relacionando o tempo de propagação e a atenuação de uma onda eletromagnética com saturações de óleo/gás.

CAPÍTULO 1

MODELOS DE PROPRIEDADES DIELÉTRICAS DE ROCHAS RESERVATÓRIOS

Em muito alta frequência (VHF) ou ultra alta frequência (UHF), o tempo de propagação de ondas eletromagnéticas é controlado principalmente pela parte real da permissividade dielétrica das rochas. Enquanto, a condutividade das rochas é um fator importante na determinação da atenuação da amplitude. Interpretação de dados de EPT, isto é, tempo de propagação e atenuação de ondas eletromagnéticas em 1,1 GHz, e conseqüentemente cálculo da saturação petrolífera residual é determinada pela condutividade e permissividade dielétrica de rochas.

A condutividade de rochas é prevista pela lei de Archie, que a relaciona com a condutividade de líquidos nos poros, porosidade, o fator de cimentação e a outra constante dependente da textura das rochas. Esta lei de Archie é considerada independente da frequência (Lysne, 1983).

A previsão das propriedades dielétricas de rochas com água e/ou óleo é baseada em 1) fórmulas de misturas e 2) modelos físicos. Nas primeiras, normalmente não se leva em consideração a geometria dos poros e as relações são principalmente empíricas. Enquanto que os modelos físicos são baseados na aplicação de leis do eletromagnetismo e finalmente verificados experimentalmente.

1.1. Fórmulas de misturas

Uma rocha pode ser considerada como uma mistura de vários materiais: grão de rocha, gás ou óleo e água da formação.

Há muitos trabalhos teóricos na literatura, os quais tentam prever as propriedades dielétricas efetivas globais de uma mistura de materiais. Algumas teorias de misturas são desenvolvidas levando-se em conta os efeitos de impurezas condutivas num isolante e em outras é aplicada a física do estado sólido.

Estas fórmulas têm mostrado uma validade limitada porque nelas geralmente não se leva em consideração a forma, o tamanho e a distribuição dos poros, e estes parâmetros afetam a polarização.

Algumas fórmulas de misturas relacionadas com as rochas reservatórios são dadas a seguir:

1.1.1. A fórmula TPO

Expressamos a fórmula TPO para uma mistura, como abaixo:

$$t_{po} = S_w \phi t_{pw} + (1 - \phi) t_{pm} + (1 - S_w) \phi t_{ph} \quad (1)$$

na qual

$$t_{pw} = 3,333 \sqrt{\frac{\epsilon'_w}{\epsilon_0}},$$

$$t_{pm} = 3,333 \sqrt{\frac{\epsilon'_m}{\epsilon_0}},$$

$$t_{ph} = 3,333 \sqrt{\frac{\epsilon'_h}{\epsilon_0}} \quad e$$

onde ϵ'_w , ϵ'_m e ϵ'_h são as partes reais das permissividades complexas da água da formação, do grão de rocha e do óleo, respectivamente, S_w é a saturação de água e ϕ é a porosidade. A equação (1) foi proposta por Wharton et al. (1980) e é empírica.

1.1.2. A fórmula CRIM

Para uma mistura de três componentes consistindo de água (ϵ_{cw}), grão de rocha (ϵ_g) e óleo (ϵ_h), a fórmula CRIM é a abaixo:

$$\sqrt{\epsilon_c} = \phi S_w \sqrt{\epsilon_{cw}} + (1 - \phi) \sqrt{\epsilon_g} + \phi (1 - S_w) \sqrt{\epsilon_h}.$$

Esta fórmula também foi proposta por Wharton et al. (1980) como uma fórmula empírica.

1.1.3. A fórmula Clausius–Mossoti, Lorentz–Lorenz

A fórmula de mistura abaixo é baseada no estudo da polarizabilidade de moléculas numa substância

$$\frac{\epsilon_c - \epsilon_{c1}}{\epsilon_c + 2\epsilon_{c1}} = \frac{\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1}}{\epsilon_{c2} + 2\epsilon_{c1}} (1 - \phi).$$

1.1.4. A fórmula de Lichtnecker e Rother

Uma equação empírica foi usada por Meador e Cox (1975) e Berry et al. (1979) para uma mistura de grão de rocha, água e óleo, a qual é dada abaixo:

$$\epsilon_c^c = \phi \epsilon_{cw}^c + (1 - \phi) \epsilon_g^c + \phi(1 - S_w) \epsilon_h^c.$$

O expoente c é chamado de fator de cimentação.

1.1.5. A fórmula Bruggeman–Hanai–Sen

Sen et al. (1981) obtiveram a fórmula de mistura para um sistema de dois componentes supondo campos estáticos descrita abaixo:

$$\left(\frac{\epsilon_c - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c1} - \epsilon_{c2}} \right) \left(\frac{\epsilon_{c1}}{\epsilon_c} \right)^c = \phi,$$

onde c é uma constante que depende da forma geométrica do grão de rocha. A equação acima com $c = \frac{1}{3}$ é chamada de equação de Bruggeman–Hanai. A fórmula de mistura para um sistema de três componentes pode ser obtida pela repetição desta equação.

1.2. Modelos físicos

Além das fórmulas de misturas, existem modelos onde são considerados mais detalhadamente os fenômenos físicos e a geometria de uma rocha reservatório. Em alguns destes modelos obtemos soluções através da utilização de métodos puramente matemáticos, enquanto que em outros, as análises físicas têm maior importância para se obter os resultados.

Os fenômenos físicos que influenciam as respostas dielétricas são basicamente os fenômenos de polarização, principalmente as polarizações interfacial, dipolar e eletrônica.

A geometria de uma rocha reservatório está relacionada com a forma, o tamanho e a distribuição do espaço poroso.

Dentre estes modelos podemos citar os de Sherman (1988) e Lysne (1983), sendo que este último é baseado no modelo Maxwell–Wagner–Sillars (MWS).

1.3. Descrição e críticas à alguns modelos existentes

Reverendo os dados dielétricos e de condutividade, as teorias baseadas nestes dados e outras evidências (geológicas e fotografias tiradas no Microscópio Eletrônica de Varredura–MEV), con-

cluímos que o espaço poroso em rochas sedimentares permanece interconectado até mesmo quando os valores da porosidade ϕ são muitos baixos.

Muitos modelos, como por exemplo as fórmulas de Hanai–Bruggeman, que são usadas para prognosticar constantes dielétricas para altas frequências (intervalo de megahertz até gigahertz), mostram-se inadequadas. Por exemplo, na fórmula de Hanai–Bruggeman para $\phi < 0,5$, não haveria condutividade D.C., pois ao se deduzir esta fórmula, assume-se que a fase água está na forma de esferas envoltas por uma rocha não condutora.

Usando os valores medidos de condutividade elétrica D.C. de um grande número de amostras saturadas de água salgada, vindas de uma larga variedade de formações arenosas, Archie (1942) encontrou a lei empírica

$$\frac{\sigma}{\sigma_w} = \frac{1}{F} = a\phi^m. \quad (2)$$

Na equação acima, σ_w é a condutividade da água, F é o fator de formação, ϕ é a porosidade e m é o índice de cimentação. Archie considerou $a = 1$ no seu estudo original e encontrou m variando entre 1,8 e 2 para arenitos consolidados e $m = 1,3$ para pacotes de arenitos não consolidados. Esta equação descreve extraordinariamente bem o comportamento de rochas sedimentares livres de argila, com o valor de a perto de 1 e os valores de m entre 1,3 e 4, dependendo do estado de consolidação e outros fatores. A lei de Archie pode ser aplicada até mesmo em rochas ígneas, porém não deve ser aplicada em rochas argilosas.

O modelo de tubo capilar (Wyllie e Rose, 1950; Schopper, 1966; Brace et al, 1968) não considera a lei de Archie como princípio básico. Neste modelo é considerado que o comprimento l do tubo capilar numa amostra de comprimento L é dado por $l = TL$, onde T é a tortuosidade, sendo igual a $T = \frac{1}{\phi}$. A relação fenomenológica entre T e ϕ não é deduzida, mas escolhida para substituir a lei de Archie. Além disso, a ramificação do espaço poroso é completamente negligenciado. Num modelo mais sofisticado de uma malha de tubos interconectados (Edmundson, 1978), as seções retas dos tubos foram ajustadas para reproduzir a equação (2). Greenberg e Brace (1969), Shankland e Waff (1974) e Madden (1976) também utilizaram modelos de malha em rochas sedimentares.

A ramificação natural dos poros reais nas rochas sedimentares é muito mais complexa do que aquela que os modelos de malha mostram. Os poros estão conectados muito irregularmente e

frequentemente parecem lâminas finas conectadas irregularmente ao invés de tubos.

A interconexão do espaço poroso é mais evidente quando examinamos as fotografias de amostras tiradas no Microscópio Eletrônico de Varredura e vemos que um modelo de malha simples não representa realmente um espaço poroso.

Existe um grande número de fórmulas diferentes para a resposta dielétrica efetiva ϵ^* das misturas, as quais frequentemente são usadas sem averiguar em cada caso se a amostra ajusta-se à geometria para a qual a fórmula foi desenvolvida.

Como exemplo citaremos a fórmula do Complex Refractive Index (CRI). Esta fórmula tem sido usada para interpretar as leituras da EPT com algum sucesso. Na dedução da fórmula assume-se um modelo de camadas paralelas com as espessuras das camadas muito maiores que um comprimento de onda. As rochas, em geral, não têm uma geometria de camadas tão simples. As distâncias típicas envolvidas são da ordem do tamanho de um poro ou um grão e é usualmente muito menor que o comprimento de onda.

Sen et al. (1981) deduziram um modelo para rochas sedimentares baseado em técnicas de espalhamento múltiplo da física do estado sólido.

Comparando a teoria desenvolvida por Sen et al. (1981) com as respostas dielétricas de rochas artificiais feitas de gotas de vidro fundido foi obtida uma excelente concordância. Comparando as soluções da equação com os dados dielétricos obtidos por Poley et al. (1978), concluímos que as respostas não concordam em alguns casos.

Sherman (1988) desenvolveu um modelo para rochas saturadas de água salgada no qual a dependência da permissividade dielétrica com a frequência seria descrita pela combinação dos mecanismos de polarização interfacial, polarização dipolar e condutividade D.C..

O modelo proposto por Sherman (1988) descreve bem a dependência da permissividade dielétrica com a frequência de amostras de arenito Berea, de arenito Weber e de calcário dolomítico da formação San Andres no intervalo de frequência entre 96 e 1300 MHz.

O modelo escolhido para o presente trabalho foi o de Lysne (1983). Neste modelo, a condutividade elétrica total de um espécime é dada pela lei de Archie e a permissividade é obtida de

uma generalização do modelo de Sillars (1936) para um dielétrico composto. O modelo generalizado de Sillars (1936) trata os poros como sendo uma reunião de inclusões em forma de esferóides com diferentes orientações e razões de aspecto. A condutividade destes esferóides, isto é, a condutividade do fluido nos poros, influencia a dependência da frequência da permissividade de uma maneira que está razoavelmente de acordo com os dados disponíveis. Além disso, quando aplicado aos dados dielétricos, podemos obter as distribuições de formas de poros. Estas distribuições são usadas para estimar as respostas elétricas de rochas saturadas de água/óleo/gás.

Comparando o modelo de Lysne (1983) com outros modelos de permissividade dielétrica, escolhemos o primeiro devido à:

1–Utilizar a fórmula de Archie, que é obtida de dados experimentais e é muito usada em perfilagem de poços.

2–Concordar razoavelmente bem com os dados existentes.

3–Obtemos do modelo a distribuição de formas de poros, que é fundamental para uma análise de capilaridade e desta forma obtermos a respostas dielétricas de rochas com diferentes saturações de água/óleo/gás.

1.4. Descrição do modelo Maxwell–Wagner–Sillars (MWS)

1.4.1. Capacitor de duas camadas de Maxwell–Wagner

A polarização interfacial é produzida pelo movimento dos transportadores de carga. Distorções do campo em larga escala ocorrem causadas pelo empilhamento de cargas espaciais no volume ou de cargas superficiais nas interfaces do dielétrico.

O exemplo clássico de polarização interfacial é o capacitor de duas camadas de Maxwell–Wagner (figura 1.a). O dielétrico consiste de duas lâminas paralelas de materiais (1) e (2), caracterizados por suas constantes dielétricas, condutividades e espessuras (K'_1, σ_1, d_1) e (K'_2, σ_2, d_2), respectivamente.

Quando um campo D.C. é aplicado, a distribuição do campo inicial corresponde ao requisito eletrostático de densidade de fluxo constante, enquanto que a distribuição final segue da condição de continuidade de corrente.

O transiente ligando o estado inicial ao estado final pode ser derivado do circuito equivalente da figura 1.b,

$$I = \frac{v_1}{R_1} + C_1 \frac{dv_1}{dt} = \frac{v_2}{R_2} + C_2 \frac{dv_2}{dt}. \quad (3)$$

Resolvendo as equações (3) para v_1 e v_2 , obtemos

$$v_1 = v \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left[1 - \left(1 - \frac{C_2 R_2}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \quad e$$

$$v_2 = v \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[1 - \left(1 - \frac{C_1 R_1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} \right],$$

onde o tempo de relaxação é dado por

$$\tau = \frac{R_1 R_2 (C_1 + C_2)}{R_1 + R_2} = \frac{K'_1 d_2 + K'_2 d_1}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}. \quad (4)$$

Os campos mudam exponencialmente da distribuição inicial para a distribuição final.

A solução para o estado estável, quando uma voltagem A.C. $v = v_0 e^{j\omega t}$ é aplicada, pode ser obtida da admitância do circuito da figura 1.b:

$$Y = \frac{I}{v} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2},$$

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} + j\omega C_1 = \frac{1 + j\omega \tau_1}{R_1} \quad e$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} + j\omega C_2 = \frac{1 + j\omega \tau_2}{R_2}.$$

A constante de tempo da equação (4), expressa em termos de τ_1 e τ_2 dos circuitos RC individuais é

$$\tau = \frac{R_2 \tau_1 + R_1 \tau_2}{R_1 + R_2}.$$

Portanto a admitância pode ser escrita como

$$Y = \frac{1}{R_1 + R_2} \frac{(1 + j\omega \tau_1)(1 + j\omega \tau_2)}{1 + j\omega \tau}.$$

A admitância determina a permissividade complexa do capacitor, então

$$I = (j\omega\epsilon' + \omega\epsilon'') \frac{C_0}{\epsilon_0} v = j\omega C_0 K^* v,$$

$$K^* = \frac{\epsilon^*}{\epsilon_0} = K' - jK'',$$

$$Y = \frac{I}{v} = j\omega C_0 K^*,$$

$$C_0 = \frac{A\epsilon_0}{d},$$

e $d = d_1 + d_2$. Nas equações acima, A é a área da superfície da placa do capacitor.

Portanto um capacitor de duas camadas aparece como um dielétrico de constante dielétrica complexa, onde

$$K' = \frac{\tau_1 + \tau^2 - \tau + \omega^2 \tau^2}{C_0(R_1 + R_2)(1 + \omega^2 \tau^2)}, \quad (5)$$

que muda do seu valor estático

$$w = 0 \Rightarrow K'_s = \frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau}{C_0(R_1 + R_2)},$$

para o seu valor ótico

$$w \rightarrow \infty \Rightarrow K'_\infty = \frac{\tau_1 \tau_2}{C_0(R_1 + R_2)\tau^2} = \frac{1}{C_0} \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}.$$

Introduzindo K'_s e K'_∞ na equação (5), obtemos

$$K' = K'_\infty \left[1 + \frac{k}{1 + \omega^2 \tau^2} \right],$$

onde

$$k = \frac{(\tau_1 + \tau_2 - \tau)\tau - \tau_1 \tau_2}{\tau_1 \tau_2} = \frac{K'_s - K'_\infty}{K'_\infty}.$$

O fator de dissipação do dielétrico de duas camadas torna-se

$$K'' = K'_\infty \left(\frac{\tau}{\omega\tau_1\tau_2} + \frac{k\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \right).$$

Uma comparação destas expressões com as equações

$$K' - K'_\infty = \frac{K'_s - K'_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \quad e$$

$$K'' = \frac{(K'_s - K'_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

mostra que o capacitor de duas camadas dá um espectro de relaxação indistinguível da polarização orientacional simples da teoria de Debye.

As características de K'' contém, em adição, o termo da condutividade ôhmica

$$\sigma = \frac{K'_\infty\epsilon_0\tau}{\tau_1\tau_2} = \frac{\epsilon_0}{C_0(R_1 + R_2)}$$

causado pelo resistor em série ($R_1 + R_2$). A figura 2 mostra o espectro de relaxação do capacitor de duas camadas.

A constante dielétrica complexa pode desta forma ser escrita como

$$K^* = K'_\infty + \frac{K'_s - K'_\infty}{1 + j\omega\tau} - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}. \quad (6)$$

Desde que a polarização $\bar{P}$ do capacitor de duas camadas é proporcional ao campo aplicado, é possível definir uma polarizabilidade de carga espacial α_s , do dielétrico como

$$\bar{P} = N\alpha_s\bar{E} = (K^* - K'_\infty)\epsilon_0\bar{E}.$$

Portanto, da equação (6), tiramos

$$\alpha_s = \left(\frac{K'_s - K'_\infty}{1 + j\omega\tau} - j \frac{\sigma}{\omega} \right) \frac{\epsilon_0}{N}.$$

O mérito desta expressão é que ela permite uma discussão da polarização total como a soma de quatro termos

$$\alpha = \alpha_e + \alpha_a + \alpha_d + \alpha_s,$$

α_e =polarizabilidade eletrônica,

α_a =polarizabilidade atômica,

α_d =polarizabilidade dipolar e

α_s =polarizabilidade interfacial.

Dividindo as camadas (1) e (2) em n_1 e n_2 subcamadas iguais de espessuras Δ_1 e Δ_2 , nada será mudado; nós recolocaremos em nossas equações

$$d_1 = n_1 \Delta_1 \quad e$$

$$d_2 = n_2 \Delta_2 .$$

Nós podemos empilhar as subcamadas (1) e (2) alternadamente ou em qualquer outra sequência; desde que a impedância total não seja alterada, a resposta dielétrica ainda permanecerá a mesma. Enquanto a forma geométrica e a orientação no campo permanecem a mesma (camadas empilhadas em série) e a quantidade relativa do meio (1) para o (2) inalterada (expressa pela razão da espessura total, $\frac{d_1}{d_2}$), a permissividade complexa do dielétrico composto permanece inalterada.

Podemos também mudar a geometria do meio (2) enquanto conservamos sua massa, e a dispersamos no meio (1) na forma de esferas, elipsóides ou varas tão diluídas que a interação entre partículas possa ser desprezada. Desde que a distorção do campo causada pela partícula polarizada depende de sua forma e orientação relativa ao campo aplicado, K^* agora variará com a forma e a orientação das partículas do meio (2), como na figura 3.

Desta forma, por exemplo, uma distribuição de tempos de relaxação pode ser produzida pela variação da orientação de partículas elipsoidais.

O meio (2) altamente diluído, distribuído na base do meio (1) numa forma e orientação determinada, dará um único espectro de relaxação de apenas um tempo de relaxação. Quando n meios estão dispersados no meio (1), n tempos de relaxação ocorrem, correspondendo a um capacitor de $(n + 1)$ camadas dielétricas diferentes tendo n tempos de relaxação.

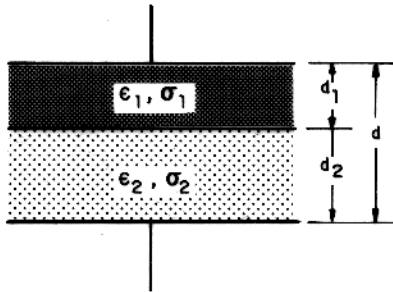


Figura 1a - Capacitor de duas camadas de Maxwell-Wagner.

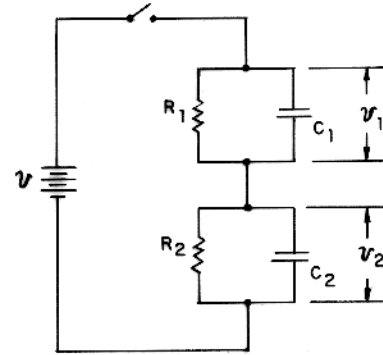


Figura 1b - Circuito equivalente do capacitor de duas camadas.

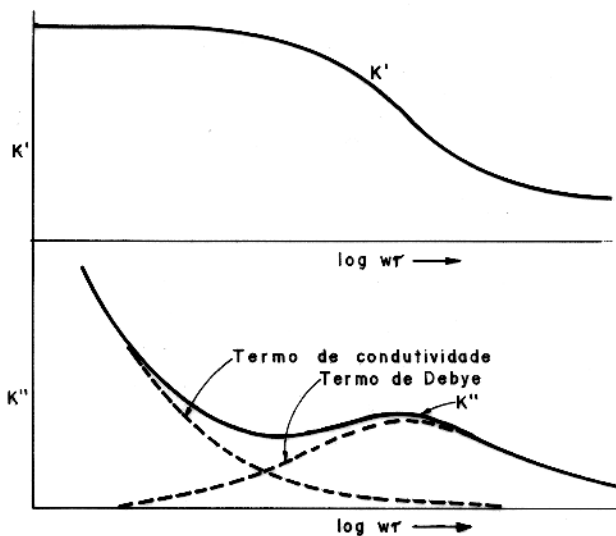


Figura 2 - Espectro da relaxação do capacitor de duas camadas.

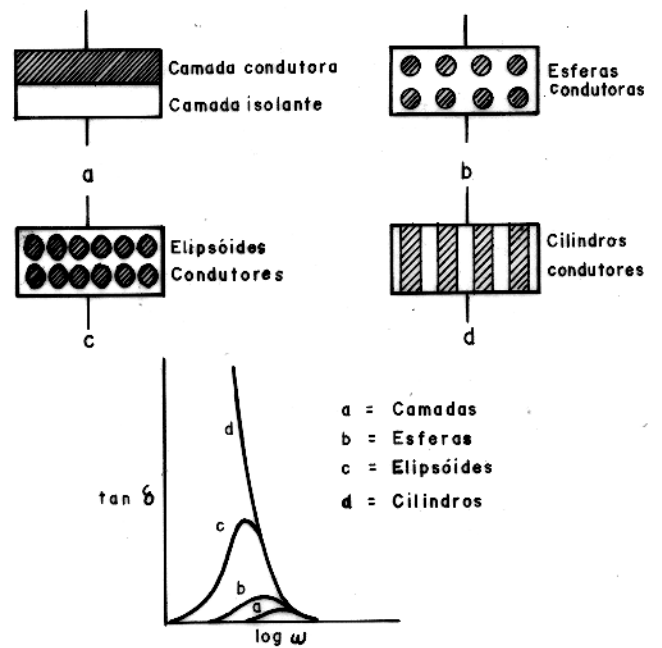


Figura 3. - Dependência da resposta dielétrica da forma e orientação das partículas do meio 2 (Modificada de Hippel, 1954).

1.4.2. Modelo de Wagner

A análise de Wagner assume que as partículas condutoras são esferas, esparsamente distribuídas através de um material de comparativamente baixa perda dielétrica. Seus resultados para as características A.C. são dados pelas equações (7), (8) e (9).

Aqui é assumido que o meio contínuo é um isolante perfeito,

$$K' = K_{\infty} \left(1 + \frac{k}{1 + \omega^2 T^2} \right). \quad (7)$$

Nesta equação, temos

$$K_{\infty} = K'_1 \left[1 + \frac{3q(K'_2 - K'_1)}{2K'_1 + K'_2} \right],$$

$$k = \frac{9qK'_1}{2K'_1 + K'_2} \quad e$$

$$T = \frac{2K'_1 + K'_2}{4\pi\sigma_2},$$

onde K'_1 e K'_2 são as constantes dielétricas dos meios contínuo (isolante) e disperso (condutor) respectivamente, σ_2 é a condutividade do último (em unidades eletrostáticas C.G.S.), q é uma pequena quantidade de material condutor expressa como uma fração de volume e ω é a frequência angular da corrente alternada.

A equação (7) mostra que K_{∞} é de fato o valor limite de K' quando ω tende para infinito. Para pequenos valores de q , que são os casos de interesse prático, K_{∞} difere pouco de K'_1 .

A componente imaginária da constante dielétrica (correspondente a corrente em fase com a voltagem aplicada) é dada por

$$K'' = K_{\infty} \frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}. \quad (8)$$

Se δ é o "ângulo de perdas" da matriz, nós teremos

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{K''}{K'} = \frac{k\omega T}{1 + k + \omega^2 T^2}. \quad (9)$$

É usual definir também uma quantidade σ chamada de "condutividade A.C. aparente",

$$\sigma = \frac{K''\omega}{4\pi}.$$

A variação de K'' com ω e T é muito similar com a correspondente variação de $\text{tg}\delta$, e embora a última seja a quantidade usualmente determinada experimentalmente, a primeira é mais conveniente para discussões analíticas.

Uma análise das equações (7), (8), e (9) mostra que K' e K'' são diretamente proporcionais a k , que por sua vez é diretamente proporcional a q (fração do meio condutor presente). Além disso, vemos que T é independente de q , mas envolve σ_2 , a condutividade do meio disperso. Desta forma, uma mudança no valor de σ_2 , q sendo constante, move as curvas de K' , K'' , $\text{tg}\delta$ e σ como um todo ao longo do eixo da frequência, sem mudar as formas ou alturas.

As experiências mostram que a curva resultante dos valores plotados de $\text{tg}\delta$ de um dielétrico real contra logaritmo da frequência raramente se assemelha a curva obtida da equação (9). Wagner supôs então que as partículas condutoras não tivessem todas a mesma condutividade, e então concluiu que a curva para um dielétrico real era o resultado de uma série inteira de curvas do tipo mostrado pela equação (9).

Supondo que a fração dq do material condutor tenha condutividade entre σ_2 e $\sigma_2 + d\sigma_2$, e que ela seja uma função de σ_2 da forma

$$dq = f(\sigma_2)d\sigma_2.$$

Então $f(\sigma_2)$ representa a distribuição de partículas classificadas de acordo com a sua condutividade. As contribuições correspondentes para k podem ser expressas como uma função de T , logo teremos

$$dk = F(T)dT.$$

Aplicando o princípio de superposição de Hopkinson para somar todas as contribuições, obtemos

$$K' = K_{\infty} \left[1 + \int_0^{\infty} F(T) \frac{dT}{1 + \omega^2 T^2} \right] \quad e \quad (10)$$

$$K'' = K_{\infty} \int_0^{\infty} F(T) \frac{\omega T dT}{1 + \omega^2 T^2}, \quad (11)$$

correspondendo as expressões (7) e (8).

Se a forma de $f(\sigma_2)$ é conhecida, a variação de K' , K'' , etc., com ω pode ser determinada. Caso contrário, é possível encontrar uma forma de $F(T)$ e portanto para $f(\sigma_2)$, a qual dará as curvas de K' , K'' , etc., concordando com algum conjunto de resultados experimentais.

Wagner supôs que o logaritmo da condutividade das partículas fosse distribuído em torno de um valor central de acordo com a função erro Gaussiano.

Então, teremos

$$F(T) = \frac{\nu b'}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{T} e^{-(b' \log \frac{T}{T_0})^2}.$$

onde T_0 é a constante de tempo central, ν é proporcional a quantidade q de material condutor e b' é uma medida do grau de espalhamento. Tomar b' grande é equivalente a supor que todas as partículas têm condutividades muito próximas ao valor central. Se b' for pequeno, implica que elas estão espalhadas sobre um intervalo grande. Pelo ajuste adequado destas constantes, conseguimos uma semelhança grande entre as curvas teóricas e as curvas experimentais.

1.4.3. Modelo de Sillars

Sillars, baseado no comportamento da $\text{tg} \delta$ (quando grafada contra o logaritmo da frequência) de um meio condutor com diferentes formas, como mostrado na figura 3 e na evidência de que as equações de Wagner não explicam satisfatoriamente observações experimentais, realizou experiências com um dielétrico não homogêneo artificial consistindo de cera de parafina e gotas de água de determinada condutividade. Baseado nos resultados obtidos e na curva teórica fornecida pela teoria de Wagner, Sillars concluiu que os valores experimentais podiam ser explicados pela existência de finas fissuras na cera, que embora contivessem uma comparativamente pequena quantidade de água, produziam uma considerável perda, aumentada no intervalo de baixa frequência.

Ele então sugeriu que partículas alongadas de material parcialmente condutor envoltas num isolante poderiam produzir efeitos verdadeiramente diferentes daqueles fornecidos pelas equações (7), (8) e (9). A forma não esférica que é mais facilmente tratável para tratamento analítico é o

esferóide, a forma que varia da lente achatada até a agulha alongada.

Problemas de campo alternado num sistema de dielétricos parcialmente condutores podem ser resolvidos por métodos eletrostáticos, se a idéia de uma constante dielétrica complexa é usada, na maneira sugerida por Wagner. Considere primeiro as condições de fronteira para a superfície entre dois materiais isolantes imperfeitos de constantes dielétricas K'_1 e K'_2 e condutividades σ_1 e σ_2 .

As componentes normais dos campos alternados são dadas por

$$E_1 = E_{10}e^{j\omega t} \quad e$$

$$E_2 = E_{20}e^{j\omega t},$$

onde E_{10} e E_{20} podem ser quantidades complexas.

Pelo teorema de Gauss, temos

$$E_1 K'_1 - E_2 K'_2 = \frac{-4\pi}{j\omega} (E_1 \sigma_1 - E_2 \sigma_2).$$

Fazendo $\frac{4\pi\sigma_1}{\omega} = K''_1$ e $\frac{4\pi\sigma_2}{\omega} = K''_2$, temos

$$E_1(K'_1 - jK''_1) = E_2(K'_2 - jK''_2)$$

ou

$$E_1 K_1 = E_2 K_2$$

que é formalmente idêntica com a condição de fronteira para a componente normal no caso eletrostático, mas K_1 e K_2 são agora quantidades complexas.

Combinando este resultado com a condição usual da continuidade do potencial através da fronteira, é óbvio que a solução de um problema de campo alternado em dielétricos condutores pode ser resolvido pela substituição da constante dielétrica complexa na solução do problema eletrostático correspondente.

Consideremos um modelo não homogêneo de dielétrico consistindo de um meio contínuo de constante dielétrica K'_1 , considerado um isolante perfeito, contendo esferóides muito pequenos de um meio de constante dielétrica K'_2 e condutividade σ_2 dispersos através do meio contínuo. Vamos supor que a distância entre estas partículas é muito maior que seus tamanhos de forma que podemos considerar cada partícula estando sob a influência de um campo alternado uniforme E , e que elas são tão numerosas que toda a matriz pode ser considerada como tendo uma constante dielétrica média dada por $K^* = K' - jK''$. Para simplificar o tratamento consideramos primeiro apenas esferóides tendo seus eixos principais paralelos ao campo E .

As propriedades desta matriz podem ser obtidas considerando o potencial para um ponto externo, como no apêndice 4, mas desde que nós estamos interessados principalmente em perdas dielétricas é interessante considerar a questão do ponto de vista de absorção de energia.

O potencial dentro de um esferóide é dado pela equação (4) do apêndice 3. Diferenciando esta, substituindo $n = \frac{4\pi}{l_a}$, e introduzindo um valor complexo para K_2 , a intensidade do campo dentro do esferóide é dada por

$$E_2 = E \frac{nK'_1}{(n-1)K'_1 + K'_2 - jK''_2}, \quad (12)$$

onde $K''_2 = \frac{4\pi\sigma_2}{\omega}$. O coeficiente n é uma função da excentricidade do esferóide, variando da unidade para um esferóide oblato até infinito para um esferóide prolato muito longo, e sendo igual a 3 para uma esfera. É calculado de l_a (equações (8) e (10) do apêndice 3), e é exibido como uma função da razão de eixos do esferóide na figura 4.

É fácil mostrar que a perda de potência média por unidade de volume do meio condutor é dada por

$$\frac{1}{2} |E_2|^2 \sigma_2$$

ou

$$\frac{|E_2|^2 K''_2 \omega}{8\pi}.$$

A perda de potência média por unidade de volume da matriz inteira é

$$P = \frac{q |E_2|^2 K_2'' \omega}{8\pi},$$

onde q é a fração de volume do meio condutor. Estamos supondo que todos os esferóides são da mesma forma.

A matriz como um todo é considerada como tendo uma constante dielétrica média ($K' - jK''$), então podemos escrever

$$P = \frac{|E|^2 K'' \omega}{8\pi}.$$

Igualando as duas expressões de P , teremos

$$K'' = q K_2'' \frac{|E_2|^2}{|E|^2}.$$

Utilizando a equação (12), teremos

$$K'' = q K_2'' \frac{n^2 K_1'^2}{[K_1'(n-1) + K_2']^2 + K_2''}. \quad (13)$$

Se nós substituirmos as expressões abaixo em (13),

$$\omega\tau = \frac{K_1'(n-1) + K_2'}{K_2''},$$

$$\tau = \frac{K_1'(n-1) + K_2'}{4\pi\sigma_2} \quad e \quad (14)$$

$$N = q \frac{n^2 K_1'}{K_1'(n-1) + K_2'} \quad (15)$$

vamos obter

$$K'' = \frac{K_1' N \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Esta é da mesma forma que a equação (8), sendo que N e τ correspondem a k e T . As quantidades N e τ , no entanto, envolvem o coeficiente n de tal forma que estas quantidades tornam-se grandes quando n torna-se grande. Isto significa que, se o material condutor está

distribuído na forma de esferóides longos, o ângulo de perda máximo será muito maior que aquele fornecido pela equação (8) para uma dada proporção de material e aparecerá numa frequência baixa.

Os valores de K' e $\text{tg}\delta$ são mais convenientemente obtidas pela consideração do potencial devido a um volume elementar de material como é feito no apêndice 4, e as equações obtidas são

$$K' = K_{\infty} + \frac{K'_1 N}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad e$$

$$K'' = \frac{K'_1 N \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2},$$

a qual é idêntica com a expressão já obtida.

Temos,

$$\text{tg}\delta = \frac{K''}{K'} = \frac{N \omega \tau}{N + (1 + \omega^2 \tau^2) \left(\frac{K_{\infty}}{K'_1} \right)},$$

onde

$$K_{\infty} = K'_1 \left[1 + \frac{qn(K'_2 - K'_1)}{K'_1(n-1) + K'_2} \right].$$

τ e N são dados por (14) e (15).

Não podemos dizer que a suposição de que as partículas têm seus eixos principais paralelos uns aos outros e também ao campo elétrico é uma representação muito aceitável do dielétrico real, mas pode ser mostrado que isso não afeta a natureza das conclusões gerais.

Pode ser mostrado pela substituição de l_a em $n = \frac{4\pi}{l_a}$, por l_b (equação (12) do apêndice 3) que o efeito de um esferóide longo com seus eixos perpendiculares ao campo principal é desprezível comparado com aquele quando o eixo maior está paralelo ao campo principal. Para pequenas excentricidades o erro não é grande assim, e os nossos resultados são maiores por um fator menor que 3.

A suposição de que as partículas são distribuídas muito esparsamente provavelmente leva a uma subestimação dos seus efeitos. O campo perto de uma partícula decai muito rapidamente

com a distância, de modo que quando as partículas estão próximas, elas situam-se em campos os quais são maiores que os que temos adotado.

Nos casos onde duas partículas ficam com suas extremidades próximas, elas tenderão a comportar-se como uma partícula longa.

O princípio de superposição pode ser usado para discutir o comportamento de um modelo contendo uma quantidade de material condutor distribuída de acordo com uma lei específica entre várias formas de esferóides, exatamente como a distribuição com respeito a condutividade que foi proposta por Wagner. Correspondendo as equações (10) e (11), teremos

$$K' = K_{\infty} + K_1 \int_0^{\infty} F(\tau) \frac{d\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad e$$

$$K'' = K_1' \int_0^{\infty} F(\tau) \frac{\omega \tau d\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}.$$

Nós arranjamos as contribuições para N tendo constantes de tempos situados entre τ e $\tau + d\tau$, sendo dados por

$$dN = F(\tau) d\tau.$$

Podemos dizer que as partículas condutoras cujas dimensões são de magnitudes similares são responsáveis pelas perdas em alta frequência, enquanto fissuras finas longas contendo pequenas quantidades de material condutor, fazem a contribuição principal para as perdas de baixa frequência.

1.5. Modelo de Peter C. Lysne:

Lysne uniu o modelo Maxwell–Wagner–Sillars (MWS) e a lei de Archie para modelar a resposta dielétrica para altas frequências de rochas saturadas de água e/ou óleo e gás. Este modelo fornece uma relação entre a permissividade dielétrica dispersiva e a quantidade, a geometria e as propriedades elétricas dos constituintes da rocha.

Partindo das equações

$$\overline{D} = \epsilon \overline{E} \quad e \quad (16)$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E}, \quad (17)$$

onde $\bar{D}$ é o deslocamento elétrico, $\bar{E}$ é o campo elétrico e $\bar{J}$ é a densidade de corrente de condução.

Como trabalhamos com um meio dispersivo, ϵ e σ são parâmetros complexos e funções da frequência, como descrito abaixo:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + j\omega''(\omega) \quad e \quad (18)$$

$$\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + j\sigma''(\omega), \quad (19)$$

onde $j = \sqrt{-1}$ e ω é a frequência angular que é relacionada com a frequência f pela equação $\omega = 2\pi f$.

Uma importante consequência da teoria de sistemas dispersivos é que as componentes real e imaginária de cada parâmetro nas equações (18) e (19) estão relacionadas. Elas não são quantidades independentes, mas estão relacionadas pelas relações de dispersão de Kramers–Kronig. Isto é devido a linearidade das equações (16) e (17) e de suas relações de causalidade.

Em experimentos com ondas contínuas, todos os campos são senoidais e a dependência do tempo é representada por $e^{-j\omega t}$. A quantidade medida é a densidade de corrente total $\bar{J}_t$. Esta quantidade é a soma de duas correntes, uma dada pela lei de Ohm e a outra pela corrente de deslocamento de Maxwell $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = -j\omega \bar{D}$.

Das equações (16), (17), (18) e (19), obtemos:

$$\bar{J}_t = \omega \epsilon_0 \left[\left(\frac{\sigma'}{\omega \epsilon_0} + \frac{\epsilon''}{\epsilon_0} \right) - j \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon_0} - \frac{\sigma''}{\omega \epsilon_0} \right) \right] \bar{E}, \quad (20)$$

onde a razão $\frac{\epsilon'}{\epsilon_0}$ é a constante dielétrica e a razão $\left| \frac{\bar{E}}{\bar{J}_t} \right|$ está relacionada com a impedância complexa através da geometria do experimento.

Nosso sistema será composto de uma matriz isolante e um fluido iônico. Consideremos que um campo elétrico constante foi aplicado ao sistema durante um longo tempo. Como a matriz é um isolante, a carga não pode ser transferida através da interface matriz–fluido, conseqüentemente haverá um acúmulo de cargas na interface. Este acúmulo de cargas causa um campo elétrico local na interface, sendo paralelo à ela. O campo elétrico dentro do fluido causa uma migração de íons através dos poros resultando numa corrente de condução.

Vamos supor que σ' é constante e é dado pela fórmula de Archie

$$\sigma' = (\phi S_w)^2 \sigma_2, \quad (21)$$

onde ϕ é a porosidade, S_w é a saturação de água e σ_2 é a condutividade da água do poro. Utilizando σ' constante e as relações de Kramers–Kronig, obtemos

$$\sigma'' = 0.$$

A base do presente trabalho é considerar que as propriedades dielétricas das rochas podem ser modeladas por uma extensão do modelo MWS que (1) introduza uma distribuição de razões de aspecto esferoidal, reconhecendo o fato que os poros na rocha têm várias formas, e (2) reconhecendo o fato que o eixo de rotação dos esferóides não está necessariamente alinhado com o campo elétrico. A figura 5 ilustra como nosso modelo concebe uma rocha.

Um conjunto de funções que satisfaz as relações de Kramers–Kronig para um dielétrico dispersivo é dado abaixo

$$\epsilon(f) = \epsilon_\infty + \int_0^\infty \frac{\alpha(\tau) d\tau}{1 - jf\tau} = \epsilon_\infty + j \int_0^\infty \frac{\beta(k) dk}{f + jk}, \quad (22)$$

onde ϵ_∞ é a permissividade para alta frequência, $\alpha(\tau)$ e $\beta(\tau)$ são funções de distribuição que estão relacionadas com as razões de aspecto de poros e o tempo de relaxação τ está relacionado com a frequência de relaxação por

$$\tau = k^{-1}. \quad (23)$$

A equação (22) está escrita em duas formas diferentes porque o modelo MWS foi desenvolvido no espaço τ , enquanto os dados são mais facilmente obtidos no espaço k .

Combinando as equações (22) e (23), obtemos

$$\tau \alpha(\tau) = \beta(\tau^{-1}). \quad (24)$$

O modelo MWS relaciona o tempo de relaxação com a condutividade σ_2 e a permissividade ϵ_2 do fluido no poro, a permissividade ϵ_1 da matriz e o parâmetro de forma n , através da equação

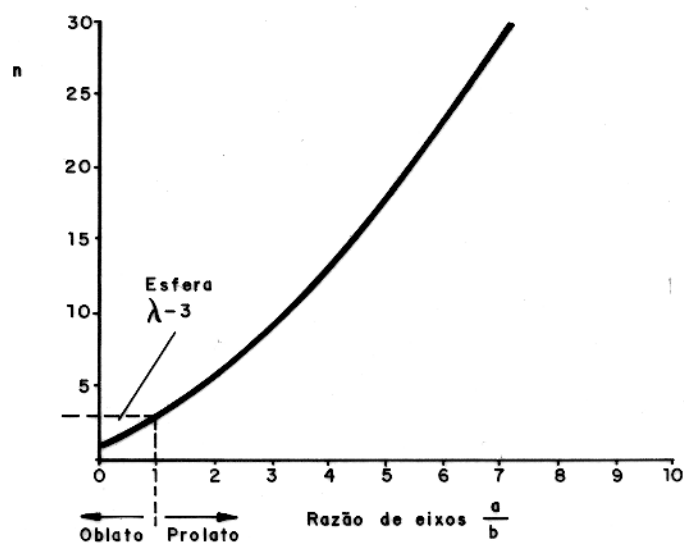


Figura 4 — Coeficiente n versus razão de eixos $\frac{a}{b}$

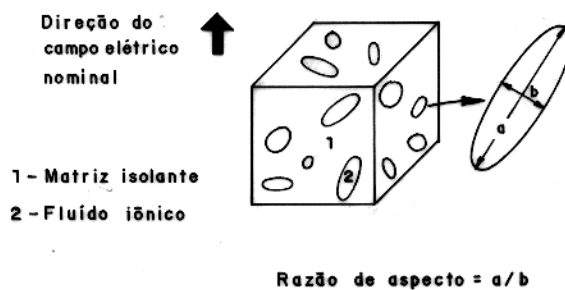


Figura 5 — Esquema de modelo de uma matriz de rocha mais poros com diferentes orientações e razões de aspectos (Modificada de Lysne, 1983).

$$\tau = [\epsilon_1(n-1) + \epsilon_2]\sigma_2^{-1}. \quad (25)$$

A equação (25) pode ser invertida para dar $n(\tau)$. O valor mínimo de n é a unidade, então a frequência de relaxação máxima possível k_{max} é dada por

$$k_{max} = \sigma_2 \epsilon_2^{-1}. \quad (26)$$

Vamos considerar n sendo uma constante. Isto corresponde ao modelo original de Sillars (1936) e implica que todos os poros têm a mesma forma. Para uma matriz de rocha temos ϵ_1 constante e a permissividade da água do poro ϵ_2 é quase independente da salinidade (Smyth, 1955). Para um valor fixo de σ_2 , τ da equação (25) é uma constante $\hat{\tau}$ e $\alpha(\tau)$ é a função delta $\alpha_0 \delta(\hat{\tau} - \tau)$. Desta forma, a equação (22) é facilmente integrada e obtemos as partes real e imaginária de $\epsilon(f)$ como ilustrado na figura 6, para dois valores de $\hat{\tau}$, correspondendo a dois valores diferentes de σ_2 .

Como observamos na figura 6, para a mesma matriz de rocha, um aumento na salinidade da água do poro simplesmente desloca a curvas de $\epsilon(f)$ para altas frequências sem nenhuma distorção de suas formas. Esta é uma observação verdadeira até mesmo se $\alpha(\tau)$ é mais complicada que a função delta.

O modelo MWS estendido fornece uma relação entre $\alpha(\tau)$ e a função de distribuição $q(\tau)$ para a fração do volume de poros com tempo de relaxação τ .

$$\alpha(\tau) = \frac{qgn^2\epsilon_1^2}{\epsilon_1(n-1) + \epsilon_2}, \quad (27)$$

onde g , q e n são funções de τ . A quantidade g está relacionada com a orientação do eixo de rotação dos esferóides medida em relação à direção do campo elétrico; para uma orientação randômica de alta razão de aspecto $g = \frac{1}{3}$, enquanto que para esferas não existe um eixo único e $g=1$. A fração de volume de poros com tempos de relaxação entre τ_2 e τ_1 , vem de $q(\tau)$ e é dada por

$$\Phi(\tau_2, \tau_1) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} q(\tau) d\tau. \quad (28)$$

Até este ponto, estamos considerando apenas sistemas heterogêneos de duas componentes. Cada nova componente adiciona outro mecanismo de relaxação MWS. Entretanto, óleo, gás e muitos materiais que compõem a matriz da rocha são bons isolantes, e suas constantes dielétricas

são próximas e baixas quando comparadas com a da água. Desta forma, as propriedades dispersivas de rochas limpas são em grande parte o resultado do contraste água versus matriz—óleo—gás, e numa boa aproximação, temos

$$\Phi(\infty, 0) = \phi S_w, \quad (29)$$

onde a integração da equação (28) é feita sobre os poros preenchidos por água. Se a $S_w < 100\%$, temos que saber onde a água se localiza na matriz. Para uma rocha molhável por água, a água procurará poros de área superficial alta (razão de aspecto alta) produzindo uma resposta dielétrica apreciavelmente diferente da rocha molhável por óleo.

O modelo MWS estendido relaciona a resposta para alta frequência do dielétrico não homogêneo com as quantidades anteriormente definidas através da equação

$$\epsilon_\infty = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \epsilon_1 \int_0^\infty \frac{n q g d r}{\epsilon_1 (n - 1) + \epsilon_2}. \quad (30)$$

Observamos que a resposta dielétrica para alta frequência de uma rocha é dependente da orientação e da forma dos poros.

Para completar o modelo, nós necessitamos de uma função de distribuição descrevendo como a água está distribuída na matriz da rocha. Tal função será obtida de dados dielétricos conseguidos em múltiplas frequências.

Função de Distribuição:

Caso Geral

Uma função que foi encontrada para o ajuste aos dados dielétricos razoavelmente bem é o histograma

$$\beta(k) = \epsilon_0 \cdot \begin{cases} \beta_1 & , & k_1 < k < k_2 \\ \beta_2 & , & k_2 < k < k_3 \\ etc & \dots \end{cases}$$

onde os valores de β_j são constantes positivas.

Por conveniência, faremos

$$\Sigma_j = \sigma_2 + k(\epsilon_1 - \epsilon_2). \quad (31)$$

Integrando as equações (22), (28) e (30) considerando as equações (23), (24), (25), (26) e (27), teremos

$$\epsilon'(f) = \epsilon_1 + \sum_j \epsilon_0 \beta_j \ln \left[\frac{\Sigma_{j+1}}{\Sigma_j} \left(\frac{f^2 + k_j^2}{f^2 + k_{j+1}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (32)$$

$$\epsilon''(f) = \sum_j \epsilon_0 \beta_j [\arctan(k_j f^{-1}) - \arctan(k_{j+1} f^{-1})] \quad e \quad (33)$$

$$S_w \phi = \sum_j \epsilon_0 g_j^{-1} \beta_j [k_j \Sigma_j^{-1} - k_{j+1} \Sigma_{j+1}^{-1}]. \quad (34)$$

Amostras Completamente Saturadas:

Um histograma de quatro passos foi usado para obter o ajuste aos dados dielétricos obtidos de experimentos com rochas saturadas. O procedimento foi usar uma dada porosidade e valores de $\epsilon'(f)$ para três frequências e resolver as equações (32) e (34) simultaneamente para $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ e β_4 . Um procedimento alternativo seria usar quatro valores de $\epsilon'(f)$ e calcular a porosidade. Para poros com razão de aspecto menor que 10, vamos considerar o valor de g igual a unidade, caso contrário, o valor de g será igual a $\frac{1}{3}$.

Sendo a função $\beta(k)$ conhecida, podemos calcular $q(\tau)$ usando as equações (23), (24) e (27). A equação (28) então pode ser calculada e transformamos $\Phi(\tau_2, \tau_1)$ em $\Phi[(\frac{a}{b})_2, (\frac{a}{b})_1]$, que é a fração de volume de poros com razões de aspecto entre $(\frac{a}{b})_2$ e $(\frac{a}{b})_1$, usando a equação (25) e $n(\frac{a}{b})$ dado no apêndice 3.

Amostras Parcialmente Saturadas:

Se $S_w < 100\%$, temos que decidir onde encontramos a água. Se supomos que a rocha é molhável por água, forças capilares fazem a água buscar poros de razão de aspecto alta, enquanto que para uma rocha molhável por óleo, a água permanece nos poros de forma mais esférica.

1.6. Análise da teoria apresentada

Do modelo Maxwell–Wagner–Sillars obtemos as equações relacionadas abaixo:

$$\tau = \frac{K'_1(n-1) + K'_2}{4\pi\sigma_2},$$

$$N = \frac{qn^2 K'_1}{K'_1(n-1) + K'_2},$$

$$K_\infty = K'_1 \left[1 + \frac{qn(K'_2 - K'_1)}{K'_1(n-1) + K'_2} \right],$$

$$K' = K_\infty + \frac{K'_1 N}{1 + \omega^2 \tau^2},$$

$$K'' = \frac{K'_1 N \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad e$$

$$\text{tg} \delta = \frac{K''}{K'} = \frac{N \omega \tau}{N + (1 + \omega^2 \tau^2) \frac{K_\infty}{K'_1}}.$$

Comparando estas equações com as equações de Debye,

$$K' = K_\infty + \frac{K_0 - K_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2},$$

$$K'' = \frac{(K_0 - K_\infty) \omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad e$$

$$\text{tg} \delta = \frac{K''}{K'} = \frac{(K_0 - K_\infty) \omega \tau}{K_0 + \omega^2 \tau^2 K_\infty},$$

onde K_0 é o valor estático da constante dielétrica. Concluimos que o modelo Maxwell–Wagner–Sillars fornece um espectro de relaxação semelhante ao espectro de relaxação dado pela teoria de Debye.

O intervalo de frequência utilizado na realização do presente trabalho varia entre 10^6 e 10^9 Hz. Observando a figura 7, concluimos que teoricamente as respostas dielétricas neste intervalo de frequência são influenciadas pelas polarizações interfacial, dipolar e eletrônica.

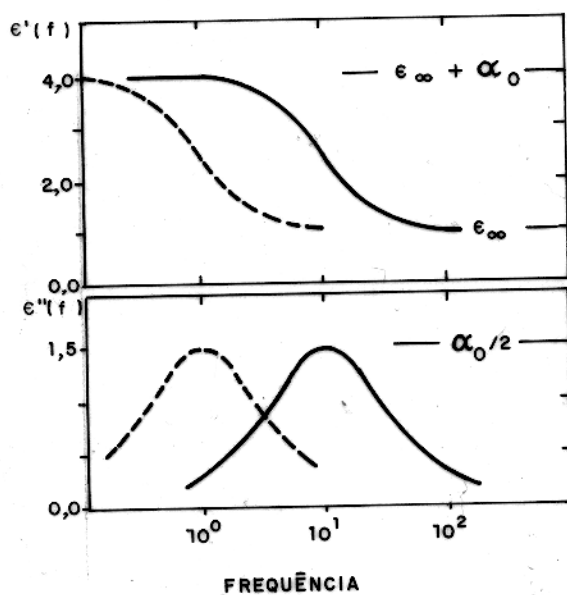


Figura 6— Partes real e imaginária da $\epsilon^*(f)$ para a função de distribuição delta $\alpha(\tau) = \alpha_0 \delta(\tau - \tau_0)$. As curvas tracejadas têm tempo de relaxação dez vezes maiores que as curvas sólidas (Modificada de Lysne, 1963).

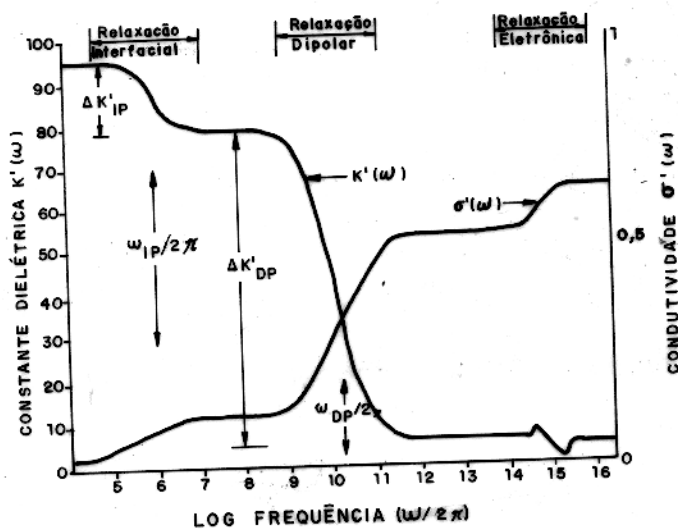


Figura 7— Constante dielétrica idealizada, $K'(\omega)$, e condutividade, $\sigma'(\omega)$, como uma função da frequência para um material de dois componentes onde $\omega_{IP}/2\pi$ e $\omega_{DP}/2\pi$ representam as frequências de relaxação características para as polarizações interfacial e dipolar, respectivamente (Modificada de Sherman, 1988).

CAPÍTULO 2

UTILIZAÇÃO DO MODELO DE LYSNE

Lysne (1983) fez uma extensão do modelo de Maxwell–Wagner–Sillars (MWS). Ele correlacionou a permissividade dielétrica de uma amostra com as propriedades elétricas dos constituintes, levando em conta a geometria e a distribuição de poros saturados com fluidos condutivos. Assim, ele achou uma relação entre a razão de aspecto de poros de geometria variável com o tempo de relaxação ou a frequência de relaxação da polarização elétrica.

Também, Lysne (1983) demonstrou que com os dados experimentais de permissividade dielétrica de rochas saturadas e utilizando o modelo sugerido por ele, é possível calcular a distribuição da geometria de poros e finalmente prever a resposta elétrica de rochas molháveis por óleo e água e não saturadas.

2.1. Procedimentos utilizados no modelo

Lysne (1983) aproveitou os dados experimentais da permissividade dielétrica de Poley et al. (1978) para verificar o funcionamento do seu modelo. Ele utilizou, especificamente, as partes real e imaginária da permissividade dielétrica medidas entre 10^4 e 10^9 Hz (V.H.F.) de uma amostra de arenito de porosidade igual a 15%, saturado com água contendo 15 Kg/m^3 de NaCl. A condutividade correspondente a esta salinidade é $2,5(S.m^{-1})$. As permissividades dielétricas da água e da matriz foram escolhidas como sendo $81\epsilon_0$ e $4,3\epsilon_0$, respectivamente.

O histograma $\beta(k)$ obtido do ajuste aos dados dielétricos no intervalo de frequência que varia de 10^6 Hz até 10^{10} Hz é mostrado na figura 8. Os valores de k_j deste histograma são 3×10^9 Hz, 2×10^9 Hz, 1×10^9 Hz, $2,5 \times 10^7$ Hz e 1×10^6 Hz. O conjunto usado para obter o ajuste foi $[f, \frac{\epsilon'(f)}{\epsilon_0}] - (1,6 \times 10^6 \text{ Hz}, 30,2), (2,5 \times 10^7 \text{ Hz}, 15,6)$ e $(10^9 \text{ Hz}, 10)$.

Lysne acrescentou à equação (33) o termo referente as perdas por condutividade ôhmica,

$$\frac{\sigma'}{\omega} = \frac{(\phi S_w)^2 \sigma_2}{\omega},$$

obtendo assim a equação

$$\epsilon''(f) = \sum_j \epsilon_0 \beta_j [\arctan(k_j f^{-1}) - \arctan(k_{j+1} f^{-1})] + \frac{(\phi S_w)^2 \sigma_2}{\omega}. \quad (35)$$

Baseado no histograma da figura 8 e nas equações (32) e (35), ele chegou às curvas da figura 9.

Lysne empregou o modelo em mais dois conjuntos de dados de permissividade dielétrica obtidos de Poley et al. (1978), referentes a amostras de arenitos saturados com água doce com porosidades de 12,9 e 12,7%, cujas medidas foram realizadas entre 10^6 e 10^9 Hz. A condutividade da água doce foi calculada e o valor encontrado foi $\sigma_2 = 2,5 \times 10^{-2} (S.m^{-1})$. Para que o ajuste fosse satisfatório, o autor utilizou para permissividade dielétrica da matriz o valor $\epsilon_1 = 5,4\epsilon_0$. A figura 10 mostra o ajuste entre os dados experimentais e as curvas teóricas.

Amostras parcialmente saturadas

Para obter as respostas dielétricas de amostras parcialmente saturadas com água-óleo e/ou gás, temos o seguinte procedimento:

1.) Na figura 11 vemos que o arenito de 15% de porosidade, tem 10% dos poros situados entre as razões de aspecto 10 e 600, e 90% destes entre as razões de aspecto 1 e 10.

2.) Na figura 8 vemos que o intervalo de frequência compreendido entre 10^6 e 10^9 Hz é o responsável pelos 10% de poros de alta razão de aspecto e o intervalo de frequência compreendido entre 10^9 e 3×10^9 Hz é o responsável pelos restantes 90% de poros de baixa razão de aspecto.

3.) Normalmente, as rochas produtoras de hidrocarbonetos são molháveis por água, supondo que este arenito também o seja e tenha $S_w = 10\%$, as frequências de relaxação estariam entre 1×10^6 e 1×10^9 Hz ($=k_0$). Os poros com frequências relaxacionais maiores que k_0 estariam vazios e k_0 substituiria k_{max} como a maior frequência relaxacional. A função de distribuição seria truncada para frequências maiores que k_0 .

A figura 12 apresenta as respostas dielétricas deste arenito para saturações variáveis de água $S_w = 0\%$, $S_w = 10\%$, $S_w = 50\%$ e $S_w = 100\%$ utilizando o procedimento descrito acima.

2.2. Parte computacional

Na realização deste trabalho foram empregados três programas computacionais básicos,

que serão descritos abaixo:

2.2.1 Programa computacional PROG1

Utiliza as equações (32) e (34) para montar um sistema de quatro equações e quatro incógnitas. Através do uso de uma subrotina de Eliminação Gaussiana resolvemos o sistema e obtemos os valores de $\beta(k)$.

Entradas do PROG1:

- Permissividades dielétricas de trabalho ($\epsilon'(f_j)$)
- Frequências de trabalho (f_j)
- Frequências de relaxação (k_j)
- Saturação de água (S_w)
- Porosidade (ϕ)
- Valores de g_j
- Permissividade dielétrica da matriz (ϵ_1)
- Condutividade da água (σ_2)
- Permissividade dielétrica da água (ϵ_2)

Saídas do PROG1:

- Valores $\beta(k_j)$ do histograma
- Histograma $\beta(k_j)$ X Log(frequência)

2.2.2. Programa computacional PROG2

Utiliza as equações (31), (32) e (35) para calcular os valores das partes real (K') e imaginária (K'') da constante dielétrica complexa em função da frequência. Utiliza as equações (25) e (28) para calcular os valores do fator n e a distribuição de razões de aspecto.

Entradas do PROG2:

- Número de frequências de trabalho

- Frequências de trabalho (f_j)
- Frequências de relaxação (k_j)
- Permissividade dielétrica da matriz (ϵ_1)
- Condutividade da água (σ_2)
- Permissividade dielétrica da água (ϵ_2)
- Valores de $\beta(k_j)$
- Valores de g_j
- Frequências de teste (f_{tj})
- Permissividades dielétricas de teste ($\epsilon'_t(f_{tj})$)

Saídas do PROG2:

- Parte real da constante dielétrica
- Parte imaginária da constante dielétrica
- Distribuição de razões de aspecto
- Valores do fator n (n_j)
- Gráfico K' X Log(frequência) calculado sobreposto ao experimental
- Gráfico K'' X Log(frequência)

2.2.3. Programa computacional PROG3

Este programa computacional calcula as partes real (K') e imaginária (K'') da constante dielétrica, o tempo de propagação (T_{pl}) e a atenuação corrigida (A_c) em função das saturações de óleo/gás na frequência da sonda de EPT (1,1 GHz).

O programa PROG2 nos fornece a distribuição de razões de aspecto e os valores do fator n (n_j).

Utilizando a equação (10) do apêndice 3 e os valores n_j , vamos obter os valores das razões de aspecto ($\frac{a}{b}$)_j.

Temos então a distribuição de razões de aspecto e as respectivas razões de aspecto. Supondo que as amostras sejam molháveis por água, vamos utilizar o procedimento de Lysne para rochas parcialmente saturadas e calcular as frequências de truncamento para obtermos as respostas dielétricas para saturações de água de zero até 100%, variando de 10 em 10%. Para cada saturação de água, calculamos as partes real (K') e imaginária (K'') da constante dielétrica em função da frequência. Seleccionamos então os valores de K' e K'' para 1,1 GHz e obtemos assim as partes real e imaginária da constante dielétrica para as saturações de água mencionadas acima na frequência da EPT.

Utilizando as equações (13) e (14) do apêndice 1 vamos calcular o tempo de propagação e a atenuação corrigida em função das saturações de água S_w .

Sabemos que,

$$S_{\text{óleo/gás}} = 1 - S_w.$$

Portanto, as saídas deste programa serão K' , K'' , T_{pl} e A_c em função das saturações de óleo/gás.

Este programa utiliza as equações (13) e (14) do apêndice 1 e (31), (32) e (35).

Entradas do PROG3:

- Frequências de relaxação (k_j)
- Porosidade (ϕ)
- Permissividade dielétrica da matriz (ϵ_1)
- Condutividade da água (σ_2)
- Permissividade dielétrica da água (ϵ_2)
- valores de $\beta(k_j)$

Saídas do PROG3:

- Gráfico K' X Saturação de óleo/gás
- Gráfico K'' X Saturação de óleo/gás

–Gráfico T_{pl} X Saturação de óleo/gás

–Gráfico A_c X Saturação de óleo/gás

2.3. Teste da validade dos programas

Para o arenito cuja porosidade é de 15%, usamos o seguinte conjunto de parâmetros nos programas computacionais:

–Condutividade da água $\sigma_2 = 2,5(S.m^{-1})$

–Permissividade dielétrica da água $\epsilon_2 = 81\epsilon_0$

–Permissividade dielétrica da matriz $\epsilon_1 = 4,3\epsilon_0$

–Conjunto de frequências de relaxação– $1 \times 10^6 Hz$, $2,5 \times 10^7 Hz$, $1 \times 10^9 Hz$, $2 \times 10^9 Hz$ e $3 \times 10^9 Hz$

–Saturação da água $S_w = 100\%$

–Valores de g_j –0,33, 0,33, 1,0 e 1,0

2.3.1. Montagem do histograma da figura 8

Utilizamos o programa computacional PROG1, com a entrada abaixo:

–Conjunto de dados dielétricos $[f, \epsilon'(f)]$ – $(1,6 \times 10^6 Hz, 30,2\epsilon_0)$, $(2,5 \times 10^7 Hz, 15,6\epsilon_0)$ e $(10^9 Hz, 10\epsilon_0)$

Obtivemos como saída os valores de $\beta(k_j)$

$$\beta_1 = 6,371049,$$

$$\beta_2 = 0,948966,$$

$$\beta_3 = 1,664995 \quad e$$

$$\beta_4 = 2,798993.$$

Estes valores estão de acordo com o histograma da figura 8.

2.3.2. Obtenção das curvas da figura 9

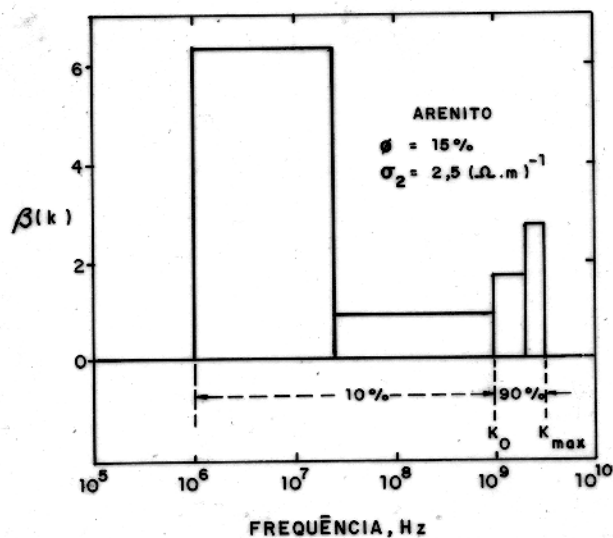


Figura 8 - Função de distribuição $\beta(k)$ calculada de dados de Poley et al. para uma rocha com porosidade de 15% e com a salinidade de água nos poros de 15 kg/m³ de NaCl. (Modificada de Lysne, 1983).

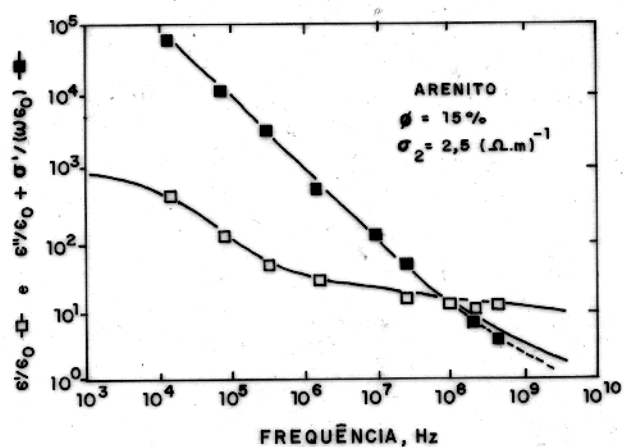


Figura 9 - Componentes real e imaginária da corrente para um arenito saturado com água salgada (15 kg/m³ de NaCl) versus frequência (Modificada de Lysne, 1983).

Utilizamos o programa computacional PROG2, com a entrada abaixo:

—Valores de $\beta(k_j) - \beta_1 = 6,371049$, $\beta_2 = 0,948966$, $\beta_3 = 1,664995$ e $\beta_4 = 2,798993$

Obtivemos como saída as curvas $K' \times \text{Log(frequência)}$ e $K'' \times \text{Log(frequência)}$ que concordam com a figura 9.

2.3.3 Obtenção da distribuição de razões de aspecto da figura 11

Utilizando o programa computacional PROG2 com as entradas que foram descritas acima, também obtivemos como saída uma distribuição de razões de aspecto e valores do fator n (n_j).

Utilizando a equação (10) do apêndice 3, obtivemos as razões de aspecto $(\frac{a}{b})_j$ relacionadas com os valores do fator n (n_j).

Tanto as percentagens das razões de aspecto como as razões de aspecto coincidem com os valores encontradas na figura 11.

Aplicando os testes, verificamos que os programas forneceram saídas corretas.

2.4. Respostas teóricas do arenito de $\phi = 15\%$ na frequência de 1,1GHz

Utilizando o PROG3 com a entrada abaixo:

—Valores de $\beta(k_j) - \beta_1 = 6,371049$, $\beta_2 = 0,948966$, $\beta_3 = 1,664995$ e $\beta_4 = 2,798993$

Obtivemos as curvas $T_{pl} \times \text{Saturação de óleo/gás}$ e $A_c \times \text{Saturação de óleo/gás}$ na frequência da EPT.

Para encontrarmos as saturações de água desejadas, tivemos que truncar nossos cálculos a partir das frequências de relaxação relacionadas na tabela 2.

As saídas do PROG3 são:

- 1) $K' \times \text{Saturação de óleo/gás}$ (figura 13)
- 2) $K'' \times \text{Saturação de óleo/gás}$ (figura 14)
- 3) $T_{pl} \times \text{Saturação de óleo/gás}$ (figura 15)
- 4) $A_c \times \text{Saturação de óleo/gás}$ (figura 16)

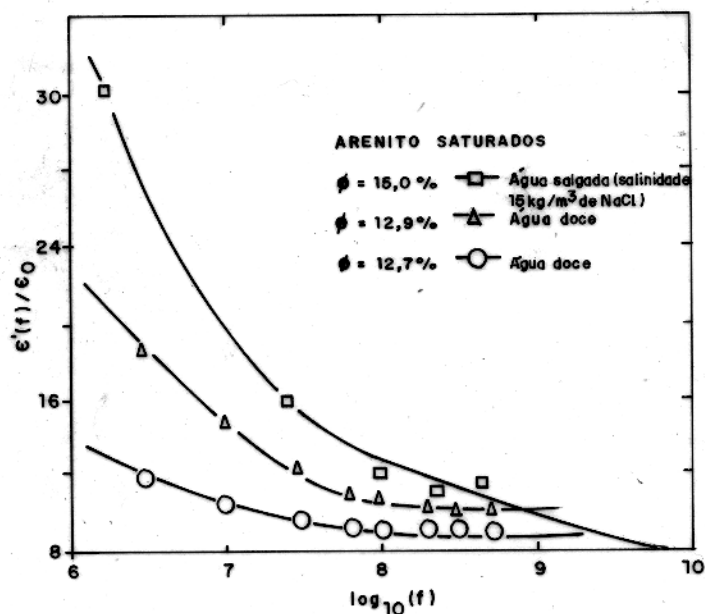


Figura 10 — Parte real da constante dielétrica versus frequência de três arenitos saturados de água (Modificado de Lysne, 1983).

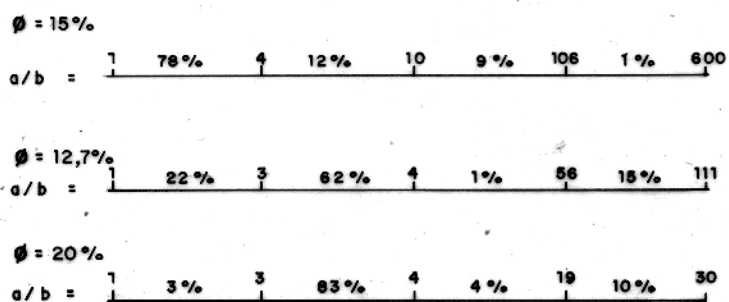


Figura 11 — Funções de distribuição de razão de aspecto de arenitos de 15%, 12,7% e 20% de porosidade.

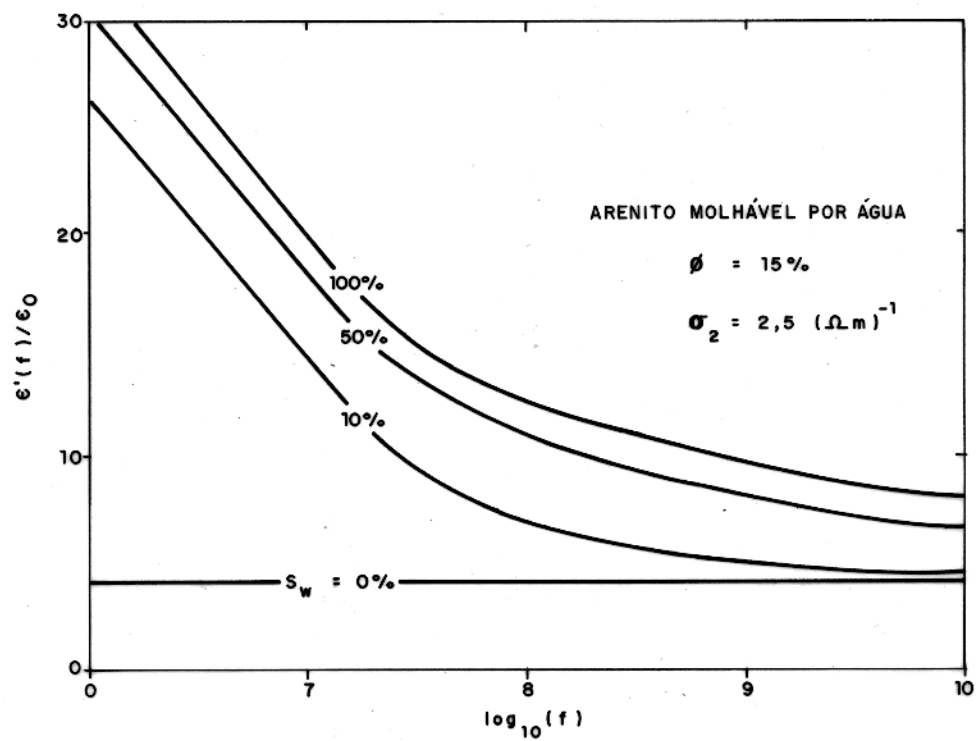


Figura 12 - Constante dielétrica de rocha molhável por água versus frequência para diversas saturações de água (Modificada de Lysne, 1983).

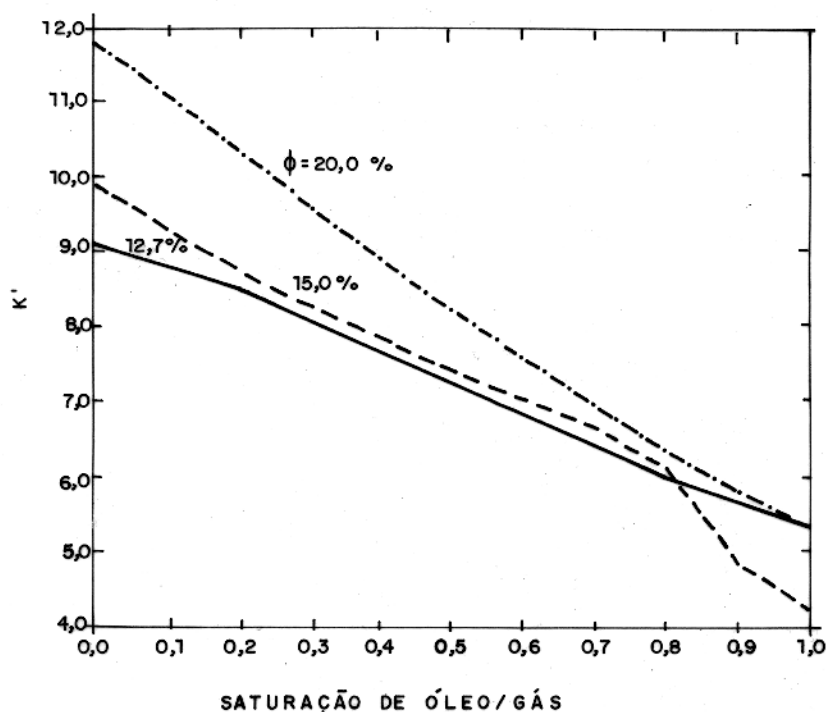


Figura 13 - Parte real da constante dielétrica dos arenitos versus saturação de óleo/gás.

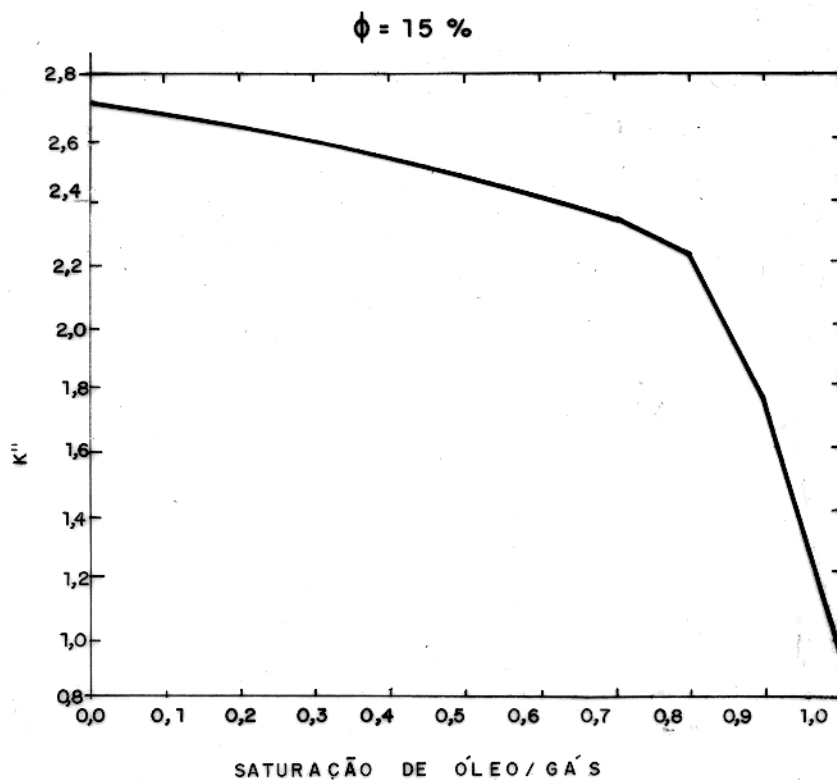


Figura 14 - Parte imaginária da constante dielétrica do arenito versus saturação de óleo/gás.

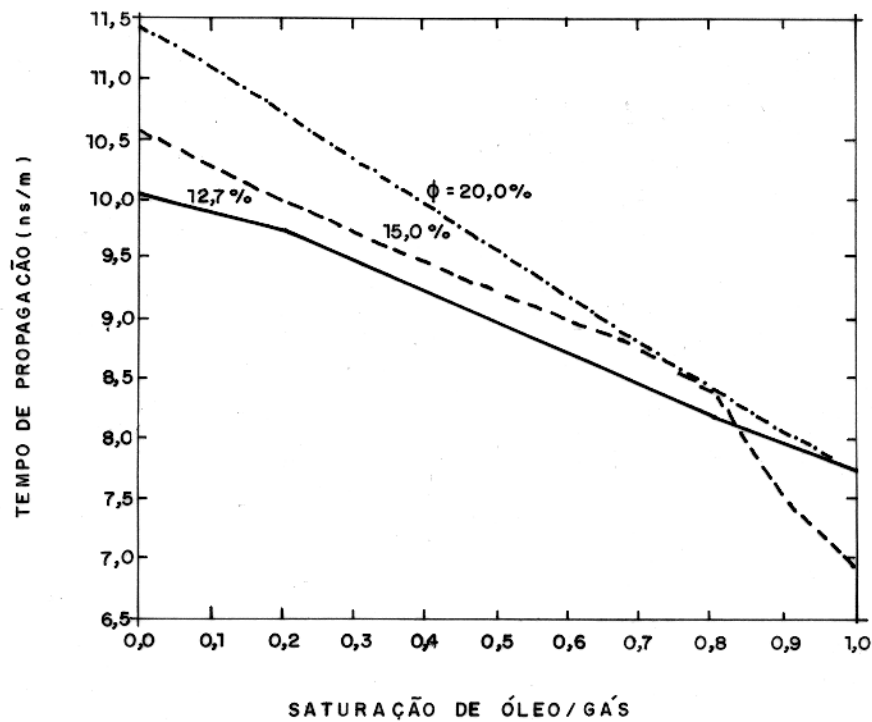


Figura 15 - Tempo de propagação nos arenitos versus saturação de óleo/gás.

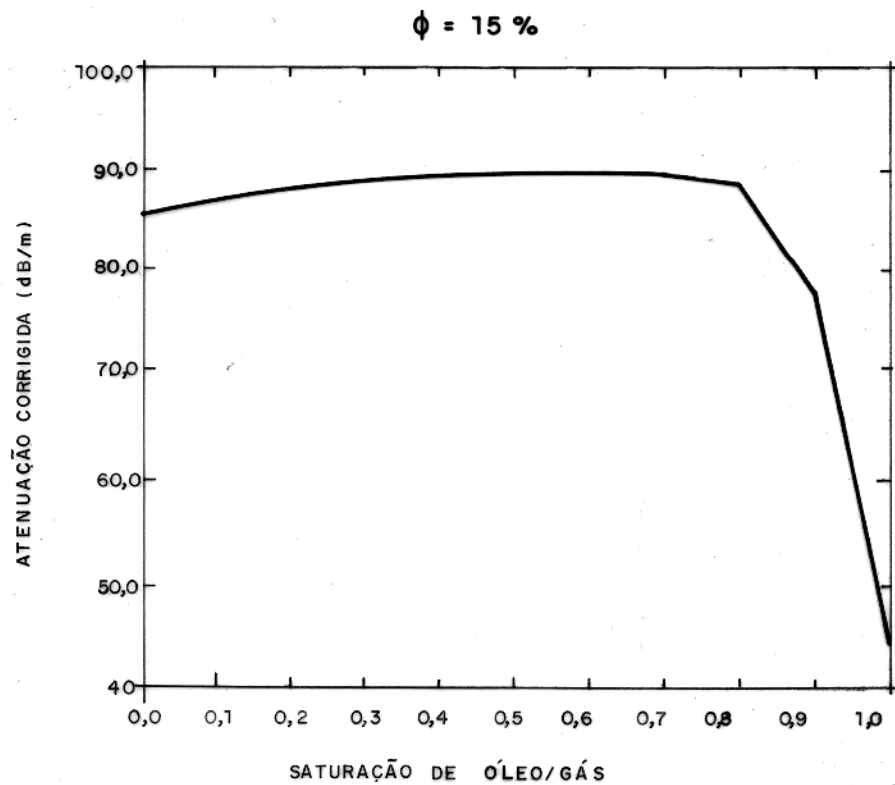


Figura 16 - Atenuação corrigida no arenite versus saturação de óleo/gás.

TABELA 2 - Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 15\%$)

SATURAÇÃO DE ÁGUA (%)	FREQUÊNCIA DE TRUNCAMENTO (Hz)
0	$1,0000 \times 10^6$
10	$1,0000 \times 10^9$
20	$1,8330 \times 10^9$
30	$2,1025 \times 10^9$
40	$2,2307 \times 10^9$
50	$2,3589 \times 10^9$
60	$2,4871 \times 10^9$
70	$2,6153 \times 10^9$
80	$2,7430 \times 10^9$
90	$2,8717 \times 10^9$
100	$3,0000 \times 10^9$

**TABELA 3-Valores da parte real da constante dielétrica, medidos
no arenito de 12,7 % de porosidade.**

PONTO	ϵ' / ϵ_0	FREQUÊNCIA DA MEDIDA (MHz)
1	11,70	3,2
2	10,30	10,0
3	9,60	30,0
4	9,30	65,0
5	9,10	100,0
6	9,10	200,0
7	9,00	300,0
8	9,00	400,0

TABELA 4 - Valores da parte real da constante dielétrica, medidos no arenito de 20% de porosidade.

PONT O	ϵ' / ϵ_0	FREQUÊNCIA DA MEDIDA (MHz)
1	18,75	3,2
2	16,00	10,0
3	13,20	30,0
4	12,20	65,0
5	11,90	100,0
6	11,50	200,0
7	11,50	300,0
8	11,60	400,0

2.5. Aplicação do modelo à arenitos de $\phi = 12,7\%$ e de $\phi = 20\%$

Do trabalho de Poley et al. (1978), foram selecionados dois conjuntos de dados de permissividade dielétrica, cujos valores são apresentados nas tabelas 3 e 4.

2.5.1. Aplicação do modelo ao arenito de $\phi = 12,7\%$

O conjunto de parâmetros que foram utilizados nos programas computacionais é dado abaixo:

- Saturação de água $S_w = 100\%$
- Porosidade $\phi = 12,7\%$
- Valores de g_j - 0,33, 0,33, 1,0 e 1,0
- Permissividade dielétrica da matriz $\epsilon_1 = 5,4\epsilon_0$
- Condutividade da água $\sigma_2 = 2,5 \times 10^{-2} (S.m^{-1})$
- Permissividade dielétrica da água $\epsilon_2 = 81\epsilon_0$

Foram escolhidos três valores medidos de constante dielétrica e as respectivas frequências das medidas.

Usamos o PROG1 para o cálculo dos valores de $\beta(k)$.

As entradas do PROG1 foram:

- Permissividades dielétricas de trabalho - três valores medidos multiplicados por ϵ_0
- Frequências de trabalho - as respectivas frequências das medidas acima
- Frequências de relaxação (k_j)

Os valores das frequências de relaxação foram variados até obtermos todos os quatro valores de $\beta(k_j)$ positivos.

Os valores de $\beta(k_j)$ e as frequências de relaxação obtidos estão relacionadas abaixo:

$$\beta_1 = 73,31374, \beta_2 = 0,0179578, \beta_3 = 14,18430 \text{ e } \beta_4 = 0,8484749$$

$$k_1 = 1 \times 10^5 \text{ Hz}, k_2 = 3,4 \times 10^5 \text{ Hz}, k_3 = 1,95 \times 10^7 \text{ Hz}, k_4 = 2,25 \times 10^7 \text{ Hz e}$$

$$k_5 = 2,99 \times 10^7 \text{ Hz}$$

Utilizamos o programa PROG2 com as entradas abaixo:

- Número de frequências de trabalho– 8 frequências
- Frequências de trabalho– $3,2 \times 10^6 \text{ Hz}$, $1 \times 10^7 \text{ Hz}$, $3 \times 10^7 \text{ Hz}$, $6,5 \times 10^7 \text{ Hz}$, $1 \times 10^8 \text{ Hz}$, $2 \times 10^8 \text{ Hz}$, $3 \times 10^8 \text{ Hz}$ e $4 \times 10^8 \text{ Hz}$
- Frequências de relaxação–os valores de k_j acima relacionados
- Valores de $\beta(k_j)$ –os valores acima relacionados
- Frequências de teste–são iguais as frequências de trabalho
- Permissividades dielétricas de teste– $11,7\epsilon_0$, $10,30\epsilon_0$, $9,60\epsilon_0$, $9,30\epsilon_0$, $9,10\epsilon_0$, $9,10\epsilon_0$, $9,0\epsilon_0$ e $9,0\epsilon_0$

Baseados nos valores do fator $n(n_j)$ e na distribuição de razões de aspecto, foi obtida a função de distribuição de razão de aspecto dada na figura 11. Podemos observar que 84% dos poros têm razões de aspecto entre 1 e 4 e os restantes 16% têm estas razões entre 4 e 111.

Baseados na função de distribuição de razão de aspecto, foram calculadas as frequências de truncamento para as saturações descritas na tabela 5.

Usamos estes valores como entradas no PROG3.

Das saídas dos programas acima mencionadas, vamos apresentar as seguintes figuras:

- Gráfico K' X Log(frequência)– calculado sobreposto ao experimental– figura 17
- Gráfico K'' X Log(frequência)– figura 18
- Gráfico K' X Saturação de óleo/gás– figura 13
- Gráfico K'' X Saturação de óleo/gás– figura 19
- Gráfico T_{pl} X Saturação de óleo/gás– figura 15
- Gráfico A_c X Saturação de óleo/gás– figura 20

2.5.2 Aplicação do modelo ao arenito de $\phi = 20\%$

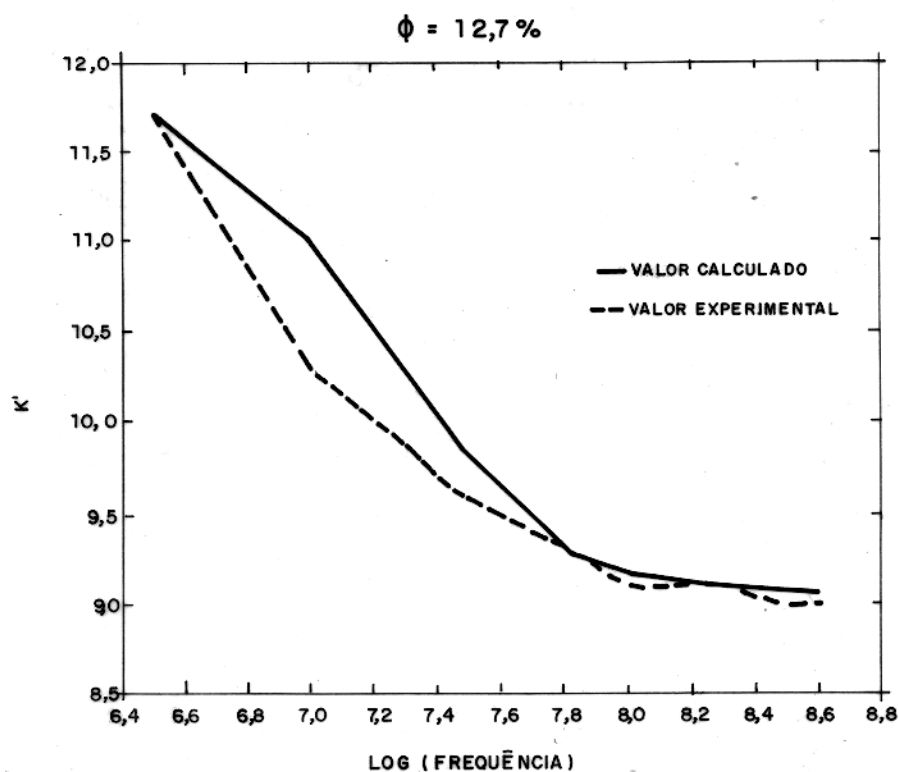


Figura 17 - Parte real da constante dielétrica do arenito (valores calculado e experimental) versus frequência.

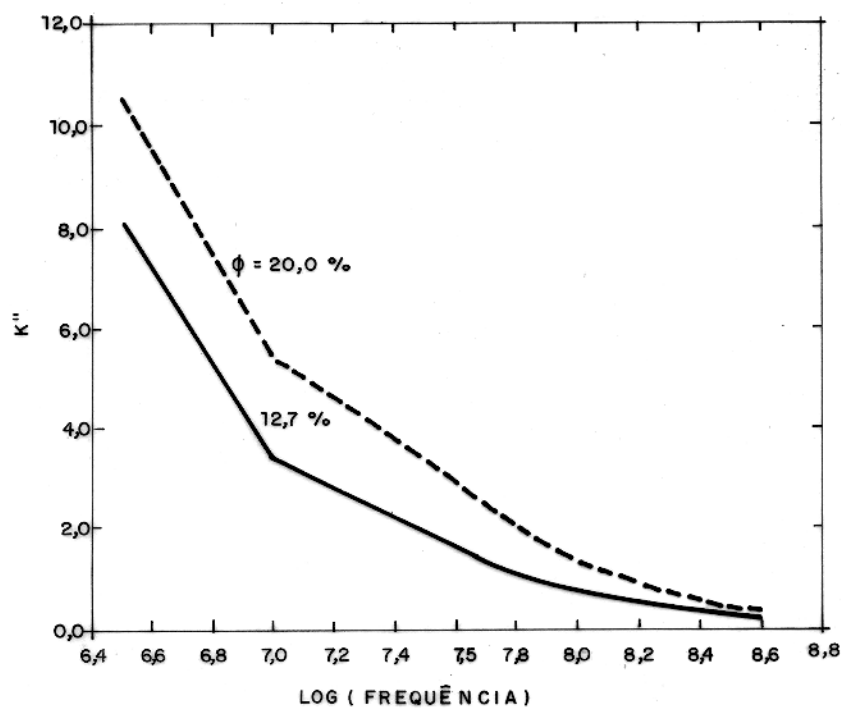


Figura 18 - Parte imaginária da constante dielétrica dos arenitos versus frequência.

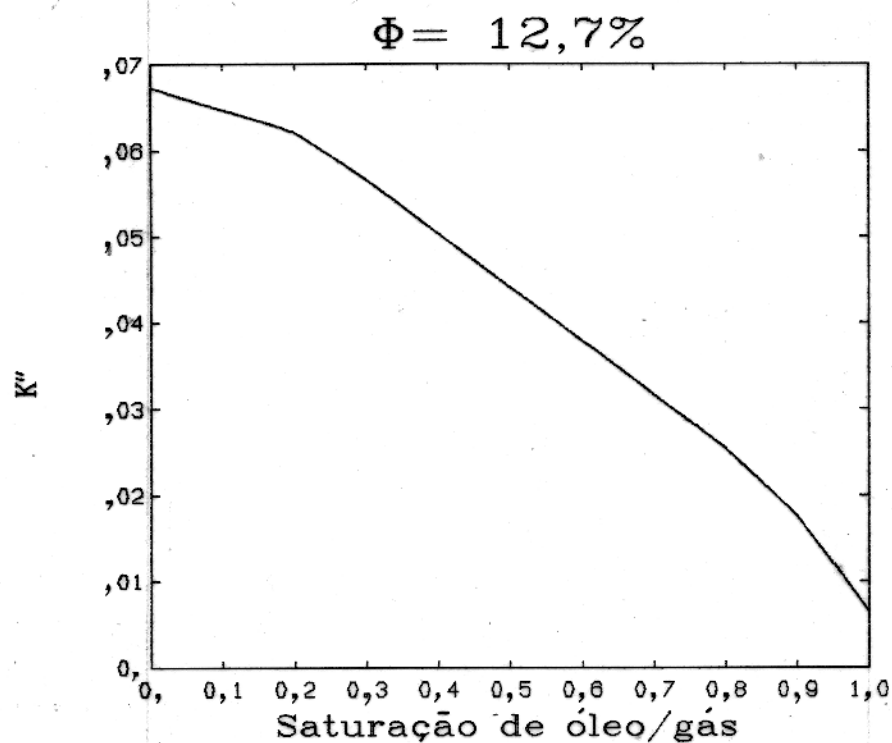


Figura 19 - Parte imaginária da constante dielétrica do arenito versus saturação de óleo/gás.

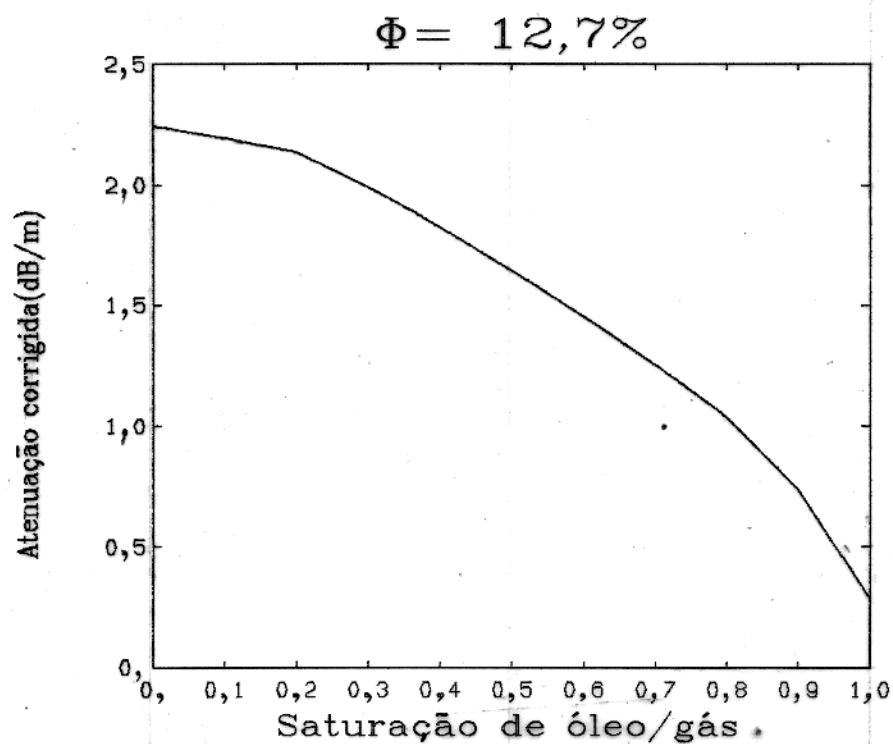


Figura 20 - Atenuação corrigida no arenito versus saturação de óleo/gás.

TABELA 5 - Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 12,7\%$)

SATURAÇÃO DE ÁGUA (%)	FREQUÊNCIA DE TRUNCAMENTO (H_z)
0	$1,0000 \times 10^5$
10	$2,6000 \times 10^5$
20	$1,9690 \times 10^5$
30	$2,0170 \times 10^7$
40	$2,0660 \times 10^7$
50	$2,1140 \times 10^7$
60	$2,1620 \times 10^7$
70	$2,2110 \times 10^7$
80	$2,3170 \times 10^7$
90	$2,6530 \times 10^7$
100	$2,9900 \times 10^7$

Os procedimentos foram análogos aos descritos anteriormente, sendo que o conjunto de parâmetros utilizados nos programas computacionais foi o mesmo que o do arenito de $\phi = 12,7\%$, só mudando o valor da porosidade.

Usamos o PROG1 para o cálculo dos valores de $\beta(k)$.

As entradas do PROG1 foram:

- Permissividades dielétricas de trabalho— três valores medidos multiplicados por ϵ_0
- Frequências de trabalho— as respectivas frequências das medidas acima
- Frequências de relaxação (k_j)

Os valores das frequências de relaxação foram variados até conseguirmos todos os quatro valores de $\beta(k_j)$ positivos.

Os valores de $\beta(k_j)$ e as frequências de relaxação obtidos estão relacionadas abaixo:

$$\beta_1 = 13,34359, \beta_2 = 0,2576381, \beta_3 = 18,63836 \text{ e } \beta_4 = 0,1975298$$

$$k_1 = 1 \times 10^6 \text{ Hz}, k_2 = 2,2 \times 10^6 \text{ Hz}, k_3 = 1,78 \times 10^7 \text{ Hz}, k_4 = 2,29 \times 10^7 \text{ Hz e } k_5 = 3 \times 10^7 \text{ Hz}$$

Utilizamos o programa PROG2 com as entradas abaixo:

- Número de frequências de trabalho— 8 frequências
- Frequências de trabalho— $3,2 \times 10^6 \text{ Hz}$, $1 \times 10^7 \text{ Hz}$, $3 \times 10^7 \text{ Hz}$, $6,5 \times 10^7 \text{ Hz}$, $1 \times 10^8 \text{ Hz}$, $2 \times 10^8 \text{ Hz}$, $3 \times 10^8 \text{ Hz}$ e $4 \times 10^8 \text{ Hz}$
- Frequências de relaxação— os valores de k_j acima relacionados
- Valores de $\beta(k_j)$ — os valores acima relacionados
- Frequências de teste— são iguais as frequências de trabalho
- Permissividades dielétricas de teste— $18,75\epsilon_0$, $16\epsilon_0$, $13,2\epsilon_0$, $12,2\epsilon_0$, $11,9\epsilon_0$, $11,5\epsilon_0$, $11,5\epsilon_0$ e $11,6\epsilon_0$

Baseados nos valores do fator $n(n_j)$ e na distribuição de razões de aspecto, foi obtida a

função de distribuição de razão de aspecto dada na figura 11. Podemos observar que 86% dos poros têm razões de aspecto entre 1 e 4 e os restantes 14% têm estas razões entre 4 e 30.

Baseados na função de distribuição de razão de aspecto, foram calculadas as frequências de truncamento para as saturações descritas na tabela 6.

Usamos estes valores como entradas no PROG3.

Das saídas dos programas acima mencionadas, vamos apresentar as seguintes figuras:

- Gráfico K' X Log (frequência)- calculado sobreposto ao experimental- figura 21
- Gráfico K'' X Log(frequência)- figura 18
- Gráfico K' X Saturação de óleo/gás- figura 13
- Gráfico K'' X Saturação de óleo/gás- figura 22
- Gráfico T_{pl} X Saturação de óleo/gás- figura 15
- Gráfico A_c X Saturação de óleo/gás- figura 23

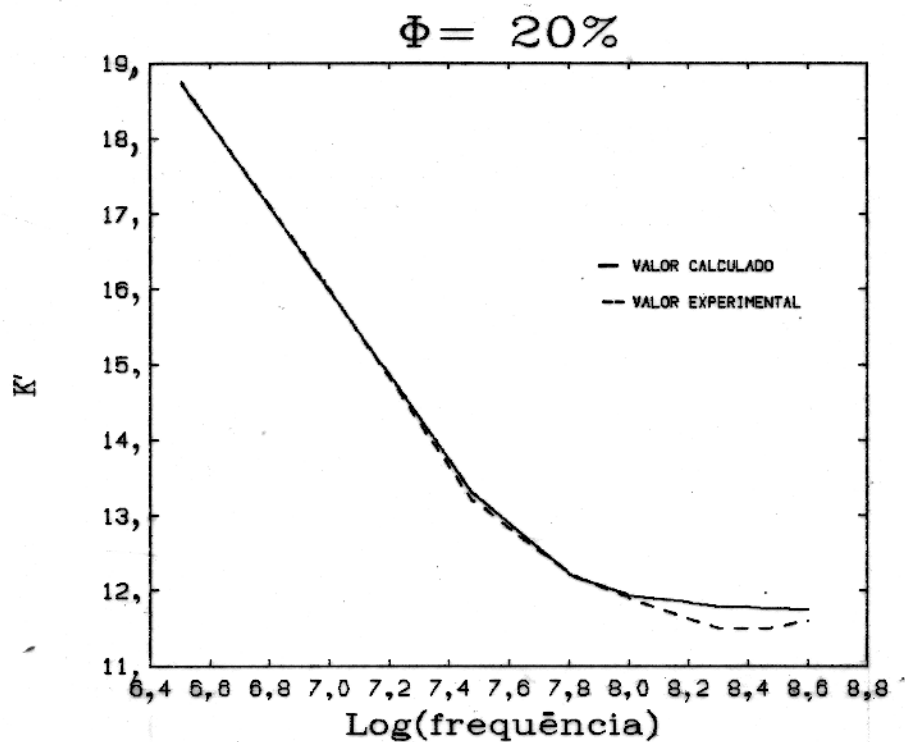


Figura 21 - Parte real da constante dielétrica do arenito (valores calculado e experimental) versus frequência.

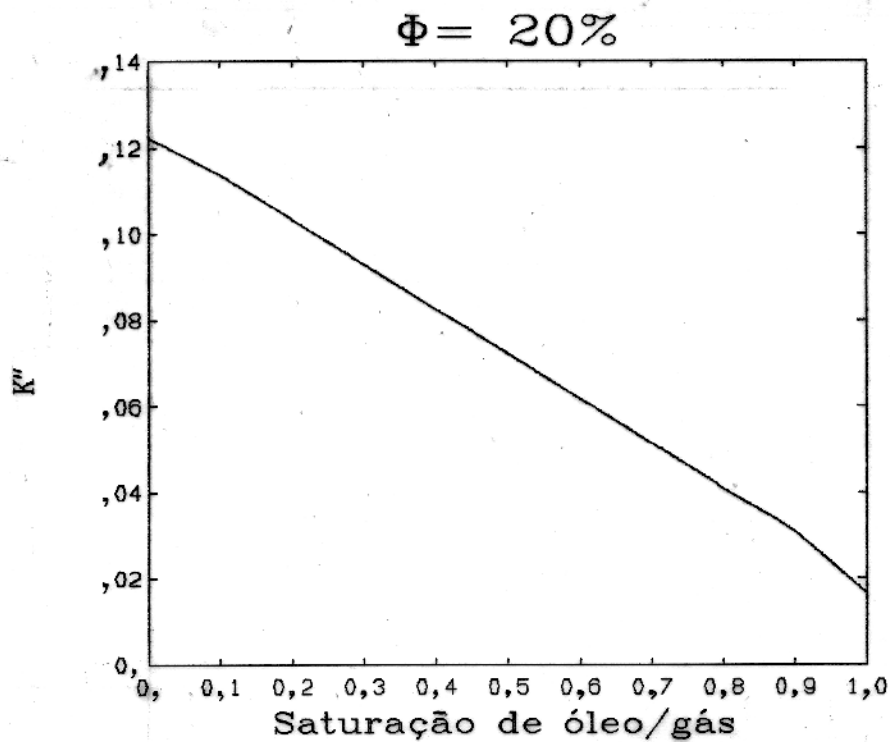


Figura 22 - Parte imaginária da constante dielétrica do arenito versus saturação de óleo/gás.

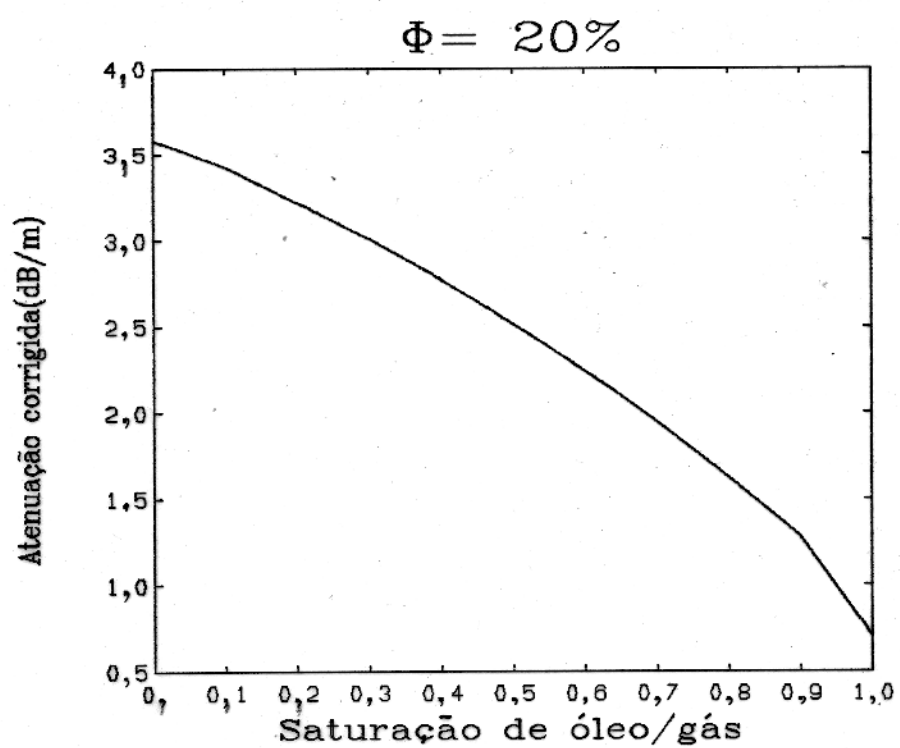


Figura23 - Atenuação corrigida no arenito versus saturação de óleo/gás.

TABELA 6 - Frequência de truncamento e respectiva saturação de água ($\phi = 20\%$)

SATURAÇÃO DE ÁGUA (%)	FREQUÊNCIA DE TRUNCAMENTO (H_z)
0	$1,0000 \times 10^6$
10	$2,2000 \times 10^6$
20	$1,8160 \times 10^7$
30	$1,8780 \times 10^7$
40	$1,9390 \times 10^7$
50	$2,0010 \times 10^7$
60	$2,0620 \times 10^7$
70	$2,1240 \times 10^7$
80	$2,1850 \times 10^7$
90	$2,2470 \times 10^7$
100	$3,0000 \times 10^7$

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DO MODELO À PERFIS DA EPT

No capítulo anterior aplicamos o modelo de Lysne (1983) à três conjuntos de dados dielétricos obtidos de Poley et al. (1978). Foram obtidas curvas da constante dielétrica— partes real (K') e imaginária (K''), do tempo de propagação (T_{pl}) e da atenuação corrigida (A_c) em função das saturações de óleo/gás.

A parte final deste trabalho seria a aplicação do modelo selecionado à dados dielétricos medidos num intervalo de frequência entre 10^6 e 10^9 Hz, de arenitos de campos brasileiros produtores de hidrocarbonetos, obtendo assim a função de distribuição de razão de aspecto destes. Como já foi visto anteriormente, esta função é importante na análise de capilaridade e é através dela que podemos obter as respostas da ferramenta de propagação eletromagnética para diversas saturações de óleo/gás. Estas curvas fornecem diretamente as saturações de óleo/gás para os tempos de propagação e atenuações lidos nos perfis da EPT. No entanto, no Brasil não existem dados com as características acima, então nos baseamos em uma série de perfis para encontrar arenitos semelhantes aos utilizados por Poley et al. (1978) e analisamos suas respostas quando submetidos à ferramentas de alta frequência.

Os valores do tempo de propagação e da atenuação corrigida obtidos através do uso do modelo nos arenitos do capítulo anterior foram comparados com os valores obtidos pelos perfis da EPT em frente à arenitos limpos de igual porosidade. O tempo de propagação é controlado basicamente pela componente real da permissividade dielétrica enquanto a atenuação da amplitude é basicamente afetada pela parte imaginária desta permissividade (ver equações 13 e 14 do apêndice 1). Uma boa correlação foi obtida para os valores do tempo de propagação enquanto grandes diferenças foram observadas nas atenuações. Estas diferenças são explicadas pela condutividade da água nos poros, temperatura e pressão.

Se os tempos de propagação são muito próximos, podemos concluir que eles possuem valores muito próximos da parte real da permissividade dielétrica na frequência de 1,1 GHz. Será mais adiante estudada a possibilidade destes arenitos terem a mesma função de distribuição de razão de aspecto. Se considerarmos que estes arenitos tenham a mesma função de distribuição

de razão de aspecto, poderemos utilizar as curvas geradas no capítulo anterior nas análises das respostas da ferramenta de propagação eletromagnética corrida nestes poços.

3.1. Fatores que influenciam a permissividade dielétrica

A porosidade, a temperatura, a pressão e a salinidade da água nos poros são fatores que influenciam as partes real e imaginária da permissividade dielétrica, e como já foi descrito acima, influenciam também o tempo de propagação e a atenuação de uma onda eletromagnética se propagando em um meio .

3.1.1. Influência da temperatura

Baseados na figura 24, observamos:

- 1.) O tempo de propagação na água diminui com o aumento da temperatura e
- 2.) A atenuação na água aumenta com o aumento da temperatura.

Concluimos que ϵ' diminui com o aumento de temperatura e ϵ'' aumenta com o aumento de temperatura.

3.1.2. Influência da salinidade

Baseados nas figuras 24, 25 e 26, observamos:

- 1.) A salinidade da água tem pouca influência nas medidas de ϵ' ,
- 2.) Os valores de ϵ'' aumentam regularmente com o aumento da salinidade da água, sendo que esta relação não é linear,
- 3.) O tempo de propagação na água aumentará com o aumento da condutividade para condutividades maiores que $5 \text{ (S.m}^{-1}\text{)}$ e
- 4.) A atenuação na água aumenta com o aumento da condutividade.

3.1.3. Influência da porosidade

Baseados nas figuras 25 e 27, observamos:

- 1.) Um aumento na porosidade causa um aumento em ϵ' , sendo que esta relação é linear e

2.) A relação entre ϵ'' e a porosidade não é linear, sendo que um aumento na porosidade causa um aumento em ϵ'' .

Concluimos que o tempo de propagação e a atenuação aumentam com o aumento da porosidade.

3.1.4. Influência da pressão

Baseados na figura 28, observamos:

1.) ϵ' da água aumenta linearmente com o aumento da pressão.

Concluimos que o tempo de propagação aumenta com o aumento da pressão.

3.2. Valores calculados pelo modelo na frequência da EPT

Os valores obtidos através do modelo conforme as equações (13) e (14) do apêndice 1 e (32) e (35) na frequência de 1,1GHz são listados na tabela 8.

3.3. Análise de perfis

Foram obtidos vários perfis da Ferramenta de Propagação Eletromagnética, densidade, neutron, raios gama, indução esférica, caliper e potencial espontâneo de ferramentas corridas pela Petrobrás em poços nos estados da Bahia, Alagoas e Sergipe.

Entre eles foram escolhidas as partes de perfis que correspondem a arenitos limpos e 100% saturados com água.

Para encontrá-los foram utilizados os seguintes procedimentos:

1—Baseados em baixos valores da curva de raios gama, foram achados alguns arenitos razoavelmente livres da presença de argila.

2—A localização das seções portadoras de hidrocarbonetos estavam indicadas nos perfis e foram encontradas pelos métodos tradicionais. Dos arenitos achados pelo procedimento 1, foram descartados aqueles que portavam hidrocarbonetos, obtendo assim seções 100% saturadas de água.

3—Nossa pesquisa se restringiu a baixas profundidades, pois o modelo teórico utiliza águas de baixa salinidade e estas normalmente são encontradas em regiões não muito profundas.

4—A curva do SP foi utilizada para encontrarmos os arenitos cujas águas fossem mais doces que o fluido de perfuração. Quanto maior a deflexão da curva do SP para a direita, mais doce a água da formação será, quando comparada com o fluido de perfuração.

Da análise dos perfis foram selecionadas 12 seções. Para cada seção foram lidas as respectivas profundidade, resistividade verdadeira (R_t), atenuação (EATT), tempo de propagação (T_{pl}) e densidade. Quando não tínhamos o perfil de densidade para calcularmos a porosidade, utilizávamos a fórmula da porosidade EPT.

Com os valores lidos, calculamos a temperatura e a porosidade da formação, a resistividade e consequentemente a condutividade da água e a atenuação corrigida, utilizando as fórmulas abaixo:

$$\phi_D = \frac{\rho_m - \rho_b}{\rho_m - \rho_f} \quad (\%),$$

$$\phi_{EPT} = \frac{T_{po} - T_{pma}}{T_{pfo} - T_{pma}} \quad (\%),$$

$$T_{po}^2 = T_{pl}^2 - \left(\frac{A_c}{60,03}\right)^2 \quad (ns/m),$$

$$T_{pfo} = 20 \frac{710 - \frac{t}{3}}{440 - \frac{t}{3}} \quad (ns/m),$$

$$GG = \frac{BHT - 80}{T_D} \quad (^\circ F/m),$$

$$T_{FORM} = profundidade.GG + 80 \quad (^\circ F),$$

$$R_{wa} = \frac{\phi^m R_t}{a} \quad (ohm.m),$$

$$\sigma_{wa} = \frac{1}{R_{wa}} \quad (ohm.m)^{-1},$$

$$A_c = A_{LOG} - SL \quad (dB/m),$$

$$SL = 45 + 1,3T_{pl} + 0,18T_{pl}^2,$$

onde temos

ϕ_D =porosidade calculada do perfil de densidade,

ρ_m =densidade da matriz,

ρ_b =densidade bulk (densidade média geral) e

ρ_f =densidade do fluido presente na rocha.

Nos nossos cálculos usamos a densidade do arenito e a densidade do fluido presente na zona lavada.

$\rho_m = 2,65 \text{ g/cc}$,

$\rho_f = 1,00 \text{ g/cc}$ (filtrado doce),

$\rho_f = 1,10 \text{ g/cc}$ (filtrado salgado),

ϕ_{EPT} =porosidade calculada pela EPT,

T_{po} =tempo de propagação corrigido para perdas,

T_{pma} =tempo de propagação na matriz,

T_{pfo} =tempo de propagação na água corrigido para perdas,

T_{pl} =tempo de propagação lido no log da EPT,

t =temperatura em $^{\circ}F$,

GG =gradiente geotérmico,

BHT =temperatura no fundo do poço,

T_D =profundidade total em metro,

T_{FORM} =temperatura da formação,

R_{wa} =resistividade aparente da água da formação,

ϕ =porosidade,

$a = 0,81$,

$m=2$ (fator de cimentação),

σ_{wa} =condutividade aparente da água da formação,

A_c =atenuação corrigida,

A_{LOG} =atenuação lida no log da EPT e

SL=fator de perdas por espalhamento.

Os valores lidos e calculados são dados na tabela 7.

3.4. Análise entre os valores dos perfis e os do modelo

Observando a tabela 7, vemos que temos dois arenitos que têm as mesmas porosidades dos usados no modelo. Eles são os de porosidade $\phi = 15\%$ e $\phi = 20\%$, e seus parâmetros são descritos na tabela 8.

O tempo de propagação é basicamente influenciado por ϵ' . Os valores de ϵ' são usados para encontrar os valores de $\beta(k)$ e é através destes valores que conseguimos o ajuste entre os valores experimentais e os valores do modelo, portanto vamos basear nossos estudos no tempo de propagação dos arenitos.

A parte imaginária da permissividade dielétrica tem uma influência mínima no tempo de propagação de uma onda eletromagnética em 1,1GHz, portanto nos cálculos abaixo ela será desprezada.

Nas figuras 29 e 30, observamos que para frequências acima de 200 MHz o valor de K' torna-se virtualmente constante.

A figura 29 mostra que as curvas de K' do arenito de 15% de porosidade saturado com água doce e com água salgada (salinidade de 15 kg/m³ de NaCl) convergem para o mesmo ponto nas frequências acima de 200 MHz.

Poley et al. (1978) realizaram suas medidas dielétricas na temperatura de 75°F e os arenitos nos poços estão submetidos a temperaturas mais elevadas.

Em perfilagem de poço é utilizado um gradiente de pressão hidráulica igual a 0,1 atm/m (facilmente encontrado pela fórmula $P = \mu gh$, onde P é a pressão da coluna de água, μ é a densidade

da água, g é a aceleração da gravidade e h é altura da coluna de água). Este gradiente de pressão vai nos fornecer a pressão na profundidade da formação.

3.4.1. Arenito de $\phi=15\%$

A pressão na profundidade de 637,5 m é de 64,75 atm (6,34 MPa). Baseados na figura 28, fazemos os cálculos da variação de ϵ' com a pressão e concluímos que esta variação é insignificante.

Os valores obtidos pelo modelo são

$$T_{pl}=10,57 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{modelo}}=10,05.$$

A temperatura na profundidade da formação é de 112°F. Baseados na figura 31 vamos corrigir o tempo de propagação, obtendo assim os valores

$$T_{pl}=10,38 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{modelo}}=9,7.$$

Analisando o perfil, vamos obter

$$T_{pl}=9,8 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{perfil}}=8,6.$$

Comparando os valores de K' obtidos do modelo (corrigido) e do perfil, observamos uma diferença em torno de 10%, tornando assim difícil considerar a hipótese deles terem a mesma função de distribuição de razão de aspecto, então as curvas obtidas para $\phi = 15\%$ no capítulo anterior não servem para interpretar as respostas da EPT corrida nos poços em questão.

3.4.2. Arenito de $\phi=20\%$

A pressão na profundidade de 800m é de 81 atm (7,94 MPa). De modo idêntico ao descrito acima, chegamos a conclusão que a variação de pressão não afeta ϵ' .

Os valores obtidos pelo modelo são dados abaixo:

$$T_{pl}=11,43 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{modelo}} = 11,75.$$

A temperatura na profundidade da formação é de 120°F. Baseados na figura 31, corrigimos o tempo de propagação e obtemos

$$T_{pl} = 11,13 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{modelo}} = 11,14.$$

Os valores obtidos do perfil são

$$T_{pl} = 11 \text{ ns/m} \quad e$$

$$K'_{\text{perfil}} = 10,89 \text{ ns/m}.$$

Comparando os valores de K' do modelo (corrigido) e do perfil, observamos uma diferença em torno de 2%. Levando em conta possíveis erros de medida e de interpretação, como também as deficiências do modelo proposto por Lysne, podemos considerar estes valores muito próximos.

Com base nas figuras 29 e 30, vamos supor que as respostas dielétricas do arenito de 20% de porosidade utilizado por Poley et al. (1978) são similares as respostas dielétricas do arenito de 20% de porosidade encontrado pelos perfis. Se esta suposição fosse verdadeira, estes arenitos teriam funções de distribuição de razão de aspecto similares. Evidentemente esta suposição só poderá ser confirmada através de medidas da constante dielétrica do arenito do perfil ou através da análise de fotografias tiradas no Microscópio Eletrônico de Varredura.

Supondo que estes arenitos tenham funções de distribuição de razão de aspecto similares, as diferenças entre os valores de A_c nos dois casos podem ser explicadas com base nas observações abaixo:

- A temperatura da formação vai aumentar a atenuação, de acordo com a figura 24.
- A condutividade da água da formação é 10,124 vezes maior que a condutividade da água do arenito do modelo. Teremos um aumento razoável em ϵ'' e conseqüentemente na atenuação.

Neste caso podemos utilizar as curvas do tempo de propagação e da atenuação corrigida em função das saturações de óleo/gás do arenito sob análise para interpretar as respostas da ferramenta de propagação eletromagnética em formações onde se repetisse o arenito de $\phi = 20\%$ observado no perfil.

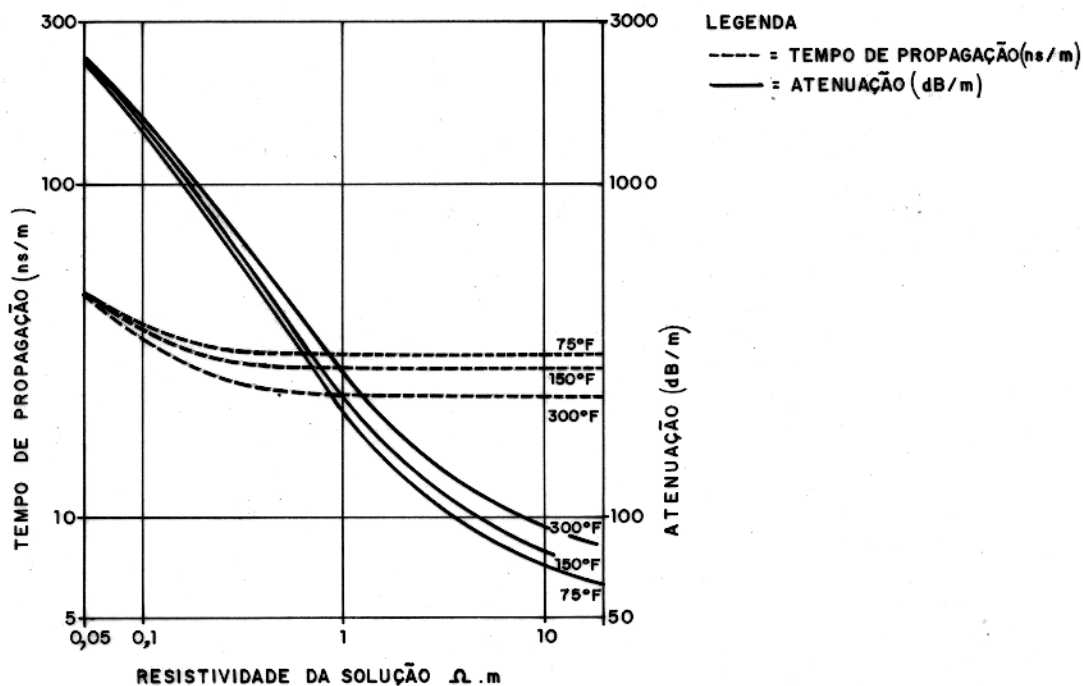


Figura 24 - Variação do tempo da propagação e da atenuação na água versus salinidade e temperatura (Modificada da Schlumberger, 1984).

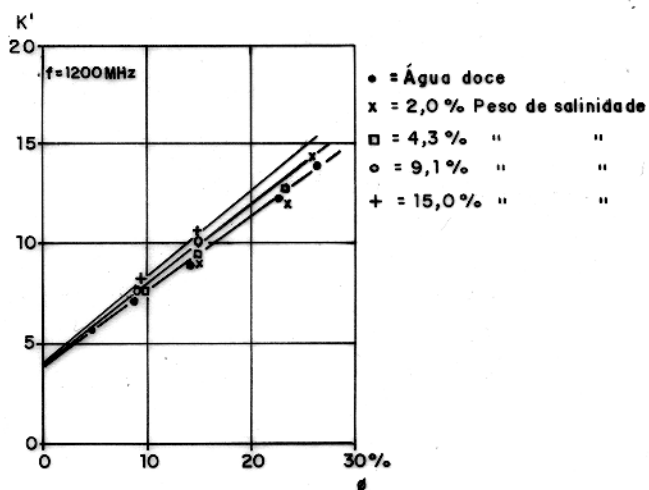


Figura 25 - Dependência de K' da porosidade de arenitos saturados com água de várias salinidades (Modificada de Poley et al., 1978).

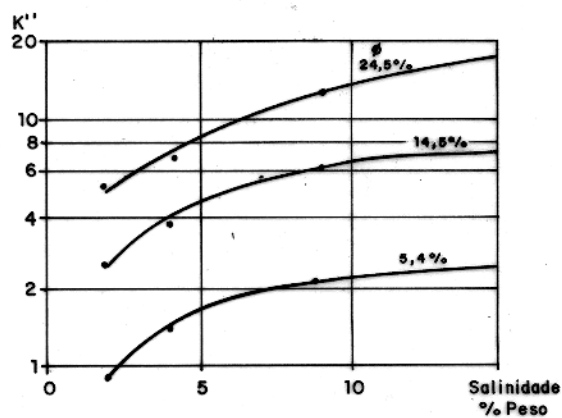


Figura 26 - Dependência de K'' da salinidade de arenitos com várias porosidades (Modificada de Poley et al., 1978).

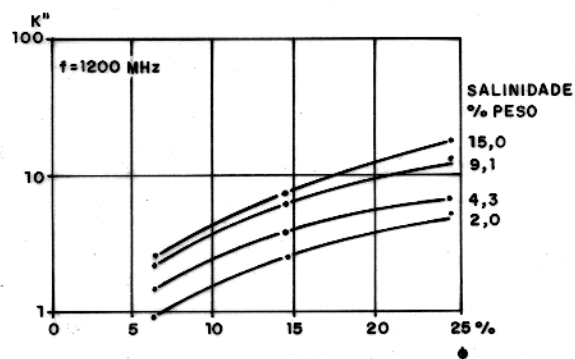


Figura 27 - Dependência de K'' da porosidade de arenitos saturados com água de várias salinidades (Modificada de Poley et al., 1978).

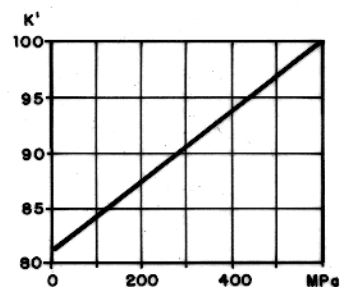


Figura 28 - Parte real da constante dielétrica da água doce versus pressão (Modificado de Tareev, 1979).

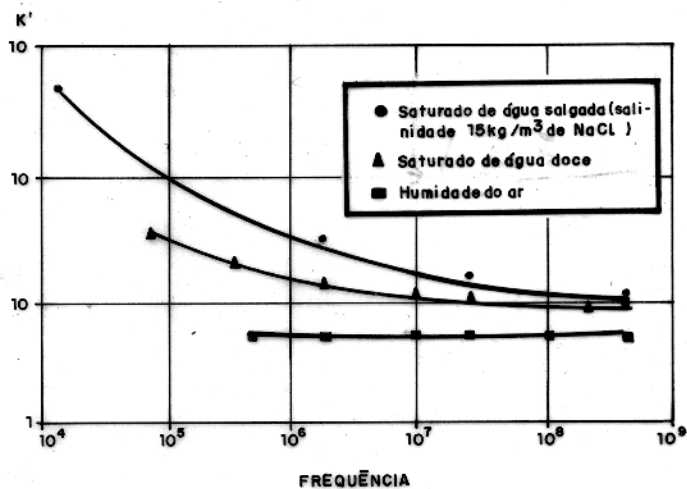


Figura 29 - K' versus frequência do arenito de 15% de porosidade (Modificada de Poley et al., 1978)

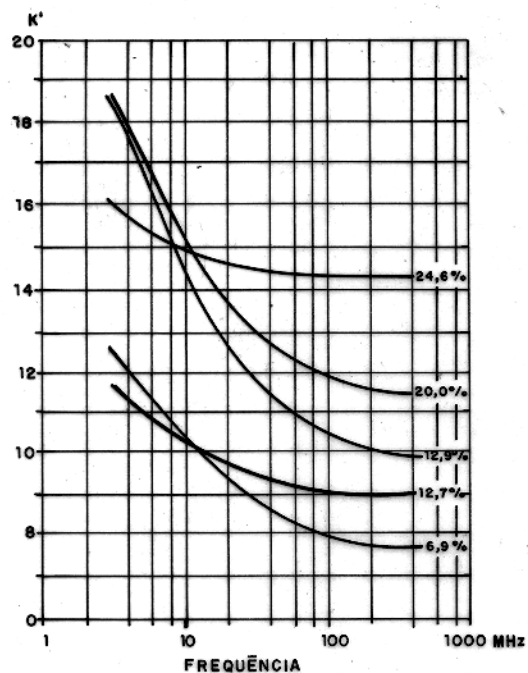


Figura 30 - K' versus frequência de arenitos com várias porosidades saturados de água doce (Modificado de Poley et al., 1978).

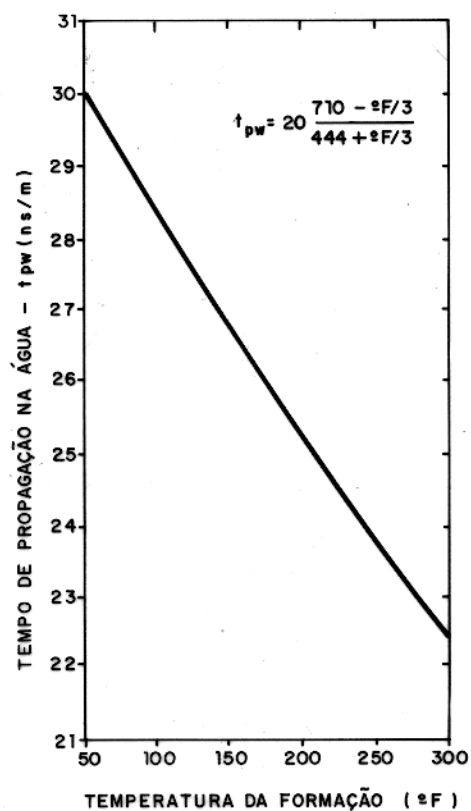


Figura 31 - Tempo de propagação na água versus temperatura da formação
(Modificada de Serra, 1984).

TABELA 7 - Valores obtidos pelos perfis.

NÚMERO	POÇO	PROFUNDIDADE (m)	TEMPERATURA (°F)	R _t (m.m)	R _{wa} (m.m)	EATT (dB/m)	T _p (ns/m)	σ_{wa} (g/m)	EATT corrigida (dB/m)	ϕ (%)
1	7-TQ-138-BA	340	97,5	50	2,23	200	12,5	0,4485	111	19 (EPT)*
2	7-TQ-138-BA	368	99,0	90	3,06	200	12,0	0,3266	114	16,6(EPT)*
3	7-TQ-138-BA	397	100,0	11,5	0,36	190	11,8	2,7651	105	15,96(EPT)*
4	7-AR-212-BA	600	110,0	65,0	3,88	190	12,5	0,2574	101	22 (D)**
5	7-AR-212-BA	637,5	112,0	20,0	0,56	130	9,8	1,8000	55	15 (D)**
6	7-AR-212-BA	678,0	114,0	21,0	0,43	120	9,2	2,2823	48	13 (D)**
7	7-AR-212-BA	740,0	117,0	9,7	0,17	200	12,0	5,7989	114	12 (D)**
8	7-AR-212-BA	767,0	118,0	35,0	2,70	150	10,5	0,3703	72	25 (D)**
9	7-PIR-40-AL	800,0	120,0	80	3,95	110	11,0	0,2531	29	20 (D)**
10	7-PIR-40-AL	850,0	122,5	90	1,34	120	9,5	0,7438	47	11 (D)**
11	7-PIR-40-AL	865,0	123,0	60	2,40	140	10,0	0,4167	64	18 (D)**
11	7-RR-2-AL	500,0	105,0	6	0,36	150	12	2,7892	64	22 (D)**

* - Calculada pelo EPT

** - Calculada pelo densidade

TABELA 8-Valores calculados pelo modelo e obtidos pelos perfis

VALORES CALCULADOS PELO MODELO				VALORES OBTIDOS PELOS PERFIS				
ϕ (%)	ζ (S.m ⁻¹)	T _{pl} (ns/m)	A _c (dB/m)	ϕ (%)	ζ (S.m ⁻¹)	T _{pl} (ns/m)	A _c (dB/m)	TEMPERATURA (°F)
15	2,5	10,57	85,74	15	1,8	9,8	55	112
20	0,025	11,43	3,57	20	0,2531	11,0	29	120
12,7	0,025	10,04	2,24					

CAPÍTULO 4

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

4.1. Fórmulas de misturas

As fórmulas de misturas da permissividade dielétrica são sujeitas à imprecisões, pois não consideram a textura das rochas quando são aplicadas à dados experimentais. Cada fórmula de mistura é obtida baseada numa geometria particular de rocha e elas dão respostas boas quando aplicadas em situações similares. Quando são aplicadas em rochas com diferentes geometrias, dão respostas imprecisas. Como exemplo podemos citar a fórmula do Complex Refractive Index (CRI). Na dedução desta fórmula assume-se um modelo de camadas paralelas com as espessuras das camadas muito maiores que um comprimento de onda. Esta fórmula é usada para interpretar as medidas da EPT com algum sucesso. As rochas, em geral, não têm uma geometria de camadas tão simples, e conseqüentemente a aplicação desta fórmula poderá gerar resultados imprecisos.

4.2. Modelos dependentes da geometria

Os modelos que levam em consideração a distribuição e geometria dos poros, e os fluidos que preenchem estes últimos, fornecem resultados mais próximos aos obtidos na prática. Podemos sustentar esta afirmação baseados nas figuras (9) e (10) deste trabalho.

4.2.1. Considerações sobre o modelo MWS

O modelo MWS considera a geometria e a distribuição do espaço poroso, sendo que Sillars (1936) considerou os poros como esferóides de igual razão de aspecto.

Este modelo fornece um espectro de relaxação semelhante ao espectro de relaxação dado pela teoria de Debye. Esta afirmação é confirmada pelas equações (16) e (17) do apêndice 1 e (1) e (2) do apêndice 4.

No intervalo de frequência utilizado no trabalho (10^6 até 10^9 Hz), tanto as respostas do modelo como os dados experimentais disponíveis são influenciados pelas polarizações interfacial, dipolar e eletrônica (ver figura 7).

4.2.2. Considerações sobre o modelo de Lysne

O modelo de Lysne (1983) é uma extensão do modelo MWS, portanto leva em consideração a forma e a orientação do espaço poroso, as quais influenciam significativamente a permissividade dielétrica de rochas reservatório. Desta forma, o modelo selecionado é bem representativo do comportamento real de uma rocha reservatório.

Neste modelo, as funções de distribuição $\alpha(\tau)$ e $\beta(\tau)$ correspondem a função $F(\tau)$ do modelo MWS, portanto são funções de distribuição de probabilidades. Estas funções nos fornecem um método simples e rápido de obtermos a distribuição de razões de aspecto de uma amostra, a qual pode também ser obtida de uma maneira mais trabalhosa, através da contagem de formas de poros numa fotografia tirada no Microscópio Eletrônico de Varredura. Estas distribuições de razões de aspecto tornam-se extremamente úteis quando queremos realizar estudos de capilaridade.

Na rocha molhável por água, forças capilares fazem a água procurar os poros de razão de aspecto alta, enquanto que nas rochas molháveis por óleo, a água permanece nos poros de forma mais esférica.

Conhecendo a função de distribuição de razão de aspecto e a molhabilidade de uma rocha reservatório, podemos, utilizando este modelo, calcular as frequências de truncamento que nos fornecerão as respostas dielétricas para saturações de água variáveis. Destes valores, são selecionadas as respostas na frequência da sonda de propagação eletromagnética (1,1 GHz) e geradas as curvas relacionando o tempo de propagação (T_{pl}) e a atenuação corrigida (A_c) para diversas saturações de óleo e/ou gás.

O modelo selecionado nos permite uma interpretação direta dos dados obtidos dos perfis da EPT.

Outro ponto importante no modelo de Lysne (1983), é que ele considerou σ' da equação (20) como sendo uma constante dada pela lei de Archie.

A lei de Archie é uma lei empírica obtida de valores medidos de condutividade elétrica D.C. de uma grande número de amostras saturadas de água salgada, vindas de uma larga variedade de formações arenosas. Esta lei descreve extraordinariamente bem o comportamento de rochas sedimentares livres de argila e pode ser aplicada até mesmo em rochas ígneas. Ela é muito utilizada na interpretação de dados obtidos de perfis e fornece resultados confiáveis. Portanto, no modelo,

é utilizada uma fórmula de comprovada confiabilidade.

Os dados referentes à componente real da impedância complexa concordam bem com a lei de Archie e a componente $\epsilon''(f)/\epsilon_0$ calculada pelo ajuste da parte real da permissividade dielétrica. Isto sugere que a suposição de que a lei de Archie é independente da frequência é válida (ver figura 9).

Este modelo foi baseado no estudo de formações limpas e com porosidade primária. A presença de argila, folhelho e/ou porosidade secundária (fraturas, vugs ou inclusões geométricas de grande escala) o tornam impreciso devido aos termos de espalhamento eletromagnético de ordem maior.

4.3. Aplicabilidade do modelo

Uma vez obtidas amostras de arenitos de um campo brasileiro produtor de hidrocarbonetos, determinamos em laboratório, através de técnicas padronizadas, a porosidade, a saturação de água, a condutividade e a permissividade dielétrica da água nos poros, a permissividade dielétrica e a composição mineralógica da matriz da rocha.

Estes parâmetros também podem ser obtidos através da análise de perfis, contudo os obtidos em laboratório são mais confiáveis, pois nos perfis, além dos erros de medida, temos também os erros de interpretação.

Baseados nos valores especificados acima, obtemos amostras livres da presença de argila e folhelho, com porosidades primárias e também as principais entradas dos programas computacionais mencionados anteriormente.

O ajuste entre as curvas teóricas fornecidas pelo modelo e os dados dielétricos experimentais disponíveis é satisfatório, portanto concluímos que as curvas obtidas como saídas dos programas computacionais são confiáveis.

Utilizando os espécimes selecionados, mediríamos os dados dielétricos no intervalo de frequência compreendido entre 10^6 e 10^9 Hz e aplicaríamos o modelo, conseguindo as funções de distribuição de razão de aspecto destes arenitos. Através destas funções de distribuição iríamos gerar as curvas do tempo de propagação (T_{pl}) e da atenuação corrigida (A_c) para diversas saturações de

óleo e/ou gás.

Aplicando as respostas da sonda de propagação eletromagnética (EPT) corrida no campo em estudo nas curvas mencionadas acima, conseguiríamos as saturações de óleo e/ou gás em formações onde se repetissem os arenitos selecionados.

4.4. Limitações da aplicabilidade

O modelo possui algumas limitações na sua aplicabilidade, entre elas podemos citar a presença de argila, folhelho e da porosidade secundária. Além destas, a principal limitação para a aplicação do modelo é a falta de laboratórios no Brasil que tenham equipamentos para medir dados dielétricos na frequência utilizada neste trabalho. Esta lacuna inviabiliza um estudo mais profundo do modelo e das suas aplicações na perfilagem de poços com a sonda de propagação eletromagnética.

4.5. Sugestões

4.5.1. Estudo teórico do modelo

Normalmente as rochas brasileiras produtoras de hidrocarbonetos não estão livres da presença de argila ou folhelho. Os minerais argilosos sendo em forma de placa e altamente ativos superficialmente aumentam a constante dielétrica, gerando desta forma respostas errôneas quando as ferramentas de alta frequência são utilizadas em perfilagem.

Modificações no modelo que levem em consideração o tipo e a quantidade da argila existente num espécime tornam-se muito interessantes.

As contribuições da presença de argila nas propriedades elétricas de uma rocha podem ser obtidas através de uma extensão do modelo MWS. As argilas revestindo os poros podem ser modeladas como um conjunto de esferóides concêntricos e as correntes de condução podem ser modeladas por uma das variações da lei de Archie.

Modificações para adaptar o modelo a porosidade secundária também são de interesse, porém estudos neste sentidos não foram encontrados na literatura.

4.5.2. Estudo experimental

O desenvolvimento de um sistema para medir a constante dielétrica de rochas num intervalo

de frequências compreendido entre KHz e GHz permitiria melhores abordagens das deficiências do modelo e um aperfeiçoamento deste.

Os dados dielétricos experimentais são normalmente obtidos através do uso de capacitores de placas paralelas, células de quatro terminais e aparelhos de linha coaxial. Entre os vários trabalhos experimentais disponíveis podemos destacar os de Poley et al. (1978), Sen et al. (1981), Rau e Wharton (1982), Shen et al. (1985) e Sherman (1987).

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar desejo expressar agradecimentos ao Dr. Om Prakash Verma, pelo estímulo, disponibilidade, discussões, sugestões, revisão crítica do texto, amizade e principalmente pela orientação.

Aos Professores Hilton Bernard Evans e José Ricardo Santos de Souza pelas sugestões e correções do texto.

Ao Professor Jorge Wilson Delgado Leão e ao amigo Jessé Carvalho Costa pela frequente boa vontade em nos ajudar.

Em particular, gostaria de expressar meus agradecimentos à José Alberto Bucheb, João dos Santos Protázio, Luis Aizman e Antonio Abel Carrasquilla pela amizade forte e desinteressada surgida neste período de estudos.

Aos funcionários do prédio da Geofísica Aplicada à Exploração de Petróleo e ao Professor Carlos Alberto Dias.

Os agradecimentos são extensivos a todos os colegas que através de uma dose elevada de bom humor criaram um agradável ambiente de trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- D'Abbadia, M.R.I., Carrascoza, R.C., 1986, Utilização do perfil de propagação eletromagnética na Bacia Potiguar (dados e análise da avaliação de hidrocarbonetos associados a água de baixa salinidade). DEBAR/DIRGEO. 259–269.
- Dias, C.A., 1988, Notas de aula da disciplina propriedades elétricas e magnéticas de rochas e minerais ministrada no curso de pós-graduação em geofísica da UFPa.
- Hippel, A.R., 1954, Dielectric and waves. The MIT Press.
- Lysne, P.C., 1988, A model for the high-frequency electrical response of wet rocks. *Geophysics*, 48, 775–786.
- Parkhomenko, E.I., 1967, Electrical properties of rocks. New York, Plenum Press.
- Poley, J.Ph., Nooteboom, J.J., Waal, P.J., 1978, Use of V.H.F. dielectric measurements for borehole formation analysis. *The Log Analyst*, maio–junho, 8–30.
- Rau, R.N., Wharton, R.P., 1982, Measurements of core electrical parameters at ultrahigh and microwave frequencies. *Journal of Petroleum Technology*, novembro, 2689–2700.
- Schlumberger, 1984, Eletromagnetic Propagation Tool.
- Sen P.N., 1981, Relation of certain geometrical features to the dielectric anomaly of rocks. *Geophysics*, 46, 1714–1720.
- Sen, P.N., Scala, C., Cohen, M.H., 1981, A self-similar model for sedimentary rocks with application to the dielectric constant of fused glass beads. *Geophysics*, 46, 781–795.
- Serra, O., 1984, Fundamentals of well-log interpretation. Volume 1– The acquisition of logging data. *Elf Aquitaine*, 251–260.
- Shen, L.C., Savre, W.C., Price, J.M., Athavale, K., 1985, Dielectric properties of reservoir rocks at ultra-high frequencies. *Geophysics*, 50, 692–704.
- Sherman M.M., 1988, A model for the frequency dependency of the dielectric permittivity of reservoir rocks. *The Log Analyst*, setembro–outubro, 358–369.

Sillars, R.W., 1937, The properties of a dielectric containing semi-conducting particles of various shapes. J. Inst. Elec. Engr. (London), 80, 378-394.

Tareev, B., 1979, Physics of dielectric materials. MIR Publishers, Moscou.

Wharton, R.P., Hazen, G.A., Rau, R.N., Best, D.L., 1980, Electromagnetic propagation logging: advances in technique and interpretation. SPE 9267, 1-12.

APÊNDICE 1

PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELETROMAGNÉTICAS

Onda plana uniforme

Propagação do campo elétrico $\overline{E}$ no espaço livre para uma variação senoidal com o tempo é dada por

$$E_x = E_{xyz} \cos(\omega t + \varphi)$$

para uma componente na direção x. Aqui E_{xyz} é uma função real de x, y, z e talvez de ω , mas não do tempo, e φ é o ângulo de fase que pode ser também uma função de x, y, z e ω . Fazendo uso da identidade de Euler, obtemos

$$E_x = \Re E_{xyz} e^{j(\omega t + \varphi)} = \Re E_{xyz} e^{j\varphi} e^{j\omega t},$$

onde $\Re$ significa que se deve tomar a parte real da quantidade seguinte. Se então omitirmos $\Re$ e suprimirmos $e^{j\omega t}$, a quantidade E_x torna-se um fasor ou uma quantidade complexa que identificamos pelo uso do índice s, E_{xs} . Assim,

$$E_{xs} = E_{xyz} e^{j\varphi}.$$

O s pode ser interpretado como indicativo de uma quantidade do domínio da frequência expressa como uma função da frequência complexa s, mesmo se considerarmos somente aqueles casos para os quais s seja imaginário puro, $s = j\omega$.

Dado um fasor, a quantidade real correspondente pode ser sempre obtida multiplicando-se por $e^{j\omega t}$ e tomando-se a parte real da expressão resultante.

As equações de Maxwell em notação fasorial para variação senoidal com o tempo no espaço livre, serão

$$\nabla \times \overline{H}_s = j\omega \epsilon_0 \overline{E}_s,$$

$$\nabla \times \overline{E_s} = -j\omega\mu_0\overline{H_s},$$

$$\nabla \cdot \overline{E_s} = 0 \quad e$$

$$\nabla \cdot \overline{H_s} = 0.$$

Nas expressões acima, ϵ_0 e μ_0 são respectivamente a permissividade dielétrica e a permeabilidade magnética do vácuo. Seus valores são $\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} F/m$ e $\mu_0 = 1,257 \times 10^{-6} H/m$.

A equação de ondas obtida das equações de Maxwell é também chamada de Equação Vetorial de Helmholtz e é dada abaixo:

$$\nabla^2 \overline{E_s} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \overline{E_s}.$$

A componente x da equação acima, torna-se

$$\nabla^2 E_{xs} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}.$$

Em coordenadas cartesianas, temos

$$\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}.$$

Supondo que E_{xs} não varie com x e nem com y, obtemos

$$\frac{d^2 E_{xs}}{dz^2} = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 E_{xs}$$

cujas soluções na forma trigonométrica é dada por

$$E_{xs} = E_{xs0} \cos \{ \omega(t - z\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}) \},$$

onde E_{xs0} é o valor de E_{xs} no ponto $z=0$ e $t=0$ e $c = (\mu_0 \epsilon_0)^{-0,5} = 2,998 \times 10^8 m/s$ é a velocidade da luz no espaço livre.

O campo elétrico acima está em movimento na direção +z com uma velocidade igual a c. Esta onda é chamada de onda plana caminante (progressiva).

Ondas num meio dielétrico dissipativo

Num meio dielétrico dissipativo, as equações de Maxwell na forma fasorial tomam a seguinte forma:

$$\nabla \times \overline{H}_s = \overline{J}_s + j\omega\epsilon\overline{E}_s = (\sigma + j\omega\epsilon)\overline{E}_s \quad e$$

$$\nabla \times \overline{E}_s = -j\omega\mu\overline{H}_s.$$

Nas expressões acima, ϵ e μ são respectivamente a permissividade dielétrica e a permeabilidade magnética do meio.

Temos então,

$$\frac{d^2 E_{xs}}{dz^2} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)E_{xs}.$$

de onde obtemos

$$E_{xs} = E_{xs0}e^{-\alpha z}e^{-\beta z},$$

onde α é a constante de atenuação e é uma medida da atenuação da onda se propagando na direção $+z$ e β é a constante de fase e é uma medida do defasamento em radianos por metro.

Em geral, α e β são combinadas numa constante de propagação complexa γ ,

$$\gamma = \alpha + j\beta. \quad (1)$$

Desta forma, obtemos

$$E_{xs} = E_{xs0}e^{-\gamma z}. \quad (2)$$

A equação do campo elétrico que se propaga num dielétrico com perdas, na forma fasorial é

$$\nabla^2 E_{xs} = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)E_{xs}. \quad (3)$$

Substituindo (2) em (3), obtemos a constante de propagação, utilizando somente a parte positiva, pois vamos considerar a propagação na direção $+z$;

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon}}. \quad (4)$$

Como a maior parte dos materiais em geofísica podem ser considerados como tendo permeabilidade magnética igual a do vácuo, na equação (4) μ é substituída por μ_0 .

A equação (2) na forma trigonométrica é

$$E_x = E_{x0}e^{-\alpha z}e^{j(-\beta z + \omega t)}.$$

Os lugares de frente de onda constante são dados por

$$-\beta z + \omega t = \text{constante}.$$

Derivando a expressão acima, obtemos

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta},$$

onde $\frac{dz}{dt} = v_p$ é a velocidade de fase ou velocidade de propagação, $t_{pl} = \frac{1}{v_p}$ é o tempo para uma frente de onda viajar um metro num meio com perdas.

Elevando as equações (1) e (4) ao quadrado e igualando estas duas equações, obtemos

$$\alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta j = -\omega^2\mu_0\epsilon + j\mu_0\sigma\omega.$$

De onde obtemos,

$$\epsilon = \frac{\beta^2}{\omega^2\mu_0} - \frac{\alpha^2}{\omega^2\mu_0} \quad e \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{2\alpha\beta}{\omega\mu_0}. \quad (6)$$

O material dielétrico corresponde no seu comportamento elétrico ao capacitor em paralelo com um resistor (circuito RC). A resposta à frequência deste circuito pode ser expressa pela razão entre a corrente de condução e a corrente de deslocamento, sendo esta razão a tangente de perdas ($\text{tg}\delta$),

$$tg\delta = \frac{1}{\omega RC}.$$

Esta resposta à frequência pode não concordar totalmente com o que é realmente observado, porque o termo de condutância não precisa originar-se de uma migração dos transportadores de carga, mas pode representar qualquer outro processo que consuma energia. Desse modo, tornou-se costumeiro referir-se a existência de uma corrente de condução em adição com uma corrente de deslocamento pela introdução de uma permissividade complexa,

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''.$$

A tangente de perdas torna-se então

$$tg\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}.$$

Na equação (5), ϵ' é a parte real da permissividade dielétrica e o termo $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ é a tangente de perdas, logo temos

$$tg\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}.$$

Da relação acima, concluímos :

$$\epsilon' = \epsilon \quad e \quad (7)$$

$$\epsilon'' = \frac{\sigma}{\omega}, \quad (8)$$

onde ϵ'' é denominado de fator de perdas.

O produto da frequência angular pelo fator de perdas é equivalente a condutividade dielétrica σ .

Sabemos que

$$\beta = \omega t_{pl} \quad e \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{A_c}{8,686}, \quad (10)$$

onde

t_{pl} é dado em segundos/m,

α é dado em neper/m,

1 neper = 8,686 dB (decibel) e

A_c é a atenuação corrigida, dada em dB/m.

De (5), (6), (7), (8), (9) e (10), obtemos

$$\epsilon' = \frac{t_{pl}^2}{\mu_0} - \frac{A_c^2}{8,686^2 \mu_0 \omega^2} \quad e \quad (11)$$

$$\epsilon'' = \frac{2A_c t_{pl}}{8,686 \mu_0 \omega}. \quad (12)$$

Dividindo (11) e (12) por ϵ_0 e colocando t_{pl} em nanosegundos/m, obtemos

$$K' = 0,09 t_{pl}^2 - 2,4972 \times 10^{-5} A_c^2 \quad e \quad (13)$$

$$K'' = 2,99 \times 10^{-3} A_c t_{pl}, \quad (14)$$

onde

K' é a parte real da constante dielétrica e K'' é a parte imaginária da constante dielétrica.

As equações (11) e (12) mostram que o tempo de propagação e a atenuação de amplitude de campos elétricos dependem da permissividade dielétrica ϵ , da condutividade dielétrica σ e da frequência angular ω .

Polarização dielétrica

A propriedade mais importante dos dielétricos é a sua capacidade de polarização quando sob a ação de um campo elétrico externo. O fenômeno da polarização ocorre quando há uma mudança no arranjo de partículas eletricamente carregadas de um dielétrico no espaço, e ele adquire desta forma um momento elétrico. Por outro lado, ao ser retirado o campo elétrico causador da polarização, o meio tenderá a restabelecer o seu estado original de equilíbrio, através de um processo de retorno gradual das cargas às suas posições originais, denominado processo de relaxação.

A este fenômeno pelo qual o meio responde ao efeito de polarização de modo característico para cada valor da frequência (do campo elétrico alternado), ou entra em processo de relaxação com uma constante de tempo característica (após a interrupção do campo elétrico polarizador), denomina-se dispersão.

Vetor deslocamento elétrico

O vetor $\epsilon_0 \overline{E} + \overline{P}$ é chamada vetor deslocamento elétrico e é representado por $\overline{D}$, de onde resulta a relação

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E} + \overline{P}.$$

Num meio polarizado, o campo elétrico total em cada ponto é expresso como a soma de duas contribuições

$$\overline{E}(x, y, z) = \frac{1}{\epsilon_0} \overline{D}(x, y, z) - \frac{1}{\epsilon_0} \overline{P}(x, y, z).$$

A primeira contribuição está relacionada à densidade de cargas livres através da sua divergência, e a segunda contribuição é proporcional à polarização do meio.

Susceptibilidade elétrica e constante dielétrica

O grau de polarização irá depender do campo elétrico externo como também das propriedades das moléculas que constituem o material. Portanto, normalmente, o comportamento do material vem definido por uma relação entre $\overline{P}$ e $\overline{E}$ que o caracteriza.

$$\overline{P} = \overline{P}(\overline{E}),$$

onde $\overline{E}$ é o campo elétrico macroscópico local, que varia de ponto a ponto.

Num meio isotrópico, teremos a seguinte relação

$$\overline{P} = \chi(E) \overline{E},$$

onde $\chi(E)$ é uma quantidade escalar, chamada susceptibilidade elétrica do material.

Portanto, podemos escrever

$$\overline{D} = \epsilon_0 \overline{E} + \chi(E) \overline{E} = [\epsilon_0 + \chi(E)] \overline{E}.$$

Da relação acima, tiramos a permissividade dielétrica do material ϵ ,

$$\epsilon(E) = \epsilon_0 + \chi(E).$$

No intervalo da linearidade da condução elétrica, verifica-se que χ e ϵ são constantes elétricas características do material.

Normalizando ϵ em relação ao valor da permissividade do vácuo (ϵ_0), obtemos uma quantidade adimensional denominada de constante dielétrica do meio, dada por

$$K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

ou ainda,

$$K = 1 + \frac{\chi}{\epsilon_0}.$$

Tipos de polarização elétrica

Na escala atômica ou molecular, podem ocorrer dois tipos de polarização. O primeiro tipo se chama polarização induzida que ocorre nas substâncias formadas por átomos ou moléculas não polares. Quando sujeitas à ação de um campo elétrico externo, produz-se a polarização através do deslocamento de elétrons em um átomo relativamente à posição do núcleo (deformação das camadas eletrônicas em relação ao núcleo) ou, no caso de sólidos iônicos, através do deslocamento de um íon carregado relativamente aos outros íons (deformação da célula cristalina). O segundo tipo chama-se polarização orientacional, que ocorre nas substâncias formadas por átomos ou moléculas polares. Neste caso, a polarização resulta da ação de um campo elétrico externo na orientação dos dipolos permanentes na direção preferencial do campo.

No espectro de frequência, esses três tipos de polarização respondem em diferentes faixas de frequência à excitação por um campo elétrico externo oscilante, o que pode servir de um melhor critério para as separar.

Polarização eletrônica: Ocorre em todos os átomos ou íons e pode ser observada em todos os dielétricos, independente se outros tipos de polarização ocorrem neles. Uma feição específica da

polarização eletrônica é que ela ocorre durante um intervalo de tempo muito curto (da ordem de 10^{-15} segundos).

Polarização iônica: O tempo requerido para o processo da polarização iônica se estabelecer é maior que o da polarização eletrônica, e está no intervalo de $10^{-13} - 10^{-12}$ segundos.

Num todo, os processos de polarização eletrônica e iônica têm muito em comum. Ambos fenômenos podem ser considerados como variações da polarização causada pela deformação, a qual é um deslocamento (mas não uma rotação, como é o caso da polarização orientacional) de cargas entre si, na direção do campo elétrico.

Polarização orientacional: A essência deste tipo de polarização pode ser reduzida numa maneira simplificada, como foi primeiro sugerido por Debye (1929), para a rotação (orientação) de moléculas de um dielétrico polar tendo um momento de dipolo constante, na direção de um campo elétrico (por exemplo a água pura). Na teoria original, o modelo de uma molécula polar orientada foi uma esfera rodando num meio viscoso e vencendo uma fricção. Se considerarmos a polarização orientacional de uma maneira mais rigorosa, ela pode ser entendida como a introdução, por um campo elétrico, de uma certa ordem na posição de moléculas polares estando em movimento "termal" caótico ininterrupto, e não como uma rotação direta de moléculas polares sob a ação de um campo elétrico. A polarização dipolar é relacionada por sua natureza com a agitação térmica das moléculas, e portanto a temperatura pode exercer um efeito apreciável no fenômeno de polarização dipolar.

Depois que um dielétrico é energizado (ou desenergizado), o processo de estabelecer a polarização dipolar (ou liquidação deste estado) requer um tempo relativamente longo quando comparado com aqueles da polarização deformacional. Este tempo será função das dimensões das moléculas e da viscosidade absoluta da matéria.

A polarização orientacional é um tipo de polarização lenta ou relaxacional.

A frequência de relaxação é definida como o valor recíproco do tempo de relaxação, ou seja,

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau}.$$

A polarizabilidade dipolar é dada por

$$\alpha_{dipolar} = \frac{p^2}{3kT},$$

onde p é o momento de dipolo permanente.

A polarizabilidade dipolar é da mesma ordem de grandeza da polarizabilidade eletrônica e da iônica. Podemos, portanto, escrever a polarizabilidade total como a soma das três polarizabilidades,

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{p^2}{3kT},$$

onde α_0 é igual a soma das contribuições eletrônica e iônica.

A equação acima é conhecida como equação de Langevin–Debye.

Analizando a relaxação em líquidos polares e em soluções de moléculas polares em solventes não-polares, Debye descreveu a dependência com a frequência ω da polarizabilidade orientacional, como dada por,

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\omega\tau},$$

onde τ é o tempo de relaxação e α_0 é o valor estático da polarizabilidade orientacional.

Segundo Debye (1929), pode-se admitir um modelo grosseiro para a relaxação dielétrica em sólidos dipolares, supondo que cada molécula do sólido possui um momento elétrico permanente $\bar{p}$ que pode ser orientado em apenas duas direções: (a) paralela, e (b) anti-paralela ao campo elétrico aplicado $\bar{E}$.

Supondo equilíbrio térmico, que $pE \ll kT$ e que o campo elétrico E varie no tempo como $E_0 e^{i\omega t}$, chega-se a

$$\alpha = \frac{p^2}{3kT} \frac{1}{1 + j\omega\tau}.$$

Os tempos de relaxação em sólidos são geralmente bem maiores do que em líquidos, isto é, nos sólidos as frequências de relaxação são mais baixas do que nos líquidos.

Vamos considerar agora o comportamento da constante dielétrica como uma função da frequência, fixando o valor da temperatura. E vamos estudar o caso em que a polarização é devida apenas a (1) contribuição devida à deformação da distribuição espacial de cargas presas (eletrônica e iônica) e (2) contribuição devida à orientação de dipolos permanentes.

Vamos chamar de α_0 a polarizabilidade estática, isto é, à soma dos efeitos devidos às contribuições (1) e (2) quando a frequência $\omega = 0$. E vamos chamar de α_∞ ao valor assintótico da polarizabilidade nas frequências acima do intervalo onde ocorre a polarização orientacional, mas abaixo do intervalo onde ocorrem a dispersão iônica e a eletrônica. Podemos, então, escrever a polarizabilidade total como

$$\alpha - \alpha_\infty = \frac{\alpha_0 - \alpha_\infty}{1 + j\omega\tau}.$$

A constante dielétrica resultante K , será

$$K^* - K_\infty = \frac{K_0 - K_\infty}{1 + j\omega\tau}. \quad (15)$$

K^* é uma função complexa que torna-se real quando $\omega = 0$ e $\omega = \infty$ (altas frequências).

Temos, então

$$K^* = K' - jK''$$

donde tiramos,

$$K' = K_\infty + \frac{K_0 - K_\infty}{1 + \omega^2\tau^2} \quad e \quad (16)$$

$$K'' = \frac{(K_0 - K_\infty)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (17)$$

Sempre que a constante dielétrica for complexa haverá, devido à polarização, uma corrente em fase com o campo elétrico aplicado e uma corrente de deslocamento em quadratura com o campo elétrico aplicado.

Quando no meio material não existem fontes internas de corrente, a primeira Equação de Maxwell assim se escreve

$$\nabla X \overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \sigma \overline{E} + j\omega \epsilon \overline{E}.$$

No caso de um dielétrico, teremos

$$\nabla X \overline{H} = \omega \epsilon_0 K'' \overline{E} + j\omega \epsilon_0 K' \overline{E},$$

onde $\omega \epsilon_0 K'' \overline{E}$ é uma densidade de corrente em fase com o campo $\overline{E}$ e $j\omega \epsilon_0 K' \overline{E}$ é uma densidade de corrente de deslocamento, em quadratura com $\overline{E}$.

O ângulo δ é chamado de ângulo de perdas, porque a corrente em fase com $\overline{E}$ vai produzir perda de energia elétrica por aquecimento, de modo irreversível, enquanto a componente em quadratura significa um armazenamento da energia elétrica que volta a ser devolvida pelo sistema quando cessar a ação do campo elétrico polarizador aplicado. A medida desta grandeza se faz através de

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\omega \epsilon_0 K''}{\omega \epsilon_0 K'} = \frac{K''}{K'} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}.$$

Polarizações na água, matriz de rocha e num material heterogêneo

Água

A constante dielétrica da água abaixo de 1GHz (10^9 Hz) é independente da frequência e tem um valor relativo ao vácuo entre 79 e 81. A condutividade da água é constante também abaixo de 1GHz. Imediatamente acima de 1GHz a constante dielétrica decresce, enquanto a condutividade aumenta (Sherman, 1988).

Para água, a relaxação dipolar ocorre entre 10^9 e 10^{11} Hz , enquanto a relaxação devida a polarização eletrônica ocorre entre 10^{14} e 10^{16} Hz . A magnitude verdadeira da condutividade é controlada pela condutividade D.C., σ , que age como um nível constante.

Matriz de rocha

Uma matriz de rocha é um material não polar e desse modo só observamos nela a polarização eletrônica. Medidas realizadas em vários tipos de rochas mostram que a constante dielétrica de suas matrizes é independente da frequência e a condutividade é muito pequena abaixo de 1GHz.

Material heterogêneo

Quando dois materiais tendo diferentes condutividades são combinados, aparece um mecanismo adicional chamado polarização interfacial. Água salgada tem uma condutividade muito maior que a condutividade da matriz da rocha. Quando uma corrente elétrica passa através de uma rocha saturada de água salgada, a corrente é transportada pelos íons da solução através do sistema de poros da rocha. Por causa da forma irregular dos poros, alguns íons são impedidos de se movimentarem livremente através do sistema de poros. Estes íons ficam presos em vários locais devido a geometria do poro e criam uma polarização interfacial. Quando o campo elétrico muda de direção, as cargas que estavam presas se dissipam e outras começam a serem aprisionadas em outro lugar qualquer do sistema de poros. Desta forma, para baixas frequências, rochas saturadas têm uma carga capacitiva formada quando uma corrente elétrica passa através da amostra. Quando a frequência aumenta, menos íons têm tempo de alcançar as paredes dos poros, transitando entre aqueles pontos. Enquanto em trânsito, as cargas estão movendo-se em fase com a corrente de condução e contribuem para a condutividade. Desta forma, quando a frequência aumenta, a constante dielétrica diminui e a condutividade aumenta.

Como podemos observar, os três mecanismos diferentes de polarização (dipolar, eletrônica e interfacial) têm uma resposta semelhante à variação da frequência. Cada mecanismo mostra um decréscimo na constante dielétrica e um aumento na condutividade com o aumento da frequência. Como a relaxação da polarização eletrônica não se inicia até 10^{14} Hz, ela aparece como uma constante na resposta dos equipamentos de log de frequência. Isto é também verdade para outros tipos de polarização cujas relaxações ocorrem acima de 1 GHz. Elas aparecem como um nível constante na constante dielétrica.

Efeitos da temperatura e da salinidade na permissividade dielétrica

A temperatura não afeta o processo de polarização eletrônica em dielétricos não polares e a polarizabilidade eletrônica de moléculas não depende da temperatura.

Como consideramos a matriz de rocha como um dielétrico não polar e sem perdas, a temperatura não influenciará na sua permissividade dielétrica.

Num dielétrico polar como a água, quando a temperatura aumenta, as oscilações termais

caóticas das moléculas são intensificadas e o grau de ordenamento de suas orientações diminui, causando assim uma queda na parte real da permissividade dielétrica.

Nas substâncias polares, um aumento da temperatura causa um aumento das perdas devido a condução elétrica (Tareev, 1979), logo teremos uma elevação no valor da parte imaginária da permissividade dielétrica da água.

Como podemos observar no trabalho de Poley et al (1978), para frequências muito elevadas a parte real da permissividade dielétrica tende a tornar-se insensível a salinidade.

A salinidade influencia marcadamente a parte imaginária da permissividade dielétrica da água, pois maior salinidade leva a uma maior condutividade, logo teremos maiores perdas dielétricas.

Das equações (11) e (12) concluímos que o tempo de propagação é basicamente influenciado pela parte real da permissividade dielétrica e a atenuação é basicamente influenciada pela parte imaginária da permissividade dielétrica.

Analisando um sistema heterogêneo composto de água e matriz de rocha, concluímos que na frequência de 1,1GHz, o tempo de propagação diminui com o aumento de temperatura e praticamente não é influenciado pela salinidade. A atenuação nesse sistema aumenta com o aumento da temperatura e da salinidade.

APÊNDICE 2

Perfilagem de propagação eletromagnética em poço

Equações (11) e (12) do apêndice 1 mostram que o tempo de propagação e a atenuação de ondas eletromagnéticas são determinadas pela permissividade dielétrica e a condutividade do meio. Formações que contém hidrocarbonetos normalmente consistem de uma matriz composta principalmente de quartzo, feldspatos, feldspatóides e micas; e poros saturadas com soluções.

A tabela 1 lista a constante dielétrica de alguns dos materiais geológicos mais comuns para a frequência de 1,1 GHz. Vemos que a constante dielétrica dos materiais que compõe a matriz da rocha e a constante dielétrica do petróleo são muito mais baixas que a constante dielétrica da água, portanto a permissividade medida numa formação geológica é primariamente uma função da porosidade preenchida por água.

Basicamente, a EPT emite uma onda eletromagnética de 1,1 GHz e a detecta após uma curta viagem através da formação. Seus efeitos na propagação da onda serão de dois tipos: uma atenuação da onda (A_c) e uma redução da velocidade de propagação quando comparada com a velocidade de propagação no vácuo. A velocidade de propagação pode ser convertida num tempo de propagação T_{pl} da onda através do meio.

Os valores de A_c e T_{pl} são funções da permissividade dielétrica (isto é, de ϵ' e ϵ''). Estes dois parâmetros são as medidas básicas que são feitas com a EPT. A atenuação é dada em dB/m (decibel por metro) e o tempo de propagação é dado em ns/m (nanosegundos por metro).

Como mencionado acima, a permissividade dielétrica da água é muito maior que a dos materiais que compõe a matriz da rocha. Desta forma, T_{pl} será principalmente sensível a quantidade de água na formação.

Outro fator que também afeta a propagação da onda é a perda por espalhamento geométrico. Como a onda que se propaga não está perfeitamente focalizada numa direção, a antena receptora detecta apenas uma parte da energia enviada. Desta forma, parte da atenuação medida pela sonda EPT é devida ao efeito geométrico e não está basicamente relacionada com as características da formação.

TABELA 1 - Constante dielétrica e tempo de propagação de alguns minerais, rochas e Fluidos.

MINERAIS / ROCHAS	ϵ' / ϵ_0	TEMPO DE PROPAGAÇÃO (nanossegundos / metro)
Halita	5,6 — 6,35	7,9 — 8,4
Silvita	4,68 — 4,8	7,2 — 7,3
Calcita	7,5 — 8,7	9,12 — 9,85
Apatita	5,8	9,1 — 10,8
Talco	5,8	7,1 — 8,2
Biotita		7,1 — 8,2
Muscovita	6,2 — 8,0	8,3 — 9,4
K.Feldspato		7,0 — 8,2
Gipsita	4,16	6,8
Siderita	5,2 — 7,4	8,8 — 9,1
Limonita		10,5 — 11,0
Esfarelita	7,8	9,3 — 9,5
Horblende	4,9 — 5,8	7,37 — 8,02
Andradita	8,2	9,54
Epídoto	6,2	8,3
Apatita	4,2	6,83
Albita	6,0	8,16
Carbono	5,7	7,95
Fluorita	6,2 — 8,5	8,3 — 9,71
Galena	> 81	> 30
Pirita	> 33,7 < 81	> 19,3 < 30
Hematita	25	16,6
Magnetita	> 33,7 < 81	> 19,3 < 30
Wolframita	14	12,47
Grafita	> 81	> 30
Cassiterita	24	16,3
Arenito	4,65	7,2
Dolomito	6,8	8,7
Calcário	7,5 — 9,2	9,1 — 10,2
Anidrita	6,35	8,4
Petróleo	2,0 — 2,4	4,7 — 5,2
Água doce (25°C)	78,3	29,5

A atenuação corrigida será então,

$$A_c = A_{log} - SL(dB/m),$$

onde SL é o fator de perdas por espalhamento geométrico e A_{log} é a atenuação gravada no log em dB/m. O valor de SL está em torno de 50 dB/m no ar. Medidas experimentais indicam que SL não é um número fixo, mas é algo dependente da porosidade. A equação abaixo foi determinada de dados experimentais,

$$SL = 45,0 + 1,3T_{pl} + 0,18T_{pl}^2.$$

Nesta equação, T_{pl} é o tempo de propagação dado em nanosegundos por metro.

Descrição do equipamento

A EPT é constituída basicamente por quatro antenas de microondas montadas no mandril da sonda. Estas antenas são pressionadas contra a parede do poço por meio de um braço de uma ferramenta de caliper—"Powered Caliper Device"(PCD). A PCD tem dois braços de caliper—um pequeno, fraco que está localizado no mesmo lado das antenas, e um maior, suportando uma almofada microlog, no outro lado. O braço menor serve como um indicador de rugosidade, enquanto a soma das excursões dos braços pequeno e grande produzem o diâmetro do poço. A almofada microlog montada no braço maior fornece medidas de resistividade (microinversa e micronormal).

As antenas são dois transmissores e dois receptores e a ferramenta utiliza um método similar aos equipamentos do sônico para computar o tempo de propagação entre dois receptores. O transmissor T1 gera uma onda eletromagnética (modo 1) e se mede a diferença dos tempos de viagem entre dois receptores R2 e R1, por sua vez o transmissor T2 gera uma onda eletromagnética (modo 2) e se mede a diferença dos tempos de viagem entre os receptores R1 e R2. A sequência se repete durante o registro e se calcula o tempo médio de ambos os modos de transmissão. Simples considerações geométricas mostram que com este método são eliminados os efeitos de primeira ordem causados pelo reboco e pela inclinação da sonda.

O tempo de propagação e a atenuação estão relacionados com as medidas da ferramenta da seguinte maneira:

$$T_{pl}(ns/m) = K1 \frac{(PSU + PSD)}{2} \quad e$$

$$EATT(dB/m) = K2 \frac{\frac{(NVU+NVD)}{2} - \frac{(FVU-FVD)}{2}}{(NVR - FVR)},$$

onde temos K1 e K2 constantes e

PSU = medida do deslocamento de fase na direção ascendente,

PSD = medida do deslocamento de fase na direção descendente,

NVU = medida de voltagem no receptor próximo da via de cima,

NVD = medida de voltagem no receptor próximo da via de baixo,

FVU = medida de voltagem no receptor afastado da via de cima,

FVD = medida de voltagem no receptor afastado da via de baixo e

NVR e *FVR* são valores de referência.

Profundidade de investigação

A profundidade de investigação exata do sensor é bastante complicada para se computar, devido a geometria das antenas. Pode ser aproximada pelo "Skin Depth", que é inversamente proporcional a atenuação;

$$\delta = \frac{8,68}{A_c}(m),$$

onde A_c é a atenuação corrigida. Deste modo, a profundidade de investigação está entre 2,54 e 15,2 cm dependendo da condutividade, e as medidas estão normalmente relacionadas com a zona invadida, onde a água é basicamente filtrado de lama e água irredutível.

Resolução vertical

A distância entre dois receptores sendo pequena (4 cm) dá a EPT uma resolução vertical nominal de 5 cm, mas uma resolução vertical real entre 5 e 15 cm pode resultar. Consequentemente, uma definição muito boa dos limites de camadas pode ser obtido.

Fatores ambientais que influenciam a resposta

Diâmetro e forma do poço: A EPT é uma ferramenta do tipo mandril, e portanto o diâmetro do poço não causa efeito significativo nas medidas quando um bom contato na almofada é mantido. Entretanto, a rugosidade da parede do poço causará medidas erráticas por causa da presença da lama entre a almofada e a formação.

Fluido: Quando o fluido de perfuração é o ar ou lama a base de óleo, uma fina camada de fluido ficando entre a almofada e a formação fará a ferramenta responder ao fluido e não a formação. Isto se deve ao curto tempo de viagem nestes fluidos quando comparados com os tempos de viagem na formação. Lamas condutivas, onde a salinidade do filtrado excede 30×10^3 ppm, geralmente conduzem a atenuação excessiva do sinal. A EPT não é aplicável em tais condições para porosidades moderadas.

Reboco: Não afeta as medidas para espessuras menores que 0,9 cm. Para espessuras maiores, as medidas são fortemente afetadas e podem até mesmo responder inteiramente ao reboco.

Temperatura: O tempo de propagação na água decresce com aumento de temperatura e varia levemente com aumento de pressão. A atenuação cresce com aumento de temperatura.

Parâmetros geológicos que afetam as medidas

Composição mineralógica: As constantes dielétricas e os tempos de propagação dos minerais mais comuns (exceto argila) variam num intervalo pequeno. Isto mostra que a composição mineralógica terá uma influência pequena, exceto se alguns minerais com altas constantes dielétricas estão presentes ou se a rocha é argilosa. No caso dos minerais argilosos, a constante dielétrica aumentará. A presença de água irredutível também causa um aumento na constante dielétrica.

Textura: Sua influência é muito importante e é essencialmente expressa através da porosidade, especialmente se ela é preenchida por água.

Estrutura: A forma dos grãos e suas orientações afetam a resposta da ferramenta. Laminações oblíquas, estratificações cruzadas e camadas inclinadas têm influência no valor gravado.

Fluidos: Os fluidos têm uma influência que depende do seu tipo (gás, óleo ou água) e sua quantidade (porosidade e saturação). Sua influência é maior se o fluido for água. A salinidade da

água tem um pequeno efeito no tempo de propagação e um forte efeito na atenuação.

Interpretação

Existem três métodos diferentes para interpretar as medidas da EPT.

Método CTA (Complex Time Average): Assume que a condutividade e as perdas dielétricas ocorrem principalmente no fluido da formação.

Em formações limpas, teremos

$$Sxo = \frac{(T_{pl} - T_{pma}) + \phi(T_{pma} - T_{phyd})}{\phi(T_{pf} - T_{phyd})}$$

onde,

T_{pma} = tempo de propagação na matriz,

T_{phyd} = tempo de propagação no hidrocarboneto,

T_{pf} = tempo de propagação na água e

ϕ = porosidade.

Método Tpo: Este método é considerado como uma aproximação válida para água doce desde que não requer o conhecimento da resistividade do fluido da formação. Contudo, ele também leva em conta as perdas condutivas desde que T_{pl} é substituído neste método por T_{po} , que é um "T_{pl} corrigido para perdas". Em formações limpas, teremos

$$Sxo = \frac{(T_{po} - T_{pma}) + \phi(T_{pma} - T_{phyd})}{\phi(T_{pfo} - T_{phyd})}$$

onde,

$$T_{po}^2 = T_{pl}^2 - \left(\frac{A_c}{60,03}\right)^2.$$

T_{pfo} substitue T_{pf} neste método, ele não depende da resistividade do fluido. O valor de T_{pfo} é obtido diretamente como uma função da temperatura t (dada em graus Fahrenheit),

$$T_{fo} = 20 \frac{(710 - \frac{t}{3})}{(440 - \frac{t}{3})}.$$

O método Tpo tem mostrado grande utilidade na interpretação de campo, quando o valor de R_{mf} não é bem conhecido.

EPT quick look: Tomando como base a equação encontrada no método T_{po} e supondo que T_{phyd} não é muito diferente de T_{pma} , teremos

$$S_{xo} = \frac{(T_{po} - T_{pma})}{\phi(T_{pfo} - T_{pma})}.$$

Em formações limpas contendo água, $S_{xo}=1$ e,

$$\phi_{EPT} = \phi = \frac{(T_{po} - T_{pma})}{(T_{pfo} - T_{pma})}.$$

Por definição, ϕ_{EPT} é igual a ϕ em zonas de água.

Em geral, em formações contendo hidrocarbonetos, teremos

$$S_{xo} = \frac{\phi_{EPT}}{\phi},$$

onde ϕ é a porosidade total que pode ser obtida aproximadamente através dos gráficos de porosidade dos logs neutron e densidade.

Método CRIM (Complex Refractive Index Method): É um processo iterativo que nos dá a porosidade preenchida por água e a salinidade da água na região. A base deste método é a relação empírica

$$\gamma = \phi\gamma_f + (1 - \phi)\gamma_m.$$

Na relação acima γ é a constante de propagação complexa da formação de porosidade ϕ , γ_f é a constante de propagação complexa do fluido da formação e γ_m é a constante de propagação real da matriz (podemos considerar a matriz como não tendo perdas).

Processamento de dados

Técnicas de processamento no local do poço.

No processamento de dados no local do poço são utilizados dois tipos de software: (1) CSU Cyberpack software e (2) Cyberlook software. O CSU Cyberpack software inclui a computação

do volume de água calculado das medidas da EPT usando o método T_{po} . O método usado no processamento Cyberlook é levemente mais desenvolvido e permite a escolha de diferentes opções para computar o tempo de propagação na matriz e usa uma computação de saturação EPT levando em conta uma média dos efeitos dos hidrocarbonetos.

Técnicas de processamento em centro computacional.

No centro computacional são utilizados os processamentos VOLAN e GLOBAL na interpretação do log da EPT.

VOLAN é basicamente um programa de interpretação de arenito argiloso baseado no Dual Water Model. Ele usa as medidas de EPT para os seguintes cálculos: 1.) Determinar o index S_{wb} de água irredutível. O resultado deste cálculo é posteriormente comparado com outro indicador de água irredutível para selecionar o valor mais provável e 2.) Calcula a saturação de fluido na zona invadida pelo método T_{po} levando em conta o efeito do hidrocarboneto.

Processamento GLOBAL é um sistema de interpretação de reservatório baseado numa aproximação estatística. Ele usa as equações do método CTA para a computação EPT. O método inclui todos os componentes das rochas que são conhecidos e afetam as medidas, tais como o volume de filtrado, argila e minerais. Desta forma, teremos uma determinação de S_{xo} mais acurada como também aperfeiçoa a determinação de argila e litologia.

Aplicações

O log da EPT responde principalmente ao volume de água na formação. A insensibilidade relativa das medidas de EPT à salinidade e textura e a ótima resolução vertical da ferramenta, a transforma numa ferramenta de interesse na avaliação de poços. Os exemplos mais comuns da aplicação do log de EPT são:

- 1.) Determinação da mobilidade do hidrocarboneto seja qual for a invasão,
- 2.) Detecção de hidrocarboneto em condições de água doce,
- 3.) Salinidades desconhecidas das águas das formações,
- 4.) Melhor resolução em camadas finas e laminações,

5.) Efeitos texturais não usuais (porosidade vugular) e

6.) Avaliação em lamas a base de óleo.

Combinação EPT-PCD com outras ferramentas nucleares

O uso do Sistema de Comunicação por Cabo(CCS) para transmitir as informações da unidade CSU para a superfície permite a combinação com outras ferramentas CCS; Litho Density(LDT); Compensated Neutron(CNT); Gamma Ray(GR); Natural Gamma Ray Spectroscopy(NGT), etc..

APÊNDICE 3

Potencial na vizinhança de um dielétrico elipsoidal localizado num campo de força uniforme

Análise preliminar (Sillars, 1937)

Considere que o espaço dentro do elipsóide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (1)$$

é preenchido com um material de constante dielétrica K_2 , e considere que o espaço restante é preenchido com um material de constante dielétrica K_1 .

Seja α a raiz positiva da equação

$$\frac{x^2}{a^2 + u} + \frac{y^2}{b^2 + u} + \frac{z^2}{c^2 + u} = 1 \quad (2)$$

e vamos considerá-la uma cúbica em u . O ponto (x, y, z) é algum ponto fora do elipsóide dado pela equação (1) para o qual o potencial é conhecido.

Seja

$$\frac{\sqrt{[(a^2 + \alpha)(b^2 + \alpha)(c^2 + \alpha)]}}{2\pi abc} = \beta$$

e

$$\int_0^\infty \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} = l_a$$

Considere as expressões que se seguem para o potencial em um ponto (x, y, z) :

$$V_1 = -xE_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_\alpha^\infty \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} \right], \quad (3)$$

onde (x, y, z) está fora do elipsóide representado por (1) e

$$V_2 = -xE_x \frac{4\pi K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a}, \quad (4)$$

onde (x,y,z) está dentro do elipsóide.

E_x é uma constante, e desde que para pontos a uma distância infinita da origem α torna-se infinita, a integral na equação (3) torna-se zero e E_x torna-se a intensidade do campo para uma distância infinita do elipsóide. V_1 e V_2 são ambas soluções da equação de Laplace.

Condições de fronteira

Para pontos infinitamente próximos da superfície do elipsóide, $u=0$ e

$$V_1 = -xE_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} \right] = xE_x \frac{4\pi K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a}$$

$= V_2$ para o ponto vizinho exatamente dentro do elipsóide.

Portanto, o potencial dado por V_1 e V_2 é contínuo através da superfície do elipsóide. Diferenciando a equação (3),

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial x} = & -E_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_\alpha^\infty \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} \right. \\ & \left. + x \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \cdot \frac{1}{(a^2 + \alpha)\beta} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right] \dots \end{aligned}$$

e de (2)

$$\frac{2x}{a^2 + \alpha} - \left[\frac{x^2}{(a^2 + \alpha)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + \alpha)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + \alpha)^2} \right] \frac{\partial \alpha}{\partial x} = 0.$$

Quando o ponto (x,y,z) está infinitamente perto da superfície do elipsóide, teremos

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{2p^2 x}{a^2}$$

onde,

$$\frac{1}{p^2} = \frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}$$

e

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} \text{ torna-se}$$

$$\left(\frac{\partial V_1}{\partial x}\right)_{superfície} = -E_x \left[1 - \frac{(K_2 - K_1)l_a}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} + x \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \cdot \frac{2\pi}{a^2} \cdot \frac{2p^2 x}{a^2}\right]$$

$$- \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \left[K_1 + \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{x}{a^2}\right]$$

Similarmente,

$$\left(\frac{\partial V_1}{\partial y}\right)_{superfície} = - \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \cdot \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{y}{b^2} \quad e$$

$$\left(\frac{\partial V_1}{\partial z}\right)_{superfície} = - \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \cdot \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{z}{c^2}.$$

Os cosenos diretores da normal n da superfície para o ponto (x,y,z) são

$$\frac{px}{a^2}, \frac{py}{b^2} \text{ e } \frac{pz}{c^2};$$

então

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_1}{\partial n} &= \frac{\partial V_1}{\partial x} \cdot \frac{px}{a^2} + \frac{\partial V_1}{\partial y} \cdot \frac{py}{b^2} + \frac{\partial V_1}{\partial z} \cdot \frac{pz}{c^2} \\ &= - \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \left[\left(K_1 + \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{x}{a^2}\right) \frac{px}{a^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{y}{b^2} \frac{py}{b^2} + \frac{p^2 x}{a^2} (K_2 - K_1) \frac{z}{c^2} \frac{pz}{c^2} \right] \\ &= - \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} = \left[\frac{K_1 px}{a^2} + \frac{p^3 x (K_2 - K_1)}{a^2} \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4} \right) \right] \\ &= - \frac{4\pi E_x}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \left[K_1 \frac{px}{a^2} + (K_2 - K_1) \frac{px}{a^2} \right] \\ &= \frac{K_2}{K_1} \frac{\partial V_2}{\partial x} \frac{px}{a^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Como } \frac{\partial V_2}{\partial y} = \frac{\partial V_2}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial n} = \frac{\partial V_2}{\partial x} \frac{px}{a^2}$$

$$= \frac{K_2}{K_1} \frac{\partial V_2}{\partial n} \quad e$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial n} = \frac{K_2}{K_1} \frac{\partial V_2}{\partial n}$$

a componente normal do deslocamento elétrico é contínua através da superfície.

V_1 e V_2 desta forma preenchem as condições de fronteira necessárias e representam o potencial dentro e na vizinhança do elipsóide quando um campo, cujo valor não perturbado no infinito é E_x , é aplicado paralelo ao eixo x.

Expressão Geral

Se o campo aplicado não é paralelo ao eixo x, ele pode ser decomposto em componentes E_x , E_y e E_z , e as expressões para o potencial fora e dentro do elipsóide tornam-se

$$\begin{aligned} V_1 = & -xE_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} \right] \\ & -yE_y \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(b^2 + \alpha)\beta} \right] \\ & -zE_z \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(c^2 + \alpha)\beta} \right] \\ V_2 = & -xE_x \frac{4\pi K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} - yE_y \frac{4\pi K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_b} - zE_z \frac{4\pi K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_c} \quad (5) \end{aligned}$$

onde temos,

$$l_b = \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(b^2 + \alpha)\beta} \quad e$$

$$l_c = \int_0^\infty \frac{d\alpha}{(c^2 + \alpha)\beta}$$

Campo para distâncias grandes comparadas com a, b e c

Expressão (2) representa o elipsóide confocal com (1) passando no ponto externo requerido (x,y,z). Se a distância de (x,y,z) para a origem é muito maior que o comprimento de qualquer um dos eixos do elipsóide, a equação (2) aproxima-se da equação da esfera, isto é

$$\frac{x^2}{\alpha} + \frac{y^2}{\alpha} + \frac{z^2}{\alpha} = 1$$

onde

$$\alpha \simeq r^2.$$

Aqui r é a distância de (x,y,z) para origem. Sob estas condições, temos

$$\begin{aligned} \int_{\alpha}^{\infty} \frac{d\alpha}{(a^2 + \alpha)\beta} &\simeq \int_{\alpha}^{\infty} \frac{d\alpha}{(b^2 + \alpha)\beta} \simeq \int_{\alpha}^{\infty} \frac{d\alpha}{(c^2 + \alpha)\beta} \\ &\simeq 2\pi abc \int_{\alpha}^{\infty} \alpha^{-\frac{5}{2}} d\alpha \\ &= \frac{-4\pi abc}{3} \alpha^{-\frac{3}{2}} = \frac{-4\pi abc}{3} \frac{1}{r^3} = -\frac{v}{r^3}, \end{aligned}$$

onde v é o volume do elipsóide.

O potencial para pontos distantes do elipsóide é desta maneira dado por

$$\begin{aligned} V_1 &= -xE_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \frac{v}{r^3} \right] - yE_y \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_b} \frac{v}{r^3} \right] \\ &\quad - zE_z \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_c} \frac{v}{r^3} \right]. \end{aligned}$$

Voltando para o caso de $E_y = E_z = 0$, então teremos

$$\begin{aligned} V_1 &= -xE_x \left[1 - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \frac{v}{r^3} \right] \\ &= -E_x \left[r - \frac{K_2 - K_1}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \frac{v}{r^2} \right] \cos\theta \end{aligned} \tag{6}$$

onde $\cos\theta = \frac{x}{r}$ é o ângulo entre o eixo x e o raio vetor ao ponto considerado. Para pontos distantes, desta forma, o campo perturbado devido ao elipsóide é da mesma forma que aquele devido a um par elétrico, como dado pelo segundo termo na equação (7)

Esferóide

Se os semi-eixos b e c do elipsóide são considerados iguais, as integrais para l_a , l_b e l_c ficam reduzidas às seguintes expressões:

Esferóide oblato

$$a < b = c :$$

$$\text{excentricidade} = e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}};$$

$$l_a = 4\pi \left[\frac{1}{e^2} - \left[\frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e \right] \right] \quad (7)$$

$\simeq 4\pi$, quando a é muito menor que b ou c e

$$l_b = l_c = 2\pi \left[\left[\frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \right] \arcsin e - \left(\frac{1-e^2}{e^2} \right) \right] \quad (8)$$

$\simeq \pi^2 \frac{a}{b}$, quando a é muito menor que b ou c .

Esferóide prolato

$$a > b = c :$$

$$\text{excentricidade} = e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}};$$

$$l_a = 4\pi \left(\frac{1}{e^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{2e} \log \frac{1+e}{1-e} - 1 \right) \quad (9)$$

$$\simeq 4\pi \frac{b^2}{a^2} \left(\log \frac{2a}{b} - 1 \right) \quad (10)$$

quando a é muito maior que b ou c e

$$l_b = l_c = 2\pi \left(\frac{1}{e^2} - \frac{1-e^2}{e^2} \log \frac{1+e}{1-e} \right) \quad (11)$$

$\simeq 2\pi$, quando a é muito maior que b ou c .

Se o esferóide torna-se uma esfera, $a=b=c$, e $l_a = l_b = l_c = \frac{4\pi}{3}$.

Por conveniência, a quantidade $n = \frac{4\pi}{l_a}$ é usada na discussão do trabalho.

APÊNDICE 4

Propriedades de um modelo de dielétrico não homogêneo contendo partículas esféricas (Sillars, 1937)

Para determinar a constante dielétrica de um modelo de material não homogêneo contendo partículas esféricas, podemos igualar a polarização média do material num dado campo com a de um material homogêneo de constante dielétrica K no mesmo campo, e assim encontrar K . Consideremos um volume esférico w de material não homogêneo envolto por um meio contínuo puro de constante dielétrica K_1 , e sob a influência de um campo uniforme E . O volume total de esferóides condutores em w é $q.w$. O potencial para um ponto distante será proporcional à

$$\frac{E(K_2 - K_1)qw}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a}$$

de acordo com a equação (7) do apêndice 3.

Se nós considerarmos a massa do material não homogêneo como tendo uma constante dielétrica K , nós poderemos igualar esta expressão a

$$\frac{E(K - K_1)w}{4\pi K_1 + (K - K_1)l'_a},$$

onde l'_a corresponde a forma do volume esférico da mistura.

Vamos considerar que K não é muito diferente de K_1 , então $(K - K_1)l'_a$ pode ser desprezado quando comparado com $4\pi K$. Teremos então,

$$\frac{E(K - K_1)w}{4\pi K_1} = \frac{E(K_2 - K_1)qw}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a},$$

onde

$$K = K_1 \left[1 + \frac{4\pi q(K_2 - K_1)}{4\pi K_1 + (K_2 - K_1)l_a} \right]$$

$$= K_1 \left[1 + \frac{nq(K_2 - K_1)}{(n - 1)K_1 + K_2} \right]$$

$$e \, n = \frac{4\pi}{l_a}.$$

Utilizando as equações abaixo:

$$K = K' - jK'',$$

$$K_1 = K'_1 \quad e$$

$$K_2 = K'_2 - jK''_2,$$

vamos obter,

$$K' - jK'' = K'_1 \left[1 + \frac{nq(K'_2 - K'_1 - jK''_2)}{(n-1)K'_1 + K'_2 - jK''_2} \right].$$

Dividindo por K''_2 , e utilizando $\omega\tau$ dada abaixo,

$$\omega\tau = \frac{K'_1(n-1) + K'_2}{K''_2},$$

obtemos,

$$\begin{aligned} K' - jK'' &= K'_1 \left[1 - nq \frac{\frac{K'_2 - K'_1}{(n-1)K'_1 + K'_2} \omega\tau - j}{\omega\tau - j} \right] \\ &= K'_1 \frac{\left[\frac{nq(K'_2 - K'_1)}{(n-1)K'_1 + K'_2} + 1 \right] \omega\tau - jK'_1(nq + 1)}{\omega\tau - j}. \end{aligned}$$

Utilizando as equações abaixo,

$$K'_1(qn + 1) = K'_1 N + K_\infty,$$

$$N = q \frac{n^2 K'_1}{K'_1(n-1) + K'_2} \quad e$$

$$K_\infty = K'_1 \left[1 + q \frac{n(K'_2 - K'_1)}{K'_1(n-1) + K'_2} \right],$$

vamos obter,

$$K' - jK'' = \frac{K_{\infty}\omega\tau - j(K_1'N + K_{\infty})}{\omega\tau - j}$$

a qual se reduz a

$$K' - jK'' = K_{\infty} + \frac{K_1'N}{\omega^2\tau^2 + 1} - j\frac{K_1'N\omega\tau}{\omega^2\tau^2 + 1}$$

de onde obtemos

$$K' = K_{\infty} + \frac{K_1'N}{\omega^2\tau^2 + 1}, \quad (1)$$

$$K'' = \frac{K_1'N\omega\tau}{\omega^2\tau^2 + 1} \quad e \quad (2)$$

$$\tan\delta = \frac{K''}{K'} = \frac{K_1'N\omega\tau}{K_{\infty}\omega^2\tau^2 + K_1'N + K_{\infty}}. \quad (3)$$