# Universidade Federal do Pará Instituto de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

# Circuladores de grafeno de banda ultralarga para região THz

Samara Leandro Matos da Silva

TD - 10/2019

UFPA / ITEC / PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil

2019

Universidade Federal do Pará Instituto de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Samara Leandro Matos da Silva

# Circuladores de grafeno de banda ultralarga para região $$\rm THz$$

TD - 10/2019

UFPA / ITEC / PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil

2019

Universidade Federal do Pará Instituto de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Samara Leandro Matos da Silva

# Circuladores de grafeno de banda ultralarga para região THz

Tese submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPA para a obtenção do Grau de Doutora em Engenharia Elétrica na Área de Telecomunicações.

UFPA / ITEC / PPGEE Campus Universitário do Guamá Belém-Pará-Brasil

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

L437c Leandro Matos da Silva, Samara Circuladores de grafeno de banda ultralarga para região THz / Samara Leandro Matos da Silva. — 2019. 68 f. : il. color.

> Orientador(a): Prof. Dr. Victor Dmitiev Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2019.

1. Grafeno. 2. Circuladores. 3. Ondas Plasmônicas. 4. Modos de borda. I. Título.

CDD 384

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ INSTITUTO DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# "CIRCULADORES DE GRAFENO DE BANDA ULTRALARGA PARA REGIÃO THZ"

### AUTORA: SAMARA LEANDRO MATOS DA SILVA

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, SENDO JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTORA EM ENGENHARIA ELÉTRICA NA ÁREA DE TELECOMUNICAÇÕES.

APROVADA EM: 07/06/2019

### **BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Victor Alexandrovich Dmi (Orientador – PPGEE/UFPA) Prof. Dr. Fabrício Jose Brito Barros (Avaliador Interno – PPGEE/UFPA) rof. Dr. Rodrigo Melo e Silva de Oliveira (Avaliador Interno - PPGEE/UFPA) Prof. Dr. Gianni Masaki Tanaka Portela (Avaliador Externo – UFPA) Pelipe Søuza de Almeida Prof. I (Avaliador Externo - UFRA) Si ele Alcontar

Prof. Dr. Licinius Dimitri Sá de Alcantara (Avaliador Externo – UFRA)

VISTO:

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Emília de Lima Tostes (Coordenadora do PPGEE/ITEC/UFPA)

Este trabalho é dedicado a minha mãe e minha irmã.

# Agradecimentos

A minha mãe e irmã que me apoiaram e tiveram paciência nos momentos difíceis. Aos amigos queridos que sempre me incentivaram.

Agradeço ao meu professor orientador Dr. Victor Dmitriev que teve paciência e me ajudou a concluir este trabalho. Principalmente pela paciência e compreensão com a distância.

A banca examinadora por ter aceitado participar e contribuir com o diálogo enriquecedor do trabalho.

A todos os colegas do Laboratório de Nanofotônica e Nanoeletrônica da UFPA, sem os quais eu jamais conseguiria superar as dificuldades impostas pela distância de Belém. Muito obrigada. Em especial a Dona Arlete Marques por todo o carinho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade da realização deste trabalho.

"A única forma de alcançar o impossível é acreditar que é possível." (Alice no país das maravilhas)

# Resumo

Componentes não recíprocos são partes indispensáveis de muitos sistemas de microondas e ópticos. No futuro, sistemas de comunicação THz também exigirá esses componentes. As publicações existentes mostram que a largura de banda dos circuladores baseados em grafeno na região THz pode ser de 10% a 20% com o uso de estruturas bastante complicadas. Os circuladores sugeridos são formados por uma junção de grafeno com padrão côncavo conectada aos guias de onda. O grafeno é suportado por camadas de  $SiO_2/Si$ . O comportamento de circulação é baseado na não-simetria do tensor de condutividade do grafeno que aparece devido à magnetização por um campo magnético DC aplicado normalmente ao plano do grafeno. Discutimos os principais parâmetros que definem a largura de banda e sua influência na mesma. Os circuladores possuem largura de banda recorde que é duas vezes mais do que os publicados. Demonstramos que o circulador Y pode ter a largura de banda de 42% na faixa de frequência  $(2,75 \div 4,2)$  THz, com o isolamento melhor que -15 dB e as perdas de inserção maiores que -2 dB, proporcionadas pela polarização campo magnético DC 1,5 T e o potencial químico de 0,15 eV. Para os dois circuladores de 4 portas conseguimos uma largura de banda de 44% para os mesmos parâmetros físicos.

Palavras-chaves: Grafeno. Circuladores. Ondas Plasmônicas. Modos de borda.

# Abstract

Non-reciprocal components are indispensable parts of many microwave and optical systems. In the future, THz communication systems will also require these components. Existing publications show that the bandwidth of graphene-based circulators in the THz region can be 10% to 20% with the use of rather complicated structures. The suggested circulators are formed by a graphene junction with concave pattern connected to the waveguides. Graphene is supported by  $SiO_2/Si$  layers. The circulating behavior is based on the non-symmetry of the graphene conductivity tensor that appears due to magnetization by a DC magnetic field normally applied to the plane of the graphene. We discuss the main parameters that define the bandwidth and its influence on it. Circulators have record bandwidth that is twice as high as those published. We have shown that the circulator Y can have the bandwidth of 42% in the frequency range (2.75 ÷ 4.2) THz, with the insulation better than -15 dB and the larger insertion losses that -2 dB, provided by the DC magnetic field polarization of 1.5 T and the chemical potential of 0.15 eV. For the two 4-port circulators we achieved a bandwidth of 44% for the same physical parameters.

Keywords: Graphene. Circulators. Plasmonic Waves. Edge Modes.

# Lista de ilustrações

Figura 1 $-$	(a) Distribuição eletrônica na forma fundamental. (b) Diagrama esque-	
	mático da hibridização do grafeno.	23
Figura 2 –	Rede cristalina do grafeno	24
Figura 3 –	Rede recíproca do grafeno	24
Figura 4 –	(a) Gráfico de superfície do espectro de energia descrito pela equação	
	(2.12) e (b) primeira zona de Brillouin	25
Figura 5 –	Ilustração do procedimento para obtenção de grafeno pelo método de	
	esfoliação mecânica. Fonte: [23]	26
Figura 6 –	Ilustração do procedimento para obtenção de grafeno pelo método de	
	esfoliação química. Fonte: [24]	26
Figura 7 $-$	Vista esquemática do dispositivo proposto, com campo magnético apli-	
	cado (seta vermelha) paralelo ao eixo z. Fonte: [25]	27
Figura 8 –	(a) Esquematização do isolador proposto, o grafeno em um substrato	
	de quartzo é inserido no meio de um guia de onda circular conectado a	
	dois adaptadores retangulares idênticos através de transições circulares-	
	retangulares. Fonte: [27]. (b) Apresentação do plano de polarização.	
	Fonte: [28]	28
Figura 9 $$ –	Distribuição de campo da componente $H_z$ em um circulador de (a) 3	
	portas e (b) um circulador de 4 portas. Fonte: [29]	29
Figura 10 –	Geometria do circulador de 3 portas baseado em grafeno. Ele consiste	
	de três guias de ondas de grafeno acoplados a um ressonador também	
	de grafeno. Fonte: [30]. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	30
Figura 11 –	$ E_z $ distribuição de campo em circulador, a) estado não magnetizado.	
	Estado magnetizado: b) transmissão $(1 \rightarrow 3)$ , c) $(2 \rightarrow 1)$ e d) $(3 \rightarrow 2)$ .	
	Fonte: [31]	30
Figura 12 –	Esquema tridimensional e vista superior da estrutura proposta do	
	circulador. Fonte: [32]. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	31
Figura 13 –	Partes reais e imaginárias das componentes do tensor de condutividade	
	(a) $\sigma_{xx}$ e (b) $\sigma_{xy}$ , para os parâmetros físicos $\mu_c = 0.15$ eV, $B_0 = 0.5$ T,	
	$B_0 = 1,5$ T e $B_0 = 3$ T	33
Figura 14 –	Partes reais e imaginárias das componentes do tensor de condutividade	
	(a) $\sigma_{xx}$ e (b) $\sigma_{xy}$ , para os parâmetros físicos $\mu_c = 0.15$ eV, $\mu_c = 0.3$ eV,	
	$B_0 = 1,5 \text{ T.} \dots \dots$	33
Figura 15 –	Girotropia g para diferentes $\tau$ , $\mu_c = 0.15$ eV, $B_0 = 1.5$ T	34

Figura 16 $-$	Dependência das partes real (a) e imaginaria (b) do índice de refração	
	efetivo em relação à frequência, para $\mu_c=0,15~{\rm eV}~{\rm com}~{\rm w}=1~\mu{\rm m}~{\rm e}$	
	w = 2 $\mu$ m. Componente $E_z$ do modo de borda simétrico para campo	
	magnético (c) $B_0 = 0$ T, (d) $B_0 = 1,5$ T e do modo de borda assimétrico	
	com campo magnético (e) $B_0=0$ T e (f) $B_0=1,5$ T para a frequência	
	4,5 THz	35
Figura 17 –	Representação esquemática do guia de onda	35
Figura 18 –	Distribuição da componente de campo $E_z$ no guia por excitação do (a) modo 1 na frequência de 3.5 THz e para o (b) modo 2 na frequência 5	
	THz. Parâmetros: $w = 2 \ \mu m$ , $L = 5 \ \mu m$ , $\mu_c = 0.15 \ eV \ eB_0 = 1.5 \ T$ .	36
Figura 19 –	Coeficientes de transmissão e reflexão para o guia de onda excitado pelo	
0	(a) modo 1 e pelo (b) modo 2 para w = 2 $\mu$ m. $L = 5 \mu$ m. $\mu_c = 0.15 \text{ eV}$	
	$e B_0 = 1.5 T.$	36
Figura 20 –	Representação do circulador Y (a) visão superior. (b) visão frontal e (c)	
0	visão 3D	37
Figura 21 –	Representação do circulador X (a) visão superior, (b) visão 3D	38
Figura 22 –	Representação do circulador linear (a) visão superior, (b) visão 3D	38
Figura 23 –	Explicação da matriz de espalhamento para um circulador de 3 portas.	39
Figura 24 –	Representação das rotações em torno do eixo de rotações	41
Figura 25 –	Representação das operações de simetrias em decorrências dos antiplanos	
	$T_{\sigma_1}, T_{\sigma_2} \in T_{\sigma_3}$	42
Figura 26 –	Representação dos antiplanos $T_{\sigma_1}, T_{\sigma_2}, T_{\sigma_3} \in T_{\sigma_4}$ .	43
Figura 27 –	Representação dos antiplanos $T_{\sigma}$	44
Figura 28 –	Transmissão e reflexão para um guia de grafeno com w $=1~\mu{\rm m},L=2$	
	$\mu m, \mu_c = 0.15 \text{ eV}.$	46
Figura 29 –	Estrutura da malha para um guia com diferentes espessuras do grafeno,	
	(a) $d = 1$ nm, (b) $d = 5$ nm e (c) $d = 10$ nm	46
Figura 30 –	Estrutura da malha para os dispositivos propostos. Visão superior do	
	dispositivo, ocultando-se a camada de ar do circulador (a) Y, (c) X e $$	
	(e) linear. Visão 3D da malha nos circuladores (b) Y, (d) X e (f) linear.	47
Figura 31 –	Coeficientes de transmissão e reflexão para um guia de grafeno não	
	magnetizado com w = 2 $\mu \mathrm{m}, \ L = 4 \ \mu \mathrm{m}, \ h_1 = 4 \ \mu \mathrm{m}, \ h_2 = 1 \ \mu \mathrm{m}$ e	
	$\mu_c = 0.15 \text{ eV}.$	48
Figura 32 –	Z-dependência do campo elétrico normalizado $ {\cal E} $ no ponto A para as	
	frequências $f=2,75~\mathrm{THz}$ e $f=4,2~\mathrm{THz}.$ Parâmetros considerados: w	
	= 2 $\mu$ m, $R$ = 2,75 $\mu$ m, $B_0$ = 1,5 T, $\mu_c$ = 0,15 eV	49

Figura 33 –	Componentes de campo E normalizados na frequência $f = 2,75$ THz	
	(a) ao longo da linha AB e (b) ao longo da linha CD, na frequência	
	f = 3,45 THz (a) ao longo da linha AB e (b) ao longo da linha CD e	
	na frequência $f = 4.2$ THz (e) ao longo da linha AB e (f) ao longo da	
	linha CD, w = 2 $\mu$ m, $R = 2,75 \mu$ m, $B_0 = 1,5$ T, $\mu_c = 0,15$ eV	50
Figura 34 –	Distribuição da componente de campo $E_z$ no circulador Y para (a)	
0	estado não magnetizado. Estado magnetizado com excitação por (b)	
	porta 1. (c) porta 2 e (d) porta 3. Parâmetros utilizados $f = 3.45$ THz.	
	$w = 2 \ \mu m, R = 2.75 \ \mu m, B_0 = 1.5 \ T \ e \ \mu_c = 0.15 \ eV.$	51
Figura 35 –	Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador, w	
8	$= 2 \mu m$ , $B = 2.75 \mu m$ , $B_0 = 1.5$ T, $\mu_c = 0.15$ eV.	52
Figura 36 –	Dependência de largura de banda no raio do circulador $w = 2 \ \mu m$	-
1 18414 00	$B_0 = 1.5 \text{ T}$ , $\mu_c = 0.15 \text{ eV}$ .	52
Figura 37 –	(a) Transmissão (b) isolamento e (c) reflexão calculados para os raios	
i iguita of	de $B = 2 \ \mu m$ $B = 3 \ \mu m$ e $B = 4 \ \mu m$ com os parâmetros fixos w	
	$= 2 m \mu m = 0.15 \text{ eV e } B = 1.5 \text{ T}$	53
Figura 38 –	Coeficientes de transmissão reflexão e isolamento para o circulador w	00
i iguita 50	= 1 µm $B = 2.75$ µm $B_0 = 1.5$ T $\mu_c = 0.15$ eV	54
Figura 39 –	Dependência da largura de banda com o raio do circulador $w = 1 \ \mu m$	01
i iguita oo	$B_0 = 1.5 \text{ T}$ , $\mu_c = 0.15 \text{ eV}$ .	54
Figura 40 –	Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador, w	0 -
1 100100 10	$= 2 \ \mu m \ B = 2.75 \ \mu m \ B_0 = 1.5 \ T \ \mu_0 = 0.15 \ eV \ \tau = 0.5 \ ps \ e \ \tau = 0.9 \ ps$	55
Figura 41 –	(a) Coeficientes de transmissão reflexão e isolamento para o circulador	00
i iguita il	(b) Componentes do campo E normalizadas na 3 THz Parâmetros: w	
	(c) componentes de campo E normanizadas na o Trizi i arametros: $u = 2 \ \mu m \ B = 2.75 \ \mu m \ B_0 = 0 \ T \ \mu_a = 0.15 \ eV$	56
Figura 42 –	(a) Coeficientes de transmissão reflexão e isolamento para o circulador	00
1 18414 12	(b) Componentes do campo E normalizadas na 3 THz Parâmetros: w	
	(b) componentes de campo E normanzadas na e 1112. I arametros: w = 2 µm $B = 2.75 µm B_0 = 0.5 T µ_c = 0.15 eV$	57
Figura 43 –	Coeficientes de transmissão reflexão e isolamento do circulador para w	01
i iguita 19	$= 3 \ \mu m \ B = 45 \ \mu m \ B_0 = 15 \ T \ e \ \mu = 0.15 \ eV$	58
Figura 44 –	Distribuição da componente de campo $E_c$ no circulador X com excitação	00
i iguia i i	pela porta 1 para $f = 2.5$ THz w = 3 µm $B = 4.5$ µm $B_0 = 1.5$ T e	
	$\mu = 0.15 \text{ eV}$	58
Figura 45 –	$\mu_c = 0,10$ even a componente de campo $E$ no circulador linear com	00
1 15010 10	excitação pelas (a) porta 1 (b) porta 2 (c) porta 3 e (d) porta 4	
	Parâmetros utilizados $f = 2.5$ THz w $= 3 \mu m R = 4.5 \mu m R_c = 1.5$	
	T $\rho_{\mu} = 0.15 \text{ eV}$	50
	$\mu_c = 0, \mu_c = 0, \mu_c$	55

Figura 46 – Parâmetros S para o circulador linear com excitação pela (a) porta 1,	
(b) porta 2, (c) porta 3 e (d) porta 4. Parâmetros utilizados w = 3 $\mu$ m,	
$R = 4.5 \ \mu \text{m}, B_0 = 1.5 \text{ T}, \mu_c = 0.15 \text{ eV}.$	59
Figura 47 – Circuladores lineares de (a) 5 e (b) 6 portas	60
Figura 48 – Circuladores de (a) 5 e (b) 6 portas. $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	61

# Lista de abreviaturas e siglas

THz	Terahertz
GHz	Gigahertz
HOPG	Grafite pirolítica altamente orientada
Si	Silício
$SiO_2$	Sílica
CVD	Deposição química em fase vapor
SiC	Carbeto de silício
ТМ	Transversal magnético
SPP	Plásmons-Poláritons de Surperfície
DC	Campo magnético constante

# Lista de símbolos

$\mu$	Tensor permeabilidade
ε	Tensor permissividade
н	Intensidade de campo magnético
D	Densidade de fluxo elétrico
J	Densidade de corrente
$\mathbf{E}$	Intensidade de campo elétrico
В	Densidade de fluxo magnético
ρ	Densidade de carga
$ ho_s$	Densidade superficial de carga
$\mathbf{J_s}$	Densidade superficial de corrente
$\mathbf{E_t}$	Componente tangencial da intensidade de campo elétrico
$\mathbf{B_n}$	Componente normal da densidade de fluxo magnético
$\mathbf{H_{t}}$	Componente tangencial da intensidade de campo magnético
$D_n$	Componente normal da densidade de fluxo elétrico
î	Versor normal ao plano de incidência
$\sigma_s$	Tensor condutividade superficial
$\sigma_{xx}$	Componente do tensor condutividade na diagonal
$\sigma_{xy}$	Componente do tensor condutividade fora da diagonal
$\sigma_v$	Tensor condutividade volumétrica
$q_e$	Carga elétrica
$\mu_c$	Potencial químico
$\hbar$	Constante reduzida de Planck
τ	Tempo de relaxamento do grafeno

ω	Frequência angular
$B_0$	Campo magnético DC externo
$\omega_c$	Frequência de cíclotron
$v_f$	Velocidade de Fermi
g	Atividade girotrópica do grafeno
$n_{eff}$	Índice de refração efetivo
β	Constante de propagação
$k_0$	Número de onda no espaço livre

# Sumário

1	INTRODUÇÃO	20
2	CONCEITOS TEÓRICOS	22
2.1	Equações de Maxwell	22
2.2	Grafeno	23
2.2.1	Propriedades geométricas	23
2.2.2	Propriedades eletrônicas	25
2.2.3	Métodos de obtenção	25
2.3	Dispositivos não recíprocos baseados em grafeno	27
3	METODOLOGIA	32
3.1	Condutividade do grafeno	32
3.2	O guia de onda de grafeno	34
3.3	Geometria dos circuladores	37
3.3.1	Circulador de 3 portas tipo Y	37
3.3.2	Circulador de 4 portas tipo X	38
3.3.3	Circulador de 4 portas linear	38
3.4	Matriz de espalhamento	39
3.4.1	Parâmetros de espalhamento	39
3.4.2	Teoria de grupos de simetria para circuladores $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	40
3.4.3	Matriz de espalhamento para o circulador Y	41
3.4.4	Matriz de espalhamento para o circulador X	43
3.4.5	Matriz de espalhamento para o circulador linear	44
3.5	Modelagem computacional do grafeno	45
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	48
4.1	Limitações da largura de banda dos circuladores 4	48
4.2	Resultados numéricos do circulador de 3 portas	49
4.2.1	Distribuição do campo elétrico no circulador	49
4.2.2	Resposta em frequência do circulador Y	51
4.2.3	Influência dos parâmetros geométricos	52
4.2.4	Influência dos parâmetros físicos	55
4.3	Resultados numéricos dos circuladores de 4 portas	56
4.3.1	Circulador X	56
4.3.2	Circulador linear	58

Considerações	finai	s.	•	•	•	•	•	-	•	•	•	•	•	•	•	•	-	•	•	-	•	•	•	•	•	•	•	•	62
Referências .																													64

# 1 Introdução

Circuladores são os componentes não recíprocos mais populares na tecnologia de microondas. Em um circulador de três portas, por exemplo, a onda incidente pode ser direcionada da porta 1 para a porta 2, da porta 2 para a porta 3 ou da porta 3 para a porta 1. Dessa forma, a onda não retorna à fonte emissora (da porta 2 para a porta 1, por exemplo) [1]. Proteger a fonte contra reflexões parasitas à carga é a principal função de um circulador. Os principais efeitos físicos que pode ser explorados no *design* do circulador são a não reciprocidade de fase e polarização [2], ressonâncias em elementos de ferrite [1] e modos guiados por borda [3]. O que determina a propriedade não recíproca nesses dispositivos é a não simetria no tensor permeabilidade ( $\mu$ ) ou permissividade ( $\varepsilon$ ) dos materiais.

Os circuladores de ferrite com modos guiados por borda são caracterizados por uma faixa de frequência muito grande que pode alcançar uma oitava ou mais [3, 4]. Uma banda de oitava corresponde a uma largura de banda onde a frequência máxima é o dobro da frequência mínima. Para circuladores guiados por borda de onda milimétrica, alguns semicondutores foram sugeridos para usar como um material girotrópico [5, 6].

A radiação terahertz (THz) apresenta propriedades únicas e possibilita aplicações em diferentes áreas [7]. Na biomedicina, a tecnologia de espectroscopia THz alcançou progresso significativo na detecção de células sanguíneas, caracterização de células cancerosas, identificação bacteriana e discriminação de tecidos biológicos [8]. Na segurança, é possível a utilização para detecção de armas escondidas sob as vestimentas, além de outras aplicações nas áreas de química, astronomia, física e farmacêutica, entre outras [9]. Em telecomunicações, os estudos em THz mostram que essa faixa de frequência possui um potencial de aplicação para comunicações a curtas distâncias. Sugere-se também que a comunicação THz poderá substituir as comunicações baseadas em GHz (Wireless e Bluetooth, por exemplo) até meados do ano de 2023 [10].

Os dispositivos em terahertz apresentam larguras de banda consideravelmente maiores, se comparados aos dispositivos que operam em micro-ondas, também possibilitam comunicação mais seguras, dentre outros fatores [11]. Essas características permitem com que dispositivos baseados em THz possam alcançar aplicações em que não seja possível usar dispositivos baseados em GHz. Para que essas aplicações sejam possíveis, são necessários materiais que operem nessa faixa de frequência.

O grafeno é o primeiro material 2D obtido experimentalmente [12]. Esse material apresenta características excepcionais, por exemplo, a possibilidade de controlar dinamicamente sua condutividade. Na presença de campo magnético, sua condutividade é modificada, de maneira análoga ao que acontece com a ferrite magnetizada [13]. Quando magnetizado, o grafeno possui um tensor de condutividade não simétrico  $[\sigma]$  análogo ao tensor de permeabilidade das ferrites magnetizadas e o tensor de permissividade dos semicondutores magnetizados. Devido às suas propriedades únicas, o grafeno mostrou ser um candidato promissor para o desenvolvimento de componentes plasmônicos operando na região de terahertz, incluindo os não recíprocos.

Neste trabalho propomos e analisamos teoricamente um circulador de 3 portas e dois circuladores de 4 portas de banda ultralarga. Os dispositivos são baseados em modos guiados por borda operando em THz. Os circuladores sugeridos são compostos por uma única camada de grafeno colocada em um substrato dielétrico. Possuem uma estrutura muito simples e não contém elementos metálicos adicionais. O cálculo numérico foi realizado pelo método dos elementos finitos usando o software comercial COMSOL Multiphysics [14].

No segundo capítulo faremos uma breve apresentação das equações de Maxwell além de uma introdução ao estudo do grafeno e suas propriedades principais. Apresentaremos as propriedades geométricas e eletrônicas do grafeno, bem como os principais meios de síntese do mesmo.

No capítulo terceiro será apresentada a modelagem para a condutividade do grafeno, que neste trabalho optamos por utilizar o modelo semiclássico. Um estudo sobre os modos de excitação para o grafeno é mostrado, levando em consideração apenas os modos de borda. Serão apresentadas as geometrias dos três dispositivos propostos, assim como suas respectivas matrizes de espalhamento. Por último, mostraremos um pouco do processo de modelagem numérica do grafeno no software comercial COMSOL Multiphysics.

Os resultados numéricos obtidos para os três dispositivos são apresentados no quarto capítulo. Mostraremos as considerações acerca do funcionamento dos dispositivos e os parâmetros S.

No quinto capítulo serão apresentadas as considerações finais sobre a pesquisa desenvolvida e a produção alcançada até o momento.

# 2 Conceitos teóricos

Neste capítulo, abordaremos os principais conceitos teóricos utilizados como base para o desenvolvimento da pesquisa. Além de uma introdução às equações de Maxwell, abordaremos as propriedades fundamentais do grafeno.

# 2.1 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell modelam os fenômenos eletromagnéticos. São compostas por um conjunto de quatro equações, são elas: Lei de Ampère-Maxwell, Lei de Faraday, Lei de Gauss e Lei de Gauss para o magnetismo [13].

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}$$
(2.1)

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{2.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \qquad (2.4)$$

onde **E** e **H** representam, respectivamente, os campos elétrico e magnético. A indução magnética é denotada por **B**, **D** representa o deslocamento elétrico,  $\rho$  descreve a densidade de carga e **J** a densidade de corrente.

As densidades de carga  $\rho$  e de corrente **J** podem ser reescritas para o caso do grafeno, considerando que o mesmo é um material 2D. Para o grafeno no plano xy temos

$$\rho = \rho_s \delta(z) \quad \text{e} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_{\mathbf{s}} \delta(z).$$

As condições de contorno são deduzidas diretamente das equações de Maxwell aplicando-se os Teorema de Stokes e Teorema da Divergência. Em uma interface entre dois meios, as condições de contorno que o campo magnético e o campo elétrico devem satisfazer são [15]:

$$\mathbf{B}_{1n} = \mathbf{B}_{2n} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{E}_{1t} = \mathbf{E}_{2t} \tag{2.6}$$

$$\mathbf{H}_{1t} - \mathbf{H}_{2t} = \mathbf{J}\mathbf{s} \times \mathbf{\hat{n}}$$
 (2.7)

$$\mathbf{D}_{1n} - \mathbf{D}_{1n} = \rho_s \tag{2.8}$$

onde  $\mathbf{\hat{n}}$  é normal a estrutura.

## 2.2 Grafeno

O grafeno apresenta uma estrutura cristalina bidimensional hexagonal (formato de favo de mel) e foi a primeira estrutura bidimensional experimentalmente observada. Seus elétrons obedecem uma relação de dispersão linear, o que resulta em propriedades eletrônicas incomuns [16]. O estudo das propriedades desse material avançou significativamente com a possibilidade de sua obtenção experimental, o que só aconteceu em 2004. Ganhadores do prêmio Nobel de física em 2010, os cientistas russos Andre K. Geim e Konstantin S. Novoselov [12] foram os primeiros a obter o grafeno.

O diamante, o grafite, o grafeno e o fulereno são alótropos do carbono e se diferem pelo arranjo geométrico. Com número atômico igual a 6, o carbono possui a distribuição eletrônica apresentada na Figura 1(a):



Figura 1 – (a) Distribuição eletrônica na forma fundamental. (b) Diagrama esquemático da hibridização do grafeno.

O grafeno é formado a partir de uma hibridização  $sp^2$ , onde um elétron do nível  $2s^2$  é transferido para o orbital  $2p_z$  formando, assim, um orbital sp, conforme ilustrado na Figura 1(b).

## 2.2.1 Propriedades geométricas

#### Rede direta

A rede de Bravais para o grafeno é formada tomando-se uma célula unitária não primitiva composta por dois átomos denotados por A e B, como mostra a Figura 2. A rede é construída replicando-se a célula unitária segundo as orientações dos vetores  $\vec{a_1}$  e  $\vec{a_2}$ , dados por [17]:

$$\vec{a_1} = \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}, \frac{a}{2}\right) \ e \ \vec{a_2} = \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}, -\frac{a}{2}\right),$$
 (2.9)

onde  $a = \sqrt{3}a_{cc}$  e  $a_{cc} = 1,42$  Å é o comprimento da ligação carbono-carbono.



Figura 2 – Rede cristalina do grafeno.

#### Rede recíproca

A rede recíproca de grafeno mostrada na Figura 3 é também uma rede hexagonal com uma rotação de  $90^{0}$  com respeito à rede direta. Seus vetores possuem dimensão do inverso do comprimento [18].



Figura 3 – Rede recíproca do grafeno.

onde os vetores  $\vec{b_1} \in \vec{b_2}$  são dados por [17]:

$$\vec{b_1} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{2\pi}{a}\right) \ e \ \vec{b_2} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{-2\pi}{a}\right).$$
 (2.10)

E os vetores que ligam os pontos de alta simetria são:

$$\overrightarrow{\Gamma M} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, 0\right), \ \overrightarrow{\Gamma K} = \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}a}, \frac{2\pi}{3a}\right), \ \overrightarrow{KM} = \left(0, \frac{2\pi}{3a}\right),$$
(2.11)

como mostra a Figura 3.

A célula central (em destaque) na rede recíproca é conhecida como primeira zona de Brillouin e é de grande importância para a teoria do estado sólido, uma vez que nela constam todas as informações acerca das propriedades eletrônicas do material [18].

#### 2.2.2 Propriedades eletrônicas

O método *tight-binding* é largamente utilizado para o estudo da estrutura de bandas do grafeno, dada em [19] pela equação:

$$E(k)^{\pm} = \pm \gamma \sqrt{1 + 4\cos\left(k_x \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\cos\left(k_y \frac{a}{2}\right) + 4\cos^2\left(k_y \frac{a}{2}\right)},\tag{2.12}$$

onde  $\gamma \cong 2,7eV$  e  $k_x$  e  $k_y$  são os vetores de onda nas direções x e y da rede recíproca, respectivamente.



Figura 4 – (a) Gráfico de superfície do espectro de energia descrito pela equação (2.12) e (b) primeira zona de Brillouin.

Os valores positivos e negativos (E > 0 e E < 0), na equação (2.12), representam os estados permitidos para as bandas de condução e de valência, respectivamente, como mostra a Figura 4(a).

É possível perceber, na Figura 4(b), que as duas superfícies se tocam quando E = 0em seis pontos diferentes localizados nos vértices da primeira zona de Brillouin [20]. Nesses pontos são formados os cones de Dirac, que evidenciam uma característica de dispersão linear do grafeno.

### 2.2.3 Métodos de obtenção

A produção do grafeno de alta qualidade e em larga escala é uma das maiores preocupações no processo de síntese desse material. Vários métodos já foram desenvolvidos para esse fim. Vamos aqui falar brevemente de três deles.

O processo de esfoliação mecânica, desenvolvido por Andre K. Geim e Konstantin S. Novoselov [12], utiliza grafite pirolítica altamente ordenada (HOPG) como base inicial. Utilizando uma fita adesiva, pode-se reduzir a espessura do HOPG gradativamente, a amostra resultante é depositada em um substrato de  $Si/SiO_2$  [21]. Esse ainda é o melhor meio para produção de grafeno de alta qualidade [22], no entanto, é um processo demorado e que é inviável para produção industrial em larga escala. A Figura 5 ilustra o procedimento para obtenção de grafeno por esse método.



Figura 5 – Ilustração do procedimento para obtenção de grafeno pelo método de esfoliação mecânica. Fonte: [23].

Além da esfoliação mecânica há ainda a esfoliação química, que foi a primeira a oferecer um método para a produção em larga escala do grafeno. O método consiste no enfraquecimento da força de interação de Van der Waals através da inserção de reagentes ou grupos funcionais no espaço intercalar de folhas de grafeno [21], ilustrado na Figura 6.



Figura 6 – Ilustração do procedimento para obtenção de grafeno pelo método de esfoliação química. Fonte: [24].

O método de deposição de vapor químico (CVD) é também possível de ser utilizado para a produção de grafeno em larga escala. O carbono é fornecido na forma de gás depositado sobre um substrato de metal através da exposição à altas temperaturas [22]. Além dos métodos apresentados, pode-se citar ainda a decomposição térmica de SiC, deposição de feixe molecular, descompactação de nanotubos de carbono e óxido de grafeno. Em [22] os autores Cooper e D'Anjou explicam cada um desses e outros métodos para produção do grafeno. Além de apresentar uma tabela com a comparação de alguns dos métodos de síntese grafeno. Na mesma, são mostrados os números típicos de camadas produzidas, o tamanho das camadas (maior dimensão) e mobilidade em  $Si/SiO_2$ .

Method	Layers	Size	Mobility $(cm^2V^1s^1)$
Exfoliation	1 to 10+	1 nm	15000
Thermal SiC	1 to 4	$50 \ \mu m$	2000
Ni-CVD	1 to 4	1 cm	3700
Cu-CVD	1	$65\ cm$	16000

Tabela 1 – Comparação de alguns dos métodos de síntese do grafeno. Tabela retirada de [22].

# 2.3 Dispositivos não recíprocos baseados em grafeno

Pode-se encontrar, na literatura, várias publicações referentes a dispositivos não recíprocos baseados em grafeno. Um isolador e um circulador de grafeno, Figura 7, formado por uma estrutura de guia de ondas de duas camadas de grafeno sobre um substrato magneto-óptico são propostos em [25]. Com a aplicação de um campo magnético de 3 T, para o potencial químico de 0,45 eV, os autores obtiveram isolamento de -42 dB para a frequência de 33 THz. A Figura 7 mostra a estrutura esquemática do dispositivo proposto.



Figura 7 – Vista esquemática do dispositivo proposto, com campo magnético aplicado (seta vermelha) paralelo ao eixo z. Fonte: [25].

O projeto, fabricação e análise de um isolador baseado em grafeno são discutidos em [26], para a frequência de 2,9 THz foi obtido isolamento próximo de -20 dB e perdas de inserção de -7.5 dB. Os autores comentam a possibilidade de utilizar outros materiais

com substrato do grafeno para diminuir as perdas de inserção, um dos materiais citados é o nitreto de boro hexagonal (h-BN). A confirmação experimental da realizabilidade do isolador de rotação Faraday baseado em grafeno é apresentada em [27, 28]. A Figura 8 apresenta a estrutura dos isoladores propostos.



Figura 8 – (a) Esquematização do isolador proposto, o grafeno em um substrato de quartzo é inserido no meio de um guia de onda circular conectado a dois adaptadores retangulares idênticos através de transições circulares-retangulares. Fonte: [27].
(b) Apresentação do plano de polarização. Fonte: [28].

Em [29] os autores mostraram que os plasmons de superfície unidirecional sintonizáveis podem ser suportados em grafeno magnetizado. Dois dispositivos não recíprocos com modos guiados por borda para a região THz e infravermelho próximo são discutidos nesse artigo. A banda de frequência dos dispositivos não excede 10%. Os dispositivos propostos consistem em um sistema de multicamadas compostas de camadas dielétricas e de grafeno, cuja distribuição de campo é mostrada na Figura 9. O funcionamento dos circuladores é ajustado para um potencial químico de 0,1 eV e um campo magnético de 0,1 T. Apesar



Figura 9 – Distribuição de campo da componente  $H_z$  em um circulador de (a) 3 portas e (b) um circulador de 4 portas. Fonte: [29].

de usar um campo magnético de baixa intensidade, uma estrutura multicamada exibirá perdas de inserção consideravelmente maiores em comparação com estruturas de camada única.

Em [30] é apresentado um circulador de 3 portas que consiste em 3 guias de ondas acoplados a um ressonador de cavidade no centro. Tiras de metal são usadas para evitar a excitação de modos guiados por borda. Com a aplicação de um campo magnético de 3 T, para potencial químico de 40 meV, é obtida uma largura de banda de 29%, considerando-se uma transmissão melhor que -3 dB, com frequência central de 17 THz. A estrutura é ilustrada na Figura 10.

Um circulador de 3 portas baseado em grafeno para circuitos THz foi proposto e analisado em [31]. A Figura 11 mostra a distribuição de campo no circulador. Os resultados apresentados mostram uma banda de frequência de cerca de 7,4%. Na frequência central de 5,38 THz o isolamento é de -40 dB e as perdas de inserção de -2,65 dB. A faixa de frequências de operação pode ser deslocada por meio da alteração do potencial químico do



Figura 10 – Geometria do circulador de 3 portas baseado em grafeno. Ele consiste de três guias de ondas de grafeno acoplados a um ressonador também de grafeno. Fonte: [30].

grafeno. O princípio de funcionamento de circulação é determinado pelo alinhamento do dipolo na cavidade ressonante central.



Figura 11 –  $|E_z|$  distribuição de campo em circulador, a) estado não magnetizado. Estado magnetizado: b) transmissão  $(1 \rightarrow 3)$ , c)  $(2 \rightarrow 1)$  e d)  $(3 \rightarrow 2)$ . Fonte: [31].

Outra versão do circulador THz de 3 portas foi discutida em [32]. Consiste em três guias de ondas de fita metálica acoplados a um disco metálico circular. Um disco de grafeno é colocado sobre um espaçador dielétrico no topo do disco metálico. Considerando

o isolamento em -15 dB a banda de frequência do dispositivo não chega aos 4% para um campo magnético aplicado de 0,3 T e potencial químico de 0,3 eV a 0,9 eV. Estrutura ilustrada na Figura 12.



Figura 12 – Esquema tridimensional e vista superior da estrutura proposta do circulador. Fonte: [32].

Até onde é de nosso conhecimento, os dispositivos apresentados por [29] são os únicos dispositivos não recíprocos baseados em grafeno com modos guiados por borda.

# 3 Metodologia

Vamos apresentar a condutividade do grafeno no modelo semiclássico baseada na equação do transporte de Boltzmann. Faremos um estudo sobre os modos de excitação no grafeno que determinarão a escolha do modo de propagação para o dispositivo. Serão ainda apresentadas as geometrias para os circuladores de 3 portas e 4 portas, além da matriz de espalhamento para os dispositivos em questão.

# 3.1 Condutividade do grafeno

Na presença de campo magnético o grafeno se torna anisotrópico. O grafeno magnetizado possui um tensor de condutividade não simétrico  $[\sigma_s]$  análogo ao tensor de permeabilidade das ferrites magnetizadas e o tensor de permissividade dos semicondutores magnetizados.

Para a modelagem da condutividade elétrica do grafeno foi considerada a abordagem semiclássica, baseada na equação de transporte de Boltzmann. Esse modelo é descrito por equações simples e é adequado para a região de frequência THz. Essa abordagem é discutida em [13, 33].

O tensor de condutividade do grafeno pode ser escrito da seguinte forma:

$$[\sigma_s] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{bmatrix}.$$
 (3.1)

Os parâmetros do tensor de condutividade são dados por

$$\sigma_{xx} = \frac{q_e^2 \mu_c}{\pi \hbar^2} \frac{1/\tau - i\omega}{\omega_c^2 - (\omega + i1/\tau)^2},$$
(3.2)

е

$$\sigma_{xy} = -\frac{q_e^2 \mu_c}{\pi \hbar^2} \frac{\omega_c}{\omega_c^2 - (\omega + i1/\tau)^2},\tag{3.3}$$

onde  $q_e$  é a carga do elétron,  $\hbar$  é a constante reduzida de Planck,  $\omega_c$  é a frequência angular de cíclotron,  $\tau$  é o tempo de relaxamento,  $\omega$  a frequência angular e  $\mu_c$  o potencial químico do grafeno. A frequência angular de cíclotron é definida por

$$\omega_c = \frac{q_e B_0 v_F^2}{\mu_c},\tag{3.4}$$

onde  $v_F$  é a velocidade de Fermi ( $v_F \approx 1 \times 10^6 m/s$ ) e  $B_0$  é o campo magnético DC externo.

As Figuras 13 e 14 apresentam o comportamento de frequência das componentes do tensor de condutividade elétrica do grafeno para diferentes valores de campo magnético

е



Figura 13 – Partes reais e imaginárias das componentes do tensor de condutividade (a)  $\sigma_{xx}$  e (b)  $\sigma_{xy}$ , para os parâmetros físicos  $\mu_c = 0.15$  eV,  $B_0 = 0.5$  T,  $B_0 = 1.5$ T e  $B_0 = 3$  T.



Figura 14 – Partes reais e imaginárias das componentes do tensor de condutividade (a)  $\sigma_{xx}$ e (b)  $\sigma_{xy}$ , para os parâmetros físicos  $\mu_c = 0.15$  eV,  $\mu_c = 0.3$  eV,  $B_0 = 1.5$  T.

e potencial químico, respectivamente. Os picos de perdas correspondentes à ressonância ciclotrônica são deslocados para frequências mais altas com o aumento do campo magnético e com a diminuição do potencial químico de acordo com a equação (3.4).

Os parâmetros  $Re{\sigma_{xy}}$  e  $Im{\sigma_{xx}}$ , calculados a partir das equações (3.2) e (3.3), são dados por:

$$Re\{\sigma_{xy}\} = \frac{-2D}{\pi} \frac{\omega_c [\omega_c^2 - \omega^2 + (1/\tau)^2]}{[\omega_c^2 - \omega^2 + (1/\tau)^2]^2 + 4\omega^2 (1/\tau)^2}$$
$$Im\{\sigma_{xx}\} = \frac{2D}{\pi} \frac{\omega[(1/\tau)^2 - \omega_c^2 + \omega^2]}{[\omega_c^2 - \omega^2 + (1/\tau)^2]^2 + 4\omega^2 (1/\tau)^2}$$

onde  $D = 2\sigma_0 v_f/\hbar$  e  $\sigma_0 = q_e^2/(4\hbar)$  é a condutividade condutividade óptica universal do grafeno.

A atividade girotrópica do grafeno pode ser descrita pelo fator:



Figura 15 – Girotropia g para diferentes  $\tau$ ,  $\mu_c = 0.15$  eV,  $B_0 = 1.5$  T.

Este parâmetro é análogo ao  $\kappa/\mu$  usado na tecnologia de ferrite [1], onde  $\kappa \in \mu$  são os elementos na diagonal principal e fora da diagonal principal do tensor de permeabilidade, respectivamente. Para  $(\omega^2 - \omega_c^2) >> (1/\tau)^2$ , a equação (3.5) pode ser simplificada para  $g = \omega_c/\omega$ , isto é, o parâmetro g é inversamente proporcional a  $\omega$ .

# 3.2 O guia de onda de grafeno

Sabe-se que as ondas transversais de plásmon poláritons de superfície magnética (TM) (SPP), que são usadas normalmente para propósitos de guia de ondas de grafeno, em uma camada de grafeno magnetizada infinita, podem existir somente para as frequências  $\omega > \omega_c$  [13].

Os modos de borda podem ser divididos em simétrico e antissimétrico [34]. As Figuras 16(a) e 16(b) representam o índice de refração efetivo desses modos para as frequências que variam de 2 THz a 6 THz para guias de onda com a largura w = 1  $\mu$ m, w = 2  $\mu$ m e w = 3  $\mu$ m. Esse índice é definido como  $n_{eff} = \beta/k_0$ , onde  $k_0$  é o número da onda do espaço livre e  $\beta$  é a constante de propagação do modo [35]. Para as frequências menores que 2 THz, a parte real do índice de refração efetivo do modo 1 é pequeno e a parte imaginária é alta. Portanto, a frequência 2 THz pode ser escolhida como o limite esquerdo para a faixa de frequência de operação dos dispositivos. A frequência de corte do modo 2 é de 4 THz para a largura de guia w = 2  $\mu$ m, 5,25 THz para a largura de guia w = 1  $\mu$ m e 3 THz para a largura de guia w = 3  $\mu$ m.

As Figuras 16(c) a 16(f) representam a componente  $E_z$  destes modos calculados para o guia de ondas de grafeno com e sem campo magnético na frequência 4,5 THz. Pode-se ver uma alta deslocação do campo para uma borda do guia para a estrutura



Figura 16 – Dependência das partes real (a) e imaginaria (b) do índice de refração efetivo em relação à frequência, para  $\mu_c = 0.15$  eV com w = 1  $\mu$ m e w = 2  $\mu$ m. Componente  $E_z$  do modo de borda simétrico para campo magnético (c)  $B_0 = 0$  T, (d)  $B_0 = 1.5$  T e do modo de borda assimétrico com campo magnético (e)  $B_0 = 0$  T e (f)  $B_0 = 1.5$  T para a frequência 4.5 THz.

magnetizada. Para visualizar a propagação da onda ao longo do guia de onda, vamos considerar um guia simples composto por uma fita de grafeno em substrato dielétrico, conforme Figura 17.



Figura 17 – Representação esquemática do guia de onda.



Figura 18 – Distribuição da componente de campo  $E_z$  no guia por excitação do (a) modo 1 na frequência de 3,5 THz e para o (b) modo 2 na frequência 5 THz. Parâmetros: w = 2  $\mu$ m,  $L = 5 \mu$ m,  $\mu_c = 0,15$  eV e  $B_0=1,5$  T.

Na Figura 18 podemos perceber a ação, ao longo do guia de grafeno, do campo magnético DC aplicado. Quando a onda passa para a região magnetizada ela é deslocada para um dos lados da fita. Esse efeito é melhor percebido no modo 1, Figura 18(a). Para a excitação pelo modo 2, Figura 18(b), podemos ver que o deslocamento da onda para um dos lados é pequeno.



Figura 19 – Coeficientes de transmissão e reflexão para o guia de onda excitado pelo (a) modo 1 e pelo (b) modo 2 para w = 2  $\mu$ m,  $L = 5 \mu$ m,  $\mu_c = 0.15$  eV e  $B_0 = 1.5$  T.

Os coeficientes de transmissão e isolamento são mostrados nas Figuras 19(a) e 19(b).

As perdas para o modo 2 são maiores em comparação àquelas do modo 1, conforme o que também foi mostrado na Figura 16(b). Onde podemos ver que a parte imaginária do índice efetivo do modo é maior para a faixa de frequência considerada. Por apresentar menores perdas, o modo 1 foi considerado para ser aplicado aos circuladores.

## 3.3 Geometria dos circuladores

As geometrias dos circuladores propostos são similares àquelas usadas nos circuladores de ferrite baseados nos modos guiados por borda [1,3,4]. Para os três dispositivos, são considerados os parâmetros para as espessuras de cada uma das camadas que os compõem: d para a espessura da camada de grafeno,  $h_1$  da camada sílica  $(SiO_2)$  e  $h_2$  a do silício (Si). A permissividade elétrica da sílica é de 2,09 e do silício é de 11,9. O campo magnético DC uniforme  $B_0$  é normal à camada de grafeno.

## 3.3.1 Circulador de 3 portas tipo Y

A geometria do dispositivo e o sistema de coordenadas usados são mostrados na Figura 20.



Figura 20 – Representação do circulador Y (a) visão superior, (b) visão frontal e (c) visão 3D.

A estrutura do grafeno consiste em três guias de onda simetricamente conectados a uma junção central. A largura das faixas de guia de onda é denotada por w e R é o raio da circunferência que define a curvatura na região central. A parte magnetizada do circulador na Figura 20 está sombreada. O ângulo entre os guias é de 120°, o que resulta em um comprimento do arco de  $L_m = 2\pi R/6 \approx 1,05R$ . Assim, o valor de R pode servir como medida da área magnetizada.

## 3.3.2 Circulador de 4 portas tipo X

O circulador X é composto de quatro guias de onda simetricamente conectados à região central magnetizada (porção sombreada na Figura 21). O ângulo entre os guias é de 90°, que resulta em um comprimento do arco de  $L_m = \pi R/2 \approx 1.6R$ .



Figura 21 – Representação do circulador X (a) visão superior, (b) visão 3D.

## 3.3.3 Circulador de 4 portas linear

O circulador linear é composto de quatro guias de onda, dois deles conectados em lados opostos da região central magnetizada (região sombreada na Figura 22) e os outros dois conectados na lateral dessa região. Chamaremos de guia 1 o guia conectado à porta



Figura 22 – Representação do circulador linear (a) visão superior, (b) visão 3D.

1 e assim por diante. O ângulo formado entre os guias 1 e 2 e entre os guias 3 e 4 é de 90°, que resulta em um comprimento do arco de  $L_m = \pi R/2 \approx 1.6R$ . Os guias 2 e 3 são paralelos, o ângulo de 180° neste caso resulta em um comprimento de medida  $2L_m$ . O parâmetro  $L_2$  tem seu comprimento calculado como  $L_2 = 4R+2w$ .

# 3.4 Matriz de espalhamento

Faremos um breve relato sobre a teoria de matriz de espalhamento para circuladores.

#### 3.4.1 Parâmetros de espalhamento

Os parâmetros de espalhamento ou parâmetros S descrevem as intensidades das ondas que incidem e são refletidas em um dispositivo multi-portas. O parâmetro  $S_{ij}$ representa a fração de onda que sai da porta j e entra na porta i. Considerando o caso em que a impedância característica é a mesma em todas as portas, obtemos a seguinte relação matricial para um circulador de n portas [36, 37]:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_n^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{31} & S_{32} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_n^+ \end{bmatrix}.$$
(3.6)

A matriz [S] dos parâmetros  $S_{ij}$  é a matriz de espalhamento. Os termos  $V_i^+$  indicam a onda de tensão que entra na porta  $i \in V_i^-$  a parcela que sai da porta i. Considerando o caso de um circulador de 3 portas, a matriz de espalhamento fica:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$
(3.7)

onde, por exemplo, o Parâmetro  $S_{31}$  representa a fração de onda que é incidida na porta 1 e chega na porta 3, conforme ilustrado pela Figura 23.



Figura 23 – Explicação da matriz de espalhamento para um circulador de 3 portas.

### 3.4.2 Teoria de grupos de simetria para circuladores

A teoria de grupos por ser utilizada para simplificar a matriz de espalhamento. Analisando a simetria da estrutura é possível estabelecer relações entre termos da própria matriz. Vamos introduzir alguns conceitos necessários para utilizarmos a teoria de grupos simétricos para obter as matrizes de espalhamento dos circuladores estudados.

Um grupo é um conjunto não vazio G munido de uma operação  $\circledast$  que satisfaz as seguintes condições [38]:

- Associatividade  $(a \circledast b) \circledast c = a \circledast (b \circledast c), \forall a, b, c, \in G;$
- Existência do elemento neutro  $\exists e \in G \text{ tal que } a \circledast e = e \circledast a, \forall a \in G;$
- Existência de simétricos  $\forall a \in G, \exists a' \in G \text{ tal que } a \circledast a' = a' \circledast a = e;$

É usual utilizar a notação  $(G, \circledast)$  para indicar o grupo G munido da operação  $\circledast$ . Quando a operação no grupo for clara é possível utilizar apenas G para denotar o grupo. Um subconjunto não vazio  $H \subset G$  é um subgrupo de G se:

- H é fechado para a operação de G Se  $a, b \in H$  então  $a \circledast b \in H$ ;
- $(H, \circledast)$  é grupo.

Considerando um conjunto finito S, não vazio, chamamos de permutação uma bijeção  $\alpha : S \to S$  [39]. Considerando S como conjunto dos n primeiros inteiros positivos, podemos escrever  $\alpha$  na forma matricial:

$$\alpha = \left(\begin{array}{cccc} 1 & 2 & \dots & n \\ \alpha(1) & \alpha(2) & \dots & \alpha(n) \end{array}\right).$$

Para exemplificar, vamos considerar a permutação:

$$\alpha = \left(\begin{array}{rrr} 1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

que significa que a permutação atribui a 1 o valor 2, ao 2 o valor 1 e o 3 permanece o mesmo. Podemos representar uma permutação utilizando um notação cíclica. Para o exemplo dado ela seria do tipo (12)(3).

O conjunto das permutações de S munido da operação de composição de funções é chamado de grupo simétrico de grau n, denotado por  $S_n$ . A ordem de  $S_n$  é dada por n!. A

permutação do exemplo é elemento do grupo simétrico denotado por  $S_3$ . Seus elementos são:

$$\alpha_{0} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad \alpha_{3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, 
\alpha_{1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \alpha_{4} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, 
\alpha_{2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \alpha_{5} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

O grupo  $S_3$  possui 2 elementos que geram todos os outros:  $\alpha_1 \in \alpha_3$ . Podemos então reescrever o grupo como  $S_3 = \{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_1^2, \alpha_3, \alpha_3\alpha_1, \alpha_3\alpha_1^2\}.$ 

### 3.4.3 Matriz de espalhamento para o circulador Y

O circulador Y tem simetria pertencente ao grupo magnético  $C_{3v}(C_3)$ , que possui os seguintes elementos de simetria [40]:

- elemento neutro e. Caracterizado por deixar uma configuração final idêntica a inicial após aplicada a operação de simetria. Na Figura 24 pode ser vista como uma rotação de 360° em torno do eixo.
- $C_3$  rotações por  $2\pi/3$ . As rotações podem ser no sentido horário ou anti-horário. A geometria do dispositivo permite 3 rotações de 120° para voltar ao arranjo idêntico ao inicial, conforme ilustrado na Figura 24.
- 3 antiplanos de simetria vertical denotados por  $T_{\sigma_1}$ ,  $T_{\sigma_2} \in T_{\sigma_3}$ , onde T representa o operador de inversão temporal.



Figura 24 – Representação das rotações em torno do eixo de rotações.

A reflexão por  $T_{\sigma_1}$  pode ser representada pela permutação (1)(23), umas vez que a porta 1 permanece inalterada e temos a permutação entre as portas 2 e 3. De maneira análoga as permutações (13)(2) e (12)(3) representam as reflexões por  $T_{\sigma_2}$  e  $T_{\sigma_3}$ , respectivamente. Essas permutações podem ser representadas por uma matriz de permutações, também chamada de operador de simetria, que denotaremos por F [37].



Figura 25 – Representação das operações de simetrias em decorrências dos antiplanos  $T_{\sigma_1}$ ,  $T_{\sigma_2}$  e  $T_{\sigma_3}$ .

Utilizado a relação de comutação, para o caso de dispositivos magnetizados, [40]:

$$FS = S^t F, (3.8)$$

podemos reescrever a matriz de espalhamento S do circulador. A forma geral da matriz de espalhamento para um circulador de 3 portas é mostrada na equação (3.7). A matriz  $S^t$  representa a matriz transposta de S.

Considerando as 3 permutações decorrentes das reflexões obtemos:

	1 0	0		0	0	1			0	1	0
$F_1 =$	0 0	1	, $F_2 =$	0	1	0	е	$F_3 =$	1	0	0
	0 1	0		1	0	0			0	0	1

Aplicando a relação de comutação (3.8) para cada caso obtemos 3 identidades:

$$F_{1}S = S^{t}F_{1} \Rightarrow \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{31} & S_{21} \\ S_{12} & S_{32} & S_{22} \\ S_{13} & S_{33} & S_{23} \end{bmatrix},$$

$$F_{2}S = S^{t}F_{2} \Rightarrow \begin{bmatrix} S_{31} & S_{32} & S_{33} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{11} & S_{12} & S_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{31} & S_{21} & S_{11} \\ S_{32} & S_{22} & S_{12} \\ S_{33} & S_{23} & S_{13} \end{bmatrix},$$

$$F_{3}S = S^{t}F_{3} \Rightarrow \begin{bmatrix} S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{21} & S_{11} & S_{31} \\ S_{22} & S_{12} & S_{32} \\ S_{23} & S_{13} & S_{33} \end{bmatrix}.$$

е

Da igualdade de matrizes resultam as seguintes relações:  $S_{11} = S_{22} = S_{33}$ ,  $S_{13} = S_{21} = S_{32}$  e  $S_{12} = S_{23} = S_{31}$ . Dessa forma, a matriz de espalhamento S fica:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{13} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{13} & S_{11} \end{bmatrix}.$$
 (3.9)

## 3.4.4 Matriz de espalhamento para o circulador X

Considerando o caso de um circulador de 4 portas, a matriz de espalhamento fica:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix}$$
(3.10)

O circulador X tem simetria pertencente ao grupo magnético  $C_{4v}(C_4)$ , que possui os seguintes elementos de simetria [40]:

- elemento neutro *e*. Caracterizado por deixar uma configuração final idêntica à inicial após aplicada a operação de simetria.
- $C_4$  rotações por  $\pi/2$ . As rotações podem ser no sentido horário ou anti-horário.
- 4 antiplanos de simetria vertical denotados por  $T_{\sigma_1}$ ,  $T_{\sigma_2}$ ,  $T_{\sigma_3} \in T_{\sigma_4}$ , como representado na Figura 26.



Figura 26 – Representação dos antiplanos  $T_{\sigma_1}, T_{\sigma_2}, T_{\sigma_3} \in T_{\sigma_4}$ .

As reflexões pelos antiplanos  $T_{\sigma_1}$ ,  $T_{\sigma_2}$ ,  $T_{\sigma_3}$  e  $T_{\sigma_4}$  são representadas pelas permutações (12)(34), (14)(23), (13)(2)(4) e (1)(24)(3), respectivamente, decorrendo em 4 operadores de simetria diferentes, são eles:

$F_1 =$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$,    F_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$	0 0 0 1	0 0 1 0	0 1 0 0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	,
$F_3 =$	$\left[\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrr$	, $F_4 =$	1 0 0 0	0 0 0 1	0 0 1 0	0 1 0 0	

Aplicando a relação de comutação (3.8) com a matriz S, de maneira análoga ao que foi feito para o circulador Y, obtemos as relações:  $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44}$ ,  $S_{12} = S_{23} = S_{34} = S_{41}$ ,  $S_{13} = S_{24} = S_{31} = S_{42}$  e  $S_{14} = S_{21} = S_{32} = S_{43}$ . Deste modo, a matriz S possui a seguinte forma:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{14} & S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{13} & S_{14} & S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{11} \end{bmatrix}.$$
(3.11)

#### 3.4.5 Matriz de espalhamento para o circulador linear

O circulador linear apresenta baixa simetria. Por conter apenas um antiplano de simetria  $(C_s)$  e apenas uma rotação  $C_1$  de  $2\pi$  é classificado como pertencendo ao grupo magnético  $C_s(C_1)$ . Na Figura 27 vemos a representação do antiplano vertical  $T_{\sigma}$ .



Figura 27 – Representação dos antiplanos  $T_{\sigma}$ .

A reflexão pelo plano  $T_{\sigma}$  gera a permutação (14)(23) que resulta no operador de

simetria

F =	0	0	0	1	
	0	0	1	0	
	0	1	0	0	
	1	0	0	0	

Com a aplicação da propriedade de comutação (3.8), obtemos a matriz de espalhamento simplificada para o circulador linear, dada por:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{13} \\ S_{31} & S_{32} & S_{22} & S_{12} \\ S_{41} & S_{31} & S_{21} & S_{11} \end{bmatrix}$$
(3.12)

Que é verdade para as relações  $S_{11} = S_{44}, S_{22} = S_{33}, S_{31} = S_{42}, S_{21} = S_{43}, S_{12} = S_{34}$  e  $S_{13} = S_{24}$ .

# 3.5 Modelagem computacional do grafeno

O cálculo numérico foi realizado pelo método dos elementos finitos usando o software comercial COMSOL Multiphysics [14]. Para a espessura atômica da camada de grafeno, os solucionadores eletromagnéticos em geral não permitem modelar a condutividade de superfície descrita pelo tensor (3.1). Por essa razão, uma espessura artificial do grafeno foi usada no cálculo [41] de tal maneira que a condutividade volumétrica adquire a forma  $[\sigma_v] = [\sigma_s]/d$ , onde d = 5 nm é a espessura adotada na folha de grafeno. O parâmetro tensor  $\sigma_{zz}$  nesta representação 3D do grafeno foi escolhido para ser  $\sigma_{zz} = \sigma_{xx}$ .

A escolha da espessura de 5 nm se deu pela limitação computacional no momento da pesquisa. A Figura 28 mostra os coeficientes de transmissão e reflexão calculados para um guia de onda com diferentes espessuras para o grafeno. O guia de onda é do tipo dado na Figura 17, mas considerando todo o guia não magnetizado. Como possui um domínio computacional consideravelmente menor que os circuladores, foi possível simular a resposta do guia com uma espessura de apenas 1 nm.

Podemos ver que a diferença de resposta do guia para as duas espessuras é pequena. Estimamos que essa diferença seja a mesma para os circuladores. Dessa forma, os resultados não seriam seriamente afetados por uma simulação com 5 nm de espessura. Em [30] os pesquisadores utilizando a mesma espessura de 5 nm para o grafeno.

No Comsol utilizamos o módulo, em 3D, para ondas eletromagnéticas no domínio da frequência. Um dos fatores que determinam a malha necessária para simulação é a geometria. Automaticamente o software cria malha mais refinada onde a geometria é mais



Figura 28 – Transmissão e reflexão para um guia de grafeno com w = 1  $\mu$ m,  $L = 2 \mu$ m,  $\mu_c = 0.15$  eV.

complexa. Outro fator é o comprimento de onda. Assim, para uma simulação correta devemos ter pelo menos 10 elementos de malha por comprimento de onda [42].



Figura 29 – Estrutura da malha para um guia com diferentes espessuras do grafeno, (a) d = 1 nm, (b) d = 5 nm e (c) d = 10 nm

A Figura 29 mostra a diferença entre as malhas geradas para diferentes espessuras da camada de grafeno. Para definir a malha, o software considera o menor elemento de área, que no nosso caso é exatamente a espessura do grafeno, para definir o elemento mínimo de malha. Na Figura 30, podemos ver a malha definida para os dispositivos para a espessura utilizada nas simulações.

Utilizamos a função *Boundary Mode Analysis Study* para o estudos dos modos da porta. Essa função calcula os modos de propagação para uma determinada frequência em uma porta [42]. Para as simulações consideramos o modo obtido para a frequência central da faixa de frequência investigada.

A condição de contorno utilizada no software foi a *Scattering Boundary Condition*. Para essa condição, as paredes do dispositivo são consideradas absorventes, possibilitando um mínimo de reflexão. Essa condição de contorno torna um limite transparente para as



Figura 30 – Estrutura da malha para os dispositivos propostos. Visão superior do dispositivo, ocultando-se a camada de ar do circulador (a) Y, (c) X e (e) linear. Visão 3D da malha nos circuladores (b) Y, (d) X e (f) linear.

ondas de saída [42].

# 4 Resultados e discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos para os três circuladores baseados em grafeno para frequências de THz. Mostramos os parâmetros que limitam a largura de banda dos dispositivos, bem como a influência dos parâmetros geométricos e físicos no funcionamento dos mesmos.

# 4.1 Limitações da largura de banda dos circuladores

Para a análise das características dos circuladores, vamos considerar apenas as perdas na região central deles, a qual é magnetizada. Considerando um guia de comprimento 2L, teremos as perdas correspondentes as perdas do guia de entrada e do guia de saída da região magnetizada. O guia é simulado sem campo magnético e com todos os outros parâmetros idênticos aos dos circuladores, ou seja, largura da fita w, potencial químico  $\mu_c$ e espessuras das camadas de grafeno d, sílica  $h_1$  e silício  $h_2$ .



Figura 31 – Coeficientes de transmissão e reflexão para um guia de grafeno não magnetizado com w = 2  $\mu$ m,  $L = 4 \mu$ m,  $h_1 = 4 \mu$ m,  $h_2 = 1 \mu$ m e  $\mu_c = 0.15$  eV.

Teoricamente, a banda de frequência máxima possível do circulador pode ser definida como segue. Das frequências mais baixas, a banda é limitada pela frequência de cíclotron  $\omega_c$ . O limite superior da banda do circulador é definido por vários fatores. Em primeiro lugar, os guias de onda devem fornecer um regime de propagação de um modo. O modo principal não tem cutoff [34]. Nas frequências mais altas que a frequência de corte do modo 2, ele começa a se propagar nos guias de onda (veja Figura. 16(a)). Nas proximidades do ponto de corte, as perdas do modo 2 são muito altas e isso pode levar à deterioração das características do circulador. Essa frequência é o principal fator que define o limite de frequência superior. Analisando as Figuras 16(a) e 16(b) pode-se ver que o limite superior do regime de modo único depende da largura w dos guias de onda. Em segundo lugar, quando a frequência é muito maior do que a frequência de cíclotron  $\omega_c$ , a atividade girotrópica do grafeno definida pelo parâmetro g reduz significativamente, como pode ser visto na Figura 15, e isso pode levar a um efeito de borda mais fraco. Como consequência, o isolamento pode ser pequeno.

A largura de banda (BW) foi calculada levando em conta as faixas de frequência em que a reflexão é menor que -10 dB, a transmissão é melhor que -2 dB e o isolamento menor que -15 dB. A fórmula para o cálculo da largura de banda relativa é:  $BW = 100 \frac{f_{max} - f_{min}}{(f_{max} + f_{min})/2}\%$ .

## 4.2 Resultados numéricos do circulador de 3 portas

#### 4.2.1 Distribuição do campo elétrico no circulador

A Figura 32 representa o campo elétrico |E| em interfaces dielétricas de grafeno para o circulador descrito abaixo. O decaimento exponencial da curva confirma que o dispositivo é baseado em ondas plasmônicas. O confinamento de campo aumenta em frequências mais altas. Estes resultados também mostram que, para a espessura escolhida do espaçador  $h_2$ , a maior parte da energia eletromagnética se propaga no espaçador minimizando assim as perdas ôhmicas no substrato de Si altamente dopado.



Figura 32 – Z-dependência do campo elétrico normalizado |E| no ponto A para as frequências f = 2,75 THz e f = 4,2 THz. Parâmetros considerados: w = 2  $\mu$ m,  $R = 2,75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T,  $\mu_c = 0,15$  eV.

A presença do campo magnético DC, aplicado na junção, faz com que a onda seja deslocada predominantemente para um lado da faixa decaindo exponencialmente ao longo da largura dela, direcionando assim a onda para a porta desejada. Para avaliar este efeito, calculamos a estrutura do campo elétrico em três pontos de frequências: na região central da banda em f = 3,45 THz e nos limites esquerdo e direito em f = 2,75 THz e f = 4,2 THz. As componentes do campo elétrico são mostradas em duas regiões diferentes do circulador. Nas Figuras 33(a), 33(c) e 33(e), as componentes calculadas do campo



Figura 33 – Componentes de campo E normalizados na frequência f = 2,75 THz (a) ao longo da linha AB e (b) ao longo da linha CD, na frequência f = 3,45 THz (a) ao longo da linha AB e (b) ao longo da linha CD e na frequência f = 4,2 THz (e) ao longo da linha AB e (f) ao longo da linha CD, w = 2  $\mu$ m,  $R = 2,75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T,  $\mu_c = 0,15$  eV.

elétrico E são mostrados ao longo da linha AB no guia não magnetizado. Pode-se ver que a estrutura do campo eletromagnético no guia de onda não magnetizado é ligeiramente não simétrica em relação ao plano de simetria do guia de onda. Isso ocorre porque a excitação simétrica no guia de onda de entrada combina-se com uma pequena onda refletida da parte magnetizada da junção, onde existe uma distribuição de campo não simétrica. Nas Figuras 33(b), 33(d) e 33(f), as componentes são calculadas ao longo da linha CD próxima ao centro da região magnetizada. A onda agora é guiada predominantemente ao longo da borda direita do circulador.

No caso apresentado na 34(a), o sinal é direcionado para as portas 2 e 3. Na ausência de um campo magnético, o dispositivo funciona como um divisor. Na Figura 34(b), o sinal é transmitido da porta 1 para a porta 2. Nas Figuras 34(c) e 34(d), o sinal é transmitido da porta 2 para a porta 3 e da porta 3 para a porta 1, respectivamente. Isso mostra o caráter não recíproco do dispositivo. A direção do sinal pode ser controlada através do ajuste do sentido do campo magnético DC aplicado na junção.



Figura 34 – Distribuição da componente de campo  $E_z$  no circulador Y para (a) estado não magnetizado. Estado magnetizado com excitação por (b) porta 1, (c) porta 2 e (d) porta 3. Parâmetros utilizados f = 3,45 THz, w = 2  $\mu$ m,  $R = 2,75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T e  $\mu_c = 0,15$  eV.

## 4.2.2 Resposta em frequência do circulador Y

Na Figura 35 pode-se ver que, na faixa de  $(2,7 \div 4,15)$  THz, o circulador tem uma boa resposta, onde  $S_{11}$  é melhor que -10 dB, o nível de isolamento é melhor do que -15 dB, e a perda de inserção é melhor do que -2 dB. Assim, a largura de banda resultante é de 42%.



Figura 35 – Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador, w = 2  $\mu$ m,  $R = 2,75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5 \ T$ ,  $\mu_c = 0,15 \ eV$ .

### 4.2.3 Influência dos parâmetros geométricos

#### Raio R

A parte magnetizada do circulador depende do raio R. A dependência de BW com o raio R é mostrada na Figura 36. Para esta Figura variamos apenas o raio nas simulações, mantendo todos os outros parâmetros físicos e geométricos, fixos. O BW é próximo de 40% para o intervalo de R entre 2,5  $\mu$ m e 3,25  $\mu$ m com o valor ideal de 42% para  $R = 2,75 \ \mu$ m.



Figura 36 – Dependência de largura de banda no raio do circulador, w = 2  $\mu$ m,  $B_0 = 1.5$  T,  $\mu_c = 0.15$  eV.

Um raio pequeno permite reduzir as dimensões no plano da parte magnetizada do circulador e, consequentemente, reduzir as perdas de inserção, conforme podemos ver na Figura 37(a). A transmissão para o circulador com raio de  $R = 2 \ \mu m$  é melhor se comparada com os circuladores de raios  $R = 3 \ \mu m$  e  $R = 4 \ \mu m$ . Se considerássemos somente a transmissão para o cálculo de BW, teríamos uma banda de 54% para o circulador com raio de  $R = 2 \ \mu m$ , 48% para  $R = 3 \ \mu m$  e 25% para  $R = 4 \ \mu m$ . No entanto, o raio menor reduz o nível de isolamento para frequências mais baixas, porque o modo de borda não pode ser formado ao longo do comprimento curto  $L_m$ , conforme podemos ver na Figura 37(b). Se considerássemos somente o isolamento para o cálculo de BW, teríamos uma banda de 22% para o circulador com raio de  $R = 2 \ \mu m$ , 52% para  $R = 3 \ \mu m$  e 61% para  $R = 4 \ \mu m$ . Por outro lado, o aumento do isolamento pelo raio R aumenta também as perdas de inserção devido à extensão aumentada  $L_m$ . Para obtermos então a maior banda possível para o dispositivo, o raio ideal é o que mantenha um bom equilíbrio entre isolamento e transmissão. Desse modo o raio é um parâmetro importante no cálculo da largura de banda do dispositivo.



Figura 37 – (a) Transmissão, (b) isolamento e (c) reflexão calculados para os raios de  $R = 2 \ \mu m, R = 3 \ \mu m$  e  $R = 4 \ \mu m$  com os parâmetros fixos w = 2 mum,  $\mu_c = 0.15$  eV e B = 1.5 T.

A reflexão é afetada pela variação do raio, conforme mostra a Figura 37(c). Essa alteração, por sua vez, não influencia significativamente no cálculo da largura de banda pois nos intervalos em que a transmissão é melhor que -2 dB e o isolamento menor que -15 dB, a reflexão, para todos os casos estudados, é melhor que -10 dB.

#### Largura w dos guias de onda

Na Figura 16 fica evidente que o modo de borda 1 é predominante em uma faixa de frequência maior para a largura de guia de w = 1  $\mu$  m. O modo 2, para essa largura, surge apenas para frequências maiores que 5 THz. É de se esperar que a influência desse segundo

modo apareça apenas para frequências próximas desse valor. Calculamos a resposta do circulador para a largura de w = 1  $\mu$ m, mantendo todos os outros parâmetros fixos como no caso de w = 2  $\mu$ m. Os resultados são apresentados na Figura 38.



Figura 38 – Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador, w = 1  $\mu$ m,  $R = 2.75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1.5 \text{ T}, \ \mu_c = 0.15 \text{ eV}.$ 

O limite de frequência superior do circulador com w = 1  $\mu$ m desloca-se para frequências mais altas. No entanto, em baixas frequências, o nível de isolamento torna-se baixo. Apesar de apresentar perdas de inserção menores nas frequências maiores, até aproximadamente 5 THz, a largura de banda é seriamente afetada pelo baixo isolamento nas frequências mais baixas. Devido a isso para w = 1  $\mu$ m obtemos apenas BW = 20%, levando em conta que somente na faixa (3,85 ÷ 4,7) THz temos transmissão melhor que -2 dB e isolamento menor que -15 dB.



Figura 39 – Dependência da largura de banda com o raio do circulador, w = 1  $\mu$ m,  $B_0 = 1.5$  T,  $\mu_c = 0.15$  eV.

Para aumentar a largura de banda para o circulador de w = 1  $\mu m$ , podemos variar o raio, de modo a fazer com que o máximo de transmissão e isolamento ocorram na mesma faixa de frequência. A relação entre BW e o raio para esse circulador é demonstrada na Figura 39. Mesmo com o aumento da banda para 21,2%, considerando um raio de  $R = 2,5 \ \mu m$ , o circulador Y com w = 1  $\mu m$  não chega a banda de 42% do circulador com w = 2  $\mu m$ . Quando diminuímos o raio, as perdas diminuem para as frequências maiores, fazendo com que a região de bom isolamento fique mais próxima da região de menores perdas. Para o raio em questão a largura de banda corresponde à faixa de frequência (4 ÷ 4,95) THz.

#### 4.2.4 Influência dos parâmetros físicos

Um dos principais problemas da tecnologia fotônica do grafeno é uma perda relativamente alta. A principal fonte das perdas são processos físicos intrínsecos no grafeno. As perdas são geralmente definidas pelo tempo de relaxamento  $\tau$ . Neste trabalho, usamos o valor deste parâmetro  $\tau = 0.9$  ps. Esse valor corresponde a um grafeno independente, sem substrato. A presença de um substrato reduz o tempo de relaxamento para aproximadamente  $\tau = 0.5$  ps. No entanto, a melhoria da qualidade do grafeno e o uso de alguns materiais especiais para o substrato, por exemplo, o nitreto de boro hexagonal [43], devem aumentar o parâmetro  $\tau$ . Mostramos na Figura 40 as respostas de frequência para dois valores do tempo de relaxação do grafeno  $\tau = 0.5$  ps e  $\tau = 0.9$  ps. Pode-se ver que a principal diferença nas respostas para  $\tau = 0.5$  ps é uma perda de inserção um pouco maior.



Figura 40 – Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador, w = 2  $\mu$ m,  $R = 2.75 \ \mu$ m,  $B_0 = 1.5 \ \text{T}, \ \mu_c = 0.15 \ \text{eV}, \ \tau = 0.5 \ \text{ps} = \tau = 0.9 \ \text{ps}.$ 

Na ausência de campo magnético, o dispositivo funciona como um divisor, direcionando o sinal da porta 1 para as portas 2 e 3. A Figura 41(a) mostra a resposta em frequência do dispositivo para esse caso. Na Figura 41(b) vemos as componentes do campo elétrico ao longo de um segmento localizado na região central do dispositivo. O campo é distribuído de maneira uniforme entre as bordas sem privilegiar algum lado.

Considerando um campo  $B_0 = 0.5$  T vemos, pela Figura 42(a), que o sinal é direcionado para a porta 2, mas o isolamento é muito baixo, permitindo que boa parte do sinal também seja direcionado para a porta 3. Na Figura 42(b), vemos que um dos lados



Figura 41 – (a) Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador. (b) Componentes do campo E normalizadas na 3 THz. Parâmetros: w = 2  $\mu$ m,  $R = 2.75 \ \mu$ m,  $B_0 = 0$  T,  $\mu_c = 0.15$  eV.

da borda é privilegiado, mas na outra borda ainda há um campo alto, o que determina o direcionamento para a porta 3, explicando assim porquê o isolamento é baixo para esse caso.

O aumento do campo magnético irá direcionar a onda apenas para uma das bordas. Mas o aumento do campo desloca as curvas da condutividade do grafeno, deslocando a região de perdas para frequências maiores, conforme mostrado na Figura 13. Desse modo, o valor ótimo para  $B_0$ , levando em consideração a maior largura de banda possível, é igual a 1,5 T. A resposta em frequência para esse caso foi mostrada na Figura 35.

# 4.3 Resultados numéricos dos circuladores de 4 portas

### 4.3.1 Circulador X

Em comparação com o circulador de 3 portas Y, observamos um aumento nas perdas de inserção. Para o mesmo raio, o comprimento de arco na região magnetizada dos



Figura 42 – (a) Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento para o circulador. (b) Componentes do campo E normalizadas na 3 THz. Parâmetros: w = 2  $\mu$ m,  $R = 2,75 \ \mu$ m,  $B_0 = 0,5 \ T$ ,  $\mu_c = 0,15 \ eV$ .

dispositivos são diferentes. Para o circulador Y temos  $L_m = 2\pi R/6 \approx 1,05R$ , enquanto para o circulador X temos  $L_m = \pi R/2 \approx 1,6R$ . O acréscimo de mais uma porta provoca um aumento na área da região magnetizada do circulador X que é quase o dobro da mesma região no circulador Y. Devido a esse aumento nas perdas de inserção, consideramos, para os circuladores de 4 portas, o nível de transmissão de pelo menos -3 dB. Para o caso mostrado as perdas de inserção não são melhores que -2 dB para nenhuma frequência da faixa analisada. A partir da Figura 43 pode-se ver que na região de frequência  $(1,65 \div 2,65)$ THz a largura de banda do circulador é de 44%.

Na Figura 44, a componente de campo elétrico no circulador para excitação na porta 1 é mostrada. A onda é direcionada da porta 1 para a porta 2, ou seja, a direção de circulação é  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ .

A resposta do circulador para os casos de excitação pelas portas 2, 3 e 4 será igual devido a simetria do dispositivo, conforme visto na matriz de espalhamento do mesmo (subseção 3.3.2). Onde por exemplo temos a relação  $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44}$ , significando



Figura 43 – Coeficientes de transmissão, reflexão e isolamento do circulador para w = 3  $\mu$ m,  $R = 4.5 \ \mu$ m,  $B_0 = 1.5 \ T = \mu_c = 0.15 \ eV.$ 



Figura 44 – Distribuição da componente de campo  $E_z$  no circulador X com excitação pela porta 1 para f = 2,5 THz, w = 3  $\mu$ m,  $R = 4,5 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T e  $\mu_c = 0,15$  eV.

que as reflexões, independente da porta onde a onda é incidida, são igual.

## 4.3.2 Circulador linear

Na Figura 45, a distribuição da componente de campo  $E_z$  no circulador para a frequência de f = 2,5 THz é mostrada. Na Figura 45(a), a onda de entrada é transmitida da porta 1 para a porta 2, em 45(b) a onda é direcionada da porta 2 para a porta 3, em 45(c) da porta 3 para a porta 4 e em 45(d) da porta 4 para a porta 1. Isso demonstra a direção de circulação  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  do dispositivo.

A partir da Figura 46, onde são dadas as respostas de frequência do circulador linear, pode-se ver que, para a excitação da porta 1 (Figura 46(a)), as características são semelhantes as do circulador-X. A principal diferença desse dispositivo é o aumento das perdas de inserção para a transmissão da porta 2 para a porta 3 e da porta 4 para a porta 1 devido ao modo mais longo da onda na região magnetizada em comparação com a



Figura 45 – Distribuição da componente de campo  $E_z$  no circulador linear com excitação pelas (a) porta 1, (b) porta 2, (c) porta 3 e (d) porta 4. Parâmetros utilizados f = 2,5 THz, w = 3  $\mu$ m,  $R = 4,5 \ \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T e  $\mu_c = 0,15$  eV.



Figura 46 – Parâmetros S para o circulador linear com excitação pela (a) porta 1, (b) porta 2, (c) porta 3 e (d) porta 4. Parâmetros utilizados w = 3  $\mu$ m,  $R = 4,5 \mu$ m,  $B_0 = 1,5$  T,  $\mu_c = 0,15$  eV.

transmissão das outras portas.

As perdas para a excitação pelas porta 1 (Figura 46(a)) e porta 3 (Figura 46(c)) são iguais, conforme mostrado na matriz de espalhamento (3.12) apresentada na subseção 3.4.5, onde obtemos a relação  $S_{21} = S_{43}$ . O arco considerado para esses dois casos é  $L_m$ , que para o raio utilizado é aproximadamente igual a 7,2  $\mu$ m. Para excitação pela porta 2 (Figura 46(b)) o arco em relação a porta 3 é  $2L_m$ , o dobro dos dois casos anteriores. Para excitação pela porta 4 (Figura 46(d)) temos um comprimento  $L_2 = 24 \ \mu$ m.

#### Possibilidades futuras

Observe que o circulador linear pode ser considerado como uma combinação de dois circuladores de 3 portas de geometria T. O número de portas desse circulador pode ser facilmente aumentado adicionando mais circuladores em T. O estudo dos dispositivos apresentados aqui permite aplicações para circuladores de 5 ou mais portas baseados em modos guiados por borda, conforme mostrado nas Figuras 47 e 48.



Figura 47 – Circuladores lineares de (a) 5 e (b) 6 portas.

Na Figura 47 são apresentados circuladores de 5 e 6 portas derivados da conexão de 3 e 4 circuladores em T, respectivamente.

Na Figura 48(a), temos um circulador de 5 portas que pode ser visto como junção de um circulador X com um em T. Na Figura 48(b), temos um circulador de 6 portas com a junção de 2 circuladores do tipo X.

As perdas nesses dispositivos são altas, tendo em vista que serão maiores que as perdas nos circuladores de 4 portas apresentados. Com a possibilidade futura de obtenção



Figura 48 – Circuladores de (a) 5 e (b) 6 portas.

de grafeno de melhor qualidade, podemos reduzir essas perdas e desenvolver dispositivos mais eficazes.

# Considerações finais

Neste trabalho, três novos circuladores baseados em grafeno operando na região THz são propostos e analisados. Os dispositivos apresentam geometria muito simples, consistindo de uma junção de três e quatro guias de grafeno colocadas em um substrato dielétrico. Para modelar a condutividade elétrica do grafeno, foi utilizado o modelo semiclássico.

As componentes do campo elétrico no circulador Y foram calculadas em dois pontos diferentes. O primeiro está localizado no guia sem magnetização e outro está na região magnetizada. Os resultados mostram o deslocamento do campo para uma das bordas da região magnetizada, confirmando o princípio guiado por borda do funcionamento do circulador.

Mostramos que o limite de baixa frequência do circulador é definido pela ressonância ciclotrônica e o limite de alta frequência pela frequência de corte do segundo modo. A capacidade de realização do circulador depende da escolha correta de seus parâmetros físicos e geométricos. Os principais parâmetros que definem o BW são: o campo magnético DC, o potencial químico, a largura das tiras de grafeno e o raio da circunferência que definem a curvatura na região central.

As perdas nos dispositivos dependem, entre outros fatores, do comprimento  $L_m$ . Em geral, comprimentos menores da junção proporcionam menores perdas de inserção, mas, por outro lado, dificultam o isolamento. Para obtermos então a maior banda possível para o dispositivo, o raio ideal foi considerado como o que mantém um bom equilíbrio entre isolamento e transmissão.

Acreditamos que os circuladores possam ser projetados para frequências mais altas. A região de operação de frequência mais alta exigirá um campo magnético DC maior, conforme visto na seção 3.1. No projeto do circulador, é sempre desejável trabalhar com o campo magnético de polarização  $B_0$  o mais baixo possível. Aqui consideramos o campo magnético  $B_0 = 1,5 T$  como campo ótimo para o estudo da ultra largura de banda dos dispositivos. Um campo alto, mas ainda baixo se comparado a outros trabalhos teóricos.

Para o circulador Y, mostramos que na faixa de  $(2,7 \div 4,15)$  THz, o circulador tem uma boa correspondência, considerando as perdas de inserção melhores que -2 dB. Obtendo uma largura de banda resultante de 42%. A maior largura de banda encontrada na literatura, para circuladores de grafeno, foi de 29 %, para aplicação de campo magnético de 3 T. O circulador Y proposto apresenta uma largura de banda consideravelmente maior que a do trabalho citado com a aplicação de campo magnético DC menor. Para os circuladores de 4 portas, circuladores X e linear, conseguimos uma largura de banda de 44% considerando a transmissão limitada em -3 dB.

# Trabalhos realizados durante o período de doutorado

## Artigo aceito para publicação

DMITRIEV, Victor; MATOS, Samara; CASTRO, Wagner. "Ultrawideband graphene three-port circulator for THz region". Optics Express. vol. 27, no. 11, pp. 15982-15995, (2019)

### Artigo submetido

DMITRIEV, Victor; MATOS, Samara. "Ultrawideband THz graphene four-port circulators". Microwave and Optical Technology Letters. vol. xx, no. xx, pp. 1-14, (2019)

#### Trabalhos em eventos

DMITRIEV, Victor; MATOS, Samara; CASTRO, Wagner. "Ultra-wideband graphene circulators for THz region", META2019, the 10th International Conference on Metamate-rials, Photonic Crystals and Plasmonics, June, (2019) (Aceito)

DMITRIEV, Victor; CASTRO, Wagner; MATOS, Samara; Rabelo, Sergio. "New graphene-based circulators and switches for THz region", META2018, the 9th International Conference on Metamaterials, Photonic Crystals and Plasmonics, on June 24th, (2018)

DMITRIEV, Victor; CASTRO, Wagner; MATOS, Samara; NOBRE, Francisco; OLIVEIRA, Thiago; BARROS, Gabriel; MELO, Geraldo. Nonreciprocal and Control THz Components Based on Planar Graphene Structures. In: Latin America Optics and Photonics Conference, 2018, Lima. Latin America Optics and Photonics Conference. Washington: OSA, 2018.

DMITRIEV, Victor; MATOS, Samara; NASCIMENTO, Clerisson. Graphene 3port circulator based on edge-guide mode propagation. In: 2017 SBMO/IEEE MTTS International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2017, Águas de Lindóia. 2017 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC), 2017.

# Referências

- HELSZAJN, J. The Stripline Circulators: Theory and Practice. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. v. 206. Citado 3 vezes nas páginas 20, 34 e 37.
- [2] LINKHART, D. K. Microwave circulator design. [S.l.]: Artech house, 2014. Citado na página 20.
- [3] MARYNOWSKI, W.; LECH, R.; MAZUR, J. Edge-guided mode performance and applications in nonreciprocal millimeter-wave gyroelectric components. *IEEE Transactions* on Microwave Theory and Techniques, IEEE, v. 65, n. 12, p. 4883–4892, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 37.
- [4] HINES, M. E. Reciprocal and nonreciprocal modes of propagation in ferrite stripline and microstrip devices. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, IEEE, v. 19, n. 5, p. 442–451, 1971. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 37.
- [5] JAWAD, G. N.; SLOAN, R.; MISSOUS, M. On the design of gyroelectric resonators and circulators using a magnetically biased 2-d electron gas (2-deg). *IEEE Transactions* on Microwave Theory and Techniques, IEEE, v. 63, n. 5, p. 1512–1517, 2015. Citado na página 20.
- [6] NG, Z. M.; DAVIS, L. E.; SLOAN, R. Measurements of v-band n-type insb junction circulators. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, IEEE, v. 52, n. 2, p. 482–488, 2004. Citado na página 20.
- [7] ROSTAMI, A.; RASOOLI, H.; BAGHBAN, H. Terahertz technology: fundamentals and applications. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. v. 77. Citado na página 20.
- [8] YU, L. et al. The medical application of terahertz technology in non-invasive detection of cells and tissues: opportunities and challenges. *RSC Advances*, Royal Society of Chemistry, v. 9, n. 17, p. 9354–9363, 2019. Citado na página 20.
- [9] PAWAR, A. Y. et al. Terahertz technology and its applications. Drug invention today, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 157–163, 2013. Citado na página 20.
- [10] MILES, R. et al. Terahertz frequency detection and identification of materials and objects. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007. Citado na página 20.
- [11] FEDERICI, J.; MOELLER, L. Review of terahertz and subterahertz wireless communications. *Journal of Applied Physics*, AIP Publishing, v. 107, n. 11, p. 111101, 2010. Citado na página 20.

- [12] NOVOSELOV, K. S. et al. Electric field effect in atomically thin carbon films. *science*, American Association for the Advancement of Science, v. 306, n. 5696, p. 666–669, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 20, 23 e 25.
- [13] GONÇALVES, P. A. D.; PERES, N. M. An introduction to graphene plasmonics.
   [S.l.]: World Scientific, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 21, 22, 32 e 34.
- [14] COMSOL Multiphysics. Versão 5.0. COMSOL, 2018. Disponível em:
   <a href="https://br.comsol.com/">https://br.comsol.com/</a>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 45.
- [15] JOHN, R. R.; FREDERICK, J. M.; ROBERT, W. C. Fundamentos da teoria eletromagnética. [S.l.]: Ed. Campus, Rio de Janeiro, 1982. Citado na página 22.
- [16] KATSNELSON, M. I. Graphene: carbon in two dimensions. *Materials today*, Elsevier, v. 10, n. 1, p. 20–27, 2007. Citado na página 23.
- [17] NETO, A. C. et al. The electronic properties of graphene. *Reviews of modern physics*, APS, v. 81, n. 1, p. 109, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- [18] KITTEL, C. Introdução à física do estado sólido. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado na página 24.
- [19] WONG, H.-S. P.; AKINWANDE, D. Carbon nanotube and graphene device physics.
   [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. Citado na página 25.
- [20] BUENO, M. J. et al. Propriedades eletrônicas de grafeno com defeitos. Universidade Federal da Paraíba, 2011. Citado na página 25.
- [21] ALIOFKHAZRAEI, М. et al. Graphene Science Handbook: Fabrica-Methods. CRC Press, 2016.ISBN 9781466591288. tionDisponível em: <https://books.google.com.br/books?id=KekbDAAAQBAJ>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- [22] COOPER, D. R. et al. Experimental review of graphene. ISRN Condensed Matter Physics, Hindawi Publishing Corporation, v. 2012, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- [23] YI, M.; SHEN, Z. A review on mechanical exfoliation for the scalable production of graphene. *Journal of Materials Chemistry A*, Royal Society of Chemistry, v. 3, n. 22, p. 11700–11715, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 26.
- [24] LIU, M. et al. One-step chemical exfoliation of graphite to 100% few-layer graphene with high quality and large size at ambient temperature. *Chemical Engineering Journal*, Elsevier, v. 355, p. 181–185, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 26.

- [25] ZHU, B. et al. Graphene plasmons isolator based on non-reciprocal coupling. Optics express, Optical Society of America, v. 23, n. 12, p. 16071–16083, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 27.
- [26] TAMAGNONE, M. et al. Near optimal graphene terahertz non-reciprocal isolator. *Nature communications*, Nature Publishing Group, v. 7, p. 11216, 2016. Citado na página 27.
- [27] SOUNAS, D. et al. Faraday rotation in magnetically biased graphene at microwave frequencies. *Applied Physics Letters*, AIP, v. 102, n. 19, p. 191901, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 28.
- [28] CRASSEE, I. et al. Giant faraday rotation in single-and multilayer graphene. Nature Physics, Nature Publishing Group, v. 7, n. 1, p. 48, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 28.
- [29] LIN, X. et al. Unidirectional surface plasmons in nonreciprocal graphene. New Journal of Physics, IOP Publishing, v. 15, n. 11, p. 113003, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 11, 28, 29 e 31.
- [30] NIKKHAH, V. et al. Three-port graphene-based electromagnetic circulator in the terahertz and infrared frequency ranges with a very low loss and wideband response. *JOSA B*, Optical Society of America, v. 35, n. 8, p. 1754–1763, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 11, 29, 30 e 45.
- [31] DMITRIEV, V.; CASTRO, W. Dynamically controllable terahertz graphene ycirculator. *IEEE Transactions on Magnetics*, IEEE, v. 55, n. 2, p. 1–12, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 11, 29 e 30.
- [32] DOLATABADY, A.; GRANPAYEH, N. Graphene based far-infrared junction circulator. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, IEEE, v. 18, p. 200–207, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 11, 30 e 31.
- [33] FERREIRA, A. et al. Faraday effect in graphene enclosed in an optical cavity and the equation of motion method for the study of magneto-optical transport in solids. *Physical Review B*, APS, v. 84, n. 23, p. 235410, 2011. Citado na página 32.
- [34] HOU, H. et al. Edge plasmons and cut-off behavior of graphene nano-ribbon waveguides. Optics Communications, Elsevier, v. 370, p. 226–230, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 48.
- [35] SHENG, S. et al. Analysis of a tunable band-pass plasmonic filter based on graphene nanodisk resonator. *Optics Communications*, Elsevier, v. 336, p. 189–196, 2015. Citado na página 34.

- [36] WENTWORTH, S. M. Eletromagnetismo aplicado: abordagem antecipada das linhas de transmissão. [S.l.]: Bookman Editora, 2009. Citado na página 39.
- [37] HELSZAJN, J. Nonreciprocal microwave junctions and circulators. [S.I.]: Wiley-Interscience, 1975. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 41.
- [38] DOMINGUES, H.; IEZZI, G. Algebra moderna, volume único, 4a ediçao reformada. Sao Paulo, 2003. Citado na página 40.
- [39] MILLER, W. Symmetry groups and their applications. [S.I.]: Academic Press, 1973.
   v. 50. Citado na página 40.
- [40] BARYBIN, A. Modern electrodynamics and coupled-mode theory: Application to guided-wave optics. [S.l.: s.n.]. Citado 3 vezes nas páginas 41, 42 e 43.
- [41] VAKIL, A.; ENGHETA, N. Transformation optics using graphene. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 332, n. 6035, p. 1291–1294, 2011. Citado na página 45.
- [42] MULTIPHYSICS, C. Introduction to comsol multiphysics. COMSOL Multiphysics, Burlington, MA, accessed Feb, p. 1262, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- [43] DEAN, C. R. et al. Boron nitride substrates for high-quality graphene electronics. *Nature nanotechnology*, Nature Publishing Group, v. 5, n. 10, p. 722, 2010. Citado na página 55.