



Manoel José Mangabeira Pereira Filho

**Avaliação dos Métodos Normativos para
Previsão da Resistência à Punção de
Lajes sem Armadura de Cisalhamento e
com Conectores de Aço**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Manoel José Mangabeira Pereira Filho

**Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência
à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com
Conectores de Aço**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Maurício de Pina Ferreira

Belém
Junho de 2016

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Manoel José Mangabeira Pereira Filho.

TÍTULO: Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com Conectores de Aço.

GRAU: Mestre ANO: 2016

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Manoel José Mangabeira Pereira Filho.

Rua dos Tamoios, nº 505. Jurunas.
66.030-373 Belém – PA – Brasil.

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Biblioteca do Instituto de Tecnologia / UFPA, Belém – PA

Pereira Filho, Manoel José Mangabeira.

Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento com Conectores de Aço / Manoel José Mangabeira Pereira Filho. – 2016.

Orientador: Maurício de Pina Ferreira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2016.

1. Punção. 2. Concreto armado. 3. Lajes lisas. 4. Conectores de aço.
I. Título.

CDD - 23. ed. – 624.1834

Universidade Federal do Pará
Instituto de Tecnologia
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



Manoel José Mangabeira Pereira Filho

**Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência
à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com
Conectores de Aço**

Dissertação submetida à banca examinadora aprovada pelo colegiado do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Instituto de Tecnologia da Universidade Federal do Pará, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Área de Estruturas e Construção Civil.

Prof. Maurício de Pina Ferreira

Orientador
Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Marcos Honorato de Oliveira

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – UnB

Prof. Rafael Suzuki Bayma

Faculdade de Engenharia Elétrica – UFPA

Prof. Sandoval José Rodrigues Junior

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Prof. Bernardo Nunes de Moraes Neto

Faculdade de Engenharia Civil – UFPA

Belém, 06 de Junho de 2016.

*Para minhas avós, Olga e Joana,
pelo apoio e confiança.*

*Na curva do futuro muito carro capotou
Talvez por causa disso é que a estrada ali parou
Porém, atrás da curva perigosa eu sei que existe
Alguma coisa nova mais vibrante e menos triste*

Raul dos Santos Seixas

Agradecimentos

Nesta seção venho agradecer não apenas às pessoas que ajudaram ou apoiaram no período do mestrado, mas também gostaria de agradecer a todos que contribuíram na minha formação direta ou indiretamente.

Agradeço a minha mãe, Franciolga Pinheiro, e a toda família Pinheiro por terem me passado sua força, persistência, brio e resiliência, as quais foram muito importantes nessa etapa. Agradeço também ao meu pai, Manoel Mangabeira, a Paula Lidyane e a toda família Mangabeira Pereira por me ensinarem a ter disciplina, perseverança e integridade, sem as quais eu não conseguiria chegar a este ponto.

Quero agradecer ao meu orientador Maurício de Pina Ferreira que nos últimos 5 anos, além de transmitir conhecimento e apontar para caminhos aos quais sou muito grato, agradeço também pela dedicação, apoio e conselhos diversos, se comportando muitas vezes, não como apenas orientador, mas como irmão mais velho.

Ao professor Aarão Ferreira, ao professor Marcelo Rassy, aos colegas Diego Ferreira, Jader Rosa, Wagner Rodrigues, Jedson Abrantes, Romário Silva e a todos os demais profissionais do Campus de Tucuruí da UFPA, pela hospitalidade e ajuda oferecidas, muito obrigado.

Ao meu padrinho Joaquim Mangabeira, a tia Katia Martins e aos meus primos/irmãos Mateus Mangabeira, Juliana Mangabeira e Davi Mangabeira, pelas inúmeras oportunidades ao longo desses anos e por me introduzirem e me deixarem em contato com a construção civil.

Aos meus amigos do NUNEA Antônio Carlos, Alex Nascimento, Ramon Lopes, Frederico Maués, sem vocês eu não teria êxito nos objetivos aqui conquistados. Agradeço também ao Allan Cardoso, Karoline Dantas, Walter Cancela, Gleidson Diniz, Tássio Fernandes, Felipe Quaresma e Victoria Reis pelo companheirismo iniciado nesse período. Sobretudo agradeço aos amigos Hamilton Costa, Rafael Nascimento, Douglas Santos e ao Luamim Tapajós, pois dizem que os melhores amigos se revelam na dificuldade, e ponha dificuldade nisso.

Aos meus amigos/irmãos Haruki Sasaki, Henrique Oliveira, Lana Gomes, Matheus “Mitchell” Kenji, Douglas Gonçalves, Felipe “Fulú” Sodré, Ariane “Ane” Queiroz, Heitor Sasaki, Handerson Machado, Luan Barbalho, Heitor “Heitovski” Lameira, Haruka Sasaki, Pallas Nogueira e todos os Guetous Guys, obrigado por incentivarem autenticidade e a ser uma pessoa melhor.

Aos meus irmãos João Vitor, Manoelzinho e Mariana pelos momentos de descontração proporcionados sempre nos momentos que eu mais precisei.

Quero agradecer também a minha grande amiga Ainá Oliveira e sua família, Solange Oliveira, João Gomes, Ariane Gomes e Walter Almeida, por me receberem em sua casa e por me darem muito apoio nesse período conturbado.

Devo agradecer também aos diversos colegas que fiz no período do mestrado como Pedro Coelho, Youssef Hassan, Adriano Vasconcelos, Wyllyam Bessa, Lucas Sales, Wladimir Lamarão, André Malcher, João Lisboa, Paulo Motta, Helder Rodrigues, Joel Martins, Maurilio Pimentel.

Por fim agradeço aos professores do PPGEC Bernardo Moraes Neto, Adelson Medeiros, Bernardo Pompeu pelo conhecimento transmitidos a mim durante o período do mestrado.

Resumo

PEREIRA FILHO, M. J. M. (2016). **Avaliação dos Métodos Normativos para Previsão da Resistência à Punção de Lajes sem Armadura de Cisalhamento e com Conectores de Aço**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 118p.

Este trabalho apresenta uma avaliação das previsões normativas de várias normas para a carga última de punção em ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento e armadas com conectores de aço. As normas avaliadas são o ACI 3118 (2014), Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), UK NA (2004), DIN NA (2011), EHE (2008), NBR 6118 (2014), ETA 12/5404 (2012), uma adaptação ao ETA proposta por MUTTONI e BUJNAK (2012) e o *fib* Model Code 2010 (2011). Essas recomendações normativas são avaliadas quanto a precisão, segurança e economia através de 340 resultados de ensaios em lajes lisas sem armadura de cisalhamento e 140 resultados de lajes lisas armadas com diversos tipos de conectores de aço organizados em dois bancos de dados, sendo que todas as lajes tiveram carregamento centrado. Em ambos os bancos de dados o desempenho das recomendações foi avaliado a partir de uma análise estatística, análise da dispersão dos resultados e penalizadas segundo o “*Demeter Points Classification*” (DPC).

Além disso, para o banco de dados com lajes sem armaduras de cisalhamento, a fim de avaliar o motivo da dispersão das previsões normativas observou-se a influência de diversos parâmetros (f_c , ρ , d , u_0/d) na previsão das normas para a resistência à punção. Para o banco de dados com resultados de lajes armadas com conectores, além das análises iniciais, o banco de dados foi dividido em grupos de acordo com os modos de ruptura das lajes. Em todos os grupos foi realizada a avaliação das equações para cada modo de ruptura por meio de uma análise estatística, análise da dispersão dos resultados e penalização segundo o “*Demeter Points Classification*” (DPC). Em todos os grupos foram avaliados a influência de diversos parâmetros nas previsões.

Palavras-chave

Punção; Concreto armado; Lajes lisas; Conectores de cisalhamento.

Abstract

PEREIRA FILHO, M. J. M. (2016). **Evaluation of Code Methods to Preview the Punching Shear Resistance in Slabs without Shear Reinforcement and with Steel Studs**. MSc Thesis, Institute of Technology, Federal University of Para, Belem, Para, Brazil, 118p (in Portuguese).

This work presents an evaluation of the code provisions of various standards for the punching shear failure load on slab-column connections without shear reinforcement and reinforced with steel connectors. The code provisions evaluated are the ACI 3118 (2014), Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), UK NA (2004), DIN NA (2011), EHE (2008), NBR 6118 (2014), ETA 12 / 5404 (2012), an adaptation of the ETA proposed by MUTTONI and BUJNAK (2012) and the *fib* Model Code 2010 (2011). These code recommendations are evaluated for accuracy, safety and economy through 340 test results in flat slabs without shear reinforcement and 140 results flat slabs reinforced with various types of steel connectors arranged in two databases, and all slabs had centered load. In both databases the performance of recommendations was evaluated from a statistical analysis, dispersion analysis of the results and penalized according to the "Demeter Points Classification" (DPC).

In addition to the database with slabs without shear reinforcement analysis, in order to assess the reason for the dispersion of code provisions observed the influence of various parameters (f_c , ρ , d , u_0/d) in code provisions of punching shear resistance load. For the database with results of slabs reinforced with connectors, beyond the initial analysis, the database was divided into groups according to the failure modes of slab. In all groups was carried out the evaluation of equations for each mode of breakage by means of a statistical analysis, dispersion penalty and analysis of results using the "Demeter Points Classification" (DPC). In all groups were assessed the influence of various parameters in the provisions.

Keywords

Punching shear; Reinforced concrete; Flat slabs; Shear studs.

Sumário

Capítulo	Página
1. Introdução	1
1.1. Justificativa	5
1.2. Objetivos	6
1.2.1. Objetivos Gerais	6
1.2.1. Objetivos Específicos	6
1.3. Estrutura do Trabalho	6
2. Revisão Bibliográfica	8
2.1. Comportamento de Ligações Laje-Pilar sem Armadura de Punção	8
2.1.1. Considerações Gerais	8
2.1.2. Padrão de Fissuração e Formação da Fissura de Punção	9
2.1.3. Fatores que Influenciam na Resistência à Punção	10
2.2. Comportamento de Ligações Laje-Pilar Armadas à Punção	14
2.2.1. Tipos de Armaduras de Cisalhamento para Lajes	14
2.2.2. Arranjo das Armaduras de Cisalhamento	18
2.2.3. Ancoragem das Armaduras de Cisalhamento	18
2.2.4. Modos de Ruína de Lajes Armadas à Punção	22
2.3. Métodos de Dimensionamento de Ligações Laje-Pilar	30
2.3.1. ACI 318 (2014)	30
2.3.2. Eurocode 2 (2004)	32
2.3.3. EHE (2008)	36
2.3.4. NBR 6118 (2014)	37
2.3.5. ETA 12/0454 (2012)	38
2.3.6. <i>fib</i> Model Code 2010 (2011)	41
3. Metodologia de Avaliação dos Métodos de Dimensionamento	45
3.1. Metodologia da Coleta do Banco de Dados	45
3.1.1. Apresentação das Lajes Lisas sem Armaduras de Cisalhamento	45
3.1.2. Apresentação das Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento	47

3.2.	Metodologia de Cálculo	52
3.2.1.	Metodologia de Cálculo para Lajes sem Armadura de Cisalhamento	52
3.2.2.	Metodologia de Cálculo para Lajes com Armadura de Cisalhamento	53
3.3.	Metodologia de Análise dos Resultados	57
3.3.1.	Análise das Lajes sem Armadura de Cisalhamento	58
3.3.2.	Análise das Lajes com Armadura de Cisalhamento	58
4.	Avaliação dos Métodos de Dimensionamento	60
4.1.	Lajes sem Armadura de Punção	60
4.2.	Lajes Armadas à Punção com Conectores tipo Pino	70
4.2.1.	Avaliação dos Métodos para Carga de Ruptura por Punção	70
4.2.2.	Avaliação dos Métodos para Ruptura Interna à Região das Armaduras	77
4.2.3.	Avaliação dos Métodos para Ruptura Externa à Região das Armaduras	84
4.2.3.	Avaliação dos Métodos para Ruptura por Esmagamento da Biela	89
5.	Conclusões	103
5.1.	Metodologia de Avaliação dos Métodos de Dimensionamento	103
5.2.	Avaliação dos Métodos de Dimensionamento	103
5.2.1.	Avaliação em Lajes sem Armadura de Punção	103
5.2.2.	Avaliação em Lajes Armadas com Conectores de Aço	104

Lista de Tabelas

Tabela	Página
Tabela 3.1 – Critério de corte das lajes do banco de dados sem armadura de punção	46
Tabela 3.2 – Resumo das características das lajes do banco de dados sem armadura de punção	46
Tabela 3.3 – Resumo das características das lajes do banco de dados sem armadura de punção (continuação)	47
Tabela 3.4 – Resumo das características das lajes do banco de dados armadas à punção	48
Tabela 3.5 – Resumo das características das armaduras das lajes armadas à punção	50
Tabela 3.6 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas	51
Tabela 3.7 – Resumo de equações para estimativa da resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento	53
Tabela 3.8 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas. (continuação)	54
Tabela 3.9 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas. (continuação)	55
Tabela 3.10 – Escala de demérito do critério DPC	58
Tabela 4.1 – Análise estatística das lajes sem armadura de punção	60
Tabela 4.2 – Análise estatística das lajes armadas à punção	71
Tabela 4.3 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura interna	78
Tabela 4.4 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura externa	84
Tabela 4.5 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura por esmagamento da biela	90

Lista de Figuras

Figura	Página
Figura 1.1 – Exemplos de colapsos devido a ruptura por punção (SUBRAMANIAN, 2014)	2
Figura 1.2 – Exemplos de colapsos devido a ruptura por punção (SUBRAMANIAN, 2014)	3
Figura 1.3 – Detalhes do sistema de conectores de aço para laje lisa da JORDAHL (2013)	3
Figura 1.4 – Modos de ruptura possíveis em ligações laje-pilar	4
Figura 2.1 – Distribuição de esforços no sistema de lajes lisas (adaptado de EDER, 2011)	8
Figura 2.2 – Padrão de fissuração da laje P22 de MUELLER <i>et al.</i> (1984)	10
Figura 2.3 – Ângulo da superfície de ruptura da laje LS05 de FERREIRA (2010)	10
Figura 2.4 – Intensidade dos mecanismos de resistência à punção em diferentes taxas de armadura de flexão	11
Figura 2.5 – Fluxo e distribuição das tensões cisalhantes para diferentes tamanhos e geometria do pilar (EINPAUL <i>et al.</i> , 2016)	14
Figura 2.6 – Tipos de armaduras de cisalhamento	17
Figura 2.7 – Arranjos das armaduras de cisalhamento	18
Figura 2.8 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento (FERREIRA, 2010)	19
Figura 2.9 – Arrancamento de barras embutidas no concreto (adaptado de REGAN, 2000)	20
Figura 2.10 – Resultados da análise computacional de BEUTEL e HEGGER (2002)	21
Figura 2.11 – Influência do sistema de ancoragem das armaduras de cisalhamento na resistência à punção (adaptado de MUTTONI e RUIZ, 2010)	22
Figura 2.12 – Ruptura por punção com superfície de ruptura interna à região das armaduras (FERREIRA, 2010)	23
Figura 2.13 – Força cortante resistida pelas armaduras de cisalhamento	24
Figura 2.14 – Contribuição da armadura de cisalhamento e do concreto para o MC10 (2011) (adaptado de RUIZ e MUTTONI, 2009)	24

Figura 2.15 – Ruptura por punção com superfície de ruptura externa à região das armaduras (BEUTEL, 2002)	25
Figura 2.16 – Influência do modo de ruptura na ductilidade da ligação laje-pilar (adaptado de DILGER e GHALI, 1981)	25
Figura 2.17 – Influência do espaçamento circunferencial na resistência à punção fora da região das armaduras de punção (adaptado de REGAN, 2001)	26
Figura 2.18 – Ruptura por punção com o esmagamento da biela comprimida (BEUTEL, 2002)	27
Figura 2.19 – Similaridades no comportamento à punção sem armadura, fora da região das armaduras e o esmagamento da biela (adaptado de HEINZMANN <i>et al.</i> , 2012)	27
Figura 2.20 – Fissuras localizadas na região adjacente ao pilar (MUTTONI e RUIZ, 2010)	29
Figura 2.21 – Influência da esbeltez da laje na resistência ao esmagamento da biela (adaptado de EINPAUL <i>et al.</i> , 2016)	29
Figura 2.22 – Perímetro de controle à punção segundo o ACI 318	30
Figura 2.23 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo o ACI 318	32
Figura 2.24 – Perímetro de controle segundo o Eurocode 2	33
Figura 2.25 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo o Eurocode 2	35
Figura 2.26 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo o EHE	37
Figura 2.27 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo a NBR 6118	38
Figura 2.28 – Regiões de controle a punção em lajes armadas segundo a ETA12/0454	40
Figura 2.29 – Perímetro de controle segundo Model Code 2010	41
Figura 2.30 – Detalhes das armaduras segundo Model Code 2010	44
Figura 3.1 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento	47
Figura 3.2 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento (continuação)	48
Figura 3.3 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento (continuação)	49
Figura 3.4 – Linhas de ruptura utilizadas para estimar a resistência a flexão das lajes do banco de dados (adaptado de KOPPITZ <i>et al.</i> 2014)	57
Figura 4.1 – Análise da precisão dos modelos das lajes sem armadura de punção	60
Figura 4.2 – Análise da precisão dos modelos das lajes sem armadura de punção (Continuação)	61

Figura 4.3 – Diagrama de caixa das lajes sem armadura de punção	61
Figura 4.4 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes sem armadura de punção	62
Figura 4.5 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rc,teo}$	63
Figura 4.6 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)	64
Figura 4.7 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rc,teo}$	65
Figura 4.8 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)	66
Figura 4.9 – Influência de d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$	67
Figura 4.10 – Influência de d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)	68
Figura 4.11 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$	69
Figura 4.12 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)	70
Figura 4.13 – Análise da precisão dos modelos das lajes armadas à punção	71
Figura 4.14 – Análise da precisão dos modelos das lajes armadas à punção (Continuação)	72
Figura 4.15 – Diagrama de caixa das lajes armadas à punção	73
Figura 4.16 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes armadas à punção	73
Figura 4.17 – Previsões dos modos de ruptura das lajes do banco de dados	75
Figura 4.18 – Previsões dos modos de ruptura das lajes separadas por modo de ruptura	76
Figura 4.19 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região das armaduras	78
Figura 4.20 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região das armaduras (Continuação)	79
Figura 4.21 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura na região das armaduras	79
Figura 4.22 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura na região das armaduras	79
Figura 4.23 – Influência da razão da armadura de cisalhamento no acréscimo de resistência	81
Figura 4.24 – Influência da razão da armadura de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rcs,teo}$	83
Figura 4.25 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região externa às armaduras	84
Figura 4.26 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região externa às armaduras (continuação)	85
Figura 4.27 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura na região externa às armaduras	85

Figura 4.28 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura na região externa às armaduras	86
Figura 4.29 – Influência do espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rout.teo}$	87
Figura 4.30 – Influência do espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rout.teo}$ (continuação)	88
Figura 4.31 – Influência do crescimento do perímetro crítico na relação $V_u/V_{Rout.teo}$	88
Figura 4.32 – Influência do crescimento do perímetro crítico na relação $V_u/V_{Rout.teo}$ (continuação).	89
Figura 4.33 – Análise da precisão dos modelos de lajes ruindo no esmagamento da biela	90
Figura 4.34 – Análise da precisão dos modelos de lajes ruindo no esmagamento da biela (continuação)	91
Figura 4.35 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura no esmagamento da biela	92
Figura 4.36 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura no esmagamento da biela	92
Figura 4.37 – Influência dos parâmetros que influenciam na resistência ao esmagamento da biela no acréscimo de carga em relação a referência	94
Figura 4.38 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$	95
Figura 4.39 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$ (continuação)	96
Figura 4.40 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$	97
Figura 4.41 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$ (continuação)	98
Figura 4.42 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$	99
Figura 4.43 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$ (continuação)	100
Figura 4.44 – Influência de r_q/d na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$	101
Figura 4.45 – Influência de r_q/d na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$ (continuação)	102

Lista de Símbolos

Símbolo	Significado
a	maior dimensão de um pilar retangular
A_{sw}	área de aço de um perímetro de armadura de cisalhamento
b	menor dimensão de um pilar retangular
B	lado da laje quadrada ou distancia entre faces paralelas em lajes octogonais
c	lado de um pilar quadrado ou diâmetro de um pilar circular
C	componente de compressão referente ao binário de flexão
C_R	fator de calibração empírico do ETA
d	altura útil da ligação laje-pilar
d_g	diâmetro máximo do agregado
DL	refere-se a ruptura por delaminação
d_{out}	altura útil da região fora da armadura de cisalhamento
DPC	método de demérito “ <i>demerit points classifications</i> ”
E_s	modulo de elasticidade da armadura de flexão
E_{sw}	modulo de elasticidade da armadura de cisalhamento
f_b	tensão de aderência na armadura de cisalhamento
f_c	resistência média a compressão do concreto
f_{ct}	resistência média a tração do concreto
FLEX	refere-se a ruptura por flexão
F_u	resistência ao arrancamento da armadura de cisalhamento
f_{yw}	resistência ao escoamento da armadura de cisalhamento
$f_{yw,ef}$	resistência efetiva ao escoamento da armadura de cisalhamento
ϕ_w	diâmetro da armadura de cisalhamento
γ	fator de segurança
h	espessura da laje
h_{ef}	comprimento de ancoragem da armadura de cisalhamento
IN	refere-se a ruptura por tração diagonal na região da armadura de cisalhamento
k	fator que leva em consideração o efeito de escala

k_{dg}	fator que leva em consideração o efeito de escala através do tamanho do agregado
k_{ψ}	fator que leva em consideração a rotação da laje
k_{sys}	fator que considera o desempenho da armadura de cisalhamento
L	vão entre pilares em uma laje lisa
MAX	refere-se a ruptura por compressão diagonal na região adjacente ao pilar
m_C	número de armaduras de cisalhamento por perímetro na região C do ETA
m_D	número de armaduras de cisalhamento por perímetro na região D do ETA
m_s	momento solicitante na região laje-pilar
m_R	momento resistente na região laje-pilar
n_C	número de armaduras de cisalhamento por perímetro na região C do ETA
η_1	fator para considerar a rugosidade da armadura na aderência
η_2	fator para considerar a tensão de escoamento do aço na aderência
OUT	refere-se a ruptura por tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento
ψ	rotação da laje
r_q	distância do centro do pilar ao ponto de inflexão dos momentos
r_q/d	índice de esbeltez da ligação laje pilar
R^2	coeficiente de correlação linear
ρ	taxa de armadura de flexão da ligação laje-pilar
ρ_x	taxa de armadura de flexão na direção x da ligação laje-pilar
ρ_y	taxa de armadura de flexão na direção y da ligação laje-pilar
s_c	espaçamento circunferência entre as linhas da última camada da armadura de cisalhamento
s_r	distância entre camadas de armadura de cisalhamento
SRD	espaçamento entre as camadas da armadura de cisalhamento na região D do ETA
s_0	distância da primeira camada de armadura de cisalhamento ao pilar
σ_{sw}	tensão atuante na armadura de cisalhamento
T	componente de tração referente ao binário de flexão
u_{out}	perímetro de controle fora da região da armadura de cisalhamento
$u_{out,eff}$	perímetro de controle efetivo fora da região da armadura de cisalhamento
u_0	perímetro do pilar

u_0/d	fator de forma do pilar
u_1	perímetro de controle de punção
V	força cortante aplicada na ligação laje-pilar
V_a	componente de resistência à punção referente ao engrenamento dos agregados
V_c	força cortante resistida pelo concreto
V_{cy}	componente de resistência à punção referente à resistência ao corte da seção integral de concreto
V_d	componente de resistência à punção referente ao efeito pino
V_R	força cortante resistida pela ligação laje-pilar
$V_{Rc.ACI}$	previsão de resistência à punção sem armadura de cisalhamento do ACI
$V_{Rc.EC2}$	previsão de resistência à punção sem armadura de cisalhamento do EC2
$V_{Rc.ETA}$	previsão de resistência à punção sem armadura de cisalhamento do ETA
$V_{Rc.MC10}$	previsão de resistência à punção sem armadura de cisalhamento do MC10
$V_{Rc.NBR}$	previsão de resistência à punção sem armadura de cisalhamento do NBR
$V_{Rc.teo}$	resistência à punção teórica sem armadura de cisalhamento
V_{Rcs}	resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento
$V_{Rcs.ACI}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do ACI 318 (2014)
$V_{Rcs.EC2}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do EC2
$V_{Rcs.EHE}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do EHE
$V_{Rcs.ETA}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do ETA
$V_{Rcs.MC10}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do MC10
$V_{Rcs.NBR}$	previsão de resistência à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento do NBR
$V_{Rcs.teo}$	resistência teórica à tração diagonal na região da armadura de cisalhamento
V_{Rmax}	resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar
$V_{Rmax.ACI}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do ACI 318 (2014)

$V_{Rmax.DIN}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do anexo nacional alemão ao AC EC2 (2010)
$V_{Rmax.EC2-04}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do EC2 (2004)
$V_{Rmax.EC2-10}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do AC EC2 (2010)
$V_{Rmax.EHE}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do EHE (2008)
$V_{Rmax.ETA}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar da ETA
$V_{Rmax.MC10}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do MC10
$V_{Rmax.M\&B}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar da adaptação de Muttoni e Bujnak (2012) ao ETA
$V_{Rmax.NBR}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar da ABNT NBR 6118 (2014)
$V_{Rmax.teo}$	resistência teórica a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar
$V_{Rmax.UK}$	previsão de resistência a compressão diagonal do concreto adjacente ao pilar do anexo nacional britânico ao AC EC2 (2010)
V_{Rout}	resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento
$V_{Rout.ACI}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do ACI 318 (2014)
$V_{Rout.EC2}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do EC2
$V_{Rout.EHE}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do EHE
$V_{Rout.ETA}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do ETA
$V_{Rout.MC10}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do MC10
$V_{Rout.NBR}$	previsão de resistência à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento do NBR
$V_{Rout.teo}$	resistência teórica à tração diagonal fora da região da armadura de cisalhamento

V_{Rteo}	resistência teórica à punção
V_s	força cortante resistida pela armadura de cisalhamento
V_u	resistência à punção da ligação laje-pilar
ν	fator de eficiência da resistência da diagonal comprimida
ν_{min}	tensão resistente mínima à punção
w	deslocamento vertical da ligação laje-pilar

1. Introdução

O sistema de lajes lisas, que vem ganhando expressividade na construção civil brasileira, consiste em lajes apoiadas diretamente em pilares. Apesar das diversas vantagens associadas a este sistema, um cuidado especial deve ser dado à ligação laje-pilar, a qual está sujeita ao fenômeno de punção, caracterizado por um modo de ruptura frágil por cisalhamento, ou seja, sem aviso prévio.

Desde o início do século passado trabalhos foram realizados a respeito desse sistema construtivo. Porém, provavelmente, a primeira proposta para explicar o fenômeno da punção de forma racional foi a de KINNUNEN e NYLANDER (1960), os quais criaram um modelo não apenas para prever a carga de ruptura, mas também para explicar o mecanismo de resistência da ligação laje-pilar. Ao longo dos anos outros modelos foram desenvolvidos como os de SHEHATA (1990), MENETREY (2002), MUTTONI (2008) e diversas propostas empíricas utilizadas em várias recomendações normativas. Contudo, não existe concordância na previsão de variação da resistência conforme alteram-se os diversos parâmetros que influenciam na resistência à punção para os resultados dos diversos modelos de cálculo.

Conhecer com precisão a tendência de variação da resistência à punção com a variação dos parâmetros que podem alterá-la é necessário para auxiliar no desenvolvimento de previsões normativas seguras. Pois, a ruptura de apenas uma ligação laje-pilar pode levar a ruína do edifício inteiro devido ao colapso progressivo. Por colapso progressivo, entende-se que devida à ruptura de um elemento estrutural isolado pode causar a ruptura total da estrutura, de forma análoga ao efeito “dominó”. Nas últimas décadas vários colapsos ocorreram no mundo devido ao efeito da punção, em alguns casos com perda de vidas e grandes danos materiais. Alguns desses acidentes estão exemplificados na Figura 1.1.

Figura 1.1 – Exemplos de colapsos devido a ruptura por punção (SUBRAMANIAN, 2014)



a) Skyline Plaza. Virginia. EUA



b) Harbour Cay Condominium. Florida. EUA



c) Sampoong Department Store. Seoul. Coreia



d) Bluche. Suíça



e) Piper Row Park. Wolverhampton. Reino Unido



f) Cagliari. Itália

No Brasil temos dois casos recentes registrados. Em 2013, um shopping em construção na cidade de Teresina com 40.000 m² de área colapsada, sendo estes compostos por térreo, três pavimentos tipo e uma laje de cobertura, e sem vítimas fatais (Ver Figura 1.2a). O outro, em 2016, com o colapso do pavimento de uso comum do Residencial Grand Parc na cidade de Vitória, deixando uma vítima fatal (Ver Figura 1.2b). Os laudos de ambos acidentes concluem que eles decorreram de falhas construtivas.

Figura 1.2 – Exemplos de colapsos devido a ruptura por punção no Brasil



a) Shopping Rio Poty. Teresina. Piauí.
(fonte: OLIVEIRA *et al.*, 2013)



b) Residencial Grand Parc. Vitória. Espírito Santo.
(fonte: COUTINHO *et al.*, 2016)

Segundo BEUTEL e HEGGER (2002) solução técnica que melhor consegue elevar a resistência à punção com menores acréscimos de custo é a utilização de armaduras de cisalhamento. Muitos tipos de armaduras de cisalhamento foram testados para aumentar a eficiência na resistência à punção, com variados tipos de ancoragem e técnicas de montagem. Dentre os diversos tipos de armaduras, os conectores de aço (Figura 1.3) são hoje muito populares em construções com lajes lisas, principalmente, devido à sua eficiente ancoragem mecânica proporcionada pelas “cabeças”, que são forjadas ao vergalhão que compõe o pino, sendo estes, quase sempre de fabricação industrializada (OLIVEIRA *et al.*, 2013).

Figura 1.3 – Detalhes do sistema de conectores de aço para laje lisa da JORDAHL (2013)



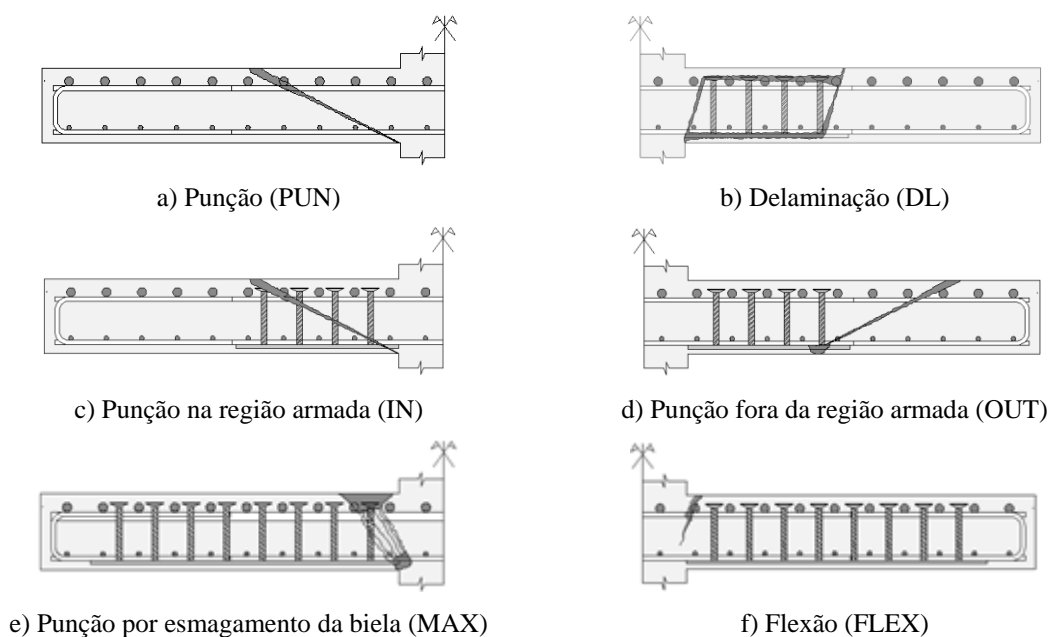
a) Distribuição das armaduras na ligação laje-pilar



b) Conectores de aço tipo “double headed stud”

Na ausência de armaduras de cisalhamento a ruptura pode ocorrer de forma direta por tração diagonal, como na Figura 1.4a. No caso de ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento, estas podem estar sujeitas a diversos modos de ruptura. Segundo REGAN e SAMADIAN (2001), deficiências na instalação e nas ancoragens das armaduras de cisalhamento podem levar a um modo de ruptura denominado de delaminação, conforme indicado na Figura 1.4b. Com a utilização de armaduras com mecanismo de ancoragem eficiente, autores como GOMES e REGAN (1999), BIRKLE e DILGER (2008), FERREIRA *et al.* (2014), BEUTEL (2002), LIPS *et al.* (2012) e MUTTONI e BUJNAK (2012) relatam que a ruína por punção pode ocorrer de três formas: por tração diagonal dentro ou fora da região das armaduras de cisalhamento, conforme indicado nas Figuras 1.4c e 1.4d, respectivamente; ou por compressão diagonal, conforme indicado na Figura 1.4e. É possível ainda que a ligação laje-pilar alcance a ruptura devido a esforços de flexão, conforme mostrado na Figura 1.4f.

Figura 1.4 – Modos de ruptura possíveis em ligações laje-pilar



Dentre esses modos de ruptura, os mais comuns são a ruptura por tração diagonal na região das armaduras, ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras e ruptura por esmagamento da biela de concreto. Segundo LIPS *et al.* (2012) para os dois primeiros modos de ruptura existe uma quantidade considerável de ensaios que possibilitam a compreensão do fenômeno e da verificação da resistência, enquanto que para o esmagamento da biela de concreto existe um número considerado limitado de ensaios na literatura.

Mesmo com o grande número de ensaios na literatura com lajes com ruptura interna e externa à região das armaduras de cisalhamento, para RUIZ e MUTTONI (2009), recomendações que somam uma parcela resistente do concreto constante com uma parcela resistente do aço na sua estimativa de carga da ruptura interna (como Eurocode 2, 2004, ACI 318, 2014 e ABNT NBR 6118, 2014) podem levar a resultados conservadores para baixas taxas de armadura de cisalhamento e resultados contra a segurança para grandes taxas de armaduras de cisalhamento, pois a contribuição do concreto diminui conforme aumenta-se a taxa de armadura de cisalhamento.

Por outro lado, FERREIRA (2010) sugere, através de uma análise de banco de dados, que as estimativas de resistência à punção para lajes armadas com conectores e provável ruptura externa à região das armaduras, são subestimadas para recomendações como Eurocode 2 (2004) e ACI 318 (2014). Resultados como estes levam ao questionamento quanto a precisão e a segurança das estimativas de boa parte das recomendações normativas correntes no mundo.

1.1. Justificativa

Lajes lisas de concreto armado, quando armadas à punção, a resistência da ligação laje-pilar depende da interação entre uma parcela resistente do concreto e outra do aço das armaduras de cisalhamento. Quanto maior a taxa de armadura de cisalhamento, maior a dificuldade para que estas alcancem o limite de escoamento, devido a limitações em seu comprimento de ancoragem. Por outro lado, a contribuição final devido ao concreto depende das condições de ancoragem das armaduras. Pois se as mesmas tiverem grandes deslocamentos provocados pelo escorregamento de sua ancoragem, menor será o controle da abertura de fissura, diminuindo assim a contribuição do concreto através do engrenamento entre agregados. Tudo isso justifica a preocupação deste trabalho em avaliar a segurança das estimativas normativas mais recentes, com ensaios experimentais selecionados da literatura científica com foco em acrescentar resultados recentes ao banco de dados de lajes armadas com conectores de aço.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Gerais

Como objetivo geral esse trabalho busca avaliar o desempenho e segurança das estimativas das recomendações das normas do ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), os anexos nacionais ao Eurocode 2 UK NA (2004) e DIN NA (2011), EHE (2008) ABNT NBR 6118 (2014), ETA 12/0454 (2012), uma modificação ao ETA 12/0454 (2012) proposta por MUTTONI e BUJNAK (2012) e *fib* Model Code 2010 (2011) para a resistência à punção sem armaduras de cisalhamento e armadas com conectores de aço, através de um banco de dados com ligações laje-pilar obtidos na literatura.

1.2.2. Objetivos Específicos

De modo específico este trabalho tem os seguintes objetivos:

- Avaliar o desempenho e segurança das normas na verificação da resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento;
- Avaliar a influência de parâmetros que influenciam na resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento no desempenho das estimativas das normas;
- Avaliar o desempenho e segurança das normas para punção em lajes armadas com conectores de aço;
- Avaliar o desempenho da estimativa dos modos de ruptura das normas para lajes armadas com conectores de aço;
- Avaliar o desempenho e segurança das normas para punção em lajes armadas com conectores de aço para cada modo de ruptura;
- Avaliar a influência de parâmetros que influenciam na resistência à punção em lajes armadas com conectores de aço, no desempenho das estimativas das normas em cada modo de ruptura.

1.3. Estrutura do Trabalho

Esta dissertação apresenta-se em 5 capítulos. O capítulo um trata-se de uma introdução geral do problema, a justificativa do trabalho e os objetivos a serem alcançados na pesquisa. No capítulo dois apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre o assunto, mostrando os parâmetros que influenciam na resistência à punção e os mecanismos de funcionamento das armaduras de punção, também são apresentados um resumo das recomendações normativas.

No capítulo três, apresenta-se a metodologia utilizada no trabalho, mostrando as características das lajes do banco de dados, um resumo das prescrições normativas utilizadas nas análises e a descrição metodológica da análise utilizada no capítulo quatro. No capítulo quatro são apresentados todos os resultados das análises comparativas entre as estimativas das recomendações e os resultados experimentais do banco de dados, além de avaliar a tendência provocada pelos parâmetros que influenciam na resistência à punção nessas estimativas. E por fim, no capítulo cinco, são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

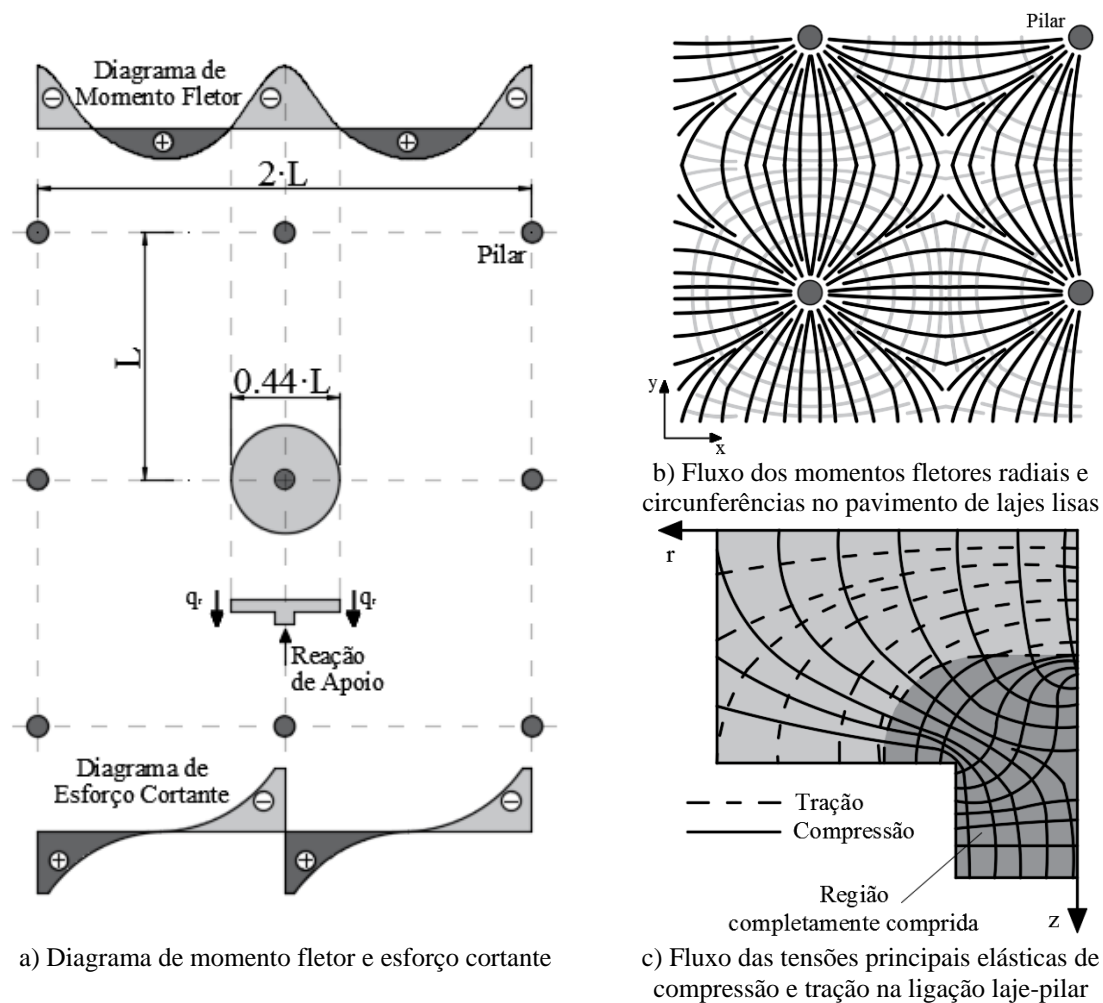
2.1. Comportamento de Ligações Laje-Pilar sem Armadura de Punção

2.1.1. Considerações Gerais

No sistema de lajes lisas a ruptura por punção pode ocorrer nas regiões da ligação laje-pilar que sofrem influência de tensões oriundas da combinação de esforços de flexão e cisalhamento ao redor dos pilares, como mostra a Figura 2.1a.

Outra característica de painéis de lajes apoiados diretamente em pilares é a distribuição biaxial dos momentos que ocorrem em lajes bidirecionais, como apresentado na Figura 2.1b. Vale ressaltar que na região dos pilares centrais considerando uma situação de simetria de cargas e vãos, os momentos fletores radiais se igualam a zero a uma distância de $0,22 \cdot L$ do vão entre os pilares.

Figura 2.1 – Distribuição de esforços no sistema de lajes lisas (adaptado de EDER, 2011)



Na Figura 2.1c observa-se que o fluxo das tensões principais elásticas de tração e compressão na região da ligação laje-pilar. Essa figura mostra que as tensões de compressão se espraiam formando uma biela do tipo “leque” sendo cruzada por tensões de tração perpendiculares a ela. Outra característica de ligações laje-pilar é que seu apoio está sob um estado tri-axial de tensões de compressão. A fim de simular essa distribuição de esforços e tensões características que ocorrem em ligações laje-pilar sujeitas à punção, a maioria dos ensaios experimentais simula a região de momentos negativos localizados a um raio de $0,22 \cdot L$ do centro do pilar.

2.1.2. Padrão de Fissuração e Formação da Fissura de Punção

O padrão de fissuração em lajes lisas depende fundamentalmente se a laje é unidirecional ou bidirecional, da geometria e do tamanho do apoio. Para lajes com pilares com continuação em outros pavimentos, a primeira fissura em lajes bidirecionais com carregamento centrado ocorre no contorno do pilar e são provocadas pelo momento fletor radial, seguidas de fissuras radiais ao longo da laje provocadas pelo momento fletor circunferencial e ao fim com a formação de fissuras circunferenciais de punção. Para lajes com pilares sem continuação em outros pavimentos, as primeiras fissuras surgem na parte superior do pilar. A Figura 2.2 ilustra o padrão de fissuração em diferentes estágios de carregamento no ensaio da laje P22 de MUELLER *et al.* (1984).

Para EDER (2011) a punção é caracterizada pela formação de uma fissura circunferencial inclinada em ângulos que variam de 25° a 35° para lajes sem armadura de cisalhamento. Essa fissura inclinada surge na superfície tracionada do concreto e se propaga em direção à base do pilar conforme o incremento de carregamento. Recomenda-se que a angulação da fissura seja medida a partir do centroide das armaduras de flexão, tendo em vista que a angulação da fissura muda depois que ela cruza essas armaduras. Segundo BIRKLE (2004), o ângulo da superfície de ruptura influencia na resistência a punção, com maiores níveis de resistência para fissuras com ângulos maiores. A Figura 2.3 apresenta o corte na laje LS05 de FERREIRA (2010) onde observa-se um ângulo de 33° da superfície de ruptura.

Figura 2.2 – Padrão de fissuração da laje P22 de MUELLER *et al.* (1984)

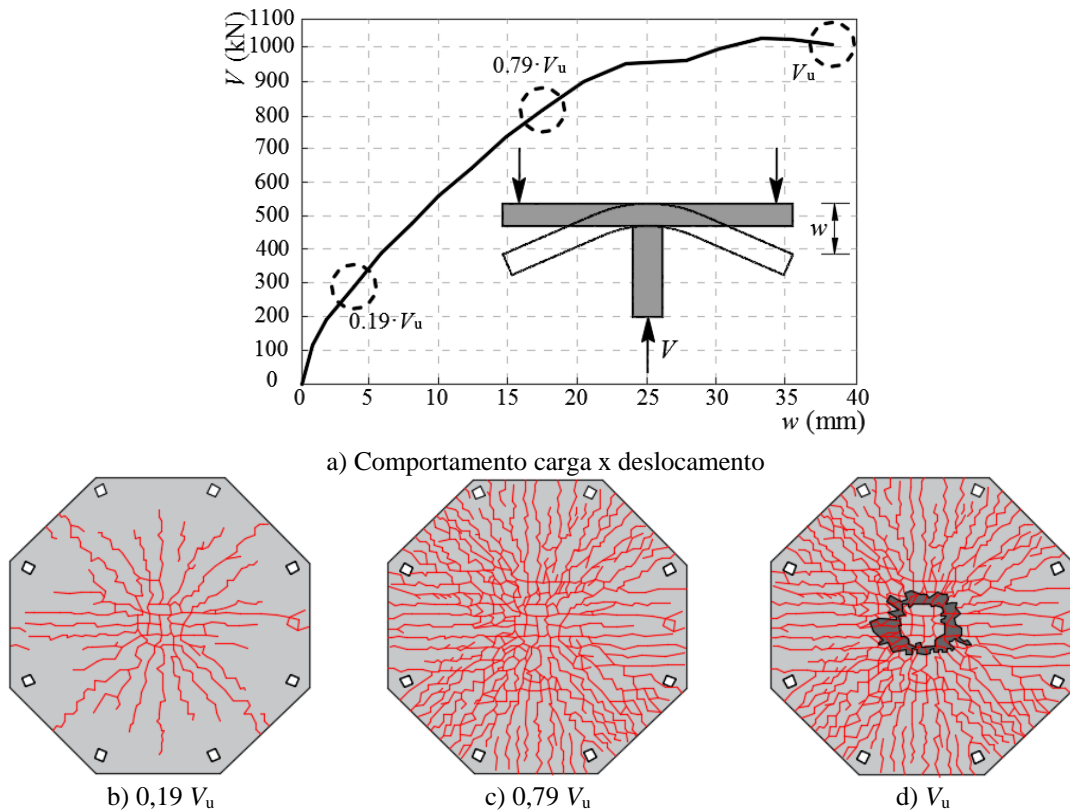
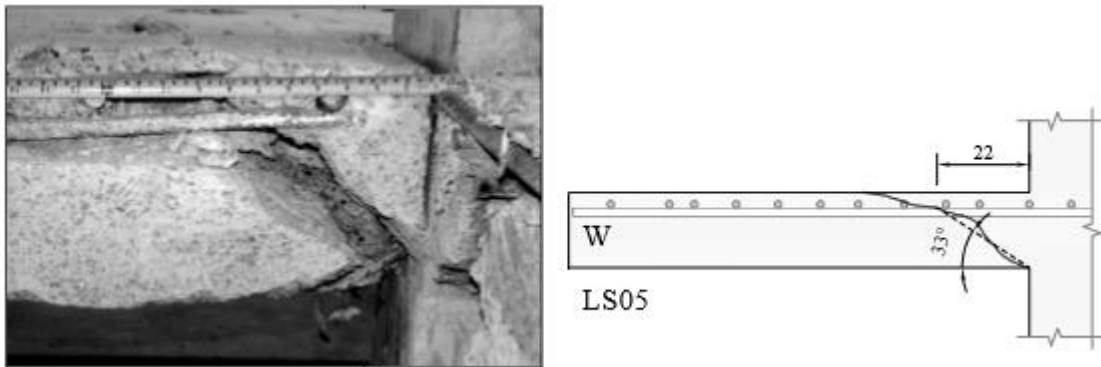


Figura 2.3 – Ângulo da superfície de ruptura da laje LS05 de FERREIRA (2010)



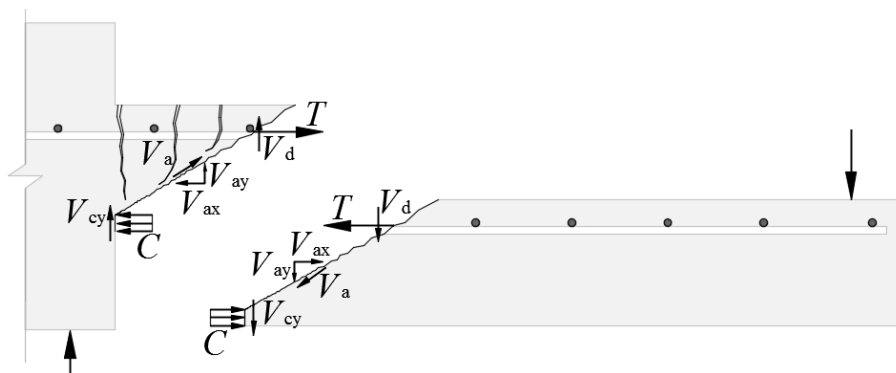
2.1.3. Fatores que Influenciam na Resistência à Punção

Um dos primeiros e principais parâmetros definidos em projeto para qualquer elemento de concreto armado é a resistência à compressão do concreto. Segundo MENETREY (2002) a resistência à punção está diretamente ligada à componente vertical das forças resistentes de tração na superfície de ruptura à punção. Logo, a resistência à punção está diretamente ligada à resistência à tração do concreto. Experimentalmente, a influência da resistência à tração do concreto foi definida por MOE (1961) como proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto.

Embora essa proporcionalidade seja muito utilizada em recomendações, como as do ACI 318 (2014), CSA A23.3 (2004) e *fib* Model Code 2010 (2013), outros trabalhos como os de GARDNER (1990), MARZOUK e HUSSEIN (1991), TOMASZEWICZ (1993), REGAN *et al.* (1993), REGAN *et al.* (1996), HALLGREN (2001) e ELSANADEDY *et al.* (2013), os quais analisaram lajes com a resistência à compressão do concreto variando entre 42 e 119 MPa, perceberam que essa proporção superestima o acréscimo de resistência gerado pelo concreto.

Devido a região em que ocorre a punção estar na zona de momentos fletores máximos, é natural que em projeto seja dimensionada uma grande quantidade de armaduras para combater os esforços de tração devido à flexão. Para REGAN (1981) essa armadura pode influenciar na carga última à punção, pois o aumento de sua área de aço resulta no aumento da zona comprimida de concreto devido à flexão, conseqüentemente aumentando a região íntegra de concreto capaz de resistir ao cisalhamento. Além disso, uma maior taxa de armadura de flexão pode controlar melhor a abertura das fissuras, favorecendo a transferência de esforços através do engrenamento dos agregados. A Figura 2.4 ilustra a influência da taxa de armadura de flexão nos mecanismos de resistência à punção, onde V_d é a componente de resistência referente ao efeito pino, V_a é a componente referente ao engrenamento dos agregados, V_{cy} é referente a resistência da região íntegra do concreto e T e C são as componentes de tração e compressão, respectivamente, do binário de flexão.

Figura 2.4 – Intensidade dos mecanismos de resistência à punção



Para levar em consideração corretamente a influência da armadura de flexão das lajes é preciso definir a quantidade de armaduras que de fato contribui. É comum que a taxa de armadura de flexão seja definida como $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$, sendo ρ_x e ρ_y as taxas de armaduras

de flexão nas direções x e y , tornando grande dificuldade em definir a área de influência das armaduras de flexão em x e y .

REGAN (2001) observou, a partir dos ensaios de ELSTER e HOGNESTAD (1956), MOE (1961), REGAN (1986) e MCHARG *et al.* (2000), os quais apresentavam concentrações de armaduras nas proximidades do pilar, que utilizando toda a largura da laje (equivalente a faixa de laje dentro das linhas de inflexão dos momentos fletores, $0,44 \cdot L$ ilustrado na Figura 2.1a) para a definição das taxas em x e y mostraram resultados satisfatórios. Limitando a faixa de laje com largura efetiva afastada em $1,5 \cdot d$ a partir da face do pilar, observou que as previsões de carga última das lajes em que havia uma concentração de armadura próxima ao pilar foram muito superestimadas, e utilizando uma faixa de laje com o diâmetro ou uma largura igual à soma do lado do pilar mais $3 \cdot d$ para cada lado, como é utilizado na ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004), os resultados foram um meio termo entre utilizar $1,5 \cdot d$ e a largura total da laje, apresentando resultados suficientemente seguros.

REGAN (1981) sugere que a influência da armadura de flexão na resistência à punção seja proporcional à raiz cúbica da taxa de armadura flexão. ELSAHAFEY *et al.* (2011) propôs, a partir de uma análise por redes neurais em 244 ensaios da literatura, que a influência da armadura de flexão seja proporcional à potência de 0,41 da taxa de armadura de flexão.

Uma das grandes influências na resistência à punção é a espessura da laje, ou a altura útil da laje. A partir de uma análise plástica do fenômeno, analisando apenas à punção, a altura útil influenciaria apenas na área de corte da seção transversal. Embora, no passado, muitas recomendações utilizassem modelos plásticos para estimar a carga de ruptura de lajes lisas, segundo BAZANT e CAO (1987), análises plásticas são justificáveis apenas quando o comportamento carga-deslocamento termina com um longo patamar de escoamento, enquanto que na punção a ruptura ocorre de forma frágil. Segundo BAZANT (1984), materiais com ruptura frágil apresentam um fenômeno de diminuição de tensão resistente conforme se aumenta o tamanho do elemento e a este fenômeno dá-se o nome de efeito de escala. Inicialmente, o efeito de escala era interpretado estatisticamente como consequência da aleatoriedade da resistência do material. Logo, em estruturas maiores, encontra-se com maior facilidade pontos de menor resistência no material. Porém, para BAZANT *et al.*

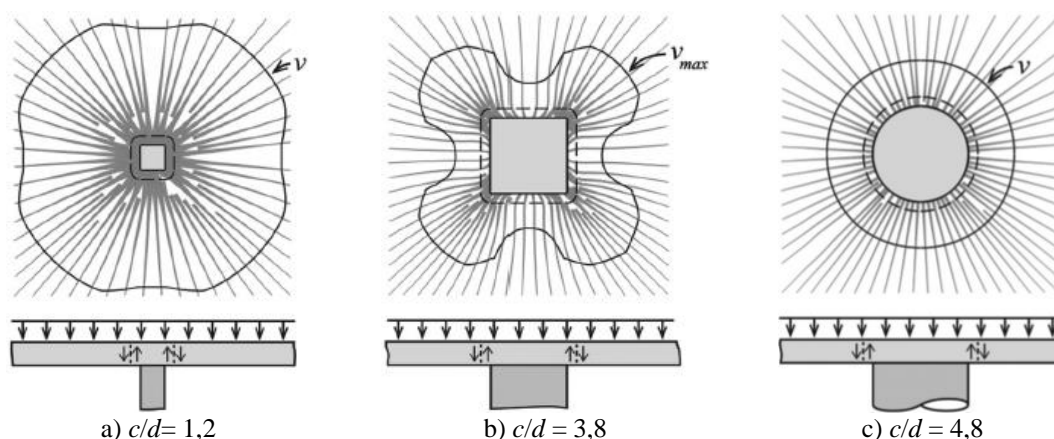
(1994) o efeito de escala deve ser explicado a partir da dissipação de energia devido ao crescimento da macro fissuração.

Para punção, REGAN (1981) propôs que essa diminuição da resistência seja proporcional a $\sqrt[4]{1/d}$, baseado em ensaios de cisalhamento em vigas. REGAN e BRAESTRUP (1985), baseando-se em ensaios experimentais de lajes com variações na altura útil, concluem que a proporcionalidade de $\sqrt[3]{1/d}$ descreve melhor o efeito de escala em lajes lisas. Um modo de tratar o problema é utilizando a “Lei do Efeito de Escala” apresentada por BAZANT (1984), baseado em princípios da mecânica da fratura não linear. Quando devidamente calibrado, este modelo pode descrever de forma suave a transição da resistência nominal, semelhante ao que se prevê em análises plásticas, para lajes esbeltas, até o máximo efeito de escala, para espessuras muito elevadas, como em sapatas e fundações tipo “*radier*”. O CEB Model Code 1990 (1993) recomenda que o efeito de escala seja estimado por $1 + \sqrt{200/d}$, proporção utilizada em diversas outras recomendações atuais como Eurocode 2 (2004), EHE (2008), ETA 12/0454 (2012) e ABNT NBR 6118 (2014).

Normalmente, na verificação da punção em lajes lisas, as normas recomendam que a força resistente seja determinada a partir de uma tensão resistente aplicada em uma área de controle. Esta área é resultante do produto da altura útil da laje por um perímetro de controle estipulado conforme cada recomendação normativa. Embora o perímetro de controle aumente com o aumento da seção do pilar, MOE (1961) observou uma concentração de esforços cortantes nos cantos do pilar quadrado medindo as deformações verticais no pilar, próximo a superfície da laje que poderia diminuir a resistência à punção.

VANDERBILT (1972) avaliou a possível redução da resistência à punção provocada pela concentração de tensões observada por Moe com uma série de ensaios com pilares quadrados e circulares variando a relação do seu tamanho (c) com a altura útil da laje (d). Ele concluiu que lajes apoiadas em pilares circulares apresentam maior tensão resistente que lajes apoiadas em pilares quadrados de igual perímetro, devido à diferença na distribuição das tensões dos pilares. A Figura 2.5 apresenta o fluxo e distribuição das tensões de cisalhamento localizadas em um perímetro afastado em $0,5 \cdot d$ da face do pilar para diferentes dimensões de pilares, obtidas através de análises computacionais linear elásticas por EINPAUL *et al.* (2016).

Figura 2.5 – Fluxo e distribuição das tensões de cisalhamento para diferentes tamanhos e geometria do pilar (EINPAUL *et al.*, 2016)



2.2. Comportamento de Ligações Laje-Pilar Armadas à Punção

Como visto previamente, durante a etapa de projeto é possível adotar algumas medidas para evitar a ruptura por punção, como aumentar a seção transversal do pilar, a espessura da laje, a utilização de capitéis, aumentar a taxa de armadura de flexão, a resistência do concreto e a utilização de armaduras de cisalhamento. Aumentar a seção do pilar e utilizar ábacos e capitéis são soluções normalmente consideradas inadequadas, por produzir incompatibilidades arquitetônicas. Aumentar a espessura da laje pode acarretar em problemas econômicos, pois aumenta o peso próprio da estrutura elevando as cargas nas fundações. Aumentar a resistência do concreto e a taxa de armadura de flexão são opções pouco eficientes e para alguns casos não é prático. Sendo assim, a solução técnica considerada mais eficiente é a utilização de armaduras de cisalhamento.

2.2.1. Tipos de Armaduras de Cisalhamento para Lajes

As primeiras armaduras para punção testadas consistiam em barras dobradas como apresentado na Figura 2.6a (exemplo ver GRAF, 1938, ELSTNER e HOGNESTAD, 1956 e ANDERSON, 1963). Essas armaduras podem ser eficientes quando combinadas com outros tipos de armaduras, como com estribos testados por BROMS (2000).

Vários outros tipos de estribos também foram testados como estribos fechados (Figura 2.6b), estribos abertos (Figura 2.6c), estribos em pente (Figura 2.6d), e estribos inclinados (Figura 2.6e). De modo geral estribos fechados e estribos pente apresentam complicações durante a etapa de armação. Por outro lado, estribos abertos, embora gerem maior versatilidade no projeto e na construção, eles são mais trabalhosos quanto a sua produção e instalação.

Pesquisas brasileiras como as de MELO *et al.* (2000), ANDRADE (2000) e TRAUTWEIN (2001) apresentam resultados em um tipo de estribo aberto com ângulos de inclinação de 45° e 60° em relação ao plano da laje. Estes estribos mostraram ter grande performance estrutural chegando a dobrar a capacidade resistência de algumas lajes de MELO *et al.* (2000), porém pouco utilizado por questões construtivas.

Estribos pré-fabricados, com nome comercial “*Shearhoops*”, foram desenvolvidos por CHANA (1993) (Figura 2.6f). Eles são módulos de estribos com formato de “u” soldados em uma armadura em forma de aro colocados ao redor do pilar. O objetivo desse trabalho foi apresentar uma gaiola de estribos capaz de reduzir as atividades “*in situ*” reduzindo custos com mão de obra. BEUTEL e HEGGER (2000) desenvolveram dois tipos de estribos com boa performance mecânica e de fácil montagem. No primeiro tipo, observado na Figura 2.6g, apenas as armaduras superiores são envolvidas pelos estribos. E o outro tipo (Figura 2.6h) envolvem tanto as armaduras de flexão superiores quanto as inferiores. Em ambos os casos a performance estrutural dessas armaduras foi adequada.

PILAKOUTAS e LI (2003) apresentam um novo tipo de armadura denominado “*Shearbands*” (Figura 2.6i). Essas armaduras são fitas de aço de alta resistência, com furos, para aumentar a ancoragem, e com baixa espessura para que facilmente sejam dobradas para se ancorarem nas armaduras de flexão. Segundo o autor, esse sistema, em relação aos estribos convencionais, é mais econômico e mais eficiente quanto à ancoragem em lajes de baixa espessura. Porém, os ensaios mostraram um acréscimo de apenas 25% em relação à laje sem armadura de cisalhamento.

Armadura com cabeças de ancoragem são muito utilizadas, devida sua industrialização que resulta em maior controle de qualidade. “*Studs rails*” (Figura 2.6j), desenvolvidos na Universidade de Calgary, consistem em barras soldadas em tiras de aço com cabeça de ancoragem na extremidade, são muito eficientes e de fácil montagem *in loco*. “*Double headed studs*” (Figura 2.6k), embora menos eficientes que os “*studs rails*” como observado nos ensaios de ANDRA e MATTHAEI (2000) e REGAN e SAMADIAN (2001), são mais utilizados, pois sua montagem é mais simples, podendo ser colocado após a montagem das armaduras de flexão, ao contrário dos “*studs rails*”. GOMES e REGAN (1999) utilizaram fatias de perfis I metálicos (Figura 2.6l) para utilizar como armaduras de combate a punção,

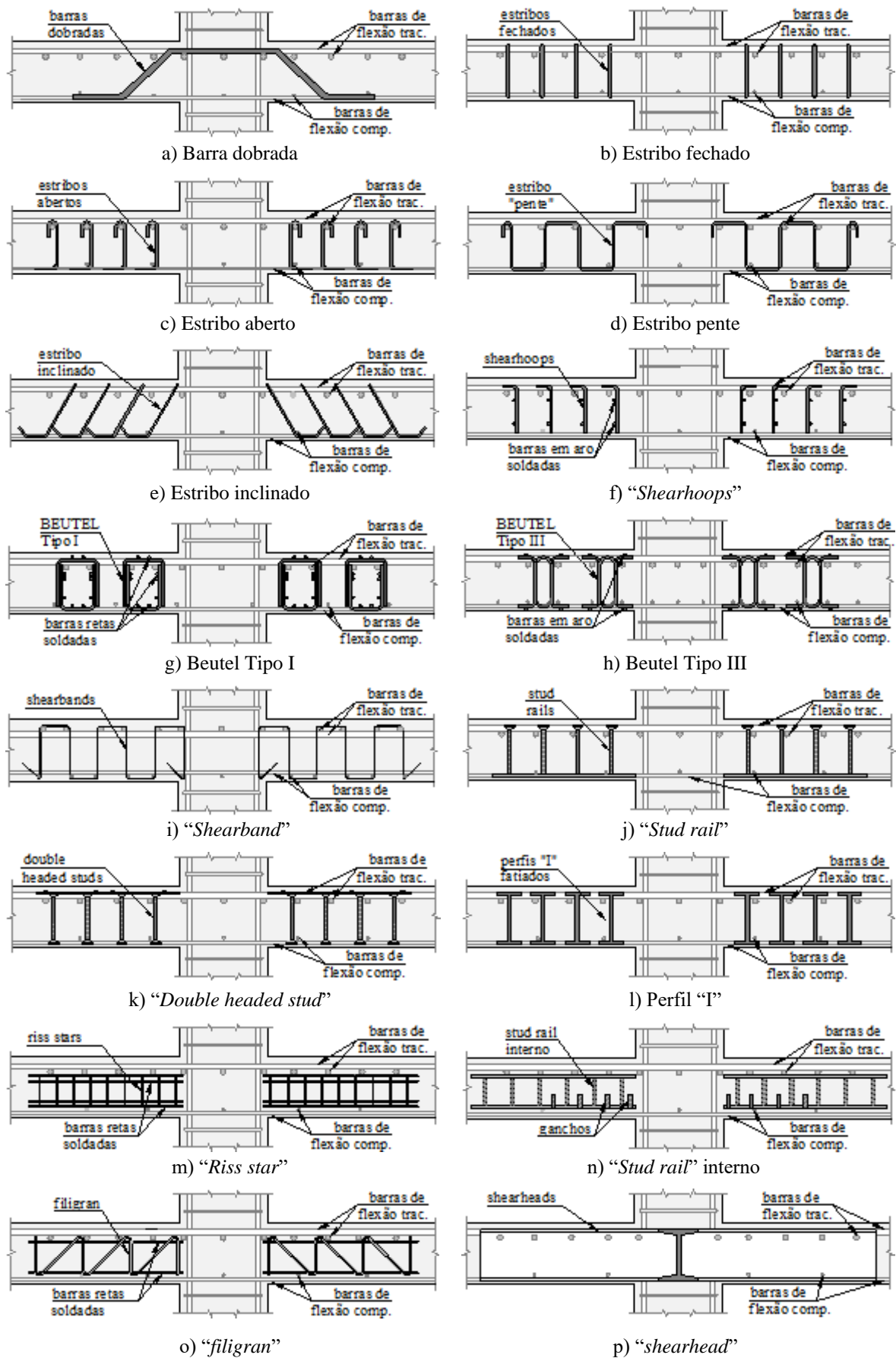
se demonstraram muito eficientes, alcançando o dobro de resistência em relação à laje de referência.

Mesmo com suas vantagens durante a montagem e eficiência dessas armaduras, elas ainda geram problemas construtivos para arranjos radiais, criando interferência com as armaduras de flexão. REGAN e SAMADIAN (2001) apresentam resultados de duas lajes ensaiadas em 1993 com um novo tipo de armadura denominada “*Riss Star*” (Figura 2.6m). Essas armaduras foram introduzidas por “*Alpelandische Veredelungs Industrie*” e em seguida foram comercializadas na Suíça por “*RISS*”. Elas são práticas por terem sua ancoragem interna às armaduras de flexão e serve como apoio na montagem das armaduras superiores de flexão. Os resultados mostraram que elas têm uma performance estrutural satisfatória, apresentando 70% de acréscimo de resistência. Porém, o modo de ruptura observado nos ensaios foi frágil e ocorreu com a perda de ancoragem das armaduras. GOMES e ANDRADE (2000) e TRAUTWEIN *et al.* (2011) tentaram melhorar essa ideia desenvolvendo “*studs rails*” internos com ganchos em forma de “u” para melhorar a ancoragem das mesmas (Figura 2.6n). Seus ensaios mostraram que esta armadura é eficiente no combate a punção e seus ganchos foram capazes de conter a fissura horizontal entre a armadura de cisalhamento e a armadura de flexão inferior.

A Figura 2.6o apresenta um novo tipo de armadura de punção. Produzidas pela “*Filigran Tragersysteme Gmbh & Co*” e comercializadas na Europa pela empresa “*Halfen*”, elas foram testadas inicialmente por FURCHE (1997) e consistem em uma treliça pré-fabricada com três barras ligadas por outras barras diagonais soldadas. Uma das diagonais é intencionalmente vertical e a outra com 45° de inclinação. A Organização Europeia de Avaliação Técnica (EOTA) publicou o “*European Technical Assessment*” ETA 13/0521 (2013) que fornece um guia para projeto de lajes com esse tipo de armadura.

Outro modo de combater a punção são os “*shearheads*”, que são basicamente perfis metálicos soldados em forma de grelha na região da punção. Segundo EDER (2011) essa técnica foi criada para proporcionar uma ligação adequada entre pilares metálicos e lajes de concreto. Essa solução proporciona, além do acréscimo de resistência à punção, aumento da resistência à flexão da ligação laje-pilar e permite a posição de furos próximos à ligação sem redução significativa na resistência. A Figura 2.6p ilustra o primeiro arranjo de “*shearheads*” patenteado, porém muitos outros detalhamentos foram criados nos últimos anos.

Figura 2.6 – Tipos de armaduras de cisalhamento.

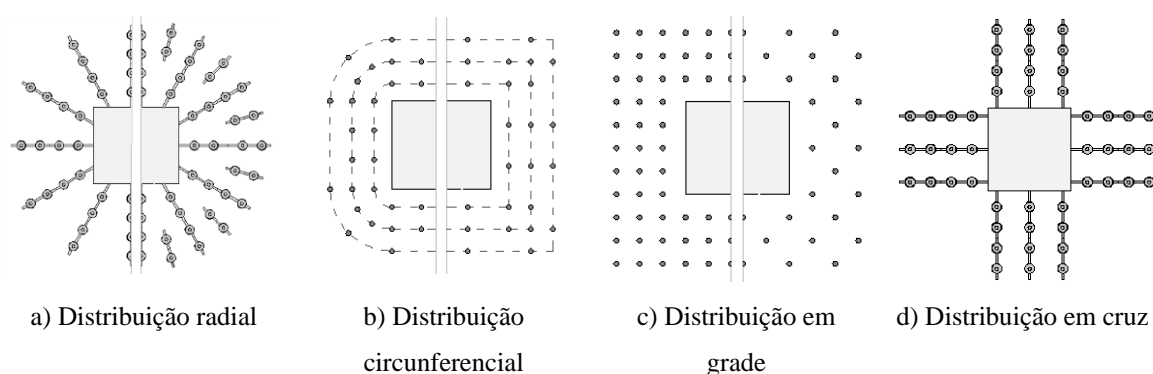


2.2.2. Arranjo das Armaduras de Cisalhamento

Além do tipo de armadura, outro fator que deve ser determinado pelo projetista é o arranjo destas armaduras. Segundo ANDRA *et al.* (1979), o arranjo ideal das armaduras de cisalhamento é aquele em que elas são distribuídas igualmente ao redor da superfície de ruptura. O arranjo radial (ilustrado na Figura 2.7a) recomendado pelo Eurocode 2 (2004) representa a idealização de Andra, porém podem ocorrer problemas na compatibilização das armaduras de cisalhamento com as de flexão para esse tipo de arranjo. Com estribos, obter uma distribuição radial das armaduras é ainda mais difícil, sendo comum a utilização de arranjos circunferenciais (Ver Figura 2.7b), utilizados em trabalhos como os de REGAN e SAMADIAN (2001) e BEUTEL e HEGGER (2002).

Outra possibilidade para posicionar as armaduras é o arranjo em grade (Ver Figura 2.7c), recomendado pela BS 8110 (1997) e utilizado nos trabalhos de YAMADA *et al.* (1992), LIPS *et al.* (2012) e HEINZMAN *et al.* (2012). O ACI 318 (2014) recomenda a utilização de arranjos em cruz (Ver Figura 2.7d), essa distribuição facilita a montagem das armaduras, principalmente para as armaduras do tipo estribo, as quais geralmente precisam envolver as armaduras de flexão. Em trabalhos como os de GHALI e MEGALLY (2000), BIRKLE (2004), VOLLUM *et al.* (2010) e FERREIRA *et al.* (2014) observa-se que não há uma diferença significativa de comportamento e carga de ruptura entre lajes com arranjos radiais e com arranjos em cruz quando a ruptura ocorre dentro da região das armaduras.

Figura 2.7 – Arranjos das armaduras de cisalhamento.



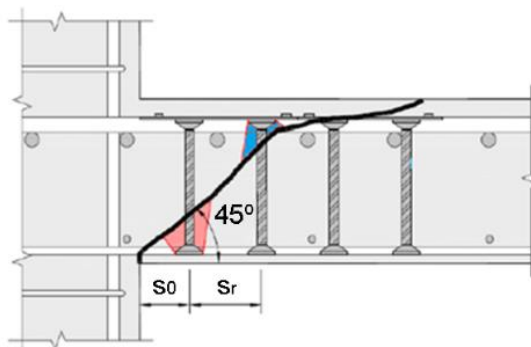
2.2.3. Ancoragem das Armaduras de cisalhamento

Para o correto funcionamento das armaduras é importante que as armaduras estejam adequadamente posicionadas. Para isso a ABNT NBR 6118 (2014), assim como o Eurocode 2 (2004), limita a distância entre a primeira camada de armadura de cisalhamento

até a face do pilar (s_0) e o espaçamento entre camadas (s_r), tendo em vista que a resistência à punção de lajes lisas armadas ao cisalhamento com a ruptura dentro da região das armaduras depende significativamente do número de camadas de armaduras cortadas pela superfície de ruptura.

A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda para o s_0 um valor máximo de $0,5 \cdot d$ e para o s_r um valor máximo de $0,75 \cdot d$. Essas limitações se justificam devido à possibilidade de a superfície de ruptura não cruzar nenhuma armadura de cisalhamento. Considerando-se para esta superfície uma inclinação de 45° , a Figura 2.8 ilustra uma ruptura por punção, onde pode-se observar que caso a primeira camada de armadura esteja muito próxima ao pilar e se o espaçamento entre as camadas for superior aos limites estabelecidos é possível que sua ancoragem não seja eficiente.

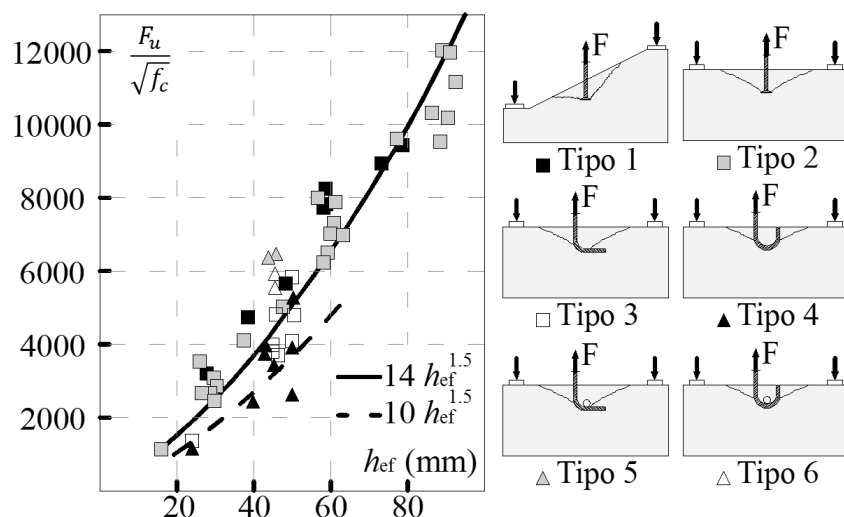
Figura 2.8 – Superfície de ruptura interceptando a armadura de cisalhamento
(FERREIRA, 2010).



Em termos de ancoragem, as armaduras de punção estão em condições desfavoráveis, provocadas pela baixa espessura dos elementos. Para REGAN (2000), em média, o comprimento de ancoragem efetivo é aproximadamente um quarto do comprimento da armadura. Na prática, a tensão limite média das armaduras de cisalhamento alcançam níveis inferiores à tensão de escoamento. Vale ressaltar que as condições de ancoragem podem ser diferentes dependendo do grau de fissuração do concreto. Na Figura 2.7, na região inferior, destacada em vermelho, é possível que a armadura esteja em concreto não fissurado, enquanto que na região superior, em azul, está localizada em uma região fissurada devido à flexão, reduzindo tanto a resistência ao arrancamento quanto a rigidez ao escorregamento do conector, como destacado por ELIGEHAUSEN e BALOGH (1995).

Para observar a diferença da eficiência entre vários mecanismos de ancoragem, REGAN (2000) fez ensaios de arrancamento em seis condições de ancoragem diferentes em concreto não fissurado com comprimentos de ancoragem (h_{ef}) abaixo de 100 mm, simulando armaduras em lajes delgadas. A Figura 2.9 mostra que os resultados de carga última (F_u) seguem a mesma tendência para as condições de conectores com cabeça em superfícies inclinadas ou retas e barras dobradas à 90° e 180° envolvendo armaduras longitudinais, com apenas as barras dobradas sem envolver uma barra horizontal obtendo uma curva de resultados mais baixa. Isso justifica as exigências das recomendações normativas de que as armaduras de cisalhamento envolvam as armaduras de flexão. Para REGAN (2000) o escorregamento das ancoragens pode ser importante, pois escorregamentos excessivos podem provocar uma diminuição da componente resistente do concreto ao cisalhamento.

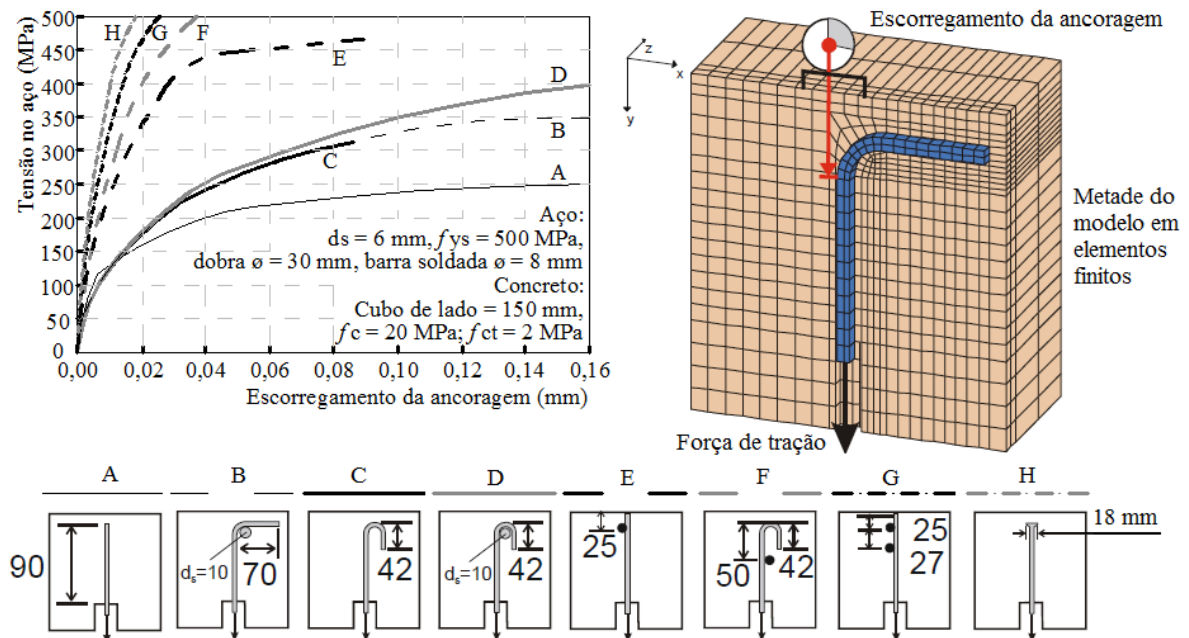
Figura 2.9 – Arrancamento de barras embutidas no concreto (adaptado de REGAN, 2000)



Para avaliar de modo qualitativo o escorregamento das armaduras com várias situações de ancoragem BEUTEL e HEGGER (2002) fizeram análises computacionais não-lineares tridimensionais. O primeiro modelo, denominado de modelo A pelos autores, simulou o caso mais simples, uma barra reta sendo arrancada do concreto, o modelo B é uma barra com uma dobra em 90° envolvendo uma armadura longitudinal, os modelos C e D foram com barras dobradas no ângulo de 180° sem e com o envolvimento da armadura longitudinal. Os modelos E, F e G foram combinações de situações com barras longitudinais soldadas as barras arrancadas. Por fim, o modelo H simula uma armadura com ancoragem mecânica, com uma cabeça de diâmetro três vezes o diâmetro da barra.

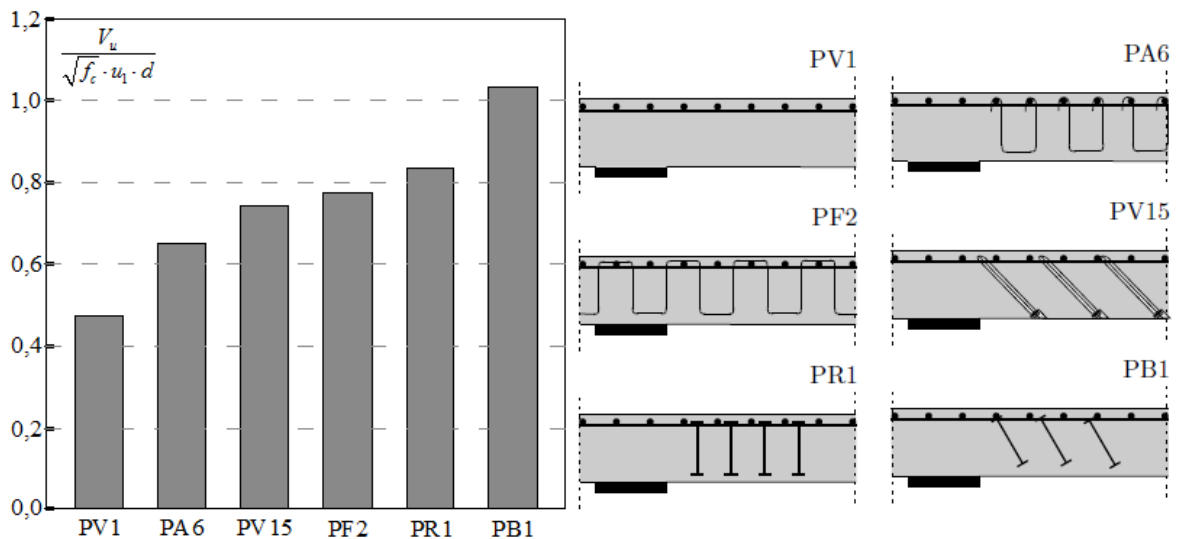
A Figura 2.10 apresenta os resultados das análises computacionais de BEUTEL e HEGGER (2002). Fica evidente, através de seus resultados, que as condições de ancoragem influenciam no escorregamento da armadura. A barra reta do modelo A, como esperado, obteve a menor rigidez ao escorregamento, os modelos B e C obtiveram rigidez equivalentes e o modelo D foi apenas um pouco mais rígido que os dois anteriores. Mesmo os modelos B, C e D tendo rigidez superiores a barra reta alcançaram níveis de tensão até no máximo 80% da tensão de escoamento do aço. As barra soldadas à barras longitudinais mostraram-se significativamente mais rígidos que as barras dos modelos B, C e D, chegando a níveis próximos ao modelo H, com barra com ancoragem mecânica.

Figura 2.10 – Resultados da análise computacional de BEUTEL e HEGGER (2002)



Como o sistema de ancoragem das armaduras de cisalhamento influencia tanto na resistência ao arrancamento quanto no escorregamento das armaduras, subentende-se que também pode influenciar na resistência à punção. BEUTEL e HEGGER (2001), observaram uma diminuição no incremento de carga conforme aumentou a flexibilidade do sistema de ancoragem de suas armaduras. MUTTONI e RUIZ (2010) também observaram uma forte influência do sistema de ancoragem das armaduras de cisalhamento não apenas na carga última, mas também na capacidade de deformação da laje. A partir da Figura 2.11 observa-se com clareza que o sistema de ancoragem influencia na resistência à punção de lajes de mesma geometria, condições de contorno, taxas de armadura de flexão, de cisalhamento e propriedades mecânicas dos materiais similares.

Figura 2.11 – Influência do sistema de ancoragem das armaduras de cisalhamento na resistência à punção (adaptado de MUTTONI e RUIZ, 2010)



2.2.4. Modos de Ruína de Lajes Armadas à Punção

Ligações laje-pilar com armaduras de cisalhamento podem apresentar três modos de ruptura possíveis: ruptura na região interna às armaduras de punção; ruptura na região externa às armaduras de punção; e ruptura adjacente ao pilar com o esmagamento da biela. Assim, a resistência à punção em lajes lisas com armaduras de cisalhamento é governada pela menor resistência dentre os modos de ruptura.

2.2.4.1. Ruptura na Região Interna às Armaduras de Punção

Normalmente, a previsão de ruptura da ligação laje-pilar com a superfície de ruptura cortando as armaduras de cisalhamento (Ver Figura 2.12) é estimada a partir de adaptações do modelo de bielas e tirantes de ANDRA (1981a) e ANDRA (1981b), no qual, admite-se que a resistência do tirante é a soma da parcela resistida pelos mecanismos de resistência do concreto ao cisalhamento e da parcela resistida pelas armaduras de cisalhamento.

Figura 2.12 – Ruptura por punção com superfície de ruptura interna à região das armaduras
(FERREIRA, 2010)



O CEB Model Code 1990 (1993) e outras recomendações posteriores consideram que a parcela resistente do concreto é de 75% da resistência à punção de uma ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento. Apesar de simplista, essa abordagem tem embasamento experimental, por exemplo, como observado na Figura 2.13a, a qual apresenta as parcelas resistentes do aço e do concreto baseado nos resultados de deformação nas armaduras de cisalhamento da laje 6 de GOMES e REGAN (1999). O ETA 12/0454 (2012) apresenta uma recomendação diferenciada para estimar a resistência de lajes armadas com “*double headed studs*” com superfície de ruptura interna à região das armaduras. Para ele, todas as armaduras em uma região afastada em $1,125 \cdot d$ do pilar contribuem na resistência à punção com sua resistência máxima e a parcela resistente do concreto nula. RICKER e HAUSLER (2014) justificam isso devido ao grande nível de carregamento alcançado com “*double headed studs*”, aumentando a abertura da fissura, logo, reduzindo a parcela resistente do concreto. Na Figura 2.13b, observa-se que para lajes armadas com “*double headed studs*” a força cortante aplicada na laje está sendo resistida apenas pelas armaduras no momento da ruptura.

Na maioria das recomendações para a verificação desse modo de ruptura, as contribuições tanto do concreto quanto do aço são consideradas constantes. Para RUIZ e MUTTONI (2009) essa premissa pode levar a resultados conservadores para baixas taxas de armadura de cisalhamento e resultados inseguros para grandes taxas de armaduras de cisalhamento, pois a contribuição do concreto diminui conforme aumenta-se a taxa de armadura de cisalhamento. O *fib* Model Code 2010 (2013) correlaciona a porcentagem da contribuição do aço e concreto com a abertura da fissura crítica de cisalhamento, a qual, segundo MUTTONI e

SCHWARTZ (1991), varia conforme a rotação da laje. Assim as contribuições do concreto e do aço podem ser calculadas para várias geometrias e propriedades mecânicas dos materiais, podendo considerar parâmetros de aderência relacionados com as armaduras de cisalhamento. A Figura 2.14 apresenta o modelo de contribuição das armaduras e do concreto segundo o modelo de RUIZ e MUTTONI (2009)

Figura 2.13 – Força cortante resistida pelas armaduras de cisalhamento

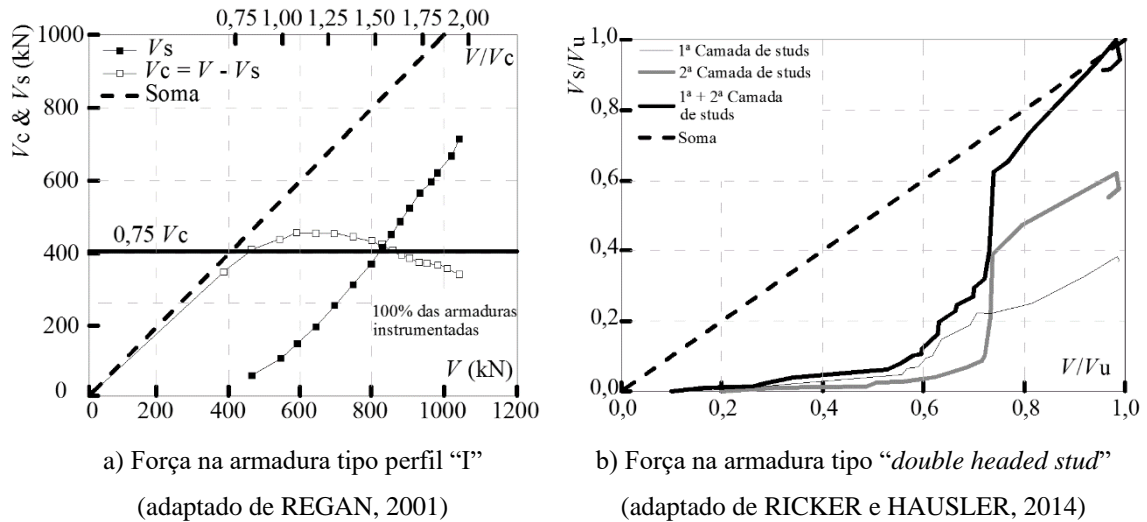
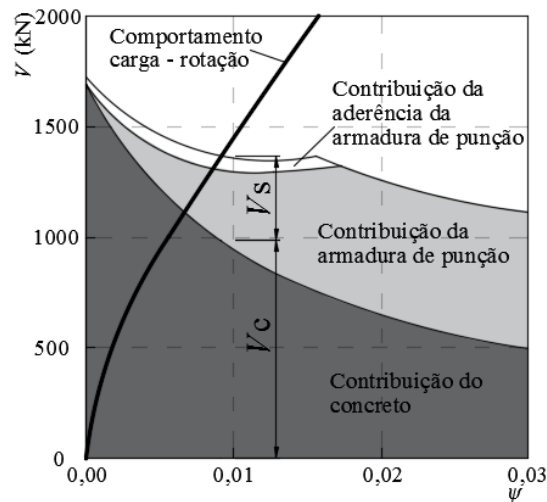


Figura 2.14 – Contribuição da armadura de cisalhamento e do concreto para o MC10 (2013) (adaptado de RUIZ e MUTTONI, 2009)



2.2.4.2. Ruptura na Região Externa às Armaduras de Punção

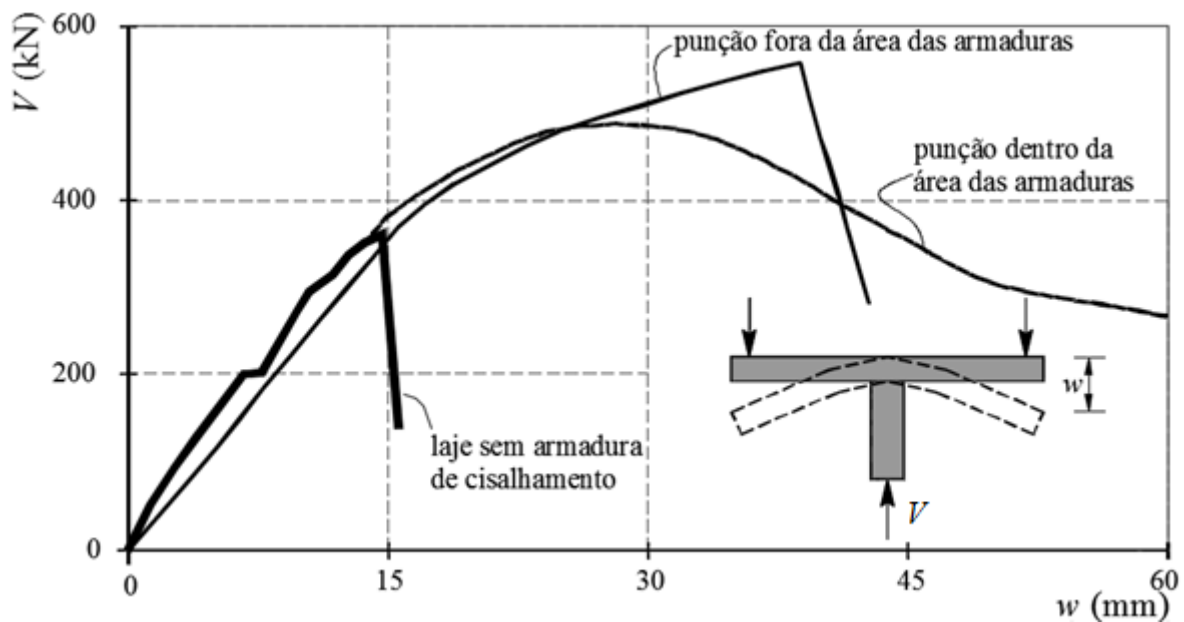
Um modo de ruptura que deve ser evitado é a ruptura fora da região das armaduras (Ver Figura 2.15), pois nestes casos as evidências experimentais disponíveis indicam que a

ductilidade da ruptura é menor, tornando a ruína tão brusca quanto em ligações laje-pilar sem armaduras de cisalhamento, como ilustra a Figura 2.16.

Figura 2.15 – Ruptura por punção com superfície de ruptura externa à região das armaduras (Adaptado de OLIVEIRA, 2013)



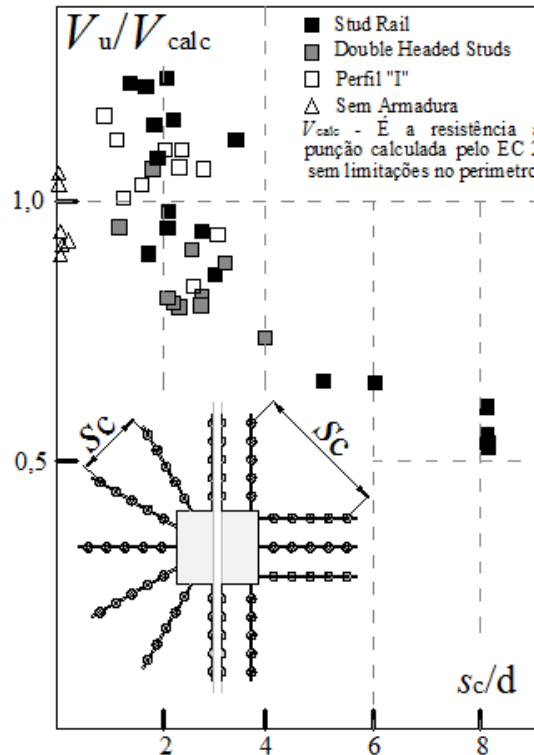
Figura 2.16 – Influência do modo de ruptura na ductilidade da ligação laje-pilar (adaptado de DILGER e GHALI, 1981)



Um fator que influencia na resistência à punção fora da região das armaduras é o espaçamento circunferencial (s_c) das armaduras de cisalhamento. Segundo REGAN (2001), quando adota-se um s_c elevado, assumir uma distribuição uniforme do esforço cortante fora da região das armaduras de cisalhamento não é válido e uma redução do comprimento do perímetro crítico é necessária. O Eurocode 2 (2004) e a ABNT NBR 6118 (2014) impõem um limite de $2 \cdot d$ para s_c , afim de evitar que a resistência à punção fora da região das armaduras seja superestimada. A Figura 2.17 apresenta a redução na razão resistência à

punção com a previsão do Eurocode 2 (2004) para lajes sem limitações de espaçamento circunferencial (s_c) fora da região das armaduras conforme aumenta-se s_c .

Figura 2.17 – Influência do espaçamento circunferencial na resistência à punção fora da região das armaduras de punção (adaptado de REGAN, 2001)



2.2.4.3. Ruptura por Esmagamento da Biela

Como limite máximo à resistência da ligação laje-pilar, as recomendações normativas impõem como sendo a previsão da carga de ruptura pelo esmagamento da biela de concreto, observado na Figura 2.18. Esse modo de ruína normalmente é descrito como o esmagamento do concreto na região adjacente ao pilar, entre a face do pilar e a primeira camada de armaduras.

Esse modo de ruptura é indesejado, pois, como observa-se a partir dos resultados de HEINZMANN *et al.* (2012) (ver Figura 2.19), o esmagamento do concreto ocorre de forma tão brusca quanto a ruptura por punção sem armaduras de cisalhamento ou a ruptura por punção com superfície de ruína fora da região das armaduras, justamente por serem modos de ruptura relacionados apenas à parcela resistente do concreto.

Figura 2.18 – Ruptura por punção com o esmagamento da biela de concreto
(LIPS, 2012)

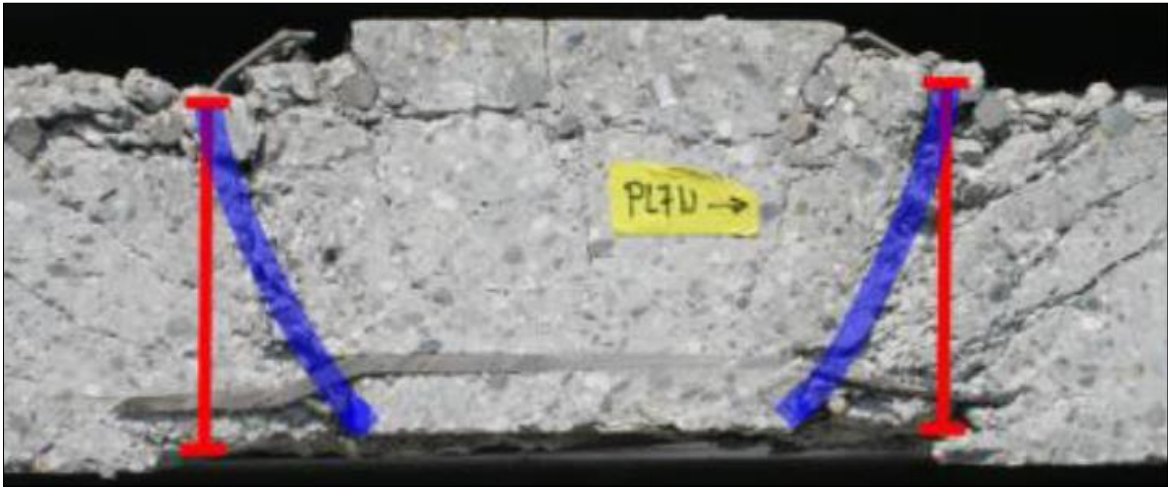
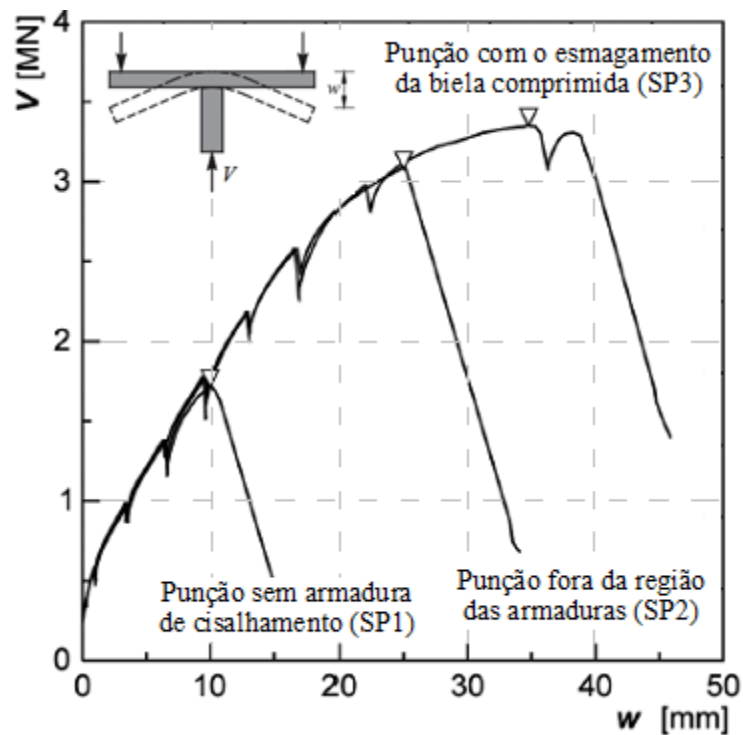


Figura 2.19 – Similaridades no comportamento à punção sem armadura, fora da região das armaduras e o esmagamento da biela (adaptado de HEINZMANN *et al.*, 2012)



Algumas recomendações, como as do Eurocode 2 (2004), EHE (2008) e ABNT NBR 6118 (2014) estimam a resistência da biela de concreto por analogia da ruptura da biela em vigas, trocando a base da viga pelo perímetro do pilar para estimar a área de corte, em função apenas da resistência à compressão do concreto. Para evitar resultados contra a segurança, BERTAGNOLI e MANCINI (2008) sugerem uma adaptação no ângulo da biela, de 45°,

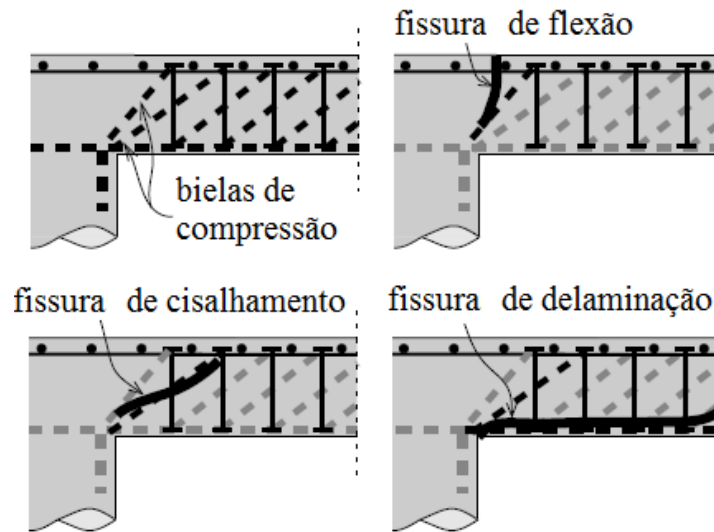
normalmente utilizado em vigas, para o ângulo de 26,6° observado experimentalmente na punção, mesmo que este seja o ângulo mais comum na ruptura por punção em lajes sem armadura de cisalhamento.

Posteriormente, esta alteração foi incorporada pela AC Eurocode 2 (2010). Porém, BUJNAK e GAVURA (2012) mostraram que as previsões para resistência da biela do AC Eurocode 2 (2010) continuam contra a segurança para estribos, principalmente devido à falta de dados experimentais para calibrar rigorosamente suas recomendações, e aponta que não há recomendações específicas para “*double headed studs*”.

RICKER e HAUSLER (2014) mostram que as previsões do AC Eurocode 2 (2010) apresentam uma grande dispersão e que ensaios mais recentes indicam que a resistência máxima também é influenciada pela rotação da laje e abertura da fissura crítica de cisalhamento, parâmetros estes influenciados pela taxa de armadura de flexão. O ETA 12/0454 (2012), recomenda que a resistência máxima à punção seja determinada em função da multiplicação da constante 1,96 pela resistência à punção sem armadura de cisalhamento, a qual leva em consideração a taxa de armadura de flexão.

Segundo MUTTONI e RUIZ (2010) a eficiência da biela de concreto adjacente ao pilar é principalmente influenciada pelo estado de deformações transversais e pela resistência à compressão do concreto. A partir da Figura 2.20 observa-se que as bielas estão localizadas em uma região onde há presença de diversas fissuras, as quais provocam redução da eficiência das bielas. As fissuras de flexão podem ser controladas pelo aumento da taxa de armadura de flexão, as fissuras de cisalhamento, segundo o ACI 421.1R (2008), tem sua abertura influenciada pelo escorregamento da ancoragem das armaduras de cisalhamento e as fissuras de delaminação são controladas dependendo do mecanismo de ancoragem das armaduras. Logo, o tipo de armadura de cisalhamento utilizado influencia na resistência ao esmagamento da biela de concreto.

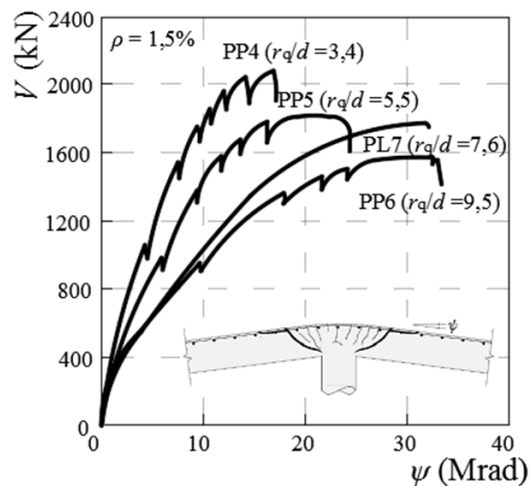
Figura 2.20 – Fissuras localizadas na região adjacente ao pilar (MUTTONI e RUIZ, 2010)



Segundo MUTTONI e BUJNAK (2012), outro parâmetro que influencia tanto na rigidez da laje quanto na carga de esmagamento da biela de concreto é a esbeltez da laje. Lajes mais esbeltas tem comportamento semelhante a lajes com baixa taxa de armadura de flexão, apresentando grande rotação, o que leva a uma maior abertura da fissura de cisalhamento. A maioria das recomendações normativas não são capazes de considerar a influência desse parâmetro na resistência, com ressalvas para o *fib* Model Code 2010 (2013) que correlaciona a resistência à punção com a rigidez a flexão da laje. A Figura 2.21 apresenta a influência do índice de esbeltez da laje (r_q/d) no comportamento de lajes com ruptura no esmagamento da biela, onde r_q é a distância do centro do pilar ao ponto de inflexão dos momentos e d é a altura útil.

Figura 2.21 – Influência da esbeltez da laje na resistência ao esmagamento da biela

(adaptado de EINPAUL *et al.*, 2016)

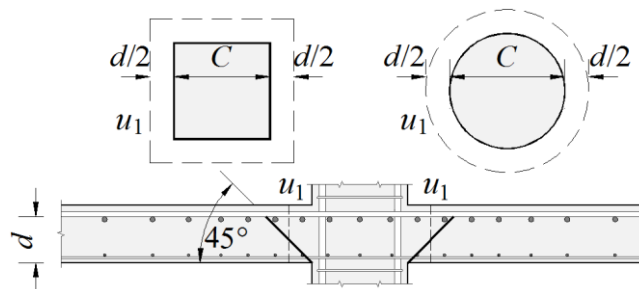


2.3. Métodos de Dimensionamento de Ligações Laje-Pilar

2.3.1. ACI 318 (2014)

Para o dimensionamento de lajes lisas o ACI 318 (2014) recomenda que a resistência à punção seja determinada a partir de uma tensão resistente aplicada em um perímetro de controle afastado do pilar a uma distância igual a $d/2$, com uma superfície média posicionada no meio da fissura de punção, tendo esta fissura uma inclinação hipotética igual a 45° . A Figura 2.22 mostra o perímetro de controle correspondente ao recomendado pelo ACI 318 (2014).

Figura 2.22 – Perímetro de controle segundo o ACI 318



Para o ACI, a tensão resistente à punção é a menor dentre três expressões. A primeira leva em consideração um possível efeito negativo que pilares com dimensões muito pequenas em relação à altura útil da laje e da raiz da resistência à compressão do concreto. A segunda estima uma diminuição na tensão resistente para pilares retangulares devido a concentrações de tensões além da resistência a compressão do concreto. Por fim, a última expressão estima que a tensão resistente à punção seja função apenas da raiz da resistência à compressão do concreto. Assim a resistência à punção de uma laje sem armadura de cisalhamento pode ser estimada, de forma empírica, pela Equação 2.1.

$$V_{Rc.ACI} = \min \begin{cases} 0,083 \cdot 40 \cdot d/u_1 + 2 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,17 \cdot 1 + 2/a/b \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,33 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \end{cases} \quad \text{Equação 2.1}$$

$$V_{Rc.ACI} = \min$$

Onde:

f_c é a resistência à compressão do concreto limitada ao valor máximo de 69 MPa;

u_1 é o perímetro de controle em mm;

d é a altura útil da laje em mm.

a é a maior dimensão do pilar

b a menor dimensão do pilar.

Na utilização de armaduras para o combate à punção o ACI recomenda a verificação de três possíveis modos de ruptura: uma ruptura com a fissura cortando a região da armadura de cisalhamento (V_{Rcs}), uma ruptura com a fissura ocorrendo fora da região da armadura de cisalhamento (V_{Rout}) e o esgotamento da capacidade resistente da laje a partir do esmagamento do concreto adjacente ao pilar (V_{Rmax}). Para lajes armadas à punção com barras dobradas ou estribos, com uma ou múltiplas pernas, abertos ou fechados, pode-se utilizar as equações abaixo.

$$V_{Rcs.ACI} = 0,5 \cdot V_{Rc.ACI} + A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \left(\frac{d}{s_r} \right) \quad \text{Equação 2.2}$$

$$V_{Rout.ACI} = 0,17 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 2.3}$$

$$V_{Rmax.ACI} = 1,5 \cdot V_{Rc.ACI} \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde:

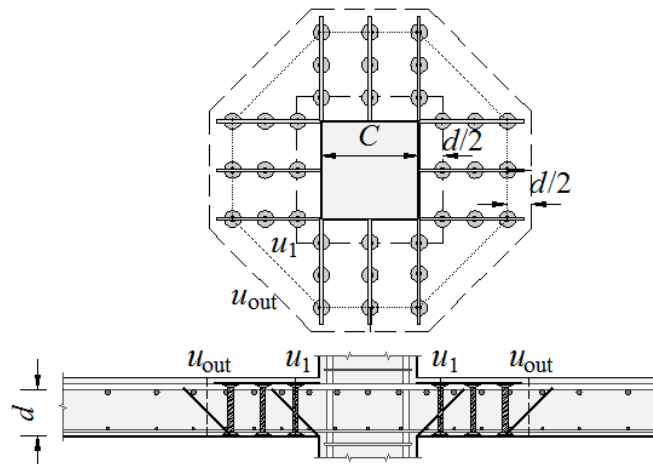
A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal de um perímetro de armaduras;

f_{yw} é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento limitada ao valor de 420 MPa;

s_r é o espaçamento entre os perímetros de armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado $d/2$ da região das armaduras de cisalhamento, como mostra a Figura 2.23.

Figura 2.23 – Perímetro de controle fora da região da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318



Devido à eficiência de armaduras de cisalhamento ancoradas mecanicamente nas extremidades com uma “cabeça” de área superior a dez vezes a área da seção transversal do conector, como “*studs rails*” e “*double headed studs*”, o ACI 421.1R (2008) permite que se considere um aumento na resistência no caso da ruptura com a fissura cortando a região das armaduras e da ruptura por esmagamento da biela de concreto de acordo com a Equações 2.5 e Equação 2.6.

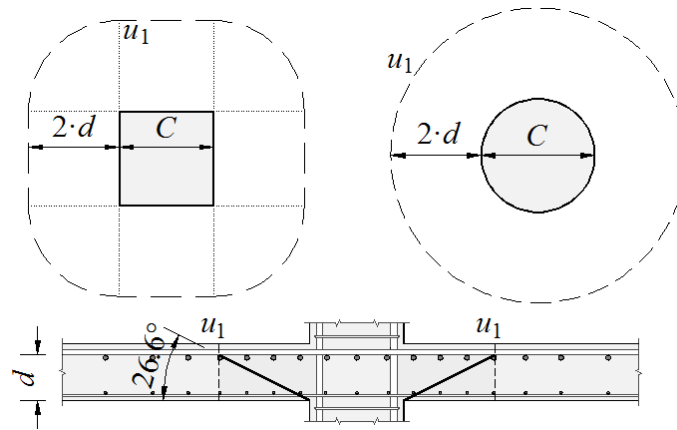
$$V_{Rcs.ACI} = 0,75 \cdot V_{Rc.ACI} + A_{sw} \cdot f_{ys} \cdot \left(\frac{d}{s_r} \right) \quad \text{Equação 2.5}$$

$$V_{Rmax.ACI} = 2 \cdot V_{Rc.ACI} \quad \text{Equação 2.6}$$

2.3.2. Eurocode 2 (2004)

O Eurocode 2 (2004), igualmente ao ACI 318 (2014), prevê a resistência à punção aplicando uma tensão resistente em uma área determinada a partir de um perímetro de controle, porém esse perímetro tem superfície média posicionada na extremidade da fissura de punção, considerando uma inclinação hipotética igual a 26,6°, ou seja, com um afastamento de $2d$ em relação às faces do pilar, como exemplificado na Figura 2.24.

Figura 2.24 – Perímetro de controle segundo o Eurocode 2



Para encontrar a tensão resistente, o Eurocode 2 utiliza uma recomendação empírica semelhante àquela que prevê a resistência ao cisalhamento de vigas, a qual considera o efeito de escala e a taxa de armadura de flexão, além da resistência à compressão do concreto. A resistência à punção em lajes sem armaduras de cisalhamento pode ser obtida através da Equação 2.7.

$$V_{Rc,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{\min} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.7}$$

Onde:

k é um parâmetro que considera o efeito de escala, obtido através de $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$, com d em mm;

ρ é a média geométrica da taxa de armadura de flexão nas duas direções calculada por $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02$ onde ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura de flexão da laje nos sentidos x e y , levando em consideração apenas uma faixa de laje igual à dimensão do pilar naquela direção mais $3 \cdot d$ para cada lado.

f_c é a resistência à compressão do concreto;

u_1 é o perímetro de controle afastado a $2d$ das faces do pilar;

d é a altura útil da laje.

v_{\min} é a tensão resistente mínima para o caso de taxas de armadura de flexão muito baixas.

Obtida através de $v_{\min} = 0,035 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_c}$.

No dimensionamento de lajes lisas com armaduras de cisalhamento, o Eurocode 2, assim como o ACI 318, também estabelece a verificação de três modos de ruptura. Na verificação da ruptura com a superfície da fissura de punção cortando a região da armadura de cisalhamento (V_{Rcs}), a norma recomenda que somente 75% da resistência à punção em lajes sem armadura de cisalhamento somado à força resultante do aço dentro da área de influência do perímetro de controle contribuem na resistência à punção, calculado a partir da Equação 2.8. Na verificação da ruptura fora da região das armaduras (V_{Rout}) é recomendado o uso da tensão resistente à punção em um perímetro afastado em $1,5d$ da região da armadura de cisalhamento, como ilustra a Figura 2.25 e calculado a partir da Equação 2.9. Para ruptura pelo esmagamento da biela (V_{Rmax}), o Eurocode 2 utiliza a mesma recomendação para o esmagamento de bielas em vigas, porém com a área limitada ao perímetro do pilar, calculado pela Equação 2.10.

$$V_{Rcs.EC2} = 0,75 \cdot V_{Rc.EC2} + A_{sw} \cdot f_{yw.ef} \cdot \left(\frac{1,5 \cdot d}{s_r} \right) \quad \text{Equação 2.8}$$

$$V_{Rout.EC2} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \quad \text{Equação 2.9}$$

$$V_{Rmax.EC2-04} = 0,5 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.10}$$

Onde:

A_{sw} é a área de aço da armadura de cisalhamento na seção transversal de um perímetro de armaduras;

$f_{yw.ef}$ é a tensão de escoamento efetiva na armadura de cisalhamento, a qual deve ser calculada através $f_{yw.ef} = 1,15 \cdot 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{yw}$ em MPa e o valor de d em mm;

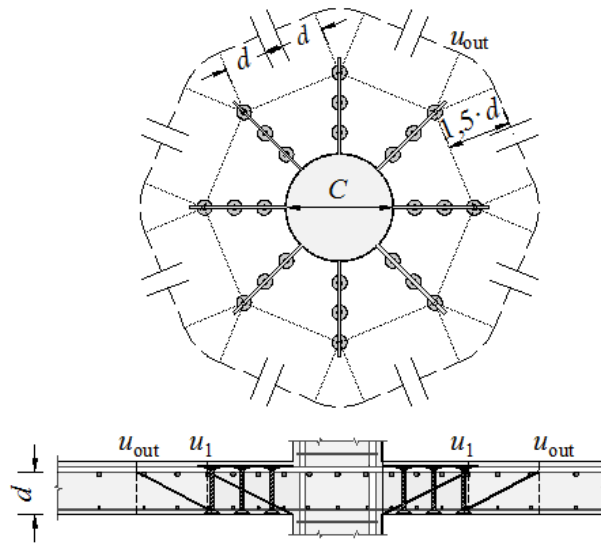
s_r é o espaçamento entre os perímetros de armadura de cisalhamento;

u_{out} é o perímetro de controle afastado a $1,5d$ da região da armadura de cisalhamento;

v é o fator de redução da eficiência da resistência à compressão do concreto da biela, devida a localização em zonas de tensões de tração diagonal. Dado por $v = 0,6 \cdot 1 - f_c/250$;

u_0 é o perímetro do pilar.

Figura 2.25 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo o Eurocode 2



Em sua recente atualização, o *Corrigendum AC – Eurocode 2* (2010), não se observam grandes mudanças em suas recomendações para o dimensionamento à punção, apresentando modificações, em relação à versão anterior, apenas no ajuste do modelo de bielas e tirantes alterando o ângulo de inclinação da biela de 45° para 26,5°, proposto por BERTAGNOLI e MANCINI (2008). Com os devidos ajustes a resistência ao esmagamento da biela pode ser obtida pela Equação 2.11.

$$V_{Rmax.EC2-10} = 0,4 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.11}$$

Como o Eurocode é uma norma que regulamenta as construções de muitos países da Europa e, segundo GMAINER e WALRAVEN (2012), os países participantes tinham diferentes tradições de projeto e construção, e diferentes condições climáticas e geográficas, logo, para que houvesse harmonia entre estes países, alguns parâmetros podem sofrer alterações de acordo com o anexo nacional de cada país.

Apesar de ser apresentada a Equação 2.11 para a verificação do esmagamento da biela de concreto, essa indicação não é imposta, cabendo assim a cada país associado expor sua recomendação em seus anexos nacionais. O Anexo Nacional do Reino Unido ao Eurocode 2 UK NA (2004) indica que a resistência máxima à punção não deve superar em duas vezes a resistência à punção sem armaduras de cisalhamento, de acordo com a Equação 2.12.

$$V_{Rmax.UK} = 0,4 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \leq 2 \cdot V_{Rc.EC2} \quad \text{Equação 2.12}$$

O Anexo Nacional Alemão ao Eurocode 2 DIN NA (2011), diferente dos anteriores, considera que a resistência máxima ao puncionamento é função apenas da resistência da laje sem armaduras de cisalhamento, multiplicada por um fator de 1,4, como mostra a Equação 2.13.

$$V_{Rmax.DIN} = 1,4 \cdot V_{Rc.EC2} \quad \text{Equação 2.13}$$

Este fator não é fixo, podendo assumir diferentes valores para diferentes sistemas de armaduras com suas diferentes condições de ancoragem, admitido com base em ensaios experimentais. Para “*double headed studs*”, HEGGER *et al.* (2010) recomenda um valor de 1,8.

2.3.3. EHE (2008)

O EHE (2008) é a recomendação espanhola para o dimensionamento de concreto estrutural. Em seu dimensionamento à punção o EHE assemelha-se muito com o Eurocode 2, diferenciando-se apenas na verificação ao esmagamento da biela comprimida (V_{Rmax}). Basicamente, a diferença está no modo de estimar a tensão resistente do concreto ao esmagamento e no perímetro de controle fora da região das armaduras. Assim, o V_{Rmax} pode ser estimado pela Equação 2.14 e o u_{out} pode ser estimada a partir da Figura 2.26 segundo o EHE (2008).

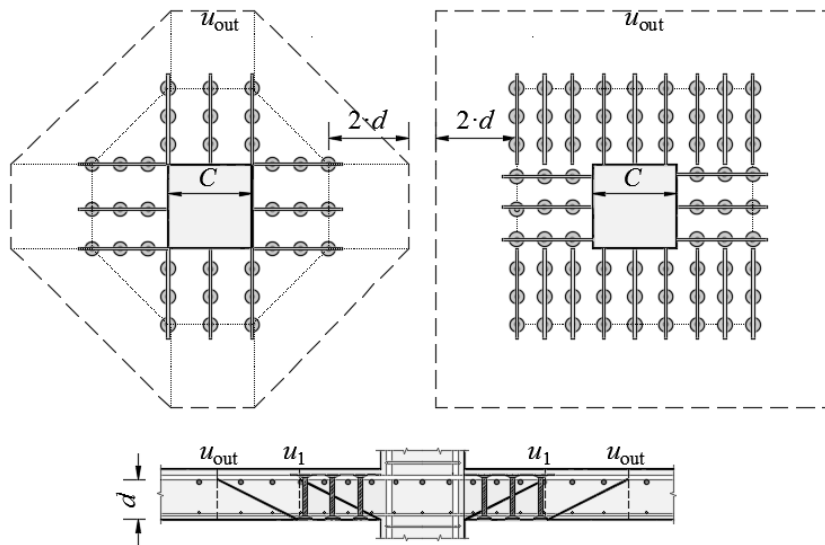
$$V_{Rmax.EHE} = 0,5 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.14}$$

Onde:

v é o fator de redução da eficiência da resistência à compressão da biela de concreto. Dado

$$\text{por: } v = \begin{cases} 0,6 \rightarrow f_c \leq 60MPa \\ 0,9 - f_c/200 \geq 0,5 \cdot f_c \rightarrow f_c \geq 60MPa \end{cases}$$

Figura 2.26 – Perímetro de controle fora da região das armaduras segundo o EHE



2.3.4. ABNT NBR 6118 (2014)

A ABNT NBR 6118 (2014), igualmente ao Eurocode 2 (2004), suas recomendações têm como base o texto do CEB-FIP MC 90 (1993). Assim, a verificação da resistência de lajes sem armadura de cisalhamento (V_{Rc}) deve ser realizada pela Equação 2.7, porém sem as limitações para a taxa de armadura de flexão e para o efeito de escala recomendadas no Eurocode 2.

Para lajes armadas à punção, a ABNT NBR 6118 (2014) verifica três modos de ruptura. Para o cálculo com plano de ruptura dentro da região das armaduras (V_{Rcs}) utiliza-se a Equação 2.8, porém com $f_{yw,ef}$ não superando 345 MPa para conectores e não superando 287,5 MPa para estribos. Para o cálculo com o plano de ruptura fora da região das armaduras (V_{Rout}) é feito de acordo com a Equação 2.9, porém o perímetro de controle afastado em $2d$ da região da armadura de cisalhamento, como ilustra a Figura 2.27. Na verificação ao esmagamento da biela de concreto (V_{Rmax}), o cálculo é feito por analogia ao esmagamento de bielas em vigas de acordo com a Equação 2.15.

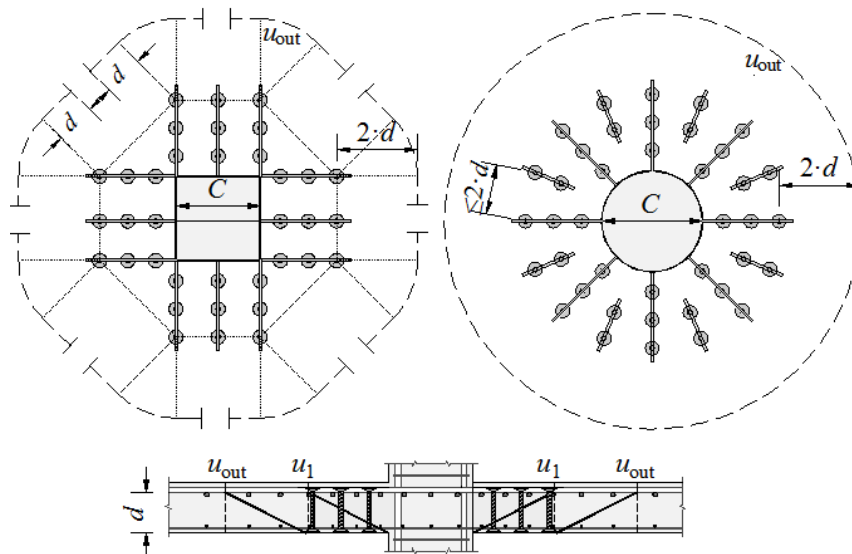
$$V_{Rmax.NBR} = 0,45 \cdot f_c \cdot v \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.15}$$

Onde:

v é o fator de redução da eficiência da resistência à compressão do concreto da biela devida a localização em uma zona fissurada devida a tensões de tração lateral. Dado por $v = 0,6 \cdot 1 - f_c/250$;

Além disso, a ABNT NBR 6118 (2014) comenta que a estimativa de resistência das bielas pode ser aumentada em 20% para lajes com carregamento concêntrico.

Figura 2.27 – Perímetro de controle fora da região da armadura de cisalhamento segundo a ABNT NBR 6118 (2014)



2.3.5. ETA 12/0454 (2012)

O ETA 12/0454 (2012), assim como a ABNT NBR 6118 (2014), se assemelha bastante com as recomendações do Eurocode 2, diferenciando-se delas principalmente por suas regras para o dimensionamento das armaduras de cisalhamento. Na verificação da ruptura por punção sem armaduras de cisalhamento utiliza-se a Equação 2.16.

$$V_{Rc.ETA} = C_R \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{\min} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde:

C_R é um fator empírico que pode ser obtido através de

$$C_R = \begin{cases} 0,18 \rightarrow u_0/d \geq 4 \\ 0,18 \cdot 0,1 \cdot u_0/d + 0,6 \geq 0,15 \rightarrow u_0/d < 4 \end{cases}$$

ρ é a taxa de armadura de flexão respeitando os limites de $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq \begin{cases} 0,02 \\ 0,5 \cdot f_c / f_{ys} \end{cases}$.

v_{\min} é a tensão mínima obtida através de $v_{\min} = \begin{cases} 0,0525 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_c} \rightarrow d \leq 600mm \\ 0,0375 \cdot k^{2/3} \cdot \sqrt{f_c} \rightarrow d > 800mm \end{cases}$; podendo

usar interpolação para valores intermediários.

Para lajes armadas à punção com “*double-headed studs*”, a ETA 12/0454 (2012) verifica os três possíveis modos de ruptura. Diferente das normas anteriores, para verificar a ruptura com a superfície da fissura cortando a região das armaduras, é recomendado que a região armada à punção seja dividida em regiões C e D, como na Figura 2.28. A região C se estende da face do pilar até uma distância de $1,125d$, nessa zona os “*studs*” devem ser dimensionados para suportar toda a carga solicitante de cisalhamento. A região D se estende de $1,125d$ da face do pilar até a último perímetro de armaduras. Para a verificação da resistência à ruptura dentro da região das armaduras (V_{Rcs}), é considerado apenas a contribuição das armaduras posicionada dentro da região C, conforme a Equação 2.17.

A verificação da ruptura na região externa às armaduras (V_{Rout}) é feita de modo similar ao Eurocode 2 (2004) porém com as limitações da taxa de armadura do ETA 12/0454 (2012) para ruptura sem armadura de cisalhamento e a definição de u_{out} conforme a Figura 2.28, com a única alteração sendo as regras para definir o espaçamento entre as armaduras na região D (s_{RD}), conforme a Equação 2.18.

Diferente do Eurocode 2 (2004), o ETA 12/0454 (2012) não usa a analogia de vigas para encontrar a resistência ao esmagamento da biela (V_{Rmax}) em lajes. Ele usa o procedimento semelhante aos anexos nacionais ao Eurocode 2, onde se multiplica a resistência à punção, sem armadura de cisalhamento, por uma constante. Assim a resistência ao esmagamento da biela segundo o ETA 12/0454 (2012) pode ser obtida pela Equação 2.19.

$$V_{Rcs.ETA} = \frac{\pi \cdot \phi_w^2}{4} \cdot n_C \cdot m_C \cdot f_{yw} \quad \text{Equação 2.17}$$

$$s_{RD} = 1,5 \cdot \frac{d}{n_C} \cdot \frac{m_D}{m_C} \leq 0,75 \cdot d \quad \text{Equação 2.18}$$

$$V_{Rmax.ETA} = 1,96 \cdot V_{Rc.ETA}$$

Equação 2.19

Onde:

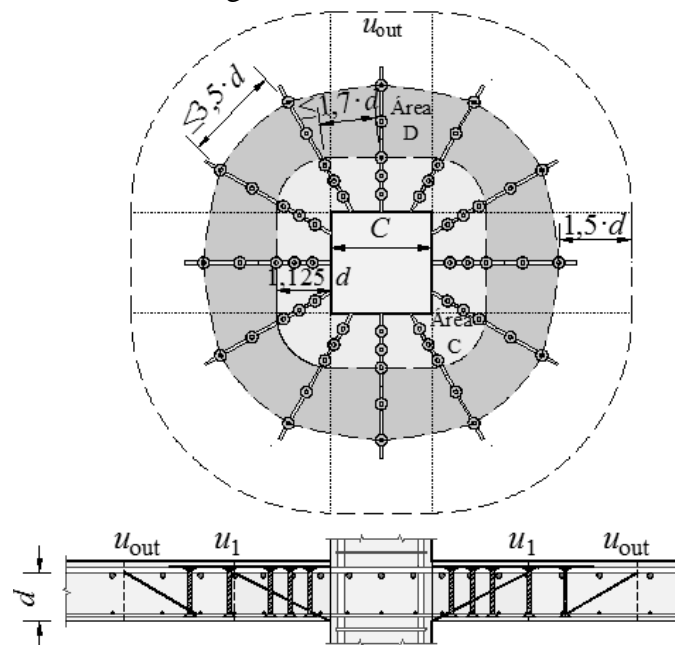
ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

n_c é o número de armaduras de cisalhamento por perímetro na região C;

m_c é o número de perímetros de armaduras de cisalhamento na região C;

m_D é o número de perímetros de armaduras de cisalhamento na região D;

Figura 2.28 – Regiões e perímetro de controle a punção em lajes armadas segundo a ETA12/0454



Baseado em seus ensaios e nos LIPS *et al.* (2012) em lajes armadas com “*double headed studs*” e ruptura no esmagamento da biela, MUTTONI e BUJNAK (2012) desenvolveram uma melhoria para a previsão do esmagamento da biela do ETA 12/5404 (2012), acrescentando um fator para tentar considerar a esbeltez da laje. Assim, a resistência ao esmagamento da biela pode ser obtida através da Equação 2.20.

$$V_{Rmax.M\&B} = 1,96 \cdot V_{Rc.ETA} \cdot \left(\frac{5 \cdot d}{r_q} \right)^{1/3}$$

Equação 2.20

Onde:

r_q é a distância do centro do apoio ao ponto de momentos nulos.

2.3.6. *fib* Model Code 2010 (2013)

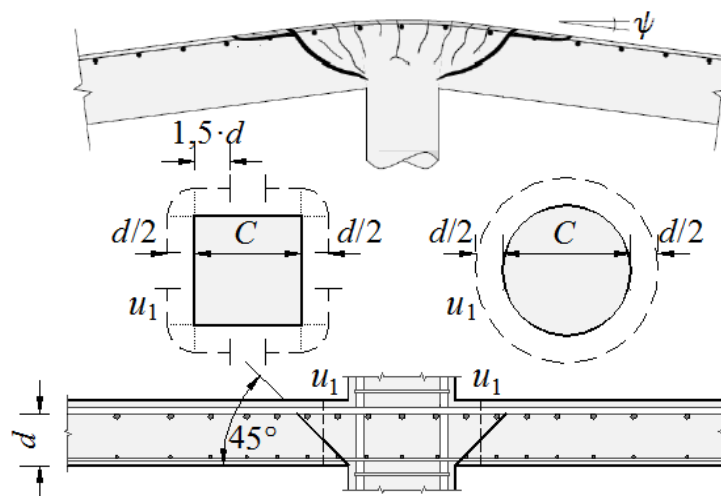
O *fib* Model Code 2010 (2013) tem sua recomendação para a resistência à punção baseada na teoria da fissura crítica de cisalhamento de MUTTONI e SCHWARTZ (1991), MUTTONI (2008) e RUIZ e MUTTONI (2009), onde acreditasse que a resistência à punção diminui com o acréscimo da rotação da laje (ψ), a qual é função da carga aplicada e da resistência à flexão da laje. Como a resistência da laje é função da carga aplicada, o problema deve ser solucionado de forma iterativa até chegar à solução onde a carga resistente seja igual a carga solicitante ($V_R = V$). Para realizar a verificação à punção sem armadura de cisalhamento pelo *fib* Model Code 2010 (2013) utiliza-se a Equação 2.21.

$$V_{Rc.MC10} = k_\psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.21}$$

Na equação acima o perímetro de controle (u_1) pode ser obtido conforme a Figura 2.29 e k_ψ é um parâmetro que depende da rotação da laje conforme a Equação 2.22.

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 2.22}$$

Figura 2.29 – Perímetro de controle segundo Model Code 2010



Como na teoria da fissura crítica o modo de ruptura acontece devido à abertura de uma fissura crítica cortando a biela que transmite a força cortante para o pilar. Esses esforços de cisalhamento são transmitidos diretamente pela rugosidade da superfície da fissura, levados em consideração no *fib* Model Code 2010 (2013) a partir do fator k_{dg} , apresentado na Equação 2.23. Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991) a espessura desta fissura é proporcional ao produto $\psi \cdot d$. Outra diferença do *fib* Model Code 2010 (2013) para as outras recomendações é que ele apresenta diversos níveis de aproximação para estimar a rotação da laje. O nível I é indicado para um rápido pré-dimensionamento das lajes, e estimado conforme a Equação 2.24. O nível II é recomendado para o caso típico de dimensionamento de novas estruturas, estimado conforme a Equação 2.25. O nível III de aproximação é indicado para as verificações especiais em estruturas existentes, reduzindo a constante para prever a rotação com maior precisão, a qual pode ser estimada pela Equação 2.26. O nível IV é utilizado apenas em casos de verificações especiais em que se sabem detalhadamente as características dos materiais e detalhamento das armaduras, obtendo a rotação da laje a partir de modelos computacionais não lineares.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad \text{Equação 2.23}$$

$$\psi_I = 1,5 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \quad \text{Equação 2.24}$$

$$\psi_{II} = 1,5 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_S}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.25}$$

$$\psi_{III} = 1,2 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_S}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.26}$$

Onde:

d_g é o diâmetro máximo do agregado

m_S é o momento solicitante da laje, sugerido pelo *fib* Model Code 2010 como $m_S = V/8$

m_R é o momento resistente da laje, obtido através de $m_R = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot f_{ys} / f_c$

Na verificação de lajes armadas à punção com a superfície de ruptura cruzando as armaduras de cisalhamento (V_{Rcs}) o *fib* Model Code 2010 (2013) estima que a parcela resistente do

concreto seja somada com a força resistida pelas armaduras posicionadas em uma região afastadas entre $0,35 \cdot d$ e d da face do pilar, conforme a Figura 2.30 e a Equação 2.27. Para determinar as tensões nas armaduras utiliza-se um procedimento semelhante ao método simplificado apresentado em RUIZ e MUTTONI (2009), conforme a Equação 2.28. O *fib* Model Code 2010 (2013) também verifica a ruptura na região externa as armaduras de cisalhamento (V_{Rout}) conforme a Equação 2.29, essa resistência é considerada em um plano de corte definido a partir da distância entre o centroide da armadura de flexão e a base da armadura de cisalhamento (d_{out}), conforme proposto por HEGGER *et al.* (2010), e o perímetro de controle externo é definido a uma distância de $0,5 \cdot d_{out}$ com uma distância circunferencial entre as armaduras máxima de $3 \cdot d_{out}$, como ilustrado na Figura 2.30. A resistência máxima à punção é limitada pelo esmagamento da biela comprimida (V_{Rmax}), estimada no MC10 através da Equação 2.30. Com seu critério de ruptura sendo uma multiplicação do V_{Rc} por um fator para considerar o desempenho da armadura de cisalhamento utilizada (k_{sys}), com valores de 2,8 para “*studs*”, 2,4 para estribos devidamente ancorados e 2,0 para armaduras em que não se conhece o rendimento ou lajes sem armadura de cisalhamento.

$$V_{Rcs.MC10} = V_{Rc.MC10} + \sum A_{sw} \cdot \sigma_{sw} \quad \text{Equação 2.27}$$

$$\sigma_{sw} = \frac{E_{sw} \cdot \psi}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{yw} \quad \text{Equação 2.28}$$

$$V_{Rout.MC10} = k_{\psi} \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d_{out} \quad \text{Equação 2.29}$$

$$V_{Rmax.MC10} = k_{sys} \cdot V_{Rc.MC10} \leq \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.30}$$

Onde:

σ_{sw} é a tensão atuante na armadura de cisalhamento;

E_{sw} é o módulo de elasticidade do aço da armadura de cisalhamento;

f_b é a tensão de aderência na armaduras de cisalhamento, obtido por $f_b = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \sqrt{f_c/25}$,

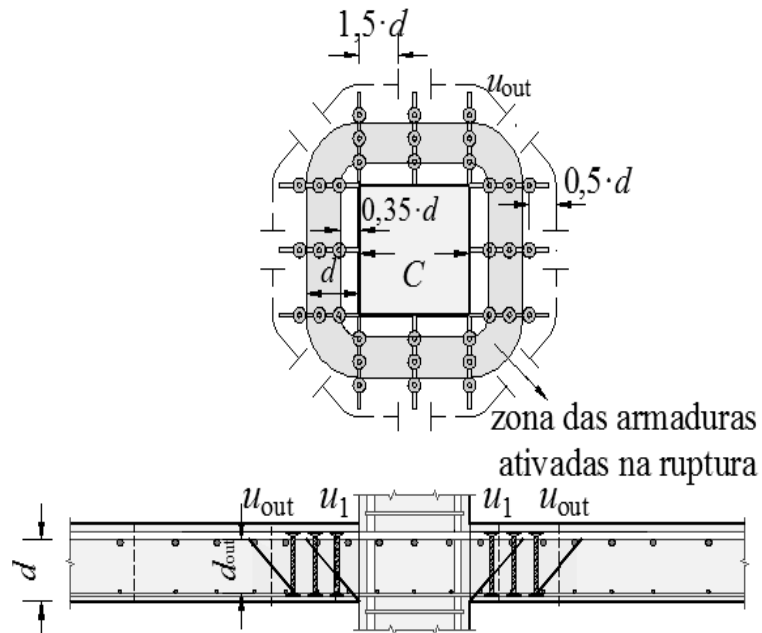
$$\eta_1 = \begin{cases} 1,75 \rightarrow \text{barras de alta aderencia} \\ 1,40 \rightarrow \text{barras aderidas com re sin a epoxy} \\ 0,90 \rightarrow \text{barras lisas} \end{cases} \text{ e } \eta_2 = \begin{cases} 1,20 \rightarrow f_{yw} = 400MPa \\ 1,00 \rightarrow f_{yw} = 500MPa \\ 0,85 \rightarrow f_{yw} = 600MPa ; \\ 0,75 \rightarrow f_{yw} = 700MPa \\ 0,68 \rightarrow f_{yw} = 800MPa \end{cases}$$

ϕ_w é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

d_{out} é a altura útil menos o cobrimento;

k_{sys} é um fator que leva em consideração o desempenho da armadura de cisalhamento.

Figura 2.30 – Detalhes das armaduras segundo *fib* Model Code 2010 (2013)



3. Metodologia de Avaliação dos Métodos de Dimensionamento

3.1. Metodologia da Coleta do Banco de Dados

Para avaliar as estimativas das recomendações da resistência à punção em lajes lisas, resultados experimentais da carga de ruptura foram confrontados com as estimativas das diversas recomendações para a resistência à punção. A avaliação foi realizada em duas etapas, a primeira etapa consistiu em avaliar as recomendações para a ruptura em lajes sem armadura de cisalhamento. Na segunda etapa, foram separadas apenas as lajes com armaduras com diversos tipos de conectores de cisalhamento.

3.1.1. Apresentação das Lajes Lisas sem Armaduras de Cisalhamento

Ao total foram coletados resultados de ensaios em 340 lajes lisas sem armaduras de cisalhamento obtidos em 31 trabalhos de diversos autores da literatura. Todas as lajes foram submetidas a carregamento centrado e tiveram ruptura por punção. De modo a não comprometer a análise, algumas lajes foram excluídas do banco de dados segundo as seguintes restrições: Lajes com altura útil das armaduras inferior a 85 mm; lajes com resistência a compressão do concreto menor que 20 MPa; lajes com armadura de flexão com resistência inferior a 300 MPa e superior a 700 MPa; e lajes com ausência de alguma informação necessária para o cálculo de alguma das recomendações utilizadas. A Tabela 3.1 descreve o processo de coleta e montagem do banco de dados.

As Tabelas 3.2 e 3.3 apresentam um resumo das características das lajes que efetivamente compõem o banco de dados deste trabalho, composto por 118 lajes de 19 autores. Nas tabelas são apresentados o número de lajes por autor, a variação do raio de inflexão dos momentos (r_q), dimensão e seção geométrica dos pilares (c), onde para lajes com pilares circulares (C) a dimensão é o diâmetro do pilar e o lado do pilar para lajes com pilares quadrados (S), u_0/d para representar as proporções do pilar em relação as dimensões da laje, onde u_0 é o perímetro do pilar e d é altura útil, a taxa de armadura de flexão tracionada das lajes (ρ), a resistência a compressão do concreto (f_c), o diâmetro máximo do agregado graúdo (d_g), a tensão de escoamento das armaduras de flexão (f_{ys}), o módulo de elasticidade das armaduras de flexão (E_s) e a carga de rupturas das lajes (V_u).

Tabela 3.1 – Critério de corte das lajes do banco de dados sem armadura de punção

Autor	Nº de Lajes	Lajes Restantes após o filtro			
		$d < 85$ mm	$f_c < 20$ MPa	$f_{ys} < 300$ MPa e $f_{ys} > 700$ MPa	Falta de Informação
ELSTNER e HOGNESTAD (1956)	24	24	19	17	17
KINNUNEM e NYLANDER (1960)	12	12	12	12	4
MOE (1961)	13	13	13	11	5
BERNAERT e PUECH (1966)	20	20	13	6	6
MANTEROLA (1966)	12	12	12	3	3
YITZHAKI (1966)	16	0	0	0	0
MOWRER e VANDERBILT (1967)	25	0	0	0	0
SCHAEIDT <i>et al.</i> (1970)	1	1	1	1	1
VANDERBILT (1972)	15	0	0	0	0
LADNER (1973)	1	1	1	1	1
MARTI <i>et al.</i> (1977)	1	1	1	1	1
KINNUNEN <i>et al.</i> (1978)	8	8	8	4	0
SCHAEFERS (1978)	2	2	2	2	2
PRALONG <i>et al.</i> (1979)	1	1	1	1	1
REGAN <i>et al.</i> (1979)	10	3	3	3	0
RANKIN e LONG (1987)	27	0	0	0	0
REGAN (1986)	23	13	11	11	11
TOLF (1988)	8	8	8	4	4
GARDNER (1990)	18	9	7	0	0
LOVROVICH e MCLEAN (1990)	5	0	0	0	0
MARZOUK e HUSSEIN (1991)	17	14	10	10	10
RAMDANE (1993)	15	15	15	15	15
TOMASZEWICZ (1993)	13	13	13	13	13
HALLGREN (1996)	7	7	7	7	6
LI (2000)	6	6	6	6	0
BIRKLE (2004)	3	3	3	3	3
GUANDALINI (2004)	11	11	11	11	11
SUNDQUIST e KINNUNEN (2004)	3	3	3	0	0
MARZOUK e HOSSIN (2007)	8	8	8	8	0
MARZOUK e RIZK (2009)	11	11	11	11	0
LIPS (2012)	4	4	4	4	4
Total de lajes restantes	340	223	203	165	118

Tabela 3.2 – Resumo das características das lajes do banco de dados sem armadura de punção.

Autor	Nº de Lajes	r_q (mm)	C (mm)	Seção	u_0/d	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	f_{ys} (MPa)	E_s (GPa)	V_u (kN)
ELSTNER e HOGNESTAD (1956)	17	890	254 - 356	S	8,6 - 12,5	114 - 121	0,5 - 3,7	20 - 51	25 - 38	294 - 341	200	200 - 578
KINNUNEM e NYLANDER (1960)	4	855	150 - 300	C	4 - 7,6	117 - 128	0,8 - 1,1	30,8 - 34,9	32	441 - 456	210	255 - 430
MOE (1961)	5	890	203 - 305	S	7,1 - 10,7	114	1,1 - 1,5	20,8 - 24,5	38	399 - 483	171 - 195	343 - 433
BERNAERT e PUECH (1966)	6	685	203	S	6,5 - 7,1	114 - 124	1,0 - 1,7	20,6 - 41,4	16	432	200	328 - 439
MANTEROLA (1966)	3	1500	100 - 450	S	3,7 - 16,8	107	0,5	26,4 - 34,2	16	451	200	175 - 294
SCHAEIDT <i>et al.</i> (1970)	1	1325	500	C	6,5	240	1,3	34,9	32	544	200	1662
LADNER (1973)	1	600	226	C	6,5	109	1,2	39,7	32	541	200	362
MARTI <i>et al.</i> (1977)	1	1300	300	C	6,6	143	1,5	43,2	10	558	206	628
SCHAEFERS (1978)	2	840	120 - 210	C	2,2 - 5,8	113 - 170	0,6 - 0,8	23,1 - 23,3	32	420 - 450	200	280 - 460

Tabela 3.3 – Resumo das características das lajes do banco de dados sem armadura de punção (continuação)

Autor	Nº de Lajes	r_q (mm)	C (mm)	Seção	u_0/d	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	f_{ys} (MPa)	E_s (GPa)	V_u (kN)
PRALONG <i>et al.</i> (1979)	1	1300	300	C	5,5	171	1,2	32,8	8	515	204	626
REGAN (1986)	11	685 - 1372,5	54 - 250	S	1,8 - 6,5	93 - 200	0,8 - 1,5	29 - 53,3	10 - 20	464 - 628	200	170 - 825
TOLF (1988)	4	1189	250	C	3,9 - 4	197 - 200	0,5 - 0,8	28,6 - 31,7	32	657 - 670	200	444 - 603
MARZOUK e HUSSEIN (1991)	10	750	150 - 300	S	5 - 12,6	90 - 120	0,7 - 2,1	42 - 80	20	490	200	249 - 645
TOMASZEWICZ (1993)	13	1100 - 2500	100 - 200	S	2,9 - 4,5	88 - 275	1,5 - 2,6	64,3 - 119,0	16	500	200	330 - 2450
RAMDANE (1993)	15	1372	150	C	4,6 - 4,8	98 - 102	0,6 - 1,3	33,6 - 127	10 - 20	550 - 650	200	169 - 405
HALLGREN (1996)	6	1200	250	C	3,9 - 4	194 - 202	0,3 - 1,2	84,1 - 108,8	18	596 - 634	195 - 231	565 - 1041
BIRKLE <i>et al.</i> (2008)	3	1150 - 2000	250 - 350	S	5,4 - 8,1	124 - 260	1,1 - 1,5	31,4 - 36,2	14 - 20	488 - 531	195 - 200	483 - 1046
GUANDALINI <i>et al.</i> (2009)	11	750 - 3000	130 - 260	S	4,5 - 5,4	96 - 464	0,25 - 1,5	27,6 - 40,5	4 - 16	400 - 633	200	118 - 2153
LIPS <i>et al.</i> (2012)	4	1500	130 - 340	S	2,7 - 10,6	193 - 353	1,5 - 1,6	30,5 - 42,5	16	562 - 583	210	1135 - 2491

3.1.2. Apresentação das Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento

Para o banco de dados das lajes com armadura de cisalhamento foram selecionados resultados de ensaios em 140 lajes de 21 autores armadas com conectores de cisalhamento dos tipos “*double headed studs*”, perfis “I”, “*studs rails*” e “*studs rails*” com ancoragem interna as armaduras de flexão, com barras de superfície lisa ou de alta aderência. As Figuras 3.1 a 3.3 apresentam as características gerais das lajes que fazem parte deste banco de dados.

Figura 3.1 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento

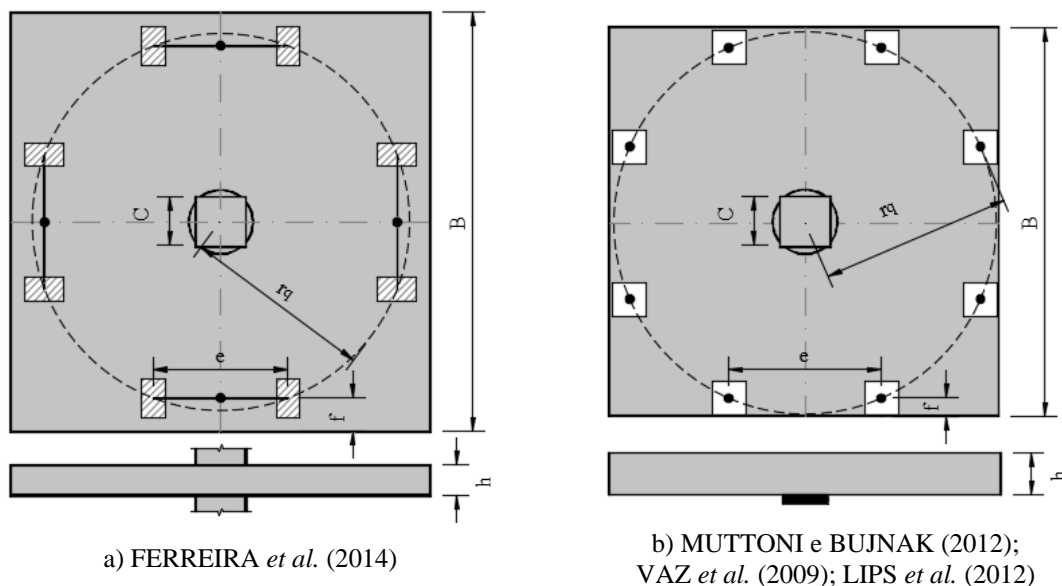
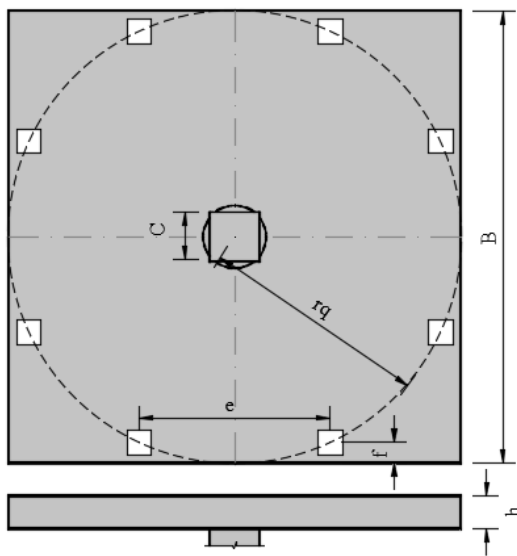
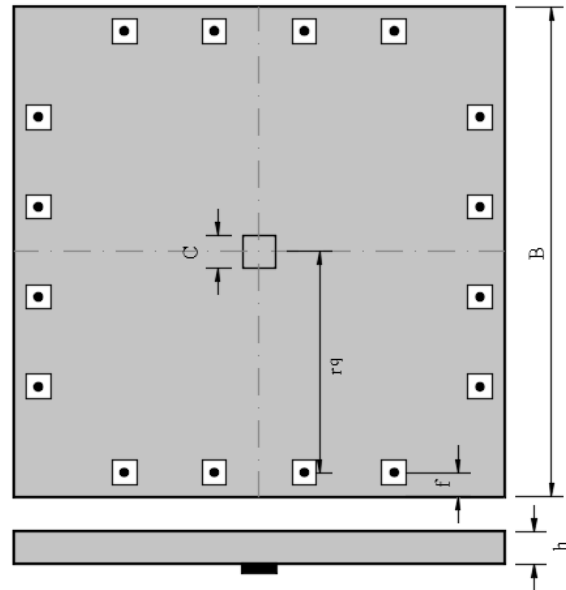


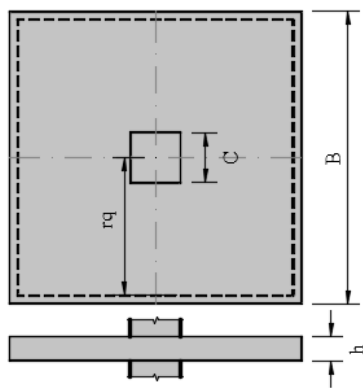
Figura 3.2 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento (continuação)



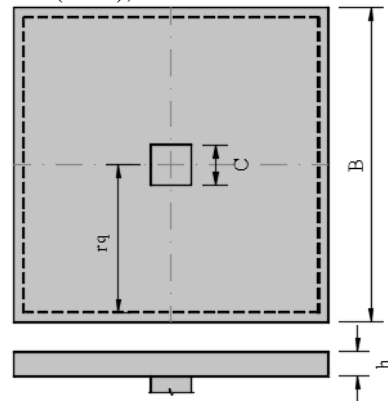
a) REGAN (2009); HEINZMANN *et al.* (2012); KOCH (1990)



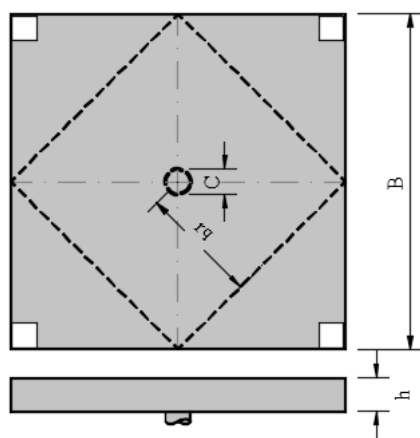
b) TRAUTWEIN (2001); GOMES E REGAN (1999); TRAUTWEIN *et al.* (2011); GOMES e ANDRADE (2000); REGAN e SAMADIAN (2001);



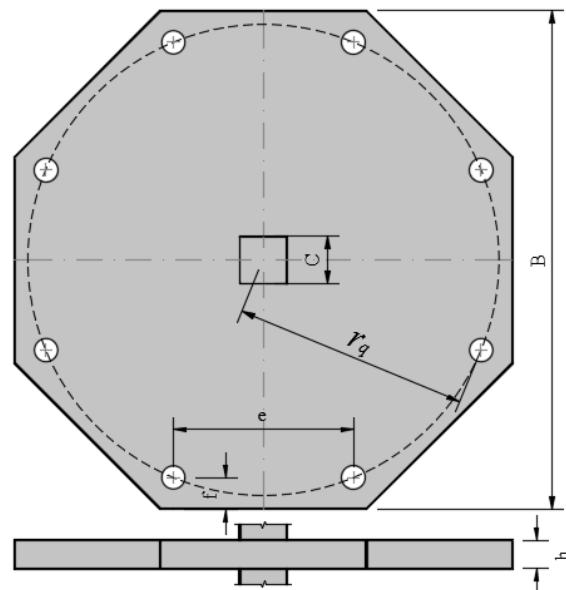
c) SEIBLE *et al.* (1980); STEIN *et al.* (2007); MOKHTAR *et al.* (1985)



d) MARZOUK E JIANG (1997)

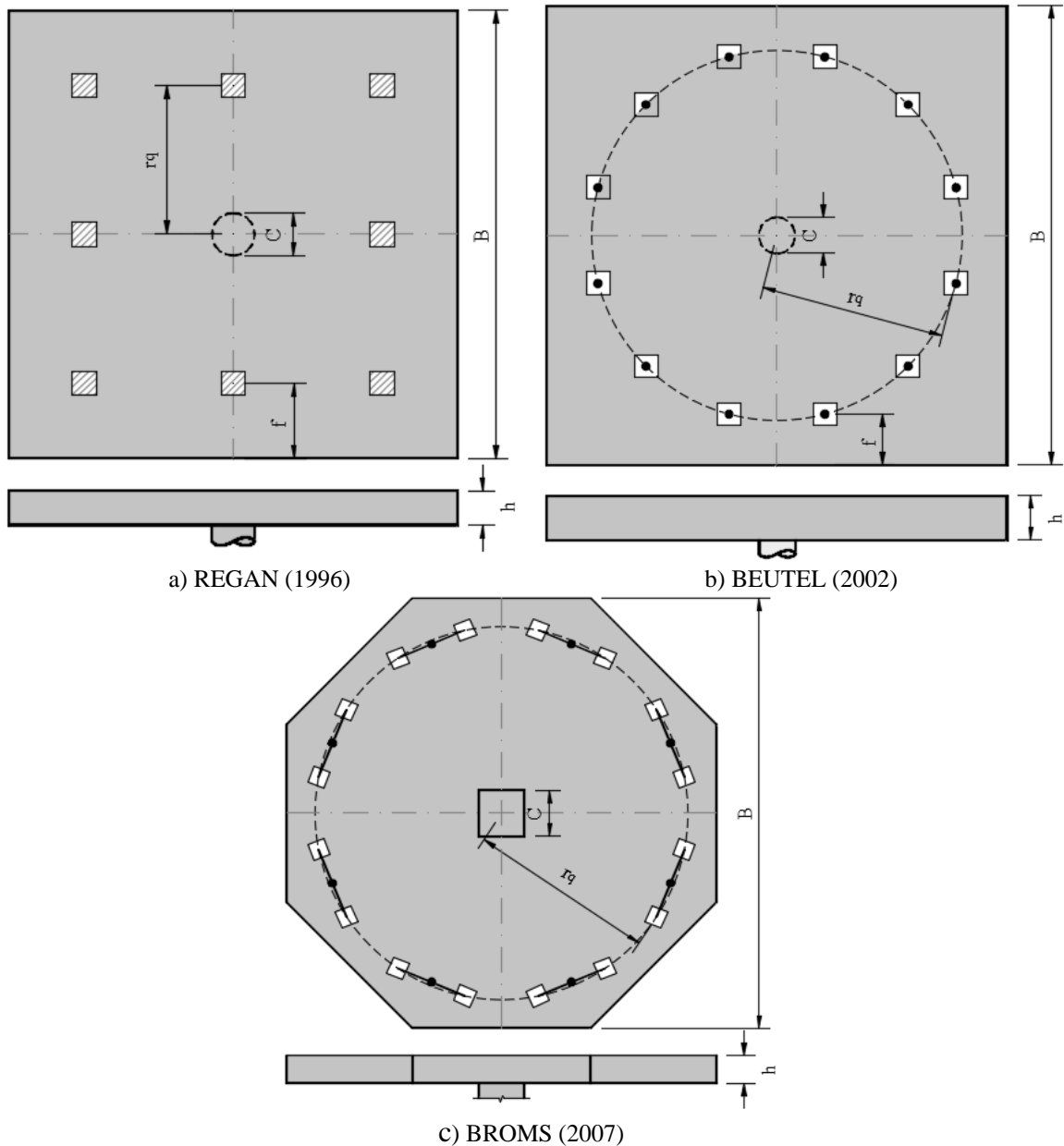


e) REGAN (1999)



f) BIRKLE (2004)

Figura 3.3 – Geometria das lajes com armadura de cisalhamento (continuação)



Na Tabela 3.4 são apresentadas as características das lajes com armaduras de cisalhamento, onde indica-se o número de lajes por autor; a maior dimensão da laje (B); a variação do raio de inflexão dos momentos (r_q); a relação u_0/d para representar as proporções do pilar em relação as dimensões da laje, onde u_0 é o perímetro do pilar e d é altura útil; a seção dos pilares, onde lajes com pilares circulares são representados com C e para lajes com pilares quadrados S; a taxa de armadura de flexão tracionada das lajes (ρ); a resistência a compressão do concreto (f_c); o diâmetro máximo do agregado graúdo (d_g); a tensão de escoamento das armaduras de flexão (f_{ys}); e o módulo de elasticidade das armaduras de flexão (E_s).

Tabela 3.4 – Resumo das características das lajes do banco de dados armadas à punção.

Autor	Nº de Lajes	B (mm)	r_q (mm)	u_0/d (mm)	Seção	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_g (mm)	f_{ys} (MPa)	E_s (GPa)
SEIBLE <i>et al.</i> (1980)	4	1800	850	10,25	S	121	1,1	33,6	16	450	210
MOKHTAR <i>et al.</i> (1985)	8	1900	900	8,6	S	116	1,4	23,0 – 41,0	16	516	210
KOCH (1990)	3	2600	1080	4,2	C	237	2,0	44,0	19	550	210
REGAN (1996)	3	2750	1207	4,5 – 4,9	C	151 – 165	1,6 – 1,8	31,0 – 35,0	20	500	210
MARZOUK e JIANG (1997)	3	1950	925	8,3	S	120	1,1	60,0 – 67,0	16	490	210
GOMES e REGAN (1999)	12	3000	1445	5,0 – 5,2	S	153 – 159	1,3	32,1 – 41,1	16	670	185
REGAN (1999)	2	1400	700	3,0	C	160	1,3	49,3 – 54,8	19	559	210
GOMES e ANDRADE (2000)	6	3000	1350	4,9 – 5,2	S	154 – 164	1,3 – 1,4	34,2 – 42,4	19	538	210
REGAN e SAMADIAN (2001)	10	3000	1445	5,0 – 8,3	S	160 – 240	0,7 – 1,6	25,3 – 51,4	20	670	210
TRAUTWEIN (2001)	3	3000	1350	4,9 – 5,2	S	154 – 164	1,3	35,8 – 43,4	19	560	228
BEUTEL (2002)	10	2980	1200	1,8 – 3,3	C	250 – 350	0,5 – 1,3	23,2 – 37,3	16	889	197
BIRKLE (2004)	12	1119 - 3170	1000 – 1900	5,4 – 8,1	S	124 – 260	1,1 – 1,5	29,0 – 38,0	16	488 – 531	195 – 200
BROMS (2007)	2	2800	1215	8,0 – 8,5	S	141 – 151	1,2 – 1,3	38,4 – 38,8	16	520	210
STEIN <i>et al.</i> (2007)	3	1900	900	8,5	S	118	0,5 – 1,0	25,7 – 29,7	16	457	210
REGAN (2009)	6	2750	1378	4,6 – 8,0	C e S	150 – 164	0,8 – 1,8	25,6 – 61,6	16	500	210
VAZ <i>et al.</i> (2009)	9	1800	825	5,1 – 5,7	C	83 – 92	1,4	38,7 – 39,0	16	555 – 673	210
TRAUTWEIN <i>et al.</i> (2011)	11	3000	1350	5,0 – 5,2	S	154 – 161	1,3	35,4 – 44,4	19	559	210
HEINZMANN <i>et al.</i> (2012)	3	4100	1800	4,3	C	294	1,2	33,4 – 42,1	32	505	206
LIPS <i>et al.</i> (2012)	12	3000	1380	2,3 – 10,5	S	193 – 353	1,5 – 1,6	30,5 – 36,6	16	557	210
MUTTONI e BUJNAK (2012)	6	1700 a 3900	765 – 1926	4,9 – 5,3	S	136 – 330	1,5 – 1,6	26,4 – 54,8	16	500	200
FERREIRA <i>et al.</i> (2014)	12	2500	1123,6	5,9 – 10,0	C e S	140 – 145	1,5 – 2,0	47,0 – 50,5	9,5	540	213

Na Tabela 3.5 são apresentadas informações relacionadas com as armaduras de cisalhamento das lajes do banco de dados, indicando-se a área de aço por perímetro de armaduras (A_{sw} / Perímetro); o tipo de armadura de cisalhamento utilizado, classificadas em “*double headed studs*” (“*DH Stud*”), “*stud rails*”, “*stud*” internos e seções “*I*”; informações sobre o tipo de

barra usado para os conectores, classificados em lisas ou alta aderência; informações do arranjo dessas armaduras; número de camadas; distância da primeira camada de armaduras a face do pilar (s_0); espaçamento radial entre as camadas de armaduras (s_r); tensão de escoamento (f_{ysw}); e módulo de elasticidade (E_{sw}) das armaduras de cisalhamento. Também são apresentados os modos de ruptura informados pelos autores, onde IN refere-se a ruptura na região das armaduras, OUT indica a ruptura fora da região das armaduras, MAX está relacionado com a ruptura ocorrendo por esmagamento do concreto, FLEX refere-se ruptura por flexão e DL para casos de ruptura por delaminação.

Tabela 3.5 – Resumo das características das armaduras das lajes armadas à punção.

Autor	A_{sw} / Perímetro (mm ²)	Tipo de Armadura	Tipo de Barra	Arranjo	Nº de Camadas	s_0 (mm)	s_r (mm)	f_{ysw} (MPa)	E_{sw} (GPa)	Modo de Ruptura
SEIBLE <i>et al.</i> (1980)	515 – 1029	Seção “I” e “Stud Rail”	Liso	Cruz	2 – 4	29 – 60,5	50,8 – 121	350 – 500	210	OUT
MOKHTAR <i>et al.</i> (1985)	851	“Stud Rail”	Liso	Cruz	5 – 8	58	87	278 – 489	210	IN e OUT
KOCH (1990)	3770	“Stud Rail”	Liso	Radial	4 – 5	60	140	550	210	OUT
REGAN (1996)	785	“DH Stud”	Alta ader.	Radial	5	35	100	500	210	OUT
MARZOUK e JIANG (1997)	1203 – 2121	“DH Stud” e “Stud Rail”	Liso	Cruz	3 – 4	60	90	490	210	IN e FLEX
GOMES e REGAN (1999)	226 – 905	Seção “I”	Liso	Radial e Cruz	2 – 9	80	80	430	210	IN e OUT
REGAN (1999)	3420	Seção “I”	Liso	Radial	3	80	80	430	210	IN
GOMES e ANDRADE (2000)	628 – 982	“Stud” Interno	Alta aderência	Radial	6 – 20	40 – 80	40 – 80	602 – 678	210	IN, MAX e DL
REGAN e SAMADIAN (2001)	628 – 1847	“DH Stud” e “Stud Rail”	Alta aderência e Liso	Radial	4 – 6	70 – 90	60 – 140	350 – 519	210	IN, OUT e FLEX
TRAUTWEIN (2001)	628 – 1608	“Stud” Interno	Alta aderência	Radial	11	35	60	350 – 577	210	IN e MAX
BEUTEL (2002)	1608 – 2413	“DH Stud”	Alta aderência	Radial	3 – 5	88 – 131	175 – 263	540 – 580	210	MAX
BIRKLE (2004)	567 – 1013	“DH Stud”	Liso	Radial e Cruz	5 – 7	30 – 95	60 – 195	393 – 465	210	IN e OUT
BROMS (2007)	1357	“DH Stud”	Alta aderência	Radial e Cruz	6 – 9	60	75 – 110	500	210	IN
STEIN <i>et al.</i> (2007)	567	“Stud Rail”	Liso	Cruz	6	45	57	457	210	IN e OUT
REGAN (2009)	628 – 1357	“DH Stud”	Alta aderência	Radial	4 – 6	60 – 80	120	500	210	IN e OUT
VAZ <i>et al.</i> (2009)	69 – 157	“Stud Rail”	Alta aderência	Radial e Cruz	2 – 4	42	42	624 – 708	210	IN e OUT
TRAUTWEIN <i>et al.</i> (2011)	157 – 942	“Stud” Interno	Alta aderência	Radial	5 – 11	35 – 80	60 – 80	575 – 674	210	IN e OUT
HEINZMANN <i>et al.</i> (2012)	–	“DH Stud”	Alta aderência	Grade	3 – 9	20	150	505	210	OUT e MAX
LIPS <i>et al.</i> (2012)	628 – 6082	“DH Stud”	Alta aderência	Radial	5 – 7	80 – 130	160 – 260	516 – 592	210	IN, MAX e FLEX
MUTTONI e BUJNAK (2012)	2413	“DH Stud”	Alta aderência	Radial	4 – 8	80	150	550	210	MAX
FERREIRA <i>et al.</i> (2014)	785 – 1473	“DH Stud”	Alta aderência	Radial e Cruz	2 – 7	55 – 70	80 – 100	530 – 573	210	IN e OUT

3.2. Metodologia de Cálculo

3.2.1. Metodologia de Cálculo para Lajes Lisas sem Armaduras de Cisalhamento

Para o tratamento das 118 lajes filtradas no banco de dados sem armadura de cisalhamento foi necessário a verificação da resistência à punção segundo as recomendações do ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2014), ETA 12/0454 (2012) e pelo nível 2 de aproximação do *fib* Model Code 2010 (2013). A Tabela 3.6 apresenta um resumo das recomendações utilizadas.

Tabela 3.6 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas.

Recomendações	Equações
ACI 318 (2014)	$V_{Rc,ACI} = \min \begin{cases} 0,083 \cdot 40 \cdot d / u_1 + 2 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,17 \cdot 1 + 2/a/b \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \\ 0,33 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \end{cases}$ <p>Onde: u_1 é definido conforme a Figura 2.22</p>
Eurocode 2 (2004)	$V_{Rc,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d$ <p>Onde: $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$; $\rho \leq 0,02$ e u_1 é definido conforme a Figura 2.24</p>
NBR 6118 (2014)	$V_{Rc,NBR} = 0,182 \cdot 1 + \sqrt{200/d} \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d$ <p>Onde: u_1 é definido conforme a Figura 2.24</p>
ETA 12/0454 (2012)	$V_{Rc,ETA} = C_R \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_1 \cdot d$ <p>Onde: $C_R = \begin{cases} 0,18 \rightarrow u_0/d \geq 4 \\ 0,18 \cdot 0,1 \cdot u_0/d + 0,6 \geq 0,15 \rightarrow u_0/d < 4 \end{cases}$; $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$; $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq \min \begin{cases} 0,02 \\ 0,5 \cdot f_c / f_{ys} \end{cases}$ e u_1 é definido conforme a Figura 2.24</p>
<i>fib</i> Model Code 2010 (2013), lv II	$V_{Rc,MC10II} = k_\psi \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d$ <p>Onde: $k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi_{II} \cdot d} \leq 0,6$; $k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$; $\psi_{II} = 1,5 \cdot \frac{r_q}{d} \cdot \frac{f_{ys}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_S}{m_R} \right)^{3/2}$; $m_S = V/8$; $m_R = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot f_{ys} / f_c$ e u_1 é definido conforme a Figura 2.29</p>
Obs:	f_c é a resistência a compressão do concreto e d é a altura útil da laje em mm; u_0 é o perímetro do pilar; a é a maior dimensão do pilar e b a menor; d_g é o diâmetro máximo do agregado e V é a carga solicitante na laje.

3.2.2. Metodologia de Cálculo para Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento

Para o tratamento das lajes armadas ao cisalhamento, além das recomendações utilizadas para as lajes sem armadura de cisalhamento, foram utilizadas as recomendações do AC Eurocode 2 (2010), UK NA (2004), DIN NA (2011) e EHE (2008), que apresentam divergências na previsão da carga de ruptura da biela em relação ao Eurocode (2004) e uma proposta de alteração na previsão do esmagamento da biela ao ETA 12/0454 (2012) proposta por MUTTONI e BUJNAK (2012). As Tabelas 3.7 a 3.9 apresentam um resumo das recomendações utilizadas na análise das lajes armadas a punção.

Tabela 3.7 – Resumo de equações para estimativa da resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento.

Recomendações	Equações
ACI 318 (2014)	$V_{R,ACI} = \min \begin{cases} V_{Rcs,ACI} = \eta_c \cdot V_{Rc,ACI} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot d/s_r \\ V_{Rout,ACI} = 0,17 \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rmax,ACI} = k_{sys} \cdot V_{Rc,ACI} \end{cases}$ <p>Onde:</p> $f_{yw,ef} = f_{yw} \leq 420MPa; \eta_c = \begin{cases} 0,50 \rightarrow estribos \\ 0,75 \rightarrow conectores \end{cases};$ $k_{sys} \begin{cases} 1,5 \rightarrow estribos \\ 2,0 \rightarrow conectores \end{cases}; u_{out} \text{ é definido conforme a Figura 2.23}$
Eurocode 2 (2004)	$V_{R,EC2-04} = \min \begin{cases} V_{Rcs,EC2} = 0,75 \cdot V_{Rc,EC2} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot 1,5 \cdot d/s_r \\ V_{Rout,EC2} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rmax,EC2-04} = 0,3 \cdot f_c \cdot (1 - f_c/250) \cdot u_0 \cdot d \end{cases}$ <p>Onde:</p> $f_{yw,ef} = 1,15 \cdot 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{yw}; k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2; u_{out} \text{ é definido conforme a Figura 2.25 e } \rho \leq 0,02$
AC Eurocode 2 (2010)	$V_{R,EC2-10} = \min \begin{cases} V_{Rcs,EC2} \\ V_{Rout,EC2} \\ V_{Rmax,EC2-10} = 0,24 \cdot f_c \cdot (1 - f_c/250) \cdot u_0 \cdot d \end{cases}$
UK NA (2004)	$V_{R,UK} = \min \begin{cases} V_{Rcs,EC2} \\ V_{Rout,EC2} \\ V_{Rmax,UK} = V_{Rmax,EC2-10} \leq 2 \cdot V_{Rc,EC2} \end{cases}$
<p>Obs:</p> <p>f_c é a resistência a compressão do concreto e d é a altura útil da laje em mm; u_0 é o perímetro do pilar; A_{sw} é a área de aço por perímetro de armaduras; f_{yw} é a tensão de escoamento das armaduras de cisalhamento.</p>	

Tabela 3.8 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas. (continuação)

Recomendações	Equações
DIN NA (2011)	$V_{R,DIN} = \min \begin{cases} V_{Rcs,EC2} \\ V_{Rout,EC2} \\ V_{Rmax,DIN} = k_{sys} \cdot V_{Rc,EC2} \end{cases}$ <p>Onde:</p> $k_{sys} = \begin{cases} 1,4 \rightarrow \text{estribos} \\ 1,8 \rightarrow \text{conectores} \end{cases}$
EHE (2008)	$V_{R,EHE} = \min \begin{cases} V_{Rcs,EHE} = 0,75 \cdot V_{Rc,EC2} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot 1,5 \cdot d/s_r \\ V_{Rout,EHE} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rmax,EHE} = 0,5 \cdot \nu \cdot f_c \cdot u_0 \cdot d \end{cases}$ <p>Onde:</p> $f_{yw,ef} = f_{yw} \leq 460MPa; k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2; u_{out} \text{ é definido conforme a Figura 2.25; } \rho \leq 0,02 \text{ e } \nu = \begin{cases} 0,6 \rightarrow f_c \leq 60MPa \\ 0,9 - f_c/200 \geq 0,5 \rightarrow f_c > 60MPa \end{cases}$
NBR 6118 (2014)	$V_{R,NBR} = \min \begin{cases} V_{Rcs,NBR} = 0,75 \cdot V_{Rc,NBR} + A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot 1,5 \cdot d/s_r \\ V_{Rout,NBR} = 0,182 \cdot 1 + \sqrt{200/d} \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rmax,NBR} = 0,324 \cdot f_c \cdot 1 - f_c/250 \cdot u_0 \cdot d \end{cases}$ <p>Onde:</p> $f_{yw,ef} = f_{yw} \begin{cases} \leq 345MPa \rightarrow \text{conectores} \\ \leq 287,5MPa \rightarrow \text{estribos} \end{cases} \text{ e } u_{out} \text{ é definido conforme a Figura 2.26}$
ETA 12/0454 (2012)	$V_{R,ETA} = \min \begin{cases} V_{Rcs,ETA} = A_{sw} \cdot m_c \cdot f_{yw} \\ V_{Rout,ETA} = 0,18 \cdot k \cdot 100 \cdot \rho \cdot f_c^{1/3} \cdot u_{out} \cdot d \\ V_{Rmax,ETA} = 1,96 \cdot V_{Rc,ETA} \end{cases}$ <p>Onde:</p> $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2 \text{ e } \rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq \min \begin{cases} 0,02 \\ 0,5 \cdot f_c/f_{ys} \end{cases} \text{ e } u_{out} \text{ é definido conforme a Figura 2.27}$
Adaptação ao ETA 12/0454 (2012)	$V_{R,ETA*} = \min \begin{cases} V_{Rcs,ETA} \\ V_{Rout,ETA} \\ V_{Rmax,M\&B} = 1,96 \cdot V_{Rc,ETA} \cdot 5d/r_q^{1/3} \end{cases}$
<p>Obs:</p> <p>f_c é a resistência a compressão do concreto e d é a altura útil da laje em mm; u_0 é o perímetro do pilar; A_{sw} é a área de aço por perímetro de armaduras; f_{yw} é a tensão de escoamento das armaduras de cisalhamento; m_c é o número de camadas dentro da área de influência e r_q é o raio de carga das lajes.</p>	

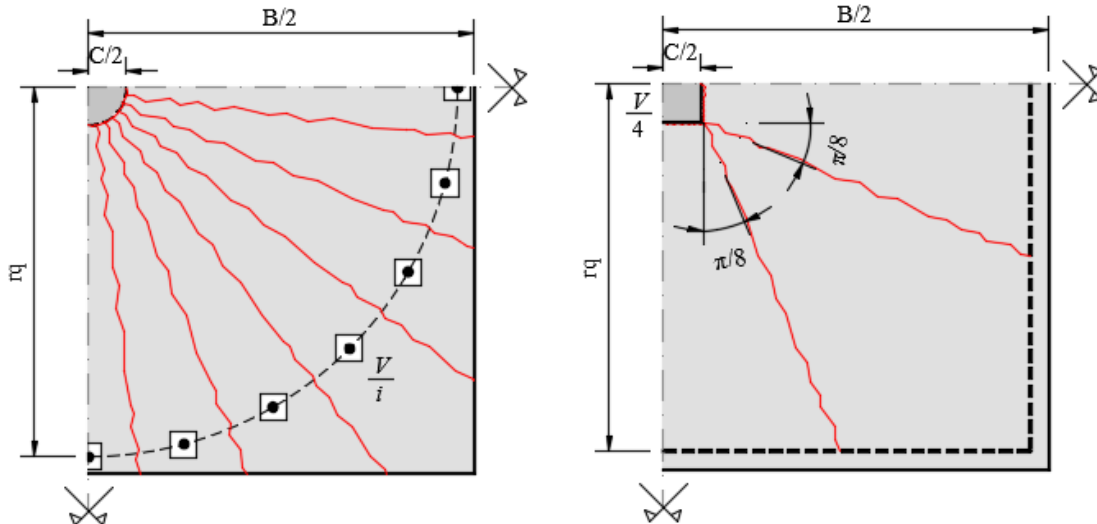
Tabela 3.9 – Resumo das estimativas da resistência à punção sem armadura de cisalhamento das normas analisadas. (continuação)

Recomendações	Equações
<p><i>fib</i> Model Code 2010 (2013) lv II</p>	$V_{R,MC10II} = \min \begin{cases} V_{Rcs,MC10II} = V_{Rc,MC10II} + A_{sw} \cdot m_c \cdot \sigma_{sw} \\ V_{Rout,MC10II} = k_{\psi} \cdot \sqrt{f_c} \cdot u_{out} \cdot d_{out} \\ V_{Rmax,MC10II} = k_{sys} \cdot V_{Rc,MC10II} \leq \sqrt{f_c} \cdot u_1 \cdot d \end{cases}$ <p>Onde:</p> $\sigma_{sw} = \frac{E_s \cdot \psi_{II}}{6} \cdot \left(1 + \frac{f_b}{f_{yw}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{yw}; f_b = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \sqrt{f_c / 25};$ $\eta_1 = \begin{cases} 1,75 \rightarrow \text{barras rugosas} \\ 1,40 \rightarrow \text{barras coladas} \\ 0,90 \rightarrow \text{barras lisas} \end{cases}; \eta_2 = \begin{cases} 1,20 \rightarrow f_{yw} = 400MPa \\ 1,00 \rightarrow f_{yw} = 500MPa \\ 0,85 \rightarrow f_{yw} = 600MPa; u_{out} \text{ e } d_{out} \text{ são} \\ 0,75 \rightarrow f_{yw} = 700MPa \\ 0,68 \rightarrow f_{yw} = 800MPa \end{cases}$ <p>definidos conforme a Figura 2.29 e $k_{sys} = \begin{cases} 2,8 \rightarrow \text{conectores} \\ 2,4 \rightarrow \text{estribos e barras dobradas} \\ 2,0 \rightarrow \text{outros} \end{cases}$</p>
<p>Obs: f_c é a resistência a compressão do concreto e d é a altura útil da laje em mm; u_0 é o perímetro do pilar; A_{sw} é a área de aço por perímetro de armaduras; E_s é o módulo de elasticidade das armaduras de flexão; f_{yw} é a tensão de escoamento das armaduras de cisalhamento; m_c é o número de camadas dentro da área de influência.</p>	

Adicionalmente aos cálculos para verificar a resistência à punção, foi verificada a resistência à flexão de todas as lajes com armadura de cisalhamento do banco de dados conforme as linhas de ruptura de KOPPITZ *et al.* (2014) apresentadas na Figura 3.4, com exceção das lajes de BIRKLE (2004) que foi utilizada as cargas de flexão previstas pelo autor. Para os autores KOCH (1990), BEUTEL (2002), VAZ *et al.* (2009) e HEINZMANN *et al.* (2012) foi utilizada a linha de ruptura da Figura 3.4a, e a resistência à flexão pode ser calculada conforme a Equação 3.1. Para os autores SIEBLE *et al.* (1980), MOKHTAR *et al.* (1985), REGAN (1996), MARZOUK e JIANG (1997), REGAN (1999), GOMES e ANDRADE (2000), TRAUTWEIN (2001), STEIN *et al.* (2007) e TRAUTWEIN *et al.* (2011) foi utilizada a linha de ruptura da Figura 3.4b e pode ser calculada conforme a Equação 3.2. As lajes dos autores GOMES e REGAN (1999), REGAN e SAMADIAN (2001), REGAN (2009), LIPS *et al.* (2012) e FERREIRA *et al.* (2014) foram calculadas conforme a linha de ruptura da Figura 3.4c e as Equação 3.3 e 3.4. Por fim, as lajes de BROMS (2007) foram

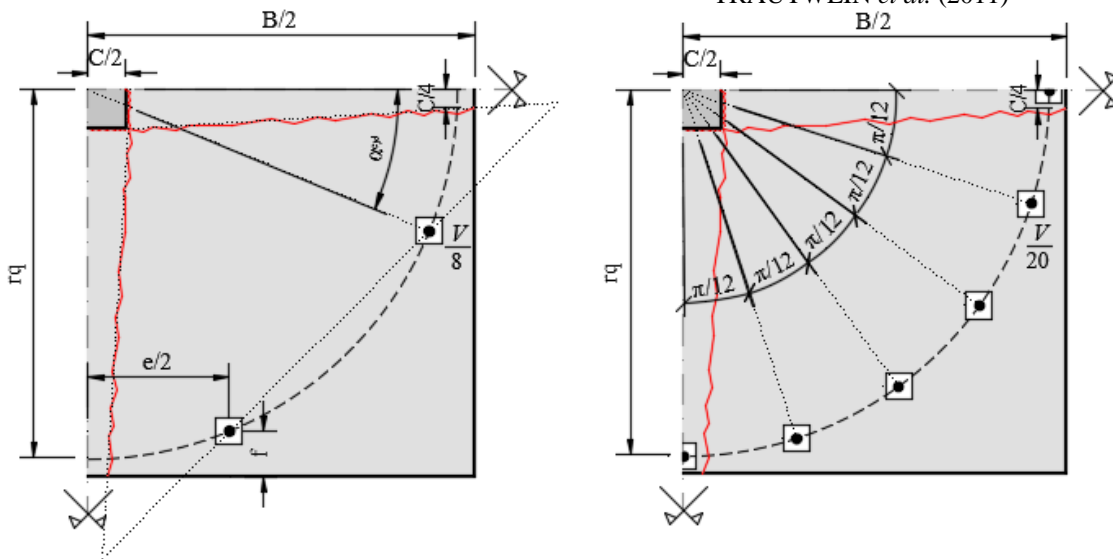
calculadas conforme a linha de ruptura da Figura 3.4d e segundo a Equação 3.5. Para todas as lajes o momento resistente foi calculado conforme a Equação 3.6.

Figura 3.4 – Linhas de ruptura utilizadas para estimar a resistência a flexão das lajes do banco de dados (adaptado de KOPPITZ *et al.* 2014)



a) Linhas de ruptura aplicada em KOCH (1990), BEUTEL (2002), VAZ *et al.* (2009) e HEINZMANN *et al.* (2012)

b) Linhas de ruptura aplicada em SIEBLE *et al.* (1980), MOKHTAR *et al.* (1985), REGAN (1996), MARZOUK e JIANG (1997), REGAN (1999), GOMES e ANDRADE (2000), TRAUTWEIN (2001), STEIN *et al.* (2007) e TRAUTWEIN *et al.* (2011)



c) Linhas de ruptura aplicada em GOMES e REGAN (1999), REGAN e SAMADIAN (2001), REGAN (2009), LIPS *et al.* (2012) e FERREIRA *et al.* (2014).

d) Linhas de ruptura aplicada em BROMS (2007)

$$V_{Rflex} = M_R \cdot \frac{8}{r_q - C/2} \cdot \frac{B}{2} \cdot \ln \sqrt{2} + 1$$

Equação 3.1

$$V_{Rflex} = M_R \cdot \frac{16}{2 \cdot r_q - C} \cdot \left[\frac{C}{2} + \frac{B-C}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 1 \right] \quad \text{Equação 3.2}$$

$$V_{Rflex} = M_R \cdot \frac{4}{B-C} \cdot \frac{B^2 - B \cdot C - C/2^2}{r_q \cdot \cos \alpha_{cyl} + \sin \alpha_{cyl} - C} \quad \text{Equação 3.3}$$

$$\alpha_{cyl} = \arctan \left(\frac{e}{B - 2 \cdot f} \right) \quad \text{Equação 3.4}$$

$$V_{Rflex} = M_R \cdot \frac{20}{B-C} \cdot \frac{B^2 - B \cdot C - C/2^2}{r_q \cdot 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} - 5 \cdot C} \quad \text{Equação 3.5}$$

$$M_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{sy} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_{sy}}{2 \cdot f_c} \right) \quad \text{Equação 3.6}$$

3.3. Metodologia de Análise dos Resultados

A análise dos resultados foi feita em duas etapas, separando as lajes em grupo sem e com armaduras de cisalhamento. Para todos os grupos foram realizadas análises comparativas dos resultados da razão da carga de ruptura experimental com a teórica ($V_u/V_{R,teo}$), comparando parâmetros estatísticos como média dos resultados, desvio padrão, coeficiente de variação e a porcentagem de resultados contra a segurança ($V_u/V_{R,teo} < 1$). Paralelamente, foram realizadas análises gráficas da distribuição de $V_u/V_{R,teo}$, apresentando a tendência da média dos resultados, com seus coeficientes de correlação (R^2), comparando com retas que sugerem o resultado ideal ($V_u = V_{R,teo}$). Também são apresentados diagramas de caixa para observar a dispersão de todos os pontos de dados, mostrando os resultados de máximo e mínimo nas extremidades dos “bigodes”, a maior probabilidade de ocorrência dos resultados na “caixa” central e a mediana na linha central da caixa.

Por fim, as recomendações foram avaliadas pelo critério “*Demerit Points Classifications*” (DPC) de COLLINS (2001). Ele propõe uma classificação para diferentes modos de dimensionamento considerando segurança, precisão e economia. Essa classificação é feita por meio de uma escala de demérito para valores de $V_u/V_{R,teo}$ apresentada na Tabela 3.10. A penalidade das recomendações é calculada a partir da soma dos produtos de $V_u/V_{R,teo}$ pelo seu escore correspondente. Quanto maior a soma das penalidades, pior é a recomendação normativa.

Tabela 3.10 – Escala de demérito do critério DPC

$V_u/V_{R,teo}$	Classificação	Penalidade
$< 0,50$	Extremamente Perigoso	10
$[0,50 - 0,65[$	Perigoso	5
$[0,65 - 0,85[$	Baixa Segurança	2
$[0,85 - 1,15[$	Segurança Adequada	0
$[1,15 - 2,00[$	Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente Conservador	2

3.3.1. Análise das Lajes Lisas sem Armaduras de Cisalhamento

Adicionalmente as análises padrões para o banco de dados sem armaduras de cisalhamento, foram feitas análises para verificar a influência de diversos parâmetros que influenciam na resistência à punção na relação $V_u/V_{R,teo}$. Os parâmetros analisados foram a resistência a compressão do concreto (f_c), taxa de armadura de flexão (ρ), altura útil (d) e a razão do perímetro do pilar pela altura útil (u_0/d) para representar as dimensões do pilar, considerando a escala do pilar e ignorando a geometria do mesmo.

As análises complementares se deram em duas formas. A primeira foi por um gráfico de dispersão observando a distribuição dos resultados com a variação dos parâmetros, confrontados por uma linha cheia considerando o limite de resistência ($V_u/V_{R,teo} = 1$) e uma tracejada representando o limite de segurança ($V_u/V_{Rd,teo} = 1/\gamma$), onde para ABNT NBR 6118 (2014) $\gamma=1,4$, para o ACI 318 (2014) $\gamma=1,33$ e para as demais recomendações $\gamma=1,5$.

A segunda análise separou as lajes em grupos de resultados mostrando os resultados em três classes para cada parâmetro, apresentando resultados de média, máximo, mínimo, desvio padrão e coeficiente de variação por classe. As classes para f_c foram divididas em entre 20 MPa e 50 MPa; entre 50 MPa e 90 MPa; e maiores que 90 MPa. As classes de ρ foram divididas em menores que 0,6%; entre 0,6% e 2,0%; e maiores que 2,0%. As classes de d foram divididas em menores que 100 mm; entre 100 mm e 200 mm; e maiores que 200 mm. Por fim, as classes de u_0/d foram divididas em menores que 4; entre 4 e 8; e maiores que 8.

3.3.2. Análise das Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento

Além das análises básicas, para as lajes com armaduras de cisalhamento foram realizadas análises comparativas em relação ao número de previsões do modo de ruptura para cada recomendação, comparando com o número de ocorrências experimentais. Para observar de modo mais específico a precisão das normas quanto a previsão do modo de ruptura, as lajes

desse banco de dados foram separadas por modo de ruptura (IN, OUT e MAX) e comparou-se a porcentagem de previsão de cada modo de ruptura.

Após as lajes terem sido separadas por modo de ruptura foram realizadas as análises estatísticas, análises de dispersão e classificação pelo critério de COLLINS (2001) para avaliar especificamente a previsão das recomendações para cada modo de ruptura. Posteriormente análises adicionais envolvendo parâmetros que influenciam em cada modo de ruptura foram realizadas para avaliar suas influências em $V_u/V_{R,teo}$.

Para a ruptura interna os parâmetros avaliados foram o tipo de armadura de cisalhamento e a razão da estimativa da parcela de resistência da armadura pela parcela resistente do concreto. A avaliação do tipo de armadura foi feita observando o incremento de resistência teórico em gráficos com $V_u/V_{Rc,teo}$ em função de $V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$. Outro parâmetro avaliado é $V_{R.s,teo}/V_{Rc,teo}$ para considerar a força resistida pelas armaduras de cisalhamento através de gráficos de dispersão observando a distribuição dos resultados de $V_u/V_{Rcs,teo}$ em função de $V_{R.s,teo}/V_{Rc,teo}$.

Na avaliação da ruptura externa à região das armaduras, adicionalmente às outras análises, foram avaliadas por gráficos de dispersão a influência dos parâmetros s/d , para representar a influência do espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento em $V_u/V_{Rout,teo}$, e $u_{out,eff}/u_1$ para levar em consideração o acréscimo efetivo da seção de corte com o aumento do número de camadas de armaduras.

Por fim para as lajes com ruptura pelo esmagamento da biela, foram avaliados os parâmetros u_0/d , f_c , ρ e r_q/d para avaliar a influência da esbeltez da laje. A influência desses parâmetros foi avaliada em duas etapas, a primeira observando o efeito da variação dos parâmetros em razão da carga de ruptura das lajes com esmagamento da biela pela carga de ruptura da laje de referência sem armadura de cisalhamento (V_u/V_{ref}). Para as lajes que não apresentavam uma referência direta em sua série de ensaios foi utilizado a previsão da ABNT NBR 6118 (2014) para punção em lajes sem armadura de cisalhamento. A outra análise foi observar a influência dos parâmetros em $V_u/V_{Rmax,teo}$.

4. Avaliação dos Métodos de Dimensionamento

4.1. Lajes sem Armadura de Punção

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.1 e nas Figuras 4.1 a 4.4, é realizada uma avaliação geral das recomendações normativas para o dimensionamento à punção sem armadura de cisalhamento. Na Tabela 4.1 são apresentados resultados de média, coeficiente de variação e percentual de resultados contra a segurança ($V_u/V_{Rc,teo} < 1$). As Figuras 4.1 a 4.3 apresentam de forma gráfica a análise da precisão das recomendações, onde nas Figuras 4.1 e 4.2 observa-se uma comparação da linha de tendência dos resultados com a situação ideal ($V_u = V_{Rc,teo}$) e o coeficiente de correlação dos resultados (R^2). Na Figura 4.3 apresenta-se uma análise de quartil dos resultados através de um diagrama de caixa. Por último, na Figura 4.4 é apresentado de forma gráfica o resultado da avaliação das normas segundo o critério adaptado de COLLINS (2001).

Tabela 4.1 – Análise estatística das lajes sem armadura de punção

Recomendações	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de Variação (%)	Resultados Contra Segurança (%)
ACI	1,32	0,35	26,2	17,8
EC2	1,10	0,18	16,3	28,8
NBR	0,97	0,14	14,2	59,3
ETA	1,12	0,19	16,8	27,1
MC10 (II)	1,27	0,20	15,8	7,6

Figura 4.1 – Análise da precisão dos modelos das lajes sem armadura de punção

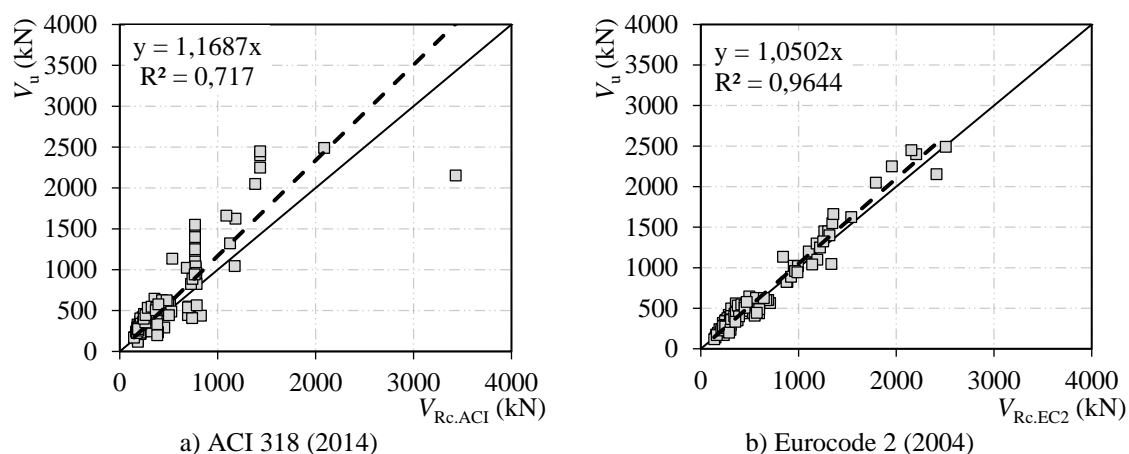


Figura 4.2 – Análise da precisão dos modelos das lajes sem armadura de punção

(Continuação)

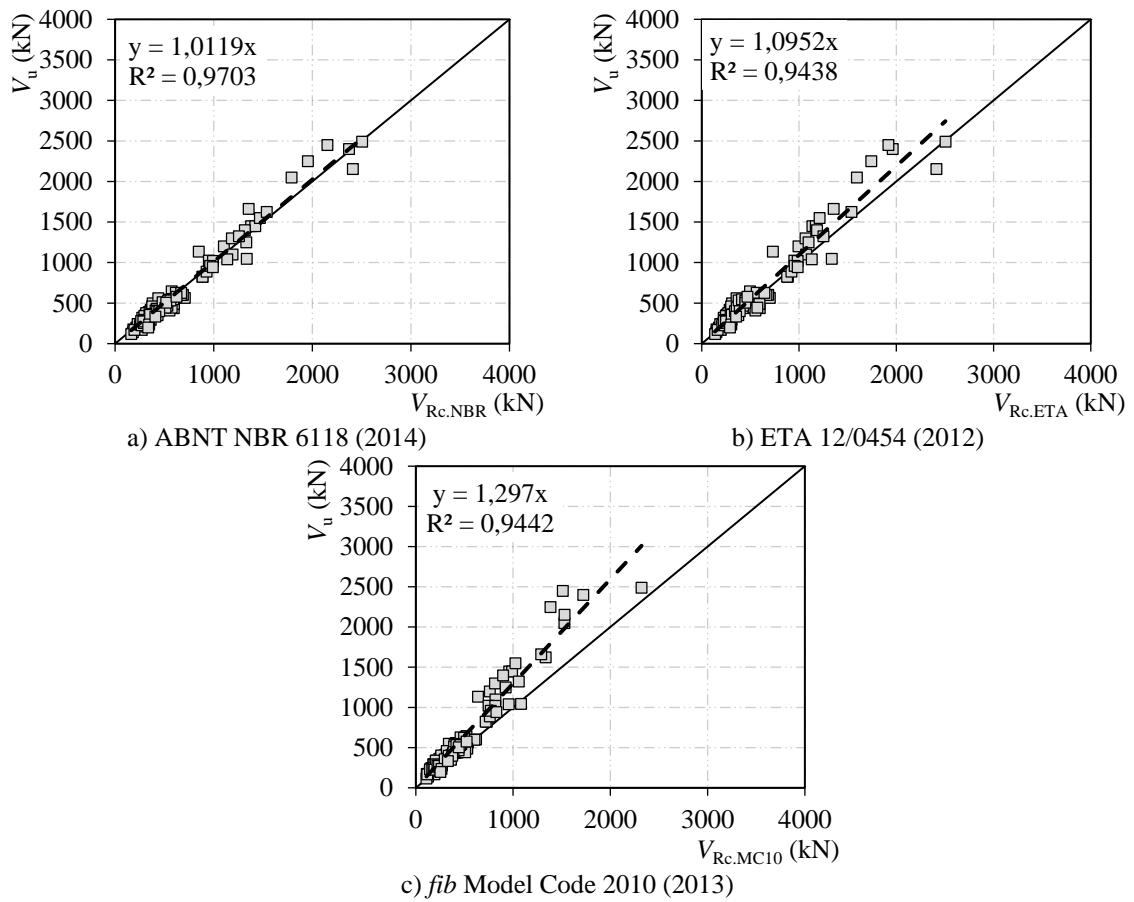


Figura 4.3 – Diagrama de caixa das lajes sem armadura de punção

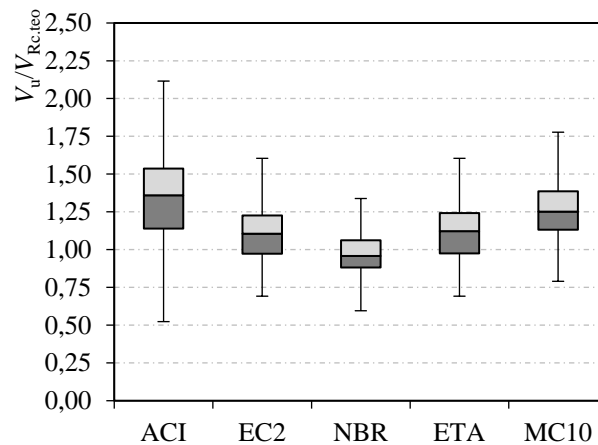
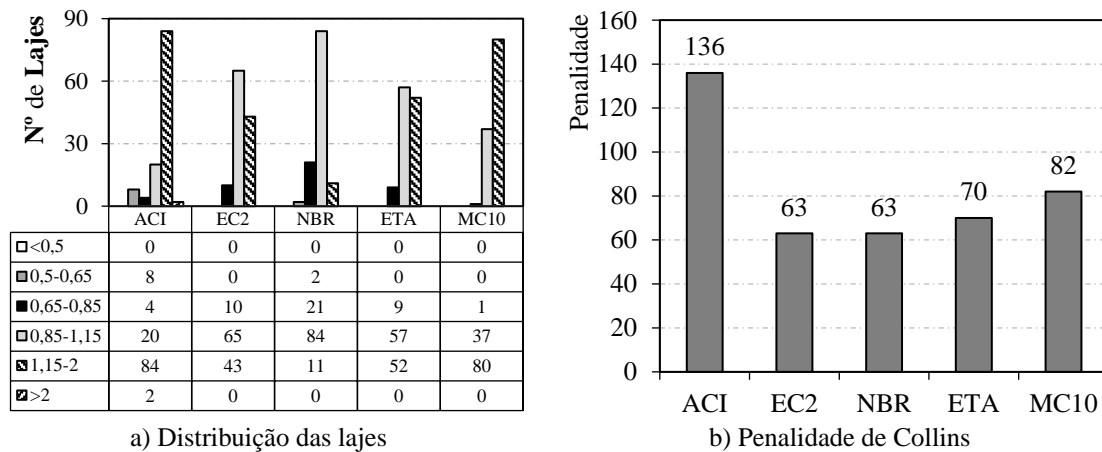


Figura 4.4 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes sem armadura de punção



Quanto à análise de dispersão, o ACI 318 (2014) obteve a pior correlação entre os resultados experimentais e as previsões teóricas, com resultados de coeficiente de variação de 26,2% e R^2 igual a 0,717. É importante comentar que apesar da grande dispersão dos resultados, o ACI 318 (2014) tem o segundo menor percentual de lajes contra segurança, com apenas 17,8% delas com $V_u/V_{Rc,ACI} < 1$. Isto deve-se à sua média elevada (1,32), que mantém a maioria de seus resultados seguros. No entanto, como a maioria dos seus resultados segundo o critério adaptado de COLLINS (2001) são classificados como conservadores, ou ainda nas faixas de baixa segurança e perigosos, o ACI 318 (2014) foi a norma com maior penalização.

As recomendações do Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2014) e ETA 12/0454 (2012), por se basearem no CEB-FIP Model Code 1990 (1993), apresentaram resultados semelhantes de dispersão com coeficiente de variação entre 14,18% a 16,75%, R^2 de 0,944 a 0,970 e média de 0,97 a 1,12. Vale ressaltar que a ABNT NBR 6118 (2014) obteve os melhores resultados de coeficiente de variação, R^2 e média, sendo juntamente com o Eurocode 2 (2004) as normas menos penalizadas pelo DPC. No entanto, merece destaque o elevado percentual de resultados contra a segurança da ABNT NBR 6118 (2014) (59,3%), critério não avaliado na adaptação do DPC uma vez que a maior parte deles foram classificados como segurança apropriada pelo critério adaptado de COLLINS (2001).

Embora o *fib* Model Code 2010 (2013) lv II apresente uma média elevada de 1,27, essa recomendação mostrou resultados de coeficiente de variação e R^2 equivalentes às recomendações baseadas no CEP-FIP Model Code 1990 (1993) e um percentual de resultados contra a segurança apenas 7,6%, o menor dentre as todas as normas avaliadas. Ainda que tenha uma boa correlação com os resultados experimentais, ela foi uma das mais

penalizadas pela DPC, pois, com sua média elevada e sua baixa dispersão, grande parte dos resultados foram classificados como conservadores.

As Figura 4.5 a 4.12 avaliam a influência de parâmetros como a resistência à compressão do concreto (f_c), taxa de armadura de flexão (ρ), altura útil da laje (d) e a proporção do pilar em relação à laje (u_0/d) nas estimativas normativas. Estas análises foram realizadas a partir da distribuição de $V_u/V_{Rc,teo}$ em função destes parâmetros, confrontados por uma linha preta cheia que representa o limite característico de segurança ($V_u = V_{Rc,teo}$) e por uma linha preta tracejada que representa o limite de segurança de cálculo ($V_u = V_{Rcd,teo}$), utilizando os fatores de minoração da resistência de cada norma. Em paralelo são realizadas análises em três faixas de valores para cada parâmetro, onde observa-se a média, máximo, mínimo, desvio padrão e coeficiente de variação dos resultados.

Figura 4.5 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rc,teo}$

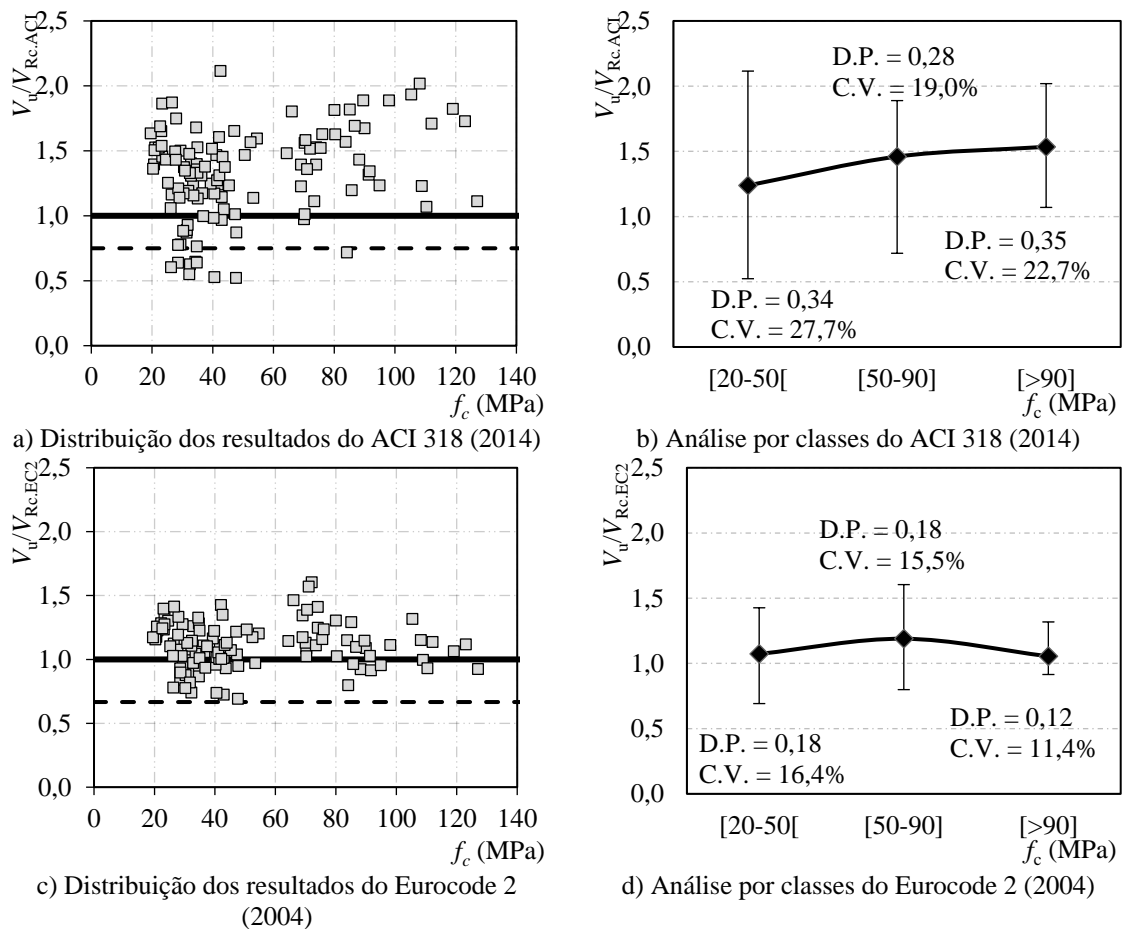
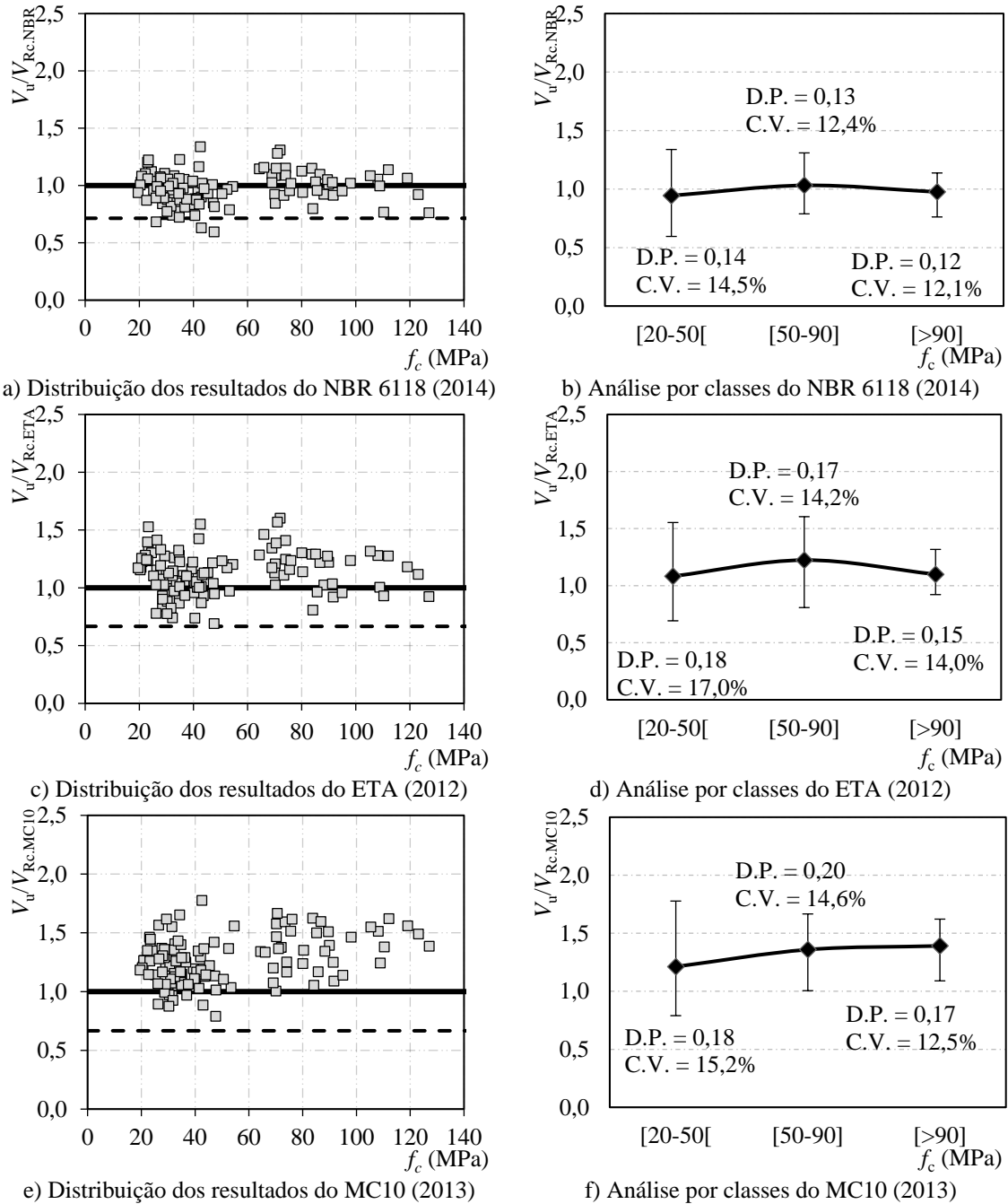


Figura 4.6 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)



No caso da resistência à compressão do concreto, observa-se uma tendência crescente da média dos resultados para o ACI 318 (2014), estabilizado na classe de resistência entre 50 MPa e 90 MPa. Vale ressaltar que a maior parte dos resultados contra segurança encontra-se na classe de 20 MPa à 50 MPa, dentre eles a maioria está abaixo do limite do fator de segurança da norma. Este crescimento pode ser justificado por a tendência considerada de raiz da resistência do concreto não ser adequada e estabilizando graças a limitação da resistência do concreto em 69 MPa.

Tanto as recomendações do Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2014) quanto ETA 12/0454 (2012) apresentaram comportamento similar, com poucas variações na média, desvio padrão e coeficiente de variação de seus resultados conforme variou-se a resistência à compressão do concreto, indicando que elas traduzem de forma adequada o comportamento provocado pela variação do parâmetro. Nos resultados do *fib* Model Code 2010 (2013) pode-se observar um suave crescimento da média em contrapartida à uma redução da variação dos resultados, não representando grande impacto da variação da resistência do concreto na relação $V_u/V_{Rc.MC10}$.

Figura 4.7 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rc.teo}$

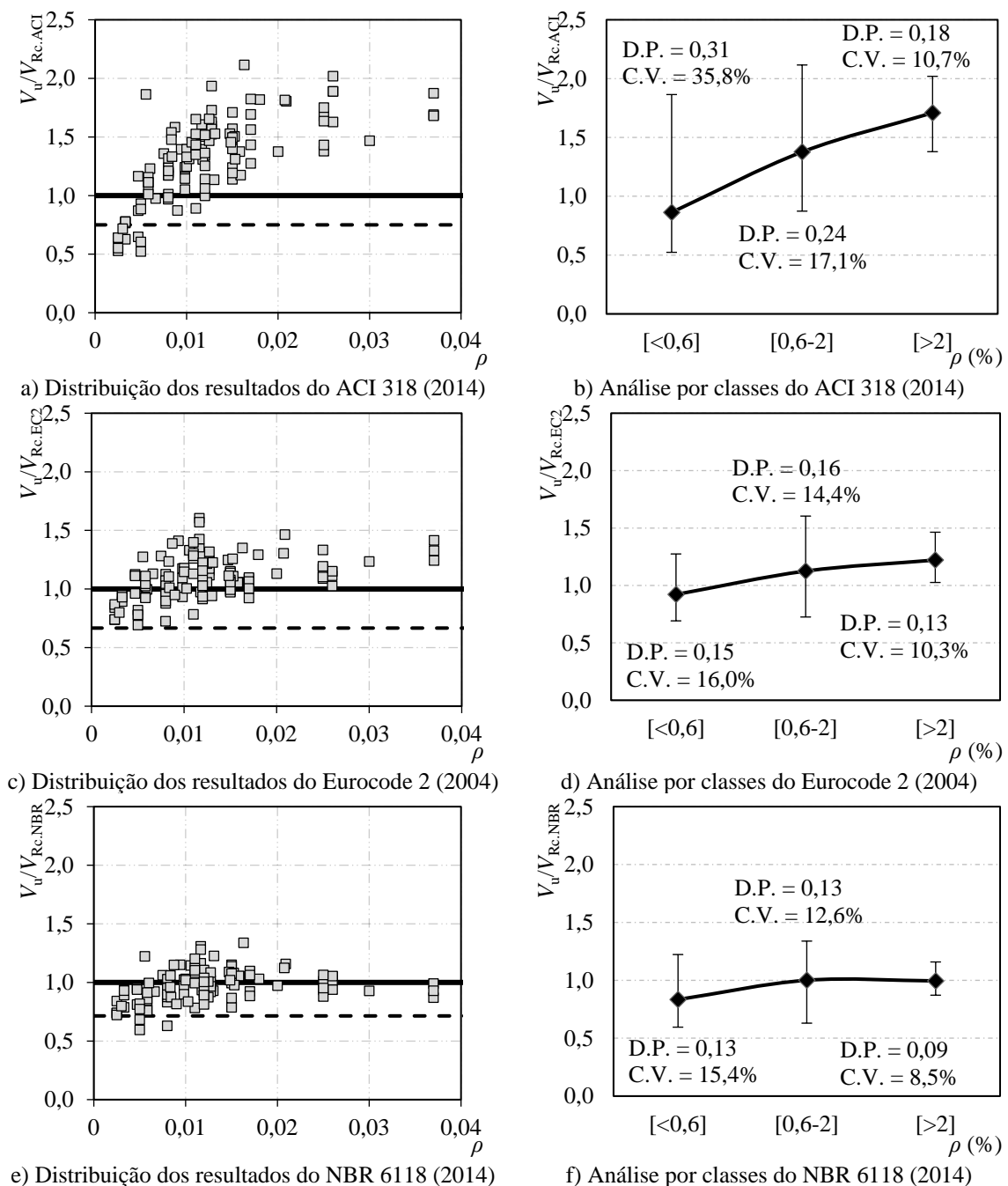
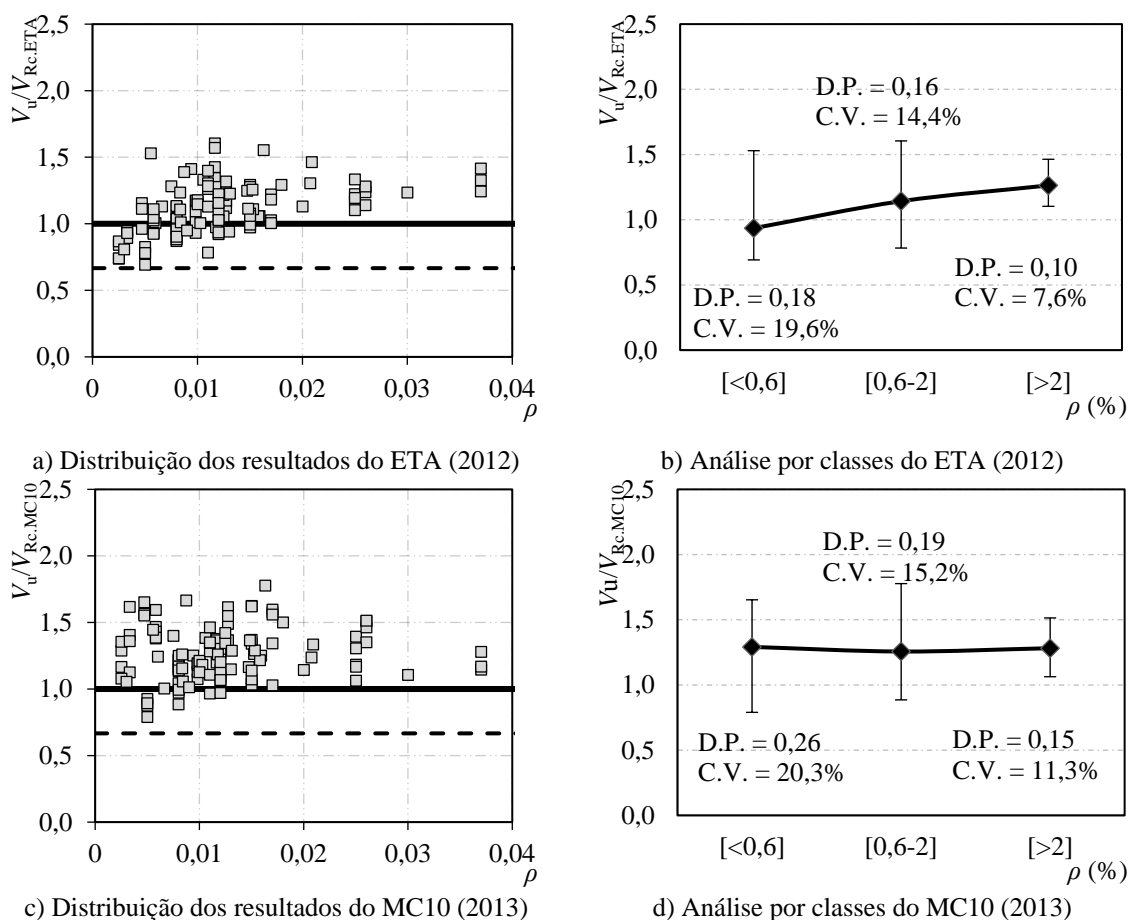


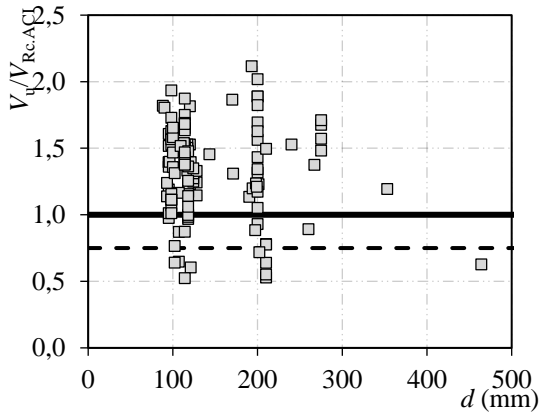
Figura 4.8 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)



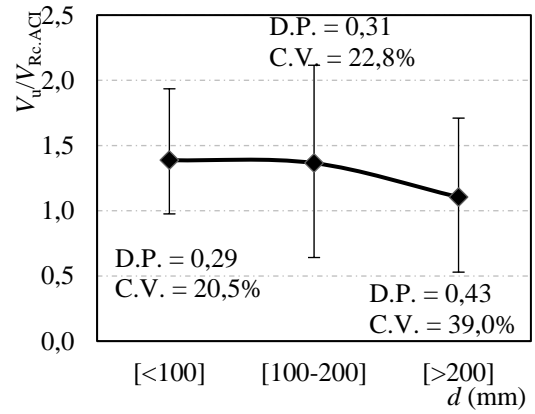
Quanto à influência da taxa de armadura de flexão, no ACI 318 (2014), é evidente o impacto causado em suas previsões teóricas de resistência ao desconsidera a influência desse parâmetro em suas recomendações, pois observa-se uma tendência crescente acentuada de seus resultados, que se mostram em média inseguros para lajes pouco armadas ($\rho < 0,6\%$), sendo progressivamente conservadores conforme a taxa de armadura de flexão aumenta.

Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2014) e ETA 12/0454 (2012) apresentam um crescimento dos seus resultados conforme aumenta-se a taxa de armadura, indicando que a proporcionalidade da raiz cubica taxa de armadura pode não ser a mais adequada para representar a influência da taxa de armadura de flexão. Vale ressaltar que para lajes com taxas elevadas ($\rho > 2,0\%$) as limitações impostas no Eurocode 2 (2004) e ETA 12/0454 (2012) apresentaram resultados conservadores e a ABNT NBR 6118 (2014) apresentou resultados estáveis. As recomendações do *fib* Model Code 2010 (2013) mantém a média de seus resultados aproximados nas diferentes classes, mostrando que considerar a rotação da laje em suas previsões descreve a influência da taxa de armadura de flexão com precisão.

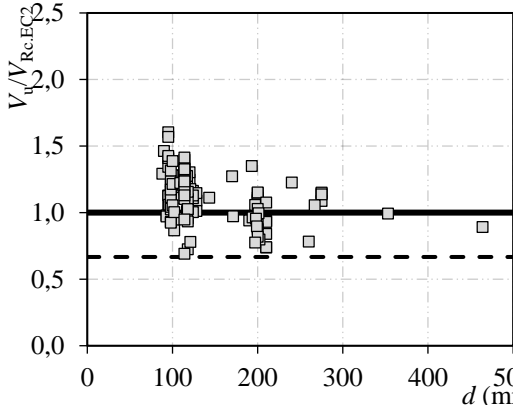
Figura 4.9 – Influência de d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$



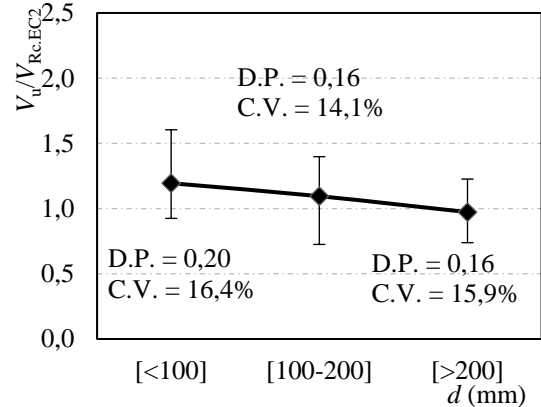
a) Distribuição dos resultados do ACI 318 (2014)



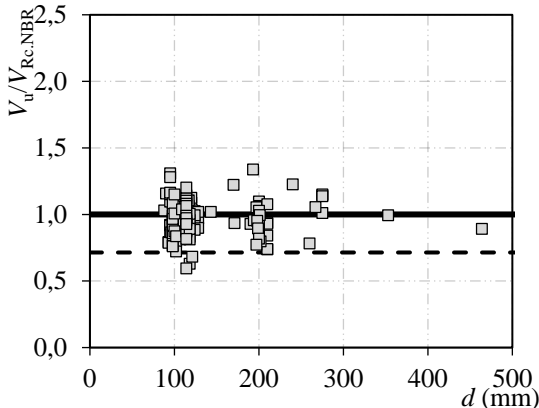
b) Análise por classes do ACI 318 (2014)



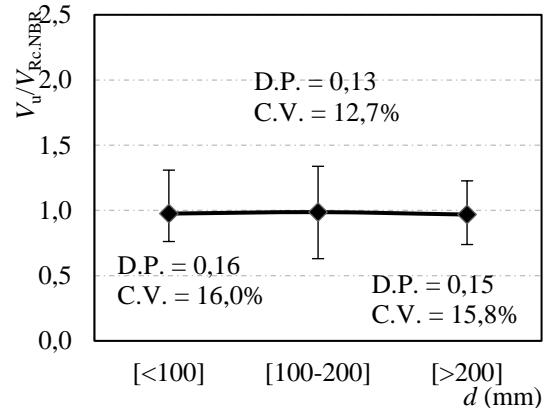
c) Distribuição dos resultados do Eurocode 2 (2004)



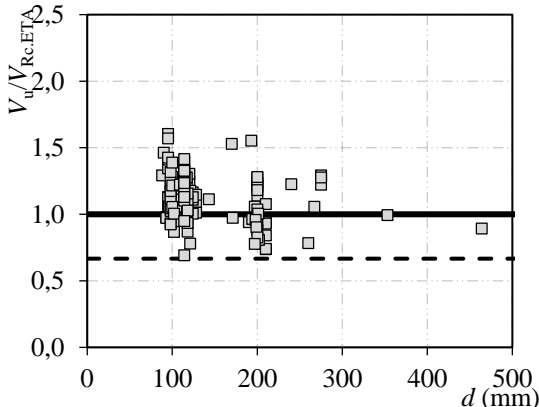
d) Análise por classes do Eurocode 2 (2004)



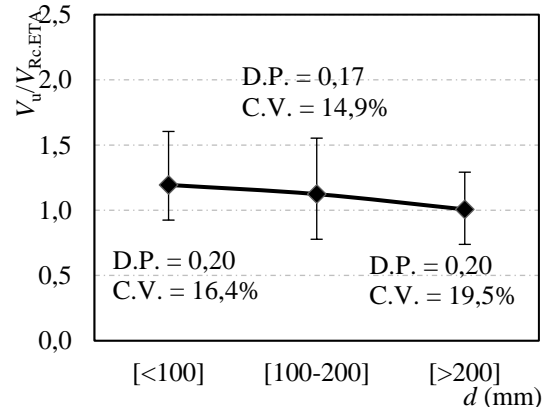
e) Distribuição dos resultados do NBR 6118 (2014)



f) Análise por classes do NBR 6118 (2014)

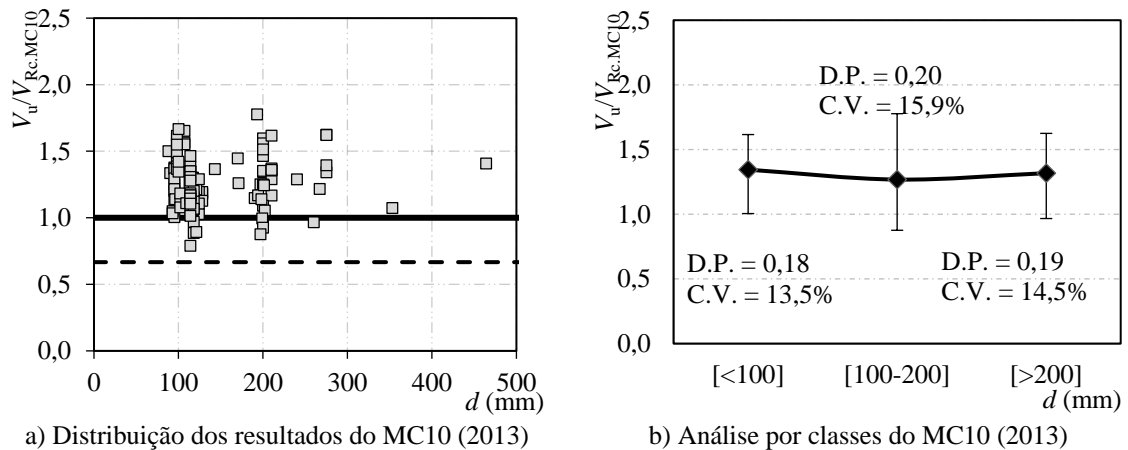


g) Distribuição dos resultados do ETA (2012)



h) Análise por classes do ETA (2012)

Figura 4.10 – Influência de d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$ (Continuação)



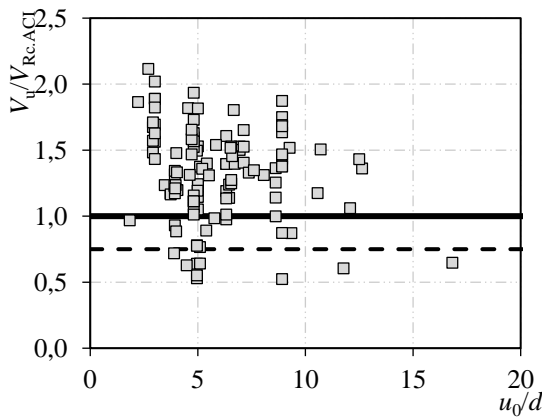
Os resultados do ACI 318 (2014) foram influenciados pela altura útil principalmente para lajes com d acima de 200 mm, apresentando uma redução da média dos resultados e até mesmo resultados contra segurança, por não considerar o efeito de escala em suas previsões.

A ABNT NBR 6118 (2014) mantém uma média constante da relação $V_u/V_{Rc,NBR}$ em todas as faixas de d , enquanto que o Eurocode 2 (2004) e ETA 12/0454 (2012) apresentaram resultados de média e desvio padrão superiores para a classe de d menor que 100 mm. Essa diferença entre a ABNT NBR 6118 (2014) e as duas se dá devido a limitação imposta no efeito de escala pelas demais, a qual não aparenta representar os resultados experimentais.

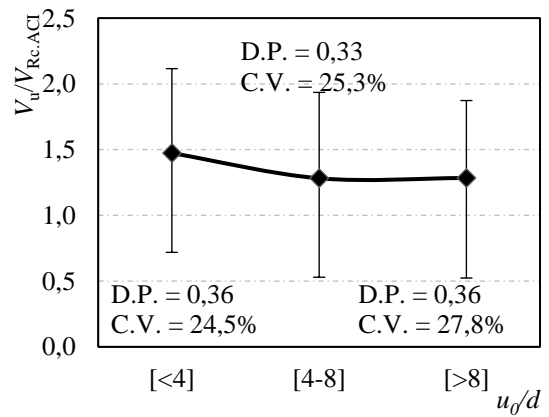
O *fib* Model Code 2010 (2013) assim como a ABNT NBR 6118 (2014) mantém tanto a média quanto o desvio padrão e coeficiente de variação praticamente constantes em todas as faixas de d , mesmo com um modo diferente das outras recomendações de estimar o efeito de escala, conseguindo estimar com precisão os efeitos da influência da altura útil na resistência à punção.

Na Figura 4.11, embora o ACI 318 (2014) apresente uma perceptível tendência decrescente de seus resultados conforme aumenta-se as proporções do pilar, porém as lajes presentes na faixa com u_0/d menor que 4, são em maioria com taxas de armadura de flexão acima de 1,5% e na classe com u_0/d maior que 12 apresenta lajes com taxa de armadura variando de 0,5% à 1,2%, o que pode tornar esta interpretação equivocada.

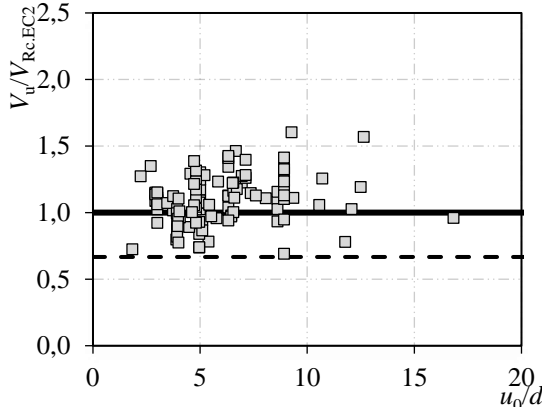
Figura 4.11 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rc,teo}$



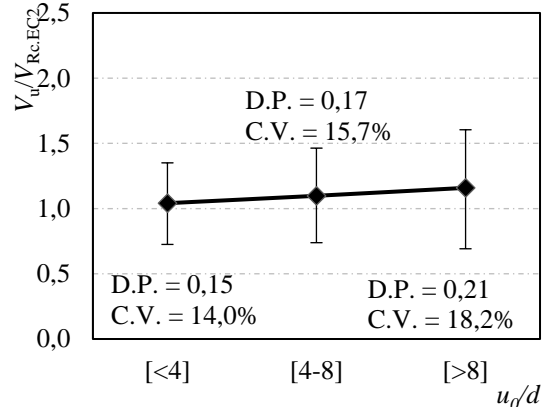
a) Distribuição dos resultados do ACI 318 (2014)



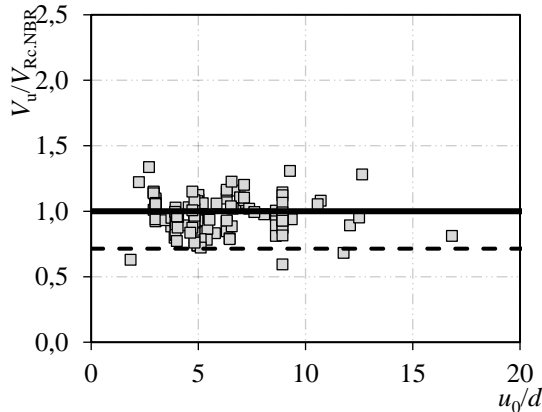
b) Análise por classes do ACI 318 (2014)



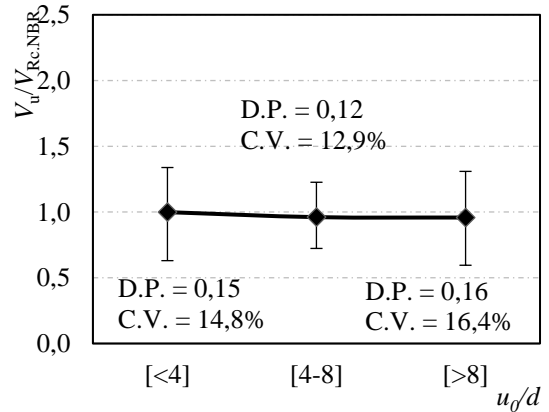
c) Distribuição dos resultados do Eurocode 2 (2004)



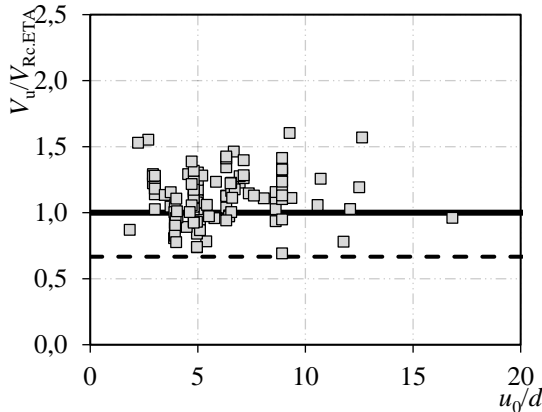
d) Análise por classes do Eurocode 2 (2004)



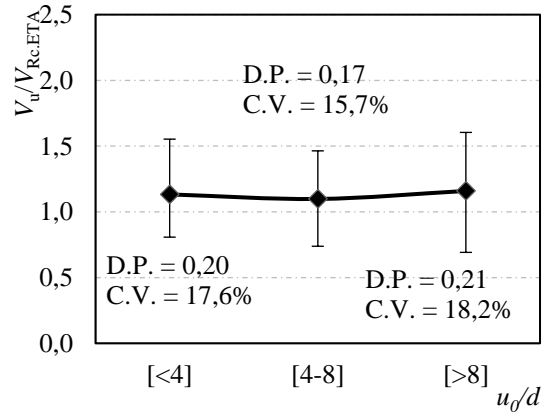
e) Distribuição dos resultados do NBR 6118 (2014)



f) Análise por classes do NBR 6118 (2014)

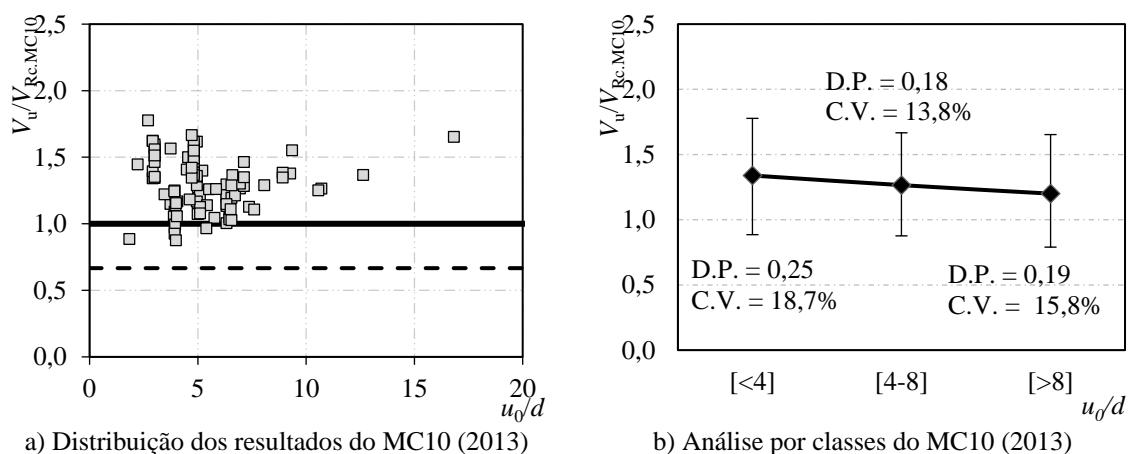


g) Distribuição dos resultados do ETA (2012)



h) Análise por classes do ETA (2012)

Figura 4.12 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rc.teo}$ (Continuação)



Igualmente ocorreu para Eurocode 2 (2004) e ETA 12/0454 (2012), os quais apresentam um crescimento na média na última classe, o que é devido as lajes terem altura útil menores que 107 mm, como foi visto na Figura 4.9c, d, g e h essas recomendações apresentam resultados elevados de $V_u/V_{Rc.teo}$ devido à limitação imposta no efeito de escala.

Quanto aos resultados da ABNT NBR 6118 (2014) não é possível notar influência de u_0/d em $V_u/V_{c.teo}$. Para o *fib* Model Code 2010 (2013) é possível observar um acréscimo na relação $V_u/V_{c.teo}$ na última classe, possivelmente devido as lajes dessa classe possuírem pilares quadrados e a limitação no perímetro imposta pelo *fib* Model Code 2010 (2013) não representar com precisão o comportamento experimental.

4.2. Lajes Armadas à Punção Com Conectores tipo Pino

4.2.1. Avaliação dos Métodos para Carga de Ruptura por Punção

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.2 e nas Figuras 4.13 a 4.16, é realizada uma avaliação geral das recomendações normativas para o dimensionamento à punção com armadura de cisalhamento. Na Tabela 4.2 são apresentados resultados de média, coeficiente de variação e percentual de resultados contra a segurança ($V_u/V_{teo} < 1$). As Figuras 4.13 a 4.15 apresentam de forma gráfica a análise da precisão das recomendações, onde nas Figuras 4.13 e 4.14 observa-se uma comparação da linha de tendência dos resultados com a situação ideal ($V_u = V_{teo}$) e o coeficiente de correlação dos resultados (R^2) e na Figura 4.15 apresenta-se uma análise de quartil dos resultados através de um diagrama de caixa. Por último, na Figura 4.16 é apresentado o resultado do critério de COLLINS (2001). Vale ressaltar que as lajes que apresentaram ruptura por delaminação e que tiveram carga de ruptura muito próxima da previsão de ruptura por flexão ($V_u \geq 0,95 V_{Rflex}$) foram desconsiderados nas

análises para não mascarar os resultados, embora sejam mostrados de forma ilustrativa nas Figuras 4.13 e 4.14.

Tabela 4.2 – Análise estatística das lajes armadas à punção

Recomendações	Média	Desvio Padrão.	Coefficiente de Variação (%)	Resultados Contra Segurança (%)
ACI	1,46	0,37	25,62	4,6
EC2-04	1,14	0,19	16,97	22,9
EC2-10	1,23	0,21	16,94	13,8
UK NA	1,23	0,21	16,94	13,8
DIN NA	1,12	0,19	16,58	25,7
EHE	0,93	0,34	35,85	65,1
NBR	0,98	0,15	15,63	59,6
ETA	1,36	0,25	18,31	9,2
ETA*	1,38	0,22	16,14	6,4
MC10	1,32	0,19	14,33	3,7

Figura 4.13 – Análise da precisão dos modelos das lajes armadas à punção

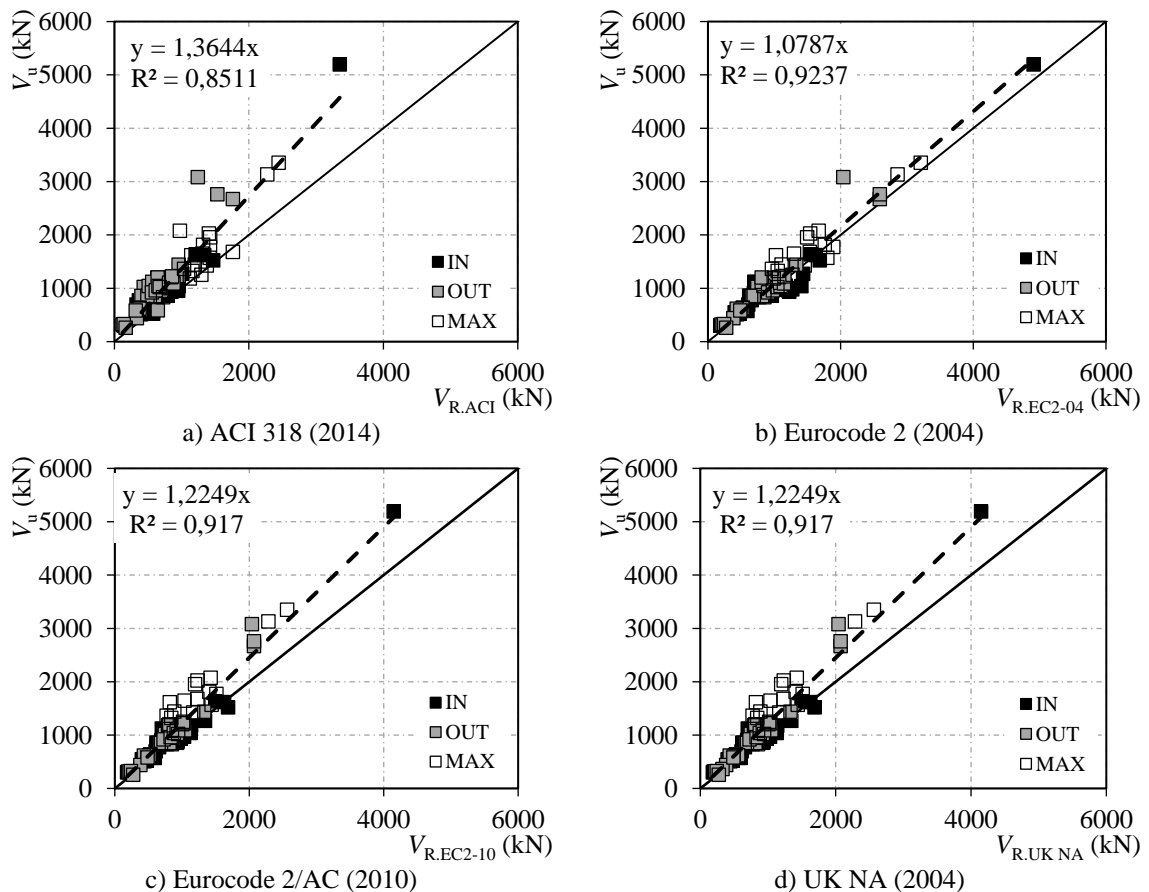


Figura 4.14 – Análise da precisão dos modelos das lajes armadas à punção (Continuação)

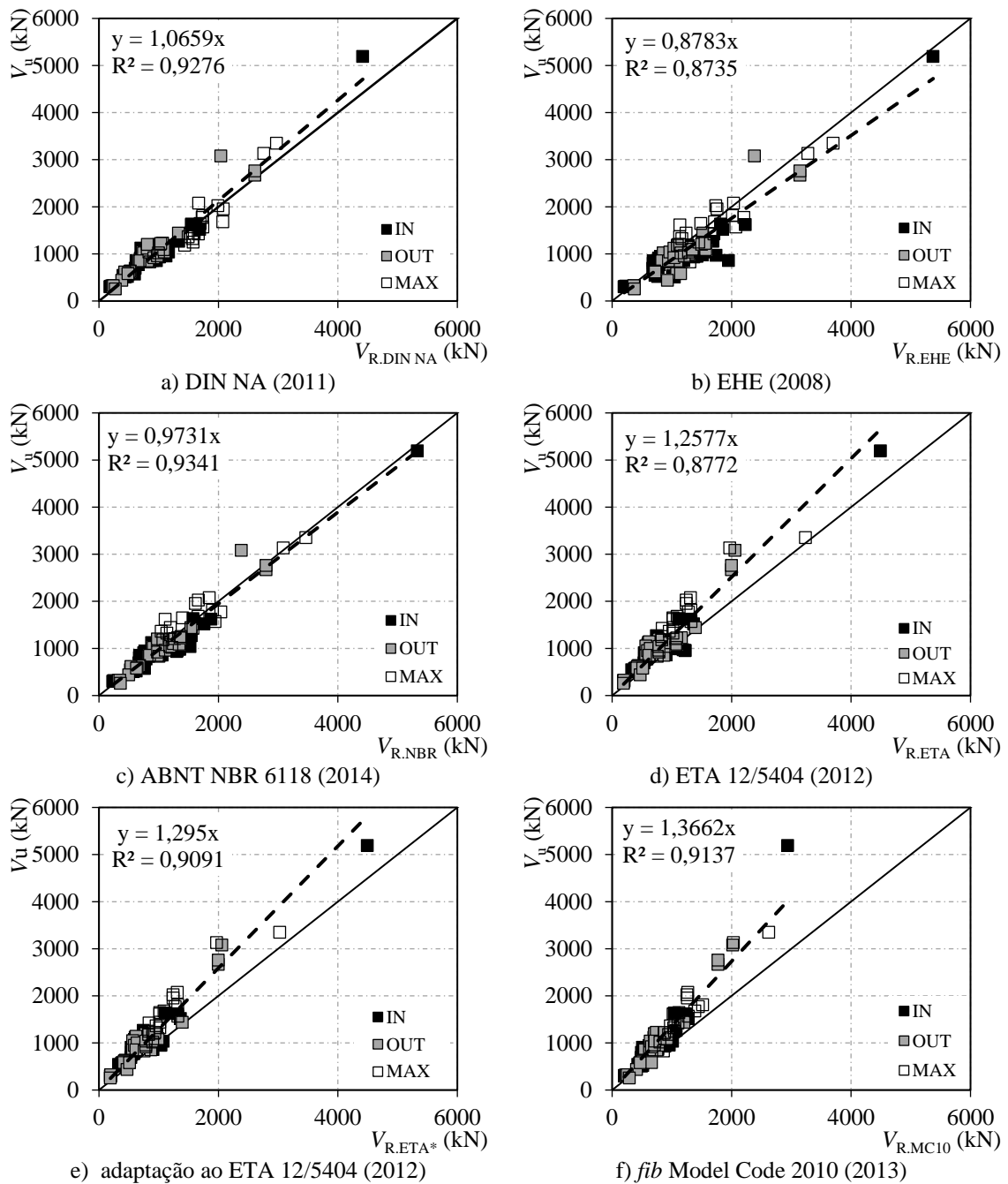


Figura 4.15 – Diagrama de caixa das lajes armadas à punção

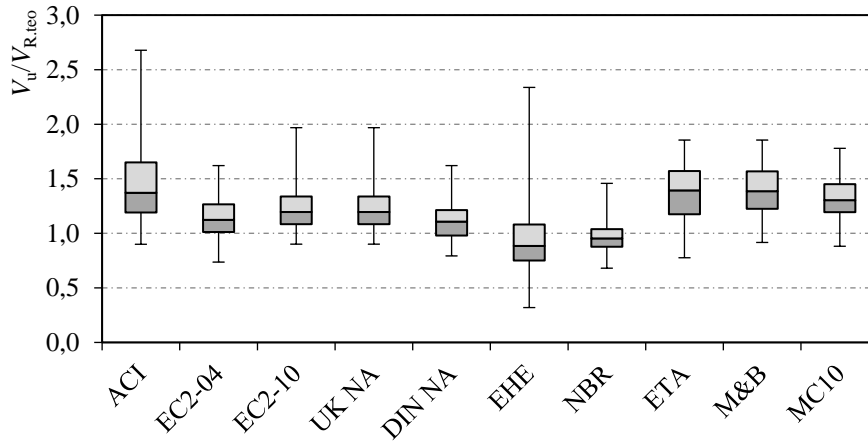
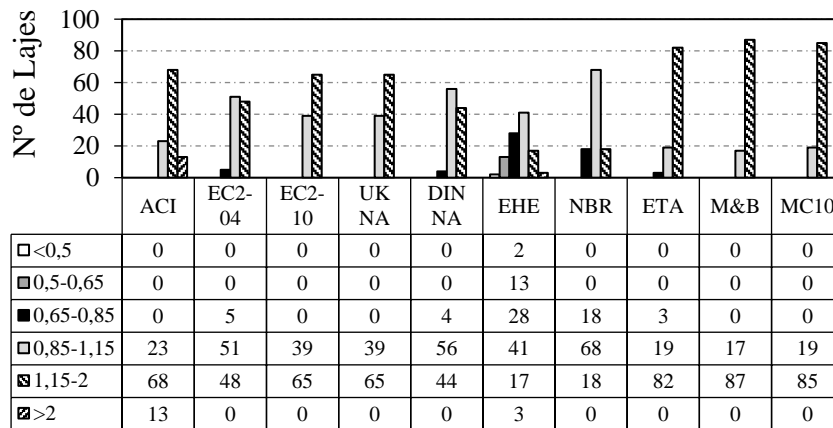
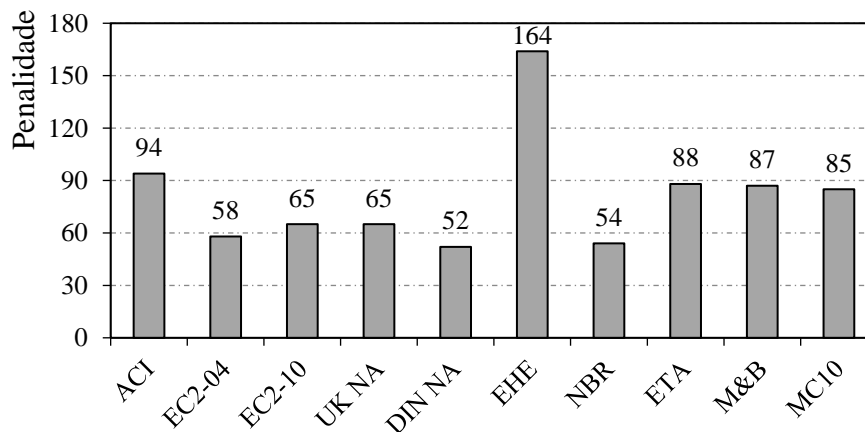


Figura 4.16 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes armadas à punção



a) Distribuição das lajes



b) Penalidade de Collins

Para lajes com armadura de cisalhamento do tipo pino, as previsões do ACI 318 (2014) apresentaram os resultados mais dispersos, com a pior correlação entre os resultados experimentais e a tendência das previsões ($R^2 = 0,8511$) e maior desvio padrão (0,37), porém com poucos resultados contra a segurança (4,6%) devida a sua média elevada (1,46). Mesmo

com poucos resultados contra a segurança o ACI foi o segundo mais penalizado pelo DPC, devido ao grande número resultados classificados como conservadores e muito conservadores.

O Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), Anexo Britânico ao Eurocode 2 (UK NA, 2004) e o Anexo Alemão ao Eurocode 2 (DIN NA, 2011) apresentaram uma faixa aproximada de resultados com média variando entre 1,12 e 1,23, desvio padrão entre 0,19 e 0,21, coeficiente de variação 16,58% e 16,97%, resultados contra a segurança entre 13,8% e 25,7% e R^2 entre 0,917 e 0,928. Destacando que as alterações impostas pela UK NA (2004) não geram impacto algum nas recomendações atuais do Eurocode, enquanto que o DIN NA (2011) conseguiu representar melhor os resultados diminuindo a dispersão, tornando-se a recomendação menos penalizada pelo DPC.

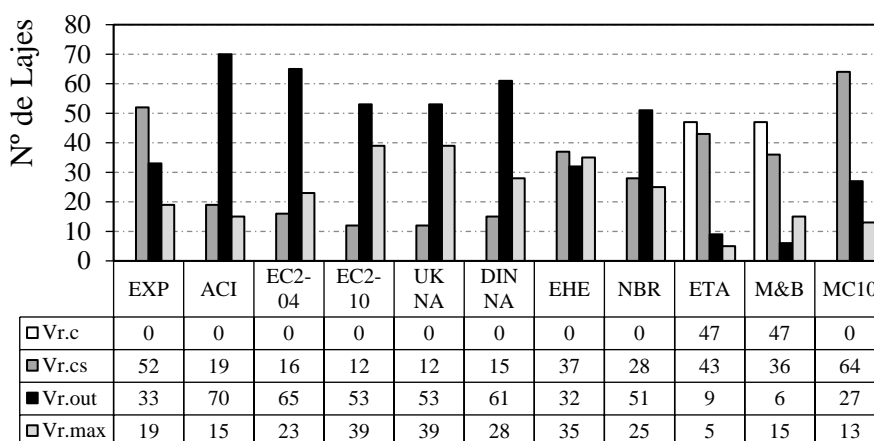
O EHE (2008) e ABNT NBR 6118 (2014) apesar de se basearem nos mesmos princípios apresentam resultados contrários. A ABNT NBR 6118 (2014) foi uma das recomendações com os resultados menos dispersos com o menor desvio padrão (0,15), segundo menor coeficiente de variação (15,63%) e o maior R^2 (0,934), apesar do grande número de resultados contra a segurança (59,6%), como foi a recomendação menos dispersa e possui a média próxima de 1 (0,98) grande parte de seus resultados foram classificados como tendo segurança satisfatória, sendo assim uma das menos penalizadas pelo DPC. Enquanto que o EHE (2008) apresentou os resultados mais dispersos dentre as recomendações analisadas e com maior número de resultados contra a segurança. Vale ressaltar que o EHE (2008) foi a recomendação mais penalizada através do DPC devido à grande insegurança apresentada em suas previsões e a ABNT NBR 6118 (2014) foi a segunda menos penalizada.

O ETA 12/0454 (2012) apresentou a segunda média mais elevada dos resultados, uma dispersão considerável e foi a terceira mais penalizada pelo DPC devido ao seu conservadorismo. A adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) ao ETA 12/0454 (2012) aumentou suavemente a média de 1,36 para 1,38 e reduziu o desvio padrão de 0,25 para 0,22 e o coeficiente de variação de 18,31% para 16,14%, embora o número de resultados contra a segurança tenham aumentado de 9,2% para 6,4%, a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) não conseguiu fazer uma grande alteração na penalização pelo critério de COLLINS (2001), variando de 88 para 87, continuando sendo uma das mais penalizadas.

O *fib* Model Code 2010 (2013) apresentou uma média elevada (1,32) e uma baixa dispersão de seus resultados, o que levou a menor porcentagem de resultados contra a segurança (3,7%). Mesmo com alto nível de segurança o *fib* Model Code 2010 (2013) foi uma das mais penalizadas pelo DPC, por ter a maioria dos seus resultados classificados na categoria conservador.

De modo a avaliar qualitativamente se as recomendações acertam os modos de ruptura das lajes armadas à punção com conectores de aço, excluindo as lajes com ruptura por delaminação e as com carga última próxima da previsão de ruptura por flexão ($V_u \geq 0,95 V_{Rflex}$), a Figura 4.17 mostra o número de lajes previstas para cada modo de ruptura de cada recomendação e a ocorrência experimental. A partir da figura observa-se que a maioria das recomendações prevê muitas lajes rompendo fora da região das armaduras. O ETA 12/0454 (2012) e a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) limita suas previsões na carga de punção sem armadura de cisalhamento, mesmo não havendo lajes sem armadura de cisalhamento sendo analisada na figura. A ABNT NBR 6118 (2014) apesar de obter a menor dispersão dos resultados, observa-se que suas previsões dos modos de ruptura não refletem a realidade, pois ele mantém sua baixa dispersão limitando os resultados na previsão da ruptura fora da região das armaduras. Vale ressaltar que o que o *fib* Model Code 2010 (2013) apresentou a distribuição de previsões de modos de ruptura mais próxima da distribuição experimental, o que não significa que ele tem precisão na previsão dos modos de ruptura.

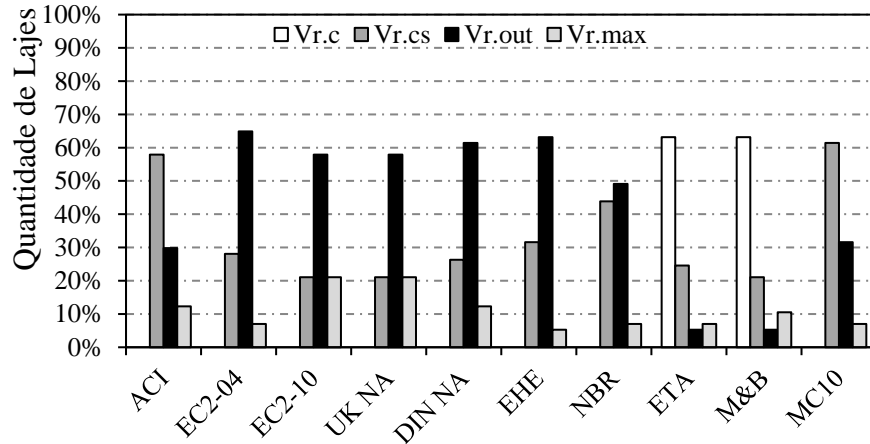
Figura 4.17 – Previsões dos modos de ruptura das lajes do banco de dados



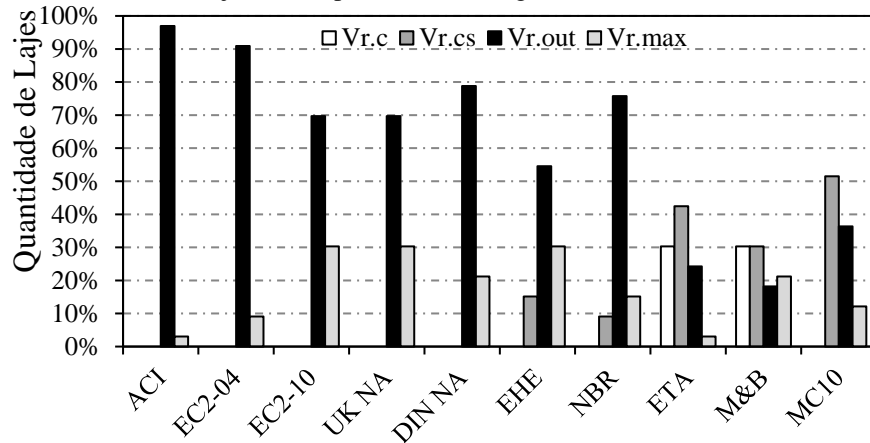
A Figura 4.18 apresenta as previsões das recomendações separando as lajes por modo de ruptura. Para as lajes com ruptura interna às armaduras de punção nota-se que

recomendações como ABNT NBR 6118 (2014), EHE (2008), Eurocode 2 (2004) e suas modificações limitam suas previsões na carga de ruptura fora da região das armaduras, em geral acertando em média apenas 25% dos modos de ruptura, com ressalvas para a ABNT NBR 6118 (2014) que pode prever o modo de ruptura dessas 44% das lajes corretamente.

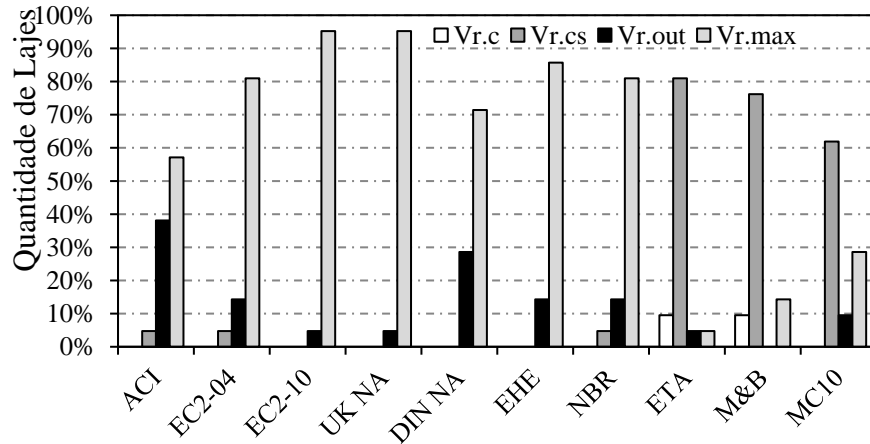
Figura 4.18 – Previsões dos modos de ruptura das lajes separadas por modo de ruptura



a) Lajes com ruptura interna à região das armaduras



b) Lajes com ruptura externa à região das armaduras



c) Lajes com ruptura pelo esmagamento da biela comprimida

O ACI 318 (2014), *fib* Model Code 2010 (2013) e em terceiro lugar a ABNT NBR 6118 (2014) tiveram maior taxa de acerto das lajes com ruptura interna as armaduras. O ETA 12/0454 (2012) e a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) preveem aproximadamente 70% das lajes são limitadas pela carga de punção sem armadura.

Para as lajes com ruptura externa as armaduras de cisalhamento, observa-se que a tendência de prever muitos resultados fora da região das armaduras das recomendações do ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004) e suas adaptações, EHE (2008) e ABNT NBR 6118 (2014) gerou grande número de acertos. O ETA 12/0454 (2012), a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) e o *fib* MC10 (2013) preveem uma grande porcentagem de lajes que tiveram ruptura externa como tendo ruptura interna.

Nas lajes com ruptura por esmagamento da biela as recomendações conseguiram prever mais de 50% dos casos, com exceção as recomendações do ETA 12/0454 (2012), MUTTONI e BUJNAK (2012) e *fib* Model Code 2010 (2013) que tiveram boa parte de suas previsões limitadas pela ruptura interna.

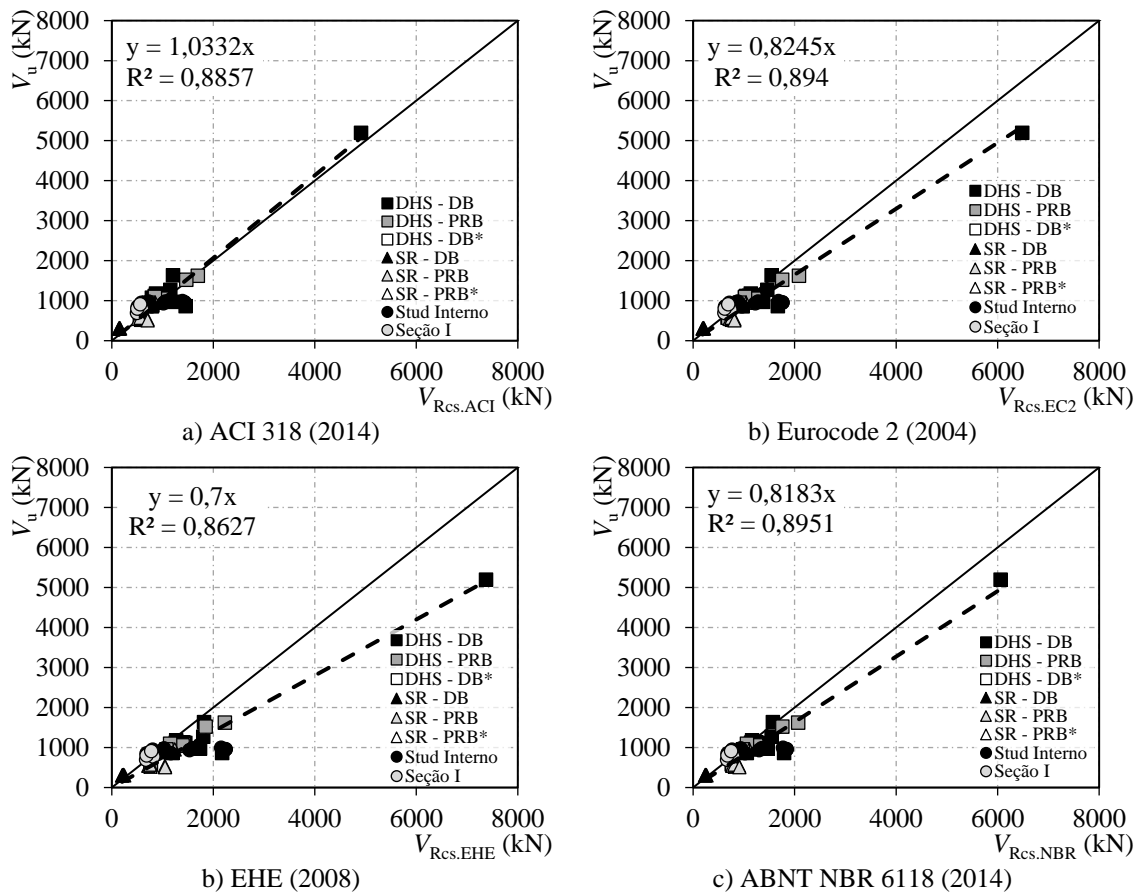
4.2.2. Avaliação dos Métodos para Ruptura Interna à Região das Armaduras

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.3 e nas Figuras 4.19 a 4.22, é realizada uma avaliação geral das equações que preveem a ruptura interna das recomendações normativas para o dimensionamento à punção com armadura de cisalhamento que apresentaram ruína na região interna a região das armaduras de punção. Na Tabela 4.3 são apresentados resultados de média, coeficiente de variação e percentual de resultados contra a segurança ($V_u/V_{Rcs,teo} < 1$). As Figuras 4.19 a 4.21 apresentam de forma gráfica a análise da precisão das recomendações, onde nas Figuras 4.19 e 4.20 observa-se uma comparação da linha de tendência dos resultados com a situação ideal ($V_u = V_{Rcs,teo}$) e o coeficiente de correlação dos resultados (R^2) e na Figura 4.21 apresenta-se uma análise de quartil dos resultados através de um diagrama de caixa, com limite máximo do gráfico limitado $V_u/V_{Rcs,teo}$ em 4 para não atrapalhar a escala do gráfico. Por último, na Figura 4.22 é apresentado o resultado do critério de COLLINS (2001). Vale ressaltar que as lajes que apresentaram ruptura por delaminação e que tiveram carga de ruptura muito próxima da previsão de ruptura por flexão ($V_u \geq 0,95 V_{Rflex}$) foram desconsiderados nas análises para não mascarar os resultados.

Tabela 4.3 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura interna

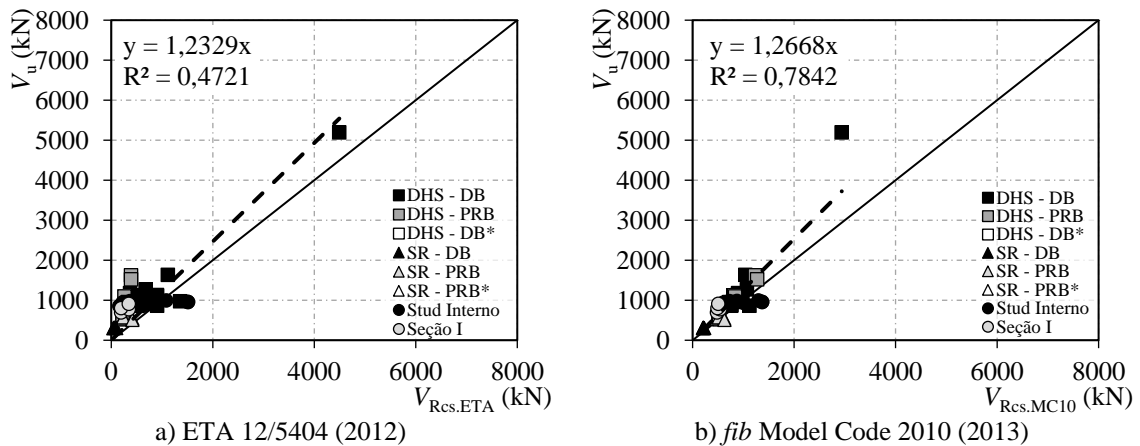
Recomendações	Média	Desvio Padrão.	Coefficiente de Variação (%)	Resultados Contra Segurança (%)
ACI	1,19	0,35	29,74	24,0
EC2	0,96	0,26	27,57	58,0
EHE	0,83	0,25	30,32	82,0
NBR	0,88	0,21	24,05	74,0
ETA	2,54	1,48	58,19	10,0
MC10	1,23	0,25	20,14	18,0

Figura 4.19 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região das armaduras



NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com superfície rugosa; DHS – PRB são “double headed studs” com superfície lisa; SR – DB são “stud rail” com superfície rugosa; SR – PRB são “stud rail” com superfície lisa; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

Figura 4.20 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região das armaduras (Continuação)



NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com superfície rugosa; DHS – PRB são “double headed studs” com superfície lisa; SR – DB são “stud rail” com superfície rugosa; SR – PRB são “stud rail” com superfície lisa; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

Figura 4.21 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura na região das armaduras

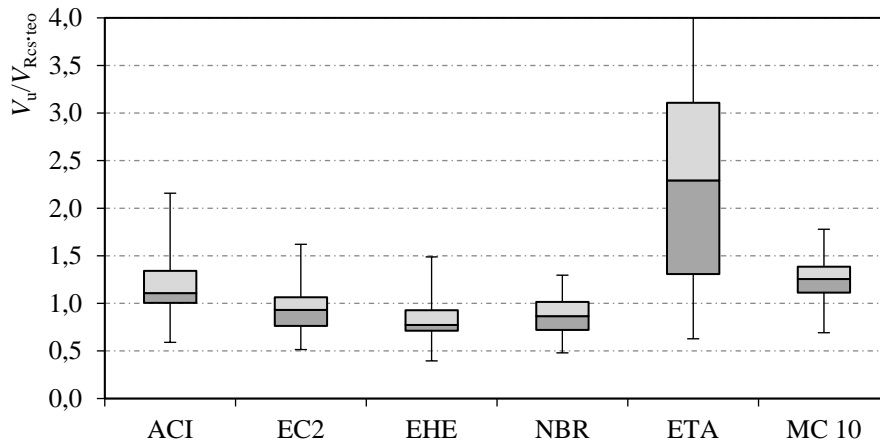
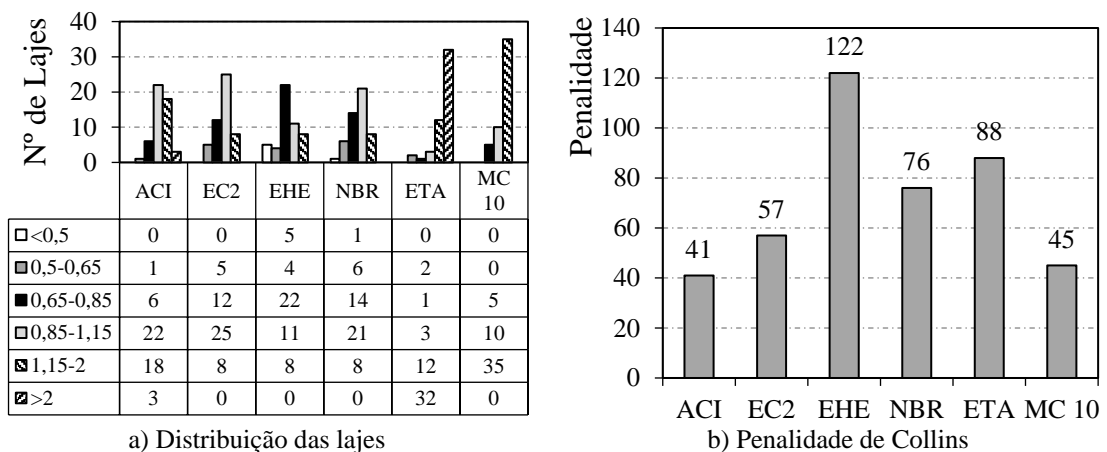


Figura 4.22 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura na região das armaduras



Analisando os resultados do ACI 318 (2014) apresentou uma média de 1,19 e umas das maiores dispersões dos resultados, com 0,35 de desvio padrão, 29,7% de coeficiente de variação e R^2 de 0,886, mesmo com 24,0% dos resultados contra a segurança foi o menos penalizado pela DPC.

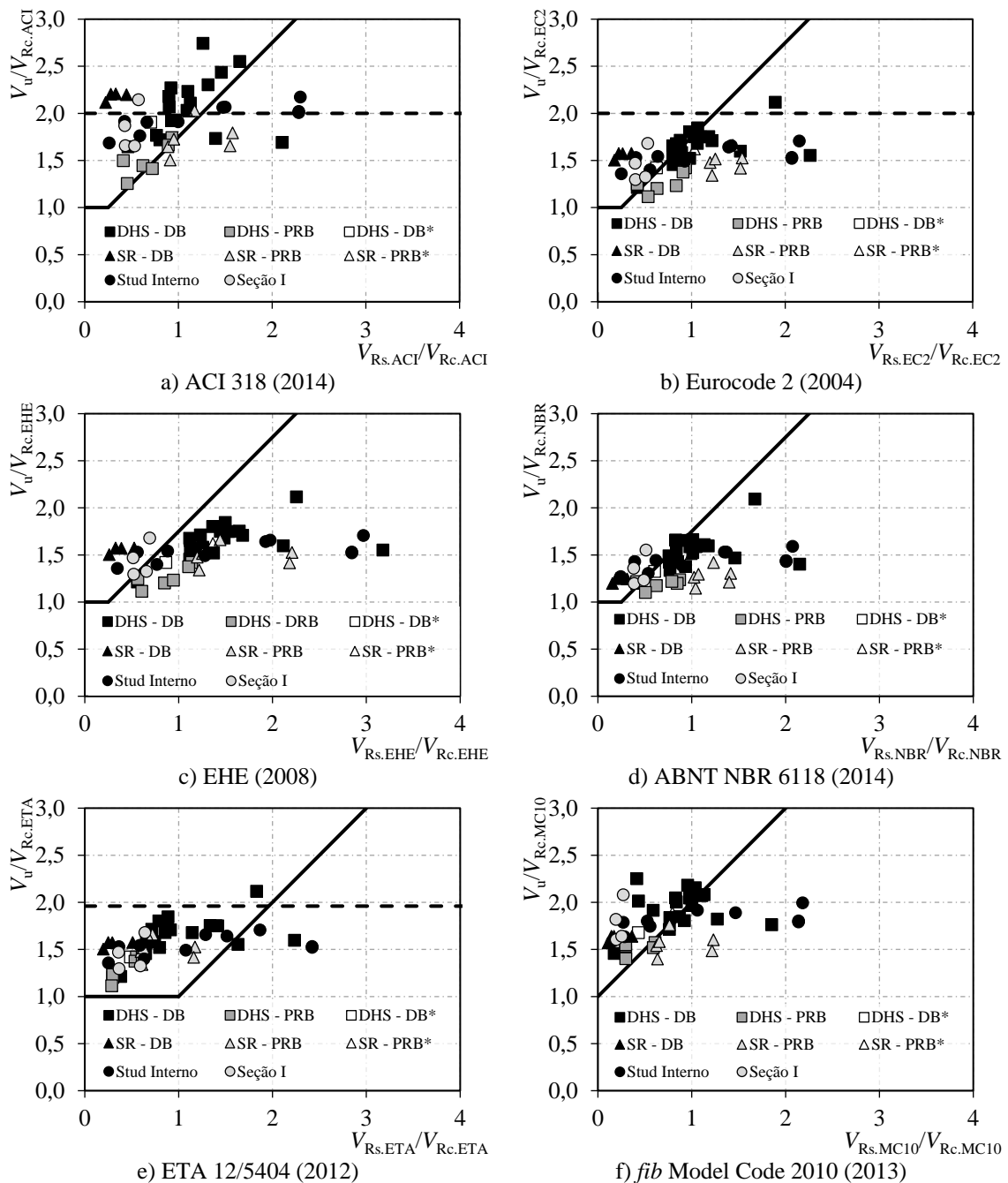
O Eurocode 2 (2004), EHE (2008) e ABNT NBR 6118 (2014) tem recomendações semelhantes diferenciando-se fundamentalmente na tensão máxima que pode ser aplicada na armadura de punção. Embora todas as médias estivessem abaixo de 1, o Eurocode 2 (2004) mostrou o melhor resultado dentre as três (0,96), o desvio padrão do Eurocode 2 (2004) e EHE (2008) foram muito próximos (0,26 e 0,25 respectivamente), com destaque para a ABNT NBR 6118 (2014) que manteve o menor desvio padrão entre os três (0,21) e o maior R^2 dentre todas as recomendações (0,895). Vale salientar que as três recomendações foram muito penalizadas pelo DPC, com destaque para o EHE (2008) que foi a recomendação mais penalizada, principalmente devido ao elevado número de resultados inseguros.

O ETA 12/0454 (2012) apresentou a média mais conservadora dentre as recomendações e a maior dispersão dentre as recomendações, com os piores resultados de desvio padrão, coeficiente de variação e R^2 . Justamente pela elevada média, o que garantiu a menor porcentagem de lajes contra a segurança, foi a segunda recomendação mais penalizada pelo DPC, pois grande parte de seus resultados foram classificados como muito conservador.

O *fib* Model Code 2010 (2011) apresentou uma média razoável com uma boa dispersão de seus resultados, com o segundo melhor desvio padrão e o melhor coeficiente de variação, mesmo que seu R^2 sendo o terceiro pior. Com apenas 18% dos resultados contra a segurança essa recomendação foi a segunda menos penalizada pelo DPC.

A Figura 4.23 apresenta a influência do índice da força resistida pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto ($V_{R_s,teo}/V_{R_c,teo}$) no acréscimo de resistência à punção ($V_u/V_{R_c,teo}$), confrontados por uma linha sólida mostrando a previsão das normas e em alguns casos por uma linha tracejada indicando a limitação devido ao esmagamento da biela. Para o gráfico do Eurocode 2 (2004) foi aplicado a limitação do anexo britânico (UK NA, 2004).

Figura 4.23 – Influência da razão da armadura de cisalhamento no acréscimo de resistência



NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com superfície rugosa; DHS – PRB são “double headed studs” com superfície lisa; SR – DB são “stud rail” com superfície rugosa; SR – PRB são “stud rail” com superfície lisa; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

A partir dos resultados deste banco de dados observa-se que as lajes armadas com “double headed studs” e “studs rails” com superfície rugosa apresentaram desempenho superior as armaduras similares com superfície lisa, mostrando-se inseguras para recomendações como ACI 318 (2014), Eurocode 2 (2004), ABNT NBR 6118 (2014) e fib Model Code 2010 (2013) indicando que o engrenamento entre a cabeça e o concreto não seja o único mecanismo de resistência no sistema. Para “double headed studs” e “studs rails” com relação entre o

diâmetro da cabeça menor que 3, apenas 1 resultado de cada foi encontrado na literatura, e mesmo recomendações para limitar essa relação em igual ou maior a 3, nesse banco de dados não é possível observar grande discrepância de resultados.

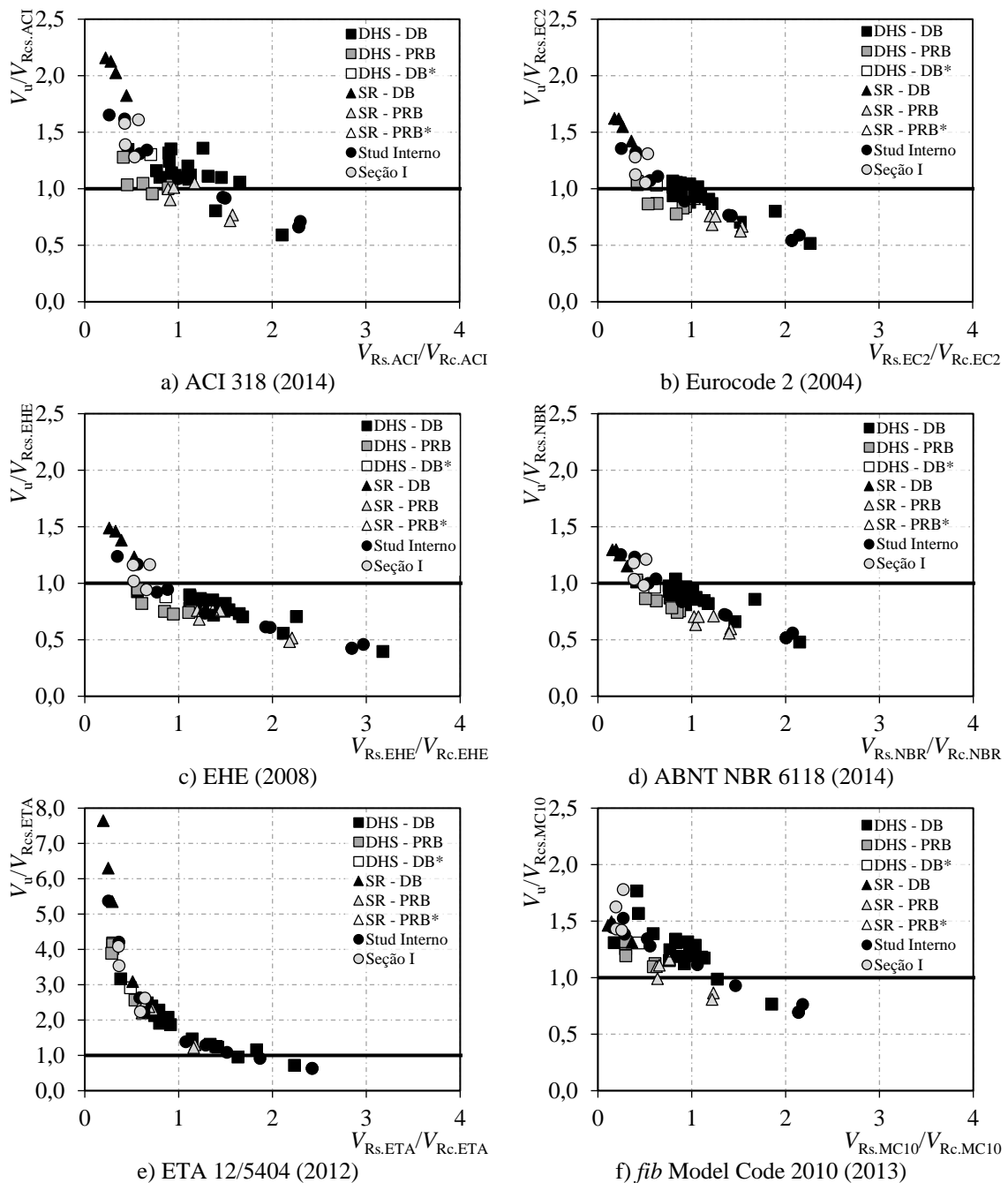
As lajes armadas com “*studs rails*” com superfície rugosa e as seções de perfis “I” mostraram performance superiores às armadas com os outros tipos de armaduras. Os resultados dos “*studs rails*” rugosos foram melhores aos lisos possivelmente devido, além da rugosidade da superfície, à que essas lajes de VAZ *et al.* (2009) possuem barras características de tipo de armadura tanto em sua parte inferior quanto na superior.

As lajes armadas com “*studs*” com ancoragem interna às armaduras de flexão apresentaram uma característica particular em relação as outras armaduras, com grandes acréscimos de $V_u/V_{Rc,teo}$ para pequenas relações de $V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$, porém conforme aumenta-se o a relação $V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$ a $V_u/V_{Rc,teo}$ se mantém com pequenos acréscimos, chegando a ter resultados inseguros, para grandes índices de armadura em todas as recomendações.

Vale salientar que a elevada tensão (460 MPa) que o EHE (2008) estima como limite para suas armaduras de cisalhamento gerou muitos resultados contra a segurança. Em contrapartida, desconsiderar a contribuição do concreto gera resultados extremamente conservadores como é observado nos resultados do ETA 12/0454 (2012).

A Figura 4.24 apresenta a influência do índice da força resistida pela armadura de cisalhamento pela força resistida pelo concreto ($V_{Rs,teo}/V_{Rc,teo}$) na previsão das recomendações de resistência à punção ($V_u/V_{Rcs,teo}$), confrontados por uma linha sólida mostrando a previsão das normas.

Figura 4.24 – Influência da razão da armadura de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rc,teo}$.



NOTA: DHS – DB são “double headed studs” com superfície rugosa; DHS – PRB são “double headed studs” com superfície lisa; SR – DB são “stud rail” com superfície rugosa; SR – PRB são “stud rail” com superfície lisa; os itens assinalados com * tem a razão d_s/d_h igual a 2,5.

Em todas as recomendações é possível observar o decréscimo de segurança com o aumento da relação $V_{R_s,teo}/V_{R_c,teo}$. Com exceção do ETA 12/5404 (2012) que apresenta resultados inseguros a partir de valores $V_{R_s,teo}/V_{R_c,teo}$ próximos de 2, as demais recomendações apresentaram resultados inseguros a partir de valores próximos de 1. Vale salientar que as previsões do ETA 12/5404 (2012) apresentam resultados extremamente conservadores para relações de $V_{R_s,teo}/V_{R_c,teo}$ inferiores a 1.

4.2.3. Avaliação dos Métodos para Ruptura Externa à Região das Armaduras

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.4 e nas Figuras 4.25 a 4.28, é realizada uma avaliação geral das equações que preveem a ruptura externa das recomendações normativas para o dimensionamento à punção com armadura de cisalhamento que apresentaram ruína na região externa a região das armaduras de punção. Na Tabela 4.4 são apresentados resultados de média, coeficiente de variação e percentual de resultados contra a segurança ($V_u/V_{Rout.teo} < 1$). As Figuras 4.25 a 4.27 apresentam de forma gráfica a análise da precisão das recomendações, onde nas Figuras 4.25 e 4.26 observa-se uma comparação da linha de tendência dos resultados com a situação ideal ($V_u = V_{Rout.teo}$) e o coeficiente de correlação dos resultados (R^2) e na Figura 4.27 apresenta-se uma análise de quartil dos resultados através de um diagrama de caixa. Por último, na Figura 4.28 é apresentado o resultado do critério de COLLINS (2001). Vale ressaltar que as lajes que apresentaram carga de ruptura muito próxima da previsão de ruptura por flexão ($V_u \geq 0,95 V_{Rflex}$) foram desconsiderados nas análises para não mascarar os resultados.

Tabela 4.4 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura externa

Recomendações	Média	Desvio Padrão.	Coeficiente de Variação (%)	Resultados Contra Segurança (%)
ACI	1,69	0,39	23,03	2,9
EC2	1,16	0,17	14,69	17,6
EHE	0,91	0,16	17,87	73,5
NBR	0,95	0,13	13,86	70,6
ETA	1,01	0,17	17,11	64,7
MC10	1,23	0,18	14,81	5,9

Figura 4.25 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região externa às armaduras

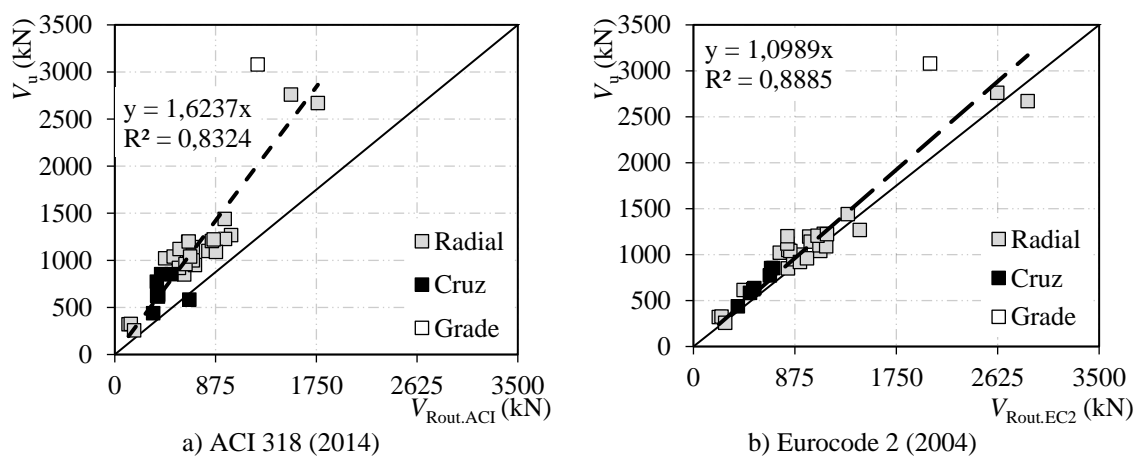


Figura 4.26 – Análise da precisão dos modelos de lajes com ruptura na região externa às armaduras (continuação)

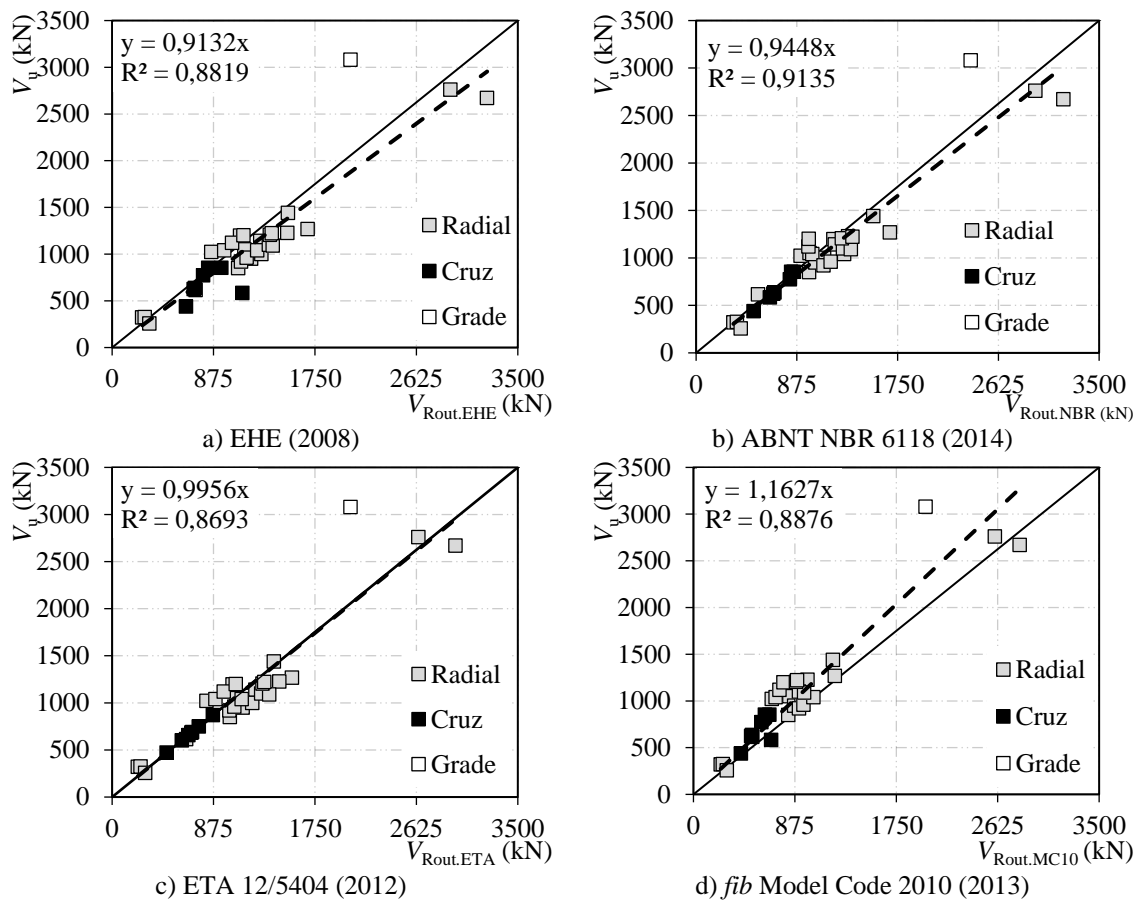


Figura 4.27 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura na região externa às armaduras

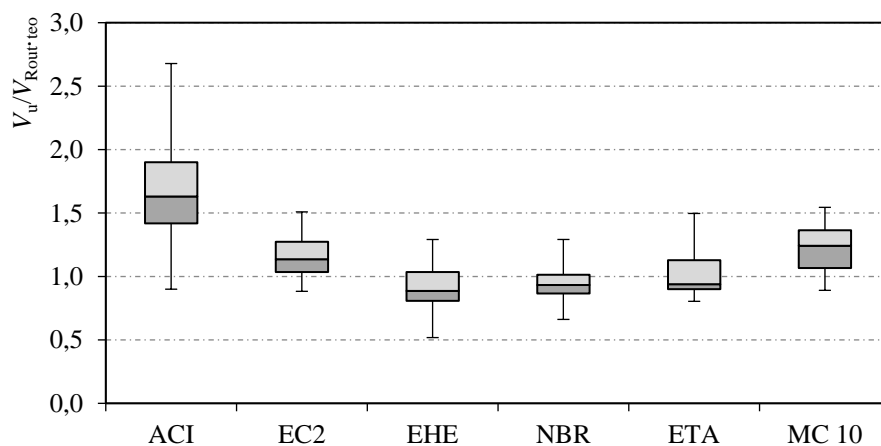
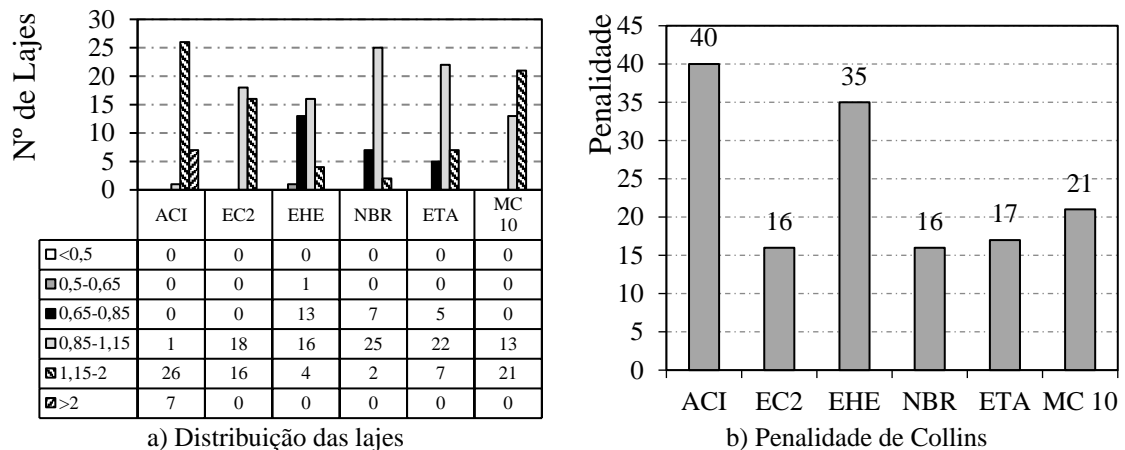


Figura 4.28 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura na região externa às armaduras



As previsões do ACI 318 (2014) apresentaram os piores resultados de média, desvio padrão coeficiente de variação e correlação entre a tendência dos resultados e os resultados obtidos (R^2), com valores de 1,69, 0,39, 23,03% e 0,832 respectivamente. Mesmo com a menor porcentagem de previsões abaixo da segurança (2,9%) a recomendação do ACI 318 (2014) foi a maior penalizada pelo DPC (40), justamente pelo excesso de conservadorismo de suas previsões.

As recomendações do Eurocode 2 (2004) apresentaram uma das melhores média dentre as recomendações (1,16), resultados pouco dispersos e 17,1% de resultados contra a segurança. Por outro lado, a ABNT NBR 6118 (2014) apresentou média muito baixa (0,95) o que resultou em 70,6% dos resultados contra a segurança. Porém, a ABNT NBR 6118 (2014) obteve os melhores resultados de dispersão dentre as recomendações, com desvio padrão de 0,13, coeficiente de variação de 13,86% e R^2 de 0,914, o que garantiu a menor penalização pelo DPC juntamente com o Eurocode 2 (2004).

O EHE (2008) apresentou a menor média dos resultados (0,91) e valores de dispersão próximos aos dos resultados do Eurocode 2 (2004), porém, devida a baixa média, ele obteve o maior percentual de resultados contra a segurança (71%,4), o que rendeu a segunda maior penalização pelo DPC. O ETA 12/0454 (2012) obteve a média mais próxima de 1 e valores de dispersões semelhantes ao EHE (2008), porém graças a média mais elevada conseguiu um número menor de resultados classificados com baixa segurança pelo DPC, sendo pouco penalizado pelo critério de COLLINS (2001).

O *fib* Model Code 2010 (2013) apresenta a segunda média mais elevada dentre as recomendações e valores de dispersão semelhantes aos resultados da maioria das demais normas, resultando na segunda menor porcentagem de lajes contra a segurança (5,9%). Mesmo com a baixa dispersão e poucos resultados contra a segurança, o *fib* Model Code 2010 (2013) ficou entre as recomendações mais penalizadas devido ao grande número de lajes classificados como conservador pelo DPC.

As Figuras 4.29 a 4.32 mostram a influência de alguns parâmetros que influenciam na resistência à punção na região externa às armaduras de cisalhamento em $V_u/V_{Rout.teo}$. Nas Figuras 4.29 e 4.30 são apresentadas a influência do espaçamento circunferencial das armaduras (s_c/d) e nas Figuras 4.31 e 4.32 a influência do crescimento do perímetro crítico devido ao acréscimo de camadas de armaduras nas previsões das recomendações.

Figura 4.29 – Influência do espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rout.teo}$.

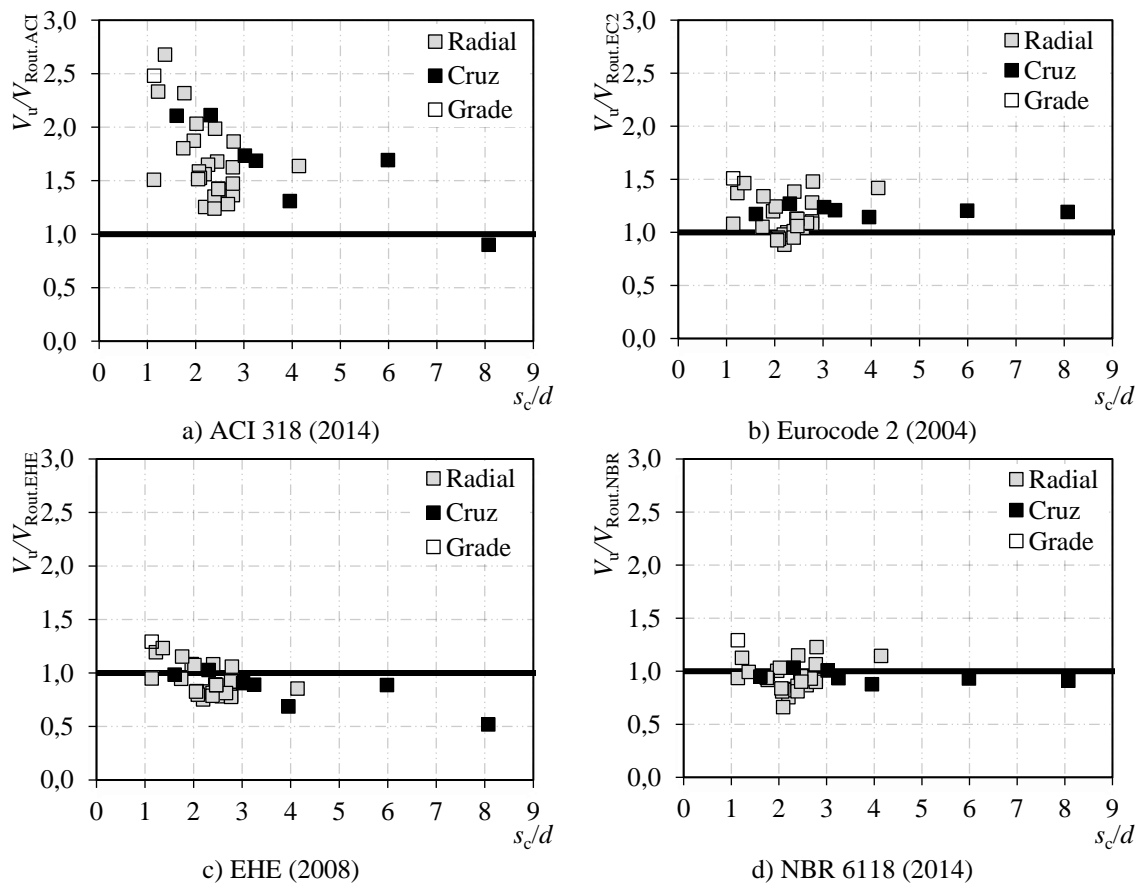
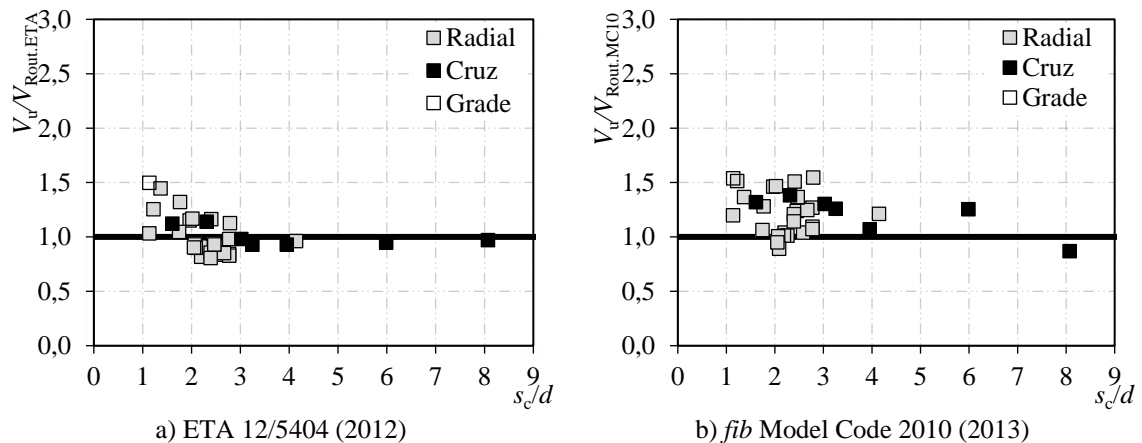


Figura 4.30 – Influência do espaçamento circunferencial das armaduras de cisalhamento na relação $V_u/V_{Rout.teo}$ (continuação).



Em recomendações que não interrompem o perímetro crítico com o acréscimo de s_c/d como o ACI 318 (2014) e EHE (2008) é perceptível uma tendência decrescente da razão dos resultados experimentais pelas estimativas com o acréscimo do espaçamento circunferência das armaduras. As previsões do ETA 12/0454 (2012), devido ao seu limite de $3,5 d$ para a distância circunferencial entre as armaduras nas camadas mais externas não consegue descrever o comportamento em lajes com relação s_c/d baixas. Vale ressaltar que as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode (2004), os quais limitam seu perímetro em $2 d$, conseguem ter estimativas de carga ultimas que consideram com precisão a influência de s_c/d . O fib Model Code 2010 (2013), mesmo com limite elevado de $3 d$, consegue ter boa precisão em suas previsões.

Figura 4.31 – Influência do crescimento do perímetro crítico na relação $V_u/V_{Rout.teo}$.

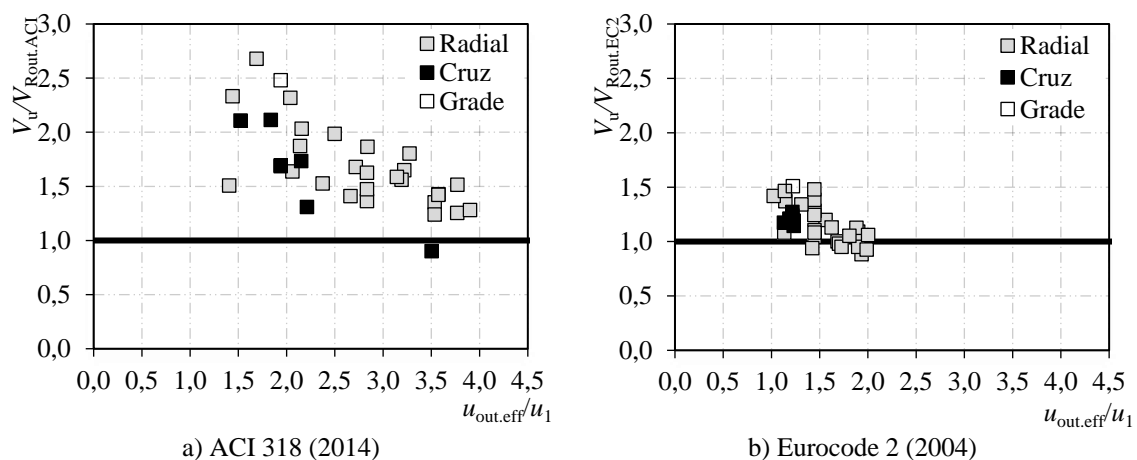
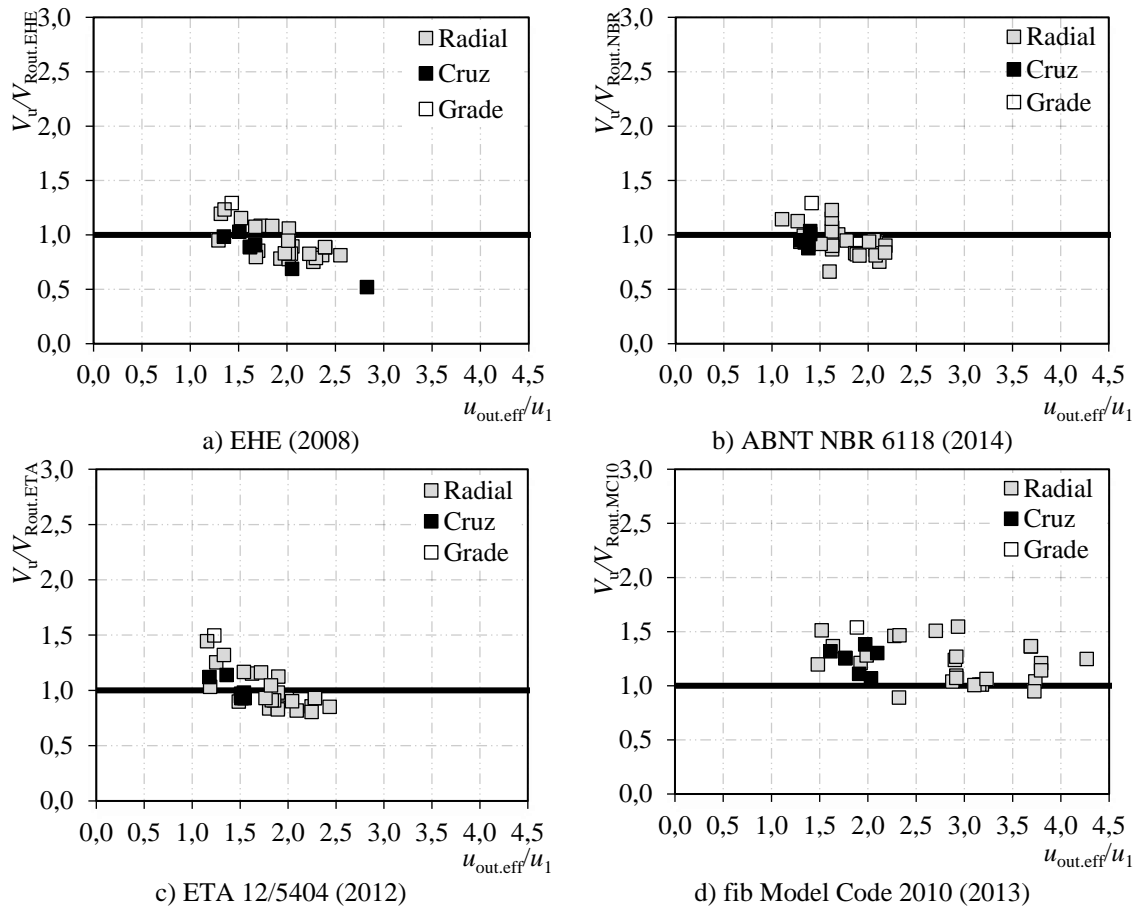


Figura 4.32 – Influência do crescimento do perímetro crítico na relação $V_u/V_{Rout,teo}$ (continuação).



Com ressalvas para o *fib* Model Code 2010 (2013), todas as recomendações não estimam com precisão a influência desse crescimento do perímetro crítico conforme aumenta-se o número de camadas de armaduras. Em todas as recomendações, é possível observar uma tendência decrescente na relação $V_u/V_{Rout,teo}$, em alguns casos chegando a apresentar resultados inseguros para relações $u_{out,eff}/u_1$ muito elevados.

4.2.4. Avaliação dos Métodos para Ruptura por Esmagamento da Biela

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.5 e nas Figuras 4.33 a 4.36, é realizada uma avaliação geral das equações que preveem a ruptura por esmagamento da biela comprimida das recomendações normativas para o dimensionamento à punção com armadura de cisalhamento que apresentaram ruína por punção com esmagamento da biela comprimida. Na Tabela 4.5 são apresentados resultados de média, coeficiente de variação e percentual de resultados contra a segurança ($V_u/V_{Rmax,teo} < 1$). As Figuras 4.33 a 4.35 apresentam de forma gráfica a análise da precisão das recomendações, onde nas Figuras 4.33 e 4.34 observa-se

uma comparação da linha de tendência dos resultados com a situação ideal ($V_u = V_{Rmax,teo}$) e o coeficiente de correlação dos resultados (R^2) e na Figura 4.34 apresenta-se uma análise de quartil dos resultados através de um diagrama de caixa. Por último, na Figura 4.36 é apresentado o resultado do critério de COLLINS (2001).

Tabela 4.5 – Análise estatística das lajes armadas à punção com ruptura por esmagamento da biela.

Recomendações	Média	Desvio Padrão.	Coefficiente de Variação (%)	Resultados Contra Segurança (%)
ACI	1,23	0,17	14,11	13,0
EC2 - 04	1,11	0,21	18,63	34,8
EC2 - 10	1,39	0,26	18,63	4,3
UK NA	1,39	0,26	18,63	4,3
DIN NA	0,92	0,13	14,43	73,9
EHE	0,97	0,20	20,52	52,2
NBR	1,03	0,19	18,63	43,5
ETA	0,96	0,10	10,42	56,5
M&B	0,99	0,11	11,56	47,8
MC10	1,12	0,14	12,60	21,7

Figura 4.33 – Análise da precisão dos modelos de lajes ruindo no esmagamento da biela

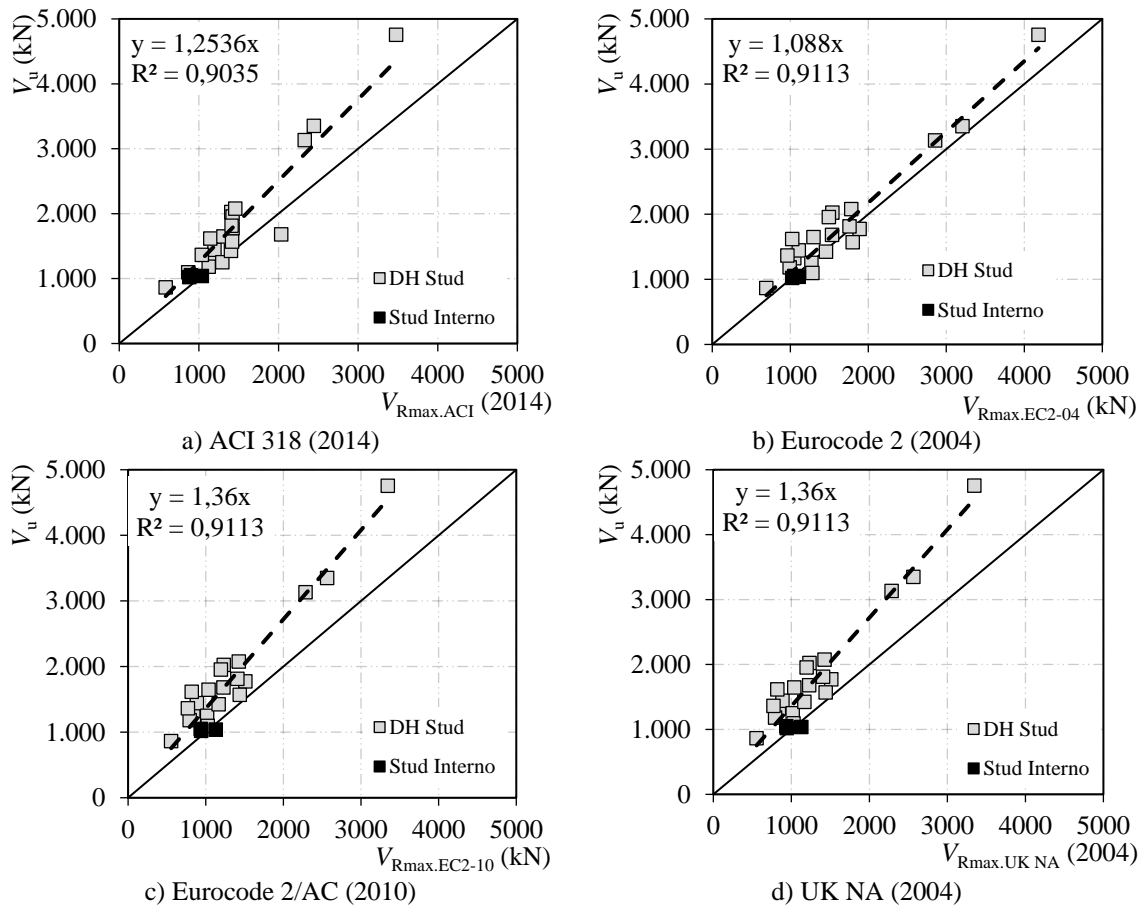


Figura 4.34 – Análise da precisão dos modelos de lajes ruindo no esmagamento da biela
(continuação)

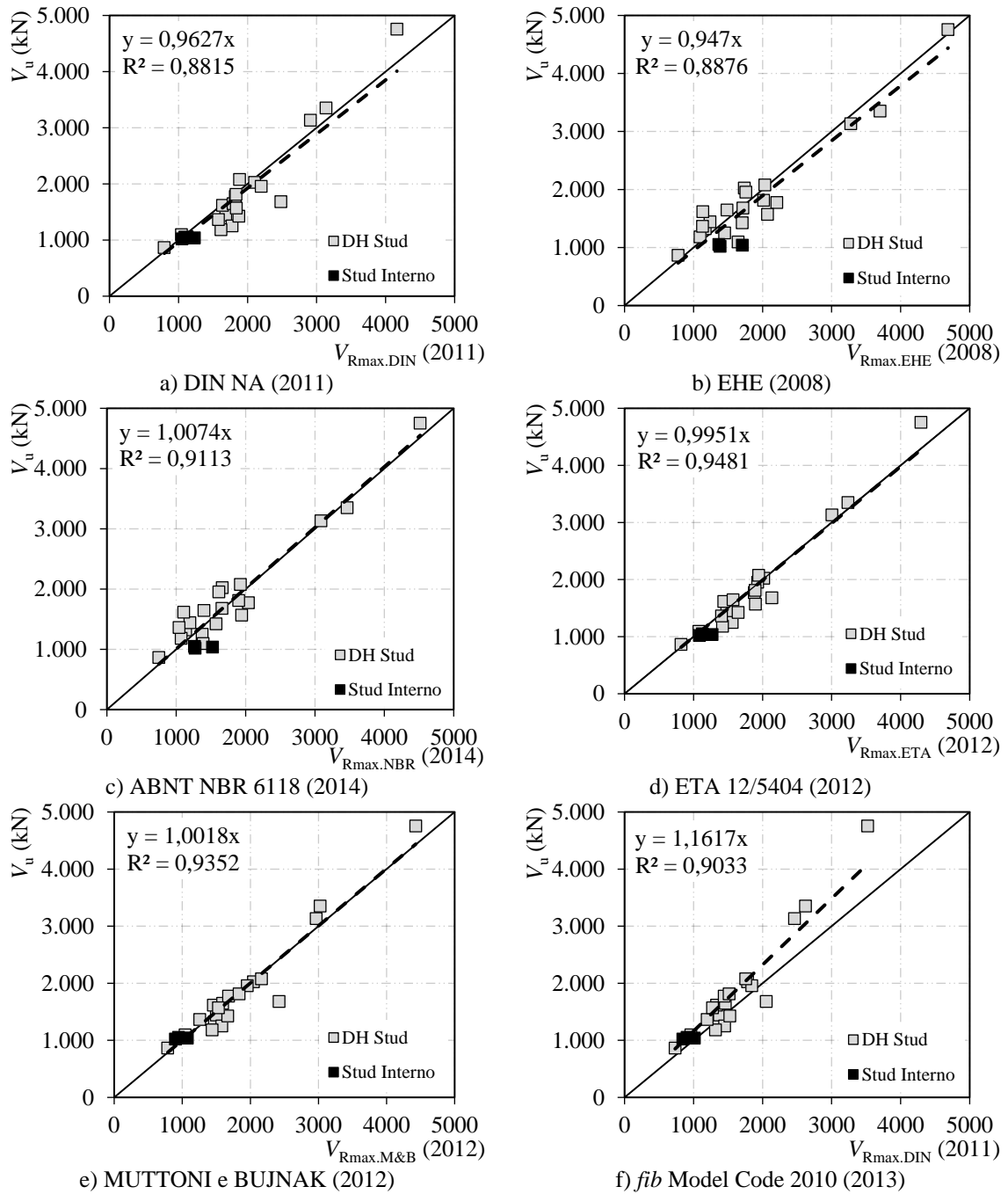


Figura 4.35 – Diagrama de caixa das lajes com ruptura no esmagamento da biela

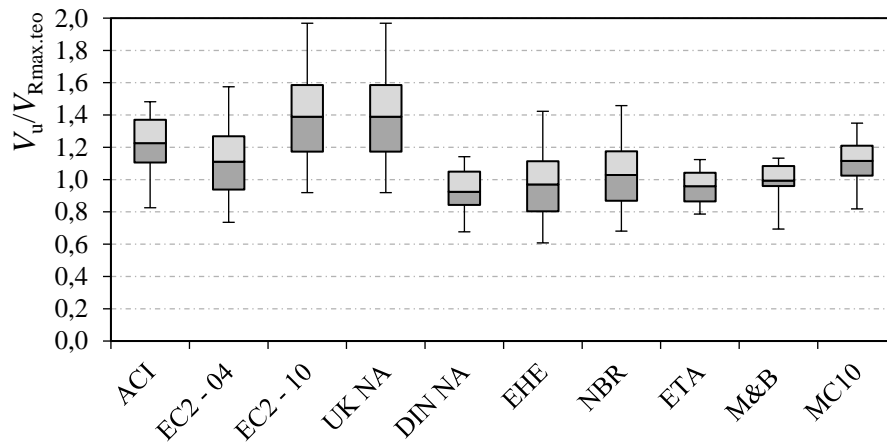
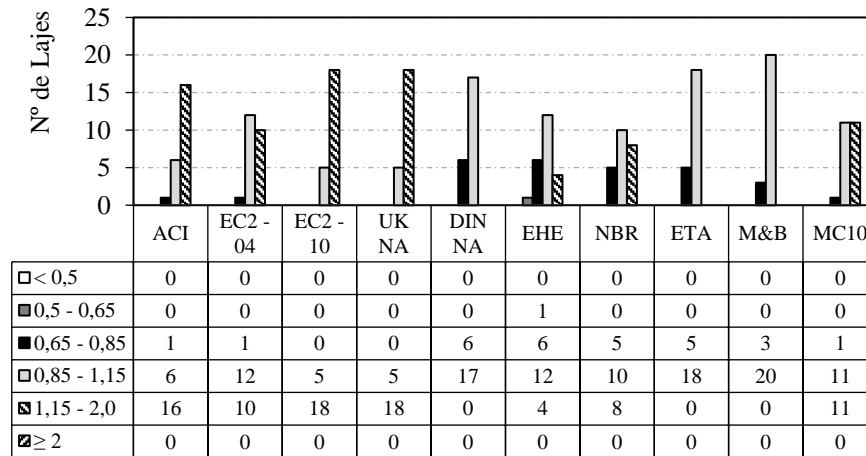
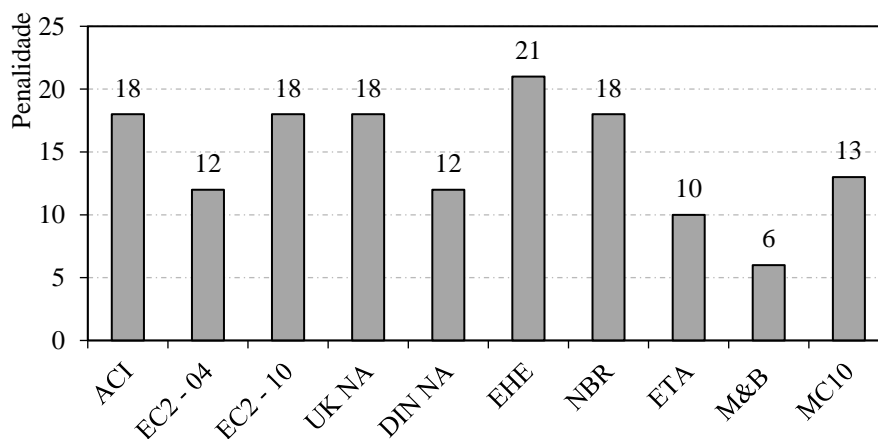


Figura 4.36 – Resultado do critério de COLLINS (2001) das lajes com ruptura no esmagamento da biela.



a) Distribuição das lajes



b) Penalidade de Collins

As recomendações do ACI 318 (2014) apresentaram o segundo pior resultado de média (1,23) e apesar dos resultados medianos de dispersão e dos poucos resultados contra a segurança (13,0%) não conseguiu uma baixa penalidade pelo DPC devido ao conservadorismo.

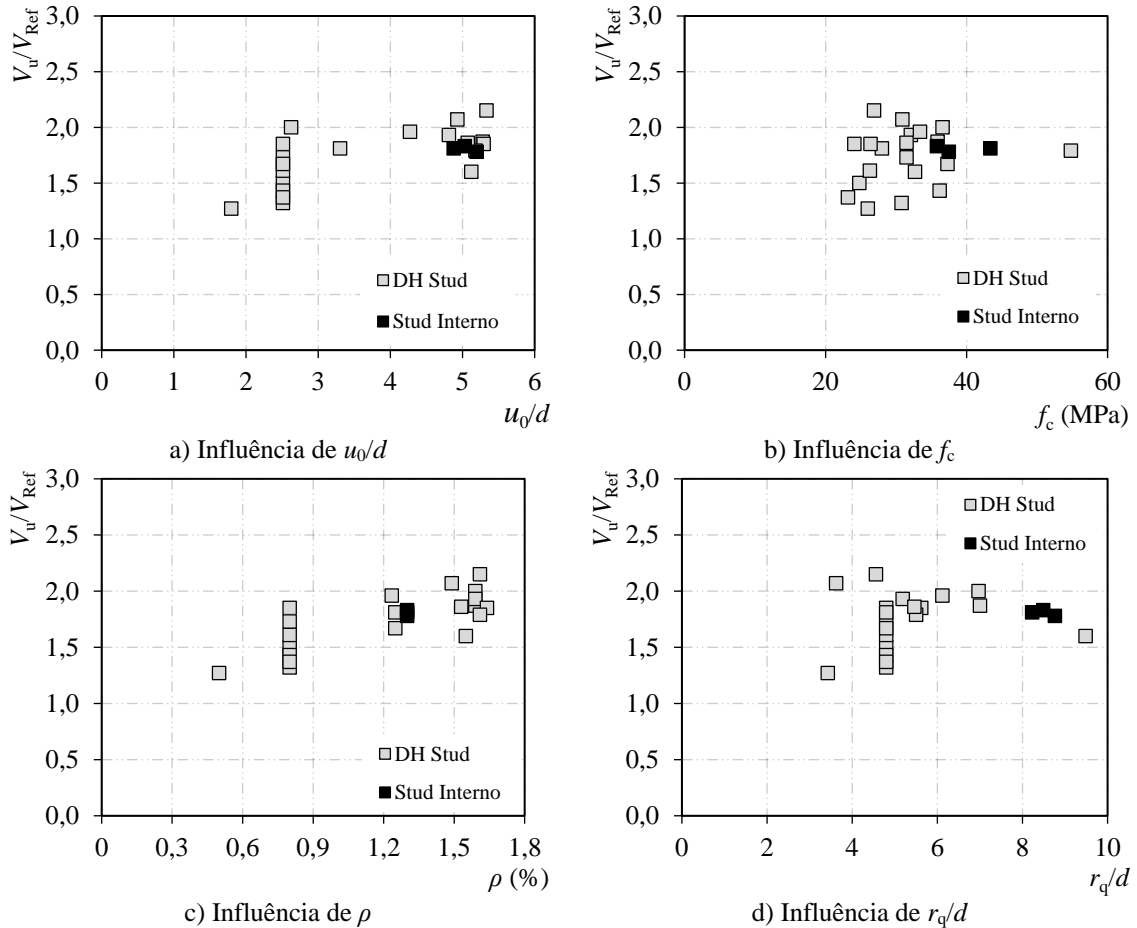
O Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), UK NA (2004), EHE (2008) e ABNT NBR (2014) por serem recomendações que tem como base uma analogia de viga para o esmagamento da biela, apresentam os piores resultados de dispersão, diferenciando-se basicamente pela sua média (variando de 0,97 a 1,39) que resultou em uma variação de resultados contra a segurança de 4,3% a 52,3%. A grande dispersão dos resultados resultou nas recomendações mais penalizadas pelo DPC, com destaque para o EHE (2008) que obteve a pior penalização devido a insegurança de suas previsões. Vale destacar que a recomendação do UK NA (2004) não apresentaram mudança alguma nas previsões do AC Eurocode 2 (2010).

As recomendações da DIN NA (2011), ETA 12/0454 (2012), a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) e *fib* Model Code 2010 (2013), as quais estimam a resistência ao esmagamento da biela através da multiplicação de uma constante pela resistência à punção sem armadura de cisalhamento, apresentaram faixas aproximadas de dispersão, apresentando os melhores resultados. A média de seus resultados variou de 0,92 a 0,99, o que resultou em uma excessiva porcentagem de resultados contra a segurança (variando de 47,8% a 73,9%). Mesmo com o grande número contra a segurança, a baixa dispersão manteve os resultados na classificação de segurança apropriada pelo DPC garantindo as menores penalizações, com destaque para a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) por ser a recomendação menos penalizada.

A Figura 4.37 apresenta a influência de diversos parâmetros, como tamanho do pilar (u_0/d), resistência a compressão do concreto (f_c), taxa de armadura de flexão (ρ) e esbeltez da laje (r_q/d), no acréscimo de carga em relação a lajes de referência. Para as lajes que não tinham uma referência direta foi utilizada a previsão da ABNT NBR 6118 (2014) para lajes sem armadura de cisalhamento como referência, por apresentar uma média muito próxima de 1 e baixa dispersão de seus resultados. A partir dos resultados, observa-se que o acréscimo de u_0/d e ρ geram um grande acréscimo de carga, enquanto que para o acréscimo f_c não há um

acréscimo tão acentuado e há uma tendência decrescente de resistência conforme aumenta-se r_q/d .

Figura 4.37 – Influência dos parâmetros que influenciam na resistência ao esmagamento da biela no acréscimo de carga em relação a referência.



As Figuras 4.38 a 4.45 mostram a influência dos diversos parâmetros que podem influenciar na resistência ao esmagamento da biela comprimida na relação $V_u/V_{Rmax.teo}$. As Figuras 4.38 e 4.39 apresentam a influência do tamanho do pilar, através de u_0/d visando desconsiderar a geometria do pilar, em $V_u/V_{Rmax.teo}$. As Figuras 4.40 e 4.41 mostram a influência da resistência do concreto, através da resistência a compressão do concreto, em $V_u/V_{Rmax.teo}$. As Figuras 4.42 e 4.43 apresentam a influência do grau de fissuração devido a flexão na região da biela, avaliado através da taxa de armadura de flexão, em $V_u/V_{Rmax.teo}$. As Figuras 4.44 e 4.45 mostra a influência da esbeltez da laje, avaliado através do parâmetro r_q/d , em $V_u/V_{Rmax.teo}$.

Figura 4.38 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{Rmax,teo}$.

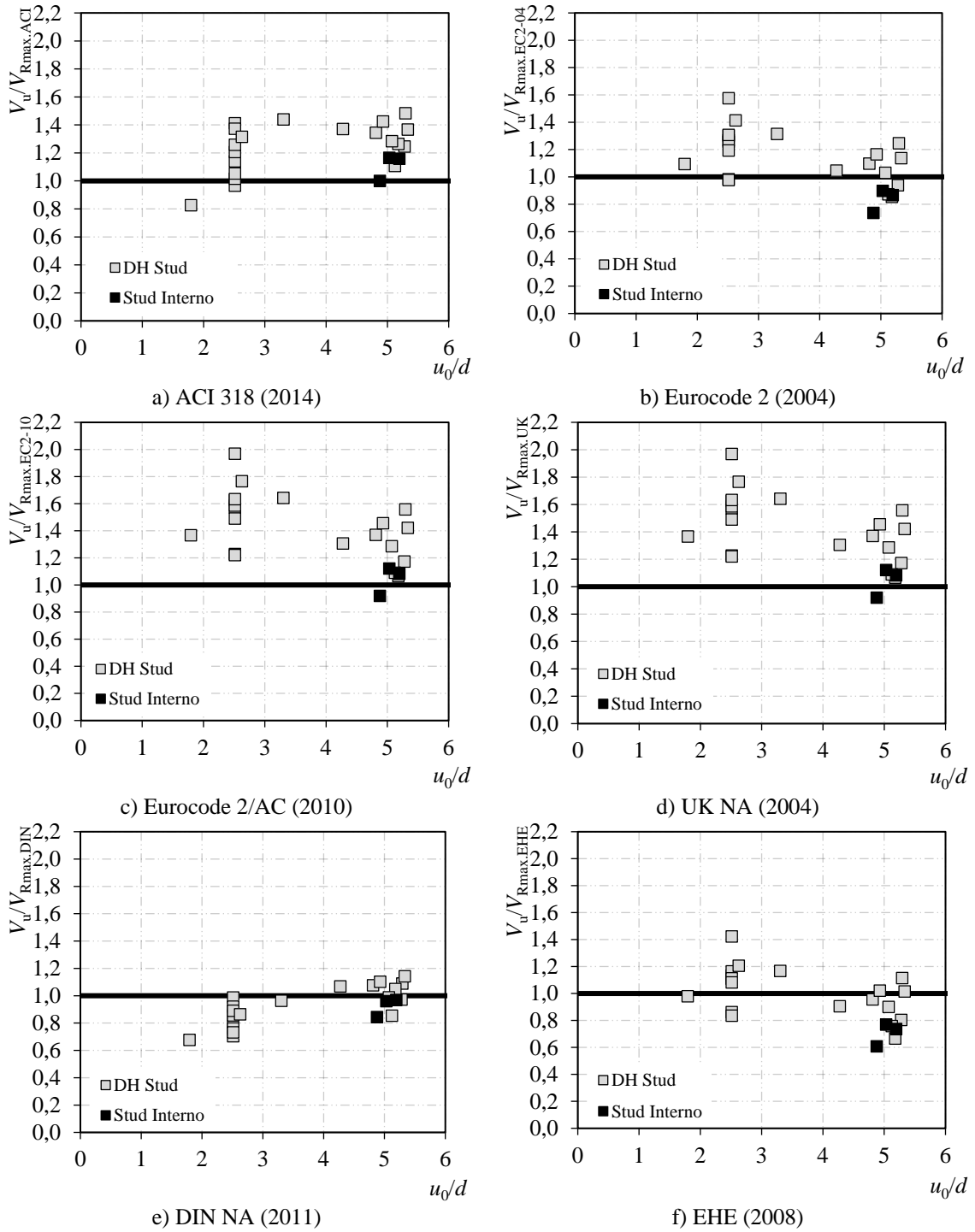
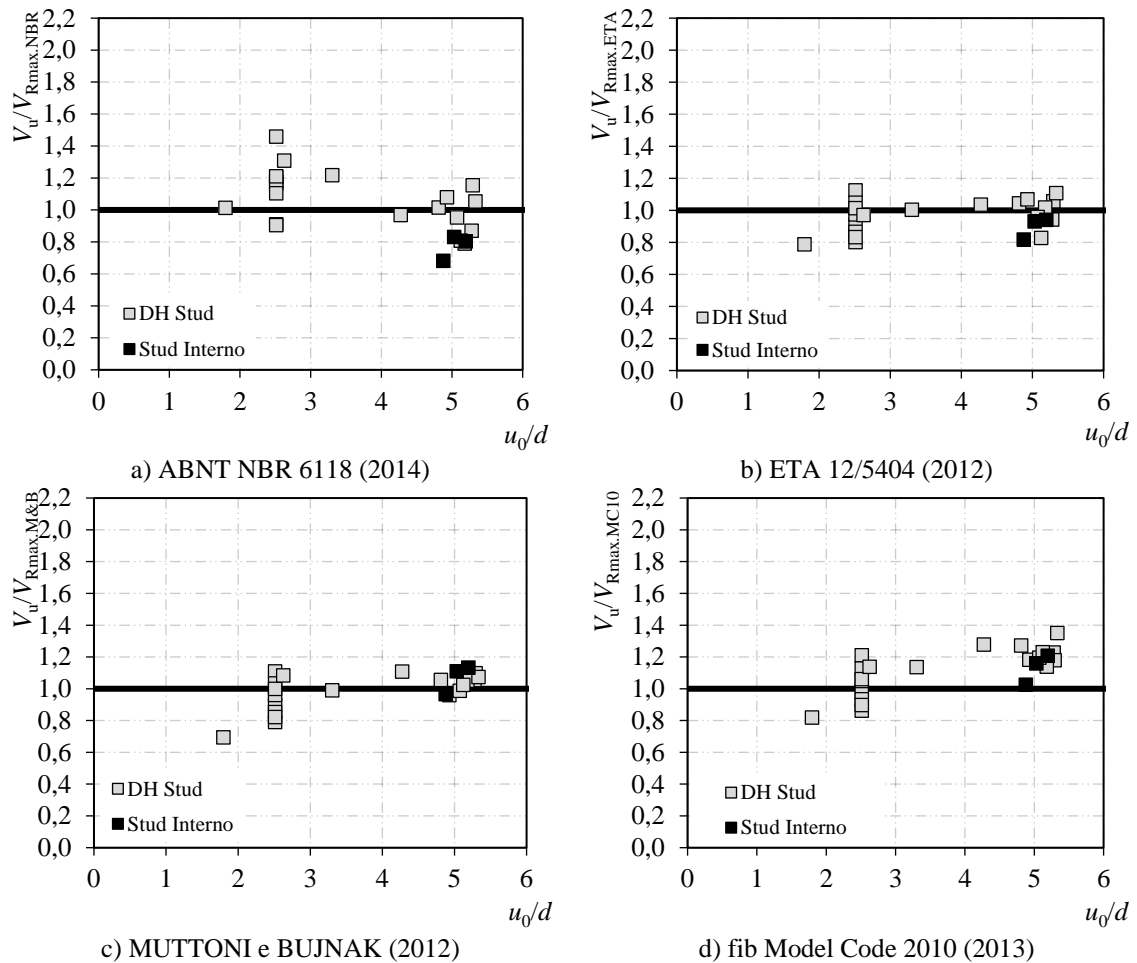


Figura 4.39 – Influência de u_0/d na relação $V_u/V_{R_{max,teo}}$ (continuação).



As recomendações que estimam a resistência da biela como uma constante multiplicada pela resistência à punção sem armadura de cisalhamento apresentaram uma tendência crescente dos resultados de $V_u/V_{R_{max,teo}}$ conforme aumenta-se a seção do pilar, chegando a apresentar resultados abaixo de 1 para pilares muito pequenos, com ressalvas para as previsões do ETA 12/0454 (2012) que impõem um ajuste para a resistência de lajes com u_0/d abaixo de 4 mostrando uma tendência quase constante. Em contrapartida a relação $V_u/V_{R_{max,teo}}$ para as recomendações análogas ao esmagamento da biela em vigas são influenciadas de modo decrescente com o acréscimo de u_0/d .

Figura 4.40 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{Rmax,teo.}$

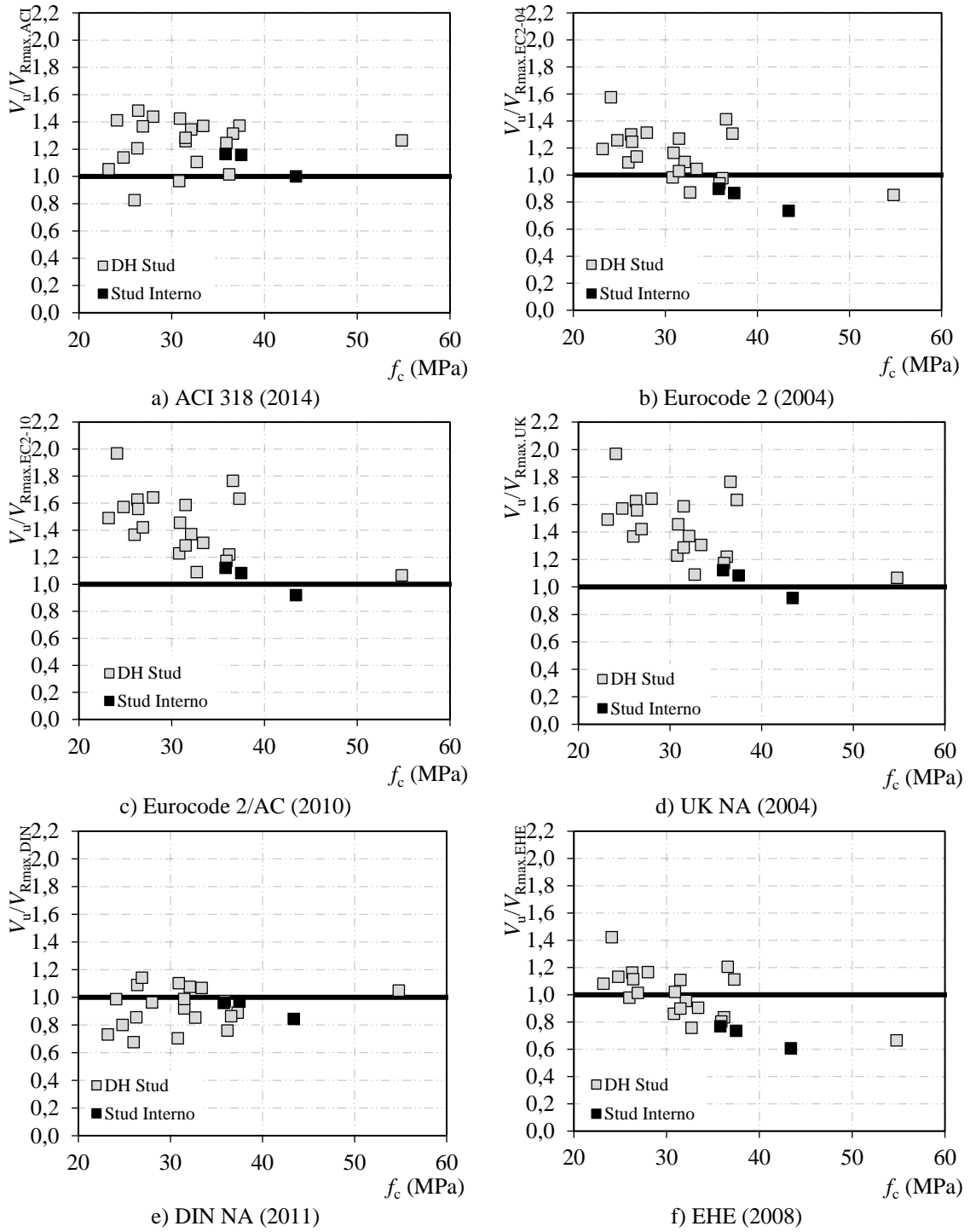
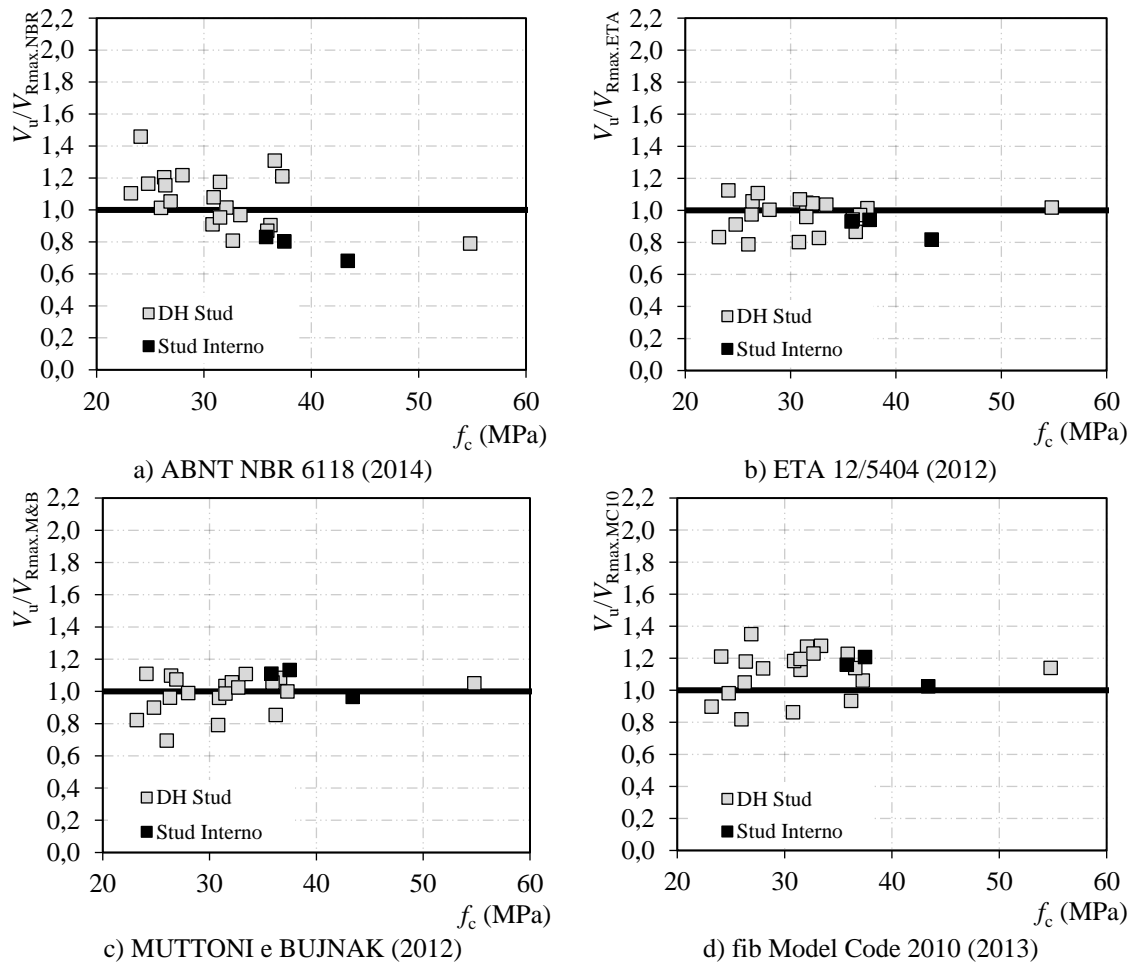


Figura 4.41 – Influência de f_c na relação $V_u/V_{R_{max,teo}}$ (continuação).



A partir dos resultados, observa-se que as recomendações que estimam a resistência da biela por analogia de viga, não são capazes de estimar corretamente a influência da resistência do concreto, apresentando uma tendência decrescente dos seus resultados. Para as recomendações que estimam o esmagamento multiplicando uma constante pela previsão da carga de punção sem armadura de cisalhamento, há uma tendência suave de crescimento de $V_u/V_{R_{max,teo}}$.

Figura 4.42 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{Rmax,teo.}$

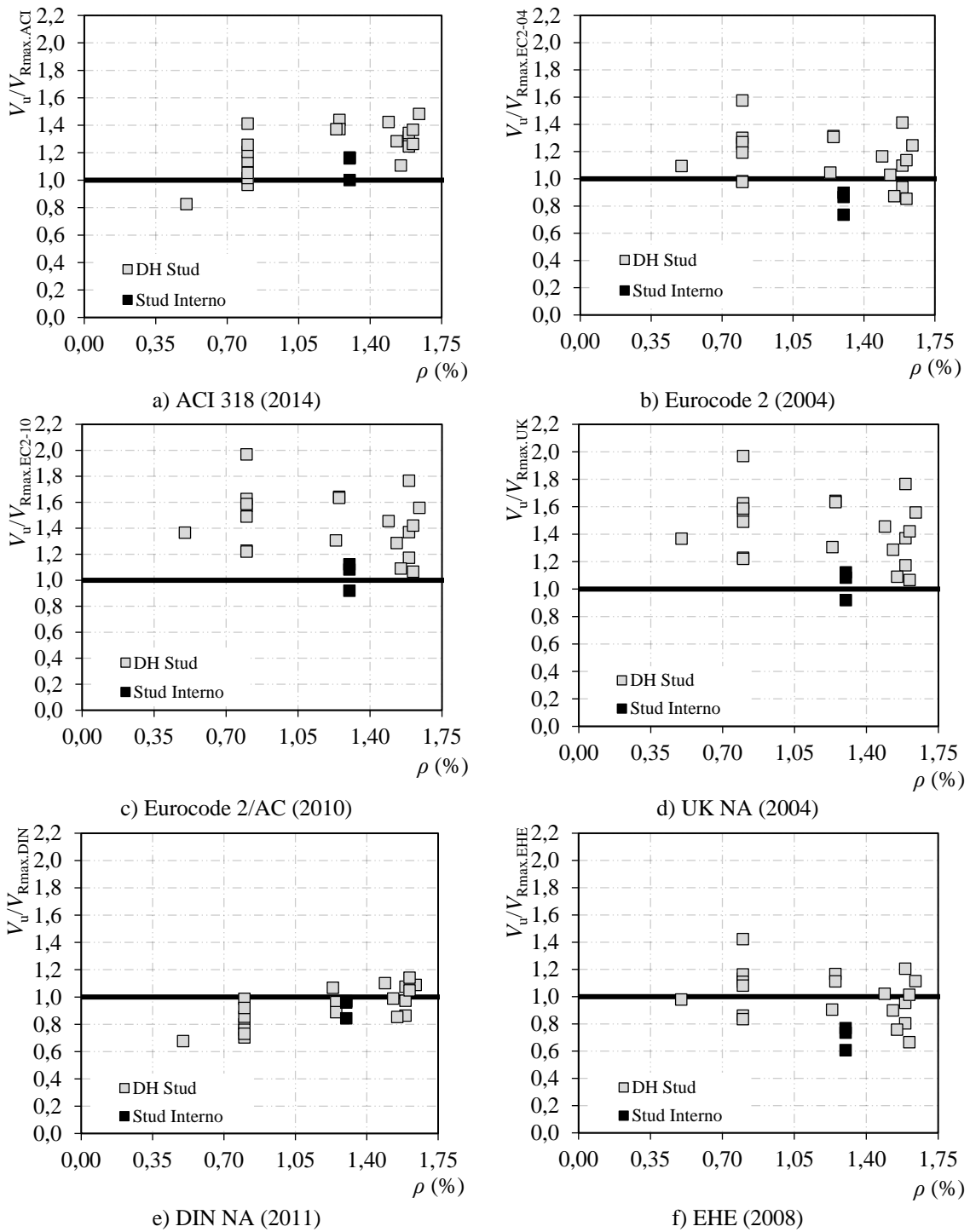
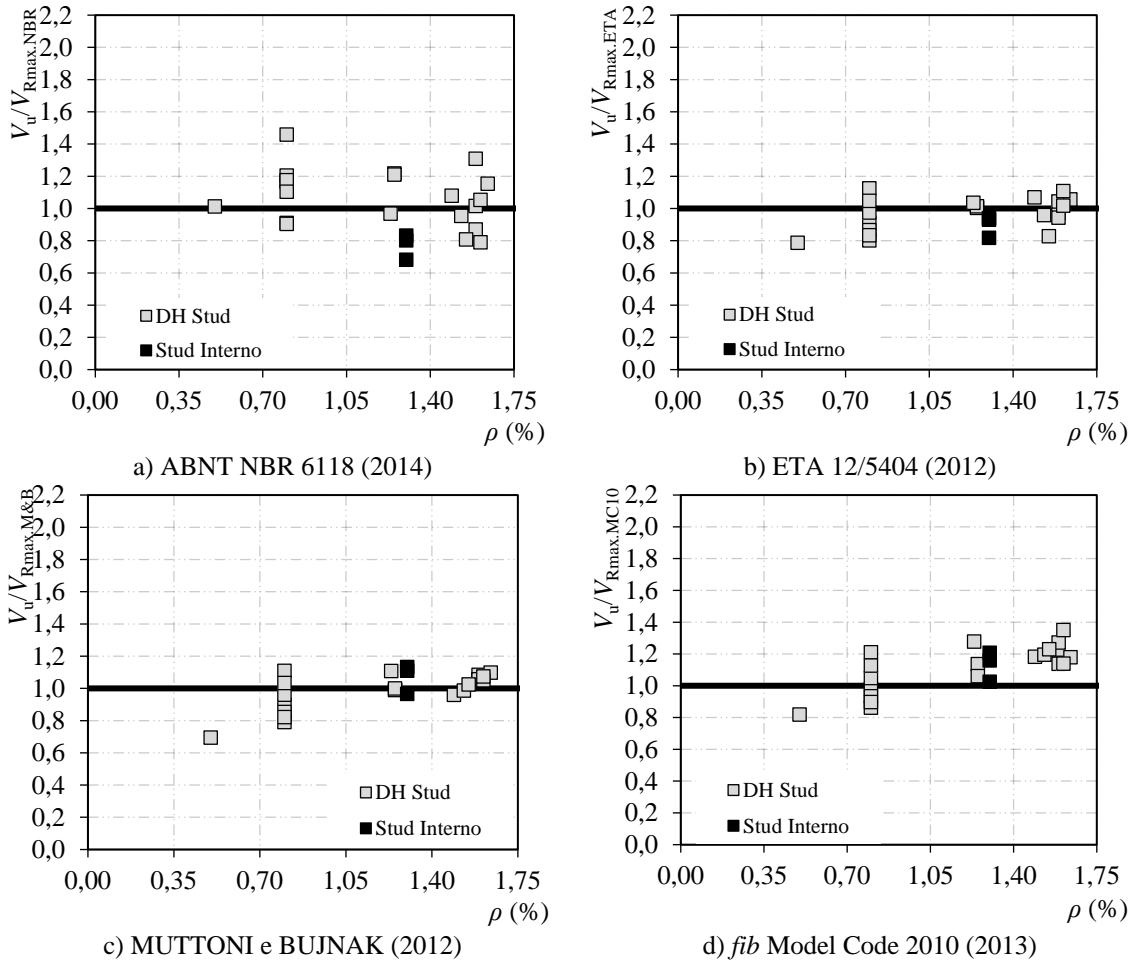


Figura 4.43 – Influência de ρ na relação $V_u/V_{R_{max,teo}}$ (continuação).



As recomendações que estimam a resistência da biela a partir de um fator multiplicado pela resistência à punção sem armadura apresentam uma tendência crescente de seus resultados mostrando que por mais levem em consideração a resistência a taxa de armadura de flexão, elas não conseguem prever com precisão a influência desse parâmetro apresentando uma tendência crescente de seus resultados. Em contrapartida as recomendações que consideram a resistência ao esmagamento da biela a partir de analogia de viga não consideram a influência da taxa de armadura de flexão em suas previsões mostram uma tendência decrescente, possivelmente devido a, coincidentemente, as lajes que tem uma taxa alta de armadura de flexão também têm uma relação u_0/d elevadas, e como essas recomendações superestimam a tendência desse parâmetro (ver Figuras 4.38b, 4.38c, 4.38d, 4.38f e 4.39a) a tendência da taxa de armadura de flexão pode estar mascarada.

Figura 4.44 – Influência de r_q/d na relação $V_u/V_{Rmax,teo}$.

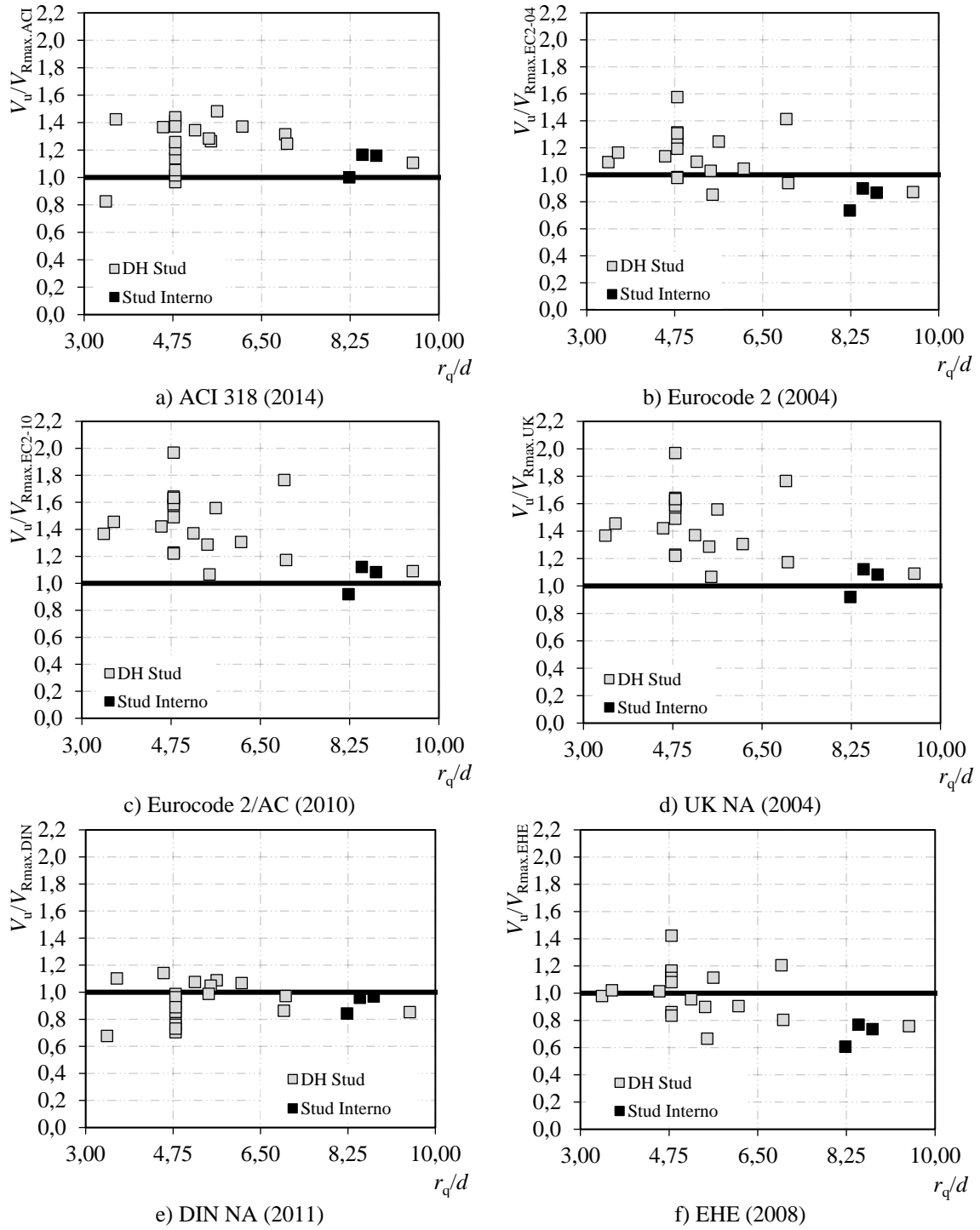
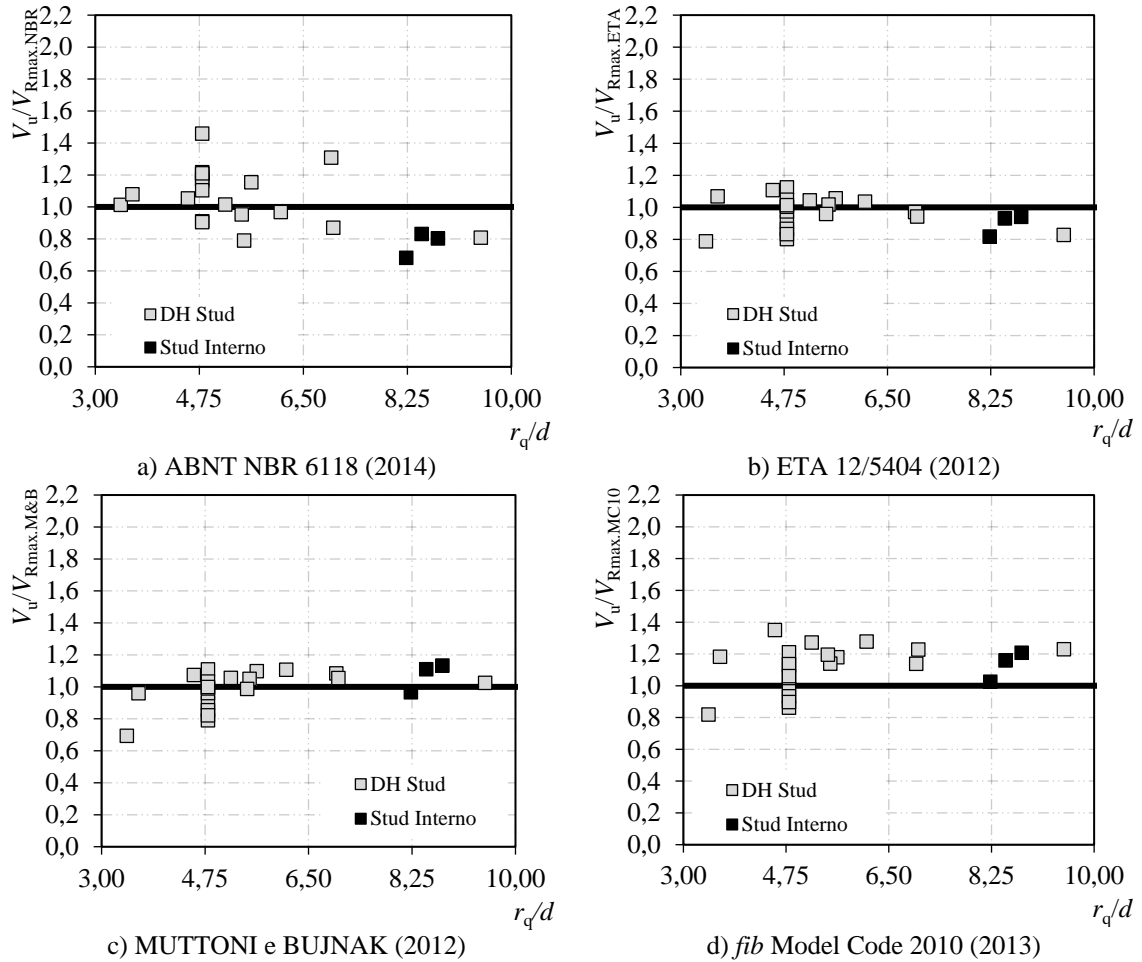


Figura 4.45 – Influência de r_q/d na relação $V_u/V_{R_{max,teo}}$ (continuação).



A partir dos resultados apresentados nas Figuras 4.44 e 4.45 que todas as recomendações, com exceção da adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) e do *fib* Model Code 2010 (2013) que consideram a influência da esbelteza da laje, o primeiro de forma empírica e segundo a partir da rotação da laje, apresentaram uma tendência decrescente de seus resultados $V_u/V_{R_{max,teo}}$ conforme aumentou-se a esbelteza da laje.

5. Conclusões

5.1. Metodologia de Avaliação dos Métodos de Dimensionamento

Considera-se que a metodologia empregada no trabalho foi adequada, conseguindo coletar um número representativo de lajes tanto sem armadura de cisalhamento, com 118 lajes selecionadas em 31 autores na literatura científica, quanto com as 140 lajes armadas conectores em 21 autores, para avaliar as recomendações das normas ACI 3118 (2014), Eurocode 2 (2004), AC Eurocode 2 (2010), UK NA (2004), DIN NA (2011), EHE (2008), ABNT NBR 6118 (2014), ETA 12/5404 (2012), uma adaptação ao ETA proposta por MUTTONI e BUJNAK (2012) e o *fib* Model Code 2010 (2013). E as análises utilizadas permitiram uma comparação efetiva das recomendações, podendo comparar as dispersões e posteriormente avaliar o motivo das mesmas. Além de aplicar o “*Demerit Points Classifications*” para poder verificar qual norma melhor atende aos critérios de segurança, precisão e economia considerados.

5.2. Avaliação dos Métodos de Dimensionamento

5.2.1. Avaliação em Lajes sem Armadura de Punção

Para a análise com o banco de dados em lajes sem armadura de cisalhamento as previsões do ACI 318 (2014) apresentaram os resultados mais dispersos, porem apresenta resultados seguro, muitas vezes com grande conservadorismo. A ABNT NBR 6118 (2014) apresentou a menor dispersão para o universo de dados analisados, porem uma porcentagem elevadas dos resultados se apresentam contra a segurança. O Eurocode 2 (2004) juntamente com a ABNT NBR 6118 (2014) foram as recomendações menos penalizadas pelo critério de COLLINS (2001), ressaltando que as previsões do Eurocode 2 (2004) apresentaram menos dos resultados contra a segurança que a ABNT NBR 6118 (2014).

Na análise da influência de f_c nas previsões das normas conclui-se que as recomendações do ACI 318 (2014) e *fib* Model Code 2010 (2013) são afetadas pela variação da resistência à compressão do concreto. Para a taxa de armadura de flexão, a situação mais crítica é a do ACI 318 (2014) que a dispersão dos seus resultados é muito afetada por não considerar a influência da armadura de flexão em suas previsões. Há destaque para o *fib* Model Code 2010 (2013) a qual foi a única recomendação que não foi influenciada por esse parâmetro.

Em relação à altura útil, nota-se que as previsões do ACI 318 (2014) são influenciadas por não considerar os efeitos do efeito de escala em suas previsões. Nas previsões do Eurocode 2 (2004) e ETA 12/5404 (2012) não se nota motivo para limitação do efeito de escala em 2, tendo em vista que isso apenas gerou resultados conservadores para lajes com d inferiores a 100 mm. Vale ressaltar que a ABNT NBR 6118 (2014) e o *fib* Model Code 2010 (2013) não foram influenciadas por este parâmetro. Para a influência da proporção do pilar em relação à laje não teve grande influência relevante nas prescrições em todas as recomendações.

5.2.2. Avaliação em Lajes Armadas com Conectores de Aço

Em lajes armadas com conectores de aço, a norma que obteve menor dispersão dos resultados foi a ABNT NBR 6118 (2014), porém com um elevado número de lajes contra a segurança. O ACI 318 (2014), ETA 12/5404, adaptação ao ETA de MUTTONI e BUJNAK (2012) e *fib* Model Code 2010 (2013) foram as recomendações com menor número de resultados contra a segurança, porém foram muito penalizadas por serem consideradas conservadoras. O anexo nacional alemão ao Eurocode 2 (DIN NA, 2011) foi a norma menos penalizada pelo DPC, enquanto que a mais penalizada foi o EHE (2008) por ser muito insegura. Foi verificado também que as recomendações não têm uma previsão precisa dos modos de ruptura das lajes.

5.2.2.1. Ruptura na Região Interna às Armaduras de Punção

Separando apenas as lajes que obtiveram ruptura interna à região das armaduras e analisando apenas as equações para este modo de ruptura, observou-se que as recomendações do Eurocode 2 (2004), EHE (2008) e ABNT NBR 6118 (2014) apresentaram resultados muito inseguros, enquanto o ACI 318 (2014) e *fib* Model Code 2010 (2013) obtiveram os resultados mais satisfatórios, mesmo sendo conservadores. O ETA 12/5404 (2012) com sua grande dispersão demonstrou que suas previsões não segue a tendência dos resultados, porém obtendo resultados extremamente conservadores.

Concluiu-se também que as armaduras com superfície de alta aderência têm melhor desempenho em relação as de superfície lisa. As armaduras com melhor desempenho foram os “*stud rails*” com superfície de alta aderência e perfis “I” fatiados. Paralelamente a isso observou-se que nenhuma das normas analisadas foi capaz de considerar a influência de V_{Rs}/V_{Rc} em suas previsões, justificando a grande dispersão de seus resultados.

5.2.2.2. Ruptura na Região Externa às Armaduras de Punção

Nas lajes com ruptura na região externa às armaduras de punção o Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code 2010 (2013) apresentaram uma segurança apropriada para este modo de ruptura, enquanto que o ACI 318 (2014) demonstrou ser extremamente conservador. As demais recomendações apresentaram grande quantidade de resultados contra a segurança.

Com exceção do *fib* Model Code 2010 (2013), apenas as recomendações que limitam o perímetro u_{out} em $2d$ conseguiram não ter suas previsões prejudicadas pelo espaçamento circunferencial das armaduras. Em relação ao acréscimo de área de corte conforme aumentasse o número de camadas de armaduras, com exceção do *fib* Model Code 2010 (2013), todas as recomendações foram afetadas pelo parâmetro $u_{out,eff}/u_1$.

5.2.2.3. Ruptura por Esmagamento da Biela

Em relação as lajes com ruptura pelo esmagamento da biela, as recomendações que estimam a carga de ruptura por multiplicando uma constante pela resistência à punção sem armadura de cisalhamento tiveram os resultados menos dispersos por considerarem mais fatores em suas previsões.

Em relação aos parâmetros que envolvidos no fenômeno, as previsões de todas as normas foram afetadas pelo parâmetro do tamanho do pilar (u_0/d) e pela taxa de armadura de flexão (ρ). Para a resistência do concreto (f_c) as recomendações que utilizam analogia do esmagamento da biela em vigas superestimam a influência do concreto na resistência da biela. Quanto à esbeltez da laje, apenas o *fib* Model Code 2010 (2013) e a adaptação de MUTTONI e BUJNAK (2012) ao ETA 12/5404 (2012) não tiveram suas previsões influenciadas por este parâmetro.

Referências Bibliográficas

ACI 318 (2014). **Building Code Requirements for Structural Concrete**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ACI 421.1R-08 (2008). **Guide to Shear Reinforcement for Slabs**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.

ANDERSON, J. L. (1963). **Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement**. Royal Institute of Technology, Bulletin N° 212, KTH Estocolmo. Suíça.

ANDRA (1981a). "**Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten, Bewehrung im Auflagerbereich,**" Beton- und Stahlbetonbau, V. 75, No. 3, pp. 53-57.

ANDRA (1981b). "**Zum Tragverhalten von Flachdecken mit Dübelleisten, Bewehrung im Auflagerbereich,**" Beton- und Stahlbetonbau, V. 75, No. 4, pp. 100-104.

ANDRA, H. P.; DILGER, W. H. e GHALI, A.. (1979). "**Durchstanzbewehrung für Flachdecken**" Beton und Stahlbetonbau, Vol. 74, No. 5, pp. 129-132.

ANDRA H. P. e MATTHAEI, O. (2000) **Effectiveness of Punching Shear Reinforcement a Question of Rotational Capacity**. International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs, Proceedings, Stockholm, Sweden, pp. 163-170.

ANDRADE, J. L. S. (2000). **Estudo Experimental da Inclinação de Estribos Abertos em Lajes Cogumelo de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Pp 142.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118 (2014). **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro.

BAZANT, Z. P. (1984). **Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal.** Journal of Engineering Mechanics, ASCE, V. 110, No.4, Apr. 1984, pp. 518-535.

BAZANT, Z. P. e CAO, Z. (1987). **Size effect in punching shear failure of slabs.** ACI Structural Journal, Vol. 84, pp. 44-53, Jan/Febr.

BAZANT, Z. P.; OZBOLT, J. e ELIGEHAUSEN, R. (1994). **Fracture Size Effect: Review of Evidence for Concrete Structures.** Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No.8. pp. 2377-2398.

BERNAERT, M., PUECH, M. (1966). **Compte Rendu des Travaux du Groupe de Travail Poinçonnement.** Comité Européen du Béton: Dalles, Structures planes. CEB-Bull. d'Information No. 57, Paris.

BERTAGNOLI, G. e MANCINI, G. (2008). **On the maximum punching shear resistance adjacent to the column.** Symposium in honour of Prof. Toniolo, Milano 5-12-2008.

BEUTEL, R. (2002). **Punching of Flat Slabs with Shear Reinforcement at Inner Colluns.** Alemanha, 267 pp. (em Alemão).

BEUTEL e HEGGER (2000). **Punching Behavior of Shear Reinforced Flat Slabs at Interior Columns: Effective and Economic Shear Systems.** International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs, Proceedings, Stockholm, Sweden, pp. 171-180.

BEUTEL e HEGGER (2001). **Slabs With Shear Reinforcement.** CEB-*fib* Bulletin N° 13 Punching of Structural Concrete Slabs. pp. 176-187

BEUTEL, R. e HEGGER, J. (2002). **The Effect of Anchorage on the Effectiveness of the Shear Reinforcement in the Punching Zone.** Cement & Concrete Composite. Vol. 24, pp 539-549.

BIRKLE, G. (2004). **Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout.** Tese de Doutorado. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary. Canadá. 152 pp.

BIRKLE, G. e DILGER, W.H. (2008). **Influence of Slab Thickness on Punching Shear Strength**. ACI Structural Journal. Vol. 105, Nº 2 Março-Abril.

BROMS, C. E. (2000). **Elimination of Flat Plate Punching Failure Mode**. ACI Structural Journal, Vol. 97, No, 1, Jan-Fev.

BROMS, C. E. (2007). **Ductility of Flat Plates: Comparison of Shear Reinforcement Systems**. ACI Structural Journal, Vol. 104, No, 6, Nov-Dez.

BS 8110 (1997). **Structural Use of Concrete, Part 1: Code of Practice for Design and Construction**. British Standards Institution, Londres.

BS NA EN 1992-1-1 (2004) (English): **UK National Annex to Eurocode 2. Design of concrete structures. General rules and rules for buildings**. British Standards Institution, Londres.

BUJNAK, J. e GAVURA, S. (2012). **On the Maximum Resistance of Slabs Reinforced Against Failure by Punching**. Design of Concrete Structures Using Eurocodes Third International Workshop – Vienna, September 20-21.

Canadian Standards Association (CSA) (2004). **Design of concrete structures for buildings**. CSA-A23.3-04. Rexdale, Ontario, Canada; 2004.

CHANA, P. S. (1993). **A Prefabricated Shear Reinforcement System for Flat Slabs**. Proc. Instn. Civil Engineering Structural & Buildings. Vol. 99, pp 345-358.

COLLINS, M.P. (2001). **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford.

COUTINHO, H. B.; NOGUEIRA, G. S. e OLIVEIRA, A. B. (2016). **Vistoria Técnica Referente ao Desabamento da Estrutura da Laje PUC/Lazer do Condomínio do Residencial Grand Parc**. Relatório de Vistoria Técnica Estrutural. Vitória.

DILGER, W. H. e GHALI, A. (1981). **Shear Reinforcement for Concrete Slabs**, Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE, V. 107, No. ST12, Dezembro, pp. 2403-2420.

DIN EN 1992-1-1 (2011). 2011-01. **Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau**; Deutsche Fassung DIN EN 1992-1-1:2004 + AC:2010

EDER, M. A. (2011). **Inelastic Behaviour of Hybrid Steel/Concrete Column-to-Flat Slab Assemblages**. Tese de Doutorado. Department of Civil and Environmental Engineering. Imperial College. London.

EHE (2008). **Code on Concrete Structures**. Espanha.

EINPAUL, J., BUJNAK, J., RUIZ, M. F., MUTTONI, A. (2016). **Study on Influence of Column Size and Slab Slenderness on Punching Strength**. ACI Structural Journal. Vol. 113, Nº 1 Jan/Fev.

ELIGEHAUSEN, R., BALOGH, T. (1995). **Behaviour of Fasteners Loaded in Tension in Cracked Reinforced Concrete**. ACI Structural Journal. Vol. 92, Nº 3 Maio/Julho.

ELSAHAFFEY, A. E.; RISK, E.; MARZOUK, H. e HADDARA, M. R. (2011). **Prediction of Punching Shear Strength of Two-Way Slabs**. Engineering Structures. Vol. 33. Pp. 1742-1753.

ELSANEDDY, H. M.; AL-SALLOUM, Y. A. e ALSAYED, S. H. (2013). **Prediction of Punching Shear Strength of HSC Interior Slab-Column Connections**. KSCE Journal of Civil Engineering. :Vol. 17, Nº2. Pp. 473-485.

ELSTER e HOGNESTAD (1956). **Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs**. ACI Journal, Proceedings. Vol. 53, Nº 1 Julho.

EN 1992-1-1 (2004). **Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.

EN 1992-1-1/AC (2010). **Corrigendum AC – Eurocode 2: Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.

EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-12/0454 (2012). **Double Headed Studs as Punching Reinforcement**. Langenfeld, Alemanha.

EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-13/0521 (2013). **Filigran FDB II Punching Shear Reinforcement**. Klieken, Alemanha.

FERREIRA, M. P. (2010). **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília.

FERREIRA, M. P.; MELO, G. S. S.; REGAN; P. E.; VOLLUM, R. L. (2014). **Punching of Reinforced Concrete Flat Slabs with Double-Headed Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal. Vol. 111. Nº 1. Pp 1-12.

fib MODEL CODE 2010 (2011). ***fib* Model Code 2010, First complete draft—V. 2**, Bulletin 56, fib, Lausanne, Switzerland, Abril. 288 pp.

FURCHE, J. (1997) **Elementdecken im Durchstanzbereich von Flachdecken**. Betonwerk+Fertigteiltechnik. 1997. pp. 96–104.

GARDNER, N. J. (1990). **Relationship of the Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs with Concrete Strength**. ACI Structural Journal. Vol. 87. Nº 1. Pp 66-71.

GHALI, A. e MEGALLY, S. (2000). **Stud Shear Reinforcement for Punching: North American and European Practices**. International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs, Proceedings, Stockholm, Sweden, pp. 201-209.

GMAINER, S. e WALRAVEN, J. C (2012). **Comparison of the National Annexes of Eurocode 2 for the Shear and Punching Shear Capacity.** Design of Concrete Structures Using Eurocodes Third International Workshop. Viena.

GOMES, R. B. e ANDRADE, M. A. S. (2000). **Does a punching shear reinforcement need to embrace a flexural reinforcement of a RC flat slab?**, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, KTH Stockholm, June, Proceedings pp109-117.

GOMES, R. B. e REGAN, P. E. (1999). **Punching Resistance of RC Flat Slabs with Shear Reinforcement.** Journal of Structural Engineering. 684-692.

GRAF, O. (1938). **Versuche uber die Widerstandsfahigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten.** Deutscher Ausschus fur Eisenbeton, Heft 88, Berlin, 22p.

GUANDALINI e MUTTONI (2004). **Symmetrical punching tests on slabs without transverse reinforcement.** Test Report. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne. Switzerland; 2004. 85 pp.

HALLGREN, M. (1996). **Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs.** Tese de Doutorado, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 150p.

HALLGREN, M. (2001). **Punching of High Strength Concrete Slabs.** CEB-*fib* Bulletin N° 13 Punching of Structural Concrete Slabs. pp. 172-175

HEGGER, J.; WALRAVEN, J. C.; HAUSLER, F. (2010). **Zum Durchstanzen von Flachdecken nach Eurocode 2.** In Betonund Stahlbetonbau 105 (2010), Heft 4, P.206-215

HEINZMANN, D.; ETTER, S.; VILLIGER, S. e JAEGER, T. (2012). **Punching Tests on Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement.** ACI Structural Journal. Vol. 109. N° 6. Pp 787-794.

JORDAHL (2013). **JORDAHL® Punching Shear Reinforcement JDA**. Relatório Técnico. Alemanha, Berlim.

KINNUNEN, S. e NYLANDER, H. (1960). **Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement**. Transactions N° 158, Royal Institute of Technology, Stockholm.

KINNUNEN, S. NYLANDER, H. e TOLF, P. (1978). **Investigations on punching at the division of building statics and structural engineering**. Nordisk Betong. Stockholm 1978; 3:25–7.

KOCH, R. (1990). **Flat Slab-Column Connections with Shear Comb Reinforcement**, Otto Graf Journal, Vol.1, Otto Graf Institut, Stuttgart, pp.125-140.

KOPPITZ, R., KENEL, A., KELLER, T. (2014). **Effect of Punching Shear on Load-Deformation Behavior of Flat Slabs**. Engineering Structures. Vol. 80.

LADNER, M. (1973). **Einflub der Maßstabgröße bei Durchstanzversuche – Ableitung Eines Begründeten Übertragungsgesetzes**. Material und Technik.

LI, K. K. L. (2000). **Influence of size on punching shear strength of concrete slabs**. Dissertação de Mestrado. McGill University. Montreal. 78 pp.

LIPS, S. (2012). **Punching of Flat Slabs with Large Amounts of Shear Reinforcement**. Tese de Doutorado. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Suíça.

LIPS, S., RUIZ, M. F. e MUTTONI, A. (2012). **Experimental Investigation on the Punching Strength and the Deformation Capacity of Shear-Reinforced Slabs**, ACI Structural Journal. Vol. 109. N° 6. Pp. 889-899.

LOVROVICH, J. e MCLEAN, D. (1990). **Punching Shear Behavior of Slabs with Varying Span Deth Ratios**. ACI Structural Journal. Vol. 87. Pp. 507-511.

MANTEROLA, M. (1966). **Poinçonnement de Dalles Sans Armature D'effort Tranchant**. COMITÉ EUROPÉEN DU BÉTON: Dalles, Structures Planes, CEB-Bull d'Information N° 58, Paris.

MARTI, P., PRALONG, J., THURLIMANN, B. (1977). **Schubversuche an Stahlbeton-Platen**. IBKonstruktion Bericht Nr. 7305-2, ETH Zurich, Birkhauser, Basel.

MARZOUK, H, HOSSIN, M. (2007). **Crack analysis of reinforced concrete two-way slabs**. Research Report RCS01, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St. John's, Newfoundland.

MARZOUK, H. e HUSSEIN, A. (1991) **Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs**. ACI Structural Journal.

MARZOUK, H. RIZK (2009). **Punching analysis of reinforced concrete two-way slabs**. Research Report RCS01, Faculty of Engineering and Applied Science, Memorial University of Newfoundland, St. John's, Newfoundland, Canada.

MCHARG, P. J.; COOK, W. D.; MITCHELL, D. e YOON, Y. S. (2000). **Benefits of concentrated slab reinforcement and steel fibres on performance of slab-column connections**, ACI Structural Journal, V 97 No 2, Mar-Apr, pp 225-234.

MELO, G.; COELHO, A. E. G. e OLIVEIRA, D. R. C. (2000), **RC flat slabs with inclined stirrups as shear reinforcement**. International Workshop of Punching Shear Capacity of RC Slabs, KTH, Stockholm, June, Proceedings pp 155-162.

MENETREY, P. H. (2002). **Synthesis of punching failure in reinforced concrete**. Cement & Concrete Composites. Vol. 24. Pp. 497-507

MOE, J. (1961). **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads**. Bulletin N° D47, Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Illinois.

MOKHTAR, A. S., GHALI, A., DILGER, W. (1985). **Stud Shear Reinforcement for Flat Concrete Plates**. ACI Journal, Set-Out. 676-683.

MOWRER, R. D. e VANDERBILT, M. D. (1968). **Shear Strength of Lightweight Aggregate Reinforced Concrete Flat Plates**. Journal of the American Concrete Institute.

MUELLER, F. X., MUTTONI, A., THURLIMANN, B. (1984). **Durchstanzversuche an Flachdecken mit Aussparungen**. IBK – Bericht (ETHZ), Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich, Birkhäuser Verlag. Zürich, Switzerland.

MUTTONI, A. (2008). **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs Without Transverse Reinforcement**. ACI Structural Journal, Vol. 105, Nº 4, Julho-Agosto. 440-450.

MUTTONI, A. e BUJNAK, J. (2012). **Performance of Slabs Reinforced by Peikko psb Studs**. Concrete Connections. Vol. 2, pp 16-21.

MUTTONI, A. e RUIZ, M. F. (2010). **Performance and Design of Punching Shear Reinforcing Systems**. 3rd *fib* International Congress.

MUTTONI, A. e SCHWARTZ, J. (1991). **Behavior of Beams and Punching in Slabs Without Shear Reinforcement**. IABSE Colloquium, Vol. 62, Zurique, Suíça. pp 485-491.

OLIVEIRA, M. H. (2013). **Punção em Lajes Lisas com Armaduras de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília.

OLIVEIRA, M. H.; PEREIRA FILHO, M. J. M.; OLIVEIRA, D. R. C.; FERREIRA, M. P.; MELO, G. S. S. A. (2013). **Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Interno com Conectores de Cisalhamento**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, Vol. 6, No 5.

OLIVEIRA, P. R. F.; ANDRADE, A. A.; PINTO, D. A. M.; MATOS JÚNIOR, H. S.; ARAÚJO; J. B. S.; MORAIS, M. G. N. O.; SEABRA, M. S. G. A.; MENDES, P. T. C.; TEIXEIRA, P. W. G. N.; SOUZA, S. A. C. e REINALDO, T. S. (2013). **Relatório Técnico**

Sobre o Desabamento da Obra do Shopping Rio Poty. Relatório Técnico, CREA/PI, Teresina.

PILAKOUTAS, K. e LI, X. (2003). **Alternative Shear Reinforcement for Reinforced Concrete Flat Slabs.** JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING. Vol. 129. Nº 9. Setembro. Pp. 1164-1172

PRALONG, J. BRANDLI, W., THURLIMANN, B. (1979). **Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten.** IBK-Bericht Nr. 7305-3, ETH Zurich, Birkhauser, Basel.

RAMDANE, K. (1993). **Punching Shear of High Performance Concrete Slabs.** Proceedings of the 4th international symposium on utilization of high strength high performance concrete. Paris; 1996. p. 1015–26.

RANKIN, G. I. B. e LONG, A. E. (1987). **Predicting the Enhanced Punching Strength of Interior Slab Column Connections.** Proc. Of the Institution of Civil Eng.

REGAN, P. E. (1981). **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs.** Report 89. CIRIA. Outubro.

REGAN, P. E. (1986). **Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs.** Magazine of Concrete Research.

REGAN P. E. (1993). **Tests of connections between flat slabs and edge columns.** School of Architecture and Engineering, University of Westminster, Julho.

REGAN, P. E. (1996). **Double-Headed Studs as Shear Reinforcement – Tests of Slabs and Anchorages for DEHA Ankersysteme GMBH,** School of Architecture and Engineering, University of Westminster, Aug.

REGAN, P. E. (1999). **Punching tests of reinforced concrete slabs with and without shear reinforcement with openings adjacent to columns.** University of Westminster, Julho.

REGAN, P. E. (2000). **Shear Reinforcement of Flat Slabs**, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings, TRITA-BKN, Bulletin 57, 2000, pp. 99-107.

REGAN, P. E. (2001). **Shear Reinforcement Against Punching in Flat Slabs Development of Design Recommendations**. Correspondência com o autor.

REGAN, P. E. (2009). **Report on Test of Reinforced Concrete Flat Slabs With Double Headed Studs**. Correspondência com o autor.

REGAN, P. E. e BRAESTRUP, M. W. (1985). **Punching Shear in Reinforced Concrete**. Comité Euro-International du Béton. Bulletin d'Information, N° 168. Janeiro, pp. 232.

REGAN, P. E. e SAMADIAN, F. (2001). **Shear Reinforcement against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs**. The Structural Engineer, V. 79, No. 10, May 2001, pp. 24-31.

REGAN, P. E., WALKER, P. R. e ZAKARIA, K. A. A.. (1979). **Tests of reinforced concrete flat slabs**. CIRIA Project N°. RP 220. Polytechnic of Central London;

RICKER, M. e HAUSLER, F. (2014). **European punching design provisions for double-headed studs**. Structures and Buildings. Vol. 167. Pp. 495-506.

RUIZ e MUTTONI, A. (2009). **Applications of critical shear crack theory to punching of reinforced concrete slabs with transverse reinforcement**. ACI Structural Journal, Vol. 106, N° 4, pg. 485-494, July/August.

SCHAEFERS, U. (1978). **Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von Balkenlosen Stalbetondecken im Bereich der Innenstutzen**. DafStb Heft 357, Beuth-Verlag, Berlin.

SCHAEIDT, W., LADNER, M., ROSLI, A. (1970). **Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen**. Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt, Dübendorf.

SEIBLE, F., GHALI, A., DILGER, W. (1980). **Preassembled Shear Reinforcing Unit for Flat Plates**. ACI Journal, Pp. 28-35, Jan-Fev.

SHEHATA (1990). **Simplified Model for Estimate the Punching Resistance of Concrete Slabs**. Materials and Structures. França. Vol. 33. Pp. 364-371.

STEIN, T., GHALI, A., DILGER, W. (2007). **Distinction between Punching and Flexural Failure Modes of Flat Plates**. ACI Structural Journal, Vol. 104, No 3, Mai-Jun.

SUBRAMANIAN (2014). **Alternative Punching Shear Reinforcement for RC Flat Slabs**. The Indian Concrete Journal. Janeiro. Pp 33-44.

SUNDQUIST H, KINNUNEN S. (2004) **The effect of column head and drop panels on the punching capacity of flat slabs**. Bulletin No. 82. Department of Civil and Architectural Engineering. Royal Institute of Technology. Stockholm, 24 pp. (in Swedish with summary and Figure captions in English).

TOLF, P, (1988). **Plattjocklekens Inverkan Pa Betongplattors Hallfasthet vid Genomstansning**. Forsok med cikulara plattor. TRISTA-BST Bull. 146, Institutionen for Byggnadsstatik. KTH, Stockholm, 64pp.

TOMASZEWICZ, A. (1993). **High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells**. Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. N° STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim.

TRAUTWEIN, L. M. (2001). **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento tipo “Stud” Interno e Tipo Estribo Inclinado**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasilia. Pp 185.

TRAUTWEIN, L. M.; BITTENCOURT, T. N.; GOMES, R. B.; e BELLA, J. C. D. (2011). **Punching Strength of Flat Slabs with Unbraced Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal, Vol. 108, N° 2, pg. 197-205, Maio.

VANDERBILT, M. D. (1972). **Shear Strength of Continous Plates**. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engenieers.

VAZ, A. P. R., GOMES, R. B., SHEHATA, L. C. D. (2009). **Estudo sobre Armadura Mínima de Cisalhamento de Lajes-Cogumelo de Concreto Armado**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, Vol. 2, No 1 Pp 1-24.

VOLLUM, R. L., ABDEL FATTAH, T. EDER, M., ELGHAZOULI, A. Y. (2010). **Design of ACI type punching shear reinforcement to Eurocode 2**. Magazine of Concrete Research. 2010. Vol. 62, pp 3-16.

YAMADA, T.; NANNI, A. e ENDO, K. (1992). **Punching Shear Resistance of Flat Slabs: Influence of Reinforcement Type and Ratio**, ACI Structural Journal, V. 88, No. 4, Setembro-Outubro, pp. 555-563.

YITZHAKI, D (1966). **Punching Strength of Reinforced Concrete Slabs**. ACI Journal Proceedings. Vol. 66, pp 527-540.

%