



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

Dissertação de Mestrado

**PROCEDIMENTOS LINEARES DE INVERSÃO GRAVIMÉTRICA PARA
ESTIMAR O RELEVO 3D DO EMBASAMENTO DE BACIAS
SEDIMENTARES**

LAISSE COSTA RAMOS

Belém-Pará

2013

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**TÍTULO: PROCEDIMENTOS LINEARES DE INVERSÃO GRAVIMÉTRICA
PARA ESTIMAR O RELEVO 3D DO EMBASAMENTO DE BACIAS
SEDIMENTARES**

Dissertação de Mestrado da
Universidade Federal do Pará como
parte das exigências do Programa de
Pós Graduação em Geofísica.

Área de concentração: Geofísica

Orientador: Cristiano Mendel Martins.

Belém-PA

2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Sistema de Bibliotecas da UFPA

R175p Ramos, Laisse Costa

Procedimentos lineares de inversão gravimétrica para estimar o relevo 3D do embasamento de bacias sedimentares/ Laisse Costa Ramos; Orientador: Cristiano Mendel Martins - 2013.

40fl.: il.

Dissertação (mestrado em geofísica) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2013.

1.Gravimetria. 2.Inversão linear 3D. 3.Inversão não linear 3d. I. Martins, Cristiano Mendel, *orient.* II.Universidade Federal do Pará III.Título.

CDD 22° ed.:526.7

**PROCEDIMENTOS LINEARES DE INVERSÃO GRAVIMÉTRICA PARA
ESTIMAR O RELEVO 3D DO EMBASAMENTO DE BACIAS
SEDIMENTARES**

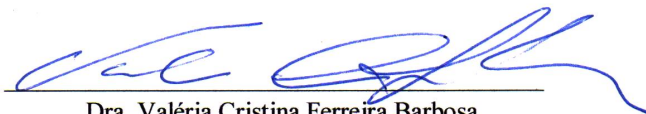
Laisse Costa Ramos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DE GRAU EM MESTRE EM GEOFÍSICA.

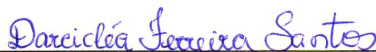
Aprovada por:



Dr. Cristiano Mendel Martins (Orientador)



Dra. Valéria Cristina Ferreira Barbosa



Dra. Darciléa Ferreira Santos

Belém-PA

2013

A Deus,

Ao meu esposo Tessius,

Ao meu filho,

Aos meus pais,

A minha sogra e a minha cunhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais pelo voto de confiança e investimentos nos meus estudos. Ao meu marido Tessius, pelo apoio e dedicação em todos os momentos bons e ruins. Ao meu filho Vinícius.

Agradeço ao professor Cristiano pela paciência na orientação e pela oportunidade de crescer profissional e pessoalmente durante o período em que trabalhamos juntos. A CAPES pelo auxílio financeiro.

E, é claro, não poderia deixar de citar meus professores, em especial a professora Darcicléa e ao professor João Batista pelo acompanhamento de minha dissertação, e meus colegas de curso.

RESUMO

O aperfeiçoamento tecnológico tem proporcionado a aquisição de um grande volume de dados geofísicos, motivo pelo qual o trabalho de interpretação das anomalias gravimétricas e de estimação do relevo de bacias sedimentares demanda cada vez mais inovação na formulação computacional e matemática que viabilize tal oferta. A fim de obter soluções eficientes computacionalmente e eficazes propomos dois novos métodos que incorporam procedimento de inversão linear para a solução de um problema de Inversão não linear. O primeiro método proposto aproxima a solução da inversão não linear por procedimentos de inversão linear e aplica correções em iterações, a partir da aproximação inicial, até que seja obedecido o critério de convergência. O segundo método proposto aproxima a solução da inversão não linear por procedimentos de inversão linear apenas na primeira iteração, a partir da segunda iteração são aplicadas iterações adicionais de correção. As inversões realizadas, nos dois novos métodos e na inversão não linear, são estabilizadas pelo funcional regularizador de Tikhonov de primeira ordem (suavidade). As observações são modeladas por um conjunto de prismas retangulares 3D verticais cujas espessuras são os parâmetros que definem discretamente o relevo estimado em alguns pontos. A realização do procedimento de inversão não linear se fez necessária para a validação da estimativa do relevo do embasamento de bacias sedimentares produzidas pelos novos métodos propostos, sendo esta validação dada pela comparação entre os resultados obtidos pelos procedimentos de inversão linear com os de inversão não linear. Avaliamos também a eficiência e a eficácia dos métodos propostos e da inversão não linear a partir de testes sintéticos. Os métodos propostos mostraram-se mais eficientes que o método de inversão não linear, visto que exigiram menor tempo computacional para a recuperação de relevos virtualmente idênticos. No que diz respeito a eficácia, concluímos que os métodos propostos são tão eficientes quanto o de inversão não linear, visto que as estimativas do relevo do embasamento são em escala e em forma equivalentes entre si.

Palavras-chave: Gravimetria. Inversão linear 3D. Inversão não linear 3D.

ABSTRACT

The technological improvement has provided the acquisition of a large volume of geophysical data, which is why the work of interpretation of gravity anomalies and pet relief sedimentary basins increasingly demand innovation in computational and mathematical formulation that allows for such offer. In order to obtain effective and computationally efficient solutions propose two new methods that incorporate linear inversion procedure for the solution of a nonlinear inversion problem. The first proposed method approximates the solution of the nonlinear inversion by linear inversion procedures and applies corrections in iterations from the initial approach, obeyed until the convergence criterion. The second method proposed solution approximates the nonlinear inversion of the linear inversion procedures only on the first iteration, the second iteration from the additional iterations are applied for correction. The investments made in the two new methods and nonlinear inversion, are stabilized by Tikhonov regularization functional first order (smoothness). The observations are modeled by a set of 3D vertical rectangular prisms whose thicknesses are parameters that define discreetly relief estimated at some points. The realization of nonlinear inversion procedure was necessary to validate the estimated basement relief of sedimentary basins produced by the new proposed methods, this validation is given by comparing the results obtained by the procedures of linear inversion with the inversion of nonlinear . We also evaluate the efficiency and effectiveness of the proposed methods and nonlinear inversion from synthetic tests. The proposed methods have proved more efficient than the nonlinear inversion method, since reduced computational time required to recover virtually identical reliefs. As regards efficiency, we conclude that the proposed methods are as effective as the non-linear inversion, since the estimates of the basement relief scale and are equivalent to each other in shape.

Key words: Gravimetry. 3D Linear inversion. 3D Nonlinear inversion.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	METODOLOGIA	13
2.1	MODELO DIRETO	13
2.2	PROBLEMA INVERSO	15
	Inversão não linear	17
	Inversão Não Linear aproximada por procedimentos lineares	19
	Método 1 – Solução com formulação de inversão linear iterativa	19
	Método 2 – Solução com formulação de inversão linear seguida de correções iterativas aditivas	23
3	RESULTADOS	24
3.1	APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS	24
	Relevo Simples	24
	Relevo Complexo	34
3.2	AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS MÉTODOS	37
3.3	APLICAÇÃO A DADOS REAIS	39
	Bacia do Recôncavo	39
	Estimativa do Relevo do embasamento	41
4	CONCLUSÃO	45
	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

A interpretação de anomalias gravimétricas em bacias sedimentares é de extrema importância na prospecção de hidrocarbonetos por auxiliar na localização de feições e de falhas que podem abrigar armadilhas estratigráficas ou estruturais propícias à acumulação de óleo e gás. Elevações no relevo do embasamento podem formar armadilhas estratigráficas ao proporcionarem sedimentação das camadas em forma de cunha em seus flancos, de tal modo que a rocha-reservatório fique aprisionada entre camadas de rochas impermeáveis. Falhas podem propiciar armadilhas estruturais ao disporem lateralmente rochas permeáveis e impermeáveis selando a rocha-reservatório. Portanto, o delineamento da topografia do embasamento indicando as falhas e/ou elevações, é de extrema importância para a localização de armadilhas acumuladoras de hidrocarbonetos. Como o embasamento da maioria das bacias sedimentares tem elevado contraste de densidade, o delineamento do relevo do embasamento pode ser obtido através da inversão de dados gravimétricos. A gravimetria tem se destacado como um método eficiente e econômico (BOTT, 1960; CORBATÓ, 1965; TANNER, 1967; EL-BATROUKH e ZENTANI, 1980; KIENIEWICZ e LUYENDYK, 1986; BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997; SILVA, COSTA e BARBOSA, 2006; MENEZES, BARBOSA e SILVA, 2007; GIMENEZ et al., 2009). No entanto, a crescente demanda de interpretações 3D e o uso de estabilizadores cada vez mais sofisticados (BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1999; SILVA, OLIVEIRA e BARBOSA, 2010; MARTINS, BARBOSA e SILVA, 2010; MARTINS, BARBOSA e SILVA, 2011) têm demandado tempos computacionais cada vez maiores. Por si só a determinação da espessura de fontes gravimétricas exige certo custo computacional por ser um problema não linear que é, em geral, resolvido iterativamente. A cada iteração, um sistema linear é resolvido uma ou diversas vezes (TANNER, 1967; BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997; CHAKRAVARTHI e SUNDARARAJAN, 2007), fazendo com que o tempo computacional necessário para a solução do problema não linear seja pelo menos uma ordem de grandeza superior ao tempo necessário para a solução de um problema linear.

Trabalhos anteriores (BOTT, 1960; LITINSKY, 1989; CHAVEZ e GARLAND, 1985) conseguem estimar bons resultados apenas para bacias rasas, devido a amplitude das componentes das anomalias medidas na superfície serem limitadas pelas oscilações produzidas pelo embasamento localizadas a uma grande profundidade.

Buscando solucionar esta dificuldade formulamos o problema inverso de modo que amplifique o sinal, principalmente o oriundo das partes mais profundas de uma bacia. Adicionalmente introduzimos a informação a priori sobre o relevo do embasamento através de um funcional regularizador, a fim de evitar a instabilidade das soluções.

Neste trabalho propomos dois novos métodos para estimar o relevo suave do embasamento de uma bacia sedimentar. Em ambos os casos a bacia é discretizada em um modelo interpretativo de prismas retangulares 3D verticais cujas espessuras estimadas são os parâmetros que recuperam discretamente o relevo do embasamento em alguns pontos. O primeiro método proposto, Método 1, aproxima a solução da inversão não linear por procedimentos de inversão linear e aplica correções a cada iteração, até que o desvio padrão das espessuras adicionadas se torne desprezível. A cada iteração o método 1 realiza procedimento de inversão semelhante a do método proposto por Chavez e Garland (1985), diferindo-se deste pelo fato de não ser linear e de realizar correções nas espessuras estimadas. O segundo método proposto, Método 2, é idêntico ao primeiro método apenas na primeira iteração em que a solução da inversão não linear é obtida por procedimentos de inversão linear. A partir da segunda iteração correções aditivas são realizadas de forma idêntica ao método de Bott (1960) dividindo-se o resíduo entre a anomalia observada e a anomalia gerada pela estimativa anterior por uma constante que depende do contraste de densidade entre o pacote sedimentar e o embasamento. Este processo é repetido substituindo-se a anomalia observada pelo resíduo e somando-se o novo conjunto de espessuras estimadas à estimativa anterior do relevo, até que o desvio padrão das espessuras adicionadas se torne desprezível.

Para a comparação e validação dos novos métodos apresentamos também a metodologia de inversão não linear (BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997), utilizando o mesmo modelo interpretativo de prismas retangulares 3D verticais, e caracterizamos a efetividade e a eficiência dos novos métodos propostos.

Os três métodos, os dois propostos e a inversão não linear de Barbosa, Silva e Medeiros (1997), foram testados em dados sintéticos. Nos três casos caracterizamos a eficácia da inversão gravimétrica na recuperação do relevo de embasamento simulados, seja simples e raso, seja complexo e profundo.

Aplicamos a inversão gravimétrica dos três métodos ao conjunto de dados da Bacia do Recôncavo, e novamente os métodos propostos se mostraram eficazes em

recuperar o relevo do embasamento. Os relevos estimados por estes métodos se assemelham ao relevo estimado pela inversão não linear de Barbosa, Silva e Medeiros (1997), assim como, ao relevo conhecido publicado na literatura geofísica para a Bacia do Recôncavo (MENEZES, 1990). Tanto para os testes sintéticos, quanto para o dado real o tempo de processamento para a realização dos cálculos necessários a produção das estimativas foi menor para os métodos propostos que para a inversão não linear.

2 METODOLOGIA

2.1 MODELO DIRETO

Seja uma bacia sedimentar constituída por pacote sedimentar e embasamento homogêneos. Este pacote sedimentar é discretizado por M prismas contidos em uma região finita no espaço $x - y$, ao longo das direções horizontais x e y , em uma malha de $m_x \times m_y$ ($M = m_x \times m_y$) prismas retangulares verticais justapostos (Figura 01) de dimensões horizontais iguais a dx e dy e de topo coincidente com a superfície da Terra (nível $z_1 = 0,0$ km). A interface arbitrária que separa o pacote sedimentar do embasamento é descrita em M pontos pela espessura p_j de cada um dos prismas. A componente vertical do campo gravimétrico teórico g_i , no i -ésimo ponto de observação (x_i, y_i, z_i) em um sistema destal de coordenadas, sendo $z_i > 0$, está relacionada com as espessuras dos M prismas pela relação não linear

$$g_i(x_i, y_i, z_i) = \sum_{j=1}^M f_i(p_j). \quad (01)$$

A função não linear $f_i(p_j) \equiv f_i(x_i, y_i, z_i)$ calculada no i -ésimo ponto de observação para o j -ésimo prisma (Figura 02) com centro localizado nas coordenadas horizontais x_j e y_j , com espessura p_j , é escrita como

$$f_i(x_i, y_i, z_i) = \gamma \Delta \rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{z_i - z'_j \, dx'_j \, dy'_j \, dz'_j}{\left[(x_i - x'_j)^2 + (y_i - y'_j)^2 + (z_i - z'_j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (02)$$

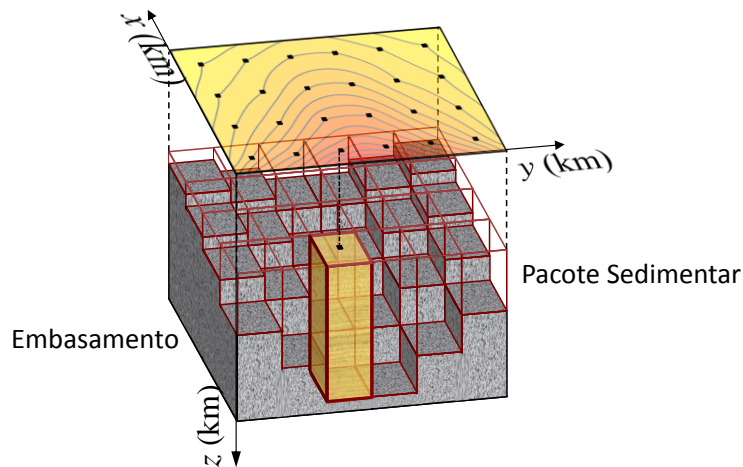
sendo γ a constante gravitacional de Newton, $\Delta \rho$ o contraste de densidade entre o sedimento e o embasamento, x'_j , y'_j e z'_j as coordenadas do centro de um prisma de volume infinitesimal ($dv'_j = dx'_j \cdot dy'_j \cdot dz'_j$) dentro do j -ésimo prisma e os limites de integração $x_1 = x_j - dx/2$, $x_2 = x_j + dx/2$, $y_1 = y_j - dy/2$ e $y_2 = y_j + dy/2$, $z_1 = 0$ e $z_2 = p_j$ para $z_i = 0$. Plouff (1976) apresentou solução algorítmica para a integral da equação 02

$$f_i(x_i, y_i, z_i) = \gamma \Delta \rho \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 \mu_{klm} \left[z_m \arctan \frac{x_k y_l}{z_m R_{klm}} - x_k \log(R_{klm} + y_l) - y_l \log(R_{klm} + x_k) \right] \quad (03)$$

sendo, $R_{klm} = \sqrt{x_k^2 + y_l^2 + z_m^2}$, $\mu_{klm} = (-1)^k (-1)^l (-1)^m$, $x_1 = (x_i - x_j) - dx/2$, $x_2 = (x_i - x_j) + dx/2$, $y_1 = (y_i - y_j) - dy/2$, $y_2 = (y_i - y_j) + dy/2$, $z_1 = 0$ e $z_2 = p_j$ para $z_i = 0$.

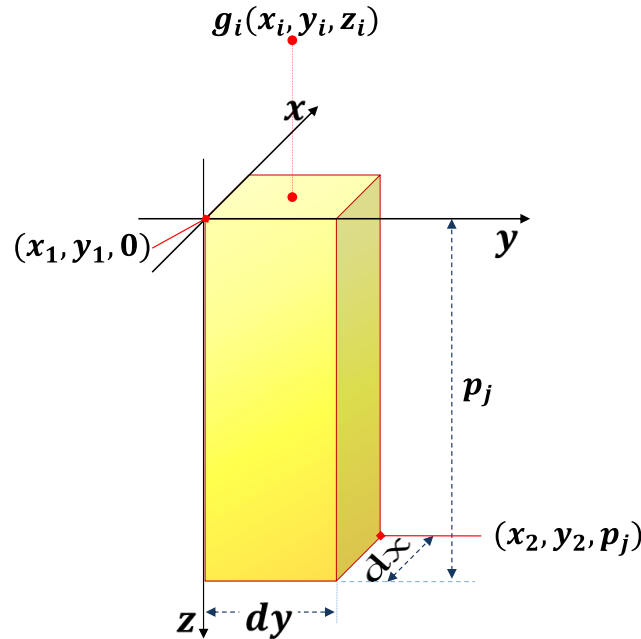
Por simplicidade, presumimos que os dados gravimétricos são interpolados em uma malha regularmente espaçada (Figura 01) e que as coordenadas x e y de cada ponto de observação coincidem com as respectivas coordenadas horizontais dos centros dos prismas.

Figura 01– Modelo interpretativo – Anomalia gravimétrica (linhas de contorno) interpoladas em uma malha regularmente espaçada (pontos pretos) produzida por um embasamento homogêneo coberto por um pacote sedimentar (não mostrado) homogêneo. O volume da subsuperfície contendo o pacote sedimentar é discretizado por uma malha de $m_x \times m_y$ prismas 3D cujas dimensões horizontais são iguais a dx e dy , nas direções x e y respectivamente, e espessura p_j em cada prisma.



Fonte: Martins, 2009.

Figura 02 – Detalhe do j -ésimo prisma 3D de dimensões dx , dy e p_j e a componente vertical da anomalia gravimétrica g_i produzida por este corpo na posição (x_i, y_i, z_i) .



2.2 PROBLEMA INVERSO

A inversão gravimétrica consiste em estimar o vetor \mathbf{p} contendo as profundidades do embasamento p_j em M pontos a partir de um vetor \mathbf{g}^o contendo a componente vertical da anomalia gravimétrica observada também em M pontos de observações. Os parâmetros a serem estimados (vetor \mathbf{p}) estão relacionados aos dados gravimétricos \mathbf{g}^o através da relação não linear dada pela equação 01. O problema inverso não linear de estimar o vetor de parâmetros a partir dos dados gravimétricos pode ser formulado através da minimização, em relação a p_j , do funcional

$$\phi_g = \frac{1}{M} \|\mathbf{g}^o - \mathbf{g}^c\|_2^2, \quad (04)$$

em que $\|\cdot\|_2$ é a norma Euclidiana e \mathbf{g}^c é um vetor M -dimensional cujo i -ésimo elemento contém a componente vertical da anomalia teórica computada na i -ésima observação (equação 01) e depende das espessuras p_j dos M prismas.

O problema inverso não linear de estimar um vetor \mathbf{p} apenas minimizando-se o funcional ϕ_g (equação 04) é um problema mal-posto apresentando solução sem unicidade e sem estabilidade. Assim, para transformar este problema mal-posto em

outro bem-posto é necessário incorporar informação geológica a priori através de técnicas de regularização. A técnica de regularização mais comumente empregada na Geofísica, conhecida como suavidade global (regularizador de Tikhonov de ordem 1, TIKHONOV E ARSEININ, 1977), impõe que a estimativa de cada parâmetro p_j (espessura do j -ésimo prisma) esteja o mais próximo possível da estimativa do parâmetro adjacente, sujeito aos dados serem ajustados pela anomalia produzida g^c pelo relevo estimado dentro da precisão experimental. Para tanto, de modo semelhante ao apresentado por Barbosa, Silva e Medeiros, 1997, formulamos o problema inverso vinculado e não linear de estimar as M profundidades do embasamento 3D através da minimização de:

$$\phi_S = \|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2 \quad (05)$$

sujeito a

$$\phi_g = \delta^2. \quad (06)$$

O funcional ϕ_S descrito pela equação 05 introduz o regularizador de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV e ARSEININ, 1977) minimizado via norma Euclidiana e é chamado de funcional de suavidade. Neste funcional \mathbf{R} é uma matriz $L \times M$, sendo L o número de pares de parâmetros adjacentes, representando o operador diferencial discreto de primeira ordem ao longo das direções x e y e cujas linhas contém apenas dois elementos não nulos iguais a 1 e -1 , localizados nas colunas correspondentes aos parâmetros adjacentes. Devido ao produto $\mathbf{R}\mathbf{p}$ ser uma aproximação por diferenças finitas da primeira derivada de \mathbf{p} ao longo das direções x e y , então através da minimização de $\|\mathbf{R}\mathbf{p}\|_2$ (funcional 05), ficam favorecidas as soluções que são relativamente suaves e, implicitamente, é introduzida a informação geológica de que o relevo do embasamento é globalmente suave (BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997). Especificamente, o produto $\mathbf{R}\mathbf{p}$ resulta em um vetor L -dimensional, cujo L -ésimo elemento é a diferença entre dois elementos do vetor \mathbf{p} de parâmetros que representam espessuras de prismas espacialmente vizinhos.

Na equação 06, ϕ_g é definido pela equação 04 e δ^2 é o valor esperado para a média da soma dos quadrados da realização do ruído nos dados gravimétricos observados.

O vetor \mathbf{p} , contendo as M estimativas das profundidades do embasamento, que soluciona o problema de otimização vinculado dado pela minimização do funcional 05 e

sujeito a explicar os dados geofísicos (condição 06), será obtido minimizando-se o funcional não vinculado:

$$\lambda(\mathbf{p}) = \phi_g + \mu_S \phi_S, \quad (07)$$

sendo, μ_S o parâmetro de regularização associado ao funcional ϕ_S .

Resolvemos o problema inverso não linear de estimar o vetor \mathbf{p} minimizando-se o funcional 07 utilizando duas abordagens, a inversão não linear e a solução da inversão não linear com aproximações envolvendo procedimentos de Inversão linear. A segunda abordagem resultou em dois diferentes métodos, Métodos 1 e 2.

Inversão não linear

Como apresentado por Barbosa, Silva e Medeiros, 1997, resolvemos o problema inverso não linear formulado pelo funcional 07 iterativamente pelo método Gauss-Newton empregando-se a estratégia de Marquardt (1963). Primeiro expande-se $\lambda(\mathbf{p})$ em série de Taylor em torno da aproximação $\mathbf{p}_{(k)}$ obtida na k -ésima iteração conservando apenas os termos até a segunda ordem; em seguida deriva-se a função expandida e truncada, $\lambda(\mathbf{p}_{(k)} + \Delta\mathbf{p}_{(k)})$ em relação a $\Delta\mathbf{p}_{(k)}$ e iguala-se ao vetor nulo. Desta forma, obtemos a equação normal para a estimativa de $\Delta\mathbf{p}_{(k)}$ na k -ésima iteração

$$\mathbf{H}_{(k)} \Delta\mathbf{p}_{(k)} = -\mathbf{j}_{(k)}, \quad (08)$$

sendo $\mathbf{H}_{(k)}$ a matriz Hessiana e $\mathbf{j}_{(k)}$ o vetor-gradiente ambos do funcional $\lambda_S(\mathbf{p})$ equação 7. Após estimar a perturbação $\Delta\mathbf{p}_{(k)}$ na k -ésima iteração obtemos uma nova estimativa para o vetor de parâmetros através de

$$\hat{\mathbf{p}}_{(k+1)} = \hat{\mathbf{p}}_{(k)} + \Delta\hat{\mathbf{p}}_{(k)}. \quad (09)$$

Na equação 08 a matriz Hessiana do funcional $\lambda_S(\mathbf{p})$ é

$$\mathbf{H}_{(k)} = \mathbf{H}_{(k)}^g + \mu_S \mathbf{H}^S \quad (10)$$

e o vetor-gradiente é

$$\mathbf{j}_{(k)} = \mathbf{j}_{(k)}^g + \mu_S \mathbf{j}_{(k)}^S, \quad (11)$$

sendo

$$\mathbf{j}_{(k)}^g = 2\mathbf{A}_{(k)}^T (\mathbf{A}_{(k)} \mathbf{p}_{(k)} - \mathbf{g}^o) \quad (12)$$

e

$$\mathbf{j}_{(k)}^S = 2\mathbf{R}^T \mathbf{R} \mathbf{p}_{(k)}, \quad (13)$$

os vetores-gradientes avaliados em $\mathbf{p}_{(k)}$ dos funcionais ϕ_g e ϕ_S , respectivamente, e

$$\mathbf{H}_{(k)}^g = 2\mathbf{A}_{(k)}^T \mathbf{A}_{(k)} \quad (14)$$

e

$$\mathbf{H}^S = 2\mathbf{R}^T \mathbf{R} \quad (15)$$

as matrizes Hessianas avaliadas em $\mathbf{p}_{(k)}$ dos funcionais ϕ_g e ϕ_S , respectivamente. A estratégia de Marquardt (1963) foi aplicada em combinação com a aproximação de Gauss-Newton para a matriz Hessiana do funcional geofísico (\mathbf{H}^g) a cada iteração (SILVA, MEDEIROS e BARBOSA, 2001) ao invés de combiná-la com o método de Newton, que calcula as derivadas de segunda ordem e demandam um elevado esforço computacional.

Nas equações 12 e 14, $\mathbf{A}_{(k)}$ é a matriz de sensibilidade avaliada na k -ésima iteração (em $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{(k)}$). Esta matriz contém as primeiras derivadas do funcional não linear $f_i(\mathbf{p}_j) \equiv f_i$ (equação 01) em relação aos parâmetros e avaliada em $\mathbf{p}_{(k)}$. Especificamente, o ij -ésimo elemento da matriz $\mathbf{A}_{(k)}$ é dada por

$$\mathbf{A}_{(k)} \equiv \left\{ \mathbf{a}_{ij(k)} \right\} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{p}_j} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_{(k)}}. \quad (16)$$

Note que a i -ésima linha da matriz de sensibilidade $\mathbf{A}_{(k)}$ carrega a variação de magnitude (sensibilidade) da função f_i devida a perturbações nos valores dos M parâmetros e a j -ésima coluna da matriz de sensibilidade $\mathbf{A}_{(k)}$ é a influência da perturbação do j -ésimo parâmetro (\mathbf{p}_j) em todas as funções geofísicas. Como, por simplicidade, adotamos o número de observações gravimétricas igual ao número de parâmetros (espessuras \mathbf{p}_j dos M prismas) então a matriz $\mathbf{A}_{(k)}$ é definida com dimensão $M \times M$.

O algoritmo de inversão é interrompido quando não há mais significativa variação do funcional $\lambda_S(\mathbf{p})$ (equação 07). Na prática a convergência ocorre quando, em uma k -ésima iteração, a seguinte inequação é satisfeita:

$$\left| \frac{\lambda(\hat{\mathbf{p}}_{(k)}) - \lambda(\hat{\mathbf{p}}_{(k-1)})}{\lambda(\hat{\mathbf{p}}_{(k-1)})} \right| \leq 0.01 \quad (17)$$

Inversão não linear aproximada por procedimentos lineares

Para estimar o relevo 3D do embasamento de bacias sedimentares desenvolvemos dois métodos que utilizam formulações de inversões lineares, que são menos custosas computacionalmente que a inversão não linear. Estes métodos de inversão linear iterativa que desenvolvemos são idênticos quanto à aproximação inicial utilizada e quanto ao procedimento aplicado na primeira iteração, e diferem apenas nas correções iterativas subsequentes.

Método 1 - Solução com formulação de Inversão Linear Iterativa

Neste procedimento o vetor de parâmetros estimados \mathbf{p} é obtido partindo-se de uma aproximação inicial \mathbf{p}_0 sendo atualizado a cada iteração sucessiva até que o critério de parada seja satisfeito.

A aproximação inicial, \mathbf{p}_0 é obtida atribuindo-se ao i -ésimo elemento de \mathbf{p}_0 a espessura de uma placa Bouguer com contraste de densidade $\Delta\rho$ que reproduz o valor absoluto da i -ésima anomalia gravimétrica observada g_i^o localizada diretamente acima do centro do prisma correspondente ao i -ésimo elemento de \mathbf{p}_0 , i.e.,

$$p_{0_i} = \frac{g_i^o}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (18)$$

sendo γ a constante gravitacional de Newton.

Na primeira iteração ($k = 1$) obtemos um vetor provisório $\tilde{\mathbf{p}}_1$ utilizando uma formulação semelhante à aplicada a problemas inversos lineares,

$$\tilde{\mathbf{p}}_1 = \mathbf{p}_0 + \left(\mathbf{W}^{1T} \mathbf{W}^1 + \mu_s \mathbf{R}^T \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{W}^{1T} \mathbf{g}^o, \quad (19)$$

sendo μ_s o parâmetro de regularização, \mathbf{R} a matriz de primeiras derivadas discretas e a matriz \mathbf{W}^1 definida apenas nesta primeira iteração. A cada ij -ésimo elemento (w_{ij}^1) de \mathbf{W}^1 é atribuído o valor da componente vertical do sinal gravimétrico (f_i , equação 02, sendo $z_1 = p_{0_i}$ e $z_2 = p_{0_i} + t$) produzido no i -ésimo ponto de observação por um pequeno prisma (prisma vermelho Figura 03) de contraste de densidade $\Delta\rho$, espessura vertical t , posicionado nas mesmas coordenadas horizontais do j -ésimo prisma do modelo interpretativo (prisma destacado Figura 03) e topo coincidente com a profundidade informada pelo i -ésimo elemento da aproximação inicial p_{0_i} (equação 18). Calculando-se desta maneira a matriz \mathbf{W}^1 obtemos uma matriz com elementos com valores próximos de zero e elementos de valores muito diferentes de zero, dependendo

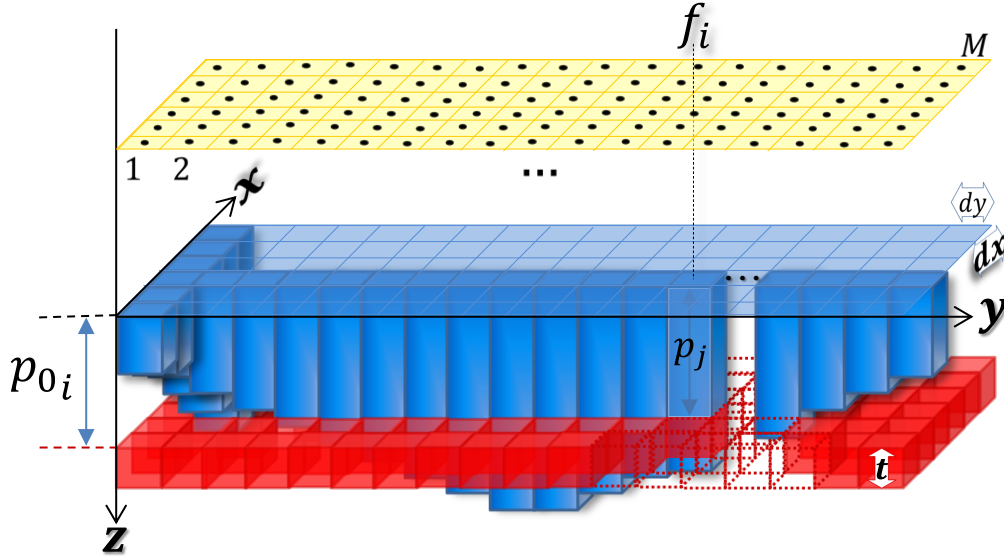
da distância fonte-observação, de forma muito semelhante a da matriz \mathbf{A} calculada como descrito pela equação 19. Em ambas as matrizes, esta maior amplitude do ij -ésimo elemento ocorre principalmente quando a i -ésima observação está espacialmente próxima do j -ésimo parâmetro do modelo interpretativo. No entanto os elementos de maior amplitude da matriz \mathbf{W}^1 são muito maiores que os da matriz \mathbf{A} , sendo esta característica da matriz \mathbf{W}^1 a responsável pela amplificação da relação entre o sinal observado e o parâmetro a ser estimado.

Este procedimento se assemelha a aproximação linear proposta por Chavez e Garland (1985), no entanto o modelo físico-matemático usado por estes autores envolve o cálculo de uma distribuição superficial de massa usando a aproximação de modelo geométrico de fitas posicionadas em profundidade em mesma cota. No procedimento que propomos a massa está distribuída em prismas, e o ij -ésimo elemento da matriz \mathbf{W}^1 contém o sinal gravimétrico calculado na i -ésima estação gravimétrica que é produzido pelo j -ésimo pequeno prisma com espessura t , dimensões horizontais dx e dy , coordenadas horizontais do seu centro x_j e y_j e com topo posicionado na profundidade dada pelo i -ésimo elemento do vetor \mathbf{p}_0 (equação 18). Note que nos cálculos dos elementos da matriz \mathbf{W}^1 da mesma i -ésima linha, os pequenos prismas estão posicionados a uma mesma profundidade dada por p_{0_i} .

O termo $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$ na equação 19 é decorrente da introdução do regularizador de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV e ARSEININ, 1977) para produzir soluções estáveis e adicionalmente permite vínculo à informação geológica a priori de que o relevo estimado é globalmente suave.

A aproximação provisória $\tilde{\mathbf{p}}_1$ obtida como descrito na equação 19 resulta na estimação de um relevo do embasamento cujas feições são semelhantes em forma ao relevo do embasamento verdadeiro, mas diferente principalmente quanto à escala em que esta superfície se posiciona. De igual modo, o sinal gravimétrico $\mathbf{g}_{(\tilde{\mathbf{p}}_1)}^c$ produzido por este relevo estimado $\tilde{\mathbf{p}}_1$, se comparado aos dados observados \mathbf{g}^o , guarda as mesmas características de semelhança na forma e diferença na escala. Notamos em testes sintéticos que dependendo do valor de t (espessura do pequeno prisma usado para calcular os elementos w_{ij}^1) esta diferença de escala entre os relevos é maior ou menor, e o relevo estimado posiciona-se acima ou abaixo do relevo verdadeiro. Utilizamos valores de $t = 1,2 \text{ km}$ por tornar esta diferença na escala aproximadamente zero.

Figura 03– componente vertical do sinal gravimétrico f_i calculada no i -ésimo ponto de observação produzida pelo pequeno prisma vermelho de contraste de densidade $\Delta\rho$, espessura t , topo coincidente com a profundidade p_{0_i} e localizado nas coordenadas horizontais do j -ésimo prisma (prisma destacado) do modelo interpretativo.



Ainda na primeira iteração procedemos com a correção ponto a ponto do relevo estimado provisório $\tilde{\mathbf{p}}_1$ somando um vetor de correções M -dimensional $\Delta\tilde{\mathbf{p}}_1$, para enfim obtermos o vetor estimado \mathbf{p}_1 desta iteração,

$$\mathbf{p}_1 = \tilde{\mathbf{p}}_1 + \Delta\tilde{\mathbf{p}}_1 \quad (20)$$

sendo cada elemento do vetor $\Delta\tilde{\mathbf{p}}_1$ calculado pela razão, por uma constante, das diferenças nos M pontos entre a anomalia gravimétrica observada \mathbf{g}^o e a anomalia calculada $\mathbf{g}_{(\tilde{\mathbf{p}}_1)}^c$ produzida pela aproximação $\tilde{\mathbf{p}}_1$ (equação 19),

$$\Delta\tilde{p}_{1_i} = \frac{(g_i^o - g_{(\tilde{\mathbf{p}}_1)_i}^c)}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (21)$$

Nas iterações seguintes, ($k > 2$) novamente calcula-se primeiro um vetor de parâmetros provisório de cada iteração $\tilde{\mathbf{p}}_k$ que é obtido com uma formulação semelhante a da equação 19, e posteriormente, mas ainda na mesma iteração, é obtido o vetor de parâmetros estimado da k -ésima iteração \mathbf{p}_k , dado pela soma do vetor estimado provisoriamente naquela iteração $\tilde{\mathbf{p}}_k$ com um vetor correção $\Delta\tilde{\mathbf{p}}_k$ da k -ésima iteração,

$$\mathbf{p}_k = \tilde{\mathbf{p}}_k + \Delta\tilde{\mathbf{p}}_k. \quad (22)$$

Cada elemento do vetor correção $\Delta\tilde{\mathbf{p}}_k$ (equação 22) da k -ésima iteração é dado por

$$\Delta\tilde{p}_{k_i} = \frac{(g_i^o - g_{(\tilde{p}_k)_i}^c)}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (23)$$

sendo o vetor $\mathbf{g}_{(\tilde{p}_k)}^c$ a anomalia gravimétrica produzida pelo relevo estimado provisório $\tilde{\mathbf{p}}_k$.

O vetor de parâmetros provisório da k -ésima iteração $\tilde{\mathbf{p}}_k$ é dado por

$$\tilde{\mathbf{p}}_k = \mathbf{p}_{k-1} + \left(\mathbf{W}^{kT} \mathbf{W}^k + \mu_s \mathbf{R}^T \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{W}^{kT} (\mathbf{g}^o - \mathbf{g}_{(\mathbf{p}_{k-1})}^c), \quad (24)$$

sendo $\mathbf{g}_{(\mathbf{p}_{k-1})}^c$ a anomalia gravimétrica produzida pelo relevo estimado na iteração anterior \mathbf{p}_{k-1} , μ_s o parâmetro de regularização, \mathbf{R} a matriz de primeiras derivadas discretas e a matriz \mathbf{W}^k calculada a cada iteração e de maneira semelhante ao da matriz \mathbf{W}^1 . Cada ij -ésimo elemento da matriz \mathbf{W}^k é calculado como a componente vertical do sinal gravimétrico (f_i , equação 02, sendo $z_1 = h_i^k$ e $z_2 = h_i^k + t$) produzido no i -ésimo ponto de observação por um pequeno prisma de contraste de densidade $\Delta\rho$, espessura vertical t , posicionado nas mesmas coordenadas horizontais do centro do j -ésimo prisma do modelo interpretativo, mas com topo coincidente com h_i^k . Estas profundidades dos prismas utilizados no cálculo da matriz \mathbf{W}^k são calculadas por

$$h_i^k = \frac{(g_i^o - g_{(\mathbf{p}_{k-1})_i}^c)}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (25)$$

Note que nos cálculos dos valores dos ij -ésimos elementos da matriz \mathbf{W}^k em uma mesma i -ésima linha, todos os pequenos prismas são posicionados a uma mesma profundidade h_i^k .

O termo $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$ na equação 24 é decorrente da introdução do regularizador de Tikhonov de primeira ordem (TIKHONOV e ARSEININ, 1977) a fim de produzir soluções estáveis e adicionalmente permite manter a cada iteração o vínculo de que os elementos adjacentes do vetor estimado $\tilde{\mathbf{p}}_k$ têm valores próximos entre si.

O vetor de parâmetros estimados \mathbf{p}_k (equação 22) é obtido a cada iteração até que a diferença entre os i -ésimos elemento dos vetores $\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}$ seja praticamente zero. Especificamente até que o desvio padrão σ desta diferença seja da ordem de uma dezena de metros ($\sigma \leq 0.01$ km),

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M [(p_{k_i} - p_{k-1_i}) - \bar{d}_k]^2}{M - 1}} \leq 0.01 , \quad (28)$$

sendo \bar{d}_k o valor médio das M diferenças entre os i -ésimos elementos dos vetores $\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}$.

Método 2 - Solução com formulação de Inversão Linear seguida de Correções Iterativas Aditivas

Neste procedimento o vetor de parâmetros estimados \mathbf{p} é obtido sendo atualizado a cada iteração sucessiva até que o critério de parada seja satisfeito, de maneira idêntica ao descrito no Método 1 para a aproximação inicial e na primeira iteração ($k = 1$), mas, a partir da segunda iteração ($k > 2$), cada elemento do vetor de parâmetros estimados \mathbf{p}_k é obtido por

$$p_{k_i} = \frac{g_i^o - g_{(p_{k-1})i}^c}{2\pi\gamma\Delta\rho}, \quad i = 1, \dots, M, \quad (29)$$

novamente, até que a condição 28 seja satisfeita.

Este método se assemelha ao método de Bott (1960), no entanto difere na primeira etapa realizada nos procedimentos descritos para a primeira iteração. Nas iterações de correções aditivas seguintes os métodos de Bott e o Método 2 são idênticos.

Este Método 2 (Solução com formulação de Inversão Linear seguida de Correções Iterativas Aditivas) é computacionalmente mais rápido que o Método 1 (Solução com formulação de Inversão Linear Iterativa), mesmo sendo necessárias maior número de iterações até que a condição 28 seja satisfeita. A vantagem do Método 1 é a possibilidade da inclusão de vínculo geológico através de regularizadores em todas as iterações. No entanto, note que o vínculo de suavidade é incorporado indiretamente ao Método 2 uma vez que a correção do relevo estimado é obtida a cada iteração diretamente do dado observado, que no caso gravimétrico é de comportamento suave.

3 RESULTADOS

3.1 APLICAÇÃO A DADOS SINTÉTICOS

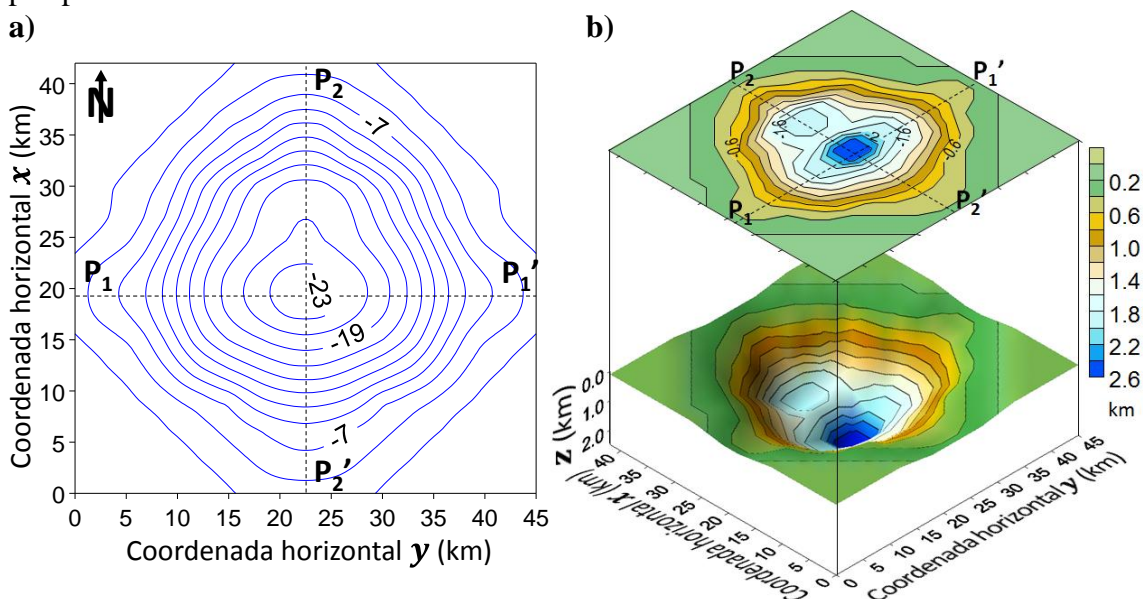
Apresentamos resultados numéricos dos métodos e procedimentos descritos no capítulo dois aplicados a dados sintéticos em dois casos, relevo do embasamento simples e complexo.

Relevo Simples

Simulamos uma bacia em que o pacote sedimentar homogêneo cobre um embasamento homogêneo com arcabouço estrutural simples caracterizado por um baixo contendo uma pequena elevação, na qual foram produzidas um número reduzido de observações gravimétricas.

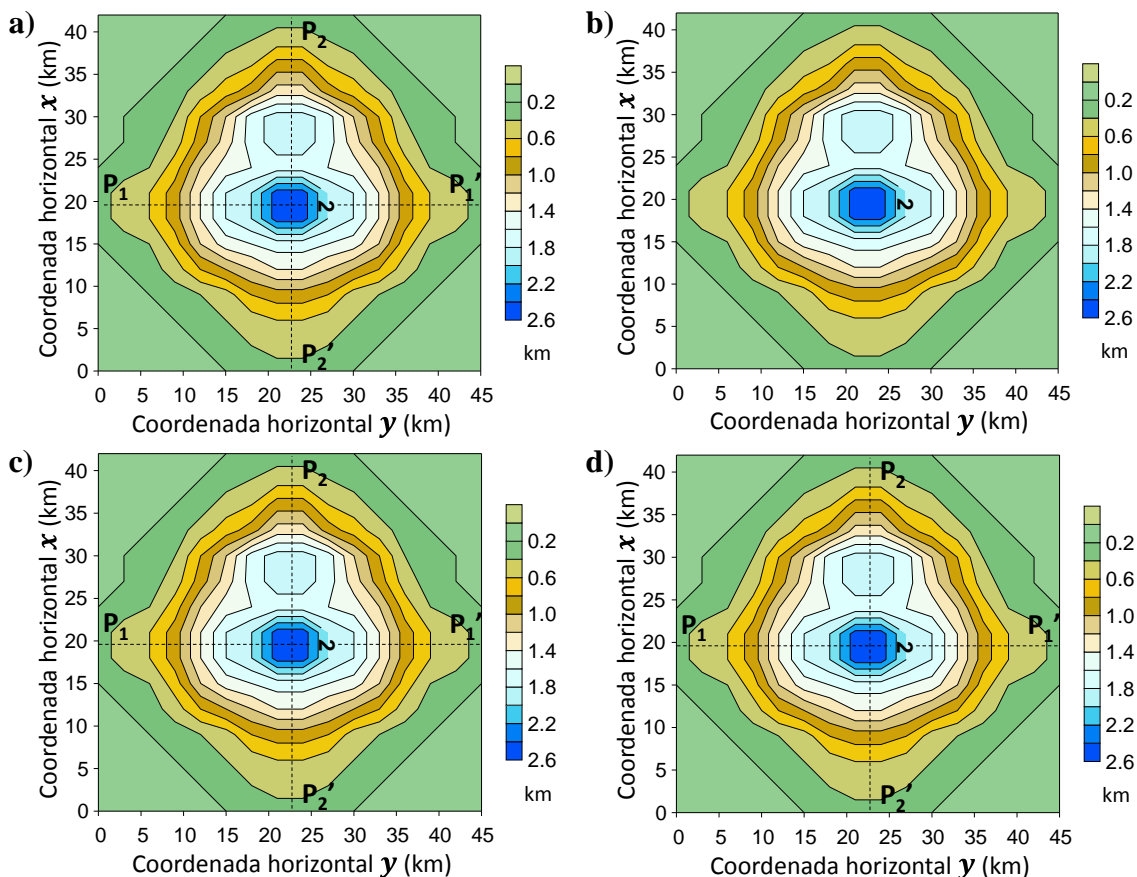
A Figura 04a mostra a anomalia Bouguer (linhas contínuas azuis), produzida pelo relevo do embasamento da bacia sedimentar sintética simples (Figura 04b). Esta bacia simulada estende-se por 45 km e 48 km ao longo das direções x e y (norte-sul e leste-oeste) respectivamente, sendo composta por 15 x 16 prismas com dimensões horizontais de 3,0 km, com topo no plano $z_0 = 0,0$ km e contraste de densidade entre o sedimento e o embasamento $\Delta\rho$ igual a $-0,3 \text{ g/cm}^3$. A anomalia gravimétrica teórica foi gerada nas mesmas coordenadas horizontais dos centros dos prismas, no plano $z_0 = -5,0 \times 10^{-4}$ km. A Figura 04b mostra o mapa de contorno e a vista em perspectiva das profundidades verdadeiras do relevo do embasamento.

Figura 04 - (a) Anomalia Bouguer contaminada com ruído (linha contínua azul) devida à bacia sedimentar simulada em (b) **(b)** Mapas de contorno e vista em perspectiva do relevo verdadeiro do embasamento.



A Figura 5a também mostra o mapa de contorno do relevo verdadeiro do embasamento simulado, mas em outro ângulo de visada. As Figuras 05b a 05e mostram diferentes estimativas das profundidades do relevo do embasamento da bacia simples simulada na Figura 04 (também mostrada na Figura 05a). A Figura 05b mostra o mapa de contorno da estimativa das profundidades do relevo do embasamento obtida via procedimento de inversão não linear de Barbosa, Silva e Medeiros (1997). Na Inversão não linear adotamos o vetor \mathbf{p}_0 (equação 18) como aproximação inicial para as profundidades do relevo do embasamento, ou seja, atribuindo a cada prisma a espessura de uma placa Bouguer com contraste de densidade $\Delta\rho$ que reproduz o valor absoluto da anomalia gravimétrica diretamente acima do centro do prisma. A Figura 05c mostra o relevo do embasamento obtido via procedimento de inversão linear iterativo descrito no Método 1 e a Figura 05d o relevo estimado com o Método 2.

Figura 05 – (a) Relevo verdadeiro (b) Relevo estimado com **Inversão não Linear**. (c) Relevo estimado com o **Método 1**. (d) Relevo estimado com o **Método 2**.



Note que os Métodos 1 e 2 recuperam virtualmente o mesmo relevo que a inversão não linear. Portanto, os três métodos são igualmente efetivos para a estimação de relevo do embasamento simples e raso como o deste teste sintético.

Para testar a estabilidade e caracterizar a efetividade dos Métodos 1 e 2, realizamos novamente inversões para o caso sintético de relevo simples, mas corrompendo a anomalia produzida pela bacia simulada com cinco diferentes seqüências de ruído pseudo aleatório Gaussiano com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal. Apresentamos estes resultados apenas para os perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ cuja localização é assinalada nas Figuras 04 e 05.

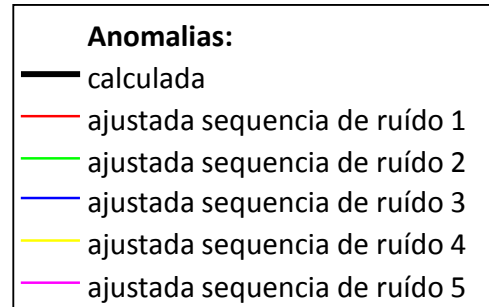
A Figura 06 mostra as anomalias gravimétricas dos perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ produzidas pela bacia simulada (Figura 04a) em linhas pretas, e as anomalias ajustadas com a inversão gravimétrica 3D do Método 1 aplicada aos dados contaminados com

cinco diferentes sequências de ruído, em linhas de diferentes cores (conforme legenda da Figura 06).

A Figura 07 mostra os relevos dos perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ (Figura 04b) verdadeiros em linhas pretas e estimados com a inversão do Método 1 em cinco linhas de diferentes cores para cada sequência de ruído.

Igualmente, mas aplicando-se o Método 02, a Figura 08 mostra os dados observados e anomalias ajustadas para os perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$, e a Figura 09 mostra os relevos verdadeiros e estimados. Para ambas as figuras são mostrados em linhas pretas os dados ou os relevos verdadeiros e em cinco linhas de diferentes cores para cada sequência de ruído as anomalias ajustadas ou os relevos estimados.

Figura 06 – Anomalia calculada (linha preta) perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ (Figura 06a) e Anomalias ajustadas pela inversão gravimétrica 3D do Método 01 com cinco diferentes sequencias de ruído pseudo-aleatório (linhas coloridas conforme legenda) contaminado a anomalia calculada.



Anomalia Calculada e ajustadas pelo Método 01 com diferentes sequências de ruído

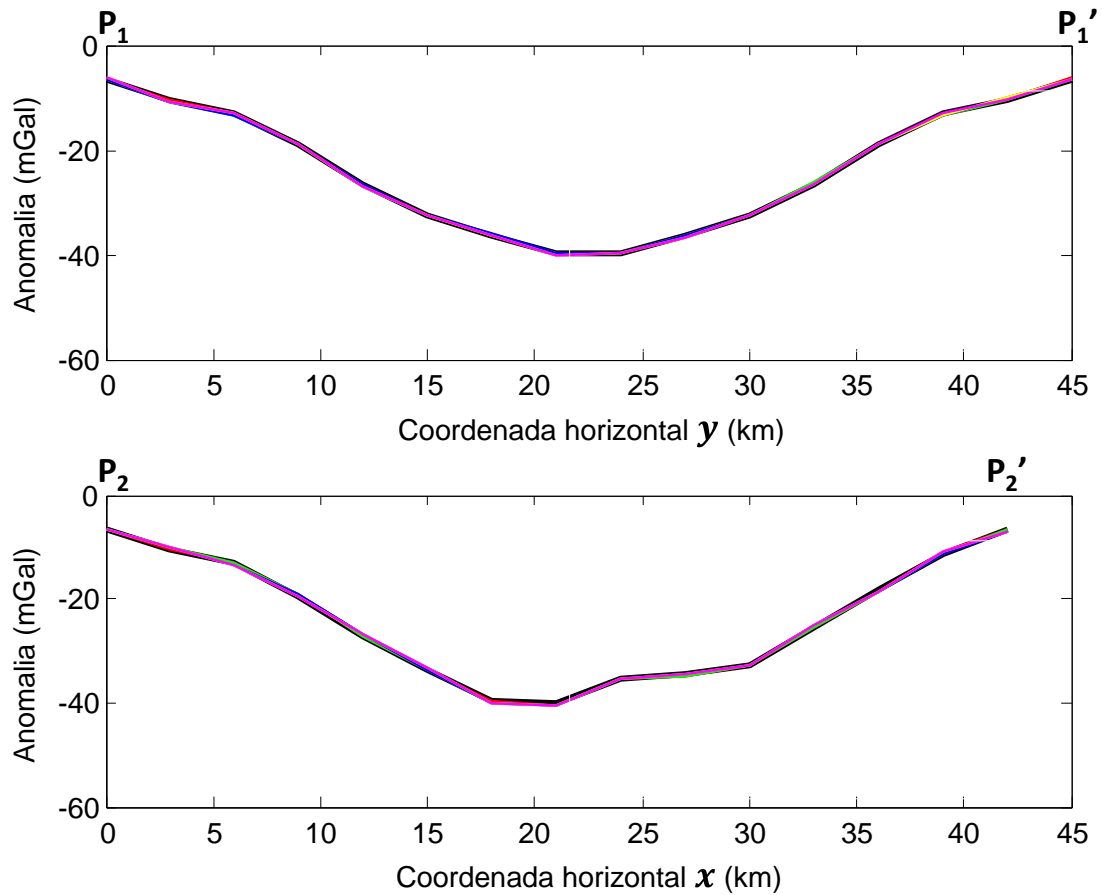
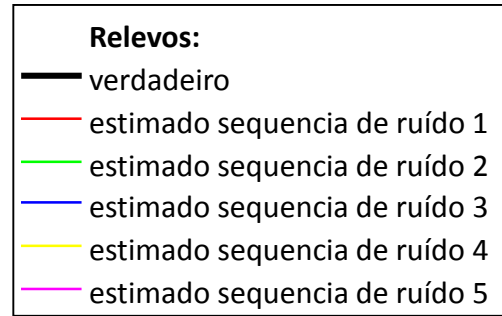


Figura 07 – Relevo verdadeiro (linha preta) perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ (Figura 06b) e Relevos estimados pela inversão gravimétrica 3D do Método 01 com cinco diferentes sequencias de ruído pseudoaleatório (linhas coloridas conforme legenda) contaminando a anomalia calculada (Figura 08).



Relevo verdadeiro e estimados pelo Método 01 com diferentes sequências de ruído

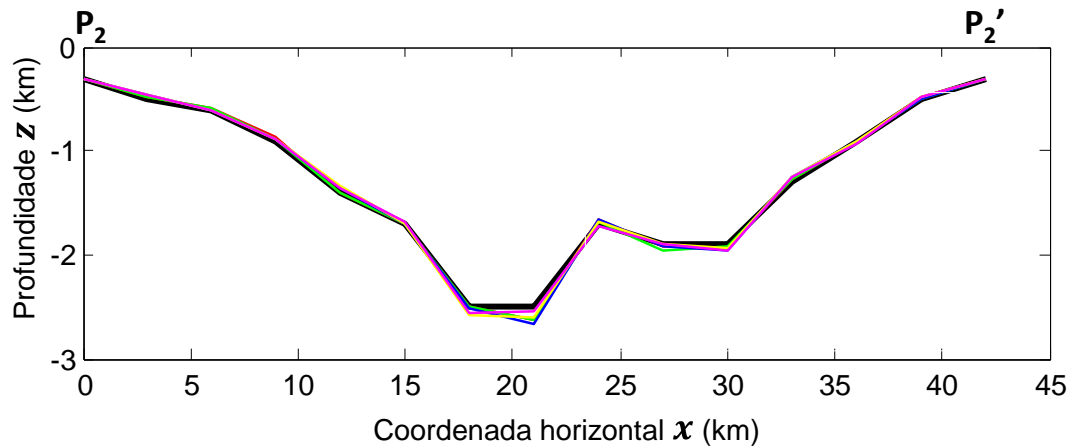
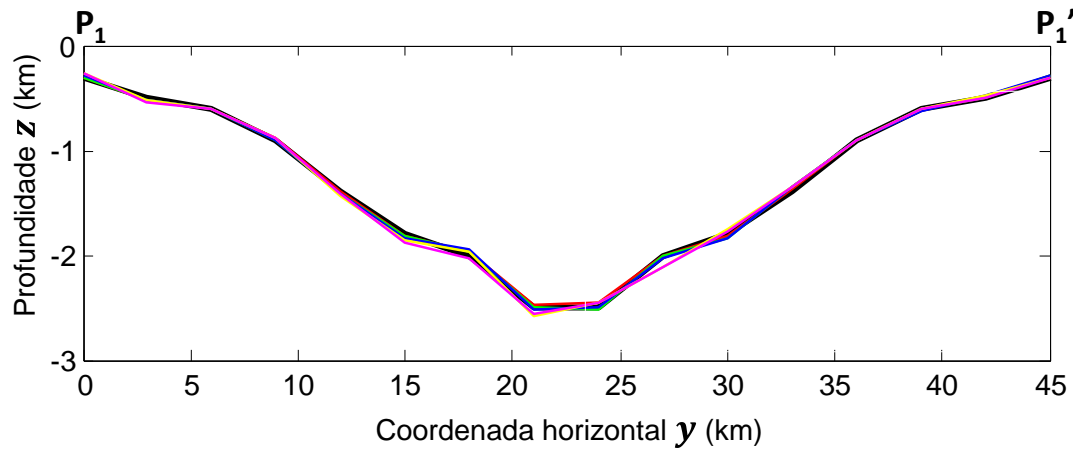
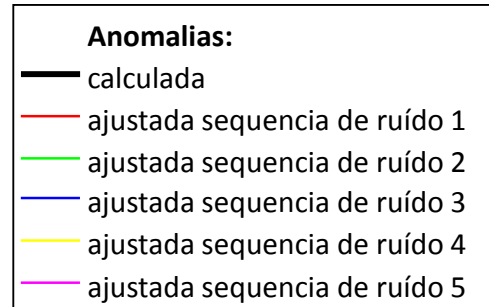


Figura 08 – Anomalia Calculada (linha preta) perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ (Figura 06a) e Anomalias ajustadas pela inversão gravimétrica 3D do Método 02 com cinco diferentes sequencias de ruído pseudo-aleatório (linhas coloridas conforme legenda) contaminado a anomalia calculada.



Anomalia Calculada e ajustadas pelo Método 02 com diferentes sequências de ruído

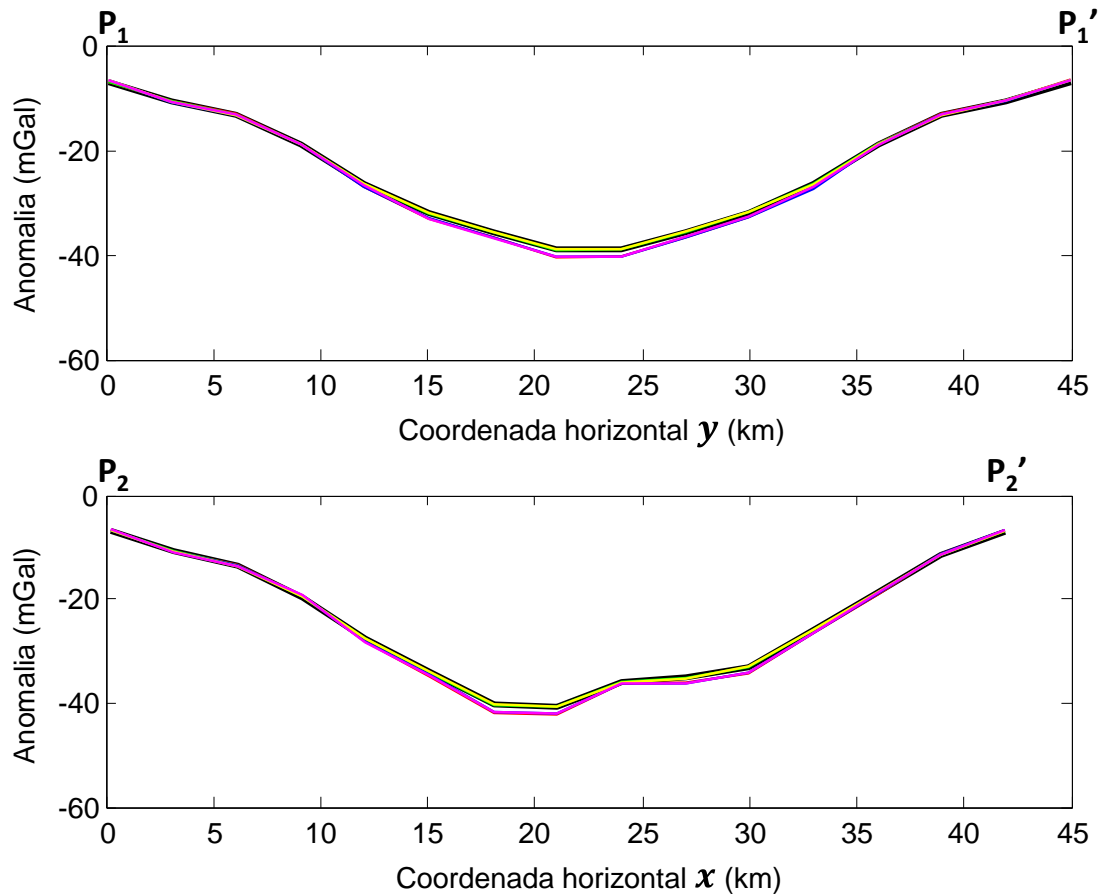
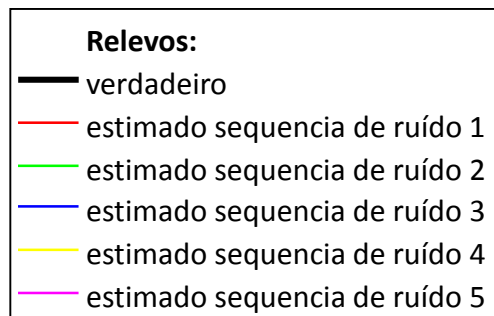
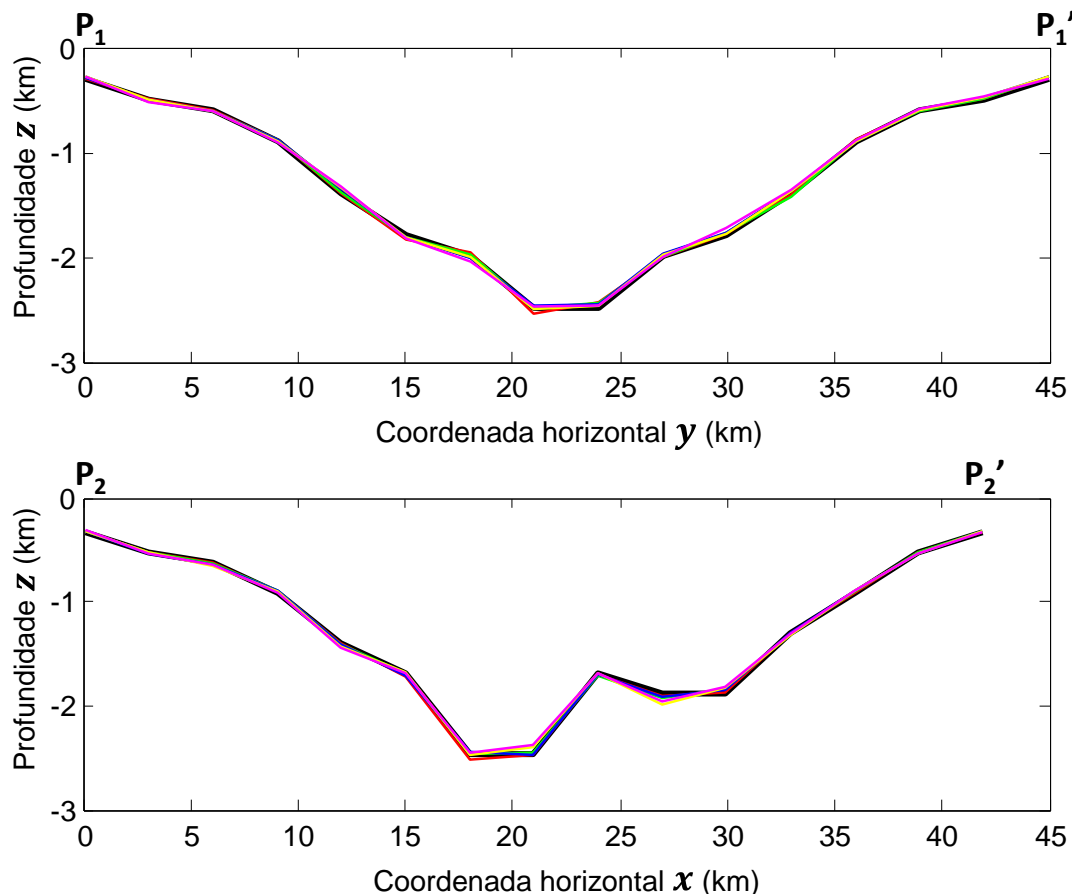


Figura 09 – Relevo verdadeiro (linha preta) perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ (Figura 06b) e Relevos estimados pela inversão gravimétrica 3D do Método 02 com cinco diferentes sequências de ruído pseudo aleatório (linhas coloridas conforme legenda) contaminando a anomalia calculada (Figura 08).



Relevo verdadeiro e estimados pelo Método 02 com diferentes sequências de ruído

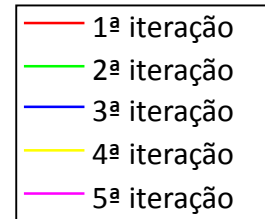


Novamente, nota-se com os resultados apresentados nas Figuras 06, 07, 08 e 09 a efetividade dos Métodos 1 e 2. Adicionalmente, fica caracterizada a estabilidade das soluções estimadas pelos dois métodos.

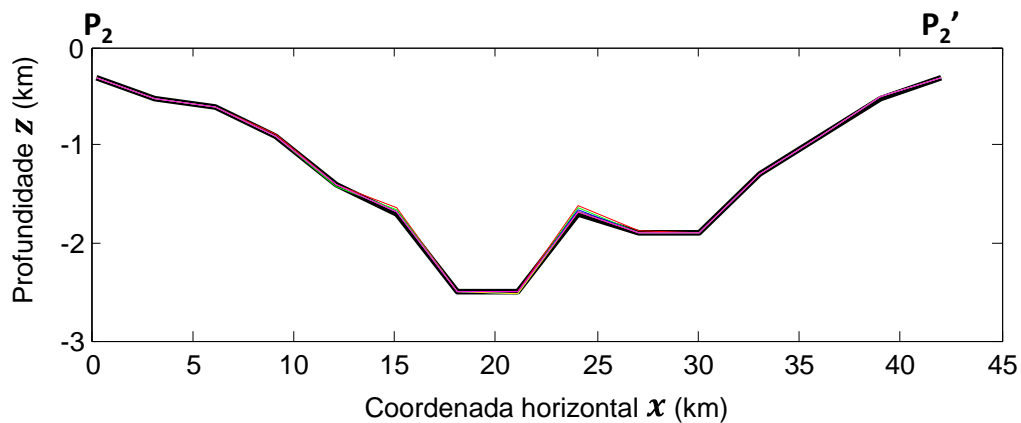
Para uma melhor ilustração do comportamento dos procedimentos de inversão dos Métodos 1 e 2 a cada iteração, mostramos nas Figuras 10a e 11a o relevo verdadeiro do perfil $P_2 - P_2'$ e as cinco primeiras iterações de ambos os métodos aplicados aos dados contaminados com ruído. As Figuras 10b e 11b mostram em percentual, para

ambos os métodos, a diferença entre o relevo verdadeiro e o estimado em cada ponto do perfil.

Figura 10 – a) Relevo verdadeiro (linha preta) perfil $P_2 - P_2'$ e Relevos estimados pela inversão gravimétrica 3D do Método 01 nas cinco primeiras iterações (Figura 08) **b)** Diferença em percentual entre o relevo verdadeiro e os estimados nas cinco primeiras iterações do Método 01.



a) Relevo verdadeiro e as estimativas das cinco primeiras iterações do Método 01



b)

Diferença entre Relevo verdadeiro e o estimado nas cinco primeiras iterações do Método 01

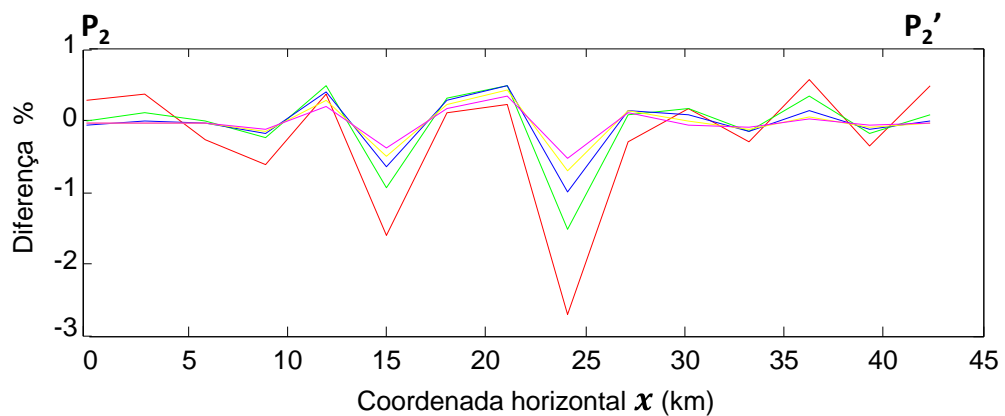
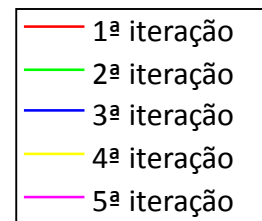
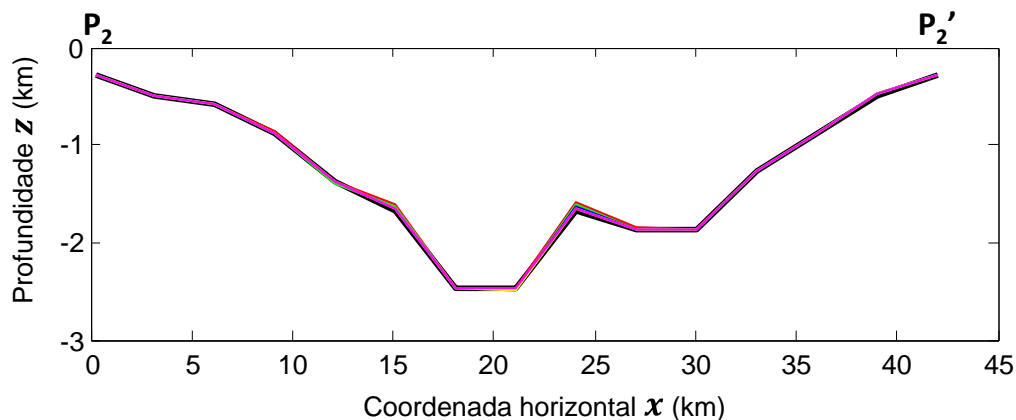


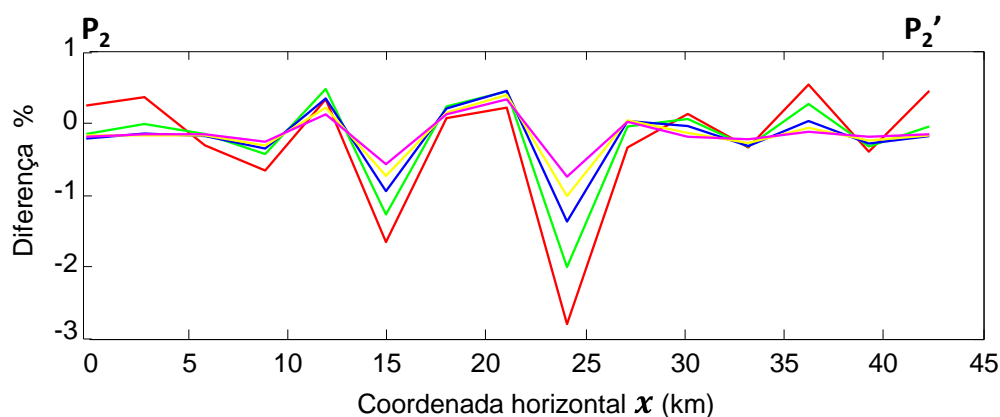
Figura 11 – a) Relevo verdadeiro (linha preta) perfil $P_2 - P_2'$ e Relevos estimados pela inversão gravimétrica 3D do Método 02 nas cinco primeiras iterações (Figura 08) b) Diferença em percentual entre o relevo verdadeiro e os estimados nas cinco primeiras iterações do Método 02.



a) Relevo verdadeiro e as estimativas das cinco primeiras iterações do Método 02



b) Diferença entre Relevo verdadeiro e o estimado nas cinco primeiras iterações do Método 02



Note que, conforme descrito na metodologia, as estimativas da primeira iteração em ambos os métodos é exatamente a mesma (Linha vermelha contínua Figura 10b e 11b). Comparando-se as Figuras 10b e 11b nota-se que em ambos os métodos a diferença entre o relevo verdadeiro e o relevo ajustado vai diminuindo monotonicamente a cada iteração. Pode-se dizer que a cada iteração as correções envolvendo procedimento de inversão do Método 1 são tão efetivas quanto as correções de adição iterativa do Método 2. No entanto, vale ressaltar que o Método 02 é mais eficiente, visto que demanda menor tempo computacional, embora necessite de maior número de iterações para satisfazer ao mesmo critério de parada do Método 01 (condição dada pela inequação 28).

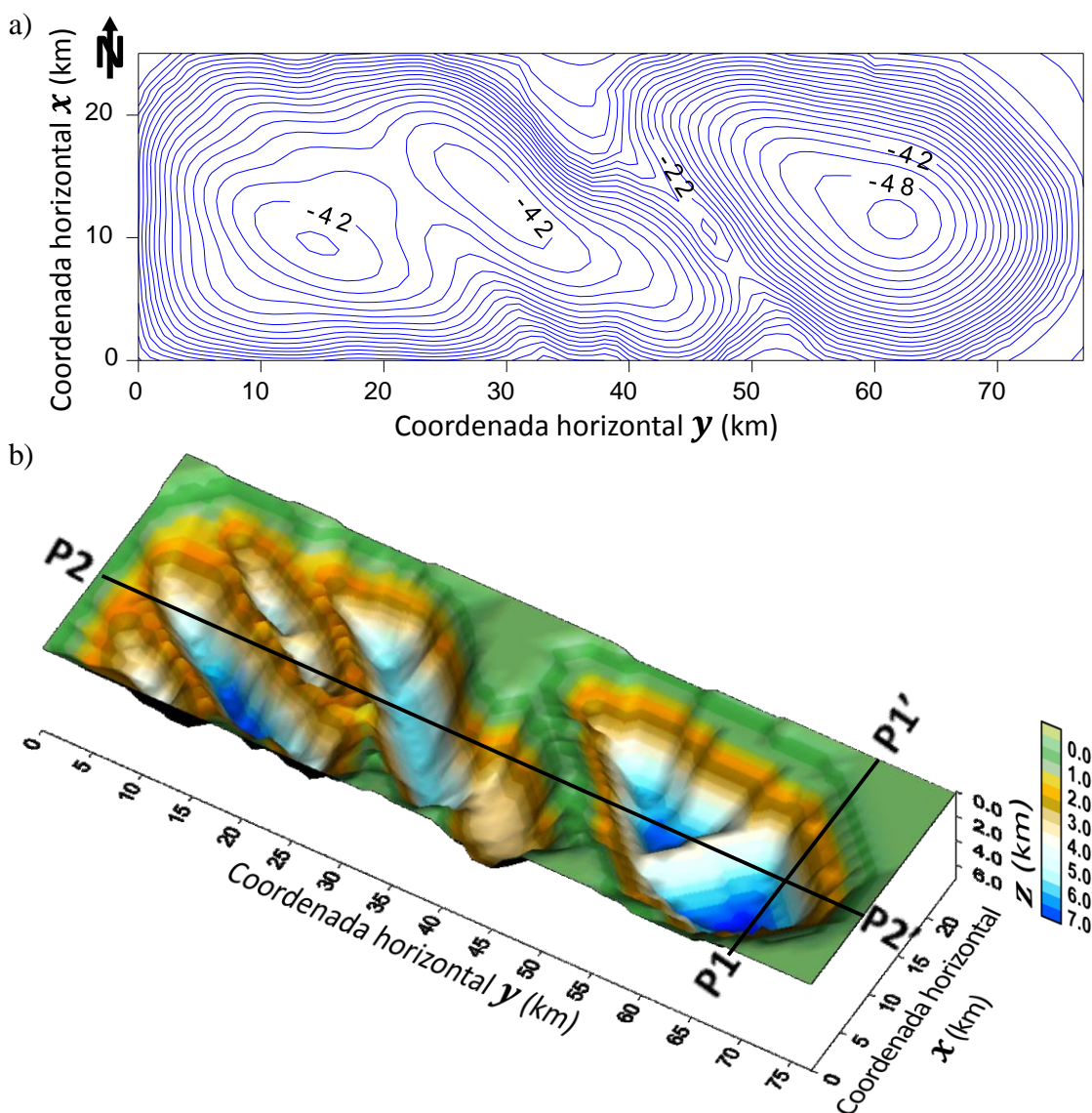
Relevo Complexo

Para avaliarmos o desempenho dos métodos propostos em ambientes mais realísticos e complexos que os testados anteriormente, simulamos uma bacia em que o pacote sedimentar cobre um embasamento com complexo arcabouço estrutural fortemente controlado por uma sucessão de falhas que segmentam o relevo do embasamento em um mosaico estrutural com baixos e altos estruturais.

A Figura 12a mostra a anomalia Bouguer (linhas contínuas azuis) contaminada por ruído produzida pelo relevo do embasamento de uma bacia sedimentar sintética simulada na Figura 12b. Esta anomalia foi gerada em uma malha regular de 26×78 com 2028 pontos regularmente espaçados de 1 km em ambas as direções x e y (norte-sul e leste-oeste, respectivamente). Foi adicionada a cada uma das anomalias teóricas a realização de uma variável pseudo aleatória Gaussiana com média nula e desvio padrão de 0,1 mGal. A Figura 12b mostra vista em perspectiva das profundidades do relevo do embasamento verdadeiro. Presumimos constante o contraste de densidade $\Delta\rho$ entre o pacote sedimentar e o embasamento e igual a $-0,4 \text{ g/cm}^3$.

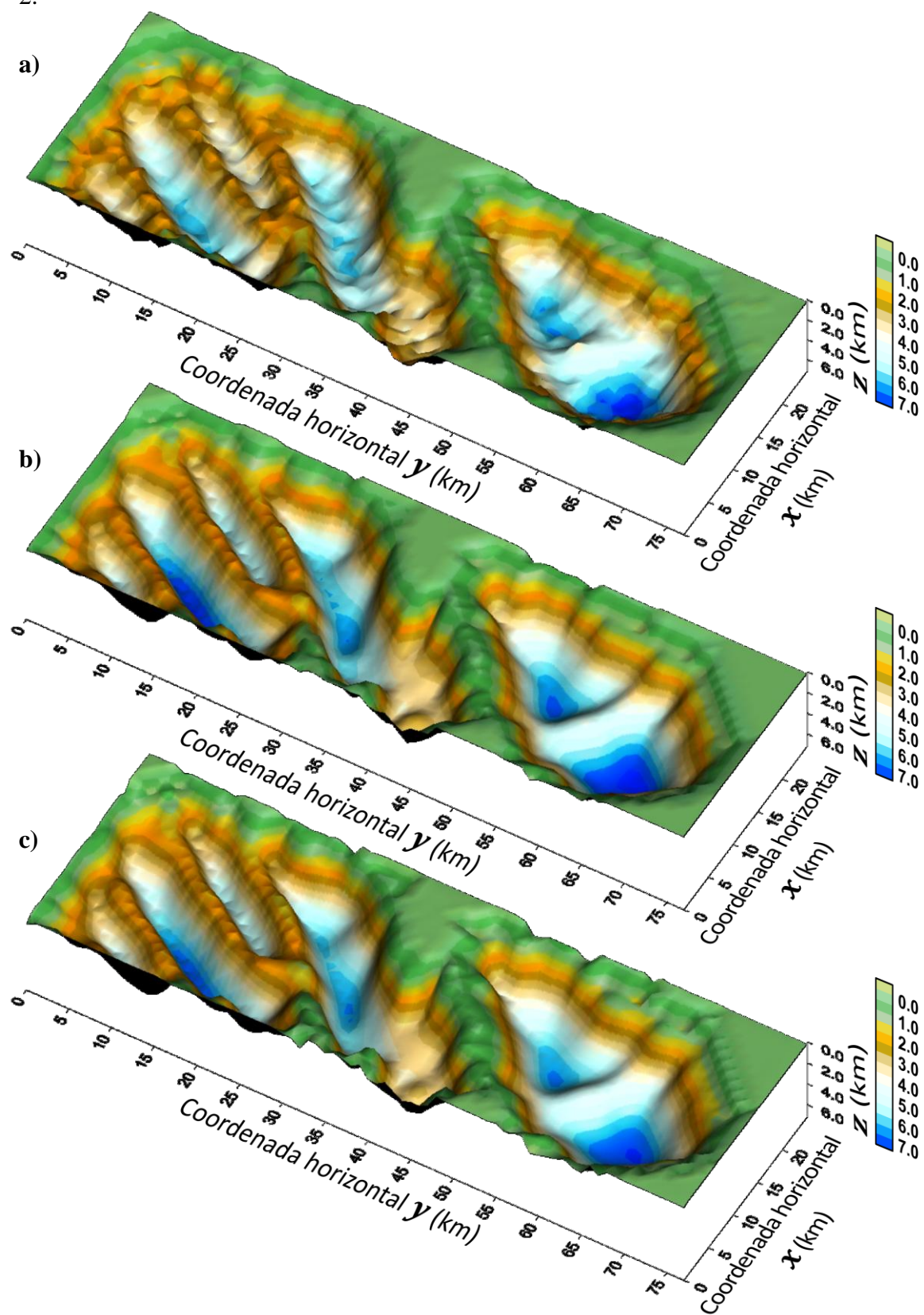
A Figura 13 mostra os relevos estimados do embasamento da bacia simulada na Figura 12. As Figuras 13a, 13b e 13c mostram os relevos do embasamento estimados via Inversão não linear (BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997), Método 1 e Método 2, respectivamente.

Figura 12 - a) Anomalia Bouguer (linhas contínuas azuis) contaminada por ruído pseudo aleatório produzida pelo relevo do embasamento da bacia simulada em b). **b)** Vista em perspectiva das profundidades do embasamento da bacia sedimentar simulada.



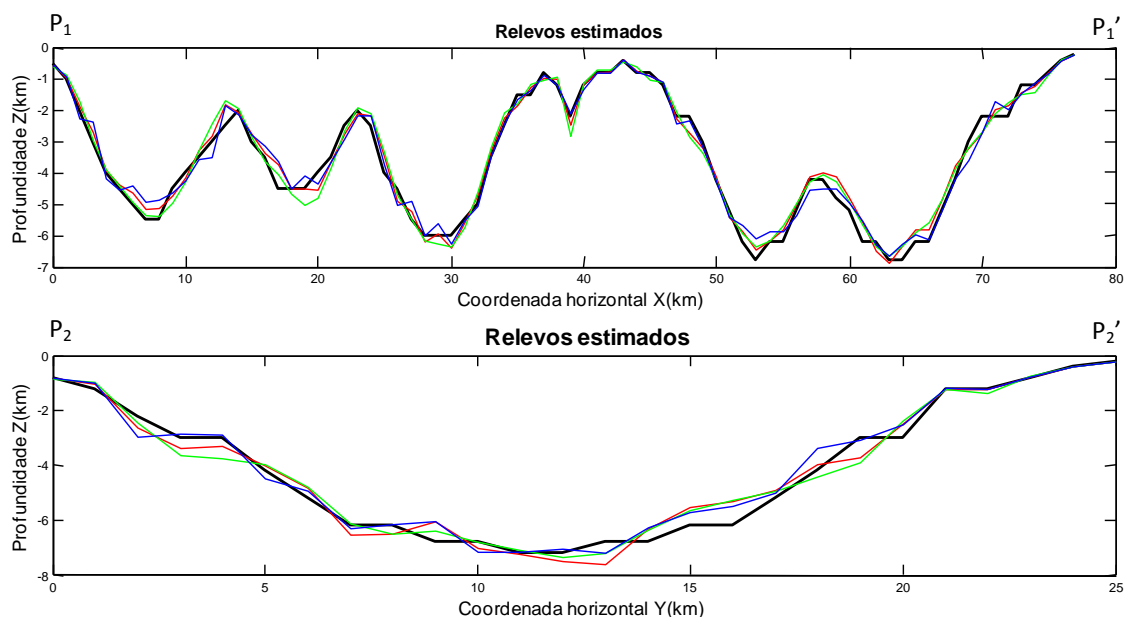
Note que é impossível inferir, analisando-se apenas a anomalia gravimétrica (Figura 12a), a existência de dois baixos estruturais a leste da bacia simulada nem a existência de quatro sub-bacias com direção noroeste-sudeste na porção oeste. Esta anomalia mostra apenas a existência de duas regiões distintas caracterizadas por dois baixos gravimétricos separados por um único alto gravimétrico isolado.

Figura 13 - a) Relevo do embasamento estimado, da bacia simulada na Figura 14, via Inversão não linear. b) Relevo estimado via Método 1. c) Relevo estimado via Método 2.



Analisamos com maior precisão a eficácia dos três métodos em recuperar o relevo simulado complexo e profundo através da plotagem dos perfis $P_1 - P_1'$ em X e $P_2 - P_2'$ em Y , na Figura 14.

Figura 14 – Relevo verdadeiro (linha preta) perfis $P_1 - P_1'$ e $P_2 - P_2'$ e Relevos estimados pela inversão gravimétrica 3D do Método 1 (linha verde), do Método 2 (linha vermelha) e da inversão não linear (linha azul).



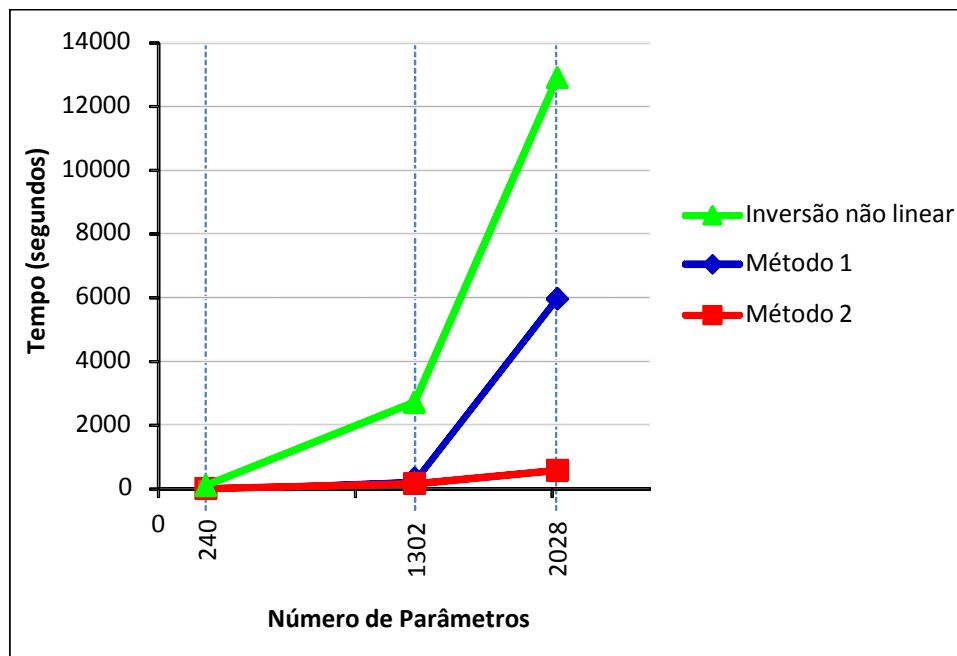
Novamente nota-se a eficácia dos três métodos na recuperação do relevo do embasamento para o modelo testado, caracterizado por porções profundas e por um relevo complexo.

3.2 AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS MÉTODOS

Comparamos a eficiência dos três métodos de inversão apresentados, o de inversão não linear, o que aplica procedimentos de inversão linear e correção iterativa com inversão (Método 1) e o que aplica procedimentos de inversão linear e correção iterativa aditiva (Método 2). Utilizamos três modelos de bacias sedimentares sintéticas, o modelo com 240 parâmetros do teste relevo simples, outro modelo com 1302 parâmetros (resultados não apresentados) e o modelo do teste relevo complexo com

2028 parâmetros. A Figura 15 mostra o tempo em segundos consumido por cada um dos 3 métodos para estimar os parâmetros de cada modelo.

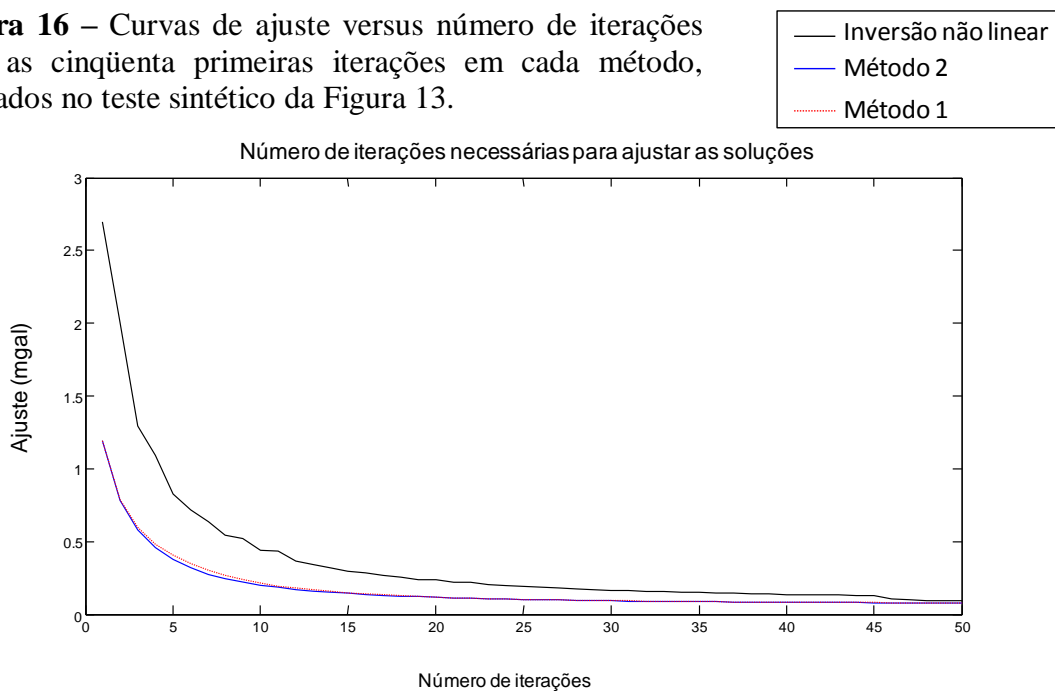
Figura 15 - Tempo de processamento em segundos consumido pelos procedimentos de inversão não linear e dos Métodos 1 e 2 para estimar, 240, 1302 e 2028 parâmetros.



O gráfico da Figura 15 mostra que o Método 2 (linha vermelha) é o mais eficiente, e que a inversão não linear (linha verde) é o mais dispendioso computacionalmente, enquanto que o Método 1 (linha azul) tem desempenho intermediário, mas guarda a vantagem, como a inversão não linear, da possibilidade de introdução de informação a priori via funcional regularizador.

Comparamos também o comportamento de cada método, inversão não linear, Método 1 e Método 2, quanto ao ajuste dos dados (equação 04) a cada iteração, no teste sintético do relevo complexo e profundo. A Figura 16 mostra um gráfico com as curvas de ajuste versus número de iterações para as 50 primeiras iterações de cada um dos métodos.

Figura 16 – Curvas de ajuste versus número de iterações para as cinquenta primeiras iterações em cada método, aplicados no teste sintético da Figura 13.



O gráfico da Figura 16 mostra que as curvas do ajuste versus número de iterações produzidas pelo Método 2 (linha azul) e pelo Método 1 (linha vermelha pontilhada) são muito próximas entre si, sendo que o Método 2 converge ligeiramente mais rápido (até as proximidades da 15ª iteração). O gráfico mostra também que o ajuste dos Métodos 1 e 2 nas primeiras iterações é menor que o da inversão não linear.

3.3 APLICAÇÃO A DADOS REAIS

Neste capítulo os três métodos foram aplicados ao conjunto de dados gravimétricos da Bacia do Recôncavo, Bahia, Brasil.

Bacia do Recôncavo

Segundo Beisl e Almeida.(1996) a Bacia do Recôncavo compõe o ramo sul do *rift* Recôncavo-Tucano-Jatobá associado à abertura do Atlântico Sul e cobre uma área de aproximadamente 11.500 km². Originou-se no período do Mesozóico, mais especificamente no Jurássico. Seu maior preenchimento sedimentar ocorreu no Cretáceo Inferior e Médio. É classificada como uma bacia do tipo *onshore* half graben. Suas camadas sedimentares apresentam mergulho regional para SE, sendo compostas por

sequências pré, sin e pós-*rift*. O estágio pré-*rift* é caracterizado pela instalação de uma depressão onde se depositaram sedimentos dominados por processos continentais. O relevo do embasamento apresenta sistemas de falhas escalonadas, associadas às fases *rift* e pré-*rift*. A espessura estimada da seção sedimentar preservada na bacia do Recôncavo é de aproximadamente 6.900 m na porção mais profunda.

A bacia do Recôncavo está separada da Bacia de Tucano a N e NW pelos altos de Aporá e Dom João. Seu limite leste está associado ao sistema de falhas de Salvador, que corresponde ao sistema mais expressivo da bacia. Ao sul está separada pela ilha de Itaparica (falha da barra). O sistema de falhas de Maragogipe limita a Bacia a oeste e o Horst block (falha de salvador) na sua fronteira oriental.

A Figura 17 mostra o mapa geológico simplificado da Bacia do Recôncavo indicando sua Localização, seus limites e arcabouço estrutural, mapeado ao nível da seção pré-*rift*, segundo Milhomem et al. (2003).

Figura 17 - Localização, limites e arcabouço estrutural da bacia do Recôncavo.

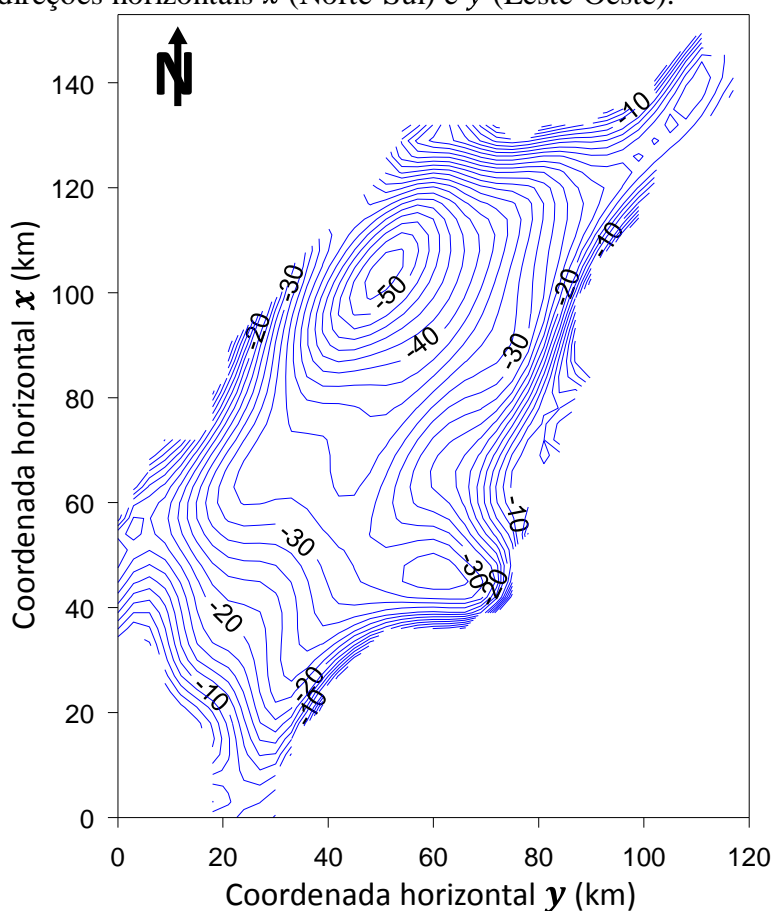


Fonte: Menezes, 1990.

Estimativa do Relevo do embasamento

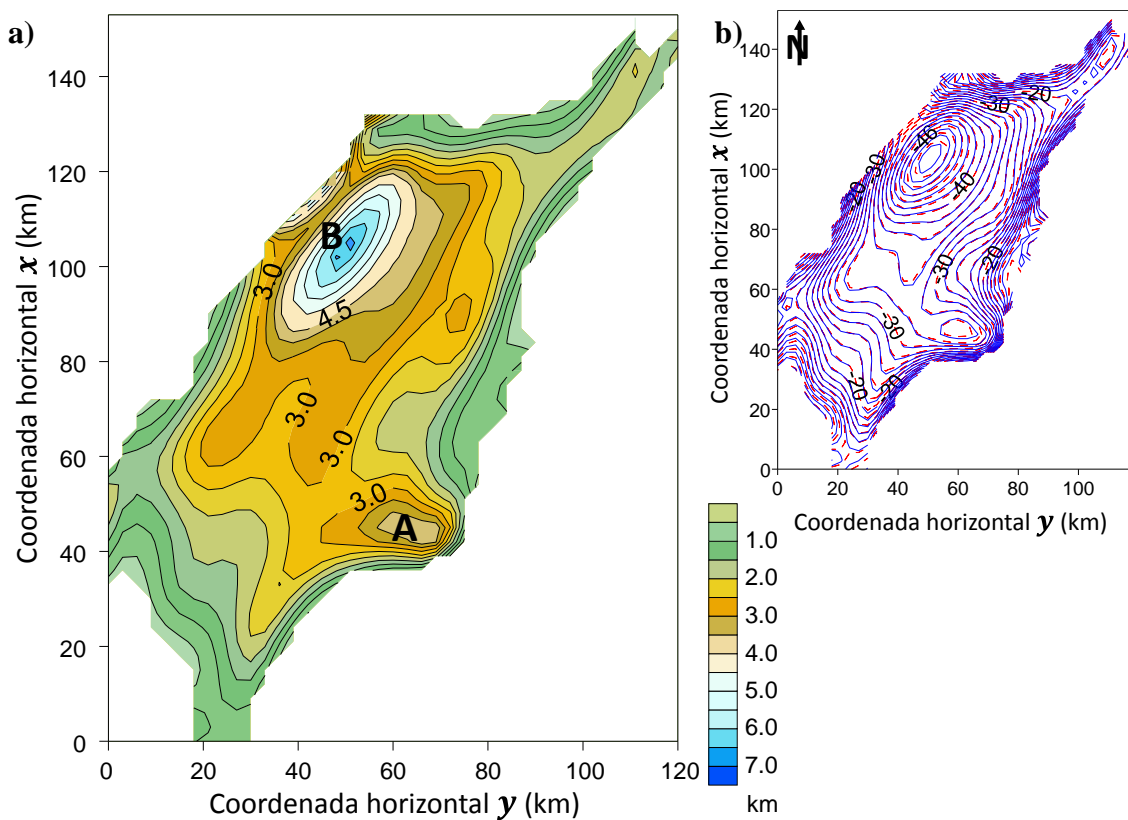
A Figura 18 mostra o mapa de contorno da anomalia gravimétrica produzida pelo pacote sedimentar que cobre o relevo do embasamento da Bacia do Recôncavo (MENEZES, 1990) interpolado de uma malha regularmente espaçada de 3 km nas direções horizontais x e y (Norte-Sul e Leste-Oeste respectivamente).

Figura 18 - Mapa de contorno em linhas contínuas azuis da anomalia gravimétrica produzida pelo pacote sedimentar que cobre o relevo do embasamento da Bacia do Recôncavo (MENEZES, 1990) interpolado de uma malha regularmente espaçada de 3 km nas direções horizontais x (Norte-Sul) e y (Leste-Oeste).



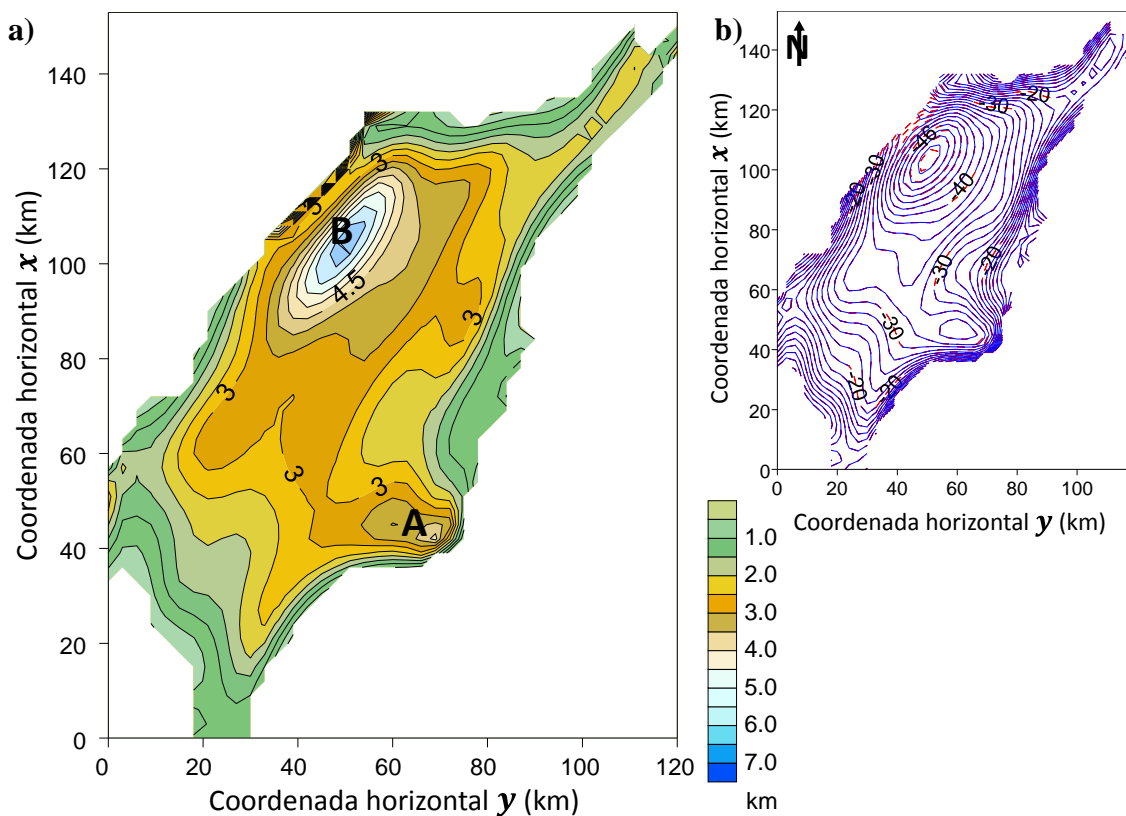
Estimamos o relevo do embasamento da Bacia do Recôncavo utilizando os três Métodos descritos. Presumimos um contraste de densidade efetivo e constante entre o pacote sedimentar e o embasamento $\Delta\rho$ igual a $-0,26 \text{ g/cm}^3$ (BARBOSA, SILVA e MEDEIROS, 1997). A Figura 19 mostra o mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo e a correspondente anomalia ajustada pelo método de inversão não linear de Barbosa, Silva e Medeiros (1997), Inversão não linear.

Figura 19 – a) Mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo pela Inversão não linear. Os símbolos **A** e **B** indicam os Baixos de Camaçari e Baixo de Alagoinhas, respectivamente. b) Anomalia gravimétrica em linhas contínuas azuis e anomalia ajustada em linhas tracejadas vermelhas.



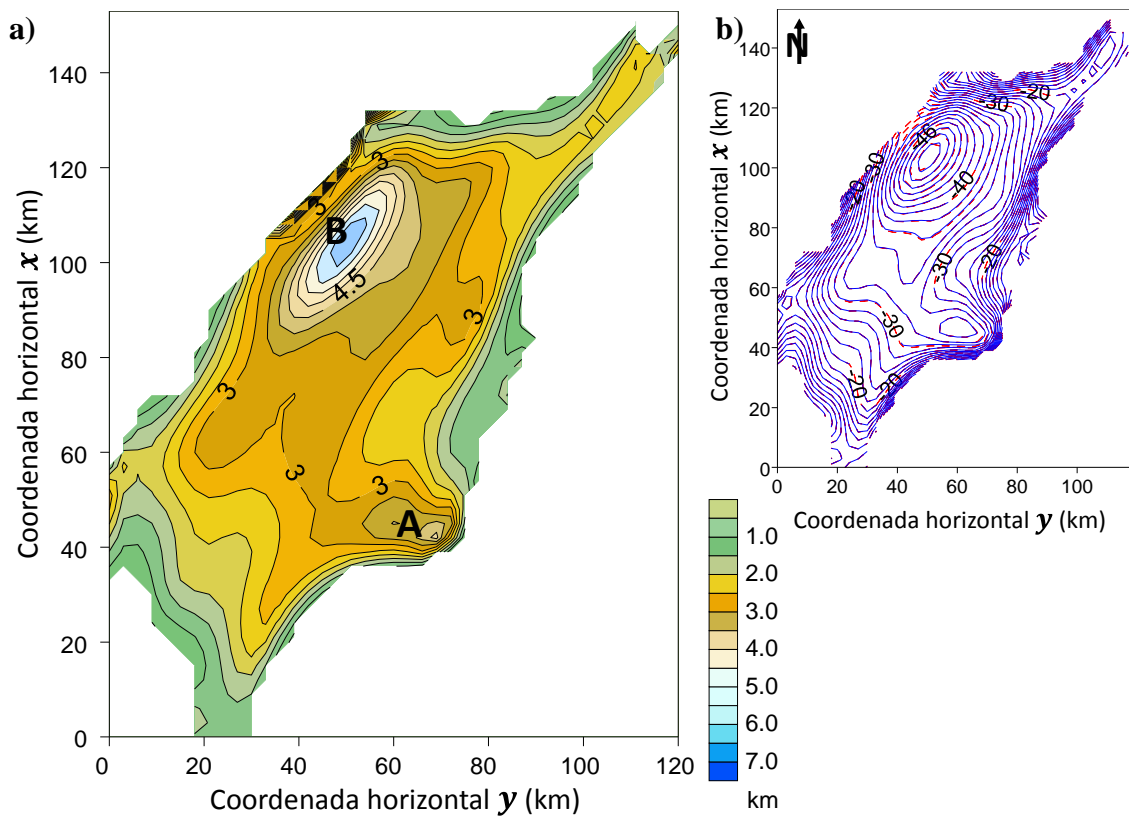
A Figura 20 mostra o mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo pelo Método 1 e a correspondente anomalia ajustada.

Figura 20 – a) Mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo pelo Método 1. Os símbolos **A** e **B** indicam os Baixos de Camaçari e Baixo de Alagoinhas, respectivamente. b) Anomalia gravimétrica em linhas contínuas azuis e anomalia ajustada em linhas tracejadas vermelhas.



A Figura 21 mostra o mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo pelo Método 2 e a correspondente anomalia ajustada.

Figura 21 – a) Mapa de contorno do relevo do embasamento estimado da Bacia do Recôncavo pelo Método 2. Os símbolos **A** e **B** indicam os Baixos de Camaçari e Baixo de Alagoinhas, respectivamente. b) Anomalia gravimétrica em linhas contínuas azuis e anomalia ajustada em linhas tracejadas vermelhas.



Note que os relevos estimados pelos três métodos recuperaram feições muito semelhantes, como o depocentro indicado pelo símbolo **A** nas Figuras 19a, 20a e 21a (Baixo de Camaçari). A profundidade máxima estimada também é bastante semelhante, sendo maior que 6500 m nos três casos. Uma comparação mais minuciosa destes relevos estimados mostra que a principal diferença ocorre próximo ao Baixo de Alagoinhas, indicado pelo símbolo **B** nas Figuras 19a, 20a e 21a. Esta feição é muito semelhante nos relevos estimados pelos Métodos 1 e 2, mas ligeiramente diferentes na estimativa da Inversão não linear.

4 CONCLUSÃO

Propomos dois novos métodos de inversão não linear utilizando procedimentos de inversão linear para estimar o relevo do embasamento de bacias sedimentares. Para avaliarmos o desempenho destes dois métodos propostos, apresentamos também o método de inversão não linear.

Realizamos testes sintéticos simulando relevos do embasamento complexo e simples. Em ambos os casos evidenciamos a eficácia dos métodos propostos e da inversão não linear para a recuperação de relevos simulados simples e rasos e complexos e profundos. Neste caso, os procedimentos de inversão dos três métodos foram capazes de recuperar o relevo mesmo não havendo relação direta da forma da anomalia gravimétrica com a do relevo.

Destacamos a vantagem quanto à eficiência que cada um dos métodos propostos apresenta por serem computacionalmente menos dispendiosos que a inversão não linear. Esta eficiência pode ser a diferença entre a possibilidade e a impossibilidade computacional de se proceder à inversão gravimétrica em levantamentos com grande volume de dados. O método mais rápido é o que chamamos Método 2 (inversão utilizando procedimentos de inversão linear seguida de correções iterativas aditivas). A partir da primeira iteração aditiva, por causa da simplicidade na formulação, este método não incorpora formalmente nenhum vínculo ou regularizador, antes, vale-se da suavidade já contida nos dados. O Método 1 (inversão utilizando procedimentos de inversão linear em iterações) não é tão rápido quanto o Método 2 mas permite a introdução a cada iteração de um vínculo à informação geológica a priori.

Como outras possibilidades de aplicação, sugerimos a introdução de vínculo ao Método 1 que incorpore informação a priori de que o relevo a ser estimado é abrupto. O que pode ser obtido minimizando-se o funcional de suavidade pela norma um. Este procedimento é conhecido como Variação Total.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. Gravity inversion of basement relief using approximate equality constraints on depths. **Geophysics**, v. 62, p. 1745–1757, 1997.
- BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E. Gravity inversion of a discontinuous relief stabilized by weighted smoothness constraints on depth. **Geophysics**, v. 64, p. 1429-1438, 1999.
- BEISL, C. H.; ALMEIDA FILHO, R. Utilização do geoprocessamento para integração de dados Geológicos, geofísicos e de sensoriamento remoto, no Nordeste da bacia do recôncavo – Bahia. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SENSORIAMENTO REMOTO, 8., 1996, Salvador. **Anais...** Salvador: INPE, 1996. p. 605-606.
- BLAKELY, R. J. **Potential Theory in Gravity and Magnetism Applications**. Cambridge University Press, 1996.
- BOTT, M. H. P. The use of rapid digital computing methods for direct gravity interpretation of sedimentary basins. **Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society**, v. 3, p. 63–67, 1960.
- BRAILE, L. W.; KELLER G.R.; PEEPLES, W. J. Inversion of Gravity Data for Two-Dimensional Density Distributions. **Journal Geophysical Research**, v. 79, n°14, 1974.
- BRUHN C.H.L. & DE ROS L.F. 1987. Formação Sergi: evolução de conceitos e tendências na geologia de reservatórios. Boletim de Geociências da Petrobras, 1(1): 25-40.
- CHAKRAVARTHI, V.; SUNDARARAJAN, N. 3D gravity inversion of basement relief - A depth-dependent density approach. **Geophysics**, v.72, p.I23-I32, 2007.
- CHAVEZ, R. E.; GARLAND, G. D. Linear inversion of gravity data using the spectral expansion method. **Geophysics**, v.50, p.820-824, 1985.
- CORBATÓ, C. E. A least-squares procedure for gravity interpretation. **Geophysics**, v.30, p.228-233, 1965.
- EL-BATROUKH, S. I.; ZENTANI, A. S. Gravity interpretation of Raguba field, Sirte basin, Libya. **Geophysics**, v.45, p.1153-1163, 1980.
- GIMENEZ, M. E.; MARTINEZ, M. P.; JORDAN, T.; RUÍZ, F.; KLINGER, F. L. Gravity characterization of the La Rioja Valley Basin, Argentina. **Geophysics**, v.74, p.B83-B94, 2009.
- KIENIEWICZ, P. M.; LUYENDYK, B. P. A gravity model of the basement structure in the Santa Maria Basin, California. **Geophysics**, v.51, p.1127-1140, 1986.
- LITINSKY, V. A. Concept of effective density: Key to gravity depth determinations for sedimentary basins. **Geophysics**, v.54, p.1474-1482, 1989.
- MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. **Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics**, v. 2, p. 601–612. 1963.

MARTINS, C. M.; BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C. Simultaneous 3D depth-to-basement and density-contrast estimates using gravity data and depth control at few points. **Geophysics**, v.75, p.I21–I28, 2010.

MARTINS, C. M.; LIMA, W. A.; BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C. Total variation regularization for depth-to-basement estimate: Part1—Mathematical details and applications. **Geophysics**, v.76, p.I1 – I12, 2011.

MENEZES, P. T. L. **Uma nova abordagem na interpretação de anomalias gravimétricas em bacias sedimentares – exemplo Bacia do Recôncavo, Bahia, Brasil**. 1990. Tese (Doutorado em Geofísica) – Centro de Geociências, Universidade Federal do Pará, Belém, 1990.

MENEZES, P. T. L.; BARBOSA, V. C. F.; SILVA, J. B. C. Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth. **Geophysics**, v.72, p.B59-B68, 2007.

MILHOMEM, P. S.; DEMAMAN, E. J.; OLIVEIRA, F. M.; CARVALHO, M. S. S.; SOUZA-LIMA, W. Bacias sedimentares brasileiras: Bacia do Recôncavo. **Phoenix**, n. 51, 2003.

PLOUFF, D. Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections. **Geophysics**, v.41, p.727-41, 1976.

SILVA, J. B. C.; MEDEIROS, W. E.; BARBOSA, V. C. F. Pitfalls in nonlinear inversion. **Pure and Applied Geophysics**, v. 158, p. 945–964, 2001.

SILVA, J. B. C.; COSTA, D. C. L.; BARBOSA, V. C. F. Gravity inversion of basement relief and estimation of density contrast variation with depth. **Geophysics**, v.71, p.J51-J58, 2006.

SILVA, J. B. C.; OLIVEIRA, A. S.; BARBOSA, V. C. F. Gravity inversion of 2D basement relief using entropic regularization. **Geophysics**, v. 75, p. I29-I35, 2010.

TANNER, J. G. An automated method of gravity interpretation. **Geophys. J. Roy. Astr. Soc.**, v.13, p.339-347, 1967.

TIKHONOV, A. N.; ARSENIN, V. Y. Solutions of ill-posed problems. W. H. Winston & Sons. 1977.