



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**NIP-TOMOGRRAFIA USANDO MÉTODO CRS E
DADOS SÍSMICOS MARINHOS**

JOÃO BATISTA RODRIGUES AFONSO

BELEM
2013

JOÃO BATISTA RODRIGUES AFONSO

**NIP-TOMOGRÁFIA USANDO MÉTODO CRS E
DADOS SÍSMICOS MARINHOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de Concentração: Métodos Sísmicos

Orientador: Prof. Dr. Lourenildo Williane
Barbosa Leite

BELÉM
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

A257n Afonso, João Batista Rodrigues

NIP-tomografia usando método CRS e dados sísmicos marinhos
João Batista Rodrigues Afonso; Orientador: Prof. Dr. Lourenildo Willieme
Barbosa Leite – 2013

162 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Geofísica) – Universidade Federal do
Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação
em Geofísica, Belém, 2013.

Tomografia sísmica. 2. Empilhamento CRS. 3. Empilhamento NMO
convencional. 4. Modelo de velocidade. 5. Imageamento. 6. Migração. I.
Leite, Lourenildo Willieme Barbosa, *orient.* II.
Universidade Federal Pará. III. Título.

CDD 22º ed.: 551.22

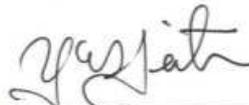
JOÃO BATISTA RODRIGUES AFONSO

**NIP-TOMOGRAFIA USANDO MÉTODO CRS E DADOS SÍSMICOS
MARINHOS**

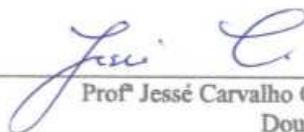
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal do Pará para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Data de Aprovação: ____/____/____

Banca Examinadora:



Prof^o Lourenildo Willliame Barbosa Leite - Orientador
Doutor em Geofísica
Universidade Federal do Pará



Prof^o Jessé Carvalho Costa - Membro
Doutor em Geologia
Universidade Federal do Pará



Prof^o Wilson Mourer Figueiró - Membro
Doutor em Geofísica
Universidade Federal da Bahia

A minha querida avó Raimunda que nos deixou sem nos avisar, mas seu amor e carinho deixou comigo até o fim. A minha mãe Cristina por me ajudar em todos os instantes da minha vida e pela sua criação dada com muito carinho, respeito e superação.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. Lourenildo W. B. Leite pela definição do tema de pesquisa, pela orientação, apoio e paciência durante a realização deste trabalho.

Aos Profs. Drs. Jessé C. Costa, João C. R. Cruz e Wilson M. Figueiró pelas sugestões e críticas para contribuir na melhoria deste trabalho.

À Profa. Dra. Ellen de N. S. Gomes, coordenadora do Programa de Pós graduação em Geofísica pelo apoio necessário para o término deste trabalho.

Ao Programa de Pós graduação em Geofísica pelo apoio e à infra-estrutura oferecidos para a realização deste trabalho.

À PETROBRAS pelo incentivo a pesquisa na área de imageamento de bacias sedimentares, além de fornecer o o dado sísmico utilizado nesse trabalho.

À CAPES pela bolsa de estudos.

A todos os colegas e companheiros que me ajudaram direta ou indiretamente na conclusão desse trabalho importante para a minha vida profissional, e em especial a Wildney W. S. Vieira, Douglas A. B. da Silva, Raimundo N. Colare.

Às secretárias do Programa de Pós-graduação em Geofísica Benildes Lopes e Lucibela Soares.

RESUMO

Este trabalho constou da aplicação das técnicas de processamento, inversão e imageamento em profundidade de dado sintético Marmousoft e do real Jequitinhonha obtido na plataforma continental oriental atlântica brasileira do Estado da Bahia. Foram aplicados os métodos de empilhamento NMO convencional e CRS, e a técnica de inversão NIP-tomográfica aos dados citados. Com o empilhamento NMO foram obtidos os mapas de distribuição de velocidades RMS e intervalar através da análise de velocidade no mapa de coerência semblance. Com os resultados obtidos do empilhamento CRS de ambos os dados foi realizada a marcação dos eventos de reflexão para a obtenção dos parâmetros do campo de onda, através de análise de medida de coerência nos dados sísmicos de multicobertura, que serviram de entrada para a inversão NIP-tomográfica para se obter um modelo suavizado de velocidade. Posteriormente foi obtido uma seção migrada em profundidade pelo método Kirchhoff. Os resultados aqui apresentados foram utilizados para analisar criticamente as técnicas estudadas, comparando o empilhamento CRS com o empilhamento NMO convencional. Além disso, avaliar a evolução da qualidade visual das seções resultantes CRS e NMO através da continuidade dos eventos traço-a-traço e da relação sinal/ruído, analisar diferenças e melhoras no modelo de velocidade obtido pela NIP-tomografia. A migração Kirchhoff em profundidade pré-empilhamento foi aplicada para realizar interpretações geológicas e promover melhores condições de processamento e imageamento.

Palavras-chave: Tomografia sísmica. Empilhamento CRS. Empilhamento NMO convencional. Modelo de velocidade. Imageamento. Migração.

ABSTRACT

This work consisted on the application of techniques for processing, inversion and imaging of the Marmousoft synthetic data, and of the Jequitinhonha real data obtained on the eastern Atlantic continental shelf of the State of Bahia. The conventional NMO and CRS stack methods, and NIP-tomographic inversion were applied to the mentioned data. The NMO stack served to produce RMS and interval velocity distribution maps on the semblance domain. The CRS stack of both data we used for picking of reflection events to obtain the wave field parameters that served to constrain the model as input for the NIP-tomographic inversion. The inversion characterizes as resulting in a smooth velocity model. Kirchhoff depth migration was used for verifying the obtained velocity models. We critically analyzed the applied techniques, and compared the CRS and the NMO stacks. The evolution of the visual quality of the obtained CRS and NMO sections were analyzed as measured by event continuity trace-by-trace and the signal/noise ratio. The differences and improvements on the velocity model obtained by NIP-tomographic were also analyzed. The Kirchhoff prestack depth migration was applied aiming at geological interpretations, and to point out for better conditions of processing and imaging.

Keywords: Seismic tomography. CRS stack. Conventional NMO stack. Velocity model. Imaging. Migration.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 Uma camada horizontal sobre um semi-espço e o tempo de trãnsito de reflexão descrito pela equação 2.2.	27
Figura 2.2 Um conjunto de camadas horizontais sobre um semi-espço, onde estão relacionadas as velocidade intervalares v_n e RMS para cada interface $0, 1, 2, \dots, n - 1$	28
Figura 2.3 Família CMP de coordenada 2600 m do Marmousoft (esquerda) mostrando o mapa semblance (meio), e a respectiva correção NMO (direita), onde se observa os eventos de reflexão horizontalizados com as velocidades semblance.	29
Figura 2.4 Família CMP de coordenada 32800 m da linha L2140270 (esquerda) mostrando o mapa semblance (meio), e a respectiva correção NMO (direita), onde se observa os eventos de reflexão horizontalizados com as velocidades semblance. Observa-se também alguns traços estirados.	30
Figura 2.5 Cubo de dados em multicobertura e a superfície de correção e empilhamento CRS inserida.	31
Figura 2.6 Descrição geométrica das frentes de onda NIP e N no ponto de referência ξ_0 . As duas frentes de onda hipotéticas emergindo na posição ξ_0 da superfície são a onda NIP (ponto em explosão) e a onda N (segmento angular em explosão).	32
Figura 2.7 Fluxograma do processo de obtenção da seção empilhada CRS.	34
Figura 3.1 Definição dos pontos observados e parâmetros do modelo a serem estimados pela inversão NIP-tomográfica 2D. Os pontos observados $(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)^{\text{obs}}$ descrevem a curva do tempo de trãnsito de segunda ordem $\tau = \tau(\xi)$ associado com uma frente de onda emergente NIP, descrita como equação inserida nesta figura. Os correspondentes parâmetros do modelo NIP são a localização espacial do NIP e o ângulo inicial do raio normal. Os parâmetros do modelo de velocidade são os coeficientes da função B-spline na equação (3.9).	36
Figura 4.1 Superfície de decaimento do parâmetro $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ em função de v_{NMO} e de τ_0 calculada para valores de $0 \leq \tau_0 \leq 3,5$ s e $1500 \leq v_{\text{NMO}} \leq 3600$ m/s.	48
Figura 4.2 Ilustração da organização dos CIGs após a migração pré-empilhamento. Cada traço resultante é função do afastamento e da distância.	49

Figura 4.3 Fluxograma do processo de inversão NIP-tomográfica baseado nos atributos CRS. Adaptado de Duveneck (2004).	50
Figura 4.4 Perfil geológico do Norte da bacia de Quenguela, Angola.	51
Figura 4.5 Marmousoft. Seção tiro-comum de localização $x = 5075$ m (a) e seção CMP de localização $x = 3425$ m (b).	53
Figura 4.6 Modelo de velocidade em blocos do Marmousoft com as velocidades que variam entre 1500 a 5500 m/s.	54
Figura 4.7 Seção afastamento-mínimo ($x = 100$ m) do Marmousoft. Se observa estratificação, difrações e falhas geológicas na região central desta seção.	55
Figura 4.8 Marmousoft. Modelo de velocidade no tempo interpolado $v_{\text{RMS}}(x, t)$ obtido pela marcação das v_{RMS} no mapa semblance para os CMP selecionados. Em comparação com o modelo de velocidade em blocos do Marmousoft na Figura 4.6 se observa variações laterais de velocidades e os contornos das interfaces tornam-se semelhantes.	57
Figura 4.9 Marmousoft. Modelo de velocidade em profundidade $v_{\text{INT}}(x, z)$ obtido pela conversão das velocidades $v_{\text{RMS}}(x, t)$ (ver Figura 4.8) para $v_{\text{INT}}(x, z)$, velocidade intervalar.	58
Figura 4.10 Marmousoft. Seção empilhada NMO obtida a partir das $v_{\text{RMS}}(t)$	59
Figura 4.11 Marmousoft. Seção afastamento-nulo CRS-Fresnel otimizada. A qualidade é para ser comparada com a Figura 4.10, e esta se mostra superior.	62
Figura 4.12 Marmousoft. Seção Coerência. Observa-se que as regiões com maior valor de coerência coincidem com os eventos de reflexão da seção Afastamento-nulo da Figura 4.11.	63
Figura 4.13 Marmousoft. Seção ângulo de emergência, α	64
Figura 4.14 Marmousoft. Seção R_{NIP}	65
Figura 4.15 Marmousoft. Seção R_{N}	66
Figura 4.18 Gráfico da função objeto de minimização em função do número de iterações para o processo de inversão. O total de iteração usadas foi de 10, mas efetivamente se tem uma solução com 7 iterações.	68
Figura 4.19 Dados de entrada e controle de qualidade da inversão. (a) Pontos marcados da componente τ_0 usado na inversão. (b) Erro residual em τ_0 para 10 iterações. (c) Valores da componente $p^{(\xi)}$ usados na inversão. (d) Erro residual em $p^{(\xi)}$ para 10 iterações. (e) Valores da componente $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ usados na inversão. (f) Erro residual em $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ para 10 iterações.	69

Figura 4.16 Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS do Marmousoft, antes da edição desses pontos.	70
Figura 4.17 Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS do Marmousoft após a edição desses. Observa-se que valores da velocidade de empilhamento NMO menores de 3000 m/s com tempos acima de 1300 ms foram editados, além dos pontos com valores abaixo de $50 \times 10^{-9} \text{ s/m}^2$ são ruídos.	71
Figura 4.20 Marmousoft. Distribuição de velocidade inicial obtida pelo gradiente de velocidade vertical constante k_z , onde os pontos sobrepostos representam as 2010 marcações realizadas na seção empilhada CRS, que são utilizadas como dado de entrada para a nip-tomografia.	72
Figura 4.21 Marmousoft. Resultado da inversão para 10 iterações, onde os pontos sobrepostos são os 2010 pontos que representam a localização NIP dos refletores $(x, z)^{\text{NIP}}$	73
Figura 4.22 Marmousoft: Modelo de velocidade final com os raios normais correspondendo aos parâmetro do modelo $(x, z, \theta)^{\text{(NIP)}}$ traçados.	74
Figura 4.23 Seção migrada pré-empilhada em profundidade do dado Marmousoft utilizando o modelo de velocidade final na Figura 4.21 obtido pela nip-tomografia. Observa-se o colapso das difrações na parte central e superior. Enquanto que no empilhamento-CRS os eventos são mais contínuos, na migração eles apresentam-se mais sinuosos.	76
Figura 4.24 Família imagem-comum da seção migrada pré-empilhada, visualizada na Figura 4.23. O afastamento em cada família varia de 100 a 2475m.	77
Figura 4.25 Mapa de localização da bacia do Jequitinhonha com ênfase na área de estudo (em amarelo) onde o fundo do mar varia de 150 m a 1500 m de profundidade.	78
Figura 4.26 Seção geológica esquemática da porção de água rasa da bacia sedimentar do Jequitinhonha, onde é ilustrado a fossa tectônica resultante da distensão provocada pela fuga de sal para águas mais profundas a leste.	79
Figura 4.27 Mapa de localização da linha sísmica utilizada (em vermelho).	80
Figura 4.28 Fluxograma do pré-processamento da linha L2140270 da Bacia do Jequitinhonha.	80
Figura 4.29 Linha L2140270. Seção tiro-comum de localização $x = 40600 \text{ m}$ (a) e seção CMP de localização $x = 32800 \text{ m}$ (b).	82

Figura 4.30 Seção afastamento-mínimo da linha L2140270 ($x = 150\text{m}$) usado como referência para o processamento, inversão e imageamento sísmico. Esta foi obtida antes do pré-processamento, onde foi traçada a múltipla de superfície livre (em destaque pela linha contínua em cor preta).	83
Figura 4.31 Linha L2140270. Modelo de velocidade interpolado no tempo $v_{\text{RMS}}(x, t)$ obtido pela marcação das velocidades $v_{\text{RMS}}(t)$ para os CMP selecionados (ver Figura 2.4).	85
Figura 4.32 Linha L2140270. Modelo de velocidade intervalar em profundidade obtido pela conversão das velocidades $v_{\text{RMS}}(x, t)$ para $v_{\text{INT}}(x, z)$ mostrado na Figura 4.31.	86
Figura 4.33 Linha L2140270. Seção empilhada NMO obtida a partir das velocidade $v_{\text{RMS}}(t)$. Observa-se com a seção afastamento mostrada na Figura 4.30.	87
Figura 4.34 Linha L2140270. Seção afastamento-nulo otimizada. Observa-se a boa continuidade nos eventos e as difrações bem nítidas nas regiões mais profundas, principalmente das duas grandes hipéboles de difrações no canto inferior à esquerda no tempo de 4,5 s.	90
Figura 4.35 Linha L2140270. Seção Coerência. Observa-se que a estrutura é semelhante à seção empilhada da Figura 4.34, além das duas grandes hipérboles de difrações no canto inferior à esquerda no tempo de 4,5 s, apresentando altos valores de coerência.	91
Figura 4.36 Linha L2140270. Seção ângulo de emergência, α	92
Figura 4.37 Linha L2140270. Seção R_{NIP}	93
Figura 4.38 Linha L2140270. Seção R_{N}	94
Figura 4.39 Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS da linha L2140270 antes da edição.	96
Figura 4.40 Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS da linha L2140270 após a edição.	97
Figura 4.41 Gráficos da função objeto de minimização em função do número de iterações para o processo da NIP-tomografia para 16 iteração, mas com solução estável em 8 iterações.	98
Figura 4.42 Dados de entrada e dos erros residuais finais da NIP-tomografia para a linha L2140270 após 16 iterações. (a) Pontos marcados τ_0 usados na inversão. (b) Erro residual em τ_0 . (c) Valores da componente $p^{(\xi)}$ usados na inversão. (d) Erro residual em $p^{(\xi)}$. (e) Valores da componente $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ usados na inversão. (f) Erro residual em $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$	99
Figura 4.43 Linha L2140270. Modelo de velocidade inicial com os pontos marcados nos eventos na seção CRS empilhada representada na Figura 4.34.	100

Figura 4.44 Linha L2140270. Modelo de velocidade final obtido para 16 iterações com os 2086 pontos sobrepostos representando a localização NIP dos refletores na forma $(x, z)^{(NIP)}$.	101
Figura 4.45 Linha L2140270. Modelo de velocidade final com o traçamento dos 2086 raios normais traçados para 16 iterações correspondendo aos parâmetro do modelo $(x, z, \theta)^{(NIP)}$.	102
Figura 4.46 Seção migrada pré-empilhamento Kirchhoff em profundidade da Linha L2140270 com abertura lateral de 300 m utilizando o modelo de velocidade mostrado na Figura 4.44 obtido pela NIP-tomografia.	104
Figura 4.47 Família imagem-comum da seção migrada pré-empilhada visualizada na Figura 4.46. O afastamento em cada família varia de 0 a 3025 m.	105
Figura A.1 Ilustração do raio, da partícula, frente de onda em coordenadas Cartesianas globais (x, y, z) . A energia é concentrada e finita na partícula.	115
Figura A.2 Ilustração do raio, da partícula, da frente de onda e das coordenadas ortogonais, sendo as coordenadas globais representadas por (x, y, z) , as coordenadas Cartesianas locais por (x', y', z') e as coordenadas centradas no raio por (q_1, q_2, q_3) .	117
Figura A.3 Ilustração do traçamento dinâmico do raio em coordenadas centradas no raio.	121
Figura A.4 Definição das coordenadas centradas no raio , (q_1, q_2, s) e respectivos vetores unitários $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{t})$. Sistema dextro.	126
Figura A.5 (a) Transformação entre coordenadas centradas no raio (q_1, q_3) e coordenadas cartesianas locais centradas no raio (y_1, y_3) , entre um ponto P_0 localizado no raio e um ponto vizinho P fora do raio. (b) Transformação entre coordenadas cartesianas locais, (y_1, y_3) , centradas no raio e coordenadas cartesianas globais, (x_1, x_3) , entre um ponto P_0 e um ponto vizinho P . Para simplificar, somente a transformação em duas dimensões é mostrada.	133
Figura B.1 Ângulos α (inclinação) e ψ (azimute) dando a direção do raio emergente normal em ξ_0 . Estes ângulos podem ser usados para definir a orientação do sistema de coordenadas locais centradas no raio em relação ao sistema de coordenadas cartesianas globais da medida da superfície.	136
Figura C.1 Ilustração 3-D para a definição do modelo e dos componentes dos dados para a inversão NIP-tomográfica 3-D. As componentes de cada ponto na equação (C.1) descreve a superfície do tempo de trânsito de segunda ordem associado com uma frente de onda emergente NIP. A correspondente localização do NIP e a direção do raio normal inicial na direção da subsuperfície na equação (C.2), são considerados como modelo dos parâmetros e os coeficientes da função B-spline descrevem a sua distribuição suave de velocidade, $\Delta\xi$ é	

definido como $\Delta\xi = \xi - \xi_0$, onde ξ_0 é a localização do raio normal emergente. As coordenadas horizontais $\Delta\xi_x$ e $\Delta\xi_y$ são idênticas as coordenadas relativas a Δx e Δy	140
Figura C.2 A fim de forçar a estrutura de velocidade local para acompanhar a estrutura do refletor, a norma do gradiente de velocidade $\nabla_q v$ no plano refletor em cada NIP local considerado é minimizado.	143
Figura D.1 Uma função B-spline cúbica definida na equação (D.4). (a) A sua função B-spline, (b) primeira derivada espacial, (c) segunda derivada espacial e (d) terceira derivada espacial.	147
Figura E.1 Relação geométrica entre a perturbação do raio em coordenadas cartesianas e e os correspondentes valores em coordenadas centradas no raio. (b) Relação geométrica entre as perturbações dos componentes ângulo de partida e vagarosidade inicial em coordenadas centradas no raio. (c) Componentes ângulo do raio emergente e vagarosidade horizontal em uma superfície de medida.	151
Figura F.1 Diferentes tipos de modelos de velocidade comumente usados no imageamento em profundidade. (a) Modelo de velocidade em blocos. (b) Modelo de velocidade suavizado ou em malha. (c) Modelo de velocidade híbrido.	155
Figura G.1 Os ângulos α_S e α_R são os ângulos de partida e de emergência dos dois ramos dos raios em S e R , respectivamente. O ângulo β é o mergulho do refletor, e α_{M_R} é o ângulo de incidência do ramo do raio SM_R . Os ângulos podem ser definidos se M_R for um ponto de reflexão real em subsuperfície ou não e se faz uso da direção do ângulo médio definido pelos dois ramos dos raios.	157
Figura G.2 Ilustração do arrando sísmico tridimensional onde a parte superior mostra o domínio do tempo e a parte inferior o domínio da profundidade com um único refletor. A superfície de medida é dada pelo plano $z = 0$. A seção sísmica é dada pelo volume de dados de todos os traços sísmicos dentro da abertura da migração (janela de integração) A e $t > 0$, ou seja, por todos os pontos $N(\xi, t)$. O ponto N_R representa um evento real ao longo do traço sísmico. No domínio da profundidade os eixos horizontais são denotados por x e z . A seção migrada é dada pelo volume de dados de todos os pontos $M(\vec{r}, z)$ dentro da abertura do refletor E e $z > 0$. O ponto $M_R(x, y, z)$ ilustra um ponto de reflexão real.	158
Figura G.3 Ilustração 2D do tempo de trânsito τ_R da superfície 3D (superfície do tempo de trânsito da reflexão) para a geometria afastamento-comum, onde diversas superfícies de Huygens para os M pontos estão desenhadas. A migração Kirchhoff na profundidade é realizada pelo empilhamento ao longo de cada superfície de Huygens e apresentando o valor resultante	

no correspondente ponto difrator M na profundidade. A tangência entre a superfície de reflexão e a de difração define o refletor (atentar especialmente à curva de Huygens marcada na figura). Notar que o refletor só pode ser imageado na zona alvo, ou seja, dentro da malha de M pontos. 159

LISTA DE TABELAS

4.1	Parâmetros da aquisição do dado sintético Marmousoft.	52
4.2	Informações de entrada para o empilhamento CRS do dado Marmousoft. . .	61
4.3	Parâmetros da aquisição do dado real L2140270.	81
4.4	Informações de entrada para o empilhamento CRS do dado L2140270.	89

LISTA DE ABREVIATURAS

ABREVIATURA	INGLÊS - PORTUGUÊS
CMP	Common Midpoint - Ponto Médio Comum
CRS	Common Refletion Surface - Superfície de Reflexão Comum
DMO	Dip Moveout - Correção de sobretempo normal para refletor inclinado
LSQR	Nome da subrotina sobre a solução dos quadrados-mínimos linearizado
N	Normal wavefront - Frente de Onda Normal
NIP	Normal Incidence Point - Ponto de Incidência Normal
NMO	Moveout - Correção de Sobretempo Normal
RMS	Root Mean-Square - Velocidade Média-Quadrática
SVD	Singular Value Decomposition - Decomposição em Valores Singulares
ZO	Zero-Offset - Afastamento-Nulo
CIG	Common-Image Gather - Família de Imagem-Comum

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	DESCRIÇÃO
α	Ângulo emergente dos raios N e NIP
$\nabla_q v$	Gradiente de velocidade segundo as coordenadas q
δ_{ij}	Símbolo de Kroneker
ε	Parâmetro de regularização da solução do problema inverso
$\zeta_i, i = 1, 2, 3$	Coordenadas curvilíneas curvilíneas
λ, μ	Parâmetros de Lamé
ξ	Coordenada horizontal referente ao levantamento
ξ_0	Posição de referência da emergência das ondas N e NIP
ξ_m	Ponto-médio da distância fonte-receptor
$\underline{\mathbf{II}}^{(\zeta)}$	Matriz propagadora do raio na posição ζ
σ	Parâmetro ao longo do raio
τ_0	Tempo de trânsito referente à posição do raio normal
$\underline{\mathbf{C}}_D$	Matriz covariância
c_{ijkl}	Tensor elástico
\mathbf{d}	Vetor dos dados
$\hat{\mathbf{e}}^{(\text{NIP})}$	Vetor unitário em relação ao NIP
$\hat{\mathbf{F}}$	Matriz contendo as derivadas de Fréchet
h	Meio-afastamento da distância fonte-receptor
\tilde{H}	Função Hamiltoniano
K_N	Curvatura da frente de onda N
K_{NIP}	Curvatura da frente de onda NIP
$M_N^{(\xi)}$	Segunda derivada do tempo de trânsito referente a frente de onda N em relação à posição ξ
$M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$	Segunda derivada do tempo de trânsito referente a frente de onda NIP em relação à posição ξ
$p^{(\xi)}$	Primeira derivada do tempo de trânsito em relação à posição ξ
\mathbf{m}	Vetor dos parâmetros do modelo
$S(\mathbf{m})$	Função objeto de minimização

R_N	Raio de curvatura da frente da onda N
R_{NIP}	Raio de curvatura da frente da onda NIP
\underline{S}	Matriz do sistema do traçamento do raio paraxial
t	Tempo de trânsito
t_0	Tempo de afastamento-nulo
v_{NMO}	Velocidade NMO
v_{RMS}	Velocidade média-quadrática
v_0	Velocidade próxima à superfície
v_i	Velocidade na i -ésima camada
$x_i, i = 1, 2, 3$	Coordenadas cartesianas globais
v_p	Velocidade das ondas P
v_s	Velocidade das ondas S
v_{RMS}	Velocidade Média-Quadrática
v_{INT}	Velocidade Intervalar

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	O MÉTODO DE EMPILHAMENTO CRS	26
2.1	Geometria de aquisição	26
2.2	Empilhamento NMO convencional	26
2.3	O operador CRS	30
3	MODELO INVERSO	35
3.1	ESTRUTURA DOS DADOS ENTRADA E PARÂMETROS A RESOLVER	35
3.2	O PROBLEMA, A SOLUÇÃO E A REGULARIZAÇÃO	38
3.2.1	Modelo de velocidade	38
3.2.2	A função objeto de minimização	38
3.2.3	A regularização	39
3.2.4	Método de minimização	40
3.2.5	Informações a priori	41
3.3	MATRIZ TOMOGRAFIA	42
3.4	FLUXOGRAMA DA INVERSÃO	44
4	RESULTADOS DA INVERSÃO	47
4.1	Dado sintético: Marmousoft	51
4.1.1	Geologia e aquisição	51
4.1.2	Empilhamento NMO	56
4.1.3	Empilhamento CRS	60
4.1.4	Inversão NIP-tomográfica	67

4.1.5	Migração pré-empilhamento em profundidade	75
4.2	Dado real: Bacia do Jequitinhonha	78
4.2.1	Geologia, localização e aquisição	78
4.2.2	Empilhamento NMO	84
4.2.3	Empilhamento CRS	88
4.2.4	Inversão NIP-tomográfica	95
4.2.5	Migração pré-empilhamento em profundidade	103
5	CONCLUSÕES	106
	REFERÊNCIAS	108
	APÊNDICE A – TOPICOS DA TEORIA DO RAI0	111
A.1	Solução da equação iconal	113
A.1.1	Coordenadas Cartesianas	113
A.1.2	Coordenadas Curvilíneas Ortogonais	116
A.2	Traçamento do raio paraxial	118
A.2.1	Matriz Propagadora do Raio	119
A.2.2	Traçamento Dinâmico do Raio	120
A.3	Teoria da perturbação do raio	122
A.4	Coordendas centradas no raio	125
A.4.1	Coordenadas Centradas no Raio para o Caso 2D	128
A.5	Coordenadas cartesianas	130
A.6	Transformação de coordenadas centradas no raio para coordenadas cartesianas	132
	APÊNDICE B – CRS 3D	135
	APÊNDICE C – MODELO INVERSO	138
C.1	Formulação da tomografia usando os atributos CRS	138
C.1.1	Composição dos dados	138

C.1.2	Composição do modelo direto	139
C.2	Vínculos adicionais	142
C.2.1	Informações à priori para a velocidade	142
C.2.2	Estrutura do refletor	142
C.2.3	Modelo espacialmente suave de velocidade	144
	APÊNDICE D - FUNÇÕES B-SPLINES	146
D.1	Definição e propriedades	146
D.2	Modelo de velocidade descrito por b-splines	148
	APÊNDICE E - DERIVADAS DE FRÉCHET	149
	APÊNDICE F - MODELO DE CAMADAS VERSUS BLOCOS	154
	APÊNDICE G - MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM PROFUNDIDADE	156
	APÊNDICE H - HARDWARE E SOFTWARE USADOS	162

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho teve por objetivo determinar a distribuição de velocidade sísmica em profundidade de um dado real marinho, utilizando o método denominado de NIP-tomografia baseada no empilhamento CRS (Superfície de Reflexão Comum), como descrita por Duveneck (2002).

A NIP-tomografia é um método de inversão que utiliza como modelo direto a teoria do raio, através de seu traçamento dinâmico para eventos marcados na seção afastamento-nulo. Os atributos da frente de onda correspondentes aos pontos marcados são usados para definir o modelo inicial da inversão.

A NIP-tomografia é classificada como não-linear, estrutura exato-determinada, e usa o método do gradiente conjugado baseado no algoritmo de Paige e Saunders (1982a) e Paige e Saunders (1982b). O processo de iterações inicia com um modelo definido em uma malha regular para o cálculo de tempo, derivadas espaciais em relação ao tempo de trânsito, ângulo de emergência e espalhamento geométrico. Amplitudes não são levadas em consideração. A função objetiva obedece o critério da norma-2 e é formada de três partes principais: (1) medida do erro entre os dados observado e o calculado; (2) a medida do comprimento da solução; e (3) a medida de rugosidade da solução. As partes (2) e (3) entram na forma de regularização.

É inerente ao problema de inversão não-linear considerar que a solução final obedeça critérios de parada, e que o resultado seja visto como uma solução local dentro do volume da função objeto (MENKE, 1984).

Os dados sísmicos reais são de um conjunto de linhas sísmicas marinhas da costa Atlântica do Leste Brasileiro coletados sobre uma bacia sedimentar, e voltado à prospecção de petróleo e gás. Consequentemente, os dados têm vínculos estabelecidos pela camada d'água em relação à velocidade, o registro é de ondas compressoriais, e a velocidade do pacote sedimentar varia suavemente com a profundidade.

Um dos problemas cruciais na tomografia é o de marcação da implantação de eventos, o que pode ser feito por processos automáticos seguido de edição, ou simplesmente por processo manual com interpretação subjetiva. O ideal é que haja uma forma mais acessível para se fazer a marcação, dividindo a tela de observação de forma conveniente, onde a precisão da

marcação seja aumentada, e que os pontos marcados possam ser vistos durante os processo de marcação e edição.

O método NIP-tomográfico tem o objetivo de obter um modelo de velocidade suavizado para posterior migração em profundidade do dado sísmico empilhado. Com isso, fazer interpretação de eventos que correspondam a refletores, no sentido de se entender a estrutura geológica e explorar possíveis reservatórios de petróleo e gás, além de se considerar a importância da modelagem matemática sempre presente em toda a teoria da inversão.

Para a aplicação da NIP-tomografia em uma seção sísmica pós-empilhada, foram seguidas as seguintes etapas (ver capítulo 4, Figura 4.3):

1. Pré-processamento do dado sísmico, onde se fez a edição de traços, acerto na geometria de aquisição, aplicação de filtros para a atenuação de ruídos, atenuação de múltiplas e seleção do dado sísmico em famílias CDP. Esta etapa é para o dado real utilizado neste trabalho, no caso a linha L2140270 da bacia do Jequitinhonha (capítulo 4, seção 4.2).
2. A utilização do empilhamento CRS para se obter as seções de onde são extraídos os atributos CRS (ângulo de emergência α , R_{NIP} e a seção coerência) pela marcação dos eventos na seção empilhada CRS.
3. Os atributos CRS serão os dados de entrada para a NIP-tomografia, além das dimensões das malha do modelo de velocidade, cujo resultado é o modelo de velocidade suavizado definido pela função B-Spline (apêndice D).
4. O modelo de velocidade agora será utilizado para a migração em profundidade para então ser interpretado e utilizado na exploração de petróleo e gás.

O tema desta dissertação faz parte dos seguintes projetos:

- Rede Risco Exploratório (FINEP) que reúne universidades do norte e nordeste do Brasil (UFPA, UFBA, UFRN, UFPE e a UFAL) para o desenvolvimento de tecnologia voltada à exploração de hidrocarbonetos (petróleo e gás);
- Rede intitulada *Imageamento Sísmico Sob a Quebra da Plataforma Continental* cujo objetivo é o *Desenvolvimento de Métodos de Análise de Velocidades*;
- Formação de Recursos Humanos da ANP sob o título *Geofísica Aplicada a Exploração e Desenvolvimento de Reservatório de Petróleo e Gás*, PRH-06;

- *Imageamento Sísmico 2D e 3D Incorporando o Método CRS e Análise de Velocidade* da rede temática de Geofísica Aplicada da Petrobras;
- Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia, Edital N. 15/2008- MCT/CNPq/CAPES /FAPEMIG/FAPERJ/FADESP, Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia - Geofísica do Petróleo.

2 O MÉTODO DE EMPILHAMENTO CRS

O método CRS (do inglês *Common Reflection Surface*, ou Superfície de Reflexão Comum) visa simular uma seção sísmica em afastamento-nulo em 2D, e determinar simultaneamente os atributos cinemáticos da frente de onda¹, que relaciona às propriedades físicas e geométricas do campo de onda que se propaga na subsuperfície. O método CRS é baseado na teoria paraxial do raio, conseqüentemente pressupõe um meio suave, formado por camadas homogêneas e isotrópicas.

O operador CRS é definido pela equação do tempo de trânsito com aproximação de segunda ordem, e pode ser considerado como uma generalização do operador de empilhamento convencional NMO (baseado em famílias CMP).

2.1 Geometria de aquisição

A relação formal entre as coordenadas ponto-medio, ξ_m , e meio-afastamento, h , considerando uma superfície de medida plana, onde a fonte está localizada na posição ξ_s e o receptor em ξ_g , é dado por:

$$h = \frac{\xi_g - \xi_s}{2} \quad \text{e} \quad \xi_m = \frac{\xi_g + \xi_s}{2}. \quad (2.1)$$

O método de empilhamento convencional NMO é baseado em famílias CMP e consiste em usar dados redundantes em multicobertura, considerando os traços sísmicos associados a um ponto-médio-comum variando com o afastamento (ver Figuras 2.3 e 2.4). Os traços de uma família CMP são empilhados coerentemente na direção do afastamento ao longo das curvas apropriadas, resultando em um único traço representativo da família.

2.2 Empilhamento NMO convencional

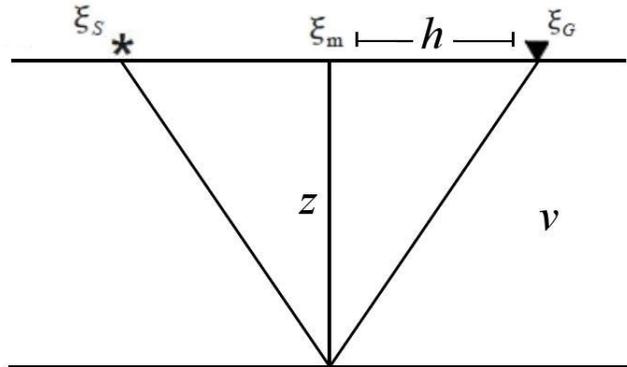
Para um modelo formado por uma camada horizontal sobre um semi-espço, o tempo de trânsito $t(h)$ é descrito pela equação:

$$t(h) = \sqrt{t_0^2 + \frac{4h^2}{v^2}}; \quad (2.2)$$

¹Para este trabalho será utilizado como o mesmo significado a expressão *Atributos CRS*

onde v é a velocidade da camada, e t_0 é o tempo de trânsito medido na posição afastamento-nulo (ver Figura 2.1).

Figura 2.1: Uma camada horizontal sobre um semi-espaco e o tempo de trânsito de reflexão descrito pela equação 2.2.



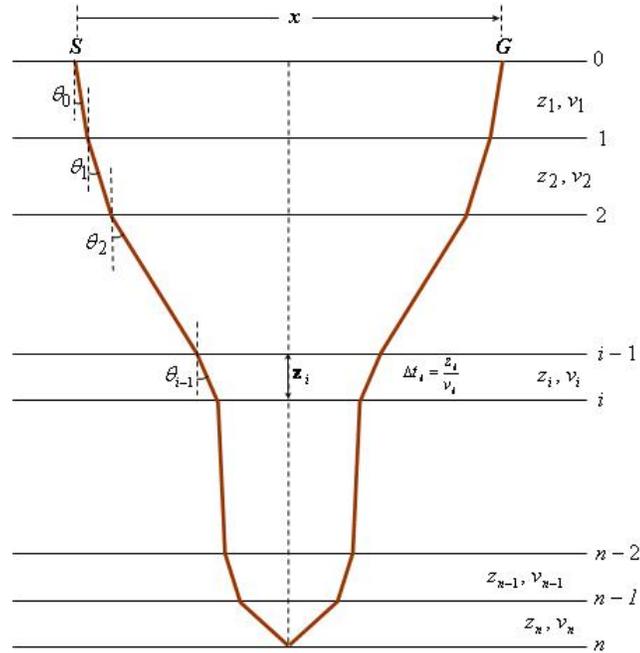
Fonte: O autor.

Para um modelo da subsuperfície consistindo de camadas plano-horizontais, homogêneas, isotrópicas e com velocidade constante em cada camada (ver Figura 2.2), o tempo de trânsito tem a forma da equação (2.2) com a velocidade v é substituída pela velocidade média-quadrática, v_{RMS} , dada por (HUBRAL; KREY, 1980):

$$\begin{aligned}
 t(h) &= \sqrt{t_0^2 + \frac{4h^2}{v_{\text{RMS}}^2}}; \\
 v_{\text{RMS}}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^N \Delta t_i};
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

onde Δt_i é o tempo-duplo de trânsito vertical na i -ésima camada e v_i é a velocidade intervalar em Δt_i (ver Figura 2.2).

Figura 2.2: Um conjunto de camadas horizontais sobre um semi-espaco, onde estão relacionadas as velocidades intervalares v_n e RMS para cada interface $0, 1, 2, \dots, n - 1$.



Fonte: Hubral e Krey (1980).

A equação (2.2) usa uma faixa de valores de v_{NMO} para a análise de velocidade (ver Figuras 2.3) definida no domínio do semblance, que é uma medida de coerência definida no intervalo $[0,1]$ calculada para as famílias CMP, dada pela equação:

$$S(v; t_0, x_0) = \frac{\sum_{t=t_0-\frac{\delta t}{2}}^{t=t_0+\frac{\delta t}{2}} \left[\frac{1}{N_h} \sum_{h=h_0}^{\delta h} A(t, h, v; t_0, x_0) \right]^2}{\sum_{t=t_0-\frac{\delta t}{2}}^{t=t_0+\frac{\delta t}{2}} \frac{1}{N_h} \sum_{h=h_0}^{\delta h} A(t, h, v; t_0, x_0)^2} \quad (2.4)$$

onde, $A(t, h, v; t_0, x_0)$ é a amplitude processada do traço na janela temporal de largura δt controlada em $t(h) = \sqrt{t_0^2 + \frac{4h^2}{v^2}}$, N_h o número de traços considerados no cálculo sobre uma janela de afastamento h . O somatório é feito ao longo do afastamento-tempo com a trajetória hiperbólica (HUBRAL; KREY, 1980).

Com as velocidades v_{NMO} definidas no domínio do semblance, se faz a correção NMO para as famílias CMP (ver Figuras 2.3 e 2.4), cuja finalidade é mostrar os seus refletores em reflexão normal, sendo que seus traços mudam de escala, que varia com o afastamento,

provocando estiramento. A correção NMO é expressa por:

$$\Delta t_{\text{NMO}}(h; t_0, v_{\text{NMO}}) = t_0 \left\{ \left[1 + \left(\frac{2h}{v_{\text{NMO}}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\}; \quad (2.5)$$

para as amostras na família CMP.

Figura 2.3: Família CMP de coordenada 2600 m do Marmousoft (esquerda) mostrando o mapa semblance (meio), e a respectiva correção NMO (direita), onde se observa os eventos de reflexão horizontalizados com as velocidades semblance.

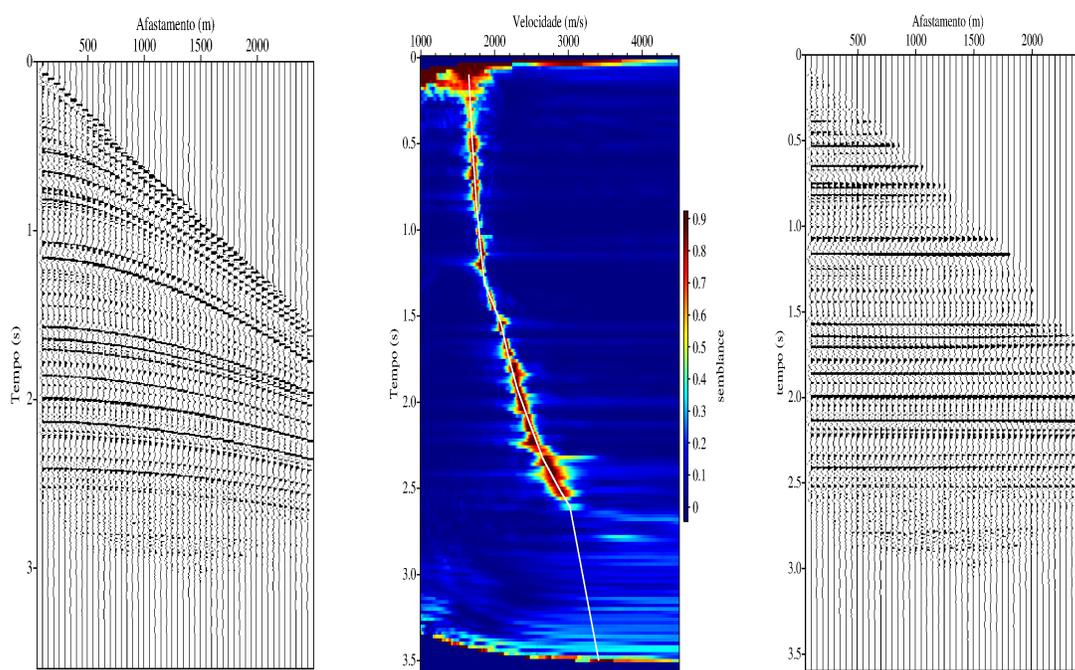
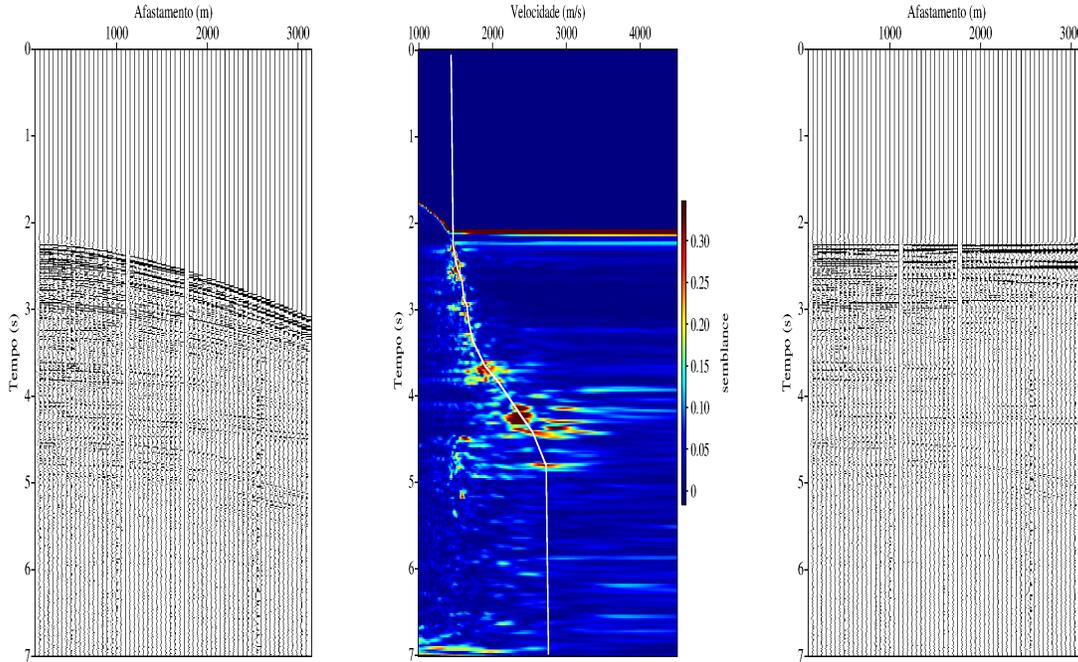


Figura 2.4: Família CMP de coordenada 32800 m da linha L2140270 (esquerda) mostrando o mapa semblance (meio), e a respectiva correção NMO (direita), onde se observa os eventos de reflexão horizontalizados com as velocidades semblance. Observa-se também alguns traços estirados.



2.3 O operador CRS

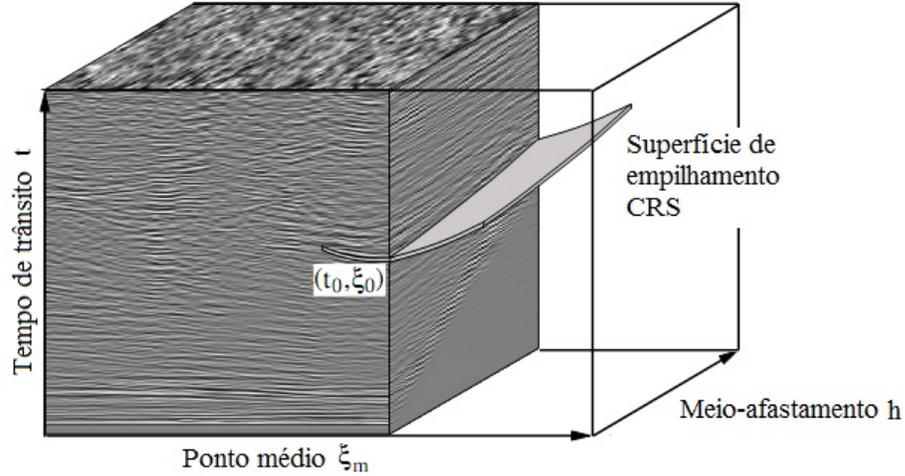
O operador CRS é representado pelo tempo de trânsito hiperbólico, como função das coordenadas h e ξ_m , dado por²:

$$t^2(\xi_m, h) = \left[t_0 + 2 \frac{\text{sen } \alpha}{v_0} (\xi_m - \xi_0) \right]^2 + 2t_0 \frac{\text{cos}^2 \alpha}{v_0} \left[\frac{(\xi_m - \xi_0)^2}{R_N} + \frac{h^2}{R_{\text{NIP}}} \right], \quad (2.6)$$

onde os dados em multicobertura estão relacionados à vizinhança $P_0(t_0, \xi_0)$ e o operador CRS tem a forma de uma superfície, em vez de trajetórias simples para simular as seções afastamento-nulo (ver Figura 2.5).

²Nota: x_m e ξ_m têm a mesma direção.

Figura 2.5: Cubo de dados em multicobertura e a superfície de correção e empilhamento CRS inserida.



Fonte: Duvneck (2004).

A equação (2.6) pode ser escrita na forma:

$$t^2(\xi_m, h) = (t_0 + 2p^{(\xi)} \Delta\xi)^2 + 2t_0(M_N^{(\xi)} \Delta\xi^2 + M_{\text{NIP}}^{(\xi)} h^2) \quad (2.7)$$

onde:

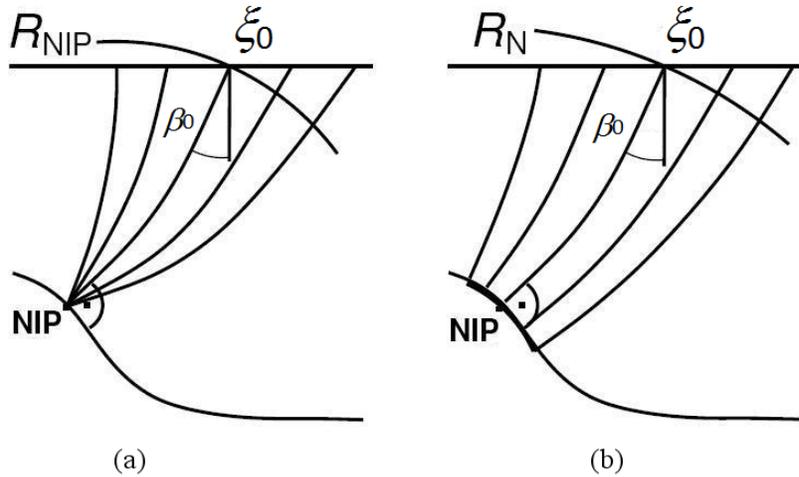
$$\begin{aligned} \Delta\xi &= \xi_m - \xi_0; \\ p^{(\xi)} &= \frac{\text{sen } \alpha}{v_0}; \\ M_N^{(\xi)} &= \frac{\cos^2 \alpha}{v_0} K_N; \\ M_{\text{NIP}}^{(\xi)} &= \frac{\cos^2 \alpha}{v_0} K_{\text{NIP}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Se a velocidade v_0 na vizinhança de ξ_0 é conhecida e localmente constante, e se a estrutura da subsuperfície for invariante na direção perpendicular à linha sísmica, então os parâmetros no domínio do tempo $p^{(\xi)}$, $M_N^{(\xi)}$ e $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ na equação (2.8) podem ser relacionadas a quantidades que descrevem as frentes de ondas emergentes, N e NIP, no plano vertical ao longo da linha sísmica. Assim, as quantidades $p^{(\xi)}$ e $M_N^{(\xi)}$, na equação (2.6), são a primeira e a segunda derivadas espaciais horizontais do tempo de trânsito t_0 ao longo do raio central em ξ_0 , respectivamente (ver a Figura 2.6).

A quantidade $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$, na equação (2.6), é a segunda derivada espacial do tempo de trânsito

relacionada a uma frente de onda emergindo em ξ_0 , devido a uma fonte pontual localizado no NIP de um refletor (ver a Figura 2.6).

Figura 2.6: Descrição geométrica das frentes de onda NIP e N no ponto de referência ξ_0 . As duas frentes de onda hipotéticas emergindo na posição ξ_0 da superfície são a onda NIP (ponto em explosão) e a onda N (segmento angular em explosão).



Fonte: Adaptado de Klüver e Mann (2005).

Uma das vantagens do operador CRS é que o número de traços que contribuem para o empilhamento em cada ponto de referência é aumentado consideravelmente, o que resulta na melhoria da razão sinal/ruído, comparado com o método de empilhamento convencional NMO.

Os atributos CRS $p^{(\xi)}$, $M_N^{(\xi)}$ e $M_{NIP}^{(\xi)}$ determinados durante o empilhamento CRS contêm informações da cinemática do campo de onda gravado. Estas informações podem ser interpretadas fisicamente em termos das propriedades das duas frentes de onda hipotéticas emergindo na superfície de medida. Os atributos CRS podem ser usados em diferentes aplicações, incluindo o cálculo do espalhamento geométrico ao longo do raio afastamento-nulo (HUBRAL, 1983), e na determinação aproximada da Zonas de Fresnel Projetada na superfície de medida (MANN, 2002). Em particular, estas medidas contêm informações sobre a distribuição de velocidades sísmicas na subsuperfície, e elas são usadas no método de inversão nip-tomográfica.

Para a determinação do trio de atributos CRS, a estratégia é restringir a equação (2.6) para condições especiais (BILOTI, 2001).

1. Para estimar o atributo q , utiliza-se a condição $\xi_m = \xi_0$ na equação (2.6), considerando-

se que os pares fonte-receptor estejam dispostos simetricamente de um ponto-médio fixo.

$$t^2(h; R_{\text{NIP}}, \alpha) = t_0^2 + \frac{2t_0 \cos^2 \alpha}{v_0 R_{\text{NIP}}} h^2 = t_0^2 + \frac{2t_0}{v_0} q h^2, \quad (2.9)$$

onde o parâmetro q é dado por:

$$q = \frac{\cos^2 \alpha}{R_{\text{NIP}}}. \quad (2.10)$$

A equação (2.9) é o operador de empilhamento para determinar o parâmetro q através da medida semblance de forma automática produzindo as seções CRS-CMP.

2. Para estimar os atributos α e R_{NIP} , despreza-se a parcela de segunda ordem da equação (2.6), considerando pequenos valores de deslocamento do ponto-medio ξ_m e grandes valores de R_{N} , obtendo-se:

$$t(\xi_m; h = 0, \alpha) = t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{v_0} \Delta \xi; \quad (2.11)$$

Desta forma, realiza-se uma busca uni-paramétrica para α em uma pequena abertura ao redor de ξ_0 . Com α e o parâmetro combinado q determinados, calcula-se o R_{NIP} por (2.10).

3. Para estimar o atributo R_{N} , os atributos α e R_{NIP} estão estimados e considera-se na equação (2.6) a condição $h = 0$, ou seja, fazendo com que a fonte coincida com o receptor. Portanto, temos:

$$t^2(\xi_m; h = 0, \alpha) = \left(t_0 + \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{v_0} \Delta \xi \right)^2 + \frac{2t \cos^2 \alpha}{v_0 R_{\text{N}}} \Delta \xi^2. \quad (2.12)$$

No empilhamento CRS, o operador é otimizado para cada amostra (t_0, ξ_0) . Em consequência, o conjunto de atributos são calculados e para cada amostra relacionado ao afastamento-nulo.

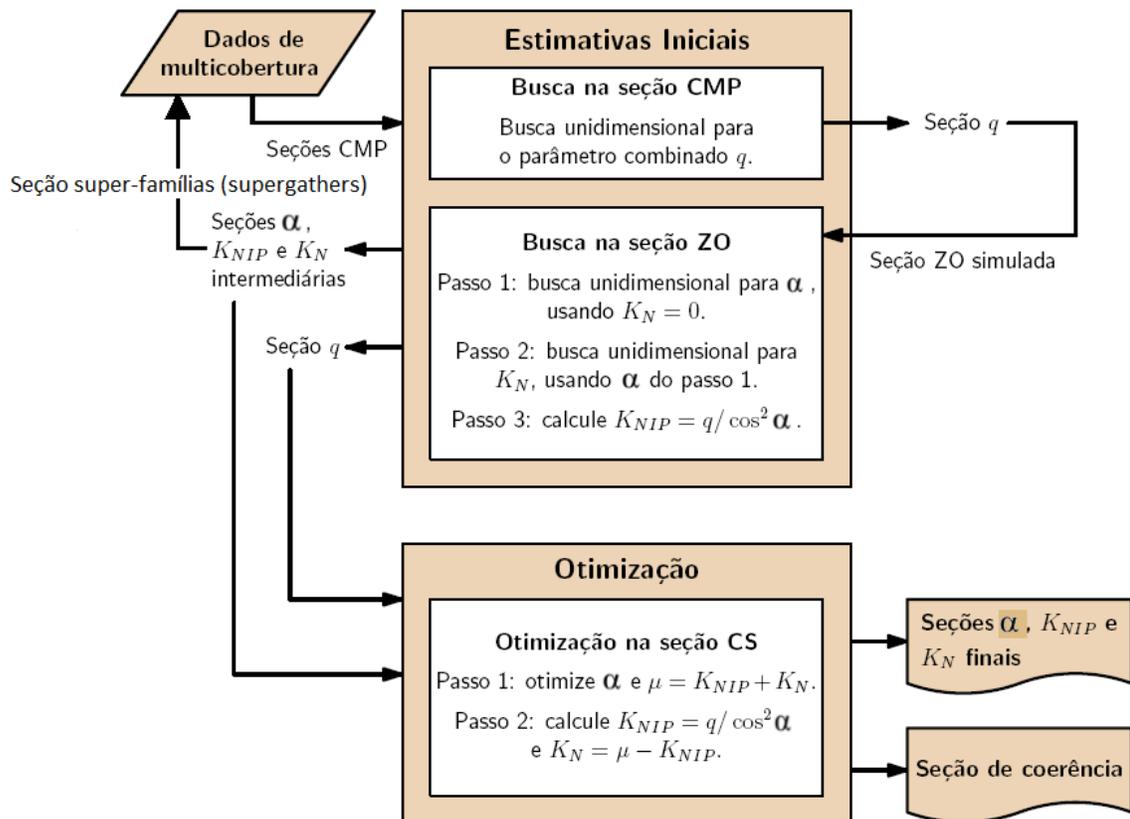
Os produtos do empilhamento CRS (2D, superfície de medida plana) consiste das seguintes seções: empilhamento ao afastamento-nulo, coerência, ângulo α , R_{NIP} e R_{N} . Estratégias de busca foram apresentadas por Mann et al. (1999).

1. A primeira etapa consta do empilhamento CMP-automático restringindo a equação (2.6) para $\Delta \xi = 0$, a partir do parâmetro q , que é expressa através de R_{NIP} e α (equação 2.10).
2. A segunda etapa consta do empilhamento resultante da busca do parâmetro α .

3. A terceira etapa consta da busca do parâmetro R_N sob a condição do operador (2.6) ser restrita a $h = 0$.
4. A quarta etapa, os valores obtidos (α, R_N, R_{NIP}) são usados como valores para um empilhamento inicial.
5. A quinta etapa consta dos parâmetros iniciais que são usados para a otimização global/local dos valores dos atributos. Os pré-requisitos necessários para a aplicação desta estratégia é que cada parâmetro pode ser determinado na forma estável no respectivo subconjunto de dados multicobertura.
6. A sexta etapa consta de resolver mergulhos conflitantes, isto é, mais de um valor para α (ou $p^{(\xi)}$) é permitido em cada amostra em afastamento-nulo.

A Figura (2.7) mostra as etapas do processo de obtenção da seção CMP pelo operador CRS, onde está indicada a presença de super-famílias.

Figura 2.7: Fluxograma do processo de obtenção da seção empilhada CRS.



Fonte: Adaptado de Biloti (2001).

3 MODELO INVERSO

Neste capítulo é descrita a estrutura matemática da modelagem e a inversão NIP-tomográfica, a solução do problema inverso, as componentes do modelo dos dados, dos parâmetros e da matriz de sensibilidade dos dados em relação aos parâmetros formados pelas derivadas de Fréchet. Esta implementação será aplicada para o caso 2D, onde aqui é o alvo principal para usá-la com dados sintéticos e com dados reais (DUVENECK, 2004).

3.1 ESTRUTURA DOS DADOS ENTRADA E PARÂMETROS A RESOLVER

Os dados de entrada para ajuste, caso 2D, com um número de informações n_{dados} , são representadas por:

$$(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)_i^{\text{obs}} \quad (i = 1, 2, \dots, n_{\text{dados}}), \quad (3.1)$$

considerando $\tau_0 = \frac{t_0}{2}$ como o tempo de trânsito do raio normal e ξ_0 a localização emergente do raio normal, escolhidos por marcação na seção empilhamento CRS-otimizada.

Se deseja encontrar um modelo definido pelos parâmetros:

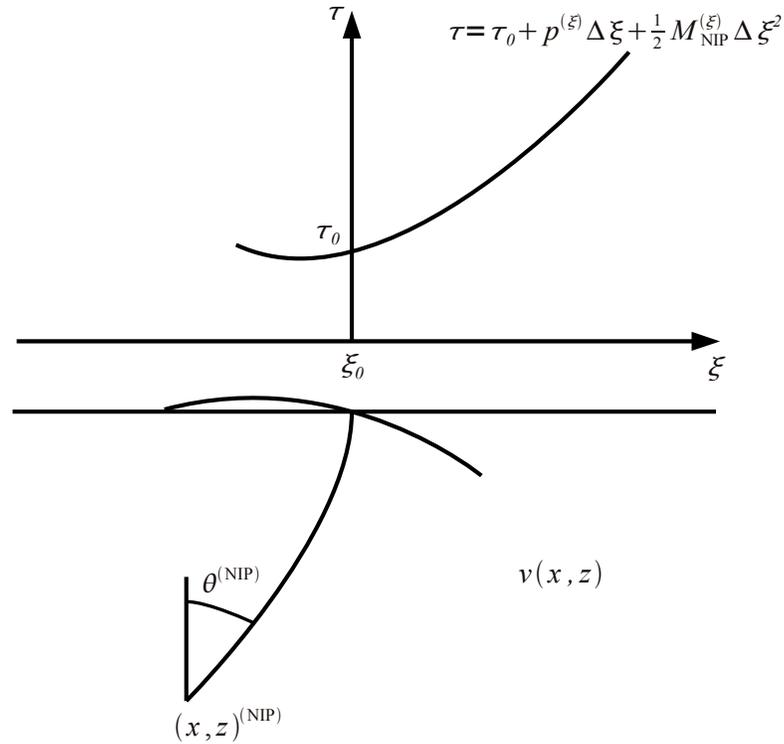
$$\begin{aligned} (x, z, \theta)_i^{(\text{NIP})} & , \quad (i = 1, 2, \dots, n_{\text{dados}}), \\ v_{jk} & , \quad (j = 1, 2, \dots, n_x, \quad k = 1, 2, \dots, n_z); \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde x, z são as coordenadas espaciais dos pontos de malha em 2D para os valores de velocidades v_{jk} e θ é o ângulo que define a inclinação local do NIP, tal que o erro entre os pontos observados na equação (3.1) e o correspondente modelo inverso,

$$(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)_i^{\text{mod}} \quad (i = 1, 2, \dots, n_{\text{dados}}); \quad (3.3)$$

associado ao modelo de parâmetros NIP em (3.3), seja minimizado no sentido dos mínimos-quadrados (ver figura 3.1).

Figura 3.1: Definição dos pontos observados e parâmetros do modelo a serem estimados pela inversão NIP-tomográfica 2D. Os pontos observados $(\tau_0, M_{\text{NIP}}^{(\xi)}, p^{(\xi)}, \xi_0)^{\text{obs}}$ descrevem a curva do tempo de trânsito de segunda ordem $\tau = \tau(\xi)$ associado com uma frente de onda emergente NIP, descrita como equação inserida nesta figura. Os correspondentes parâmetros do modelo NIP são a localização espacial do NIP e o ângulo inicial do raio normal. Os parâmetros do modelo de velocidade são os coeficientes da função B-spline na equação (3.9).



Fonte: Duvneck (2004)

A modelagem direta dos parâmetros (3.1) é realizada durante o processo de inversão pelo traçamento dinâmico e cinemático do raio em 2D (DUVENECK, 2002). Usando o sistema de traçamento cinemático do raio em 2D e coordenadas centrada no raio, a posição do ponto de emergência ξ_0 do raio normal e a componente horizontal da vagarosidade $p^{(\xi)}$ do raio normal em ξ_0 são relacionadas pelas equações paramétricas do raio dadas por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \xi_i}{\partial s} &= \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(x)}} = v p_i^{(\xi)}, \quad (i = 1, 2); \\ \frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial s} &= \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \xi_i} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial \xi_i}, \quad (i = 1, 2),\end{aligned}\tag{3.4}$$

onde \tilde{H} é a função Hamiltoniana (ver apêndice A, A.1.1), s é o comprimento de arco do raio, $\frac{\partial \xi_i}{\partial s}$ é o vetor unitário tangente ao raio, e $\frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial s}$ permite avaliar o vetor componente horizontal \mathbf{p} ao longo de um raio contínuo em um meio de variação suave.

O ângulo α de emergência do raio normal é obtido do traçamento cinemático do raio usando as equações (3.4) e considerando $p^{(\xi)} = \frac{\sin \alpha}{v(\xi_0)}$.

O tempo de trânsito é calculado pela integral da equação

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} = \sum_{i=1}^2 p_i^{(\xi)} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(\xi)}} = \frac{1}{v},\tag{3.5}$$

ao longo do raio, ou seja:

$$\tau(x, z) = \int_{x_0}^{(x,z)} \frac{ds}{v(x, z)}.\tag{3.6}$$

O cálculo de $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é feito através do traçamento dinâmico do raio, usando coordenadas centradas no raio. Para o caso 2D, a segunda derivada espacial do tempo de trânsito da onda NIP no raio central é calculado por:

$$M_{\text{NIP}} = \frac{P_2}{Q_2}\tag{3.7}$$

onde P_2 e Q_2 são soluções do sistema de traçamento dinâmico do raio correspondente a uma fonte pontual (ver apêndice A, seção A.2.2).

Em coordenadas cartesianas, a equação (3.7) torna-se

$$M_{\text{NIP}}^{(\xi)} = (\cos^2 \alpha) M_{\text{NIP}} = (\cos^2 \alpha) \frac{P_2}{Q_2}\tag{3.8}$$

onde $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é dado pela equação $M_{\text{NIP}}^{(\xi)} = \frac{\cos^2 \alpha}{v_0} K_{\text{NIP}}$.

Para a solução numérica dos dois sistemas de traçamento de raio (ver equação 3.4), utiliza-se o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (PRESS et al., 2007).

3.2 O PROBLEMA, A SOLUÇÃO E A REGULARIZAÇÃO

3.2.1 Modelo de velocidade

No modelo 2,5D, a estrutura da subsuperfície e a distribuição de velocidade não variam lateralmente em uma direção do espaço, sendo suficiente para o imageamento sísmico que a linha sísmica seja orientada perpendicularmente à direção das estruturas geológicas; isto é, na direção do mergulho. A informação da parte cinemática do modelo de velocidade pode ser extraída de um dado sísmico empilhado CRS-2D de acordo com a equação (3.1).

O modelo de velocidade é descrito por uma função B-spline de grau $m = 4$ (BOOR, 1978), uma vez que há necessidade de continuidade das derivadas até o 3º grau:

$$v(x, z) = \sum_{j=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_z} v_{jk} \beta_j(x) \beta_k(-z), \quad (3.9)$$

com $n_x n_z$ coeficientes, sendo v_{jk} os parâmetros do modelo a serem determinados. Para a inversão tomográfica 2D, o modelo é definido pelos parâmetros:

$$\begin{aligned} (x, z, \theta)_i^{(\text{NIP})}, & \quad (i = 1, \dots, n_{\text{dados}}) \\ v_{jk}, & \quad (j = 1, \dots, n_x, k = 1, \dots, n_z). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Com isto, existem $4n_{\text{dados}}$ pontos de dados e $3n_{\text{dados}} + n_x n_z$ parâmetros no modelo.

3.2.2 A função objeto de minimização

No problema inverso se busca um modelo, \mathbf{m} , tal que a forma da soma dos quadrados dos desvios entre o observado, \mathbf{d} , e o correspondente teórico, $\mathbf{d}_{\text{mod}} = \mathbf{f}(\mathbf{m})$, seja minimizado no sentido dos mínimos-quadrados, onde a função objeto de minimização, $S(\mathbf{m})$, é dada por :

$$S(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})\|_D^2 = \frac{1}{2} \|\Delta \mathbf{d}(\mathbf{m})\|_D^2 = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^T(\mathbf{m}) \mathbf{C}_D^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}); \quad (3.11)$$

onde $\Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}) = \mathbf{d} - \mathbf{f}(\mathbf{m})$, e \mathbf{C}_D é a matriz simétrica covariância dos dados considerada diagonal, o que implica em erros não-correlacionáveis.

A série de Taylor é conceito central e classicamente usada para linearizar uma função paramétrica, $S(\mathbf{m})$, na vizinhança de, \mathbf{m}_n , que é expresso por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{m}_n + \Delta \mathbf{m}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{m}_n) + \mathbf{F} \Delta \mathbf{m}; \quad (3.12)$$

onde \mathbf{F} é a matriz das derivadas $F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j}$ de \mathbf{f} no ponto \mathbf{m}_n .

3.2.3 A regularização

Na análise da regularização, usa-se a segunda derivada espacial da velocidade, o que representa uma medida de rugosidade do modelo de velocidade. Se procura minimizar este efeito se admitindo que o modelo deve ser suave, e para isto se usa os pesos ε_{xx} , ε_{zz} e ε , que podem variar espacialmente. Para o caso 2D, a regularização é escrita na forma que combina integral e matriz:

$$\int_z \int_x \left[\varepsilon_{xx}(x, z) \left(\frac{\partial^2 v(x, z)}{\partial x^2} \right)^2 + \varepsilon_{zz}(x, z) \left(\frac{\partial^2 v(x, z)}{\partial z^2} \right)^2 + \varepsilon v^2(x, z) \right] dx dz = \mathbf{m}^{(v)T} \mathbf{D}'' \mathbf{m}^{(v)}, \quad (3.13)$$

onde a matriz \mathbf{D}'' é definida por

$$\mathbf{D}'' = \varepsilon_{xx} \mathbf{D}^{xx} + \varepsilon_{zz} \mathbf{D}^{zz} + \varepsilon \mathbf{D}, \quad (3.14)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^{xx} &= \tilde{D}_{jl} \hat{D}_{ik}^{xx} \\ \mathbf{D}^{zz} &= \tilde{D}_{ik} \hat{D}_{jl}^{zz} \\ \mathbf{D} &= \tilde{D}_{ik} \tilde{D}_{jl}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{ik} &= \int_x \beta_i(x) \beta_k(x) dx \\ \tilde{D}_{jl} &= \int_z \beta_j(-z) \beta_l(-z) dz \end{aligned} \quad (3.16)$$

e

$$\begin{aligned} \hat{D}_{ik}^{xx} &= \int_x \frac{\partial^2 \beta_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \beta_k(x)}{\partial x^2} dx \\ \hat{D}_{jl}^{zz} &= \int_z \frac{\partial^2 \beta_j(-z)}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_l(-z)}{\partial z^2} dz. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Na prática, este vínculo na suavidade espacialmente variável é útil nas bordas do modelo de velocidade, onde pode faltar informações suficientes no dado para vincular os coeficientes mais externos da função B-splines.

Uma outra forma de introduzir uma regularização mais fisicamente consistente é penalizar a rugosidade do modelo de velocidade, e a sua minimização se apresenta com uma solução mais suave. A condição de suavidade é também necessária para assegurar o traçamento dinâmico do raio necessário para a teoria paraxial ao redor de cada raio central utilizado. Com isto, a função objeto de minimização passa à forma:

$$S(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{d}^T(\mathbf{m}) \mathbf{C}_D^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}) + \frac{1}{2} \varepsilon'' \mathbf{m}^{(v)T} \mathbf{D}'' \mathbf{m}^{(v)}; \quad (3.18)$$

onde o vetor dos parâmetros fica alterado para

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{m}^{(v)} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

onde a matriz \mathbf{D}'' é positiva definida, e ε'' pondera a participação entre os termos desajuste e solução mínima.

3.2.4 Método de minimização

A aplicação da derivada $\nabla_{\mathbf{m}} S(\mathbf{m}) = \mathbf{0}$ na equação (3.18), para a condição de minimização, resulta nas equações normais:

$$(\mathbf{F}^T \mathbf{C}_D^{-1} \mathbf{F} + \varepsilon'' \tilde{\mathbf{D}}'') \Delta \mathbf{m} = \mathbf{F}^T \mathbf{C}_D^{-1} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}_n) - \varepsilon'' \tilde{\mathbf{D}}'' \mathbf{m}_n; \quad (3.20)$$

que é resolvida para se obter o vetor atualização $\Delta \mathbf{m}$. A matriz simétrica $\tilde{\mathbf{D}}''$ é obtida da matriz \mathbf{D}'' pela adição de linhas e colunas extras contendo zeros para que o termo de regularização possa ser escrito em termos do vetor modelo completo, \mathbf{m} , e se tem que:

$$\mathbf{m}^T \tilde{\mathbf{D}}'' \mathbf{m} = \mathbf{m}^{(v)T} \mathbf{D}'' \mathbf{m}^{(v)}. \quad (3.21)$$

Escrevendo a matriz $\hat{\mathbf{F}}$ e o vetor $\Delta \hat{\mathbf{d}}$ nas formas:

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_D^{-1/2} \mathbf{F} \\ \tilde{\mathbf{B}} \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Delta \hat{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_D^{-1/2} \Delta \mathbf{d}(\mathbf{m}_n) \\ \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{m}_n \end{pmatrix}; \quad (3.22)$$

a equação (3.20) é reescrita na forma compacta,

$$\hat{\mathbf{F}}^T \hat{\mathbf{F}} \Delta \mathbf{m} = \hat{\mathbf{F}}^T \Delta \hat{\mathbf{d}}. \quad (3.23)$$

A matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ tem a propriedade de que:

$$\tilde{\mathbf{B}}^T \tilde{\mathbf{B}} = \varepsilon'' \tilde{\mathbf{D}}''$$

e $\tilde{\mathbf{B}}$ também é uma matriz triangular superior com as mesmas dimensões em \mathbf{D}'' e $\varepsilon'' > 0$. A fatoração da matriz \mathbf{D}'' dentro da matriz triangular superior $\tilde{\mathbf{B}}$ e sua transposta $\tilde{\mathbf{B}}^T$ pode ser obtido numericamente de forma eficiente pela decomposição Cholesky (PRESS et al., 2007).

A estrutura da equação (3.23) permite que $\Delta\mathbf{m}$ possa ser calculado como uma solução dos mínimos-quadrados na forma:

$$\hat{\mathbf{F}}\Delta\mathbf{m} = \Delta\hat{\mathbf{d}}. \quad (3.24)$$

As linhas da matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ em $\hat{\mathbf{F}}$ e $\Delta\hat{\mathbf{d}}$, que correspondem aos parâmetros NIP do modelo, são nulas. Para a solução da equação (3.24), a matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ pode ser substituída por uma matriz retangular $[\mathbf{0}, \mathbf{B}]$, onde $\mathbf{B}^T\mathbf{B} = \varepsilon''\mathbf{D}''$.

Para resolver a equação (3.24) implicaria no cálculo da matriz transposta $\hat{\mathbf{F}}^T\hat{\mathbf{F}}$ e do vetor $\hat{\mathbf{F}}^T\Delta\hat{\mathbf{d}}$. No entanto, existe métodos mais eficientes e numericamente mais estáveis para se obter a solução da equação desejada no sentido dos quadrados-mínimos, e uma vez obtida $\Delta\mathbf{m}$ a atualização para a próxima iteração, definida por:

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \gamma\Delta\mathbf{m}; \quad (3.25)$$

onde o fator $\gamma \leq 1$ é aplicado para diminuir o passo $\Delta\mathbf{m}$.

Da solução do sistema linear (3.24), para se obter o vetor atualização, os elementos da matriz \mathbf{F} , $F_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial m_j}$, devem ser calculadas na etapa de modelagem direta pela aplicação da teoria da perturbação do raio ao longo do raio normal (FARRA; MADARIAGA, 1987).

3.2.5 Informações a priori

Se forem adicionados vínculos ao modelo de velocidade, juntamente com os pontos na equação (3.9), estes vínculos são tratados como dados extras. A introdução de informações à priori na velocidade em $n_{\text{v dados}}$ localizações espaciais no modelo fornece pontos de dados adicionais:

$$v(x_i, z_i), \quad (i = 1, \dots, n_{\text{v dados}}). \quad (3.26)$$

O vínculo em que a estrutura da velocidade siga localmente a estrutura do refletor nas posições NIP (o que é definido pela minimização local da primeira derivada da velocidade ao longo de refletor de coordenda q) resulta formalmente em mais n_{dados} pontos de informação:

$$|\nabla_q v|_{(x,z)_i}^{(\text{NIP})} = 0, \quad i = 1, \dots, n_{\text{dados}}. \quad (3.27)$$

Adicionando estes vínculos produz um total de $(5n_{\text{dados}} + n_{v_{\text{dados}}})$ pontos do observado versus $(3n_{\text{dados}} + n_x n_z)$ parâmetros do modelo.

Os valores que precisam ser avaliados para o vínculo mostrado na equação (3.27) depende do modelo de velocidade v_{jk} e dos parâmetros do NIP $(x, z, \theta)^{(\text{NIP})}$. Considera-se que a localização NIP e a inclinação local dos refletores inclinados não mudam drasticamente de iteração em iteração, de modo a haver qualquer efeito significativo no valor calculado de $\nabla_q v$. As derivadas de Fréchet associados com os vínculos (3.26) e (3.27) são definidos pelas equações:

$$\frac{\partial v(x_i, z_i)}{\partial v_{jk}} = \beta_j(x_i) \beta_k(-z_k) \quad (3.28)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial v_{jk}} \left[|\nabla_q v|_{(x,z)_i^{\text{NIP}}} \right] = \text{sgn} \left(\nabla_q v|_{(x,z)_i^{\text{NIP}}} \right) \frac{\partial}{\partial v_{jk}} \left[\nabla_q v|_{(x,z)_i^{\text{NIP}}} \right], \quad (3.29)$$

onde a função sinal (Sgn) leva os valores -1, 0 e +1, dependendo do sinal do seu argumento.

3.3 MATRIZ TOMOGRAFIA

A matriz tomografia é formada pelas derivadas de Fréchet, e sua forma depende da forma dos vetores do dado observado, \mathbf{d} , e modelo, \mathbf{m} . Para a maioria dos casos (com a adição de vínculos do modelo) o vetor dado observado, \mathbf{d} , é dado por:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{d}^{(\text{vínculo})} \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

com

$$\mathbf{d}^{(\text{NIP})} = (\tau_{01}, \dots, \tau_{0n_{\text{dados}}}, M_{\text{NIP}1}^{(\xi)}, \dots, M_{\text{NIP}n_{\text{dados}}}^{(\xi)}, p_1^{(\xi)}, \dots, p_{n_{\text{dados}}}, \xi_{01}, \dots, \xi_{0n_{\text{dados}}})^T, \quad (3.31)$$

e

$$\mathbf{d}^{(\text{vínculo})} = (v(x_1, z_1), \dots, v(x_{n_{\text{dados}}}, z_{n_{\text{dados}}}), 0_1, \dots, 0_{n_{\text{dados}}})^T. \quad (3.32)$$

O vetor modelo, \mathbf{m} , é dado por:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}^{(\text{NIP})} \\ \mathbf{m}^{(v)} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

com

$$\mathbf{m}^{(\text{NIP})} = (x_1^{(\text{NIP})}, \dots, x_{n_{\text{dados}}}^{(\text{NIP})}, z_1^{(\text{NIP})}, \dots, z_{n_{\text{dados}}}^{(\text{NIP})}, \theta_1^{\text{NIP}}, \dots, \theta_{n_{\text{dados}}}^{\text{NIP}})^T \quad (3.34)$$

e

$$\mathbf{m}^{(v)} = (v_{11}, \dots, v_{1n_z}, \dots, v_{n_x n_z})^T, \quad (3.35)$$

com $m_{[(i-1)n_z+j]}^{(v)} = v_{ij}$.

A matriz tomografia $\hat{\mathbf{F}}$ tem derivadas de terceira ordem, e tem a forma:

$$\hat{\mathbf{F}} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} \frac{1}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial \tau_0}{\partial x(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial \tau_0}{\partial z(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial \tau_0}{\partial \theta(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\tau} \left[\frac{\partial \tau_0}{\partial v} \right] & & \\ \frac{1}{\sigma_M} \left[\frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial x(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_M} \left[\frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial z(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_M} \left[\frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial \theta(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_M} \left[\frac{\partial M_{\text{NIP}}^{(\xi)}}{\partial v} \right] & & \\ \frac{1}{\sigma_p} \left[\frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial x(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_p} \left[\frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial z(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_p} \left[\frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial \theta(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_p} \left[\frac{\partial p^{(\xi)}}{\partial v} \right] & & \\ \frac{1}{\sigma_\xi} \left[\frac{\partial \xi_0}{\partial x(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\xi} \left[\frac{\partial \xi_0}{\partial z(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\xi} \left[\frac{\partial \xi_0}{\partial \theta(\text{NIP})} \right] & \frac{1}{\sigma_\xi} \left[\frac{\partial \xi_0}{\partial v} \right] & & \\ \hline & [0_v] & & \frac{1}{\sigma_v} \left[\frac{\partial v^{(\text{v\u00ednculo})}}{\partial v} \right] & & \\ & [0_{v_q}] & & \frac{1}{\sigma_{v_q}} \left[\frac{\partial (\nabla_q v)}{\partial v} \right] & & \\ & [0_B] & & [B] & & \end{array} \right) \quad (3.36)$$

Os valores na parte superior à esquerda formam a matriz diagonal $n_{\text{dados}} \times n_{\text{dados}}$ contendo as derivadas de Fréchet em relação aos parâmetros dadas pelas equações (E.12), (E.15) e (E.19).

As matrizes na parte superior à direita formam a matriz $n_{\text{dados}} \times n_x n_z$ contendo as derivadas de Fréchet à velocidade v_{jk} .

A matriz $\left[\frac{\partial v^{(\text{v\u00ednculo})}}{\partial v} \right]$, dimensão $n_{\text{vdados}} \times n_x n_z$, contém as derivadas de Fréchet associadas ao vínculo de informação à priori da velocidade, dada pela equação (3.28).

As derivadas em relação aos parâmetros do modelo NIP (x, z, θ) são nulos, resultando em uma matriz nula $[0_v]$ de dimensão $n_{\text{vdados}} \times 3n_{\text{dados}}$.

Os elementos da matriz $\left[\frac{\partial (\nabla_q v)}{\partial v} \right]$, de dimensão $n_{\text{dados}} \times n_x n_z$, são as derivadas de Fréchet, em relação aos vínculos (3.27), em relação aos parâmetros do modelo de velocidade v_{jk} . Eles são dados pela equação (3.29).

A matriz $[B]$ é uma matriz triangular-superior definida como $\varepsilon'' \mathbf{D}'' = \mathbf{B}^T \mathbf{B}$. Ela é calculada a partir da matriz $\varepsilon'' \mathbf{D}''^{(2D)}$ pela decomposição Cholesky. A matriz $[0_B]$ é uma matriz nula de dimensão $n_x n_z \times 3n_{\text{dados}}$.

Os fatores escalares σ_τ , σ_M , σ_p e σ_ξ são aplicados para balancear os diferentes tipos de dados envolvidos, e eles têm diferentes dimensões físicas. Se o tempo de trânsito τ_0 for medido em 10^{-3} s, a segunda derivada do tempo de trânsito $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é medida em 10^{-9} s/m², a primeira derivada do tempo de trânsito $p^{(\xi)}$ é medida em 10^{-6} s/m, ξ é medido em m , e valores adequados para estes fatores escalares são: $\sigma_\tau = 1$, $\sigma_M = 1$, $\sigma_p = 2$ e $\sigma_\xi = 1$.

Os fatores σ_v e σ_{v_q} são pesos para os vínculos adicionais ao modelo de velocidade, e eles determinam o quanto estes vínculos contribuem para a solução do problema inverso. A

escolha adequada de valores para estes fatores depende de quanto confiável são as informações à priori do modelo. Uma certa quantidade de erro residual deve ser considerado pelo fato de que os valores à priori da velocidade podem ser incompatíveis com a descrição de um modelo suave de velocidade usado na inversão. Experiências práticas sugerem que, se as velocidades são medidas em m/s , um valor útil para a correspondente dimensão do fator é $\sigma_v = 1$.

De acordo com a equação (3.22), todas os pesos para os dados também precisam ser aplicados ao vetor desajuste $\Delta \mathbf{d}$ para se obter $\Delta \hat{\mathbf{d}}$ na equação (3.24).

3.4 FLUXOGRAMA DA INVERSÃO

Nas seções anteriores foram apresentados os elementos essenciais da inversão NIP-tomográfica baseada nos atributos CRS. O procedimento descrito admite que os componentes dos dados têm sido obtidos de seções sísmicas e estão disponíveis como entrada para a inversão com os seguintes passos.

1. Um modelo de velocidade inicial é estabelecido atribuindo valores significativos para os elementos do vetor $\mathbf{m}^{(v)}$. O peso dos dados (elementos da matriz diagonal \mathbf{C}_D), vínculos adicionais (seção 5.6) e o peso da regularização também precisam ser especificados: $\mathbf{m}_{\text{inicial}}^{(v)}$.
2. Para cada ponto marcado, um raio normal no modelo é retopropagado até que o tempo de trânsito τ_0 seja zero. Cada raio é iniciado na superfície ($z = 0$) de medida, com uma direção inicial dada pelos componentes do dado observado. O ponto final do raio na subsuperfície é a localização inicial do NIP. O vetor vagarosidade do raio no NIP produz a normal local do refletor. Com esta informação, o modelo inicial para o vetor NIP $\mathbf{m}^{(v)}$ pode ser estabelecido, $\mathbf{m}_{\text{inicial}}^{(v)}$.
3. A modelagem é realizada usando o traçamento dinâmico do raio na direção para cima iniciando no respectivo NIP para obter os elementos de \mathbf{d}_{mod} . Simultaneamente, os elementos da matriz $\hat{\mathbf{F}}$ (as derivadas de Fréchet) são calculados pela aplicação da teoria da perturbação do raio ao longo da cada raio normal.
4. A função objetiva, equação (3.11), é avaliada calculando o desajuste entre \mathbf{d}_{obs} e em \mathbf{d}_{mod} , e calculando o termo de regularização do vetor do modelo de velocidade $\mathbf{m}^{(v)}$.
5. O sistema de equações lineares, equação (3.24), é montado e resolvido no sentido dos mínimos-quadrados por um método numérico apropriado para obter o vetor atualização $\Delta \mathbf{m}$ do modelo: $\Delta \mathbf{m} = \mathbf{G}^{-g} \Delta \mathbf{d}$, onde \mathbf{G}^{-g} é a matriz generalizada.

6. A atualização do modelo, $\Delta\mathbf{m}$, multiplicada por um fator $\gamma \leq 1$ é adicionada ao modelo da iteração atual, e a modelagem direta (traçamento dinâmico do raio) é realizada para se obter o novo vetor \mathbf{d}_{mod} : $\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + \gamma\Delta\mathbf{m}$.
7. A função objetiva de desajuste entre \mathbf{d}_{obs} e \mathbf{d}_{mod} são avaliados.
8. Se a função objetiva sofre um aumento, o modelo atualizado é rejeitado, então γ é diminuído e as etapas (6) e (7) são repetidos até que a função objetiva diminua, ou que γ caia abaixo de um valor específico. Se a função objetiva não diminuir, mesmo para pequenos valores de γ , um mínimo local da função objetiva foi alcançado.
9. Se a função objetiva alcançar um mínimo, o modelo atualizado é aceito, o peso da regularização ε é diminuído e a próxima iteração é iniciada indo para a próxima etapa (3) com o novo modelo. O processo é parado se um número máximo de iterações foi alcançado, ou se a função objetiva caiu abaixo de um certo valor especificado.

Com exceção da etapa (1), todas as etapas descritas no fluxograma de inversão são automáticas.

A minimização sistemática da dimensão da regularização ε'' durante a inversão tem o efeito de permitir que efeitos devido aos grandes comprimentos de onda do modelo de velocidade sejam determinados durante as etapas iniciais do processo de inversão, enquanto que detalhes do modelo possam ser resolvidos em iterações posteriores.

O sistema linear obtido pela substituição da matriz (3.36) para $\hat{\mathbf{F}}$ na equação (3.24) é em geral grande para ser resolvido eficientemente pela decomposição de valores singulares, por exemplo. A matriz $\hat{\mathbf{F}}$ é esparsa, uma vez que todas as suas submatrizes na parte superior à esquerda são diagonais, e por ela conter matrizes nulas $[0_v]$, $[0_{v_q}]$ e $[0_B]$.

O LSQR é um método introduzido por Paige e Saunders (1982a) e Paige e Saunders (1982b) para resolver sistemas lineares com matrizes esparsas na forma da equação (3.24). O método é iterativo e analiticamente equivalente ao algoritmo Gradiente Conjugado, mas com propriedades numericamente mais favoráveis, particularmente para sistemas mal-condicionados, e sem explicitar a inversão de matrizes.

O algoritmo LSQR descrito em detalhes em diferentes publicações, e diferentes aspectos do método são apresentados em Horst e Sluis (1987), que apresentam também uma versão simplificada do código do algoritmo LSQR, e que evita a necessidade de especificar um grande número de parâmetros como necessário à aplicação do algoritmo originalmente publicado por Paige e Saunders (1982b).

Paige e Saunders (1982b) apresentam critérios para limitar o número de iterações, e o critério prático usado é baseado na estimativa do número de elementos em $\hat{\mathbf{F}}$, realizado em cada iteração, e que define o número de condição para as matrizes e relacionado efetivamente à regularização.

4 RESULTADOS DA INVERSÃO

Os capítulos anteriores trataram da teoria da inversão NIP-tomográfica baseada nos atributos resultantes do empilhamento CRS extraídos do dado sísmico, em relação ao princípio da reciprocidade em simetria às seções CMP. Neste capítulo é apresentado os resultados da inversão de um dado sintético e de um dado real (dado marinho). Em ambos os casos, o modelo de velocidade obtido é empregado para a migração pré-empilhamento. Para comparar os resultados aqui obtidos, será tomado como referência os resultados do empilhamento NMO em ambos os casos¹. Na Figura 4.3 mostra um fluxograma com as etapas do processo da inversão NIP-tomográfica.

Com as seções CRS-otimizado e os seus atributos CRS, é necessário fazer as marcações dos eventos na seção afastamento-nulo (ver Figura 4.11) para se obter (τ_0, ξ_0) e se calcular os valores de τ_0 , $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $p^{(\xi)}$ que são usados como parâmetros de entrada para o processo de inversão (ver equação (3.1)).

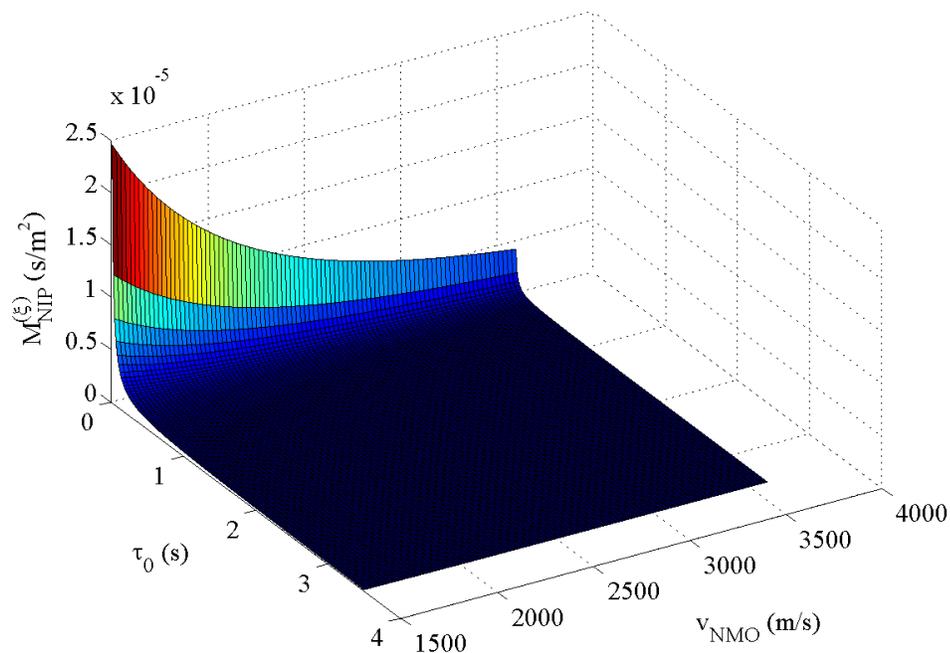
A marcação de eventos de grande coerência pode gerar falsas informações sobre a velocidade do meio de propagação do dado em investigação, como a marcação de múltiplas e de outros eventos que não fazem parte do dado sísmico, sendo então necessário remover esses pontos. Em relação à edição de pontos após a marcação dos eventos de reflexão na seção empilhada é considerar a relação existente entre as grandezas τ_0 e $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$, através da equação:

$$M_{\text{NIP}}(\tau_0, v_{\text{NMO}}) = \frac{1}{\tau_0 v_{\text{NMO}}^2}. \quad (4.1)$$

A superfície $M_{\text{NIP}}(\tau_0, v_{\text{NMO}})$ plotada na Figura 4.1 para os pontos marcados obedecem aproximadamente a equação (4.1). Os valores abaixo ou acima da superfície $M_{\text{NIP}}(\tau_0, v_{\text{NMO}})$ são interpretados como múltiplas e/ou ruídos da seção empilhada CRS e podem ser identificáveis na marcação.

¹Foi aplicado para as seções empilhadas CRS e NMO, onde foram utilizadas nestes resultados apresentados neste capítulo, um ganho de visualização de 98% e um Controle de Ganho Automático (AGC), onde cada amplitude do traço sísmico é dividida pelo valor da raiz quadrada da média de todas as amplitudes dos traços sísmicos ao longo do mesmo traço contendo uma janela de tempo definido (MANN, 2002).

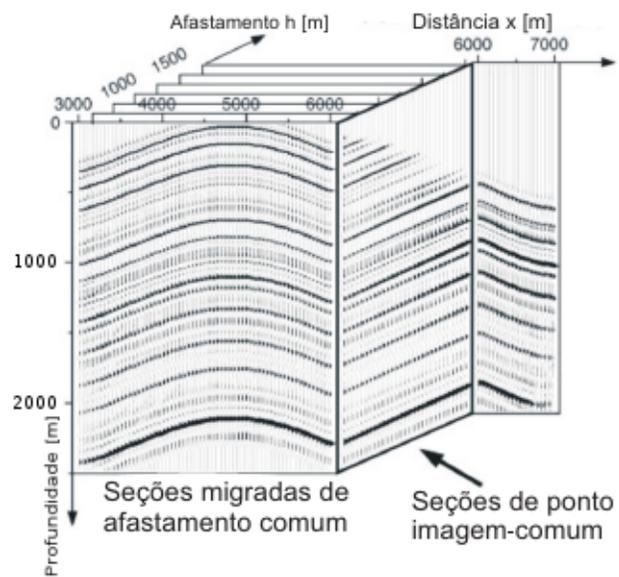
Figura 4.1: Superfície de decaimento do parâmetro $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ em função de v_{NMO} e de τ_0 calculada para valores de $0 \leq \tau_0 \leq 3,5$ s e $1500 \leq v_{\text{NMO}} \leq 3600$ m/s.



Fonte: O autor.

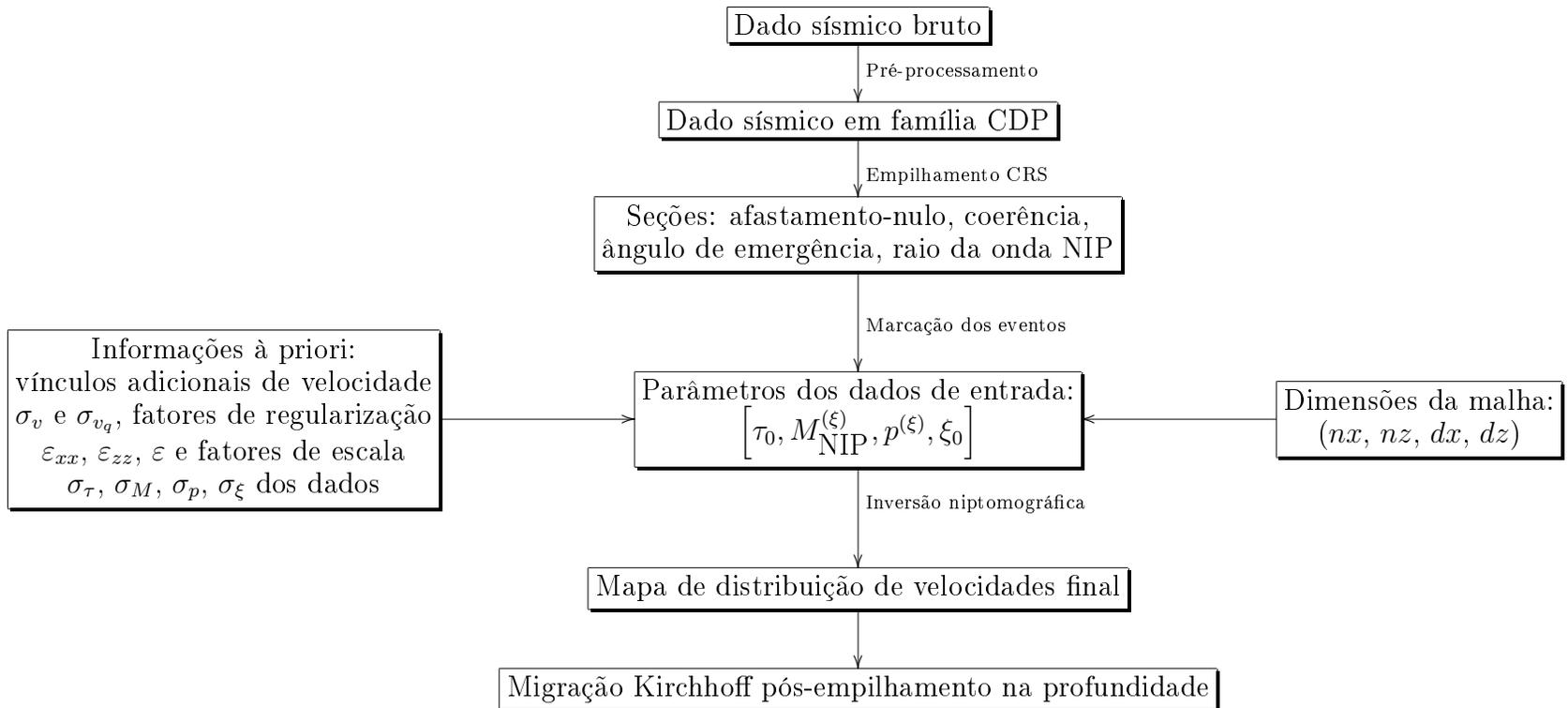
Para verificar se um modelo de velocidade é adequado para o dado sísmico, se faz a migração pré-empilhamento e se utiliza o CIG (do inglês Common Image Gather, ou Família de Imagem-Comum) que é o conjunto contendo traços com a mesma referência CMP, mas diferentes afastamentos (BIONDI, 2006). Se o modelo de velocidade for adequado ao dado sísmico, os eventos contidos no CIG estarão horizontalizados e serão válidos para cada afastamento (ver Figura 4.2).

Figura 4.2: Ilustração da organização dos CIGs após a migração pré-empilhamento. Cada traço resultante é função do afastamento e da distância.



Fonte: adaptado de Biondi (2006)

Figura 4.3: Fluxograma do processo de inversão NIP-tomográfica baseado nos atributos CRS.



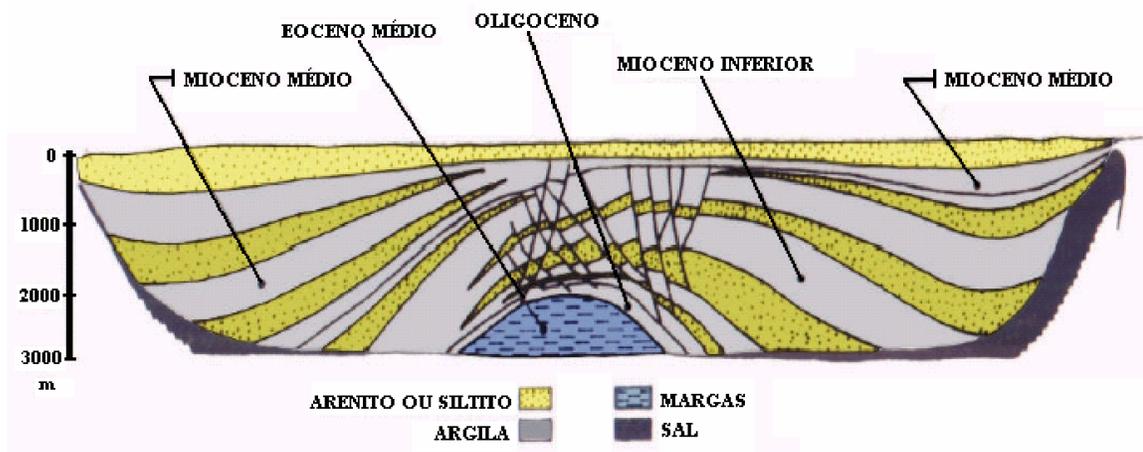
Fonte: o autor.

4.1 Dado sintético: Marmousoft

4.1.1 Geologia e aquisição

O Marmoussi é um dado sísmico em 2D criado no ano de 1988 pelo Instituto Francês de Petróleo (IFP). É baseado no perfil geológico no Norte da bacia de Quenguela, em Angola, na África (ver Figura 4.4), que é dividido em duas fases. A primeira fase (inferior) corresponde à uma sedimentação contínua de carbonatos e margas. No fim da sedimentação estes depósitos foram ligeiramente dobrados, e então erodidos a uma superfície plana. A segunda fase (superior) começou com a deposição de uma série evaporítica salífera isopaca. Nesta fase, uma série de argila-margosa, rica em material orgânico, foi depositada. Estes resíduos foram seguidos por uma espessa deposição de sedimentos detríticos xistoso-arenoso, com uma fonte ocidental cujas espessuras faciais foram governadas por contínuas movimentações laterais de sal resultante da pressão e sobrecarrega. Vinculadas a esta deformação salífera, a qual provoca localmente desaparecimento completo do sal, este crescimento inclinado exhibe falhas que estiveram ativas continuamente durante a deposição de séries detríticas. A esperança de prospectar petróleo são armadilhas relacionadas à estruturas de sal e à profundas estruturas anticlinais (VERSTEEG,).

Figura 4.4: Perfil geológico do Norte da bacia de Quenguela, Angola.



Fonte: adaptado de Versteeg ()

O Marmoussi é bastante utilizado em diferentes técnicas de análise de velocidade e de migração. Mas devido a complexidade da estrutura do modelo, e a dificuldade em atenuar as suas múltiplas nela inseridas, o Marmoussi não é indicado para as técnicas de inversão.

Para isso foi criado o Marmousoft, que é um modelo simplificado do Marmousi, obtido pela combinação do modelo de velocidade suavizado com a sua refletividade complexa (BILLETE et al., 2003).

O presente estudo vem construir de um modelo de velocidade objetivando a migração em profundidade para dados sísmicos complexos para o Marmousoft. Este modelo tem uma característica fundamental que é a ausência de múltiplas de superfície livre, considerando a camada semi-infinita superior de velocidade constante. Sendo assim, o modelo é composto de camadas entre dois semi-espacos infinitos, onde a energia transmitida não retorna ao meio estratificado. O modelo apresenta uma variação horizontal e vertical de velocidade, onde a velocidade das ondas P está entre 1500 e 5500 m/s (ver a Figura 4.6).

Para a modelagem deste dado, os pontos de tiro e sensores são posicionados na superfície ($z = 0$) e demais parâmetros de aquisição estão mostrados na Tabela 4.1. Uma amostra de uma seção CMP e tiro-comum estão mostrados na Figura 4.5 e a seção afastamento mínimo está mostrado na Figura 4.7, para efeito de comparação com a seção empilhada na Figura 4.11.

Tabela 4.1: Parâmetros da aquisição do dado sintético Marmousoft.

Geometria de aquisição	
Número de tiros	261
Intervalo de tiros	25 m
Número de receptores	96
Intervalo entre receptores	25 m
Lanço dos receptores	100 a 2475 m

Parâmetros de gravação	
Intervalo de amostragem	4 ms
Tempo de gravação	3,596 s

Geometria CMP	
Número de CMP	616
Intervalo entre CMP	12,5 m
Número máximo de traços por CMP	48

Figura 4.5: Marmousoft. Seção tiro-comum de localização $x = 5075$ m (a) e seção CMP de localização $x = 3425$ m (b).

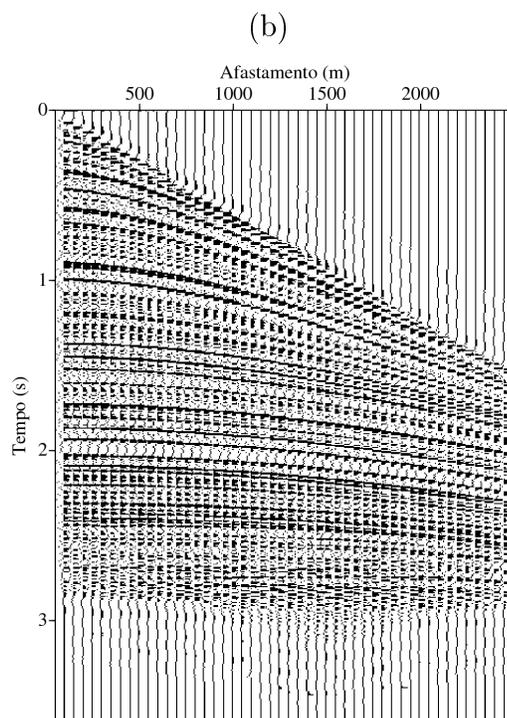
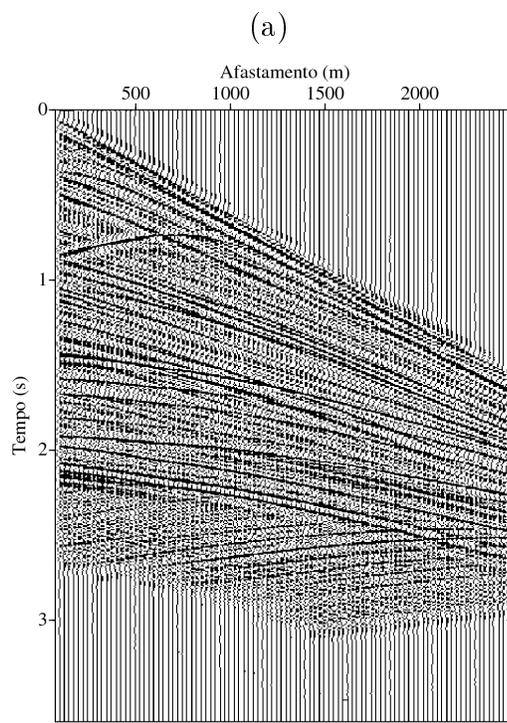
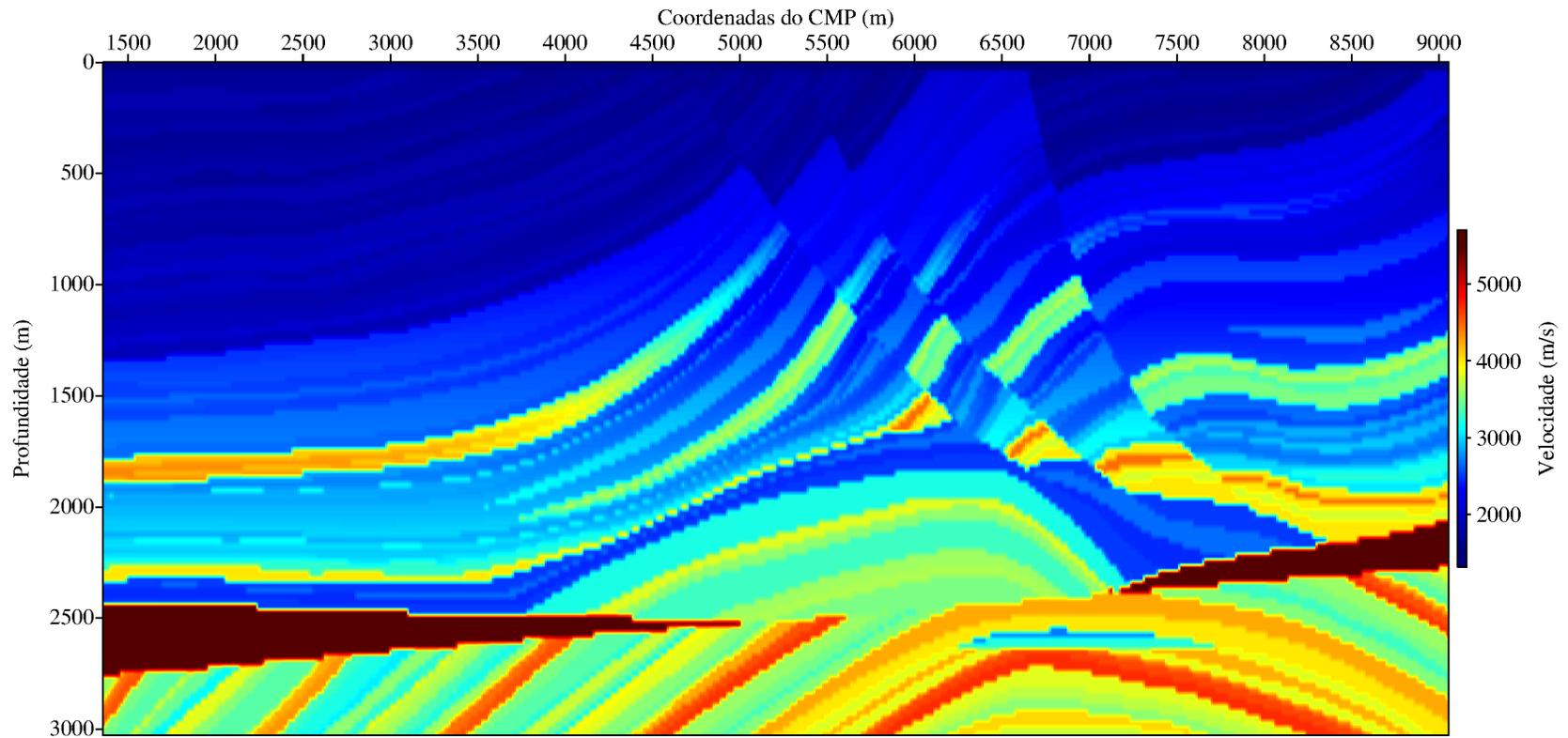
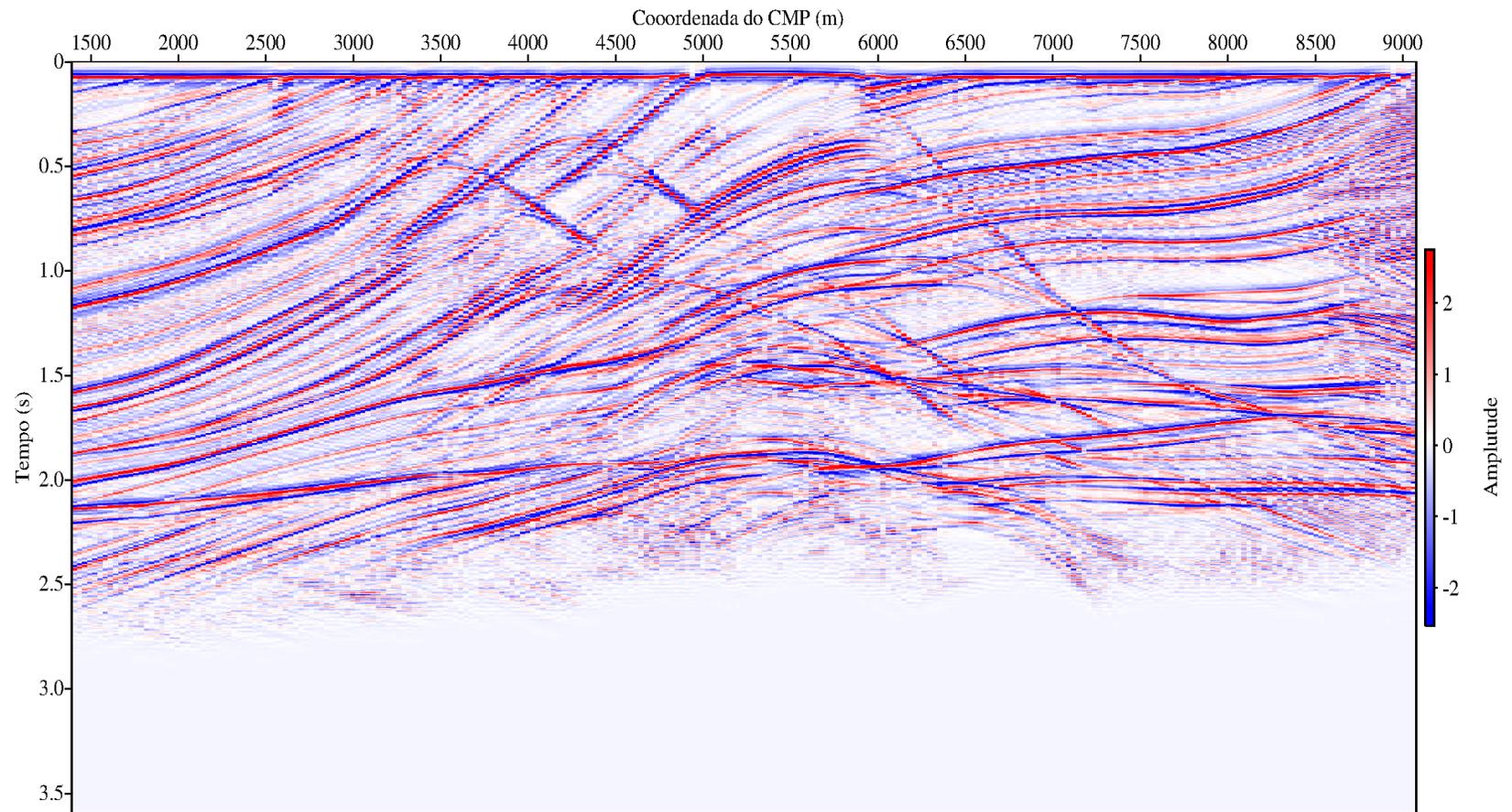


Figura 4.6: Modelo de velocidade em blocos do Marmousoft com as velocidades que variam entre 1500 a 5500 m/s.



Fonte: O autor.

Figura 4.7: Seção afastamento-mínimo ($x = 100$ m) do Marmousoft. Se observa estratificação, difrações e falhas geológicas na região central desta seção.



Fonte: O autor.

4.1.2 Empilhamento NMO

O dado Marmousoft foi organizado em família CMP para a obtenção das velocidades RMS em função do tempo $v_{\text{RMS}}(t)$, a partir das marcação de seus eventos no mapa-semblance (ver Figura 2.3), utilizando as equações (2.4) e (2.5).

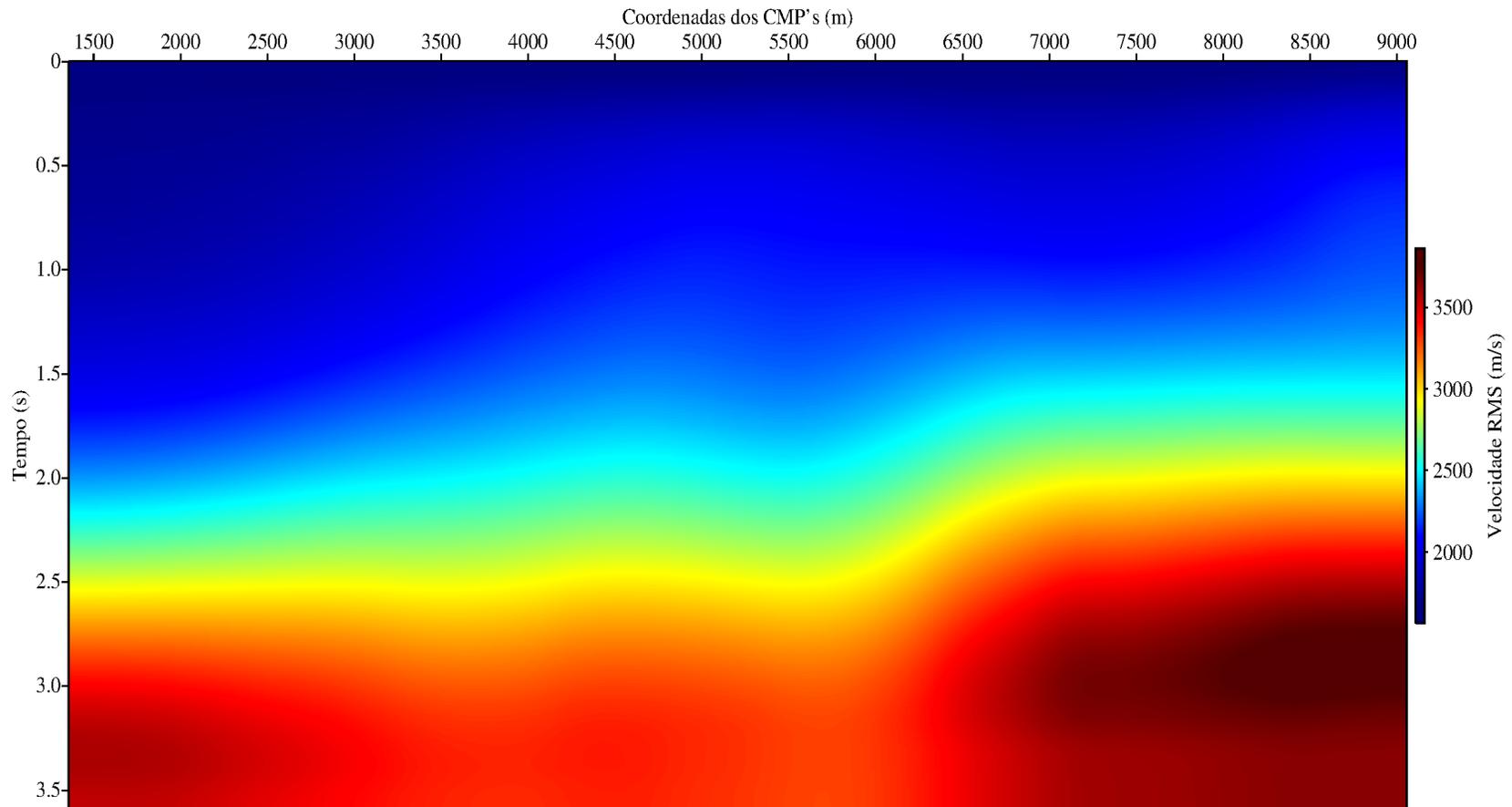
O mapa de distribuição de velocidades no tempo $v_{\text{RMS}}(x, t)$, visualizado na Figura 4.8, foi obtido interpolando as velocidades RMS marcados no mapa-semblance, onde cada CMP marcado teve seu número de pontos interpolado para o mesmo número de amostras. Observar seu forte contraste de velocidade lateral.

O mapa de distribuição de velocidades em profundidade (velocidade intervalar $v_{\text{INT}}(x, z)$) da Figura 4.9 foi obtido através da Figura 4.8 pela conversão das velocidades $v_{\text{RMS}}(x, t)$ para $v_{\text{INT}}(x, z)$, onde se observa que as regiões de maior velocidade se distribuem nas localizações mais profundas da seção geológica.

Estes modelos de velocidade foram utilizados como referência à todos os modelos obtidos através da inversão niptomográfica.

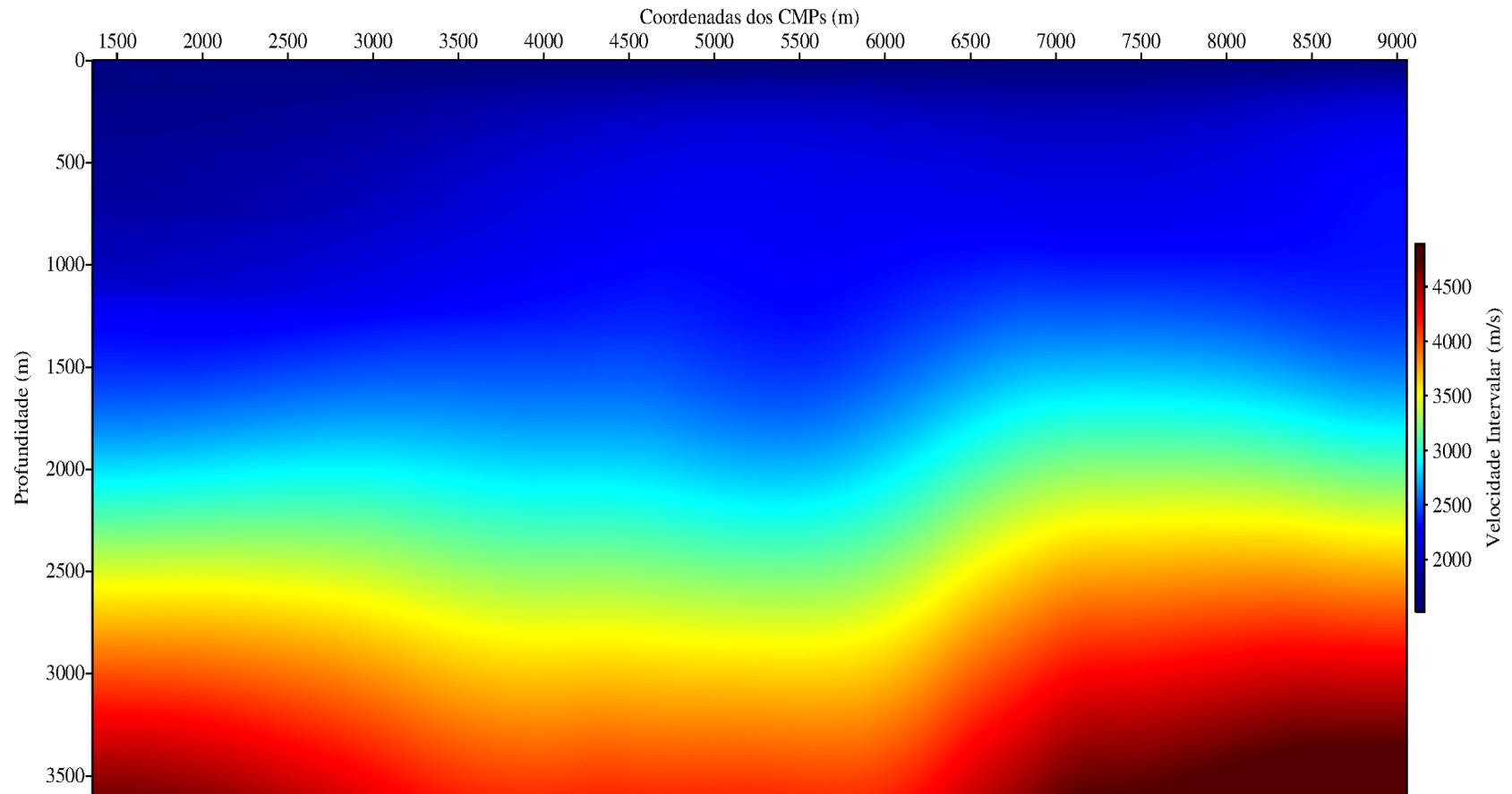
Com as velocidades RMS, $v_{\text{RMS}}(t)$, marcadas no mapa semblance, foi realizada a correção e o empilhamento NMO (ver Figura 4.10) e se observa a presença das falhas geológicas e difrações na região central, ficando semelhante a seção afastamento-nulo (ver Figura 4.7).

Figura 4.8: Marmousoft. Modelo de velocidade no tempo interpolado $v_{\text{RMS}}(x, t)$ obtido pela marcação das v_{RMS} no mapa semblance para os CMP selecionados. Em comparação com o modelo de velocidade em blocos do Marmousoft na Figura 4.6 se observa variações laterais de velocidades e os contornos das interfaces tornam-se semelhantes.



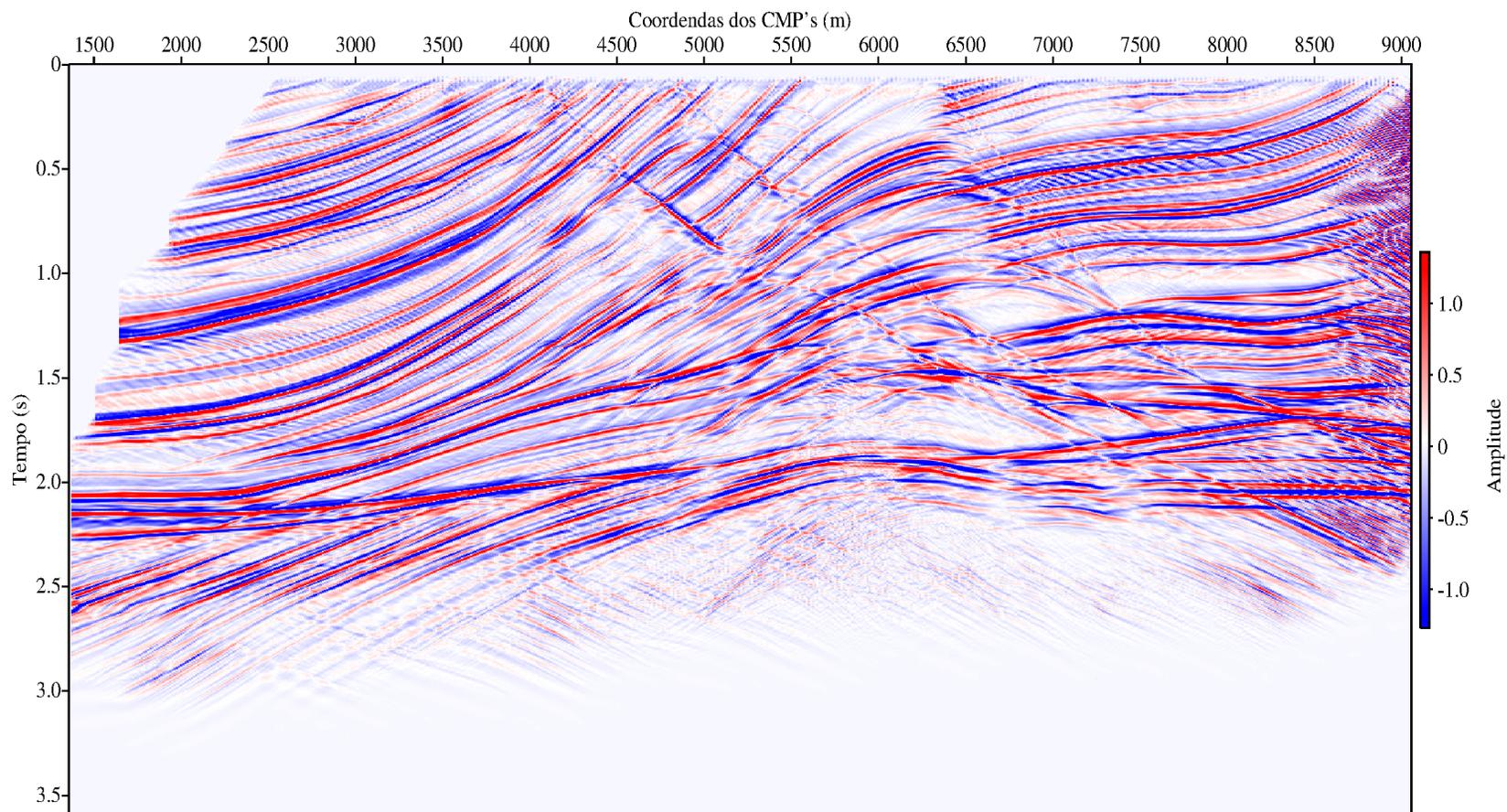
Fonte: O autor.

Figura 4.9: Marmousoft. Modelo de velocidade em profundidade $v_{\text{INT}}(x, z)$ obtido pela conversão das velocidades $v_{\text{RMS}}(x, t)$ (ver Figura 4.8) para $v_{\text{INT}}(x, z)$, velocidade intervalar.



Fonte: O autor.

Figura 4.10: Marmousoft. Seção empilhada NMO obtida a partir das $v_{RMS}(t)$.



Fonte: O autor.

4.1.3 Empilhamento CRS

As informações de entrada utilizadas para a realização do empilhamento CRS estão na Tabela (4.2). Com isso se obteve as seções CRS: afastamento-nulo otimizada (ver Figura 4.11), coerência (ver Figura 4.12), ângulo de emergência α (ver Figura 4.13), R_{NIP} (ver Figura 4.14), e R_{N} (ver Figura 4.15).

Na seção afastamento-nulo otimizada mostrado na Figura 4.11, é possível visualizar melhor a continuidade dos eventos, percebe-se uma significativa melhora com relação ao ruído e para grandes profundidades os eventos são bem mais visíveis quando comparados com a Figura 4.10.

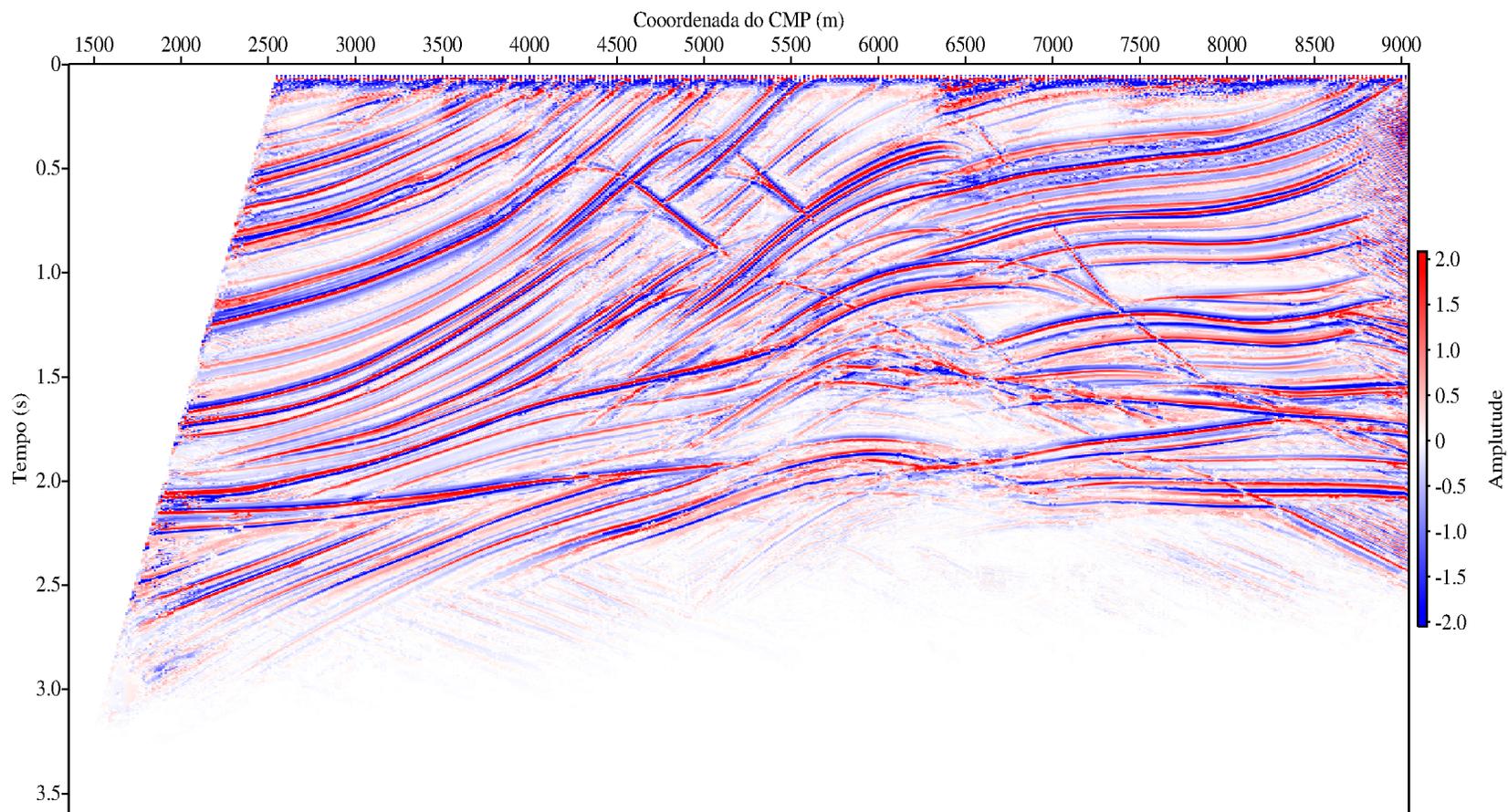
A seção coerência da Figura 4.12 mostra os eventos dominantes associados aos maiores valores de coerência que tem um máximo ao redor de 1,0. As seções ângulo de emergência α e raio de curvatura da onda N são mostradas nas Figuras 4.13 e 4.15, respectivamente. Elas mostram claramente a separação entre as zonas de difração e de reflexão, e ambas estão diretamente relacionadas à mergulhos e curvaturas de eventos. A seção ângulo de emergência α (ver Figura 4.13) apresenta como característica fortes difrações na região central da seção.

A seção raio de curvatura da onda NIP é apresentada na Figura 4.14, e mostra a estratificação da distribuição crescente do raio com o aumento do tempo de trânsito.

Tabela 4.2: Informações de entrada para o empilhamento CRS do dado Marmousoft.

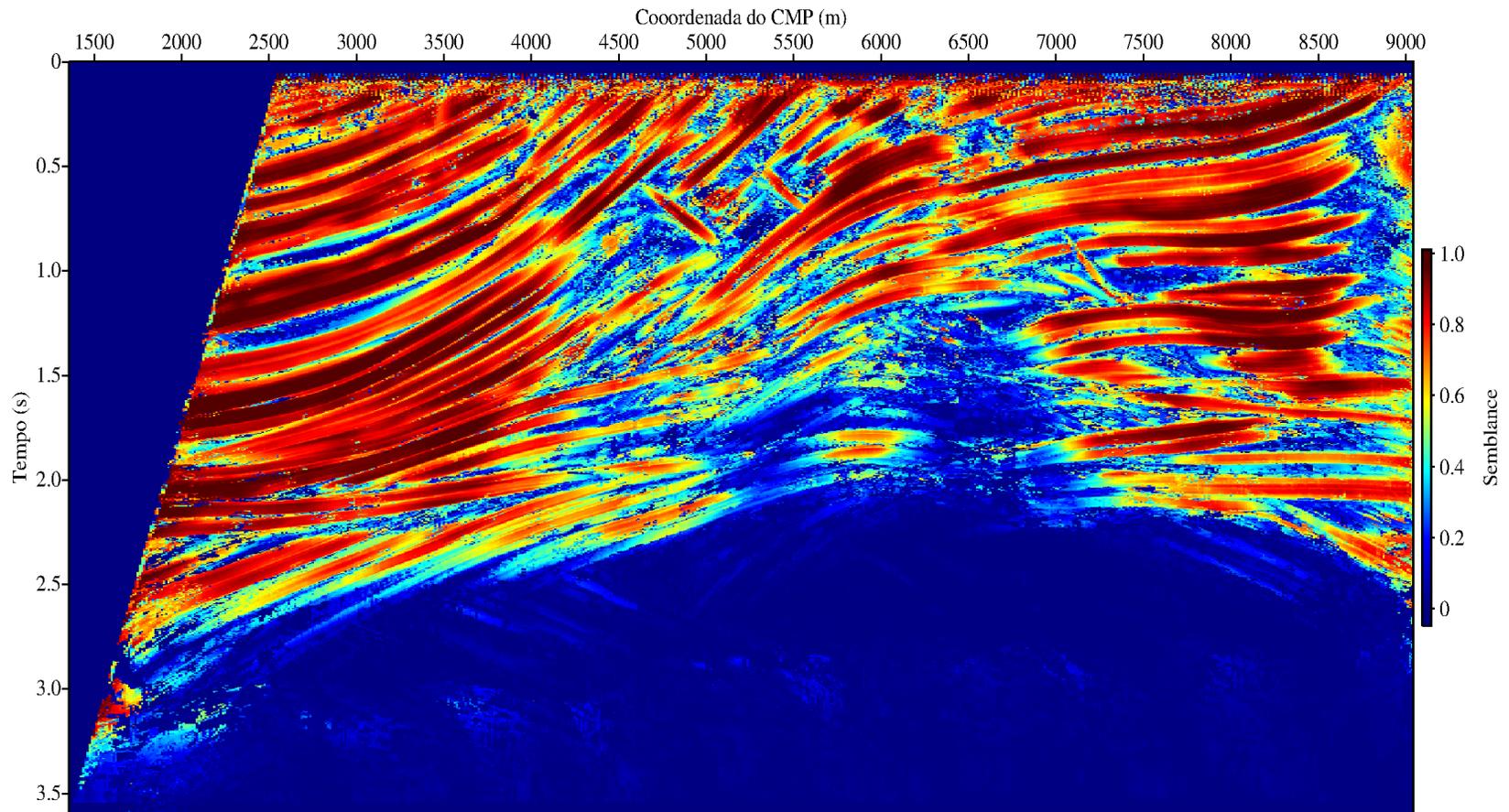
Parâmetros gerais	Valores
Medida de coerência	Semblance
Dado usado para análise de coerência	Traços normalizados
Velocidade e vínculos	Valores
Velocidade constante na superfície	1500 m/s
Velocidades de empilhamento testadas	1500 à 3600 m/s
Zona alvo	Valores
Tempos de trânsito para simulação ZO	0 à 3,596 s
Intervalo de amostragem temporal	4 ms
Número de traços ZO simulados	616
Espaçamento entre traços ZO simulados	12,5 m
Aberturas e suavização	Valores
Mínima abertura ZO	600 m em 0,1 s
Máxima abertura ZO	1200 m em 3,596 s
Mínima abertura CMP	100 m em 0,1 s
Máxima abertura CMP	2475 m em 3,596 s
Tamanho relativo à suavização	30%

Figura 4.11: Marmousoft. Seção afastamento-nulo CRS-Fresnel otimizada. A qualidade é para ser comparada com a Figura 4.10, e esta se mostra superior.



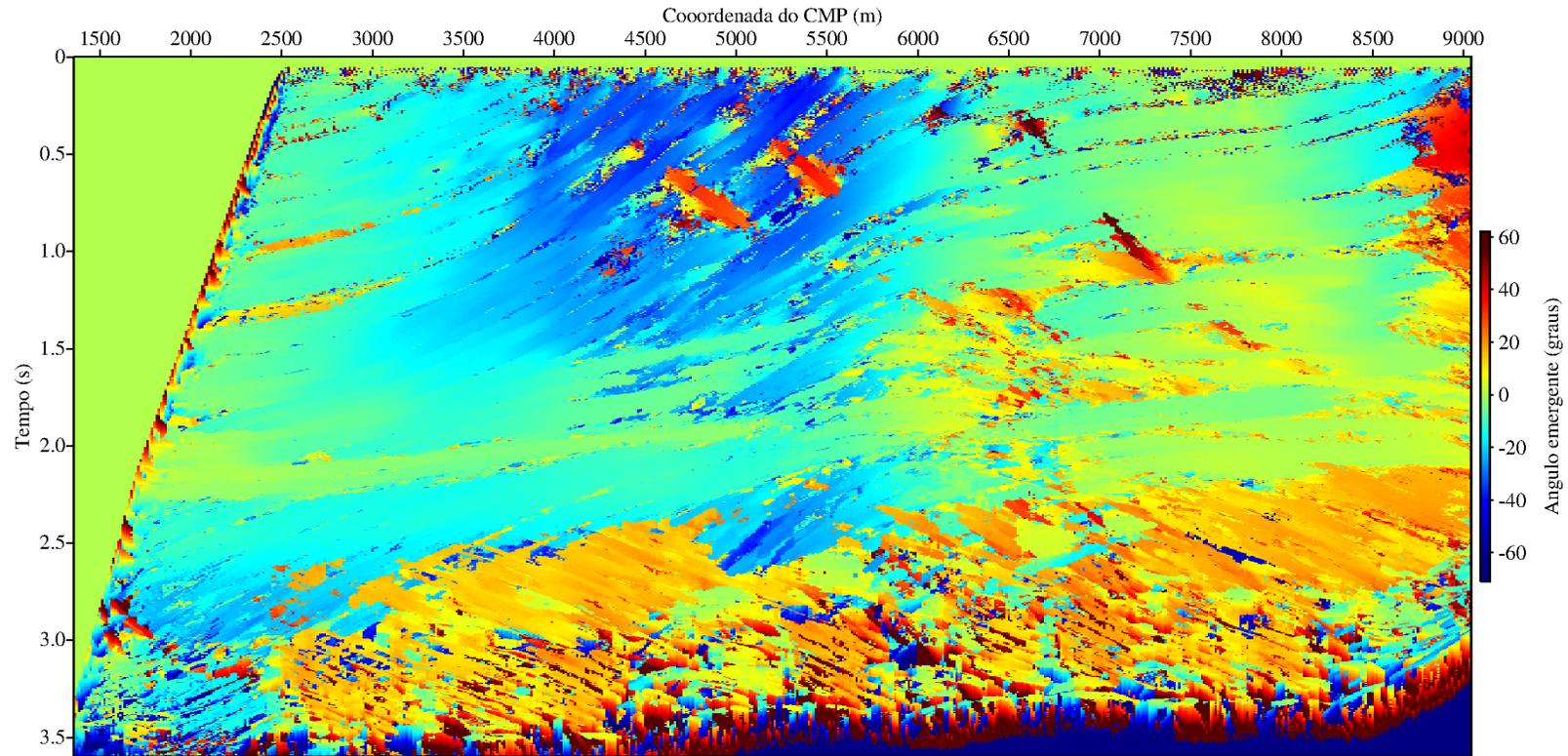
Fonte: O autor.

Figura 4.12: Marmousoft. Seção Coerência. Observa-se que as regiões com maior valor de coerência coincidem com os eventos de reflexão da seção Afastamento-nulo da Figura 4.11.



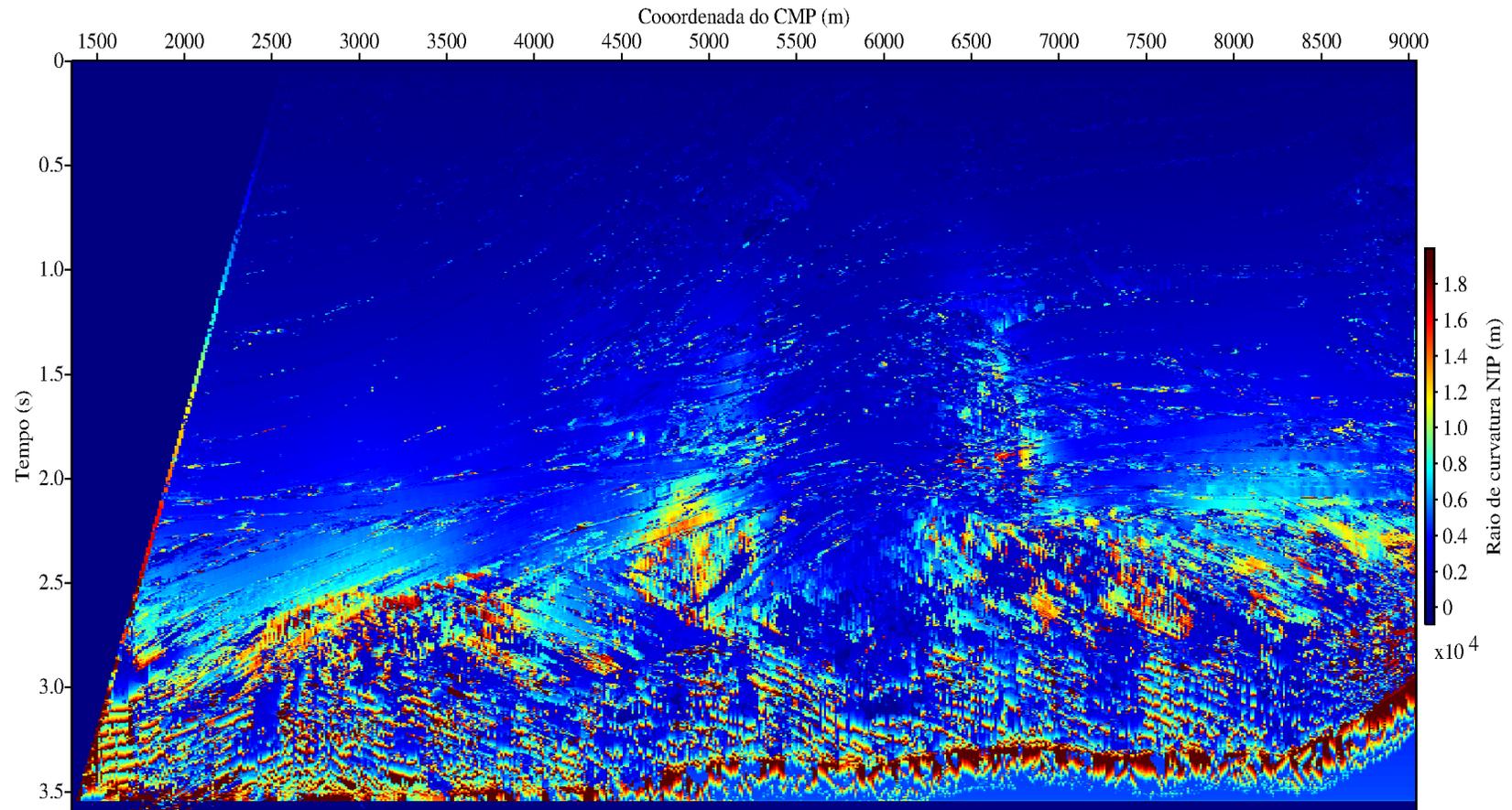
Fonte: O autor.

Figura 4.13: Marmousoft. Seção ângulo de emergência, α .



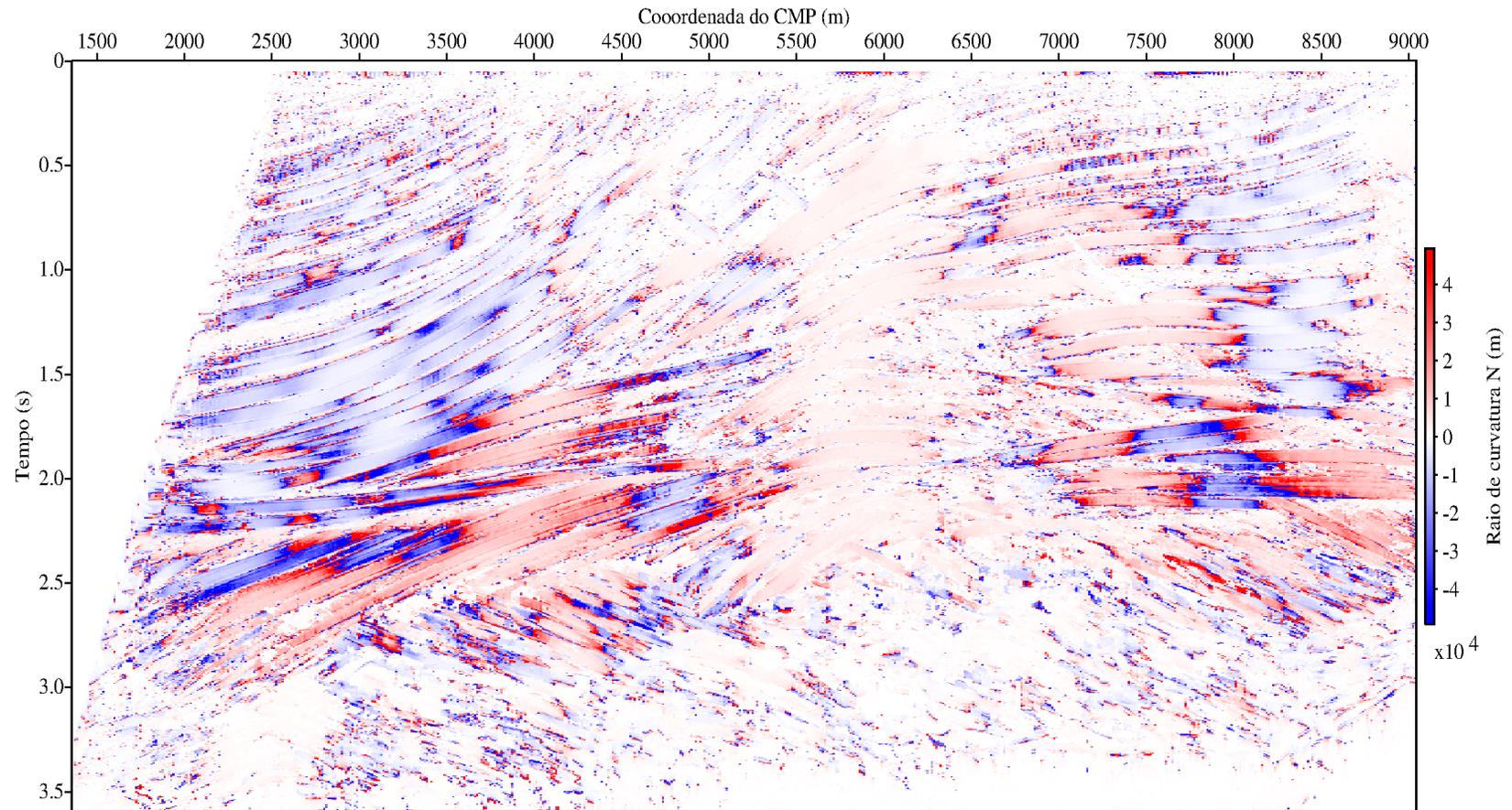
Fonte: O autor.

Figura 4.14: Marmousoft. Seção R_{NIP} .



Fonte: O autor.

Figura 4.15: Marmousoft. Seção R_N .



Fonte: O autor.

4.1.4 Inversão NIP-tomográfica

Na seção afastamento-nulo, mostrada na Figura 4.11, foram conservados 2010 pontos após a edição (ver Figuras 4.16 e 4.40), e associados com os atributos CRS extraídos das correspondentes seções R_{NIP} (ver Figura 4.12) e ângulo de emergência α (ver Figura 4.13). As componentes resultantes τ_0 , $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $p^{(\xi)}$, calculados dos valores extraídos de R_{NIP} e α pela equação (2.8), são mostrados nas Figuras 4.19 como função de ξ_0 (a quarta componente do dado observado). Estes 2010 pontos são usados como entrada na inversão NIP-tomográfica.

O modelo de velocidade a ser determinado é definido em uma malha de $n_x \times n_z = 14 \times 7$ nós B-splines com um espaçamento horizontal uniforme de 600 m e um espaçamento uniforme vertical de 500 m. A localização dos nós vai de $x = 1300$ m a $x = 9100$ m na horizontal, e da medida de superfície ($z_0 = 0$) para uma profundidade de 3000 m na vertical. Para o modelo inicial, foi usado como velocidade na superfície o valor de $v_0 = 1500$ m/s e um gradiente vertical de velocidade constante igual a $k_z = 0.80 \text{ s}^{-1}$, considerando que a velocidade aumenta com a profundidade pela função linear $v(z) = v_0 + k_z z$.

A regularização inicial é aplicada com $\varepsilon_{xx} = 0.80$ e $\varepsilon_{zz} = 0.20$ na equação (3.13) e a regularização global inicial $\varepsilon'' = \varepsilon = 0,0001(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})$, onde diminui de valor para cada iteração, de acordo com a relação:

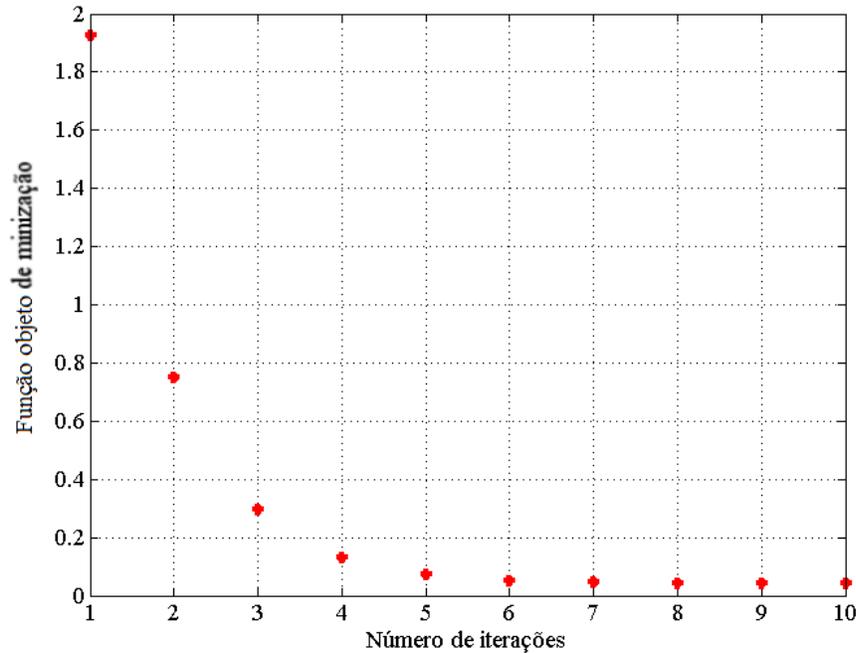
$$\varepsilon''_{n+1} = \sqrt{\frac{S_n}{S_{n-1}}} \varepsilon''_n, \quad (4.2)$$

onde S_{n-1} é o fator de regularização calculado na iteração $n - 1$ para o fator de regularização ε''_{n-1} e S_n é o fator de regularização calculado na iteração n para o fator de regularização ε''_n .

Para os pesos dos parâmetros de entrada (como descrito na matriz covariância $\underline{\mathbf{C}}_D$ na equação (3.11), foram usados os valores sugeridos na seção 3.3 que são: $\sigma_\tau = 1$, $\sigma_M = 1$, $\sigma_p = 2$ e $\sigma_\xi = 1$, $\sigma_v = 1$ e $\sigma_{v_q} = 0$.

Com estes parâmetros, foi realizado um total de 10 iterações com convergência, como pode ser visualizado na Figura 4.18. O erro residual entre as componentes do dado τ_0 , $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $p^{(\xi)}$ são mostrados nas Figuras 4.19, observando que a função objeto de minimização foi minimizada.

Figura 4.18: Gráfico da função objeto de minimização em função do número de iterações para o processo de inversão. O total de iteração usadas foi de 10, mas efetivamente se tem uma solução com 7 iterações.



Fonte: O autor.

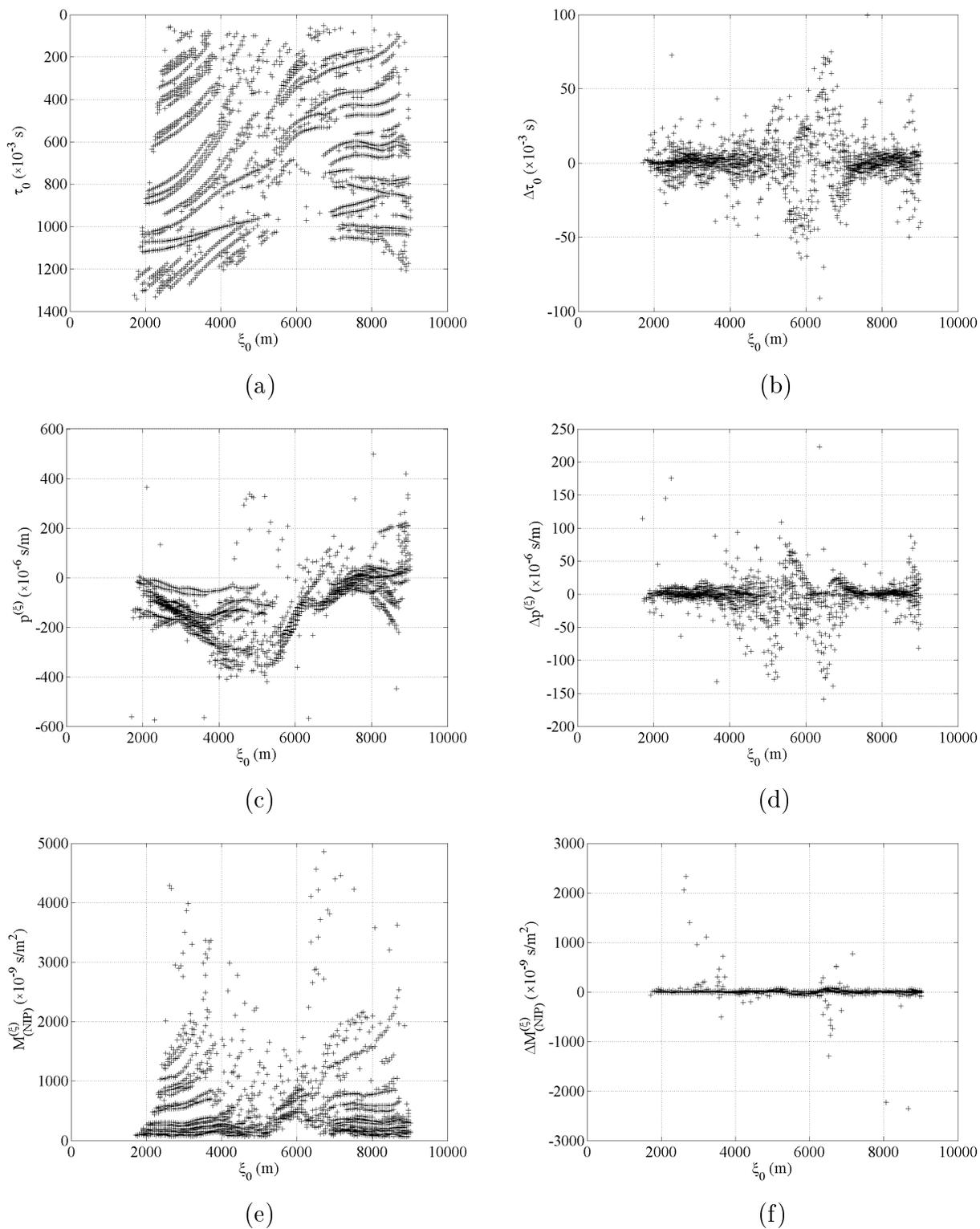
Em relação ao modelo de velocidade obtido pela NIP-tomografia, a Figura 4.21 mostra o modelo de velocidade inicial com os 2010 pontos sobrepostos utilizados como dados de entrada para a nip-tomografia, representando os atributos CRS da onda NIP.

A Figura 4.21 mostra o modelo de velocidade final obtido após 10 iterações e plotados os 2010 pontos sobrepostos representando a localização NIP dos refletores na forma $(x, z)^{(NIP)}$.

A Figura 4.22 mostra o modelo de velocidade final com o traçamento dos 2010 raios normais correspondentes aos parâmetros do modelo $(x, z, \theta)^{(NIP)}$.

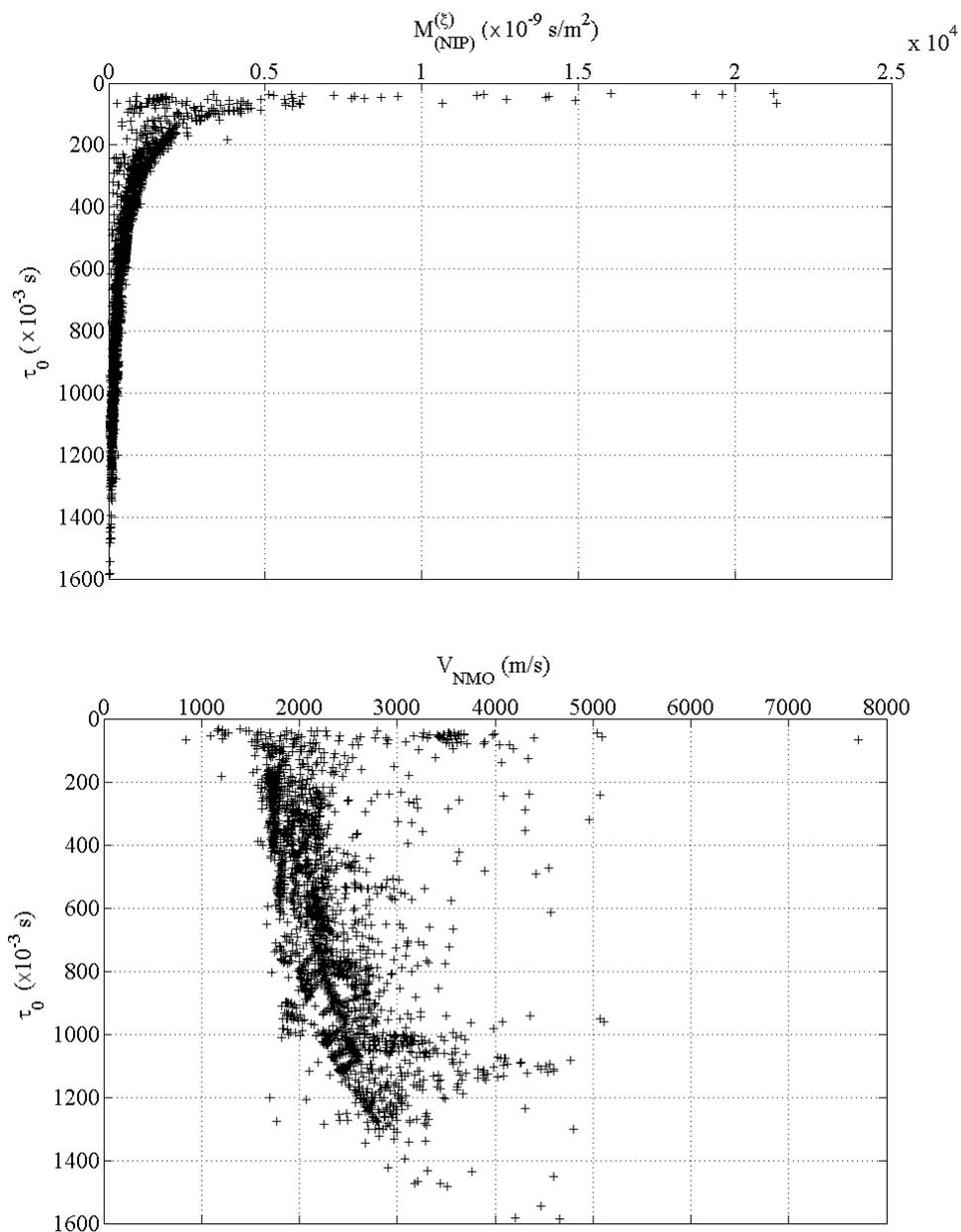
Do modelo de velocidade obtido pela nip-tomografia para o marmousoft mostram que, as marcações realizadas permitiu a existência de pontos que não correspondem aos eventos da seção empilhada-CRS, já que se observa grandes desvios nos erros residuais para algumas marcações dos atributos CRS entre o modelo inicial e o final (ver Figura 4.19), podendo ser observadas pelas grandes inclinações locais θ de alguns raios normais referentes a localização NIP dos refletores (ver Figura 4.22).

Figura 4.19: Dados de entrada e controle de qualidade da inversão. (a) Pontos marcados da componente τ_0 usado na inversão. (b) Erro residual em τ_0 para 10 iterações. (c) Valores da componente $p^{(\xi)}$ usados na inversão. (d) Erro residual em $p^{(\xi)}$ para 10 iterações. (e) Valores da componente $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ usados na inversão. (f) Erro residual em $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ para 10 iterações.



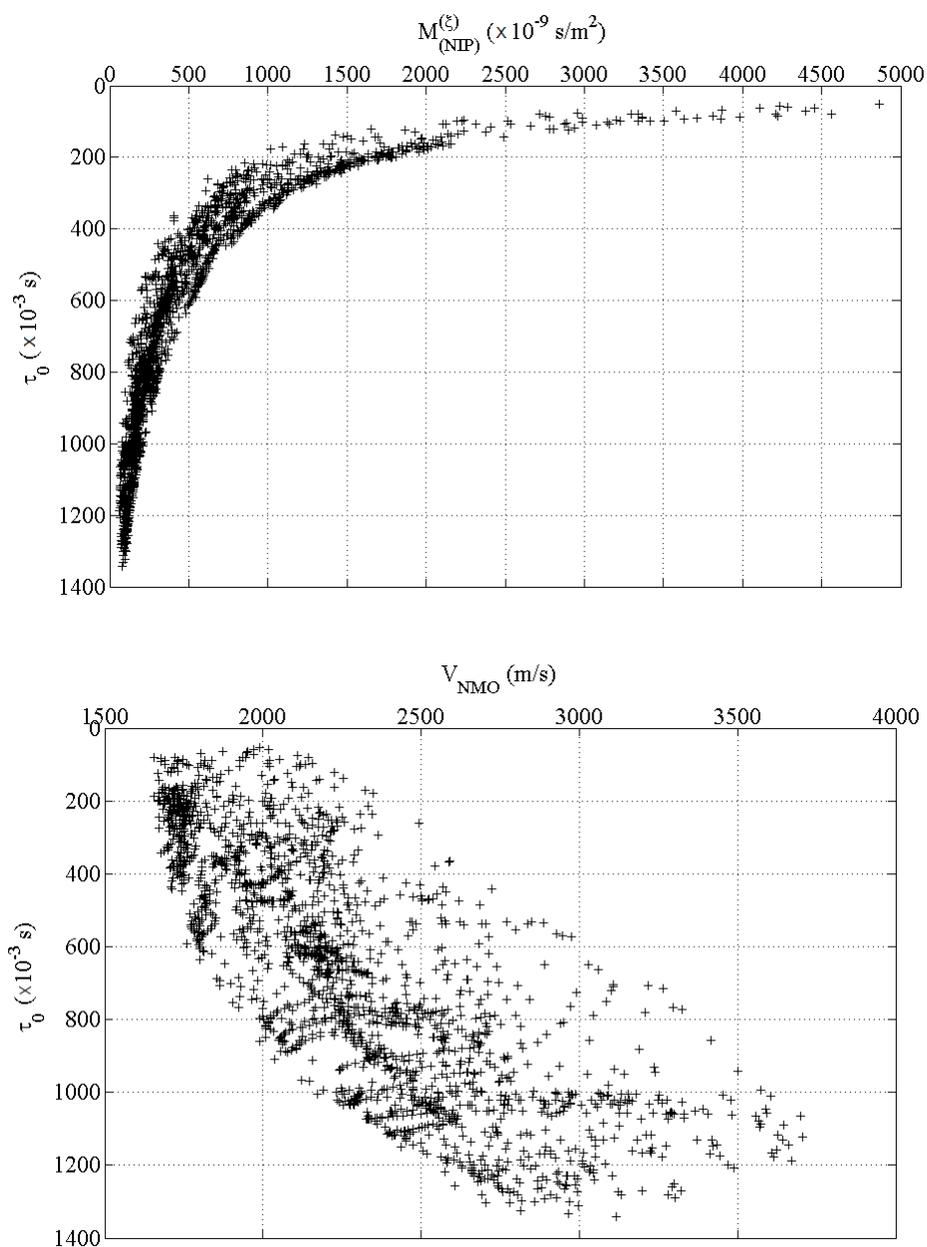
Fonte: O autor.

Figura 4.16: Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS do Mar-mousoft, antes da edição desses pontos.



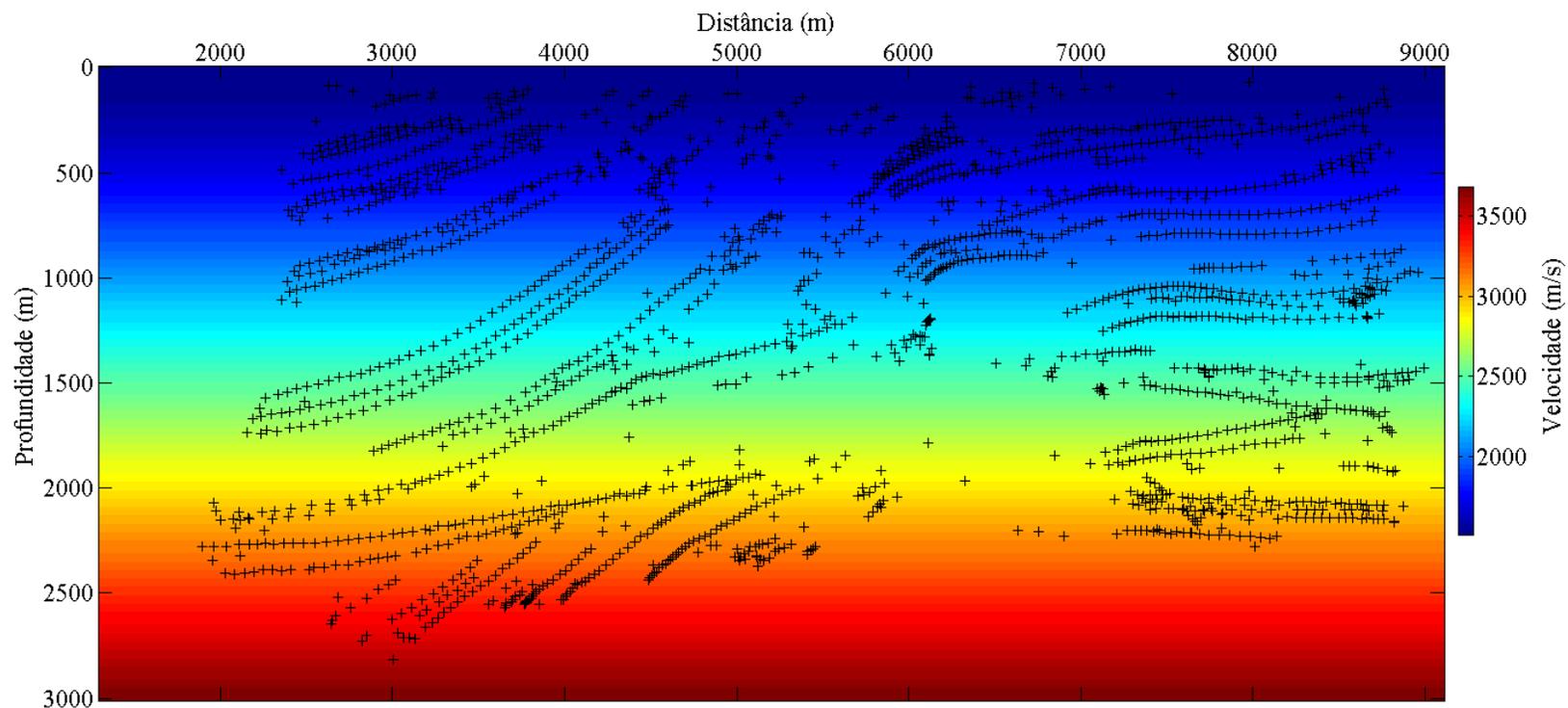
Fonte: O autor.

Figura 4.17: Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS do Mar-mousoft após a edição desses. Observa-se que valores da velocidade de empilhamento NMO menores de 3000 m/s com tempos acima de 1300 ms foram editados, além dos pontos com valores abaixo de $50 \times 10^{-9} \text{ s/m}^2$ são ruídos.



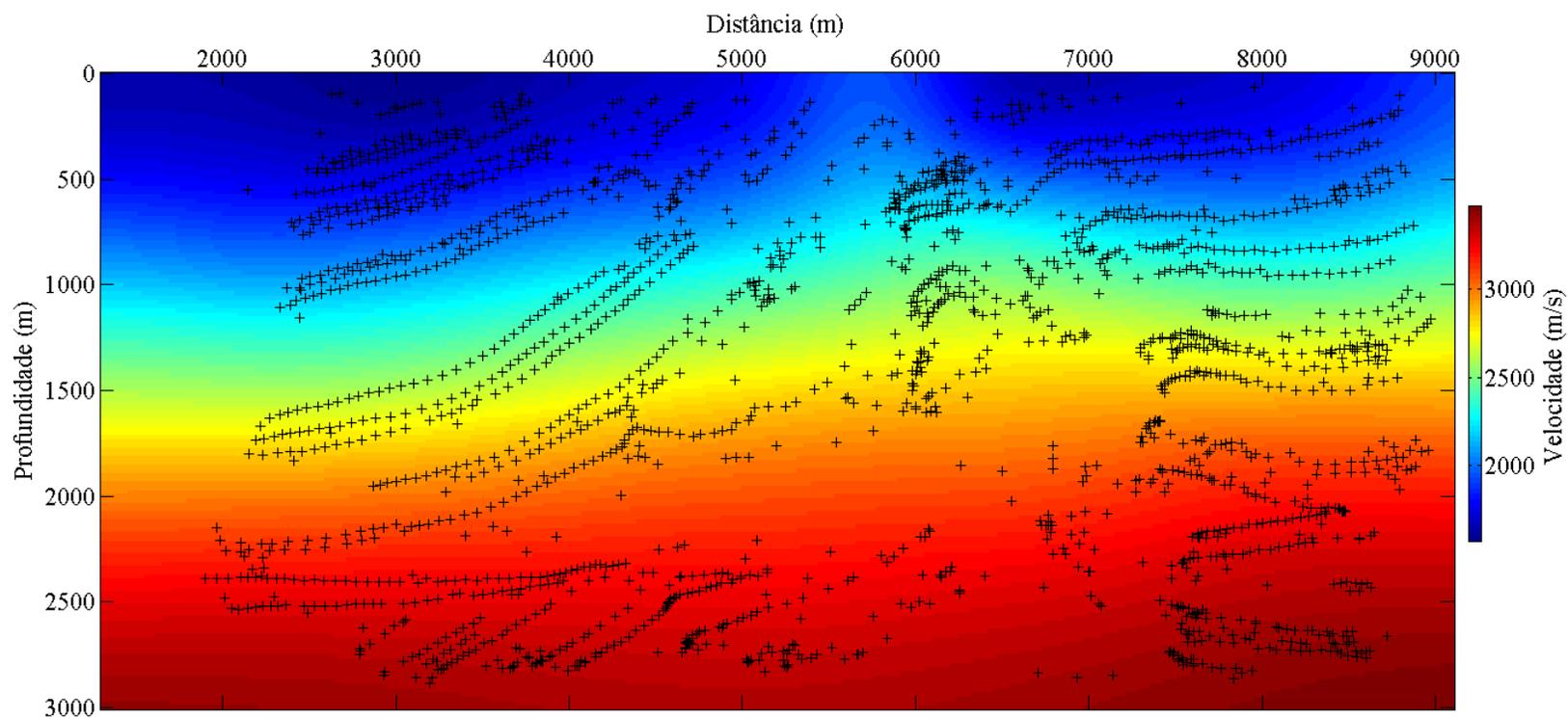
Fonte: O autor.

Figura 4.20: Marmousoft. Distribuição de velocidade inicial obtida pelo gradiente de velocidade vertical constante k_z , onde os pontos sobrepostos representam as 2010 marcações realizadas na seção empilhada CRS, que são utilizadas como dado de entrada para a niptomografia.



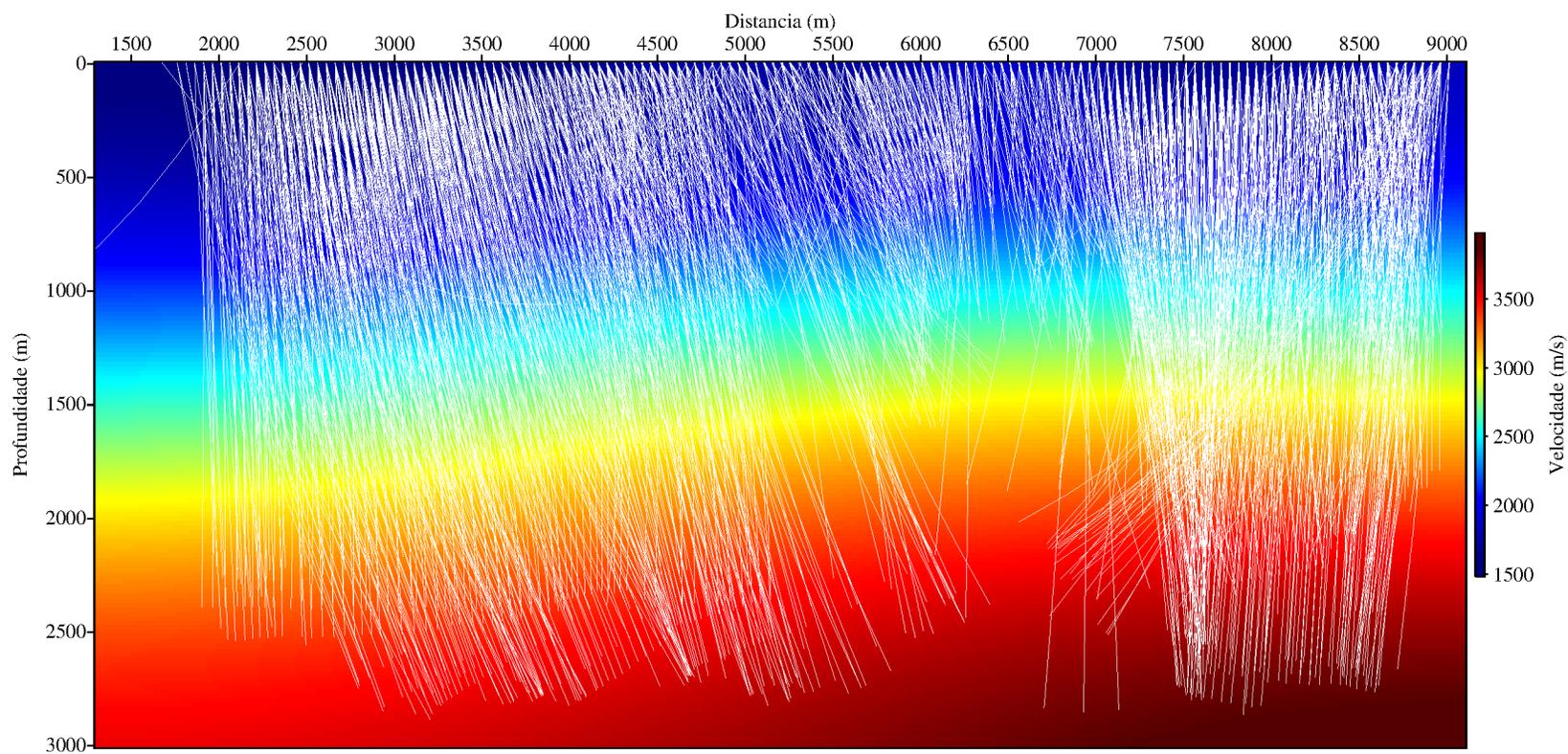
Fonte: O autor.

Figura 4.21: Marmousoft. Resultado da inversão para 10 iterações, onde os pontos sobrepostos são os 2010 pontos que representam a localização NIP dos refletores $(x, z)^{NIP}$.



Fonte: O autor.

Figura 4.22: Marmousoft: Modelo de velocidade final com os raios normais correspondendo aos parâmetro do modelo $(x, z, \theta)^{(NIP)}$ traçados.



Fonte: O autor.

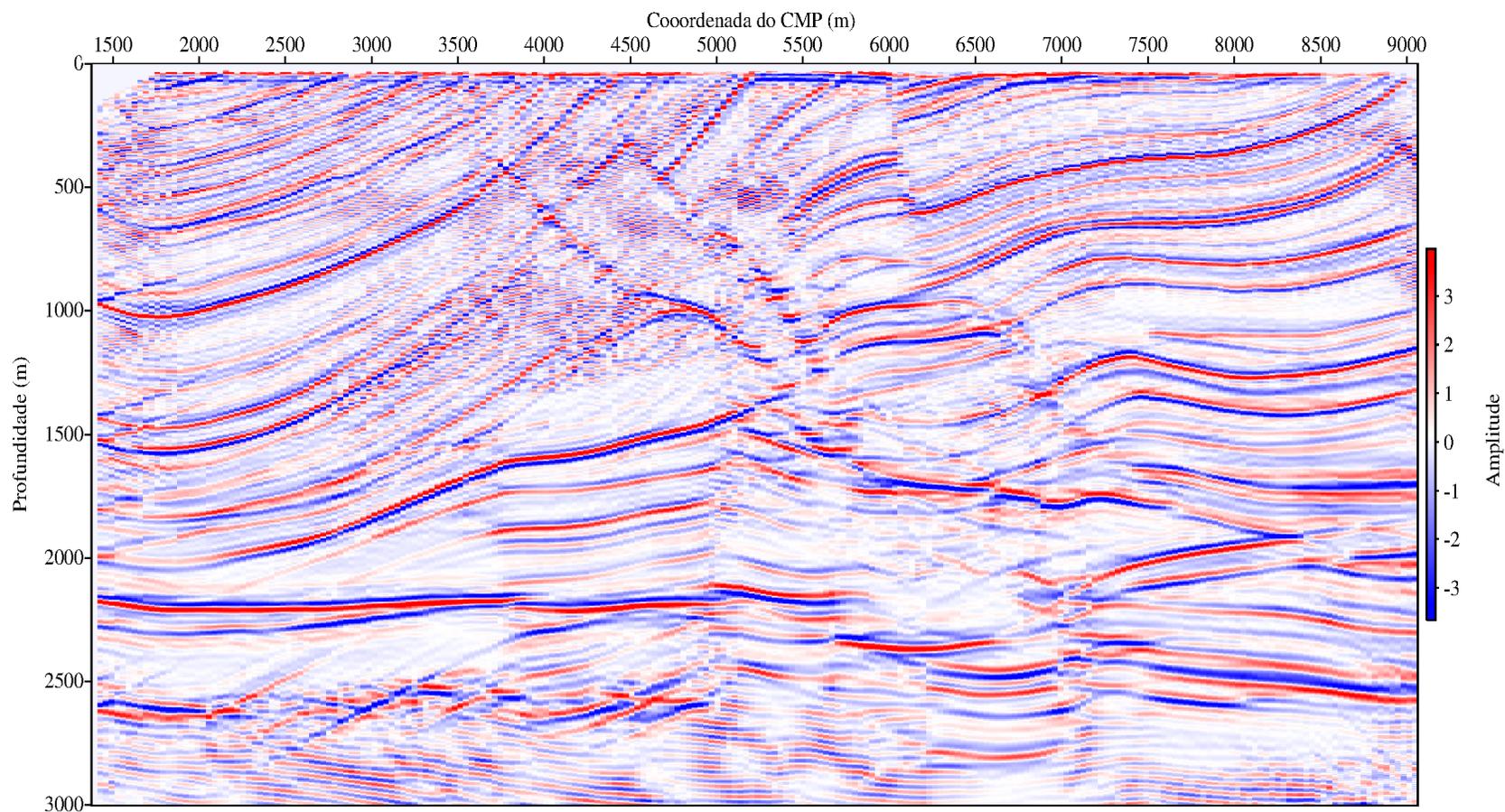
4.1.5 Migração pré-empilhamento em profundidade

O modelo de velocidade suavizado obtido pela inversão NIP-tomográfica foi usado para a migração em profundidade do dado Marmousoft, utilizando o método denominado migração Kirchhoff em profundidade (ver apêndice G). As informações de entrada utilizadas para a migração são: a abertura horizontal de migração igual a 300 m, ângulo de emergência máxima entre os raios de 60 graus, profundidade máxima para a migração de 3000 m e incremento vertical na profundidade de 20 m.

O resultado obtido é a seção migrada mostrada na Figura 4.23. Na seção migrada da Figura 4.23 é possível observar os refletores inclinados e as falhas geológicas, porém com artefatos de migração em regiões mais profundas no canto inferior à direita da seção sísmica.

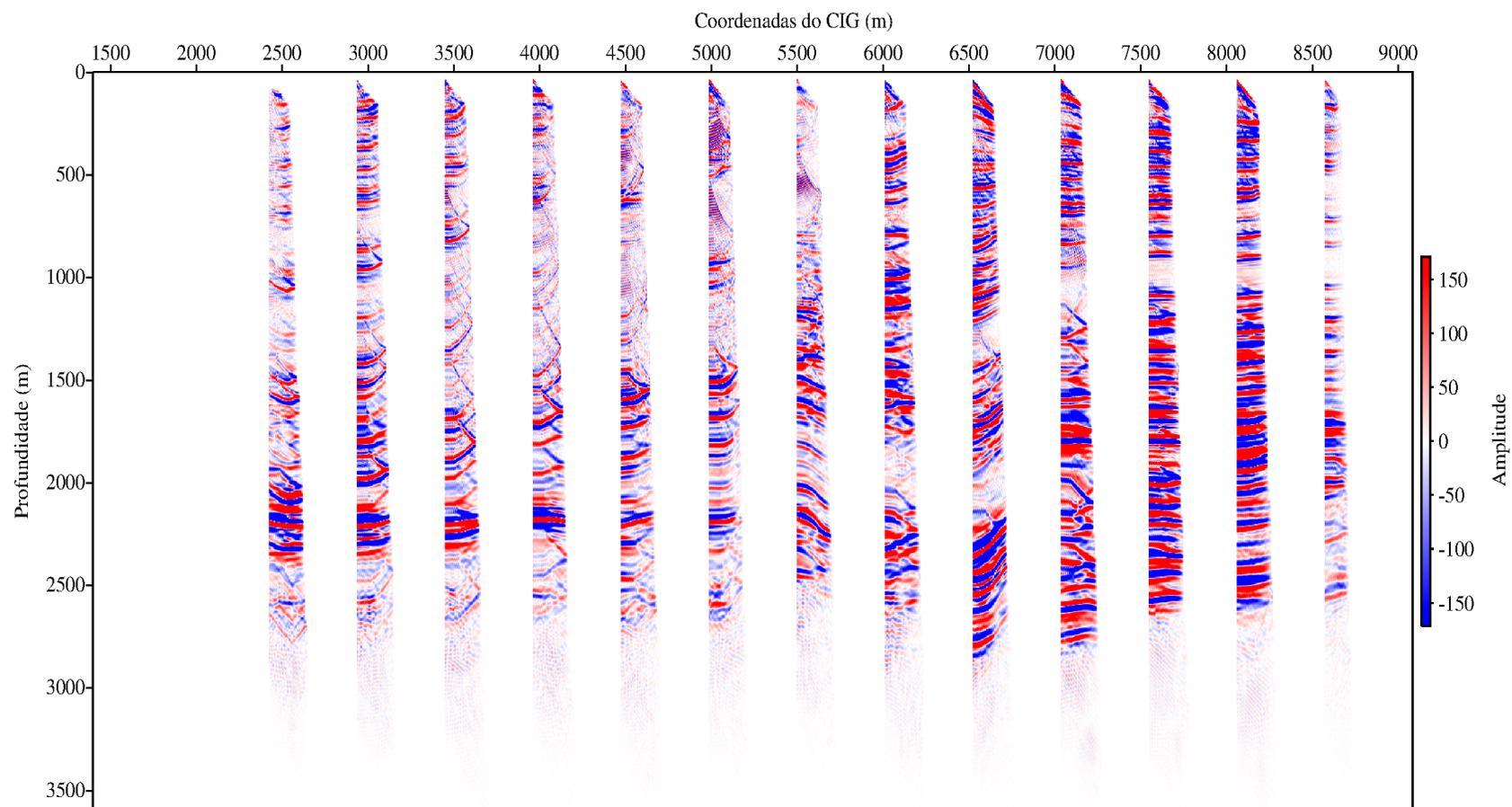
Para avaliar melhor o modelo de velocidade obtido pela nip-tomografia, selecionou-se algumas Famílias de Imageam-Comum (abreviatura em inglês CIG) da migração pré-empilhamento da Figura 4.24. Observa-se que somente em alguns CIGs os eventos ficam horizontalizados, indicando que o modelo ficou apenas aproximadamente coerente com o dado sísmico Marmousoft.

Figura 4.23: Seção migrada pré-empilhada em profundidade do dado Marmousoft utilizando o modelo de velocidade final na Figura 4.21 obtido pela nip-tomografia. Observa-se o colapso das difrações na parte central e superior. Enquanto que no empilhamento-CRS os eventos são mais contínuos, na migração eles apresentam-se mais sinuosos.



Fonte: O autor.

Figura 4.24: Família imagem-comum da seção migrada pré-empilhada, visualizada na Figura 4.23. O afastamento em cada família varia de 100 a 2475m.



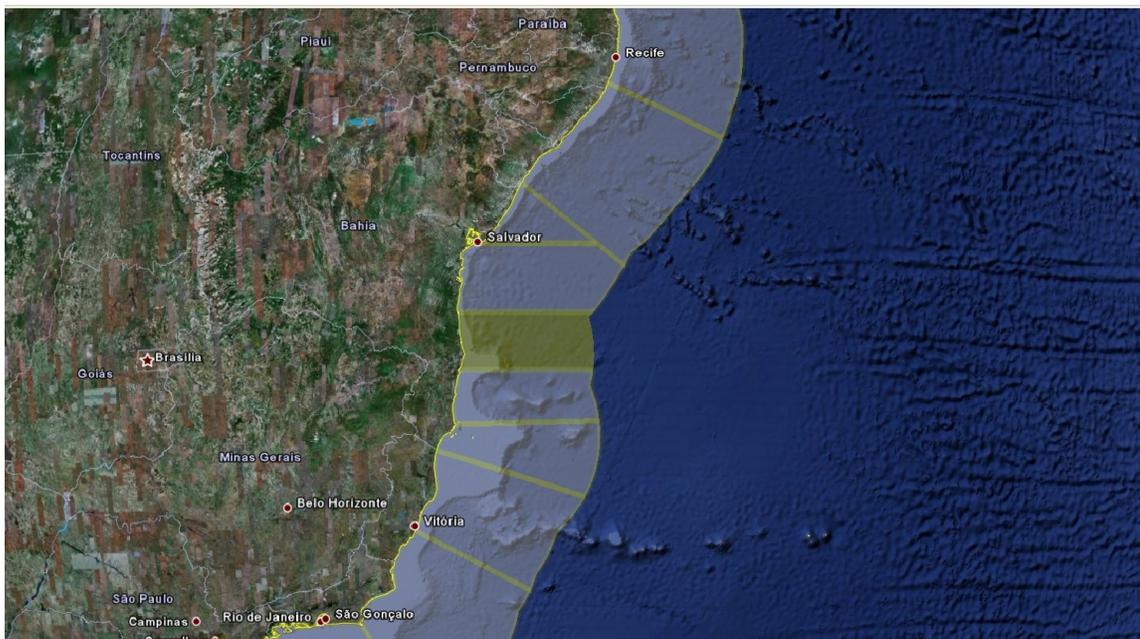
Fonte: O autor.

4.2 Dado real: Bacia do Jequitinhonha

4.2.1 Geologia, localização e aquisição

A Bacia do Jequitinhonha pertence ao grupo de bacias litorâneas brasileiras e localiza-se na margem leste da costa brasileira, no litoral do estado da Bahia, entre os paralelos de $14^{\circ}37'$ sul e $16^{\circ}24'$ sul (ver Figura 4.25). Possui cerca de 5535 km^2 de área submersa (aproximadamente 20% da área total), tornando-a uma bacia eminentemente marítima. Ao norte, sua batimetria descreve uma plataforma com espessura de lâmina d'água variando progressivamente, e a partir de 50 m inicia-se o talude suavemente íngreme e que chega a 3000 m de profundidade. Ao sul, tem-se uma plataforma mais alongada que pode chegar a 85 km de extensão, e um talude mais íngreme, cuja profundidade varia de 50 m a 3000 m (ver Figura 4.26).

Figura 4.25: Mapa de localização da bacia do Jequitinhonha com ênfase na área de estudo (em amarelo) onde o fundo do mar varia de 150 m a 1500 m de profundidade.

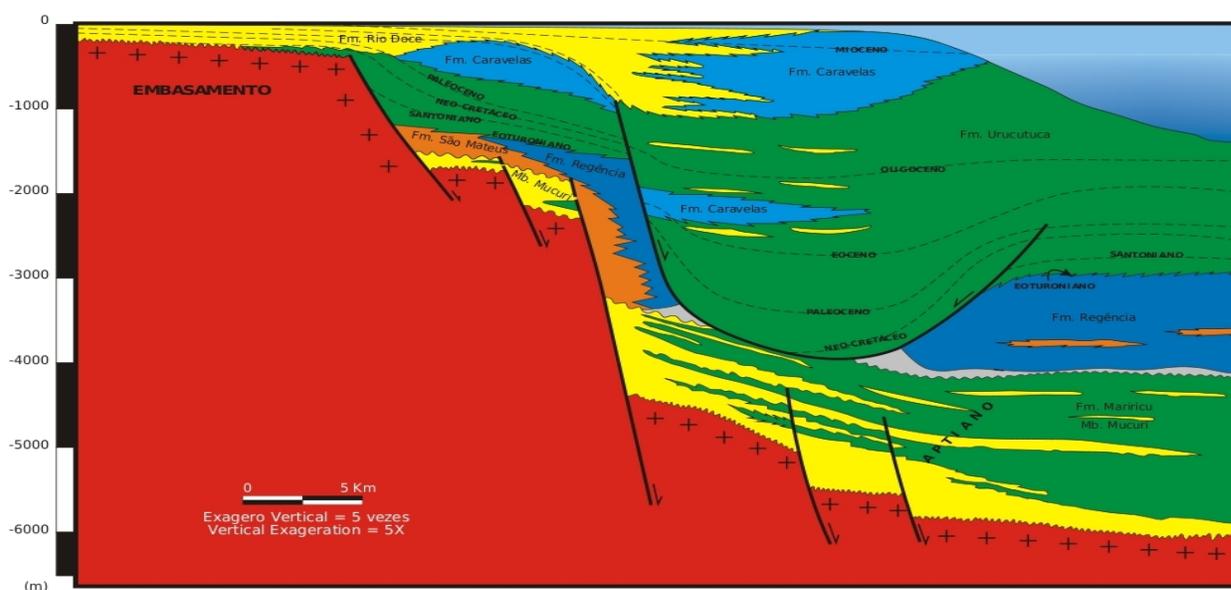


Fonte: Jequitinhonha (2012).

A coluna estratigráfica inclui uma seqüência sin-rifte, seguida de uma seqüência transicional evaporítica e de uma seqüência marítima em suas fases carbonáticas, de uma seqüência marinha transgressiva e, no topo, uma seqüência marinha regressiva. Uma seção geológica esquemática da plataforma continental é apresentada na Figura 4.26, onde se destaca a ocor-

rência de uma fossa, de uma feição estrutural-estratigráfica associada à tectônica extensional causada pelo fluxo de sal em direção às águas profundas (MAGNAVITA et al., 1998). A bacia apresenta uma sedimentação marítima cretácea e paleogena preponderante, quando comparada à sedimentação rifte. Espessas camadas de sal e domos de até 4km de espessura se desenvolvem nas porções de águas profundas e ultra-profundas formando maciços que evoluem na direção NNW-SSE (ver Figura 4.26).

Figura 4.26: Seção geológica esquemática da porção de água rasa da bacia sedimentar do Jequitinhonha, onde é ilustrado a fossa tectônica resultante da distensão provocada pela fuga de sal para águas mais profundas a leste.



Fonte: Jequitinhonha (2012).

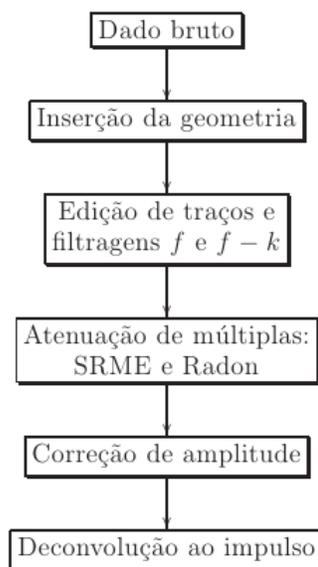
A linha sísmica *L2140270* foi adquirida pela PETROBRAS no ano de 1985 em domínio CS (common shot), segundo a configuração de arrasto-de-cabo, utilizando uma única embarcação. O comprimento total da linha sísmica é de 42 km, e foi gravada com streamer digital de 120 canais. A Figura 4.27 mostra a localização da linha da seção sísmica em estudo. Para preparar esse dado sísmico ao processo de inversão NIP-tomográfica, foi necessário realizar o pré-processamento, cujos resultados foram obtidos do trabalho de Nunes (2010), cujas etapas estão resumidas no fluxograma na Figura 4.28, e também o empilhamento CRS para extrair os atributos CRS, que servirão como dados de entrada para a NIP-tomografia.

Figura 4.27: Mapa de localização da linha sísmica utilizada (em vermelho).



Fonte: Jequitinhonha (2012).

Figura 4.28: Fluxograma do pré-processamento da linha L2140270 da Bacia do Jequitinhonha.



Fonte: O autor.

Seguindo a metodologia com o dado sintético, esta seção trata da inversão com dado

real da linha 2D L2140268 da bacia do Jequitinhonha, segundo os parâmetros descritos na Tabela 4.3. Uma amostra da seção tiro-comum desse dado está mostrada na Figura 4.29(a) e uma da seção CMP mostrada na Figura 4.29(b). A partir dos parâmetros da aquisição da Tabela 4.3, se pode obter a seção afastamento-mínimo (ver Figura 4.30) que serve para orientar as etapas posteriores, sendo considerada como referência para o processamento e o imageamento.

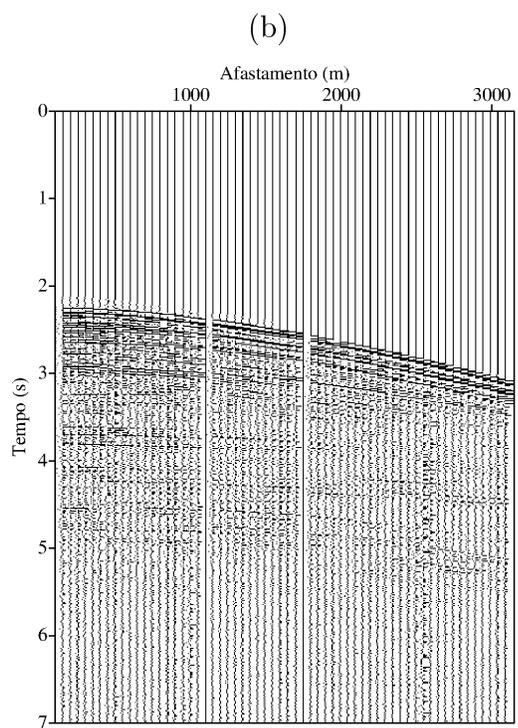
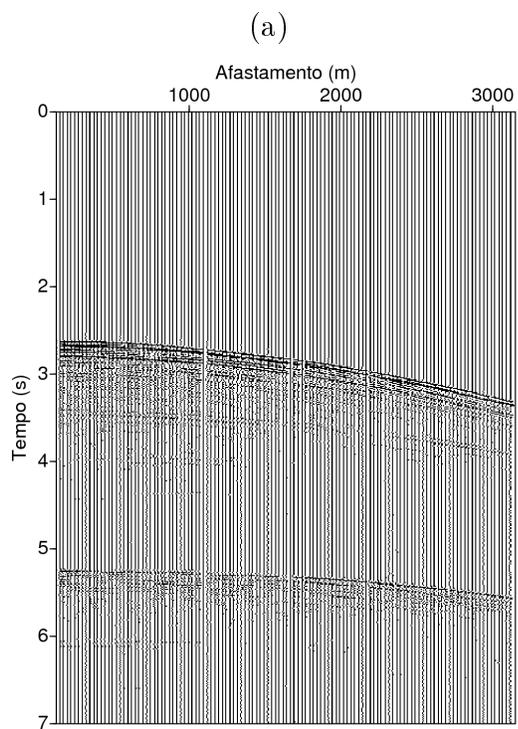
Tabela 4.3: Parâmetros da aquisição do dado real L2140270.

Geometria de aquisição	
Número de tiros	1589
Intervalo de tiros	25 m
Número de receptores	120
Intervalo entre receptores	25 m
Laço dos receptores	150 a 3125 m

Parâmetros de gravação	
Intervalo de amostragem	4 ms
Tempo de gravação	7 s

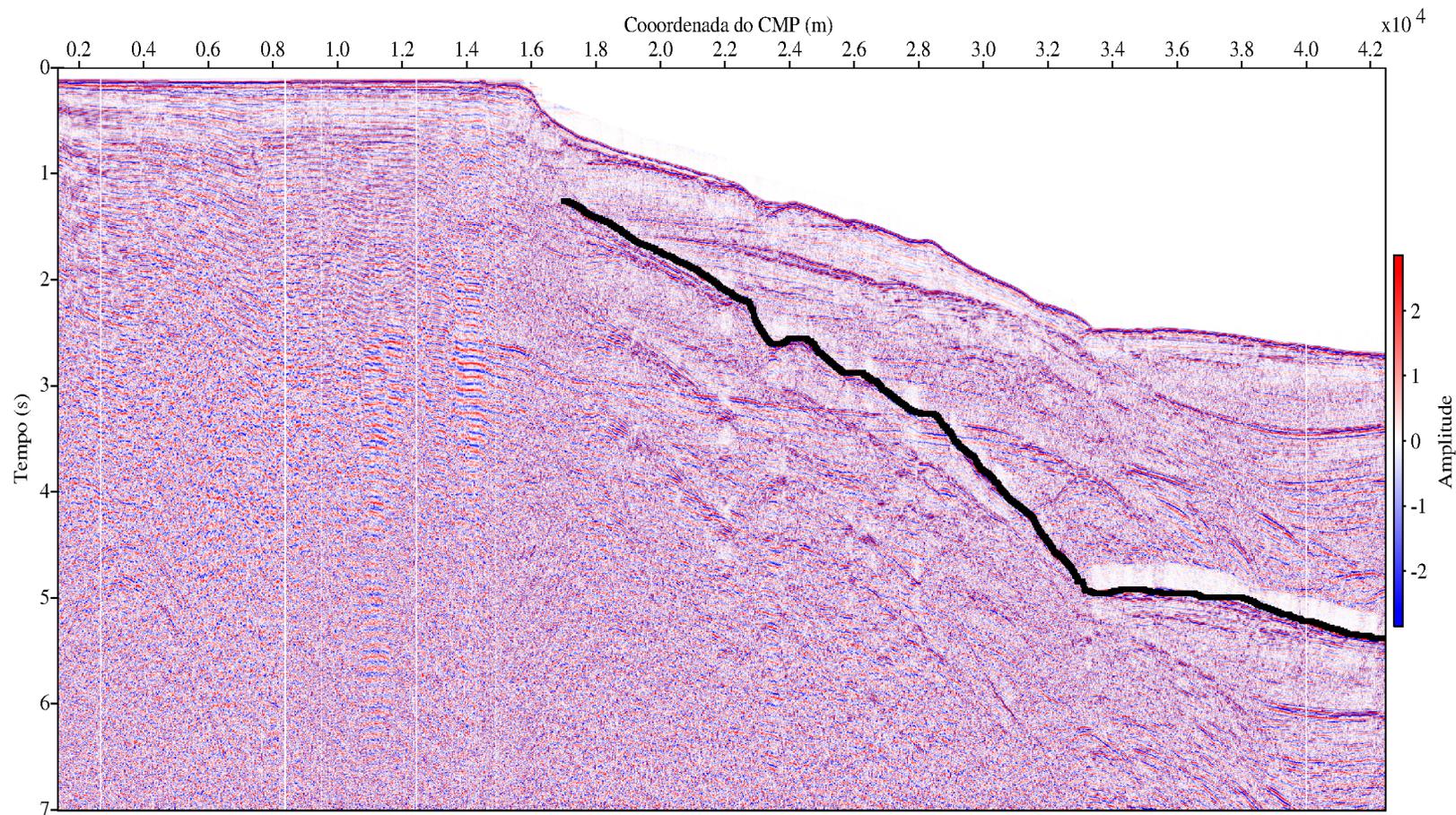
Geometria CMP	
Número de CMP	3296
Intervalo entre CMP	12,5 m
Número máximo de traços por CMP	60

Figura 4.29: Linha L2140270. Seção tiro-comum de localização $x = 40600$ m (a) e seção CMP de localização $x = 32800$ m (b).



Fonte: O autor.

Figura 4.30: Seção afastamento-mínimo da linha L2140270 ($x = 150\text{m}$) usado como referência para o processamento, inversão e imageamento sísmico. Esta foi obtida antes do pré-processamento, onde foi traçada a múltipla de superfície livre (em destaque pela linha contínua em cor preta).



Fonte: O autor.

4.2.2 Empilhamento NMO

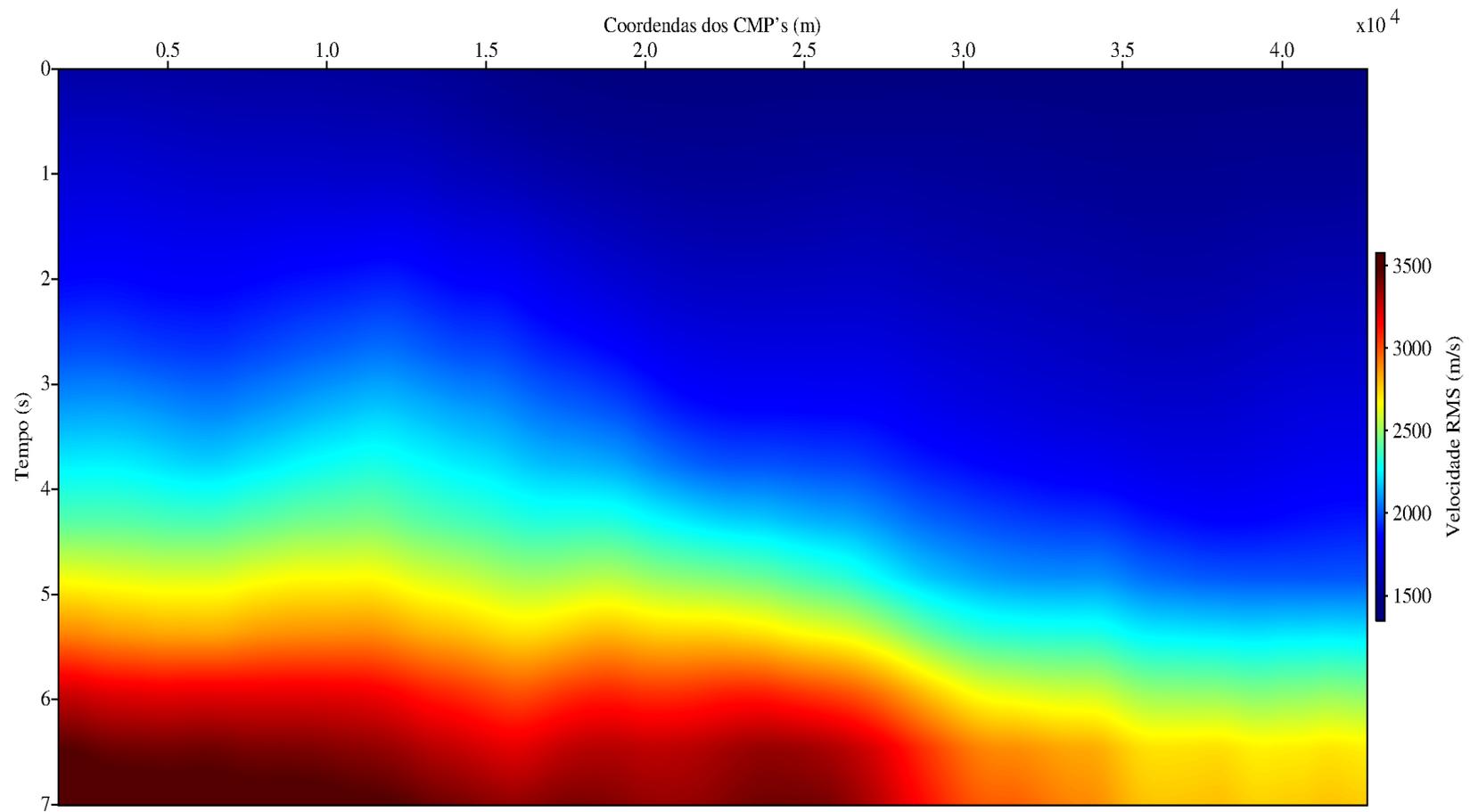
Para o dado real linha L2140270, se fez a organização em família CMP para a obtenção das velocidades RMS em função do tempo $v_{\text{RMS}}(t)$, a partir das marcação de seus eventos no mapa-semblance (ver Figura 2.4), utilizando as equações (2.4) e (2.5). Com as velocidades RMS, se obteve o mapa de distribuição de velocidades no tempo, interpolando as velocidades RMS marcados no mapa-semblance e plotados em função do tempo e da localização do CMP, ou seja, $v_{\text{RMS}} = v_{\text{RMS}}(x, t)$ (ver Figura 4.31). Observa-se que as velocidades RMS aumentam conforme aumenta o tempo de trânsito.

Para o dado real linha L2140270, se obteve a distribuição velocidades RMS no tempo $v_{\text{RMS}}(t)$, como mostrado na Figura 4.31, e foi obtido através de marcações manuais no mapa semblance em intervalos sucessivos de CMPs (ver Figura 2.4), onde cada CMP teve seu número de pontos marcados interpolado para o mesmo número de amostras. Observa-se que os maiores valores das velocidades estão nas regiões mais profundas, assim como os valores de 1500 m/s compreendidos na parte superior dessa distribuição corresponde ao fundo oceânico e também variações laterais e verticais de velocidade.

O mapa de distribuição de velocidades em profundidade da Figura 4.32 foi obtido através da Figura 4.31 pela conversão das velocidades $v_{\text{RMS}}(x, t)$ para $v_{\text{INT}}(x, z)$, onde se observa que as regiões de maior velocidade continuam a se distribuir nas regiões mais profundas da seção.

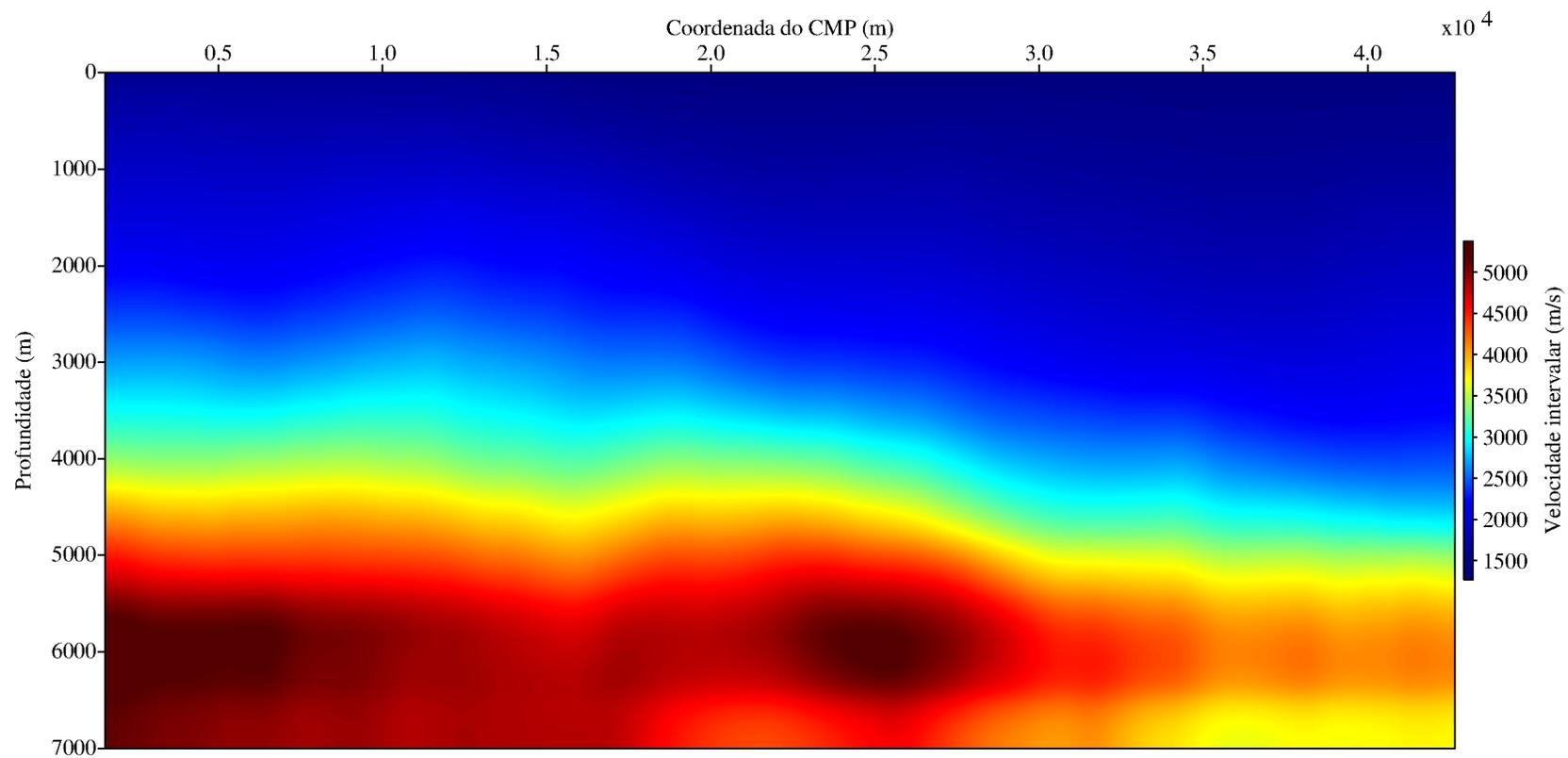
Com as velocidades RMS v_{RMS} marcadas no mapa semblance, foi realizada a correção e o empilhamento NMO (ver Figura 4.33) e se observa que os principais refletores estão localizados na região abaixo de 5 s, tornando-se semelhante a seção afastamento-mínimo (comparar com a Figura 4.30).

Figura 4.31: Linha L2140270. Modelo de velocidade interpolado no tempo $v_{\text{RMS}}(x, t)$ obtido pela marcação das velocidades $v_{\text{RMS}}(t)$ para os CMP selecionados (ver Figura 2.4).



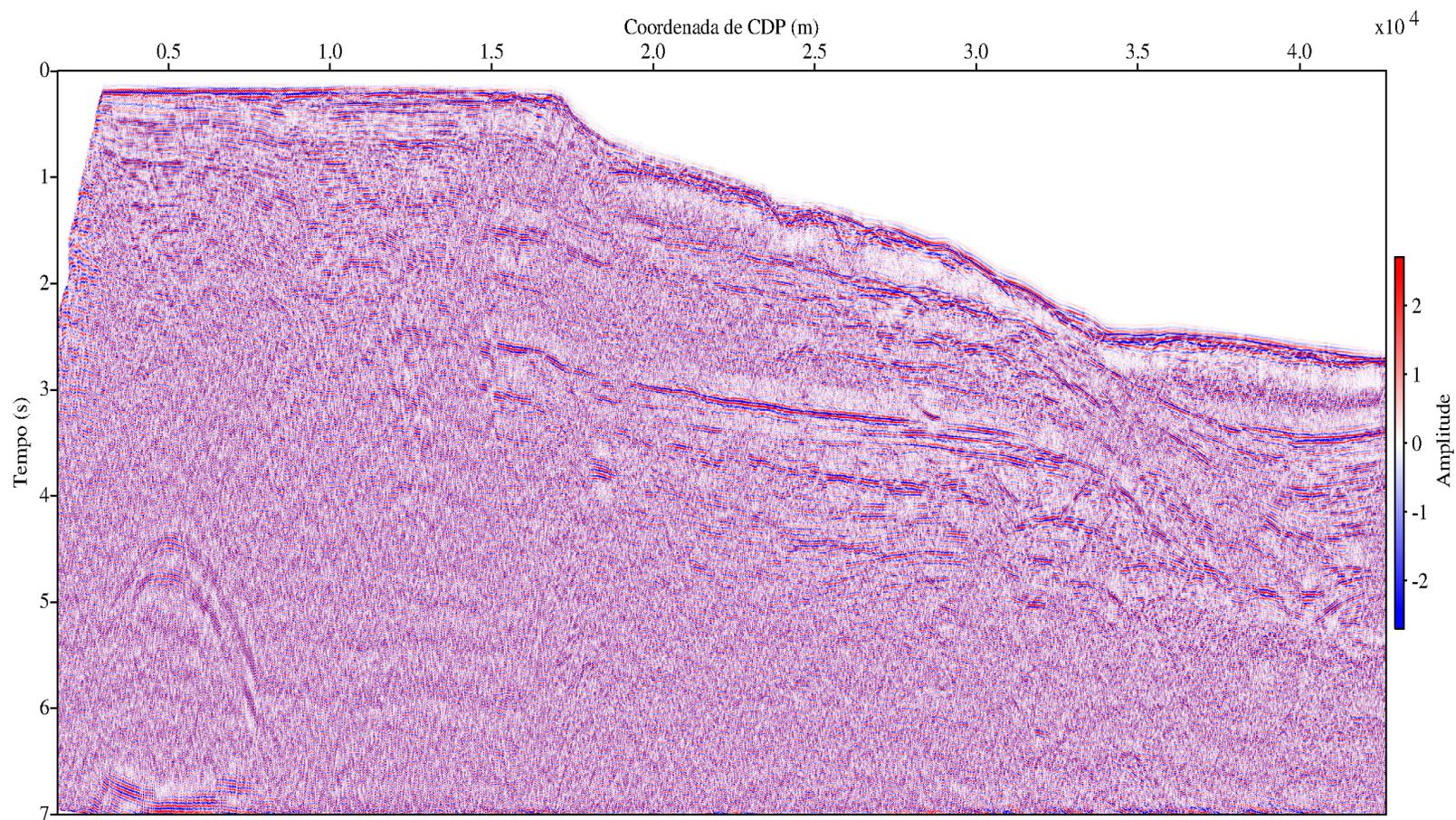
Fonte: O autor.

Figura 4.32: Linha L2140270. Modelo de velocidade intervalar em profundidade obtido pela conversão das velocidades $v_{RMS}(x, t)$ para $v_{INT}(x, z)$ mostrado na Figura 4.31.



Fonte: O autor.

Figura 4.33: Linha L2140270. Seção empilhada NMO obtida a partir das velocidade $v_{\text{RMS}}(t)$. Observa-se com a seção afastamento mostrada na Figura 4.30.



Fonte: O autor.

4.2.3 Empilhamento CRS

Para a realização do empilhamento CRS do dado L2140270 foi utilizada as informações de entrada contidas na Tabela 4.4. Do empilhamento CRS, obteve-se as seções: afastamento-nulo (ver Figura 4.34), coerência (ver Figura 4.35), R_{NIP} (ver Figura 4.36), ângulo de emergência α (ver Figura 4.37) e R_N (ver Figura 4.38).

Na seção afastamento-nulo otimizado mostrado na Figura 4.34 é possível visualizar melhor a continuidade dos eventos, onde se percebe uma significativa melhora com relação ao ruído e uma melhor visualização dos eventos para grandes profundidades, quando comparado com a seção empilhada NMO da Figura 4.33.

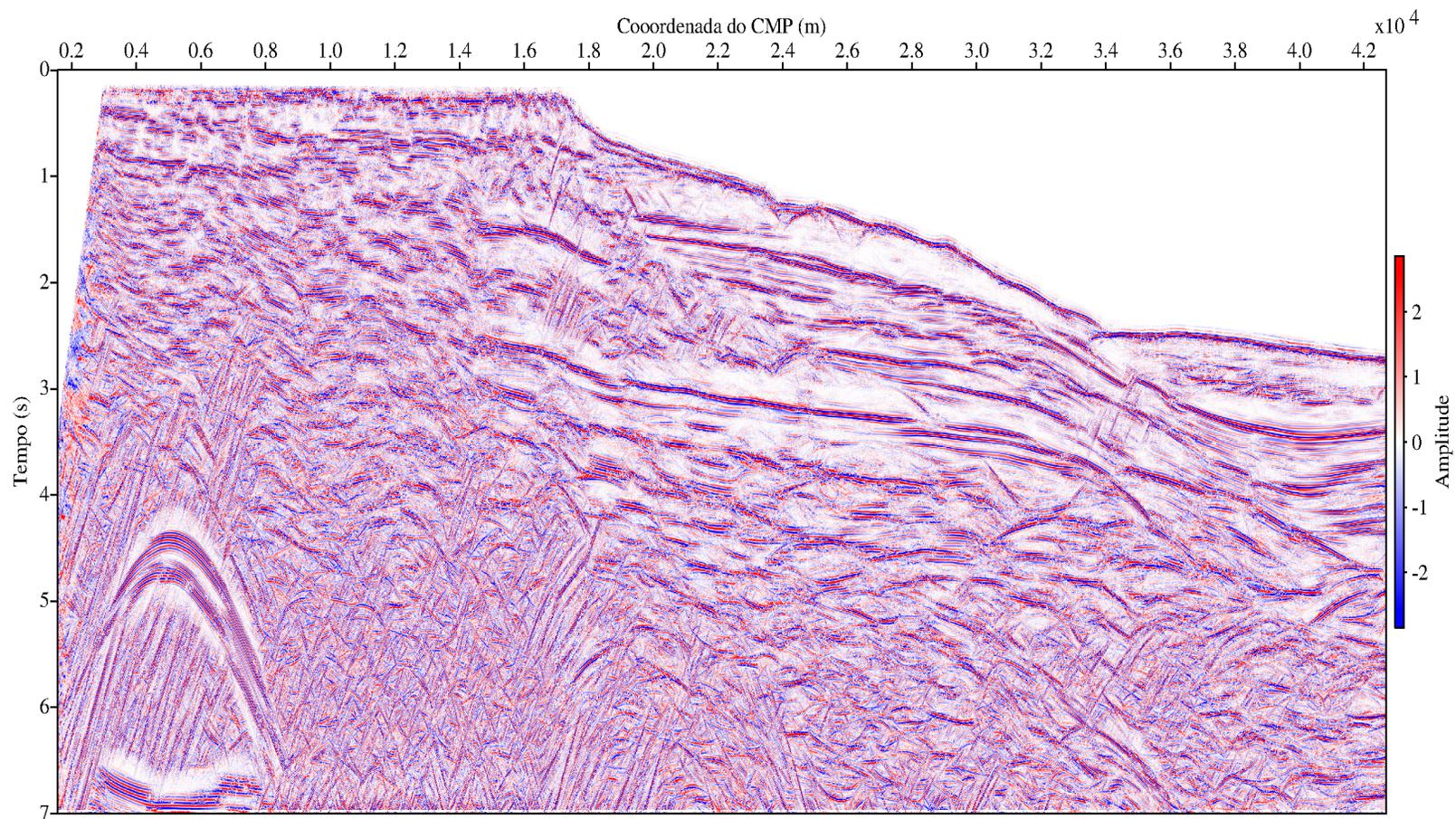
A seção coerência da Figura 4.35 mostra os eventos dominantes associados aos maiores valores de coerência que tem um máximo ao redor de 0,7. As seções ângulo de emergência e raio de curvatura da onda N são mostradas nas Figuras 4.36 e 4.38, respectivamente. Elas mostram claramente a separação entre as zonas de difração e de reflexão, e ambas estão diretamente relacionadas a mergulhos e curvaturas de eventos. A seção ângulo de emergência (ver Figura 4.36) apresenta como característica fortes difrações e se percebe uma nítida definição do fundo oceânico. Na seção raio de curvatura da onda N (Figura 4.38) se percebe uma clara divisão entre as zonas de difração e reflexão.

Nas seções afastamento-nulo (ver Figura 4.34) e coerência (ver Figura 4.35), observa-se duas grandes hipérbolas de difrações bem visualizadas no canto inferior à esquerda no tempo de 4,5 s, em comparação ao empilhamento NMO visualizado na Figura 4.33. Por isso, se evitou fazer marcações nessa região durante a obtenção dos atributos CRS.

Tabela 4.4: Informações de entrada para o empilhamento CRS do dado L2140270.

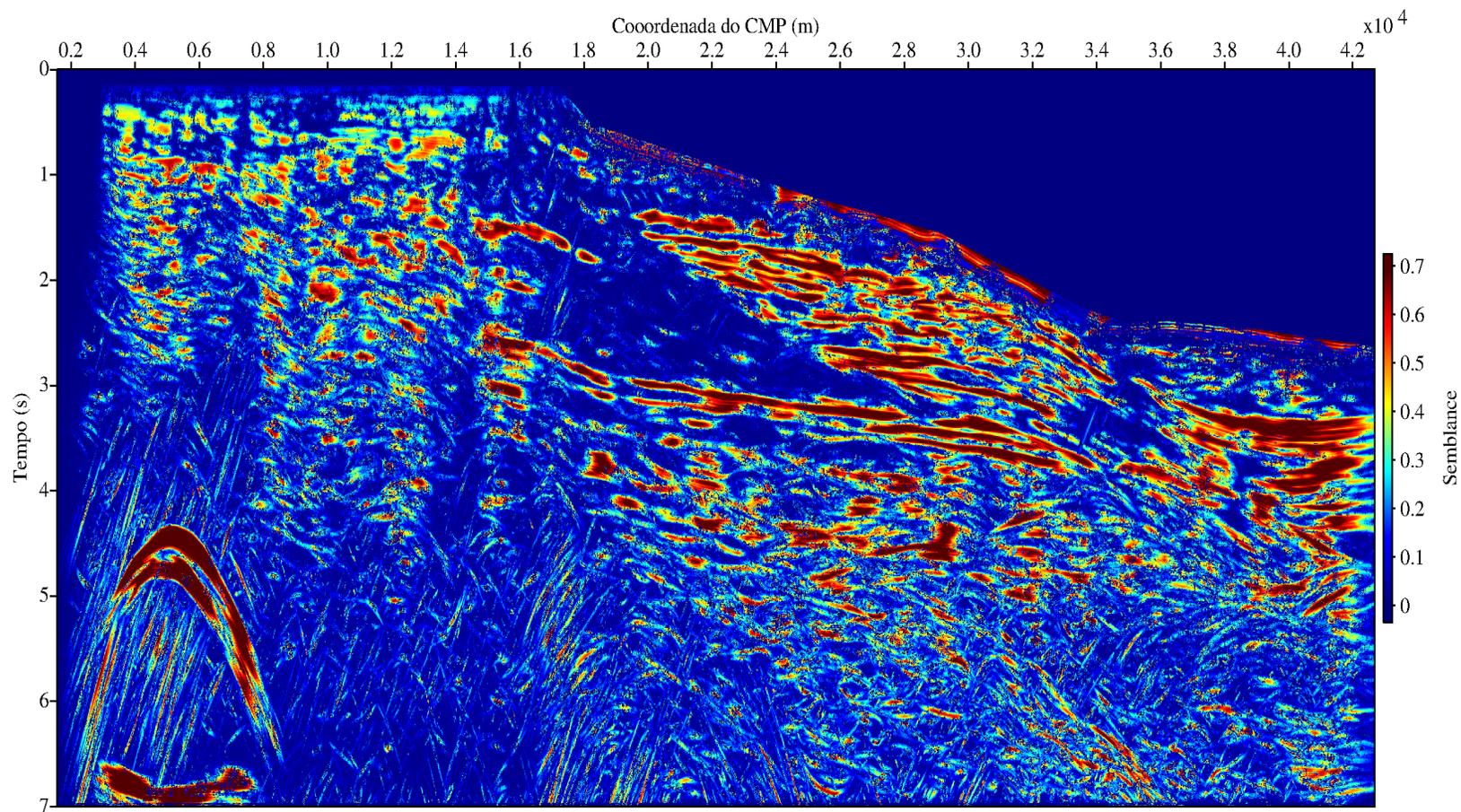
Parâmetros gerais	Valores
Medida de coerência	Semblance
Dado usado para análise de coerência	Traços normalizados
Velocidade e vínculos	Valores
Velocidade constante na superfície	1500 m/s
Velocidades de empilhamento testadas	1500 à 3500 m/s
Zona alvo	Valores
Tempos de trânsito para simulação ZO	0 à 7,0 s
Intervalo de amostragem temporal	4 ms
Número de traços ZO simulados	3290
Espaçamento entre traços ZO simulados	12,5 m
Aberturas e suavização	Valores
Mínima abertura ZO	50 m em 0,02 s
Máxima abertura ZO	500 m em 3,5 s
Mínima abertura CMP	150 m em 0,02s
Máxima abertura CMP	3000 m em 3,5s
Tamanho relativo à suavização	30%

Figura 4.34: Linha L2140270. Seção afastamento-nulo otimizada. Observa-se a boa continuidade nos eventos e as difrações bem nítidas nas regiões mais profundas, principalmente das duas grandes hipéboles de difrações no canto inferior à esquerda no tempo de 4,5 s.



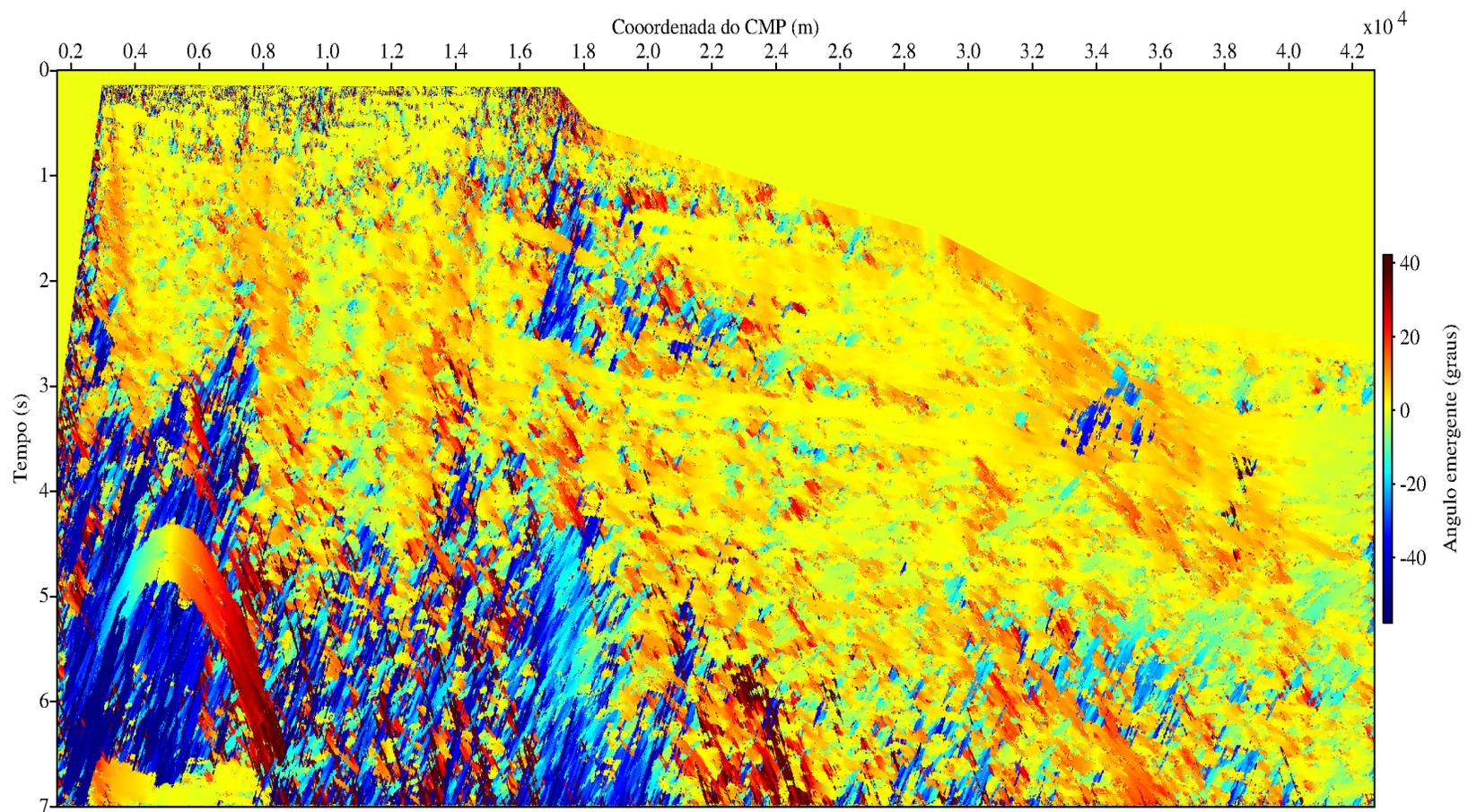
Fonte: O autor.

Figura 4.35: Linha L2140270. Seção Coerência. Observa-se que a estrutura é semelhante à seção empilhada da Figura 4.34, além das duas grandes hipérbolas de difrações no canto inferior à esquerda no tempo de 4,5 s, apresentando altos valores de coerência.



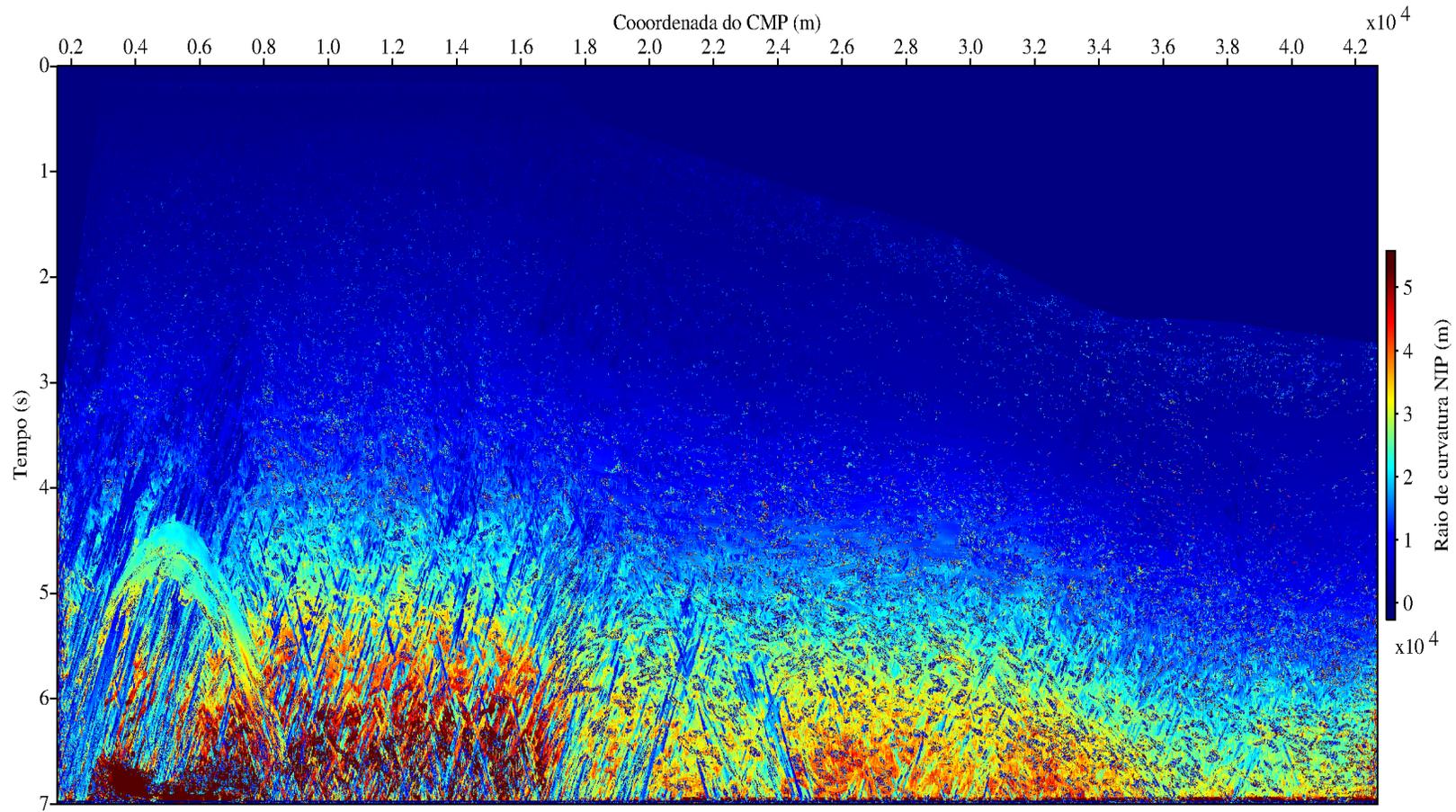
Fonte: O autor.

Figura 4.36: Linha L2140270. Seção ângulo de emergência, α .



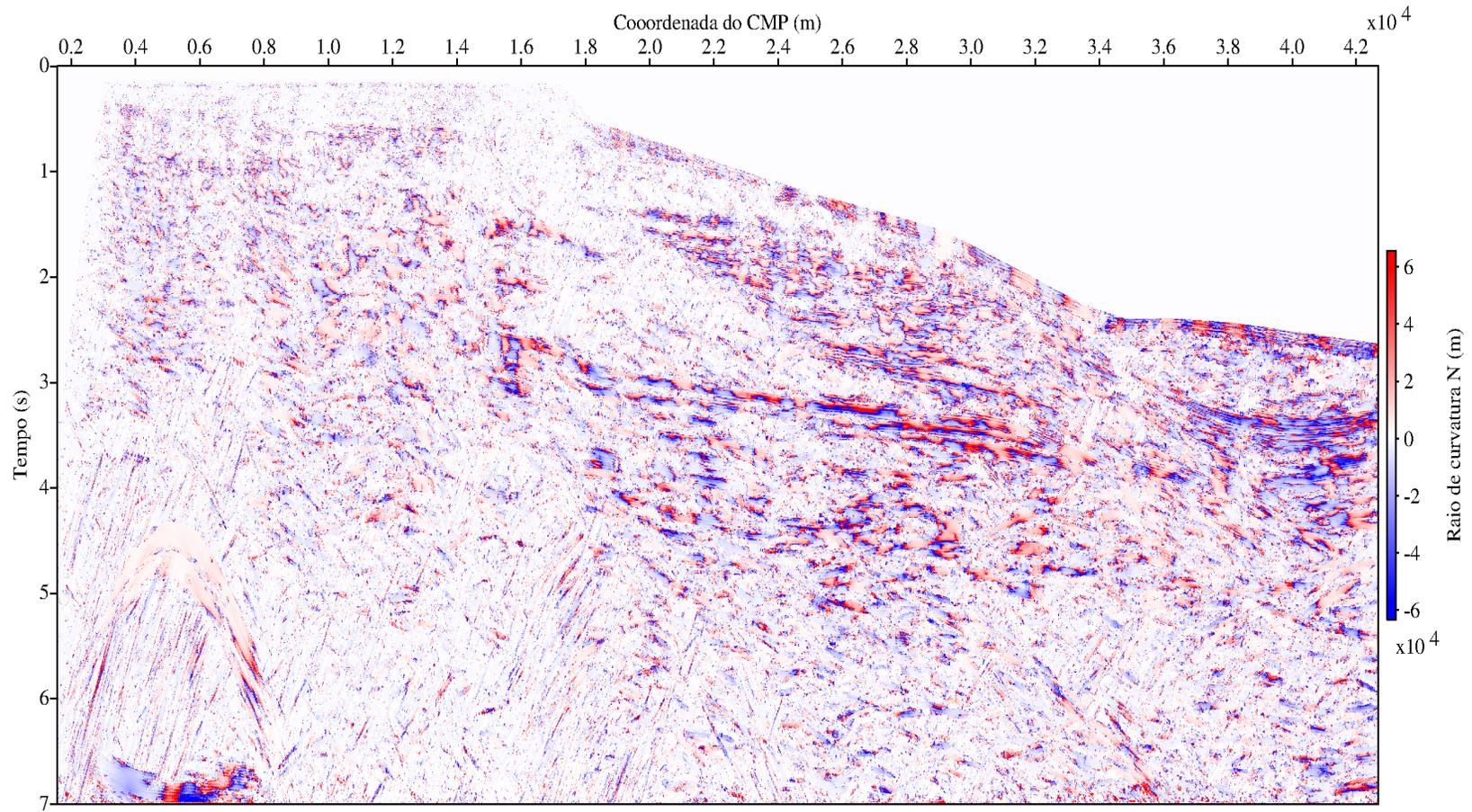
Fonte: O autor.

Figura 4.37: Linha L2140270. Seção R_{NIP} .



Fonte: O autor.

Figura 4.38: Linha L2140270. Seção R_N .



Fonte: O autor.

4.2.4 Inversão NIP-tomográfica

Seguindo os mesmos procedimentos para o dado Marmousoft, foram conservados 2086 pontos após a edição das marcações dos atributos CRS (ver Figuras 4.40 e 4.40) na seção afastamento-nulo mostrada na Figura 4.34, e associados com os atributos CRS extraídos das correspondentes seções R_{NIP} (ver Figura 4.36) e ângulo de emergência α (ver Figura 4.37). As componentes resultantes τ_0 , $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $p^{(\xi)}$, calculados dos valores extraídos de R_{NIP} e α pela equação (2.8), são mostrados nas Figuras 4.42 como função de ξ_0 (a quarta componente do dado observado). Estes 2086 pontos são usados como entrada na inversão NIP-tomográfica.

O modelo de velocidade foi definido com uma malha de $n_x \times n_z = 23 \times 8$ nós B-splines como um espaçamento horizontal uniforme de 2000 m e um espaçamento vertical uniforme de 1000 m. A localização dos nós associados com os coeficientes B-splines foram de 0 a 44000 m na direção horizontal (x) ao longo da superfície $z = 0$ a 7000 m de profundidade. O modelo de velocidade inicial para a inversão é definida como uma velocidade próxima à superfície de 1500 m/s e com um gradiente de velocidade vertical de $0,50 \text{ s}^{-1}$.

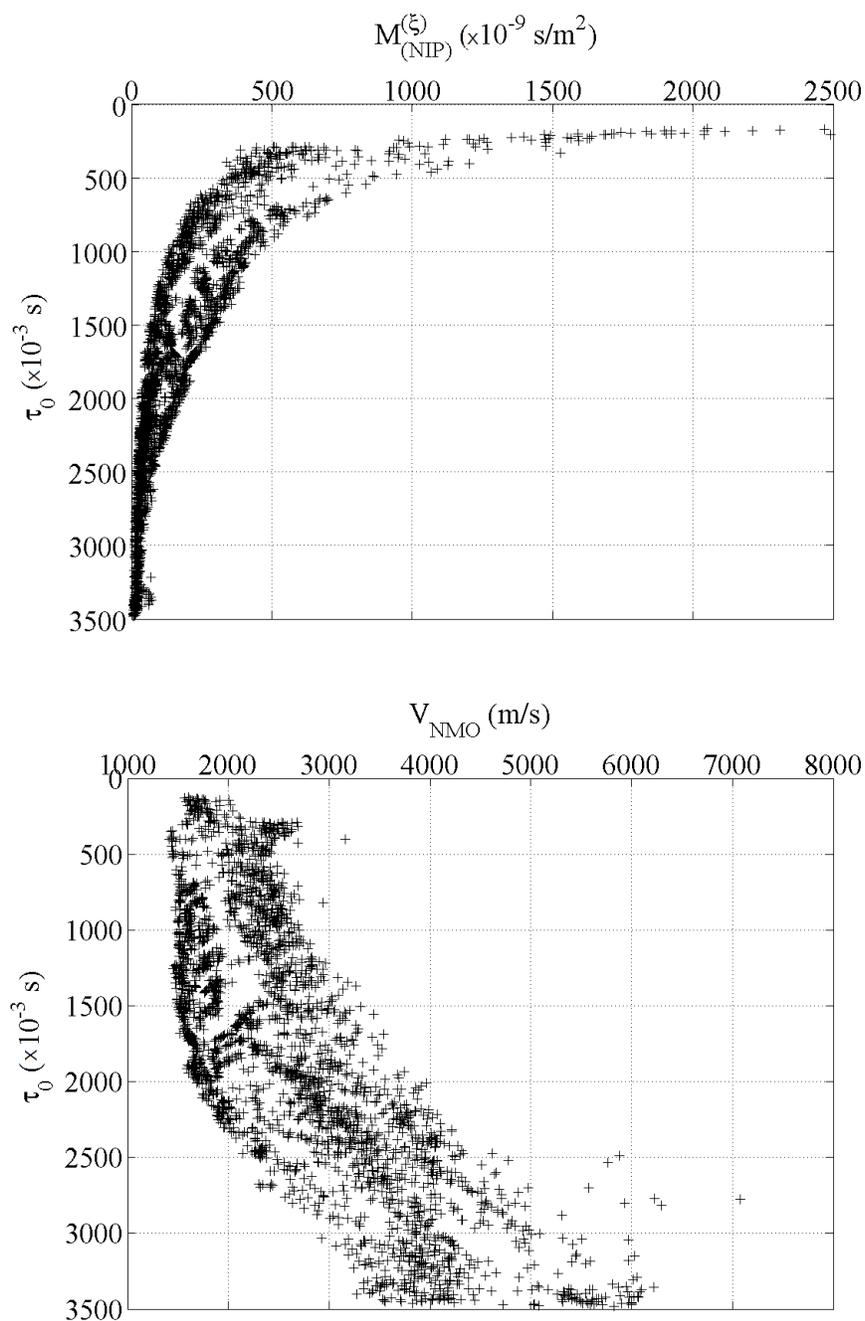
Da mesma forma como foi feito para o dado sintético Marmousoft, foram usados os fatores: $\sigma_\tau = 1$, $\sigma_M = 1$, $\sigma_p = 2$, $\sigma_\xi = 1$, $\sigma_v = 1$ e $\sigma_{v_q} = 0$. Para a regularização da inversão, foi usado os valores iniciais para os fatores de regularização: $\varepsilon_{xx} = 0,8$, $\varepsilon_{zz} = 0,2$ e $\varepsilon'' = \varepsilon = 0,0001(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})$.

Com estes parâmetros foi realizado um total de 16 iterações da NIP-tomografia, como pode ser visualizado na Figura 4.41. O erro residual entre as componentes do dado τ_0 , $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $p^{(\xi)}$ são mostrados nas Figuras 4.42, com o erro de todos os dados foram minimizados e com poucas variações nos erros residuais dos dados de entrada.

O modelo de velocidade para 16 iterações está representado na Figura 4.44, mostrando o traçamento dos 2086 raios, correspondendo aos parâmetros do modelo $(x, z, \theta)^{(\text{NIP})}$, onde são plotados dentro do modelo de velocidade final visualizado na Figura 4.44. Também é mostrado na Figura 4.44 o modelo de velocidade final os 2086 pontos sobrepostos representando a localização NIP dos refletores na forma $(x, z)^{(\text{NIP})}$.

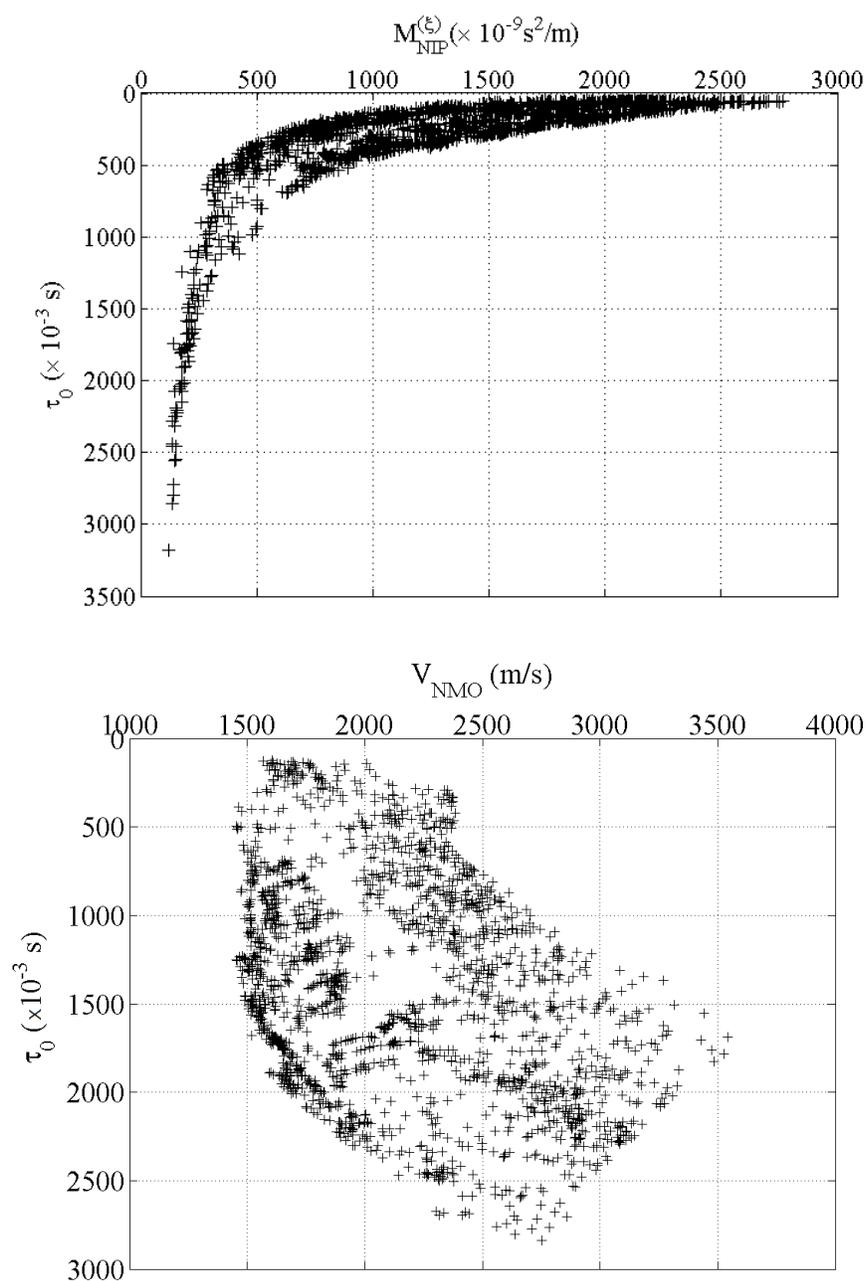
Do modelo de velocidade obtido pela NIP-tomografia para a linha L2140270, observa-se que as marcações realizadas correspondem aos eventos da seção empilhada-CRS, pois houve poucos desvios nos erros residuais para algumas marcações dos atributos CRS entre o modelo inicial e o final (ver Figuras 4.42), podendo ser observadas pelas inclinações locais θ de alguns raios normais referentes a localização NIP dos refletores (ver Figura 4.44), por não sofrerem grandes variações em seus valores.

Figura 4.39: Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS da linha L2140270 antes da edição.



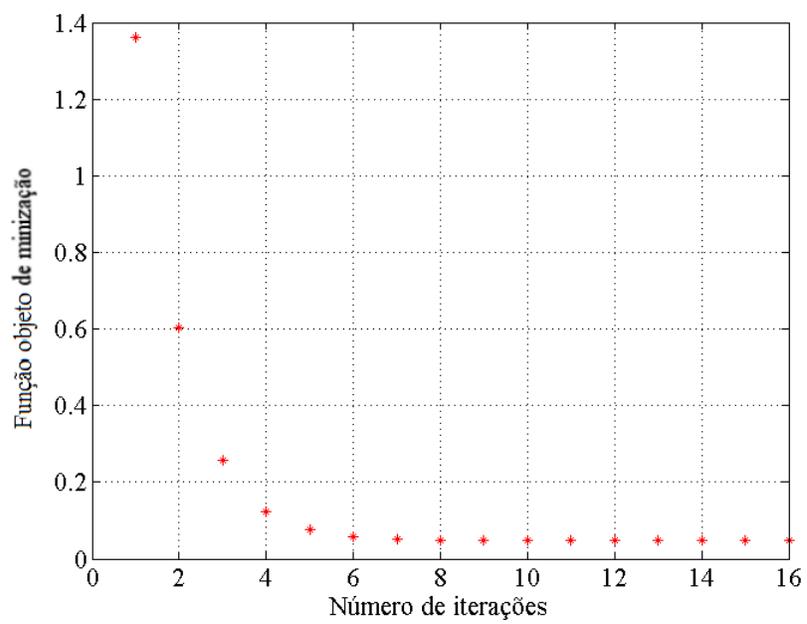
Fonte: O autor.

Figura 4.40: Controle de qualidade para a marcação dos eventos na seção empilhada CRS da linha L2140270 após a edição.



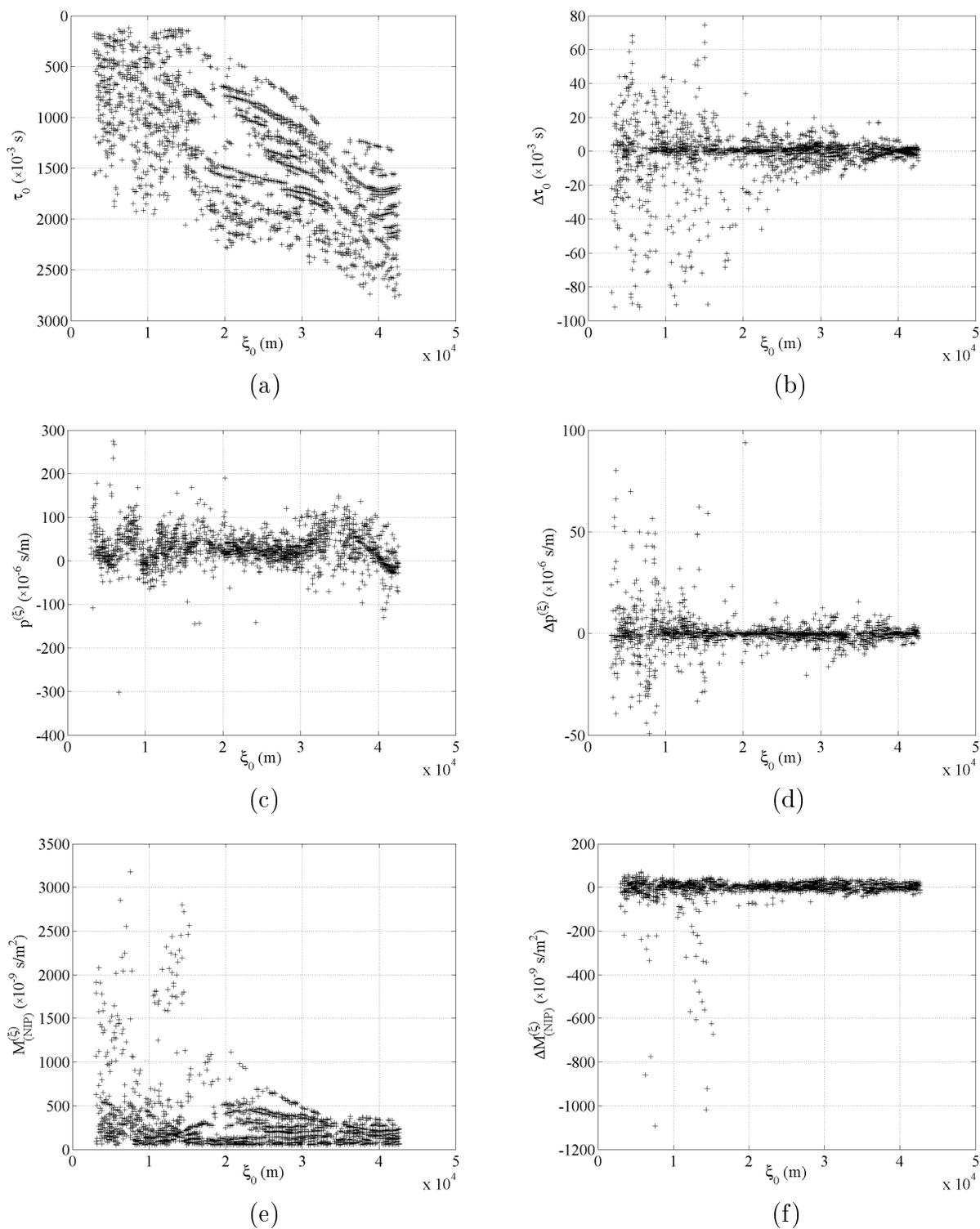
Fonte: O autor.

Figura 4.41: Gráficos da função objeto de minimização em função do número de iterações para o processo da NIP-tomografia para 16 iterações, mas com solução estável em 8 iterações.



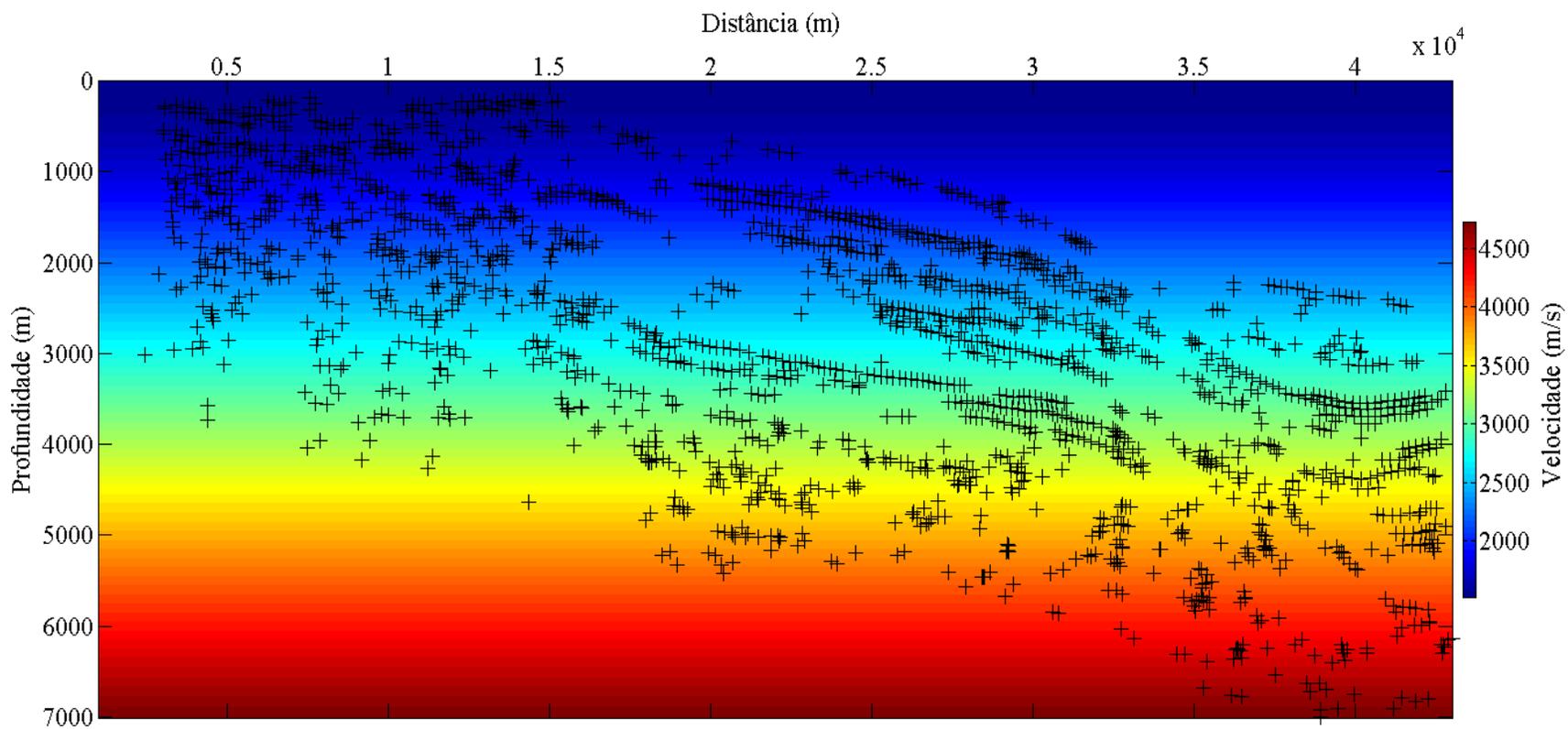
Fonte: O autor.

Figura 4.42: Dados de entrada e dos erros residuais finais da NIP-tomografia para a linha L2140270 após 16 iterações. (a) Pontos marcados τ_0 usados na inversão. (b) Erro residual em τ_0 . (c) Valores da componente $p^{(\xi)}$ usados na inversão. (d) Erro residual em $p^{(\xi)}$. (e) Valores da componente $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ usados na inversão. (f) Erro residual em $M_{\text{NIP}}^{(\xi)}$.



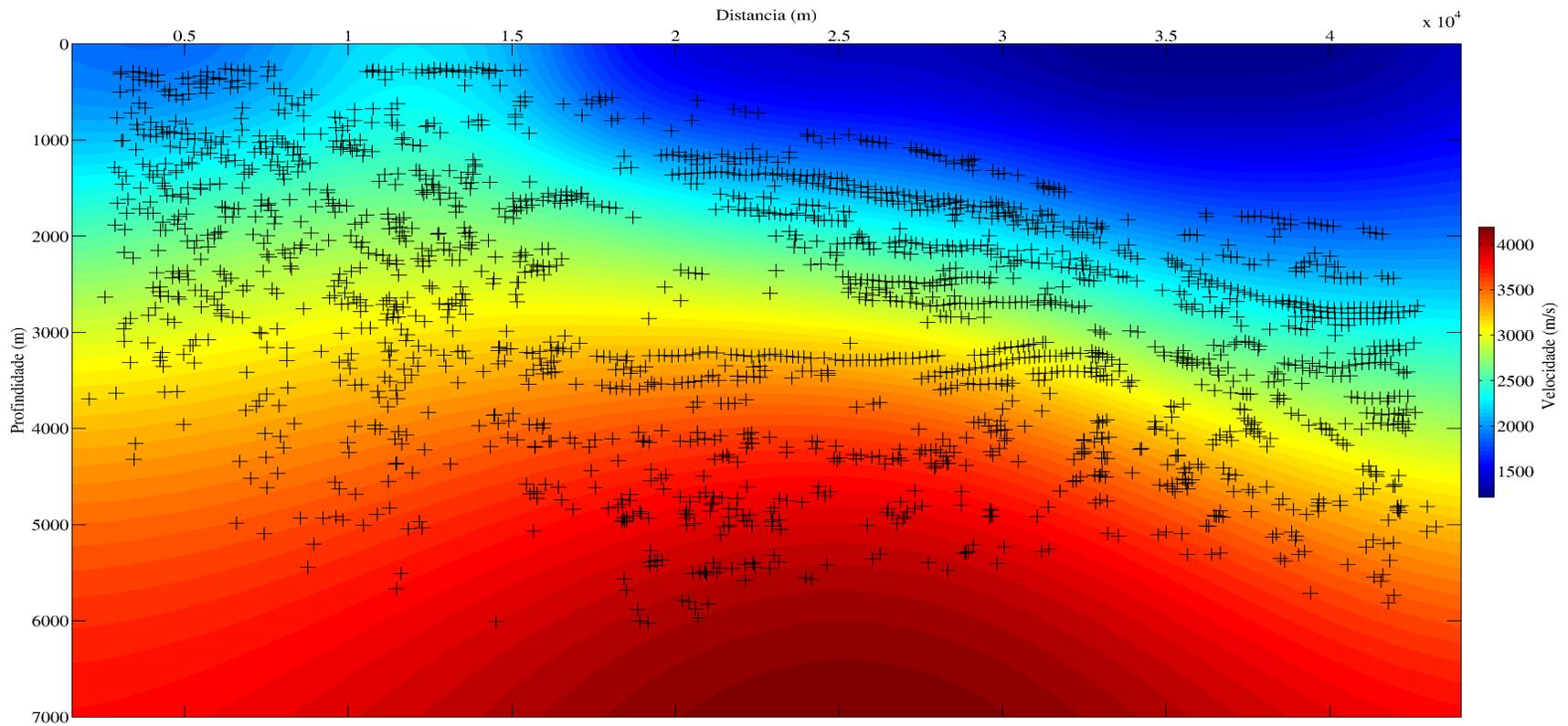
Fonte: O autor.

Figura 4.43: Linha L2140270. Modelo de velocidade inicial com os pontos marcados nos eventos na seção CRS empilhada representada na Figura 4.34.



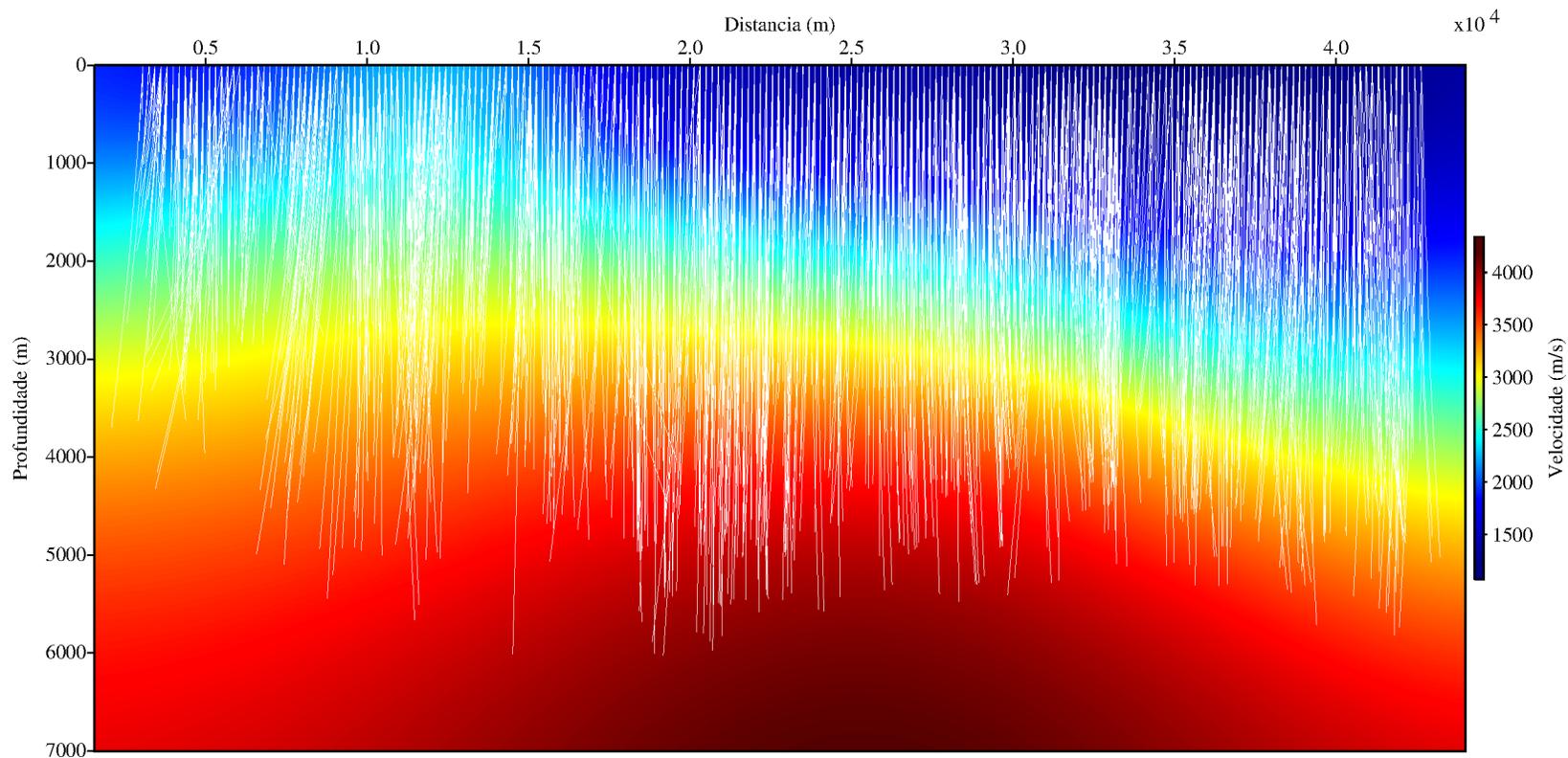
Fonte: O autor.

Figura 4.44: Linha L2140270. Modelo de velocidade final obtido para 16 iterações com os 2086 pontos sobrepostos representando a localização NIP dos refletores na forma $(x, z)^{(NIP)}$.



Fonte: O autor.

Figura 4.45: Linha L2140270. Modelo de velocidade final com o traçamento dos 2086 raios normais traçados para 16 iterações correspondendo aos parâmetro do modelo $(x, z, \theta)^{(NIP)}$.



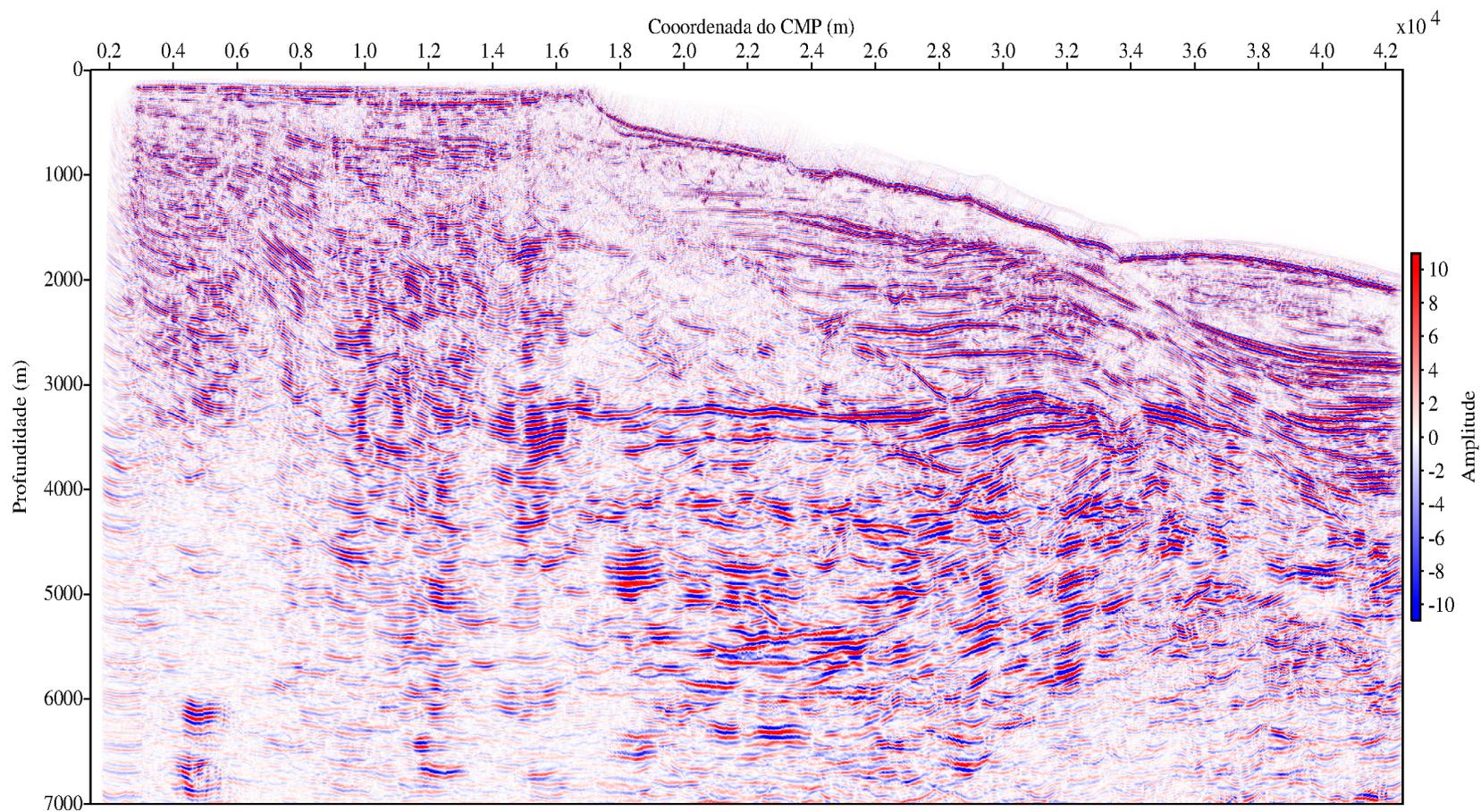
Fonte: O autor.

4.2.5 Migração pré-empilhamento em profundidade

A migração pré-empilhamento Kirchhoff em profundidade (ver apêndice G) foi realizada com o modelo de velocidade obtido pela NIP-tomografia representados pelas Figuras 4.44, utilizando os parâmetros para a abertura horizontal de migração igual a 300 m, ângulo de emergência máxima entre os raios de 60 graus, profundidade máxima para a migração de 7000 m, incremento vertical na profundidade de 20 m. O resultado da migração está mostrado na Figura 4.46.

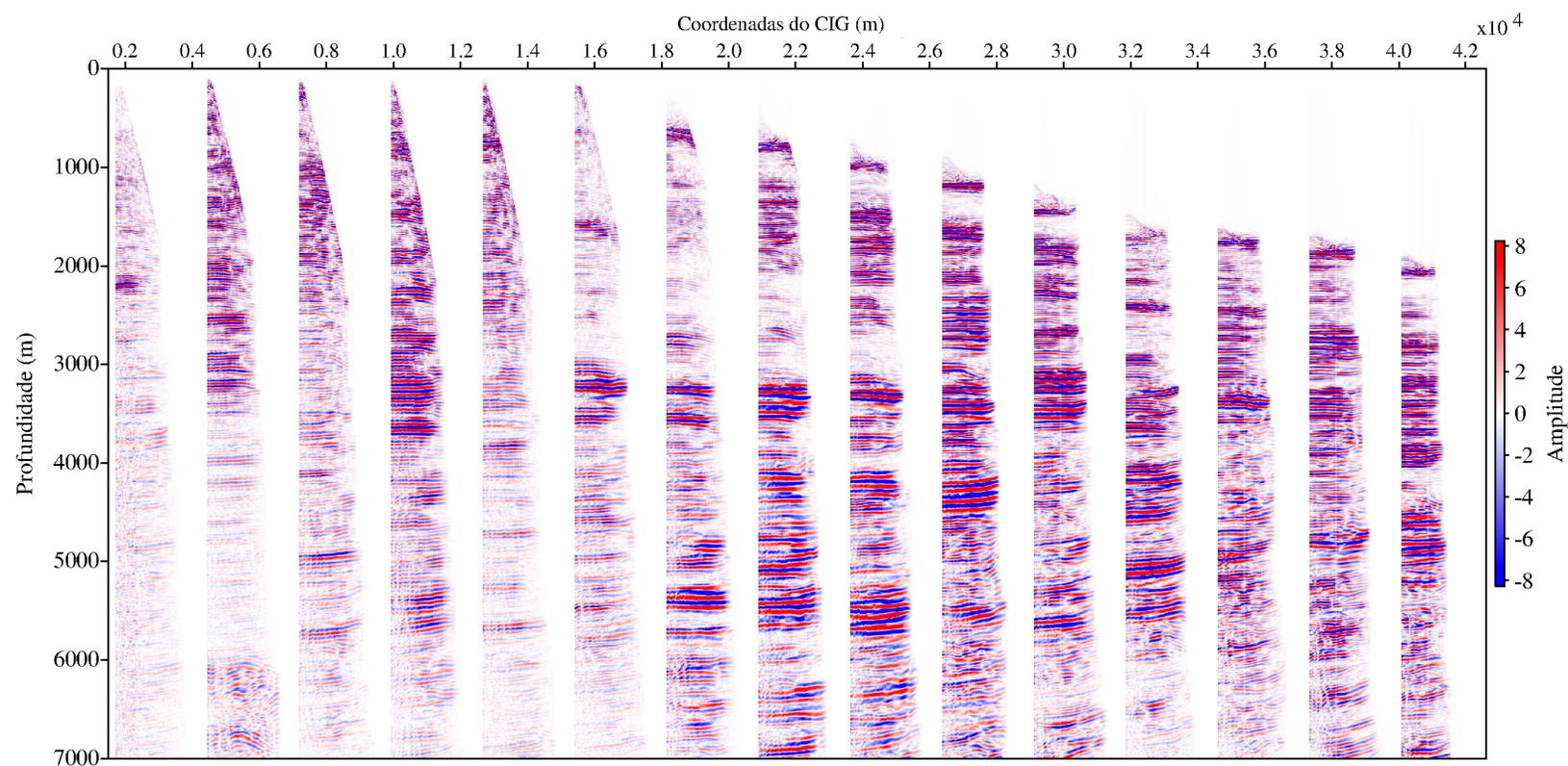
Para avaliar os modelos de velocidade obtidos nos dois testes realizados se obteve também a Família de Imagem-Comum das seções migradas da Figura 4.46 (ver Figura 4.47). Observa-se que os eventos nos CIGs ficam em sua maior parte horizontalizados, mostrando que os modelos de velocidade estão aproximadamente coerentes com o dado sísmico real.

Figura 4.46: Seção migrada pré-empilhamento Kirchhoff em profundidade da Linha L2140270 com abertura lateral de 300 m utilizando o modelo de velocidade mostrado na Figura 4.44 obtido pela NIP-tomografia.



Fonte: O autor.

Figura 4.47: Família imagem-comum da seção migrada pré-empilhada visualizada na Figura 4.46. O afastamento em cada família varia de 0 a 3025 m.



Fonte: O autor.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo utilizar os métodos de inversão NIP-tomográfica para gerar uma distribuição de velocidade em profundidade para dados sísmicos da região com geologia complexa. A partir desse princípio se optou em usar o dado sintético Marmousoft para se ter uma base com as etapas de uma inversão sísmica.

O ponto de partida foi utilizado também o empilhamento NMO convencional, para comparar os resultados obtidos do empilhamento CRS. Pode-se observar considerável diferença na visualização da seção afastamento-nulo CRS-otimizada, com a obtida pelo empilhamento convencional, cuja qualidade de imageamento é favorável para a etapa da NIP-tomografia e da migração pré-empilhamento. Isto é justificado pelo aumento da razão sinal/ruído, uma vez que a quantidade de traços na estatística do CRS é muito maior do que no NMO. Isso é observado na seção empilhada CRS da linha L2140270 representada pela Figura 4.34, onde eventos acima de 4s de registro são poucos nítidos na seção empilhada NMO convencional vistos na Figura 4.33, assim como eventos que não são percebidos na Figura 4.33, mas com o empilhamento CRS estes são bem visíveis, principalmente eventos localizados no canto superior à esquerda da seção afastamento-nulo da Figura 4.34. No próprio dado sísmico Marmousoft, nota-se que as falhas geológicas representadas pelos eventos na região central na seção afastamento-nulo do empilhamento CRS (ver Figura 4.11) são bem mais nítidos que na sua seção empilhada NMO na Figura 4.10.

Em comparação com os modelos de velocidades em profundidade obtidos pelo mapa semblance e pela NIP-tomografia para os dados sísmicos deste trabalho, teve-se grande diferença em valores nas velocidades indicadas. Isto é justificado pela complexidade do modelo geológico Marmousoft, que apresenta grande variação horizontal e vertical de velocidade, e isso se confirma com a migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade, de onde se obteve a família de imagem comum, em que se observa alguns de seus eventos não totalmente horizontalizados (ver Figura 4.24). Apesar dessa observação, a seção migrada do Marmousoft pelo modelo de velocidade da NIP-tomografia ficou semelhante ao modelo de referência do Marmousi, visto na Figura 4.6, com o colapso das difrações e o reposicionamento correto de seus refletores.

Ao contrário do dado Marmousoft, o dado real L2140270 teve um comportamento regu-

lar para a NIP-tomografia, tendo os valores das velocidades bem próximas e praticamente semelhantes com o modelo de velocidade obtido pelo mapa semblance e remapeado para a profundidade (ver Figura 4.32). Com a migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade verificou-se que os refletores ficaram bem posicionados e a sua família de imagem-comum manteve a maior parte de seus eventos bem horizontalizados.

A partir dos resultados obtidos observou-se que os resultados apresentaram-se com alguma coerência em relação aos atributos CRS, havendo pouco desvio de erro residual em ambos os dados sísmico aqui apresentados neste trabalho. Porém, estes desvios se devem pela marcação dos pontos nas seções afastamentos-nulos do empilhamento CRS do Marmousoft e da linha L2140270, que não representam efetivamente eventos, indicando que estes não tem significado físico dos atributos CRS e deveriam ser bem editados.

A edição dos pontos marcados na seção afastamento-nulo CRS precisa ser melhor avaliada para se evitar a inserção de informações falsas aos dados de entrada e, com isso, reduzir ainda mais os erros residuais presentes na minimização dos dados de entrada e saída da NIP-tomografia. Uma opção para isso é utilizar a marcação manual ou recorrer um híbrido da marcação automática e a manual dos eventos que servirão como dados de entrada para a NIP-tomografia.

Outros fatores que precisam ser avaliados para a obtenção de um modelo de velocidade em profundidade mais satisfatório é a quantidade de pontos marcados, as dimensões da malha do modelo de velocidade e valores corretos para os fatores de regularização, sendo que estes fatores foram obtidos com tentativa e erro nos resultados obtidos pela NIP-tomografia para os dados sintético e real.

A NIP-tomografia possui resultados mais satisfatórios para dados sísmicos com menor complexidade e variação horizontal e vertical de velocidade. O fator de regularização para a inversão NIP-tomográfica é definido para cada dado sísmico e é necessário testes para que se encontre um valor adequado para o modelo de velocidade final. A NIP-tomografia possui limitações, dependendo do tipo de dado sísmico que se avalia em relação às suas respectivas complexidades.

Uma proposta visível de continuação deste trabalho é criar e aplicar uma matriz de ponderação dos dados para vincular melhor os resultados.

REFERÊNCIAS

- BEYLKIN, G. Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a generalized radon transformed. *Journal Mathematical Physics*, v. 26, p. 99–108. 1985.
- BEYLKIN, G. Reconstructing discontinuities in multidimensional inverse scattering problems. *Applied Optics*, v. 24, p. 4086–4088. 1985.
- BILLETE, F. et al. Practical aspects and applications of 2D stereotomography. *Geophysics*, v. 68, n. 3, p. 1008–1021. 2003.
- BILOTI, R. *Tempos de trânsito multiparamétricos: estimação e inversão*. 2001. 84f. Tese (Doutorado) — Unicamp, São Paulo, 2001.
- BIONDI, B. L. *3D Seismic Imaging (Investigations in Geophysics)*. Tulsa, Oklahoma, U.S.A.: Society of Exploration Geophysicists, 2006. 240 p.
- BLEISTEIN, N. *Mathematical methods for wave phenomena*. New York: Academic Press Inc., 1984.
- BOOR, C. de. *A practical guide to splines*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1978.
- ČERVENÝ, V. *Seismic Ray Theory*. [S.l.]: Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- DUVENECK, E. Tomographic velocity model inversion with crs attributes. *Karlsruhe University*, Geophysical Institute, Germany, p. 1–50. December 2002.
- DUVENECK, E. 3D Tomographic velocity model estimation with kinematic wavefield attributes. *Geophysical Prospecting*, n. 52, p. 535–545. 2004.
- FARRA, V.; MADARIAGA, R. Seismic waveform modeling in heterogenous media by ray perturbation theory. *J. Geophys. Res.*, B3, n. 92, p. 2697–2712. 1987.
- HERTWECK, T. *Practical aspects of the unified approach to seismic imaging*. 2000. 116f. Tese (Doutorado) — Karlsruhe University, Karlsruhe, April 2000.
- HORST, A. van der; SLUIS, H. A. van der. *Numerical solution of large, sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems*. [S.l.]: Reidel Publishing, 1987. 49-83 p.
- HUBRAL, P. Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth. *Geophysics*, v. 48, n. 8, p. 1051–1062. 1983.
- HUBRAL, P.; KREY, T. *Interval Velocities from Seismic Reflection Time Measurements*. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysicists, 1980.

- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. Geometrical-spreading and ray-caustic decomposition of elementary seismic waves. *Geophysics*, v. 60, n. 4, p. 1195–1202. 1995.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. A unified approach to 3D seismic reflection imaging: Part ii: Theory. *Geophysics*, v. 61, n. 3, p. 759–775. 1996.
- JEQUITINHONHA. 2012. Disponível em: <<http://www.anp.com.br>>. Acesso em: 10/05/2012.
- KLUVER, T.; MANN, J. Smoothing and automated picking of kinematics wavefield attributes. 9th International Brazilian Geophysical Society (SBGf), p. 1–4. 2005.
- MAGNAVITA, L. P. et al. Salt tectonics control on the distribution of drift sedimentary facies in the jequitinhonha basin. *American association of petroleum geologist*, Tulsa, OK, p. 878–879, 1998.
- MANN, J. *Extensions and Applications of the Common-Reflection-Surface Stack Method*. 2002. 187f. Tese (Doutorado) — Logos Verlag, Berlin, 2002.
- MANN, J. et al. Common-reflection-surface stack - a real data example. *J. Appl. Geoph.*, v. 42, n. 3 and 4, p. 283–300. 1999.
- MENKE, W. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. [S.l.]: Academic Press, 1984.
- NUNES, F. S. M. *Processamento e imageamento NMO/CRS de dados sísmicos marinhos*. 2010. 103f. Dissertação (Mestrado) — UFPA, Belém, 2010.
- PAIGE, C. C.; SAUNDERS, M. A. Algorithm 583 -lsqr: Sparse linear equations and least square problems. *ACM Trans. Math. Soft.*, v. 8, n. 2, p. 195–209. 1982.
- PAIGE, C. C.; SAUNDERS, M. A. Lsqr: A algorithm for sparce linear equations and sparse least squares. *ACM Trans. Math. Soft.*, v. 8, n. 2, p. 43–71. 1982.
- PRESS, W. H. et al. *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. 3th. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. 1256 p.
- SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 3D True-amplitude finite-offset migration. *Geophysics*, v. 58(08), p. 1112-1126. 1993.
- VERSTEEG, R. The Marmousi experience: Velocity model determination on an synthetic complex data set. *The Leading Edge*, v. 13, n. 9, p. 927–936. 1994.
- WIKIPÉDIA. *Hamiltonian mechanics*. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/Hamiltonian_mechanics>. Acesso em: 10/05/2012.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TOPICOS DA TEORIA DO RAI0

A geologia é naturalmente em três dimensões, conseqüentemente, o fenômeno físico tem que ser coerente com a descrição geológica. Por esta razão, a descrição que segue sobre a teoria do raio é em 3D, bem como se faz o ajuste desta teoria para a explicação na sísmica 2D. Os textos utilizados neste trabalho estão baseados na teoria do raio, isto é, para a NIP-tomografia em 2-D e encontradas nas seções deste apêndice já citado no capítulo (3).

A teoria da propagação de ondas sísmicas admite pequenas amplitudes para a componente deslocamento (pressão) no meio físico, e a equação diferencial parcial da mecânica do contínuo para um meio elástico é descrita pela equação da elastodinâmica. Para o vetor componente de deslocamento u_i , na ausência de campo de forças externa (explosão) e interna (atração gravitacional), a equação que rege a propagação sísmica é dada por:

$$(c_{ijkl}u_{k,l})_{,j} = \rho\ddot{u}_i, \quad (\text{A.1})$$

onde c_{ijkl} é o tensor elástico, contendo, na sua forma geral, 21 parâmetros independentes e ρ é a densidade. O tensor elástico e a densidade são funções da posição: $c_{ijkl} = c_{ijkl}(\mathbf{x})$; e $\rho = \rho(\mathbf{x})$. Os subscritos das componentes cartesianas variam de 1 a 3. A notação de Einstein é usada para evitar a repetição de índices. A notação $u_{i,j}$ denota a derivada parcial $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, e os dois pontos superiores ($\ddot{}$) são usados para denotar as derivadas de segunda ordem em relação ao tempo, como em $\ddot{u}_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$. No caso especial de um meio anisotrópico, o tensor elástico tem a forma:

$$c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (\text{A.2})$$

escrita com apenas dois parâmetros independentes de Lamé, λ e μ , e com o símbolo de Kronecker δ_{ij} definido por:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Substituindo a expressão (A.2) na equação (A.1) se obtém uma forma mais simplificada dada por:

$$(\lambda + \mu)u_{j,i,j} + \mu u_{i,j,j} + \lambda_{,i}u_{j,j} + \mu_{,j}(u_{i,j} + u_{j,i}) = \rho\ddot{u}_i. \quad (\text{A.3})$$

Para um meio heterogêneo, o campo não pode ser separado e a equação (A.3) se torna difícil de resolver. Uma forma conveniente é fazer uso do método da teoria do raio para alta

frequência que, em termos práticos, considera comprimentos de onda bem menores do que as dimensões dos alvos e das heterogeneidades do meio. Nesta teoria, as ondas cisalhantes e compressionais podem se propagar independentemente. Sendo assim, uma solução aproximada em alta frequência para a equação (A.3), considerando ondas planas harmônicas, tem a forma dada por:

$$u_i(x_j, t; \omega) = U_i(x_j)e^{-i\omega[t-\tau(x_j)]}; \quad (\text{A.4})$$

onde $U_i(x_j)$ e $\tau(x_j)$ são funções suaves de x_j , para a frequência circular ω . Alternativamente, a forma de solução no domínio do tempo é dada por:

$$u_i(x_j, t) = U_i(x_j)F(t - \tau(x_j)), \quad (\text{A.5})$$

onde $F(t - \tau(x_j))$ é um sinal analítico com propriedades recursivas importantes no método (ČERVENÝ, 2001). Substituindo (A.4) para u_i na equação (A.3), e com muita manipulação algébrica, se obtém o sistema de equações:

$$(i\omega)^2 N_i(U_j) + i\omega M_i(U_j) + L_i(U_j) = 0. \quad (\text{A.6})$$

As partes que a compõem a equação acima são dadas por:

$$\begin{aligned} N_i(U_j) &= (\lambda + \mu)U_j\tau_{,i}\tau_{,j} + \lambda U_i\tau_{,j}\tau_{,j} - \rho U_i, \\ M_i(U_j) &= (\lambda + \mu)[U_{j,i}\tau_{,j} + U_{j,j}\tau_{,i} + U_j\tau_{,ij}] + \\ &\quad + \mu[2U_{i,j}\tau_{,j} + U_i\tau_{,ij}] + \lambda_{,i}U_j\tau_{,j} + \mu_{,j}(U_i\tau_{,j} + U_j\tau_{,j}), \\ L_i(U_j) &= (\lambda + \mu)U_{j,ij} + \mu U_{i,ij} + \lambda_{,i}U_{j,j} + \mu_{,j}(U_{i,j} + U_{j,i}). \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

O sistema acima representa o sistema básico de equações no método do raio, e pode ser usado para determinar a função fase τ e os coeficientes de amplitude U_i .

Para a equação A.6 ser satisfeita para uma frequência arbitrária, cada termo independente deve ser eliminado. Para alta frequência ω , o primeiro e segundo termos são os dominantes, mas o terceiro termo não é ignorado. Para tornar a solução de (A.6) mais rigorosa, anula-se $N_i(U_j)$. Definindo o vetor vagarosidade $p_i = \tau_{i,j}$, se obtém a equação:

$$(\Gamma_{ij} - \delta_{ij})U_j = 0 \quad \text{com} \quad \Gamma_{ij} = \frac{\lambda + \mu}{\rho}p_i p_j + \frac{\mu}{\rho}p_k p_k \delta_{ij}. \quad (\text{A.8})$$

A equação (A.8) apresenta um problema de autovalor-autovetor para a matriz Γ_{ij} , que tem soluções não-triviais se:

$$\det(\Gamma_{ij} - \delta_{ij}) = \left(\frac{\mu}{\rho}p_k p_k - 1\right)^2 \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}p_k p_k - 1\right) = 0; \quad (\text{A.9})$$

que conduz para as soluções possíveis dadas por

$$p_k p_k = \frac{\rho}{\mu} = v_s^{-2}, \quad (\text{A.10})$$

$$p_k p_k = \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} = v_p^{-2}. \quad (\text{A.11})$$

As equações (A.10) e (A.11) são chamadas de *equações iconais*, e elas descrevem a propagação da superfície, onde τ é constante, e estas também representam a descontinuidade do campo interpretada como uma frente de onda no meio heterogêneo; isto é, as frentes de onda de alta frequência associada com dois tipos de propagação independente, onde a equação (A.10) descreve as ondas cisalhantes (ou ondas-S) com uma velocidade v_s , e a equação (A.11) descreve a propagação das ondas compressionais (ou ondas P) com uma velocidade v_p . Esta solução corresponde aos autovetores perpendiculares dada à polarização associada a estas ondas.

As condições de validação das soluções de alta frequência são difíceis de se quantificar. Mas, em geral se pode dizer que para a teoria do raio ser válida, o comprimento do sinal não deve ser maior que o comprimento da escala da heterogeneidade do meio.

A.1 Solução da equação iconal

A equação iconal derivada para o caso isotrópico na seção anterior é uma equação diferencial parcial não-linear de primeira ordem, e ela descreve a propagação da descontinuidade do campo interpretada como frente de onda. Dependendo da velocidade usada na equação iconal (v_p ou v_s), estas frentes de onda correspondem a propagação da ondas P ou S, e os resultados da teoria do raio são igualmente válidos para ambos os tipos de onda. Sendo assim, o símbolo v é usada na equação iconal pode denotar qualquer uma das velocidades P ou S. Uma forma usual de resolver a equação iconal é o método das características.

A.1.1 Coordenadas Cartesianas

A função Hamiltoniana é a modelagem matemática que descreve a energia total de um sistema. Para um sistema fechado, é a soma das energias cinética e potencial no sistema. Existe um conjunto de equações diferenciais em função do tempo de evolução do sistema. O hamiltoniano pode ser usado para descrever tais sistemas simples, como o movimento de um pêndulo, de uma bola caindo ou movimento oscilatório de um corpo, no qual muda de energia cinética para potencial ou vice-versa em função do tempo. O Hamiltoniano pode ser aplicado também em sistemas mais complexos como em órbitas planetárias e na mecânica

quântica. As equações Hamiltonianas são geralmente escritas na forma:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}p_j &= -\frac{dH}{dq_j} \\ \frac{d}{dt}q_j &= +\frac{dH}{dp_j}\end{aligned}\tag{A.12}$$

onde $\frac{d}{dt}$ indica a derivada ordinária em relação ao tempo das coordenadas generalizadas $q_j = q_j(t)$, e do momento generalizado $p_j = p_j(t)$, onde $j = 1, 2, \dots$. Mais explicitamente, pode-se equivalentemente escrever

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) &= -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}H(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t), t) \\ \frac{d}{dt}\mathbf{q}(t) &= +\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}H(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t), t),\end{aligned}\tag{A.13}$$

onde as funções \mathbf{p} e \mathbf{q} tomam valores em um espaço vetorial e a função $H = H(\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t), t)$ é a função hamiltoniana (definido como uma função escalar), definindo o domínio de valores para o qual o parâmetro t (tempo) varia.

As equações Hamiltonianas são simétricas em coordenadas generalizadas e momentos, ou seja, as relações $\pm \mathbf{q} \rightleftharpoons \mp \mathbf{p}$ e $\pm \frac{d\mathbf{q}}{dt} \rightleftharpoons \mp \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ deixam as equações inalteradas. Naturalmente, quanto maior o número de graus de liberdade de um sistema, mais complexa é o seu comportamento (prevista pelas soluções de A.13), uma vez que os graus de liberdade correspondem para a configuração das posições generalizadas, momenta e as taxas de alteração para as derivadas em relação ao tempo. Como tal, para um sistema com muitos corpos com mais de duas partículas, as soluções exatas não podem ser encontrados para esse problema. É ainda possível obter conhecimento qualitativo sobre o sistema por meio de análise aproximada das equações diferenciais (A.13).

Para a teoria do raio, a equação iconal é reescrita em coordenadas cartesianas (x_1, x_2, x_3) na forma Hamiltoniana geral (\tilde{H}) dada por:

$$\tilde{H}(\mathbf{x}, \mathbf{p}^{(x)}) = (\mathbf{p}^{(x)})^2 - \frac{1}{v^2(\mathbf{x})} = 0;\tag{A.14}$$

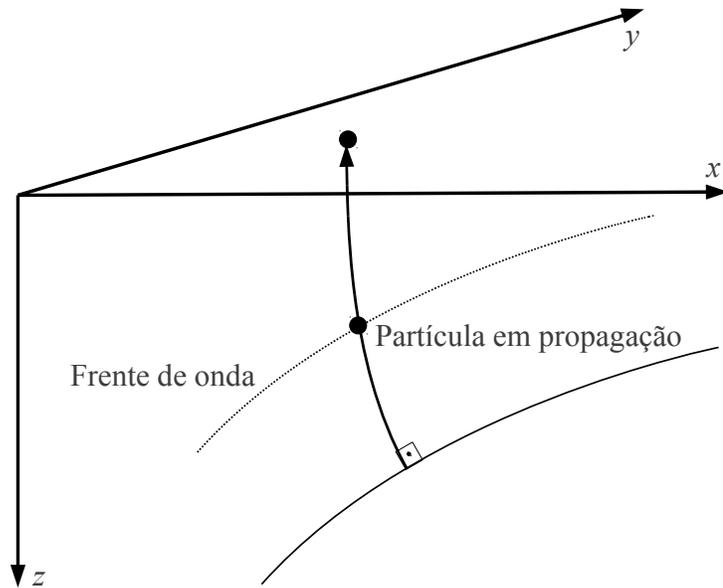
onde $\mathbf{p}^{(x)} = \nabla_x \tau = p_i = \frac{\partial \tau}{\partial x_i}$, com $i = 1, 2, 3$. A equação (A.14) representa um sistema de equações diferenciais de sexta ordem, de onde se escreve equivalentemente à equação iconal

na forma:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(x)}} &= \frac{dx_i}{ds} = vp_i^{(x)}, & (i = 1, 2, 3); \\ \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x_i} &= -\frac{dp_i^{(x)}}{ds} = -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial x_i}, & (i = 1, 2, 3),\end{aligned}\tag{A.15}$$

onde o parâmetro s é o deslocamento ao longo do raio.

Figura A.1: Ilustração do raio, da partícula, frente de onda em coordenadas Cartesianas globais (x, y, z) . A energia é concentrada e finita na partícula.



Fonte: O autor.

Estas equações descrevem as curvas características no espaço ao longo do qual a equação diferencial (A.15) é satisfeita dada as condições iniciais $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ e $\mathbf{p}^{(x)} = \mathbf{p}_0^{(x)}$. Em termos físicos, as características da equação iconal são os raios, e as equações (A.15) formam o sistema de traçamento de raios. A equação adicional:

$$\frac{d\tau}{ds} = \sum_{i=1}^3 p_i^{(x)} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(x)}} = \frac{1}{v};\tag{A.16}$$

descreve a variação do tempo de trânsito ao longo de um raio, de forma que

$$\tau(\mathbf{x}) = \int_{x_0}^{\mathbf{x}} \frac{ds}{v(\mathbf{x})}.$$

A.1.2 Coordenadas Curvilíneas Ortogonais

Em geral, um elemento infinitesimal de área, em coordenadas curvilíneas $(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ é definido por:

$$ds^2 = d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = h_1^2 d\zeta_1^2 + h_2^2 d\zeta_2^2 + h_3^2 d\zeta_3^2; \quad (\text{A.17})$$

e o vetor vazarosidade dado por

$$\nabla_{\zeta} \tau = \left(h_1^{-1} \frac{\partial \tau}{\partial \zeta_1}, h_2^{-1} \frac{\partial \tau}{\partial \zeta_2}, h_3^{-1} \frac{\partial \tau}{\partial \zeta_3} \right)^T; \quad (\text{A.18})$$

onde o sobrescrito T define o transposto e os fatores de escala h_i são definidas por

$$h_i = \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \zeta_i} \right|.$$

Com $p_i^{(\zeta)} = \frac{\partial \tau}{\partial \zeta_i}$, a equação iconal é escrita na forma:

$$\sum_{i=1}^3 h_i^{-2} (p_i^{(\zeta)})^2 = \frac{1}{v^2(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)}. \quad (\text{A.19})$$

No caso geral $p_i^{(\zeta)}$ não é idêntico às componentes do vetor vazarosidade (A.18). As quantidades ζ_i e $p_i^{(\zeta)}$, ($i = 1, 2, 3$) podem ser consideradas como uma generalização das coordenadas espaciais hexa-dimensional. Se a equação iconal for escrita na forma

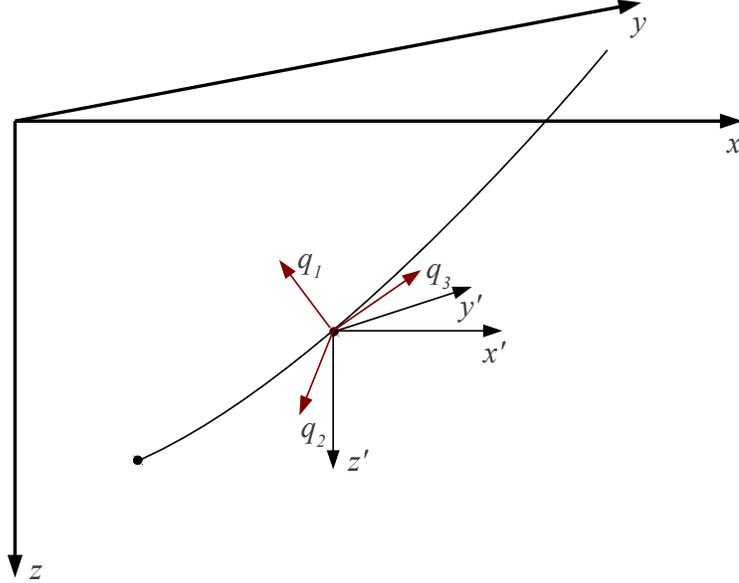
$$\tilde{H}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, p_1^{(\zeta)}, p_2^{(\zeta)}, p_3^{(\zeta)}) = 0,$$

o sistema de traçamento de raios em coordenadas curvilíneas ortogonais é escrito na forma:

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta_i}{d\sigma} &= \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(\zeta)}}, & i = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{dp_i^{(\zeta)}}{d\sigma} &= -\frac{\partial \tilde{H}}{\partial \zeta_i}; & i = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

O número de equações no sistema de traçamentos de raios pode ser reduzido de seis para quatro equações usando a equação iconal para eliminar uma das variáveis espaciais.

Figura A.2: Ilustração do raio, da partícula, da frente de onda e das coordenadas ortogonais, sendo as coordenadas globais representadas por (x, y, z) , as coordenadas Cartesianas locais por (x', y', z') e as coordenadas centradas no raio por (q_1, q_2, q_3) .



Fonte: O autor.

Resolvendo a equação iconal (A.19) para $p_3^{(\zeta)}$, obtém-se:

$$p_3^{(\zeta)} = h_3 \sqrt{\frac{1}{v^2} - h_1^{-2}(p_1^{(\zeta)})^2 - h_2^{-2}(p_2^{(\zeta)})^2} = -H(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, p_1^{(\zeta)}, p_2^{(\zeta)}); \quad (\text{A.21})$$

e se define a função H como o Hamiltoniano reduzido. A relação entre H e \tilde{H} é:

$$\tilde{H} = p_3^{(\zeta)} + H = 0. \quad (\text{A.22})$$

Aplicando a equação (A.22) às equações (A.20), se obtém o sistema de traçamento de raio na forma:

$$\begin{aligned} \frac{d\zeta_i}{d\sigma} &= \frac{\partial H}{\partial p_i^{(\zeta)}}, & (i = 1, 2); \\ \frac{dp_i^{(\zeta)}}{d\sigma} &= -\frac{\partial H}{\partial \zeta_i}, & (i = 1, 2), \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

onde $\frac{\partial \zeta_3}{\partial \sigma} = 1$. A coordenada ζ_3 pode ser usada como o termo independente do parâmetro σ ao

longo do raio, e $p_3(\zeta)$ pode ser diretamente calculado da equação (A.21); isto é, $p_3^{(\zeta)} = -H$. Em seguida, $\zeta_3 \equiv \sigma$ é considerado. O sistema de traçamento de raio reduzido á equação (A.23) pode ser usado se ζ_3 variar restritamente de forma monótona ao longo do raio; isto é, se o raio não tem ponto de retorno em relação à direção ζ_3 . O tempo de trânsito ao longo do raio pode ser obtido da integração da equação:

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \sum_{i=1}^3 p_i^{(\zeta)} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial p_i^{(\zeta)}} = \frac{h_3^2}{p^{(\zeta)} v^2}. \quad (\text{A.24})$$

A.2 Traçamento do raio paraxial

Uma vez que a trajetória $\zeta_i(\sigma)$ e $p_i^{(\zeta)}(\sigma)$ ($i = 1, 2$)¹ de um raio (raio central) tenha sido determinada, o comportamento dos raios paraxiais (próximos), com coordenadas:

$$\begin{aligned} \zeta_i &+ \Delta\zeta_i, & (i = 1, 2); \\ p_i^{(\zeta)} &+ \Delta p_i^{(\zeta)}, & (i = 1, 2); \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

com $\zeta_i(\sigma)$ e $p_i^{(\zeta)}(\sigma)$ podem ser descritos por uma equação iconal com aproximação de segunda ordem em torno do raio central ζ . Inserindo a equação (A.25) no sistema Hamiltoniano (A.23), e expandindo em série de Taylor de primeira ordem, escreve-se que:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\zeta_i}{d\sigma} &= \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial^2 H}{\partial p_i^{(\zeta)} \partial \zeta_j} \Delta\zeta_j + \frac{\partial^2 H}{\partial p_i^{(\zeta)} \partial p_j^{(\zeta)}} \Delta p_j^{(\zeta)} \right), & (i = 1, 2); \\ \frac{d\Delta p_i^{(\zeta)}}{d\sigma} &= - \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_i \partial \zeta_j} \Delta\zeta_j + \frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_i \partial p_j^{(\zeta)}} \Delta p_j^{(\zeta)} \right), & (i = 1, 2); \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

que é o sistema de traçamento paraxial do raio, a partir do qual se deseja calcular $\Delta\zeta$ e Δp . As derivadas parciais de H são válidos no raio central. Formando o vetor $\Delta\boldsymbol{\eta} = (\Delta\zeta_1, \Delta\zeta_2, \Delta p_1^{(\zeta)}, \Delta p_2^{(\zeta)})^T$ e a matriz $\underline{\mathbf{S}}$

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_1 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_1 \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_2 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 H}{\partial \zeta_2 \partial p_2^{(\zeta)}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

¹O super-escrito $p_i^{(\zeta)}$ significa que p_i é relativo à coordenada ζ .

o sistema linear de equações (A.26) pode ser escrito na forma:

$$\frac{d\Delta\boldsymbol{\eta}}{d\sigma} = \underline{\mathbf{S}}\Delta\boldsymbol{\eta}. \quad (\text{A.28})$$

A.2.1 Matriz Propagadora do Raio

Devido a linearidade do sistema (A.28), a forma geral de sua solução pode ser escrita em termos de uma matriz fundamental adimensional, denominada de matriz propagadora do raio $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$, 4×4 , com a propriedade $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma_0, \sigma_0) = \mathbf{I}_4$ (\mathbf{I} sendo a matriz identidade 4×4), que introduzida resolve o sistema na forma:

$$\frac{d}{d\sigma}\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)} = \underline{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}. \quad (\text{A.29})$$

A solução $\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma)$ da equação (A.28) para quaisquer condições iniciais $\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma_0)$ pode ser expressa na forma:

$$\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma) = \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma_0). \quad (\text{A.30})$$

o que propaga a quantidade $\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma_0)$ para $\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma)$; isto é, do ponto σ_0 para o ponto σ .

A matriz $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\eta)}$ é também chamada de matriz propagadora do raio (ČERVENÝ, 2001). Esta matriz tem propriedades importantes. A matriz $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$ é escrita em termos de quatro submatrizes 2×2 na forma:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)} & \underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)} \\ \underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)} & \underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

Devido à estrutura de $\underline{\mathbf{S}}$, a matriz $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$ tem a propriedade simplética que é expressa por:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)} = \underline{\mathbf{J}}, \quad \text{onde} \quad \underline{\mathbf{J}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{0}}_2 & \underline{\mathbf{I}}_2 \\ \underline{\mathbf{I}}_2 & \underline{\mathbf{0}}_2 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.32})$$

onde $\underline{\mathbf{I}}_2$ é a matriz unitária 2×2 e $\underline{\mathbf{0}}_2$ é a matriz nula 2×2 , o que leva a um número de incógnitas que permanecem constantes ao longo do raio, e são escritas na forma:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)} - \underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)} &= \underline{\mathbf{0}}_2, & \underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)} - \underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)} &= \underline{\mathbf{I}}_2, \\ \underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)} - \underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)} &= \underline{\mathbf{0}}_2, & \underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)} - \underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)T}\underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)} &= \underline{\mathbf{I}}_2. \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Da propriedade simplética obtém-se a inversa da matriz $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)$, que pode ser obtida em

² $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$: o superescrito refere $\underline{\mathbf{\Pi}}$ às coordenadas ζ

termos de $\underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)}$, $\underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)}$, $\underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)}$ e $\underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)}$ na forma:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)-1}(\sigma, \sigma_0) = \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma_0, \sigma) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)T}(\sigma, \sigma_0) & -\underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)T}(\sigma, \sigma_0) \\ -\underline{\mathbf{P}}_1^{(\zeta)T}(\sigma, \sigma_0) & \underline{\mathbf{Q}}_1^{(\zeta)T}(\sigma, \sigma_0) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.34})$$

A matriz propagadora do raio satisfaz a regra da cadeia que tem forma:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0) = \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_1) \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma_1, \sigma_0); \quad (\text{A.35})$$

onde σ_1 não precisa estar entre σ e σ_0 .

A.2.2 Traçamento Dinâmico do Raio

Em um meio 3D, o sistema de raios correspondentes a uma onda específica pode ser parametrizado por dois parâmetros: γ_1 e γ_2 . No caso de uma fonte pontual, estes parâmetros podem, por exemplo, ser os ângulos de partida do raio. A justificativa para o traçamento de raio é determinar as derivadas parciais em relação às coordenadas ζ_i e $p_i^{(\zeta)}$, ($i = 1, 2$), com os respectivos parâmetros γ_1 e γ_2 , ou qualquer outro parâmetro inicial de um raio. Para as matrizes, (2×2) , $\underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)}$ e $\underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)}$, se tem que:

$$Q_{ij}^{(\zeta)} = \frac{\partial \zeta_i}{\partial \gamma_j}, \quad P_{ij}^{(\zeta)} = \frac{\partial p_i^{(\zeta)}}{\partial \gamma_j} \quad (i = 1, 2), \quad (j = 1, 2). \quad (\text{A.36})$$

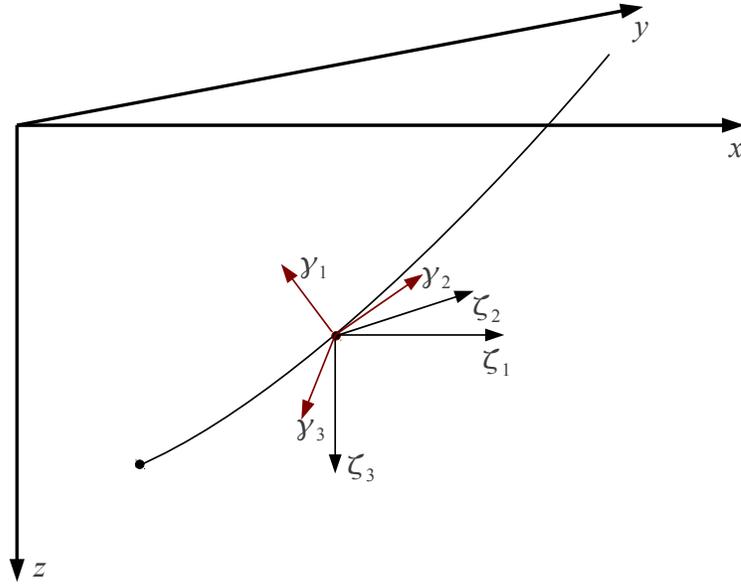
As equações A.36 acima satisfazem o sistema de equações:

$$\frac{d}{d\sigma} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)} \\ \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)} \\ \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} \end{pmatrix}; \quad (\text{A.37})$$

que é o sistema de traçamento dinâmico do raio (ČERVENÝ, 2001), que tem a forma do sistema paraxial do traçamento do raio (A.28). A submatriz $(\underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)}, \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)})^T$ da matriz propagadora do raio $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$ é a solução do sistema (A.37) para as condições iniciais $(\underline{\mathbf{I}}_2, \underline{\mathbf{O}}_2)^T$, e $(\underline{\mathbf{Q}}_2^{(\zeta)}, \underline{\mathbf{P}}_2^{(\zeta)})$ é uma solução para as condições iniciais $(\underline{\mathbf{O}}_2, \underline{\mathbf{I}}_2)^T$. O sistema de traçamento dinâmico do raio tem várias aplicações, particularmente à solução da equação de transporte.

Usando as matrizes $\underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)}$ e $\underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)}$, a matriz $\underline{\mathbf{M}}^{(\zeta)}$ (2×2) da segunda derivada do tempo de trânsito em relação às coordenadas ζ_1 e ζ_2 pode ser determinado. O elemento $P_{ij}^{(\zeta)}$ da matriz

Figura A.3: Ilustração do traçamento dinâmico do raio em coordenadas centradas no raio.



Fonte: O autor.

$\underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)}$ pode ser escrito como:

$$P_{ij}^{(\zeta)} = \frac{\partial p_i^{(\zeta)}}{\partial \gamma_j} = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial p_i^{(\zeta)}}{\partial \zeta_k} \frac{\partial \zeta_k}{\partial \gamma_j} = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial \zeta_i \partial \zeta_k} \frac{\partial \zeta_k}{\partial \gamma_j} = \sum_{k=1}^2 M_{ik}^{(\zeta)} Q_{kj}^{(\zeta)}, \quad (i = 1, 2), \quad (j = 1, 2). \quad (\text{A.38})$$

A forma compacta é escrita como:

$$\underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} = \underline{\mathbf{M}}^{(\zeta)} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)}, \quad (\text{A.39})$$

e

$$\underline{\mathbf{M}}^{(\zeta)} = \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)-1}, \quad (\text{A.40})$$

permitem uma aproximação no tempo de trânsito de segunda ordem, para uma onda específica em um ponto arbitrário próximo ao raio de referência pelo traçamento de raio.

Considerando o caso de um ponto em um raio de referência especificado por ζ_i , ($i = 1, 2, 3$), a aproximação de segunda ordem, na forma de série de Taylor, do tempo de trânsito

em um ponto $\zeta_i + \Delta\zeta_i$, ($i = 1, 2, 3$), é dada por:

$$\tau(\zeta_1 + \Delta\zeta_1, \zeta_2 + \Delta\zeta_2, \zeta_3 + \Delta\zeta_3) = \tau(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3) + \sum_{i=1}^3 p_i^{(\zeta)} \Delta\zeta_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 M_{ij}^{(\zeta)} \Delta\zeta_i \Delta\zeta_j; \quad (\text{A.41})$$

onde $p_i^{(\zeta)} = \frac{\partial\tau}{\partial\zeta_i}$ e $M_{ij}^{(\zeta)} = \frac{\partial^2\tau}{\partial\zeta_i\partial\zeta_j}$, ($i, j = 1, 2, 3$). Avaliando em ζ_3 fixo, esta expressão é reduzida para:

$$\tau(\boldsymbol{\zeta} + \Delta\boldsymbol{\zeta}, \zeta_3) = \tau(\boldsymbol{\zeta}, \zeta_3) + \mathbf{p}^{(\zeta)} \cdot \Delta\boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{2} \Delta\boldsymbol{\zeta}^T \underline{\mathbf{M}}^{(\zeta)} \Delta\boldsymbol{\zeta}; \quad (\text{A.42})$$

onde as notações $\boldsymbol{\zeta} = (\zeta_1, \zeta_2)^T$, $\Delta\boldsymbol{\zeta} = (\Delta\zeta_1, \Delta\zeta_2)^T$, e $\mathbf{p}^{(\zeta)} = (p_1^{(\zeta)}, p_2^{(\zeta)})$ são usadas, e $\underline{\mathbf{M}}^{(\zeta)}$ é dado pela equação (A.40).

A.3 Teoria da perturbação do raio

A teoria da perturbação do raio, como descrito na seção (A.2.2), pode ser considerado como descrição da perturbação de primeira ordem $\Delta\boldsymbol{\eta} = (\Delta\boldsymbol{\zeta}, \Delta\mathbf{p}^{(\zeta)})^T$, a partir de parâmetros iniciais de um raio em $\boldsymbol{\eta}(\sigma) = [\boldsymbol{\zeta}(\sigma), \mathbf{p}^{(\zeta)}(\sigma)]$ para a trajetória temporal no espaço. A teoria do raio paraxial é, desta forma, um caso especial da teoria da perturbação.

A perturbação de primeira ordem do Hamiltoniano na trajetória espacial $\boldsymbol{\eta}(\sigma)$ de um raio pode ser descrita como à perturbação da velocidade $v(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ no meio. A matriz propagadora do raio pode considerar a perturbação de primeira ordem nos parâmetros iniciais $\boldsymbol{\eta}(\sigma_0)$, ou na velocidade $v(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$ ao longo do raio, e ela descreve o raio paraxial na vizinhança de um raio de referência, considerando que tenha sido perturbado na sua trajetória original, devido à perturbações dos parâmetros iniciais, ou a perturbações do Hamiltoniano.

Para uma perturbação suave de velocidade, $\Delta v(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$, de um meio heterogêneo, $v(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)$, de forma que a velocidade total seja descrita na forma:

$$v + \Delta v; \quad (\text{A.43})$$

e o Hamiltoniano perturbado correspondente pode ser escrito na forma

$$H = H_0 + \Delta H; \quad (\text{A.44})$$

com

$$\Delta H = \frac{\partial H}{\partial v} \Delta v. \quad (\text{A.45})$$

Inserindo as expressões (A.25) no lado esquerdo do sistema Hamiltoniano (A.23), subs-

tituindo uma expansão em série de Taylor para H como dado no lado direito da equação (A.44), e considerando somente os termos lineares nas perturbações $\Delta\zeta_1$, $\Delta\zeta_2$, $\Delta\zeta_3$, $\Delta p_1^{(\zeta)}$ e $\Delta p_2^{(\zeta)}$ e Δv , resulta em:

$$\frac{d\Delta\boldsymbol{\eta}}{d\sigma} = \underline{\mathbf{S}}\Delta\boldsymbol{\eta} + \Delta\mathbf{w}; \quad (\text{A.46})$$

com

$$\Delta\mathbf{w} = \left(\frac{\partial\Delta H}{\partial p_1^{(\zeta)}}, \frac{\partial\Delta H}{\partial p_2^{(\zeta)}}, -\frac{\partial\Delta H}{\partial\zeta_1}, -\frac{\partial\Delta H}{\partial\zeta_2} \right)^T. \quad (\text{A.47})$$

O sistema de equações (A.46), pode ser resolvido em termos da matriz propagadora $\underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}$ na forma:

$$\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma) = \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma_0) + \int_{\sigma_0}^{\sigma} \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma')\Delta\mathbf{w}(\sigma')d\sigma'. \quad (\text{A.48})$$

Quando se deseja apenas a perturbação na trajetória do raio devido à perturbação da velocidade, o primeiro termo do lado direito da equação (A.48) é nulo devido a $\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma_0)$:

$$\Delta\boldsymbol{\eta}(\sigma) = \int_{\sigma_0}^{\sigma} \underline{\mathbf{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma')\Delta\mathbf{w}(\sigma')d\sigma'.$$

Na prática, é conveniente fazer uso da regra da cadeia na equação (A.48) para as matrizes propagadoras segundo a equação (A.35):

$$\underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma') = \underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)\underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma_0, \sigma') = \underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)\underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)-1}(\sigma', \sigma_0); \quad (\text{A.49})$$

A substituição desta expressão para $\underline{\mathbf{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma')$ na equação (A.48) permite representar a integração ao longo do raio no processo de traçamento de raio como uma propagação inversa, e podendo ser escrita em termos dos elementos da matriz de propagação da equação (A.34).

Ao se determinar a perturbação da matriz de propagação de um raio devido às perturbações dos parâmetros iniciais do raio (fase inicial nas coordenadas espaciais), ou devido a perturbação da velocidade ao longo do raio, o efeito de primeira ordem desta perturbação na matriz $\underline{\mathbf{S}}$, equação (A.27), precisa ser considerado. Sendo assim, a matriz $\underline{\mathbf{S}}$ do raio perturbado pode ser escrita na forma:

$$\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{S}}_0 + \Delta\underline{\mathbf{S}}; \quad (\text{A.50})$$

com $\Delta\underline{\mathbf{S}}$ subdividido em duas contribuições:

$$\Delta\underline{\mathbf{S}} = \Delta\underline{\mathbf{S}}_1(\Delta v) + \Delta\underline{\mathbf{S}}_2(\Delta\boldsymbol{\eta}). \quad (\text{A.51})$$

Os elementos de $\Delta\underline{\mathbf{S}}_1$ são obtidos pela substituição da equação (A.44) na equação (A.27) na

forma:

$$\Delta \underline{\mathbf{S}}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 \Delta H}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_1 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_1 \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_2 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 \Delta H}{\partial \zeta_2 \partial p_2^{(\zeta)}} \end{pmatrix}; \quad (\text{A.52})$$

com $\Delta H = \frac{\partial H}{\partial v} \Delta v$.

Os elementos de $\Delta \underline{\mathbf{S}}_2$ representam a perturbação de $\underline{\mathbf{S}}$ devido às perturbações nos elementos de $\boldsymbol{\eta}$, e ela é escrita na forma:

$$\Delta \underline{\mathbf{S}}_2 = \sum_{i=1}^2 \left[\Delta \zeta_i \frac{\partial}{\partial \zeta_i} + \Delta p_i^{(\zeta)} \frac{\partial}{\partial p_i^{(\zeta)}} \right] \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_1^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_1} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial \zeta_2} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_1^{(\zeta)}} & \frac{\partial^2 H_0}{\partial p_2^{(\zeta)} \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_1 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_1 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_1 \partial p_2^{(\zeta)}} \\ -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_1} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_2 \partial \zeta_2} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_2 \partial p_1^{(\zeta)}} & -\frac{\partial^2 H_0}{\partial \zeta_2 \partial p_2^{(\zeta)}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.53})$$

Novamente, todas as derivadas parciais são válidas no raio central. As quantidades $\Delta \zeta_1$, $\Delta \zeta_2$, $\Delta \zeta_3$ e $\Delta p_1^{(\zeta)}$ e $\Delta p_2^{(\zeta)}$ são calculadas a partir das correspondentes quantidades em σ_0 pela equação (A.30).

A matriz $\underline{\mathbf{S}} = \underline{\mathbf{S}}_0 + \Delta \underline{\mathbf{S}}$ permite descrever os raios paraxiais próximos ao raio perturbado de referência na forma:

$$\frac{d\Delta \boldsymbol{\eta}}{d\sigma} = (\underline{\mathbf{S}}_0 + \Delta \underline{\mathbf{S}}) \Delta \boldsymbol{\eta} = \underline{\mathbf{S}}_0 \Delta \boldsymbol{\eta} + \Delta \underline{\mathbf{S}} \Delta \boldsymbol{\eta}. \quad (\text{A.54})$$

Nesta equação, $\Delta \boldsymbol{\eta} = (\Delta \boldsymbol{\zeta}, \Delta \mathbf{p}^{(\zeta)})^T$ denota as coordenadas da perturbação espacial do raio paraxial relativo ao raio perturbado de referência. Aplicando a teoria da matriz propagadora, se obtém a solução para (A.48) na forma:

$$\Delta \boldsymbol{\eta}(\sigma) = \underline{\boldsymbol{\Pi}}_0(\zeta)(\sigma, \sigma_0) \Delta \boldsymbol{\eta}(\sigma_0) + \int_{\sigma_0}^{\sigma} \underline{\boldsymbol{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma') \Delta \underline{\mathbf{S}}(\sigma') \Delta \boldsymbol{\eta}(\sigma') d\sigma'. \quad (\text{A.55})$$

A perturbação de primeira ordem, $\Delta \underline{\mathbf{S}}$, como primeira aproximação de Born, para a equação (A.55) produz o resultado:

$$\Delta \boldsymbol{\eta}(\sigma) = [\underline{\boldsymbol{\Pi}}_0(\zeta)(\sigma, \sigma_0) + \Delta \underline{\boldsymbol{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0)] \Delta \boldsymbol{\eta}(\sigma_0) \quad (\text{A.56})$$

onde

$$\Delta \underline{\boldsymbol{\Pi}}^{(\zeta)}(\sigma, \sigma_0) = \int_{\sigma_0}^{\sigma} \underline{\boldsymbol{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma, \sigma') \Delta \underline{\mathbf{S}}(\sigma') \underline{\boldsymbol{\Pi}}_0^{(\zeta)}(\sigma', \sigma_0) d\sigma'. \quad (\text{A.57})$$

Nas aplicações práticas, a equação (A.57) acima é usada para substituir a equação (A.49) para $\mathbf{\Pi}(\sigma, \sigma_0)$, pela integração durante o traçamento de raio.

Os sistemas de traçamento dinâmico paraxial do raio e a teoria da perturbação do raio são obtidas para a forma geral de coordenadas curvilíneas ortogonais. Devido ao uso do Hamiltoniano reduzido na equação (A.22) uma das coordenadas, σ , se comporta como parâmetro livre e deve variar monotonicamente ao longo do raio. Os traçamentos paraxial e dinâmico do raio, assim como a teoria da perturbação do raio, podem ser também formulados evitando o uso do Hamiltoniano reduzido usando $\tilde{H}(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, p_1^{(\zeta)}, p_2^{(\zeta)}) = 0$, mas isto aumenta o número de equações a serem resolvidas.

Nas seções seguintes, a teoria formulada em coordenadas curvilíneas ortogonais é aplicada em dois sistemas de coordenadas diferentes, e que são usados no contexto da inversão tomográfica. O primeiro é o sistema de coordenadas centradas no raio, onde muitas das expressões estão contidas nos parágrafos anteriores. O segundo é o sistema de coordenadas cartesianas com a coordenada x_3 usado como o parâmetro livre ao longo do raio para se obter vantagem numérica.

A.4 Coordenadas centradas no raio

Nesta seção, o sistema de coordenadas centradas no raio é introduzido, e os resultados da seção anterior é especializado para este sistema de coordenadas. Como ponto de partida, se considera um raio em um meio suave com uma trajetória conhecida; por exemplo, com o sistema de traçamento de raio para a equação (A.15). Considera-se s como o comprimento de arco ao longo do raio, e em um ponto de referência. Em um ponto de s ao longo do raio, chamado de raio central, dois vetores mutuamente ortogonais $\hat{\mathbf{e}}_1$ e $\hat{\mathbf{e}}_2$ são introduzidos no plano normal ao raio através de s . O comportamento desses dois vetores ao longo do raio é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{d\hat{\mathbf{e}}}{ds} = \kappa_i(s)\hat{\mathbf{t}}(s) \quad (i = 1, 2); \quad (\text{A.58})$$

onde $\kappa_1(s)$ e $\kappa_2(s)$ ainda têm que ser especificados, e $\hat{\mathbf{t}}(s)$ é um vetor unitário tangente ao raio em s . Um ponto \mathbf{r} na vizinhança do raio é descrito por três coordenadas (q_1, q_2, s) na forma:

$$\mathbf{r}(q_1, q_2, s) = q_1\hat{\mathbf{e}}_1(s) + q_2\hat{\mathbf{e}}_2(s) + \mathbf{r}_0(0, 0, s); \quad (\text{A.59})$$

(ver figura A.4). O elemento infinitesimal de comprimento de arco dS em coordenadas centradas no raio é dado por:

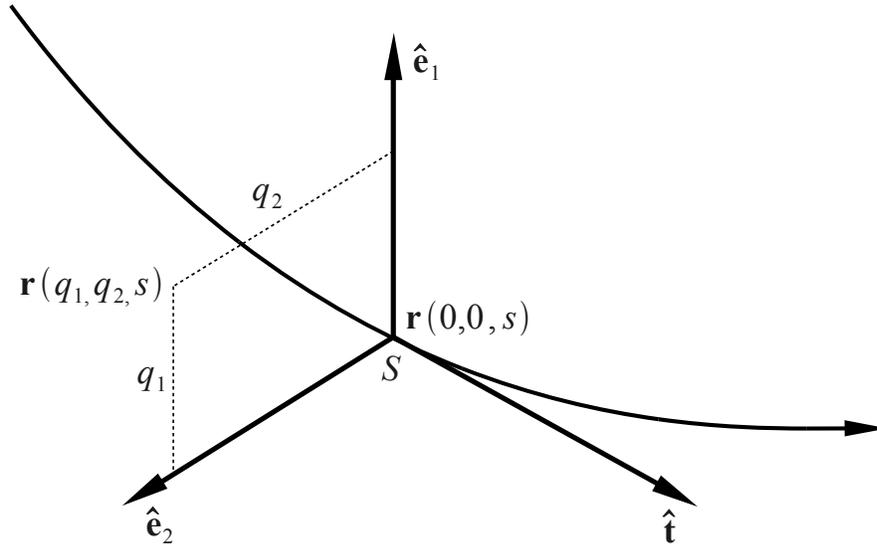
$$dS^2 = d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = dq_1^2 + dq_2^2 + h^2 ds^2; \quad (\text{A.60})$$

onde $\hat{\mathbf{t}}(s) = \frac{d\mathbf{r}(0,0,s)}{ds}$, e

$$h = 1 + \kappa_1(s)q_1 + \kappa_2(s)q_2 \quad (\text{A.61})$$

é o fator de escala ao longo do raio.

Figura A.4: Definição das coordenadas centradas no raio, (q_1, q_2, s) e respectivos vetores unitários $(\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2, \hat{\mathbf{t}})$. Sistema dextro.



Fonte: Duvneck (2004).

O sistema de coordenadas ortogonais introduzido é regularizado na vizinhança do raio central, e esta região depende da curvatura do raio. A equação (A.60) parte das coordenadas centradas no raio, e equação iconal em (A.19) passa à forma:

$$p_1^2 + p_2^2 + \frac{p_3^2}{h^2} = \frac{1}{v^2}, \quad (p_3 = p_s) \quad (\text{A.62})$$

com $p_1 = \frac{\partial \tau}{\partial q_1}$, $p_2 = \frac{\partial \tau}{\partial q_2}$ e $p_s = \frac{\partial \tau}{\partial s}$. O Hamintoniano reduzido é então interpretado como:

$$H = -h \sqrt{\frac{1}{v^2} - p_1^2 - p_2^2} = -p_s. \quad (\text{A.63})$$

Seguindo o processo na seção (A.1), o sistema de traçamento de raios pode ser redefinido. Com o sistema de coordenadas centradas no raio descrito, as coordenadas $q_1 = q_2 \equiv 0$ e $p_1 = p_2 \equiv 0$, e o lado direito da equação (A.20) deve ser identicamente nulo. Desta condição, $\kappa_1(s)$ e $\kappa_2(s)$ podem ser obtidos na forma:

$$\kappa_i(s) = \frac{1}{V} V_i \quad (i = 1, 2); \quad (\text{A.64})$$

onde $V = v \Big|_{(0,0,s)}$ e $V_i = \frac{\partial v}{\partial q_i} \Big|_{(0,0,s)}$. A expressão para o fator escalar h passa à forma:

$$h = [1 + V^{-1}(V_1 q_1 + V_2 q_2)]. \quad (\text{A.65})$$

O sistema paraxial de traçamento de raio pode ser obtido de H dada pela equação (A.63) como descrito na seção (A.2). Com o uso da notação $\Delta \boldsymbol{\eta} = (\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta p_1, \Delta p_2)^T$, o sistema do traçamento de raio paraxial é escrito na forma:

$$\frac{d\Delta \boldsymbol{\eta}}{ds} = \underline{\mathbf{S}} \Delta \boldsymbol{\eta}; \quad (\text{A.66})$$

onde

$$\underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_2 & V \underline{\mathbf{I}}_2 \\ -\frac{1}{V^2} \underline{\mathbf{V}} & \mathbf{0}_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.67})$$

Nesta equação acima, $\underline{\mathbf{V}}$ é a matriz 2×2 com $V_{ij} = \frac{\partial^2 v}{\partial q_i \partial q_j} \Big|_{(0,0,s)}$. A matriz propagadora do raio é definida na forma:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}(s, s_0) = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}_1(s, s_0) & \underline{\mathbf{Q}}_2(s, s_0) \\ \underline{\mathbf{P}}_1(s, s_0) & \underline{\mathbf{P}}_2(s, s_0) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.68})$$

onde novamente $(\underline{\mathbf{Q}}_1, \underline{\mathbf{P}}_1)^T$ é a solução do sistema de traçamento dinâmico do raio da equação (A.37) para condições iniciais $(\underline{\mathbf{I}}_2, \underline{\mathbf{O}}_2)^T$, incluso o caso das coordenadas centradas no raio, e interpretada como *onda plana normalizada*. Os raios com $\frac{\partial p_i}{\partial \gamma_j} = 0$ em s_0 são inicialmente paralelos para o raio central, e associados a uma onda plana. A quantidade $(\underline{\mathbf{O}}_2, \underline{\mathbf{I}}_2)^T$ em s_0 corresponde à fonte pontual normalizada nas condições iniciais.

Como descrito em seções anteriores para o caso geral, a segunda derivada do tempo de

trânsito em relação às coordenadas q_1 e q_2 , com s constante e para uma onda específica, pode ser obtida da solução do sistema de traçamento dinâmico do raio (A.37) reescrita abaixo:

$$\underline{\mathbf{M}} = \underline{\mathbf{P}}\underline{\mathbf{Q}}^{-1}. \quad (\text{A.69})$$

Devido ao fato de que nas coordenadas centradas no raio, $p_1 = p_2 = 0$ no raio central, a expressão para a aproximação de segunda ordem do tempo de trânsito paraxial de um sistema de raios próximos ao raio central (equação A.42), tem uma forma particularmente simples. Usando a notação $\Delta q = (\Delta q_1, \Delta q_2)^T$, a equação (A.42) é escrita na forma:

$$\tau(\Delta \mathbf{q}, s) = \tau(0, 0, s) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{q}^T \underline{\mathbf{M}} \Delta \mathbf{q}. \quad (\text{A.70})$$

A matriz $\underline{\mathbf{M}}$ da segunda derivada do tempo de trânsito nas coordenadas centradas no raio é relacionada de uma forma simples com a matriz de curvatura do raio, $\underline{\mathbf{K}}$, na posição s , do raio central pela equação:

$$\underline{\mathbf{M}} = \frac{1}{v} \underline{\mathbf{K}}; \quad (\text{A.71})$$

ou, introduzindo a matriz $\underline{\mathbf{R}} = \underline{\mathbf{K}}^{-1}$ do raio de curvatura da frente de onda, se escreve que:

$$\underline{\mathbf{M}} = (v \underline{\mathbf{R}})^{-1}. \quad (\text{A.72})$$

As matrizes $\underline{\mathbf{M}}$, $\underline{\mathbf{K}}$ ou $\underline{\mathbf{R}}$ podem ser também determinadas resolvendo uma equação diferencial não-linear de primeira ordem do tipo Riccati derivadas do sistema de traçamento dinâmico do raio (ČERVENÝ, 2001).

As equações da teoria da perturbação do raio em coordenadas curvilíneas ortogonais, dadas na seção (A.3), podem ser especializadas para o caso das coordenadas centradas no raio.

A.4.1 Coordenadas Centradas no Raio para o Caso 2D

No caso de simular a propagação de ondas de forma restrita ao plano 2D, a expressão para o traçamento de raio simplifica consideravelmente com as coordenadas centradas no raio. Este modelo é descrito como um meio invariante em uma direção espacial; isto é, a direção x_2 . A trajetória do raio no plano $x_1 - x_3$ pode ser então descrita apenas com duas coordenadas espaciais. Conseqüentemente, somente duas coordenadas centradas no raio (q, s) permanecem, onde s continua como o comprimento de arco ao longo do raio, e q corresponde

à direção normal para o raio. O Hamiltoniano reduzido para o caso 2D é dado por:

$$H(p; v) = -h\sqrt{\frac{1}{v^2} - p^2}; \quad (\text{A.73})$$

onde $p = \frac{\partial\tau}{\partial q}$ e

$$h = \left[1 + q \left(\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial q} \right) \Big|_{q=0} \right] \quad (\text{A.74})$$

é o fator de escala relativo à coordenada x_3 . O sistema de traçamento do raio paraxial é escrito na forma:

$$\frac{d}{ds} \begin{pmatrix} \Delta q \\ \Delta p \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} \Delta q \\ \Delta p \end{pmatrix} \quad \text{com} \quad \underline{\mathbf{S}} = \begin{pmatrix} 0 & v \\ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 v}{\partial q^2} & 0 \end{pmatrix}; \quad (\text{A.75})$$

onde os elementos de $\underline{\mathbf{S}}$ são válidos no raio central.

A matriz propagadora (2×2) associada ao raio é dada por:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}(s, s_0) = \begin{pmatrix} Q_1(s, s_0) & Q_2(s, s_0) \\ P_1(s, s_0) & P_2(s, s_0) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.76})$$

onde Q_1, Q_2, P_1 e P_2 são escalares.

A segunda derivada do tempo de trânsito em relação a q para uma onda específica, válida no raio central, é dada por:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial q^2} = M = \frac{P}{Q}. \quad (\text{A.77})$$

No caso específico para uma fonte pontual em $s = s_0$, se tem que:

$$M = \frac{P_2}{Q_2}. \quad (\text{A.78})$$

A partir de M , associada à frente de onda, e o correspondente raio de curvatura, R , se escreve a relação para a curvatura K na forma:

$$M = \frac{1}{v} K = \frac{1}{vR}. \quad (\text{A.79})$$

A.5 Coordenadas cartesianas

Em coordenadas cartesianas 3D, (x_1, x_2, x_3) , os fatores escalares h_1 , h_2 e h_3 são iguais a 1 e a equação iconal se reduz à forma:

$$(p_1^{(x)})^2 + (p_2^{(x)})^2 + (p_3^{(x)})^2 = \frac{1}{v^2(x_1, x_2, x_3)} \quad (\text{A.80})$$

e $p_i^{(x)} = \frac{\partial \tau}{\partial x_i}$ ($i = 1, 2, 3$)³. Um caso específico é considerar uma propagação predominantemente na direção x_3 , onde esta coordenada pode ser usada como o parâmetro independente ao longo do raio.

O Hamiltoniano reduzido H em 3D-Cartesiano, segundo a equação (A.21), é dado por:

$$H = -\sqrt{v^{-2} - (p_1^{(x)})^2 - (p_2^{(x)})^2} = -p_3^{(x)}. \quad (\text{A.81})$$

O sistema associado ao traçamento de raio, segundo a equação (A.20), é dado por:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dx_3} &= \frac{p_1^{(x)}}{p_3^{(x)}}, & \frac{dp_1^{(x)}}{dx_3} &= -\frac{1}{v^3 p_3^{(x)}} \frac{\partial v}{\partial x_1}, \\ \frac{dx_2}{dx_3} &= \frac{p_2^{(x)}}{p_3^{(x)}}, & \frac{dp_2^{(x)}}{dx_3} &= -\frac{1}{v^3 p_3^{(x)}} \frac{\partial v}{\partial x_2}. \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

O tempo de trânsito ao longo do raio pode ser obtido por integração da equação:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x_3} = \frac{1}{v^2 p_3^{(x)}}. \quad (\text{A.83})$$

Se, novamente, um vetor $\Delta \boldsymbol{\eta} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta p_1^{(x)}, \Delta p_2^{(x)})^T$ for definido, o sistema de traçamento de raio pode ser escrito na forma:

$$\frac{d\Delta \boldsymbol{\eta}}{dx_3} = \underline{\mathbf{S}} \Delta \boldsymbol{\eta}; \quad (\text{A.84})$$

³ $p_i^{(x)}$: o sobrescrito refere-se ao sistema de coordenadas Cartesianas gerais.

onde os elementos da matriz $\underline{\mathbf{S}}$, (4×4), são:

$$\begin{aligned}
S_{11} &= \frac{p_1^{(x)}}{v^3(p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_1}, & S_{13} &= \frac{1}{p_3^{(x)}} + \frac{(p_1^{(x)})^2}{(p_3^{(x)})^3}, \\
S_{12} &= \frac{p_1^{(x)}}{v^3(p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_2}, & S_{14} &= \frac{p_1^{(x)} p_2^{(x)}}{(p_3^{(x)})^3}, \\
S_{21} &= \frac{p_2^{(x)}}{v^3(p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_1}, & S_{23} &= \frac{p_1^{(x)} p_2^{(x)}}{(p_3^{(x)})^3}, \\
S_{22} &= \frac{p_2^{(x)}}{v^3(p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_2}, & S_{24} &= \frac{1}{p_3^{(x)}} + \frac{(p_2^{(x)})^2}{(p_3^{(x)})^3}, \\
S_{31} &= -\frac{1}{v^4 p_3^{(x)}} \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{1}{v^2 (p_3^{(x)})^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_1} \right)^2 \right], & S_{33} &= -\frac{p_1^{(x)}}{v^3 (p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_1}, \\
S_{32} &= -\frac{1}{v^4 p^{(x)}} \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{1}{v^2 (p_3^{(x)})^2} \frac{\partial v}{\partial x_1} \frac{\partial v}{\partial x_2} \right], & S_{34} &= -\frac{p_2^{(x)}}{v^3 (p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_1}, \\
S_{41} &= -\frac{1}{v^4 p^{(x)}} \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{1}{v^2 (p_3^{(x)})^2} \frac{\partial v}{\partial x_1} \frac{\partial v}{\partial x_2} \right], & S_{43} &= -\frac{p_1^{(x)}}{v^3 (p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_2}, \\
S_{42} &= -\frac{1}{v^4 p_3^{(x)}} \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{1}{v^2 (p_3^{(x)})^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x_2} \right)^2 \right], & S_{44} &= -\frac{p_1^{(x)}}{v^3 (p_3^{(x)})^3} \frac{\partial v}{\partial x_2}
\end{aligned} \tag{A.85}$$

e obtidos com a equação (A.27) com o Hamiltoniano, H , definido pela equação (A.81).

A matriz propagadora associada ao raio é dada por:

$$\underline{\mathbf{\Pi}}^{(x)} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}_1^{(x)} & \underline{\mathbf{Q}}_2^{(x)} \\ \underline{\mathbf{P}}_1^{(x)} & \underline{\mathbf{P}}_2^{(x)} \end{pmatrix}. \tag{A.86}$$

Como no caso geral, as soluções $(\underline{\mathbf{Q}}^{(x)}, \underline{\mathbf{P}}^{(x)})^T$ do sistema de traçamento dinâmico do raio podem ser usadas para calcular a segunda derivada do tempo de trânsito de um sistema de raios em relação às coordenadas x_1 e x_2 na forma:

$$\underline{\mathbf{M}}^{(x)} = \underline{\mathbf{P}}^{(x)} \underline{\mathbf{Q}}^{(x)-1} \tag{A.87}$$

com $M_{11} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x_1^2}$, $M_{12} = M_{21} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x_1 \partial x_2}$ e $M_{22} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x_2^2}$.

O tempo de trânsito paraxial ao raio central pertencente a uma onda específica é dado

por:

$$\tau(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3) = \tau(x_1, x_2, x_3) + \sum_{i=1}^2 p_i^{(x)} \Delta x_i + \sum_{i,j=1}^2 M_{ij}^{(x)} \Delta x_i \Delta x_j. \quad (\text{A.88})$$

O caso específico da segunda derivada do tempo de trânsito para uma fonte pontual em um ponto inicial no raio central é dado, por:

$$\underline{\mathbf{M}}^{(x)} = \underline{\mathbf{P}}_2^{(x)} \underline{\mathbf{Q}}_2^{(x)-1}. \quad (\text{A.89})$$

A.6 Transformação de coordenadas centradas no raio para coordenadas cartesianas

A aproximação de segunda ordem para o tempo de trânsito associado com um campo de onda específico, e a transformação de coordenadas centradas no raio para coordenadas cartesianas globais são necessárias para a descrição do empilhamento CRS e para a niptomografia. O tempo de trânsito em um ponto P de coordenadas (y_1, y_2, y_3) com as coordenadas centradas no raio $(\Delta q_1, \Delta q_2, s')$ é expresso em relação às quantidades de segunda ordem em um ponto $P_0 = P_0(y_1 = 0, y_2 = 0, y_3 = 0)$ do raio central com coordenadas $(0, 0, s)$ na forma:

$$\tau(\Delta q_1, \Delta q_2, s') = \tau(0, 0, s) + v^{-1}(s) \Delta s - \frac{1}{2} v^{-2}(s) \frac{\partial v}{\partial s} \Delta s^2 + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 M_{ij} \Delta q_i \Delta q_j; \quad (\text{A.90})$$

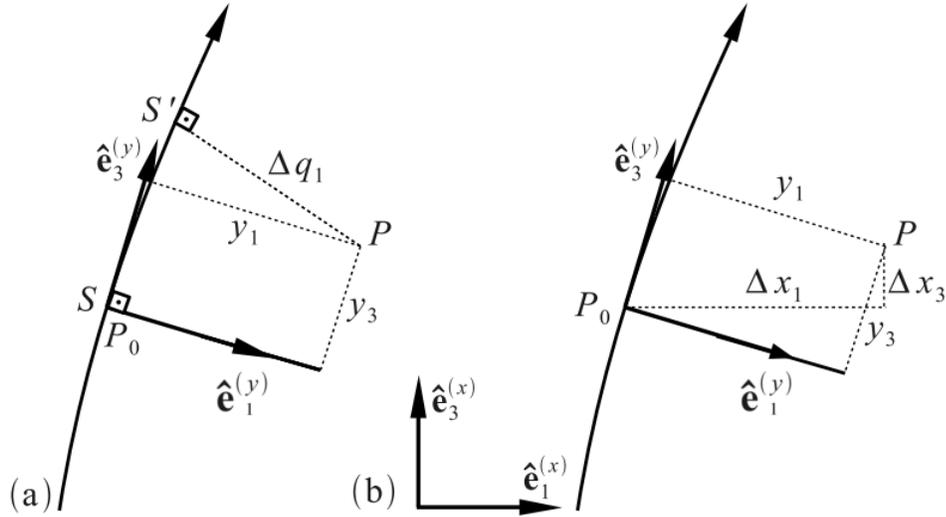
onde $\Delta s = s' - s$ e M_{ij} são os elementos da matriz (2×2) das derivadas de segunda ordem do tempo de trânsito em relação a q_1 e a q_2 definidos na seção A.4 e válidos no ponto P_0 . O mesmo tempo de trânsito pode ser expresso em termos de um sistema de coordenadas locais centradas no raio (y_1, y_2, y_3) com a origem posicionada no raio central em s (ver Figura A.5(a)). Se as coordenadas y_1 e y_2 coincidem com as coordenadas q_1 e q_2 e a coordenada y_3 tangencial ao raio em s , o tempo de trânsito em um ponto P_i qualquer próximo é dado por:

$$\tau(y_1, y_2, y_3) = \tau(0, 0, 0) + v^{-1} y_3 + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 M_{ij}^{(y)} y_i y_j; \quad (\text{A.91})$$

onde a matriz $\hat{\mathbf{M}}^{(y)}$ com elementos M_{ij} tem a forma

$$\hat{\mathbf{M}}^{(y)} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial y_1} \\ M_{21} & M_{22} & -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial y_2} \\ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial y_1} & -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial y_2} & -\frac{1}{v^2} \frac{\partial v}{\partial y_3} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.92})$$

Figura A.5: (a) Transformação entre coordenadas centradas no raio (q_1, q_3) e coordenadas cartesianas locais centradas no raio (y_1, y_3) , entre um ponto P_0 localizado no raio e um ponto vizinho P fora do raio. (b) Transformação entre coordenadas cartesianas locais, (y_1, y_3) , centradas no raio e coordenadas cartesianas globais, (x_1, x_3) , entre um ponto P_0 e um ponto vizinho P . Para simplificar, somente a transformação em duas dimensões é mostrada.



Fonte: adaptado de Duveneck (2004).

A submatriz do termo superior à esquerda de $\hat{\mathbf{M}}^{(y)}$ com os elementos M_{11} , M_{12} , M_{21} e M_{22} é idêntica à matriz \mathbf{M} definida na seção (A.4), dada por: $\mathbf{M} = \mathbf{P}\mathbf{Q}^{-1}$. As derivadas em relação à velocidade estão no ponto $P_0 = (0, 0, 0)$.

O termo linear na equação (A.91) pode ser interpretado como $\sum_{i=1}^3 p_i^{(y)} y_i$, com $p_1^{(y)} = p_2^{(y)} = 0$ e $p_3^{(y)} = v^{-1}$. Seguindo a regra para transformar as coordenadas cartesianas locais, (x_1, x_2, x_3) em coordenadas cartesianas globais, (x_1, x_2, x_3) , ver a figura (A.5)(b), é necessário

uma transformação matricial ortonormal de ordem (3×3) $\hat{\mathbf{H}}$ com

$$H_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial y_j}, \quad (i = 1, 2, 3), (j = 1, 2, 3))$$

. Para a origem do sistema de coordenadas locais de ponto $P_0 = (x_{01}, x_{02}, x_{03})^T$, as coordenadas globais do ponto $P = (x_1, x_2, x_3)^T$ são determinadas por:

$$\Delta x_i = x_i - x_{0i} = \sum_{j=1}^3 H_{ij} y_j \quad (i = 1, 2, 3). \quad (\text{A.93})$$

O vetor vazarosidade $(p_1^{(x)}, p_2^{(x)}, p_3^{(x)})$ em $(x_{01}, x_{02}, x_{03})^T$ pode ser calculado por:

$$p_i^{(x)} = \sum_{j=1}^3 H_{ij} p_j^{(y)}. \quad (\text{A.94})$$

A matriz $\hat{\mathbf{M}}$, (3×3) da segunda derivada do tempo de trânsito com elementos $M_{ij}^{(x)} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x_i \partial x_j}$ é obtida por

$$\hat{\mathbf{M}}^{(x)} = \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{M}}^{(y)} \hat{\mathbf{H}}^T. \quad (\text{A.95})$$

O resultado para o tempo de trânsito paraxial em elementos de coordenadas cartesianas globais é escrito em série de Taylor de segunda ordem na forma:

$$\tau(x_1, x_2, x_3) = \tau(x_{01}, x_{02}, x_{03}) + \sum_{i=1}^3 p_i^{(x)} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 M_{ij}^{(x)} \Delta x_i \Delta x_j. \quad (\text{A.96})$$

Esta equação simplificada é válida em $x_3 = x_{03}$. Se a velocidade for localmente constante, a terceira linha e coluna da matriz $\hat{\mathbf{M}}$ na equação (A.92) é nulo, e a expressão em série de Taylor para o tempo de trânsito se torna (comparar com a equação A.88):

$$\tau(x_1, x_2, x_3) = \tau(x_{01}, x_{02}, x_{03}) + \sum_{i=1}^2 p_i^{(x)} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 M_{ij}^{(x)} \Delta x_i \Delta x_j; \quad (\text{A.97})$$

com

$$\mathbf{M}^{(x)} = \mathbf{H} \mathbf{M} \mathbf{H}^T. \quad (\text{A.98})$$

A matriz \mathbf{H} é a submatriz da parte superior esquerda da matriz de $\hat{\mathbf{H}}$, e \mathbf{M} é a matriz da segunda derivada do tempo de trânsito em coordenadas centradas no raio (q_1, q_2, q_3) introduzidas na seção (A.4), é dada por: $\mathbf{M} = \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1}$.

APÊNDICE B – CRS 3D

No capítulo 3 se fez uma descrição do empilhamento CRS para uma aquisição em 2D, assim como de conceitos sobre o processamento sísmico convencional. Neste apêndice é feita uma extensão do operador CRS para o caso que visa um imageamento 3D da subsuperfície.

Para um dado sísmico de multicobertura em 3D, as coordenadas meio-afastamento \mathbf{h} e ponto-médio $\boldsymbol{\xi}_m$ são definidos pelos vetores:

$$\begin{aligned}\mathbf{h} &= \frac{\boldsymbol{\xi}_g - \boldsymbol{\xi}_s}{2}; \\ \boldsymbol{\xi}_m &= \frac{\boldsymbol{\xi}_g + \boldsymbol{\xi}_s}{2}.\end{aligned}\tag{B.1}$$

O operador hiperbólico CRS para o caso 3D tem a forma:

$$t^2(\boldsymbol{\xi}_0 + \Delta\boldsymbol{\xi}, \mathbf{h}) = (t_0 + 2\mathbf{p}^{(\xi)} \cdot \Delta\boldsymbol{\xi})^2 + 2t_0(\Delta\boldsymbol{\xi}^T \underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)} \Delta\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}^T \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} \mathbf{h}),\tag{B.2}$$

onde $\Delta\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}_m - \boldsymbol{\xi}_0$. A quantidade $\mathbf{p}^{(\xi)}$ é o vetor vagarosidade e $\underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)}$ e $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ são matrizes simétricas de ordem 2×2 . O operador CRS 3D depende de oito parâmetros independentes.

De forma análoga ao caso 2D, $\mathbf{p}^{(\xi)}$, $\underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)}$ e $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ são relacionados com as propriedades cinemáticas da onda Normal e da onda NIP. O vetor vagarosidade $\mathbf{p}^{(\xi)}$ contém a primeira derivada horizontal do tempo de trânsito das ondas N e NIP em $\boldsymbol{\xi}_0$, os termos são as componentes horizontais. A matriz $\underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)}$ contém a derivada segunda da onda emergente N em relação as coordenadas espaciais na superfície em $\boldsymbol{\xi}_0$. $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é a matriz correspondente a segunda derivada espacial do tempo de trânsito de uma onda emergente NIP em $\boldsymbol{\xi}_0$.

No modelo, a velocidade próxima ao ponto $\boldsymbol{\xi}_0$ é considerada conhecida e localmente constante (v_0). A direção do raio emergente pode ser determinado a partir de $\mathbf{p}^{(\xi)}$, e as matrizes $\underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)}$ e $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ estão relacionadas com as curvaturas do campo de onda das ondas N e NIP. Se α e ψ denotam o ângulo emergente e o azimute do raio normal, se tem as seguintes

relações:

$$\begin{aligned}\mathbf{p}^{(\xi)} &= \frac{1}{v_0}(\text{sen } \alpha \cos \psi, \text{sen } \alpha \cos \psi)^T, \\ \underline{\mathbf{M}}_N^{(\xi)} &= \frac{1}{v_0} \underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{K}}_N \underline{\mathbf{H}}^T, \\ \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} &= \frac{1}{v_0} \underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{K}}_{\text{NIP}} \underline{\mathbf{H}}^T,\end{aligned}\tag{B.3}$$

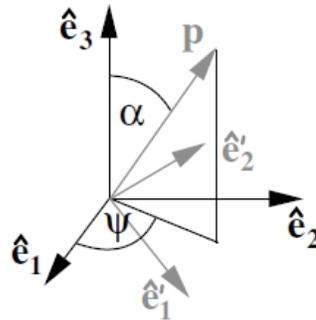
onde $\underline{\mathbf{K}}_N$ e $\underline{\mathbf{K}}_{\text{NIP}}$ são as matrizes simétricas de ordem 2×2 das curvaturas das frentes de onda N e NIP, respectivamente.

A matriz $\underline{\mathbf{H}}$ é a matriz 2×2 da submatriz da parte superior à esquerda da matriz transformação do sistema de coordenadas cartesianas centradas no raio para o sistema de coordenadas cartesianas globais associadas com a localização da superfície (apêndice A, seção A.6). Se a direção de q_1 do sistema de coordenadas centradas no raio estiver contida no plano vertical, onde são descritos o vetor vagarosidade e a normal à superfície de medida, então a matriz $\underline{\mathbf{H}}$ depende de α e ψ que é dada por:

$$\underline{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \alpha & -\text{sen } \psi \\ \text{sen } \psi \cos \alpha & \cos \psi \end{pmatrix};\tag{B.4}$$

cujas definições de α e ψ estão na Figura B.1.

Figura B.1: Ângulos α (inclinação) e ψ (azimute) dando a direção do raio emergente normal em ξ_0 . Estes ângulos podem ser usados para definir a orientação do sistema de coordenadas locais centradas no raio em relação ao sistema de coordenadas cartesianas globais da medida da superfície.



Fonte: Duvneck (2004).

A matriz $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é relacionada à velocidade de sobretempo normal azimutal $v_{\text{NMO}}(\phi)$, dada por:

$$v_{\text{NMO}}^{-2}(\phi) = \frac{t_0}{2} \hat{\mathbf{e}}_\phi^T \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} \hat{\mathbf{e}}_\phi;\tag{B.5}$$

onde o vetor unitário $\hat{\underline{\mathbf{e}}}_\phi = (\cos \phi, \sin \phi)^T$ define o azimute. Se a geometria de aquisição sísmica é restrita a uma certa linha de azimute próxima a uma dada direção ϕ , como é usualmente no caso de uma aquisição sísmica marinha, $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ não pode ser completamente determinado do dado sísmico, e em vez disso, somente a componente

$$\mathbf{M}_\phi^{(\xi)} = \hat{\underline{\mathbf{e}}}_\phi^T \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} \hat{\underline{\mathbf{e}}}_\phi \quad (\text{B.6})$$

associado com a direção do azimute pode então ser obtido.

APÊNDICE C – MODELO INVERSO

Neste apêndice é descrito o método de inversão NIP-tomográfico para análise de velocidade em 3D utilizando os atributos CRS 3D. Apesar das limitações apresentadas no empilhamento de uma seção sísmica utilizando os atributos CRS e, portanto, as aproximações do tempo de trânsito, existem vantagens práticas para o uso do empilhamento CRS, particularmente se um dado sísmico apresenta uma baixa razão sinal/ruído. Neste caso pode ser difícil identificar e marcar eventos de reflexão no dado pré-empilhado, como é necessário para a tomografia de reflexão. Numa seção afastamento-nulo, a quantidade de marcações necessárias para entrada da inversão tomográfica é significativamente reduzida, uma vez que as marcações podem ser obtidas diretamente na seção simulada de razão sinal/ruído melhorado como a obtida no empilhamento CRS.

C.1 Formulação da tomografia usando os atributos CRS

Os atributos CRS associados com as ondas NIP são usados para formular o método de inversão tomográfica na determinação do modelo isotrópico suave de velocidade baseada em ondas primárias. O método é apresentado apenas para o caso 3D.

C.1.1 Composição dos dados

No caso geral 3D, a onda emergente NIP hipotética associada com uma dada amostra no afastamento-nulo $(t_0, \boldsymbol{\xi}_0)$ em um evento de reflexão primária é caracterizado pelo tempo de trânsito do raio normal, $\tau_0 = \frac{t_0}{2}$; pela primeira derivada espacial do tempo de trânsito (ou componente horizontal da vagarosidade) dado pelo vetor $\mathbf{p}^{(\xi)}$; e pela segunda derivada espacial dada pela matriz simétrica $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$. Uma onda NIP emergente pode, portanto, ser representada por:

$$(\tau_0, \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}, \mathbf{p}^{(\xi)}, \boldsymbol{\xi}_0); \quad (\text{C.1})$$

que é referida como um ponto do dado a ser ajustada pela inversão. Este ponto é obtido do resultado do empilhamento CRS pela marcação de eventos em afastamento-nulo, $(t_0, \boldsymbol{\xi}_0)$, no volume CRS empilhado, e pela extração dos elementos $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ e $\mathbf{p}^{(\xi)}$ correspondentes nas seções

dos atributos CRS. As marcações são independentes entre si na seção afastamento-nulo, e se estendem a eventos que são localmente coerentes.

C.1.2 Composição do modelo direto

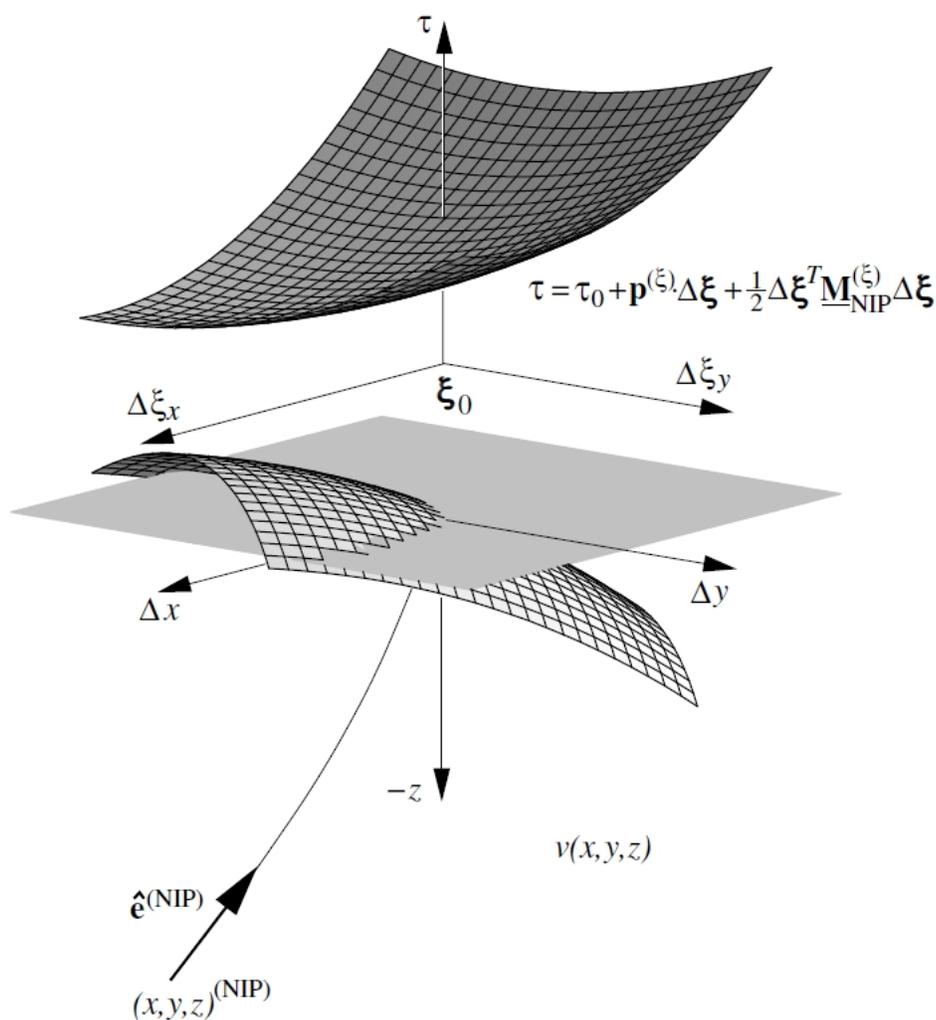
Para o caso geral 3D, um ponto NIP na subsuperfície é caracterizado por três coordenadas espaciais e dois parâmetros definindo o mergulho do refletor localmente no ponto NIP, ver Figura C.1.

As coordenadas cartesianas globais são denotadas por (x, y, z) , e esta nomenclatura é diferente do que foi usado no capítulo 3 por ser mais conveniente para o presente contexto. A direção positiva de z é considerada a partir da superfície em $z = 0$. Pontos de medidas na superfície são denotados por dois componentes dos vetor $\boldsymbol{\xi}$. Com esta notação, as quantidades que caracterizam o NIP a serem estimados são escritas por:

$$(x, y, z, e_x, e_y)^{(\text{NIP})}; \quad (\text{C.2})$$

onde $x^{(\text{NIP})}$, $y^{(\text{NIP})}$ e $z^{(\text{NIP})}$ são as coordenadas espaciais, enquanto que $e_x^{(\text{NIP})}$ e $e_y^{(\text{NIP})}$ são as componentes horizontais de um vetor unitário $\hat{\mathbf{e}}^{\text{NIP}}$ que é localmente normal ao refletor. As quantidades $z^{(\text{NIP})} < 0$ são localizadas abaixo da superfície $z = 0$ de medida. Cada ponto do dado na equação (C.1) representa uma onda NIP emergente e associada com um conjunto de parâmetros do modelo na equação (C.2).

Figura C.1: Ilustração 3-D para a definição do modelo e dos componentes dos dados para a inversão NIP-tomográfica 3-D. As componentes de cada ponto na equação (C.1) descreve a superfície do tempo de trânsito de segunda ordem associado com uma frente de onda emergente NIP. A correspondente localização do NIP e a direção do raio normal inicial na direção da subsuperfície na equação (C.2), são considerados como modelo dos parâmetros e os coeficientes da função B-spline descrevem a sua distribuição suave de velocidade, $\Delta\xi$ é definido como $\Delta\xi = \xi - \xi_0$, onde ξ_0 é a localização do raio normal emergente. As coordenadas horizontais $\Delta\xi_x$ e $\Delta\xi_y$ são idênticas as coordenadas relativas a Δx e Δy .



Fonte: Duvencek (2004)

O modelo suave de velocidade é representado por B-splines em uma malha 3D definida por incrementos uniformes, Δx , Δy e Δz , nas direções de x , y e z , respectivamente, e escrito na forma (BOOR, 1978):

$$v(x, y, z) = \sum_{j=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_y} \sum_{l=1}^{n_z} v_{jkl} \beta_j(x) \beta_k(y) \beta_l(-z); \quad (\text{C.3})$$

onde $\beta_j(x)$, $\beta_k(y)$ e $\beta_l(-z)$ são as funções-base de grau m , e v_{jkl} são os coeficientes da B-spline, onde o sinal menos na equação (C.3) foi introduzido pelo fato de que z é positivo para cima na definição da malha B-spline, e ao contrário na descrição da malha representativa da profundidade no modelo da subsuperfície.

Os atributos CRS de uma onda NIP associados com os parâmetros (C.2) podem ser calculados por modelagem dado um modelo de velocidade, sem a necessidade de traçar o raio normal, começando no respectivo ponto NIP com o traçamento cinemático do raio, e fazer traçamento dinâmico ao longo do raio. O vetor $\mathbf{p}^{(\xi)}$ contém as duas componentes horizontais das três componentes do vetor vazarosidade do raio normal emergente em $\boldsymbol{\xi}_0$, o tempo de trânsito do raio normal, τ_0 , que é obtido pela integração adequada da equação (A.20) ao longo do raio. A matriz simétrica, (2×2) , $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ pode ser calculada a partir dos elementos da matriz propagadora ao longo do raio normal pela integração do sistema de equações

$$\frac{d}{d\sigma} \underline{\boldsymbol{\Pi}}^{(\zeta)} = \underline{\mathbf{S}} \underline{\boldsymbol{\Pi}}^{(\zeta)}$$

adaptado ao sistema de coordenadas escolhido. As quantidades desejadas são as soluções do sistema de traçamento dinâmico do raio

$$\frac{d}{d\sigma} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)} \\ \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} \end{pmatrix} = \underline{\mathbf{S}} \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{Q}}^{(\zeta)} \\ \underline{\mathbf{P}}^{(\zeta)} \end{pmatrix}$$

para as condições iniciais de uma fonte pontual.

Se as coordenadas centradas no raio (seção A.4) forem usadas e a velocidade próxima à superfície em $\boldsymbol{\xi}_0$ é considerada como localmente constante, então se tem que:

$$\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} = \underline{\mathbf{H}} \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}} \underline{\mathbf{H}}^T \quad \text{com} \quad \underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}} = \underline{\mathbf{P}}_2 \underline{\mathbf{Q}}_2^{-1}. \quad (\text{C.4})$$

$\underline{\mathbf{H}}$ é a submatriz de ordem (2×2) da parte superior esquerda da matriz de transformação (3×3) de coordenadas cartesianas locais centradas no raio no ponto final das coordenadas globais, que neste caso são relacionadas às medidas de campo feitas na superfície.

Se o traçamento dinâmico do raio for realizado em coordenadas cartesianas globais usando

a formulação do Hamiltoniano reduzido da seção (A.5) com a coordenada z como parâmetro independente ao longo do raio, a matriz $\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)}$ é dada pela expressão (A.89)

$$\underline{\mathbf{M}}_{\text{NIP}}^{(\xi)} = \underline{\mathbf{P}}_2^{(x)} \underline{\mathbf{Q}}_2^{(x)-2} \quad (\text{C.5})$$

do tempo de trânsito e coordenadas espaciais. Escolhas adequadas para os fatores de escalas correspondentes: σ_τ , σ_M , σ_p e σ_ξ são discutidos adiante.

C.2 Vínculos adicionais

Na aplicação de vínculos na minimização das segundas derivadas da função velocidade, outros vínculos ao modelo de velocidade podem ser introduzidos para reduzir a ambiguidade no problema de inversão.

C.2.1 Informações à priori para a velocidade

Se o valor da velocidade é disponível em um total de $n_{v\text{dados}}$ localizações na subsuperfície, um total de $n_{v\text{dados}}$ elementos na forma:

$$v(x_i, y_i, z_i), \quad (i = 1, 2, \dots, n_{v\text{dados}}); \quad (\text{C.6})$$

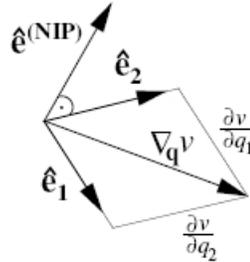
são adicionados ao vetor dados \mathbf{d} , e na inversão o desajuste entre estas velocidades reais e o modelo de velocidade nos respectivos pontos da subsuperfície é minimizado. Os elementos correspondentes na diagonal da matriz $\underline{\mathbf{C}}_D$ determinam o peso relativo aplicado a estes valores adicionais. Mesmo que a informação de velocidade contida nestes dados seja considerado de confiança, um certo valor de erro residual deve ser permitido, uma vez que esta informação pode ser incompatível com a descrição de modelo suave considerado para a inversão. Os elementos adicionais da matriz $\underline{\mathbf{F}}$ associado aos dados (C.6), são as derivadas de Fréchet correspondentes, e estas derivadas envolvem apenas os parâmetros associados com o próprio modelo de velocidade (os coeficientes B-splines).

C.2.2 Estrutura do refletor

A estrutura real dos refletores é inicialmente desconhecida, uma vez que ela depende da estrutura da velocidade a ser determinada. No entanto, para um certo modelo de velocidade as orientações dos elementos refletores são conhecidas em todas as localizações NIP correspondendo aos dados (C.1) usado na inversão. A direção onde a variação da velocidade deve

coincidir com a direção do raio normal do respectivo NIP; e, inversamente, a variação de velocidade no plano localmente perpendicular à direção do raio normal deve ser pequena. A estrutura da velocidade pode, portanto, ser forçada para seguir localmente a estrutura do refletor pela minimização da norma do gradiente de velocidade no plano perpendicular ao raio normal em cada NIP considerado (ver figura C.2).

Figura C.2: A fim de forçar a estrutura de velocidade local para acompanhar a estrutura do refletor, a norma do gradiente de velocidade $\nabla_{\mathbf{q}}v$ no plano refletor em cada NIP local considerado é minimizado.



Fonte: Duvencek (2004).

Considerando que a normal ao refletor no ponto NIP aponte para cima e seja definida por um vetor unitário $\hat{\mathbf{e}}^{(\text{NIP})} = (e_x^{(\text{NIP})}, e_y^{(\text{NIP})}, e_z^{(\text{NIP})})^T$ (ver seção A.2), dois vetores adicionais $\hat{\mathbf{e}}_1$ e $\hat{\mathbf{e}}_2$ podem ser construídos tal que $\hat{\mathbf{e}}_1$ e $\hat{\mathbf{e}}^{(\text{NIP})}$ definem um plano vertical através do NIP e $\hat{\mathbf{e}}_1$, $\hat{\mathbf{e}}_2$ e $\hat{\mathbf{e}}^{(\text{NIP})}$ são mutuamente perpendiculares. O gradiente de velocidade no plano refletor local é, portanto, expresso por:

$$\nabla_{\mathbf{q}}v = (\hat{\mathbf{e}}_1 \cdot \nabla v, \hat{\mathbf{e}}_2 \cdot \nabla v)^T. \quad (\text{C.7})$$

O vínculo em que a estrutura de velocidade deve seguir localmente a estrutura do refletor pode, portanto, ser imposta por minimização pela norma:

$$|\nabla_{\mathbf{q}}v|_i = [(\hat{\mathbf{e}}_1 \cdot \nabla v)^2 + (\hat{\mathbf{e}}_2 \cdot \nabla v)^2]_i^{\frac{1}{2}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n_{\text{dados}}); \quad (\text{C.8})$$

em todas as localizações NIP considerados no modelo da iteração atual. Esta garantia de mais vínculos n_{dados} nos parâmetros resulta em mais linhas adicionais na matriz tomográfica. Entretanto, por simplificação, apenas as derivadas de Fréchet com relação ao modelo dos parâmetros de velocidade são considerados, e a influência das variações no modelo de parâmetros do NIP segundo a equação (C.2) no cálculo de (C.8) são ignorados.

O critério de minimização da primeira derivada da velocidade ao longo do refletor nos NIPs pode também ser usado se as marcações corresponderem aos eventos de reflexão. Além

disso, este critério deve ser usado com cuidado, uma vez que ele é baseado em suposição grosseira e para eventos de difração este critério não faz sentido. Conseqüentemente, um certo erro residual deve ser permitido na minimização (C.8) e os correspondentes pesos (elementos da diagonal da matriz $\underline{\mathbf{C}}_D$) devem ser escolhidos apropriadamente.

C.2.3 Modelo espacialmente suave de velocidade

Para o caso geral 3D a regularização é escrito na forma:

$$\begin{aligned} \int_z \int_y \int_x \left[\varepsilon_{xx}(x, y, z) \left(\frac{\partial^2 v(x, y, z)}{\partial x^2} \right)^2 + \varepsilon_{yy}(x, y, z) \left(\frac{\partial^2 v(x, y, z)}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + \varepsilon_{zz}(x, y, z) \left(\frac{\partial^2 v(x, y, z)}{\partial z^2} \right)^2 + \varepsilon v^2(x, y, z) \right] dx dy dz = \mathbf{m}^{(v)T} (\varepsilon_{xx} \underline{\mathbf{D}}^{xx} + \varepsilon_{yy} \underline{\mathbf{D}}^{yy} + \varepsilon_{zz} \underline{\mathbf{D}}^{zz} + \varepsilon \underline{\mathbf{D}}) \mathbf{m} = \\ = \mathbf{m}^{(v)T} \underline{\mathbf{D}}''^{(3D)} \mathbf{m}^{(v)}. \quad (\text{C.9}) \end{aligned}$$

com, $\mathbf{m}^{(v)T}$ representado por

$$\mathbf{m}^{(v)T} = m_{[(i-1)n_y n_z + (j-1)n_z + k]}^{(v)} = v_{ijk}, \quad (\text{C.10})$$

e

$$v(x, y, z) = \Sigma v_{ijk} \beta, \quad (\text{C.11})$$

e as matrizes $(n_x n_y n_z) \times (n_x n_y n_z)$ $\underline{\mathbf{D}}^{xx}$, $\underline{\mathbf{D}}^{yy}$, $\underline{\mathbf{D}}^{zz}$ e $\underline{\mathbf{D}}$ definidas como sendo

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{D}}^{xx} &= D_{[(i-1)n_y n_z + (j-1)n_z + k, (l-1)n_y n_z + (m-1)n_z + n]}^{xx} = \hat{D}_{il}^{xx} \tilde{D}_{jm} \tilde{D}_{kn} \\ \underline{\mathbf{D}}^{yy} &= D_{[(i-1)n_y n_z + (j-1)n_z + k, (l-1)n_y n_z + (m-1)n_z + n]}^{yy} = \tilde{D}_{il} \hat{D}_{jm}^{yy} \tilde{D}_{kn} \\ \underline{\mathbf{D}}^{zz} &= D_{[(i-1)n_y n_z + (j-1)n_z + k, (l-1)n_y n_z + (m-1)n_z + n]}^{zz} = \tilde{D}_{il} \tilde{D}_{jm} \hat{D}_{kn}^{zz} \\ \underline{\mathbf{D}} &= D_{[(i-1)n_y n_z + (j-1)n_z + k, (l-1)n_y n_z + (m-1)n_z + n]} = \tilde{D}_{il} \tilde{D}_{jm} \tilde{D}_{kn} \quad (\text{C.12}) \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{il} &= \int_x \beta_i(x) \beta_l(x) dx \\ \tilde{D}_{jm} &= \int_y \beta_j(y) \beta_m(y) dy \\ \tilde{D}_{kn} &= \int_z \beta_k(-z) \beta_n(-z) dz. \quad (\text{C.13}) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\hat{D}_{il}^{xx} &= \int_x \frac{\partial^2 \beta_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \beta_l(x)}{\partial x^2} dx \\
\hat{D}_{jm}^{yy} &= \int_y \frac{\partial^2 \beta_j(y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \beta_m(y)}{\partial y^2} dx \\
\hat{D}_{kn}^{zz} &= \int_z \frac{\partial^2 \beta_k(-z)}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \beta_n(-z)}{\partial z^2} dx
\end{aligned} \tag{C.14}$$

APÊNDICE D – FUNÇÕES B-SPLINES

D.1 Definição e propriedades

A função B-spline é uma interpolação que permite maior flexibilidade e controle da curva ou superfície gerada e, conseqüentemente, maior versatilidade na representação de formas complexas. A função B-spline é definida da seguinte maneira: para um conjunto de pontos se pretende construir uma curva suficientemente suave que passe pelos pontos dados, numa ordem específica. Com $i + 1$ pontos de controle v_i , pode definir uma função contínua $v(x)$ na forma:

$$v(x) = \sum_i v_i \beta_i(x). \quad (\text{D.1})$$

Aqui, o valor v_i é chamado de coeficiente B-spline e o $\beta_i(x)$ é a função de comprimento mínimo. Começando pelo grau m , eles são não-nulos se houver $m + 1$ intervalos de nós locais. B-splines podem ser definidos recursivamente por

$$\beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]} = \frac{x - x_i}{x_{i+m} - x_i} \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m}]}^{[m-1]}(x) + \frac{x_{i+m+1} - x}{x_{i+m+1} - x_{i+1}} \beta_{[x_{i+1}, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m-1]}(x), \quad (\text{D.2})$$

com

$$\beta_{[x_i, x_{i+1}]}^{[0]} = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [x_i, x_{i+1}), \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (\text{D.3})$$

As curvas B-splines possuem algumas vantagens:

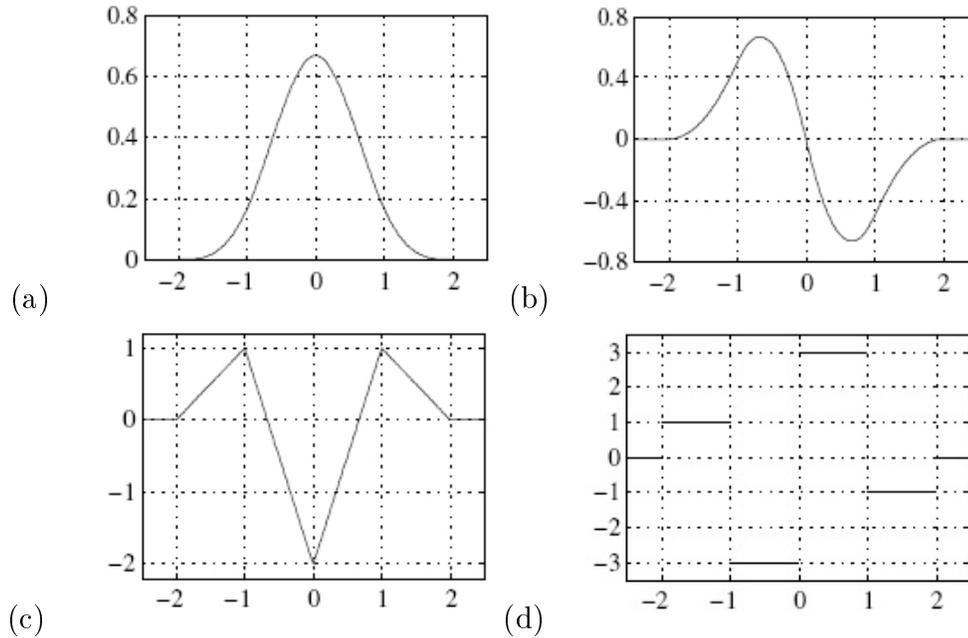
- A mudança de um ponto de controle altera a curva no local do ponto.
- A adição de pontos não aumenta o grau do polinômio.
- Adicionando vários pontos de uma única posição a curva é atraída para essa posição.
- As curvas fechadas podem ser criadas se fazendo coincidir o primeiro e o último, embora a continuidade não seja mantida automaticamente.

Um exemplo de função B-spline de grau 3 (B-spline cúbico) na sequência de nós $[-2, -1, 0, 1, 2]$

é dado por:

$$\beta_{[-2,-1,0,1,2]}^{[3]} = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ \frac{(2+x)^3}{6}, & x \in [-2, -1] \\ \frac{4-6x^2-3x^3}{6}, & x \in [-1, 0] \\ \frac{4-6x^2+3x^3}{6}, & x \in [0, 1] \\ \frac{(2-x)^3}{6}, & x \in [1, 2] \\ 0, & x \geq 2. \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

Figura D.1: Uma função B-spline cúbica definida na equação (D.4). (a) A sua função B-spline, (b) primeira derivada espacial, (c) segunda derivada espacial e (d) terceira derivada espacial.



Fonte: Duvebeck (2004).

A função B-spline, junto com sua primeira, segunda e terceira derivadas estão representadas na Figura D.1. As seguintes propriedades das funções B-splines definidos nas equações (D.2) e (D.3) para qualquer grau $m \geq 0$:

1. $\beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}$ é uma função spline de grau m ;
2. $\beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}(x) = 0$ para $x \notin (x_i, \dots, x_{i+m+1})$;
3. $\beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}(x) \in (0, 1]$ para $x \in (x_i, x_{i+m+1})$;
4. $\sum_{i=-\infty}^{\infty} \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}(x) = \sum_{i=j-m}^j \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}(x) = 1$ para $x \in [x_i, x_{i+m+1}]$;

$$5. \frac{d}{dx} \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m]}(x) = m \left(\frac{1}{x_{i+m} - x_i} \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m}]}^{[m-1]}(x) - \frac{1}{x_{i+m+1} - x_{i+1}} \beta_{[x_i, \dots, x_{i+m+1}]}^{[m-1]}(x) \right), \quad m \geq 1.$$

D.2 Modelo de velocidade descrito por b-splines

Para a inversão tomográfica 2D, é necessário que as derivadas de segunda e terceira ordens sejam contínuas, e para isto é usada a função B-spline de ordem 4. Para descrever um modelo de velocidade em 2D, uma malha de $n_x + m - 1$ por $n_z + m - 1$ nós é definido por duas sequências crescentes: $[x_{-1}, \dots, x_{-n_x+m-1}]$ e $[z_{-1}, \dots, z_{-n_z+m-1}]$. As quantidades n_x e n_z são os números de colunas e linhas, respectivamente da malha $x - z$. A função velocidade 2D é escrita em termos de B-splines como:

$$\begin{aligned} v(x, z) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_z} v_{ik} \beta_i(x) \beta_k(-z) = \\ &= \sum_{i=1}^{n_x} v_i(z) \beta_i(x) \quad \text{com} \quad v_i(z) = \sum_{k=1}^{n_z} v_{ik} \beta_k(-z). \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

As derivadas de ordens distintas da função (D.5) podem ser escritas como:

$$\frac{\partial^{(n+l)} v(x, z)}{\partial x^n \partial z^l} = \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{k=1}^{n_z} v_{ik} (-1)^l \frac{\partial^n \beta_i(x)}{\partial x^n} \frac{\partial^l \beta_k(-z)}{\partial z^l}. \quad (\text{D.6})$$

A expressão (D.6) representa o elemento básico para o qual o modelo de velocidade é construída no caso 2D e representa também a perturbação da velocidade usada na aplicação da teoria da perturbação do raio para calcular as derivadas de Fréchet para a matriz tomográfica.

Os modelos de velocidades descritos através de B-splines são diferentes de zero somente entre o mínimo e o máximo dos pontos utilizados. Com a finalidade de assegurar que o modelo de velocidade obtido pela tomografia seja definido significativamente também fora da região limitada pelos dados de entrada, os comprimentos dos intervalos de nós da B-spline nas margens do modelo são ajustados a valores elevados. A velocidade, assim, permanece virtualmente constante em uma grande região em torno da parte central do modelo.

APÊNDICE E – DERIVADAS DE FRÉCHET

Nesta seção apresentamos o cálculo dos dados teóricos relacionados à inversão, e das derivadas de Fréchet dadas por:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial(\tau, M, p, \xi)}{\partial(x, z, \theta, v)} \quad (\text{E.1})$$

de onde são obtidos pela teoria da perturbação do raio. O cálculo de M e suas derivadas é feito pelo uso das coordenadas centradas no raio (em duas dimensões: q e s). A teoria da perturbação do raio é aplicado nestas coordenadas (s é o comprimento de arco ao longo do raio e q é a coordenada normal à direção do raio) (FARRA; MADARIAGA, 1987). Os resultados são então transformados em coordenadas cartesianas e ângulos nos pontos inicial e final do raio.

Perturbações da coordenada q e sua correspondente componente vagarosidade p na posição s_1 ao longo do raio pode ser relacionado para as perturbações Δq e Δp em s_0 e para perturbações da velocidade Δv ao longo do raio pela equação reunida na forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta p_1 \end{pmatrix} = \mathbf{\Pi}(s_1, s_0) \begin{pmatrix} \Delta q_0 \\ \Delta p_0 \end{pmatrix} + \int_{s_0}^{s_1} \mathbf{\Pi}(s_1, s) \Delta \mathbf{B}(\Delta v, s) ds, \quad (\text{E.2})$$

onde $\Delta \mathbf{B} = [0, (v_q \Delta v / v^3 - \Delta v_q / v^2)]^T$. O índice q denota a derivada parcial em relação a q , $\Delta q_1 := \Delta q(s_1)$, e:

$$\mathbf{\Pi}(s_1, s_0) = \begin{pmatrix} Q_1 & Q_2 \\ P_1 & P_2 \end{pmatrix} \quad (\text{E.3})$$

é a matriz propagadora do raio. Seus elementos são soluções do sistema de traçamento do raio com condições iniciais para as ondas planas normalizadas (Q_1, P_1) e fonte dos pontos normalizada (Q_2, P_2) , respectivamente (ČERVENÝ, 2001), dada por:

$$\frac{d}{ds} \mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} 0 & v \\ -\frac{1}{v^2} v_{qq} & 0 \end{pmatrix} \mathbf{\Pi} \quad (\text{E.4})$$

Devido a $\mathbf{\Pi}(s_1, s) = \mathbf{\Pi}(s_1, s_0) \mathbf{\Pi}(s, s_0)$, a equação (E.2) é validada durante o traçamento de raio. Sendo $M = P_2 / Q_2$, ΔM depende diretamente da perturbação dos elementos de $\mathbf{\Pi}$:

$$\Delta M = \frac{\Delta P_2}{Q_2} - \frac{P_2}{Q_2^2} \Delta Q_2. \quad (\text{E.5})$$

As perturbações ΔM , Δp_1 , Δp_2 , ΔQ_1 e ΔQ_2 podem ser relacionadas linearmente com as perturbações Δq , Δp e Δv ao longo do raio, na forma:

$$\Delta \mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \Delta Q_1 & \Delta Q_2 \\ \Delta P_1 & \Delta P_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{E.6})$$

A quantidade $\Delta \mathbf{S} = \Delta \mathbf{S}_1(\Delta v) + \Delta \mathbf{S}_2(\Delta q, \Delta p)$, é calculada para as coordenadas centradas no raio em duas dimensões, essas expressões $\Delta \mathbf{S}_1$ e $\Delta \mathbf{S}_2$, tornam-se na forma:

$$\Delta \mathbf{S}_1(\Delta v) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta v \\ \frac{2}{v^3} (v_{qq}\Delta v + v_q\Delta v_q - \frac{\Delta v}{v}v_q^2 - \frac{v}{2}\Delta v_{qq}) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{E.7})$$

e

$$\Delta \mathbf{S}_2(\Delta v) = \begin{pmatrix} 2v_q\Delta p & 2v_q\Delta q \\ (\frac{3}{v^3}v_qv_{qq} - \frac{1}{v^2}v_{qqq})\Delta q & -2v_q\Delta p \end{pmatrix}, \quad (\text{E.8})$$

onde Δq e Δp são relacionados em Δq_0 e Δp_0 através da matriz propagadora do raio (equação E.6). A terceira derivada espacial da velocidade está presente na equação (E.8). Também é necessário $\Delta \mathbf{\Pi}(\Delta s_0)$, no qual pode ser calculado pelo sistema de traçamento dinâmico do raio:

$$\Delta \mathbf{\Pi}(\Delta s_0) = \mathbf{\Pi} \begin{pmatrix} 0 & -v\Delta s_0 \\ \frac{v_{qq}}{v^2}\Delta s_0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{E.9})$$

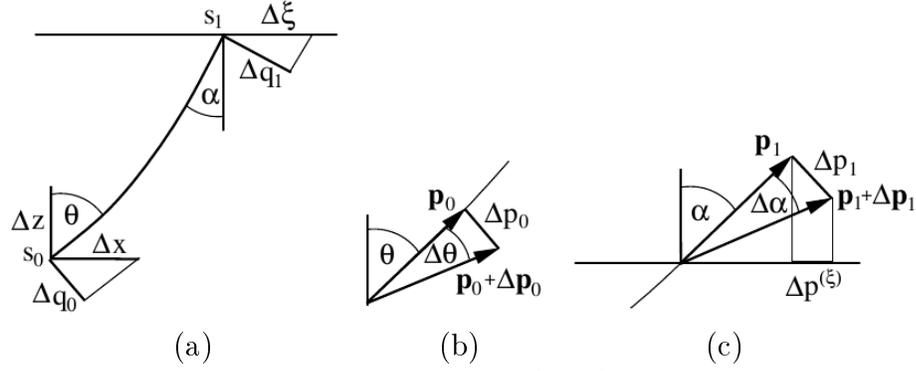
Para as considerações geométricas (demonstradas através das figuras E.1(a), E.1(b) e E.1(c)), verifica-se que:

$$\begin{aligned} \Delta \xi &= \frac{\Delta q_1}{\cos \alpha}, \\ \Delta \alpha &\approx \text{sen}(\Delta \alpha) = v(s_1)\Delta p_1, \\ \Delta p^{(\xi)} &= \frac{\cos \alpha}{v(s_1)}\Delta \alpha = \Delta p_1 \cos \alpha, \\ \Delta q_0 &= \cos \theta \Delta x - \text{sen} \theta \Delta z, \\ \Delta p_0 &= \frac{\text{sen}(\Delta \theta)}{v(s_0)} \approx \frac{\Delta \theta}{v(s_0)}, \\ \Delta s_0 &= \text{sen} \theta \Delta x + \cos \theta \Delta z. \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

Usando os resultados das equations (E.2)-(E.10), os valores $\frac{M}{q_0}$, $\frac{M}{p_0}$, $\frac{M}{s_0}$, $\frac{M}{v}$, $\frac{q_1}{v}$ e $\frac{p_1}{v}$ podem ser calculados. Para um dado nó B-spline (j, k) , a perturbação da velocidade é

$$\Delta v(x, z) = \beta_j(x)\beta_k(z). \quad (\text{E.11})$$

Figura E.1: Relação geométrica entre a perturbação do raio em coordenadas cartesianas e os correspondentes valores em coordenadas centradas no raio. (b) Relação geométrica entre as perturbações dos componentes ângulo de partida e vagarosidade inicial em coordenadas centradas no raio. (c) Componentes ângulo do raio emergente e vagarosidade horizontal em uma superfície de medida.



Fonte: Duvencek (2004).

Usando as equações (E.6), (E.7) e (E.8) para cada raio e considerando a perturbação da velocidade (E.11), as derivadas de Fréchet são definidas, como em Duvencek (2004):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} &= \frac{\cos \theta_j}{\cos \alpha_j} Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial \xi_i}{\partial z_j} &= -\frac{\sin \theta_j}{\cos \alpha_j} Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial \xi_i}{\partial \theta_j} &= \frac{1}{v(s_{0j}) \cos \alpha_j} Q_2(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial \xi_i}{\partial v_{jk}} &= \frac{1}{\cos \alpha_j} \left[Q_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + Q_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right] \\
 \frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial x_j} &= \cos \theta_j \cos \alpha_j P_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial z_j} &= -\cos \theta_j \sin \alpha_j P_1(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial \theta_j} &= \frac{\cos \alpha_j}{v(s_{0j})} P_2(s_{1j}, s_{0j}) \delta_{ij} \\
 \frac{\partial p_i^{(\xi)}}{\partial v_{jk}} &= \cos \alpha_j \left[P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + P_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right]
 \end{aligned} \tag{E.12}$$

onde

$$\frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} = - \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} Q_2(s, s_{0i}) \left\{ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] + \frac{1}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] \right\} ds \quad (\text{E.13})$$

e

$$\frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} = - \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} Q_1(s, s_{0i}) \left\{ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] + \frac{1}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] \right\} ds. \quad (\text{E.14})$$

O índice i representa o i -ésimo raio, e δ_{ij} é o símbolo de Kroneker. As derivadas de Fréchet para $M^{(\xi)}$ são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial x_j} &= -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \cos \theta_j v(s_{1j}) P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \\ &+ \cos^2 \alpha_j \left(\frac{\partial M_j}{\partial q_{0j}} \cos \theta_j + \frac{v(s_{0j}) \operatorname{sen} \theta_j}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \right) \delta_{ij}, \\ \frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial z_j} &= 2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \cos \theta_j v(s_{1j}) P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \\ &+ \cos^2 \alpha_j \left(-\frac{\partial M_j}{\partial q_{0j}} \operatorname{sen} \theta_j + \frac{v(s_{0j}) \cos \theta_j}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \right) \delta_{ij}, \\ \frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial \theta_j} &= -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \frac{v(s_{1j})}{v(s_{0j})} \frac{P_2^2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} + \frac{1}{v(s_{0j})} \frac{\partial M_j}{\partial p_{0j}} \delta_{ij}, \\ \frac{\partial M_i^{(\xi)}}{\partial v_{jk}} &= -2 \operatorname{sen} \alpha_j \cos \alpha_j \frac{P_2(s_{1j}, s_{0j})}{Q_2(s_{1j}, s_{0j})} \left[P_1(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial v_{jk}} + P_2(s_{1j}, s_{0j}) \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial v_{jk}} \right] + \frac{\partial M_j}{\partial v_{jk}}. \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

O símbolo de Kroneker serve para especificar que cada ponto do dado observado corresponde a apenas um ponto do NIP considerado no modelo e:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_i}{\partial q_{0i}} &= -\frac{1}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \left[2 \frac{\partial v}{\partial q} \tilde{P}_{2i} (3\tilde{Q}_{2i} \tilde{P}_{1i} + 1) - \left(\frac{3}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial^2 v}{\partial q^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^3 v}{\partial q^3} \right) \tilde{Q}_{2i}^2 \tilde{P}_{1i} \right] ds, \\ \frac{\partial M_i}{\partial p_{0i}} &= -\frac{1}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \left[6 \frac{\partial v}{\partial q} \tilde{P}_{2i}^2 \tilde{Q}_{2i} - \left(\frac{3}{v^3} \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial^2 v}{\partial q^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^3 v}{\partial q^3} \right) \tilde{Q}_{2i}^3 \right] ds, \\ \frac{\partial M_i}{\partial v_{jk}} &= -\frac{1}{Q_2^2(s_{1j}, s_{0j})} \int_{s_{0i}}^{s_{1j}} \left\{ \left[\tilde{P}_{2i}^2 - \tilde{Q}_{2i}^2 \frac{2}{v^3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial q^2} - \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial q} \right)^2 \right) \right] \beta_j(x(s))\beta_k(-z(s)) + \right. \\ &+ \left. \tilde{Q}_{2i}^2 \frac{1}{v^3} \left(2 \frac{\partial v}{\partial q} \frac{\partial}{\partial q} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] - v \frac{\partial^2}{\partial q^2} [\beta_j(x(s))\beta_k(-z(s))] \right) \right\} ds; \end{aligned} \quad (\text{E.16})$$

onde estão presentes as derivadas de terceira ordem da velocidade. Nestas equações, \tilde{Q}_{1i} , \tilde{Q}_{2i} , \tilde{P}_{1i} e \tilde{P}_{2i} são definidos como $\tilde{Q}_{1i} = Q_1(s, s_{0i})$, $\tilde{Q}_{2i} = Q_2(s, s_{0i})$ e $\tilde{P}_{2i} = P_2(s, s_{0i})$. As derivadas de Fréchet para o tempo de trânsito τ são obtidas pela integração da equação

$$\tau(s) = \int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{v(s)} ds \quad (\text{E.17})$$

na forma 2D, levando em consideração a perturbação do tempo de trânsito em relação a perturbação do modelo de velocidade, isto é

$$\begin{aligned} \Delta\tau(s) &= \int_{s_0}^{s_1} \Delta \left(\frac{1}{v(s)} \right) ds - \frac{\Delta s_0}{v(s_0)} \\ &= - \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta v(s)}{v^2(s)} ds - \frac{\text{sen } \theta}{v(s_0)} \Delta x - \frac{\text{cos } \theta}{v(s_0)} \Delta z, \end{aligned} \quad (\text{E.18})$$

e se tem que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_i}{\partial x_j} &= - \frac{\text{sen } \theta_j}{v(s_{0j})} \delta_{ij}, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial z_j} &= - \frac{\text{cos } \theta_j}{v(s_{0j})} \delta_{ij}, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial \theta_j} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_i}{\partial v_{jk}} &= - \int_{s_{0i}}^{s_{1i}} \frac{\beta_j(x(s)) \beta_k(-z(s))}{v^2(s)} ds. \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$

As derivadas de Fréchet podem ser reunidas à forma compacta:

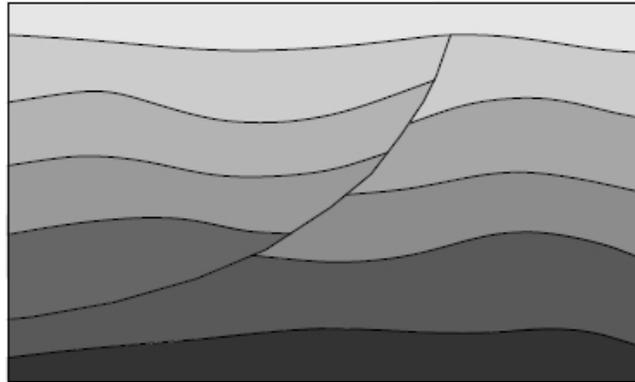
$$\mathbf{F} = \frac{\partial(\tau, M, p, \xi)}{\partial(x, z, \theta, v)} \quad (\text{E.20})$$

APÊNDICE F – MODELO DE CAMADAS VERSUS BLOCOS

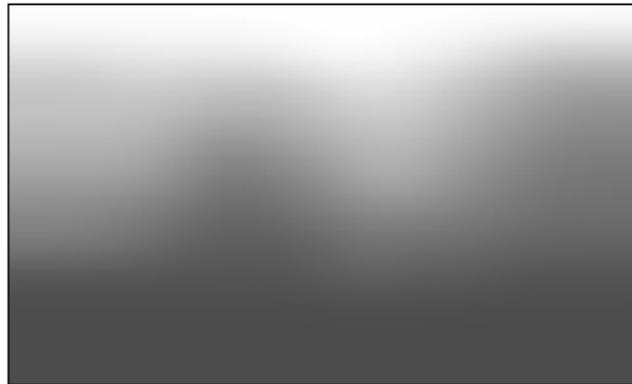
Um aspecto importante para a determinação de um modelo de velocidade para a migração em profundidade é a parametrização do modelo. O dado sísmico gravado na superfície não contém informações suficientes para se determinar a verdadeira distribuição de velocidade na subsuperfície. Consequentemente, existe um espaço ambíguo de informação, ou um espaço nulo, onde não se pode esperar um modelo de velocidade consistente com os dados. Sendo assim, para garantir uma solução única e estável do problema de inversão é necessário fazer suposições sobre o modelo de distribuição de velocidade pela introdução de vínculos, como uma variação suave de velocidade segundo uma lei simples que pode ser representada por um número limitado de parâmetros, ou que este modelo tenha descontinuidades somente em um número de interfaces pré-definidas. Os diferentes tipos de vínculos estão relacionados aos diferentes tipos de modelos de parametrizações usados na estimativa da distribuição de velocidade sísmica, e estes podem ser classificados em três categorias principais (ver Figura F.1):

- Em camadas, ou modelo de velocidade em blocos, onde a velocidade em cada unidade é constante, ou pode variar de acordo com uma lei simples de velocidade (como gradiente vertical e/ou horizontal). A velocidade pode ser descontínua entre blocos, ou nos limites de camadas.
- Em malha, ou modelo suave de velocidade, que não contém qualquer descontinuidade de velocidade. A velocidade é definida em uma malha de pontos, variando suavemente através de cada ponto, ou ela é definida analiticamente em todo o modelo usando funções suaves.
- Modelo híbrido, consistindo de um modelo suave com malha em segundo plano, que contém limites formando contraste de velocidade.

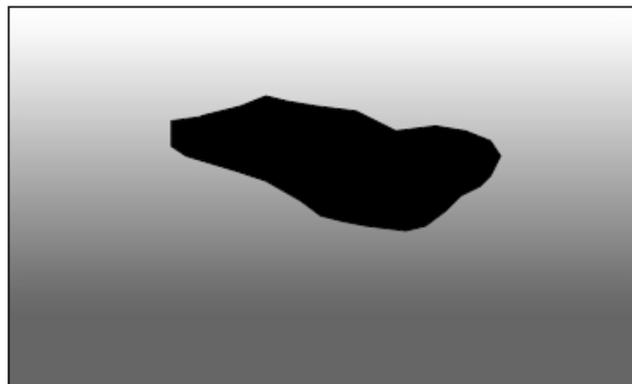
Figura F.1: Diferentes tipos de modelos de velocidade comumente usados no imageamento em profundidade. (a) Modelo de velocidade em blocos. (b) Modelo de velocidade suavizado ou em malha. (c) Modelo de velocidade híbrido.



(a)



(b)



(c)

Fonte: Duvencek (2004).

APÊNDICE G – MIGRAÇÃO KIRCHHOFF EM PROFUNDIDADE

A migração baseada na integral de Kirchhoff, ou empilhamento de difração Kirchhoff, na forma:

$$V(M) = -\frac{1}{2\pi} \int \int_A d\xi_1 d\xi_2 W_{DS}(\xi, M) \frac{\partial U(\xi, t)}{\partial t} \Big|_{t=\tau_D(\xi, M)}, \quad (\text{G.1})$$

sendo a superfície de empilhamento a superfície de Huygens:

$$t = \tau_D(\xi, M) = \tau(S(\xi), M) + \tau(M, R(\xi)), \quad (\text{G.2})$$

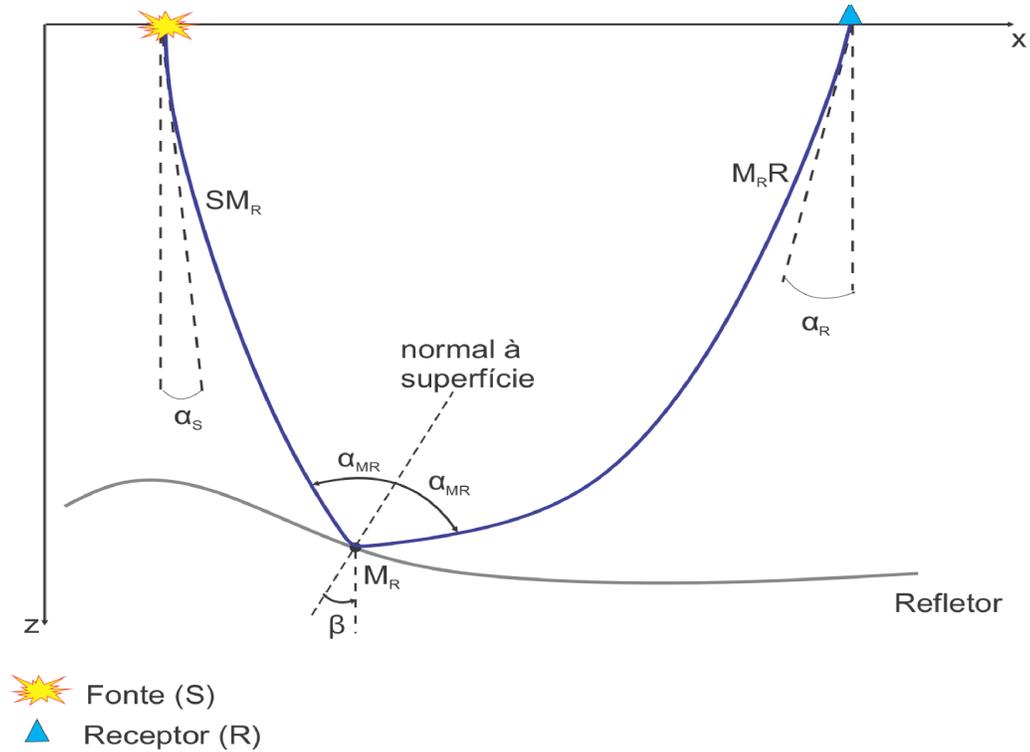
onde τ_D representa o tempo de trânsito da difração. Para cada ponto M em subsuperfície, geralmente se atribui o valor de $\text{Re}\{V(M)\}$ para visualizar a imagem migrada na profundidade. No entanto, para permitir a extração de coeficientes de reflexão complexos no caso de reflexões críticas, tem que se considerar o valor complexo de $V(M)$.

O domínio $\frac{\partial U}{\partial t}$ é necessário para recuperar corretamente o pulso fonte (HUBRAL et al., 1996). A janela de integração $A(\xi)$ deve idealmente ser o plano- (ξ_1, ξ_2) total, mas é limitado à abertura da aquisição de dados.

Na presença de ruído se deve limitar A à uma região menor (abertura da migração) do que a abertura possível definida pelo lanço do levantamento sísmico (SCHLEICHER et al.,).

$W_{DS}(\xi, M)$ é a função peso da verdadeira amplitude, e a trajetória $t = \tau_D(\xi, M)$ é ilustrada na Figura G.1 para um ponto-fonte, um ponto-receptor e um ponto-imagem. A trajetória fonte-imagem-receptor é calculada pela teoria do raio resolvendo a equação iconal (ver seção A.1).

Figura G.1: Os ângulos α_S e α_R são os ângulos de partida e de emergência dos dois ramos dos raios em S e R , respectivamente. O ângulo β é o mergulho do refletor, e α_{MR} é o ângulo de incidência do ramo do raio SM_R . Os ângulos podem ser definidos se M_R for um ponto de reflexão real em subsuperfície ou não e se faz uso da direção do ângulo médio definido pelos dois ramos dos raios.



Fonte: Hertweck (2000).

A representação de um campo de pressão analítico associado a um evento de reflexão primária $U(\xi, t)$, considerando o termo de ordem zero da série do raio, é dada por (SCHLEICHER et al.,):

$$U(\xi, t) = R_v \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{L}} f(t - \tau_R(\xi)), \quad (\text{G.3})$$

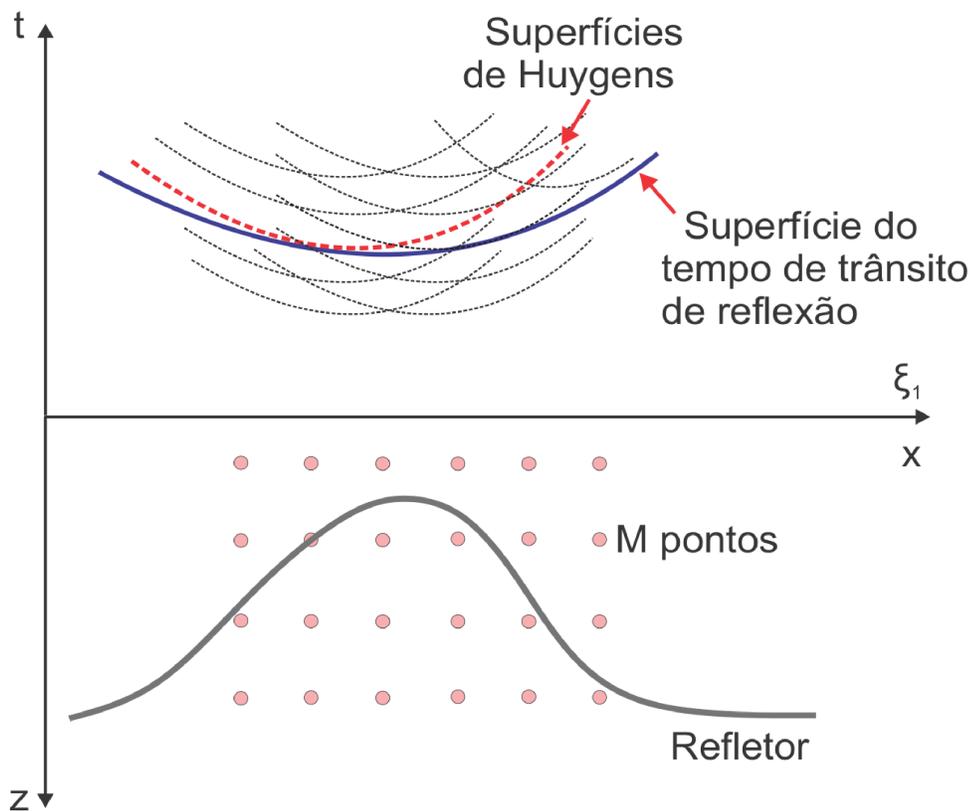
onde $f(t)$ é o sinal analítico da fonte, composto pelo sinal da fonte como parte real e sua transformada de Hilbert como parte imaginária; $\tau_R(\xi)$ representa o tempo de trânsito ao longo do raio $SM_R R$; ξ é um parâmetro que descreve a configuração de fontes e receptores; R_v é o coeficiente de reflexão da onda plana no ponto de reflexão; \mathcal{A} é um fator de absorção que envolve os efeitos de atenuação e transmissividade; \mathcal{L} é o fator de espalhamento geométrico normalizado

$$|\mathcal{L}_n| = \frac{\sqrt{\cos \alpha_S \cos \alpha_R}}{\sqrt{v_S v_R}} \sqrt{|\det \mathbf{B}|}, \quad (\text{G.4})$$

que determina a divergência do fluxo de energia durante a propagação do campo de onda

do refletor a partir da seção temporal (ver Figura G.3). Além disso, todos os M pontos na profundidade sobre a malha são considerados pontos difratores no respectivo modelo de velocidades. A migração resulta do somatório (empilhamento) das amplitudes dos traços sísmicos ao longo da superfície de difração, e o armazenamento do valor do somatório no correspondente ponto M . A correção de divergência esférica pode ser realizada ponderando as amplitudes dos traços ao longo da superfície de difração durante o processo de empilhamento (SCHLEICHER et al.,).

Figura G.3: Ilustração 2D do tempo de trânsito τ_R da superfície 3D (superfície do tempo de trânsito da reflexão) para a geometria afastamento-comum, onde diversas superfícies de Huygens para os M pontos estão desenhadas. A migração Kirchhoff na profundidade é realizada pelo empilhamento ao longo de cada superfície de Huygens e apresentando o valor resultante no correspondente ponto difrator M na profundidade. A tangência entre a superfície de reflexão e a de difração define o refletor (atentar especialmente à curva de Huygens marcada na figura). Notar que o refletor só pode ser imageado na zona alvo, ou seja, dentro da malha de M pontos.



Fonte: Hertweck (2000).

A expressão (G.3) se aplica se a superfície de medida $z = 0$ não for uma superfície livre. Nas reflexões sísmicas primárias migradas ocorre uma distorção no pulso ao longo do refletor,

conseqüência de um ângulo de incidência. A relação entre o pulso temporal original e o pulso na profundidade após a migração pode ser expressa por um fator de estiramento na forma:

$$m_D = \left. \frac{\partial \tau_D}{\partial z} \right|_{M_R} = \frac{2}{v_{M_R}} \cos \alpha_{M_R} \cos \beta, \quad (\text{G.6})$$

onde v_{M_R} é a velocidade local em um ponto de reflexão real M_R em subsuperfície, α_{M_R} é o ângulo de reflexão, e β é o mergulho refletor em M_R (ver Figura G.1).

Considerando a função W_{DS} ainda indefinida, o ponto M é considerado um ponto de reflexão real em subsuperfície, ou seja, $M = M_R$. À equação (G.1) se introduz o tempo t como um parâmetro adicional e considerando que o principal evento de reflexão primária seja representado por (G.3), se escreve (G.1) na forma:

$$V(M_R, t) = -\frac{1}{2\pi} \int \int_A d\xi_1 d\xi_2 W_{DS}(\xi, M_R) R_v \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{L}} \frac{\partial}{\partial t} W(t + \Delta\tau(\xi, M_R)), \quad (\text{G.7})$$

onde $V(M_R, t)$ representa a superfície de Huygens colapsada a um ponto M_R , $\Delta\tau(\xi, M_R)$ é a diferença dos tempos de trânsito de difração e reflexão, ou seja, $\Delta\tau(\xi, M_R) = \tau_D - \tau_R$. Para $t = 0$ as equações (G.7) e (G.1) são idênticas. No domínio da frequência, a expressão (G.7) tem a forma:

$$\hat{V}(M_R, \omega) = \frac{-i\omega}{2\pi} \hat{W}(\omega) \int \int_A d\xi_1 d\xi_2 W_{DS}(\xi, M_R) R_v \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{L}} e^{i\omega\Delta\tau}, \quad (\text{G.8})$$

onde $\hat{W}(\omega)$ e $\hat{V}(M_R, \omega)$ são a transformada de Fourier de $W(t)$ e $V(M_R, t)$, respectivamente.

A equação (G.8) não pode ser solucionada analiticamente, mas pode ser aproximada para altas frequências usando o método de fase estacionária (BLEISTEIN, 1984). Dessa forma, o fator de espalhamento geométrico pode ser decomposto como (HUBRAL et al., 1995):

$$\mathcal{L}(S, R) = \frac{\mathcal{L}(S, M_R)\mathcal{L}(M_R, R)}{\mathcal{L}_F} = \frac{\mathcal{L}_{SM_R}\mathcal{L}_{M_RR}}{\mathcal{L}_F}, \quad (\text{G.9})$$

onde \mathcal{L}_{SM_R} e \mathcal{L}_{M_RR} são os fatores de espalhamento geométrico da fonte pontual ao longo dos dois ramos dos raios SM_R e M_RR , respectivamente. O fator \mathcal{L}_F é chamado "fator de Fresnel" (HERTWECK, 2000) e justifica a influência da zona de Fresnel em M_R sobre o fator de espalhamento geométrico total.

A decomposição do fator de espalhamento geométrico (G.9) é válida independentemente do ponto M ser um ponto de reflexão real em subsuperfície ou não. Além disso, o ponto de fase estacionária deve estar dentro da abertura A da migração, onde as principais contribuições para a integral da equação (G.8) vêm do limite da abertura. O resultado final para a função

peso da verdadeira amplitude é dado na forma:

$$W_{DS}(\xi, M_R) = \frac{h_B v_M^2}{2 \cos^2 \alpha_M} \mathcal{L}_{SM} \mathcal{L}_{MR}, \quad (\text{G.10})$$

onde $h_B = h_B(\xi, M)$ é o determinante de Beylkin (Beylkin (1985a) e Beylkin (1985b)). A função peso (G.10) corrige efeitos restantes de espalhamento geométrico ao longo dos segmentos do raio e depende da curvatura do refletor.

APÊNDICE H – HARDWARE E SOFTWARE USADOS

O método de empilhamento convencional NMO e as seções migradas Kirchhoff foram executados utilizando o pacote de processamento sísmico Seismic Un*x (Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines), versão 4.1.

Os resultados do empilhamento CRS foram obtidos usando a implementação de Mann (2002), e o algoritmo de aplicação deste método é escrito na linguagem computacional C++. Esta implementação é da Universidade de Karlsruhe (Alemanha) versão 5.1.

O programa de inversão NIP-tomográfica utilizado nesta dissertação foi desenvolvido por Duveneck (2004) e implementado na linguagem de programação C++. Esta implementação é da Universidade de Karlsruhe (Alemanha) versão 1.1.

O software computacional matemático MatLab R2010a e o sistema Seismic Un*x versão 4.1 foram utilizados para gerar alguns mapas de distribuição de velocidades dos dados sísmicos e plotar as marcações dos atributos CRS (Figuras 4.16, 4.18, 4.19, 4.40, 4.41 e 4.42).

Esta dissertação foi escrita em PCs com o sistema operacional Linux (Ubuntu 12.10) utilizando o processador de texto (distribuição livre) T_EX, o pacote L^AT_EX, e diversas extensões. A bibliografia foi gerada através do BiB_TE_X.