



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

MARCIO FERNANDO DE ANDRADE MOREIRA

**MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PARAXIAL  
PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE COM  
AMPLITUDES VERDADEIRAS**

BELÉM  
2015

MARCIO FERNANDO DE ANDRADE MOREIRA

**MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PARAXIAL  
PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE COM  
AMPLITUDES VERDADEIRAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Área de concentração: Métodos Sísmicos.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz

BELÉM  
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPA

---

Moreira, Marcio Fernando de Andrade, 1984-

Migração Kirchhoff paraxial pré-empilhamento em profundidade  
com amplitudes verdadeiras / Marcio Fernando de Andrade Moreira.  
– 2015

56 f. : il. ; 29 cm

Inclui bibliografias

Orientador: João Carlos Ribeiro Cruz

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto  
de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém,  
2015.

1. Método de reflexão sísmica. 2. Imageamento Acústico. I.  
Título.

CDD 22. ed. 622.1592

---

MARCIO FERNANDO DE ANDRADE MOREIRA

MIGRAÇÃO KIRCHHOFF PARAXIAL  
PRÉ-EMPILHAMENTO EM PROFUNDIDADE COM  
AMPLITUDES VERDADEIRAS

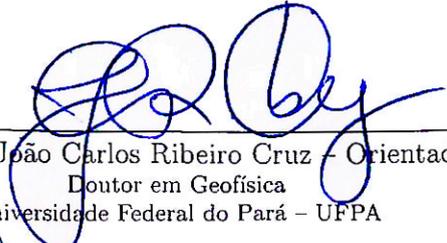
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

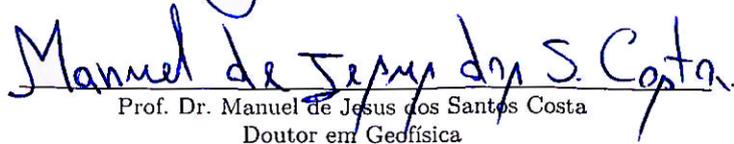
Área de concentração: Métodos Sísmicos.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz

Data de Aprovação: 31/08/2015

Banca Examinadora:

  
Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz - Orientador  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará - UFPA

  
Prof. Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará - UFPA

  
Prof. Dr. João dos Santos Protázio - Membro externo  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal do Pará - UFPA

*Aos meus pais e irmãos,  
à Sandra Suely e Jôse Any.*

## AGRADECIMENTOS

A princípio, à Causa das causas não causada. O sentido da conclusão desta trabalho, evidentemente, está fora dele mesmo - determinadas forças se uniram numa dada proporção, tornando esta produção científica real. O esquema total das possibilidades realizáveis é o *logos* divino, que necessariamente preexiste a existência da própria realidade do cosmo - Ser presente em todo o período que estive nesta Pós-graduação. O *Logos* divino se fez Carne e permitiu que eu entrasse em Comunhão com Ele. Para Ele é minha total gratidão.

Ao orientador Prof. Dr. João Carlos Ribeiro Cruz, por aceitar a minha causa. Pela competência com que direcionou, orientou e apoiou a realização desta dissertação. Sua postura exemplar de receber um aluno que necessitava de direcionamento acadêmico e oportunidade, merece ser registrada e louvada.

Aos professores Dr. João dos Santos Protázio e Dr. Manuel de Jesus dos Santos Costa pela devida ajuda, cooperação, críticas e auxílios na melhoria deste trabalho.

Ao meu amigo Ms. Antônio Rizimar Cunha por oferecer parceria, conselhos, compartilhamento de códigos e algoritmos, enfim, pela total ajuda e amizade - és um dos responsáveis para que o trabalho se concluísse.

Ao programa de Pós-graduação em Geofísica pelo ambiente criativo, pelo incentivo e infraestrutura ao longo desta jornada no mestrado, em especial a Professora Dra. Ellen de N. S. Gomes - coordenadora deste Programa de Pós-graduação - por ter proporcionado os meios necessários para alçar a maior superação de minha carreira acadêmica. Foi um enorme período de aprendizado profissional e pessoal.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo incentivo através de bolsa de estudos, que auxiliou à primeira etapa do mestrado.

À minha família, meus pais, Maria e Raimundo Moreira, e irmãos, Marcia, Mara e Marcos, que não mediram esforços para ajudar, até nos momentos mais difíceis, era por eles que recobrava as minhas motivações para finalizar todas as etapas.

À amorosa família que me acolheu, sem reservas: Sandra Suely, Jose Any Pixim, Glauci Kelly Oliveira. Não seria possível a conclusão deste trabalho sem o total auxílio destas pessoas. Outra lembrança vai para o pequeno primo Lohan Isaías, que por muitas vezes ficou sem meu convívio - por conta de minha dedicação ao trabalho.

À minha namorada, Leila Negrão, por acrescentar razão e beleza aos meus dias - toda sua forma carinhosa de dedicar motivação, força e apoio nos momentos mais difíceis, me marcou bastante. Agradeço imensamente, a família Negrão Costa - André e Gilda Costa, Andréa, Gabriela e Lígia - que nos últimos anos soube me apoiar, sempre motivando

e rezando pelo meu êxito acadêmico.

Aos amigos da pós-graduação que ajudaram a gerar um ambiente amigável de cooperação. Ao Alexandre Costa, pelo apoio incondicional, amizade e conselhos em momentos fundamentais. Ao Lelis Araújo pelo remota ajuda. Ao Jaime Collazos pelo apoio em raros momentos, e não menos importantes. Ao amigos Isis Tourinho, Marcelo Mesquita, Jorge e Iris Teruya, Alberto Ruiz, Laury Rosellon, Tiago Paulo das Chagas, Jéssica Lia, Ângela Montalvão, Diogo Lopes, Jonathas Maciel, que entre um parágrafo e outro de produção me incentivaram a melhorar ainda mais, pelo convívio alegre e incentivo constantes. Ainda os amigos, Renata Sena, Thiago Falcão, Williams Lima, Raphael Di Carlo, Anderson Almeida, Julielson Santana, Marcus Danilo, Mateus Nunes, Mayra Moreira, Amanda Santos, Safira Caldas, Leonardo Reis, Benildes de Souza, e muitos outros que estiveram presentes para a conclusão deste objetivo.

As pessoas que ajudaram ao longo deste anos de forma fiel e amiga: Natalia Herculano, Prof. Flávio Nassar, Jorge Luis Herco, Prof. Dr. David Azevedo, Prof. Dr. Francisco Neto, Wanderson Barros, Marcelly Marques e Leonardo Nunes, Lorena Carvalho, Rui Carvalho, Marcel e Girlane Nascimento, Jader Gama, entre outros, meu terno obrigado.

A todos os demais amigos que cooperaram com oração, torcida, conselho e motivação que fizeram a diferença ao longo de todos esses longos anos: Renan Ferreira, Prof. Ricardino Lassadier, Lauriano dos Anjos, Gaudia Lino, Dynabia Negrão, Igor Damasceno, Paulo Sertek, Victor Johnathan Oliveira, Ivan Conceição, Socorro e Margareth Abreu, Filipe Santos, Danielle Blanco, Mariane e Bruno Bemerguy, Allan Michel, Allynne Alvarenga, Danielle e Debora Mendes, Jessica Santos, Josafat Cardoso, Thays Luize Araújo, Rosa Brito, Andrew Pinheiro, Ananda Sousa, Reyd Dyllan, Ana Carolina Alves, Jamil Damous, Família Carvalho, Wellington Alves, Eder Augusto e Cibele Braga, Wellington Araújo, Eleiete e Reischemberg Rosa, Deivison Laurentino, Matheus Silva, Cleia Monteiro, Glauce Aquino, Bárbara Oliveira, Mayda Alethea, Victor Pinheiro, Dan Moura e Paula Moura, Damylo Maciel, Drielly Costa, Marta Pinheiro, Aline Gonçalves, JMU, entre outros, pelas alegrias, tristezas e aflições compartilhadas.

*“Sei que meu trabalho é apenas uma gota no oceano, mas sem ele o oceano seria menor.”*  
Agnes Gonxha Bojaxhiu

## RESUMO

A migração sísmica em profundidade é uma das etapas mais importantes no processo de exploração de áreas geologicamente complexas de interesse da indústria do petróleo. Para se obter uma imagem da estrutura mais realística, necessita-se de um ótimo processo de recuperação da configuração dos refletores em subsuperfície e eficiente determinação dos coeficientes de reflexão para caracterizar os reservatórios de petróleo e gás. Uma das técnicas mais utilizadas para se obter a imagem sísmica é o método de migração Kirchhoff, que pode ser muito melhorado pela utilização de pesos adequados, os quais quando aplicados às amplitudes durante o empilhamento de difrações possibilita uma estimativa dos coeficientes de reflexão. Neste trabalho, foi utilizado o método de migração Kirchhoff paraxial em profundidade 2D. Na etapa de cálculo dos tempos de trânsito faz-se uso da aproximação paraxial de segunda ordem, através da qual se pode obter uma boa aproximação dos tempos de trânsito na malha de migração. Os pesos utilizados durante a migração foram calculados usando-se as equações dinâmicas do raio e pela extrapolação para os pontos da malha de migração. Em comparação com o método Kirchhoff convencional, os resultados se mostraram bastantes satisfatórios no que diz respeito ao aumento da resolução da imagem dos refletores, bem como na obtenção dos coeficientes de reflexão. A eficiência da técnica proposta foi testada em dados sintéticos de estrutura geológica tipo anticlinal e no dado sísmico Marmousi.

**Palavras-chave:** Processamento sísmico. Migração Kirchhoff paraxial. Imageamento. Profundidade. Amplitude verdadeira.

## ABSTRACT

The seismic depth migration is one of the most important steps in the exploration of geologically complex process areas of the oil industry interest. To obtain a more realistic image of the structure, it needs is a great settings recovery process of the reflectors in the subsurface and efficient determination of reflection coefficients to characterize the oil and gas reservoirs. One of the techniques used to obtain the seismic image is the Kirchhoff migration method which can be greatly enhanced by appropriate weights, which when applied to amplitudes during the stacking diffraction provides an estimate of the reflection coefficients. In this work, we used the 2-D paraxial ray prestack Kirchhoff depth migration method. In the calculation step traveltimes makes use of second-order paraxial approximation, by which one can get a good approximation of the traveltimes in the mesh migration. The weights used during migration were calculated using the equations of dynamic radius and the extrapolation to the points of the mesh migration. Compared with the conventional Kirchhoff method, the results were quite satisfactory as regards the increase in image resolution of the reflectors as well as in obtaining the reflection coefficients. The efficiency of the proposed technique was tested on synthetic data type anticlinal geological structure and seismic data Marmousi.

**Keywords:** Seismic processing. Kirchhoff migration. Imaging. Depth. Paraxial ray. True amplitude.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação do processo sísmico de reflexão, mais especificamente, sísmica marinha. . . . .	17
Figura 2 – Ilustração de um exemplo de cobertura múltipla da técnica CDP. . . .	18
Figura 3 – Diagrama de empilhamento. Com os eixos $f$ fonte e $r$ como receptor, também $m$ ponto-médio e $h$ como afastamento. Os símbolos $\nabla$ simbolizam o traço sísmico e os $\bullet$ representam as fontes. . . . .	19
Figura 4 – Fluxograma do processamento de dados sísmicos de reflexão convencional.	20
Figura 5 – Modelo convolucional. . . . .	21
Figura 6 – Modelo básico de duas camadas plano-horizontais, no qual estão representados: a fonte $F$ ; receptor $R$ ; a velocidade na camada 1 e 2, respectivamente, $v_1$ e $v_2$ ; as profundidades das camadas $z_1$ e $z_2$ ; ângulo de incidência $\alpha_1$ e ângulo de transmissão $\alpha_2$ . . . . .	22
Figura 7 – Ilustração do princípio de Huygens, no qual uma simples abertura entre as camadas para a onda incidente, para criação de frentes de onda difratadas. . . . .	24
Figura 8 – Imagem que designa a vagarosidade inicial ( $\mathbf{p}(\theta_0, \tau_0)$ ) - seta azul - ângulo da abertura inicial ( $\theta_0$ ) e tempo de trânsito do raio central ( $\tau_0$ ); as linhas em vermelho são os parâmetros paraxial do raio ( $\mathbf{p}(\theta, \tau)$ ), bem como $\mathbf{x}(\theta, \tau)$ - estes ainda dispõem de $\delta\mathbf{p}$ e $\delta\mathbf{x}$ - suas devidas perturbações (setas verdes); em azul é exibido o raio central, que é consequência da vagarosidade ( $p(\theta_0, \tau_0)$ ) e posição ( $x(\theta_0, \tau_0)$ ) iniciais. . . . .	29
Figura 9 – Ilustração do comportamento geométrico método Runge–Kutta aplicado no traçamento de raio. . . . .	30
Figura 10 – Um afastamento de reflexão primária segue caminho SRG, do ponto de origem ( $S$ ) até o ponto do receptor ( $G$ ), por meio do ponto de reflexão ( $R$ ). Uma reflexão em afastamento nulo resulta em $S = G$ . O raio $\overline{SRG}$ é um raio paraxial. Nota-se a presença da zona de Fred em $M$ e em $R$ . . . . .	34
Figura 11 – Gráfico para demonstrar quando não há ajuste entre os pontos $R$ e $M$ , que também não rende nenhum ponto às curvas tangentes. No gráfico, o tempo de trânsito das reflexões ( $\tau_R$ ) e as difrações ( $\tau_D$ ). . . . .	35
Figura 12 – Empilhamento de difrações - tempo de trânsito das reflexões ( $\tau_R$ ) e difrações ( $\tau_D$ ) - evidenciando o ponto refletor ( $M$ ). Onde $\tau_R$ e $\tau_D$ tangentes. . . . .	36
Figura 13 – Grupo básico de parâmetros que estão presentes em uma aquisição sísmica comum que podem interferir a amplitude sísmica. . . . .	38
Figura 14 – Ilustração do conjunto de raio <b>SMG</b> , que é a junção dos dois raios <b>SM</b> e <b>GM</b> . . . . .	41

Figura 15 – Fluxograma de processamento utilizado na pesquisa de imageamento sísmico sob o método de Kirchhoff, utilizando amplitude verdadeira. . .	43
Figura 16 – Apresentação do dado sintético Marmousi, no que confere ao seu modelo de velocidade preciso. . . . .	45
Figura 17 – Dado sísmico anticlinal em afastamento comum de 100 m. . . . .	46
Figura 18 – Modelo de velocidades constante, representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal. . . . .	46
Figura 19 – Painel da migração pré-empilhamento em profundidade por traçamento paraxial e com amplitude verdadeira para o modelo sintético anticlinal. . . . .	47
Figura 20 – Gráfico que compartilha os valores de coeficientes de reflexão e amplitudes verdadeiras com afastamento comum igual a 100m. . . . .	48
Figura 21 – Apresentação da imagem do dado sintético Marmousi, no que confere ao processo Paraxial05 sem correção de amplitude ( $\omega = 1$ ). . . . .	48
Figura 22 – Modelo sintético Marmousi migrado com tempos de trânsito do processo Paraxial05 e migrado com correção de amplitude (em verdadeira amplitude). . . . .	49
Figura 23 – Modelo sintético Marmousi migrado com tempos de trânsito do processo Paraxial05 e migrado com correção de amplitude (em verdadeira amplitude) com destaque para análises dos eventos. . . . .	50
Figura 24 – Resposta ao impulso resultante dos tempos do processo Paraxial05, sem correção de amplitude. . . . .	51
Figura 25 – Resposta ao impulso resultante dos tempos do processo Paraxial05, utilizando as verdadeiras amplitudes. . . . .	51
Figura 26 – Traços sísmicos provenientes das migrações: (a) com tempos Paraxial05 sem utilização das verdadeiras amplitudes; (b) tempos Paraxial05 com função peso e amplitudes verdadeiras. . . . .	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Detalhes dos valores referentes aos parâmetros presentes no modelo Marmousi. . . . .	44
Tabela 2 – Relação dos parâmetros de caracterização do modelo de velocidade exato Marmousi. . . . .	45

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>ASPECTOS TEÓRICOS</b> . . . . .	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Métodos sísmicos</b> . . . . .	<b>16</b>
2.1.1	Aquisição sísmica . . . . .	16
2.1.2	Processamento sísmico . . . . .	18
2.1.3	Interpretação . . . . .	21
2.1.3.1	<i>Lei de Snell na reflexão</i> . . . . .	21
<b>2.2</b>	<b>Equação acústica da onda</b> . . . . .	<b>22</b>
<b>2.3</b>	<b>Teoria do raio</b> . . . . .	<b>23</b>
2.3.1	Equação iconal . . . . .	26
2.3.2	Equação de transporte . . . . .	26
<b>2.4</b>	<b>Traçamento paraxial de raios</b> . . . . .	<b>27</b>
2.4.1	Traçamento cinemático e dinâmico . . . . .	27
2.4.2	Extrapolação dos tempos de trânsito . . . . .	28
<b>2.5</b>	<b>Migração Kirchhoff</b> . . . . .	<b>32</b>
2.5.1	Princípios básicos . . . . .	32
2.5.2	Integral de empilhamento das difrações . . . . .	33
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS</b> . . . . .	<b>38</b>
<b>3.1</b>	<b>Migração com amplitudes verdadeiras</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>3.2</b>	<b>Curva de tempo de difração</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>3.3</b>	<b>Filtragem</b> . . . . .	<b>40</b>
<b>3.4</b>	<b>EMPILHAMENTO DAS DIFRAÇÕES COM PESO</b> . . . . .	<b>41</b>
3.4.1	Função peso . . . . .	42
<b>3.5</b>	<b>Fluxograma de migração Kirchhoff com amplitude verdadeira</b>	<b>42</b>
<b>4</b>	<b>ASPECTOS PRÁTICOS E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo Marmousi</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>4.2</b>	<b>Resultado em um dado anticlinal</b> . . . . .	<b>44</b>
<b>4.3</b>	<b>Resultado do método Paraxial05</b> . . . . .	<b>47</b>
<b>4.4</b>	<b>Resultado em verdadeira amplitude</b> . . . . .	<b>49</b>
4.4.1	Resultado da resposta ao impulso . . . . .	50
4.4.2	Resultado do traço sísmico . . . . .	50
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>54</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Os hidrocarbonetos são atualmente, a principal fonte de energia no mundo. Presentemente, estruturas de geologia complexa, tais como domos salinos e áreas com fortes variações laterais de velocidade, estão cada vez mais ligadas aos reservatórios de hidrocarbonetos, haja vista a reserva petrolífera do Pré-Sal (Bacias de Santos, Campos e Espírito Santo) possui tais panoramas de complexidades. Por conseguinte, regiões como estas aumentam a dificuldade em imagear seus reservatórios, exigindo cada vez mais, o aperfeiçoamento e a criação de novas técnicas para o imageamento da subsuperfície.

O método sísmico é uma área da Geofísica que se destaca pelo estudo indireto da subsuperfície por meio da propagação de ondas mecânicas, dividindo-se em método sísmico de refração e de reflexão - sendo este último o mais empregado na exploração de hidrocarbonetos. Com base no tratamento dos dados sísmicos de reflexão, são estimadas imagens da subsuperfície para as devidas interpretações das estruturas de relevância à exploração de hidrocarbonetos.

O tratamento dos dados é de fundamental importância na sísmica, visto que abrange do pré-processamento - geometrização, edição, filtragem dos registros sísmicos etc. - ao processamento dos dados sísmicos e interpretação (ROBINSON; TREITEL, 1980). O processamento sísmico por sua vez, tem como objetivo principal estimar uma imagem da subsuperfície, com a mais alta qualidade possível. O procedimento que gera uma imagem sísmica, é chamado de migração sísmica (CLAERBOUT, 1985).

A migração sísmica é realizado em tempo e em profundidade. A migração em tempo é um processo ainda muito utilizado na indústria do petróleo pelo seu baixo custo computacional e pela enorme eficiência (YILMAZ, 2001). Porém, mesmo em áreas geológicas com leve variação lateral de velocidade, uma seção migrada em tempo apresenta distorções estruturais comparada ao mesmo processo feito em profundidade (CAMERON M.; FOMEL; SETHIAN, 2008). A preferência pelo imageamento no domínio da profundidade se dá pela produção de seções sísmicas mais detalhadas e precisas (FAYE J. P.; JEANNOT, 1986), ainda que aplicado em meios geologicamente complexos. Entretanto, a vantagem deste processo é contrabalanceada pelo seu alto custo computacional em relação a migração temporal.

Foi lançado por NEWMAN (1973) os primeiros conceitos para a utilização dos valores de amplitudes no processo de imageamento. Não demorou muito para a associação com a migração, como o método de recuperação de sinal com preservação de amplitude verdadeira (BORTFELD, 1982) e com a técnica Kirchhoff e aproximação tipo WBKJ, para o caso 2.5-D em campos de ondas acústicos, no referenciado trabalho de (BLEISTEIN,

1987). Depois, o problema foi revisitado em abordagem envolvendo traçamento de raio dinâmico (CERVENÝ; CASTRO M, 1993) e (HUBRAL et al., 1993a).

O trabalho de (HANITZSCH et al., 1994) veio contribuir para o comunidade científica ao ter realizado com primazia, o método de migração em modelo sintético 2D usando amplitude verdadeira (HANITZSCH et al., 1994), realizaram tal migração, ainda sendo tipo Kirchhoff - modificado através de uma função peso - aplicada no empilhamento de difração, recuperando os coeficientes de reflexão e, por conseguinte, o sinal sísmico. Há uma ligação existente da curva de difração e a localização do ponto difrator, representando-se a uma curva de difração. Ainda nesta pesquisa, ao longo da superfície de Huygens, estima-se uma função peso para um modelo 2,5D, e depois soma-se as amplitudes dos traços que cruzam a curva de difração, até abranger todas as amostras sísmicas. Também a pesquisa de (CUNHA, 2005) apresentou o método capaz de inserir os valores de amplitude de campos máximos no processo de estimar os tempos de trânsito, colaborando na aperfeiçoamento do método de imageamento Kirchhoff. E nesses três trabalhos, encontra-se o substrato necessário para realização desta pesquisa.

O corrente trabalho tem por objetivo implementar a migração pré-empilhamento em profundidade tipo Kirchhoff para o caso 2D, com uso das das amplitudes, por meio dos tempos de trânsito estimados através da teoria paraxial do raio. A pesquisa é metodologicamente, gerida por abordagem quantitativa, que direcionou até a implementação do algoritmo que realiza o cálculo das tabelas de amplitudes, indicando o avanço da pesquisa, para o caráter de avaliação qualitativa dos resultados obtidos.

Esta dissertação foi estruturada da seguinte maneira: no capítulo 2 aborda sobre os aspectos teóricos da referente temática; o capítulo 3 contém o tratamento mais específico deste trabalho e o detalhamento da metodologia estudada; no capítulo 4, exibe-se os modelos sintéticos 2D, bem como as suas propriedades; os resultados, avaliações e conclusões da aplicação de toda a metodologia, está no capítulo 5.

## 2 ASPECTOS TEÓRICOS

### 2.1 Métodos sísmicos

A subsuperfície terrestre é constituída por formações geológicas distintas entre si, que se caracterizam por discrepantes tipos de camadas de sedimentos. Essas formações apresentam propriedades físicas diferentes, dentre elas a elasticidade - diferentes velocidades de propagação de ondas elásticas. Isso faz com que a propagação das ondas também apresente velocidades desiguais, efetuando-as, de modo que quando encontram meios com tais propriedades, tenham parte de sua energia refletida, outra difratada e ainda refratada.

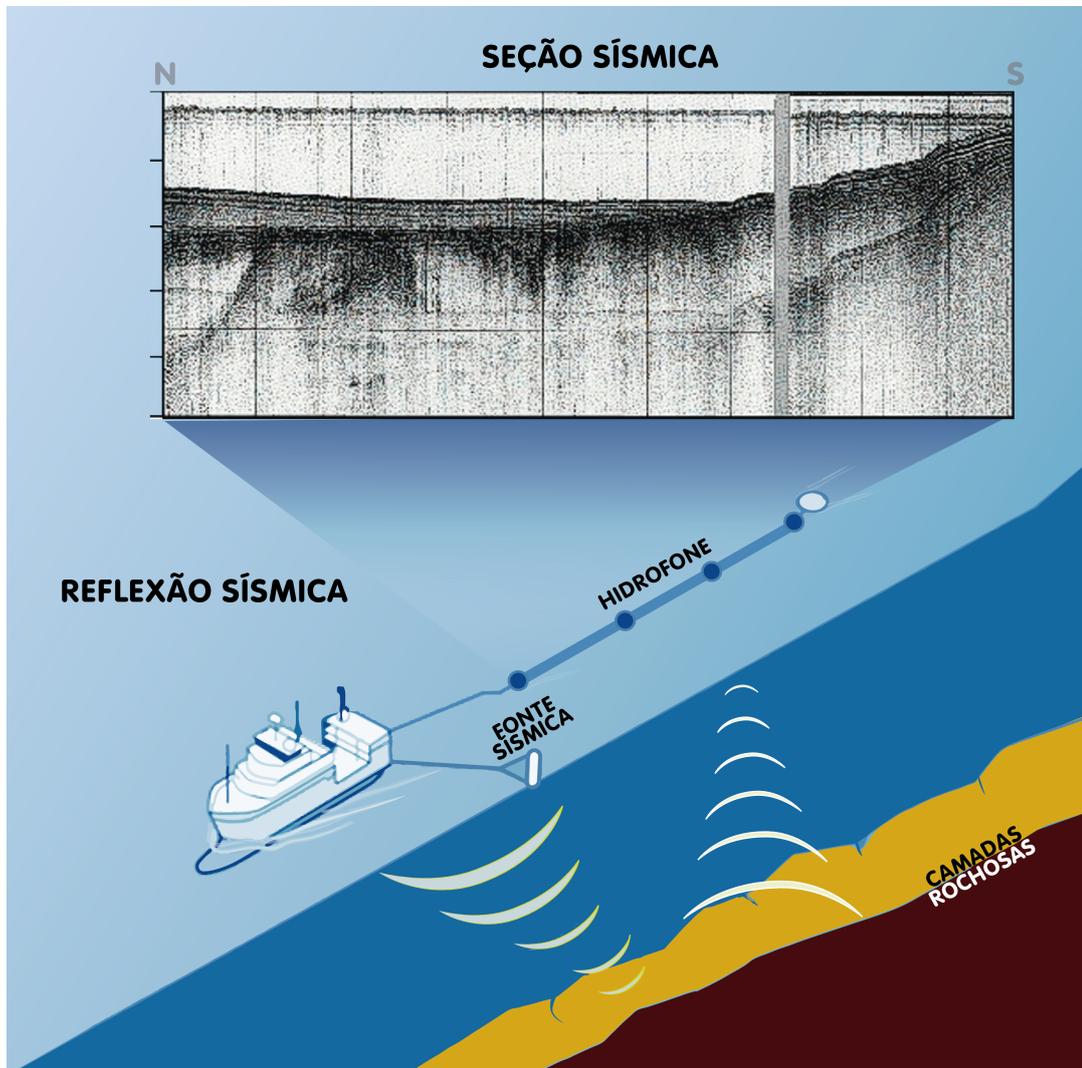
O método sísmico de reflexão, o qual fundamenta este trabalho, consiste na teoria da elasticidade, nas relações entre deformidades e tensões. Apropriando-se do conceito de velocidades de propagação de ondas elásticas. Estas ondas são em parte refletidas, em parte refratada e até difratada por conta das camadas de rochas com propriedades físicas diferentes. A parcela das ondas que sofrem a reflexão, ressurgem a superfície e são coletadas por sensores (na água hidrofones e na terra geofones) e, posteriormente, este registro é analisado minuciosamente - última etapa deste longo processo (vide Figura 1 - denomina-se processamento de dados sísmicos. Os métodos mais utilizados na prospecção de hidrocarbonetos é o da reflexão, por fornecerem maior detalhamento estrutural e propriedades físicas de meios geológicos complexos. O método sísmico de reflexão pode ser dividido em três grandes partes, principalmente, aquisição sísmica, processamento e interpretação (ROBINSON; TREITEL, 1980).

#### 2.1.1 Aquisição sísmica

Etapa efetuada com o propósito de adquirir informação plena sobre a subsuperfície de uma localidade. A aquisição pode ser realizada na superfície (ou próximo), em poços, na água e no fundo do mar. As informações são determinadas a partir de um sistema formado por um conjunto de fontes (centro de geração de ondas artificiais) e uma estação de receptores (comporta todas as informações). Alguns como o número de fontes e receptores, seu espaçamento, tipo de arranjo, fatores como o número de fontes e receptores, seu espaçamento, tipo de arranjo.

O traço sísmico é gravado por meio dos eventos geológicos (interfaces, falhas, estruturas etc.) que chegam aos receptores e são digitalizados. Uma organização em relação ao tiro (família de tiro comum) associada a um traço sísmico representa, a resposta de um conjunto de receptores às vibrações que chegam à superfície. Ocorre ainda os ruídos, que são determinados eventos indesejáveis sempre presentes nos levantamentos sísmicos - eis um dos motivos para o controle de qualidade da aquisição sísmica.

Figura 1 – Representação do processo sísmico de reflexão, mais especificamente, sísmica marinha.

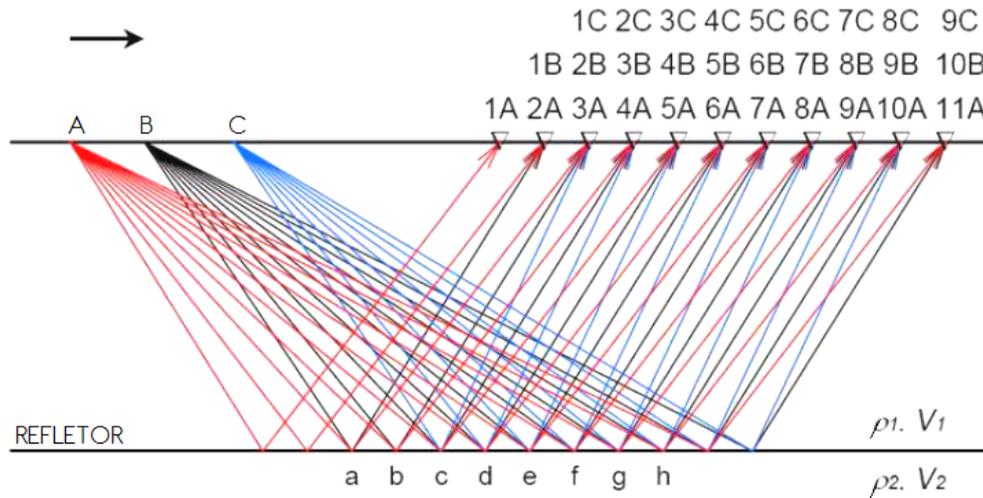


Fonte: Do autor.

A geometria de aquisição dos dados sísmicos é organizada em um padrão pré-definido. A finalidade é registrar as informações de um mesmo ponto no horizonte refletor conforme estabelece a CDP e depois é executado para um novo grupo de estações receptores, preestabelecido pela geometria de aquisição. Nota-se que pontos de refletor estão localizados na mediana entre os pares fontes-receptores (*CMP - common midpoint*, que em tradução livre: ponto-médio comum) corresponde a um CDP (*Common Depth Point*, que em tradução livre significa, ponto de profundidade em comum) no caso de modelos camadas plano horizontal e essa aproximação é evidenciada ao longo do processamento de dados sísmicos, mesmo não refletindo a maioria dos casos geológicos. A técnica CDP tem como objetivo registrar informações de um mesmo ponto num refletor mais de uma vez, como na Figura 2, na qual depois do registro de um ponto de tiro (PT), a fonte é deslocada em

valores constantes até o próximo PT, até cobrir toda a extensão da área.

Figura 2 – Ilustração de um exemplo de cobertura múltipla da técnica CDP.



Fonte: Adaptado de (MARTINS, 2001).

Para realizar uma boa aquisição e aplicar as etapas do processamento sísmico (próxima subseção 2.1.2), se faz necessário diversas opções em organizar o dado sísmico. Com isso, os traços sísmicos são definidos em várias famílias ou conjuntos de traços, conforme Figura 3. Na qual relacionam família de fonte comum ( $f$  constante,  $r$ ), família de ponto médio comum ( $m$  constante,  $h$ ), família de afastamento comum ( $m, h$  constante,  $t$ ) e família de receptor comum ( $f, r$  const.,  $t$ ).

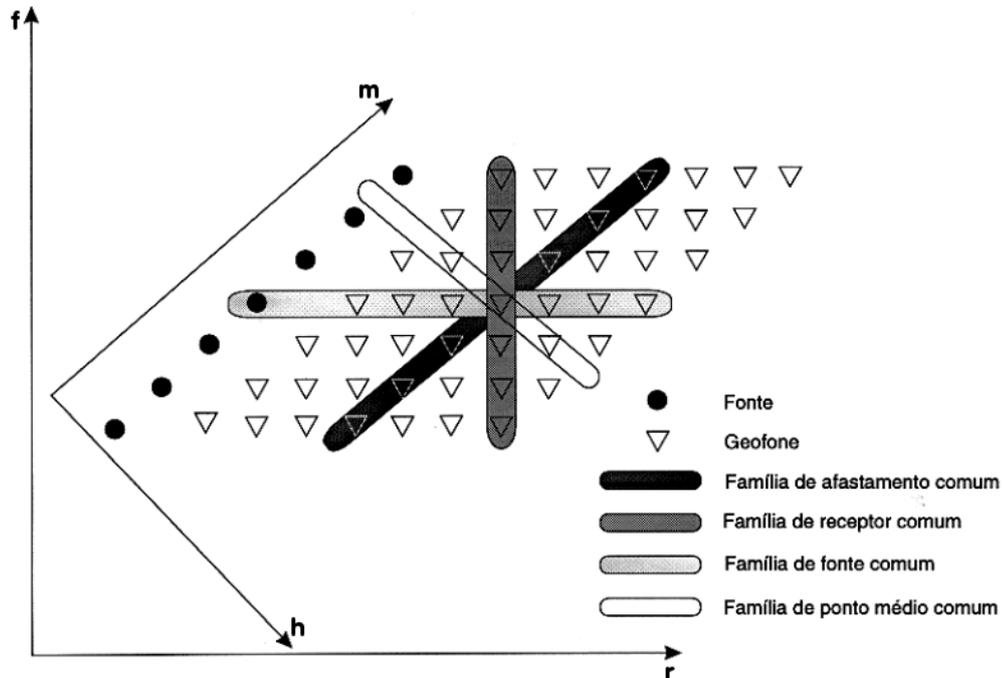
### 2.1.2 Processamento sísmico

A seção sísmica (a migração) é o objetivo do processamento sísmico. Trata-se da obtenção da imagem em subsuperfície mais realística a partir dos dados adquiridos. Dessa forma, aplica-se várias etapas para melhorar a qualidade da imagem, como na Figura 4, mostra-se algumas das principais operações e técnicas de processamento de dado convencional 2D. As principais etapas, foram relacionadas abaixo, com um breve comentário.

a) Geometria e edição – etapa em que os dados são definidos com as medidas de campo, mudança de posição de receptores, coordenadas de tiros e receptores para o cabeçalho do dado. A edição é marcada pela eliminação de traços ruidosos, registros indesejados, silenciamentos de partes dos dados etc.

b) Arranjo e ordenação – os registros são ordenados, em várias maneiras, para facilitar o processamento. Como agrupar em família CDP, CMP etc.

Figura 3 – Diagrama de empilhamento. Com os eixos  $f$  fonte e  $r$  como receptor, também  $m$  ponto-médio e  $h$  como afastamento. Os símbolos  $\nabla$  simbolizam o traço sísmico e os  $\bullet$  representam as fontes.



Fonte: Adaptado de (MARTINS, 2001).

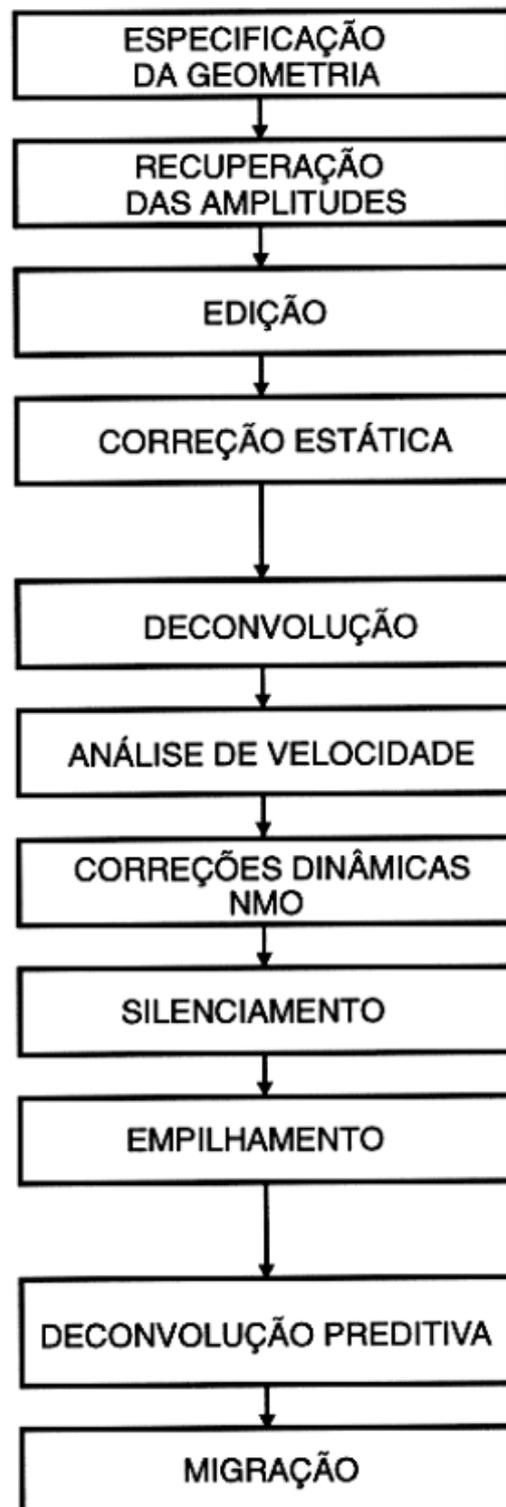
c) Análise de velocidades e Correções NMO – com os traços em família CDP, as hipérbolas de reflexão passam por uma correção de *normal move-out*,  $t_0$ . As posições serão corrigidas, procurando-se uma correção traço a traço - graças se a função de velocidade de grupo é conhecida. Com a realização desta correção NMO as hipérbolas de reflexão se tornam retas. A etapa de análise de velocidade, estima as velocidades de empilhamento dos dados ( $V_{NMO}$ ).

d) Empilhamento – é o somatório de um grupo de traços CDP, respeitando-se as posições de amostragem temporal. Um único traço sísmico é criado para cada CDP empregado. Os traços gerados formam a seção sísmica bruta, sem correções devido às grandes inclinações de refletores em subsuperfície.

e) Migração – cabe ainda antes uma deconvolução da assinatura da fonte, e finalmente, a migração dos dados que consiste em atenuar as difrações provenientes de efeitos geológicos como mergulhos, falhas, anticlinais (até então ignorados pelos processos anteriores), produzindo uma imagem estimada do dado sísmico, reposicionando todos os eventos em seus devidos lugares. A migração exige um modelo de velocidade, oriundo da etapa de análise de velocidade, muito bem feito.

Vale comentar que a ordem e o momento de aplicação destas etapas descritas varia

Figura 4 – Fluxograma do processamento de dados sísmicos de reflexão convencional.



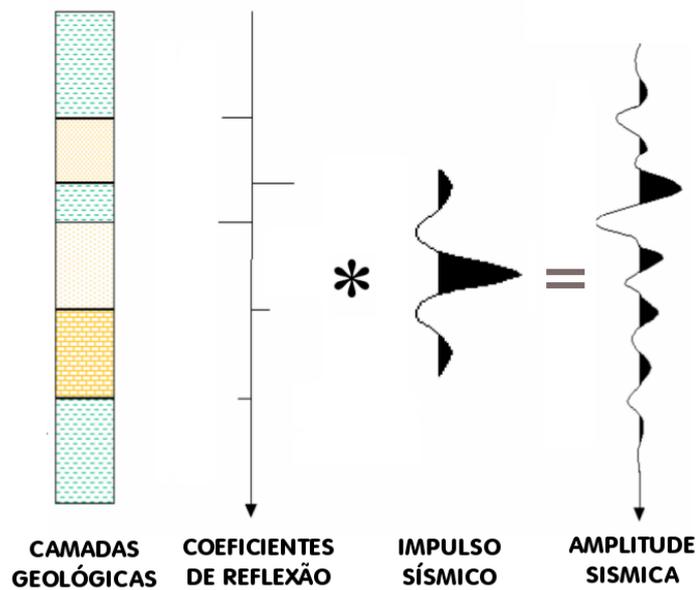
Fonte: Adaptado de (YILMAZ, 1987).

de acordo com o fluxograma de processamento e a equipe de trabalho.

### 2.1.3 Interpretação

Um horizonte sísmico se manifesta em um dado sísmico como uma série de eventos que aparecem de forma consistente no traço sísmico. O mapeamento dos refletores do conjunto de dados é uma das tarefas mais fundamentais à interpretação sísmica. A interpretação estrutural basicamente tenta identificar as camadas geológicas. A diferença de impedância acústica é proporcional a função refletividade, que por sua vez é proporcional a amplitude sísmica - Figura 5 - propriedades importantes ao intérprete, uma vez que elas acompanham à diferença de impedância acústica entre as camadas geológicas vizinhas.

Figura 5 – Modelo convolucional.



Fonte: Adaptado de (GERHARDT, 1998).

#### 2.1.3.1 Lei de Snell na reflexão

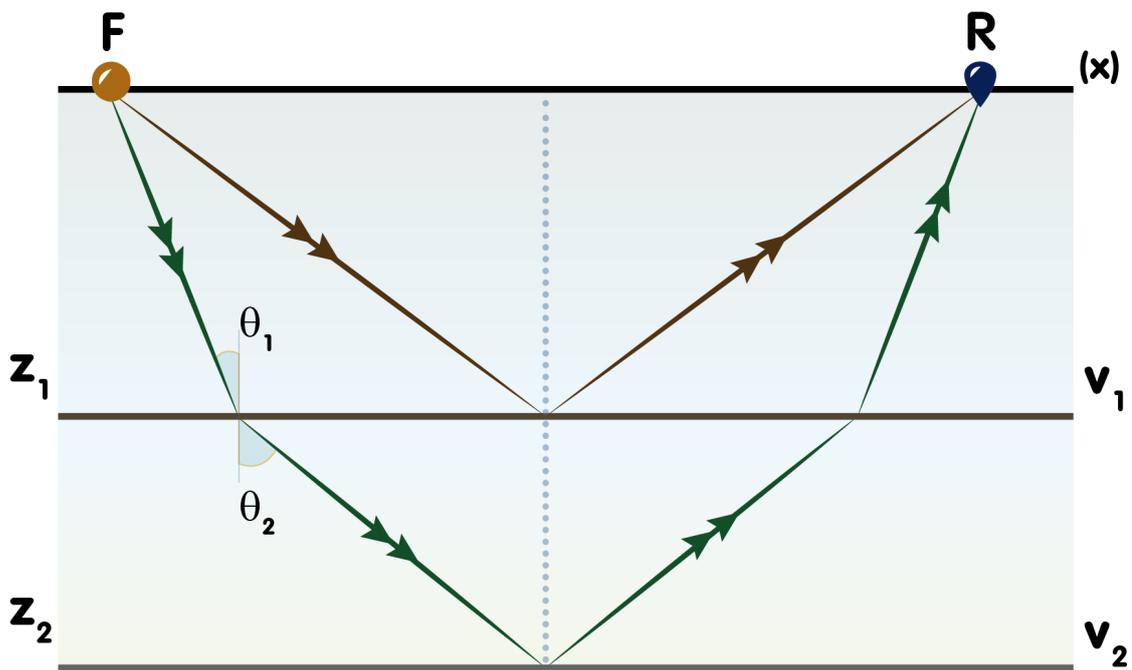
O registro dos retornos das ondas (tempo de trânsito) em diversos pontos igualmente espaçados, possibilita a estimativa das posições das interfaces e camadas que são separadas, pela impedância acústica, por exemplo, caracterizando-se meios com velocidades de propagação diferentes. Estas e outras análises são cabíveis graças a lei de Snell aplicada a reflexão, na qual um raio incidente se depara com dois meios com propriedades físicas distintas  $h_1$  e  $h_2$ , o ângulo do raio incidente  $\alpha_1$  e o ângulo do raio refletido  $\alpha_2$ , são devidamente, medidos de forma coplanar em relação à normal da interface (FASSARELLA, 2007). E de forma mais específica à reflexão - o raio que reflete em uma interface, o ângulo do raio de reflexão é igual ângulo do raio de incidência, avaliados em relação à normal:

$$\frac{\text{sen}\alpha_1}{\text{sen}\alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (1)$$

onde  $v_1$  é o valor da velocidade no primeiro meio e  $v_2$  é a velocidade da onda no segundo.

Na sismica, o tempo de reflexão da onda que sofreu a reflexão em subsuperfície, fornece informações necessárias para estimar a velocidade nas camadas e a profundidade dos refletores (como abaixo exibido na equação 2), a partir da Figura 6.

Figura 6 – Modelo básico de duas camadas plano-horizontais, no qual estão representados: a fonte  $F$ ; receptor  $R$ ; a velocidade na camada 1 e 2, respectivamente,  $v_1$  e  $v_2$ ; as profundidades das camadas  $z_1$  e  $z_2$ ; ângulo de incidência  $\alpha_1$  e ângulo de transmissão  $\alpha_2$ .



Fonte: Do autor.

Ademais, separando-se um dos raios que sofreram reflexão, (YILMAZ, 2001) mostra que o tempo de percurso desde a fonte até um determinado receptor por:

$$t^2(x) = t_0^2 + \frac{4x^2}{v^2} \quad (2)$$

onde  $t_x$  é o tempo de trânsito da onda medida no receptor (em  $x$ ),  $t_0$  tempo do afastamento nulo (*offset zero*) e  $v$  a velocidade da camada.

## 2.2 Equação acústica da onda

O comportamento das ondas sísmicas na Terra, assemelha-se ao campo de onda acústico, que após ser formado na fonte, desloca-se pelas camadas terrestres, assumindo-se um campo de pressão (SINGH; BEN-MENAHEM, 1981). A equação da onda acústica,

com a densidade constante, aplicando-se as leis de Newton e Hooke. Que descreve-se na sísmica, o campo de onda é dado por:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = C^2 \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

ou

$$\nabla^2 W - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

na qual,  $C = C(x, y, z)$  função das coordenadas espaciais; campo de onda  $W(t, x, y, z)$ ; os parâmetros acústicos de densidade, constante, e compressibilidade, foram aplicados em relação ao campo de onda na equação 4, vêm-se que:

$$\nabla \left( 1 - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 C_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2}, \frac{1}{\partial^2 C_2} \frac{\partial t^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial z^2} \right) = 0 \Rightarrow \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 C_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial z^2} &= f_1(t, x, z) \\ -\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 C_2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial z^2} &= f_2(t, x, z) \end{aligned} \quad (6)$$

Nota-se que  $\frac{\partial f_1}{\partial x} = -\frac{\partial f_2}{\partial z}$ , logo:

$$-\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 C}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = f(x, z, t), \quad (7)$$

a equação 7 está em relação a posição de equilíbrio  $x = (x, z)$ .

## 2.3 Teoria do raio

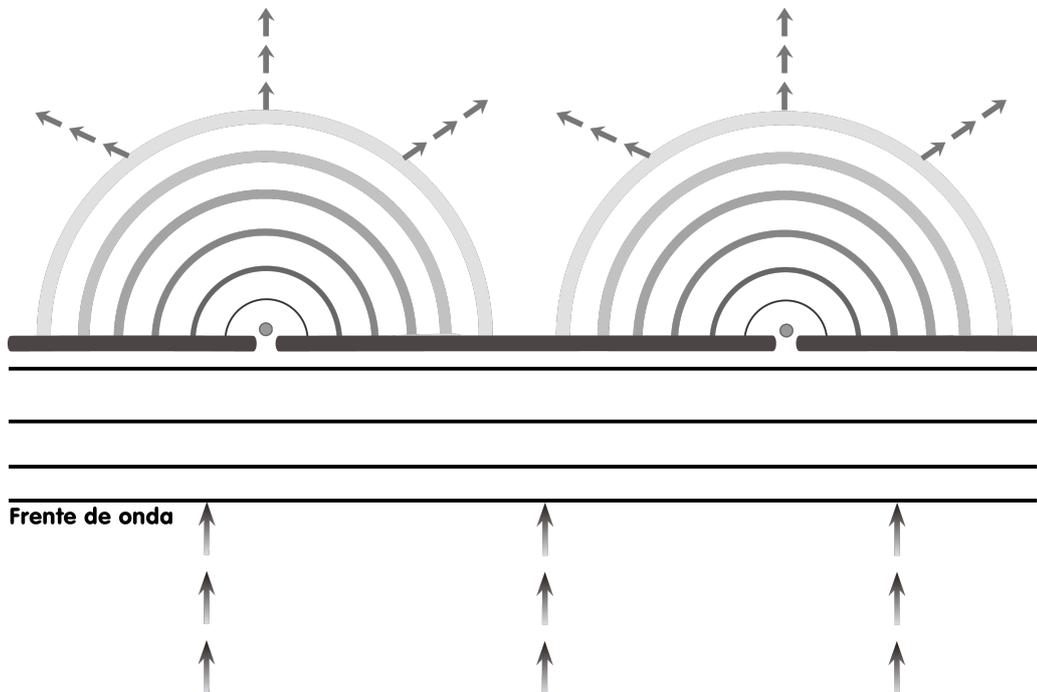
A teoria do raio sísmico calcula os tempos de trânsito às ondas que sofreram reflexão, bem como seus coeficientes, os valores das amplitudes etc. Esta teoria condiz a uma estimada solução da equação da onda, válida para altas frequências. E nesta seção foi apresentada a fundamentação teórica da teoria do raio para o caso bidimensional (2D).

Com enorme contribuição a este método, Kirchhoff aprimorou o princípio de Huygens, oferecendo estratégias eficazes para a estimativa de sismogramas sintéticos. Mesmo sendo uma teoria aplicada a óptica, vide o trabalho de Goodman (2002), que utilizou-se da equação de Helmholtz e o teorema de Green para partir da equação de onda em função do espaço, sem depender da função temporal, e chegar a integral de um campo de onda de difração. A aproximação de Kirchhoff à reflexão das ondas sísmica, consiste em todo ponto em subsuperfície tornar-se em um ponto gerador de frentes de ondas secundárias, em decorrência do campo de onda que foi incidido (Figura 7) - caso

a dimensão da abertura for proporcionalmente inferior ao comprimento de onda do raio incidente.

Portando, o princípio de Huygens, estabelece que cada ponto da frente de onda plana, em um meio homogêneo, procede como uma nova fonte pontual geradora de ondas sísmicas, além disso, segue propagando-se em todas as direções com a velocidade da onda naquele ponto - padrão de interferência construtiva. Este princípio pode ser analisado como um apoio geométrico para a construção da posição da nova frente de onda que segue, e ainda, estabelece uma modificação na direção de propagação em virtude de uma reflexão.

Figura 7 – Ilustração do princípio de Huygens, no qual uma simples abertura entre as camadas para a onda incidente, para criação de frentes de onda difratadas.



Fonte: Do autor.

A aplicação da teoria do raio na resolução da equação da onda elástica é válida se e somente se, em meios homogêneos de variações espaciais suaves, e comprimento de onda ( $\lambda$ ) seja de ordem inferior as dimensões estruturais do dado sísmico. De posse destes princípios, apresenta-se a seguir os desdobramentos mais prevalentes da teoria do raio, a partir da equação da onda na forma escalar (POPOV, 2002):

$$\nabla^2 W - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \quad (8)$$

na qual,  $W(t, x, y, z)$  é o campo de onda e,  $C = C(x, y, z)$  a função das coordenadas espaciais.

O campo de onda  $W$  tem solução do tipo:

$$W_{(t,x,y,z)} = e^{-i\omega t} U(x, y, z), \quad (9)$$

na qual  $U(x, y, z) = e^{i\omega\tau(x,y,z)}$  vem resumir o instante da frente de onda em  $e^{i\omega\tau(x,y,z)}$ . Substituindo a equação 9 em 8 - obtêm-se a equação de Holmhotz:

$$\left( \nabla^2 + \frac{\omega^2}{C^2} \right) U = 0. \quad (10)$$

Seguindo o estudo da equação 8, todavia toma-se  $U_{(x,y,z)}$  e aplica-se a primeira e segunda derivadas na equação 10, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = e^{i\omega\tau} \left( i\omega \frac{\partial \tau}{\partial x} A + \frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = e^{i\omega\tau} \left[ \left( i\omega \frac{\partial \tau}{\partial x} A + \frac{\partial A}{\partial x} \right) i\omega \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} A + i\omega \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \right] \Rightarrow \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \left[ -\omega^2 \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 A + i\omega \left( 2 \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} A \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \right] \quad (13)$$

Usando a notação:

$$\nabla \tau = \frac{\partial \tau}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \tau}{\partial z} \vec{k} \quad \therefore (\nabla \tau)^2 = \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \Rightarrow \quad (14)$$

$$(\nabla \tau, \nabla A) = \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z}. \quad (15)$$

Reescrevendo-se  $U$  como  $e^{i\omega\tau} A$  na equação 10, tem-se:

$$\left( \nabla^2 + \frac{\omega^2}{C^2} \right) U = e^{i\omega\tau} \left[ \omega^2 \left( \frac{1}{C^2} - (\nabla \tau)^2 \right) A + i\omega [2(\nabla \tau, \nabla A) + \Delta \tau A] + \nabla^2 A \right]. \quad (16)$$

As condições para a equação 16 ter resultados, são:

1) Com  $A \neq 0$  e  $\omega \neq 0$ , coleta-se solução:

$$\nabla \tau \cdot \nabla \tau = \frac{1}{C^2} \quad (17)$$

Esta equação 17 é denominada *equação iconal* (vide subseção 2.3.1), que tendo os valores da velocidade, permite-se aferir o tempo de trânsito em todos os pontos e exibindo para cada tempo de trânsito estimado, uma frente de onda, ou isócrona - com  $\tau$  constantes - admitindo-se solução numérica.

2) Apenas com  $\omega \neq 0$ , observa-se a expressão:

$$(\nabla^2 \tau) A + 2(\nabla \tau \nabla A) = 0 \quad (18)$$

Esta expressão 18 é conhecida como *equação de transporte* que possibilita estimar a amplitude do sinal por toda a extensão do raio de referência. O que é denominado como traçamento dinâmico de raios. Traremos a posterior no subitem 2.3.2.

### 2.3.1 Equação iconal

Como visto na expressão 17, a equação diferencial parcial que possui variável temporal  $t$ , que na verdade, se apresenta como tempo de trânsito. Esta é do tipo parcial e não-linear, em relação a  $\tau(\vec{x})$  (CERVENÝ, 1987). Outros autores lançaram métodos numéricos para resolvê-la (BRONSTEIN; SEMENDJAJEW, 1991), descrevendo as trajetórias de seus raios e transformando em um sistema de equações ordinárias. De forma semelhante:

$$\frac{dx_i}{d\sigma} = p_i \quad (19)$$

$$\frac{dp_i}{d\sigma} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{c^2} \Rightarrow \quad (20)$$

$$p_i = \frac{\partial \tau}{\partial x_i}; \quad (21)$$

abordagem com coordenadas cartesianas (CERVENÝ, 2001), na qual  $p_i$  é componente do vetor vagarosidade  $\vec{p} = \nabla \tau$  em coordenadas cartesianas,  $c = c(\vec{x})$  é a velocidade da onda e  $\sigma$  o parâmetro monotônico através de toda trajetória, que por sua vez,

$$\sigma = \sigma_0 + \int_{s_0}^s c(s) ds \quad (22)$$

seja as variáveis  $\sigma_0$  e  $s$ , respectivamente, parâmetro inicial do raio e comprimento do raio.

### 2.3.2 Equação de transporte

Esta equação apresentada em 18, possibilita a análise da variação espacial da amplitude e tem como variável  $A(\vec{x})$ , amplitude da onda (CERVENÝ, 2001):

$$\frac{2}{c^2} \frac{\partial A}{\partial \sigma} + \frac{A}{cJ} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{J}{c} \right) = 0, \quad (23)$$

na qual  $J$  é o jacobiano do raio - exercendo a mudança de coordenadas do raio  $\sigma$ ,  $\gamma$  - tendendo a zero as singularidades (ou pontos de cáusticas, que geram complicações numéricas na etapa dinâmica da onda):

$$J = \frac{1}{c} \left| \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(\sigma, \gamma_1)} \right|, \quad (24)$$

expressão 24 como interpretação da densidade do campo do raios. Que no trabalho de COSTA (2012), fora solucionada por separação de variáveis, obtendo como resultado:

$$A = \frac{C_i(\gamma_1)}{\sqrt{J/c}}, \quad (25)$$

encarando  $C_i$  como uma constante de integração vinculada somente ao ângulo de partida de saída da onda  $\gamma_1$ .

A consequência desta última equação, se dá em virtude das frentes de onda - o jacobiano ( $J$ ) - é que solucionado numericamente em (POPOV, 2002). Ademais, utilizando a expressão 19 e anulando os termos que dependem da velocidade, a relação acima observa-se:

$$\ln(A^2) = \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln\left(\frac{c}{J}\right) \quad (26)$$

Neste ponto, realiza-se a integral ao longo da equação 26, em relação a coordenada do raio  $\sigma$ ,

$$A(\sigma_0) = A(\sigma) = \sqrt{\frac{c(\sigma) J(\sigma_0)}{c(\sigma_0) J(\sigma)}}, \quad (27)$$

onde têm-se o resultado colhido da equação de transporte (ver tópico 2.3.2), como em (COSTA, 2012).

## 2.4 Traçamento paraxial de raios

Aqui baseado na abordagem das equações de Hamilton, estimando a solução para o sistema de equações diferenciais dedicadas ao traçamento de raios. O tratamento matemático conduziu a uma melhor performance e economia de custo computacionais, a luz de alguns trabalhos (POPOV, 1977; PSENCIK; POPOV, 1978a; POPOV, 2002; PSENCIK; POPOV, 1978b).

### 2.4.1 Traçamento cinemático e dinâmico

O algoritmo de traçamento de raio utilizado neste trabalho é proveniente do trabalho de CUNHA (2014), que por sua vez, baseou-se na solução do sistema de equações diferenciais cinemáticas presentes no trabalho de CERVENÝ (1987), que tem a forma clássica:

$$\frac{d}{d\sigma} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\sigma) \\ \mathbf{p}(\sigma) \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} -\nabla_x \left( \frac{1}{2v^2(x(\sigma))} \right) \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}, \quad \frac{d\sigma}{d\tau} = v^2(\sigma) = v(\sigma) \frac{d\sigma}{ds} \quad (28)$$

onde nota-se pela apresentação de  $\sigma$ , como sendo a mesma variável do parâmetro inicial do raio, visto na integral 22, vagarosidade  $p(x(\sigma))$  e trajetória  $x(\sigma)$  dos raios, já  $\gamma = \sigma$ ,  $\alpha$  são, respectivamente, coordenadas globais e ângulo de partida e sua forma dinâmica (CUNHA, 2009):

$$\frac{d}{d\sigma} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \gamma}(\sigma) \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \gamma}(\sigma) \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} -\nabla_x \nabla_x \left( \frac{1}{2v^2(x(\sigma))} \right) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \gamma}(\sigma) \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \gamma}(\sigma) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

Sendo os vetores convertidos em coordenadas regulares do raio, na matriz de vagarosidade, ou seja,

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \quad (30)$$

$$\delta \mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}(\sigma)}{\partial \gamma} \delta \gamma, \delta \mathbf{p} = \frac{\partial \mathbf{p}(\sigma)}{\partial \gamma} \delta \gamma \quad (31)$$

Sendo  $J$ :

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sendo  $\mathbf{x}_0 \equiv \mathbf{x}(\sigma_0, \gamma_0)$ ,  $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}(\sigma, \gamma)$ ,  $\mathbf{p}_0 \equiv \mathbf{p}(\sigma_0, \gamma_0)$ ,  $\mathbf{p} \equiv \mathbf{p}(\sigma, \gamma)$ .

#### 2.4.2 Extrapolação dos tempos de trânsito

Para  $\tau_0 \equiv \tau(\mathbf{x})$  dos pontos do raio e  $\tau \equiv \tau(\mathbf{x})$  nos pontos da malha é feita através da série de Taylor (até a sua segunda ordem) para os tempos de trânsito, a extrapolação parte de um ponto do raio  $x_0$ , isto é:

$$\tau(\mathbf{x}) = \tau(\mathbf{x}_0) + \frac{\partial \tau}{\partial x_0^i}(x^i, x_0^i) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial x_0^i \partial x_0^j}(x^j, x_0^j) + \mathcal{O}(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^3), \quad (32)$$

que podemos reescrever para facilitar a escrita, na forma:

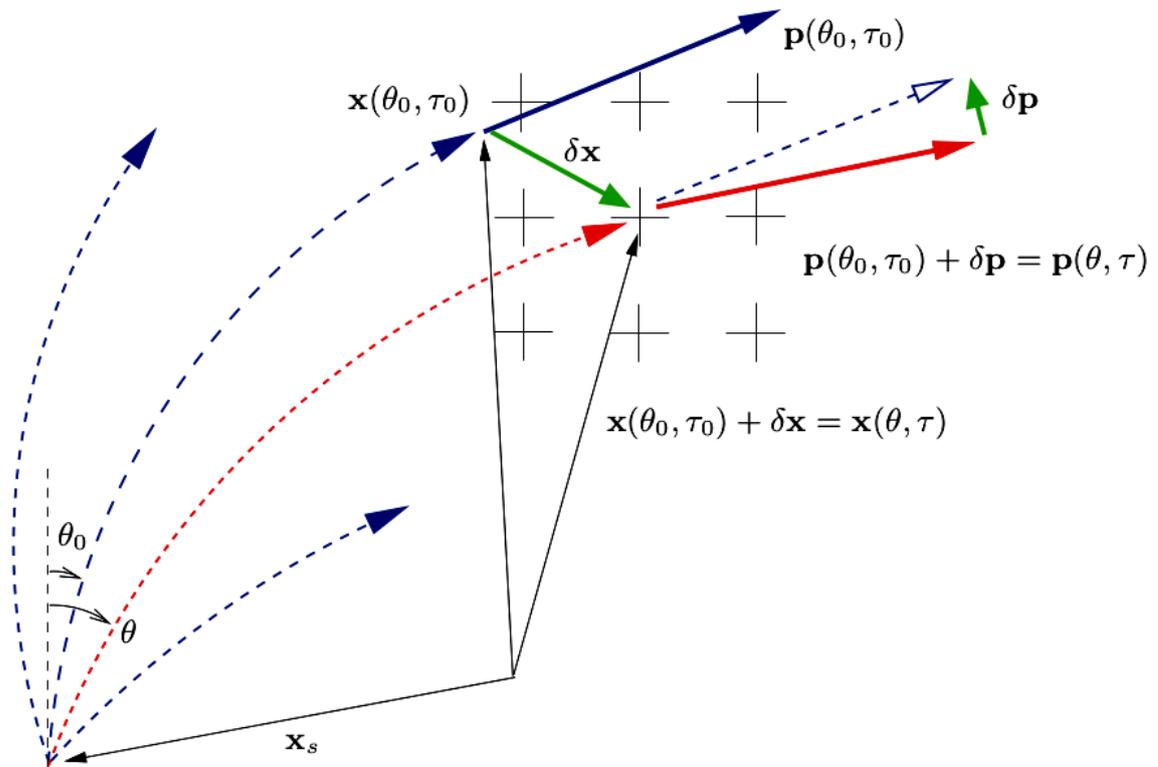
$$\tau(\mathbf{x}) = \tau(\mathbf{x}_0) + \mathbf{p}(\mathbf{x}_0) \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \langle \langle M_0, \delta \mathbf{x} \rangle, \delta \mathbf{x} \rangle + \mathcal{O}(|\delta \mathbf{x}|^3), \quad (33)$$

nota-se pelo meio da equação 33, a presença de um produto interno envolvendo  $M_0$  e  $\delta \mathbf{x}$ ;  $M_0$  é a matriz de curvatura, onde justamente, detém o termo de segunda ordem, associado ao traçamento dinâmico de raio:

$$M_0 = \left[ \frac{d\mathbf{p}}{d\gamma} \right] \left[ \frac{d\mathbf{x}}{d\gamma} \right]^{-1} \Bigg|_{x_0}, \quad {}^\sigma \mathcal{J} = \det \left[ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \gamma} \right] \Bigg|_{x_0} > \epsilon. \quad (34)$$

Logo abaixo (Figura 8), exibe-se a extrapolação dos tempos de trânsito a partir do traçamento paraxial do ponto  $x_0$ , capaz de determinar as propriedades contidas no raio vizinho.

Figura 8 – Imagem que designa a vagarosidade inicial ( $\mathbf{p}(\theta_0, \tau_0)$ ) - seta azul - ângulo da abertura inicial ( $\theta_0$ ) e tempo de trânsito do raio central ( $\tau_0$ ); as linhas em vermelho são os parâmetros paraxial do raio ( $\mathbf{p}(\theta, \tau)$ ), bem como  $\mathbf{x}(\theta, \tau)$  - estes ainda dispõem de  $\delta\mathbf{p}$  e  $\delta\mathbf{x}$  - suas devidas perturbações (setas verdes); em azul é exibido o raio central, que é consequência da vagarosidade ( $p(\theta_0, \tau_0)$ ) e posição ( $x(\theta_0, \tau_0)$ ) iniciais.



Fonte: (CUNHA, 2005).

Aproveitando a inserção de novas variáveis, rerepresenta-se os sistemas de equações presentes em 28 e 29:

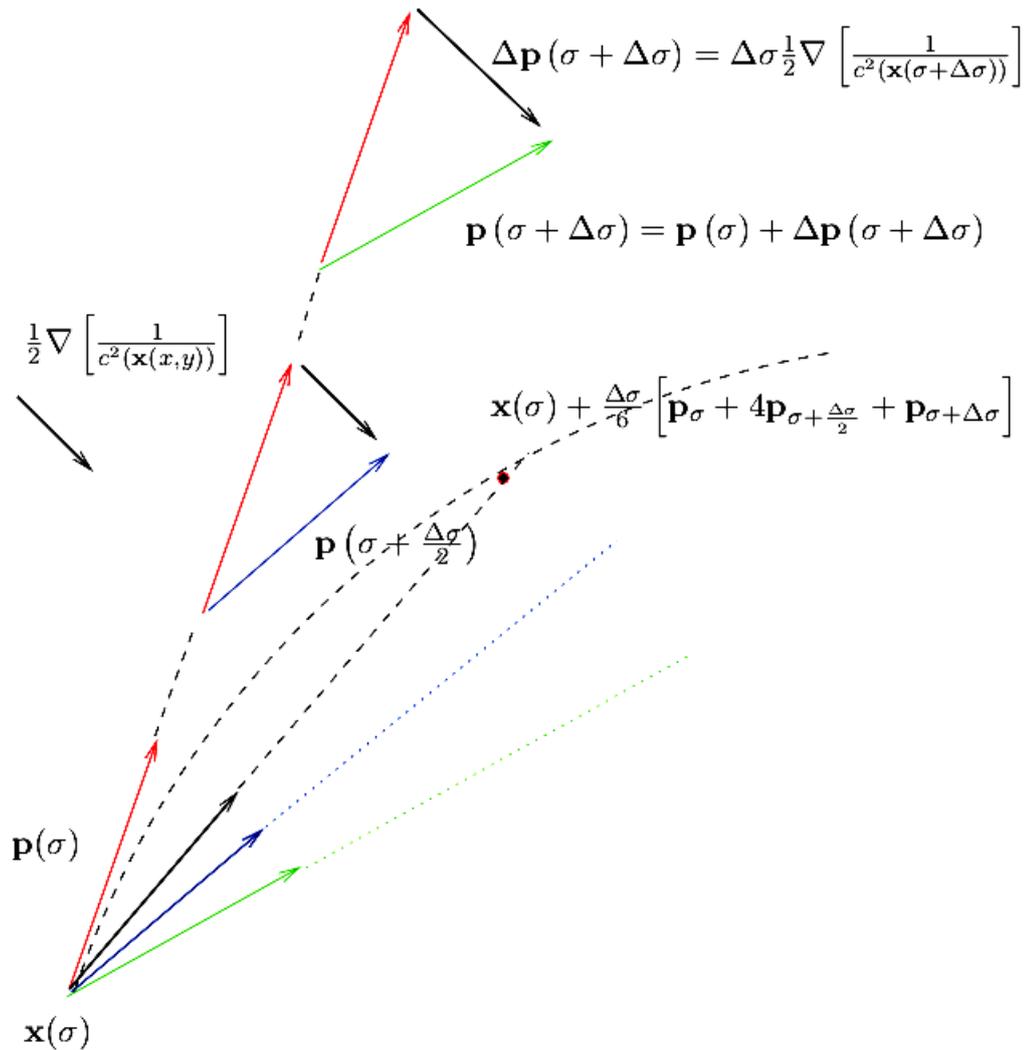
$$\frac{d\mathbf{X}}{d\sigma}(\sigma) = \mathbf{F}(\sigma), \mathbf{X}(\sigma_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{F}(\sigma_0) = \mathbf{F}_0 \quad (35)$$

O sistema 28 produz as coordenadas do raio ( $\mathbf{x}_0$  e a vagarosidade ( $\mathbf{p}(\mathbf{x}_0)$ ), já o sistema de equação 29, provém as derivadas de segunda ordem ( $M_0$ ). Na equação acima (35), observa-se os valores iniciais ( $\mathbf{X}_0$ ) e propagador dos sistemas cinemático e dinâmico ( $\mathbf{F}$ ), o método Runge–Kutta de quarta ordem oferece a sua solução:

$$\mathbf{X}(\sigma + \Delta\sigma) = \mathbf{X}(\sigma) + \frac{\Delta\sigma}{6} \left[ \mathbf{H}(\sigma) + 4\mathbf{H}\left(\sigma + \frac{\Delta\sigma}{2}\right) + \mathbf{H}(\sigma + \Delta\sigma) \right] \quad (36)$$

Para melhor avaliar o método Runge–Kutta da equação 36, utiliza-se a ilustração do trabalho de (CUNHA, 2005), Figura 9.

Figura 9 – Ilustração do comportamento geométrico método Runge–Kutta aplicado no traçamento de raio.



Fonte: (CUNHA, 2005).

Os pontos do raio (coordenadas  $\mathbf{x}_0$ ) são adquiridas por meio do traçamento de raio e a utilização do método de Runge–Kutta (CUNHA, 2009), administrado por meio do critério de formação, que vincula o passo do tempo ( $\Delta\tau, \Delta s, \Delta\sigma$ ), atingindo a escala de magnitude  $10^{-6}$  para falhas relativas ao assintótico - quando defronta-se com a solução analítica assintótica - com  $\Delta s_p$  constante, nas expressões:

$$\Delta s_p = \frac{\|\Delta\mathbf{p}\|}{\|\mathbf{p}\|} = \frac{\Delta s}{c^2} \left| \frac{\Delta(1/c)}{(1/2)} \right| = \frac{\Delta s}{\rho_c} = \Delta\theta = \text{constante}, \quad (37)$$

onde,  $\Delta\theta$ , a faixa de ângulo que localiza-se no meio de dois vetores consecutivos de vagarosidade, também,  $\rho$ , como curvatura do raio e,  $\Delta s$ , intervalo temporal, definido como:

$$\Delta s_{min} \leq \Delta s \leq \Delta s_{max} \quad (38)$$

Em CUNHA (2005) observa-se a exposição de um importante algoritmo para a estimativa do tempo máximo de campo, reavendo os pontos:

- A expansão em série de Taylor a dimensão do erro relativo a uma margem de  $10^{-3}$ ;
- Ao redor do raio, ponto  $\mathbf{x}_0$ , o quadrado  $\Delta l \times \Delta l$  é relacionado abaixo, para dessa maneira, assegurar os pontos (variável  $\mathbf{x}$ ) da malha obtenham diversos pontos do raio ( $\mathbf{x}_0$ ):

$$\Delta l = \sigma \frac{\mathcal{J}(\mathbf{x}_0)}{c\Delta\alpha}; \quad (39)$$

- Todo ponto  $\mathbf{x}_0$  relaciona a um valor de vagarosidade ( $\mathbf{p}_0$ ) (visto na equação 28), que fornece o valor de  $M(\mathbf{x}_0)$  e a equação 29 e encontre os coeficientes da série de Taylor;
- Os valores do fator peso,  $\omega_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ , devem ser armazenado para posterior utilização, em uma matriz ( $W_t(\mathbf{x})$ ), os resultados estimados para os tempos  $\check{\tau}(\mathbf{x})$  da matriz temporal ( $T(\mathbf{x})$ ):

$$W_t(\mathbf{x}) = W_t(\mathbf{x}) + \omega_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) \quad ou \quad (40)$$

$$T(\mathbf{x}) = T(\mathbf{x}) + \check{\tau}_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0); \quad (41)$$

- Após aplicar a todos os pontos conhecidos do raio, livrando-se dos arquivos temporários e, só então, avançar para o passo seguinte;
- Aplicar o procedimento a todos os raios, depois divide os componentes estimados distribuídos pela matriz temporal ( $T(\mathbf{x})$ ) pelos elementos da matriz peso ( $W_t(\mathbf{x})$ ), ou analiticamente:

$$\tau(\mathbf{x}) = \Delta\tau_m + \frac{T(\mathbf{x})}{W_t(\mathbf{x})} \equiv \frac{1}{W_t(\mathbf{x})} \sum_{i=1}^{N(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{0_i})} \omega_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{0_i}) \check{\tau}_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{0_i}), \quad (42)$$

na qual,  $\Delta\tau_m$ , os tempos depois das primeiras chegadas, dos tempos de trânsito relativos às amplitudes de maiores valores da onda no raio central.  $N(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ , são valor total de pontos do raio ( $\mathbf{x}_0$ ) que oferece os pontos  $\mathbf{x}$  da malha;

- Repetir os três primeiros itens para que cada ponto  $\mathbf{x}$ , se somente se,  $\omega_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) > T(\mathbf{x}) = \tau(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ , então, finda-se;
- Reproduzir o penúltimo item acima, para abranger todos os raios e, finalmente,  $T(\mathbf{x})$  trará apenas  $\omega_t(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{0_i})$  com valores máximos.

De posse deste algoritmo, é possível avançar para o próximo tópico fundamental que compreende a pesquisa.

## 2.5 Migração Kirchhoff

A produção de imagem é decorrência do processo de migração bem como, da vasta lista de técnicas que utilizam-se da equação da onda para chegar ao seu objetivo de imagear. Estas técnicas compreendem, essencialmente, de duas maneiras para realizar este propósito, que diferenciam-se pela forma de implementação - a extrapolação do campo de onda e a construção da imagem (SILVA, 2006). A composição da imagem resume-se no procedimento de restauração de energia, no qual, em posse da extrapolação do campo, obtém-se o grau da reflexão local. A restauração do campo de onda também está associada a este mesmo campo extrapolado - ordenado na solução da equação da onda de acordo com o dado registrado. O processo de migração tem duas grandes classes, tempo ou profundidade, e ainda pode subdividir-se em outras formas, tais como:

a) Migração pós-empilhamento: no qual ocorre o empilhamento das seções e a sobreposição de todos os diferentes traços para o mesmo ponto em profundidade, levando a produção de uma única migração ou imagem estimada;

b) Migração pré-empilhamento: a migração é executada a cada traço sísmico, utilizando de todo o dado. O empilhamento é feito depois, já com as seções migradas.

A migração utilizada é pré-empilhamento. E o domínio da migração adotado foi em profundidade e com modelo de velocidade intervalar. Proporcionando uma estimativa mais exata a atuação da onda sísmica no meio geológico, comparada ao imageamento em tempo. Outra vantagem adquirida com esta escolha é o imageamento mais preciso (GRAY et al., 2001) e aprimorado diante das tão comuns regiões com complexidades geológicas (FAYE J. P.; JEANNOT, 1986), tais como, áreas com grandes mergulhos, com fortes contrastes laterais de velocidade, com domos salinos etc.

É conhecido também duas perspectivas da migração, visando, evidentemente, o benefício da imagem estimada. A primeira perspectiva, caráter principal de nosso trabalho, caracteriza-se pela migração utilizando a verdadeira amplitude - que se favorece os valores dos coeficientes resultantes das reflexões primárias - traçamento de raio dinâmico (HUBRAL et al., 1992a; HUBRAL et al., 1992b). O segundo aspecto, é proveniente do raio cinemático, estima imagem dos refletores na profundidade.

### 2.5.1 Princípios básicos

A configuração de dados de reflexão sísmica, na qual todas as fontes e receptores são empregadas para aquisição e distribuição ao longo de alguma superfície terrestre  $\Sigma_M$ , denominada medida de superfície plana e o padrão das camadas internas seja estratificado e isotrópico. Uma forma de especificar os pares fonte e receptor  $(S, G)$  em uma determinada configuração sísmica é na forma paramétrica, ou seja,  $S = S(\xi)$  e  $G = G(\xi)$ , onde  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  é um vetor parâmetro sísmico. Os traços sísmicos  $U(S_{(\xi)}, G_{(\xi)}, t)$ , serão referenciados apenas

por  $U(\xi, t)$  e a região onde o parâmetro sísmico ( $\xi$ ) varia é denominada de abertura sísmica,  $A$ , (SCHLEICHER et al., 2007).

Considerando-se a onda primária refletida que segue a trajetória  $SRG$  (ver Figura 10), a reflexão primária em afastamento nulo ( $S = G$ ), pode ser expresso em raio de ordem zero de aproximação (HUBRAL et al., 1993a):

$$U(S, G, t) = R_c \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{L}} W(t - \tau_R(S, G)) \quad (43)$$

onde:  $R_c$  é o coeficiente de reflexão medido no ponto de reflexão  $R$ ; função  $\tau_R(S, G)$  denota o tempo de trânsito ligado ao raio  $SRG$  da reflexão primária;  $\mathcal{A}$  é a perda total de amplitude devido à transmissão da onda através de todas as demais interfaces, ao longo do raio;  $\mathcal{L}$  é o fator de espalhamento geométrico; e, finalmente,  $W(t - \tau_R(S, G))$  é o sinal analítico da fonte, representando a parte real do sinal da fonte e a transformada de Hilbert (parte imaginária).

É apresentado, na Figura 10, um exemplo que contém duas zonas de Fresnel (em  $M R$ ). Essas áreas são simplesmente, uma região demilitada acima de um refletor, na qual, o seu tamanho tem uma dependência com a profundidade deste refletor, bem como a sua velocidade sobre ele e ainda o comprimento de onda. Se reduzir a largura da zonal de Fresnel, a migração produz uma imagem melhor para este tipo de resolução (YILMAZ, 1987).

Pode-se obter um traço sísmico, com amplitude verdadeira, multiplicando-se o fator de espalhamento geométrico com cada reflexão primária do traço, visto em (SCHLEICHER et al., 1993b):

$$U_{TA}(\xi, t) = \mathcal{L}U(\xi, t) = R_c \mathcal{A}W(t), \quad (44)$$

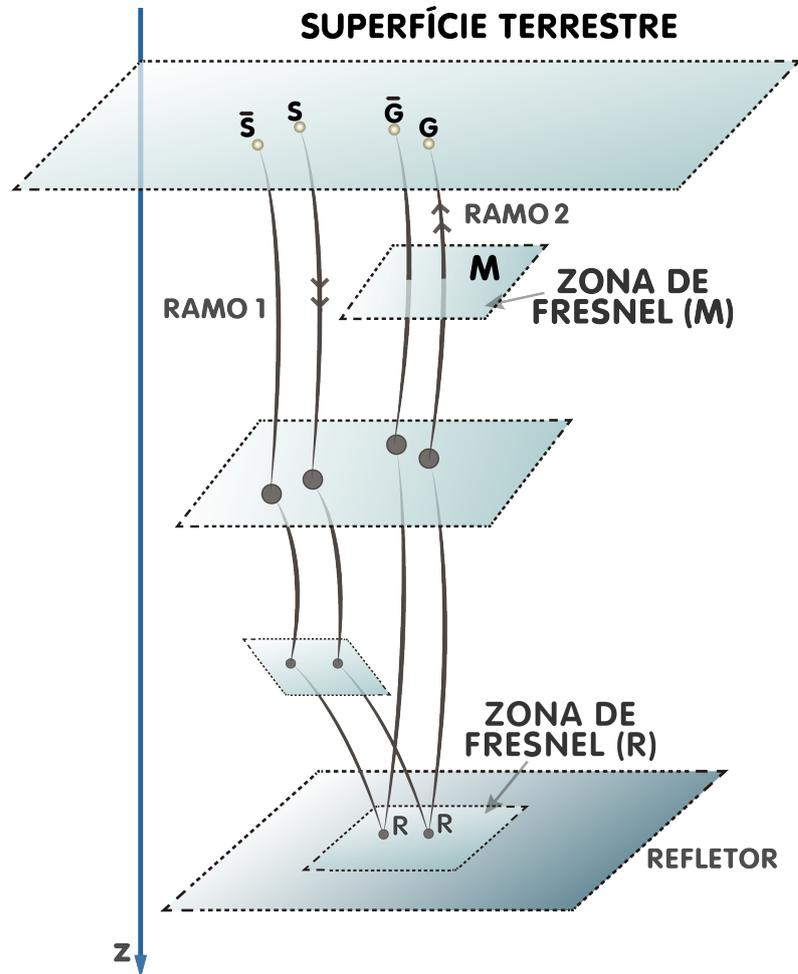
na qual  $U_{TA}(\xi, t)$  é o sinal analítico de amplitude verdadeira, e percebe-se a relação direta com a medida do coeficiente de reflexão  $R_c$ . Uma abordagem mais detalhada sobre a migração com amplitude verdadeira, está na subseção 3.1.

. Chamando  $U_{TA}$  de sinal analítico de amplitude verdadeira, tem-se:

### 2.5.2 Integral de empilhamento das difrações

Somatório ou empilhamento das difrações aplica-se ao empilhamento dos traços dos dados sísmicos, realizado ao longo das curvas de difrações. A migração realizada por empilhamento de difrações toma parte de um grupo de traços sísmicos e executa o operador integral de Kirchhoff. Tomando-se apenas as reflexões primárias, que são empilhadas - associadas ao dado de entrada e ao modelo de velocidade - ao longo dos valores do tempo de trânsito de difração dispostos em uma superfície, denomina superfície de Huygens. Isto

Figura 10 – Um afastamento de reflexão primária segue caminho SRG, do ponto de origem ( $S$ ) até o ponto do receptor ( $G$ ), por meio do ponto de reflexão ( $R$ ). Uma reflexão em afastamento nulo resulta em  $S = G$ . O raio  $\overline{SRG}$  é um raio paraxial. Nota-se a presença da zona de Fred em  $M$  e em  $R$ .



Fonte: Adaptado de (HUBRAL et al., 1993a).

é, a área de interesse de migração é examinada como ponto difrator em profundidade ( $M$ ), que ao sofrer influência da energia da onda incidente, reproduz uma onda secundária - famoso princípio de Huygens. Tais desdobramentos, são retornados a superfície e colhidos pelos receptores, sendo assim, gerada a curva de tempos de difração definida anteriormente, e como:

$$\tau_D(\xi, M) = \tau(S, M) + \tau(M, G) \quad (45)$$

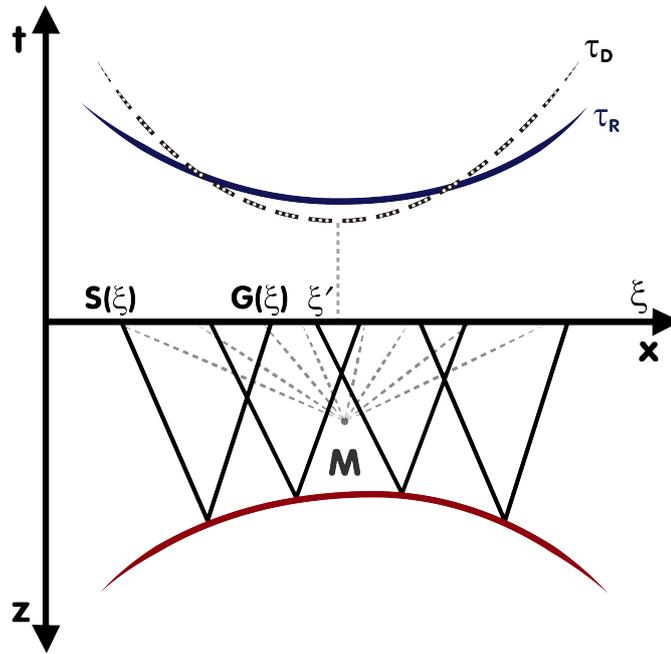
na equação,  $\tau(M, G)$  e  $\tau(S, M)$ , respectivamente, tempos de trânsito ligados a fonte,  $S(\xi)$  (fonte),  $G(\xi)$  (receptor) e  $M$  (ponto difrator).

Tira-se da equação 45, algumas aspectos analisáveis, como um dado sísmico em afastamento comum (vide Figuras 11 e 12), onde é estimado um refletor (hipérbole

pontilhada,  $\tau_R$ ) por meio dos pontos  $M$  - que é a área de interesse - onde espera-se encontrar o refletor desconhecido:

a) Quando o ponto  $M$  (difrator) não conforma com o ponto  $R$  (refletor) - como visto na Figura 11 - produz uma empilhamento ao longo da curva de difração.

Figura 11 – Gráfico para demonstrar quando não há ajuste entre os pontos  $R$  e  $M$ , que também não rende nenhum ponto às curvas tangentes. No gráfico, o tempo de trânsito das reflexões ( $\tau_R$ ) e as difrações ( $\tau_D$ ).



Fonte: Adaptado de (HUBRAL et al., 1993a).

b) Condição em que evidencia o ponto  $R$  de reflexão combinado ao ponto  $M$  (difração). O valor colhido do empilhamento das amplitudes não é nulo, ver a Figura 12.

Este método, fundamentado na expressão 45, exige um macromodelo de velocidade em profundidade e ainda um algoritmo de alto nível para estimar as curvas de difração, as quais serão utilizadas para relizar a integral de empilhamento das difrações, que pode ser explícito pela integral de empilhamento:

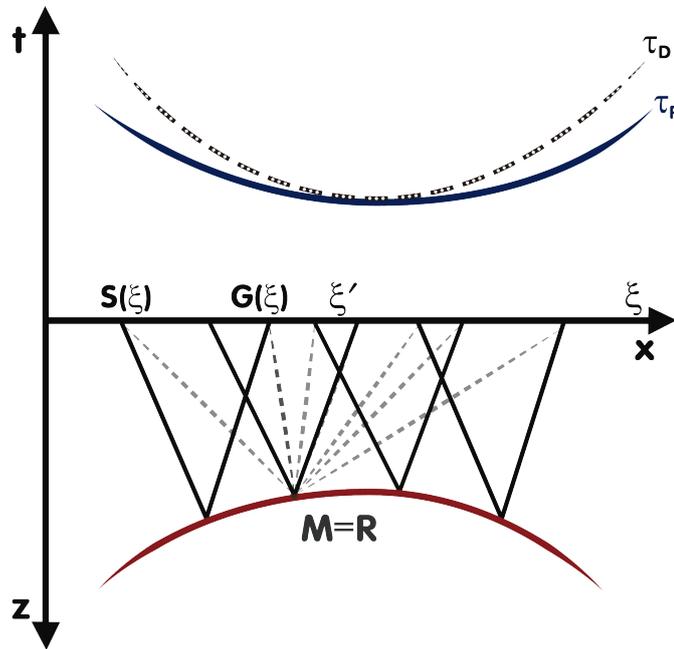
$$V(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi W(\xi, M) R \frac{A}{L} F(t + \tau_F(\xi, M)), \quad (46)$$

na expressão acima  $V(M, t)$  é somatório das difrações,  $W(\xi, M)$  fator de ponderação ou função peso (que é agente auxiliador no processo da migração cinemática) e  $U(\xi, M)$  corresponde ao dado sísmico.

Esta equação pode ainda der ser reescrita no domínio da frequência:

$$\hat{V}(M, \omega) = \frac{\hat{F}(\omega)}{\sqrt{2\pi}} \int_A d\xi W(\xi, M) R_c \frac{A}{L} e^{i\omega\tau_F(\xi, M)}, \quad (47)$$

Figura 12 – Empilhamento de difrações - tempo de trânsito das reflexões ( $\tau_R$ ) e difrações ( $\tau_D$ ) - evidenciando o ponto refletor ( $M$ ). Onde  $\tau_R$  e  $\tau_D$  tangentes.



Fonte: Adaptado de (HUBRAL et al., 1993a).

vemos  $\widehat{V}(M, \omega)$  e  $\widehat{F}(\omega)$  que são transformadas de Fourier em  $t$  de,  $V(M, t)$  e  $F(t)$ , respectivamente. A integral não pode ser resolvida analiticamente.

No trabalho de BLEISTEIN (1984) demonstra-se um método baseado na fase estacionária, capaz de aproximar soluções para a equação 47, impondo altos valores de frequência. Este vínculo de frequência, fora descrito pela teoria do raio presente em (HUBRAL et al., 1993a). Utilizou-se o procedimento da fase estacionária, presente na expansão de  $\tau_F(\xi, M)$ , função fase, em uma série de Taylor tendo  $\xi^*$ , ponto estacionário, que foi dividido em um termo de segunda ordem:

$$\tau_F(\xi, M) = \tau_F(\xi^*, M) + \frac{1}{2} \mathbf{H}_F (\xi - \xi^*)^2, \quad (48)$$

dado  $\tau_F$  pelas suas segundas derivadas e analisada em  $\xi = \xi^*$ ,  $\mathbf{H}_F$  a matriz Hessiana de segunda ordem.

Logo, tomando o intervalo  $\left. \frac{\partial \tau_F}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi^*} = 0$  e tomando  $\mathbf{H}_F = \left. \frac{\partial^2 \tau_F(\xi, M)}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=\xi^*} \neq 0$ , teremos como solução de 48:

$$\widehat{V}(M, \omega) = \frac{1}{\sqrt{-i\omega}} \widehat{F}(\omega) W(\xi^*, M) \frac{\mathcal{R}_c \mathcal{A}}{\mathcal{L} \sqrt{|\mathbf{H}_F|}} \exp \left[ i\omega \tau_F(\xi^*, M) + \frac{i\pi}{4} (\text{sgn } \mathbf{H}_F - 1) \right], \quad (49)$$

Como consequência desta equação acima, vêem-se o notável trabalho de Hanitzsch et al. (1994), no qual registra a integral do somatório das difrações:

$$V_F(M, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{\xi} \Delta\xi W(\xi, M) U_F [\xi, t + \tau_D(\xi, M)]; \quad (50)$$

onde  $U_F$  é o resultado da filtragem no dado, que pode ser feito no domínio da frequência,

$$\widehat{V}_F(\xi, \omega) = \sqrt{i\omega}(1 + \text{sgn } \omega) \widehat{U}(\xi, \omega), \quad (51)$$

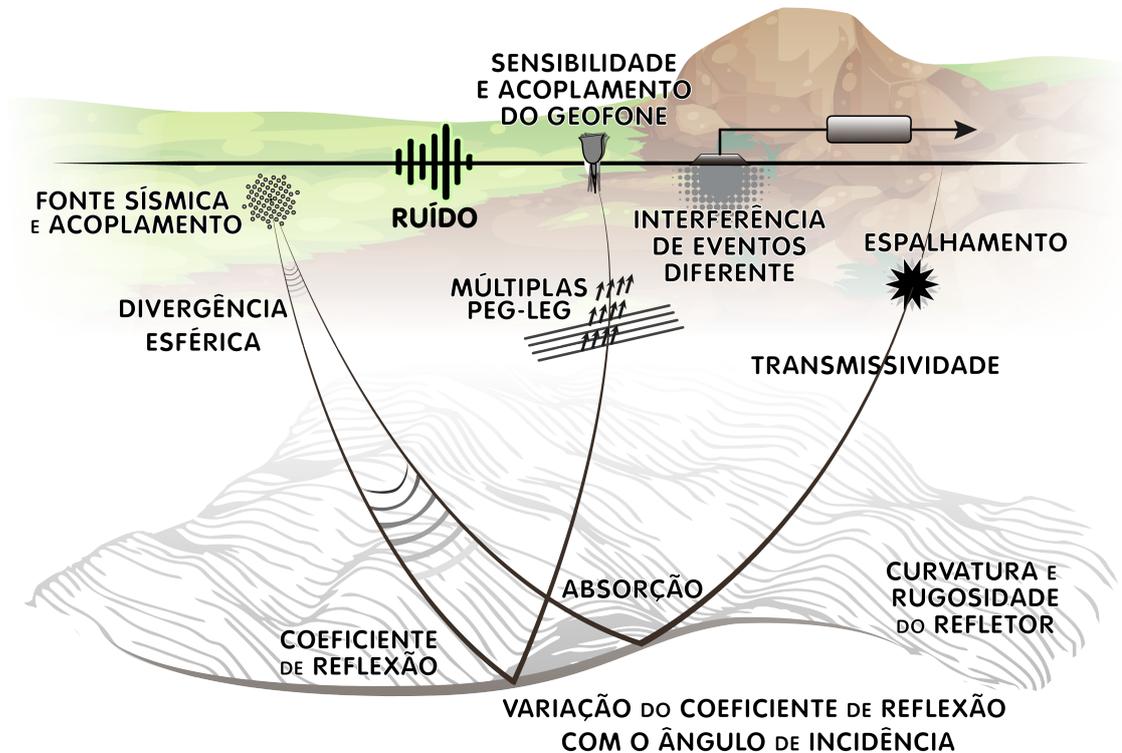
onde  $\widehat{V}$  é a transformada de Fourier do dado sísmico de entrada e  $\widehat{V}_F$  é a transformada de Fourier do traço sísmico filtrado.

Como foi relatado anteriormente, foi pesquisado sob os aspectos cinemático da migração Kirchhoff. Dessa forma, a função peso  $W(\xi, M)$  tem importância marcante nesta etapa de migração e foi tratado a posterior no capítulo 3, ainda na subseção 3.4.1.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A amplitude é o valor atribuído, positivo e negativo, pela magnitude associada a qualquer grandeza física capaz de oscilar (SERWAY; JR, 2006). Trazendo-se este conceito para a sismica de reflexão, é notório a contribuição de vários elementos de aperfeiçoamento de sinal, mas também os que produzem interferência na amplitude, principalmente, durante o levantamento sísmico: reflexões, espalhamento geométrico, dispersões, pequenos efeitos gerados pelos geofones e fontes, entre outros (como na figura 13). Á primeira vista, pode parecer dispensável o uso dos valores da amplitude para o imageamento do dado sísmico, todavia, a conservação da amplitude oferece maior possibilidade de eliminação dos efeitos causados pelo espalhamento geométrico. A abordagem é fundamentada na inclusão de variáveis nas integrais de empilhamento, no caso tipo Kirchoff, para utilização dos valores das amplitudes das reflexões primárias e assim, aperfeiçoar o dado sísmicos.

Figura 13 – Grupo básico de parâmetros que estão presentes em uma aquisição sísmica comum que podem interferir a amplitude sísmica.



A amplitude está, diretamente, ligada a energia conduzida nas ondas sísmicas. No momento em que as ondas atingem uma interface, são produzidas as ondas transmitidas e as refletidas. Esta contribuição da onda incidente está associada à impedância acústica, isto é, quanto maior for diferença de impedância acústica maior será a amplitude do coeficiente de reflexão.

### 3.1 Migração com amplitudes verdadeiras

Trata-se de uma proposta de empilhamento de difrações com peso, muito similar aos meios acústicos que é fundamentada em Kirchhoff e na aproximação WKBJ<sup>1</sup>, permitindo-se aproveitamento das áreas com descontinuidades sobre os refletores e cáuticas. A aplicação do algoritmo que vincula a amplitude verdadeira (TA) ao imageamento sísmico é descrito caso do modelo 2.5-D (HUBRAL et al., 1993a) e, neste caso, 2-D (HANITZSCH et al., 1994). A migração pré-empilhamento de amplitude preservada, é capaz de gerar os ângulos de dependência, ligados a refletividade de cada ponto refletor em profundidade.

Portanto, a pesquisa foi pautada, fundamentalmente, em lançar mão dos pesos (ligados a amplitudes verdadeiras) e estimar os coeficientes de reflexão, por meio da migração Kirchhoff.

Os princípios que regem o algoritmo da migração com amplitudes verdadeiras, compreendem-se em três passos, basicamente:

- Estimativa dos tempos de trânsito e das amplitudes em todos os pontos tiro e receptores, para os pontos em subsuperfície;
- É realizado no dado sísmico a operação de filtragem;
- Cálculo do empilhamento das difrações, com o peso estimado.

Além de posições dos refletores na área de interesse, a migração TA oferece os coeficientes de reflexão com ângulo de dependência (provavelmente complexo). Outrossim, optando por dois pesos distintos, pelo menos, durante empilhamento da difração (BLEISTEIN, 1987; LUMLEY; BEYDOUN, 1991; TYGEL et al., 1993) os ângulos de reflexão podem ser estabelecidos.

Anteriormente, foi apresentado a reflexão primária de uma dada fonte definida em um ponto na profundidade (equação 43) e aqui será, novamente posto de forma mais terna:

$$U(\xi, t) = R_c \frac{A}{\mathcal{L}} \mathbf{W} [t - \tau_R(\xi)] \quad (52)$$

<sup>1</sup> Aproximação WKBJ - o método praticado nos problemas que englobam a propagação de ondas em meio não homogêneo. A sua aplicação é discutida, incluindo na migração sísmica, nos trabalhos (CARTER; FRAZER, 1984; CLAYTON; STOLT, 1981; CARTER; FRAZER, 1984), e outros.

Através da equação acima 52, tem-se como consequência a multiplicação do espalhamento geométrico por cada reflexão primária e logo deslocado ao ponto R, em profundidade, garantindo a amplitude verdadeira pela equação:

$$\mathcal{L}(U_0)(\xi, t + \tau_R) = R_c \mathcal{A} \mathbf{W}(t) = U_{TA}(t), \quad (53)$$

onde, se as reflexões referentes às ondas primárias do levantamento são postas em multiplicação com  $\mathcal{L}$  (espalhamento geométrico) e com o afastamento a  $t = 0$ , serão referidas como o sinal analítico em amplitude autênticas.

### 3.2 Curva de tempo de difração

Como visto no tópico em 2.5.2, a curva de tempos de difrações foi definida na equação 45. Porém, redefine-se esta equação como a medida das amplitude, em cada ponto ( $M$ ). Para estimar diversas curvas de difração aos pares, fonte e receptor, admite-se que determinada superfície, em um ponto ( $M$ ) na profundidade ( $z = 0$ ), seja amplamente coberto em pares de fonte-receptor. No qual, soma-se os tempos de trânsito, entre  $S(\xi)$  ponto  $M(x, z)$  e a e por sua vez, até o receptor,  $G(\xi)$ , sendo  $\xi$  a posição relativa à curva de difração no traço sísmico. Posteriormente, como visto no subseção 2.5.2, a seção migrada coleta um dado ponto  $M$  - localizado na posição no qual recebe as amplitudes que uma vez são distribuídas pela extensão da curva de difração. O próximo estágio do processo é repetido a todos os outros pontos nos locais de interesse, até alcançar a imagem estimada em profundidade.

### 3.3 Filtragem

A filtragem do dado é realizada, basicamente, uma transformada de Fourier (ver abaixo na equação 54,  $\widehat{U}_F$ ), domínio da frequência. Que consiste na estimativa dos traços sísmicos complexos e aplicação da derivada do tempo de descida. Esta última, retira o efeito de deslocamento de fase mediante ao somatório aplicado a um dado momento no algoritmo do filtro (conforme na equação 54). Em toda filtragem, a solução colhida deve, reconstitui a forma do pulso da fonte mesmo no aparecimento de cásticas e proporcionar os coeficientes complexos de reflexão.

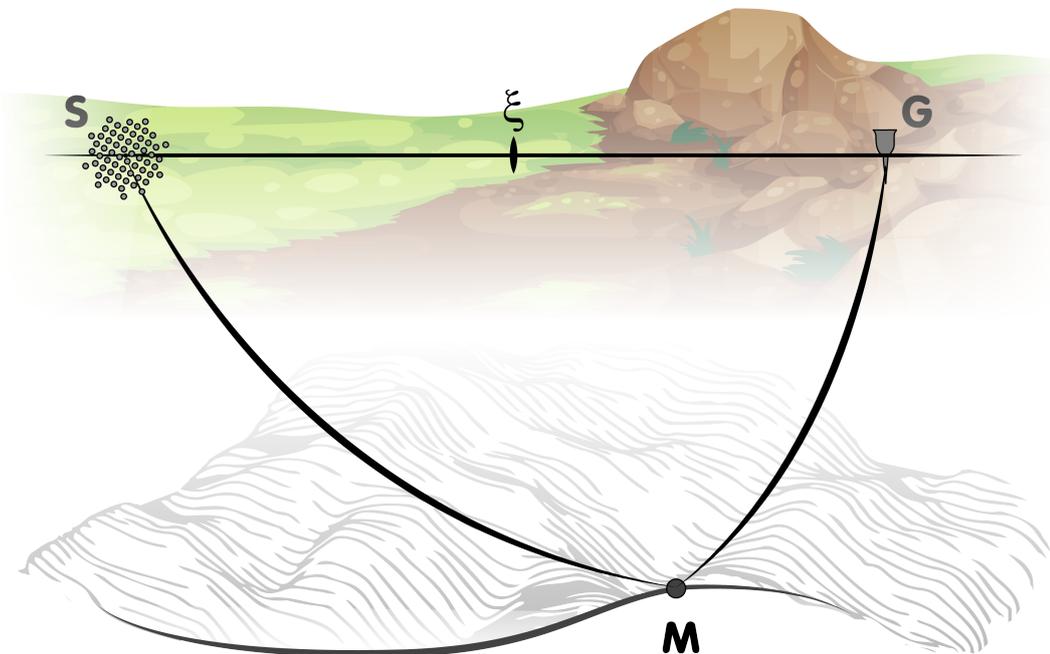
$$\widehat{U}_F(\xi, \omega) = \sqrt{i\omega} [1 + \text{sgn}\omega] \widehat{u}(\xi, \omega) \quad (54)$$

novamente, a transformada de Fourier do dado sísmico analítico filtrado, representado por  $\widehat{U}_F$ ;  $\xi$  representa os pontos da fonte e receptor; e  $\widehat{u}$ , denota a transformada de Fourier do traço real de entrada.

### 3.4 EMPILHAMENTO DAS DIFRAÇÕES COM PESO

A bordagem adotada, tem interesse em duas variáveis, elencadas como essenciais ao trabalho: função peso ( $\omega(\xi, M)$ ) e o tempo de trânsito ao longo do raio de difração ou, simplesmente, curva de tempo de difração ( $\tau_D(\xi, M)$ ). Esta última variável, é o somatório dos tempos de trânsito ao longo do caminho SMG (ver figura 14), isto é, a soma dos tempos de trânsito de difração pela extensão dos raios **SM** e **GM**. Já a função peso ( $\omega(\xi, M)$ ), é estimada inteiramente em função dos parâmetros dinâmicos presentes nos raios **SM** e **GM** - tais parâmetros não tem dependência com a direção que esses raios tomam.

Figura 14 – Ilustração do conjunto de raio **SMG**, que é a junção dos dois raios **SM** e **GM**.



Fonte: Do autor.

Para cada ponto  $M$  em profundidade, os traços sísmicos análogos filtrados são vinculados ao peso e somados ao longo da curva de tempo de difrações,  $\tau_D(\xi, M)$ , ou seja:

$$V_{TA}(M, t) = \sum_{\xi} \Delta\xi \omega(\xi, M) \mathbf{U}_F(\xi, t + \tau_D(\xi, M)); \quad (55)$$

se no ponto  $M$  localiza-se um refletor, a curva do tempo de difração e a curva do tempo de reflexão serão tangente entre si e a soma será construtiva (pode-se basear9op pela figura 12).

### 3.4.1 Função peso

Baseado na mesma teoria do raio exposta por Hubral et al. (1993a), utilizando segundas derivadas do tempo de trânsito, adaptada de uma abordagem 3D - é apresentada a função peso para o caso 2-D, supondo um sistema sem perda de transmissão e sem cáustica e arranjo afastamento comum:

$$\omega(\xi, M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_s}} \sqrt{\frac{\rho_G v_G}{\rho_S v_S}} \left[ \cos\theta_S \sqrt{\frac{\rho_G v_G}{\rho_S v_S}} \frac{v_G A_{SM}}{v_S A_{GM}} + \cos\theta_G \sqrt{\frac{\rho_S v_S}{\rho_G v_G}} \frac{v_S A_{GM}}{v_G A_{SM}} \right] \quad (56)$$

onde é definido:  $\omega(\xi, M)$  sendo a função peso do sistema;  $S$  e  $G$ , natural e respectivamente, coordenadas da fonte e do receptor;  $v$ , velocidades no ponto;  $\rho$  é a densidade no ponto;  $\theta$ , o ângulo de incidência;  $A_{SM}$  e  $A_{GM}$ , são amplitudes ao longo dos raios **SM** e **GM**;

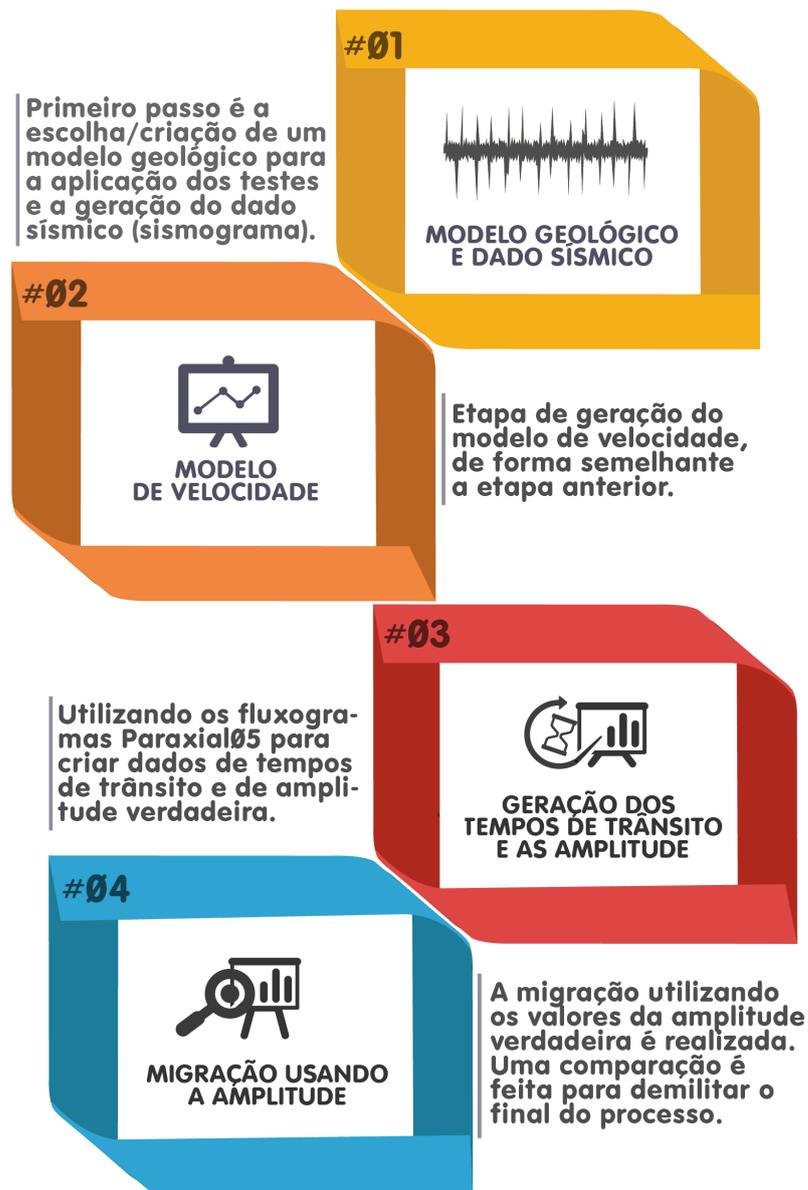
Aplica-se na equação 56, uma condição que implicou em uma simplificação desta função. De forma sistemática, os ângulos incidentes sejam bem pequenos ( $\theta_{S,G} \ll 1$ ), conseqüentemente, a distância fonte ( $S$ ) e receptor ( $G$ ) são extramamente diminuídas. Que vai resultar em valores dos cossenos próximos a um ( $\cos\theta_{S,G} \sim 1$ ), ou seja:

$$\omega(\xi, M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_s}} \left( \frac{\rho_G v_G^2}{\rho_S v_S^2} \frac{A_{SM}}{A_{GM}} + \frac{v_S}{v_G} \frac{A_{GM}}{A_{SM}} \right). \quad (57)$$

## 3.5 Fluxograma de migração Kirchhoff com amplitude verdadeira

Foram realizados inúmeros testes em modelos sintéticos para certificar a eficiência dos algoritmos organizados e produzidos para o caso de migração utilizando as amplitudes verdadeiras, a estrutura básica da pesquisa se deu pelo fluxograma delineado abaixo, na figura 15.

Figura 15 – Fluxograma de processamento utilizado na pesquisa de imageamento sísmico sob o método de Kirchhoff, utilizando amplitude verdadeira.



Fonte: Do autor.

## 4 ASPECTOS PRÁTICOS E RESULTADOS

Neste capítulo, é apresentado o trajeto prático adotado para o desenvolvimento da pesquisa e no que confere seus resultados. O trabalho tem como referência, em sua primeira parte o método Paraxial05 e um segundo momento, o fluxograma inspirado na pesquisa de Hanitzsch et al. (1994), que realiza a migração do tipo Kirchhoff com amplitude verdadeira (TA) portando uma função peso descrita na subseção 3.4.1.

Para avaliação dos resultados obtidos, foram organizados neste capítulo as etapas práticas, como fluxograma de processamento, configurações do modelo sintético, entre outras etapas importantes.

### 4.1 Modelo Marmousi

Este modelo sintético, foi construído, para simular um alto nível de complexidade geológica (vide Figura 16). No qual exige um algoritmo mais estável e estimativas bem mais precisas para alcançar um ótimo resultado. A seguir, na Tabela 1, fica registrado os principais atributos sísmico deste modelo sintético.

Tabela 1 – Detalhes dos valores referentes aos parâmetros presentes no modelo Marmousi.

<b>Atributo</b>	<b>Valor</b>
Número de pontos da malha	22550400
Número de traços sísmicos ( $n_{tr}$ )	25056
Intervalo de amostragem temporal ( $dt$ )	0,004 s
Tempo máximo ( $t_{max}$ )	3,6 s
$i_{max}$	900
$j_{max}$	25056
Número de amostras de tempo ( $n_t$ )	900

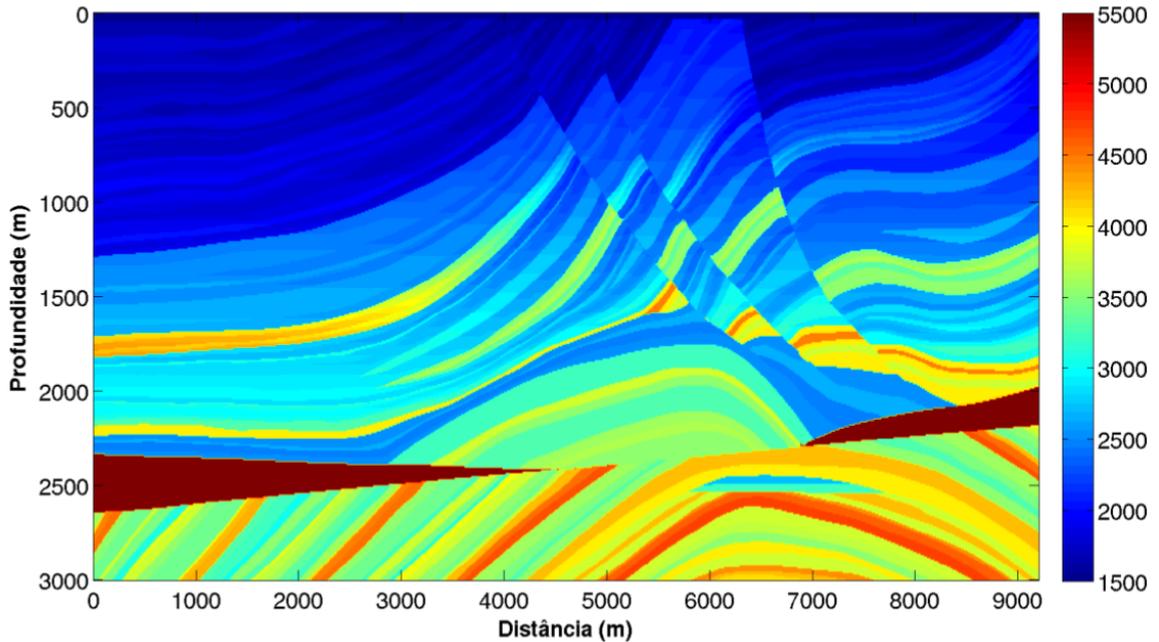
Fonte: Do autor.

Através da Tabela 1 dá uma ótima noção do alto nível de complexidade geológica presentes no dado Marmousi. A Figura 16, juntamente com a Tabela 2, indicam que atributos serviram de referência para o processamento deste modelo.

### 4.2 Resultado em um dado anticlinal

Foi utilizando um dado sísmico, caracterizado por uma estrutura anticlinal - vide Figura 17, criado pelo programa de traçamento de raios SEIS88 e posteriormente a apresentação de comparação qualitativa em relação às imagens obtidas.

Figura 16 – Apresentação do dado sintético Marmousi, no que confere ao seu modelo de velocidade preciso.



Fonte: Adaptada de (VERTEEG, 1994).

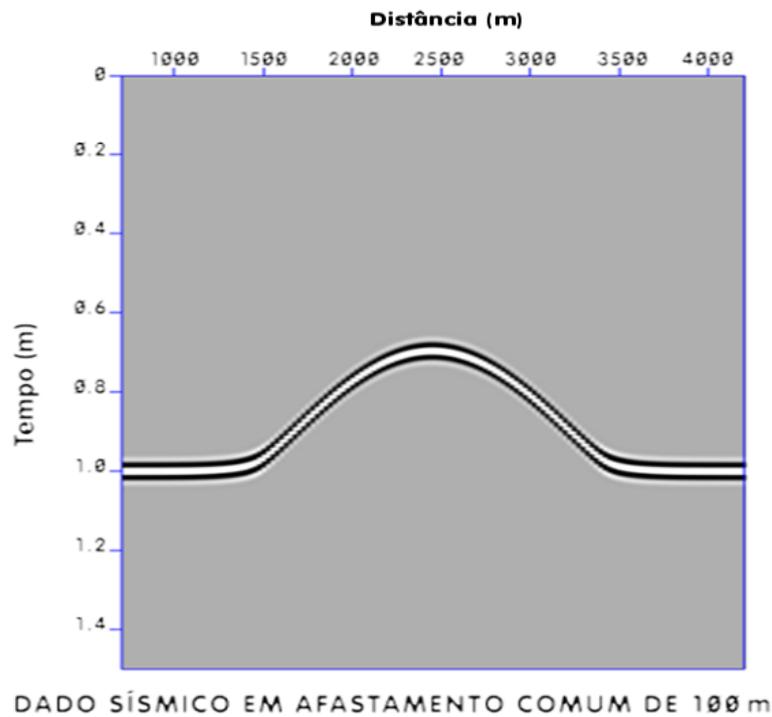
Tabela 2 – Relação dos parâmetros de caracterização do modelo de velocidade exato Marmousi.

Atributo	Valor
Intervalo de amostragem horizontal ( $dz$ )	12 m
Intervalo de amostragem vertical ( $dx$ )	12 m
$i_{max}$	243
$j_{max}$	767
Número de pontos da malha	186381
Velocidade máxima ( $v_{max}$ )	5083 m/s
Velocidade mínima ( $v_{min}$ )	1500 m/s

Fonte: Do autor.

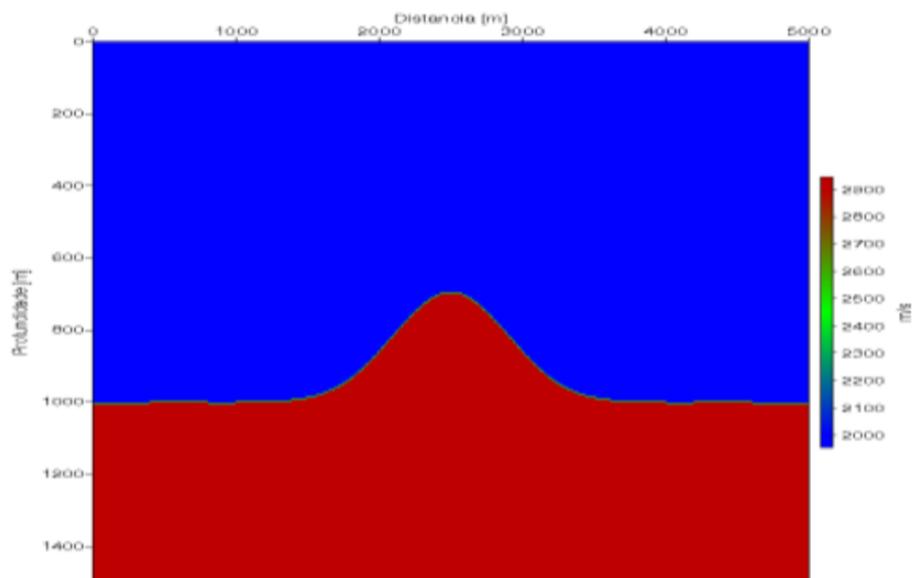
Algumas outras informações deste modelo sintético: afastamento de  $h = 100m$  constante, o número de amostra do traço  $n_t = 751$ , o intervalo de amostragem  $dt = 0.002ms$  e a forma do sinal da fonte representada pela função Gabor com frequência dominante de  $30Hz$ . No modelo sintético em questão é considerado a existência de um refletor curvo, sob a forma de um anticlinal, localizado a uma profundidade de aproximadamente  $1000m$ , cujo topo de seu domo atinge a profundidade de  $700m$ . A seu modelo de velocidade é caracterizado pelo valor da velocidade de  $2000m/s$  em sua primeira camada (vide camada de cor azul na Figura 18) e valor de  $2900m/s$  para a camada inferior, em cor avermelhada na Figura 18.

Figura 17 – Dado sísmico anticlinal em afastamento comum de 100 m.



Fonte: Do autor.

Figura 18 – Modelo de velocidades constante, representando um refletor curvo sob a forma de um anticlinal.

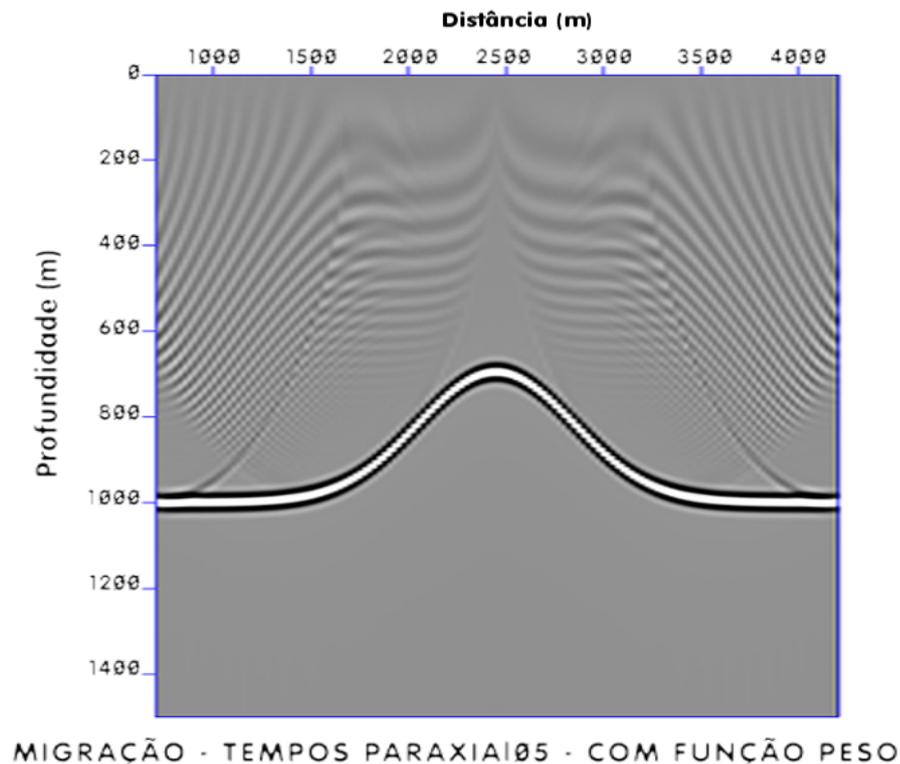


Fonte: (COSTA, 2012).

Com base neste resultado da migração com raio paraxial e verdadeira amplitude pode-se observar que as geometrias do modelo anticlinal bem definida e o posicionamento

do refletor curvo em seus devidos pontos em profundidade, conforme Figura 19.

Figura 19 – Painel da migração pré-empilhamento em profundidade por traçamento paraxial e com amplitude verdadeira para o modelo sintético anticlinal.



Fonte: Do autor.

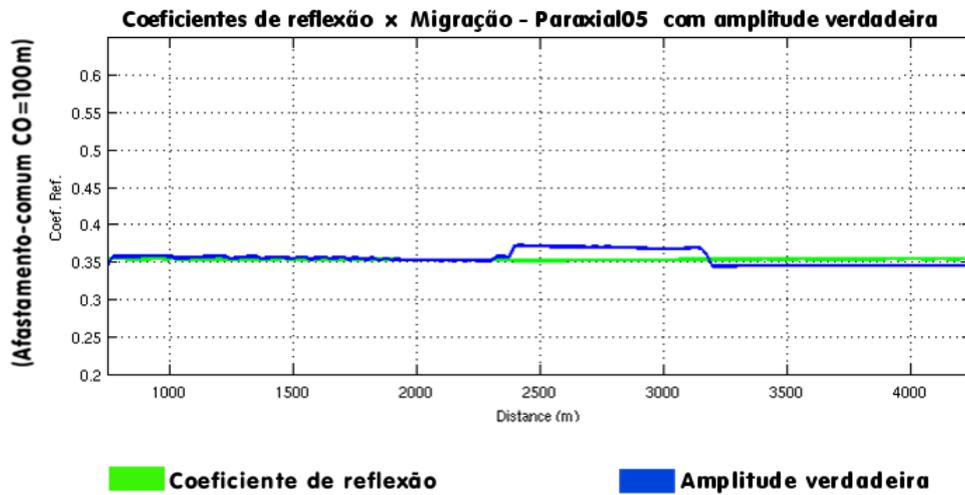
Foi realizado um comparativo mais eficaz, foi plotado os coeficientes de reflexão (linha verde da Figura 20) juntamente com as amplitudes verdadeiras calculadas pelo processamento Paraxial05 (linha azulada).

Nota-se que os valores das amplitudes verdadeiras acompanham de certa maneira a refletividade do dado anticlinal. Esta é a associação entre as duas propriedades, sendo a amplitude diretamente ligada a obtenção dos coeficientes de reflexão. Porém, entre as distâncias marcando 2250m e 3250m a amplitude passa a assumir valores maiores que a refletividade - tal efeito atribuímos a região de mergulho da estrutura anticlinal, que produz valores consideráveis aos cossenos, proporcionando valores discrepantes em relação aos coeficientes de reflexão.

### 4.3 Resultado do método Paraxial05

O próximo resultado teve por fundamento o auxílio do método Paraxial05, o qual contribuiu com as tabelas dos tempos de trânsito paraxiais no processo de migração. No

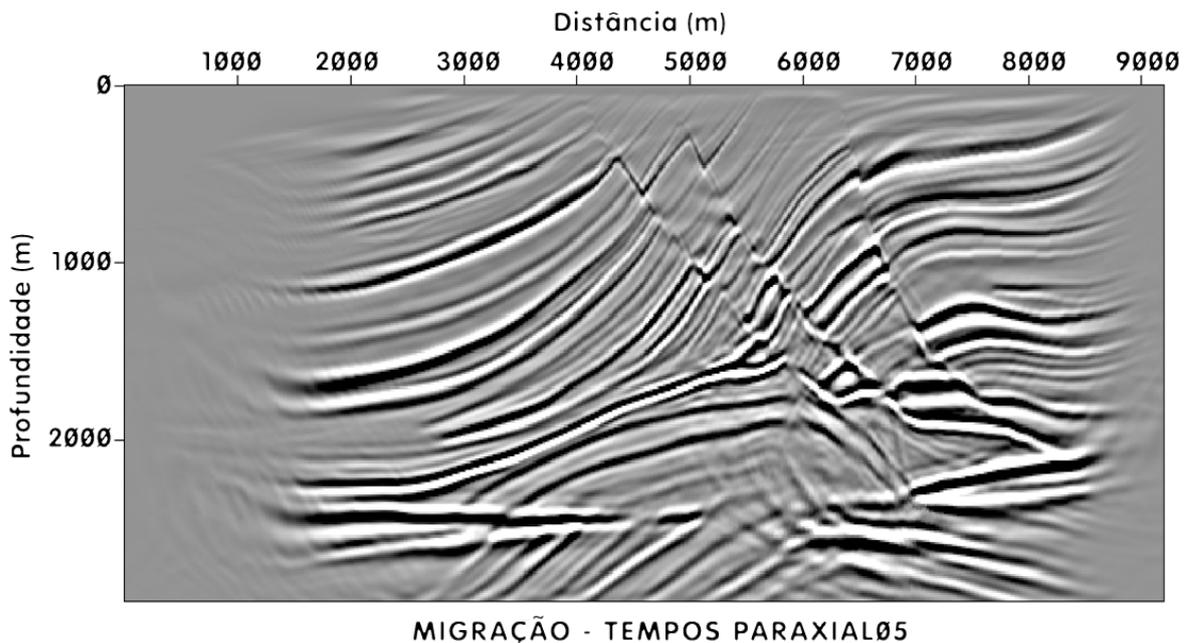
Figura 20 – Gráfico que compartilha os valores de coeficientes de reflexão e amplitudes verdadeiras com afastamento comum igual a 100m.



Fonte: Do autor.

resultado da figura 21, observa-se que os refletores tiveram um considerável ganho na amplitude do sinal, porém, o valor do peso ainda continua unitário.

Figura 21 – Apresentação da imagem do dado sintético Marmousi, no que confere ao processo Paraxial05 sem correção de amplitude ( $\omega = 1$ ).

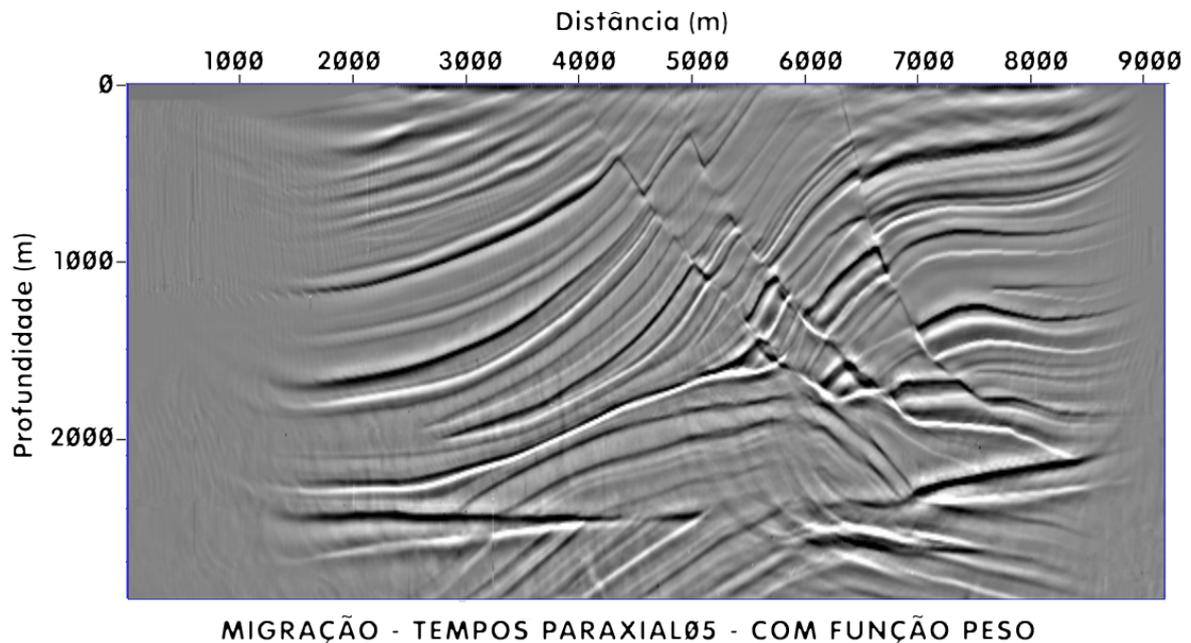


Fonte: (CUNHA, 2014).

#### 4.4 Resultado em verdadeira amplitude

Tendo como dado de entrada o modelo de velocidade foi possível calcular os tempos paraxiais e as máximas amplitudes (verdadeira amplitude) relacionadas às chegadas posteriores das frentes de ondas e, com isso, foi possível realizar uma migração Kirchhoff paraxial pré-empilhamento em profundidade em verdadeira amplitude, a qual permite ao interprete uma imagem mais condizente com a realidade geológica. Neste caso, são consideradas as perdas de energia através do meio geológico - Figura 22.

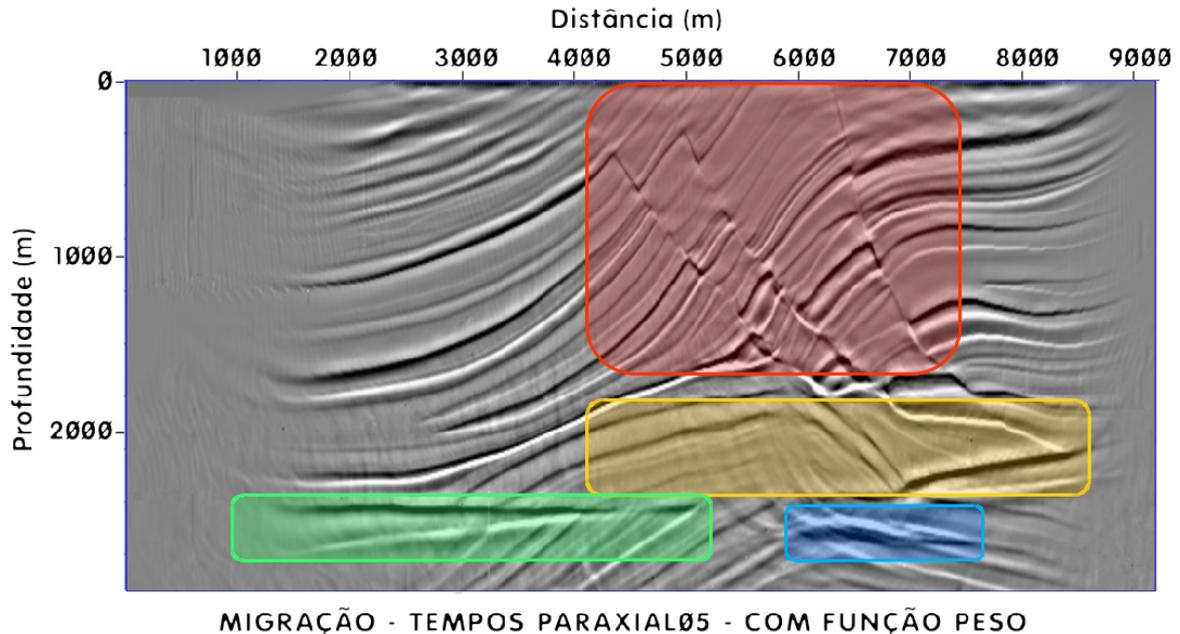
Figura 22 – Modelo sintético Marmousi migrado com tempos de trânsito do processo Paraxial05 e migrado com correção de amplitude (em verdadeira amplitude).



Fonte: Do autor.

Na Figura 23, pode-se observar que os eventos que sofreram maiores melhorias com destaque para devidas análises. Pode-se observar que os refletores relativos as falhas normais, indicadas pelo retângulo em vermelho, foram bem evidenciados. Ademais a armadilha estratigráfica *pinchout*, conforme o retângulo verde, teve seu contorno bem descrito, bem como seus limites - superior e inferior - evidenciados. A respeito da intrusão, sinalizada pelo retângulo amarelo, nota-se que as estruturas em dobras anticlinais, em destaque a estrutura localizada entre as coordenadas 6000 m (no eixo x) e 2500 m (em profundidade), foram bem descritas. O local do reservatório (em meio das coordenadas 5500 m e 8500 m) melhorou consideravelmente sua visibilidade - retângulo azul.

Figura 23 – Modelo sintético Marmousi migrado com tempos de trânsito do processo Paraxial05 e migrado com correção de amplitude (em verdadeira amplitude) com destaque para análises dos eventos.



Fonte: Do autor.

#### 4.4.1 Resultado da resposta ao impulso

Foi colhido dois painéis de resposta ao impulso do resultado referente ao resultado da migração paraxial pré-empilhamento em profundidade: o primeiro caracteriza-se por conter peso unitário, Figura 24 - assemelhando-se ao resultado no ítem 4.3 - e segundo painel proveniente do Paraxial05 em verdadeira amplitude, na qual utiliza-se a função peso, Figura 25.

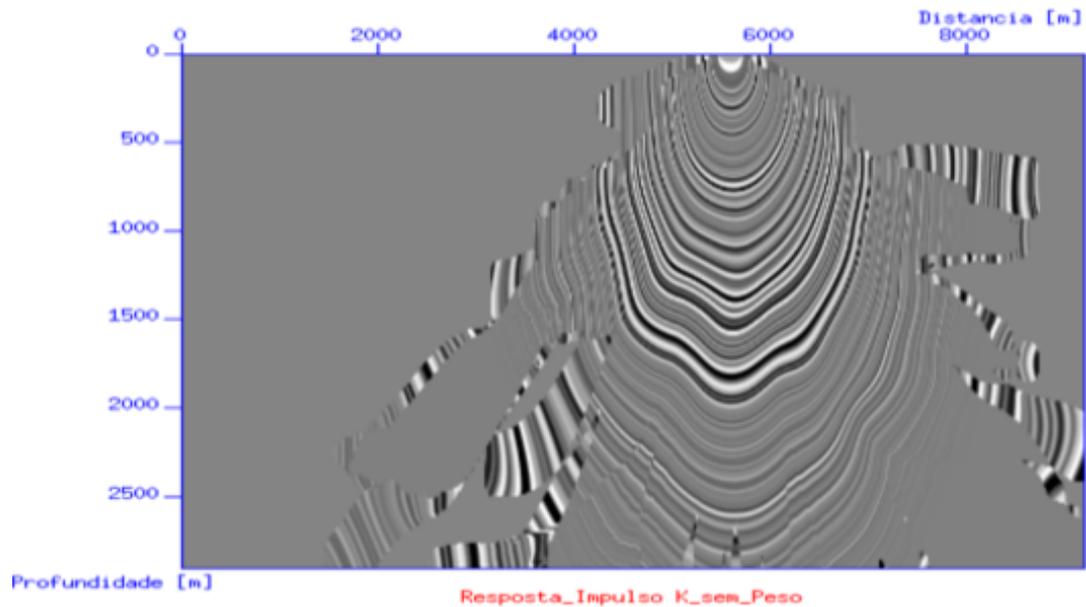
A diferença imediata a ser caracterizada é a omissão de vários eventos no resultado do painel inferior (Figura 25) - evidenciando mais uma vez as perdas de energia por intermédio do meio geológico e utilização das verdadeiras amplitudes.

#### 4.4.2 Resultado do traço sísmico

Finalmente, apresenta-se a estrutura básica que mais evidencia a amplitude no processamento - o traço sísmico. Semelhante ao subitem anterior, apresenta-se painéis comparativos, para o resultado do Paraxial05, sem contar com a função peso (Figura 26(a) lado esquerdo) e o traço sísmico com os devidos pesos do meio geológico junto ao Paraxial05 em verdadeira amplitude 26(b).

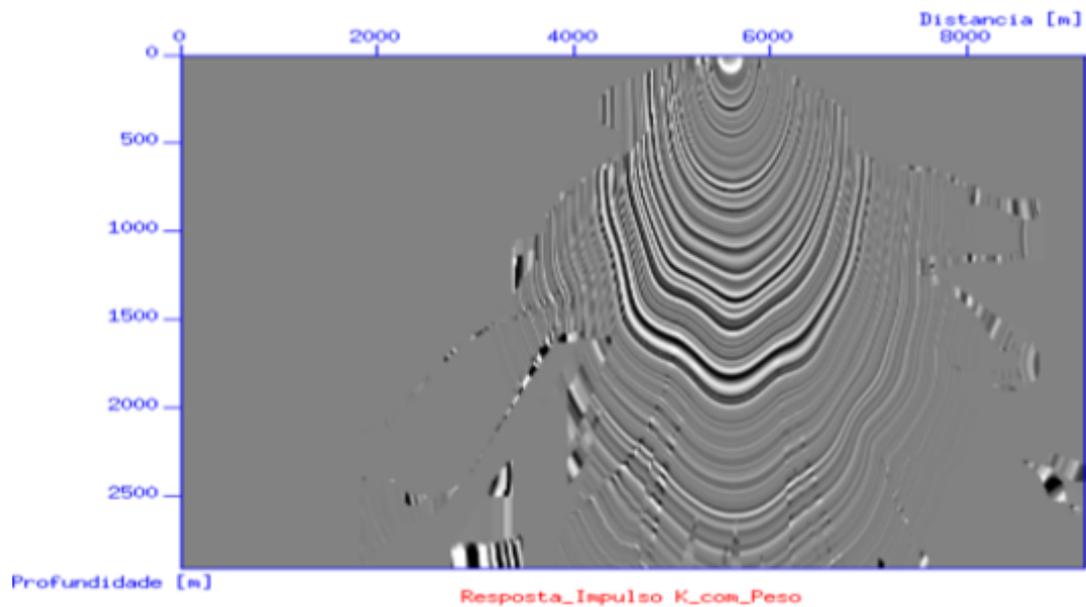
Da Figura 26(b) percebe-se que o traço sísmico é mais definido e possui menos estiramento, claramente, uma compressão do sinal em seu traço sísmico, que proporciona

Figura 24 – Resposta ao impulso resultante dos tempos do processo Paraxial05, sem correção de amplitude.



Fonte: Do autor.

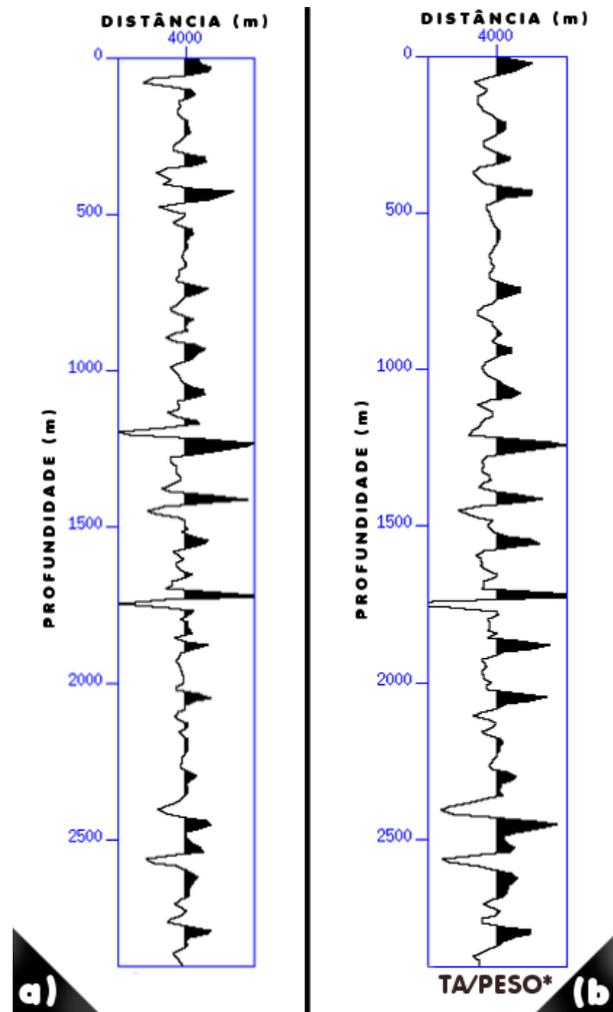
Figura 25 – Resposta ao impulso resultante dos tempos do processo Paraxial05, utilizando as verdadeiras amplitudes.



Fonte: Do autor.

um aumento da frequência do sinal. Sobretudo, nas profundidades superiores a 1750 metros, que apresenta um aumento significativo em relação ao painel sem amplitude verdadeira - vide a profundidade de 2500 m como o aumento é bem evidenciado. Em baixa

Figura 26 – Traços sísmicos provenientes das migrações: (a) com tempos Paraxial05 sem utilização das verdadeiras amplitudes; (b) tempos Paraxial05 com função peso e amplitudes verdadeiras.



Fonte: Do autor.

profundidade, aos 250 metros, os traços sísmicos em verdadeira amplitude sofreram um *shift*, deslocamento na direção vertical, o que pode proporcionar ao intérprete geológico uma resolução maior à exploração geofísica.

## 5 CONCLUSÃO

Empregou-se a migração Kirchhoff paraxial pré-empilhamento em profundidade utilizando as tabelas de tempo de trânsito estimada pelo traçamento paraxial com rotinas do programa Paraxial05 com amplitudes verdadeiras e estimou-se uma imagem do modelo sintético anticlinal e Marmousi. Com base nos resultados obtidos, foi notado uma melhoria significativa nas imagens finais, revelando-as bem realísticas na representação das estruturas geológicas.

Analisando-se os resultados, nota-se que foram bastantes satisfatórios no que diz respeito ao aumento da resolução da imagem dos refletores, bem como na obtenção dos coeficientes de reflexão. A eficiência da técnica proposta foi testada e aprovada nos dados sintéticos de estrutura geológica do tipo anticlinal, aos quais quando aplicados às amplitudes verdadeiras durante o empilhamento de difrações possibilitou-se uma comparação com os coeficientes de reflexão.

Outrossim, o resultado da migração apresentada proveniente do processo Paraxial05, mostrou-se muito convincente, pois, observou-se, visualmente, uma boa similaridade na representação das estruturas geológicas do modelo Marmousi. O resultado obtido com o processo Paraxial05 adicionado os valores das verdadeiras amplitudes, Figura 22, revela-se ainda mais representativo das estruturas geológicas em subsuperfície em evidenciar as perdas de energia. A migração final configurou-se mais realística e favorece menos risco à exploração geofísica. Ademais, com a introdução dos pesos no processo de migração paraxial, foi observado uma evidente uma compressão do sinal, e conseqüentemente, um aumento da frequência, expandindo a resolução do dado sísmico.

No resultado relativo à resposta ao impulso, pode-se notar a presença dos valores das amplitudes verdadeiras, Figura 25, na redução acentuada dos eventos, por levar em conta as esperadas perdas de energia. Logo, em imagem que representa realisticamente, estruturas geológicas, a gradação dos eventos aparentes é definida pela amplitudes verdadeiras e utilização da função peso junto ao sinal sísmico.

Finalmente, analisando a influência do método proposto, aplicado ao traço sísmico, observa-se uma melhoria em sua definição, apresentando-se com menor estiramento e seus traços mais definidos. Logo, conclui-se que o processamento sísmico com tempos paraxiais e com as amplitudes verdadeiras oferece uma imagem mais realística, pois há um aumento da compressão do traço sísmico, proporcionando o aumento da frequência do sinal.

## REFERÊNCIAS

- BLEISTEIN, N. **Mathematics methods of wave phenomena**. [S.l.]: London: Academic Press, 1984.
- BLEISTEIN, N. On the imaging of reflectors in the earth. **Geophysics**, v. 52, p. 931 – 942, 1987.
- BORTFELD, R. Phänomene und probleme beim modellieren und invertieren, in modellverfahren bei der interpretation seismischer daten. **DVGI, FachauschuD Geophysik**, p. 63–87, 1982.
- BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A. **Encyclopaedia of petroleum science and engineering**. [S.l.]: Moskau, Teubner Verlags-Gesellschaft, 1991. 3-8254-2000-8 p.
- CAMERON M.; FOMEL, S.; SETHIAN, J. Time-to-depth conversion and seismic velocity estimation using time-migration velocity. **Geophysics**, v. 73, n. 5, p. VE205–VE210, Set-Out 2008.
- CARTER, A.; FRAZER, L. N. Accommodating lateral velocity changes in kirchhoff migration by means of fermat’s principle. **Geophysics**, v. 49, p. 46 – 53, 1984.
- CERVENÝ, V. **Ray methods for three-dimensional seismic modelling. Lecture notes. Continuing education course**. [S.l.]: The Norwegian Institute of Technology, Univ. Trondheim.: Petroleum Industry Course, 1987. 1–870 p.
- CERVENÝ, V. **Seismic Ray Theory**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2001.
- CERVENÝ, V.; CASTRO M, A. Application of dynamic ray tracing in the 3-d inversion of seismic reflection data. **Geophysical Journal International**, v. 113, p. 776–779, 1993.
- CLAERBOUT, J. F. **Imaging the earth’s interior**. [S.l.]: Blackwell Scientific Publications, 1985. 412 p.
- CLAYTON, R. W.; STOLT, R. H. A born-wbkj inversion method for acoustic reflection data. **Geophysics**, v. 46, p. 1559 – 1567, 1981.
- COSTA, M. S. **Migração pré-empilhamento Kirchhoff feixes gaussianos 2,5-d nos domínios afastamento comum e ângulo-comum**. 2012. 113 f. Tese (Doutorado) — CPGf, UFPA, Belém Pará, 2012.
- CUNHA, A. R. A. **Migração Kirchhoff pré-empilhamento em profundidade usando aproximação paraxial do tempo de trânsito**. 2014. 109 f. Tese (Doutorado) — Unisersidade Federal do Pará, IG, Programa de Pós Graduação em Geofísica, Belém, Pará, 2014.
- CUNHA, P. E. M. **Imageamento sísmico por propagação de ondas no limite de altas e baixas frequências**. 2005. 154 f. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação de Engenharia, Rio de Janeiro, 2005.

- CUNHA, P. E. M. A 2d ray-based maximum field green's function simulator. In: 2009, I. C. O. T. B. G. S. . E. (11th). **Extended abstract**: 2009. Salvador, Bahia: Companhia das Letras, 2009. p. 1594–1599.
- FASSARELLA, L. Lei de snell generalizada. **Rev. Bras. Ensino Fisica**, v. 29, n. 2, p. 215–224, 2007.
- FAYE J. P.; JEANNOT, J. P. D. E. Prestack migration velocities from focusing depth analysis. **56th SEG Expanded Abstracts**, v. 43, p. 438–440, 1986.
- GERHARDT, A. Aspectos da visualização volumétrica de dados sísmicos. **Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro -RJ, Dissertação de Mestrado, f 152, 1998.
- GOODMAN, J. W. **Introduction to Fourier Optics**. [S.l.]: Roberts and Company Publishers, 2002.
- GRAY, S.; ETGEN, J.; DELLINGER, J.; WHITMORE, D. Seismic migration problems and solutions. **Geophysics**, v. 66, p. 1640, 2001.
- HANITZSCH, P.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P. True-amplitude migration of 2d synthetic data. **Geophysical Prospecting**, v. 42, p. 445 – 462, 1994.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. Three-dimensional paraxial ray properties: part i. basic relations. **Journal of Seismic Exploration**, v. 1, n. 3, p. 265–279, 1992a.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. Three-dimensional paraxial ray properties, part ii: Applications. **Journal of Seismic Exploration**, v. 1, n. 4, p. 347–362, 1992b.
- HUBRAL, P.; SCHLEICHER, J.; TYGEL, M. Three-dimensional primary zero-offset reflections. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 58, n. 5, p. 692–702, 1993a.
- LUMLEY, D.; BEYDOUN, W. Elastic parameter estimation by kirchhoff prestack depth migration/inversion. **Stanford Exploration Project**, v. 70, p. 165 – 192, 1991.
- MARTINS, J. L. **Noções do método sísmico e de resolução sísmica**. Tese (Doutorado) — Hélio J. P. S. Ribeiro, Unisino, 2001.
- NEWMAN, P. Divergence effects in a layered earth. **Geophysics**, v. 38, n. 3, p. 481–487, 1973.
- POPOV, M. M. On a method of computation of geometrical spreading in an inhomogeneous medium with interfaces. **Doklady Akademii Nauk**, p. 237, 1977.
- POPOV, M. M. **Ray theory and Gaussian beam method for geophysicists**. Salvador, Bahia, BR: EDUFBA, 2002. 172 p.
- PSENCIK, I.; POPOV, M. M. Computation of ray amplitudes in inhomogeneous media with curved interfaces. **Studia geophizica et geodetica**, p. 248–258, 1978a.
- PSENCIK, I.; POPOV, M. M. Ray amplitudes in inhomogeneous media with curved interfaces. **Geofizikalni Sbornic**, p. 111–129, 1978b.

ROBINSON, E.; TREITEL, S. Geophysical signal analysis. **Prentice-Hall**, New Jersey, v. 43, p. 466, 1980.

SCHICHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. 3-d true-amplitude finite-offset migration. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa, OK, EUA, v. 58, n. 8, p. 1112–1126, 1993b.

SCHLEICHER, J.; TYGEL, M.; HUBRAL, P. **Seismic true-amplitude imagingg**. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, The International Society of Applied Geophysics, 2007. 21-23 p.

SERWAY, R. A.; JR, J. W. J. **Princípios de física, volume 2: movimento ondulatório e termodinâmica**. [S.l.]: Thomson Learning Edições, 2006.

SHERIFF, F. Factors affecting seismic amplitudes. **Geophysical Prospecting**, v. 29, p. 125 – 138, 1975.

SILVA, B. M. **Migração RTM, PSPI e Split-step de registros de múltiplas fontes: imageamento sísmico em meios com altos contrastes de velocidade**. Tese (Doutorado) — UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, BR, 2006.

SINGH, S.; BEN-MENAHEN, A. Seismic waves and sources. **Springer-Verlag**, Nova Iorque, NY, p. 1108, 1981.

TYGEL, M.; SCHLEICHER, J.; HUBRAL, P.; HANITZSCH, C. Multiple weights in diffraction stack migration. **Geophysics**, v. 58, p. 1820 – 1830, 1993.

VERTEEG, R. The marmousi experience: velocity model determination on a synthetic complex data set. **The Leading Edge**, p. 927 – 936, 1994.

YILMAZ, O. **Seismic data processing**. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1987. 240-353 p.

YILMAZ, O. **Seismic data analysis: processing, inversion, and interpretation of seismic data**. Tulsa, OK: Society of Exploration Geophysics, 2001. 2065 p.