



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Inversão 1D e 2D de dados do Método
Eletromagnético a Multi-Frequência – EMMF.**

ANDERSON ALMEIDA DA PIEDADE

Belém
2014

ANDERSON ALMEIDA DA PIEDADE

**Inversão 1D e 2D de dados do Método
Eletromagnético a Multi-Frequência – EMMF.**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Geofísica da Universidade Federal do Pará para ob-
tenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Eletromagnéticos

Orientador: Cícero Roberto Teixeira Régis

Belém
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPA

Piedade, Anderson Almeida da, 1987-

Inversão 1D e 2D de dados do método eletromagnético a multi-frequência / Anderson Almeida da Piedade. – 2014

Inclui bibliografias

Orientador: Cícero Roberto Teixeira Régis

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2014.

1. Geofísica - Modelos matemáticos. 2. Eletromagnetismo - Modelos matemáticos. 3. Inversão (Geofísica). I. Título.

CDD 22. ed. 550

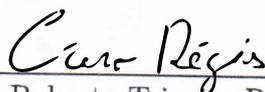
ANDERSON ALMEIDA DA PIEDADE

**Inversão 1D e 2D de dados do Método Eletromagnético a
Multi-Frequência – EMMF.**

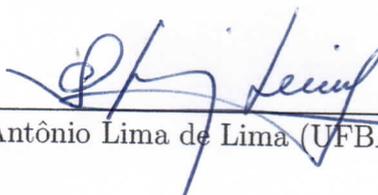
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Geofísica da Universidade Federal do Pará para ob-
tenção do título de Mestre em Geofísica.

Data de aprovação: 14/11/2014

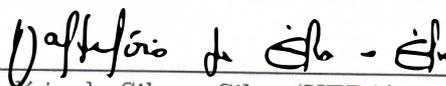
Banca Examinadora:



Cícero Roberto Teixeira Régis (UFPA)
Orientador.



Olivar Antônio Lima de Lima (UFBA)



Valdeirio da Silva e Silva (UFPA)

Primeiramente a Deus e à minha família, em especial minha mãe Sátira por toda instrução de vida.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador professor doutor Cícero Roberto Teixeira Régis, por todas as idéias e discussões que foram de grande relevância para o desenvolvimento desta dissertação. Ao seu companheirismo e a todo aprendizado que recebi durante sua orientação.

Às secretárias Lucibela e Benildes, por todo apoio, amizade e por auxiliar-me sempre na parte burocrática que envolveu este trabalho. À coordenadora do CPGF, Professora Ellen Gomes, por seu esforço em sempre melhorar o programa de Pós-Graduação em Geofísica.

Ao meu colega de trabalho Carlos Mateus Barriga Nunes, por me ceder os primeiros códigos do modelo direto da espira circular e aos amigos Edelson da Cruz Luz e Valdelírio da Silva e Silva, por todas as discussões sobre assuntos relacionados ao meu trabalho, que foram de grande importância na compreensão e desenvolvimento do mesmo.

Aos meus amigos Rosilda, Julielson, Walleson, Hilton, Edna, Tiago, Mayra, Wildney, Andrey, Nielsen, Renata, Safira, Jéssica Lia, dentre outros, pela amizade e por tornar o dia a dia mais agradável. Se este trabalho foi concluído é porque todos estes, aqui descritos, contribuíram de alguma forma para que isto fosse possível.

Aos professores Marcos Welby Correa Silva, Vítor Cezar Tocantins de Souza e João Batista Correia da Silva por todo aprendizado durante o mestrado.

À CAPES pelo apoio financeiro, cedendo a bolsa de mestrado para o desenvolvimento do trabalho.

À minha família, em especial minha mãe Sátira por todo seu incentivo e por me ensinar valores que levarei para toda a vida.

À minha namorada Zoraida Roxana Tejada Soto, por todo aprendizado, apoio e companheirismo.

RESUMO

Neste trabalho é apresentado o primeiro estudo com a inversão de dados do Método Eletromagnético a Multi-Frequência (EMMF), utilizando uma abordagem matemática para problema inverso. Na primeira parte, é feita uma apresentação das técnicas matemáticas utilizadas na inversão destes dados, onde é mostrada a técnica de Gauss-Newton, modificada com o algoritmo de Marquardt, e também, é apresentado os dos dois regularizadores utilizados, que são o de Suavidade Global (SG) e o de Variação Total (VT). Na segunda parte, foi feita a inversão 1D de dados EMMF sintéticos, bem como uma aplicação com dados reais, adquiridos na bacia do Espírito Santo, localizada no sudeste do Brasil. Na terceira e última parte, é apresentada a inversão 2D de dados EMMF sintéticos, com modelos que, assim como na inversão 1D, envolvem alvos condutivos e resistivos. Os resultados desta pesquisa mostraram que a inversão com alvos condutivos conseguiram recuperar modelos de resistividades mais coerentes com o modelo verdadeiro, se comparado com os alvos resistivos, isto devido aos dados, que são formados pela componente magnética radial, serem mais influenciados por corpos condutivos, em virtude destes sofrerem um maior efeito indutivo no meio.

Palavras-chaves: 1. Inversão Eletromagnética. 2. Método EMMF.

ABSTRACT

In this work is presented the first study of data inversion from Electromagnetic Multi-Frequency Method (EMMF). In its first part is made a presentation of the mathematical techniques used for inversion of these data. It will be shown the Gauss-Newton technique with modified Marquardt algorithm and a description of two regularization methods used in the inversion, which are Global Smoothness method (GS) and Total Variation method (TV). In the second part, they are applied to 1D inversion of EMMF synthetic data as well as are applied to real data, that were acquired in the Espírito Santo Basin, southeastern Brazil. In the third and last part, it presented the 2D inversion of EMMF synthetic data, with models, which like the 1D inversion, involving conductive and resistive targets. Results of this study show that the inversion of data from conductive targets was able to recover the resistivity structures more consistently with the true resistivity model than in the case of resistive targets. This may be due to the fact that the purely inductive radial magnetic component is naturally more strongly influenced by conductive than by resistive regions in the geoelectrical medium.

Keywords: Eletromagnetic Inversion. EMMF method.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	10
1 INTRODUÇÃO	12
2 O PROBLEMA INVERSO	14
2.1 O MÉTODO DE GAUSS-NEWTON MODIFICADO, PARA PROBLEMAS NÃO LINEARES	14
2.2 REGULARIZADORES	18
2.2.1 Suavidade Global	18
2.2.2 Variação Total	20
3 INVERSÃO 1D DE DADOS EMMF	22
3.1 O PROBLEMA DIRETO	22
3.2 MODELO INTERPRETATIVO	25
3.3 TESTE COM DADOS SINTÉTICOS	26
3.4 TESTE COM DADOS REAIS	33
4 INVERSÃO 2D DE DADOS EMMF	38
4.1 O PROBLEMA DIRETO	38
4.2 MODELO INTERPRETATIVO	39
4.3 TESTE COM DADOS SINTÉTICOS	39
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS	52

LISTA DE FIGURAS

2.1	Arranjo dos parâmetros em uma estrutura 1D, que pode ser tanto na vertical como na horizontal.	19
2.2	Arranjo dos parâmetros em uma estrutura 2D.	20
3.1	Modelo de meio 1D.	23
3.2	Modelo para os dados sintéticos 1D.	26
3.3	Resultados 1D para a camada mais condutiva. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-2}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$	27
3.4	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.	28
3.5	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	28
3.6	Resultados 1D para a camada resistiva de 100 m. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-2}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-5}$	29
3.7	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.	29
3.8	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	30
3.9	Resultados 1D para a camada resistiva de 500 m de espessura. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-1}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-5}$	30
3.10	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.	31
3.11	a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	31
3.12	Resultados 1D com dados reais, para o receptor localizado em $x = 4000$ m. a) Suavidade Global, $\alpha = 1$ e b) Variação total, $\alpha = 1$, $\beta = 10^{-4}$	33
3.13	a) Ajuste para o receptor em $x = 4000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.	34
3.14	a) Ajuste para o receptor em $x = 4000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	34
3.15	Resultados 1D com dados reais, para o receptor localizado em $x = 2700$ m. a) Suavidade Global, $\alpha = 1$. b) Variação total, $\alpha = 1$, $\beta = 10^{-4}$	35
3.16	a) Ajuste para o receptor em $x = 2700$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.	35
3.17	a) Ajuste para o receptor em $x = 2700$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	36
3.18	Secção de resistividade aparente obtida com os dados EMMF.	36

4.1	Modelo de meio 2D.	38
4.2	Modelo interpretativo para os dados EMMF 2D.	39
4.3	Modelo 1 para a geração dos dados sintético 2D.	40
4.4	Resultado para o modelo 1, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-2}$	40
4.5	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1000$ Hz e c) convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.	41
4.6	Resultado para o modelo 1, com o vínculo VT, $\alpha = 10^{-3}$, $\beta = 10^{-3}$	41
4.7	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1000$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	42
4.8	Modelo 2 para a geração dos dados sintético 2D.	42
4.9	Resultado para o modelo 2, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-2}$	43
4.10	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1,25$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.	43
4.11	Resultado para o modelo 2, com o vínculo VT, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$	44
4.12	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1,25$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.	44
4.13	Modelo 3 para a geração dos dados sintético 2D.	44
4.14	Resultado para o modelo 3, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-3}$	45
4.15	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 3,16$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.	46
4.16	Resultado para o modelo 3, com o vínculo VT $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$	46
4.17	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 3,16$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo VT.	46
4.18	Resultado para o modelo 3, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-2}$	47
4.19	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 0,1$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo SG.	47
4.20	Resultado para o modelo 3, com o vínculo VT, para $\alpha = 10^{-3}$, $\beta = 10^{-3}$	48
4.21	a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 0,1$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo VT.	48

1 INTRODUÇÃO

Na geofísica é comum a utilização de métodos eletromagnéticos indutivos na investigação das propriedades geelétricas da sub-superfície terrestre, dentre os quais alguns utilizam bobinas como fonte. Neste trabalho será realizada a inversão dos dados do Método Eletromagnético a Multi frequência (EMMF). Este, tem como fonte indutiva uma espira quadrada de grandes dimensões, chegando a ter 600 m de lado, operando em uma faixa de frequência de 0,1 Hz a 1000 Hz, utilizando corrente alternada. Em síntese, o método utiliza, para estimar a distribuição de resistividade do meio, a parte real e imaginária da componente magnética radial, gerada pela interação do campo da espira com o meio, normalizada pela medida da componente magnética vertical de um dipolo magnético vertical, calculada no vácuo. Com a parte real e imaginária é formado um ábaco (Dias, 1968) que fornece duas funções, o número de indução e o parâmetro de polarização, que são utilizadas para determinar uma seção de resistividade aparente para do meio em estudo.

Neste trabalho será utilizado, para gerar os dados sintéticos, espiras circulares e não quadradas, para facilitar o cálculo dos campos. Esta mudança não afeta os dados do método, pois é possível mostrar que medidas de campos tomadas em distâncias a partir de 3,5 vezes o tamanho do lado de uma espira quadrada, é equivale as medidas de uma espira circular de mesmo momento magnético (Machado, 2009).

No método EMMF são feitas medidas do componente magnético radial normalizado, em uma linha que pode chegar até dez quilômetros, partindo do centro da espira. Para métodos indutivos é incomum ter essas distâncias entre fonte-receptor. O método EMMF proposto por Carlos A. Dias, teve suas primeiras contribuições nos trabalhos de Dias (1968), Sato (1979), nos quais foram desenvolvidas técnicas instrumentais bem como o aparato teórico para o mesmo.

Pode-se citar como contribuições recentes para o método os trabalhos de Silva (2013) e Nunes (2014), que serviram de base para a determinação dos campos utilizados. Em Silva (2013) desenvolveu-se a modelagem bidimensional dos campos da bobina, em meios em que as propriedades físicas podem variar em duas direções (meio 2D). Neste, fez-se uma descrição detalhada dos métodos numéricos utilizados para determinar os campos da bobina, bem como uma análise do comportamento dos campos para alguns modelos, com a finalidade de reproduzir os dados EMMF.

Nunes (2014), estudou a influência da topografia nas medidas dos campos, dando ênfase ao componente radial do campo magnético. Neste analisou-se a influência de morros e vales nas medidas dos campos, visto que estas, geralmente não são feitas em terrenos planos, mas sim em lugares com algum tipo de relevos. Com isso, pode-se dizer que tem-se uma ferramenta a mais para a interpretação dos dados do EMMF.

Anterior a este trabalho, já existe um procedimento de reconstrução de modelos ge-

oelétricos de subsuperfície, porém que não caracteriza uma técnica matemática de problema inverso, diferentemente do que é abordado neste trabalho, que busca estimar a distribuição de resistividade da subsuperfície utilizando uma metodologia matemática. Serão apresentados estudos de inversão com dados sintéticos para modelos 1D (meio de camadas) e 2D (meio de camadas com heterogeneidades), bem como uma aplicação da inversão 1D de dados reais do método, coletados na bacia do Espírito Santo, localizado na região sudeste do Brasil.

Além desta introdução, no capítulo 2 é apresentada a metodologia empregada na no processo de inversão utilizado neste trabalho, sendo este o método de Gauss-Newton, modificado com a implementação do algoritmo de Marquardt (Marquardt, 1963). Esta técnica consiste de um processo iterativo para solucionar problemas não lineares.

A inversão dos dados EMMF é um problema mal posto, por, dentre outros fatores, não ter soluções únicas e estáveis, e com isso se faz necessário a utilização de regularizadores que tornem esse problema estável. Neste trabalho, foram utilizados os regularizadores de Suavidade Global (SG) (Constable et al., 1987) e de variação Total (VT) (Lima et al., 2011), que tornam o problema inverso bem-posto inserindo informações aos parâmetros a serem estimados.

No capítulo 3, é apresentada a inversão 1D dos dados EMMF, utilizando a componente radial do campo magnético gerado pela interação da fonte com um meio de camadas plano-paralelas, homogêneas e isotrópicas (meio 1D), no qual se considera que as propriedades físicas variam apenas na direção vertical. Seguidamente, no capítulo 4, é feita a inversão dos campos gerados em um meio 2D, que consiste de um meio de camadas, semelhante ao anterior, porém com heterogeneidades encaixadas nas mesmas. Neste meio é considerado que as propriedades físicas variam na direção vertical e também na horizontal (meio 2D).

No capítulo 5, são apresentadas as conclusões obtidas com a inversão de dados EMMF, e ainda as sugestões para trabalhos futuros envolvendo os dados do método.

2 O PROBLEMA INVERSO

Em síntese, o problema inverso consiste em estimar uma causa a partir de um efeito, que na Geofísica representa estimar, a partir dos dados geofísicos, as causas fontes dos mesmos. Este problema, geralmente tem soluções instáveis, no sentido de que uma mínima perturbação nos dados gera uma grande perturbação nos parâmetros a serem estimados, e também são não únicas. Segundo Hadamard (1902), se caracteriza um problema mal-posto, quando as soluções de um problema não obedecem ao menos uma das seguintes condições: Existência, unicidade e estabilidade.

Na geofísica o problema inverso torna-se mal-posto devido a exigência de mais informações dos dados, do que as que estão contidas nos mesmos. Uma das formas de contornar isto é reduzir a demanda de informações ou inserir informações, “a priori”, em relação aos parâmetros que se quer estimar. Isto é feito utilizando regularizadores, que transformam o problema mal-posto em bem-posto (Silva et al., 2001), estabilizando o problema.

2.1 O MÉTODO DE GAUSS-NEWTON MODIFICADO, PARA PROBLEMAS NÃO LINEARES

Dada as observações geofísicas contidas em um vetor $\mathbf{d}^o = [d_1^o, d_2^o, \dots, d_M^o]$, e ainda uma função vetorial (modelo matemático), que será considerado não linear, $\mathbf{F}(\mathbf{P}) = [f_1(\mathbf{P}), \dots, f_N(\mathbf{P})]$, que é função da frequência ω , das posições de medida (x, y, z) , e ainda de um conjunto de parâmetros geofísicos \mathbf{P} , pode-se estabelecer a igualdade

$$\mathbf{d}^o = \mathbf{F}(\mathbf{P}). \quad (2.1)$$

Com o objetivo de encontrar \mathbf{P} que satisfaça (2.1), define-se o funcional de ajuste entre os dados observados \mathbf{d}^o e os estimados por $\mathbf{F}(\mathbf{P})$, utilizando a equação

$$\phi_d(\mathbf{P}) = \sum_{i=1}^M (d_i^o - f_i(\mathbf{P}))^2, \quad (2.2)$$

em que M representa o número de observações, d_i^o a i -ésima componente do vetor de observações e $f_i(\mathbf{P})$ a i -ésima componente da função vetorial que reproduz os dados. Na forma matricial pode-se representar este funcional como a norma Euclidiana, ao quadrado, do vetor de diferenças entre as observações e a função vetorial, ou seja,

$$\phi_d(\mathbf{P}) = \|\mathbf{d}^o - \mathbf{F}(\mathbf{P})\|^2. \quad (2.3)$$

O problema de encontrar \mathbf{P} que minimize (2.3) é mal-posto, como discutido em Silva et al. (2001), de modo que para torná-lo bem-posto, será utilizado o funcional regularizador, definido aqui genericamente por $\phi_r(\mathbf{P})$, que insere informações em relação aos parâmetros \mathbf{P} que se quer estimar. Com isso, o problema a ser resolvido será construído da seguinte forma

$$\begin{cases} \text{Minimizar } \phi_r(\mathbf{P}), \\ \text{Sujeito a } \|\mathbf{Y} - \mathbf{F}(\mathbf{P})\|^2 = \delta, \end{cases} \quad (2.4)$$

em que δ representa um erro associado ao modelo matemático não ajustar perfeitamente os dados. Resolver este problema significa minimizar o funcional, denominado função objetivo, descrito pela expressão

$$\phi_\alpha(\mathbf{P}) = \phi_d(\mathbf{P}) + \alpha \phi_r(\mathbf{P}), \quad (2.5)$$

em que α um escalar positivo, chamado de parâmetro de regularização, que controla a importância da informação inserida pelo funcional regularizador ao processo de inversão.

Em uma região, do espaço de parâmetros, que contenha um mínimo de (2.5), o comportamento deste pode ser aproximado em uma forma quadrática. Logo, para fazer esta aproximação pode-se expandir este funcional em série de Taylor, até segunda ordem, no entorno de um ponto \mathbf{P}^o , de modo a encontrar

$$\phi_\alpha(\mathbf{P}) \simeq \phi_\alpha(\mathbf{P}^o) + \Delta\mathbf{P}^T (\nabla_p \phi_\alpha)|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o} + \frac{1}{2} \Delta\mathbf{P}^T (\nabla \nabla_p^T \phi_\alpha)|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o} \Delta\mathbf{P}, \quad (2.6)$$

em que se considerou $\Delta\mathbf{P} = \mathbf{P} - \mathbf{P}^o$. O vetor gradiente de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$, da equação (2.6), definido pelo termo $(\nabla_{\mathbf{P}} \phi_\alpha(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}$, em sua forma explícita é escrito como

$$\nabla_p \phi_\alpha(\mathbf{P}) = \nabla_p \phi_d(\mathbf{P}) + \alpha \nabla_p \phi_r(\mathbf{P}), \quad (2.7)$$

bem como a matriz hessiana do mesmo, definida pelo termo $(\nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_\alpha(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}$, tem a forma

$$\nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_\alpha(\mathbf{P}) = \nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_d(\mathbf{P}) + \alpha \nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_r(\mathbf{P}). \quad (2.8)$$

Por simplicidade, será feita a representação dos gradientes e das matrizes hessianas dos funcionais como

$$\mathbf{H}_d = (\nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_d(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{H}_r = (\nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_r(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{g}_d = (\nabla_{\mathbf{P}} \phi_d(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{g}_r = (\nabla_{\mathbf{P}} \phi_r(\mathbf{P}))|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}^o}, \quad (2.12)$$

de modo a reescrever a equação (2.6) como

$$\phi_\alpha(\mathbf{P}) \simeq \phi_\alpha(\mathbf{P}^o) + \Delta\mathbf{P}^T(\mathbf{g}_d + \alpha\mathbf{g}_r) + \frac{1}{2}\Delta\mathbf{P}^T(\mathbf{H}_d + \alpha\mathbf{H}_r)\Delta\mathbf{P}. \quad (2.13)$$

Para se ter uma estimativa de \mathbf{P} que minimize (2.13), se pode aplicar o operador gradiente $\nabla_{\mathbf{P}}$ na mesma, definido como

$$\nabla_{\mathbf{P}} = \left[\frac{\partial}{\partial P_1}, \frac{\partial}{\partial P_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial P_N} \right]^T, \quad (2.14)$$

e igualar o resultado desta operação ao vetor nulo, com o intuito de encontrar um ponto extremo deste funcional no espaço de parâmetros. Após algumas manipulações matemáticas assim como com uma aproximação para a hessiana do funcional de ajuste dos dados (Régis, 2000), é possível encontrar a equação

$$[2\mathbf{A}^T\mathbf{A} + \alpha\mathbf{H}_r] \Delta\mathbf{P} = 2\mathbf{A}^T[\mathbf{d}^o - \mathbf{f}(\mathbf{P}^o)] - \alpha\mathbf{g}_r, \quad (2.15)$$

em que \mathbf{H}_r e \mathbf{g}_r serão determinados de acordo com a definição do funcional regularizador. A matriz \mathbf{A} , denominada matriz de sensibilidade dos dados em relação aos parâmetros, possui seus componentes definidos pela igualdade

$$A_{ij} = \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{P})}{\partial P_j} \right|_{\mathbf{P}^o}, \quad (2.16)$$

e nesta dissertação serão aproximados por

$$A_{ij} = \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{P})}{\partial P_j} \right|_{\mathbf{P}^o} \simeq \frac{f_i(\mathbf{P}; P_j^o + \delta P_j^o) - f_i(\mathbf{P}; P_j^o - \delta P_j^o)}{2\delta P_j^o}, \quad (2.17)$$

sendo δP_j^o uma pequena perturbação do valor do parâmetro P_j^o , que costuma ser um percentual pequeno do valor do mesmo. Neste trabalho será utilizado o valor de 5 %.

A equação (2.15) dá uma boa estimativa do passo $\Delta\mathbf{P}$, a ser dado em direção a um mínimo de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$, quando o mesmo possui um comportamento quadrático, ou seja, em regiões próximas um mínimo. Em locais que $\phi_\alpha(\mathbf{P})$ não apresenta esse comportamento, a estimativa de (2.15) pode conduzir a uma solução que faça com que o valor de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$ aumente ao invés de diminuir. Isto pode ser considerado, dentre outros fatores, como uma consequência do mal condicionamento da matriz hessiana, do funcional de ajuste dos dados $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$, devido a mesma apresentar valores singulares para alguns parâmetros que possuem pouca sensibilidades em relação aos dados.

A técnica de Marquardt (Marquardt, 1963), em um processo iterativo, de inversão, busca garantir a estimativa de um passo sempre na direção descendente do gradiente de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$. Isto é feito alternando entre a estimativa com o método de Gauss-Newton,

equação (2.15), e com um pequeno passo na direção descendente do gradiente de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$, semelhante ao método de gradiente descendente, ou *Method of Steepest Descent* (Arfken, 1985). Se em uma dada iteração k , o vetor de parâmetros \mathbf{P}_k estiver em uma região, do espaço de parâmetros, próxima a um mínimo do funcional, rapidamente é encontrada uma solução para o problema (2.4) utilizando

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + \left[(2\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k + \alpha \mathbf{H}_{rk})^{-1} (2\mathbf{A}_k^T [\mathbf{d}^o - \mathbf{f}(\mathbf{P}_k)] - \alpha \mathbf{g}_{rk}) \right], \quad (2.18)$$

que procura um valor ótimo para \mathbf{P} , a cada iteração, pela estimativa do passo $\Delta\mathbf{P}$ feita por 2.15. Em regiões de convergência não quadráticas de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$, isto é, longe de um mínimo, a técnica de Marquardt ainda garante um passo na direção descendente do gradiente da função objetivo, pois utiliza

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k + c (2\mathbf{A}_k^T [\mathbf{d}^o - \mathbf{f}(\mathbf{P}_k)] - \alpha \mathbf{g}_{rk}), \quad (2.19)$$

que para c suficientemente pequeno garante um passo na direção descendente do gradiente de $\phi_\alpha(\mathbf{P})$.

Englobando estas duas formas de buscar um mínimo para a função objetivo, em uma única equação, acrescenta-se um escalar positivo λ , denominado parâmetro de Marquardt, em (2.15), somando-o a diagonal da matriz hessiana dos funcionais, ou seja,

$$[\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k + \alpha \mathbf{H}_{rk} + \lambda \mathbf{I}] \Delta\mathbf{P}_k = \mathbf{A}_k^T [\mathbf{d}^o - \mathbf{f}(\mathbf{P}_k)] - \alpha \mathbf{g}_{rk}, \quad (2.20)$$

sendo \mathbf{I} a matriz identidade, de modo que o processo funcionará da seguinte forma: Para uma dada iteração se λ for muito maior que os valores da hessiana, a equação (2.20) terá uma pequena correção $\Delta\mathbf{P}$ para os parâmetros, e (2.15) se aproximará a equação (2.19). No caso de λ ser bem menor do que os valores da hessiana, a equação (2.20) irá determinar uma solução em que a correção dos parâmetros é aproximada por (2.15), que é a equação obtida com o método de Gauss-Newton.

No processo de inversão os valores de λ precisam mudar constantemente, e é necessário definir um valor inicial, pequeno, para o mesmo. Neste trabalho foi utilizado 10^{-4} . O critério para aumentar ou diminuir o valor de λ é feito analisando se a estimativa de \mathbf{P} , de uma dada iteração k , diminuiu o ou aumentou valor da função objetivo em relação a estimativa anterior. Se a mesma diminuir, o valor de λ também diminui, pelo fator $\lambda/10$. Se a função objetivo aumentar o valor de λ é aumentado, fazendo 10λ . Feito isso estima-se novamente a correção para os parâmetros, buscando sempre a diminuição do valor da função objetivo, até uma certa tolerância.

Durante o processo iterativo, na busca de uma solução, é preciso adotar um critério que interrompa o mesmo quando já se tem uma solução aceitável, dentro de uma certa precisão, ou quando não há convergência do método para um mínimo por algum motivo.

Neste trabalho serão adotados os seguintes critérios:

1. Quando os dados já estiverem ajustados dentro de uma certa precisão, equação (2.21), e não houver variação significativa da função objetivo, equação (2.22), ou seja, quando forem satisfeitas as condições

$$\|\mathbf{d}^o - F(\mathbf{P})\|^2 \leq \delta, \quad (2.21)$$

e

$$\left| \frac{\phi_\alpha(\mathbf{P}_{k-1}) - \phi_\alpha(\mathbf{P}_k)}{\phi_\alpha(\mathbf{P}_k)} \right| < \epsilon, \quad (2.22)$$

sendo δ a raiz quadrada da média quadrática dos ruídos aleatórios contidos nos dados e ϵ um escalar positivo de valor bem pequeno.

2. Estando os dados ajustados, se em uma dada iteração k não houver variação considerável dos valores dos parâmetros estimados, com relação a iteração anterior, ou seja, quando for satisfeita a condição

$$\|\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_{k-1}\|^2 \leq \gamma, \quad (2.23)$$

com γ sendo um escalar maior que zero e de valor pequeno.

3. Se o número máximo de iterações, pré definido, for atingido.

2.2 REGULARIZADORES

Uma forma de conseguir soluções estáveis e únicas é inserir informações sobre os parâmetros que serão estimados, direcionando as soluções de acordo com as informações acrescentadas. Nesta seção serão apresentados os regularizadores utilizados neste trabalho, descrevendo quais informações “a priori” estes incluem ao processo de inversão, bem como uma descrição matemática dos mesmos.

2.2.1 Suavidade Global

O vínculo de suavidade global (SG), sujeito ao ajuste dos dados, faz com que o processo convirja para uma solução em que as diferenças entre os valores dos parâmetros sejam mínimas, ou melhor, uma solução em que não há variações abruptas entre os valores dos parâmetros. A representação matemática do funcional SG pode ser escrita como

$$\phi_{SG}(\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^{Nd} |(P_i - P_j)_k|^2, \quad i \neq j, \quad i \text{ e } j = 1, 2, \dots, Np, \quad (2.24)$$

ou mesmo na forma matricial

$$\phi_{SG}(\mathbf{P}) = \|\mathbf{SP}\|^2, \quad (2.25)$$

em que Nd é o número de diferenças entre os parâmetros, Np o número de parâmetros e $\|\cdot\|^2$ a norma dois, ou euclidiana ¹, ao quadrado, do vetor de diferenças \mathbf{SP} , onde a matriz \mathbf{S} guarda as informações de como os parâmetros se relacionam. Sua estrutura é de tal forma que, quando multiplicada ao vetor de parâmetros, gere um vetor de diferenças entre parâmetros que se quer relacionar. Para ilustrar a construção de \mathbf{S} , tal qual como foi montada para este trabalho, considera-se dois exemplos com seis parâmetros. No primeiro se quer um vetor que guarde a diferença entre os parâmetros adjacentes na horizontal

$$(\mathbf{SP})^T = [P_1 - P_2, P_2 - P_3, P_3 - P_4, P_4 - P_5, P_5 - P_6]. \quad (2.26)$$

no qual o arranjo é mostrado na figura (2.1).

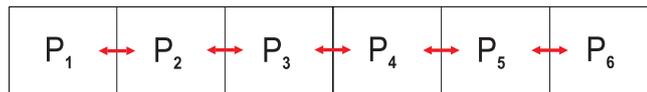


Figura 2.1: Arranjo dos parâmetros em uma estrutura 1D, que pode ser tanto na vertical como na horizontal.

Para este, a matriz \mathbf{S} é dada por

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

No caso em que se tem uma configuração no qual os parâmetros são arranjos na forma mostrada na figura (2.2), é preciso guardar no vetor as diferenças entre os parâmetros, tanto na vertical quanto na horizontal. Para este caso, com seis parâmetros, a matriz \mathbf{S} fica dividida em duas partes. A parte superior mantém a estrutura de (2.27), e na parte inferior a mesma é construída de tal forma a fazer a diferença entre os parâmetros na vertical, de modo a ter a forma

¹A norma n de um vetor pode ser determinada por $\|\mathbf{u}\|_n = \left[\sum_{i=1}^N |u_i|^n \right]^{\frac{1}{n}}$.

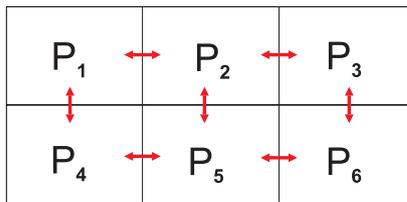


Figura 2.2: Arranjo dos parâmetros em uma estrutura 2D.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Com esta matriz é possível determinar o vetor de diferenças

$$(\mathbf{SP})^T = [P_1 - P_2, P_2 - P_3, P_3 - P_4, P_4 - P_5, P_5 - P_6, P_1 - P_3, P_2 - P_4, P_3 - P_6]. \quad (2.29)$$

A matriz hessiana e o vetor gradiente do funcional de suavidade global, após algumas manipulações matemáticas, serão determinadas por

$$\mathbf{g}_{SG} = \nabla_{\mathbf{P}} \phi_s(\mathbf{P}) = 2\mathbf{S}^T \mathbf{SP}, \quad (2.30)$$

$$\mathbf{H}_{SG} = \nabla_{\mathbf{P}} \nabla_{\mathbf{P}}^T \phi_s(\mathbf{P}) = 2\mathbf{S}^T \mathbf{S}. \quad (2.31)$$

2.2.2 Variação Total

Pode-se ter situações em que se quer uma solução onde a maioria dos parâmetros possua uma variação de valores suave, porém para determinados parâmetros, espera-se que seus valores se diferenciem consideravelmente dos restantes. Para este caso, o vínculo SG daria soluções que poderiam identificar essas regiões de descontinuidade, porém de forma suave, contudo não é o mais indicado quando se quer estes tipos de soluções.

O funcional de variação total VT é o mais indicado quando se quer estimar soluções que possuem essas características, pois este permite que haja descontinuidades nos valores de alguns parâmetros, enquanto que para outros permite uma variação de valores suave. Pode-se definir o funcional do vínculo de variação total (Lima et al., 2011) como a norma

1 do vetor de diferenças entre os parâmetros, ou mesmo,

$$\phi_{VT}(\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^{Nd} |(P_i - P_j)_k| = \|\mathbf{S}\mathbf{P}\|, \quad i \neq j, \quad i \text{ e } j = 1, 2, \dots, Np, \quad (2.32)$$

em que \mathbf{S} , dependendo do arranjo dos parâmetros pode ser dada por 2.27 ou 2.28.

Definido o funcional, deve-se obter seu vetor gradiente bem como sua matriz hessiana, no entanto o funcional 2.32 não possui derivada quando $P_i = P_j$. Este problema é contornado quando se faz a aproximação

$$|(P_i - P_j)_k| \simeq [(P_i - P_j)_k^2 + \beta]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.33)$$

sendo β um escalar real de valores pequenos, porém maiores que zero. O critério para a escolha do valor dessa constante é testar o menor valor que combinado com o valor ótimo do parâmetro de regularização, possibilite uma soluç estável para o problema. O valor de β bem como o valor do parâmetro de regularização α não se modificam durante o processo iterativo, na busca de uma solução. Reescrevendo 2.32 como

$$\phi_{VT}(\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^{Nd} [(P_i - P_j)_k^2 + \beta]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.34)$$

pode-se determinar a matriz hessiana e o vetor gradiente deste (Lima et al., 2011), de modo a encontrar

$$\mathbf{g}_{VT} = \mathbf{S}^T \mathbf{q}, \quad q_i = \frac{(P_i - P_j)}{[(P_i - P_j)_k^2 + \beta]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.35)$$

bem como

$$\mathbf{H}_{VT} = \mathbf{S}^T \mathbf{Q} \mathbf{S}, \quad (2.36)$$

sendo \mathbf{Q} uma matriz diagonal, com seus valores não nulos dados por

$$Q_{kk} = \frac{\beta}{[(P_i - P_j)_k^2 + \beta]^{\frac{3}{2}}}. \quad (2.37)$$

3 INVERSÃO 1D DE DADOS EMMF

Inicialmente será feita a inversão 1D de dados EMMF, com o intuito de testar a convergência do algoritmo de inversão. Neste capítulo serão apresentados resultados com dados sintéticos bem como com dados reais do método, os quais foram adquiridos na bacia do Espírito Santo, sudeste do Brasil.

3.1 O PROBLEMA DIRETO

O modelo direto dos dados EMMF 1D, consiste de uma bobina circular de raio a , geralmente maior que 100 m, sobre um meio de camadas plano paralelas, homogêneas e isotrópicas, figura (3.1), no qual se considera que as propriedades físicas variam apenas na direção vertical.

Para determinar os campos neste meio devemos partir das equações de Maxwell, no domínio da frequência, que são escritas como

$$\nabla \cdot \epsilon \mathbf{E}^p = 0, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^p + \zeta^p \mathbf{H}^p = \mathbf{0}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mu \mathbf{B}^p = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}^p - \eta^p \mathbf{E}^p = \mathbf{J}, \quad (3.4)$$

sendo \mathbf{J} a densidade de corrente da fonte, $\eta^p = \sigma + i\omega\epsilon$ a admitividade e $\zeta^p = i\omega\mu$ a imeditividade do meio. O sobrescrito p nas constantes e nos campos, designam primário, pois denominamos o campo do meio 1D como campo primário.

Escrevendo a densidade de corrente elétrica da bobina como

$$J_\phi = I(\omega) \frac{a}{r} \delta(r - a) \delta(z - z_o), \quad (3.5)$$

bem como combinando (3.2) e (3.4), pode-se encontrar a expressão

$$\left(\frac{\partial^2 E_\phi^p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\phi^p}{\partial r} - \frac{E_\phi^p}{r^2} \right) - \frac{\partial^2 E_\phi^p}{\partial z^2} + k^2 E_\phi^p = \zeta I(\omega) \frac{a \delta(r - a)}{r} \delta(z - h_0), \quad (3.6)$$

sendo $k^2 = -\eta\zeta$ uma constante complexa denominada número de onda. Aplicando a transformada de Hankel (Watson, 1966) de ordem um (\bar{H}_1) em (3.6), bem como utilizando as identidades

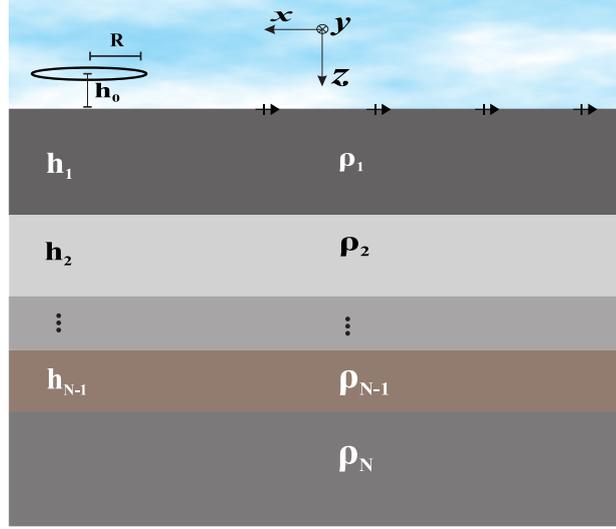


Figura 3.1: Modelo de meio 1D.

$$\bar{H}_\nu \left(\frac{\partial^2 f(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f(r)}{\partial r} - \frac{\nu^2}{r^2} \right) = -k_r f(k_r), \quad (3.7)$$

$$\bar{H}_\nu \left(\frac{\delta(r-a)}{r} \right) = J_\nu(k_r a), \quad (3.8)$$

é fácil encontrar a equação para $\hat{E}_\phi(k_r, z)$, sendo esta

$$\frac{\partial^2 \hat{E}_\phi^p}{\partial z^2} - u^2 \hat{E}_\phi^p = \zeta I(\omega) a J_1(k_r a) \delta(z - z_o), \quad (3.9)$$

em que $u^2 = k_r^2 - k^2$ denomina-se constante de propagação de onda. A solução para esta equação (Rijo, 2004) pode ser escrita como

$$\hat{E}_\phi^p(k_r, z) = -\zeta I(\omega) a J_1(k_r a) \frac{e^{-u|z-z_o|}}{2u}. \quad (3.10)$$

Observa-se que no domínio (k_r, z) , o campo (3.10) tem um comportamento de onda plana, de modo que podemos utilizar a metodologia descrita em Silva (2013) para determinação dos campos da bobina em qualquer camada do meio estratificado. Logo, $\hat{E}_\phi(k_r, z)$ na camada j será descrito pela equação

$$\hat{E}_\phi^{(j)}(k_r, z) = E_j \left(e^{-u_j(z-z_{j-1})} + R_{Te}^j e^{u_j(z-z_j-h_j)} \right), \quad (3.11)$$

bem como no substrato¹,

$$\hat{E}_\phi^{p(N)}(k_r, z) = E_N e^{-u_N(z-z_{N-1})}. \quad (3.12)$$

Em (3.11) o termo E_j representa o coeficiente de transmissão e R_{TE}^j o de reflexão da camada j . Estes são determinados (Silva, 2013) de forma recursiva pelas equações

$$\begin{cases} E_1 = E_0 \frac{(1+R_{TE}^0)}{(1+R_{TE}^1 e^{-2u_1 h_1})} \\ E_j = E_{j-1} \frac{(1+R_{TE}^{j-1}) e^{-u_{j-1} h_{j-1}}}{(1+R_{TE}^j e^{-2u_j h_j})}, & j = 2, 3, 4, \dots, N-1, \\ E_N = E_{N-1} (1 + R_{TE}^{N-1}) e^{-u_{N-1} h_{N-1}}, \end{cases}$$

sendo o termo inicial dado por

$$E_0 = \frac{-\zeta_0 I(\omega) a J_1(k_r a) e^{u_0 h_0}}{2u_0}. \quad (3.13)$$

Os coeficientes de reflexão são encontrados pela equação

$$R_{TE}^j = \frac{(\chi_j - \hat{\chi}_{j+1})}{(\chi_j + \hat{\chi}_{j+1})}, \quad (3.14)$$

que é composta pelas admitâncias intrínsecas $\chi_j = u_j/\zeta_j$ e aparentes ou de superfícies $\hat{\chi}$ da camada "j", sendo esta última determinada pelas equações recursivas

$$\hat{\chi}_j = \chi_j \frac{\hat{\chi}_{j+1} + \chi_j \tanh(u_j h_j)}{\chi_j + \hat{\chi}_{j+1} \tanh(u_j h_j)}, \quad j = N, N-1, \dots, 3, 2, 1, \quad (3.15)$$

$$\hat{\chi}_N = \chi_N. \quad (3.16)$$

O componente radial do campo magnético pode ser determinado por meio de (3.11) sendo substituída em (3.2), encontrando

$$\hat{H}_r^{(j)}(k_r, z) = -\chi_j E_j (e^{-u_j(z-z_{j-1})} - R_{TE}^j e^{u_j(z-z_j-h_j)}). \quad (3.17)$$

Para determinar o campo no domínio espacial, faz-se necessário a utilização de uma transformada inversa de Hankel, de mesma ordem, em (3.17), ou seja, fazer

$$H_r^{p(j)}(r, z) = \int_0^\infty \hat{H}_r^{p(j)}(k_r, z) J_1(k_r r) k_r dk_r, \quad (3.18)$$

¹O substrato é a última camada (meio N), que tem espessura infinita.

de modo a encontrar

$$\begin{aligned} H_r^{p(j)}(r, z) &= - \int_0^\infty \chi_j E_j \left(e^{-u_j(z-z_{j-1})} - R_{Te}^j e^{u_j(z-z_j-h_j)} \right) J_1(k_r r) k_r dk_r, \\ H_r^{p(N)}(r, z) &= - \int_0^\infty \chi_j E_N e^{-u_j(z-z_{N-1})} J_1(k_r r) k_r dk_r. \end{aligned} \quad (3.19)$$

As integrais presentes nas equações (3.19) não possuem solução analítica, e precisam de métodos numéricos que as resolvam. Porém, deve-se chamar atenção ao fato de que os integrandos destas são bastante oscilantes e de atenuação lenta, o que requer técnicas numéricas especiais para estes tipos de integrais. No trabalho de Silva (2013), dentre outras quadraturas, foi utilizada um tipo de quadratura com extrapolação denominada QWE (Key, 2012) para determinar os campos da espira, sendo esta a que obteve os melhores resultados.

3.2 MODELO INTERPRETATIVO

Para o processo de inversão é necessário que se crie um modelo aproximado que seja capaz de reproduzir as observações verdadeiras, o qual denomina-se modelo interpretativo. Para o caso da inversão 1D, este consistirá de uma espira circular sobre um meio de camadas plano-paralelas horizontais, tal qual o modelo apresentado na figura (3.1). Este é composto por várias camadas, de espessuras fixas, que são determinadas por meio da equação

$$\begin{aligned} h_{j+1} &= h_o + (j - 1)\Delta h, \quad j = 1, 2, \dots, (N_{cam} - 1) \\ \Delta h &= \frac{2((z_f - z_i) - N_{cam}h_o)}{N_{cam}(N_{cam} - 1)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

N_{cam} representa o número de camadas, z_i a profundidade do topo da primeira camada, que geralmente é zero, z_f a profundidade do topo do substrato e h_o a espessura da primeira camada. As resistividades das camadas serão estimadas pelo processo de inversão, o que corresponde a considerar os parâmetros da inversão como as resistividades das mesmas. Na inversão é vantajoso trabalhar com o logaritmo do vetor de parâmetros (resistividades), pois, com isso, evita-se a estimativa de valores negativos para as mesmas, evitando a obtenção de modelos que não condizem com a realidade física. Em relação aos dados, tomá-los em uma escala logarítmica, faz com que a faixa de valores dos mesmos seja menor, permitindo uma melhor uniformidade na importância de cada dado em relação ao ajuste dos mesmos. Com isso, o vetor de parâmetros será escrito como

$$\mathbf{P} = [\log(\rho_1), \log(\rho_2), \dots, \log(\rho_N)]. \quad (3.21)$$

As observações serão as partes real e imaginária do campo normalizado \bar{H}_r , para uma

faixa de frequência e para algumas posições de medida. Este campo é dado pela expressão

$$\bar{H} = \frac{H_r(r, \omega)}{H_z^o(r)}, \quad (3.22)$$

onde H_r é o campo magnético radial da bobina, criado por um meio estratificado, e H_z^o o componente vertical de um dipolo magnético no vácuo, de momento magnético m , dado pela equação

$$H_z^o(r) = -\frac{m}{4\pi r^3}. \quad (3.23)$$

3.3 TESTE COM DADOS SINTÉTICOS

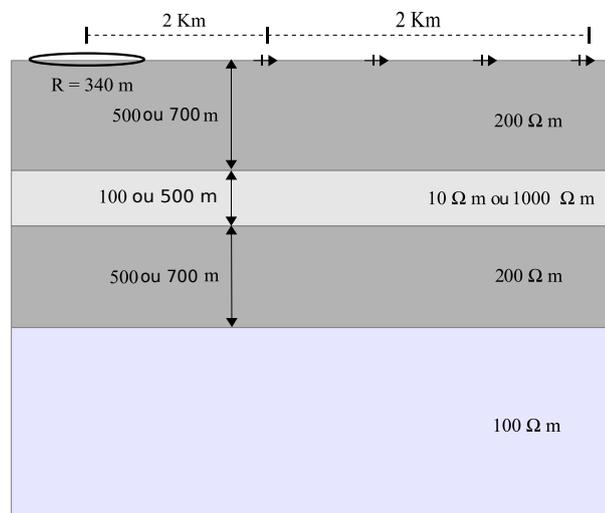


Figura 3.2: Modelo para os dados sintéticos 1D.

Os dados sintéticos para a inversão 1D foram gerados pelo modelo apresentado na figura (3.2), no qual há uma espira de 340 m de raio. Fez-se um estudo inicial tendo como alvo uma camada encaixada em um meio composto por uma camada de resistividade $200 \Omega.m$ e um substrato inferior com $100 \Omega.m$.

Analisou-se os casos em que a camada alvo é mais condutiva ($10 \Omega.m$) e mais resistiva ($1000 \Omega.m$) que o meio encaixante, sendo que para o exemplo com a camada resistiva, estudou-se os casos em que a mesma possui 100 m e 500 m de espessura. Para o critério de parada do processo iterativo, neste e nos outros exemplos com dados sintéticos, adotou-se a constante da equação (2.22) com o valor $\epsilon = 10^{-6}$, a de (2.23) com $\gamma = 10^{-5}$ e δ calculado conforme descrito na equação (2.21).

As medidas do campo foram feitas em quatro receptores ao longo de uma linha na superfície, que vai de $x = 2$ km a $x = 4$ km do centro da espira, utilizando 21 frequências, logaritmicamente espaçadas, na faixa de 0,1 Hz a 1000 Hz. Testou-se a estabilidade das

soluções contaminando as observações com sequências aleatórias de 5 % de ruídos de média nula, bem como iniciando a inversão com modelos iniciais diferentes.

O parâmetro de regularização utilizado em ambas soluções com os regularizadores SG e VT, para a camada alvo mais condutiva e mais resistiva (menos espessa) foi $\alpha = 10^{-2}$. Já para o exemplo com a camada resistiva mais espessa, utilizou-se $\alpha = 10^{-1}$ para a solução com SG, e $\alpha = 10^{-2}$ para a com VT. Estes foram os valores dos parâmetro de regularização para os quais conseguiu-se soluções estáveis. O valor para a constante β do vínculo VT, equação (2.32), utilizado para o exemplo com a camada condutiva foi 10^{-3} , para o exemplo com a camada resistiva menos espessa 10^{-5} e com a resistiva mais espessa 10^{-3} , sendo estes os menores valores que conjuntamente com o valor utilizado para o parâmetro de regularização, resultou nas soluções, estáveis, encontradas.

O primeiro resultado foi obtido com a camada alvo mais condutiva ($10 \Omega.m$) que o meio encaixante, tendo como resultado os gráficos da figura (3.3), em que utilizou-se os dados de todas posições de medida e frequências. Para este, o modelo interpretativo consistiu de 40 camadas, de espessuras com valores crescentes, calculadas de acordo com (3.20), em que se utilizou $h_o = 30m$, $z_i = 0 m$ e $z_f = 1500 m$.

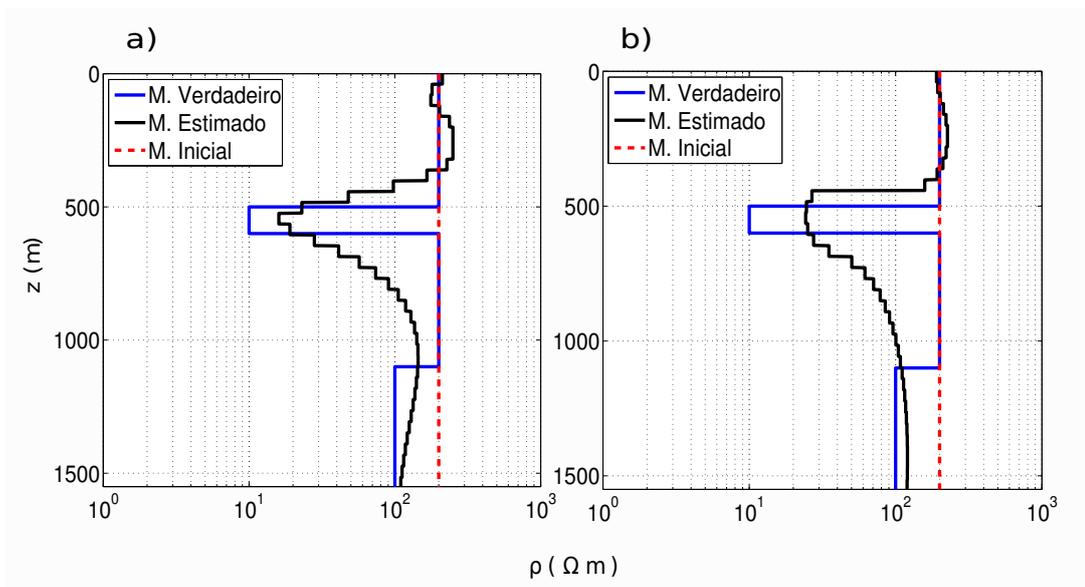


Figura 3.3: Resultados 1D para a camada mais condutiva. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-2}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$.

Da figura (3.3) é possível concluir que ambos regularizadores conseguiram identificar bem a camada alvo condutiva, bem como as resistividades mais rasas, apesar de uma esperada oscilação dos valores de resistividades com a solução obtida com vínculo SG, devido ao mesmo garantir uma solução suave ainda que haja grandes variações nos valores dos parâmetros.

Os valores das resistividades mais profundas, para ambas as soluções, foram influenciadas pela resistividade do substrato, do modelo verdadeiro, que é mais condutivo

que a camada intermediária que contém a camada alvo, dificultando a identificação das resistividades da região intermediária do modelo verdadeiro, localizada entre a camada condutiva e o substrato. O diferencial da solução com o vínculo VT é a obtenção de soluções com variações abruptas nos valores dos parâmetros, o que ocasionou a identificação aproximada do topo da camada condutiva. Para este estudo, a visualização do ajuste dos dados, para o receptor localizado na posição $x = 2000\text{m}$, bem como o número de iterações para os resultados com os vínculos SG e VT são mostrados nas figuras (3.4) e (3.5) respectivamente.

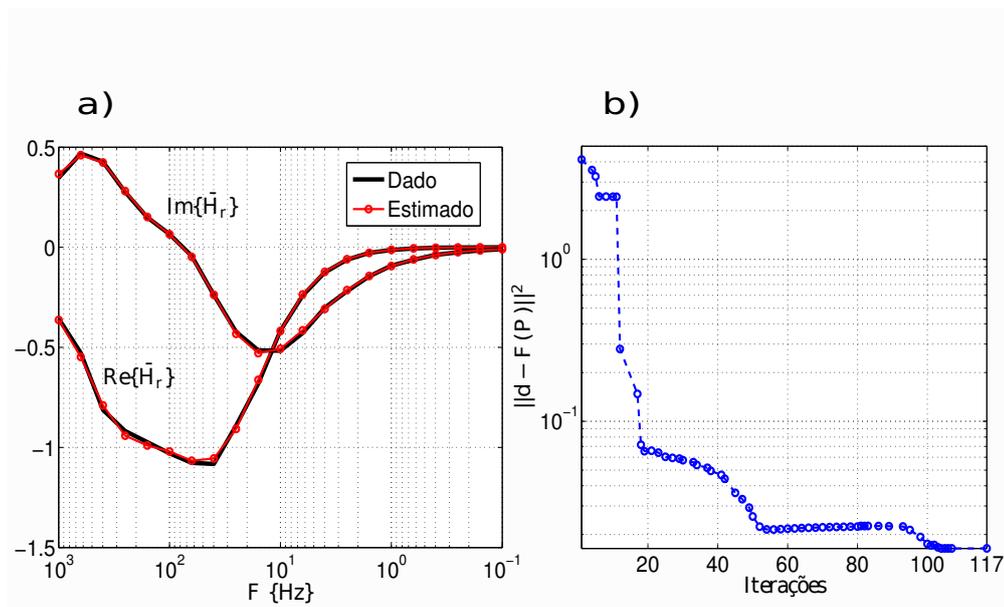


Figura 3.4: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000\text{ m}$, b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.

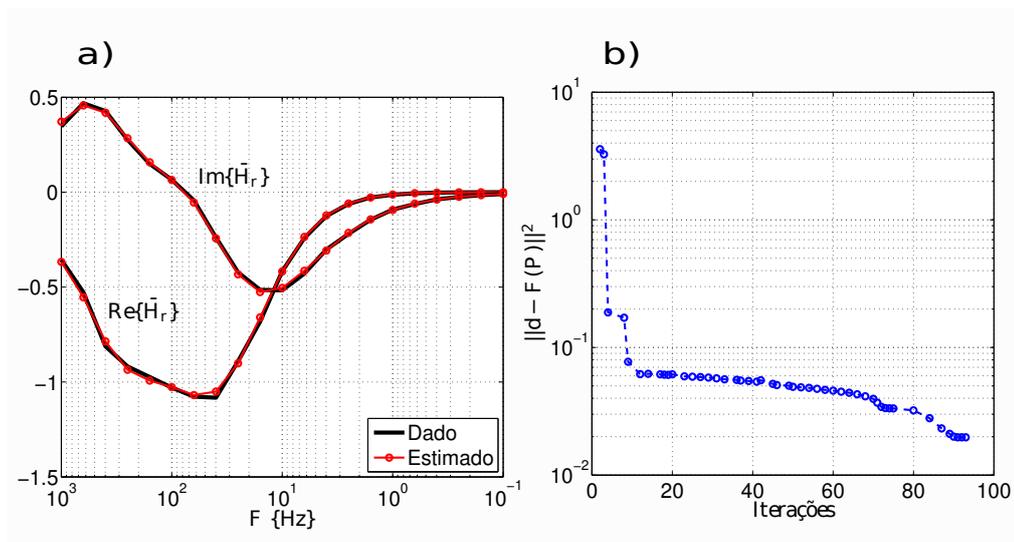


Figura 3.5: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000\text{ m}$, b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

O estudo feito com a camada mais resistiva ($1000 \Omega m$) que o meio, para o caso em que a camada resistiva possui uma espessura de 100 m, gerou os resultados presentes nas figuras (3.6), (3.7) e (3.8) que mostram os modelos recuperados com os vínculos SG e VT, o ajuste dos dados para o receptor da mesma posição do exemplo anterior bem como a convergência do funcional de ajuste dos dados.

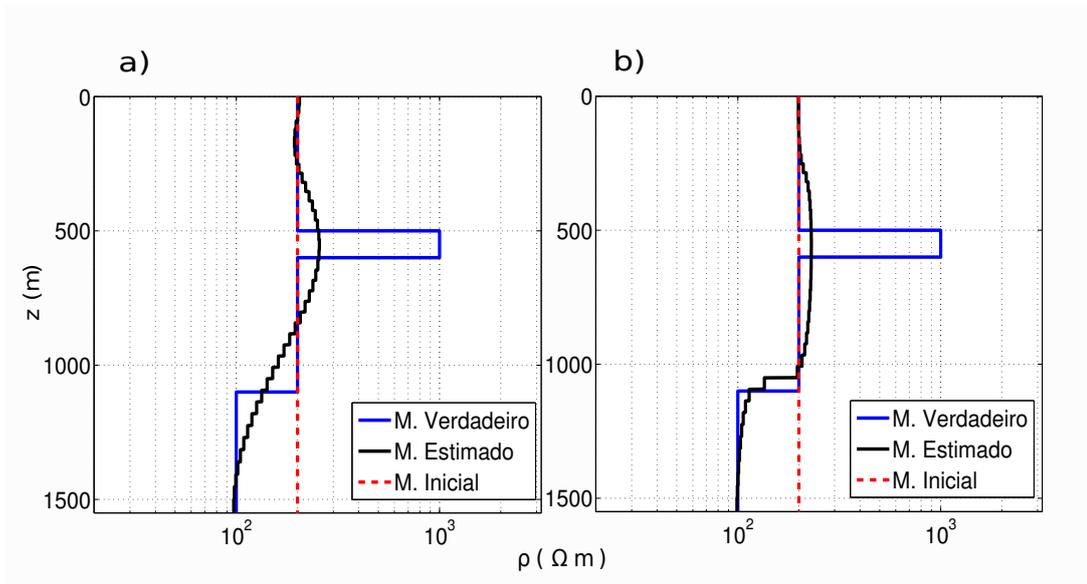


Figura 3.6: Resultados 1D para a camada resistiva de 100 m. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-2}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}, \beta = 10^{-5}$.

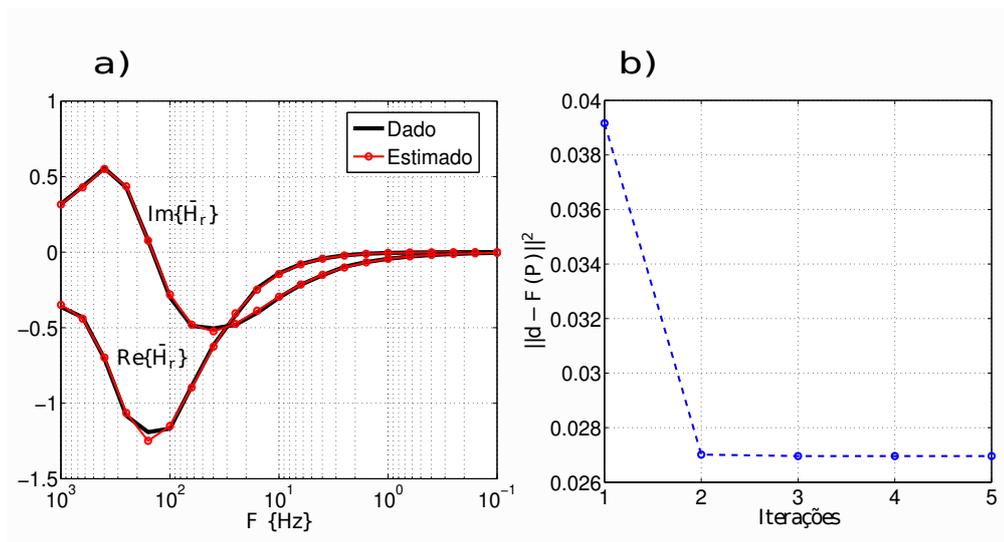


Figura 3.7: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m, b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.

Para analisar com mais detalhes a influência de alvos resistivos, fez-se um estudo com uma camada resistiva mais espessa que a do exemplo anterior, que era 100 m e agora passa a ter 500 m. O topo desta, está a uma profundidade de 700 m da superfície e sua

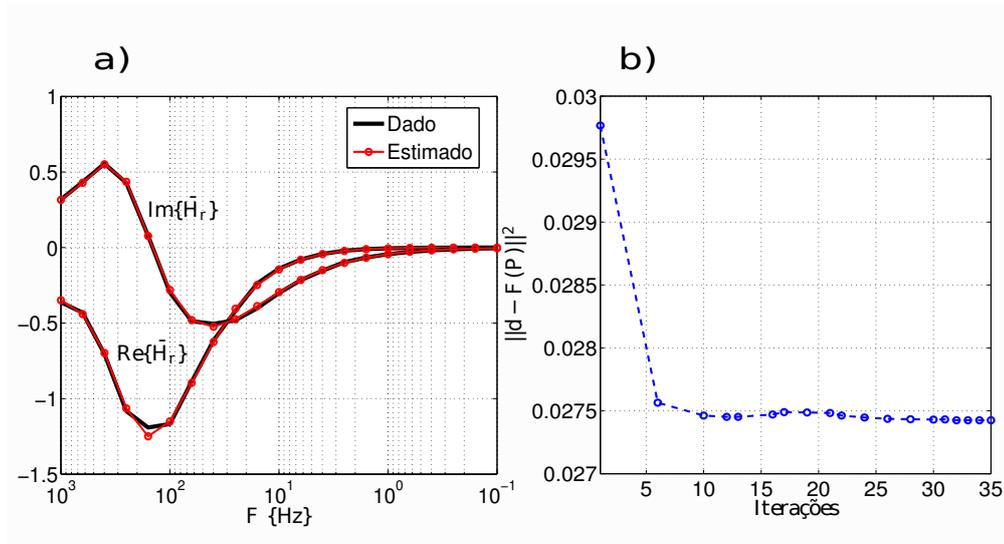


Figura 3.8: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

base dista também 700 m do topo do substrato condutivo. As resistividades utilizadas no modelo que gerou os dados foram as mesmas das do exemplo anterior com a camada resistiva de 100 m. Os resultados para este segundo exemplo, com alvo resistivo, são mostradas nas figuras (3.9) , (3.10) e (3.11), que mostram o modelo recuperado, o ajuste e a convergência para os regularizadores SG e VT, respectivamente.

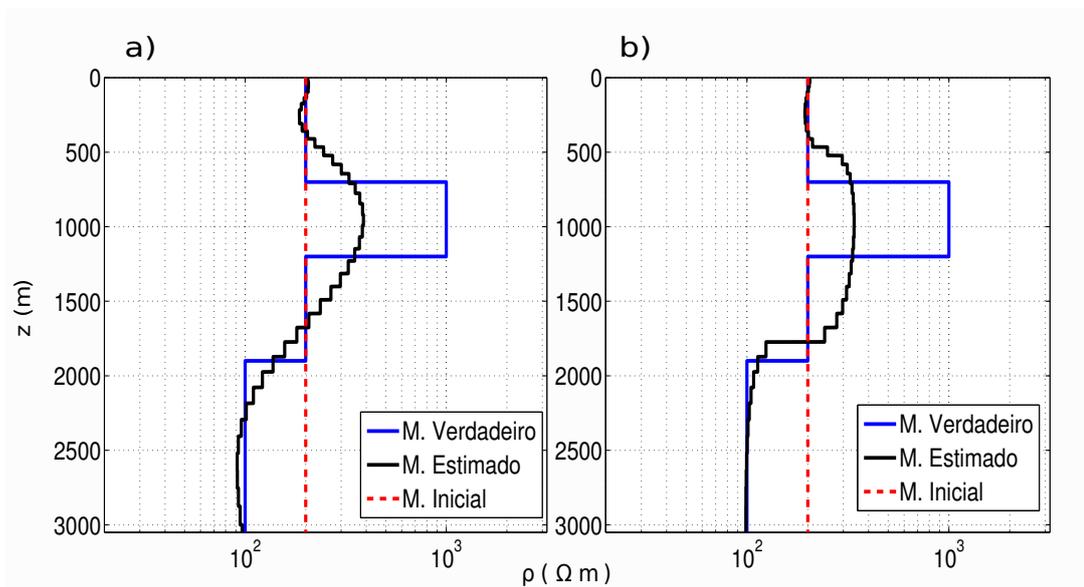


Figura 3.9: Resultados 1D para a camada resistiva de 500 m de espessura. a) Suavidade Global, $\alpha = 10^{-1}$. b) Variação total, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-5}$.

Nestes exemplos, que têm como alvo as camadas resistivas, observa-se que as mesmas influenciam menos nos resultados de inversão, se comparadas com a camada condutiva. Isto se deve, em grande parte, aos dados, que são formados da parte real e imaginária do

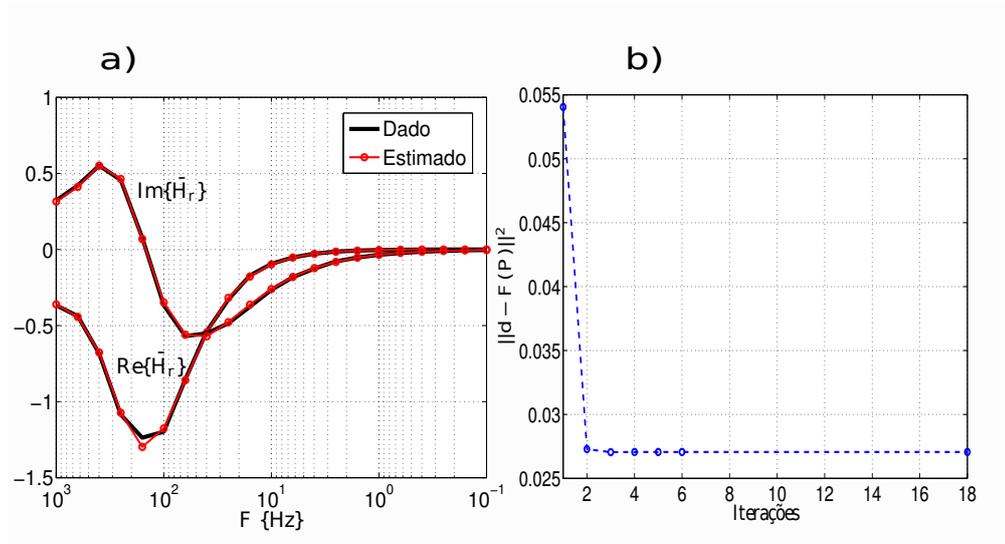


Figura 3.10: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados para o resultado com SG.

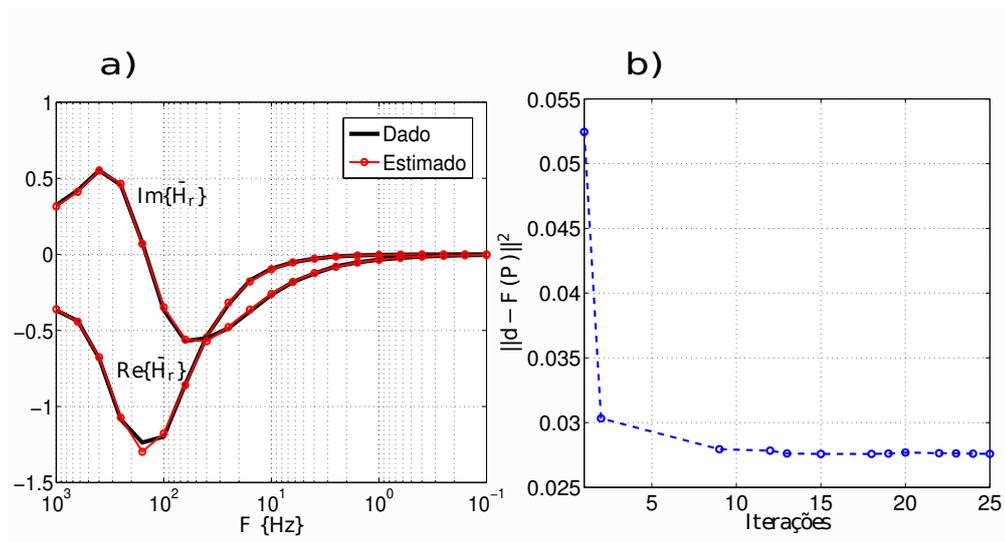


Figura 3.11: a) Ajuste para o receptor em $x = 2000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

campo \bar{H}_r , que é altamente indutivo. Alvos condutivos influenciam mais este campo do que resistivos, devido a indução eletromagnética nos mesmos ser maior. Nos resultados com o vínculo SG, figuras (3.6) a) e (3.9) a), é observado o fato mencionado anteriormente, sendo que a maior influência foi observada no modelo que tem a camada resistiva mais espessa. Em (3.6) a) a elevação dos valores de resistividade das camadas, do modelo interpretativo, não pode ser considerado somente uma influência da camada resistiva, pois também, há um efeito da solução que o vínculo SG gera, pois, como os valores de resistividade das camadas mais profundas tendem para valores menores, devido a influência da resistividade do substrato do modelo verdadeiro, os valores das resistividades, daquela região, precisam elevar-se para que se obtenha uma solução suave. Já em (3.9)

a), pode-se inferir uma maior influência da camada resistiva no resultado do modelo recuperado, se comparado com o efeito da solução com SG.

Os resultados com o vínculo VT mostram que não há variações abruptas nos valores das resistividades nas regiões correspondentes as camadas resistivas, porém, no resultado da figura (3.9) b) consegue-se observar, assim como no resultado com SG, uma maior influência da camada resistiva na solução, se comparado com (3.6) b). As resistividades das camadas mais profundas do modelo interpretativo são bem estimadas em ambos os resultados com o vínculo VT, isto devido ao substrato do modelo verdadeiro ser mais condutivo, causando variações dos valores das resistividades mais acentuados na região do modelo verdadeiro que inicia o substrato.

3.4 TESTE COM DADOS REAIS

Os dados reais foram adquiridos ao longo de uma linha de 3 km de extensão, iniciando a 1,5 km do centro de uma espira quadrada de 600 m de lado, e estendendo-se até 4,5 km. Para este primeiro resultado utilizou-se os dados do receptor localizado na posição $x = 4000$ m, com 141 frequências na faixa de 0,1 Hz a 1000 Hz. O valor do parâmetro de regularização utilizado nos exemplos seguintes, para os resultados de ambos regularizadores, foi $\alpha = 1$, sendo este o menor valor para conseguir soluções estáveis. Pode-se atribuir a utilização deste valor alto para α , se comparado com o utilizado com os dados sintéticos, a grande quantidade de ruídos contidos nos dados, sendo eles de todos os tipos, instrumentais, geológicos, etc. Uma das consequências da grande quantidade de ruídos nos dados é dificultar a tarefa de encontrar soluções estáveis na inversão. Para conseguir soluções estáveis deve-se dar maior importância aos vínculos inseridos pelos regularizadores, ou seja, dar valores altos para α .

O modelo interpretativo utilizado para estes resultados, possui um total de 40 camadas com espessuras determinadas da mesma forma como no exemplo com dados sintéticos, sendo que para os seguintes exemplos, adotou-se $h_o = 30$ m, $z_i = 0$ m e $z_f = 3000$ m. Para o critério de parada na inversão dos dados reais adotou-se os mesmos valores para ϵ e γ utilizados na inversão com dados sintéticos, porém o valor de δ considerado foi 10^{-1} , por não se ter uma estimativa da quantidade de ruídos contidos nos dados.

Os resultados, para este primeiro exemplo, são mostrados na figura (3.12), bem como em (3.13) e (3.14), que apresentam os modelos estimados na inversão, os ajustes para os dados do receptor localizado em $x = 4000$ m e o número de iterações feitas para a obtenção dos resultados.

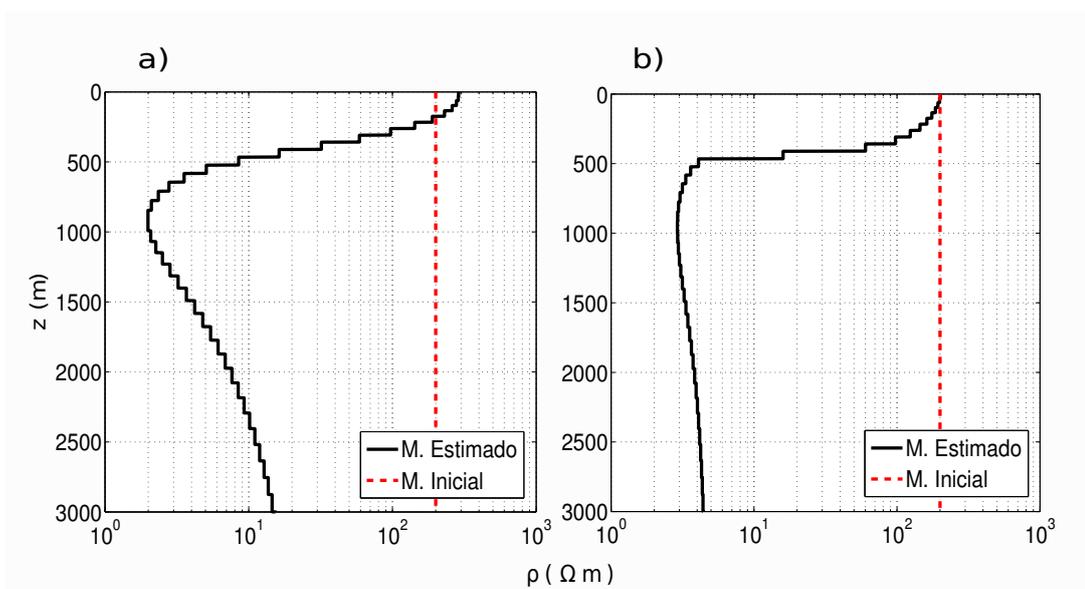


Figura 3.12: Resultados 1D com dados reais, para o receptor localizado em $x = 4000$ m. a) Suavidade Global, $\alpha = 1$ e b) Variação total, $\alpha = 1$, $\beta = 10^{-4}$.

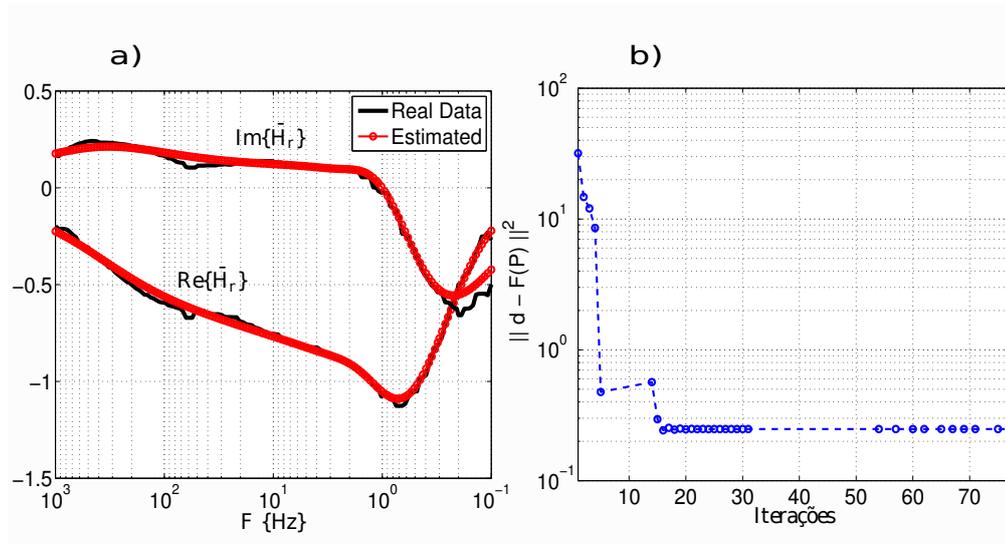


Figura 3.13: a) Ajuste para o receptor em $x = 4000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.

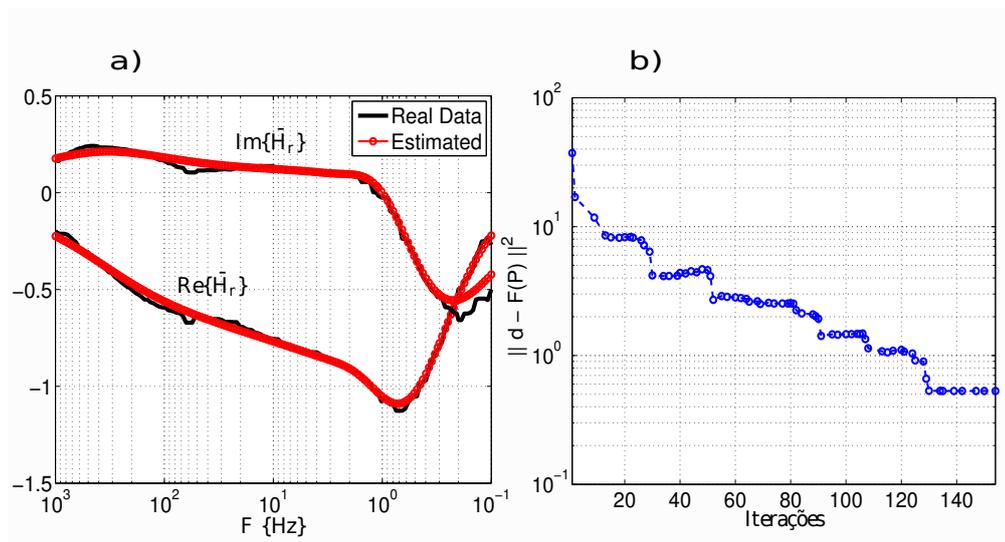


Figura 3.14: a) Ajuste para o receptor em $x = 4000$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

Como um segundo exemplo, utilizando o mesmo modelo interpretativo do exemplo anterior, se utilizou os dados coletados no receptor localizado em $x = 2700$ m. Os resultados para os dados desta estação podem ser visualizados nas figuras (3.15), (3.16) e (3.17), que apresentam os modelos recuperados para os vínculos SG e VT e o ajuste e convergência para os resultados com os vínculos SG e VT, respectivamente.

Destes dois exemplos, é perceptível a presença de uma descontinuidade nos valores de resistividades na profundidade de aproximadamente 500 m, sendo isto observado melhor nos resultados com o vínculo VT (figuras (3.12) b) e (3.15) b)). Este fato, indica a presença de um meio mais condutivo do que as regiões superiores do modelo recuperado. Pode-se inferir, a partir dos resultados dos dois exemplos, que haja uma camada resistiva,

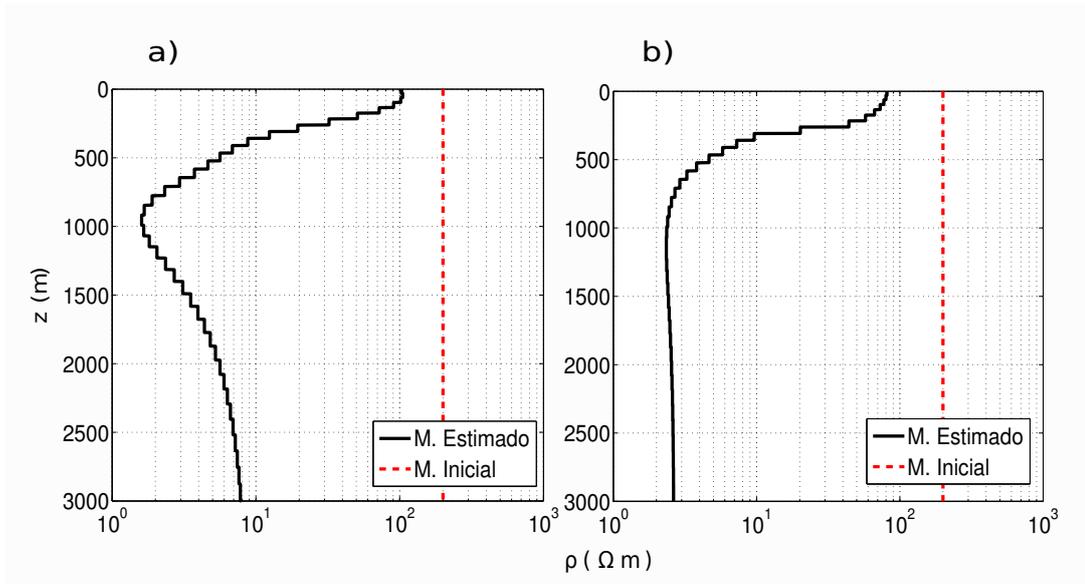


Figura 3.15: Resultados 1D com dados reais, para o receptor localizado em $x = 2700$ m. a) Suavidade Global, $\alpha = 1$. b) Variação total, $\alpha = 1, \beta = 10^{-4}$.

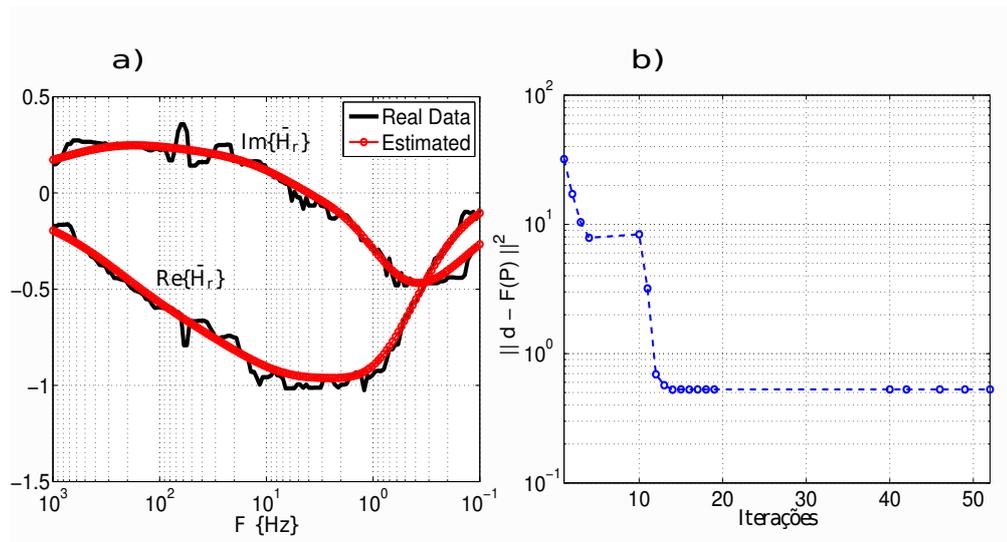


Figura 3.16: a) Ajuste para o receptor em $x = 2700$ m, b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.

que vai até aproximadamente 500 m de profundidade, e uma camada subjacente bem condutiva, que chega a ter, em média, um valor de resistividade de $\rho = 5 \Omega m$.

Para as frequências mais altas, estes resultados concordam muito bem com a seção de resistividade aparente figura (3.18) obtida com os dados EMMF mostrando que, para frequências altas, os valores de resistividades tendem a ser da ordem de $300 \Omega m$, o que está de acordo com os resultados dos dois exemplos da inversão com os dados reais, principalmente em $x = 4000$ m. As resistividades das camadas mais rasas do modelo interpretativo possuem resistividades próximas a este valor. Já para as frequências mais baixas os valores estimados pela inversão discordam um pouco, apesar do resultado mostrar um substrato

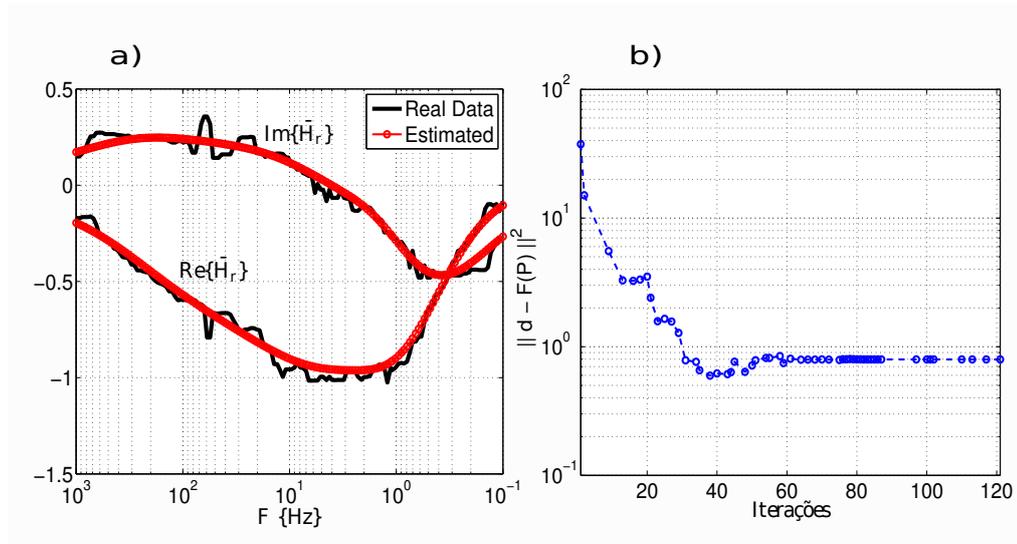


Figura 3.17: a) Ajuste para o receptor em $x = 2700$ m , b) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

condutivo.

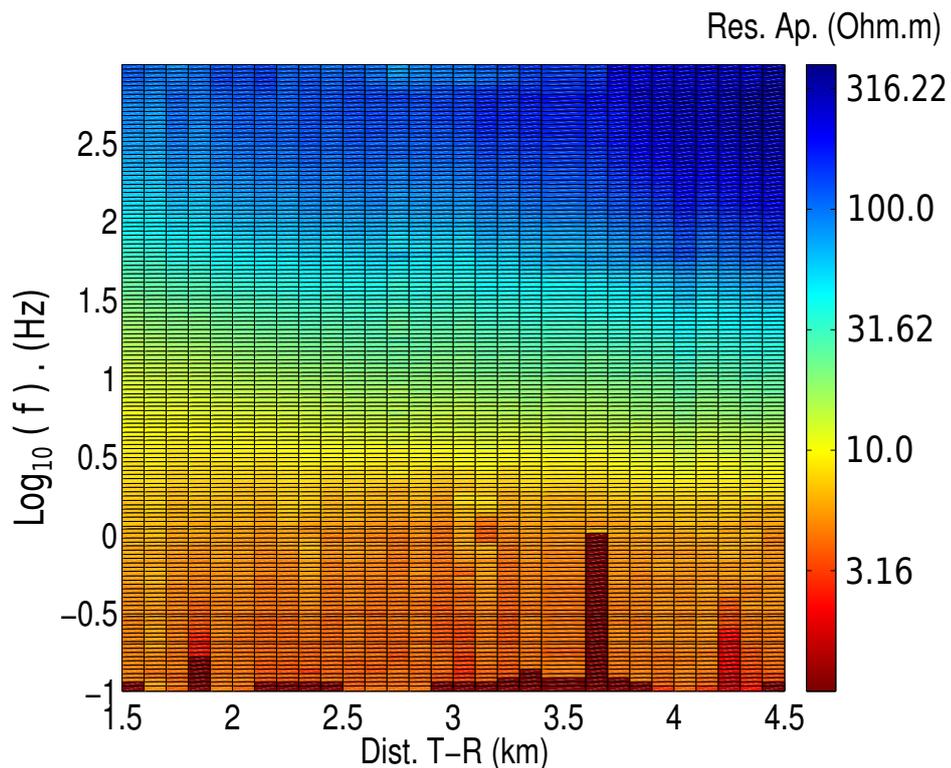


Figura 3.18: Secção de resistividade aparente obtida com os dados EMMF.

É possível que hajam estruturas 2D presentes no meio que foram coletados os dados, impedindo que tenha-se um bom ajuste dos dados com a inversão de modelos 1D, além, é claro, da presença de ruídos. Apesar de ter conseguido bons resultados, neste trabalho, com a inversão, aproximando o meio em questão como se fosse um meio de camadas,

se pôde verificar que o ajuste para algumas curvas não foram tão bons. Isto pode ser atribuído ao fato de, em algumas regiões, os dados serem influenciados por estruturas que causam variação lateral de resistividade. Como um exemplo disto, podemos verificar que a parte imaginária do campo \bar{H}_r , nas figuras (3.13) e (3.14), não possuem um ajuste tão bom nas baixas frequências.

Os resultados com os dados reais, tal qual com os dados sintéticos, foram aceitos para apresentação no 84^o Encontro Internacional da SEG, ocorrido em outubro de 2014 (Piedade & Régis, 2014).

4 INVERSÃO 2D DE DADOS EMMF

4.1 O PROBLEMA DIRETO

O modelo direto dos dados EMMF 2D, pode ser visualizado na figura (4.1). Este consiste de um meio com camadas plano paralelas em que, encaixadas nas mesmas, há presença de corpos anômalos limitados. Estes, denominados heterogeneidades, causam variação lateral das propriedades físicas no meio, que agora além da variação na vertical passa a ter na horizontal, daí o nome meio 2D. Para este meio, é possível descrever o campo eletromagnético total como uma soma de um campo primário e um secundário (Silva, 2013). O campo primário provém do meio de camadas e o secundário das heterogeneidades que estão presentes no mesmo.

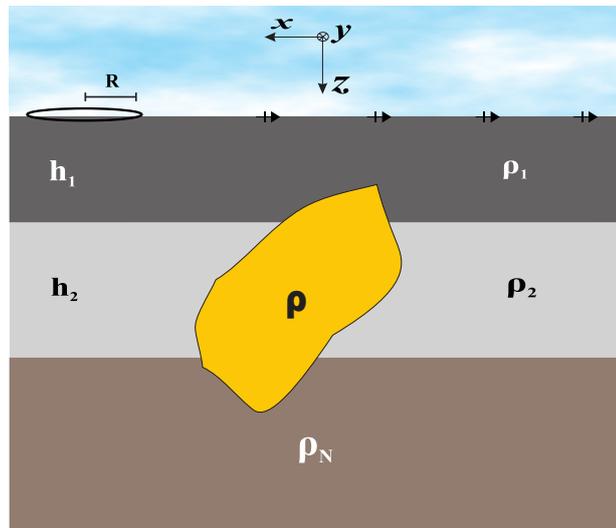


Figura 4.1: Modelo de meio 2D.

A metodologia utilizada para a obtenção dos campos foi baseada no trabalho de Nunes (2014), que utilizou a formulação desenvolvida em Silva (2013). Os códigos desenvolvidos em Nunes (2014) foram cedidos para serem utilizados no algoritmo de inversão construído neste trabalho, passando por algumas modificações com o intuito de melhorar o tempo de obtenção dos campos. Primeiramente, foram adaptadas ao programa as rotinas da Super LU (Li et al., 1999) (Demmel et al., 1999), na resolução do sistema linear envolvido na técnica de Elementos Finitos (Axelsson & Barker, 2001), necessária para a obtenção dos campos secundários, reduzindo consideravelmente o tempo de resolução dos mesmos. Também foi feito o cálculo e o armazenamento do campo primário da espira, no domínio (x, k_y, z) , nas regiões das células de inversão, ou seja, das possíveis heterogeneidades, que geralmente são determinados repetidas vezes. Devido a estes não mudarem, pelo fato do modelo 1D ser mantido fixo, o cálculo destes campos podem ser feitos somente uma vez.

4.2 MODELO INTERPRETATIVO

O modelo aproximado utilizado para gerar os dados EMMF 2D, pode ser observado na figura (4.2). Neste, os parâmetros a serem estimados são dados pelas resistividades das heterogeneidades, representadas pelos blocos retangulares (células) encaixados nas camadas. As espessuras e as resistividades das camadas do meio 1D são mantidas fixas, sendo estimado apenas as resistividades das células.

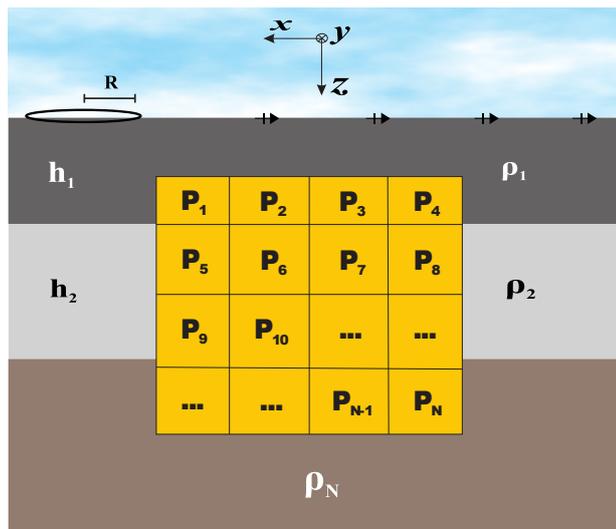


Figura 4.2: Modelo interpretativo para os dados EMMF 2D.

As observações para este modelo, assim como na inversão 1D, são as partes real e imaginária do campo magnético radial normalizado

$$\bar{H} = \frac{H_r(r, \omega)}{H_z^o(r)}, \quad (4.1)$$

para várias frequências e posições de medidas. O vetor de parâmetros, a ser estimado, será composto do logaritmo das resistividades das heterogeneidades, ou seja,

$$\mathbf{P} = [\log(\rho_1), \log(\rho_2), \dots, \log(\rho_N)]. \quad (4.2)$$

4.3 TESTE COM DADOS SINTÉTICOS

A inversão 2D foi feita para alguns modelos, em todos eles, o critério utilizado para testar a estabilidade das soluções, assim como na inversão 1D, foi adicionar aos dados 3 % de ruídos aleatórios de média nula, bem como iniciar a inversão com modelos iniciais diferentes. Para o critério de parada do processo iterativo, utilizou-se $\epsilon = 10^{-7}$, $\gamma = 10^{-4}$ e δ determinado como mostrado em (2.21).

O primeiro modelo consiste de um semi-espaço resistivo, com uma heterogeneidade condutiva encaixada no mesmo, como observado na figura (4.3). Para este caso, utilizou-se

uma espira de raio $R = 340 \text{ m}$ como fonte. A resistividade do semi-espaco é $\rho_1 = 200 \Omega.m$ e a da heterogeneidade $\rho_2 = 10 \Omega.m$. A profundidade do corpo anômalo é $P = 200 \text{ m}$ e suas dimensões são $a = 150 \text{ m}$ e $b = 800 \text{ m}$. As posições de medida dos campos foram feitas de $r_i = 3200 \text{ m}$ até $r_f = 4800 \text{ m}$ com 51 pontos de medida e 15 frequências, logaritmicamente espaçadas, na faixa de 0,1 Hz a 1000 Hz.

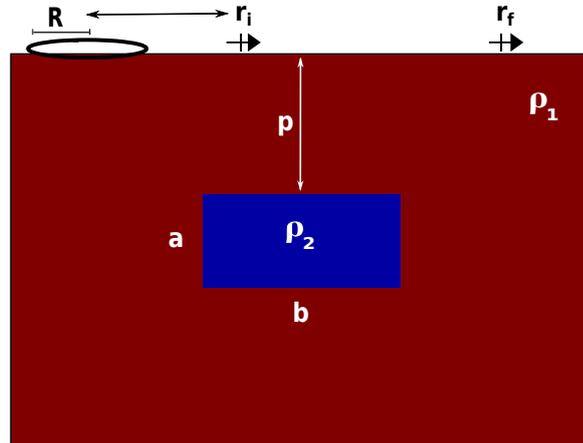


Figura 4.3: Modelo 1 para a geração dos dados sintético 2D.

O modelo interpretativo utilizado para recuperar o modelo 1, consiste de uma malha de células, que tem dimensão em x que vai de 3000 m a 5000 m e em z de 20 m a 1000 m. Na horizontal há um total de 19 células e na vertical também 19, totalizando 361 células (parâmetros). É importante ressaltar que as células não coincidem com as dimensões da heterogeneidade.

O primeiro resultado foi obtido com o auxílio do vínculo SG, que resultou no modelo de resistividades mostrado na figura (4.4). Para este, o parâmetro de regularização utilizado foi $\alpha = 10^{-2}$, que foi o menor valor para tornar esta solução estável.

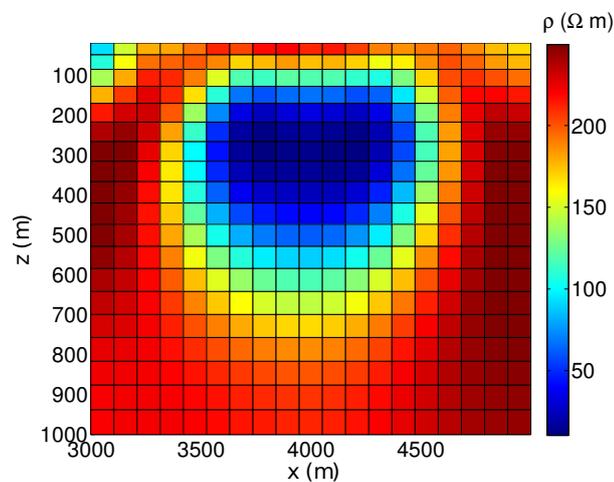


Figura 4.4: Resultado para o modelo 1, com o vínculo SG , $\alpha = 10^{-2}$.

O ajuste da parte real e imaginária de \bar{H}_r , e a convergência do funcional de ajuste dos dados, para este resultado, podem ser visualizados na figura (4.5).

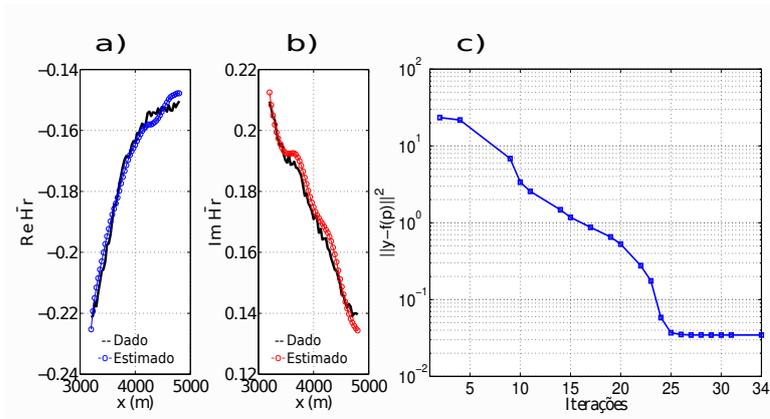


Figura 4.5: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1000$ Hz e c) convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.

Utilizando o vínculo VT, obteve-se o modelo de resistividades mostrado na figura 4.6, no qual se utilizou $\alpha = 10^{-3}$, bem como o valor de β , da equação (2.32), igual a 10^{-3} .

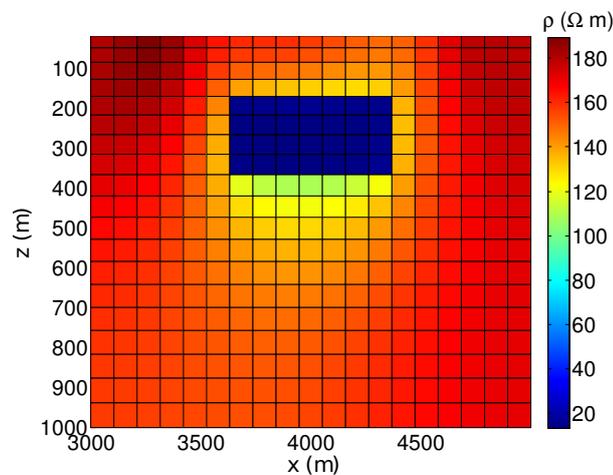


Figura 4.6: Resultado para o modelo 1, com o vínculo VT, $\alpha = 10^{-3}$, $\beta = 10^{-3}$.

Para este, também é mostrado o ajuste do dado, para a maior frequência, e a convergência do funcional de ajuste dos dados na figura (4.7), que servem para dar uma idéia do número de iterações necessárias para obter o resultado e também se o modelo recuperado ajustou os dados.

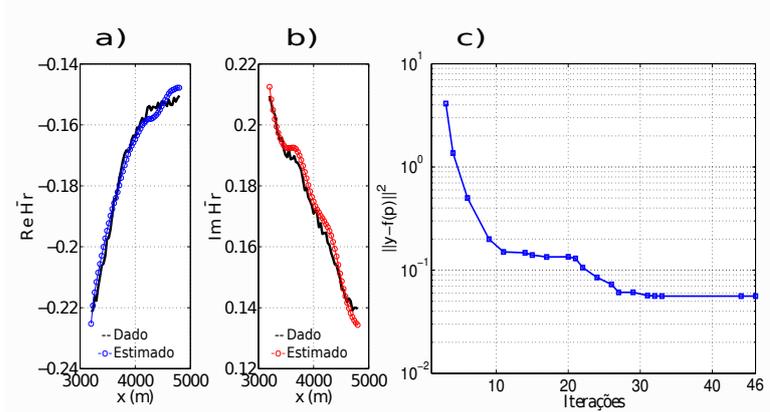


Figura 4.7: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1000$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

Um segundo exemplo foi feito com o modelo mostrado na figura (4.8), que apresenta duas heterogeneidades condutivas encaixadas em um semi-espaco resistivo.

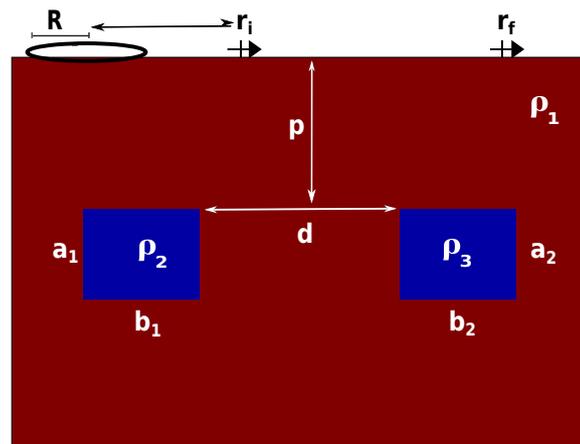


Figura 4.8: Modelo 2 para a geração dos dados sintético 2D.

O intuito de estudar este exemplo é analisar se modelos como estes conseguem influenciar nos dados de tal forma que o processo de inversão consegue identificar alvos condutivos separadamente, de modo que para este exemplo, foi utilizado o valor de resistividade para o semi-espaco igual a $\rho_1 = 200\Omega.m$, e para as heterogeneidades $\rho_2 = \rho_3 = 10\Omega.m$. A profundidade das mesmas é $P = 500$ m, estando distantes uma da outra de $d = 900$ m, e tendo as dimensões $a_1 = a_2 = 150$ m, $b_1 = b_2 = 300$ m. Os campos foram medidos em uma linha que vai de 2000 m a 6000 m, partindo do centro da espira, com 51 receptores e calculados para 17 frequências na faixa de 1,25 Hz a 125,89 Hz.

O modelo interpretativo utilizado para recuperar o modelo do exemplo 2, consiste de uma malha de células, que tem a dimensão em x de 1800 m até 6200 m e em z de 20 m a 1200 m. Na horizontal tem-se um total de 34 células e na vertical 17, totalizando 578

células (Parâmetros).

Novamente foram obtidos resultados com os vínculos SG e VT. Na figura (4.9), é apresentado o resultado com o vínculo SG, no qual se utilizou o valor para o parâmetro de regularização igual a $\alpha = 10^{-2}$.

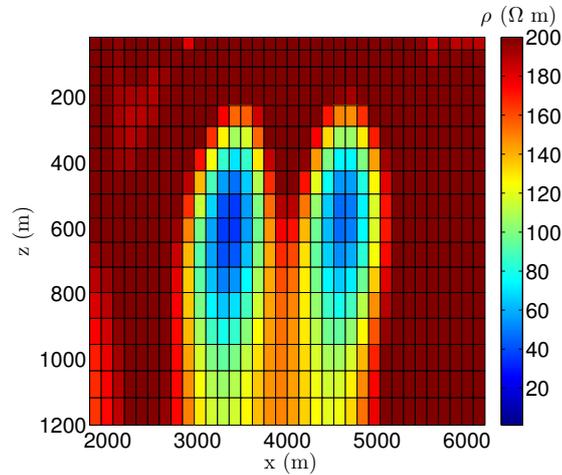


Figura 4.9: Resultado para o modelo 2, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-2}$.

Para este resultado, a convergência do funcional de ajuste dos dados e o ajuste dos campos para a menor frequência, podem ser visualizados na figura (4.10).

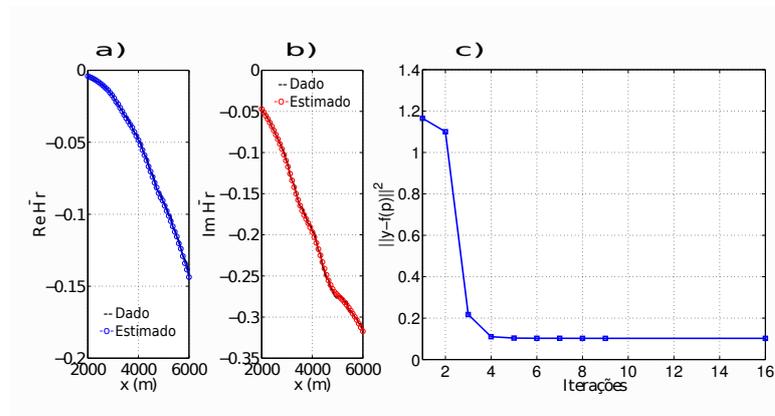


Figura 4.10: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1,25$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.

Para o vínculo de variação total, que permite descontinuidades nos valores de alguns parâmetros, foi possível estimar o modelo apresentado na figura (4.11), que resultou na convergência do funcional de ajuste dos dados mostrado na figura (4.12).

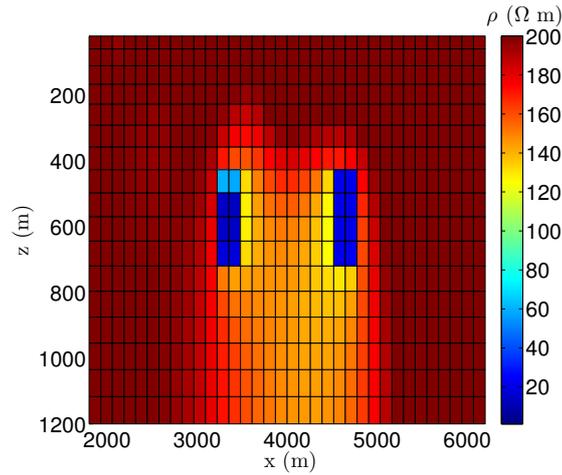


Figura 4.11: Resultado para o modelo 2, com o vínculo VT, $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$.

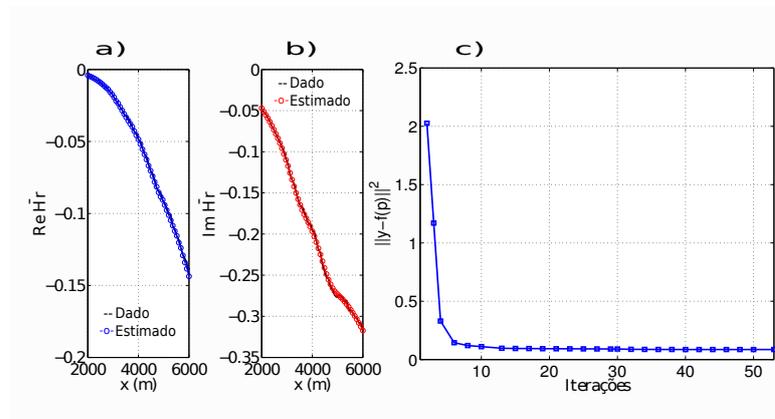


Figura 4.12: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 1,25$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com VT.

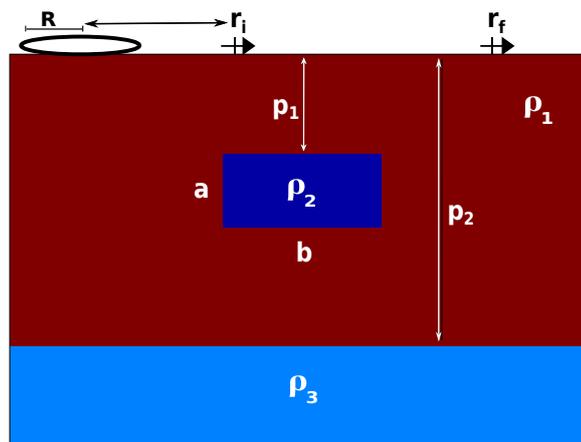


Figura 4.13: Modelo 3 para a geração dos dados sintético 2D.

O modelo 3 utilizado para a inversão, pode ser visualizado na figura (4.13). Este, é formado por uma camada resistiva que está sobre um substrato mais condutivo. Na

camada resistiva, há uma heterogeneidade encaixada, que possui uma condutividade bem alta. As dimensões desta são $a = 250\text{m}$ e $b = 500\text{m}$, sua profundidade é igual a $P_1 = 400\text{m}$ e tem uma resistividade de $\rho_2 = 10 \Omega.m$. O substrato condutivo, está a uma profundidades de $P_2 = 1535\text{m}$ e tem uma resistividade de $\rho_3 = 200 \Omega.mm$ e acima dele está a camada de resistividade $\rho_1 = 500 \Omega.m$. As medidas de campo foram feitas em uma linha que vai de 3350 m até 5650 m, partindo do centro da espira, com 51 receptores e para uma faixa de frequência que vai de 3,16 Hz até 316,22 Hz, com 11 frequências, logaritmicamente espaçadas neste intervalo.

O modelo interpretativo, para este exemplo, possui uma malha de células que, na horizontal vai de $x = 3000$ m a $x = 6000\text{m}$, e na vertical, de $z = 20$ m até $z = 2000$ m. Este, possui 16 células na horizontal e 14 na vertical, totalizando 224 células, que é o número total de parâmetros para este modelo.

O primeiro resultado, pode ser observado na figura (4.14). Este apresenta o modelo de resistividades estimado com o regularizador de suavidade global, utilizando, para este, o valor do parâmetro de regularização igual a $\alpha = 10^{-3}$.

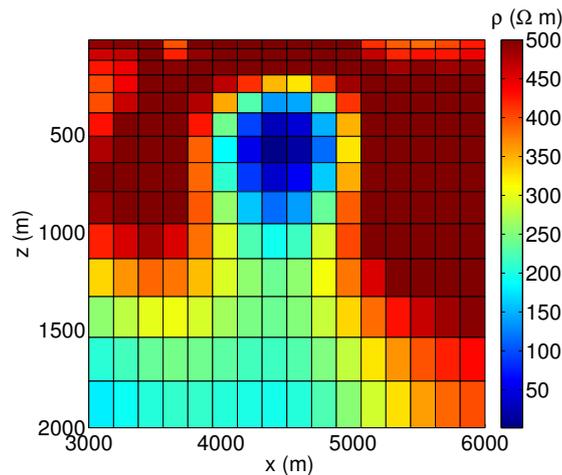


Figura 4.14: Resultado para o modelo 3, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-3}$.

O ajuste dos dados para as partes real e imaginária, na frequência $f = 3,16$ Hz, bem como a convergência do funcional de ajuste dos dados, podem ser observados na figura (4.15).

Para o vínculo de variação total, o modelo estimado é apresentado na figura (4.16), no qual o parâmetro de regularização utilizado foi $\alpha = 10^{-2}$, com a constante β sendo 10^{-3} . Para este resultado, teve-se a convergência e o ajuste dos dados apresentados na figura (4.17).

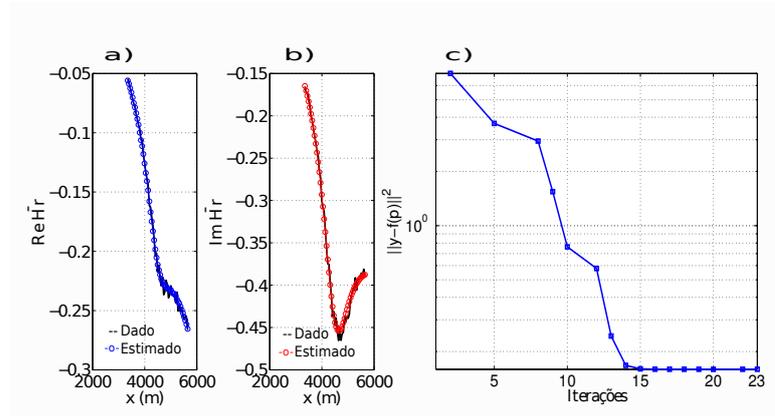


Figura 4.15: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 3,16$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com SG.

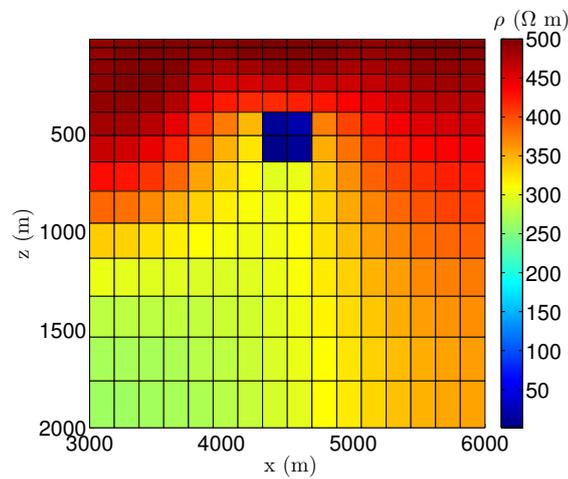


Figura 4.16: Resultado para o modelo 3, com o vínculo VT $\alpha = 10^{-2}$, $\beta = 10^{-3}$.

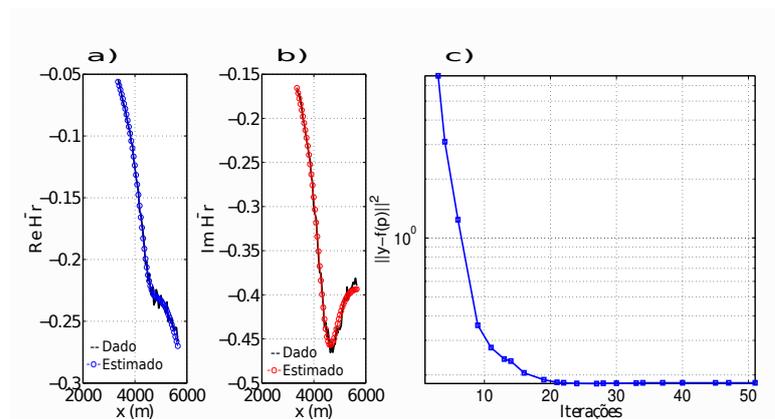


Figura 4.17: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 3,16$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo VT.

Testou-se também a inversão 2D de dados EMMF para alvos resistivos. Aproveitando

o modelo esquemático da figura (4.3), pode-se descrever o modelo 4. Este possui as mesmas características do modelo 1, porém a resistividade da heterogeneidade que antes era de $\rho_1 = 10 \Omega.m$, passa a ser $\rho_1 = 1000 \Omega.m$

O modelo interpretativo utilizado para tentar recuperar o modelo 4, também é idêntico ao utilizado no modelo 1, que na vertical e na horizontal possuem 19 células cada, tendo uma malha com 361 parâmetros.

Utilizando o vínculo de suavidade global, para este exemplo, se conseguiu recuperar o modelo mostrado na figura (4.18), no qual foi utilizado o valor para o parâmetro de regularização igual a $\alpha = 10^{-2}$, que foi o menor valor para estabilizar as soluções.

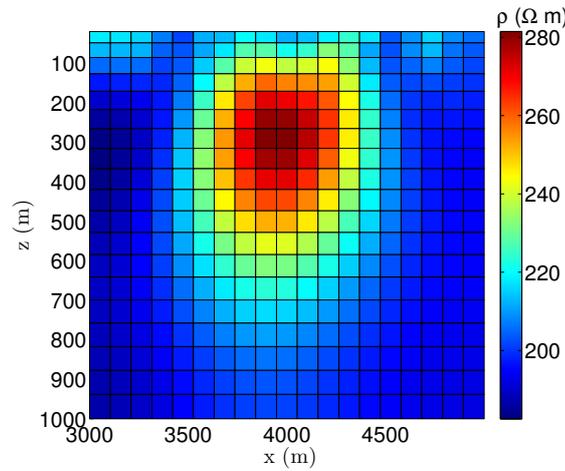


Figura 4.18: Resultado para o modelo 3, com o vínculo SG, $\alpha = 10^{-2}$.

Como resultado desta estimativa de modelo de resistividades, foram gerados os gráficos que mostram o ajuste das curvas de campo, para a frequência de 10^{-1} Hz, e a convergência do funcional de ajuste dos dados, que podem ser visualizados na figura (4.19).

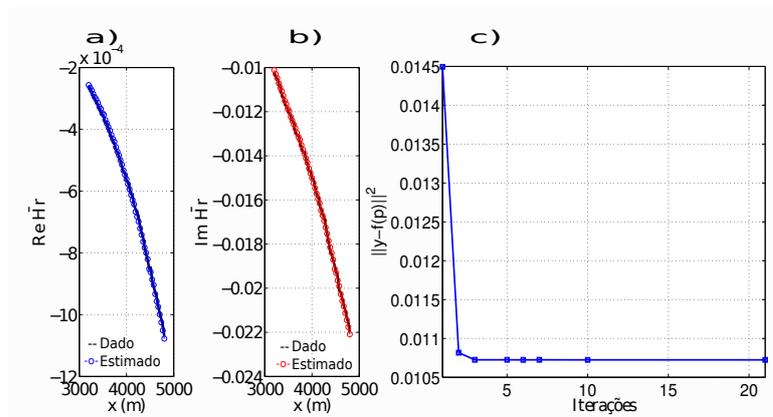


Figura 4.19: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginária de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 0,1$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo SG.

Agora, utilizando o regularizador de variação total, com o valor para o parâmetro de

regularização $\alpha = 10^{-3}$, bem como a constante igual a $\beta = 10^{-3}$, foi possível estimar o modelo de resistividades mostrado na figura (4.20).

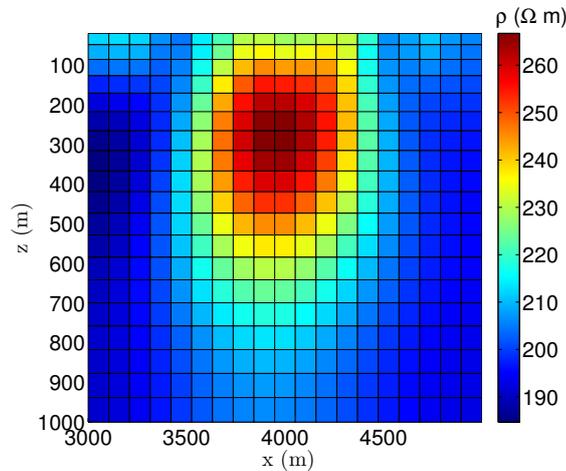


Figura 4.20: Resultado para o modelo 3, com o vínculo VT, para $\alpha = 10^{-3}$, $\beta = 10^{-3}$.

O ajuste dos dados para a frequência de 0,1 Hz e a convergência do funcional de ajuste dos dados para este ultimo resultado, com o vínculo VT, podem ser visualizados na figura (4.21), que dão uma estimativa de quantas iterações foram necessárias para a obtenção dos resultados e como que este modelo, apesar de bem diferente do verdadeiro, conseguiu ajustar os dados.

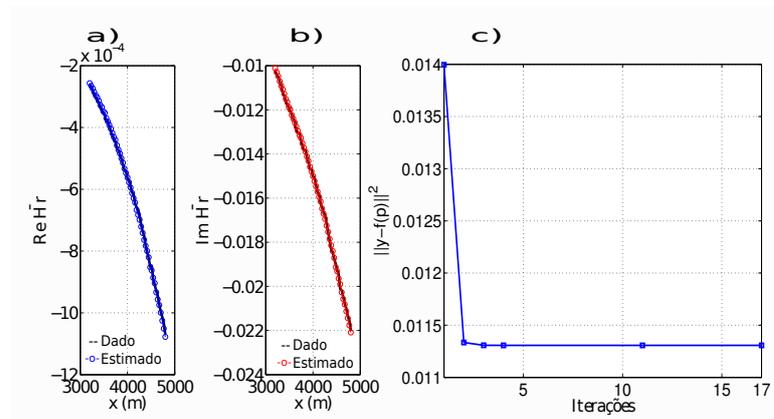


Figura 4.21: a) Ajuste da parte real de \bar{H}_r , b) Ajuste da parte imaginaria de \bar{H}_r , ambos para a frequência $f = 0,1$ Hz e c) Convergência do funcional de ajuste dos dados, para o resultado com o vínculo VT.

Devido os dados do método EMMF serem constituídos da componente magnética radial da espira, que é bastante influenciada por efeitos indutivos do meio geológico, é intuitivo esperar que resultados de inversão com alvos condutivos tenham melhores resultados do que com resistivos, pois aquelas estruturas sofrem um maior efeito de indução. Este fato pode ser observado nos resultados obtidos neste capítulo. Nos resultados com alvos condutivos observa-se uma melhor aproximação das resistividades entre os mode-

los estimados e o verdadeiro. Como vínculo SG, que faz com que a solução tenha uma variação suave entre os valores dos parâmetros (resistividades), foi possível identificar em que região do substrato estavam presentes as heterogeneidades condutivas até mesmo as resistivas. Os modelos que foram invertidos neste capítulo possuem contrastes de resistividades bem acentuados, logo, é esperado que os resultados envolvendo o vínculo de variação total, cuja solução permite este tipo de comportamento, sejam bem melhores que os com o vínculo SG. Nos resultados com o vínculo VT, com alvos condutivos, é possível observar um bom delineamento das estruturas alvo, pois estes deram uma boa estimativa das dimensões destes corpos. No exemplo com o alvo resistivo isto não ocorreu, pois o resultado ficou bastante parecido com o obtido com o vínculo SG. Este comportamento acontece quando o vínculo VT não identifica que uma grande variação entre os valores de alguns parâmetros tem influência significativa nos dados, conduzindo a solução para que tenha uma variação suave entre os valores dos parâmetros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método EMMF emprega dados da componente radial do campo magnético na superfície, que é gerada exclusivamente por efeitos indutivos, a partir das correntes que circulam no meio geológico condutivo. Sendo assim, naturalmente esta componente apresenta maior sensibilidade a alvos condutivos do que a alvos resistivos. Isto se reflete nos resultados obtidos na inversão, como foi mostrado neste trabalho. Nos casos estudados com alvos resistivos, na inversão 1D, só se obteve uma identificação adequada destes quando a espessura da camada do modelo é grande, indicando pouca sensibilidade dos dados com relação a estas camadas.

Para este trabalho foram utilizados dois regularizadores na inversão vinculada: o de “suavidade global”, que permite soluções com variações suaves entre os valores dos parâmetros, e o de “variação total”, que permite variações abruptas entre os valores de alguns parâmetros. O estudo da aplicação a dados sintéticos ilustra os efeitos dos dois tipos de vínculos, sendo o VT capaz de melhor delimitar as interfaces entre as regiões homogêneas, tanto nos dados gerados por modelos 1D quanto 2D.

Na aplicação com os dados reais, com a inversão 1D, mais especificamente nos resultados com o vínculo VT, é possível observar uma região de grande contraste de resistividades a uma profundidade de aproximadamente 500 m do modelo interpretativo, e que as regiões mais rasas se mostraram resistivas enquanto que as mais profundas bem mais condutivas, dando uma boa indicativa para a construção de um modelo 1D para ser utilizado em uma aplicação da inversão 2D com os dados reais.

No processo de inversão, a cada iteração, o que mais gasta tempo é o cálculo da matriz de sensibilidade \mathbf{A} , determinada segundo a equação 2.17, que representa o método “perturbativo” para o cálculo da mesma. Esta é uma maneira bastante demorada, pois utiliza o modelo direto da espira inúmeras vezes, demandando muito tempo computacional. Para ser feita a inversão com modelos mais robustos, bem como para a aplicação da inversão 2D com dados reais, que necessita de modelos bem maiores do que os utilizados nesta dissertação, é necessário uma redução do tempo, principalmente no cálculo da matriz de sensibilidade.

Como sugestões para trabalhos futuros, pode-se destacar a implementação da técnica de Estados adjuntos (Farquharson, 1990), para o cálculo da matriz de sensibilidade, que traria uma considerável redução no tempo da obtenção dos resultados. Também poderá ser feita a inversão utilizando o componente magnético vertical H_z , para verificar se a mesma gera bons resultados com a inversão e se utilizando os dados desta componente juntamente com os da componente radial, utilizada neste trabalho, traria bons resultados de inversão.

Com este estudo foi possível conhecer melhor as características dos dados do método

EMMF, identificando para quais situações os mesmos possibilitam melhores resultados na inversão. Este estudo representa um primeiro passo para o desenvolvimento da inversão 3D destes dados, que é um modelo mais aproximado do meio geológico. Devido este ser um problema de grande porte, toda e qualquer otimização feita em trabalhos posteriores a este serão de grande importância, pois ajudarão no aperfeiçoamento do método que é o principal objetivo.

REFERÊNCIAS

- Arfken, G. (1985) *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, 3rd edn.
- Axelsson, . & Barker, V.A. (2001) *Finite Element Solution of Boundary Value Problems, Theory and Computation.*, vol. 35 of *Classics in applied mathematics*.
- Constable, S.C., Parker, R.L. & Constable, C.G. (1987) Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from em sounding data. *Geophysics*, **52**(3), 289–300.
- Demmel, J.W., Eisenstat, S.C., Gilbert, J.R., Li, X.S. & Liu, J.W.H. (1999) A supernodal approach to sparse partial pivoting. *SIAM J. Matrix Analysis and Applications*, **20**(3), 720–755.
- Dias, C.A. (1968) *A non-grounded method for measuring induced electrical polarization and conductivity*. Tese de Doutorado, University of California, Berkley.
- Farquharson, C.G. (1990) *Aproximate sensitivities for the multi-dimensional eletromagnetic inverse problem*. phd tesis, University of Edinburgh.
- Hadamard, J. (1902) Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 49–52.
- Key, K. (2012) Is the fast hankel transform faster than quadrature? **77**(3), F21–F30.
- Li, X., Demmel, J., Gilbert, J., iL. Grigori, Shao, M. & Yamazaki, I. (1999) Superlu users guide. Relat. téc. LBNL-44289, Lawrence Berkeley National Laboratory, <http://crd.lbl.gov/xiaoye/SuperLU/>. Last update: August 2011”.
- Lima, W.A., Martins, C.M., Barbosa, V.C.F. & Silva, J.B.C. (2011) Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part 1 — mathematical details and applications. *Geophysics*, **76**(1), I1–I12, doi:10.1190/1.3524286.
- Machado, M.V.B. (2009) *Estudo analítico e aplicação do método eletromagnético a multi-frequência ao mapeamento e identificação de fluidos e reservatórios continentais de petróleo*. Phd thesis. in portuguese, Universidade Estadual Norte Fluminense Darcy Ribeiro.
- Marquardt, D.W. (1963) An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, **11**(2), 431–441, doi:10.1137/0111030.

- Nunes, C.M.B. (2014) *Modelagem 2,5D por elementos finitos dos efeitos da topografia do terreno sobre dados obtidos com o método eletromagnético a multifrequência*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Universidade Federal do Pará.
- Piedade, A.A. & Régis, C.R.T. (2014) Inversion of data from the multifrequency electromagnetic method. *Seg International Exposition and 84th Annual Meeting.*, SEG, SEG.
- Régis, C.R.T. (2000) *Inversão vinculada de dados de EMAP e MT-1D anisotrópico*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Universidade Federal do Pará.
- Rijo, L. (2004) *Electrical Geophysics 1-D Earth Modeling*. Belém.
- Sato, H.K. (1979) *Método eletromagnético para interpretação de polarização induzida e resistividade, usando o protótipo de um sistema eletromagnético a multi-frequência*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Bahia.
- Silva, J.B.C., Medeiros, W.E. & Barbosa, V.C.F. (2001) Pitfalls in nonlinear inversion. *Pure and Applied Geophysics*, **158**, 954–964.
- Silva, V.S. (2013) *Modelagem 2,5D do campos usados no método eletromagnético a multi-frequência - EMMF*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Pará.
- Watson, G.N. (1966) *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*. Cambridge University Press, Cambridge.