



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO  
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGDOC**

**O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMAS E DA PLATAFORMA WHATSAPP**

**MICHEL SILVA DOS REIS**

**BELÉM-PA  
2017**

**MICHEL SILVA DOS REIS**

**O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMAS E DA PLATAFORMA WHATSAPP**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática – PPGDOC, da Universidade Federal do Pará, sob a orientação do Prof<sup>o</sup>. Dr. Osvaldo dos Santos Barros, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, área de concentração Ensino, Aprendizagem e Formação de Professores de Ciências e Matemática. Linha de Pesquisa: Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática para a Educação Cidadã.

**BELÉM-PA  
2017**

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) –  
Biblioteca do IEMCI, UFPA**

---

Reis, Michel Silva dos.

O ensino e aprendizagem de matrizes no contexto da resolução de problemas e da plataforma Whatsapp / Michel Silva dos Reis, orientador Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Barros – 2017.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2017.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Matrizes – estudo e ensino. 3. Redes sociais on-line. I. Barros, Osvaldo dos Santos, orient. II. Título.

CDD - 22. ed. 510.7

---

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ - UFPA  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO  
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGDOC**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATRIZES NO CONTEXTO DA RESOLUÇÃO  
DE PROBLEMAS E DA PLATAFORMA WHATSAPP**

Autor: Michel Silva dos Reis

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Osvaldo dos Santos Barros

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por Michel Silva dos Reis sob aprovação da Comissão Julgadora.

Data:

Banca Examinadora:

---

Prof.<sup>a</sup>. Dr. Osvaldo dos Santos Barros  
IEMCI/UFPA – Presidente

---

Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior  
IEMCI/UFPA - Membro Interno

---

Prof. Dr. Osvaldo dos Santos Alves  
UEPA - Membro Externo

**BELÉM-PA  
2017**

## RESUMO

Esse trabalho de pesquisa foi desenvolvido junto aos alunos da Educação de Jovens e adultos - EJA do Ensino Médio. A organização pedagógica em turmas desta modalidade de aceleração da escolarização não pode ter característica de aula comum, por isso, proponho desenvolver junto a esses alunos estudos sobre as Matrizes em dois ambientes: a sala de aula para encontros presenciais e a plataforma whatsapp para encontros virtuais. A escolha do conceito matemático de Matrizes é justificada pelo fato dos próprios alunos mostrarem interesse e relevância em seu estudo, já o aplicativo whatsapp pelo fato de sua popularização e familiarização entre os alunos pesquisados. Nas aulas presenciais foi utilizado o método de Resolução de Problemas para organização do ensino, no segundo momento, os alunos trabalham dialogicamente no grupo virtual buscando o desenvolvimento das atividades pedagógicas apresentadas, funcionando como um fórum de discussão, orientado pelo professor. Os alunos interagem trocando mensagens, enviando respostas aos questionamentos propostos, além de fazerem pesquisas e dialogar sobre o tema Matrizes. Na busca de promover o ensino de matemática a partir do uso de recursos de mídia, levantamos nossa questão de pesquisa: como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia? Para responder a essa questão, recorro ao objetivo da pesquisa: discutir o estudo de Matrizes a partir da Resolução de Problemas, utilizando como meio o whatsapp. Os diálogos no grupo virtual ampliam o tempo de estudo dos alunos, por meio de pequenos comentários e o tema flui para uma conclusão, além de o aluno ter em mãos o registro das conversas e explicações do professor, neste sentido o aplicativo whatsapp tem impacto direto na proposta desta dissertação trazendo um ambiente de revisão e registro. Para fundamentar nossa proposta dialogamos com os autores que tratam: Matrizes, Guelli, Iezzi e Dolce ([198-?]); Resolução de Problemas, Polya (2006); sobre a mídia, Lévy (1999), (2004), (2007), além de outros pesquisadores que colaboram nas discussões da referida proposta. A revisão das postagens e o acúmulo de informações geradas no ambiente whatsapp, no estudo de Matrizes, promove um fluxo constante de informações fazendo com que o aluno não fique passivo frente a elas, desenvolvendo suas conclusões acerca da proposta apresentada pelo professor. As atividades dinâmicas e testes com questões objetivas e discursivas, trabalhadas em sala de aula e no ambiente virtual, farão parte do produto fim desse estudo, que visam contribuir com a melhoria do desempenho dos alunos nas atividades de aprendizagem da Matemática.

**Palavras-chave:** Ensino e Aprendizagem. Matemática. Resolução de Problemas. Whatsapp.

## ABSTRACT

This research work was developed with the students of Youth and Adult Education - EJA of High School. The pedagogical organization in classes of this modality of acceleration of schooling can not have characteristic of common class, so I propose to develop with these students studies about the Matrices in two environments: the classroom for face meetings and the platform whatsapp for virtual meetings . The choice of the mathematic concept of matrices is justified by the fact that the students themselves show interest and relevance in their study, since the whatsapp application due to the fact of its popularization and familiarization among the researched students. In the face-to-face classes, the problem solving method was used to organize teaching. At the second moment, the students worked dialogically in the virtual group, seeking the development of the pedagogical activities presented, functioning as a discussion forum, guided by the teacher. The students interact by exchanging messages, sending answers to the questions raised, as well as doing researches and discussing the Matrix theme. In the quest to promote the teaching of mathematics from the use of media resources, we raise our research question: how to use whatsapp to promote learning autonomy, concept construction and student interaction with the mathematical concept from the media? To answer this question, I focus on the purpose of the research: to discuss the study of Matrices from Problem Solving, using whatsapp as the medium. The dialogues in the virtual group extend the students' time of study, through small comments and the theme flows to a conclusion, in addition to the student having in hand the record of the conversations and explanations of the teacher, in this sense the application whatsapp has direct impact in the proposal of this dissertation bringing an environment of revision and registration. In order to substantiate our proposal we dialogue with the authors who deal with: Matrizes, Guelli, Iezzi and Dolce ([198-?]); Problem Solving, Polya (2006); on the media, Lévy (1999), (2004), (2007), besides other researchers who collaborate in the discussions of the mentioned proposal. Reviewing the postings and the accumulation of information generated in the whatsapp environment in the Matrix study promotes a constant flow of information so that the student is not passive in front of them and develop their conclusions about the proposal presented by the teacher. The dynamic activities and tests with objective and discursive questions, worked in the classroom and in the virtual environment, will be part of the final product of this study, which aim to contribute to the improvement of students' performance in the learning activities of Mathematics.

**Keywords:** Teaching and Learning. Math. Troubleshooting. Whatsapp

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Casos Ilustrativos para Estudo de Caso .....	24
Figura 2: Triângulo Educacional .....	39
Figura 3: Situação de Ação.....	40
Figura 4: Situação de Formulação .....	41
Figura 5: Situação de Validação .....	42
Figura 6: Situação de Institucionalização .....	43
Figura 7: Interação na Resolução de Problemas.....	45
Figura 8 e 9: Conversa no Grupo Virtual .....	47
Figura 10: Formação de Grupos Isolados Sem a Interação do Professor.....	58
Figura 11: Atividade de Perguntas e Respostas .....	59
Figura 12: Xadrez Pintado na Parede da Escola.....	63
Figura 13: Resolução dos Alunos da Questão1 .....	64
Figura 14: Resolução dos Alunos da Questão2.....	65
Figura 15, 16, 17 e 18: Conversa Grupo virtual .....	66
Figura 19: Postagem de “Dona Lúcia” .....	67
Figura 20: Comentário do professor.....	67
Figura 21: Postagem de “Dona Lúcia” .....	68
Figura 22 e 23: Resolução dos Alunos .....	72
Figura 24: Furos de Ventilação na Sala de Aula .....	73
Figura 25: Matriz 8 linhas e 24 colunas .....	73
Figura 26: Movimentação do Saquinho de Pipoca.....	74
Figura 27 e 28: Postagens dos Alunos.....	75
Figura 29: Postagem do Professor .....	76

Figura 30 e 31: Postagem dos Alunos .....	77
Figura 32 e 33: Resolução dos Alunos .....	80
Figura 34: Resolução dos Alunos .....	81
Figura 35: Postagem de Atividade.....	82
Figura 36, 37 e 38: Postagem dos Alunos .....	83
Figura 39: Postagem de Atividade.....	84
Figura 40 e 41: Postagem dos Alunos .....	85
Figura 42: Postagem de Atividade.....	86
Figura 43, 44 e 45: Postagem Alunos.....	87
Figura 46 e 47: Resolução dos Alunos .....	88
Figura 48: Comparação de Desempenho no 2º Semestre de 2016 .....	94
Figura 49: Gráfico de Desempenho da Turma U, no Ano de 2016.....	95
Figura 50 e 51: Resposta da Questão 1.....	96
Figura 52: Resposta da Questão 1 .....	97
Figura 53: Resposta da Questão 2 .....	97
Figura 54, 55 e 56: Resposta da Questão 2.....	98
Figura 57, 58 e 59: Resposta da Questão 3.....	100
Figura 60: Questão Contextualizada Grupo A .....	101
Figura 61: Questão Contextualizada Grupo B.....	102
Figura 62: Questão Contextualizada Grupo C.....	102
Figura 63: Questão Contextualizada Grupo D .....	103
Figura 64: Questão Contextualizada Grupo E.....	103
Figura 65: Questão Contextualizada Grupo E.....	104

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Divisão por Aproximação.....	32
Quadro 2: Divisão por Agrupamentos.....	33
Quadro 3: Aula Mista .....	52
Quadro 4: Livros e Suas Abordagens .....	55
Quadro 5: Levantamento da Utilização de Livros Didáticos .....	56
Quadro 6: Desempenho dos Alunos no Teste de Questões Objetivas.....	91
Quadro 7: Resultado dos Jogos .....	99
Quadro 8: Pontuação por Resultado .....	99

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGDOC	Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática
PROUNI	Programa Universidade para Todos
SEDUC	Secretaria Estadual de Educação
SUSIPE	Superintendência do Sistema Penitenciário do Estado do Pará
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFPA	Universidade Federal do Pará

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2. TORNANDO-SE PROFESSOR PESQUISADOR</b> .....	14
2.1. Vivências e Experiências na Docência .....	14
2.2. Ensaios do Professor Pesquisador da Própria Prática.....	18
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	26
<b>4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b> .....	29
4.1. Resolução de Problemas em Turmas da EJA: .....	29
4.2. Resolução de Problemas e o Surgimento do Grupo Virtual Whatsapp.....	36
4.3. O Método de Resolução de Problemas e Situações Didáticas.....	38
4.4. O Método de Resolução de Problemas e Vocabulários Matemáticos .....	44
<b>5. TRAZENDO A TONA A PROBLEMATIZAÇÃO E REFLETINDO A PROPOSTA PEDAGÓGICA</b> .....	49
<b>6. O LÓCUS DA PESQUISA E COLABORADORES</b> .....	51
<b>7. DESCRIÇÃO DO PRODUTO E ESTRATÉGIAS DE AÇÃO</b> .....	61
7.1. Atividade Presencial 1: Introdução ao Estudo de Matrizes .....	61
7.2. Atividade Virtual 1: Representação de Matrizes .....	65
7.3. Atividade Presencial 2: Representação Genérica de Matrizes .....	68
7.4. Atividade Virtual 2: Elementos da Matriz Genérica .....	75
7.5. Atividade Presencial 3: Lei de Formação de Matrizes .....	78
7.6. Atividade Virtual 3: Matrizes Especiais .....	82
7.7. Atividade Presencial 4: Revisão e Operações com Matrizes .....	87
<b>8. TRAZENDO A TONA ALGUNS DADOS DE TESTES DA PESQUISA</b> .....	90
<b>9. CONSIDERAÇÕES</b> .....	105
<b>10. REFERÊNCIAS (SEPARADA POR ÁREA)</b> .....	107

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho trata da proposta de utilização do aplicativo Whatsapp<sup>1</sup> como ambiente de diálogos e estudos complementares dos conceitos e dos conteúdos matemáticos, com alunos da segunda etapa do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos - EJA, visando buscar aprendizagem na resolução de problemas. Para tanto, apresento o estudo de caso<sup>2</sup> dos alunos da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cidade de Emaús, localizada no Bairro do Benguí, em Belém do Pará, quando utilizamos o aplicativo Whatsapp para estudar as propriedades e aplicações das Matrizes, nas aulas de matemática, sendo devidamente autorizado pelo diretor e vice-diretor da referida instituição.

Para iniciar este trabalho, apresento na forma de memorial, minha trajetória como professor e como pesquisador da minha própria prática, procurando evidenciar a afinidade que tenho com as turmas da EJA onde surgiram as inquietações com os processos de ensino e aprendizagem da matemática escolar, pois vejo recorrente a necessidade de adequar minha prática às necessidades de aprendizagem dos alunos: seja dando voz às suas experiências, na representação dos contextos em que estão inseridos ou nas soluções que encontram para alguns problemas.

Neste contexto procuro analisar os comentários dos alunos pesquisados, presentes em dois ambientes de maneira alternada: o primeiro é a sala de aula, no qual trataremos do método de Polya (2006) para a resolução de problemas e o segundo, o ambiente virtual na plataforma whatsapp, onde promovemos o diálogo entre os alunos no sentido de fixar e exercitar os conceitos e propriedades das matrizes, denominamos esses espaços de ambiente misto. Além disso, trataremos para análise os resultados de testes aplicados em sala de aula e outros materiais produzidos pelos alunos, com o intuito de discutir aspectos qualitativos de tais atividades.

---

<sup>1</sup>Aplicativo multiplataforma de mensagens instantâneas e chamadas de voz e vídeo para smartphones. Além de mensagens de texto, os usuários podem enviar imagens, vídeos e documentos em PDF e fazer ligações grátis por meio de uma conexão com a internet. Para mais informações sobre o aplicativo ou guia sobre sua utilização consultar página: [https://www.whatsapp.com/faq/pt\\_br/general/21073018](https://www.whatsapp.com/faq/pt_br/general/21073018).

<sup>2</sup> Não pretendemos explorar nem se aprofundar no que seria um Estudo de Caso, o objetivo é de apresentar e analisar relações descritas na dissertação identificando nosso trabalho na situação teórica. Maiores informações sobre “Estudo de Caso” consultar YIN (2015).

A dissertação visa responder à seguinte questão: como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia? Para tanto, exercitamos uma aula mista<sup>3</sup>, com uma avaliação dinâmica<sup>4</sup>, na qual teremos: questões objetivas, questões subjetivas e uma atividade em grupo, quando os alunos apresentam resoluções de problemas.

Temos como objetivo: Discutir o estudo de Matrizes a partir da Resolução de Problemas, utilizando como meio o whatsapp. E como objetivos específicos: Promover diálogos entre os alunos da segunda etapa da EJA, a partir da utilização do grupo virtual criado no aplicativo whatsapp e em sala de aula, buscando desenvolver um ambiente de estudo e aprendizagem, aumentando o repertório de conhecimentos da Matemática, com foco no estudo das Matrizes e Resolução de Problemas. Neste sentido, o produto resultante deste estudo será um roteiro de como foi organizado o desenvolvimento de aulas dialogadas com o uso do whatsapp a partir da Resolução de Problemas, que será materializado num livreto de orientações para professores e alunos.

A estrutura da dissertação é composta por 7 capítulos norteadores, assim discriminados: 1) Memorial, 2) Capítulo de Fundamentação, 3) Capítulo de Resolução de Problemas, 4) Capítulo da problematização e Reflexão da Proposta Pedagógica, 5) Capítulo do Locus da pesquisa, 6) Descrição do Produto e Estratégias de Ação e 7) Dados de Testes Aplicados.

O primeiro capítulo traz um pouco de minha trajetória como professor da Educação Básica nos primeiros anos de docência e relatos de experiência ao traçar caminhos para me tornar professor pesquisador.

No capítulo de fundamentação teórica serão tratados as teorias e os referenciais que dão suporte para a pesquisa, onde faço uma breve discussão a respeito da escolha desses materiais e suas contribuições às atividades propostas, numa perspectiva de relações entre o uso da tecnologia no ensino e a Resolução de Problemas Matemáticos.

---

<sup>3</sup> Denominamos de aula mista, os dois momentos de aprendizagem: aula presencial e aula virtual. Utilizaremos este termo em todo o texto da dissertação.

<sup>4</sup> Avaliação Dinâmica, pois o objetivo é de buscar o entendimento sobre “como” o aluno trabalha o conteúdo aprendido, ao contrário de Avaliação Estática, que tem como objetivo verificar “o que” e “quanto” o aluno aprendeu. Mais informações consultar BRITO (2010).

O capítulo de Resolução de Problemas trata da discussão do método de Resolução de Problemas relacionados com o trabalho em turmas da EJA, do surgimento dos grupos virtuais, das Situações Didáticas<sup>5</sup> e dos vocabulários matemáticos.

No quarto capítulo trago uma reflexão sobre a problematização emergente para a referente pesquisa e a discussão da proposta pedagógica adotada diante do contexto encontrado.

O capítulo do lócus da pesquisa trará a seguinte descrição: a escola, a sala de aula, o ambiente virtual, a proposta de trabalho junto aos meus alunos, ou seja, traz a tona o conceito matemático escolhido, a pergunta de pesquisa, os livros didáticos tomados como referência e a perspectiva do que foi planejado para os dois ambientes sendo: aula presencial (dentro da escola) e aula à distância (no whatsapp).

O capítulo de descrição do produto é o espaço onde busco trazer a referência de utilização do produto da pesquisa, mostrando o material utilizado para a pesquisa (o whatsapp), as postagens dos alunos nas atividades no grupo virtual. Trago, também, os diálogos no ambiente pedagógico da escola, seus comentários e suas atitudes nos dois ambientes de estudos propostos. Neste aspecto é mostrado comentários dos alunos e posturas tomadas diante da resolução de problemas.

No sétimo capítulo, apresento para discutir resultados de dados de testes aplicados durante a pesquisa de campo, com comentários dos alunos a respeito da resolução de problemas com questões objetivas e discursivas.

Nas considerações, discuto a relação dos resultados alcançados nesta pesquisa e dos dados satisfatórios que possibilitaram dar resposta aos anseios inicialmente apontados, seja do método de Resolução de Problemas ou da contribuição da utilização dos ambientes virtuais.

E, por último, apresento as referências bibliográficas da dissertação, dividida em tópicos para justificar as citações do trabalho, agrupando os autores em áreas específicas, mostrando pequenos comentários sobre a contribuição de cada grupo nas discussões da pesquisa.

---

<sup>5</sup> Não temos a pretensão de aprofundar nem esgotar a discussão sobre o assunto, o objetivo foi de apresentar algumas tipologias de situações que poderiam ser empregadas com nossos estudantes. Maiores informações sobre “situações didáticas” consultar BROUSSEAU (2008).

## **2. TORNANDO-SE PROFESSOR PESQUISADOR**

Neste capítulo relato um pouco dos meus “primeiros anos de docência”, falo sobre minha experiência de sala de aula, o trajeto de aluno para professor de sala de aula, e de professor para pesquisador de minha própria prática docente adentrando no Mestrado Profissional, trazendo recortes de minha vida pessoal, acadêmica e profissional. Ao longo dos tópicos desse capítulo, mostro etapas de transições intensas que marcaram minha carreira docente, uma vez que, inicialmente tratam de contextos geralmente desconhecidos logo, desafiadores, mas que foram momentos de grande importância para poder adquirir afinidade com o tema proposto nesta dissertação e para construção de minha identidade profissional como professor de Matemática.

### **2.1. Vivências e Experiências na Docência**

Apresentando um olhar de como me vejo diante desta realidade de professor pesquisador, começo com as contribuições do curso de Licenciatura Plena em Matemática na UFPA, que como muitos desafios de minha carreira, o primeiro foi a elaboração do TCC, na qual busquei afinidade na área da computação, pois tenho o curso de Técnico em Processamento de Dados feito durante a Educação Básica no Ensino Médio em 1999. O tema do meu trabalho de conclusão de curso na Universidade foi: “A Influência dos Softwares Educacionais e Sua Importância Lúdica para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática”, isso já por volta do ano de 2006. A partir daí busquei algumas escolas para ministrar aula, porém sentia a necessidade de aprender mais, de estudar a fundo a Matemática para poder estar preparado diante das turmas sob minha responsabilidade; foi então que no mesmo período fiz especialização em Educação Matemática também na UFPA.

O curso de especialização trouxe uma contribuição muito importante para minha formação, abriu minha mente para refletir sobre como poderia melhorar minhas aulas, pois envolto nas discussões sobre Educação, não tinha como ficar passivo, falávamos muito sobre ensino e aprendizagem, relação entre professor e aluno, por este motivo, o tema foi: “Educação no cárcere: atitudes, posturas, relatos e reflexões de um professor dentro da *cela de aula*” em 2008. Como trabalhei três anos no projeto “Educando para a Liberdade” promovido

pela SEDUC e SUSIPE, considerei necessário escrever sobre minha própria prática docente, compartilhando minhas experiências e práticas dentro da Educação Prisional.

Nos anos seguintes de docência trabalhei em escolas públicas de Belém no Estado do Pará, neste período procurei materiais diversos para melhorar minha prática, na verdade nunca me senti preparado para as dificuldades comuns às salas de aula, pois sempre tive diferentes alunos, com os mais variados rostos e atitudes, não senti que tinha estrutura suficiente para tanta heterogeneidade.

As leituras puderam me proporcionar um olhar diferenciado de minha prática, pois nas escolas por onde passava acumulava muitos livros didáticos, apostilas, cadernos e textos “impecáveis” de resoluções lindas que, na época, dava vontade até de plastificar. Porém, com o passar dos anos, vem à experiência e todos nós, professores preocupados com o aprendizado do aluno, sentimos a necessidade de melhorar, de explorar novos objetos de estudo, quando parte da matemática rígida, que outrora parecia linda, hoje já não faz muito sentido. Devemos nos especializar, procurar novas concepções, discutir as melhores propostas, visto que, a pesquisa sozinha não dá conta da imprevisibilidade, heterogeneidade e o caos que se fazem presentes nas relações humanas (ESTEBAN, ZACCUR, 2002).

Nas situações que vivenciei como professor, seja na escola privada como na escola pública, as dificuldades de aprendizagem dos alunos, em geral eram relacionadas ao comportamento em sala de aula. Uma possibilidade de superação desses episódios extremamente desgastantes veio através do diálogo e da persistência em firmar um contrato didático que permitisse o processo educativo. A esse respeito D’Amore (2007) diz que devemos tratar logo nas primeiras aulas, em linhas gerais, o que os alunos devem esperar do professor e o que o professor deveria esperar dos alunos durante o decorrer das aulas, para tentarmos manter um bom relacionamento durante todo o ano letivo. A flexibilidade deve ser considerada, porém, é sempre importante ter o cuidado para que os alunos não confundam o papel do professor para que se mantenha o respeito e o diálogo.

Apreendi a muito custo que o aluno deve ter ciência dos seus deveres e direitos, assim como o professor saber que seus movimentos e atitudes em sala de aula, refletem no seu trabalho. Deve prezar, antes de tudo, dar espaço e tempo para que o aluno possa manifestar opiniões e descobertas e assim, junto com o professor, criar um contexto didático adequado para se trabalhar à matemática escolar, pois segundo D’Amore (2007):

Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso dessa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático. (D'AMORE, 2007, p.101, *apud* BROUSSEAU, 1980, p.127).

Desta maneira, valorizando o contrato didático, fiz a minha prática docente, atuando em escolas privadas, cursos pré-vestibulares, educação para educandos privados de liberdade (educação no cárcere) e escolas públicas no ensino fundamental e médio. Nestes espaços sempre fui bem recebido e nunca tive problemas com meu trabalho docente, pois ao adentrar em uma determinada instituição de ensino, procurava observar as relações existentes no contexto educacional e refletir sobre o que posso fazer para contribuir neste processo educativo: a didática adotada e a proposta metodológica, ou seja, em contato com outros colegas professores de matemática procurávamos elaborar um plano de ação, para que ninguém trabalhasse os conteúdos a serem apresentados no ano letivo, de maneira descoordenada.

Em alguns episódios de minha carreira docente pensei sim em desistir, parecia que meus problemas eram maiores que os dos outros, mas enfim, encontrei colegas que partilhavam dos mesmos problemas. Minha mãe é professora historiadora e atua nas series iniciais, além de outros membros da família como: tia pedagoga, tia professora de letras e de series iniciais, tio professor de educação física, esposa pedagoga e bióloga.

Trago, então, da convivência familiar, um aparato de experiências e práticas de uma vida toda, qualquer dificuldade e anseio poderiam ser compartilhados e amenizados através de diálogos construtivos entre meus próprios familiares, e um aspecto muito importante que aprendi foi o respeito e o amor, pois segundo Freire (1986):

Não há educação sem amor. O amor implica luta contra o egoísmo. Quem não é capaz de amar os seres inacabados não pode educar. Não há educação imposta, como não há amor imposto. Quem não ama não compreende o próximo, não o respeita. (FREIRE, 1986, p.15).

Como professor, no primeiro contato com a escola pública, senti um impacto inicial muito forte, pois mesmo tendo concluído minha graduação, não me sentia preparado para

atuar. A especialização ajudou bastante, para ter um olhar reflexivo sobre minha própria prática, busquei atualizar-me como profissional na área da matemática, busquei leituras sobre Educação Matemática, essas discussões na academia ajudaram-me a ter um olhar mais apurado para com meus alunos e melhorar a minha prática docente, pois pude trazer para prática: jogos educativos, a internet, a contextualização, de maneira geral, fiquei mais sensível ao aprendizado, melhorando o meu ensino.

Trabalhando em escolas da periferia onde moro, continuo no trabalho em salas de aulas lotadas, quentes e cheias de goteiras, mas não tenho interesse algum em desistir, não sei fazer outra coisa, ensinar e ao mesmo tempo aprender com meus alunos é a coisa mais prazerosa que tenho em minha profissão. Ensinar e aprender devem caminhar juntos, pois:

Ensinar e aprender se vão dando de tal maneira que quem ensina aprende, de um lado, porque reconhece um conhecimento antes aprendido e, de outro, porque, observado a maneira como a curiosidade do aluno aprendiz trabalha para apreender o ensinando-se, sem o que não o aprende, o ensinante se ajuda a descobrir incertezas, acertos, equívocos. (FREIRE, 2008, p.19).

Gosto das primeiras aulas, daquele friozinho na barriga, adoro os jovens e seus problemas, que dentro de uma realidade social, em nossas comunidades, na maioria das vezes de periferia, estão sempre buscando sobreviver.

Considero uma alegria imensa, quando em minhas turmas da EJA tenho alunos com idade pra ser meu pai, meu avô, minha mãe e posso colaborar de alguma forma para melhorar a vida destas pessoas. Tenho o dever de encontrar meios de proporcionar aulas diferenciadas, ao contrário das aulas tradicionais que os fizeram desistirem da escola.

Pois recriar técnicas operatórias e tomar para si os conceitos matemáticos envolvidos necessita ser uma proposta pedagógica bem direcionada onde o professor possibilite “ao educando chegar ao domínio do conhecimento necessário dentro do tempo disponível” ou de outra forma: o professor deve em turmas de Educação de Jovens e Adultos, “programar condições concretas que viabilizem esse recriar”, possibilitando ao aluno participar de sua própria aprendizagem (DUARTE, 2001, p. 80-81).

## 2.2. Ensaio do Professor Pesquisador da Própria Prática

Em 2014, pesquisando cursos de Pós-graduação, deparei-me com a proposta do PPGDOC, Curso de Mestrado Profissional, onde talvez pudesse suprir meus anseios por mais conhecimento na área da Educação Matemática. Com o objetivo de formar profissionais pesquisadores de sua própria prática, o curso não deixou a desejar, pude aprofundar meus conhecimentos por meio das disciplinas, fórum pedagógico, oficinas e interação com meu orientador, pois acredito que, como professor de escola pública estadual, a educação deve crescer de dentro para fora, de dentro da escola para a comunidade, de dentro do professor para os alunos, ou seja, envolver todos os que estão diretamente e indiretamente relacionados com o processo educativo de ensino e aprendizagem.

Na leitura dos textos da disciplina: “Formação do Professor Pesquisador da Própria Prática”, durante as aulas do mestrado profissional, ficou evidente para mim que uma das funções do professor da escola básica, como pesquisador, é a de disseminar uma postura investigativa, a partir de procedimentos de coleta e análise de dados. Porém, as autoras Esteban e Zaccur (2002) deixam claro que os efeitos de trabalhos educacionais de pesquisa refletem muito pouco o fazer docente no interior da escola básica. É como se eu como professor atuante de sala de aula, desconhecesse os resultados de trabalhos de pesquisas atuais na área da Educação ou talvez por não acreditar que as teorias se adequassem com a realidade de minhas escolas, ou por me render às tradições historicamente construídas sobre educação, ou ainda por simples passividade minha e não me considerava capaz de desenvolver pesquisa em sala de aula.

No caso de “passividade”, Esteban e Zaccur (2002) consideram que pode ser ocasionado pelo “conformismo” diante das atividades pedagógicas propostas, o que pode ser constatado hoje em dia, por não questionarem os planejamentos curriculares escolares.

Um exemplo disto é como a SEDUC (Secretaria Estadual de Educação) apresenta e de certa forma impõe os conteúdos programáticos para todo Estado do Pará, a partir do qual os conteúdos referentes ao Ensino Médio possuem suas diretrizes pautadas no ENEM, com os conteúdos do primeiro bimestre centrados no estudo de Funções Matemáticas. Nesse contexto, muitas discussões têm sido feitas nas escolas, professores reclamam e dizem que para algumas séries o conteúdo ficou bastante extenso e as provas bimestrais realizadas pelo Estado servem apenas para “testar” o professor de forma negativa, saber se cumpre o

conteúdo previsto, escondendo a realidade das escolas onde as condições são precárias. Na maioria das escolas não se encontram laboratórios de informática que funcionem, seja para a pesquisa dos alunos, ou dos professores.

Por outro lado, na minha visão e de alguns outros colegas professores, consideramos positiva a organização dos conteúdos, pois o trabalho fica melhor direcionado e os alunos de baixa renda terão um planejamento adequado para o ingresso nas várias oportunidades que o ENEM oferece – Fies, PROUNI, e até mesmo certificado de cumprimento do Ensino Médio.

No fervilhar destas discussões, pude notar a mudança dos alunos e o desespero dos professores, pois os estudantes queriam direcionar todo conteúdo do Estado para o ENEM e nós professores ainda estávamos nos acostumando com esta ideia, neste momento pude notar um diferencial nos alunos mais velhos, meus alunos da EJA, com toda experiência que possuem, não demonstraram interesse em fazer esforços para realizar o teste do ensino médio, e sim estavam querendo viver o agora, aprender a Matemática vivenciada naquele momento, e talvez depois pensariam no futuro. Foi então que entendi que o ensino da EJA tem que ser diferenciado, pois não deve e não pode ser igual ao ensino regular, passei muito tempo refletindo sobre isso, o que me deixou mais interessado na Educação de Adultos.

Quanto à teoria, encontrei um amparo enorme a respeito de minhas expectativas nas aulas do Mestrado, pois houve várias oportunidades de diálogo, por meio de seminários, que a meu ver foram importantíssimos para interação social entre os mestrandos e para reflexão sobre minha formação docente, norteando ações e reflexões sobre a prática docente. Todas essas experiências puderam me dar um olhar mais incisivo sobre o fazer docente, o ato de escrever e dialogar bastante sobre minha prática, o registro e o repensar das aulas puderam fazer com que eu acreditasse que poderia me tornar pesquisador, pois sabia que muito ainda tinha que ser feito para me libertar de práticas tradicionais<sup>6</sup>, pois:

A visão tradicional de conhecimento já não era mais suficiente para dar conta das novas necessidades a serem supridas pela escola. Não se trata de desmerecer todas as contribuições da escola tradicional, mas reconhecer as transformações ocorridas na sociedade e na escola. (BRASIL, 2006, p.7).

---

<sup>6</sup> Práticas como: “decorar” fórmulas, acreditar que as experiências que acumulamos durante toda a nossa vida escolar e social é um discurso ou texto escrito, que existe pronto na cabeça do professor ou impresso nos livros, e que aprender consiste em memorizá-los, sendo o conhecimento absoluto pronto e acabado. (BRASIL, 2006, p.10).

Segundo Alves (2006), a educação enraizada aos princípios capitalistas fica amarrada a incessantes técnicas e métodos de ensinar; o que nos remete a uma “educação manufatureira”, como se a escola fosse organizada por técnicas artesanais de trabalho com o intuito de dinamizar resultados no menor tempo possível, um maior exemplo disso é uso do livro didático como uma “bengala” onde o professor se apoia e reproduz fielmente o que está escrito, sem nenhuma reflexão. Nesta perspectiva, há dificuldade na superação da divisão entre o fazer e o pensar, onde há uma hierarquização do trabalho educativo: “uns fazem”, “outros pensam”, “uns dominam a teoria”, outros “limitam-se a prática mecanizada”.

Compreendo que como professor-pesquisador da Educação Básica devo agir em colaboração com o pesquisador acadêmico para um “fazer pensado”; tratando de situações reais do processo ensino-aprendizagem, numa ótica do ambiente de sala de aula, tendo a oportunidade de aprimorar o objeto investigado. Neste contexto, pesquisar significa “indagar”, “questionar”, com aprofundamento teórico e uma pesquisa analítica através de procedimentos rigorosos e sistemáticos para produzir conhecimento; cabendo ao professor pesquisador rever sua própria prática, com um olhar avaliativo, fugindo do senso comum, trazendo à tona algo próximo dos alunos pesquisados para que possam ser ativos em sua própria aprendizagem tendo mais motivação.

Entendo agora, no final do curso do Mestrado Profissional, que ao me posicionar como professor pesquisador devo rever a minha formação e tudo que ela reflete na prática, pois inicialmente a docência se caracterizava pela aplicação de metodologias emergenciais e a sala de aula seria somente um objeto da ação para testar o que funcionava ou não. Segundo Alves (2006), a formação do professor vem geralmente caracterizada por três situações nas disciplinas aplicadas: 1 - Disciplinas ligadas ao “saber” – referentes à base de formação do professor; 2- Disciplinas ligadas ao “saber fazer” – referentes a prática educativa do professor e 3- Momento de treinamento para a efetivação docente.

Na minha formação como professor de Matemática, notei um distanciamento entre o que foi orientado no curso acadêmico e a realidade vivenciada no ensino e aprendizagem da educação básica, pois as teorias, quando utilizadas por um professor mal formado, se mostraram insuficientes e até mesmo inúteis, é como se existisse naquele momento outra realidade, totalmente descontextualizada da formação acadêmica de outrora. É no chão da sala de aula que o professor se descobre ou se decepciona, daí a importância do diálogo professor-aluno e entre os próprios alunos, para buscar caminhos positivos para uma boa aula com

instrumentos do cotidiano, tornando assim a aula mais atrativa. Busquei tais instrumentos em: internet, vídeos, blogs, salas de interação virtual, ou seja, locais em que o aluno possa falar e ser ouvido, favorecendo situações nas quais o professor possa intervir e melhorar suas aulas e a relação com seus alunos, visto que o fundamental não é mudar somente o ambiente onde se estuda, mas mudar a atitude do professor (D'AMBRÓSIO, 1986, p. 106).

Acredito que somente com um mínimo de condições, podemos esperar um trabalho científico de qualidade. A pesquisa pode ser mediadora no olhar para o cotidiano escolar, podendo refazer procedimentos de pesquisa e discutir novas metodologias e seus resultados. Logo, pensando em fazer pesquisa baseada na minha própria prática e experiência profissional como professor de Matemática da escola pública, componho o meu material empírico por meio das experiências de meus alunos, suas vivências, trazendo para sala de aula uma contextualização com elementos do cotidiano, pois o aluno deve trabalhar a capacidade para aplicar conhecimentos na resolução de problemas do cotidiano, desenvolvendo a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 2000, p. 46 e 54).

As experiências formativas e as intervenções educacionais bem sucedidas acarretaram, para minha formação docente, um ótimo relacionamento com os alunos, corpo técnico pedagógico e todos os que estão direta ou indiretamente ligados ao processo de educação escolar, ou seja, do ambiente ao qual se pretende investigar. Não podia parar por aí, busquei estudar aprofundar meus conhecimentos, comprei livros sobre Educação, Matemática, Resolução de Problemas, conheci autores como Polya (2006), com ele acreditei em seu método, seus quatro passos e sua forma de resolução.

Os debates sobre o ensino e aprendizagem no decorrer das aulas no mestrado fomentavam discussões e reflexões sobre as relações entre professor e aluno, minhas experiências em sala de aula finalmente puderam contribuir para algo, a troca de experiências entre os vinte mestrados em fóruns, disciplinas, oficinas e palestras foram de fundamental importância para uma sensibilidade com o tratar dos alunos, saber onde olhar, observar os estudantes e aplicar a teoria na prática foram essenciais para poder imaginar-me professor pesquisador.

Acreditando que o professor deve ser mediador entre o seu conhecimento e o conhecimento do aluno, senti a necessidade de recorrer a posturas e métodos diferenciados, para dar voz aos alunos, para que eles busquem motivação em seus estudos, para que de alguma forma tornem-se ativos, participando de sua própria aprendizagem.

Lembro-me nos primeiros anos de carreira, de contar histórias engraçadas em todas as aulas, quando utilizava a velha técnica de “encher o quadro” eu tinha um tempinho extra para descontraír as aulas, aproveitava esse tempo para orientar meus alunos a respeito da importância de buscar discutir o conteúdo, de compartilhar seus anseios com os colegas e com os professores, ou seja, buscava uma forma para que eles se expressassem e pudessem contribuir para a aula.

As mais variadas trocas de experiências e diálogo em situações de ensino, fizeram chegar a diferentes conclusões e diferentes resultados de aprendizagem, com alguns muito satisfatórios; testes de sondagem realizados no final de cada semestre mostraram resultados e opiniões dos alunos em relação ao ambiente criado nas aulas de matemática, o que poderia ser melhorado, os que eles não gostavam, enfim serviram de base para organizar e propor atividades em sala, daí a importância do registro destas falas.

Hoje (2017) não se pode fazer como outrora, os diálogos são outros, os tempos são outros, jogos virtuais, plataformas de interatividade, vídeos, fotografias, gravação de voz, tudo isto está, a meu ver, tomando conta da realidade de nossos alunos e acredito que o professor pesquisador deve mergulhar em propostas que se atenham as novas tendências tecnológicas, pois os alunos de hoje se não estão copiando algo da lousa, estão mexendo no celular, o que para eles parece muito mais interessante que os meus longos diálogos. Acreditando que a Educação Matemática se pratica com um objetivo geral bem específico, o de transmitir conhecimentos e habilidades matemáticas, por meio de sistemas educativos: formal, não formal e informal, (D’AMBRÓSIO, 1986, p.35).

Logo o informal aqui presente seria o uso do celular, pois a interação descrita entre os alunos acontecia por meio deste, era lá que eles conversavam, trocavam ideias e suas angústias, e era lá que de alguma forma eu como professor estaria me envolvendo. Acredito que as narrativas dos alunos neste ambiente virtual, como grupo, poderiam possibilitar inicialmente uma melhor aproximação entre o professor e o aluno e entre os próprios alunos, para que todos pudessem fazer uma reflexão sobre nossas ações e melhorar nossas práticas no aprendizado da matemática a que se propõe trabalhar. Pois a construção de um grupo de troca e interação é a base para qualquer processo de aprendizagem, pois sem interação não haveria crescimento ou sua possibilidade de ampliação (LEITE, 2011, p.208).

Assim, foi no envolvimento dessas ideias que surgiu a possibilidade de se trabalhar o uso de celular, não na própria sala de aula, mas fora dela, como um segundo tempo de aula, como

apoio as atividades que ainda tinham por vir ou para discutir as dúvidas que ainda ficaram, ou seja, apareceu ali a oportunidade de dar voz a esses alunos, propiciar a interação e a busca de autonomia em seu aprendizado, dentro de um tempo plausível, sem atrapalhar suas atividades diárias fora da escola, pois já faziam postagens em grupos sociais falavam da vida, dos colegas, de seus filhos, porém agora tentaria orientá-los a falar de Matemática. Em relação a autonomia e a utilização da mídia na educação, é importante repensar o uso dos recursos midiáticos como uma ação educativa, focalizando, fundamentalmente, o estímulo à emancipação e à autonomia dos alunos (GOMES, p. 154, 2016).

Neste contexto, procurei organizar minha pesquisa de mestrado profissional, encontrei uma turma onde todos os alunos possuíam celulares, pois conhecendo o ambiente virtual do whatsapp e estando acostumados a interagir neste local, os estudantes estariam em um ambiente favorável e sentir-se-iam motivados a dialogar e discutir matemática. A este respeito, Coscarelli (2016) nos diz que:

As tecnologias digitais, disponíveis agora nos celulares e amplamente utilizadas por todas as camadas sociais como meio de comunicação, produção e disseminação de saberes, precisam ser estudadas e compreendidas. Os mais diversos contextos escolares precisam discutir e se apropriar dessas tecnologias para que os alunos também incorporem em suas vidas as inúmeras possibilidades oferecidas por equipamentos (computadores, laptops, celulares, tablets e outros gadgets) e aplicativos (COSCARELLI, p. 11, 2016).

Procurei então saber como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia, objetivando discutir o conceito matemático a partir da resolução de problemas desenvolvidos em sala de aula, utilizando a plataforma whatsapp como meio de interação entre os envolvidos, onde a aprendizagem depende muito da qualidade das interações, daí a necessidade de buscar um espaço rico de troca e cooperação entre os alunos (LEITE, p. 208, 2011).

O grupo escolhido para iniciar a pesquisa foram os alunos da EJA, pois todos eram pessoas que possuíam celulares e tinham intimidade com o aplicativo whatsapp. Percebi a necessidade de utilização do aplicativo por se tratar de um espaço propício para aprendizagem e a troca rápida de informações, já que todos pareciam estar motivados para iniciar a referente

proposta; e para pensar e aprender de modo eficaz, os alunos precisam estar motivados (HARTMAN, p. 69, 2015).

Considerando as expectativas e a organização dada para iniciar a pesquisa, optamos por um estudo de caso, como metodologia desta pesquisa, primeiramente pelo enquadramento de nossa questão de pesquisa proposta, já que: “O enquadramento das questões pode influenciar diretamente a escolha dos métodos de pesquisa, sendo um objetivo essencial evitar que haja incompatibilidades entre o tipo de questão e o tipo de método selecionado” (YIN, 2015, p. xvi). Neste sentido, nossa questão de pesquisa - como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia? - se enquadra perfeitamente na metodologia escolhida, além disso, a metodologia foi escolhida pelo fato de que:

A pesquisa de estudo de caso seria o método preferencial em comparação aos outros em situações nas quais (1) as principais questões da pesquisa são “como?” ou “por quê?”; um pesquisador tem pouco ou nenhum controle sobre eventos comportamentais; e (3) o foco de estudo é um fenômeno contemporâneo (em vez de um fenômeno completamente histórico) (YIN, 2015, p. 2).

Outro elemento que nos levou a escolha de tal metodologia foi o fato de que o estudo de caso contribui para o conhecimento de fenômenos grupais comum na Educação, focando no “caso” ao observar o comportamento de pequenos grupos (que no nosso caso o grupo formado no whatsapp) e o desempenho escolar, trazendo um “caso de ensino” procurando estabelecer uma estrutura de debate entre os estudantes, tendo por fim um fenômeno da vida real com manifestação concreta (YIN, 2015, p. 4, 5 e 36).

Como casos mais concretos Yin (2015), traz o estudo de indivíduos e pequenos grupos, o que se enquadra perfeitamente para o empreendimento de nossa pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso.

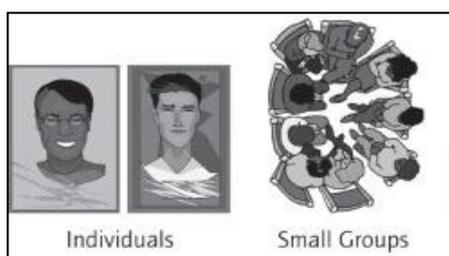


FIGURA 1: Casos ilustrativos para estudo de caso.  
FONTE: Yin, 2015, p. 37

Conduzimos uma pesquisa qualitativa, para explorar o problema em questão, pela necessidade de estudar um grupo, para escutar vozes muito tempo silenciadas, ou seja, para compreender os contextos ou ambientes em que os participantes estão inseridos (CRESWELL, 2014, p. 52).

Na organização dos alunos como grupo tanto na plataforma whatsapp como nas aulas presenciais, notei que estes apresentaram características de uma “comunidade de prática”<sup>7</sup>, pois os estudantes trabalharam juntos para aprender o conteúdo de matrizes, negociaram significados provenientes das muitas interações ocorridas dentro dos conceitos trabalhados e demonstraram indícios de aprendizagem e autonomia na realização das propostas pedagógicas encaminhadas.

Segundo Wenger (1998, p.8), a aprendizagem se intensifica em momentos quando, por exemplo, nos juntamos para se engajar em novas propostas de aprendizagem dentro da comunidade. Onde o aprendizado é parte integrante de nossa vida cotidiana, ou seja, parte de nossa participação em nossas comunidades e organizações.

---

<sup>7</sup> Segundo Lave e Wenger (1991, p.98), é um conjunto de relações entre pessoas, onde sua estrutura e suas relações definem possibilidades para aprendizagem. Na Comunidade de Prática, um grupo de pessoas se une em torno de um mesmo interesse, trabalhando juntas para encontrar meios de melhorar o que fazem na resolução de um problema, através da interação regular na comunidade. O termo foi criado por Etienne Wenger em conjunto com Jean Lave, para mais informações consultar Lave e Wenger (1991).

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Ao tratar do uso de tecnologias digitais, nas quais o aluno encontra-se mergulhado culturalmente no contexto informatizado, que no caso da referida dissertação seria o uso do whatsapp, traremos como primeiro autor Pierre lévy, com sua obra: “As tecnologias da Inteligência”, pois este autor trata com maestria a relação entre o ser humano e a era informatizada, explorando o que o autor chama de “cibercultura” em seu livro “cyberculture”, traz a discussão sobre o uso de elementos informatizados e seu papel no desenvolvimento intelectual do ser humano frente às novas tecnologias, pois se educar quer dizer, cada vez mais, aprender, transmitir saberes e produzir conhecimentos, dentro do ciberespaço temos tecnologias intelectuais que amplificam, exteriorizam e modificam numerosas funções cognitivas humanas como: memória, imaginação, percepção e raciocínios (LÉVY, 1999, p.157).

As inquietações apareceram devido às muitas reclamações de colegas professores da rede estadual de educação básica, a respeito do uso do celular por parte dos alunos, tanto dentro da sala de aula quanto fora dela. O que mais se vê, sem exceção, é celular escondido embaixo do caderno, é troca de mensagens de texto através de *wifi* (conexão de internet sem a necessidade de cabos), conversas em redes sociais, dentre outras. Logo a impressão que se tem, é que os jovens estão mais conectados e interligados do que nunca, mesmo estando a distâncias quilométricas. Lévy (2007, p.17) nos alerta que o número de mensagens em circulação nunca foi tão grande, mas temos poucas ferramentas para filtrar informações relevantes. Ao educador que se depara com estes tipos de diversidades culturais, o ensino qualitativo requer uma visão da necessidade de novas experiências tecnológicas educativas bem direcionadas, que tenham por base os componentes sociais e integradores para situar o professor dentro do espaço tecnológico vivenciado pela maioria de nossos jovens na escola.

A LDB (2010), diz respeito ao uso de tecnologias nos artigos: 32, inciso II, trata da tecnologia como um dos meios que se possa utilizar para formação básica do cidadão. E, no artigo 36 (inciso I), tratando do currículo do ensino médio que deverá destacar em seu corpo a educação tecnológica básica. Logo, torna-se necessário que os educadores entendam a importância da tecnologia para o desenvolvimento intelectual do aluno, cabendo ao professor proporcionar momentos de interação da atividade pedagógica desenvolvida em sala de aula

com a cultura digital que os alunos possuem por meio de celular, computadores, tabletes, televisão ou internet.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997, p.21) trata da necessidade de orientar nossos alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia para a educação, assim como o acompanhamento de sua renovação nas práticas educativas que contribuam para o ensino e aprendizagem. Neste sentido, os celulares, a internet e as redes sociais (em especial o whatsapp) podem servir como uma estratégia de interação social em situações diversas para a promoção de aprendizagens orientadas pelo professor garantindo a troca de informações entre os alunos e os professores, demonstrando seus modos de agir, de pensar e de sentir, em um ambiente virtual, para que as pessoas, mesmo não se expondo diretamente, possam comunicar-se e expressar-se naturalmente. Então na construção da proposta desta dissertação, segue um humilde projeto de “inteligência coletiva”, de estabelecimento de relações entre indivíduos, talvez isolados, que podem agora entrar em contato uns com os outros (LÉVY, 2007, p.17).

O método da Resolução de Problemas se faz presente, nesta discussão sobre tecnologia, pelo fato de poder proporcionar ao aluno o despertar pelo interesse do objeto matemático estudado no decorrer de suas aulas. O professor de matemática pode direcionar nos ambientes virtuais momentos de discussões para que os alunos possam criar suas próprias estratégias e não esperar que o professor o faça.

A curiosidade deve ser presente na didática do ambiente escolar, pois as situações cotidianas não são passos definidos para se obter soluções frente a problemas, pode-se até obter por meio de pesquisa os meios necessários para se chegar ao caminho desejado, porém a execução leva em consideração minúcias próprias do sujeito, pensamentos, atitudes que fazem aquele caminho tomado sendo próprio do solucionador. E esta prática, auxiliar para adquirir experiência, deve fazer parte das aulas de todo professor de matemática para dar suporte ao progresso acadêmico do aluno, pois “o estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível” (POLYA, 2006, p.1).

O segundo autor que dá suporte para a dissertação é o teórico George Polya, que foi escolhido para fundamentar a pesquisa por dar apoio à questão da resolução de problemas matemáticos, trazendo em seu livro “How to Solve It” (A Arte de Resolver Problemas) os quatro passos de seu método: (1) Compreender o Problema, (2) Planejar sua Resolução, (3) Executar o Plano e (4) Examinar a Solução.

Além de Polya (2006), pesquisas como de Schoenfeld (1985), Pozo (1998), Pais (2001), Smole e Diniz (2001), Onuchic e Allevato (2011), Dante (2003) e Mendes (2009), recomendam a abordagem dos conceitos de Matemática a partir da Resolução de Problemas, relacionado ao conhecimento do conteúdo anteriormente adquirido, de modo a permitir a troca de pontos de vista por meio do cálculo experimental. O aluno adquire conhecimento matemático com o auxílio discreto do professor, que indaga para sugestionar atitudes positivas, de modo que este adquira independência para realizar operações mentais sem a necessidade da presença de um instrutor.

É importante desenvolver a capacidade de raciocinar frente a uma determinada situação em vez de somente trabalhar técnicas de resolução, o professor deve propiciar momentos de diálogo para melhor entender os seus próprios alunos, visando atribuir repertórios matemáticos suficientes para o bom entendimento de vocabulários próprios da área de Matemática. Pois, o estudante deve refletir, analisar e adquirir experiência objetivando autonomia no seu modo de pensar ao realizar operações matemáticas mais complexas, relacionando com problemas mais simples ou correlatos. Pois, a este respeito, o próprio autor noz diz que:

É difícil imaginar um problema absolutamente novo, sem qualquer semelhança ou relação com qualquer outro que já haja sido resolvido; se um tal problema pudesse existir, ele seria insolúvel. De fato, ao resolver um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo. Além do que, naturalmente, o problema de que nós aproveitamos deve ser, de alguma maneira, relacionado com o nosso problema atual. (POLYA, 2006, p. 41).

Com a escolha do conteúdo de Matrizes pelos próprios alunos, dentro do contexto descrito, temos três bases para o desenvolvimento da dissertação: o conceito matemático a ser trabalhado com os alunos: o conteúdo de Matrizes; o material didático informatizado virtual utilizado para dar apoio às aulas e gerar motivação nos alunos: o whatsapp; e a teoria de aprendizagem que rege a aula presencial de matemática na sala de aula: A Resolução de Problemas.

## **4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Acreditando que na Área da Educação Matemática, a Resolução de Problemas seria uma forma de atividade diferenciada para tratar das aulas em turmas da EJA, este capítulo trata de uma breve discussão relacionando este método de ensino com as experiências de minha prática de sala de aula com turmas as quais pretendia pesquisar, pelo interesse nesta modalidade de ensino, em acreditar que suas experiências de vida poderiam contribuir para minha pesquisa na busca de um objeto de estudo, até o surgimento dos grupos no whatsapp.

Já a terceira parte deste capítulo, trata das Situações Didáticas, que foi trazida para esta discussão por causa das muitas leituras feitas em relação à Resolução de Problemas, leituras como a de Pais (2001), Brousseau (2008) e D'Amore (2007) tratam deste método de ensino relacionado com as Situações Didáticas dentro das discussões referentes a Didática da Matemática Francesa, logo por conveniência considere importante trazer neste capítulo estas discussões e sua relevância dentro do trabalho proposto.

### **4.1. Resolução de Problemas em turmas da EJA**

No decorrer das aulas de matemática, notei que muitos alunos ficavam dispersos durante as explicações ou atividades propostas, é como se esperassem encontrar algo que lhes fossem familiar, porém em turmas de EJA, o mais comum é deparar-se com questões em que os alunos não conhecem ou não lembram, já que temos muitos destes que estavam anos distantes da escola, por motivos diversos.

Muitas vezes, recorremos ao que chamamos aqui de “microaulas”, reservamos um espaço em branco do quadro magnético (lousa onde o professor escreve) para lembrar os conteúdos referentes à aula vigente, onde o aluno possa recordar conteúdos de anos anteriores. Na maioria das vezes, esta abordagem parece útil, porém mesmo assim alguns alunos não interagem com o professor ou com seus colegas, o que parece demonstrar algum tipo de bloqueio em relação ao estudo do objeto matemático.

Como exemplo disso, temos o estudo de gráficos de funções, volume e área de sólidos geométricos espaciais, levantamentos estatísticos, frequência relativa. todos estes conteúdos requerem do estudante certo grau de conhecimento prévio em relação ao cálculo matemático de anos anteriores, porém há poucos alunos com habilidades de realizar as operações de

multiplicação, divisão, exponenciação ou radiciação dentro destes conteúdos. O que nos leva a recordar tais conceitos durante o desenvolvimento pedagógico no decorrer das aulas ministradas.

Uma das dificuldades de se abordar os conteúdos citados, decorre do fato de que alguns destes assuntos não possuem representação concreta no nosso cotidiano e sim uma representação ideológica, como é o caso das figuras geométricas planas, pois superfície plana, segundo Euclides (2009, p.97) “é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma”. Logo em nossa realidade isto não é algo possível, porém podemos imaginar e representar tais superfícies, além de poder calcular suas áreas e perímetros, daí a importância de se criar esquemas internos para poder melhor trabalhar os conceitos matemáticos envolvidos durante as aulas. Não devemos jamais confundir um objeto e sua representação, pois na matemática, os objetos matemáticos não são acessíveis “perceptivamente” ou “instrumentalmente”, (MACHADO, 2003, p. 21).

O conhecimento matemático de cada indivíduo diante de uma determinada situação problema é acionado por meio de representações, onde segundo Mendes (2009, p. 76), tal representação ocorre a partir de esquemas internos de cada um e geralmente é fruto da experiência matemática vivenciada pelos indivíduos. Porém se esses esquemas não forem internalizados, cabe ao professor orientar seus alunos a estimular essas experiências, de tal forma que o indivíduo possa configurar e resolver problemas matemáticos diversos.

Uma possível abordagem, na tentativa de superar bloqueios cognitivos relacionados à aprendizagem de matemática, seria a de os alunos entrarem em contato com problemas resolvidos, pois estes contribuem de forma positiva no momento em que os alunos utilizem a resolução para investigar e compreender o conteúdo matemático proposto na sala de aula. Para tanto, Mendes (2009, p. 78), afirma que o professor deve oferecer ao aluno todo tipo de problemas possíveis durante as suas atividades docentes, pois é da diversidade de experiências que os processos cognitivos de generalização e síntese se efetivarão.

Na concepção de Smole e Diniz (2001, p.89), o termo resolução de problemas é denominado de perspectiva metodológica, pois seria um modo de organizar o ensino, logo, se deve ter o enfrentamento de uma determinada situação problema que não possui solução evidente, necessitando de um repertório de conhecimento do aluno para solucionar o problema. Sendo assim, nesta concepção, teríamos algo maior que os propostos nos problemas convencionais que encontramos em muitos livros didáticos, pois não teríamos algo

mecanizado e sim a construção de conhecimentos matemáticos, diferentemente das questões diretas como, por exemplo: O diâmetro de uma circunferência vale 10cm, qual o valor do seu Raio? Ou ainda, faça o gráfico da função  $f(X) = 2.X - 1$ . Perceba que nestas questões, as resoluções são diretas, não tendo uma reflexão a respeito dos conceitos e conteúdos abordados, logo, se o professor abordar uma questão um pouco diferente o aluno teria certa dificuldade de respondê-la, sendo assim faz-se necessário um comprometimento sério por parte do educador para se formular e trabalhar as questões de matemática a serem abordadas em suas aulas.

No que se referem, ao repertório de conhecimento matemático envolto no nosso cotidiano, os Parâmetros Curriculares Nacionais, diz que a concepção da matemática no Ensino Médio:

[...] se junta a ideia de que, no Ensino Fundamental, os alunos devem ter se aproximado de vários campos do conhecimento matemático e agora estão em condições de utilizá-los e ampliá-los e desenvolver de modo mais amplo capacidades tão importantes quanto as de abstração, raciocínio em todas as suas vertentes, resolução de problemas de qualquer tipo, investigação, análise e compreensão de fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. (BRASIL, 2000, p.41).

Logo, devemos explorar ao máximo o repertório dos alunos da EJA, assim como estimular a investigação, a resolução de problemas, para seu desenvolvimento intelectual, seja como estratégia didática ou para aplicação em situações do cotidiano como: leitura e interpretação de gráficos, levantamento estatístico, problemas de probabilidade; sendo assim, temos uma responsabilidade enorme com o trabalho pedagógico desenvolvido com nossos estudantes para sua formação educacional.

As questões matemáticas discutidas em sala de aula devem ir além de mera repetição de procedimentos padronizados ou situações rotineiras desinteressantes para os alunos, em vez disso, devemos estimular a criatividade, fazendo com que os problemas propostos tenham significado para os indivíduos, proporcionando ao estudante encontrar soluções a partir de questionamentos, envolvendo seu repertório de conhecimentos prévios e atividades realizadas com os colegas em sala de aula.

Algumas situações na resolução de questões envolvendo cálculos matemáticos remetem o aluno a cálculos básicos de divisão ou multiplicação, porém mesmo alunos da EJA do ensino médio encontram dificuldade em solucioná-las, talvez por terem contato com

resoluções padrões sem outras possibilidades de resposta ou por estarem muito tempo sem contato com tais operações, visto que, alguns alunos estão muito tempo fora do ambiente escolar e necessitam rever algumas técnicas de resolução de *exercícios matemáticos*.

O termo “*exercício*” foi utilizado aqui no sentido de demonstrar procedimentos de resolução usuais, como o abordado por D’Amore (2007, p. 310), referindo-se a um procedimento de rotina, tendo um fim em si mesmo, não tendo uma conotação com a realidade. Porém esta prática torna-se indissolúvel nas práticas pedagógicas de sala de aula, uma vez que, é necessário conhecer técnicas de resolução matemáticas básicas para poderem adquirir habilidades nos testes escritos abordados usualmente. A isto, deve-se sempre demonstrar várias formas de resolução, cabendo ao aluno escolher a melhor maneira de se apropriar do conhecimento matemático abordado.

No início das atividades escolares, no primeiro semestre, em turmas de EJA é comum encontrar alunos com dificuldade na operação envolvendo divisão matemática, como já foi dito, por motivos diversos, porém a abordagem por parte do professor deve se dar por exemplos diferentes, pois mesmo estando no ensino médio, jamais devemos impor estratégia alguma, mesmo porque o estudante já deve ter alguma carga de conhecimento (um repertório adquirido) de tais técnicas, logo devemos recordar algumas delas.

Consideremos uma situação na qual o aluno se depara com a necessidade de dividir 3,2 por 4. Geralmente o algoritmo utilizado é sempre o mesmo:

Multiplicar valores no quociente para encontrar aproximações no dividendo:

QUADRO 1- Divisão por Aproximação

$\begin{array}{r} 3,2 \\ \underline{4} \end{array}$	I	$\begin{array}{r} 320 \\ \underline{40} \\ 0, \end{array}$	III
$\begin{array}{r} 32 \\ \underline{40} \end{array}$	II	$\begin{array}{r} 320 \\ \underline{40} \\ - 0 - \\ 0,8 \end{array}$	IV

FONTE: Próprio autor

Porém, poderíamos realizar a mesma operação de outras formas, como por exemplo, realizar subtrações sucessivas, ou seja, agrupamentos com o valor do divisor:

QUADRO 2 - Divisão por Agrupamentos

3,2	$\begin{array}{r} 4 \\ \hline \end{array}$	I	$\begin{array}{r} 320 \\ - 40 \\ \hline 280 \\ - 40 \\ \hline 240 \\ - 40 \\ \hline 200 \\ - 40 \\ \hline 160 \\ - 40 \\ \hline 120 \\ - 40 \\ \hline 80 \\ - 40 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 0, \end{array}$	V
32	$\begin{array}{r} 40 \\ \hline \end{array}$	II			
320	$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 0, \end{array}$	III			
A partir de III realizar subtrações sucessivas do dividendo pelo divisor.		IV	$\begin{array}{r} 320 \\ - 0 - \end{array}$	$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 0,8 \end{array}$	VI

FONTE: Próprio autor

Note que não se trata de resolução de problemas, mas considero interessante buscar novas técnicas de solução de exercícios, como forma de aprimorar conhecimentos e habilidades referentes a cálculos matemáticos, pois os próprios alunos da EJA deixam evidente a dificuldade encontrada em trabalhar conceitos matemáticos do ensino fundamental, mesmo estando cursando o ensino médio, cabe ao educador identificar tais dificuldades e esclarecer dúvidas e buscar a melhor didática ou técnica para conseguir dar prosseguimento nas atividades pedagógicas de seus educandos.

Na dificuldade em operar com números decimais, há a necessidade de revisão dos algoritmos de técnicas de solução, por meio de exemplos e exercícios. Uma situação semelhante ocorreu durante uma aula realizada no primeiro bimestre de 2016. Ao demonstrar

as técnicas descritas no quadro 1 e 2; alguns alunos gostaram da segunda técnica (quadro 2), porém a maioria dos alunos preferiram a primeira (quadro 1). Expressões do tipo: “a primeira solução é mais fácil”, “melhor a primeira, aprendi assim, só não lembrava”, “eu gostei mais da primeira”. Expressões desse tipo foram recorrentes durante a aula, porém foi deixado claro que o importante não é enfatizar qual a melhor ou a pior técnica e sim apresentar várias para ampliar o repertório matemático para futuras resoluções.

O professor deve propiciar ao aluno, momentos de reflexão sobre as questões e técnicas de resolução, porém, não deve confundir problema de exercício, pois segundo D'Amore (2007, p.300), Problema seria instrumento de aquisição de conhecimento, sendo objeto de ensino, o professor escolhe problemas seguindo processos didáticos, fazendo do aluno sujeito produtivo desses processos. Enquanto que exercício serviria para consolidar conhecimentos e habilidades, o professor escolhe os exercícios, corrigindo e avaliando as respostas, cabendo ao aluno o papel somente de executor das propostas.

Abordar conceitos básicos de matemática na EJA, no que se refere à multiplicação e divisão, é algo a ser debatido com cautela, pois segundo Duarte (2001, p.80-85), podemos fazer relações entre uma operação e outra, para que o aluno possa dominar técnicas operatórias, com o objetivo de ir além de concepções usualmente difundidas. A vantagem de se abordar tais operações com alunos de EJA decorre do fato deles trazerem em sua experiência cotidiana certo conhecimento, o que amplia ainda mais o seu repertório, em relação às operações matemáticas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Logo tais experiências podem auxiliar o professor em suas aulas, podendo começar por apresentar situações das mais simples para poder posteriormente apresentar a seus alunos situações mais complexas de abstração.

Alunos adultos, mesmo sem saber formalizar conceitos operatórios matemáticos, podem resolver algumas operações por experiência de situações usuais, e a relação entre operações, como no caso mostrado anteriormente realizada no quadro 2 (divisão e subtração), é necessário seu estudo para que o educando adquira domínios de técnicas operatórias, pois posteriormente ao deparar-se com situações problema, poderá solucioná-las com algoritmos mais complexos, ou seja, devemos fornecer condições prévias para que os pressupostos sejam trabalhados de maneira clara e objetiva.

Para tanto, devemos recorrer à didática para conhecer estratégias de aprendizagem, o professor deve analisar e explorar aspectos de todos os tipos, tanto no campo científico quanto

no campo real vivenciado no dia a dia dos envolvidos, apropriando-se de tal forma que possa direcionar suas aulas a um panorama qualitativo e não somente quantitativo. Neste sentido, em relação à didática aplicada pelo professor, Pais (2001) alerta que:

[...] é preciso destacar que os saberes são concebidos, validados e comunicados por diferentes maneiras que condicionam o funcionamento do sistema didático. Para melhor fundamentar as estratégias de aprendizagem, compete à didática analisar as variações associadas a esses três aspectos, decorrentes da natureza de cada disciplina. Quer seja em nível dos saberes científicos, escolares ou do cotidiano, o trabalho pedagógico exige uma análise dessas variações que revelam aspectos intuitivos e experimentais, voltado para uma aproximação do aspecto teórico do saber científico. (PAIS, 2001, p.65).

Em uma situação didática, na concepção de Pais (2001), o envolvimento das relações entre o educador e o educando é de suma importância para o desenvolvimento das atividades pedagógicas realizadas na sala de aula, porém não é fator predominante para se considerar as situações cognitivas que poderão ser implicadas, logo, devemos realizar a junção do que fazemos entre tais situações e outros elementos do sistema didático como: objetivos, métodos, posições teóricas e recursos didáticos. Além disso, devemos ter cuidado ao apresentar o conteúdo durante as aulas, pois este deve ter um contexto significativo para o estudante, caso o contrário, “se o contexto priorizado, pelo professor, for exclusivamente os limites do saber matemático puro, o que ocorre é uma confusão entre o saber científico e o saber escolar”. (PAIS, 2001, p.66).

O professor deve se manter em alerta para perceber as pequenas situações nas relações existentes no ambiente educacional do seu espaço de trabalho, porém deve entender que o tempo investido por ele dentro da sala de aula constitui apenas uma parte da aprendizagem do aluno e que existe outros saberes que não podem ser “controlados” pelo professor, porém, esses saberes, podem de alguma forma ser incorporados ao trabalho pedagógico desenvolvido pelo professor de matemática, cabendo a ele pesquisar aquilo que o aluno sabe para tentar adaptar em suas aulas.

Esta adaptação é um ponto de partida para que o aluno adulto possa solucionar problemas matemáticos, aguçando a criatividade para que ele expresse suas habilidades ao realizar cálculos permeados por conhecimentos anteriormente adquiridos, como professor comprometido com a educação de nossos jovens, devemos acreditar nesta “expansão” do domínio cognitivo de nossos alunos, uma vez que ele poderá ser motivado a estruturar suas

próprias situações problemas envolvendo a matemática de seu cotidiano e os conhecimentos perpassados durante suas aulas em contato direto ou indireto com o professor. Assim, “neste sentido, a adaptação pode ser entendida como a habilidade que o aluno manifesta em utilizar seus conhecimentos anteriores para produzir a solução de um problema”. (PAIS, 2001, p.69).

#### **4.2. Resolução de Problemas e o Surgimento do Grupo Virtual Whatsapp**

Ao introduzirmos o repertório do aluno às aulas de matemática, acabamos por abarcar também, os conhecimentos relacionados à informática, pois os alunos estão mais interados com tal questão do que podemos imaginar, cabe ao professor de matemática redirecionar a atenção do aluno para questões mais construtivas, tendo como direcionamento a educação, já que muitos alunos e professores possuem contato direto com a internet, computadores, celulares conectados, tabletes, wifi, dentre outros, que oferecem uma gama de informações que podem contribuir para que o aluno tenha um acervo de conhecimentos para poder introduzir em suas explanações a respeito da resolução de problemas matemáticos. Cabendo aqui, a indagação de justificativa a respeito da utilização do aplicativo whatsapp como ferramenta de apoio às aulas de matemática, pois este aplicativo serve muito bem para comunicação e interação do professor e do aluno dentro ou fora do ambiente escolar, tratando de situações a nível pedagógico e de interesse educacional.

O conhecimento exigido e adquirido na era tecnológica em que vivemos é muito mais do que apenas fazer coleções de informações navegando pela internet, com as inovações tecnológicas sempre presentes em nosso cotidiano, o professor deve incorporar tais práticas em suas atividades pedagógicas, oferecendo ao aluno informações importantes a respeito da matemática, onde a função do aluno nesse panorama tecnológico é muito mais do que apenas “coleccionar informações”, este passa a “processar informações”, no sentido de realizar “tratamento de informações para transformá-las em conhecimento”. (PAIS, 2001, p.70).

A utilização da internet como via de comunicação entre professor e aluno adulto torna-se interessante no momento em que os envolvidos possam trocar informações relevantes ao ensino da matemática, além de poder relacionar-se com outros colegas de sala de aula, o aluno tem em mãos um poderoso meio de tirar suas dúvidas, pedir orientações e partilhar conhecimentos com todos os interessados, realizando conferências em grupos virtuais, ainda no whatsapp, enviando mensagens de texto ou de áudio, compartilhando ideias, angústias e

socializando experiências em contato com o objeto matemático em estudo proposto pelo professor.

O professor como orientador em uma conversação, estando num ambiente virtual via whatsapp, deve mover as discussões para um direcionamento didático, tendo o devido cuidado ao lidar com os participantes do grupo, evitando chateações e melindres. Peters (2001, p.51), tratando de modelos de conversação, comenta como o professor deveria empenhar-se em manter, nestes casos, uma “linguagem clara”, escrevendo de modo pessoal, envolvendo os participantes emocionalmente, não realizar digitações extensas de leitura rebuscada e cansativa, direcionar os estudos no ambiente virtual para pontos importantes, mantendo sempre a animação ao fazer perguntas, manifestar opiniões e na emissão de juízo.

Neste sentido, a relação professor e aluno, é propícia a uma conversa longa e duradoura, dando oportunidade para que o educador pesquisador possa explorar os diálogos dos alunos acerca da resolução de problemas matemáticos, criando novas estratégias para redirecionar a didática aplicada em aulas presenciais posteriores. Os celulares hoje são verdadeiros computadores de mão capazes de trocar email, repassar vídeos, fotos dentre outras atividades em instantes, e ainda, com a expansão da conexão via wifi (internet sem fio), temos a navegação na internet muito mais veloz e com possibilidades imensas para a educação, pois a distância entre o aluno pesquisador e o material didático ficou ainda menor, facilitando ao educador propor uma estratégia de educação a distância de qualidade priorizando a construção do conhecimento pelo próprio educando. Neste contexto:

As novas tecnologias, portanto, ampliam o espectro das formas do ensino e da aprendizagem no ensino a distância, numa dimensão quase inimaginável. Possibilitam aos estudantes formas de ativação jamais conhecidas antes, o que pode tornar a aprendizagem mais atraente e eficiente. E para os docentes amplia-se o espaço para decisões didáticas. (PETERS, 2001, p.230).

Explorar o ambiente virtual introduzindo conversas produtivas é interessante, uma vez que conduz o estudante a práticas autônomas, pois sem o professor presente, o aluno terá de estruturar respostas à resolução de problemas levantados sem estar em contato direto, logo devemos instigar os envolvidos a procurar estratégias por meios adquiridos em sala de aula ou por conhecimentos anteriores adquiridos em contato com as questões levantadas pelo orientador, cabendo ao aluno buscar melhores estratégias, exemplificando suas ideias por

meio de vídeo, texto escrito ou por gravação de voz, ampliando cada vez mais o seu repertório matemático apropriando-se do vocabulário utilizado pelo professor no ambiente virtual.

A resolução de problemas é necessária aos alunos de EJA, pois acredito que estudar a compreensão e interpretação dos enunciados de problemas matemáticos ajuda os alunos na análise e resolução dos procedimentos mobilizados por eles, além de que devemos oferecer ao aluno condições para realizar atividades sem a interferência do professor, para que obtenha conhecimentos por esforço próprio, na busca por resolução de problemas. Acredito que na resolução de problemas em matemática:

Há uma interpretação teórica das situações que não estão diretamente sobre o controle pedagógico, mas essa impossibilidade de controle não impede o reconhecimento de sua importância para aprendizagem, por certo, quando o aluno encontra-se em uma situação de pesquisa de solução de um problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor. A riqueza das ideias provenientes do imaginário do aluno resume a busca de solução do problema. (PAIS, 2001, p.71).

O professor de matemática ao implementar o método da Resolução de Problemas em suas aulas, deve ter em mente o nível de problema a ser escolhido, pois este não pode estar em um nível intelectual descontínuo a do aluno, pois devemos ser precisos acerca do que esperar de nossos alunos e o que eles podem exigir de nós, para assim, podermos explorar as potencialidades dos envolvidos em suas particularidades em relação ao saber matemático desenvolvido. Daí, podemos observar as habilidades desenvolvidas pelo aluno em relação a situações didáticas impostas.

#### **4.3. O Método de Resolução de Problemas e Situações Didáticas**

Observando as interações presentes entre as atividades pedagógicas de ensino com as diversas possibilidades de intervenção do professor em contato com o saber matemático, com alunos jovens e adultos, devemos analisar as situações didáticas envolvidas para melhor orientação das propostas feitas e acordadas entre educador e educando. Logo podemos citar algumas tipologias de situações que poderão ser empregadas com nossos estudantes, para tanto recorreremos às ideias de Brousseau (2008), pois este estudioso traz acervos interessantes

acerca da discussão sobre estas situações didáticas que podem favorecer o ensino e a aprendizagem nas aulas de matemática.

O professor ao organizar suas aulas pedagogicamente, o conhecimento matemático envolvido é repassado ao aluno por falas, mensagens, e o aluno as utiliza como referência para as atividades a serem desenvolvidas posteriormente, ou seja, ele ativa o seu repertório. Para isto, Brousseau (2008, p.17), traz o seguinte esquema, a fim de facilitar o entendimento do que ocorre no processo de ensino e aprendizagem, tendo como base para estudo as relações didáticas entendidas como comunicação de informações:

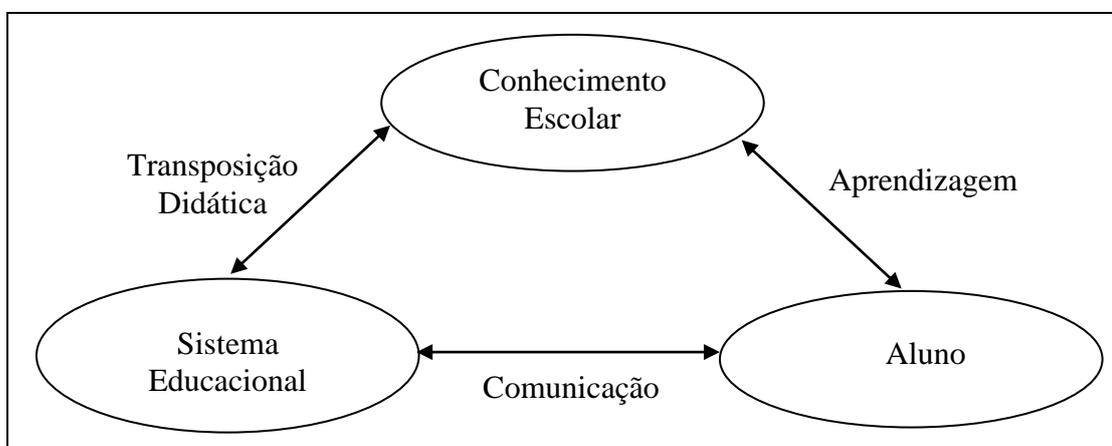


FIGURA 2- Triângulo Educacional  
FONTE: Brousseau (2008, p.17)

Nesta situação, temos a representação do que podemos observar nas didáticas aplicadas por professores que organizam o conhecimento a ser trabalhado em suas aulas por meio de troca de mensagens. Na divisão da didática enquanto troca de informações, temos que “esse esquema facilita a determinação dos objetos a serem estudados, o papel dos agentes do processo e a atribuição do estudo do ensino a diferentes disciplinas. A matemática, por exemplo, tem a função de legitimar o saber escolar.” (BROUSSEAU, p. 17, 2008).

No intuito de examinar a didática para o estudo da matemática, é dever do professor explorar as habilidades que o aluno apresenta no decorrer de suas aulas, além de escolher a melhor estratégia didática, pois em contato com várias situações no processo pedagógico, devemos nos preocupar com as interações existentes entre aluno e objeto matemático, assim como prepará-lo para futuras projeções de propostas de resolução de problemas.

Em turmas da EJA, temos um leque de possibilidades de conhecimentos a serem explorados, pois temos alunos com anos de experiência em atividades diversas cuja matemática escolar poderá ser incorporada, na tentativa de encurtar a distância entre a realidade vivida pelo estudante e a matemática compartilhada no ambiente de sala de aula. A estes conhecimentos, tanto de experiência cotidiana quanto de contato com conteúdos escolarizados acadêmicos, estará contemplado em discussões posteriores como: *repertório do aluno*.

As interações decorrentes entre o diálogo do professor e do aluno podem ser analisadas observando algumas *situações* vivenciadas, como por exemplo, aquelas em que o aluno recorre a conhecimentos e esquemas que o indivíduo teve contato em atividades anteriores (repertório). Em outras, podemos ter a possibilidade de construir sozinho um novo processo, atingindo objetivos específicos em relação à matemática trabalhada pelo professor.

Para Brousseau (2008), denominamos de *situação*, o modelo interacional do sujeito para com o meio, já que procuramos alcançar ou conservar um estado favorável em contato com o objeto de estudo. Neste estudo temos quatro situações de abordagem didática, situação de: ação, formulação, validação e institucionalização.

Na situação de ação, o aluno intuitivamente e experimentalmente, realiza processos para solucionar um determinado problema, toma determinadas decisões no decorrer de sua resolução sem necessidade de argumentos advindos da teoria e sim da prática que o aluno tem com o objeto em questão, tendo um *feedback* (retorno) do meio. Para a matemática, torna-se importantíssimo tais conhecimentos, pois quando se trata de alunos adultos, temos experiências de vida que aumenta ainda mais o repertório, trazendo muita matemática, mesmo que não seja aquela usual de característica institucional acadêmica, mas tais conhecimentos devem ser trabalhados e aproveitados pelo professor.

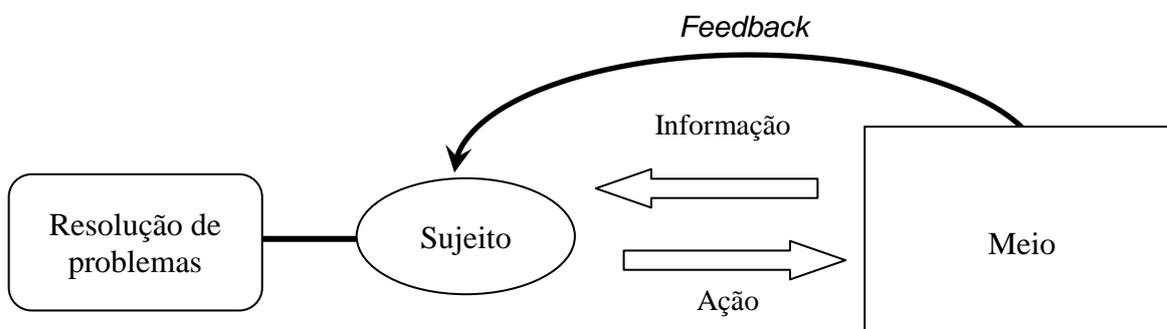


FIGURA 3 - Situação de Ação  
FONTE: Adaptado de Brousseau (2008, p.28)

Note que neste tipo de situação, o sujeito ao realizar ações, recebe do meio certas informações, que ao entrar em contato com determinado problema, o sujeito relaciona as informações obtidas no meio com a resolução do problema em questão.

A situação de formulação, também não necessita de explicação ou justificativa teórica, o que difere é que em contato com um problema, o aluno utiliza algum esquema anterior, raciocinando em cima deste e elaborando outros procedimentos experimentais aplicando informações adquiridas anteriormente.

Logo, teríamos na situação de formulação, metodologias mais elaboradas por parte dos alunos, além da aplicação de novos conhecimentos e sem a necessidade de validar suas resoluções.

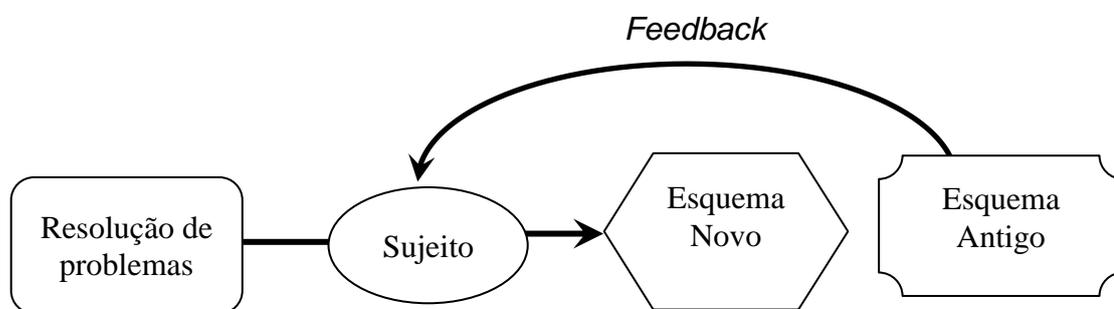


FIGURA 4 - Situação de Formulação  
FONTE: Próprio autor

Perceba que frente à resolução de problemas, especificamente de matemática, o aluno recorre a um esquema conhecido de solução, porém adapta novas estratégias, incrementando o esquema antigo e criando um novo.

A terceira situação, a situação de validação, o sujeito, frente à resolução de um problema, utiliza-se de demonstrações e estratégias que validem suas soluções, traçando caminhos encontrados com esquemas elaborados perpassando pela teoria vigente. Temos aqui, a racionalidade, onde há a verificação do que é conhecido pelo sujeito argumentativo.

Ressalto que o pensamento racional implicado na resolução de um determinado problema, estará intimamente ligado ao contrato pedagógico firmado pelos conhecimentos teóricos acadêmicos históricos ligados intimamente a questão levantada pelo professor.

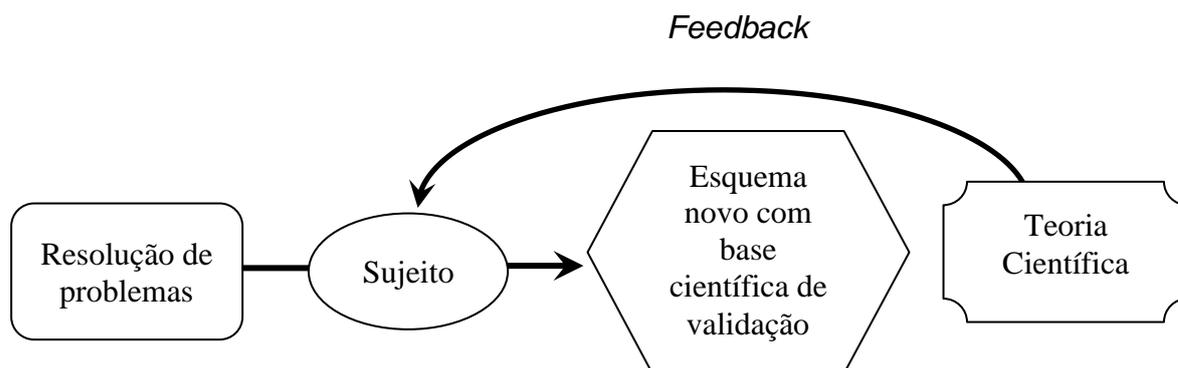


FIGURA 5 - Situação de Validação  
 FONTE: Próprio autor

Neste esquema, o aluno ao resolver um determinado problema, prova seus argumentos de modo que deve haver um convencimento sem contradições com a lógica da teoria relacionada com o assunto em questão.

O professor, neste tipo de situação, deve aprimorar o conhecimento do aluno mediante as argumentações realizadas, proporcionando ao estudante a conscientização de suas contradições sobre a teoria envolvida para impulsioná-lo a raciocínios cognitivos mais elevados, preparando-o para problemas posteriores. Vale ressaltar que o conhecimento aqui abordado pode ser determinado por aquele referente à educação básica de ensino.

Por último, temos a situação de institucionalização, que é necessária para que o aluno tenha a compreensão do conteúdo envolvido na resolução de um determinado problema e o domínio argumentativo teórico acadêmico, porém sente ainda a necessidade de aprimorar seu conhecimento interagindo a uma teoria maior do que aquela conhecida por ele.

Neste sentido, cabe ao professor proporcionar a este aluno um conteúdo formalizado de acordo com o anseio do estudante por ideias que posteriormente farão parte de seu acervo cultural acadêmico para resolver problemas considerados mais difíceis.

Observe que neste esquema, o professor faz uma formalização do conteúdo a ser trabalhado, levando em consideração o conhecimento teórico adquirido pelo aluno, assim o estudante entrará em contato com aspectos formais do conteúdo que será incorporado a seu saber teórico anterior, valorizando o que já sabe e proporcionando a construção de um novo conhecimento.

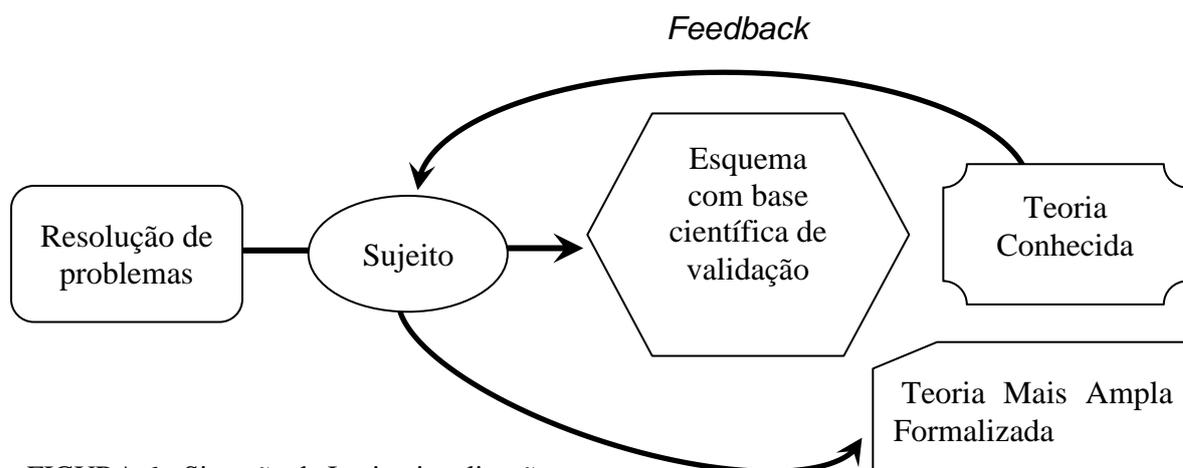


FIGURA 6 - Situação de Institucionalização  
 FONTE: Próprio autor

A esta última situação didática, Brousseau diz que é necessária tal institucionalização das situações para podermos ter avanços na teoria conhecida, pois:

“[...] os conhecimentos particulares, e até mesmo os públicos, continuariam contextualizados e tenderiam a desaparecer na maré das lembranças cotidianas, caso não fossem recolocados em um repertório especial, cuja importância e uso não foram confirmados pela cultura e pela sociedade.” (BROUSSEAU, 2008, p.32)

Além disso, as situações de institucionalização passam a ser um referencial para o estudante, pois “têm a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno. Sob o controle do professor, é o momento de proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico.” (PAIS, 2001, p.73).

Neste contexto, o reconhecimento científico gerado é imprescindível para a validação do problema a ser resolvido, aumentando o acervo do conhecimento cultural do aluno a respeito do objeto em estudo, mesmo que seja um reconhecimento a nível somente de sala de aula.

Além das situações enumeradas acima, não podemos deixar de ressaltar a situação adidática, que para Brousseau, trata-se de o aluno recorrer a seu repertório de conhecimento que ele mesmo está construindo, sem relação alguma com qualquer situação prevista em algum contexto de ensino. E para Pais (2001, p. 68), a situação adidática é caracterizada pela presença de algum fenômeno de aprendizagem sem intencionalidade pedagógica direta ou

indireta do professor, que dentro de uma determinada situação didática, já descrita, poderemos ter uma diversidade de situações didáticas.

O estudo teórico das situações didáticas, aqui propostas, é imprescindível para que o profissional em sala de aula possa orientar suas metodologias e propostas pedagógicas, produzindo conhecimento e adequando sua forma de trabalhar com a realidade vivenciada pelos envolvidos, formalizando ideias e estruturas para conceitos bem elaborados e de reconhecimento no campo da Educação Matemática, pois o professor em orientação com seus alunos pode adequar suas propostas pedagógicas a situações didáticas que favoreçam uma educação de qualidade.

#### **4.4. O Método de Resolução de Problemas e Vocabulários Matemáticos**

Dedicar tempo ao método apresentado por George Polya é imprescindível para tratar de resolução de problemas envolvendo matemática, pois como professor de matemática, o autor realizou grandes pesquisas em relação ao assunto em questão. As pesquisas de artigos constataam a grande importância e relevância para os temas atuais em discussão em relação ao ensino e aprendizagem envolvendo o estudo do objeto matemático, e ainda ao ato de pensar e repensar a solução para uma determinada situação matemática.

Neste sentido, considerar a reflexão diante de um problema matemático como uma forma de ensinar, torna-se evidente a busca por uma base histórica segura, pois foi a partir das ideias de Polya em 1944 que o método de Resolução de Problemas teve um panorama acadêmico abrangente para direcionamento de pesquisas de ensino e aprendizagens em sala de aula, o autor é considerado o “pai da resolução de problemas”, sendo assim:

Devemos acreditar que a matemática trabalhada em nossas salas de aula vai além de exercícios usuais com mera repetição de técnicas de resolução, poderemos ir além fazendo com que o conteúdo matemático trabalhado faça nossos alunos refletirem a respeito das questões levantadas, além de uma participação mais ativa entre professor e estudante, podemos dizer que instigar os educandos a descobrir seus próprios meios para se chegar a uma solução é dar liberdade intelectual para se ter indivíduos adultos criativos, que possam raciocinar independentemente de seus orientadores estudantis, tomando gosto pela matemática e sua prática para vida cotidiana ou acadêmica. (ONUChic, ALLEVATO,2011, p.77).

O professor de matemática deve proporcionar momentos para que os alunos possam criar suas próprias estratégias de resolução e não esperar que o professor o faça, a curiosidade deve ser presente na didática do ambiente escolar, pois nas situações cotidianas nem sempre temos caminhos definidos para obter soluções frente a problemas diversos, durante uma pesquisa podemos até obter meios necessários para chegar a uma solução desejada, porém a execução desta solução leva em consideração situações própria do sujeito, pensamentos, atitudes que fazem aquele caminho tomado sendo próprio do solucionador. E esta prática deve fazer parte das aulas de todo professor de matemática para dar suporte ao progresso acadêmico do aluno.

Falar da atitude do aluno, do indivíduo reflexivo e do desenvolvimento de sua capacidade de invenção, podemos enumerar algumas atitudes que o professor pode assegurar a seus alunos ao direcioná-los a metodologia da resolução de problemas, pois segundo Polya (2006), o professor possui inúmeras vantagens em utilizar em suas aulas o método da Resolução de Problemas:

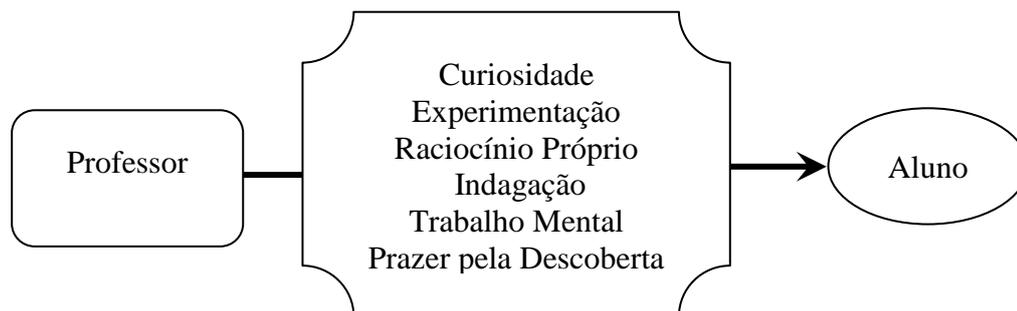


FIGURA 7 - Interação na Resolução de Problemas  
FONTE: Próprio autor

O estímulo cognitivo do aluno é potencializado frente ao método proposto, pois estimular o pensamento criativo, instigar a descoberta, a invenção, mesmo que seja algo correlato, que tenha relação com algo trabalhado ou conhecido anteriormente. Devemos revisitar conhecimentos para incentivar uma prática educativa que faça com que nossos estudantes tenham um acervo de *vocabulários matemáticos* a serem empregados diante de qualquer necessidade que venham a enfrentar.

Utilizo a expressão “*vocabulários*” no intuito de representar um acervo de linguagens matemáticas necessárias para o bom entendimento de questões relacionadas à resolução de problemas. Pois o diálogo a respeito de objetos matemáticos requer um conhecimento

adequado com o assunto abordado, assim como o próprio ato de falar, neste sentido um indivíduo não poderia dialogar a respeito de figuras geométricas espaciais se conhecesse somente as planas. Do mesmo modo um indivíduo não poderia falar de futebol se conhecesse somente as regras do vôlei. A comparação da Matemática com a fala decorre de um ponto fundamental: “o fato de Matemática ser uma linguagem” (D'AMBROSIO, 1986, P.35).

Outro exemplo de vocabulários, seria um indivíduo ler ou dialogar sobre heurística na abordagem de Polya (2006, p.99), sem conhecer o termo ou a forma como é empregada frente ao método de resolução de problemas. Pois, neste contexto, heurística teria o objetivo de estudar métodos e regras da descoberta e da invenção e quando utilizado como adjetivo (heurístico) significa algo que serve para descobrir. Logo deveríamos criar formas de abordar conceitos que favorecerão os nossos alunos a dialogar sobre o conhecimento matemático a ser discutido em sala de aula, tais informações ajudarão o bom entendimento das atividades pedagógicas desenvolvidas pelo professor de matemática.

Falamos de incógnitas, condicionantes, vértices, medianas, baricentros, ortocentros, dentre outros conceitos técnicos científicos acadêmicos tratados pelo professor em ambiente escolar como se fossem conceitos triviais, e na verdade tais conceitos só terão veracidade para os indivíduos que possuem um vocabulário matemático para o ano em que o aluno se encontra, pois não haveria sentido o professor do sexto ano do fundamental menor tratar de conceitos referentes a conteúdos voltados ao primeiro ano do ensino médio, o vocabulário deve estar adequado ao conhecimento formal que requer o ano de estudo vigente.

O bom entendimento da mensagem, envolvendo elementos próprios da área de Matemática, podem causar estranhezas durante a explicação, portanto cabe ao professor criar estratégias para observar os repertórios dos alunos a respeito dos conhecimentos prévios que eles possuem do objeto em estudo apresentado durante suas aulas. Relacionando a proposta desta dissertação, o ambiente virtual proporciona a possibilidade de trabalhar alguns vocabulários os quais os alunos possuem alguma dificuldade de compreensão, como por exemplo: confundir os conceitos de Reta, Semi-reta, Segmento de reta; ou quando temos um problema envolvendo geometria espacial na qual temos uma Pirâmide e o aluno não consegue compreender os conceitos básicos do objeto apresentado, como Aresta, Vértice ou Face.

Considero que o professor deve ao adentrar na sala de aula com a proposta de resolução de problemas, demonstrada por Polya (2006), ter momentos de diálogo para com os alunos, favorecendo discussões destes vocabulários, trazendo posteriormente problemas

tratando destes vocabulários discutidos, proporcionando ao estudante familiaridade com os problemas propostos. Creio que estas discussões podem ocorrer no ambiente virtual, aumentando o repertório do aluno para problemas que posteriormente serão apresentados pelo professor.

Nos grupos virtuais (whatsapp), os alunos dialogam a respeito de questões deixadas pelo professor no dia anterior, discutem conceitos matemáticos entre si e com o professor, este procura explicar os questionamentos dos alunos por meio de pequenos vídeos de no máximo 60 segundos de gravação. O importante de ressaltar nestas situações é o interesse do aluno por querer resolver o problema proposto no grupo virtual, querendo se envolver em interações positivas, aproveitando a facilidade de mandar vídeos e, mesmo não estando no horário de aula (noturno), o professor pode de alguma forma amenizar os anseios e angustias de seus alunos.

Em certa ocasião, surgiu um problema proposto do ENEM do ano de 2015, por pedido dos próprios alunos, veja que para manter o interesse dos alunos não podemos eleger qualquer problema, porém se por solicitação dos mesmos, foi necessário abordar tais problemas, não há motivos para não atendê-los, visto que acredito em problemas correlatos para que os alunos tenham maior interesse nas discussões frente a resolução de problemas.

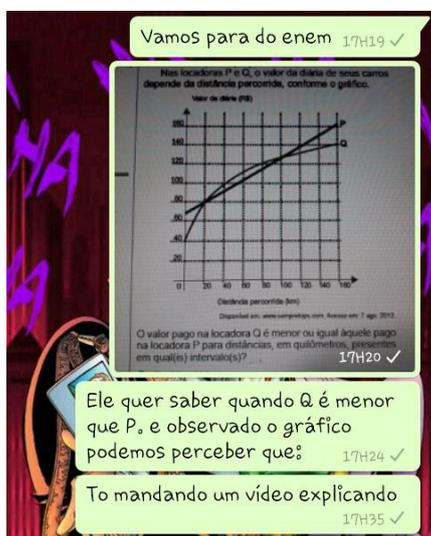


FIGURA 8- Conversa Grupo Virtual  
FONTE: print screen do celular do autor

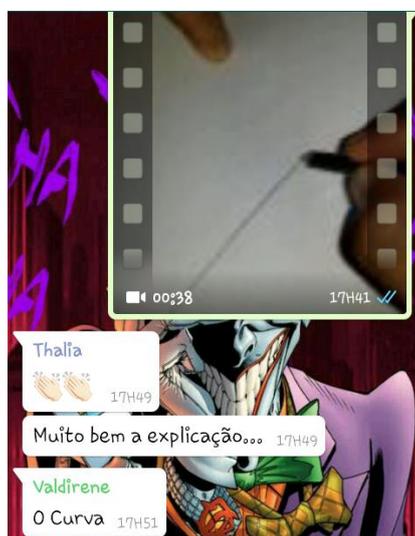


FIGURA 9 - Conversa Grupo Virtual  
FONTE: print screen do celular do autor

Trazer problemas propostos pelos próprios alunos é interessante para motivá-los, e em menos de um minuto de vídeo conseguimos responder aos anseios dos alunos. Na resolução

de problemas em matemática proposta com apoio do whatsapp, temos que envolver os alunos nas interações ocorridas, pois daí surge ideias que podem ser aproveitadas para entender e solucionar o problema, mesmo que este pensamento não seja germinado pelo professor e decorra da experiência e atitudes do próprio aluno, pois podemos entender que no decorrer de muitas discussões e interações entre os envolvidos:

Há uma interpretação teórica das situações que não estão diretamente sobre o controle pedagógico, mas essa impossibilidade de controle não impede o reconhecimento de sua importância para aprendizagem, por certo, quando o aluno encontra-se em uma situação de pesquisa de solução de um problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor. A riqueza das ideias provenientes do imaginário do aluno resume a busca de solução do problema. (PAIS, 2001, p.71).

Os debates sobre o ensino e aprendizagem fomentam discussões e reflexões sobre a didática, metodologia de ensino e interações entre professor e aluno no ambiente de sala de aula ou fora dela. Para tanto, o professor deve atuar como suporte de interação e integração entre os alunos utilizando os conhecimentos de redes sociais que possuem, em especial do Whatsapp, para a socialização do saber matemático dentro ou fora do ambiente escolar, tudo a nível pedagógico e de interesse educacional.

## **5. TRAZENDO A TONA A PROBLEMATIZAÇÃO E REFLETINDO A PROPOSTA PEDAGÓGICA**

Todo professor, comprometido com a educação, busca recursos necessários para manter a disciplina, o respeito, a interação, todavia por vezes nos deparamos com situações que nos fazem refletir sobre nossas atitudes profissionais, principalmente no que diz respeito às crianças e jovens estudantes. Como atuante na área de educação em escola pública da rede estadual, necessito adotar certas posturas que nem sempre são aquelas próprias de minha personalidade. A esse respeito, como professor de matemática, sinto a necessidade e a preocupação de rever algumas dessas posturas, no sentido de proceder diante dos alunos; cada palavra, cada gesto e ação de um modo geral tornam-se fator importante dentro do ambiente de sala de aula, pois noto que na maioria dos casos os alunos prestam atenção no modo de interagir do professor em sala de aula. O problema de socialização entre professor e aluno nas redes da escola pública reflete-se na diversidade cultural, fazendo com que o trabalho pedagógico do professor se torne ainda mais difícil quando seus alunos são praticamente “dominados pelas novas tendências tecnológicas”, é como se cada aluno fosse dependente do uso do celular, dos tablets ou computadores de mão.

Em todas as aulas em escolas onde atuo o que mais observo, sem exceção, é celular escondido embaixo do caderno, é troca de mensagens através de "*Bluetooth*" (que faz a ligação usando ondas de rádio sem a necessidade de estar conectado em rede), mensagens de texto, conversas em redes sociais dentre outras. Logo a impressão que dá é que os jovens estão mais conectados e interligados do que nunca, mesmo estando a distâncias quilométricas. Aos educadores que deparam-se com estes tipos de diversidades culturais, o ensino qualitativo requer uma visão da necessidade de novas experiências tecnológicas educativas que tenham por base os componentes sociais e integradores para situar o professor dentro do espaço tecnológico vivenciado pela maioria de nossos jovens, principalmente na educação da EJA.

Neste sentido, os computadores e as redes sociais podem servir como uma estratégia de interação social em situações diversas para a promoção de aprendizagens orientadas pelo professor garantindo a troca de informações entre os alunos e os professores, demonstrando seus modos de agir, de pensar e de sentir, em um ambiente onde as pessoas, mesmo não se expondo diretamente, possam comunicar-se e expressar-se naturalmente. Discutir e refletir

sobre a inserção do uso de tecnologias em sala de aula e identificar formas de inserção dos conteúdos curriculares da disciplina de matemática por meio de problemas feitos pelos próprios alunos ou pelo professor é imprescindível para o panorama atual de sala de aula observado, a utilização de redes sociais, em especial o whatsapp, como forma de interação social entre os envolvidos no processo de aprendizagem e escolarização, auxilia de modo a potencializar as aprendizagens em Matemática, tornando os alunos mais autônomos e atuantes de sua própria aprendizagem, e conseqüentemente o professor propicia momentos de aula no ambiente virtual ou fora dele, com experiências dinâmicas e atrativas.

Construir um plano de ensino com apoio pedagógico de pesquisa no celular, que possa contribuir para os processos de raciocínio na formulação das relações entre conteúdo teórico e prática educativa nas etapas de produção do conhecimento matemático é de fato algo a se refletir de modo a ter uma organização favorável à prática de ensino. Atentar para postagens de conteúdos pedagógicos e discussão dos mesmos, tendo ainda como opção conversas particulares entre os próprios alunos divididos em pequenos grupos virtuais gera mais independência entre os envolvidos e melhora a relação de dentro de sala de aula.

O projeto proposto, da forma como foi idealizado (utilizar o grupo no whatsapp para discutir Matemática), demonstra alternativas de desvinculação com aulas centradas em formulas mecanicistas e memorísticas, sugere-se um planejamento bem elaborado de ações e intenções, abordando propostas educacionais voltadas a uma educação onde o aluno pensa e compartilha suas ideias com seus colegas, aprendendo juntos, visando uma melhoria da qualidade de ensino não somente da matemática, mas também em outras disciplinas (caso alguém queira adequar para sua área de ensino), além de incentivar os alunos a interagirem com os colegas e professores, seguindo uma tendência que já é real em seus cotidianos (que é o caso do uso do whatsapp pelos alunos e professores para interações sociais), pois acredito enquanto ferramenta ser capaz de estimular não apenas o raciocínio lógico-matemático, mas também a busca de melhorar a qualidade das decisões através da reflexão, uma vez que no grupo virtual organizado pelo professor o aluno expõem suas ideias de modo a proporcionar a interação entre todos os participantes do grupo. Agregar ao ensino da Matemática atuações coletivas e individuais, globalizada e particular que tornam as redes sociais um ambiente propício para as práticas pedagógicas, permitindo modificar o fazer pedagógico na busca por despertar o interesse do aluno pelo aprendizado.

## 6. O LÓCUS DA PESQUISA E COLABORADORES

A pesquisa faz referência a 25 alunos<sup>8</sup> do ensino da modalidade da Educação de Jovens e Adultos, da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Cidade de Emaús localizada no Bairro do Benguí, na turma da 2º Etapa do ensino médio (parte do 2º ano e do 3º ano). Trabalhando em uma modalidade de aceleração, acredito que a organização pedagógica não pode ter característica de aula comum (quadro, explicação e prova), pois segundo os próprios alunos esse ensino não deu certo anteriormente, e ao retornar para sala de aula depois de muito tempo, com idade avançada (alunos entre 22 e 52 anos), com filhos e trabalhando nos turnos alternativos aos da escola, não sentirá entusiasmo algum com este tipo de metodologia, é necessário sondar junto aos alunos o que seria mais interessante de trabalhar dentro do conteúdo programático de matemática proposto pela Secretaria Estadual de Educação e qual a melhor forma de apresentá-los.

Em relação ao que proponho a ser trabalhado no decorrer da pesquisa, não houve dificuldades na escolha do objeto matemático, pois os próprios alunos o elegeram para estudo, o conteúdo matemático sobre o estudo de Matrizes foi selecionado no momento em que os alunos observaram uma aula realizada no contraturno (pela tarde) da referida escola, consideraram interessante e optaram por assim mostrar para os outros alunos da turma em questão, todos acharam relevante o estudo e encontraram de imediato algum tipo de relação com questões cotidianas, no que diz respeito ao número de linhas e colunas do conceito de matrizes: a arrumação das carteiras da sala de aula, furos de ventilação da parede, a organização da caixa postal dos correios, o formato do tabuleiro de xadrez. Não faltaram opiniões empolgadas dos alunos acerca do que seria uma representação de uma matriz, logo pareceu produtivo definir ali o objeto matemático para minha pesquisa.

A pergunta de pesquisa, “como utilizar o whatsapp para promover autonomia da aprendizagem, construção do conceito e a interação do aluno com o conceito matemático a partir da mídia?” surgiu pela problemática de muitos professores reclamarem do uso

---

<sup>8</sup> Para salvaguardar o direito ao anonimato dos alunos, optei por atribuir nomes fictícios aos mesmos. Cada aluno no grupo virtual salvou o nome correto do colega, porém o professor-pesquisador salvou nomes fictícios no celular para poder fazer imagens das conversas dos grupos virtuais.

inadequado do celular durante as aulas, expressões do tipo: “esses alunos só pensam em redes sociais, não querem nada sobre estudo!”, “deveria ser proibido celular na escola!”.

Acredito que os professores devem utilizar a tecnologia para a aprendizagem dos seus alunos, demonstrando interesse naquilo que os alunos consideram interessante (no caso o que está na moda é o whatsapp, opinião dos próprios alunos), fazendo com que o estudante busque conhecimento de interações com a tecnologia: vídeos, pesquisas, imagens, mapas. Neste sentido o professor deve promover autonomia à aprendizagem nos alunos por meio da motivação.

O professor deve ser cauteloso, pois assim como um aluno de 8º ano do fundamental que demonstra estranhamento no estudo de equações algébricas, cálculos envolvendo letras, na qual o aluno sai do ambiente da aritmética para o ambiente da álgebra; o professor deve ter o cuidado em se trabalhar o conteúdo matemático proposto e explorar o ambiente envolvido, pois será o primeiro contato dos alunos com o assunto de matriz, como este conteúdo só é explorado geralmente no segundo ano do ensino médio, o aluno pode sentir dificuldade se não apresentar clareza no conceito matemático abordado durante suas aulas. Neste sentido, já realizado um contrato pedagógico com os envolvidos, propõe-se uma aula mista, que será dividida em dois momentos: presencial e virtual, conforme o quadro abaixo:

QUADRO 3 - Aula Mista

<p><b>(1) Aula Presencial:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Realizada dentro do ambiente de sala de aula;</li><li>• Intencionalidade de trabalhar o conteúdo proposto;</li><li>• Tempo escola, presencial;</li><li>• Professor, quadro magnético, aluno, característica de aula formal;</li><li>• Resolução de Problemas;</li></ul>	<p><b>(2) Aula Virtual:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Realizada dentro do ambiente virtual (plataforma <i>Whatsapp</i>); Intencionalidade de discutir conceitos matemáticos;</li><li>• Tempo comunidade, aula à distância orientada;</li><li>• Professor, imagens, diálogo (mensagens escritas ou voz), vídeos, aluno, aula criativa;</li></ul>
--	---

FONTE: Próprio autor

Em relação à questão temporal teremos: quatro aulas presenciais para tratar do conceito de matrizes e três encontros virtuais no whatsapp (fórum de discussões) para discutir

conceitos do conteúdo trabalhado. No primeiro momento, na sala de aula temos o método de Polya (2006), buscando uma maneira de pensar o problema de modo a descobrir a solução, onde se aplicam os quatro passos do autor para poder resolver um problema. Considerado método heurístico (heurística moderna), parte da filosofia que se dedica a inventar maneiras de resolver problemas, procurando compreender o processo solucionador desses problemas (POLYA, 2006, p.100). Nesta ordem, temos os passos:

**(1) Compreensão do Problema:** é preciso compreender o problema, ter uma leitura atenta;

*Algumas heurísticas: Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?*

**(2) Estabelecimento de um Plano:** é necessário encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Caso necessário, procurar problemas correlatos, buscando em seu repertório algo que faça uma conexão para chegar a um plano para resolução.

*Algumas heurísticas: Já viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece algum problema correlato? (é possível utilizá-lo? Ou o seu método?). Conhece um problema que lhe poderia ser útil? É possível resolver parte do problema? (até onde consegue resolver), considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Caso não consiga resolver o problema proposto, procure antes resolver um problema correlato. É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?*

**(3) Execução do Plano:** Execute o plano traçado (ação). Verifique cada passo.

*Algumas heurísticas: É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?*

**(4) Retrospecto:** Examinar a solução obtida, assim como correlacionar com outras soluções ou verificar se sua solução se adequa a outro problema.

*Algumas heurísticas: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou método, em algum outro problema?*

O segundo momento, aula à distância, tem como objetivo, fazer com que os alunos da EJA trabalhem dialogicamente no grupo virtual whatsapp, pois assim como um trabalho ou um “dever de casa” que o professor propõe para os alunos levar em um dia da semana para entregar em outra, o ambiente virtual fora da sala de aula funcionará como um fórum de discussão, orientado pelo professor, com os alunos interagindo, trocando mensagens, enviando respostas, pesquisando, dialogando, ou seja, trocando informações entre si, procurando provocar autonomia nos mesmos.

Dentro do ambiente virtual, o objeto matemático em estudo, seu conceito é estruturado de forma que as informações sejam divididas em telas, o aluno no fórum de discussões deve olhar cada tela e analisar a informação contida, que sempre será algo objetivo e pontual, pois a plataforma do whatsapp possui a característica de uma leitura imediata, sendo assim o professor deve postar imagens que caibam em uma tela de celular, seguido de textos curtos, para os alunos observarem a imagem, refletirem sobre o conceito matemático no estudo de matrizes que esta sendo envolvido, e assim responderem a mensagem. Neste sentido, trabalhe-se o princípio da síntese matemática em poucas palavras, telas ou em vídeos curtos.

No grupo do whatsapp, tendo como identidade a turma do 2º EJA médio, os sujeitos envolvidos terão um espaço para que possam ter um diálogo que será tematizado por meio do conceito matemático estudado anteriormente na sala de aula, que no caso da referente pesquisa seria o estudo de matrizes, ou em alguns casos se discute algo que por algum motivo os alunos tenham necessidade de expor, contanto que não fuja do objeto matemático proposto, pois a flexibilidade é importante para o bom andamento das atividades, porém temos que priorizar o estudo para não se perder o foco da pesquisa.

A conversa em um ambiente virtual pode ser facilmente direcionada para outro momento que não seja educacional, logo o professor deve ter o cuidado para que os participantes do grupo no whatsapp não percam o foco das discussões (que é o de tratar dos conceitos matemáticos envolvendo o estudo de matrizes), melhorando os vocabulários em

sala de aula e aumentando o repertório dos alunos a cerca do conhecimento matemático na resolução de problemas.

No whatsapp envolto por discussões o professor propõe, geralmente no encontro de final de semana, problemas para que os alunos possam construir e estruturar seus próprios problemas, para que os mesmos se apropriem dos elementos matemáticos envolvidos e tenham mais facilidade no entendimento em contato com problemas correlatos. Para compreender como vem sendo apresentado o conteúdo de matrizes no ensino médio, mostrou-se necessário apresentar um pequeno levantamento de livros e suas abordagens, conforme o quadro abaixo:

QUADRO 4 - Livros e Suas Abordagens

OBRA	Matemática Paiva, volume 2, São Paulo, Ed. Moderna, 2013.	Matemática: ciências e aplicações, volume 2, São Paulo, Ed. Saraiva, 2010.	Matemática Dante, volume único, São Paulo, Ed. Ática, 2005.	Álgebra II: Matrizes, Determinantes, probabilidades, sistemas lineares, análise combinatória. São Paulo, Ed. Moderna. [198-?]
ORGANIZAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Um pouco de história, conceito, definição, representação genérica;</li> <li>- Matrizes especiais: quadrada, identidade, nula e transposta;</li> <li>- Igualdade de Matrizes;</li> <li>- Adição de Matrizes;</li> <li>- Matrizes Opostas;</li> <li>- Subtração de Matrizes;</li> <li>- Multiplicação de um número real por uma Matriz;</li> <li>- Multiplicação de Matrizes;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução, um pouco de história, definição e representação;</li> <li>- Matriz Transposta</li> <li>- Igualdade de Matrizes;</li> <li>- Adição de Matrizes;</li> <li>- Matriz Oposta;</li> <li>- subtração de Matrizes;</li> <li>- Multiplicação de um número real por uma Matriz;</li> <li>- Multiplicação de Matrizes;</li> <li>- Matriz Identidade;</li> <li>- Matriz Inversa;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Introdução, definição e representação genérica;</li> <li>- Matriz Quadrada; Triangular; Diagonal; identidade; Nula;</li> <li>- Igualdade de Matrizes;</li> <li>- Adição de Matrizes;</li> <li>- Subtração de Matrizes;</li> <li>- Multiplicação de um número real por uma Matriz;</li> <li>- Matriz Transposta;</li> <li>- Multiplicação de Matrizes;</li> <li>- Matriz Inversa;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Definição;</li> <li>- Matriz linha e coluna;</li> <li>- Matriz Quadrada;</li> <li>- Igualdade;</li> <li>- Adição;</li> <li>- Produto por um número;</li> <li>- Produto de Matrizes;</li> <li>- Matriz Transposta;</li> <li>- Matrizes inversíveis;</li> </ul>

FONTE: Próprio autor

O livro Álgebra II ([198-?]) foi escolhido pelo professor por sua abordagem mais criteriosa a cerca do estudo de Matrizes. Já os outros três livros: Manoel Paiva (2013), Matemáticas e Aplicações (2010) e Luiz Roberto Dante (2005), foram escolhidos por serem exemplares existentes na escola da referida pesquisa e fazerem parte do repertório dos alunos, não só desta instituição (Cidade de Emaús) como da maioria das escolas da Rede Estadual de Educação, pois ao realizar a disciplina “Tratamento da Informação” (Março a Junho de 2016), no curso de mestrado profissional na UFPA, com o professor José Messildo Viana Nunes, tivemos que fazer um pequeno levantamento acerca do livro didático utilizado por algumas escolas, por meio disto pudemos confirmar tal situação, no quadro abaixo, segue alguns dados levantados durante a realização da disciplina:

QUADRO 5 - Levantamento da Utilização de Livros Didáticos

ESCOLAS VISITADAS	LIVROS UTILIZADOS
7	2: Joamir Souza, Novo olhar Matemático; 2: Manoel Paiva, Matemática Paiva; 1: Smole e Diniz, Matemática Ensino Médio; 2: Dante; Matemática Contextos e Aplicações;
6	3:Dante, Volume único, Matemática Dante; 2: Manoel Paiva, Matemática Paiva; 1:Iezzi, Dolce ,Matemática Ciências e Aplicações;
9	3: Dante, Volume único; 4: Manoel Paiva, Volume único; 2: Bonjorno e Giovani, Matemática Completa;
5	5: Dante, Matemática Contextos e Aplicações;

FONTE: Próprio autor

Neste pequeno levantamento dois livros didáticos de Matemática do ensino médio tiveram destaque: Manoel Paiva e Luiz Roberto Dante, com 8 turmas utilizando Paiva e 13 turmas utilizando Dante em suas aulas do Ensino Médio. Logo, observar o tratamento de matrizes nestes dois livros seria algo no mínimo interessante, já que muitos professores os

utilizam em suas aulas. No que se refere à matriz deixa um pouco a desejar na definição dos elementos da matriz genérica, pois estes livros trazem uma abordagem bastante resumida: “*indica-se por  $a_{ij}$  o elemento posicionado na linha  $i$  e coluna  $j$  de uma matriz  $A$* ”. este conceito não satisfaz algumas situações podendo gerar confusões na representação dos elementos posicionados em linhas e colunas maiores que 9.

O livro “Álgebra II” de Guelli, Iezzi e Dolce ([198-?]), como dito anteriormente, foi escolhido pelo professor, por ser o único dentre os quatro que aborda inicialmente o conceito de matrizes envolvendo funções e par ordenado, o que facilitou aos alunos identificarem os elementos de uma matriz “ $m$  por  $n$ ” ou um elemento “ $a_{ij}$ ” sem confundir na representação da posição de linhas e colunas na matriz algébrica.

Um exemplo disso seria uma matriz de 10 linhas e 11 colunas, ou seja uma matriz 10 por 11 ou simplesmente 10x11. A representação de alguns elementos na matriz genérica seria:

- 1ª linha e 1ª coluna, representaríamos por  $a_{11}$ .
- 2ª linha e 3ª coluna, representaríamos por  $a_{23}$ .
- 5ª linha e 6ª coluna, representaríamos por  $a_{56}$ .

Logo se tivermos números que não confunda a posição existente entre linhas e colunas a representação será direta, porém ao deparar-se com elementos que estão em posições de linhas e colunas maiores que 9 gera confusão na representação pois:

- 10ª linha e 11ª coluna, representaríamos por  $a_{1011}$ ? Pois aqui não fica claro a posição linha coluna do elemento da matriz algébrica.

Neste sentido, houve necessidade de uma definição esclarecedora sobre tal dúvida, o que foi resolvido na abordagem do livro “Álgebra II”, que traz em sua definição os seguintes dizeres: “*O número  $a_{ij}$  é chamado imagem do par  $(i, j)$* ”. Logo para os exemplos anteriores teríamos:

- $a_{11}$  sendo imagem do par  $(1, 1)$ .
- $a_{23}$  sendo imagem do par  $(2, 3)$ .
- $a_{56}$  sendo imagem do par  $(5, 6)$ .

Sendo assim, para nosso dilema teríamos:

- 10ª linha e 11ª coluna, representariamos por  $a_{(10,11)}$  sendo imagem do par (10 , 11), não havendo confusão entre linha e coluna.

### Proposta de Avaliação

No que se refere à avaliação dos alunos, proponho uma avaliação dinâmica, que será estruturada em três partes:

(1) **Primeira Parte:** Questão Objetiva com dez afirmações para o aluno analisar a partir dos conteúdos estudados nas aulas presenciais.

(2) **Segunda Parte:** Questões subjetivas (três no total), para o aluno responder de forma dissertativa, operando e explicando como chegou ao resultado.

(3) **Terceira Parte:** solicito a formação de cinco equipes em sala de aula, onde cada uma terá um grupo virtual no whatsapp, que chamo aqui de subgrupos, que serão de total responsabilidade dos membros da equipe. O objetivo é que os alunos interajam sem a interferência do professor, exercitando e dialogando o que foi trabalhado no fórum de discussões (grupo com todos, incluindo o professor), este isolamento é essencial para dar mais autonomia aos envolvidos. Os grupos por mais isolados que estejam, possuem em comum o objetivo de estudar e discutir o conteúdo de matrizes, formando um esquema de interação da seguinte forma:

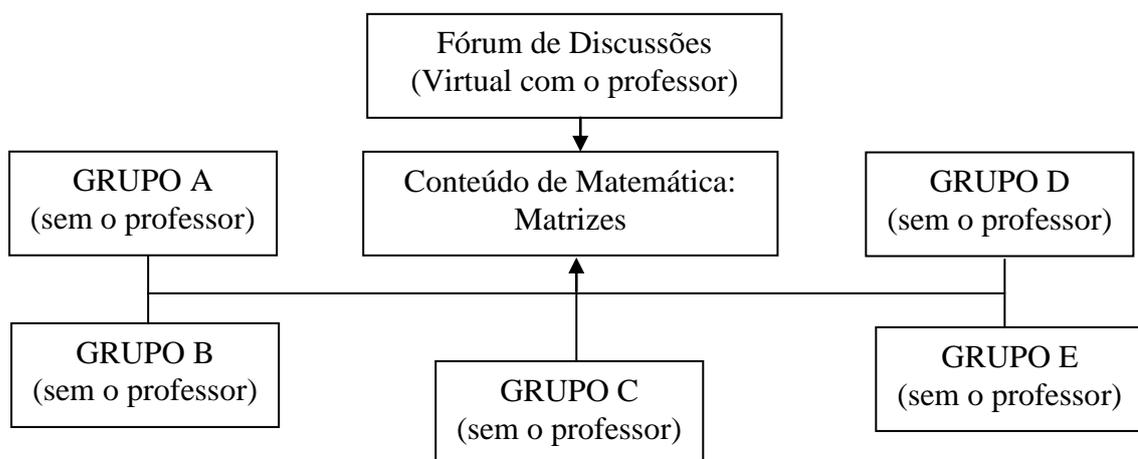


FIGURA 10 - Formação de Grupos Isolados Sem a Interação do Professor  
FONTE: Próprio autor

Para o professor explorar o que está sendo trabalhado nos subgrupos e observar o envolvimento e interação entre os envolvidos, cada equipe formada trará quatro perguntas e quatro respostas, logo cada grupo trará problemas cuja resposta já conhece. A dinâmica será a seguinte, em aula presencial:



FIGURA 11 - Atividade de Perguntas e Respostas  
FONTE: Próprio autor

Ao dar início a atividade, o grupo A propõe a pergunta e o grupo B tenta responder caso o grupo B não consiga responder a pergunta proposta pelo grupo A, a pergunta volta para o grupo A responder, lembrando que o grupo A já traz a resposta previamente, em seguida os alunos avaliarão se a resposta está correta.

Em um segundo momento, o grupo A fará o mesmo, trazendo uma pergunta ao grupo C, depois ao grupo D e por fim ao grupo E. A dinâmica continua: o grupo B fará uma pergunta para cada equipe e caso alguma equipe não saiba a resposta, ele mesmo (grupo B) tenta responder. No final cada equipe fará quatro perguntas e tentará responder a quatro problemas propostos pelas outras equipes.

A pontuação será de: 1,0 ponto para cada resposta correta e 2,0 pontos se conseguir provar que alguma resposta está incorreta. O critério para as perguntas é que sejam contextualizadas a partir do que foi discutido em sala de aula ou nos grupos virtuais, utilizando como base os livros didáticos contidos na biblioteca da referida instituição (quadro 4, com exceção do livro álgebra II, que foi trazido pelo professor).

Nesta dinâmica de perguntas e respostas realizada em sala de aula entre os alunos, avalio se os estudantes conseguem elaborar problemas compreendendo as respostas do conhecimento matemático que foi tratado na sala de aula ou no ambiente virtual whatsapp.

O papel do whatsapp não é o de ensinar matemática, e sim ter um meio para o diálogo acerca de matemática, entre alunos e entre professor e aluno. A proposta pedagógica a que se

propõe esta dissertação é a de se trabalhar, em um segundo momento, a matemática fora do ambiente escolar (sala de aula), onde o whatsapp será somente o meio para o diálogo entre os envolvidos, trazendo uma avaliação dinâmica (diversificada), com vários momentos onde o aluno poderá expor suas ideias, interagindo com o conhecimento e participando de sua própria aprendizagem. Teremos, portanto, como produto da pesquisa uma organização de ensino para o conteúdo de matrizes estruturado e mediado pelo whatsapp.

## 7. DESCRIÇÃO DO PRODUTO E ESTRATÉGIAS DE AÇÃO

Neste capítulo apresento as atividades pedagógicas realizadas junto aos alunos da pesquisa, em instantes intercalados relacionados com momentos presenciais em sala de aula e momentos virtuais na plataforma whatsapp. Na sala de aula utilizo o método de Resolução de Problemas descrito por Polya (2006), com seus quatro passos de estratégia já mencionados no capítulo anterior; no grupo virtual realizo postagens de atividades referentes a assuntos trabalhados presencialmente, dando continuidade no raciocínio da aula anterior, aumentando assim o repertório dos alunos sobre o conhecimento do estudo de Matrizes.

### 7.1. Atividade Presencial 1: Introdução ao Estudo de Matrizes

Na primeira semana de aula presencial, ocorrida no dia 01 de Junho de 2016, tivemos a introdução ao estudo de Matrizes que ocorreu por meio da discussão sobre a representação em relação a linhas e colunas. Como os alunos nunca haviam tido contato com tais conceitos considerei importante discutir o que seria uma matriz e como ficariam dispostos seus elementos. Não apresentei de imediato à definição, foram apresentadas as seguintes matrizes para discutirmos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix} \quad [5] \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Apareceram expressões do tipo: “são tabelas?”, “valores de alguma pesquisa só com os números?”, “não sei o que pensar professor!”, “são quadrados?”. Não faltaram indagações interessantes para tratar sobre a representação de matrizes com os dados numéricos. Considerando que já havíamos indagado bastante sobre os dados mostrados, de onde poderiam ter saído ou de como poderíamos obtê-los, considerei o momento apropriado para comentar o conceito apresentado pelo livro didático Matemática Paiva (2013, pag.95): “chama-se matriz do tipo  $m \times n$  toda tabela de números dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas”. A partir daí tratamos de encontrar linhas e colunas nas representações apresentadas inicialmente para encontrar o tipo de matriz:

$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$   $2 \times 2$ , pois trata-se de uma matriz de 2 linhas e 2 colunas.

$\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$   $3 \times 2$ , pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 2 colunas.

$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 8 & 6 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$   $3 \times 3$ , pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 3 colunas.

$[5]$   $1 \times 1$ , pois trata-se de uma matriz de 1 linha e 1 coluna.

$\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$   $3 \times 1$ , pois trata-se de uma matriz de 3 linhas e 1 coluna.

Depois desta atividade passamos a discutir onde poderíamos observar algo e aceitar que aquilo serviria como uma representação de uma matriz, confesso que a resposta esperada seria: tabelas de preços, pontos de jogos de futebol, valores apresentados em jornais, notas de provas e avaliações. Porém o surpreendente foi observar as respostas rápidas dos alunos: “alunos enfileirados olhados de cima”, “furos de ventilação na parede”, “botões de camisa” “tabuleiro de damas”. No envolvimento de tantas discussões pertinentes os alunos criaram alguns problemas interessantes:

- (1) – “João”: se um tabuleiro de xadrez tem a forma de uma matriz  $8 \times 8$ , sabendo que cada jogador tem 16 peças, que matriz formaria os espaços vazios com as peças arrumadas para dar início ao jogo?
- (2) – “Maria”: em uma plantação de mudas, querendo plantar 16 mudas de açaí, em forma de uma área quadrada, com um espaço de 2m entre elas. Olhando a plantação de cima, teríamos que tipo de matriz?

Observando as questões formuladas, os alunos formaram equipes para resolver as questões, adotei o método de Polya (2006) durante a aula, desenvolvendo as quatro etapas já mencionadas anteriormente. Neste momento os alunos receberam um “auxílio discreto” do professor, pois considero que o estudante deve adquirir autonomia e experiência pelo trabalho independente o quanto for possível e, ainda, segundo o autor:

Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa, o mestre deverá deixar-lhe pelo menos alguma ilusão de trabalho independente. Para isto, deve auxiliá-lo discretamente, sem dar na vista. As sugestões devem ser simples e naturais, porque do contrário elas não poderiam ser discretas. As sugestões devem ser genéricas, aplicáveis não apenas ao problema presente, mas também a problemas de todos os tipos, pois só assim elas poderão desenvolver a capacidade do estudante e não somente uma técnica específica (POLYA, 2006, p.01 e p.17).

Em relação à questão (1), os alunos foram orientados a entender o problema (1º passo), instigando-os a organizar os dados, neste sentido alguns alunos puseram-se a indagar:

- “Pedro”: *Uma matriz 8 por 8, tem oito linhas e 8 colunas não é professor?*
- “Alves”: *Seria interessante desenhar um tabuleiro de xadrez professor?*
- “Lene”: *Tem um tabuleiro de Xadrez pintado na parede da escola!*

Aproveitando a empolgação dos alunos fomos verificar a imagem pintada na parede da escola:



FIGURA 12 - Xadrez Pintado na Parede da Escola  
FONTE: Próprio autor

Porém ao analisarmos a imagem pintada notamos que seria inviável utilizá-la para solução do problema (1), pois o desenho não formava uma matriz 8x8. No desenho os alunos notaram que tratava-se de uma matriz 9x10. Logo houve um consenso entre os alunos que a melhor estratégia seria a de “Alves”, então puseram a desenhar o tabuleiro.

Ao desenhar o tabuleiro, pensamos o que poderia ser feito para chegar a solução do problema (passo2). Logo ficou decidido que fariam marcações nos “quadrinhos” onde ficariam as peças do tabuleiro no início do jogo, e os “quadrinhos” restantes seriam a solução do problema. Traçado a estratégia dos grupos, os alunos puseram-se a desenvolver o plano (passo 3):



FIGURA 13 - Resolução dos Alunos da Questão1  
 FONTE: Próprio autor

Acabado a resolução, fazendo o retrospecto do que foi feito na resolução (passo 4), comparamos alguns desenhos de outras equipes e concluimos que tratava-se de uma matriz de 4 linhas e 8 colunas, ou seja, matriz 4x8.

Já o problema (2), foi bastante discutido, pois havia muitos dados e nenhum desenho ou imagem para ser utilizado de parâmetro:

- “Luana”: *Será que seria preciso desenhar um quadrado?*
- “Maria”: *Quando pensei no problema não imaginei quadrado?*
- “Aleson”: *Mas 16 mudas podem formar um quadrado?E esses 2m?*
- “Gabriele”: *Professor acho que basta fazer fileiras de 4 mudas em cada!*

Ainda considerando os passos de Polya (2006), notando que os alunos já traçavam algumas estratégias (passo 1 e 2), pusemo-nos a desenhar (passo 3) e discutir os resultados (passo 4), parece que a estratégia de desenhar foi bem aceita entre os alunos:

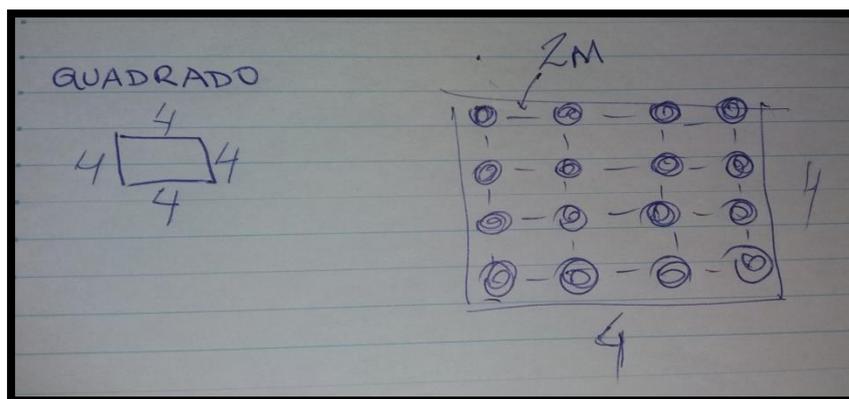


FIGURA 14 - Resolução dos Alunos da Questão2  
 FONTE: Próprio autor

Comparando resoluções os alunos chegaram à conclusão que não havia necessidade no cálculo para utilização do dado: 2m, que poderia haver no enunciado, apenas que precisaria de um espaço entre as mudas. Que organizando as mudas em fileiras de 4 (ideia de Gabriele), teríamos uma matriz em forma de quadrado com 4 linhas e 4 colunas, ou simplesmente 4x4.

Vale ressaltar que “Maria” fez questão de colocar os 2m na proposta, pois quando estava morando no interior do Estado era necessário exatamente este espaço para plantar, logo não imaginou que os colegas não utilizariam esse dado para resolução da questão. Como este é um problema de uma situação real, a informação é relevante, pois se tem um espaço entre as mudas logo poderiam surgir indagações sobre tal espaço.

Como Polya (2006, p.7) nos diz: “As boas ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos”. Neste sentido faz-se necessário acessar este repertório dos alunos para que surjam bons problemas e ótimas resoluções.

## 7.2. Atividade Virtual 1: Representação de Matrizes

Aproveitando as atividades em sala de aula, em 05 de Junho de 2016, tivemos nosso primeiro encontro no grupo virtual intitulado: “Fórum / Matriz / Médio / 2º EJA”, onde foi acordado, anteriormente, junto aos alunos que os assuntos levantados no “Fórum de discussões” seriam relacionados a algo já trabalhado em sala de aula.

O grupo virtual seria um espaço que serviria para discutir as atividades realizadas pelos alunos e explorar os vocabulários matemáticos próprios do conceito de Matrizes para consequentemente aumentar o repertório dos alunos acerca do conteúdo abordado pelo professor.

Segundo Leblanc, Proudfit e Putt (1997, p.152), explorar os vocabulários matemáticos é importante, pois facilita a comunicação entre os envolvidos, acreditando que os termos matemáticos não devem ser evitados e sim trabalhados de modo que fiquem claros aos alunos os conceitos matemáticos envolvidos. Assim, como primeira atividade no grupo virtual whatsapp, aproveitando a visão dos alunos em relacionar algo do cotidiano com a forma de linhas e colunas de uma matriz, foi postado a seguinte atividade: “postar uma foto capturada pelo seu celular que você considere que seja uma representação de uma Matriz, informando sua forma  $m \times n$ , ou seja,  $m$ -linha e  $n$ -coluna”.



FIGURA 15 - Conversa Grupo Virtual  
FONTE: Print screen do celular do autor



FIGURA 16 - Conversa Grupo Virtual  
FONTE: Print screen do celular do autor

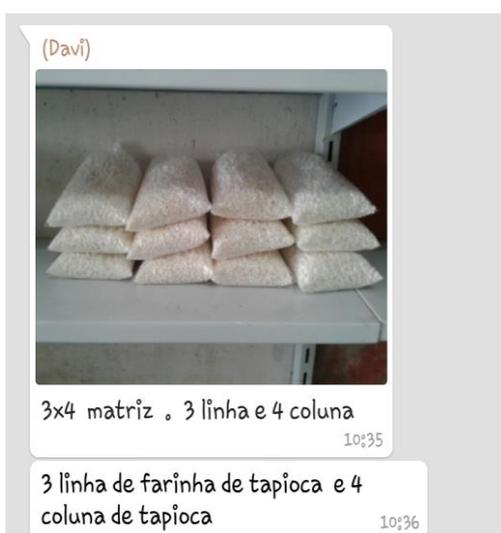


FIGURA 17 - Conversa Grupo Virtual  
FONTE: Print screen do celular do autor

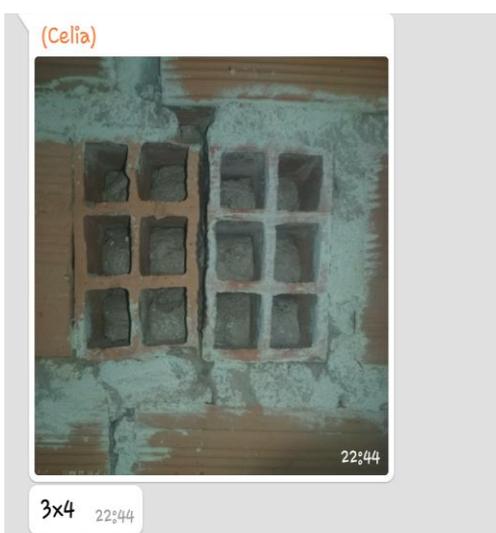


FIGURA 18 - Conversa Grupo Virtual  
FONTE: Print screen do celular do autor

Considero que esta proposta estaria ligada a atividade de “reconhecimento”, onde o resolvidor a realiza como forma de recordar um fato específico, uma definição (BUTTS, 1997, P.33) ou, no caso, uma definição de matriz: “matriz  $m \times n$ , toda tabela de números dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas” (PAIVA, 2013, pag.95). Esta definição parecia satisfatória para a maioria dos envolvidos na atividade proposta, porém para “Dona Lúcia” não estava tão trivial:

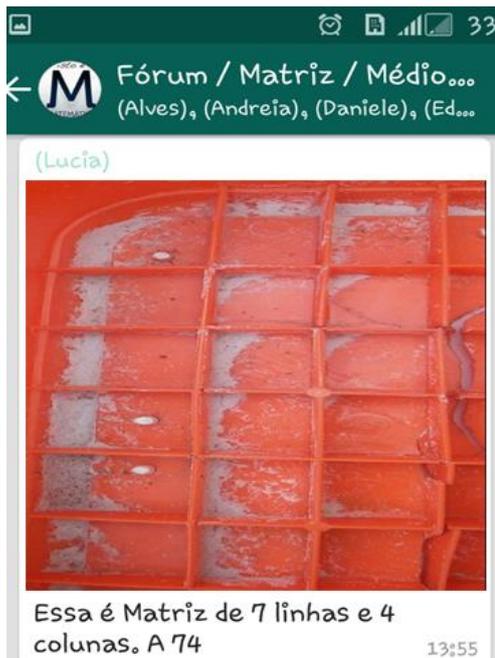


FIGURA 19 - Postagem de “Dona Lúcia”  
FONTE: Print screen do celular do autor



FIGURA 20 - Comentário do Professor  
FONTE: Print screen do celular do autor

Quando indagada sobre o equívoco, “Dona Lucia” disse que considerava como linha os espaços existentes entre os elementos na horizontal, assim como considerava coluna os espaços deixados pelos elementos na vertical. Sendo assim foi mandada uma mensagem de voz, indicando que: “o que consideramos como linha em uma matriz seria a sequência de elementos dispostos na horizontal e a coluna seria a sequência de elementos dispostos na vertical”. Logo em seguida “Dona Lucia” agradeceu e postou outra imagem para ter a certeza se havia realmente entendido.



FIGURA 21 - Postagem de “Dona Lúcia”  
 FONTE: Print screen do celular do autor

Neste momento, ficou evidente a forma como a tecnologia móvel encurta a distância entre professor e aluno, dando oportunidade de trocar ideias, mudar posicionamentos e adquirir motivação na busca por conhecimento, pois utilizar a internet para interagir, câmeras de celular para registrar momentos, molda o ambiente de estudo “criando novas dinâmicas” para trabalhar a Matemática (BORBA, 2014, P.77). Além disso, segundo Lévy (2004, p.4), a relação entre as pessoas depende da metamorfose incessante de dispositivos informacionais, que estão cada vez mais capturando as aprendizagens.

### 7.3. Atividade Presencial 2: Representação Genérica de Matrizes

Neste segundo encontro, no dia 08 de Junho de 2016, discutimos a representação genérica de uma matriz, que segundo Paiva (2013, pag.95), seria: “A indicação por  $a_{ij}$  elemento posicionado na linha  $i$  e na coluna  $j$  de uma matriz  $A$ ”. Assim teríamos:

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Temos a apresentação dos elementos da matriz A com seu respectivo posicionamento de linha e coluna:

$a_{11}$  - seria o elemento posicionado na 1ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{21}$  - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{31}$  - seria o elemento posicionado na 3ª linha e 1ª coluna da matriz A

$a_{23}$  - seria o elemento posicionado na 2ª linha e 3ª coluna da matriz A

⋮

$a_{m1}$  - seria o elemento posicionado na linha “m” e 1ª coluna da matriz A

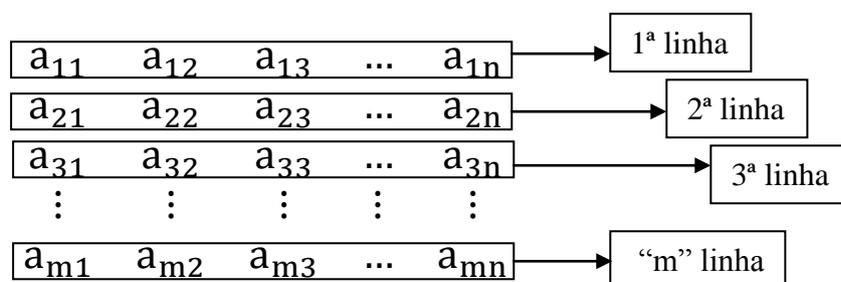
$a_{1n}$  - seria o elemento posicionado na 1ª linha e coluna “n” da matriz A

$a_{mn}$  - seria o elemento posicionado na linha “m” e coluna “n” da matriz A

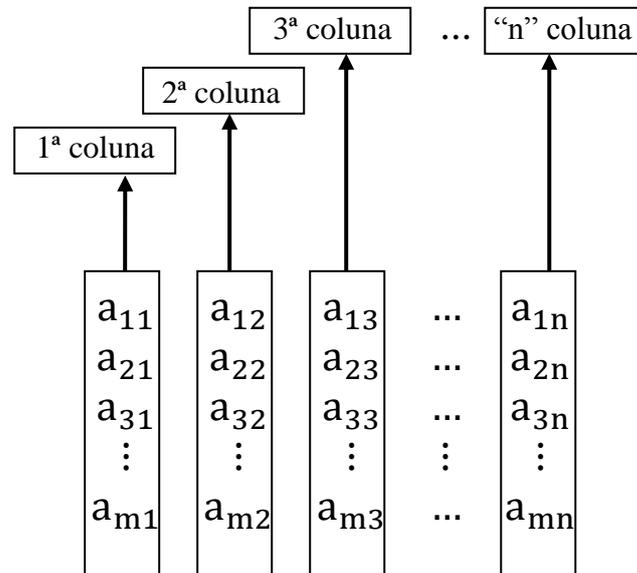
Temos que deixar bem definido aos alunos a numeração das linhas e das colunas, para que não haja equívocos na definição do posicionamento dos elementos, o que infelizmente os livros didáticos selecionados (Quadro 4: Livros e suas abordagens), tratam matriz genérica com dados muito resumidos, o que conduz o aluno a muitos questionamentos: “a primeira linha começa de cima ou de baixo?”, “a coluna inicial é a da esquerda ou da direita?”, “os elementos que aparecem dentro da matriz podem ser qualquer letra?”, “isso funciona pra qualquer matriz?”, “sempre o primeiro é  $a_{11}$ ?”.

Diante de tantos questionamentos, considere melhor refazer nossa representação, para deixar claro o sentido e direção de linhas e colunas:

Por: 1ª linha, 2ª linha, 3ª linha, ... , até “m” linha, sempre nessa ordem, entendem-se:



Sempre nessa ordem, por: 1ª coluna, 2ª coluna e 3ª coluna, ... , até “n” coluna entendemos:



Neste sentido, apresentei alguns exemplos aos alunos para a familiarização com esta nova representação. Como encontrar a posição de cada elemento descrevendo em que linha e coluna se encontram:

$$A_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}, \text{ neste exemplo temos:}$$

O elemento 5 posicionado na 1ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar  $a_{11} = 5$

O elemento -2 posicionado na 1ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar  $a_{12} = -2$

O elemento 3 posicionado na 2ª linha e 1ª coluna, logo podemos considerar  $a_{21} = 3$

O elemento 9 posicionado na 2ª linha e 2ª coluna, logo podemos considerar  $a_{22} = 9$

Neste momento, com a empolgação dos alunos, tendo em vista que os passos 1 e 2 de Polya (2006) estavam sendo executados, explorei o ambiente da sala de aula para a discussão dos passos 3 e 4. Para tanto, enumerei posições dos alunos nas filas das carteiras e juntos, elaboramos alguns problemas interessantes:

(1) – “Aleson”: *Se Thiago está na última cadeira temos 5 alunos a sua frente, considerando a sua fila como uma matriz  $6 \times 1$ , temos que Thiago seria qual elemento da matriz algébrica?*

(2) – “Andréia”: *Um aluno sentado em sua cadeira sozinho, representa uma matriz  $1 \times 1$ , então que elemento da matriz genérica ele seria?*

Nestes dois exemplos, deixei os alunos pensarem nas respostas para compreensão do problema formulado (passo 1). Algumas indagações pertinentes foram emergindo e posteriormente os alunos elaboravam planos de ação (passo 2):

– “Mayk”: *“seria bom escrever as matrizes no caderno para depois determinar a solução, pois podemos lembrar de mais algum fato importante!”*

Aproveitei o comentário feito por “Mayk”, indaguei aos alunos utilizando a heurística proposta por Polya (2006, p.41): “conhece um problema correlato?”, onde se incita o estudante a recordar um fato ou problema anteriormente resolvido, aproveitando seus dados para solucionar um novo problema:

– “Professor”: *“pense nos problemas já solucionados, como a matriz algébrica apresentada no quadro foi muito grande, pense num problema menor que já tenha solucionado antes, pense nos caminhos tomados e nos dados utilizados”*.

– “João”: *“Acho que basta comparar com a primeira coluna da matriz genérica que o professor copiou no quadro e teríamos já uma base para solucionar o primeiro problema!”*

– “Aldemar”: *“No segundo problema, se a matriz  $1 \times 1$  só tem um elemento só pode ser o  $a_{11}$ , não é professor?”*

– “Maria”: *“isso mesmo, pois se é  $1 \times 1$  ele está na primeira linha e primeira coluna, então é o  $a_{11}$  tenho certeza!”*

Notando o êxito dos alunos em solucionar o problema (2), formei equipes para executar um plano (passo 3) e solucionar o problema (1). No envolvimento das discussões traçaram alguns esquemas, ao que parece adotaram a estratégia descrita por “João”:

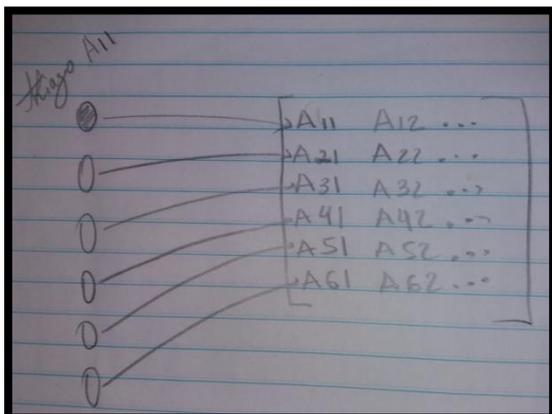


FIGURA 22 - Resolução dos Alunos  
 FONTE: Próprio autor

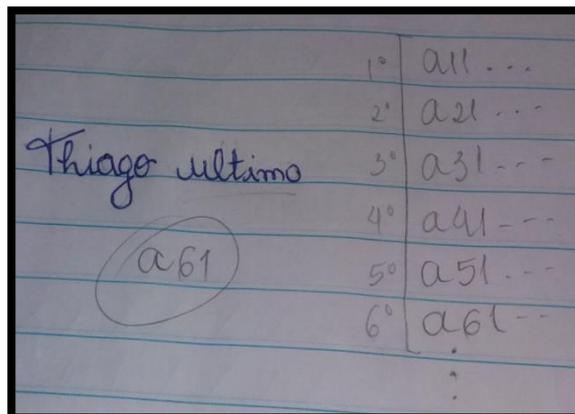


FIGURA 23- Resolução dos Alunos  
 FONTE: Próprio autor

Na análise da resolução dos alunos, observei que na figura 22, houve um equívoco ao comparar a posição de “Thiago” com a matriz genérica apresentada. Os alunos não levaram em consideração a condicionante: “Thiago é o último da fila”, sendo assim ele seria o último elemento da matriz genérica, ou seja,  $a_{61}$ .

Já na figura 23, temos a condicionante em primeira instância, não gerando confusão na comparação entre os elementos da matriz genérica e a posição de Thiago na fila. Demonstrando a importância de mais uma heurística proposta por Polya (2006): “qual é a condicionante?”.

O método de questionar do professor, introduzindo sugestões, é imprescindível para que possa ser desenvolvida a capacidade de raciocinar diante de um problema e não somente de aplicar uma técnica específica, (POLYA, 2006, p.17).

Para executar o passo 4, retrospecto, utilizei um elemento bem peculiar da sala de aula, os buracos de ventilação, representei cada buraco como um elemento da matriz genérica, para então rever os resultados e os esquemas realizados pelos alunos e discutirmos o que estaria faltando em cada resolução de cada equipe.



FIGURA 24 - Furos de Ventilação na Sala de Aula  
FONTE: Próprio autor

Para discutirmos a posição de linha e coluna de elementos da matriz genérica, posicionávamos um saquinho de pipoca encontrado no lixo em um dos furos e indagávamos se aquele saquinho: seria qual elemento genérico? Estaria em qual posição? Em que linha ou em que coluna estava posicionado este elemento? Tínhamos criado uma ótima estratégia para utilizar como parâmetro: uma matriz de 8 linhas e 24 colunas, ou simplesmente 8 x 24, com 192 elementos.



FIGURA 25 - Matriz 8 Linhas e 24 Colunas  
FONTE: Próprio autor

Na imagem notamos que o saquinho de pipoca estava localizado na 3ª linha e na 5ª coluna, estaria representando o elemento  $a_{35}$  de uma matriz genérica. Utilizando como ilustração os furos da parede, conseguimos fazer o retrospecto dos problemas levantados, porém continuamos o resto da aula trocando de posição o saquinho de pipoca e tentando descobrir o elemento que poderia ser representado por sua posição.



FIGURA 26 - Movimentação do Saquinho de Pipoca  
FONTE: Próprio autor

Ao movimentarmos o saquinho de pipoca até a posição de linha 8 e coluna 13, houveram as seguintes indagações:

– “Thais”: *“professor, se estamos na 8ª linha e na 13ª coluna, então seria a representação do elemento  $a_{813}$  correto? então como faríamos para diferenciar este elemento de outro que estivesse em outra matriz, por exemplo, na 81ª linha e 3ª coluna já que este novo elemento seria também o  $a_{813}$ ?”*

“Todos”: ... (silêncio)

–Professor: *“será que juntos podemos encontrar alguma alternativa para evitar esta confusão?”*

– “Maylson”: *“E se representarmos linhas e colunas em forma de par ordenado, como quando estudamos função?”*

Ao debatermos um pouco mais o problema, aderimos à ideia de “Maylson” e chegamos à conclusão: “Se não houver confusão entre posição de linha  $i$  e de colunas  $j$  em uma representação, ou seja, valores entre 1 e 9, simplesmente juntamos a posição linha com a posição coluna e teremos a localização do elemento da matriz genérica. Caso tivermos valores maiores que 9 para posição linha  $i$  e posição coluna  $j$ , optaríamos por representar o elemento da matriz genérica com seu valor posicional separando por vírgulas os números que representam a posição linha e a posição coluna, ou seja  $(i, j)$ ”. Caso o elemento estivesse na:

- 8ª linha e 7ª coluna, representaríamos por  $a_{57}$ .

- 8ª linha e 9ª coluna, representaríamos por  $a_{89}$ .
- 8ª linha e 13ª coluna, representaríamos por  $a_{(8,13)}$ .
- 8ª linha e 24ª coluna, representaríamos por  $a_{(8,24)}$ .

Esta ocasião da aula foi uma instância oportuna para comentar a respeito do conceito de funções e a definição de matrizes, dando ênfase ao modo como é abordado por Guelli, Iezzi e Dolce ([198-?], p. 142), trazendo par ordenado, conjunto e correspondência entre elementos. Porém, pelo fato do tempo da aula estar se esgotando e o foco de referida aula não ser conjunto ou função, e sim matrizes, optei por não alongar tal abordagem.

#### 7.4. Atividade Virtual 2: Elementos da Matriz Genérica

Como a aula presencial estava baseada em discussões envolvendo o conceito de matriz genérica, neste segundo encontro no grupo do whatsapp em 11 de Junho de 2016, tratei de abordar atividades que gerassem atenção para tal conteúdo, como por exemplo: identificar cada posição dos elementos da matriz genérica levando em consideração sua posição linha e coluna.

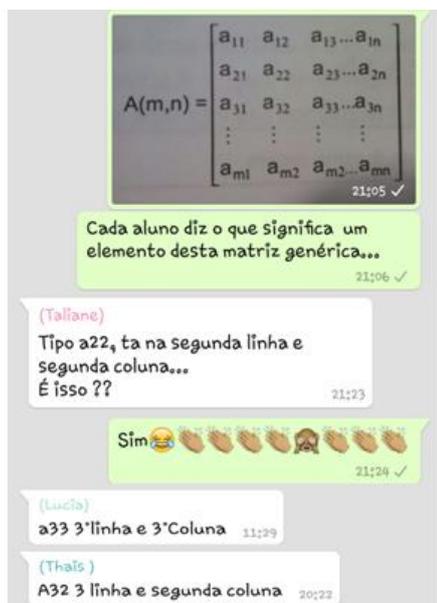


FIGURA 27 - Postagem dos Alunos  
FONTE: Print screen do celular do autor

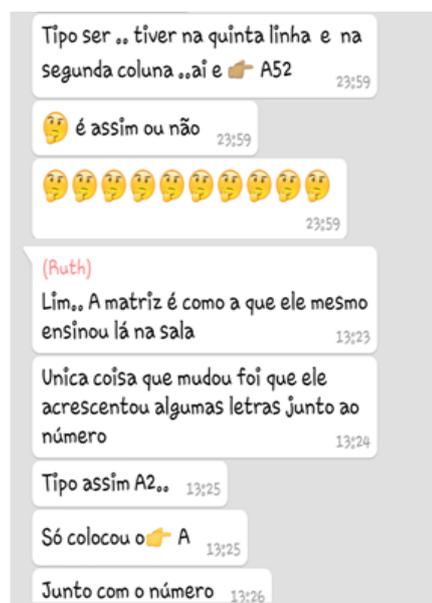


FIGURA 28 - Postagem dos Alunos  
FONTE: Print screen do celular do autor

Uma atividade simples, mas que segundo os próprios alunos ajuda na compreensão do conceito de matriz genérica e os valores posicionais de seus elementos. Uma dúvida que surgiu referente à atividade proposta, foi se poderiam utilizar outros elementos que não estão na imagem, pois esta (figura 25) só mostra nove elementos:  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}$ . Aqui houve a oportunidade de explorar o conceito de continuidade na representação, pois “m” (linhas) e “n” (colunas) representam quaisquer valores dos números naturais, sendo assim a matriz representada na imagem é infinita em seus extremos. Antes mesmo de mandar uma mensagem de áudio explicando esta continuidade na representação dos elementos, os próprios alunos discutiam entre si tal assunto (figura 26), onde na imagem “Ruth” tenta ajudar seu colega explicando a continuidade dos valores dos elementos (A2..).

Outra atividade postada no grupo virtual no mesmo período de intervalo antes da próxima aula, foi uma atividade “surpresa” para contemplar 6 alunos que estariam on-line ou para quem respondesse primeiro, consistia em: explicar o que representa cada letra da imagem postada (representação da matriz genérica de forma simplificada).

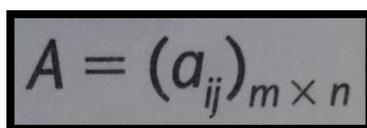

$$A = (a_{ij})_{m \times n}$$

FIGURA 29- Postagem do Professor  
FONTE: Foto livro Paiva (2013, p.95)

A questão não é saber quem responde primeiro ou quem sabe responder, o importante é que os alunos discutam sobre os elementos algébricos representados e terem um maior contato com a linguagem apresentada nas atividades relacionadas à matriz genérica. Além disso, mesmo que só seis alunos respondam corretamente, os outros alunos estarão observando e analisando as respostas, o que é imprescindível para o aprendizado dos mesmos.

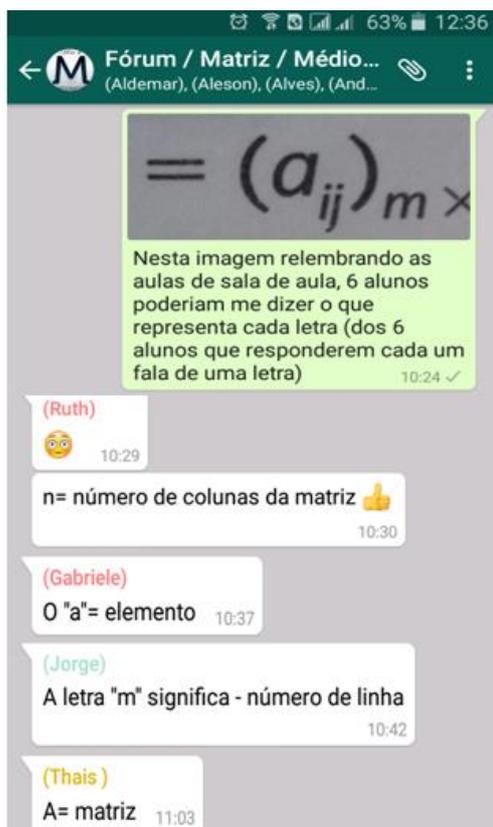


FIGURA 30 - Postagem dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do autor

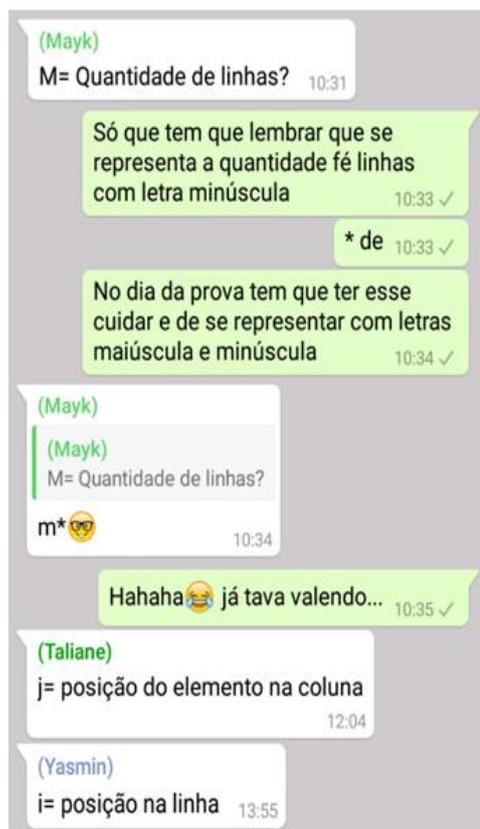


FIGURA 31 - Postagem dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do autor

Os alunos responderam corretamente aos questionamentos feitos no decorrer da atividade, identificando a representação de cada letra da imagem. Na figura 29, temos um dialogo com “Mayk”, ocasião em que tive o cuidado de orientá-lo em representar elementos de uma matriz com uma linguagem peculiar, para não confundir letras maiúsculas (Matriz) e letras minúsculas (elementos, linhas, colunas), note que o próprio aluno trata de reparar o erro repetindo sua postagem (“M= Quantidade de linhas?”) e corrigindo seu erro de representação (m\*).

A forma de lidar com os erros e os diálogos dos alunos no fórum de discussões (virtual) servem de apoio para as questões de sala de aula, a forma de se trabalhar questões propondo atividades com o intuito de lembrar fatos discutidos em um dado momento anterior é crucial para que os envolvidos possam aumentar seu repertório sobre o conteúdo proposto. Pois para que os envolvidos na atividade pedagógica tenham ideias proveitosas, devemos procurar entrar em contato com os seus conhecimentos anteriormente adquiridos e

buscar reconhecer algo de familiar no que examina, percebendo alguma finalidade naquilo que reconhecer, (POLYA, 2006, p. 30).

Além disso, estes momentos no espaço virtual trouxeram grande contribuição para as discussões dos alunos sobre a representação e linguagem utilizada no estudo de matrizes, eles demonstraram autonomia na busca por respostas e discussão com os colegas. A esse respeito, Lévy (1999, p.24) nos diz que com o grande desenvolvimento de softwares, temos o aumento da autonomia dos indivíduos, que multiplicam suas faculdades cognitivas, encarnando o ideal de melhorar a colaboração entre as pessoas, explorando e dando vida as diferentes formas de inteligência coletiva e distribuída. Neste sentido, como professor, devemos trabalhar coletivamente, buscando melhorar a relação entre os alunos objetivando dar autonomia aos envolvidos em busca de discutir os conhecimentos matemáticos envolvidos.

### 7.5. Atividade Presencial 3: Lei de Formação de Matrizes

Neste terceiro encontro presencial em 22 de Junho de 2016, em sala de aula, tratei inicialmente de expressar matrizes genéricas  $A=(a_{ij})_{m \times n}$ , por meio de uma lei de formação, através da qual se constrói uma matriz desejada. Para tanto foi exposto o seguinte problema:

(1) Representar explicitamente a matriz  $A=(a_{ij})_{4 \times 2}$  tal que  $a_{ij} = 2.i+3.j$

Para compreender o problema (passo 1) foram feitas várias indagações aos envolvidos:

– “Professor”: *“note que no problema não há contextualização alguma, apenas um vocabulário matemático. O que podemos dizer sobre a atividade proposta? Observe os dados do problema. Separe os dados”.*

– “Antônio”: *“A primeira parte é sobre uma matriz genérica, como a trabalhada no whatsapp”*

– “João”: *“vale a pena construir a matriz genérica, como da aula passada?”*

– “Professor”: *“talvez, o que mais?, alguém pode dizer algo sobre a segunda parte?”*

– “Jorge”: *“parece uma equação”*

Entendendo que os alunos compreenderam o problema proposto, parti para o segundo passo de Polya (2006), “estabelecendo um plano” (passo2):

– “Professor”: *“alguém se lembra de algum problema correlato? Algo que tenha visto antes?”*

– “Ruth”: *“professor, não seria uma questão daquelas que agente resolve por uma única equação para encontrar várias soluções?”*

– “Professor”: *“boa sugestão, tentemos colocar no papel esses questionamentos...”*

Os alunos conhecem a linguagem utilizada no problema e acionam o repertório das atividades desenvolvidas no fórum de discussão no ambiente virtual para pensar e realizar suas estratégias de resolução. Mais uma vez utilizei diversas sugestões heurísticas para conduzir os alunos a resolver o problema, pois segundo Silver e Smith (1997, p.202), “uma sugestão heurística pode ser considerada como um método prático, uma ação plausível de caráter geral, que pode avançar o curso do processo de resolução”, tornando necessário na resolução de problemas o uso de tais sugestões como parâmetro em suas aulas.

Na execução do plano (passo 3), os alunos montaram a matriz genérica (sugestão de “Antônio”) e em seguida partiram para a segunda parte do problema ( $a_{ij} = 2.i+3.j$ ), e como sugerido pelos próprios alunos demonstraram com êxito os cálculos de cada elemento da matriz proposta. Em seguida fomos a lousa para discutir as respostas dadas e soluções encontradas, fazendo um retrospecto do que foi feito (passo 4).

Com alguns pequenos erros de cálculo, mas com a ideia do conceito matemático envolvido no problema, formei pequenos grupos para elaborarmos novos problemas e discutir a resolução envolvida. Utilizei da heurística sugerida por Polya (2006, p.72): “é possível reformular o problema?”.

– “Taliane”: *“tem que mudar tudo professor? ”*

– “Professor”: *“alguém pode me ajudar a responder essa?”*

– “yasmin”: *“na primeira parte poderíamos mudar o número de linhas e colunas  $m \times n$ ”*

– “Professor”: *“boa! Enquanto a segunda parte?”*

– “Davi”: *“basta trocar os números”*

– “Professor”: “*muito bem! Formulem um segundo problema colocando no caderno para que possamos discutir a resolução*”

Solicitei aos alunos a elaboração de novos problemas a partir de um problema já resolvido com sucesso e compreendido pelos mesmos, para trazer interesse aos envolvidos, poderiam ter ideias próprias, demonstrar alguma iniciativa, tendo a oportunidade de responder alguma indagação não respondida, (POLYA, 2006, p.8). Além disso, reformular e formular é necessário para que o resolvidor possa ser motivado, entenda e retenha o conceito envolvido, (BUTTS, 2006, P.48). Neste contexto, algumas questões foram reformuladas pelos alunos, atendendo as considerações de “Davi” e “yasmin”:

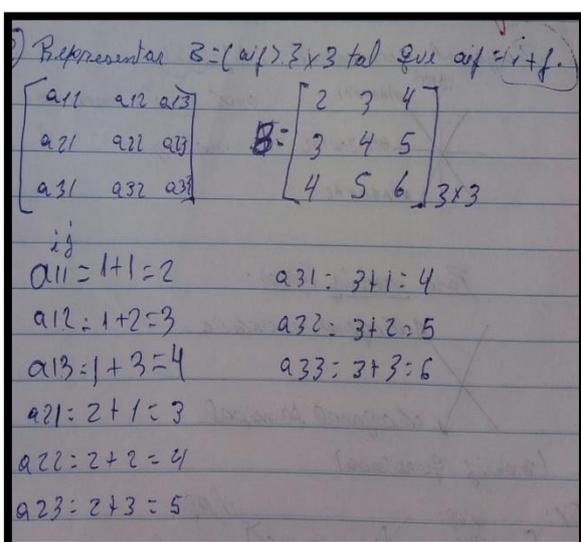


FIGURA 32- Resolução dos Alunos  
FONTE: Próprio autor

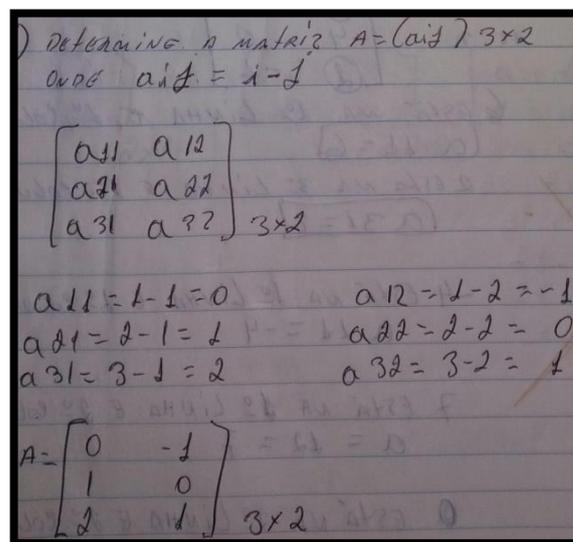


FIGURA 33- Resolução dos Alunos  
FONTE: Próprio autor

O problema (1), sugerido como atividade no início da aula, serviu de referência para elaborar os novos problemas (fig. 32 e fig.33), onde os alunos fizeram variações do problema inicial e demonstraram suas novas resoluções. Os alunos compreenderam o problema e reescreveram o mesmo problema com dados diferentes, mantendo a base do problema original.

Uma terceira equipe trouxe uma variação do problema (1), porém com um dado um tanto diferente, o que sugere que a equipe possui alunos com conhecimento matemático envolvendo o conceito de funções:

Representar explicitamente a matriz

$A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ , tal que  $\begin{cases} a_{ij} = 1, & i=j \\ a_{ij} = 0, & i \neq j \end{cases}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

FIGURA 34- Resolução dos Alunos  
 FONTE: Próprio autor

Quando indagados de como surgiu a condição de igualdade ( $i=j$ ) e diferença ( $i \neq j$ ), no problema (fig.32), a equipe informou que se lembrou de problemas resolvidos no ano anterior que envolvia equações e, notando que a segunda parte do problema tratava-se de uma equação, resolveram adequar as ideias. Neste contexto, o aluno acionou o seu repertório de matemática desenvolvido em sala de aula para reformular com sucesso o problema (1). Polya complementa o intuito da atividade proposta, afirmando que:

A intenção de utilizar um problema já antes resolvido influencia a nossa concepção do presente problema. Na tentativa de relacionar os dois problemas, o velho e o novo, introduzimos no novo, elementos que correspondam a certos importantes elementos do velho. (POLYA, 2006, p.78).

No que se refere aos vocabulários matemáticos utilizados na questão (1), os alunos não tiveram dificuldade de entender, pois alguns termos já haviam sido discutidos no grupo virtual. Segundo Leblanc, Proudfit e Putt (2006, p.151), os vocabulários devem ser escolhidos de modo a tornar a comunicação o mais simples possível, porém, os termos matemáticos não devem ser evitados, é preciso que os alunos os entendam claramente para poderem organizar suas ideias frente à resolução de problemas.

As discussões prosseguiram e encerramos a aula falando sobre matrizes quadradas (mesma quantidade de linhas e colunas) e algumas matrizes especiais: matriz identidade, matriz nula, matriz linha, matriz coluna e matriz transposta, que seriam melhores discutidas no grupo virtual pois teríamos um grande intervalo até a próxima aula presencial.

## 7.6. Atividade Virtual 3: Matrizes Especiais

Na data de 26 de junho de 2016, discutimos a respeito de matrizes quadradas, postando uma representação de matriz que possuísse a mesma quantidade de linhas e colunas. A atividade sugerida foi:

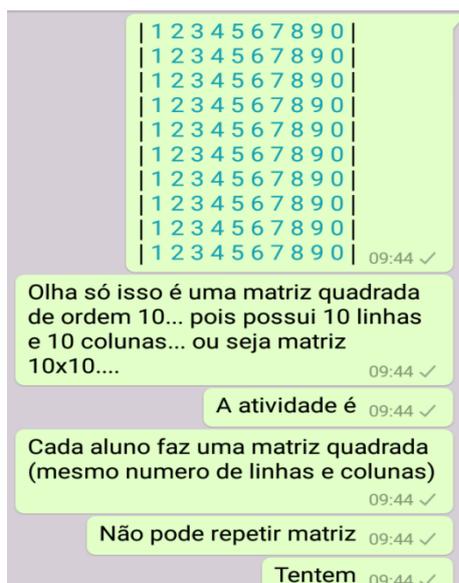


FIGURA 35 - Postagem de Atividade  
FONTE: Print screen do celular do autor

A atividade proposta objetivou a interação entre os alunos para que pudessem comentar entre si, o que seria uma matriz quadrada, qual sua denominação ou representação, ou o que significaria ordem de uma matriz. As seguintes postagens foram realizadas pelos alunos:



FIGURA 36 - Postagem dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do autor

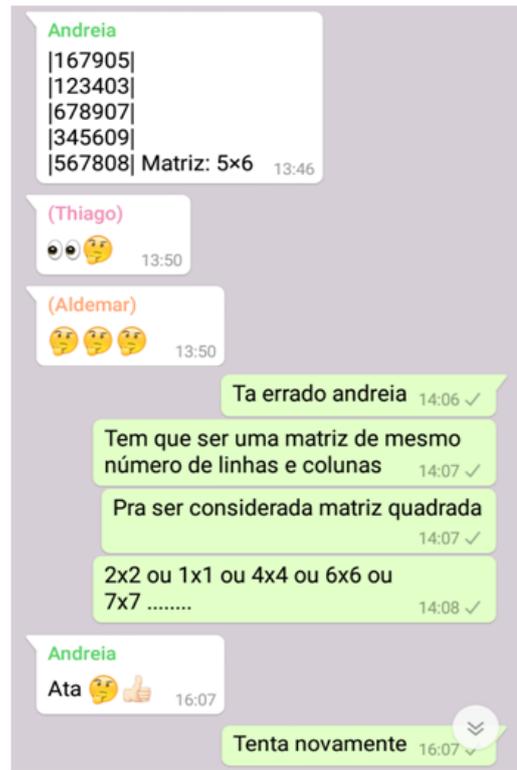


FIGURA 37 - Postagem dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do autor

Na figura 37, Andréia postou uma matriz com número de linhas diferente do número de colunas, rapidamente recebeu o *feedback* (retorno) do professor, e corrigiu seu equívoco postando, no dia seguinte uma matriz 7 por 7:

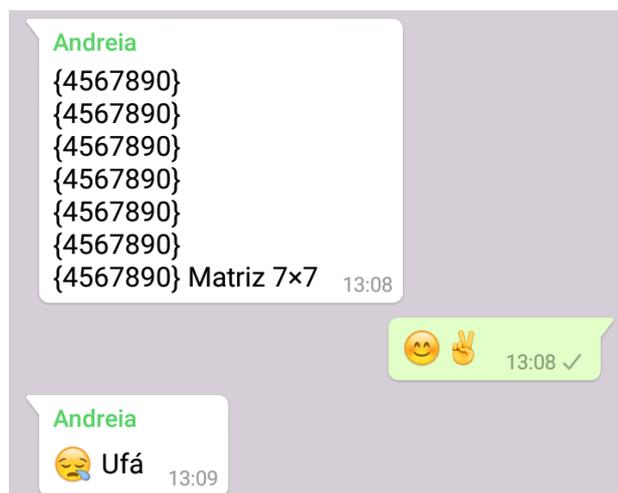


FIGURA 38 - Postagem dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do autor

As postagens continuaram e as discussões foram avançando, como os alunos conseguiram montar matrizes no ambiente virtual apenas com os números dispostos no próprio aplicativo whatsapp, considerei relevante apresentar mais algumas matrizes ditas “especiais” para incentivar as discussões no período de férias dos alunos. Neste sentido, foram postadas mais algumas atividades nos finais de semana no período do mês de julho de 2016, tendo em vista um “contrato pedagógico” firmado com os envolvidos, para que continuássemos nossas atividades no grupo virtual no período sem aulas presenciais.

De comum acordo, em relação às postagens no mês de férias, no dia 09 de julho de 2016 foi postada uma atividade que tinha como objetivo apresentar uma matriz identidade, que seria uma matriz quadrada com a característica peculiar, pois apresenta em sua estrutura a diagonal principal com todos os seus elementos iguais a 1, e todos os elementos restantes iguais a 0, representando por  $I_n$  a matriz identidade de ordem n. (PAIVA, 2013, p. 96). A seguinte atividade foi proposta aos alunos no grupo virtual:

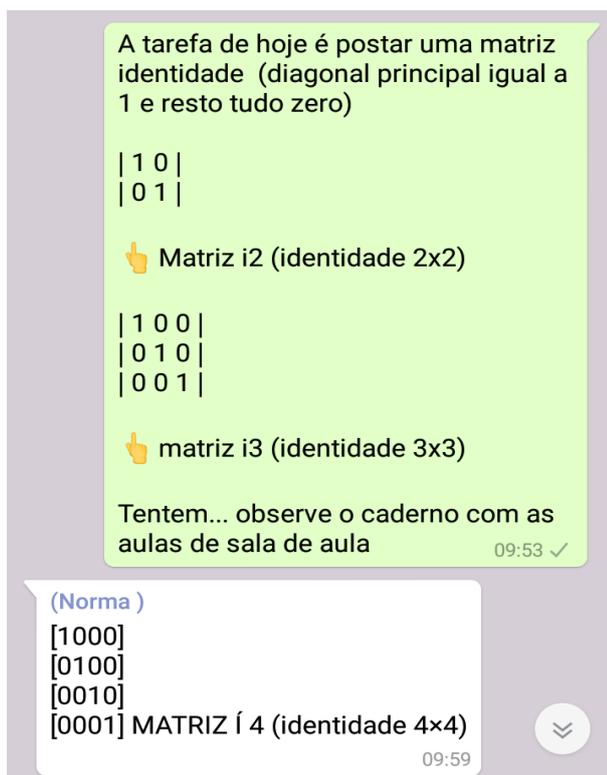


FIGURA 39 - Postagem de Atividade  
FONTE: Print screen do celular do autor

A intenção era que os participantes se apropriassem das características de uma matriz identidade, assim como entender como seus elementos e sua estrutura são apresentados. No que se refere à representação, os alunos conseguiram resolver o problema proposto e fizeram as postagens sem nenhum problema aparente:

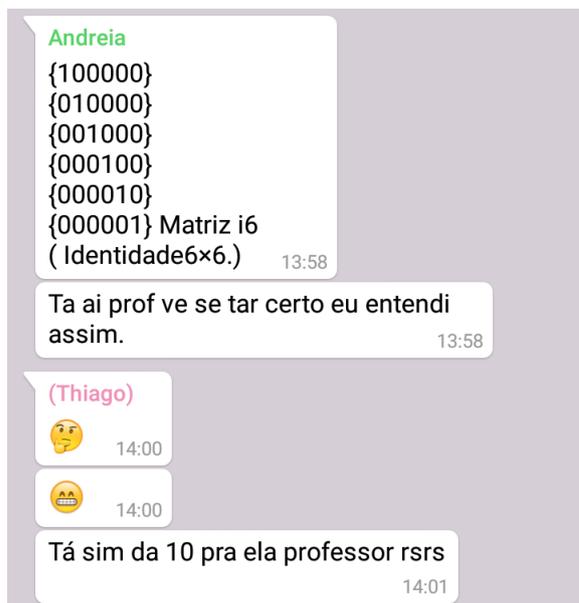


FIGURA 40 - Postagem dos Alunos  
FONTE: Print screen do celular do autor



FIGURA 41 - Postagem dos Alunos  
FONTE: Print screen do celular do autor

O interessante da atividade é que se consegue disseminar um conteúdo em pouquíssimo tempo, todos os alunos do grupo conseguem visualizar, indagar e interagir mesmo estando a grandes distâncias um do outro.

A relevância de se entender o que é uma matriz identidade se dá pelo fato de ser o elemento neutro de um produto de matrizes quando este produto existir. Qualquer que seja a matriz quadrada  $A$ , tem-se que:

$A \cdot I = A$  e  $I \cdot A = A$ . o que pode ser configurado pelo teorema citado em Guelli, Iezzi e Dolce ([198-?]):

Se  $A = (a_{ij})$  é uma matriz do tipo  $m \times n$ , então,

$$I) \quad A \cdot I_n = A$$

$$II) \quad I_m \cdot A = A$$

Neste contexto, o conhecimento de matriz identidade, se configura como um elemento auxiliar, em que o aluno ao se deparar com o conceito de multiplicação entre matrizes, nas suas propriedades estruturais, não terá tanta estranheza para com o conteúdo a ser trabalhado pelo professor, pois à medida que se progride no trabalho, são acrescentados novos elementos àqueles originalmente considerados, ou seja, um elemento que é introduzido com o intuito de que venha a facilitar a resolução de um determinado problema posterior. (POLYA, 2006, p. 79).

Seguindo este raciocínio, demos continuidade nas conversas do grupo virtual, em 23 de julho de 2016, foi postada mais uma atividade, propus a montagem de uma matriz nula de qualquer quantidade de linhas e colunas:

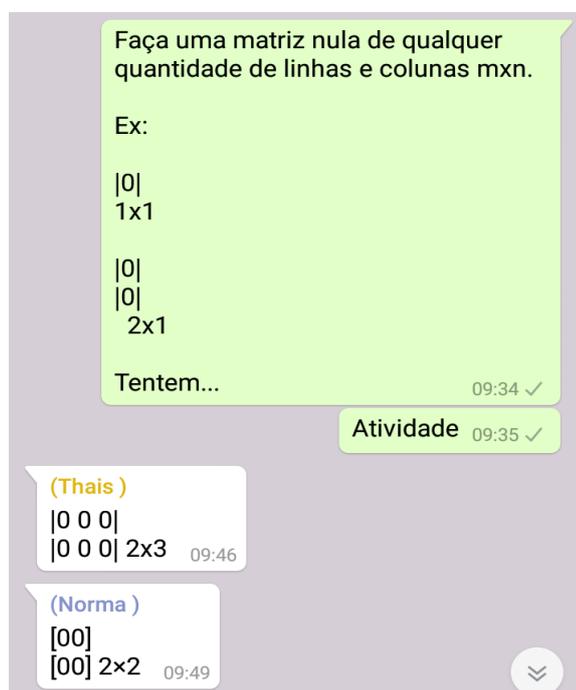


FIGURA 42 - Postagem de Atividade  
FONTE: Print screen do celular do autor

O problema pareceu fácil aos alunos, pois os mesmos não esboçaram dificuldade nas postagens e demonstravam já ter o conhecimento matemático necessário para se representar

uma matriz nula sem confusão na quantidade de linhas e colunas. Como é observado em algumas postagens dos alunos:



FIGURA 43-Postagem Alunos  
FONTE: Print do celular

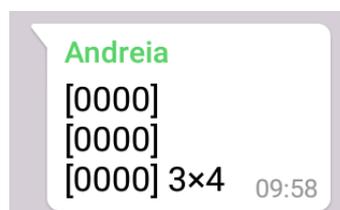


FIGURA 44-Postagem Alunos  
FONTE: Print do celular

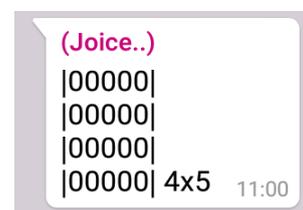


FIGURA 45-Postagem Alunos  
FONTE: Print do celular

A matriz nula, nas propriedades estruturais, é o elemento neutro da adição. Além disso, o conceito de matriz nula é amplamente abordado em resoluções de problemas que pedem para encontrar uma matriz que somada à outra resulte em uma matriz nula, ou ainda em sistema de equações matriciais. O que torna a atividade interessante para a introdução de mais um elemento auxiliar para problemas mais difíceis que por ventura venham a aparecer.

Mais uma vez, o uso do whatsapp pelos alunos, ampliou o tempo para discussão no estudo de matrizes com a apropriação adequada deste aplicativo para fins pedagógicos. A esse respeito, Lévy (1999, p.27 e p.28) diz que o indivíduo cujos métodos de trabalho, de uma determinada profissão, são tocados bruscamente por uma revolução tecnológica, deve-se fazer a apropriação lúdica dos novos instrumentos digitais, para que a evolução tecnológica não tenha uma manifestação ameaçadora, pois a qualidade do processo de apropriação é mais importante que as peculiaridades da ferramenta tecnológica utilizada.

#### 7.7. Atividade Presencial 4: Revisão e Operações com Matrizes

Na data de 10 de agosto de 2016, em aula presencial, fizemos uma atividade de revisão para relembrar das matrizes trabalhadas nos encontros anteriores. Os alunos responderam a problemas diretos e objetivos, que se propunha a escrever matrizes do tipo: quadrada, linha, coluna, nula, identidade e transposta.

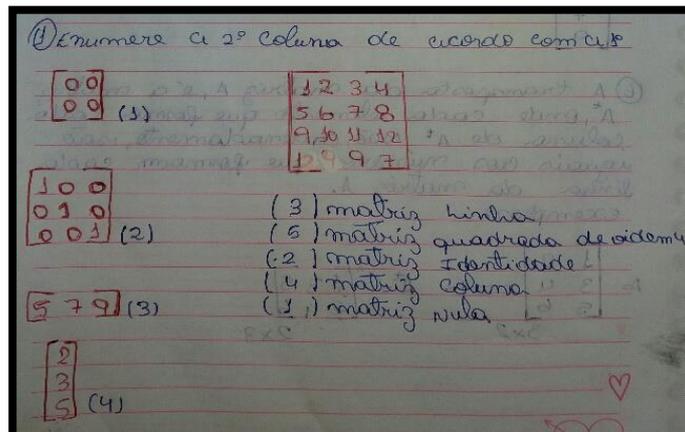


FIGURA 46 - Resolução dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do aluno

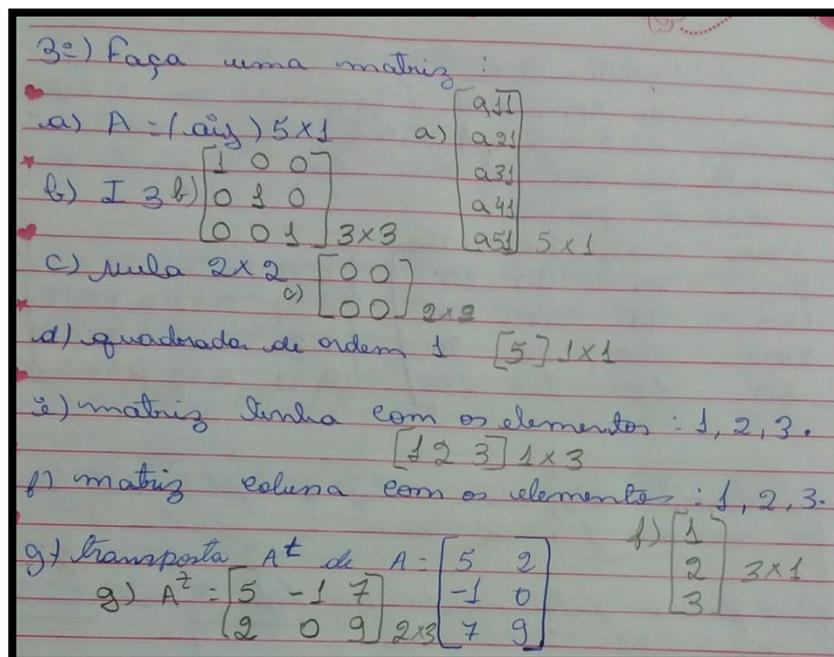


FIGURA 47 - Resolução dos Alunos  
 FONTE: Print screen do celular do aluno

Revisar os conteúdos anteriores foi imprescindível para que os alunos treinassem o que havia sido discutido tanto nas aulas anteriores presenciais, como no grupo virtual no whatsapp. Como não houve dificuldades em resolver os problemas propostos, algumas indagações foram feitas aos alunos:

– “Professor”: “como conseguiram resolver estes problemas tão rápido?”

- “João”: *“as postagens no grupo do whatsapp ajudam, pois ficam no celular, logo qualquer dúvida é só pesquisar nas conversas”*
- “Davi”: *“também consulto bastante as mensagens, assim agente não esquece”*
- “Joice”: *“professor... outra coisa que agente costuma fazer é bater foto do quadro e depois olhar pra estudar...”*
- “Professor”: *“o que vocês acham da atitude de olhar no celular para consulta?”*
- “Todos”: ... *(silêncio)*
- “Maria”: *“professor... acho que isso seria colar!...”*

Percebi que além do conhecimento por meio das trocas de mensagens obtidas no grupo virtual, os alunos tiveram a iniciativa de buscar novas formas de organizar o seu aprender, fazendo com que este conhecimento matemático trabalhado não se torne estático e fique sempre em contato com o aluno. O grupo no whatsapp acabou funcionando como um “diário de experiência”, pois sempre que precisa o aluno aciona o celular para observar as mensagens e então poder obter algo que seja necessário para resolver o problema proposto.

Segundo Deguire (1996, p.105), Polya sugere um diário de experiência para estocar problemas, onde tais experiências ajudariam a ampliar estratégias e soluções que de alguma forma necessitem ser lembradas. No caso da proposta pedagógica a que se refere à pesquisa, teríamos as conversas no ambiente virtual como um registro de problemas que representaria esse “diário de experiência” para que os alunos possam refletir e consultar seus registros ou dos colegas sempre que precisar diante de algum problema.

Alguns alunos, ainda com a mentalidade de um ensino tradicional, consideram que consultar as postagens no whatsapp é de alguma forma “cola”, porém devemos estar sempre em constante conversa junto aos alunos para que se possa romper com tais ideias, pois acredito que o conhecimento está lá para ser acessado quando necessário, se o aluno possui em mãos algo que o auxilie de alguma forma naquela atividade proposta, por que não usá-la para que se tenha uma melhor compreensão do problema.

Além do que, os problemas propostos são “rotineiros”, pois podem ser solucionados pelo uso de dados específicos de um problema resolvido anteriormente, de “exemplos muito batido”, (POLYA, 2006, p. 142). Assim, tais conhecimentos devem ser lembrados e relembrados constantemente para servirem de base na resolução de problemas mais complexos. Finalizamos a aula trabalhando as técnicas de resolução de soma, subtração e multiplicação de matrizes.

## 8. TRAZENDO A TONA ALGUNS DADOS DE TESTES DA PESQUISA

Como dito anteriormente, as atividades pedagógicas avaliativas foram realizadas de modo a ser estruturada em três partes; a primeira e a segunda parte foram feitas por meio de testes realizados na data de 17 de Agosto de 2016 e a terceira parte em 24 de Agosto de 2016 por meio de apresentação dialogada entre os alunos:

**(1) Primeira Parte:** as questões objetivas foram estruturadas com dez afirmações para o aluno analisar, completando os itens com (V) de verdadeiro ou (F) de Falso, na qual denomino aqui cada item por enumeração:

**Item 1:** (      ) Toda tabela retangular formada por  $m, n$  números reais, dispostos em  $m$  linhas e  $n$  colunas pode ser representada por uma matriz.

**Item 2:** (      ) Em uma matriz com elementos dispostos em cinco colunas e seis linhas temos uma matriz quadrada do tipo  $5 \times 6$ .

**Item 3:** (      ) A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por:  $A=(a_{ij})_{m \times n}$ . Onde  $i$  representa a posição do elemento na coluna da matriz.

**Item 4:** (      ) A representação de uma matriz genérica de forma simplificada, pode ser representada por:  $A=(a_{ij})_{m \times n}$ . Onde  $m$  representa a quantidade de linhas da matriz.

**Item 5:** (      ) A representação da matriz genérica  $A=(a_{ij})_{1 \times 1}$ . Tal que  $a_{ij} = i+j$ , será  $[2]_{1 \times 1}$ .

**Item 6:** (      ) Em uma matriz genérica  $A=(a_{ij})_{3 \times 2}$ . Podemos dizer que o elemento  $a_{32}$  é aquele posicionado na terceira linha e na segunda coluna da matriz  $A$ .

**Item 7:** (      ) A representação  $I_5$  de uma matriz identidade de ordem 5, é aquela onde temos 5 elementos na diagonal principal iguais a zero e todos os outros elementos iguais a 1.

**Item 8:** (      ) Matriz linha é uma matriz que só possui uma única linha em sua representação.

**Item 9:** (      ) Matriz coluna é uma matriz que só possui uma coluna em sua representação.

**Item 10:** (      ) A transposta da matriz  $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ . É representada por  $B^t = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Os alunos levaram cerca de 20 minutos para terminar de solucionar os dez itens, quando questionados, disseram que levaram muito tempo pelo fato de alguns itens necessitarem de cálculos específicos, como por exemplo, os itens: 5, 6 e 10. Além disso, os alunos resolveram fazer rascunhos dos itens: 2 e 7 como forma de relembrar os conceitos matemáticos envolvidos.

Todos os 25 alunos, da turma do 2º ano EJA médio, realizaram o teste. Quando terminado, fazendo uma discussão sobre o desempenho dos alunos, muitos deles teceram comentários a cerca do que tinham entendido e a impressão que tiveram do nível dos itens, este diálogo com toda a turma é importante para o professor tirar dúvidas sobre o conteúdo e perceber se conseguiram entender as questões propostas:

QUADRO 6 - Desempenho dos Alunos no Teste de Questões Objetivas

Questões	Acertos	Erros	Comentário dos alunos
Item 1	22	3	<p><b>-João:</b> “foi fácil lembrar, pois foi algo comentado logo na primeira aula, elementos de tabelas formam matrizes”.</p> <p><b>-Thiago:</b> “não consegui entender a questão, me confundi quando falou em tabelas...”</p>
Item 2	20	5	<p><b>-Maria:</b> “desde o inicio das aulas que falamos em linhas e colunas, primeiro linhas e segundo as colunas, não tinha como não lembrar”</p> <p><b>-Ruth:</b> “me confundi na hora de ler a questão, não reparei que tava trocado linha e coluna”</p>
Item 3	15	10	<p><b>-Joice:</b> “não lembrei na hora o que significa <math>a_{ij}</math>... só lembrava que seria um elemento da matriz..”</p> <p><b>-Andreia:</b> “lembrei da aula e no whatsapp quando discutíamos sobre linhas e colunas, sempre se representa primeiro a linha, logo <math>i</math> é linha e <math>j</math> é coluna... mas tava trocado...”</p> <p><b>-Maria:</b> “acho que deveríamos trabalhar mais essas representações no grupo virtual... para lembrarmos no</p>

			dia da prova”
Item 4	18	7	<p><b>-Thais:</b> “como representamos nos estudos <math>A_{m \times n}</math> a matriz A com m linhas e n colunas ficou fácil acertar essa...”</p> <p><b>-Taliane:</b> “como m e n não acompanhavam A, então achei que significava outra coisa, por isso errei...”</p>
Item 5	16	9	<p><b>-Davi:</b> “bastava montar uma matriz de um elemento, só tinha o <math>a_{ij}</math>, somava 1 mais 1, e tínhamos 2 como único elemento, não tava difícil...”</p> <p><b>-Mayk:</b> “sem querer pensei em uma matriz 2x2, calculei errado...”</p> <p><b>-Yasmim:</b> “na hora não lembrei como era pra fazer...”</p>
Item 6	20	5	<p><b>-Aleson:</b> “era a questão mais fácil, pois já treinamos muito isso em sala de aula nos buracos da parede”</p> <p><b>-Mayk:</b> “treinamos bastante isso nas discussões do grupo virtual, <math>a_{13}</math> está na primeira linha e terceira coluna,..., <math>a_{23}</math> está na segunda linha e terceira coluna,..., logo era verdadeira essa questão”</p>
Item 7	17	8	<p><b>-Antônio:</b> “era só fazer um x, lembrando o que seria diagonal principal e secundária, daí colocar 1 na diagonal principal e o resto tudo zero”</p> <p><b>-Maria:</b> “o problema que a questão estava trocado, tava afirmando tudo ao contrário, na pressa escrevi errado...”</p> <p><b>-Lucia:</b> “me confundi pois tava trocado 1 por zero e não prestei atenção...”</p>
Item 8	25	0	<b>-João:</b> “não tinha erro, matriz linha só tem uma linha, mesmo que seja grande...”
Item 9	25	0	<b>-Aldemar:</b> “matriz coluna só possui uma coluna, pode até ter muitas linhas, mas colunas tem que ser uma...”

Item 10	24	1	<p><b>-Thiago:</b> “não lembrei mesmo como se fazia, me deu um branco na hora... pensei que tava certo a troca”</p> <p><b>-Maria:</b> “era pra transformar linha em coluna, logo tava falso, pois se a primeira linha é (1 5), então a primeira coluna deve ser <math>\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}</math>.”</p> <p><b>-Norma:</b> “o correto seria <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 5 &amp; 7 \end{pmatrix}</math>, trocando linha por coluna...”</p>
---------	----	---	---

FONTE: Próprio pesquisador

Apenas dois alunos acertaram todos os itens e nenhum aluno errou mais do que 4 (quatro) itens de verdadeiro ou falso, o que não elimina o acaso, porém observei pelos comentários analisados a maioria da turma atingiu uma média favorável em relação ao bom entendimento do conteúdo matemático a que se propunha estudar. O item 1, por exemplo, traz um conceito de matriz discutido nas primeiras aulas presenciais, os alunos que se envolveram em tais discussões não tiveram dificuldade em acertar.

O maior número de erros foi observado no item 3, esperava que os alunos entendessem a representação matemática:  $A=(a_{ij})_{m \times n}$ , dos dez alunos que erraram, quatro afirmaram que só erraram porque a questão afirmava erroneamente trocando i por j na representação, e na leitura rápida do item não prestaram atenção. O mesmo foi observado para os erros nos itens: 2, 4, 5 e 6, que tratam basicamente da utilização de termos algébricos na representação de uma matriz.

Indagando os alunos, observei que os dez erros no item 3 não prova necessariamente que todos os alunos não sabem o conceito envolvido, alguns alunos apenas erraram por falta de atenção. Além disso, três alunos afirmaram que lhes faltou compreensão na linguagem utilizada, e que poderiam ser trabalhadas posteriormente no grupo virtual. Polya (2006, p.57) trata de definições de termos, afirma que precisamos conhecer os termos e suas representações, não bastando apenas conhecê-lo, mas também utilizá-lo, o que torna imprescindível trabalhar tais termos para não gerar confusão na interpretação dos alunos frente à resolução de um determinado problema.

Os itens 8 e 9 foram os únicos em que não houveram erros, e pelo comentário dos alunos, ficou claro que eram afirmações muito diretas e de fácil análise. No item 10, os alunos

demonstraram que entenderam a técnica trabalhada em sala de aula para se representar uma matriz transposta, mesmo que a afirmação no item tenha sido de maneira errônea.

Trazer um conceito específico, dentro do conteúdo de matriz pode ocasionar erros de interpretação, como é o caso dos itens 5 e 7, pois o primeiro trata de valor numérico, já o segundo traz a definição de matriz identidade. Acertar tais questões requer que o aluno domine a técnica necessária e lembre conceitos anteriores envolvidos, pequenos detalhes podem induzir ao erro. Trazer atividades que façam com que o aluno tenha um repertório de problemas para que tenha um parâmetro de questões correlatas, facilita o acerto de itens deste tipo.

A respeito dos procedimentos metodológicos da pesquisa, utilizei a elaboração de diferentes instrumentos e os dados obtidos analisei na perspectiva qualitativa. Colocando-me como professor-pesquisador em meu próprio ambiente de trabalho.

**Material usado na pesquisa:** testes, diário de campo, diálogos no ambiente virtual e entrevistas com os alunos.

**Resultados:** Os dados do gráfico abaixo mostram o desempenho das turmas U (2º Eja Médio – Turma Pesquisada) e A (2º Eja Médio – Turma de outro professor), onde foram aplicados os mesmos testes durante o período do 2º semestre de 2016.

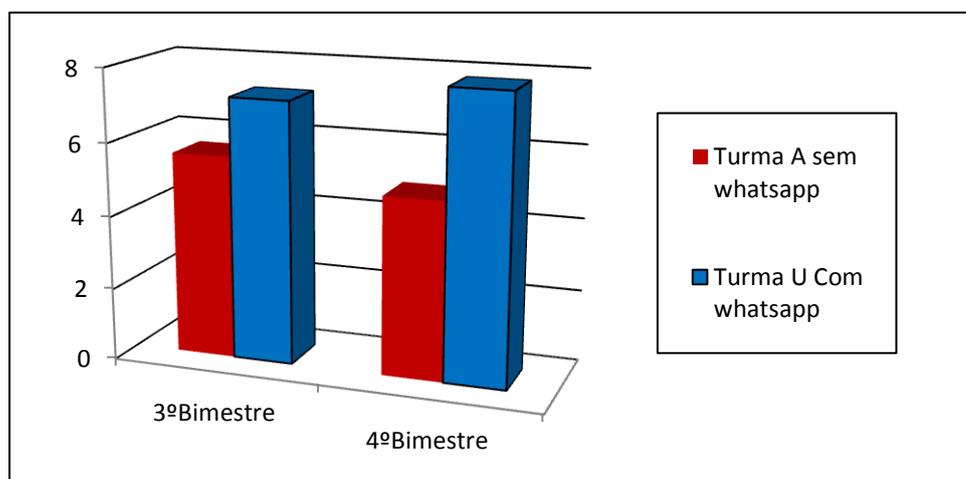


FIGURA 48 - Comparação de Desempenho no 2º Semestre de 2016  
FONTE: Próprio pesquisador

Analisando os resultados, percebi que a turma U obteve um melhor desempenho no período selecionado. Além disso, notei que o desempenho de A, teve um índice de decaimento. Enquanto U melhorou seu desempenho de um bimestre para outro. Lembrando,

que levei em consideração os dois últimos bimestres (Agosto e Setembro), pois foi neste período que realizei testes complementares envolvendo o estudo de Matrizes e, segundo os dados, houve um aumento de desempenho satisfatório em comparação a outra turma.

**Categorias Encontradas na turma U:** a análise dos testes e dos diálogos no grupo virtual, de imediato emergiram duas categorias: a compreensão do problema e as formas de resolução. Destaco da primeira categoria, duas subcategorias que considero importantes: vocabulário matemático e repertório.

**Vocabulário Matemático:** denomino de vocabulário matemático, o acervo de termos matemáticos necessários para o bom entendimento de questões relacionadas à resolução de problemas. Considero que os alunos não conseguem interpretar quando não possuem o vocabulário descrito pelo professor no problema proposto, e as discussões no grupo virtual constituíram um apoio importante para que o aluno entre em contato com tais vocabulários.

**Repertório:** chamo de repertório, o conhecimento do aluno em relação ao objeto matemático estudado. O aluno recorre a este repertório como forma de relembrar algo que necessite utilizar em sua resolução ou rever algum problema correlato que o ajude de alguma forma.

O ambiente virtual serviu positivamente para criação de vocabulários e repertórios matemáticos, ajudando os alunos a entender e resolver os problemas propostos, o que refletiu no aumento do desempenho em seus testes no decorrer dos meses utilizados para realizar a pesquisa. O gráfico a seguir é uma comparação do desempenho da mesma turma (turma U – pesquisada) em testes: sem o whatsapp e com o whatsapp.

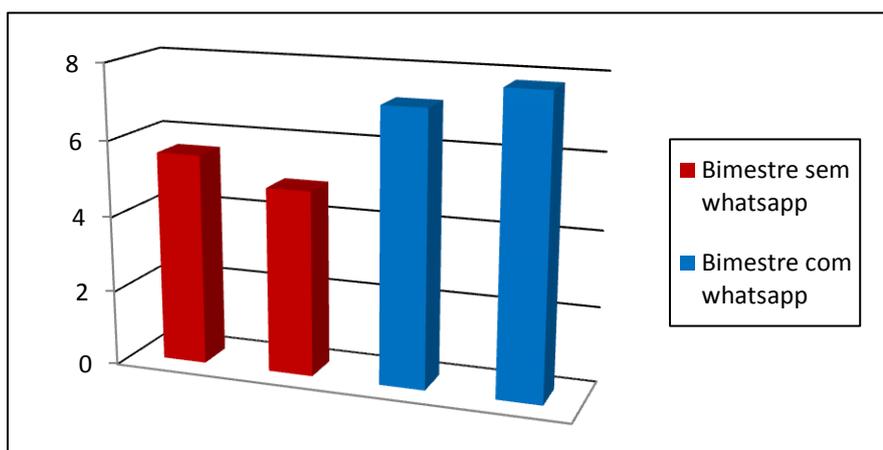


FIGURA 49 - Gráfico de Desempenho da Turma U, no Ano de 2016  
FONTE: Próprio pesquisador

Os dois primeiros bimestres sem whatsapp refletem uma queda substancial no desempenho dos alunos em testes realizados para as primeiras avaliações antes da aplicação do projeto de pesquisa. O que já não acontece com os dois outros bimestres, pois com o apoio pedagógico do ambiente virtual, houve uma melhora no desempenho em pontos antes com dificuldade (baixo desempenho, desinteresse, não compreensão dos vocabulários matemáticos, falta de repertório para uma boa base dos conteúdos matemáticos cobrados nos testes).

**(2) Segunda Parte:** as questões dissertativas do teste aplicado foram estruturadas com três questões para serem resolvidas e comentadas. A primeira tratava de adição, subtração e multiplicação de matrizes:

**Primeira Questão:** Explique quais as condições necessárias para que seja possível:

- a) Efetuar a adição ou subtração entre duas matrizes?
- b) Efetuar uma multiplicação entre duas matrizes?

Os alunos não tiveram dificuldades em responder estes dois itens, demonstrando que as discussões nas aulas foram produtivas, as imagens abaixo mostram algumas respostas:

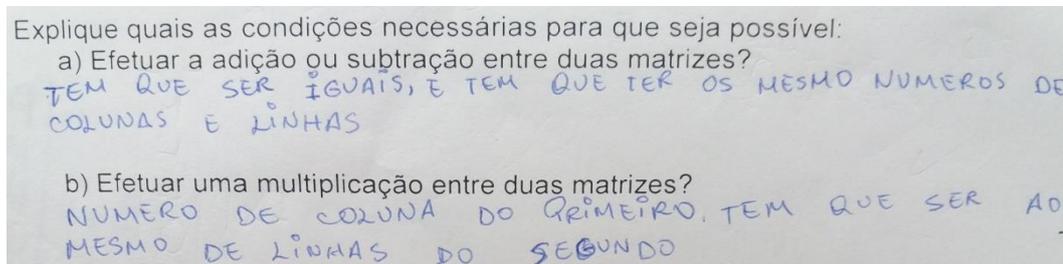


FIGURA 50 – Resposta da Questão 1

FONTE: Aluno.

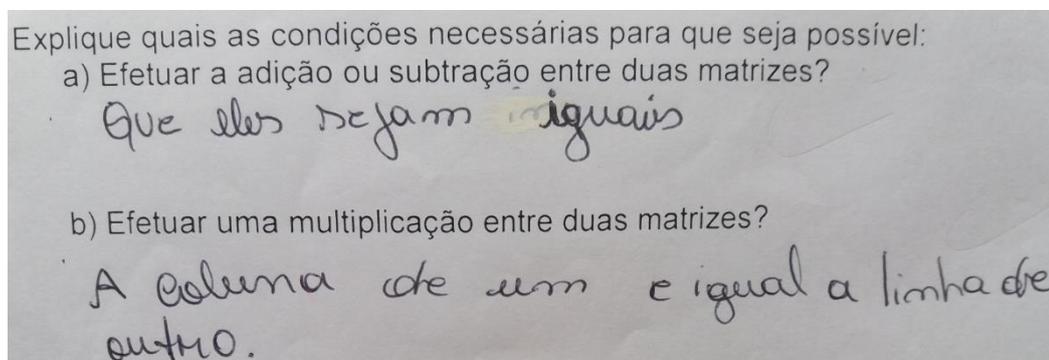


FIGURA 51 – Resposta da Questão 1

FONTE: Aluno.

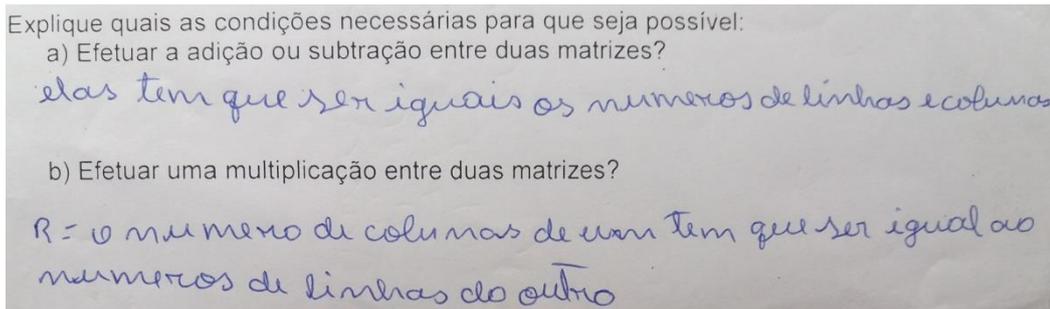


FIGURA 52 – Resposta da Questão 1

FONTE: Aluno.

Neste item, os alunos entenderam a definição discutida, mesmo com ligeira distorção do conceito, pois as matrizes devem ter “a mesma ordem” e não serem “iguais”; escreveram o conceito a partir do que entenderam e, no que diz respeito ao que seja necessário para realizar a soma, subtração e multiplicação de Matrizes, conseguiram se expressar bem, mesmo sem a necessidade de realizar cálculos. Já na segunda questão, trago a discussão sobre igualdade de Matrizes:

**Segunda Questão:** Explique como poderíamos determinar os valores de: x, y, z, w. Sabendo que a igualdade abaixo é verdadeira:

$$\begin{pmatrix} x & -7 \\ w & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & z \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

As respostas dos alunos apontam a um bom entendimento do conceito de igualdade dos elementos de uma matriz quadrada de ordem 2, mesmo expressando suas respostas de maneira diferente os alunos chegaram a solução correta, seja comparando ou fazendo uma sobreposição imaginária entre as matrizes envolvidas, como podemos observar nas imagens abaixo:

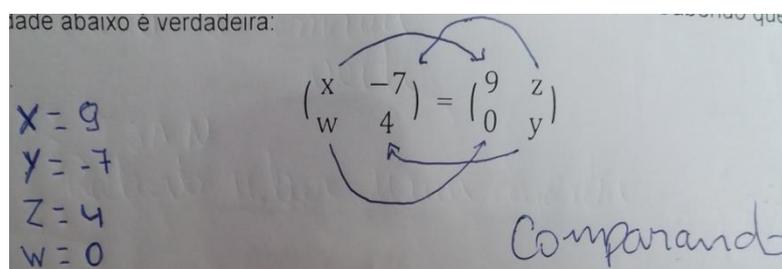


FIGURA 53 – Resposta da Questão 2

FONTE: Aluno.

$$\begin{matrix} x = 9 & z = 7 \\ w = 0 & y = 4 \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} x & -7 \\ w & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & z \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} 2 \times 2$$

FIGURA 54 – Resposta da Questão 2  
 FONTE: Aluno.

Note que mesmo esquecendo-se do sinal de menos (figura 54), o aluno consegue expressar o resultado da questão. E ainda representar a quantidade de linhas e colunas do resultado final da matriz resultante da igualdade, mesmo que o problema só tenha pedido o valor de x, y, z e w.

$$\begin{pmatrix} x & -7 \\ w & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & z \\ 0 & y \end{pmatrix} = \text{alterando as elementares de uma com a outra}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -7 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} 2 \times 2$$

$$\begin{matrix} x = 9 \\ w = 0 \\ z = -7 \\ y = 4 \end{matrix}$$

FIGURA 55 – Resposta da Questão 2  
 FONTE: Aluno.

$$\begin{matrix} x = 9 & y = 4 \\ w = 0 \\ z = -7 \end{matrix}$$

basta comparar uma por uma da outra

4) Durante a primeira fase de

FIGURA 56 – Resposta da Questão 2  
 FONTE: Aluno

A última questão foi de multiplicação de matrizes, onde os alunos deveriam apresentar uma solução adequada para a questão contextualizada 3:

**Terceira Questão:** Durante a primeira fase do campeonato paraense 2016, as equipes do Remo, Paysandú, Cametá e Águia, possuíam os seguintes resultados:

QUADRO 7 – Resultado dos Jogos

	VITÓRIAS	EMPATES	DERROTAS
REMO	3	0	0
PAYSANDÚ	1	1	1
CAMETÁ	1	1	1
ÁGUIA	0	0	3

FONTE: Próprio autor

Pelo regulamento do campeonato paraense, cada resultado (vitória, empate ou derrota) tem pontuação correspondente a:

QUADRO 8 – Pontuação por Resultado.

	VITÓRIAS
VITÓRIA	3
EMPATE	1
DERROTA	0

FONTE: Próprio autor.

Observando a situação descrita nas tabelas e o estudo feito sobre Matrizes, como podemos registrar por uma representação de matriz a pontuação de cada time, respectivamente nessa ordem: Remo, Paysandú, Cametá e Águia.

As respostas dos alunos demonstram que tiveram um bom entendimento da questão proposta, porém uma solução foi feita sem o cálculo da multiplicação de matrizes, mas acompanhada de uma escrita dissertativa plausível de como chegou ao resultado:

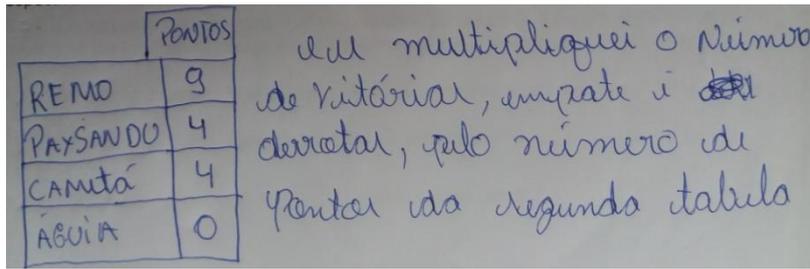


FIGURA 57 – Resposta da Questão 3  
 FONTE: Aluno.

Os outros alunos preferiram apresentar a solução utilizando a técnica de cálculo de multiplicação de linhas por colunas (o que seria o desejável para resolução da questão):

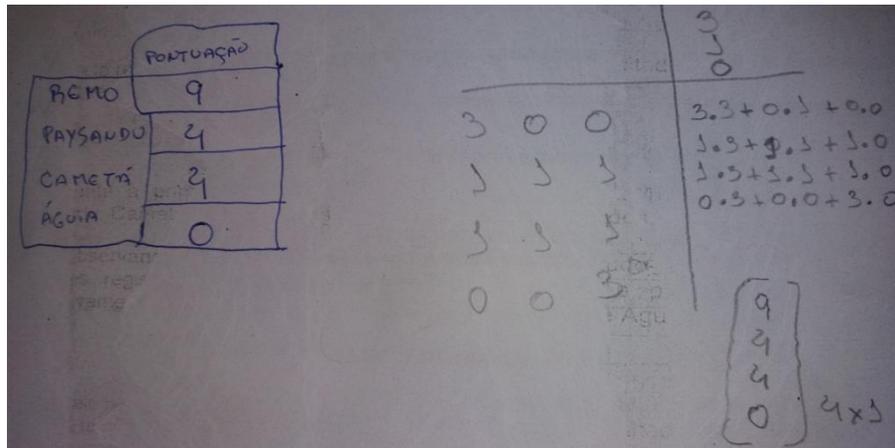


FIGURA 58 – Resposta da Questão 3  
 FONTE: Aluno.

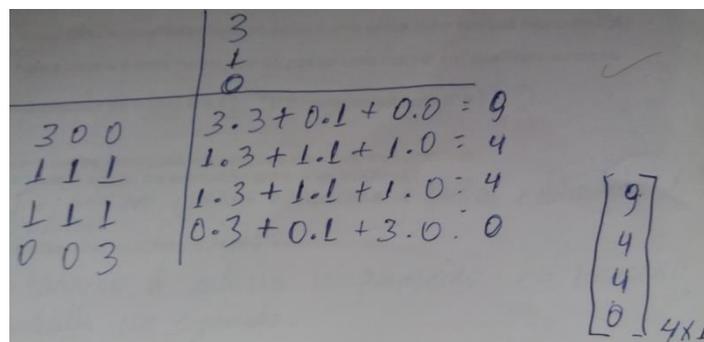


FIGURA 59 – Resposta da Questão 3  
 FONTE: Aluno.

Mesmo com uma resposta sem o uso da técnica de multiplicação de matrizes (figura 57), as outras respostas foram satisfatórias e demonstraram que os alunos possuem domínio da técnica treinada em sala de aula e do conceito matemático envolvido.

**(3) Terceira Parte:** Neste momento avaliativo de aula presencial, que denomino de “dinâmica de perguntas e respostas”, apresento a análise de questões contextualizadas trazidas pelos alunos e, como dito anteriormente, discutidas entre eles sem a interferência do professor. As cinco equipes: A, B, C, D e E, formadas cada uma por cinco alunos trouxeram quatro questões cada, a seguir apresento uma questão de cada grupo:

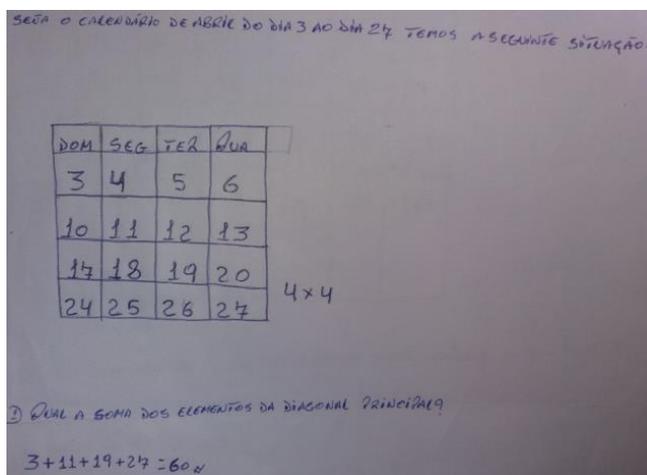


Figura 60 – Questão contextualizada Grupo A  
Fonte: Aluno.

O grupo “A” criou um quadro usando como referência parte do calendário do mês de Abril de 2016, formando uma matriz de quatro linhas e quatro colunas. O interessante é o conceito de diagonal principal em matrizes quadradas que os alunos abordaram em sua questão, mesmo sendo uma atividade que as outras equipes consideraram fácil, acredito que foi de grande valia para a comprovação de que eles estão discutindo entre si as conversas de sala de aula.

Já a equipe “B” trouxe uma questão parecida, porém referente ao mês de julho de 2016, a questão foi considerada pelas equipes como muito mais simples que a anterior, pois neste caso apenas necessitaria entender a enumeração de linhas e colunas de uma matriz:

DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

= considerando do 3 ao 30 forma uma matriz de que tipo?  
 $n = 4 \times 7$

FIGURA 61 – Questão contextualizada Grupo B  
 FONTE: Aluno.

A equipe “C” trouxe uma questão bem elaborada e dentro do que foi trabalhado no ambiente presencial e virtual com os alunos. Os participantes consideraram uma questão de nível médio, procurar a posição do maior elemento de uma matriz 3x5:

1. A temperatura corporal de um paciente foi medida, em graus Celsius, três vezes ao dia, durante cinco dias. Cada elemento da matriz abaixo corresponde à temperatura observada no instante do dia.

35,6	36,4	38,6	38,0	36,0
36,1	37,0	37,2	40,5	40,4
35,5	35,7	36,1	37,0	39,2

3x5

2. Qual instante do dia o paciente apresentou maior temperatura? R- na segunda medição do 4º dia.

FIGURA 62 – Questão contextualizada Grupo C  
 FONTE: Aluno

A equipe “D” trouxe em uma de suas questões, a multiplicação de matrizes, item com característica muito parecida com a realizada no teste aplicado pelos envolvidos já citado anteriormente:

1- UM RESTAURANTE OFERECE TRÊS OPÇÕES DE REFEIÇÃO PARA JIAGEM PEQUENA, MÉDIA E GRANDE. JEJA NAS TABELAS A QUANTIDADE DE REFEIÇÕES JENBIDA NESSE RESTAURANTE DURANTE DOIS DIAS E O PREÇO DE CADA UMA DELAS.

	PEQUENA	MÉDIA	GRANDE
SEXTA-FEIRA	21	35	15
SÁBADO	30	47	18

PREÇO DAS REFEIÇÕES	
PEQUENA	3
MÉDIA	5
GRANDE	6

A) QUANTO ESSE RESTAURANTE ARRECADOU COM A VENDA DAS REFEIÇÕES NA SEXTA-FEIRA E NO SÁBADO ?

$$A = \begin{bmatrix} 21 & 35 & 15 \\ 30 & 47 & 18 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

SEXTA-FEIRA :  $21 \cdot 3 + 35 \cdot 5 + 15 \cdot 6 = 328 \rightarrow R\$ 328,00$   
 SÁBADO :  $30 \cdot 3 + 47 \cdot 5 + 18 \cdot 6 = 433 \rightarrow R\$ 433,00$

FIGURA 63 – Questão contextualizada Grupo D  
 FONTE: Aluno

Houve uma reclamação na hora da atividade, pois os alunos alegaram que foi feita duas perguntas em uma questão, então decidiram reformular a pergunta para: “quanto esse restaurante arrecadou com a venda das refeições no sábado?”.

Com a questão refeita, os resolvidores levaram cerca de 5 minutos para solucionar o problema, consideraram uma questão de nível médio.

A equipe “E” trouxe como problema duas matrizes criadas com elementos que representam notas fictícias:

1ª avaliação

9,5	8,5	8,5
6,5	5,5	9,5
8,5	7,0	9,5

2ª avaliação

6,5	9,5	6,0
7,0	9,0	7,0
10	10	9,0

FIGURA 64 – Questão contextualizada Grupo E  
 FONTE: Aluno

A pergunta feita nesta questão abordava a operação de soma de matrizes:

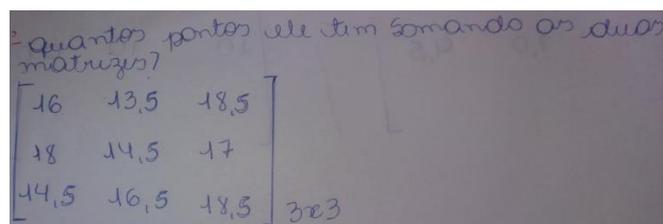


FIGURA 65 – Questão contextualizada Grupo E  
FONTE: Aluno

Os alunos conseguiram responder a pergunta, porém demoraram um pouco mais de 7 minutos para respondê-la, a equipe sorteada para solucionar o problema considerou a questão de nível médio.

Realizado todas as apresentações, observei que os alunos estavam habituados ao estudo de matrizes por meio do celular via whatsapp, olhavam bastante as postagens e aconselhavam os colegas de equipe nas atividades. Os grupos, demonstravam indícios de aprendizagem, pois se identificavam com o conteúdo de matrizes e explicavam com propriedade as questões expostas, questões estas oriundas de um grupo organizado no whatsapp sem a interferência do professor. Segundo Wenger (1998, p.95), os alunos aprendem pelo envolvimento e participação no desenvolvimento de uma prática contínua, trabalhando um *repertório compartilhado*<sup>9</sup> de um *envolvimento mútuo*<sup>10</sup>.

No geral considero que a criação dos grupos isolados no whatsapp sem a interferência do professor, foi aproveitada de forma positiva pelos alunos, uma vez que os mesmos demonstraram confiança nas apresentações e nas resoluções dos problemas propostos. A criação de questões novas a partir do conhecimento matemático discutido nos grupos virtuais é imprescindível para que os alunos tenham motivação ao tratar de Resolução de Problemas, pois os melhores problemas requerem que os resolvidores reúnam seus próprios dados. (BUTTS, 1997, p. 41).

---

<sup>9</sup> São as rotinas, palavras, ferramentas, maneiras de fazer coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações ou conceitos que a comunidade produziu ou adotou no decorrer de sua existência e que se tornaram parte de sua prática (WENGER, 1998, p.83).

<sup>10</sup> Segundo Wenger (1998, p.73), este envolvimento mútuo só existe porque as pessoas estão envolvidas em ações cujos significados eles negociam uns com os outros.

## 9. CONSIDERAÇÕES

Considero que o método de resolução de problemas, tendo como ferramenta de apoio pedagógico a utilização do aplicativo whatsapp, em ambientes virtuais contribuiu para a aprendizagem matemática dos alunos, possibilitando uma melhora significativa no desempenho em testes matemáticos durante o período de aplicação da pesquisa, criando um repertório teórico para resolução de problemas, além de ter propiciado uma melhora na interação entre os envolvidos na pesquisa: aluno – aluno, professor – aluno e aluno – professor, trazendo um vocabulário matemático condizente com as turmas do ensino médio. Neste sentido, é imprescindível que o professor apresente a seus alunos problemas para serem resolvidos, pois segundo Dante (2003, p.11), a resolução de problemas ajuda o aluno a poder “pensar produtivamente”, cabendo ao professor criar um ambiente de motivação e de desafio, para que os alunos queiram participar positivamente das aulas.

A proposta pedagógica apresentada sugere uma reflexão a respeito da didática realizada nas aulas de matemática, assim como possíveis posturas a ser tomadas para buscar contribuir no processo formativo de profissionais docentes em exercício ou não. É um movimento em que partindo das reflexões sobre ações educativas de sua própria prática de trabalho de sala de aula, o professor poderá reorientar suas práticas, compartilhar ideias por meio do diálogo, podendo construir novos contextos, significados e sentidos às práticas e teorias aplicadas no ensino da educação básica. Pois, segundo Hartman (2015, p.13), o aprendizado reflexivo se concentra em “pensar sobre o fazer” antes, durante e depois de uma atividade de aprendizagem.

A utilização do ambiente virtual whatsapp funcionou como elemento de promoção de atitudes positivas nos alunos, pois estes demonstraram durante a pesquisa motivação na busca de elementos para o estudo de Matrizes, participaram das resoluções de problemas frente a seus colegas sem inibições, dialogaram entre si, demonstraram interesse pelo objeto de estudo em questão, além de construírem e solucionarem problemas criados por eles próprios.

O método de resolução de problemas, a mídia e as sugestões no grupo virtual serviram como ponto de interesse para os alunos interagirem, logo acredito que os professores podem utilizar o aplicativo para que os alunos possam explorar o conhecimento matemático em sua própria aprendizagem, pois a inserção da ferramenta tecnológica nas discussões dos conteúdos possibilitou ao estudante e ao professor, a socialização dos conteúdos trabalhados

na prática interativa. Além disso, foi observado um alto interesse dos envolvidos nas atividades de resolução de problemas em sala de aula e um bom desempenho nos testes propostos.

A divisão do trabalho em dois momentos: Sala de aula (presencial) e plataforma whatsapp, otimizou o tempo pedagógico gerando maior oportunidade de aprendizagem e um maior número de resolução de problemas matemáticos, demonstrando que o aplicativo e o modo como foi utilizado consistiu em um instrumento com um alto potencial didático para as aulas de Matemática.

Nas postagens, Surgiram muitas imagens interessantes e discussões produtivas. O envolvimento com a atividade proposta foi bastante proveitosa, os alunos representaram os elementos de uma matriz e a quantidade de linhas e colunas em imagens que, para eles, ficaram evidentes a existência de uma relação direta com a atividade de sala de aula.

A análise mostrou que houve crescimento dos alunos nos aspectos de interação, compreensão da resolução de problemas, ampliação dos vocabulários e repertórios, além da superação de muitas dificuldades que apresentavam no início do trabalho de pesquisa.

O grupo coordenado no whatsapp com a interação do professor e os grupos isolados com a interação somente dos alunos, constituíram verdadeiros locais discursivos, pois neles os alunos encontraram suporte para realizar suas atividades escolares, aumentando seu repertório educacional e estimulando o estudo do conteúdo de Matrizes. De forma pedagógica o uso do aplicativo whatsapp funcionou de maneira bem sucedida em momentos fora da sala de aula, no envio de mensagens, imagens e resolução de problemas em grupo, enfim uma troca ativa de conhecimentos e informações pertinentes ao estudo do objeto matemático em questão.

Acredito que a proposta pedagógica apresentada nesta dissertação serve como fonte de pesquisa para futuros professores com interesse em inserir a tecnologia em suas atividades, assim como o método de Resolução de Problemas, porém considero que muito ainda pode ser explorado.

## 10. REFERÊNCIAS (SEPARADA POR ÁREA)

### TECNOLOGIA:

Os autores foram escolhidos por tratarem sobre o uso da tecnologia relacionada com a interação entre pessoa e máquina, logo colaboram para a dissertação, pois o tema central do trabalho trata da utilização da tecnologia móvel (plataforma whatsapp) como apoio às aulas e interação entre os envolvidos na pesquisa em ambientes virtuais.

BORBA, M. C. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

COSCARELLI, Carla Viana. **Tecnologias para aprender**. 1. ed. São Paulo: Parábola, 2016.

GOMES, Suzana dos Santos. **Infância e tecnologias**. In: COSCARELLI, Carla Viana (Org.). **Tecnologias para aprender**. 1. ed. São Paulo: Parábola, 2016. p.143-158.

LÉVY, P. – **As tecnologias da Inteligência- O futuro do pensamento na era da informática**. São Paulo: Editora 34, 2004, 13a. Edição.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LÉVY, P. **Inteligência coletiva: para uma antropologia do ciberespaço**. São Paulo: Loyola, 2007.

PETERS, O. **Didática do ensino a distância: experiências e estágio da discussão numa visão internacional**. São Leopoldo, RS: Unisinos, 2001. 402 p. ISBN 8574310808 (broch.). Wikipédia, a enciclopédia livre. **Whatsapp**. Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/WhatsApp>>. Acesso em: 15 de Novembro de 2016.

### RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS:

Este grupo de autores foi selecionado por tratarem do método de Resolução de Problemas, que será tratado na dissertação na interação professor e aluno no ambiente de sala de aula. Logo estes autores darão suporte teórico para discussões sobre este ramo da Educação Matemática.

BUTTS, T. **Formulando problemas adequadamente**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 32 – 48.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática: 1º a 5º séries, para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau**. 12.ed. São Paulo: Ática, 2003.

DEGUIRE, L. J. **Polya visita a sala de aula**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 99 – 113.

LEBLANC, J. F.; PROUDFIT, L.; PUTT, I. J. **Ensinando resolução de problemas na elementary school**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 148 – 164.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos avanços e novas perspectivas**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio, organizador, **A Solução de Problemas - aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SCHOENFELD, A. H. (1985). **Mathematical problem solving**. New York, NY: Academic Press.

SILVER, E. A., SMITH, J. P. **Imagine um problema correlato**. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Org.): A resolução de problemas na matemática escolar. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, 343p., p. 202 – 217.

SMOLE, K. S.. DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

## MATEMÁTICA:

As bibliografias selecionadas e agrupadas neste tópico apoiam as discussões sobre o ensino da Matemática, além de algumas destas serem referências de livros didáticos utilizados pelos alunos pesquisados durante as aulas realizadas na pesquisa da referida dissertação.

DANTE, L. R. **Matemática Dante**, volume único, São Paulo, Ed. Ática, 2005.

EUCLIDES. **Os elementos**; tradução e introdução de Irineu Bicudo – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

GUELLI, Cid A.; IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo. **Álgebra II: matrizes, determinantes, probabilidades, sistemas lineares, análise combinatória**. São Paulo: Moderna, [198-?]. 303p.

IEZZI, DOLCE, DEGENSZAJN, PÉRIGO, ALMEIDA. **Matemática: ciências e aplicações**, volume 2, São Paulo, Ed. Saraiva, 2010.

MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica** – Campinas SP; Papirus, 2003.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**- Ed. Ver. E aum. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

PAIVA, M. **matemática paiva**. 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013.

### **DIDÁTICA DA MATEMÁTICA:**

Durante as aulas do curso de mestrado profissional, houve o contato com o estudo da Didática da Matemática Francesa, e dentre as leituras agrupadas neste tópico encontra-se os autores que relacionam Didática da Matemática com resolução de problemas. Estes autores ajudaram a dar suporte no capítulo 3.3, além de aparecerem em outros capítulos no decorrer da dissertação.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008. 128 p. ((Educação em ação)) ISBN 9788508119660 (broch.).

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; Uma Análise da Influência Francesa** – 3. ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

### **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:**

A referência apareceu pelo fato do autor tratar a Matemática como linguagem, que colabora de forma positiva para o conceito descrito na dissertação de “vocabulários matemáticos” que nada mais são que as linguagens próprias do conceito matemático estudado.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP; São Paulo: Summus, 1986.

MACHADO, Nílson José. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

### **EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA):**

A escolha do autor se deu pela relevância de sua abordagem no processo de ensino e aprendizagem de jovens e adultos, a leitura ajuda a colaborar nas discussões referentes a turmas de aceleração.

DUARTE, N. **O Ensino de Matemática na Educação de Adultos**. 8 Ed. São Paulo : Cortez, 2001.

### **PROFESSOR PESQUISADOR:**

Neste tópico, foram escolhidas estas referências por tratarem da postura do professor pesquisador e como trabalhar com os alunos para formar sujeitos reflexivos. Além de trazer uma leitura que ajuda a ter uma visão crítica a respeito da Educação escolar de um modo geral.

ALVES, Gilberto Luiz. **A produção da escola pública contemporânea**. 4. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

ESTEBAN, M. T.; ZACCUR, E. (Org.). **Professora Pesquisadora: uma práxis em construção**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

HARTMAN, H. J. **Como ser um professor reflexivo em todas as áreas do conhecimento**. Porto Alegre: AMGH, 2015.

### **EDUCAÇÃO E LEIS / DIRETRIZES:**

Foram reunidas aqui bibliografias que servem de parâmetro para as discussões sobre a Educação Básica e avaliação.

BRASIL. **Cadernos EJA 5: Trabalhando com a educação de jovens e adultos – O processo de aprendizagem dos alunos e professores.** Brasília: MEC/SECAD, 2006.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental.** Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. **Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica.** Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

BRITO, Márcia Regina F. **Concepção de itens na avaliação dinâmica.** Curitiba: 2010.

CARNEIRO, M. A. 17.ed. **LDB fácil: Leitura crítico compreensiva artigo a artigo.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2010.

FREIRE, Paulo. **Educação e mudança;** Tradução de Moacir Gadotté e Lilian Lopes Martin. 12. ed. Rio de Janeiro. Paz e Terra, 1986.

FREIRE, Paulo. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar .** 19. ed. São Paulo: Olho d'Água, 2008.

LEITE, Lúcia Helena Alvarez. **Escola, cultura juvenil e alfabetização: lições de uma experiência.** In: SOARES, Leôncio; GIOVANETTI, Maria Amélia; GOMES, Nilma Lino (Org.). diálogos na educação de jovens e adultos. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p. 205-224.

#### **ARTIGOS DE INTERNET:**

Foram reunidos aqui artigos que servem de parâmetro para as discussões sobre a utilização do whatsapp.

Guia do Usuário: Como Começar. **Guia do Whatsapp,** 2017. Disponível em: <[https://www.whatsapp.com/faq/pt\\_br/general/21073018](https://www.whatsapp.com/faq/pt_br/general/21073018)>. Acesso em: 08 de maio de 2017.

#### **MÉTODOS DE PESQUISA:**

As referências reunidas neste tópico serviram de base para referendar a investigação da metodologia do projeto de pesquisa.

CRESWELL, John W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens.** 3ª ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Trad. de Cristhian Matheus Herrera. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

### **COMUNIDADE DE PRÁTICA:**

As referências reunidas neste tópico, serviram de base para a discussão sobre como os alunos aprendem dentro de uma “comunidade de prática”, já que utilizamos este termo como característico da organização dada ao grupo em estudo na dissertação.

LAVE, J.; WENGER, E. (1991). **Situated learning: legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: learning, meaning and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.