# UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

# HAROLD DIAS DE MELLO JUNIOR

Caracterização de Canais Multipercurso Utilizando Filtros Digitais Parametrizados com Técnicas de Traçado de Raios

DM - 19/2006

UFPA / CT/ PPGEE CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ 66.075-900 – BELÉM – PARÁ – BRASIL

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ CENTRO TECNOLÓGICO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# HAROLD DIAS DE MELLO JUNIOR

Caracterização de Canais Multipercurso Utilizando Filtros Digitais Parametrizados com Técnicas de Traçado de Raios

Trabalho submetido à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

UFPA/ CT/ PPGEE CAMPUS UNIVERSITÁRIO DO GUAMÁ 66.075-900 – BELÉM – PARÁ – BRASIL

# Caracterização de Canais Multipercurso Utilizando Filtros Digitais Parametrizados com Técnicas de Traçado de Raios

Dissertação de mestrado submetida à avaliação da banca examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pará para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Telecomunicações, julgada e aprovada em 23/06/2006.

	Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes (UFPA)
	ORIENTADOR
Prof.	Dr. João Crisóstomo Weyl Albuquerque Costa (UFPA)
	CO-ORIENTADOR
	Deef De Develle Oliveire de Contre (IECANI)
	Prof. Dr. Ronaldo Oliveira dos Santos (IESAN)
	MEMBRO DA BANCA EXAMINADORA
	Prof. Dr. Gervasio Protásio Cavalcante (UFPA)
	MEMBRO DA BANCA EXAMINADORA
	Profa. Dra. Valquíria Gusmão Macedo (UFPA)
	MEMBRO DA BANCA EXAMINADORA
Visto:	
	Prof. Dr. Evaldo Gonçalves Pelaes
	COORDENADOR DO PPGEE/CT/UFPA

À minha mãe

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por sempre iluminar meus caminhos, concedendo-me a graça da vida. Tenho a plena convicção que sou imensamente abençoado.

À minha mãe Célia, que sempre esteve presente nos momentos de que mais precisei, sendo incansável.

À minha grande amiga Amélia, que nunca mediu esforços para me fazer sentir bem.

Aos meus amigos Ana Vírgínia, Paulo e Mônica Assumpção, Aldéia e Sâmia que contribuíram para que este projeto pudesse ser concluído. Minha eterna gratidão a Ana Virgínia por nunca ter desistido.

Ao professor e amigo João Crisóstomo, um dos meus grandes motivadores. Em nenhum instante hesitou em me reajustar ao programa de pós-graduação da UFPA. Em especial, recordo-me do dia em que afirmou não ter dúvidas que conseguiria. A dívida é imensa.

Ao meu orientador e amigo professor Pelaes, pela paciência, pela atenção, pela disponibilidade, pelo voto de confiança. A dívida também é imensa.

Ao amigo André pela parceria nas discussões e resultados deste trabalho. Com muita sabedoria, sua participação foi fundamental para o desfecho deste trabalho.

Ao amigo Eurípedes por todo companheirismo. Os questionamentos por ele levantados motivaram uma busca incessante de respostas, tendo importante contribuição neste trabalho.

Ao amigo de longa data Raul pela revisão do texto.

A todos os amigos do LAPS e LEA pela convivência diária.

À CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro.

"O que não está claro deve ser esclarecido. O que não é fácil fazer, deve ser feito com grande persistência."

Confúcio (551 a.C. – 479 a.C.)

# ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	X
RESUMO	xii
ABSTRACT	xiii
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 Introdução	1
1.2 Contribuição da dissertação	2
1.3 Organização da dissertação	2
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS DE RÁDIO-PROPAGAÇÃO	4
2.1 Perda de percurso	4
2.2 Desvanecimentos	5
2.3 Mecanismos físicos de propagação	7
2.3.1 Reflexão	7
2.3.2 Espalhamento	9
2.3.3 Difração	9
2.4 Teoria de traçado de raios	14
2.5 Parâmetros de dispersão	15
2.5.1 Perfil de retardos de potência ( <i>Power Delay Profile</i> )	15
2.5.2 Banda de coerência	17
CAPÍTULO 3 – CONCEITOS BÁSICOS DE PROCESSAMENTO DE SINA	IS 18
DISCRETOS	
3.1 Sinais discretos	18
3.2 Seqüências básicas e operações com sinais discretos	18
3.2.1 Sequência impulso unitário	19
3.2.2 Sequência degrau unitário	19
3.2.3 Sequências exponenciais	19
3.2.4 Sequências senoidais	19
3.3 Sistemas discretos	20
3.3.1 Memória	20
3.3.2 Linearidade	21
3.3.3 Invariância com o tempo	21
3.3.4 Causalidade	21
3.3.5 Estabilidade	22

3.4	Sistema	s lineares invariantes com o tempo	22
3.5	Propried	lades de sistemas lineares invariantes com o tempo	23
	3.5.1	Elemento neutro	23
	3.5.2	Comutatividade	23
	3.5.3	Distributividade ou conexão paralela	23
	3.5.4	Associatividade ou cascateamento	24
	3.5.5	Causabilidade	25
	3.5.6	Estabilidade	25
3.6	Equaçõe	es de diferenças	25
3.7	Filtros o	ligitais	26
	3.7.1	Filtros de resposta finita ao impulso (FIR)	26
	3.7.2	Filtros de resposta infinita ao impulso (IIR)	27
3.8	Represe	ntação de sistemas discretos no domínio da frequência	27
3.9	Represe	ntação de sequências através das transformadas de Fourier	27
3.10	Amostra	agem de sinais	30
3.11	Aliasing	g e o Teorema da Amostragem	32
3.12	Projeto	de filtros	32
	3.12.	Resposta no domínio do tempo	33
	3.12.2	2 Resposta no domínio da frequência	33
	3.12.3	3 Projeto de filtros FIR pelo método do janelamento	35
CAl	PÍTULO	4 – CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO-MÓVEL	37
4.1	Caracter	ização de canais com efeito de multipercurso	37
4.2	Determi	nação da resposta impulsiva do canal	38
4.3	Caracter	ização do canal por filtros digitais	38
4.4	Perfil de	retardos de potência e a resposta impulsiva do canal	40
4.5	Estudo d	e caso	40
4.6	Resultad	os	42
	4.6.1	Percurso de recepção e perda de propagação	42
	4.6.2	Contribuição da classe de reflexão	44
	4.6.3	Resposta em frequência do canal	44
	4.6.4	Resposta impulsiva do canal	45
	4.6.5	Perfil de retardos de potência	46
	4.6.6	Parâmetros de dispersão temporal do canal	46
	4.6.7	Filtro digital	47

4.7 Outras simulações	48
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Geometria para cálculo dos coeficientes de reflexão entre dois dielétricos	8
	(a) Polarização <i>Hard</i> : E no plano de incidência	
	(b) Polarização Soft: E normal ao plano de incidência	
Figura 2.2	Princípio de Huygens: o comportamento das ondas de raios na presença	10
	de obstáculos	
Figura 2.3	A geometria para difração em obstáculos com bordas utilizando UTD	11
Figura 2.4	Função de transição de Fresnel	13
Figura 3.1	Conexão paralela de dois sistemas LTI representados por um único equivalente.	24
Figura 3.2	Três sistemas LTI com respostas impulsivas idênticas.	24
Figura 3.3	Convergência da transformada de Fourier. O comportamento oscilatório	29
	nas descontinuidades é chamado de fenômeno de Gibbs	
Figura 3.4	Amostragem periódica de sinais	30
Figura 3.5	Replicação do espectro devido à amostragem	31
	(a) Espectro de um sinal arbitrário	
	(b) Espectro da função de amostragem: trem periódico de impulsos	
	(c) Espectro do sinal amostrado com $\Omega_s > 2 \Omega_N$	
Figura 3.6	<i>Aliasing</i> : Espectro do sinal amostrado com $\Omega_s < 2\Omega_N$	32
Figura 3.7	Método do janelamento:	36
	(a) Magnitude de uma janela retangular comparativamente a um filtro ideal	
	(b) Resultado da aplicação da janela retangular em um filtro ideal	
Figura 4.1	Representação de um canal com efeito de multipercurso através de um	40
rigura 4.1	filtro FIR	40
Figura 4.2	Ambiente de simulação. O campo na antena receptora Rx é calculado a	41
	partir da soma dos raios direto, refletidos e difratados originados a partir	
	da antena transmissora Tx	
Figura 4.3	Potência recebida ao longo do percurso individual de cada classe de	43
	propagação considerada	
Figura 4.4	Perda de propagação associada ao percurso	43

Figura 4.5	Contribuição no nível de sinal recebido para ordens progressivas de	44
	reflexão (n=1 a 4)	
Figura 4.6	Módulo e fase da resposta em frequência do canal	45
Figura 4.7	Resposta impulsiva do canal	46
Figura 4.8	Perfil de retardos normalizado	46
Figura 4.9	Aumento de desvanecimento observado em canal na ausência de	48
	visibilidade	
Figura 4.10	Aumento da dispersividade temporal observada em canal na ausência de	49
	visibilidade	
Figura 4.11	Comparativo do nível de sinal recebido com a utilização de antenas	49
	isotrópicas e dipolos de meia-onda	
Figura 4.12	Comparativo por classes de propagação com a utilização de	50
	(a) antenas dipolos de meia-onda e	
	(b) antenas isotrópicas	
Figura 4.13	Nível de sinal recebido considerando antenas Tx e Rx dipolos de meia-	51
	onda e espaçamento de 60m entre os prédios do cenário da Figura 4.2	

## **RESUMO**

Neste trabalho, o canal rádio-móvel com efeito de multipercurso é caracterizado por um filtro de resposta finita ao impulso (FIR) cujos parâmetros são obtidos a partir de técnicas de traçado de raios. Como exemplo de aplicação deste tipo de abordagem, simulou-se o comportamento de um canal em um cenário exterior (*outdoor*) definido, derivando-se a resposta impulsiva a partir da resposta em freqüência, sendo esse resultado representado por um filtro FIR. Aspectos relacionados à dispersividade temporal e ao desvanecimento também são discutidos.

# **ABSTRACT**

In this work, multipath radio propagation channels are characterized by FIR filters. The filters parameters are obtained from ray-tracing techniques, jointly with electromagnetic theory needed to its application. As study of case, modeling of an outdoor wideband channel impulse response is undertaken and fading and time dispersion issues are discussed.

# **CAPÍTULO 1**

# INTRODUÇÃO

# 1.1 Introdução

Caracterizar o canal rádio-móvel, através de modelos de propagação, simulações e medidas, é essencial para o desenvolvimento de sistemas de comunicação sem fio, minimizando custos de planejamento e de implementação dos mesmos [1]-[4]. Em sistemas móveis celulares, por exemplo, uma eficiente predição de cobertura favorece o uso eficiente do espectro de freqüência, sendo este um aspecto chave para dar vazão ao aumento expressivo das densidades de usuários e de serviços experimentados por tais sistemas nos últimos anos [2].

Modelos de canais rádio-móvel também são utilizados para auxiliar no desenvolvimento de métodos para correção de distorções do canal, como, por exemplo, no projeto de equalizadores. Esses vêm combater um dos efeitos mais degradantes para sistemas de comunicação digital: a interferência intersimbólica (ISI), originada a partir de desvanecimento por multipercurso [1]. A ISI é reconhecidamente o maior obstáculo para transmissão de dados em alta velocidade através do canal rádio-móvel [1]. Dessa forma, uma melhor compreensão do canal, permitindo descrição mais apropriada para o mesmo, é um fator crítico para tornar possíveis maiores taxas de dados e qualidade de serviço (QoS) em redes sem fio.

Na literatura, há um grande número de abordagens aplicadas na caracterização do canal rádio-móvel [5]. Algumas delas são baseadas em características estatísticas da energia eletromagnética recebida [6],[7]. Outra abordagem bastante freqüente é baseada na intensidade do campo eletromagnético como função da distância entre transmissor e receptor, utilizando modelos de predição de perdas de percurso [8]. Uma outra abordagem possível de caracterização de canais é a baseada no uso de filtros digitais. Apesar de não ser originalmente uma técnica específica de modelagem, a abordagem por filtros, em especial os de resposta finita ao impulso (FIR), representa uma forma conveniente de caracterização de canais de rádio propagação [8]. Uma vantagem apresentada por filtros FIR é que os mesmos são ótimos na minimização de critérios de erros em processos de ajuste entre resultados modelados e medidos, tais como a raiz do erro quadrático médio (RMSE) [9]. Em [9] é mostrado que uma representação compacta através de filtros FIR gera um RMSE menor do que as técnicas autoregressiva e da norma mínima, fornecendo também resolução temporal superior aos estimadores de Fourier e de sistemas típicos de medidas no domínio do tempo.

# 1.2 Contribuição da dissertação

A contribuição do presente trabalho em relação ao que se tem publicado na literatura está na forma de estimação dos parâmetros do filtro que caracteriza o canal. A grande maioria dos trabalhos, quando não a faz de forma estatística [6],[7], faz através do método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) [10]. Neste trabalho, a parametrização do filtro digital é feita através do uso de técnicas de traçados de raios (*ray-tracing*) em conjunto com a Óptica Geométrica (GO) e a Teoria Uniforme da Difração (UTD) [4], técnica esta que combina eficiência computacional com precisão de predição [2]. Além disso, a referida parametrização considera muitos elementos importantes do ambiente de propagação, tais como informações de dispersão temporal do canal, particularmente importantes na predição de taxas de erro em muitos tipos de sistemas digitais.

# 1.3 Organização da dissertação

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- O Capítulo 2, Fundamentos de rádio-propagação, aborda conceitos sobre os mecanismos físicos de propagação, apresentando formulações, baseadas na Óptica Geométrica e na Teoria Uniforme da Difração, necessárias à mensuração de campos eletromagnéticos determinantes no nível de sinal recebido em um canal rádio-móvel. Este capítulo também fornece uma breve revisão sobre a Teoria de Traçado de Raios e os parâmetros comumente utilizados na identificação ou caracterização de canais;
- No Capítulo 3, Conceitos básicos de processamento de sinais discretos, são descritos conceitos fundamentais, propriedades e operações básicas para o tratamento de sinais, imprescindíveis para a caracterização proposta neste trabalho. Especificamente, são abordadas representações de sinais discretos nos domínios do tempo e da freqüência;
- No Capítulo 4, Caracterização de canais rádio-móvel, após apresentar um modelo de caracterização de canais baseado na parametrização de filtros digitais, são realizadas diversas simulações em um cenário do tipo exterior (outdoor), estabelecendo-se comparativos de perdas de acordo com modificações nos parâmetros de simulação de uma rotina especificamente implementada para estes estudos;

para tracar	lhos futuros s	ao apresenta	uas.		

• O Capítulo 5, *Conclusões*, alguns aspectos dos resultados são discutidos e sugestões

# **CAPÍTULO 2**

# FUNDAMENTOS DE RÁDIO PROPAGAÇÃO

Os mecanismos que governam a rádio-propagação são complexos e diversos e geralmente são atribuídos à reflexão, difração, transmissão e espalhamento ou combinações, de acordo com o ambiente e a faixa de freqüência. Ao se propagar através de um ambiente, o sinal de rádio experimenta: (*i*) decréscimo no nível de potência (devido à perda de percurso e ao desvanecimento) e (*ii*) espalhamento no espaço, tempo ou freqüência (devido ao multipercurso e à mobilidade). Esse capítulo descreve alguns aspectos fundamentais envolvidos na caracterização do canal rádio-móvel, baseados em referências clássicas da área [1],[8],[11],[12].

## 2.1. Perda de percurso

Uma medida importante em comunicações móveis é a perda de percurso ou perda básica de transmissão, definida como a relação entre a potência média local do sinal recebido e a potência transmitida [13]. Modelos de grande escala predizem que a intensidade média do sinal recebido decai em função da distância de separação d entre o receptor e o transmissor,  $d^n$ , onde n é um parâmetro que varia de 2 a 6, dependendo das características estruturais onde a comunicação ocorre [12]: quanto mais obstruído/urbano, maior o valor de n.

Particularmente para o modelo de propagação do espaço-livre, a equação de *Friis* determina a relação entre as potências recebida e transmitida:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^n \tag{2.1}$$

onde  $P_R$  é a potência recebida,  $P_T$  é a potência transmitida,  $G_T$  é o ganho da antena transmissora,  $G_R$  é o ganho da antena receptora, d é a distância de separação transmissor-receptor e n=2 para o espaço-livre.

Reescrevendo a equação anterior em função da relação  $c = \lambda f$ , tem-se:

$$\frac{P_R}{P_T} = G_T G_R \left(\frac{c}{4\pi f d}\right)^2 \tag{2.2}$$

onde c é a velocidade da luz e f a frequência.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Modelos de grande escala são aqueles que estimam a intensidade média do sinal recebido para uma distância de separação transmissor-receptor da ordem de centenas ou milhares de metros.

A equação 2.2 evidencia que a potência recebida diminui à medida que a distância *d* entre transmissor e receptor aumenta ou quando a freqüência de operação aumenta.

A perda de percurso, *PL*, que representa a atenuação de sinal através de uma quantidade positiva medida em dB, é definida como a diferença (em dB) entre a potência efetiva transmitida e a recebida:

$$PL(dB) = 10\log\frac{P_T}{P_R} = -10\log\left[G_TG_R\left(\frac{c}{4\pi f d}\right)^2\right]$$
 (2.3)

Às vezes, é necessário calcular a intensidade de campo elétrico,  $E_R$ , em uma distância d conhecida da antena transmissora, ao invés da densidade de potência. Esse valor é obtido através da equação:

$$E_R = \frac{\sqrt{60P_T G_T}}{d} \qquad [V/m] \tag{2.4}$$

Outra equação fundamental para a obtenção dos resultados dessa dissertação é a que determina a máxima potência útil (valor de pico) que pode ser entregue à antena receptora:

$$P = \left(\frac{E_R \lambda}{2\pi}\right)^2 \frac{G_R}{240} \quad \text{[Watts]}$$

A predição da perda de percurso é um passo importante no planejamento de um sistema rádio móvel e, dessa forma, métodos precisos são necessários para determinação de parâmetros que tornarão a cobertura de uma área de serviço eficiente e confiável. Modelos de predição existentes diferem entre si na aplicabilidade (propagação em regiões urbanas, suburbanas e rurais), complexidade e precisão. Assim, não há um método aceito universalmente como o melhor. Embora o cálculo da perda de percurso possa ser realizado utilizando técnicas como a de traçado de raios (vide secção 2.4) ou soluções numéricas para aproximações da equação de onda, os métodos mais utilizados para cálculo de cobertura são empíricos ou semi-empíricos. Entre tais modelos pode-se citar: Modelo de Okumura, Modelo de Hata, Modelo de Walfisch-Bertoni, Modelo de Lee [14].

#### 2.2. Desvanecimentos

Além da perda de percurso, o sinal sofre variações no nível de potência até alcançar o receptor. Essas variações, chamadas de desvanecimentos, são dependentes também da distância e são classificadas em: (i) lentas, efeitos de média escala ou sombreamento e (ii) rápidas ou efeitos de pequena escala.

Devido à grande variabilidade das estruturas tipicamente encontradas em canais rádio móvel, a potência recebida é variável a uma mesma distância de um transmissor. Quando

grandes obstáculos, como edifícios, morros e similares se situam entre transmissor e receptor de um sistema de comunicação móvel, o sinal sofre um desvanecimento lento, cujo sombreamento pode provocar consideráveis "vales" na potência recebida e interromper instantaneamente a comunicação. Medidas, inicialmente registradas por Egli [15], mostraram que, para percursos da ordem de centenas de metros e freqüências de portadora da ordem de centenas de MHz, a potência média local varia segundo uma distribuição gaussiana em escala logarítmica, isto é, segue uma distribuição log-normal. A média dessa distribuição é dependente da distância e o desvio padrão varia entre 4 a 12 dB, dependendo da severidade do sombreamento, sendo 8 dB um valor típico para aplicações macrocelulares [16]. Um menor desvio padrão implica em maior precisão na caracterização do modelo de predição de perda de percurso.

Em um sistema de comunicação móvel, o sinal recebido pelo terminal móvel é composto pela soma vetorial dos vários sinais oriundos de diferentes caminhos entre o transmissor e o receptor. Esses multipercursos são formados pela reflexão, difração, espalhamento ou combinações do sinal transmitido em estruturas próximas ao receptor, tais como edifícios, árvores, postes, morros, etc. A soma vetorial dos vários sinais dos multipercursos pode resultar em uma interferência construtiva ou destrutiva no sinal recebido. Na prática, como as portadoras são de altas frequências, pequenos deslocamentos espaciais do receptor ou pequenos movimentos dos objetos vizinhos podem causar alterações nas fases dos sinais nos vários multipercursos levando à possibilidade de uma mudança brusca de situação de interferência construtiva para interferência destrutiva entre esses sinais na recepção. Assim, quanto maior a velocidade de movimentação, mais rápidas serão as variações no sinal recebido. Esse fenômeno de alteração na intensidade do sinal recebido é denominado desvanecimento rápido ou de pequena escala. Estatisticamente, essa variabilidade do sinal recebido é melhor modelada através da distribuição de Rayleigh, quando o terminal móvel está em região sem visibilidade. Por outro lado, na condição de visibilidade, a envoltória do sinal recebido é melhor modelada pela distribuição de Rice [17].

Especificamente, no caso de comunicações digitais, o multipercurso geralmente causa apenas distorção do sinal faixa-larga recebido, diferentemente do que ocorre com sinais faixa-estreita, cujas atenuações podem resultar em perda total do sinal. O maior desafio para comunicações digitais consiste em transmitir dados em alta velocidade e efetuar a demodulação sem erros de *bits*, resultantes da interferência intersimbólica.

# 2.3. Mecanismos físicos de propagação

O comportamento do canal rádio móvel pode ser predito na teoria através da solução das Equações de Maxwell. Na grande maioria dos casos, entretanto, uma solução exata não pode ser encontrada, além do que, métodos baseados na solução numérica dessas equações exigem recursos computacionais expressivos (memória e processamento). Dessa forma, técnicas aproximativas e medidas são desejáveis.

Algumas simplificações podem ser obtidas quando as ondas eletromagnéticas são aproximadas por frente de ondas planas cuja direção de propagação (raios) é perpendicular aos campos elétricos e magnéticos. Esse tipo de abordagem, conhecida como teoria de raios, distingue-se entre os vários fenômenos de propagação, fornecendo a cada um deles uma descrição matemática e física.

Quando existe um obstáculo no percurso de um raio, o mesmo pode ser refletido especularmente, espalhado, transmitido e parcialmente absorvido no processo ou, em alguns casos, difratado em torno da borda do obstáculo. A extensão de cada um desses mecanismos de propagação é dependente das propriedades eletromagnéticas e da forma geométrica dos materiais que compõem o obstáculo. A seguir, uma breve descrição desses principais mecanismos é apresentada.

#### 2.3.1. Reflexão

A reflexão especular é o mecanismo pelo qual um raio é refletido em um ângulo igual ao de incidência. Os campos eletromagnéticos refletidos são relacionados aos incidentes através de uma matriz de coeficientes de reflexão, comumente descritos pelas equações de Fresnel, válidas para um limite infinito entre dois meios. O coeficiente de reflexão é função das propriedades elétricas do material e, geralmente, depende da polarização, do ângulo de incidência e da freqüência de propagação da onda. Coeficientes de Fresnel para polarizações paralelas ou *hard* ( $\Gamma_{\parallel}$ ) e perpendiculares ou *soft* ( $\Gamma_{\perp}$ ), válidos para meios dielétricos ( $\mu_1 = \mu_2$ ), são dados por [17]:

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\varepsilon_{efr2} \cos \theta_{i} - \sqrt{\varepsilon_{efr2} - sen^{2}\theta_{i}}}{\varepsilon_{efr2} \cos \theta_{i} + \sqrt{\varepsilon_{efr2} - sen^{2}\theta_{i}}}$$
 Campo elétrico E no plano de incidência (2.6)

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\cos\theta_{i} - \sqrt{\varepsilon_{efr2} - sen^{2}\theta_{i}}}{\cos\theta_{i} + \sqrt{\varepsilon_{efr2} - sen^{2}\theta_{i}}}$$
 Campo elétrico E no plano ortogonal ao de incidência (2.7)

onde:

 $\theta_i$  é o ângulo de incidência

$$\varepsilon_{efr2} = \frac{\varepsilon_2 - j\frac{\sigma_2}{\omega}}{\varepsilon_0} \qquad \text{é a permissividade relativa ao meio 2}$$
 (2.8)

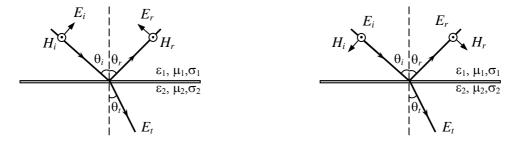
$$\omega = 2\pi f$$
 é a frequência angular [rad/s], onde  $f$  é a frequência [Hz] (2.9)

ε<sub>2</sub> é a permissividade elétrica do meio 2 [F/m]

σ<sub>2</sub> é a condutividade elétrica do meio 2 [S/m]

 $\varepsilon_0 = 8,85 \text{ x } 10^{-12} \text{ F/m} \text{ \'e a permissividade elétrica do vácuo}$ 

A figura 2.1 ilustra uma onda eletromagnética incidente com ângulo  $\theta_i$  em um plano separando dois meios com propriedades elétricas diferentes ( $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ) para duas situações: (a) a polarização do campo elétrico E é paralela ao plano de incidência; (b) a polarização do campo elétrico E é perpendicular ao plano de incidência. Na mesma figura, parte da energia é refletida com um ângulo  $\theta_r = \theta_i$ , segundo a lei de Snell, outra parte é transmitida para o meio 2 em um ângulo  $\theta_t$  e outra parte é absorvida.



- (a) Polarização *Hard*: E no plano de incidência
- (b) Polarização Soft: E normal ao plano de incidência

Figura 2.1 – Geometria para cálculo dos coeficientes de reflexão entre dois dielétricos

As expressões que relacionam os campos refletidos  $(E_r)$  e transmitidos  $(E_t)$  ao campo incidente  $(E_i)$  são dadas por [1]:

$$E_r = \Gamma E_i \tag{2.10}$$

$$E_t = (1 + \Gamma)E_i \tag{2.11}$$

onde  $\Gamma$  assume os valores de (2.6) ou (2.7), dependendo da polarização.

# 2.3.2. Espalhamento

Muito embora não existam superfícies planas infinitas, a reflexão especular é uma boa aproximação desde que a superfície seja extensa (relativamente ao comprimento de onda) e que não possua rugosidade considerável. Caso contrário, a energia refletida espalha-se em todas as direções, configurando o espalhamento ou a reflexão difusa por espalhamento. O Critério de Rayleigh (C) [8] estabelece que a reflexão é altamente difusa e a onda refletida especular é desprezível quando:

$$C = \frac{4\pi SD\cos\theta_i}{\lambda} > 10 \tag{2.12}$$

onde:

SD é o desvio padrão das irregularidades da superfície relativo à altura média da mesma.

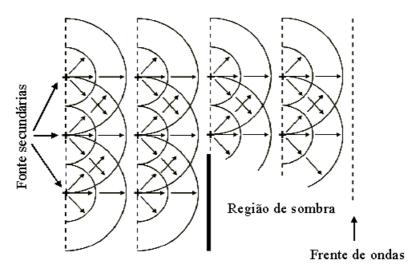
A análise realizada por [19] conclui que, nas freqüências em torno de 2 GHz (freqüência de operação de sistemas de comunicação móvel de terceira geração), reflexões em paredes de prédios não são nem puramente especulares, nem totalmente difusas. O mesmo é válido para reflexões no solo, onde a rugosidade é usualmente maior, mas o ângulo de incidência é bem próximo de 90°. Porém, quando o ângulo de incidência é pequeno, reflexões difusas predominam tanto nas paredes de prédios quanto no solo.

## 2.3.3. Difração

A difração é o mecanismo de propagação capaz de explicar a presença de campos eletromagnéticos em regiões nas quais, pela Óptica Geométrica clássica, os mesmos não existiriam.

A difração ocorre quando os raios encontram a borda de uma superfície, a aresta formada pela intersecção de duas superfícies, o vértice de um sólido ou quando os raios incidem de forma rasante sobre uma superfície curva. Tais obstáculos podem ser naturais ou artificiais em ambiente urbano, suburbano e rural. A difração é mais importante em freqüências baixas, mas não desprezível em 2 GHz.

O fenômeno da difração pode ser explicado através do Princípio de Huygens: cada ponto em uma frente de ondas funciona como uma fonte de ondas secundárias (elementares) que se combinam de forma a produzir uma nova frente de ondas na direção de propagação.



**Figura 2.2** – Princípio de Huygens: o comportamento das ondas de raios na presença de obstáculos

Considerando a figura anterior, através do Princípio de Huygens, fontes pontuais da região não obstruída emitem frentes de ondas secundárias que iluminam a região situada atrás do obstáculo (região de sombra). A quantidade dessa energia difratada é dependente do ponto de observação e da freqüência. Em geral, quanto maior a freqüência e quanto mais próximo estiver o observador dos obstáculos na região de sombra, menor será a energia difratada. Isto justifica a escolha de portadoras de baixa freqüência para permitir a propagação de sinais em áreas sombreadas [20]. Uma análise através da teoria eletromagnética mostra que a onda incidente induz correntes no obstáculo e que o campo irradiado por essas correntes constitui-se no campo difratado.

No tratamento da difração, Fresnel suplementou a teoria de Huygens ao adicionar contribuições correspondentes a interferências construtivas e destrutivas para o campo total recebido [21]. Fresnel também subdividiu o espaço entre a fonte e o ponto de observação (receptor) em elipsóides concêntricos com raios dependentes da frequência, denominados elipsóides de Fresnel. Como aplicação destes, ao modelar os efeitos da difração como atenuação na intensidade do sinal, Bertoni [22] utilizou os elipsóides de Fresnel para determinar obstáculos relevantes em uma dada frequência qualquer.

Campos difratados são freqüentemente calculados através da Teoria Geométrica da Difração ou através das fórmulas heurísticas da Teoria Uniforme da Difração (UTD). Do ponto de vista prático, a UTD é a técnica que melhor combina precisão de resultados com eficiência computacional [2]. Isto porque suas equações são facilmente implementáveis, comportam-se adequadamente na região de transição luz-sombra, além de considerar

polarização, rugosidade da superfície local e propriedades elétricas dos materiais que constituem a borda dos obstáculos.

Tratando uma cunha como uma fonte secundária de ondas difratadas que podem ser refletidas e difratadas antes de alcançar o receptor, a UTD inclui a difração na teoria de raios. Assim, para um dado ponto fonte (F) e um ponto de recepção (O), a difração de uma onda em uma cunha é representada por um raio simples cuja contribuição para o campo é atenuada por um coeficiente complexo.

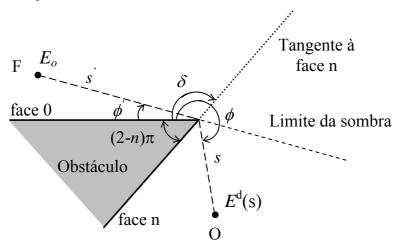


Figura 2.3 – A geometria para difração em obstáculos com bordas utilizando UTD

Na figura 2.3, se  $E_0$  é o campo na fonte, então a UTD calcula o campo no ponto de recepção segundo a equação:

$$E^{d}(s) = E_0 \overline{D} A(s', s) e^{-jks}$$
(2.13)

onde:  $\overline{D}$  representa o par de coeficientes de difração da cunha (polarizações *hard* e *soft*), s e s são as distâncias percorridas pelo raio da fonte para a cunha e desta para o ponto de recepção, respectivamente, A(s', s) é o fator de espalhamento que descreve a variação de amplitude do campo difratado,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  é o número de onda e  $e^{-jks}$  é um fator de fase.

A forma de A(s', s) depende do tipo de onda incidente considerada. Para ondas esféricas, o mesmo é dado por:

$$A(s',s) = \sqrt{\frac{s'}{s(s'+s)}}$$
 (2.14)

Apesar de apresentar problemas, principalmente quando o raio difratado está próximo às paredes formadoras da aresta ( $\phi \approx 0$  ou  $n\pi$ ) [25], um coeficiente de difração heurístico muito utilizado em cunhas com condutividade finita, foi proposto inicialmente por Luebbers [25]:

$$D_{s,h} = G_{0_{s,h}} \left( D_2 + \Gamma_{0_{s,h}} D_4 \right) + G_{n_{s,h}} \left( D_1 + \Gamma_{n_{s,h}} D_3 \right)$$
 onde:

os índices 0 e n fazem referência às respectivas faces, segundo a figura 2.3;

os índices h e s representam a polarização hard (campo E perpendicular em ambas as faces da cunha) e polarização soft (campo E paralelo a ambas as faces da cunha)<sup>2</sup>;

 $\Gamma_{0_{s,h}}$  e  $\Gamma_{n_{s,h}}$  correspondem aos coeficientes de reflexão (*soft* e *hard*) em relação às faces 0 e n, respectivamente, já definidos nas equações 2.6 e 2.7;

 $G_{0_{s,h}}$  e  $G_{n_{s,h}}$  são fatores na situação de incidência rasante ( $\phi' \approx n\pi$ ) para as faces 0 e n, respectivamente:

$$G_{0_{s,h}} = \begin{cases} \frac{1}{1 + \Gamma_{0_{s,h}}}, & \phi' = 0, & |1 + \Gamma_{0}| > 0 \\ 1/2, & \phi' = n\pi \\ 1, & \text{outros casos} \end{cases}$$
 (2.16)

$$G_{n_{s,h}} = \begin{cases} \frac{1}{1 + \Gamma_{n_{s,h}}}, & \phi' = n\pi, |1 + \Gamma_n| > 0\\ 1/2, & \phi' = 0\\ 1, & \text{outros casos} \end{cases}$$
 (2.17)

$$D_{1} = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \operatorname{sen} \delta} \cot \left(\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right) F\left[kLa^{-}(\phi - \phi')\right]$$
(2.18)

$$D_{2} = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \operatorname{sen} \delta} \cot \left(\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right) F\left[kLa^{-}(\phi + \phi')\right]$$
(2.19)

$$D_3 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \operatorname{sen} \delta} \cot \left(\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right) F[kLa^+(\phi - \phi')]$$
(2.20)

$$D_4 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \operatorname{sen} \delta} \cot \left(\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right) F[kLa^+(\phi + \phi')]$$
(2.21)

12

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> É importante ressaltar que as polarizações *hard* e *soft* da difração são definidas relativamente às faces da cunha, enquanto que as da reflexão são definidas em relação ao plano de incidência.

onde:

n é o fator de abertura da cunha cujo ângulo é menor do que 180°;

 $\delta$  é o ângulo entre o eixo do cone de ondas incidentes (cone de Keller) e a tangente à aresta da cunha (coincidindo com a própria aresta no caso de arestas retas) [23];

 $\phi$  é o ângulo entre o raio difratado e a face 0 da cunha;

 $\phi'$  é o ângulo entre o raio incidente e a face 0 da cunha;

L é um parâmetro de distância que, no caso de ondas incidentes esféricas e planas [18], é dado por:

$$L = \left(\frac{ss'}{s+s'}\right) \operatorname{sen}^2 \delta \tag{2.22}$$

 $a^{\pm}(\beta)$  representa uma medida de separação angular entre o ponto de observação e uma fronteira de incidência ou reflexão, sendo expresso por:

$$a^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right)$$
 (2.23)

com:

$$\beta = \phi \pm \phi' \tag{2.24}$$

Na equação 2.20, N são os valores inteiros mais próximos que satisfazem as equações:

$$2\pi nN^+ - \beta = \pi$$
, estando  $N^+$  relacionado a  $a^+$  (2.25)

$$2\pi nN^- - \beta = \pi$$
, estando  $N^-$  relacionado a  $a^-$  (2.26)

$$F[X] = 2j\sqrt{X} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau^2}$$
é a função de transição de Fresnel (2.27)

Implementando-se o algoritmo disponível em [18], pode-se observar o comportamento de módulo e fase da função de transição de Fresnel, de acordo com o gráfico seguinte:

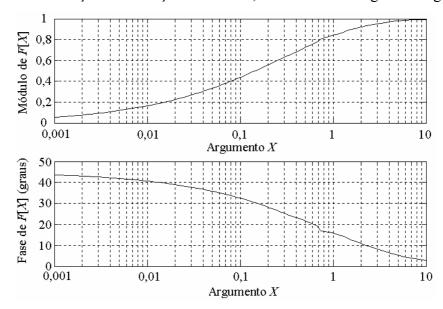


Figura 2.4 – Função de transição de Fresnel

# 2.4. Teoria de traçado de raios

O modelo determinístico (teórico) de traçado de raios (*Ray Tracing*) é largamente utilizado na predição de cobertura<sup>3</sup> de sistemas de comunicações móveis, tanto em ambientes exteriores (*outdoor*) quanto interiores (*indoor*). Utiliza-se o traçado de raios para identificar os possíveis percursos de raios entre um transmissor e um receptor em canais com efeito de multipercurso. Uma vez identificados os percursos, técnicas eletromagnéticas de alta freqüência (tais como a UTD) são aplicadas para calcular a amplitude, a fase, o retardo e a polarização de cada raio. E, num passo final desse tipo de análise, executa-se a combinação coerente de todos os raios que chegam ao receptor, considerando o tipo da antena e a largura de faixa do sistema.

O uso da teoria eletromagnética confere aos modelos teóricos grande vantagem em termos de confiabilidade dos valores preditos. Além disso, outra característica favorável é o fato de que modelos dessa forma, pela sua própria natureza, podem ser aplicados sem maiores restrições aos mais variados tipos de ambientes. As maiores desvantagens que podem ser citadas são a maior dificuldade de implementação em relação a modelos empíricos e a exigência de recursos computacionais significativamente maiores, em termos de memória e tempo de processamento [23].

A literatura descreve basicamente duas abordagens para o traçado de raios através do canal de propagação: *Shooting-and-Bouncing Ray* (SBR) ou "método da força bruta" e a Teoria das Imagens (*Image Theory* – IT).

O método da força bruta consiste no lançamento forçado de raios pelo transmissor em um conjunto discreto (finito) de direções de um espaço amostral, obtido após a especificação de uma constante de separação angular entre os raios lançados. E, no receptor, uma esfera de raio não desprezível é utilizada para capturar os raios que passam próximos à mesma.

Por outro lado, a IT utiliza imagens ópticas do transmissor e dos pontos de difração, considerando as superfícies como refletoras, gerando um número de raios consideravelmente menor que a SBR, uma vez que somente percursos que, de fato, existem entre receptor-transmissor são considerados. A IT é mais utilizada em ambientes pequenos e simples, enquanto que a SBR é mais adequada para ambientes grandes e complexos [2].

O grande inconveniente das técnicas de traçado de raios é que, dependendo da quantidade de mecanismos de propagação considerados, se um número exaustivo de busca de

14

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> A cobertura radioelétrica é obtida através da determinação dos campos resultantes da interação — reflexão, refração e difração — do campo irradiado por uma antena transmissora com os obstáculos de ambiente dentro de um limiar.

percursos possíveis entre transmissor—receptor for solicitado, o tempo de computação exigido torna-se extremamente alto. Dessa forma, técnicas de aceleração devem ser implementadas, tais como as descritas em [25] e [27]. Técnicas de aceleração fazem uso de um grafo de visibilidade, isto é, de uma lista em disposição de árvore de elementos de interações possíveis entre transmissor—receptor. No caso da Teoria das Imagens, o grafo de visibilidade, também chamado árvore de imagens, contém apenas um número máximo restrito de raios, evitando o mapeamento de raios irrelevantes, que não atingirão um dado ponto de recepção depois de determinado número de reflexões [24].

Dada a simplicidade do cenário simulado, o método escolhido nesse trabalho para a determinação de trajetórias associadas aos mecanismos de propagação foi a IT. O algoritmo implementado para obter os resultados simulados neste trabalho separa as trajetórias em três classes de raios distintas:

- 1. Transmissor–Receptor (Tx-Rx)
- 2. Transmissor-múltiplas reflexões-Receptor
- 3. Transmissor-difração-Receptor

# 2.5. Parâmetros de dispersão

Após a determinação das trajetórias associadas às múltiplas reflexões e difrações, a UTD é, então, utilizada na predição do campo eletromagnético e, consequentemente, diversos parâmetros fundamentais para a caracterização do canal rádio podem ser estimados em diferentes pontos do ambiente. Dentre os parâmetros mais utilizados, têm-se:

#### 2.5.1. Perfil de Retardos de Potência (*Power Delay Profile*)

O gráfico que mostra para cada componente significativa de multipercurso, sua potência e o instante de tempo de chegada é denominado perfil de retardos de potência. A partir dele, pode-se extrair alguns parâmetros importantes para a caracterização da dispersão temporal do canal, tais como [1],[10],[28]:

Retardo Excedido Médio (*Mean Excess Delay*): descreve o atraso de propagação médio das componentes em relação à primeira componente que chega ao receptor. Representa assim, o primeiro momento do perfil de retardos de potência, sendo definido como:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{k} P(\tau_k) \tau_k}{\sum_{k} P(\tau_k)}$$
 (2.28)

onde:  $P(\tau_k)$  é a potência (em escala linear) da componente k de multipercurso,  $\tau_k$  é o atraso de propagação da k-ésima onda (raio) em relação à incidência do primeiro sinal (raio).

■ Espalhamento do Retardo RMS (*RMS Delay Spread*): mede o espalhamento temporal do perfil de retardos em torno do retardo excedido médio (valores típicos são da ordem de microsegundos em canais móveis exteriores — *outdoor* - e da ordem de nanosegundos em canais móveis confinados - *indoor*) [10]. Em sistemas digitais, o espalhamento do retardo RMS provoca interferência intersimbólica, limitando a taxa de símbolos máxima a ser utilizada no canal. O espalhamento do retardo RMS representa a raiz quadrada do segundo momento central de perfil de retardos de potência, sendo definido como:

$$\tau_{rms} = \sigma_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{k} (\tau_{k} - \bar{\tau})^{2} P(\tau_{k})}{\sum_{k} P(\tau_{k})}}$$
(2.29)

onde:  $P(\tau_k)$  é a potência (linear) da componente k de multipercurso,  $\tau_k$  é o atraso de propagação da k-ésima onda (raio) em relação à incidência do primeiro sinal (raio) e  $\bar{\tau}$  é o retardo excedido médio.

Espalhamento Temporal Excedido (Excess Delay Spread): indica o atraso máximo, relativo à primeira componente recebida, para o qual a energia cai de um certo nível (X dB estipulado) abaixo do maior nível recebido, sendo definido como:

$$\tau_{\text{max}}(X) = \tau_X - \tau_0 \tag{2.30}$$

onde:  $\tau_0$  é o tempo de chegada do primeiro sinal (raio),  $\tau_X$  é o tempo de chegada do último sinal (raio) com nível de potência ainda acima do limite X dB e abaixo do sinal de maior amplitude (não necessariamente o primeiro sinal detectado).

O espalhamento temporal excedido (*Excess Delay Spread*) define a extensão temporal do canal de rádio acima de um determinado limiar de recepção. O valor de  $\tau_x$  é algumas vezes chamado de tempo de espalhamento da intensidade de potência, mas em todos os casos deve ser relatado como um limiar que relaciona o ruído com as componentes máximas recebidas do multipercurso [1].

Na prática, valores para estes parâmetros de dispersão temporal dependem da escolha do limiar de ruído usado para processar o nível de potência recebida  $P(\tau_k)$ . O limiar a ser adotado não deve ser muito baixo para que o ruído não seja processado como componente de multipercurso, aumentando assim os valores dos espalhamentos [1]. Os parâmetros temporais

mostrados anteriormente são muito úteis para se analisar o desempenho da comunicação quanto à taxa de erros.

#### 2.5.2. Banda de Coerência

A banda de coerência é uma medida estatística da faixa de freqüências na qual um canal atua de forma igual (uniforme) ou, ao menos, de forma muito próxima à igualdade, sobre todas as freqüências de um sinal através dele transmitido. A forma de definição da banda de coerência não é única, mas é comumente relacionada a parâmetros de dispersão temporal do sinal. Se for definida como a banda na qual a função de correlação entre as freqüências está acima de 90% (0,9), a banda de coerência é dada, aproximadamente, por [1],[10]:

$$B_c = \frac{1}{50\tau_{ms}} \tag{2.31}$$

onde  $\tau_{rms}$  = espalhamento do retardo RMS [s].

Se a definição é menos rígida, de forma que a banda de coerência seja definida para a faixa de frequências com correlação superior a 50% (0,5) apenas, a definição fica [1]:

$$B_c = \frac{1}{5\tau_{\text{rms}}} \tag{2.32}$$

Não existe um relacionamento exato entre a banda de coerência e o espalhamento do retardo RMS, sendo as relações 2.31 e 2.32 estimativas empíricas. Como foram obtidas empiricamente, muitas das vezes tais relações não são observadas na prática, sendo citadas apenas para ilustrar, de forma qualitativa, a variação na banda de coerência conforme a correlação estipulada. Em geral, técnicas de análise espectral e simulações são necessárias para determinar o impacto que a variação temporal do multipercurso exerce sobre o canal rádio-móvel [10].

Um conceito muito ligado à banda de coerência é o de seletividade. A seletividade nada mais é que o tratamento diferenciado que o canal impõe a faixas de freqüências distintas, por não ter o comportamento plano em todas as freqüências de interesse. Quando a faixa do sinal a ser transmitido é menor que a banda de coerência do canal, o sistema é denominado *faixa estreita*. O sinal será pouco afetado pela seletividade do multipercurso, não sendo necessário o uso de equalizadores para mitigar este problema. Por outro lado, se a faixa do sinal é maior que a banda de coerência do canal, o sistema é chamado *faixa larga*. Portanto, o sinal será muito afetado pela seletividade do canal [10], limitando assim, em sistemas digitais, a taxa máxima de dados que podem ser transmitidos nesse canal, sendo necessário então, o uso de equalizadores apropriados.

# Capítulo 3

## CONCEITOS BÁSICOS DE PROCESSAMENTO DE SINAIS DISCRETOS

Técnicas de processamento de sinais, tais como equalização, arranjos de antenas e detecção, têm sido utilizadas com sucesso em sistemas de comunicação. Particularmente, no caso de sistemas de comunicação móvel, a aplicação destas técnicas pode, além de aumentar a capacidade dos mesmos, melhorar a qualidade da comunicação, reduzindo efeitos de todos os tipos de interferência. Esse capítulo descreve alguns conceitos importantes de processamento de sinais necessários para a caracterização de canais rádio móvel proposta nesta dissertação.

#### 3.1 Sinais discretos

Sinais discretos são representados matematicamente como sequências de números. Na prática, tais sequências são geradas a partir da amostragem periódica de um sinal contínuo. Nesse caso, o valor numérico do n-ésimo número da sequência é igual ao valor do sinal contínuo,  $x_c(t)$ , no tempo nT:

$$x[n] = x_c(nT), \qquad -\infty < n < \infty \tag{3.1}$$

A quantidade T é chamada período de amostragem e o seu recíproco,  $f_s = 1/T$ , é a freqüência de amostragem, expressa em amostras por segundo. Costuma-se expressar também a freqüência de amostragem como  $\Omega_s = 2\pi/T$ , em radianos por segundo. A seqüência x[n] é definida apenas para valores inteiros de n, sendo, portanto, incorreto pensar que x[n] seja zero para n não inteiro.

## 3.2 Seqüências básicas e operações com sinais discretos

No processamento de sinais discretos, seqüências podem ser manipuladas de várias formas: i) as operações de soma e multiplicação entre duas seqüências são realizadas amostra por amostra, respectivamente; ii) a multiplicação de uma seqüência x[n] por um escalar  $\alpha$  é definida através da multiplicação de cada amostra por  $\alpha$ ; iii) uma seqüência y[n] é dita ser uma versão atrasada ou deslocada de uma seqüência x[n] se:

$$y[n] = x[n - n_0]$$
onde  $n_0$  é um inteiro. (3.2)

No contexto de sinais discretos, são de particular importância as sequências descritas nas seções 3.2.1 a 3.2.4.

# 3.2.1 Seqüência impulso unitário

A sequência impulso unitário, também chamada de delta de Kroenecker, é definida através da sequência:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 0 \\ 0, & \text{se } n \neq 0 \end{cases}$$
 (3.3)

Uma das propriedades mais importantes acerca da sequência impulso, propriedade da amostragem, é que uma sequência arbitrária pode ser representada como uma soma de impulsos deslocados. Generalizando, uma sequência qualquer pode ser expressa como:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]$$
(3.4)

## 3.2.2 Seqüência degrau unitário

A sequência degrau unitário é dada por:

$$u[n] = \begin{cases} 1, & \text{se } n \ge 0 \\ 0, & \text{se } n < 0 \end{cases}$$
 (3.5)

Da propriedade da amostragem (equação 3.4), segue que a seqüência degrau unitário está relacionada ao impulso por:

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$$
(3.6)

## 3.2.3 Seqüências exponenciais

A forma geral de uma sequência exponencial é:

$$x[n] = A\alpha^n \tag{3.7}$$

Se A e  $\alpha$  são números reais, então a seqüência é real. Se  $0 < \alpha < 1$  e A é positivo, então a seqüência tem valores positivos e decrescentes. Se -1 <  $\alpha$  < 0, a seqüência é decrescente em magnitude, mas os sinais de suas amostras se alternarão. Se  $|\alpha| > 1$ , então a seqüência é crescente em magnitude (alternando sinais caso  $\alpha$  < 0).

# 3.2.4 Seqüências senoidais

Uma sequência senoidal possui a forma geral:

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n + \phi), \qquad \forall n$$
(3.8)

onde A e  $\phi$  são constantes reais,  $\omega_0$  é a frequência em radianos e  $\theta$  é o ângulo de fase.

A sequência exponencial  $A\alpha^n$ , com  $\alpha$  complexo, possui partes real e imaginária que são senóides ponderadas exponencialmente. Especificamente, se  $\alpha = |\alpha| e^{j\omega_0}$  e  $A = |A| e^{j\phi}$ , a sequência  $A\alpha^n$  pode ser expressa pela equação:

$$x[n] = |A| |\alpha|^n \cos(\omega_0 n + \phi) + j |A| |\alpha|^n \sin(\omega_0 n + \phi)$$
(3.9)

Quando  $|\alpha| = 1$ , a sequência (3.9) assume a forma seguinte e é chamada de sequência exponencial complexa:

$$x[n] = |A|\cos(\omega_0 n + \phi) + j|A|\sin(\omega_0 n + \phi)$$
(3.10)

O fato de *n* ser sempre inteiro na equação (3.10) resulta em duas diferenças importantes de propriedades entre sequências senoidais e sequências exponenciais complexas contínuas:

- i) ao contrário da função senoidal contínua que é sempre periódica, a sequência será periódica somente se x[n] = x[n+N] para todo n inteiro e  $N = \frac{2\pi k}{\omega_0}$ , onde k é um inteiro;
- ii) senóides amostradas em freqüências diferentes podem gerar seqüências idênticas. Esse efeito, conhecido como *aliasing* ou superposição, pode ocorrer na amostragem de uma função contínua e será posteriormente detalhado.

#### 3.3 Sistemas discretos

Oppenheim *et al* [29] definem um sistema discreto como uma transformação que mapeia uma sequência de entrada com valores x[n] em uma sequência de saída com valores y[n]:

$$y[n] = T\{x[n]\}$$
 (3.11)

Dependendo das propriedades estabelecidas para a transformação  $T\{\cdot\}$ , definem-se classes gerais de sistemas discretos com representações matemáticas gerais, como as que seguem nas seções 3.3.1 a 3.3.5.

## 3.3.1 Memória

Um sistema possui memória se as amostras da seqüência de saída dependem de amostras passadas da seqüência de entrada. Em outras palavras, se o sistema precisa armazenar amostras do sinal de entrada para obter o sinal de saída, então o sistema possui memória. Sistemas que não têm essa necessidade são chamados sistemas sem memória.

#### 3.3.2 Linearidade

A classe de sistemas lineares é definida pelo princípio da superposição. Se  $y_1[n]$  e  $y_2[n]$  são as respostas de um sistema quando  $x_1[n]$  e  $x_2[n]$  são suas respectivas entradas, então, o sistema é linear se e somente se:

$$T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} = y_1[n] + y_2[n]$$
(3.12)

$$T\{ax[n]\} = aT\{x[n]\} = ay[n]$$
 (3.13)

onde *a* é uma constante arbitrária. A primeira propriedade (3.12) é chamada aditividade e a segunda (3.13), homogeneidade. Essas duas são combinadas no princípio da superposição:

$$T\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = aT\{x_1[n]\} + bT\{x_2[n]\}$$
para constantes  $a \in b$  arbitrárias. (3.14)

Estendendo o princípio para um conjunto de *N* entradas, a equação (3.14) pode ser reescrita como:

$$T\left\{\sum_{i=1}^{N} a_i x_i[n]\right\} = \sum_{i=1}^{N} a_i T\left\{x_i[n]\right\} = \sum_{i=1}^{N} a_i y_i[n]$$
(3.15)

onde  $y_i[n]$  é a resposta do sistema para a entrada  $x_i[n]$ .

# 3.3.3 Invariância com o tempo

Um sistema é invariante com o tempo quando um deslocamento no tempo ou retardo na sequência de entrada causa um deslocamento correspondente na sequência de saída, isto é:

$$y[n-k] = T\{x[n-k]\}$$
 (3.16)

Muitas vezes, essa mesma propriedade é chamada invariância com o deslocamento. Isso porque, ainda que em grande parte das vezes o índice *n* represente o tempo, a propriedade é definida exatamente da mesma forma para o caso de qualquer outra grandeza, como o espaço, por exemplo.

#### 3.3.4 Causalidade

Um sistema é dito causal se as amostras do sinal de saída dependem apenas da amostra atual e das amostras passadas do sinal de entrada. Um sistema não causal, por outro lado, dependerá também de amostras futuras do sinal.

Sistemas em tempo real são invariavelmente causais. Isso porque é impossível, em tempo real, obter amostras futuras do sinal de entrada.

#### 3.3.5 Estabilidade

Existem vários critérios para determinar a estabilidade de um sistema digital. O mais comum é chamado entrada limitada, saída limitada (BIBO – *Bounded Input*, *Bounded Output*). Esse critério diz que um sistema estável deve fornecer uma resposta limitada (finita) se a entrada for um sinal limitado.

#### 3.4 Sistemas lineares invariantes com o tempo

Uma classe de sistemas com aplicações importantes em todas as áreas da Engenharia Elétrica é aquela em que sistemas combinam linearidade e invariância com o tempo, os lineares invariantes com o tempo (LTI). Representando entradas complexas como a combinação linear de sinais básicos, tais como o impulso, sistemas LTI utilizam o princípio da superposição para determinar o sinal de saída, simplificando, assim, a caracterização de muitos processos físicos.

Sistemas LTI podem ser completamente caracterizados através de sua resposta ao impulso. Considerando que y[n] representa a saída do sistema quando a entrada é o sinal x[n] e lembrando que x[n] pode ser escrito segundo a equação (3.4), tem-se que:

$$y[n] = T\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n-k]\right\}$$
(3.17)

Aplicando o princípio da superposição, descrito na equação (3.15), e representando  $h_k[n]$  como a resposta do sistema quando submetido a uma entrada  $\delta[n-k]$ , um impulso ocorrendo em n=k, segue que:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]T\{\delta[n-k]\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h_k[n]$$
(3.18)

O sistema também é, por definição, invariante com o tempo. Isso significa que aplicar um atraso no sinal de entrada provoca apenas um atraso no sinal de saída. Matematicamente, se  $T\{\delta[n]\}=h[n]$ , então,  $T\{\delta[n-k]\}=h[n-k]$ . Com essa restrição adicional, a equação (3.18) pode ser reescrita como:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$$
(3.19)

A operação expressa na equação (3.19), comumente chamada de soma de convolução, é muito importante no contexto de processamento de sinais por sistemas lineares. Assim, conhecendo a resposta do sistema ao impulso, h[n], é possível obter a resposta devido a qualquer outro sinal de entrada, x[n], simplesmente efetuando a operação dada. A soma de convolução é representada também pela notação:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$
 (3.20)

Assim como a função impulso é realizável em sua versão discreta, ao contrário de sua versão contínua, a convolução discreta representa uma operação diretamente implementável, e não apenas uma abstração para a análise de sistemas. Para implementá-la, as duas seqüências x[n] e h[n-k] são multiplicadas entre si no intervalo  $-\infty < k < \infty$  e os produtos são somados para calcular a amostra de saída y[n]. Para obter outra amostra de saída, a origem da seqüência h[-k] é deslocada para a nova posição da amostra e o processo é repetido.

## 3.5 Propriedades de sistemas lineares invariantes com o tempo

Uma vez que todos os sistemas LTI são descritos pela soma de convolução, as propriedades dessa classe de sistemas são definidas pelas propriedades da convolução discreta. As seções 3.5.1 a 3.5.6 relacionam as propriedades principais.

#### 3.5.1 Elemento neutro

O elemento neutro da convolução e, portanto, dos sistemas LTI é a função impulso, ou seja:

$$x[n] * \delta[n] = x[n] \tag{3.21}$$

A propriedade do deslocamento se propaga do impulso para a função com ele convoluída, isto é:

$$x[n] * \delta[n-k] = x[n-k]$$
(3.22)

#### 3.5.2 Comutatividade

A ordem dos sinais em convolução pode ser trocada, isto é:

$$x[n]*h[n] = h[n]*x[n]$$
 (3.23)

Essa propriedade implica que:

- um sistema com resposta ao impulso h[n] e sinal de entrada x[n] se comporta exatamente da mesma forma que um sistema com resposta ao impulso x[n] e sinal de entrada h[n];
- é irrelevante se h[n] ou x[n] é refletido e deslocado para a convolução.

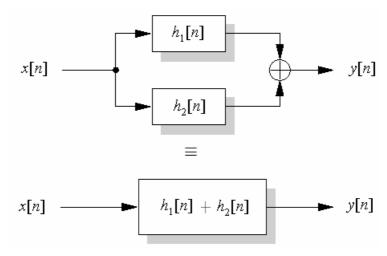
#### 3.5.3 Distributividade ou conexão paralela

A convolução é distributiva e essa propriedade é um resultado direto da linearidade e comutatividade da convolução. Matematicamente,

$$x[n]*(h_1[n]+h_2[n]) = x[n]*h_1 + x[n]*h_2$$
(3.24)

Na prática, essa propriedade indica que o sistema composto pela aplicação paralela de dois sistemas diferentes pode ser condensado em um único sistema cuja resposta ao impulso

seja dada pela soma das respostas ao impulso dos sistemas originais. O recíproco também é verdade, ou seja, um sistema qualquer pode ser decomposto em vários subsistemas atuando em paralelo. Esquematicamente:



**Figura 3.1** Conexão paralela de dois sistemas LTI representados por um único equivalente.

#### 3.5.4 Associatividade ou cascateamento

No cascateamento, a saída de um sistema é a entrada de um outro, de modo que, a saída do último sistema é a resposta global. Dessa forma, a resposta ao impulso h[n] de dois sistemas LTI em cascata, com respostas impulsivas individuais  $h_1[n]$  e  $h_2[n]$ , é dado por:

$$h[n] = h_1[n] * h_2[n]$$
(3.25)

Como consequência da propriedade comutativa, segue que a ordem dos sistemas na cascata não interfere na resposta impulsiva global, conforme ilustrado na figura abaixo:

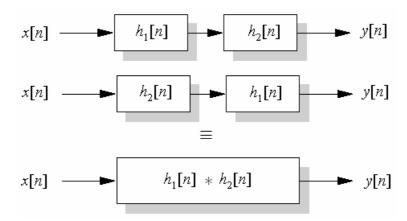


Figura 3.2 Três sistemas LTI com respostas impulsivas idênticas.

Uma das possíveis aplicações de um sistema em cascata é o desenvolvimento de um sistema inverso. Se a conexão em cascata satisfaz a relação:

$$h_1[n] * h_2[n] = \delta[n] \tag{3.26}$$

então,  $h_1[n]$  é considerado o inverso de  $h_2[n]$  e vice-versa. Esse tipo de conceito é fundamental para a compreensão de equalização de canais, uma vez que o equalizador é justamente um sistema inverso ao do canal, corrigindo as distorções introduzidas pelo meio de transmissão.

#### 3.5.5 Causalidade

A classe de sistemas causais foi definida na seção 3.3.4 como aquela cuja saída  $y[n_0]$  depende somente das amostras de entrada x[n], para  $n \le n_0$ . Segue da equação (3.19) que esta definição implica em causalidade de sistemas LTI se a resposta impulsiva h[n] satisfaz a relação:

$$h[n] = 0, \qquad \forall n < 0 \tag{3.27}$$

#### 3.5.6 Estabilidade

A seção 3.3.5 definiu um sistema estável no sentido BIBO como aquele cuja saída é limitada se a entrada for limitada. Sistemas LTI são estáveis se, e somente se, a resposta ao impulso é absolutamente somável, isto é, se:

$$S = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty \tag{3.28}$$

### 3.6 Equações de diferenças

Uma subclasse importante de sistemas LTI consiste naqueles em que a entrada x[n] e a saída y[n] satisfazem a equação diferença linear de coeficientes constantes da forma:

$$\sum_{k=0}^{N-1} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-m]$$
(3.29)

A equação (3.29) pode ser reescrita, colocando-se a amostra atual y[n] em função de amostras de x[n] e de amostras passadas de x[n] e y[n], resultando em:

$$y[n] = \frac{1}{a_0} \left( \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-m] - \sum_{k=1}^{N-1} a_k y[n-k] \right)$$
 (3.30)

Sistemas em que a amostra atual do sinal de saída depende de amostras passadas são chamados de sistemas realimentados. Na prática, costuma-se utilizar a transformada  $Z^4$  e suas propriedades na análise e solução de equações de diferenças.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> A transformada Z pode ser vista como uma generalização da transformada de Fourier de tempo discreto.

### 3.7 Filtros digitais

Um filtro digital é um sistema  $T\{x[n]\}$  que seleciona características específicas e desejadas de um sinal de entrada x[n]. Para filtros lineares, a operação de filtragem consiste na convolução realizada no domínio do tempo entre o sinal de entrada e a resposta ao impulso do filtro. Alternativamente, o sinal de saída pode ser calculado através de uma equação de diferenças. No entanto, não importa como o filtro é implementado, o sinal de saída será o mesmo em ambos os casos. Por outro lado, no domínio da frequência, um filtro linear possui a capacidade de selecionar, do sinal de entrada, que frequências estarão presentes no sinal de saída.

Com respeito à resposta impulsiva, filtros podem ser classificados em dois tipos, descritos nas seções 3.7.1 e 3.7.2.

#### 3.7.1 Filtros de resposta finita ao impulso (FIR)

Se o sistema é implementado através de uma equação de diferenças que não contenha termos recursivos (ou seja, a saída não é realimentada à entrada), então o filtro pode ser implementado diretamente através da convolução. Como a resposta ao impulso deve ser finita para ser implementável, esse tipo de filtro é chamado FIR (*Finite Impulse Response*). Em um filtro dessa natureza, todos os pólos são cancelados (exceto os localizados em z = 0) e, portanto, a região de convergência da transformada Z é todo o plano complexo, o que indica uma següência limitada.

Uma consideração importante relacionada a filtros FIR é que os mesmos são sempre estáveis, independentemente dos coeficientes da resposta impulsiva. Isto é consequência direta de (3.28).

Assim, a equação (3.30) com os coeficientes  $a_k$ 's iguais a zero (exceto  $a_0 = 1$ ) representa um filtro FIR de ordem M:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k]$$
 (3.31)

onde os pesos das derivações do filtro (*taps*) são equivalentes à resposta impulsiva do filtro, conforme (3.32):

$$h_F(n) = \begin{cases} b_n, & 0 \le n \le M - 1 \\ 0, & \text{outras amostras} \end{cases}$$
 (3.32)

Outra característica de filtros FIR é a possibilidade de serem projetados de forma a apresentar resposta de fase linear. Esta propriedade será detalhada na seção 3.12.

#### 3.7.2 Filtros de resposta infinita ao impulso (IIR)

A resposta de um filtro de resposta infinita ao impulso é função dos sinais de entrada presentes e passados e dos sinais de saída passados. A equação de diferenças (3.30) representa um filtro IIR (*Infinite Impulse Response*) porque é uma função dos elementos de excitação e resposta. A dependência das saídas passadas (recursividade) faz com que a duração da resposta seja infinita, mesmo quando cessarem os sinais de entrada. Devido a isso filtros IIR são chamados também de filtros recursivos.

Nesse tipo de filtro existe ao menos um pólo não cancelado fora da origem, e a região de convergência se estende do pólo mais externo ao infinito, o que indica que a resposta ao impulso é uma sequência lateral direita.

### 3.8 Representação de sistemas discretos no domínio da freqüência

Representações de sinais em função de senóides ou exponenciais complexas (representações de Fourier) permitem obter informações que não seriam possíveis pela simples análise no domínio do tempo. Muitas das características dos sinais, incluindo efeitos indesejados como ruídos ou ecos, podem ser descritos através de suas características em freqüência. Dessa forma, atenuar freqüências indesejadas ou amplificar freqüências desejadas, através de um processo de filtragem, pode transformar o sinal, realçando apenas as características relevantes.

Em particular, no caso de sistemas LTI, duas propriedades tornam atraente a representação de sinais no domínio da freqüência: i) seqüências exponenciais são autofunções de sistemas LTI; ii) a resposta a uma entrada senoidal é uma senóide com a mesma freqüência de entrada e com amplitude e fase determinadas pelo sistema. Por conta disso, a operação de convolução pode ser descrita de maneira mais simples no domínio da freqüência e a análise de um sistema LTI também é simplificada.

# 3.9 Representação de seqüências através das transformadas de Fourier

A representação de Fourier de uma sequência x[n] não-periódica é expressa pelo par de transformadas:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$
(3.33)

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \tag{3.34}$$

A equação (3.33) constitui a transformada de Fourier de tempo discreto (DTFT), efetuando análise da sequência x[n] para determinar o quanto de cada componente de frequência é necessário para sintetizá-la utilizando (3.34). Por outro lado, (3.34) é uma fórmula de síntese de x[n] e sua realização constitui a operação inversa da transformada de Fourier (IDTFT), representando x[n] como superposição de senóides complexas infinitesimais.

Nota-se, inspecionando (3.33), que a DTFT geralmente é uma função complexa da frequência angular  $\omega = 2\pi f$ , em radianos. Assim, como resposta em frequência, pode-se expressar  $X(e^{j\omega})$  em função das partes real e imaginária, segundo a forma:

$$X(e^{j\omega}) = X_R(e^{j\omega}) + jX_I(e^{j\omega})$$
(3.35)

ou, alternativamente, em função de módulo e fase, também chamados de espectro de magnitude e espectro fase do sinal, respectivamente:

$$X(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})| e^{j\angle X(e^{j\omega})}$$
(3.36)

Uma diferença principal entre a transformada de Fourier contínua no tempo e a equação (3.33) é a periodicidade de  $X(e^{j\omega})$ . É fácil mostrar que  $X(e^{j\omega})$  é periódica com  $T = 2\pi$ :

$$X(e^{j(\omega+2\pi k)}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j(\omega+2\pi k)n}$$

$$= e^{-j2\pi kn} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

$$= X(e^{j\omega}) \qquad \forall k \in \mathbb{Z}$$
(3.37)

Da equação (3.33), observa-se também que a resposta em frequência de um sistema LTI é a transformada de Fourier da resposta ao impulso e, reciprocamente, a resposta impulsiva pode ser obtida através da resposta em frequência, aplicando-se a transformada inversa de Fourier, ou seja:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] e^{-j\omega k}$$
(3.38)

$$h[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega \tag{3.39}$$

Contudo, nem todo sinal pode ser representado através da DTFT. Determinar a classe de sinais que podem ser representados pela equação (3.34) é equivalente a considerar a convergência do somatório infinito na equação (3.33). Dessa forma, uma condição suficiente para a existência da transformada de Fourier requer que:

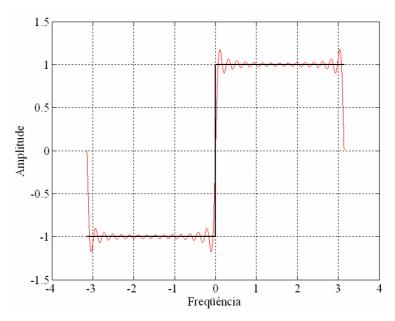
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty \tag{3.40}$$

Isso significa que se x[n] é absolutamente somável, então  $X(e^{j\omega})$  existe. Uma vez que uma seqüência estável é, por definição, absolutamente somável, segue que toda seqüência estável possui transformada de Fourier. Segue também que qualquer sistema estável terá resposta contínua e finita em freqüência. No contexto de sistemas LTI, é o caso de filtros FIR.

É importante destacar que a condição expressa pela equação (3.40) é condição suficiente para existência da DTFT e é condição suficiente e necessária para a convergência uniforme da DTFT. Então, é possível identificar sequências que não satisfaçam o critério de convergência uniforme, mas que ainda assim sejam convergentes no sentido médio quadrático. Funções que não satisfazem o critério de convergência uniforme, em geral, provocam descontinuidades ou outros efeitos espúrios na representação em frequência. Esse é o caso da função salto, representada matematica e graficamente a seguir:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{, se } -\pi \le x < 0 \\ 1 & \text{, se } 0 \le x \le \pi \end{cases}$$
 (3.41)

Além da falha no critério de convergência, a representação por senos e cossenos (funções contínuas) resulta em pequenas distorções junto aos pontos de descontinuidade, conhecidas como fenômeno de Gibbs, que pode ser visualizado nas ondulações (*ripples*) junto às descontinuidades da figura 3.3.

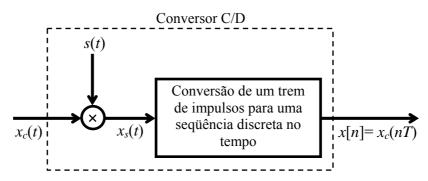


**Figura 3.3** Convergência da transformada de Fourier. O comportamento oscilatório nas descontinuidades é chamado de fenômeno de Gibbs

### 3.10 Amostragem de sinais

Muito embora existam outras possibilidades, o método típico de representação discreta no tempo a partir de sinais contínuos é através da amostragem periódica, operação descrita na equação (3.1).

Matematicamente, é conveniente representar o processo de amostragem em dois estágios, implementado como um conversor ideal (C/D) de tempo contínuo para discreto, de acordo com a figura 3.4. Os estágios consistem em um modulador de trem de impulsos seguido pela conversão em uma seqüência.



**Figura 3.4** Amostragem periódica de sinais.

Para derivar a relação no domínio da frequência entre a entrada e a saída de um conversor ideal C/D é necessário, inicialmente, considerar a conversão de  $x_c(t)$  para  $x_s(t)$  através da modulação do trem de impulsos, s(t):

$$s(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$
(3.42)

A modulação é obtida pelo produto de  $x_c(t)$  por s(t) e o resultado é uma função contínua de tempo  $x_s(t)$  que representa o sinal amostrado:

$$x_s(t) = x_c(t)s(t) \tag{3.43}$$

$$=x_c(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$
(3.44)

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t-nT)$$
 (3.45)

Pela propriedade da modulação em tempo contínuo, a representação em frequência do sinal amostrado é dada por:

$$X_{s}(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_{c}(j\Omega) * S(j\Omega)$$
(3.46)

onde a transformada de Fourier do trem de impulsos periódicos s(t) é também um trem de impulsos periódicos da forma:

$$S(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s), \tag{3.47}$$

Lembrando que o impulso é o elemento neutro da convolução e utilizando a propriedade do deslocamento:

$$X_c(j\Omega) * \delta(\Omega - k\Omega_s) = X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$
(3.48)

Segue que a equação (3.76) pode ser reescrita como:

$$X_{s}(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_{c}(j(\Omega - k\Omega_{s}))$$
(3.49)

A equação (3.49) mostra que o espectro do sinal amostrado consiste na replicação do espectro do sinal original a cada intervalo de  $\Omega_s$  na freqüência, efetivamente o transformando em um espectro periódico em  $\Omega_s$ . A figura 3.5 ilustra o resultado desta amostragem.

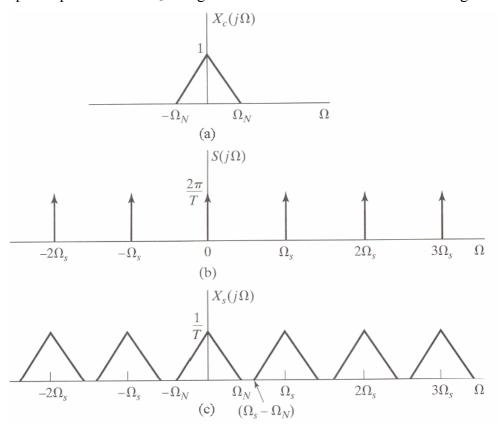


Figura 3.5 Replicação do espectro devido à amostragem. (a) Espectro de um sinal arbitrário.

- (b) Espectro da função de amostragem: trem periódico de impulsos.
  - (c) Espectro do sinal amostrado com  $\Omega_s > 2 \Omega_N$

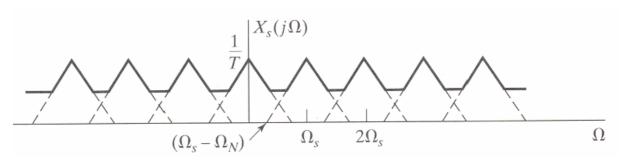
Da figura 3.5(c) é evidente que quando:

$$\Omega_s - \Omega_N > \Omega_N$$
 ou  $\Omega_s > 2\Omega_N$  (3.50)

as réplicas de  $X_c(j\Omega)$  não se sobrepõem. Consequentemente,  $x_c(t)$  pode ser recuperado a partir de  $x_s(t)$  com um filtro passa-baixas ideal.

# 3.11 Aliasing e o Teorema da Amostragem

Se a desigualdade expressa na equação (3.50) não for atendida, isto é, se  $\Omega_s \leq 2\Omega_N$ , ocorrerá superposição de espectros  $X_c(j\Omega)$  e, dessa forma,  $x_c(t)$  não poderá mais ser recuperado a partir de um filtro passa-baixas. As distorções resultantes desta amostragem, ilustradas na figura 3.6, são conhecidas como *aliasing*.



**Figura 3.6** Aliasing: Espectro do sinal amostrado com  $\Omega_s < 2\Omega_N$ .

A distorção de *aliasing*, no entanto, pode ser completamente evitada, caso o sinal a ser amostrado seja limitado em frequência. Esta condição foi estabelecida por Nyquist, em 1928, no Teorema da Amostragem:

Seja  $x_c(t)$  um sinal que não contenha informação acima de determinada frequência, de tal forma que  $X_c(j\Omega)=0$  para  $|\Omega|\geq\Omega_N$ . Então,  $x_c(t)$  é unicamente determinado por suas amostras  $x[n]=x_c(nT), n=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$ , se :

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T} \ge 2\Omega_N \tag{3.51}$$

A frequência  $\Omega_N$  é conhecida como frequência de Nyquist, enquanto que a frequência  $2\Omega_N$  que deve ser excedida pela de amostragem para evitar *aliasing* é chamada taxa de Nyquist.

#### 3.12 Projeto de filtros

De uma maneira geral, o projeto de qualquer filtro envolve três passos interdependentes:

- Geração de especificações apropriadas, dependentes da necessidade de aplicação, e de estudo detalhado das características dos sinais de entrada e de saída;
- Aproximação destas especificações através de um sistema LTI;
- Realização utilizando representação e aritmética de precisão finita.

# 3.12.1 Resposta no domínio do tempo

Em termos de resposta no domínio do tempo, duas características principais são desejáveis em um filtro.

A primeira é a resposta rápida a descontinuidades. Uma vez que o sinal de saída depende de características do sinal de entrada, o filtro não será muito efetivo se estas ocorrem mais rapidamente que a capacidade do filtro de responder a elas. Isto é especialmente verdadeiro quando um filtro é utilizado na detecção de características do sinal de entrada, como ruídos ou interferência de altas freqüências. Por outro lado, se o objetivo do filtro é eliminar justamente estas características, então a resposta lenta pode ser utilizada de maneira favorável.

A segunda característica é a chamada sobre-resposta do sistema. Dependendo do dimensionamento do filtro, o sinal de saída poderá conter ondulações próximas a regiões de descontinuidades, semelhantes à ilustrada na figura 3.3, com a ressalva de que o domínio, neste caso, é o tempo. Em geral, essas ondulações não são desejáveis, mas o projeto de um filtro qualquer pode torná-las arbitrariamente pequenas ou em um nível aceitável.

#### 3.12.2 Resposta no domínio da freqüência

Filtros são normalmente especificados no domínio da frequência, pois no sentido estrito da definição, selecionam do sinal de entrada frequências que devem estar presentes no sinal de saída. A referida seleção é feita por faixas de frequências que devem ser aceitas ou rejeitadas, sendo denominadas de banda de passagem ou de rejeição, respectivamente.

Desta forma, um filtro passa-baixas é aquele em que a banda de passagem contém as componentes de baixas freqüências do sinal de entrada e a banda de rejeição, as altas freqüências. Por outro lado, um filtro passa-altas rejeita as baixas freqüências, permitindo a passagem de altas freqüências. Já um filtro passa-faixa rejeita altas e baixas freqüências, contendo freqüências intermediárias na sua banda de passagem. E, finalmente, um filtro rejeita-faixa é o complementar de um passa-faixa.

Na prática, costuma-se projetar filtros com simetria par, uma vez que uma frequência real no domínio da frequência resulta em uma sequência real no domínio do tempo discreto, facilitando a implementação dos mesmos e justificando a especificação apenas para frequências positivas.

Seja h[n] a resposta ao impulso de um filtro. Então, o sinal de saída y[n] resultante para uma entrada x[n] é a convolução de x[n] com y[n], sendo expressa por:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$
 (3.52)

Da seção 3.9, segue que a representação no domínio da freqüência é dada por:

$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$$
(3.53)

Ou, alternativamente:

$$|Y(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})| |H(e^{j\omega})|$$
(3.54)

$$\angle Y(e^{j\omega}) = \angle X(e^{j\omega}) + \angle H(e^{j\omega}) \tag{3.55}$$

A equação (3.54) representa o condicionamento da magnitude do sinal de entrada pela resposta do filtro. Assim, se, por exemplo, para uma determinada freqüência  $\omega$  o valor de  $|H(\omega)|$  for sensivelmente baixo, esta componente do sinal de entrada será atenuada pelo sinal de saída. Por este motivo, a expressão  $|H(\omega)|$  é chamada resposta em magnitude ou ganho em freqüência do filtro  $H(\omega)$ .

A equação (3.55) representa uma variação na fase do sinal de entrada, recebendo a denominação de resposta em fase ou distorção de fase. O efeito da adição de fases pode gerar descontinuidades no espectro de fase do sinal de saída, o que não chega a ser problema devido ao comportamento periódico da mesma. Distorções de fase, de forma geral, são características indesejadas no sinal de saída. No entanto, é admissível que um sinal seja processado com distorção linear em sua fase, pois isto equivale apenas a um atraso na resposta no domínio do tempo. Admitindo-se fase linear, a equação (3.55) pode ser reescrita como:

$$\angle Y(e^{j\omega}) = \angle X(e^{j\omega}) - k\omega$$
 (3.56) o que implica em:

$$Y(e^{j\omega}) = e^{-jk\omega}X(e^{j\omega}) \tag{3.57}$$

e no domínio do tempo, pela propriedade da transformada de Fourier, isto significa um atraso de *k* amostras no sinal de saída:

$$y[n] = x[n-k] \tag{3.58}$$

A medida de linearidade de fase expressa pela equação (3.56) é conhecida como atraso de grupo, consistindo no negativo da derivada da fase. Genericamente:

$$grd[H(e^{j\omega})] = -\frac{d}{d\omega} \{\arg[H(e^{j\omega})]\}$$
(3.59)

onde grd é o atraso de grupo e  $arg[H(e^{j\omega})]$  refere-se à fase contínua de  $H(e^{j\omega})$  .

Um parâmetro essencial para o projeto de um filtro é a frequência, ou conjunto de frequências, que separa a banda de passagem da de rejeição, conhecida como frequência de corte.

Dado que a resposta em frequência de um filtro discreto é uma função periódica em  $2\pi$ , filtros são especificados com frequências de corte variando entre  $0 e \pi$ . É possível encontrar a

frequência de corte de um filtro discreto a partir da frequência de um filtro analógico, se o período de amostragem *T* for conhecido.

Uma das implicações da equação (3.54) é a possibilidade de eliminar completamente uma componente indesejada de freqüência simplesmente fazendo com que o ganho do filtro naquela freqüência seja nulo. Da mesma forma é possível selecionar sem distorções as freqüências desejadas, fazendo o ganho unitário. Matematicamente, isto é expresso através de:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, \text{se } |\omega| \le \omega_c \\ 0, \text{se } |\omega| > \omega_c \end{cases}$$
(3.60)

onde ω<sub>c</sub> é a freqüência de corte.

A respectiva resposta impulsiva é dada por:

$$h[n] = \frac{\omega_c}{\pi} \operatorname{sinc} \omega_c n \tag{3.61}$$

onde *n* varia de  $-\infty$  a  $+\infty$ .

Na prática, este tipo de filtro (ideal) não é realizável, pois a descontinuidade entre a banda de passagem e a de rejeição resulta em uma sequência não causal e infinita no domínio do tempo. No entanto, filtros ideais são muito úteis, servindo de ponto de partida para uma série de metodologias de projetos.

#### 3.12.3 Projeto de filtros FIR pelo método do janelamento

A principal motivação para o emprego de filtros FIR decorre da propriedade de estabilidade e da possibilidade de apresentar fase linear.

O método mais simples de projetar um filtro FIR é através do método do janelamento, que consiste em truncar a resposta infinita ao impulso de um filtro ideal da seguinte forma:

$$h[n] = \begin{cases} h_d[n], & \text{para } 0 \le n \le N \\ 0, & \text{fora do intervalo} \end{cases}$$
 (3.62)

Uma forma de se obter esta resposta é através da definição de uma sequência do tipo janela retangular w[n]:

$$w[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \le n \le N \\ 0, & \text{fora do intervalo} \end{cases}$$
 (3.63)

o que permite escrevei

$$h[n] = h_d[n]w[n] \tag{3.64}$$

Equivalentemente, no domínio da frequência:

$$H(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) * W(e^{j\omega})$$
(3.65)

Se  $h_d[n]$  é um filtro ideal, sua resposta em freqüência  $H_d(e^{i\omega})$  é uma função retangular centrada na origem, com largura de banda dada pela freqüência de corte  $\omega_c$ . Por outro lado, a resposta em freqüência da seqüência w[n] é dada por [29]:

$$W(e^{j\omega}) = e^{-j\omega\frac{N-1}{2}} \frac{\operatorname{sen}(\omega N/2)}{\operatorname{sen}(\omega/2)}$$
(3.66)

A figura 3.7 ilustra o resultado desta convolução. A aplicação da função janela tem como efeito tornar a transição da banda de passagem para a banda de rejeição mais suave, além de adicionar uma ondulação na banda passante. A queda em  $\omega_c$  será tão mais abrupta quanto mais alta for a ordem N do filtro. A largura da banda de transição está, portanto, diretamente ligada à ordem do filtro. Para uma janela retangular, a faixa de transição é exatamente a largura do lóbulo principal de sua representação em freqüência:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N} \tag{3.67}$$

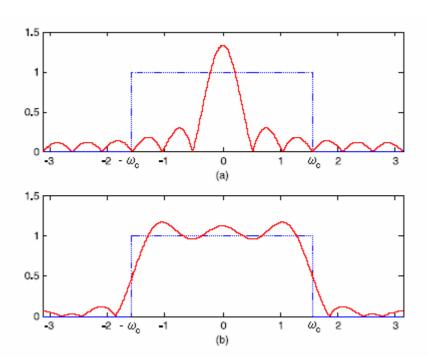


Figura 3.7 Método do janelamento:

- (a) Magnitude de uma janela retangular comparativamente a um filtro ideal
  - (b) Resultado da aplicação da janela retangular em um filtro ideal.

A idéia de janelamento é generalizada, costumando-se utilizar outras sequências para realizar a restrição de domínio do filtro, entre elas as de Bartlett, Hanning, Hamming e Blackman [29].

# **CAPÍTULO 4**

# CARACTERIZAÇÃO DE CANAIS RÁDIO-MÓVEL

Modelos são comumente utilizados na predição e em simulações de sistemas sem fio, conforme já mencionado na introdução desta dissertação. Em função disto, a definição de modelos cada vez mais precisos tem representado um dos grandes desafios na área de telecomunicações. Este capítulo apresenta modelagem de canal rádio-móvel baseada em aspectos físicos de rádio-propagação e em técnicas de processamento de sinais, descritos nos capítulos anteriores.

# 4.1 Caracterização de canais com efeito de multipercurso

Em canais de rádio-propagação, muitos fatores físicos, incluindo multipercurso, velocidade do móvel e os obstáculos influenciam o sinal recebido. Este pode consistir em um grande número de réplicas do sinal transmitido atenuadas, retardadas no tempo e deslocadas em fase. Freqüentemente, o canal rádio-móvel é modelado como um sistema linear variante no tempo, conforme [1].

Sem perda de generalidade e considerando a resposta impulsiva invariante no tempo como um caso especial da resposta impulsiva variante no tempo, o canal de rádio-propagação com efeito de multipercurso pode ser completamente caracterizado através de sua resposta impulsiva equivalente em banda base [31]:

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k \delta(t - \tau_k)$$
(4.1)

onde N é o número de componentes multipercurso e  $\alpha_k$  e  $\tau_k$  são as amplitudes e os retardos individuais, respectivamente. Inclusive, respostas impulsivas de canais faixa ultra-larga (UWB) têm se mostrado essencialmente invariantes no tempo [30].

Alternativamente, o mesmo canal pode também ser completamente caracterizado por sua resposta em frequência, ou seja, pela transformada de Fourier de (4.1):

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k e^{-j\omega_k}$$
 (4.2)

onde  $\omega_k$  é a frequência angular, isto é,  $\omega_k = \frac{2\pi}{\tau_k}$ .

Esse modelo, inicialmente sugerido por Turin [31], é amplamente aceito em ambientes multipercurso interiores (*indoor*) e exteriores (*outdoor*). Posteriormente, esta abordagem foi modificada e utilizada em diferentes ambientes por Suzuki [32], Hashemi [33-34], Ganesh e Pahlavan [35], Rappaport *et* al. [36].

# 4.2 Determinação da resposta impulsiva do canal

Determinar a resposta impulsiva do canal consiste em estimar os parâmetros  $\alpha_k$  e  $\tau_k$  da equação (4.1). Diversos modelos computacionais têm sido desenvolvidos para realizar tal estimação. Um dos mais rigorosos é o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD) que se baseia na solução numérica das equações de Maxwell para ondas eletromagnéticas [10]. Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo baseado na técnica de traçado de raios, técnica esta que permite a implementação de algoritmos eficientes com recursos computacionais (processamento e memória) bem inferiores aos requeridos por uma técnica baseada em FDTD.

Nas técnicas de traçado de raios, ondas eletromagnéticas são aproximadas por frente de ondas planas cuja direção de propagação (raios) é perpendicular aos campos elétricos e magnéticos. Técnicas de traçado de raios são utilizadas para identificar precisamente os possíveis percursos entre transmissor e receptor. Uma vez feito isso, técnicas eletromagnéticas, como a Óptica Geométrica (GO) e a Teoria Uniforme da Difração (UTD), são aplicadas em cada raio para determinação dos campos gerados pela interação (reflexão, refração, difração) do campo irradiado por uma antena transmissora com os obstáculos do ambiente. A partir desses campos e da distância percorrida até alcançar a antena receptora, calcula-se a amplitude e o retardo para cada raio. Pode-se também calcular o campo total recebido, efetuando-se uma soma coerente dos campos dos raios que chegam ao receptor, considerando o diagrama de irradiação da antena e a largura de banda do sistema [24],[25].

O modelo proposto, combinando traçado de raios e a UTD, apresenta soluções aproximadas, que se tornam mais precisas à medida que a freqüência de operação aumenta, podendo ser utilizados em ambientes mais complexos devido a uma demanda computacional relativamente menor.

Esta combinação de teorias modifica o modelo de Turin [31], tornando cada raio individual dependente da freqüência, das propriedades eletromagnéticas dos materiais que constituem o ambiente e da configuração geométrica do mesmo.

# 4.3 Caracterização do canal por filtros digitais

Filtros digitais são normalmente utilizados para fornecer resposta em frequência com uma determinada banda passante de interesse, suprimindo frequências fora dessa faixa. Também podem ser utilizados para compensar distorções na resposta em frequência, tal como é feito na equalização de canais [1]. Morrison e Fattouche [37] realizaram um dos primeiros trabalhos aplicando filtros digitais em outro contexto, o de modelagem de canais rádio-móvel.

Um filtro digital pode ser implementado, conforme mostrado no capítulo 3, como um sistema linear invariante no tempo (LTI), cujas entradas, x[n-k], e saídas, y[n-k], satisfazem uma equação diferença linear de coeficientes constantes da forma [29]:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k] - \sum_{k=1}^{N-1} a_k y[n-k]$$
(4.3)

onde  $a_k$ 's e  $b_k$ 's são os pesos das derivações (taps) do filtro. A ordem do filtro é o maior entre N ou M.

No contexto de modelagem de canal, x[n] representa o sinal transmitido e y[n], o sinal recebido. Uma vez que o sinal recebido, y[n], depende somente do sinal transmitido no instante n e dos (M-1) sinais anteriores, o filtro possui resposta impulsiva finita. A equação (4.3) com os coeficientes  $a_k$ 's iguais a zero representa um filtro FIR de ordem M:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k]$$
 (4.4)

onde os pesos dos taps são equivalentes à resposta impulsiva do filtro, conforme (4.5):

$$h_F(n) = \begin{cases} b_n, & 0 \le n \le M - 1 \\ 0, & \text{outras amostras} \end{cases}$$
 (4.5)

A função de transferência do filtro  $H_F(\omega)$  estendida por um termo de retardo é dada por:

$$H_F(\omega) = e^{-j\omega\tau_b} \sum_{k=0}^{M-1} b_k e^{-j\omega_k}$$
(4.6)

onde o termo  $e^{-j\omega\tau_b}$  está relacionado ao retardo de grupo da resposta em freqüência medida [35].

Fazendo uma inspeção nas equações (4.2) e (4.6), verifica-se que as mesmas são equivalentes quando o teorema de Nyquist é atendido, ou seja, quando a freqüência de amostragem é maior ou igual ao dobro da largura de faixa absoluta da função de transferência. Caso contrário, ocorre o efeito de *aliasing*. Adicionalmente, se  $\tau_b$  =0, N=M e  $\alpha_k$  =  $b_k$ , o modelo do canal dado na equação (4.1) pode ser representado como um filtro FIR, valendo a generalização:

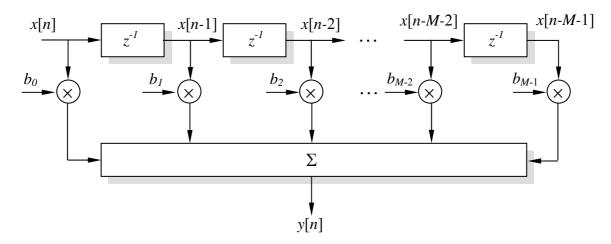
Se

$$H_F(\omega) \equiv H(\omega), \quad 0 \le \omega \le \pi$$
 então, (4.7)

$$h_{F}(n) \equiv h(t), \quad 0 \le k \le M - 1$$
 (4.8)

onde h(t) significa que foi feita na amostragem. Assim, se um filtro FIR possui a mesma resposta em frequência que a do canal, então a resposta impulsiva do filtro representará a resposta impulsiva do canal.

A expressão dada em (4.4) assume um modelo de canal em linha de retardos de *taps*, conforme ilustrado:



**Figura 4.1** – Representação de um canal com efeito de multipercurso através de um filtro FIR.

#### 4.4 Perfil de retardos de potência e a resposta impulsiva do canal

Outra forma de representar o perfil de retardos de potência, além do gráfico citado na seção 2.5.1, é através da resposta impulsiva do canal. O perfil de retardos de potência é o valor esperado do quadrado do módulo de  $h(\tau)$ , isto é [43]:

$$P_{t}(\tau) = \frac{E[\left|h(\tau)\right|^{2}]}{2} \tag{4.9}$$

onde  $h(\tau)$  é a resposta impulsiva do canal definida em função do atraso de propagação  $\tau$  das componentes em relação à primeira componente que chega ao receptor:

$$\tau = t - t_0 \tag{4.10}$$

#### 4.5 Estudo de caso

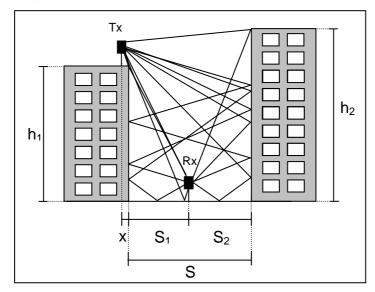
Para promover simulações, foi implementada em MATLAB<sup>TM</sup> uma rotina que permite estimar a resposta em frequência e impulsiva do canal entre um transmissor e um receptor com posições especificadas, em um ambiente exterior bidimensional definido.

A referida rotina é baseada nas técnicas de traçado de raios com o uso da Teoria das Imagens (IT-*Image Theory*). A abordagem eletromagnética adotada para a determinação dos campos foi a Teoria Uniforme da Difração (UTD). A rotina permite ainda que sejam escolhidos os tipos das antenas transmissora e receptora. As antenas definidas na rotina são antenas padrões: isotrópica e dipolo de meia-onda. Nas simulações realizadas neste trabalho, todas as antenas são polarizadas verticalmente em relação ao solo.

Com base nas técnicas de traçado de raios, é possível determinar os retardos  $\tau_k$  e a amplitude  $\alpha_k$  de cada componente de multipercurso (raio). Tais parâmetros que não necessariamente são reais e positivos serão usados em (4.1) para a determinação do modelo de canal.

A Figura. 4.2 ilustra uma das possíveis situações de simulação do cenário 2D em estudo. O campo resultante (campo na antena receptora) nessa situação é calculado a partir da soma coerente das três classes de propagação implementadas na rotina:

- Classe1 Campo direto: representa a propagação em espaço livre [8];
- Classe2 Campos refletidos de múltipla ordem: resultantes da TI [24];
- Classe3 Campos difratados simples: resultantes da UTD [24].



**Figura 4.2** – Ambiente de simulação. O campo na antena receptora Rx é calculado a partir da soma dos raios direto, refletidos e difratados originados a partir da antena transmissora Tx

Da Figura 4.2, definem-se ainda os parâmetros geométricos:

x = distância horizontal da antena  $T_X$  para a borda do prédio onde a mesma está localizada;

 $S_1$  = distância horizontal da borda do prédio onde está situada a antena  $T_X$  até a antena  $R_X$ ;

 $S_2$  = distância horizontal da antena  $R_X$  até a borda do outro prédio;

S = distância entre os prédios;

 $h_1$  = altura do prédio onde está situada a antena  $T_X$ ;

 $h_2$  = altura do outro prédio;

Nos exemplos simulados, as paredes dos prédios foram consideradas como tendo permissividade elétrica relativa igual a 7 e condutividade de 0,2 S/m, enquanto que o solo foi considerado como tendo uma permissividade elétrica relativa de 15 e uma condutividade de 0,05 S/m. A definição desses parâmetros elétricos dos obstáculos seguiu a recomendação sugerida em [38]. Os coeficientes de reflexão adotados nos cálculos são os coeficientes de Fresnel para ambientes exteriores [18], apresentados na seção 2.3.1, e para a difração os coeficientes adotados são os heurísticos descritos por Luebbers [26], apresentados na seção 2.3.3.

#### 4.6 Resultados

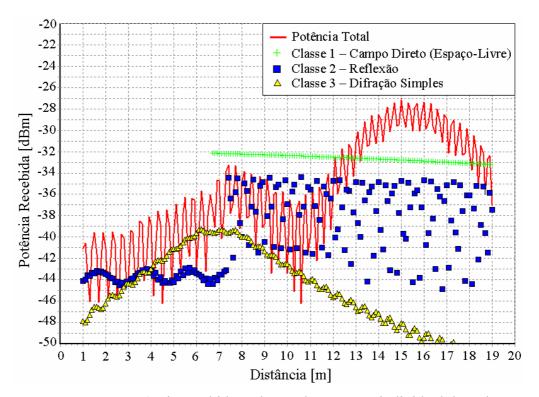
### 4.6.1 Percurso de recepção e perda de propagação

Fixando-se, inicialmente, os parâmetros geométricos da Figura 4.2 em:

x = 1 m;

 $h_1 = 30 \text{ m e } h_2 = 40 \text{m};$ 

aferiu-se o percurso de recepção. Este tipo de análise consiste em se tomar vários pontos de recepção ao longo de um percurso, analisando-se a variação do sinal recebido. Na referida configuração, o percurso de recepção foi definido variando-se a posição da antena receptora de S= 1 até S= 19 m (em passos de 0,5 m). Para todos os pontos de recepção, foram considerados os raios diretos (quando existia), refletidos de até 3ª ordem e difratados. As antenas transmissora e receptora eram isotrópicas e um sinal de 1W (30 dBm), polarizado verticalmente em relação ao solo, foi transmitido em 900 MHz. A figura 4.3 mostra os resultados desta análise, representando, respectivamente, a potência recebida ao longo do percurso das contribuições individuais de cada classe de propagação considerada e a potência recebida total (somatória coerente de todas as contribuições de cada classe de propagação).



**Figura 4.3** – Potência recebida ao longo do percurso individual de cada classe de propagação considerada.

Na literatura [8], o resultado anterior é mais comumente expresso através da diferença entre as potências transmitida e recebida, conhecida como perda de propagação associada ao percurso, apresentada na Figura 4.4.

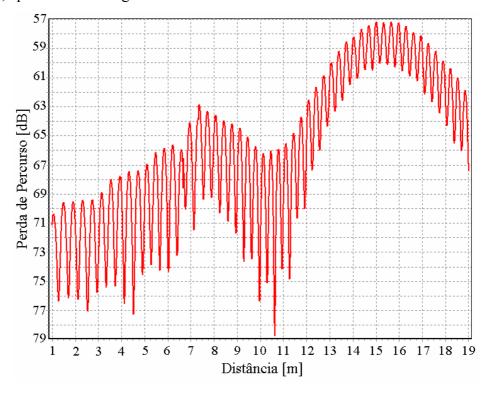
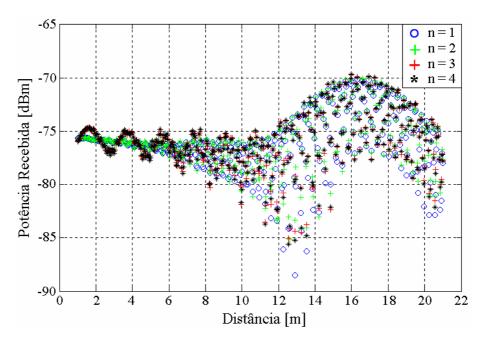


Figura 4.4 – Perda de propagação associada ao percurso.

# 4.6.2 Contribuição da classe de reflexão

Utilizando as mesmas configurações da simulação anterior, verificou-se a contribuição no nível de sinal recebido para ordens progressivas de reflexões, de n=1 a n=4. O resultado, observado na Figura 4.5, mostra que a contribuição de nível de sinal para n>3 é desprezível, razão pela qual, adotou-se n=3 como padrão para todas as simulações deste trabalho.



**Figura 4.5** – Contribuição no nível de sinal recebido para ordens progressivas de reflexão (n=1 a 4)

#### 4.6.3 Resposta em freqüência do canal

O método empregado para a determinação da resposta em freqüência do canal foi o de gerar e transmitir sinais, variando-se a freqüência destes em um intervalo finito, capturando posteriormente a resposta complexa do canal naquele intervalo. Na prática, costuma-se utilizar analisadores de rede para medir as respostas complexas em freqüência [5], [30], [39], [40].

Fixando-se os parâmetros da Figura 4.2 em:

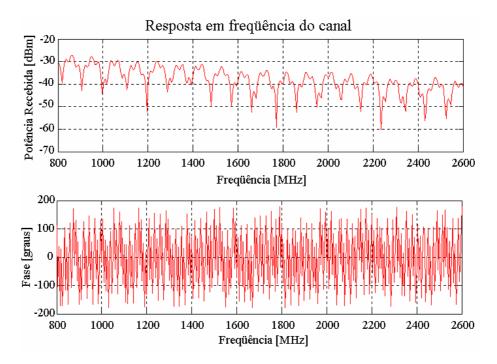
$$x = 1m$$
;

$$S_1 = S_2 = 10 \text{ m};$$

$$h_1 = 30 \text{ m e } h_2 = 40 \text{m};$$

transmitiu-se um impulso de 1 W (30 dBm), variando-se a freqüência de 800 a 2600 MHz, faixa que compreende desde a freqüência de redes celulares até as freqüências utilizadas em *WLANs* (2.4 GHz -*ISM*). Na posição em que a antena de recepção se encontra, considerando

raio direto, raios refletidos de até 3ª ordem e raios difratados, o número de contribuições a serem somadas totaliza 9 campos. A figura 4.6 mostra a resposta em freqüência do canal obtida para o ponto de recepção adotado, considerando antenas isotrópicas. A simulação exibe um severo desvanecimento multipercurso do canal e resposta em fase linear. A forma destes sinais é consistente com a literatura [5],[36].



**Figura 4.6** – Módulo e fase da resposta em frequência do canal.

#### 4.6.4 Resposta impulsiva do canal

A estimativa da resposta impulsiva h(t) do canal foi realizada através da transformada inversa de Fourier dos 361 pontos de resposta em freqüência obtida na secção anterior. A largura de banda de 1800 MHz fornece uma resolução temporal de 0,56 ns, totalizando uma resposta impulsiva de 200 ns de duração. Um pós-processamento foi realizado para normalizar a resposta impulsiva e tornar o tempo de chegada da primeira componente a referência (0 ns). Este procedimento foi feito conforme descrição apresentada em [40] e [41]. A Figura 4.7 ilustra o comportamento do canal no domínio do tempo conforme o tratamento mencionado.

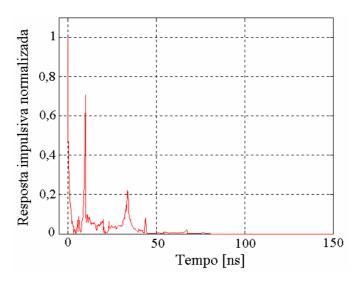


Figura 4.7 – Resposta impulsiva do canal

# 4.6.5 Perfil de retardos de potência

Uma vez obtida a resposta ao impulso do canal, é possível traçar um perfil normalizado de potências para o mesmo, de acordo com a seção 4.4.

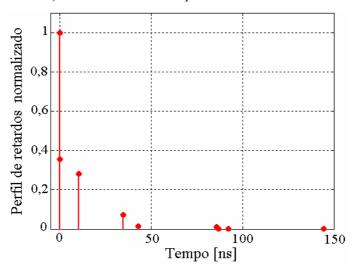


Figura 4.8 – Perfil de retardos normalizado

# 4.6.6 Parâmetros de dispersão temporal do canal

A partir do perfil de retardos normalizado e das expressões definidas na secção 2.5 é possível calcular alguns parâmetros importantes para caracterização do canal no ponto adotado na simulação (S = 10m) e na frequência de 900 MHz:

- Potência Recebida = -35,875 dBm
- Espalhamento do Retardo RMS = 13,067 ns
- Banda de Coerência = 15,306 MHz (utilizando correlação de 90%)

Considerando-se como referência as larguras de banda adotadas pelos principais sistemas móveis que operam nesta faixa de freqüência (GSM = 200KHz, CDMA = 1,25MHz e TDMA = 30KHz), este canal pode ser considerado pouco dispersivo, sendo os sinais pouco afetados pela seletividade do canal. Por outro ponto de vista, o sistema é considerado faixa-estreita, pois a banda de coerência do canal é muito maior que as larguras de banda dos sistemas adotados como referência (GSM, CDMA e TDMA), não necessitando assim, de nenhuma técnica adicional (como o uso de equalizadores) para mitigar os efeitos de seletividade do canal [10].

A consistência destes resultados foi verificada e validada através simulações no *software* RT SIMULATOR<sup>TM</sup> desenvolvido em [23].

### 4.6.7 Filtro digital

Para se adequar o perfil de retardos à estrutura de filtros FIR, foi realizada uma normalização nos tempos de chegada das componentes de campo de tal forma que fossem geradas apenas versões do sinal em instantes inteiros.

As componentes de campo que alcançam o receptor em um dado ponto constituem, na forma mais geral, os pesos dos *taps* do filtro FIR que caracteriza o canal rádio-móvel. No exemplo de simulação da Figura 4.2, são geradas nove componentes de campo, porém, como os dois primeiros a alcançar o receptor (campo direto e difratado) chegam quase simultaneamente, realizou-se a soma coerente desses dois sinais, reduzindo a representação do filtro para apenas oito *taps* significativos. Nesse caso, a ordem do filtro FIR obtido foi de 144, devido à última componente de campo ter alcançado o receptor 144 unidades de tempo posteriores à primeira. Então, o filtro resultante se constitui de oito *taps* significativos e 136 *taps* nulos, conforme representado a seguir:

$$y[n] = (-0.186 - j0.157) \cdot x[n] + (0.035 - j0.111) \cdot x[n - 10] + (-0.036 + j0.048) \cdot x[n - 35] + (+0.022 - j0.015) \cdot x[n - 43] + (+0.008 - j0.022) \cdot x[n - 86] + (+0.001 + j0.002) \cdot x[n - 87] + (+0.005 - j0.007) \cdot x[n - 92] + (+0.006 + j0.008) \cdot x[n - 144]$$

$$(4.11)$$

A generalização de um modelo capaz de descrever o comportamento dos canais do ambiente simulado exige que esta análise seja estendida para vários outros pontos, visto que variações espaciais modificam os parâmetros de dispersão temporal.

# 4.7 Outras simulações

Um resultado interessante de se verificar é o observado em [42]. Tipicamente, a dispersividade temporal é mais severa em medidas realizadas na ausência de visibilidade devido, na maioria das vezes, a um aumento na probabilidade de propagação do sinal através de difração e de espalhamento. Assim, posicionando-se a antena receptora em S = 4 m, observa-se um desvanecimento mais acentuado na resposta em freqüência e o aparecimento de novos multipercursos na resposta impulsiva normalizada, conforme ilustram as Figuras 4.9 e 4.10, respectivamente.

Numericamente, estes efeitos podem ser verificados através dos parâmetros de dispersão temporal:

- Potência Recebida = -39,205 dBm
- Espalhamento do Retardo RMS = 31,352 ns
- Banda de Coerência = 6,379 MHz

Neste caso, a potência total recebida é duas vezes menor que na condição de visibilidade. A potência recebida decai de -35,205 dBm para -39,205 dBm.

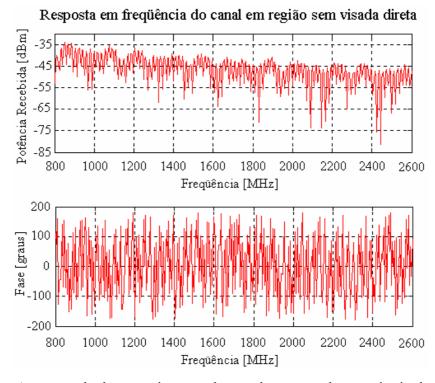
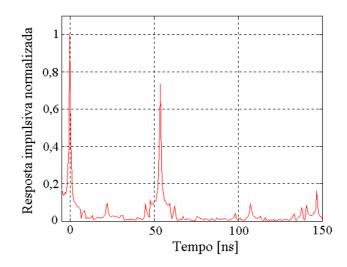


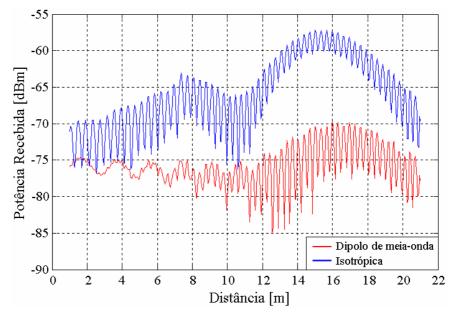
Figura 4.9 – Aumento de desvanecimento observado em canal na ausência de visibilidade



**Figura 4.10** – Aumento da dispersividade observada em canal na ausência de visibilidade Fixando-se os parâmetros da Figura 4.2 em:

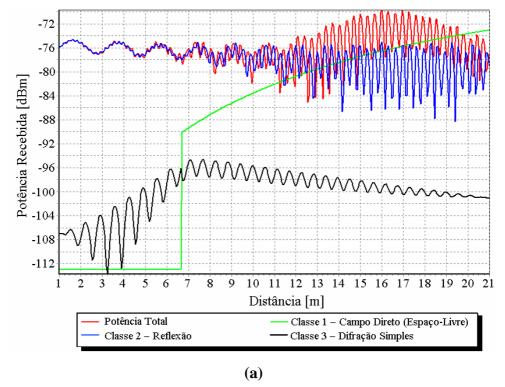
x = 1m;  $S_1 = S_2 = 10 m;$  $h_1 = 30 m e h_2 = 40m;$ 

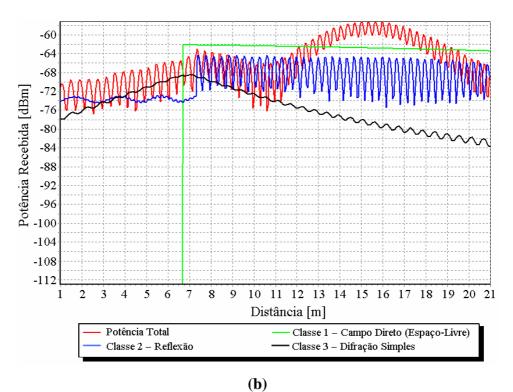
e, transmitindo novamente um sinal de 1 W (30 dBm) em 900 MHz, simulou-se o efeito no nível de sinal recebido quando se utilizava antenas do tipo dipolo de meia-onda. A figura 4.11 ilustra um gráfico comparativo entre antenas isotrópicas e dipolos de meia-onda. Nota-se um maior nível de sinal para o caso ideal de antenas isotrópicas. Essa queda é entendida através do diagrama de irradiação das antenas dipolo de meia-onda: os raios que saem das regiões próximas aos nulos do diagrama de irradiação da antena TX, incidem nos nulos da antena RX.



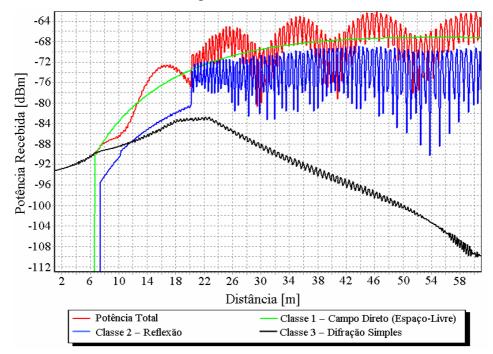
**Figura 4.11** – Comparativo do nível de sinal recebido com a utilização de antenas isotrópicas e dipolos de meia-onda.

Pode-se observar detalhadamente o que ocorre com cada classe de propagação individualmente quando se adota: Figura 4.12 (a) antenas dipolos de meia onda e (b) antenas isotrópicas. O diagrama de irradiação das antenas dipolos torna a contribuição dos campos difratados bem menos significativa para o nível de sinal recebido. Já para o campo direto, percebe-se aumento progressivo no nível de sinal referente a esta classe de propagação.





Quando se modifica os parâmetros geométricos da Figura 4.2, aumentando-se para S = 60 m o espaçamento entre os prédios e passando-se a considerar antenas transmissora e receptora do tipo dipolo de meia-onda, nota-se que o sinal recebido na região de sombra é devido exclusivamente ao campo difratado. Percebe-se também, como resultado desta simulação, que a contribuição dos campos refletidos para o nível total de sinal recebido só se torna considerável quando a antena transmissora afasta-se 20 m do prédio da antena transmissora, conforme ilustrado na Figura 4.13.



**Figura 4.13** – Nível de sinal recebido considerando antenas Tx e Rx dipolos de meia-onda e espaçamento de 60m entre os prédios do cenário da Figura 4.2.

# CAPÍTULO 5

### **CONCLUSÕES**

A principal contribuição deste trabalho foi apresentar modelagem de canal rádio-móvel baseada na conveniência da representação através de filtros digitais. Pouco referenciada na literatura, esta técnica foi adaptada de forma a considerar aspectos de propagação, buscando tornar simulações fisicamente mais realísticas, em detrimento aos modelos de caracterização puramente estatística.

Para permitir a referida caracterização, a parametrização de filtros digitais FIR foi feita com base na Teoria de traçado de raios em conjunto com a Óptica Geométrica e a Teoria Uniforme da Difração, combinando eficiência computacional com precisão de predição.

O desenvolvimento de uma rotina escrita em MATLAB<sup>TM</sup>, especificamente para este trabalho, serviu de plataforma para as simulações apresentadas no Capítulo 4. Entre estas, destaca-se a estimativa da resposta impulsiva de um canal rádio-móvel em ambiente exterior na condição de visibilidade, cuja análise posterior, fundamentada nos parâmetros de dispersão temporal, permitiu classificar o sistema como faixa-estreita e pouco dispersivo. A determinação da resposta impulsiva possibilitou também a construção de um filtro FIR cuja função de transferência caracteriza completamente o canal. Paralelamente a esta simulação, constatou-se maior espalhamento de retardo RMS e maior severidade de desvanecimento na resposta em freqüência na condição de ausência de visibilidade.

Outras simulações possibilitaram um estudo detalhado das perdas por classe de propagação quando foram modificados os padrões das antenas do cenário e, inclusive, o efeito no nível sinal total recebido com o incremento da ordem de reflexões.

Com base no modelo do canal, diversos projetos da área de processamento de sinais podem ser implementados, dentre os quais se destacam os projetos de equalizadores e o de antenas inteligentes. A continuidade deste trabalho está basicamente relacionada ao desenvolvimento de novos códigos computacionais para avaliar a dinâmica do canal a partir das características da função de transferência do mesmo para outros tipos de ambientes, como exterior-interior e interior. Além disso, realizar várias estimativas utilizando técnicas de filtragem adaptativa a fim de generalizar o modelo. Em uma outra seqüência de trabalho, pode-se ainda ampliar a faixa de freqüência adotada para incorporar as novas tecnologias de comunicação sem fio (WLANs, Tv Digital, sistemas celulares de 3ª geração).

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T. S. Rappaport, *Wireless Communications Principles and Practice*. Second Edition. New Jersey: Prentice Hall PTR, 2001. 736p.
- [2] M. F. Cátedra, J. P. Arriaga, *Cell Planning for Wireless Communications*. Boston: Artech House Publishers, 1999. 199p
- [3] D. N. Schettino, F. J. S. Moreira, "Um Algoritmo Eficiente para o Traçado de Raios na Predição de Cobertura Radioelétrica em Ambientes Urbanos," *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica (SBMO 2002)*, Recife, PE, pp. 196–200, Agosto 2002.
- [4] A. M. Cavalcante, J. C. W. A. Costa, G. P. S. Cavalcante, "Simulador de traçado de raios 3D para caracterização de canais rádio-móvel," *MOMAG (XI Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica SBMO e VI Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo CBMAG)*, São Paulo, SP, Agosto 2004.
- [5] H.S. Kim, "Measurement and Model Based Characterization of Indoor Wireless Channels," PhD Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Massachusetts Lowell, 2003.
- [6] A. A. M. Saleh, R. A. Valenzuela, "A statistical model for indoor multipath propagation," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 5, no 2, pp. 128-137, February 1987.
- [7] Q. H. Sepencer, B. Jeffs, M. A. Jensen, and A. L. Swindlehurst, "Modeling the statistical time and angle of arrival characteristics of an indoor multipath channel," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, No. 3, pp. 347-360, March 2000.
- [8] J. D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*. Second Edition. Chichester: Jonh Wiley & Sons, Ltd, 2000. 436p
- [9] G. Morrison and M. Fattouche, "Super-resolution modeling of the indoor radio propagation channel," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 47, pp. 649-657, May 1998.
- [10] A. N. Belém, "Caracterização Bidimensional de Canais Rádio Através de Diferenças Finitas no Domínio do Tempo," Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Eletrônica, UFMG, 2001.
- [11] H. L. Bertoni, *Radio Propagation for Modern Wireless Systems*. New Jersey: Prentice Hall PTR, 2000. 258p
- [12] M. D. Yacoub, Foundations of Mobile Radio Engineering. Florida: CRC Press, 1993. 496 p
- [13] J. B. Andersen, T. S. Rappaport, S. Yoshida, "Propagation Measurements and Models for Wireless Communications Channels," *IEEE Communications Magazine*, vol. 33, no. 1, pp. 42-49, January 1995.
- [14] A. Neskovic, N. Neskovic, G. Paunovic, "Modern Approaches in Modeling of Mobile Radio Systems Propagation Environment," *IEEE Communications Surveys* & *Tutorials*, vol. 3, no. 3, pp. 1-12, Third Quarter 2000.
- [15] J. J. Egli, "Radio propagation above 40 Mc/s over irregular terrain," *Proc. IRE*, pp. 1383-1391, October 1957.
- [16] G. L. Stüber, *Principles of mobile communications*. Second Edition. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001. 776 p
- [17] M. C. Vanderveen, "Estimation of Parametric Channel Models in Wireless Communication Networks," PhD Thesis, Department of Scientific Computing and Computational Mathematics, Stanford University, 1997.

- [18] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*. Chichester: Jonh Wiley & Sons, Ltd, 1989. 1008p
- [19] H. Laitinen, "Verification of a stochastic radio channel model using wideband measurement data," Master's Thesis, Department of Engineering Physics and Mathematics, Helsinki University of Technology, 1999.
- [20] D. Yoo, "Channel Characterization and System Designs in Wireless Communications," PhD Thesis, Department of Electrical Engineering, University of Michigan, 2002.
- [21] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of.* Seventh Edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 986 p
- [22] H. L. Bertoni, "Coverage prediction for mobile radio systems operating in the 800/900 MHz frequency range," *IEEE Transactions on Vehicular Technology (Special Issue on Mobile Radio Propagation)*, vol. 37, no. 1, pp. 3-72, February 1988.
- [23] M. E. C. Rodrigues, "Técnicas de Traçado de Raios em Três Dimensões para Cálculo de Campos em Ambientes Interiores e Exteriores", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2000.
- [24] A. M. Cavalcante, "Simulador Ray-Tracing 3D para Caracterização de Canais em Ambientes Móveis Celulares," Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Pará, 2003.
- [25] F. A. Agelet, A. Formella, J. M. H. Rábanos, F. I. de Vicente, F. P. Fontán, "Efficient Ray-Tracing Acceleration Techniques for Radio Propagation Modeling," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, no. 6, pp. 2089-2104, November 2000.
- [26] R. J. Luebbers, "A Heuristic UTD Slope Diffraction Coefficient for Rough Lossy Wedges", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 2, pp. 206–211, February 1989.
- [27] K. L. Borges, D. N. Schettino, F. J. S. Moreira, "Estudo de Coeficientes de Difração Heurísticos para a Aplicação da UTD na Caracterização de Canais Rádio," *X Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica (SBMO 2002)*, Recife, PE, pp. 485–489, Agosto 2002.
- [28] F. J. Ponce, F. M. Pallarés, L. Juan-Llácer, and N. Cardona, "Educational Software Tool Based on a Geographical Information System (GIS) for Radio Wave Propagation Analysis," *IEEE Transactions on Education*, vol. 44, no. 42, pp. 355-364, November 2001.
- [29] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, J. R. Buck, *Discrete-Time Signal Processing*. Second Edition. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 870p.
- [30] S. S. Ghassemzadeh, R. Jana, C. W. Rice, W. Turin, V. Tarokh, "Measurement and modeling of an ultra-wideband indoor channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 52, no. 10, pp. 1786–1797, October 2004.
- [31] G. L. Turin, F. D. Clapp, T. L. Johnston, S. B. fine, and D. Lavry, "A Statistical Model of Urban Radio Propagation," *IEEE Transaction on Vehicular Technology*, vol. 21, pp. 1-9, February 1972.
- [32] H. Suzuki, "A Statistical Model for Urban Multipath Propagation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 25, no. 7, pp. 673–680, July 1977.
- [33] H. Hashemi, "The Indoor Radiopropagation Channel," *Proceedings of the IEEE*, vol. 81, no. 7, pp. 941-968, July 1993.
- [34] H. Hashemi, "Simulation of the Urban Radio Propagation Channel," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 28, pp. 213-225, August 1979.
- [35] R. Ganesh and K. Pahlavan, "Statistical Modelling and Computer Simulation of Indoor Radiochannel," *Communications, Speech and Vision, IEE Proceedings I*, vol. 138, pp. 153-161, June 1991.

- [36] T. S. Rappaport, S. Y. Seidel, and T. Takamizawa, "Statistical model impulse response model for factory and open plan building radio communication system design," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 39, no. 5, pp. 794–807, May 1991.
- [37] G. Morrison and M. Fattouche, "Super-resolution modeling of the indoor radio propagation channel," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 47, pp. 649-657, May 1998.
- [38] S. Y. Tan and H. S. Tan, "Propagation model for microcellular communications applied to path loss measurements in Ottawa city streets," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 44, no. 2, pp. 313-317, Aug. 1995.
- [39] S.S. Ghassemzadeh, L.J. Greenstein, T. Sveinsson, V. Tarokh, "UWB Delay Profile Models for Residential and Commercial Indoor Environments", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, July 2005.
- [40] S. S. Ghassemzadeh, L. J. Greenstein, T. Sveinsson and V. Tarokh, "A multipath intensity profile model for residential environments," *Proceedings IEEE WCNC-2003*, March 2003.
- [41] A. F. Molisch, J. R. Foerster and M. Pendergrass, "Channel models for ultrawideband personal area networks," *IEEE Wireless Communications*, December 2003.
- [42] H. Agus, "Ultra-Wideband Channel Characterization and Receiver Analysis", Master Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Calgary, 2005.
- [43] C. L. Hong, I. J. Wassell, G. E. Athanasiadou, S. Greaves and M. Sellars, "Wideband Tapped Delay Line Channel Model at 3.5GHz for Broadband Fixed Wireless Access system as function of Subscriber Antenna height in Suburban Environment," Fourth International Conference on Information, Communications & Signal Processing (ICICS 2003), Singapore, December 2003.