



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Verificação experimental do modelo efetivo  
de Hudson-Crampin para meios  
anisotrópicos fissurados cujo o meio de  
fundo apresenta isotropia transversal**

**BRUCE FABINI FRANCO CHIBA**

Belém - PA

Março/2017

**BRUCE FABINI FRANCO CHIBA**

**Verificação experimental do modelo efetivo de  
Hudson-Crampin para meios anisotrópicos fissurados  
cujo o meio de fundo apresenta isotropia transversal**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade  
Federal do Pará, em cumprimento às exigências para  
obtenção do título de Mestre em Geofísica.

Orientador: José Jadsom Sampaio de Figueiredo

Belém - PA

Março/2017

Dados Internacionais de Catalogação de Publicação (CIP)  
Biblioteca do Instituto de Geociências/SIBI/UFPA

---

Chiba, Bruce Fabini Franco, 1979 -

Verificação experimental do modelo efetivo de Hudson-Crampin para meios anisotrópicos fissurados cujo o meio de fundo apresenta isotropia transversal / Bruce Fabini Franco Chiba. – 2017.

66 f. : il. ; 30 cm

Inclui bibliografias

Orientador: José Jadsom Sampaio de Figueiredo

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Geociências, Programa de Pós-Graduação em Geofísica, Belém, 2017.

1. Ondas ultrassônicas – Propagação. 2. Anisotropia. I. Título.

CDD 22. ed. 620.11274

---

Bruce Fabini Franco Chiba

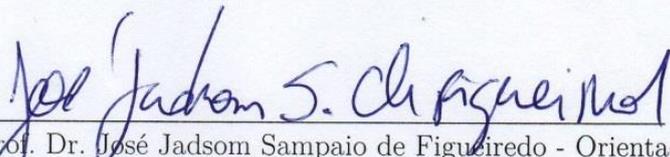
**Verificação experimental do modelo de efetivo de Hudson-Crampin para meios anisotrópicos fissurados cujo o meio de fundo apresenta isotropia transversal**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Geofísica do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Pará, em cumprimento às exigências para obtenção do título de Mestre em Geofísica.

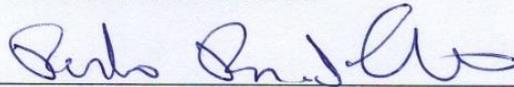
Data de Aprovação: 17/03/2017

Conceito: Bom (8.5)

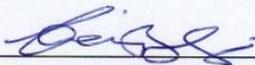
Banca Examinadora:



Prof. Dr. José Jadsom Sampaio de Figueiredo - Orientador  
Doutor em Ciências e Engenharia do Petróleo  
Universidade Federal do Pará



Prof. Dr. Paulo Roberto de Carvalho  
Doutor em Geofísica  
Universidade Federal Rural da Amazônia



Profa. Dra. Carolina Barros da Silva  
Doutora em Geofísica  
Universidade Federal do Pará

*Aos meus filhos Ian e Uriel.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, que sempre está comigo.

À minha família, que sempre me apoia em qualquer jornada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. José Jadsom S. de Figueiredo, pela escolha do tema, disponibilidade, transmissão de conhecimento e, principalmente, pela paciência (até mesmo insistência) no fechamento de mais este ciclo na minha vida. Obrigado professor, a perseverança foi mais sua do que minha.

Gostaríamos de agradecer ao CNPq (processo número 459063/2014-6) e a PROPESP-UFPA pelo suporte financeiro. Também gostaríamos de agradecer ao PET-MEC-UFPA por ter proporcionado ajuda de custo na construção dos modelos.

Ao CPGf (Programa de Pós-Graduação em Geofísica), pela oportunidade e por ter sido meu lar intelectual durante toda a minha formação.

À Coordenação do Programa, representado pela Profa. Dra. Ellen Gomes e pelo Prof. Dr. Cícero Regis, durante todo o período de desenvolvimento deste trabalho, bem como à dupla dinâmica Benildes e Lucibela, secretárias do CPGf, cujo trabalho é indispensável para a concretização de qualquer trabalho.

À Banca Examinadora pela disponibilidade e contribuições importantes para o presente trabalho.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo (ANP), no primeiro ano de mestrado.

Aos meus colegas de curso pelos momentos de descontração e pelo apoio na execução das atividades de Laboratório, em especial Leo, Murilo, Mikel e Rafael, técnico de Geofísica, que sempre estiveram à disposição pra ajudar no que fosse necessário.

E não poderia esquecer dos meus inimigos não declarados que continuam me mantendo alerta na caminhada. Muito obrigado.

## RESUMO

A modelagem física de meios fissurados, utilizando experimentos laboratoriais em escala reduzida, tem funcionado como uma excelente alternativa para a compreensão do efeito da anisotropia na caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos fissurados. O objetivo principal deste trabalho foi verificar experimentalmente as estimativas do modelo de meio efetivo para meios fissurados de Hudson-Crampin. Para isso, foram realizadas medições ultrassônicas e petrofísicas em dezesseis amostras anisotrópicas sintéticas com diferentes densidades de fissura distribuídas em quatro grupos com razões de aspecto distintas (0.08, 0.20, 0.32 e 0.52). Além destas, uma amostra sem fissuras e com fraca anisotropia do tipo VTI (*vertical transverse isotropy*) foi usada como amostra de referência. As fissuras foram simuladas por espaços vazios na forma de discos em uma matriz feita com areia e cimento. Em relação às estimativas de velocidade realizadas, o Modelo Teórico de Hudson-Crampin apresenta um melhor ajuste para  $V_P$  e  $V_S$  se propagando perpendicular ao plano de fissuras para as condições seca e saturada. Estas estimativas se tornam mais evidentes no caso em que a densidade de fissura e razão de aspecto são baixas. Além dos valores de velocidade, nossa comparação também foi realizada em termos dos Parâmetros de Thomsen  $\varepsilon$ ,  $\gamma$  e  $\delta$ .

Palavras-chave: Modelagem física. Propagação de ondas ultrassônicas. Anisotropia sísmica. Modelo de meio efetivo.

## ABSTRACT

The physical modeling of cracked media, using scaled laboratory experiments, has been used as an alternative for understanding the effect of anisotropy on the characterization of the cracked hydrocarbon reservoir. The main objective of this work was to verify experimentally the predictions of Hudson-Crampin's effective model to cracked media. For this purpose, ultrasonic and petrophysical measurements were performed on sixteen synthetic anisotropic samples with different crack densities distributed in four groups with distinct aspect ratios (0.08, 0.20, 0.32 and 0.52). Beside these, one sample no cracks and weak VTI anisotropy were used as reference sample. The cracks were simulated by void spaces in the form of discs in an matrix (made with sand and cement). Related to the estimatives of velocity performed by the theoretical models, Hudson-Crampin's model presents a better adjustment for  $V_P$  and  $V_S$  propagating perpendicular to the plane of cracks for the dry and saturated conditions. These estimatives became more evident in the case where the crack density and aspect ratios are low. In addition to the velocity values, our comparison was also performed in terms of Thomsen's parameters  $\varepsilon$ ,  $\gamma$  and  $\delta$ .

Keywords: Physical modelling. Ultrasonic wave propagation. Seismic anisotropy. Effective medium theory.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração de um meio anisotrópico do tipo VTI (Transversalmente Isotrópico com Eixo de Simetria Vertical.) . . . . .	19
Figura 2 – Fotografia de todas as amostras sintéticas investigadas nesse trabalho. . . . .	22
Figura 3 – Etapas de preparação das amostras: (a) Preparação das amostras. Observar que cada região da fôrma possui um distribuição de fissuras diferente em densidades de fissuras diferentes. (b) Amostras no formato cilíndrico (plugs) após consolidação da matriz de argamassa. . . . .	23
Figura 4 – Densidades estimadas e experimentais: a densidade estimada a partir do conceito clássico de porosidade é aquela que mais se aproxima das densidades medidas experimentalmente, tanto para o estado seco, quanto para o estado saturado. . . . .	28
Figura 5 – Configuração experimental para medição de ondas P e S. . . . .	29
Figura 6 – Esboço do experimento utilizado para registros sismograma das ondas P (a,b, c) e S (d,e). Note que ao medir $V_P$ , a amostra permanecem imóveis, e os transdutores gira em torno do eixo Y (com polarização fixa). Por outro lado, ao medir o $V_S$ , a amostra permanece imóvel enquanto as polarizações do transdutor rodam em torno do eixo Y. . . . .	29
Figura 7 – Fluxograma da verificação experimental do modelo de Hudson-Crampin. . . . .	30
Figura 8 – Mapa de velocidade para a condição seca: (a) usando correção de 1 <sup>a</sup> ordem e (b) usando correção de 2 <sup>a</sup> ordem. . . . .	32
Figura 9 – Mapa de velocidade para a condição saturada: (a) usando correção de 1 <sup>a</sup> ordem e (b) usando correção de 2 <sup>a</sup> ordem. . . . .	33
Figura 10 – Velocidade da onda P perpendicular ao plano de fissuras ( $V_P(0^\circ)$ ). . . . .	35
Figura 11 – Velocidade da onda P incidente a $45^\circ$ com o plano de fissuras ( $V_P(45^\circ)$ ). . . . .	36
Figura 12 – Velocidade da onda P paralela ao plano de fissuras ( $V_P(90^\circ)$ ). . . . .	37
Figura 13 – Velocidade da onda S com propagação e polarização paralelas ao plano de fissuras ( $V_{SH}(90^\circ)$ ). . . . .	38
Figura 14 – Velocidade da onda S com propagação paralela e polarização perpendicular ao plano de fissuras ( $V_{SV}(90^\circ)$ ). . . . .	39
Figura 15 – Parâmetro de Thomsen $\delta$ . . . . .	40
Figura 16 – Parâmetro de Thomsen $\varepsilon$ . . . . .	41
Figura 17 – Parâmetro de Thomsen $\gamma$ . . . . .	42

Figura 18 – Sismograma adquirido na amostra de referência (a) para a onda P em função da polarização de $0^\circ$ , $45^\circ$ e $90^\circ$ em relação a direção Z e (b) para a onda S com propagação na direção Y em função da polarização em relação ao plano de fissuradas onda S de $\phi = 0^\circ$ ou polarização $V_{SH}$ (direção X) e $\phi = 90^\circ$ ou polarização $V_{SV}$ (direção Z). . . . .	49
Figura 19 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SECA. . . . .	50
Figura 20 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SECA. . . . .	51
Figura 21 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SECA. . . . .	52
Figura 22 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SECA. . . . .	53
Figura 23 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SECA. . . . .	54
Figura 24 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SECA. . . . .	55
Figura 25 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SECA. . . . .	56
Figura 26 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SECA. . . . .	57
Figura 27 – (a) Sismograma de onda P em função da polarização de $0^\circ$ , $45^\circ$ e $90^\circ$ em relação a direção Z e (b) sismograma de onda S com propagação na direção Y em função da polarização em relação ao plano de fissuradas onda S de $\phi = 0^\circ$ ou polarização $V_{SH}$ (direção X) e $\phi = 90^\circ$ ou polarização $V_{SV}$ (direção Z) para a amostra de referência na condição SATURADA. . . . .	58
Figura 28 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SATURADA. . . . .	59
Figura 29 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SATURADA. . . . .	60
Figura 30 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SATURADA. . . . .	61
Figura 31 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ , $V_P(45^\circ)$ e $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SATURADA. . . . .	62
Figura 32 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SATURADA. . . . .	63
Figura 33 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SATURADA. . . . .	64

Figura 34 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SATURADA. . . . .	65
Figura 35 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$ e $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SATURADA. . . . .	66

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Parâmetros construtivos para cada amostra. Descrição: D = diâmetro da amostra; H = altura da amostra; h = altura das inclusões; N = número de inclusões; O diâmetro de cada inclusão é fixo e igual a 6 mm	24
Tabela 2	–	Parâmetros calculados de cada amostra. Descrição dos parâmetros: $\alpha$ = razão de aspecto; $\epsilon$ = densidade de fissura; $\rho_{dry}$ = densidade da amostra seca ( $g/cm^3$ ); $\rho_{sat}$ = densidade da amostra saturada. . . . .	24
Tabela 3	–	Velocidade medidas nas amostras na condição seca. . . . .	27
Tabela 4	–	Velocidade medidas nas amostras na condição saturada. . . . .	27

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\sigma_{ij}$	Tensor de tensão
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformação
$C_{ijkl}$	Tensor de rigidez elástica
$C_{\alpha\beta}$	Tensor de rigidez elástica
$\lambda$	Primeiro parâmetro elástico de Lamé
$\mu$	Segundo parâmetro de Lamé ou módulo de cisalhamento
$\rho$	Densidade de massa
$\alpha$	Razão de aspecto da fissura
$\epsilon$	Densidade de fissura
$\phi$	Porosidade

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos e disposição dos capítulos da dissertação</b> .....	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>DESENVOLVIMENTO TEÓRICO</b> .....	<b>16</b>
<b>2.1</b>	<b>Lei de Hooke generalizada</b> .....	<b>16</b>
<b>2.2</b>	<b>Coefficientes elásticos</b> .....	<b>17</b>
<b>2.3</b>	<b>Anisotropia de sistemas tipo VTI</b> .....	<b>18</b>
<b>2.4</b>	<b>Modelo de Meio Efetivo de Hudson-Crampin</b> .....	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>22</b>
<b>3.1</b>	<b>Breve descrição da preparação da amostras</b> .....	<b>22</b>
<b>3.2</b>	<b>Cálculo da densidade</b> .....	<b>25</b>
<b>3.3</b>	<b>Medidas ultrassônicas</b> .....	<b>25</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>30</b>
<b>4.1</b>	<b>Mapas de velocidades teóricas</b> .....	<b>30</b>
<b>4.2</b>	<b>Comparação entre as velocidades estimadas pelo modelo e medidas experimentalmente</b> .....	<b>31</b>
<b>4.3</b>	<b>Parâmetros anisotrópicos de Thomsen</b> .....	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>43</b>
<b>5.1</b>	<b>Proposições</b> .....	<b>44</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>45</b>
	<b>APÊNDICES</b> .....	<b>47</b>
	<b>APÊNDICE A – FORMAS DE ONDA P E S NA CONDIÇÃO SECA</b> .....	<b>48</b>
	<b>APÊNDICE B – FORMAS DE ONDA P E S NA CONDIÇÃO SATURADA</b> .....	<b>58</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A anisotropia sísmica em uma determinada região na subsuperfície da Terra pode ser atribuída à estratificação de camadas rochosas com espessura menor do que o comprimento de onda do campo dos campos elásticos (da sísmica), ou pela orientação de fissuras e fraturas. Do ponto de vista sísmico, a caracterização dessa anisotropia tem despertado grande interesse na indústria petrolífera assim como na área acadêmica. No caso de reservatórios fraturados, obter o conhecimento das características físicas de fissura ou fraturas é imprescindível para otimizar a exploração e produção de óleo (NELSON, 2001). Regiões fraturadas que apresentam orientação preferencial induzem variações nas velocidades elásticas (P e S) dependente da direção de propagação e/ou da polarização de onda. Dessa forma, ondas sísmicas elásticas podem ser usadas como ferramenta para determinar esses parâmetros físicos do reservatório fissurado (GALVIN; GUREVICH; SAYERS, 2007).

Uma maneira de reduzir incertezas na exploração de reservatórios fissurados (ou fraturados) é estimando as características físicas das fissuras tais como: densidade, tamanhos e orientação preferencial (SHAW, 2005). Isso pode ser feito através das modelagens numérica e física da propagação de ondas sísmicas. A modelagem numérica pressupõe um modelo geológico vinculado às premissas mais básicas sobre o tipo de propagação de ondas e o uso de modelos de meios efetivos anisotrópicos. Uma vez especificado o modelo, deve-se definir também o método numérico que simulará a propagação de ondas. Nesta etapa existe uma grande variedade de opções, tais como traçamento de raios; diferenças, elementos ou volumes finitos entre outros (CARCIONE; POLETTI, 2000). Diferentemente da modelagem numérica, a modelagem física da propagação de ondas sísmicas permite a simulação com excelente verossimilhança com a aquisição de dados reais. Primeiramente, simula-se uma geologia por meio de um modelo físico em escala reduzida, através da construção de estruturas e corpos geológicos (modelos sintéticos), usando-se materiais sintéticos, cujas propriedades elásticas são previamente conhecidas. Em seguida, simula-se o experimento sísmico ou ultrassônico utilizando fontes ultrassônicas com frequência variando de 500 kHz a 1 MHz. O campo de ondas espalhado pelas heterogeneidades do modelo é registrado em transdutores piezoelétricos.

Devido ao problema da dispersão numérica, que podem ser encontrados na modelagem de fissuras e fraturas (ZHANG; BENTLEY, 2005), geralmente o que é feito na modelagem numérica é a substituição das fissuras e fraturas por um meio efetivo no qual o efeito individual de fraturas ou fissuras não podem ser modelados (SAYERS, 2002). Na modelagem física, esse problema não é encontrado, tendo em vista que as fissuras e fraturas podem ser simuladas fisicamente por materiais que apresentam um módulo

de cisalhamento muito baixo (por exemplo borracha ou espaços vazios) com diferentes características físicas (ASS'AD; TATHAM; MCDONALD, 1992; ASS'AD et al., 1993). As fissuras podem ser representados por espaços vazios (STEWART et al., 2012) em uma matriz sólida assim como uma matriz porosa (RATHORE et al., 1995; TILLOTSON et al., 2011).

A pergunta que surge é: Por quê investigar um modelo que já foi estudado experimentalmente em inúmeros trabalhos? A resposta é, neste trabalho abordamos assuntos que ainda não foram explorados no caso do modelo de Hudson-Crampin. Dentre esses se destacam:

- 1) A matriz onde estão alocadas as fissuras é totalmente porosa, ou seja, não contém resina epoxy;
- 2) A matriz apresenta uma fraca anisotropia de fundo (background);
- 3) A configuração de fissura (razão de aspecto e densidade de fissura) usada na construção das amostras sintéticas possui um range considerável. A razão de aspecto varia de 0.08 até 0.52 e a densidade de fissura varia de 0.0092 até 0.1200.

## 1.1 Objetivos e disposição dos capítulos da dissertação

O presente trabalho propõem uma análise do modelo de Hudson-Crampin a partir de amostras sintéticas (modelos físicos sintéticos) usando uma matriz com fraca anisotropia. Para a realização do estudo, foram analisadas dezessete amostras sintéticas de rochas porosas, sendo dezesseis fissuradas e uma amostra de referência sem fissuras, sob as perspectivas petrofísica e ultrassônica. Para a análise elástica, investigou-se os valores de permeabilidade, porosidade e densidade de cada amostra sintética. Já para a análise ultrassônica, estimou-se os valores das velocidades compressional e cisalhante, além dos dados de incompressibilidade volumétrica. Tais estimativas foram realizadas nas amostras em duas condições: condição seca e condição saturada (100% de água).

Todo o procedimento experimental foi realizado no Laboratório de Petrofísica and Física de Rochas - Dr. Om Prakash Verma (LPRP), situado na Universidade Federal do Pará (UFPA) sob chefia do Prof. Dr. José Jadsom Sampaio de Figueiredo.

Esta dissertação, além do capítulo introdutório, contém quatro capítulos e um apêndice. No Capítulo 2, é feita uma descrição do modelo de Hudson-Crampin analisado neste trabalho. No Capítulo 3 são descritos os procedimentos laboratoriais que envolveram a construção das amostras sintéticas e as medidas ultrassônicas. No Capítulo 4, são apresentados os resultados alcançados e o Capítulo 5, as conclusões. Por fim, no Apêndice A, estão os traços das aquisições ultrassônicas adquiridos nesta dissertação.

## 2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Nesse trabalho foi modelada uma configuração geológica em escala reduzida na qual objetivou-se reproduzir as características físicas de um meio transversalmente isotrópico com eixo de simetria na vertical (VTI). No entanto, para se produzir um modelo físico de forma mais aproximada da geologia é necessário que este seja descrito e entendido matematicamente antes de sua construção.

Neste capítulo, iremos introduzir algumas definições matemáticas do modelo efetivo de Hudson-Crampin (CRAMPIN, 1984). Inicialmente, faremos uma breve discussão sobre a Teoria da Elasticidade em regime linear e, a partir dos coeficientes elásticos, chegaremos às definições do modelo efetivo de Hudson-Crampin para as condições seca e saturada. Após calcular os coeficientes elásticos será possível determinar as velocidades (das ondas P e S) e os parâmetros anisotrópicos de Thomsen (1986).

### 2.1 Lei de Hooke generalizada

Quando um corpo é submetido a um campo de forças externas, dependendo dos fatores físicos intrínsecos ao material (densidade, por exemplo), um processo de expansão ou contração são as respostas a esse campo. A força atuante sobre o corpo é denominada de tensão, enquanto a expansão ou contração são conhecidas como deformação. A tensão pode ser decomposta em duas componentes: normal e paralela (também conhecida como cisalhante) à superfície do corpo. A deformação também pode ser normal ou cisalhante. Tanto o campo de tensão quanto o de deformação são tensores de segunda ordem simétricos representados matricialmente por

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

e

$$\varepsilon_{kl} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

O tensor das tensões ( $\sigma_{ij}$ ) se relaciona com o tensor de deformação ( $\varepsilon_{kl}$ ) através de um outro tensor, chamado de tensor de módulos de elasticidade ou tensor de rigidez elástica. Matematicamente essa relação é conhecida com Lei de Hooke generalizada, dada por

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (2.3)$$

na qual  $C_{ijkl}$  é um tensor de quarta ordem e obedece as seguintes simetrias:  $C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk}$ . Usando a notação compacta de Voigt, sem perda de generalidades (THOMSEN, 1986), os índices  $ij$  e  $kl$  podem ser substituídos pelos índices  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente, tal que a Equação (2.3) torna-se

$$\sigma_\alpha = C_{\alpha\beta}\varepsilon_\beta. \quad (2.4)$$

## 2.2 Coeficientes elásticos

De uma forma geral o  $C_{\alpha\beta}$  pode ser representado matricialmente por

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{15} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{25} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{35} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{45} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{55} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{65} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

na qual  $C_{\alpha\beta}$  é simétrico em relação a diagonal principal. Essa simetria nos leva a perceber que o número máximo de elementos independentes é 21. De acordo com Ebrom e Sheriff (1992), cada tipo de simetria determina um tipo de anisotropia. Por exemplo, no caso anisotrópico mais simples (simetria cúbica), apenas três componentes são independentes. O caso mais complexo de anisotropia é o triclinico que apresenta 21 (vinte e um) componentes independentes. Do ponto de vista da geofísica, este meio é quase impossível de ser compreendido a partir do processamento sísmico atual. O meio isotrópico é o meio mais simples que existe na geofísica, pois nesse caso a velocidade de propagação das ondas longitudinais (do tipo P) e cisalhantes (do tipo S) independem da direção de propagação. O tensor de rigidez elástica para um meio isotrópico possui apenas duas componentes independentes. Matricialmente  $C_{\alpha\beta}^{(iso)}$  é representado por

$$C_{\alpha\beta}^{(iso)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

no qual  $C_{12} = C_{11} - 2C_{44}$ .

Também podemos escrever esta matriz em termos dos parâmetros elásticos de Lamé ( $\lambda$  e  $\mu$ ). O parâmetro  $\mu$  também é chamado de módulo de cisalhamento enquanto o  $\lambda$  não tem um nome específico atribuído. Os parâmetros de Lamé no caso do meio isotrópico são relacionados com  $C_{ij}$  de acordo com as seguintes equações:

$$C_{12} = \lambda = \rho(V_P^2 - 2V_S^2), \quad (2.7)$$

$$C_{11} = \lambda + 2\mu = \rho V_P^2, \quad (2.8)$$

$$C_{44} = \mu = \rho V_S^2, \quad (2.9)$$

no qual  $\rho$  é densidade do meio,  $V_S$  é a velocidade da onda cisalhante e  $V_P$  é velocidade da compressional.

Neste trabalho estamos investigando a Teoria de Meios Efetivos aplicada a meios transversalmente isotrópicos. Dessa forma vamos direcionar o desenvolvimento teórico deste capítulo para o meio transversalmente isotrópico com eixo de simetria na vertical, também chamado de meio VTI (vertical transverse isotropy).

### 2.3 Anisotropia de sistemas tipo VTI

O meio VTI é o segundo meio anisotrópico mais simples que existe na subsuperfície da Terra (THOMSEN, 1986). Muitas vezes esse meio é chamado simplesmente transversalmente isotrópico (TI) uma vez que o eixo de simetria normalmente está na vertical. A matriz  $C_{ij}$  para esse tipo de meio apresenta apenas cinco componentes independentes. Em termos dos coeficientes elásticos, o meio VTI é representado por

$$C_{ij}^{(TIV)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Em termos das velocidades do meio, os 5 elementos da matriz  $C^{(TIV)}$  são dados por,

$$C_{11} = \rho V_{P1}^2 \quad (2.11)$$

$$C_{33} = \rho V_{P3}^2 \quad (2.12)$$

$$C_{44} = \rho V_{S2}^2 \quad (2.13)$$

$$C_{66} = \rho V_{S1}^2 \quad (2.14)$$

$$C_{13} = \left[ \frac{\left( 4\rho V_{P45^\circ}^2 - C_{11} - C_{33} - 2C_{44} \right)^2 - (C_{11} - C_{33})^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}} - C_{44}, \quad (2.15)$$

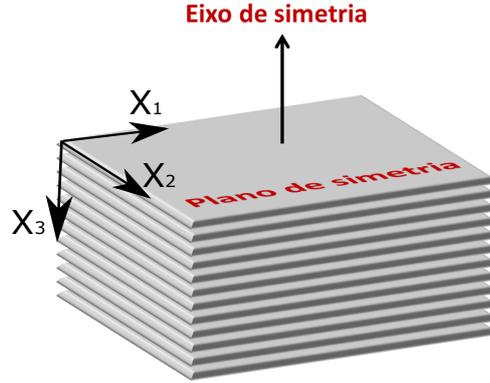
com

$$C_{12} = C_{11} - 2C_{66}. \quad (2.16)$$

A Figura 1 mostra uma ilustração de camadas transversalmente isotrópicas com o eixo de simetria na vertical. Neste caso os eixos  $X_1$  e  $X_2$  são os eixos perpendiculares ao eixo de simetria do meio VTI (eixo  $X_3$ ). Dessa forma  $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(90^\circ)$  e  $V_P(45^\circ)$  são as

velocidades de propagação das ondas compressoriais nas direções perpendicular, paralelo e a  $45^\circ$  com o plano de fissuras, respectivamente. Já as ondas cisalhantes  $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$  representam as ondas cisalhantes com polarização da onda S nas direções  $X_2$  e  $X_3$ , respetivamente.

Figura 1 – Ilustração de um meio anisotrópico do tipo VTI (Transversalmente Isotrópico com Eixo de Simetria Vertical.)



Fonte: Do autor.

Assumindo que a direção  $X_3$  é paralela ao eixo de simetria e perpendicular ao plano de fissuras (ver Figura 1), temos que para a propagação na direção vertical ( $\theta = 0^\circ$ ) a velocidade das ondas P e S são dadas por

$$V_P(0^\circ) = \alpha_0 = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \quad (2.17)$$

$$V_S(0^\circ) = \beta_0 = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \quad (2.18)$$

De acordo com Thomsen (1986), as expressões exatas para as velocidades de fase em função do ângulo de fase (normal à direção da frente de onda), para um meio transversalmente isotrópico são

$$\begin{aligned} V_P(\theta) &= \alpha_0^2 \left[ 1 + \varepsilon \sin^2(\theta) + D(\theta) \right], \\ V_{SV}(\theta) &= V_{S2}(\theta) = \beta_0^2 \left[ 1 + \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} [\varepsilon \sin^2(\theta) - D(\theta)] \right], \\ V_{SH}(\theta) &= V_{S1}(\theta) = \beta_0^2 \left[ 1 + 2\gamma \sin^2(\theta) \right] \end{aligned}$$

com

$$D(\theta) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} \right) \left\{ \left[ 1 + \frac{4\delta}{\left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} \right)^2} \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + \frac{4 \left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} + \varepsilon \right) \varepsilon}{\left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} \right)^2} \sin^4(\theta) \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} \quad (2.19)$$

no qual  $\gamma$ ,  $\varepsilon$  e  $\delta$  são os parâmetros de Thomsen (1986) os quais estão relacionados com os coeficientes elásticos através de

$$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}}, \quad (2.20)$$

$$\varepsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}, \quad (2.21)$$

$$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})}. \quad (2.22)$$

## 2.4 Modelo de Meio Efetivo de Hudson-Crampin

Considere uma distribuição de planos de fissuras (no formato pequenos discos) normais ao eixo  $X_3$  em um sólido isotrópico com Parâmetros de Lamé  $\lambda$  e  $\mu$ , com densidade de fissuras  $\varepsilon$  dada por

$$\varepsilon = N \frac{V_f}{V_m}, \quad (2.23)$$

na qual  $N$  é o número de fissura,  $V_f = \pi r^2 h$  é o volume de cada fissura de raio  $r$  e altura  $h$  (espessura) e  $V_m$  é o volume do modelo no qual estão inseridas as fissuras. Hudson (1981) mostrou que a expressão geral para constantes elásticas efetiva ( $C_{ij}$ ) aplicável para propagação de ondas elásticas (P e S) com comprimento de onda maior que as fissuras e distância entre as fissuras é dada por

$$C_{ij}^{eff} = C_{ij}^{(0)} + C_{ij}^{(1)} + C_{ij}^{(2)}, \quad (2.24)$$

na qual  $C_{ij}^{(1)}$  e  $C_{ij}^{(2)}$  são as correções de primeira e segunda ordem do meio definido através de  $C_{ij}^{(0)}$  do meio isotrópico sem fissuras. As matrizes  $C_{ij}^{(1)}$  e  $C_{ij}^{(2)}$  são

$$C_{ij}^{(1)} = -\frac{\varepsilon}{\mu} \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda(\lambda + 2\mu) & \lambda(\lambda + 2\mu) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(\lambda + 2\mu) & \lambda^2 & \lambda^2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(\lambda + 2\mu) & \lambda^2 & (\lambda + 2\mu)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot D, \quad (2.25)$$

e

$$C_{ij}^{(2)} = \frac{\varepsilon^2}{15} \begin{bmatrix} \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + 2\mu)} & \lambda q & \lambda q & 0 & 0 & 0 \\ \lambda q & \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + 2\mu)} & \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + 2\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda q & \frac{\lambda^2 q}{(\lambda + 2\mu)} & (\lambda + 2\mu)q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot D^2, \quad (2.26)$$

na qual  $q = 15\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + 28\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) + 28$ ,  $X = 2\mu \frac{(3\lambda + 8\mu)}{(\lambda + 2\mu)}$  e  $D$  é matriz diagonal

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} U_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & U_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

na qual as quantidades  $U_{ij}$  depende das condições de saturação da fissura (seca ou saturada; por óleo e/ou água) e da razão de aspecto da fissura  $\alpha = c/a$  (razão entre espessura e diâmetro das inclusões). No limite de longo comprimento de onda e baixa razão de aspecto  $\alpha$  ( $c \ll a$ ) para fissura preenchida por fluido com baixa incompressibilidade (weak filling) temos

$$U_{11} = \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\right)}{(1+K)}, \quad (2.28)$$

$$U_{33} = \frac{16}{3} \frac{\left(\frac{\lambda+2\mu}{3\lambda+4\mu}\right)}{(1+M)}, \quad (2.29)$$

na qual  $K$  e  $M$  são representados por

$$K = \left[ \frac{\kappa' + 4/3\mu'}{\pi\alpha\mu} \right] \frac{(\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)}, \quad (2.30)$$

$$M = \left[ \frac{\mu'}{\pi\alpha\mu} \right] \frac{(\lambda + 2\mu)}{(3\lambda + 4\mu)}, \quad (2.31)$$

na qual  $\kappa'$  and  $\mu'$  são os módulo de incompressibilidade e cisalhamento do fluido com baixa incompressibilidade. De acordo com Crampin (1984), para preenchimento de fissuras feito por água, o  $\mu' = 0$  GPa e o  $\kappa' = \lambda = 2.25$  GPa. Dessa forma as equações (2.28) e (2.29) tornam-se

$$U_{11} = \frac{4}{3} \frac{\left(\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\right)}{\left(1 + \left[\frac{\kappa'}{\pi\alpha\mu}\right] \frac{(\lambda+2\mu)}{(\lambda+\mu)}\right)}, \quad (2.32)$$

$$U_{33} = \frac{16}{3} \left(\frac{(\lambda + 2\mu)}{(3\lambda + 4\mu)}\right). \quad (2.33)$$

No caso de fissuras seca  $\mu' = 0$  GPa e  $\kappa' = \lambda = 0$  GPa e, conseqüentemente,

$$U_{11} = \frac{4}{3} \left(\frac{(\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)}\right), \quad (2.34)$$

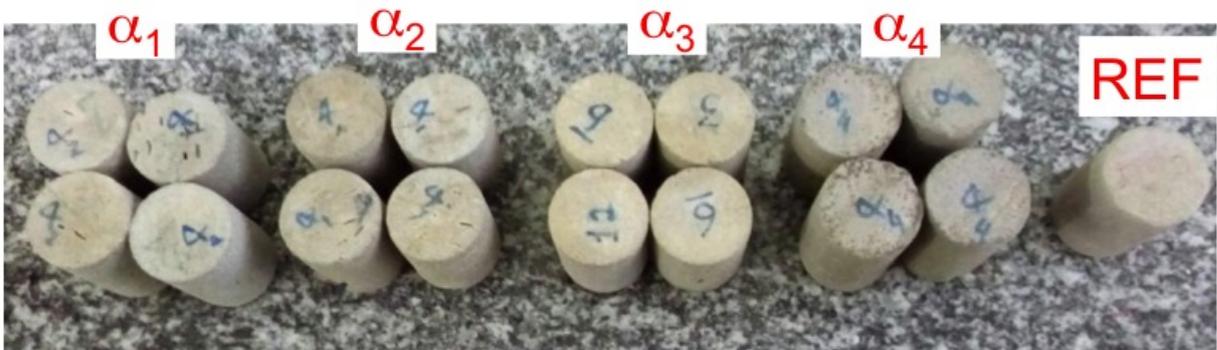
$$U_{33} = \frac{16}{3} \left(\frac{(\lambda + 2\mu)}{(3\lambda + 4\mu)}\right). \quad (2.35)$$

A partir das equações (2.34) e (2.35) podemos notar que as matrizes  $C_{ij}^{(1)}$  e  $C_{ij}^{(2)}$  não dependem da razão de aspecto no caso da fissura seca. Essa premissa também será investigada nesse trabalho.

### 3 DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

A construção das amostras fissuradas assim como as medidas ultrasônicas foram realizadas no Laboratório de Petrofísica e Física de Rochas - Dr. Om Prakash Verma (LPRP), na Universidade Federal do Pará (UFPA). Sob condições controladas, 16 (dezesesseis) amostras fissuradas e uma amostra de referência (sem fissuras) foram construídas. A imagem de todas as amostras estão mostradas na Figura 2.

Figura 2 – Fotografia de todas as amostras sintéticas investigadas nesse trabalho.



Fonte: Do autor.

#### 3.1 Breve descrição da preparação da amostras

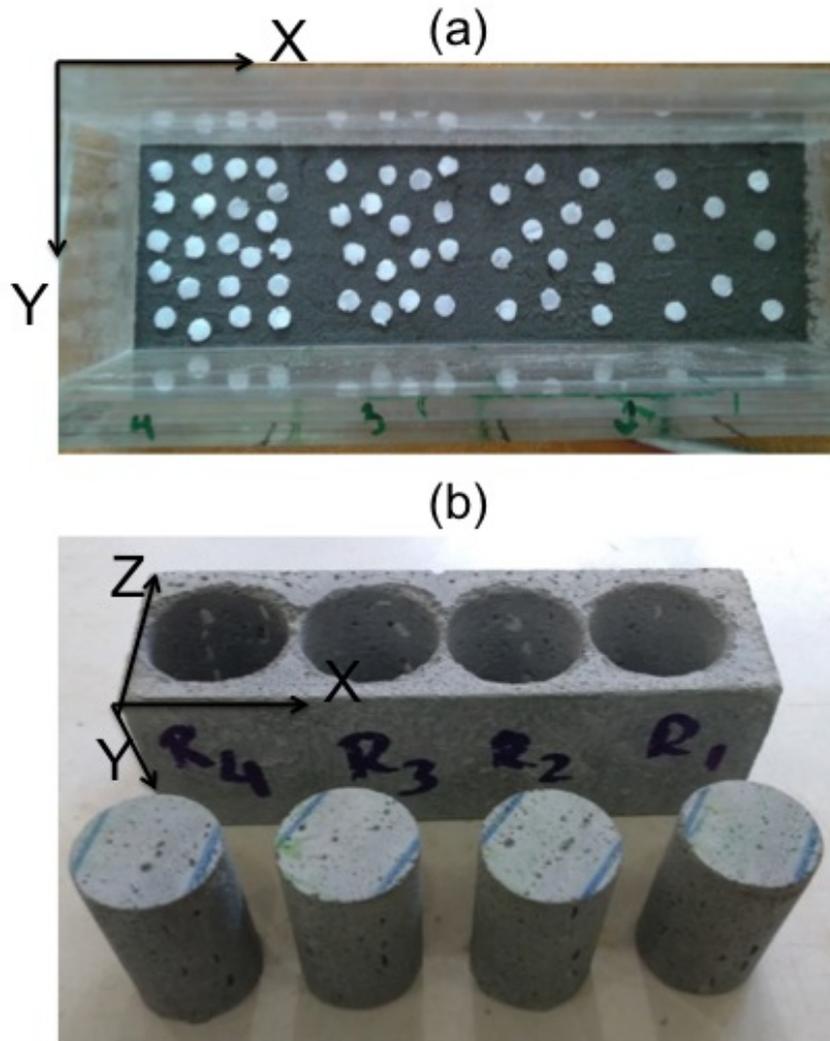
A construção das amostras fissuradas foi baseada na técnica desenvolvida por (SANTOS et al., 2017). A Figura 3 mostra algumas etapas de construção das amostras. A Figura 3(a) mostra a etapa de inclusão dos discos de isopor, dispostos em camadas, com diâmetro fixo e espessura variável (ver Tabela 1), sobre uma camada de argamassa (65% de areia e 35% de cimento, em massa). A colocação da argamassa e dos discos de isopor é feita de forma sequencial até que a forma esteja completamente preenchida. O suporte de acrílico é usado para acomodar a mistura da matriz (argamassa) mais os discos de isopor. Após adquirir uma consistência sólida, os plugs são extraídos do bloco usando uma plugadeira da Core Lab. As amostras (plugs) são mergulhadas no tiner para que o isopor seja dissolvido, restando apenas os espaços vazios no formato de discos (penny-shaped). A Figura 3(b) mostras os plugs no formato cilíndricos.

A densidade de fissuras ( $\epsilon$ ) para cada amostra foi estimada baseada na equação modificada a partir de Hudson (1981)

$$\epsilon = N \frac{\pi r^2 h}{V_m}, \quad (3.1)$$

no qual N é o número de inclusões, r é o raio e h é a altura (espessura) de cada fissura e  $V_m$  é o volume do modelo (amostra).

Figura 3 – Etapas de preparação das amostras: (a) Preparação das amostras. Observar que cada região da fôrma possui um distribuição de fissuras diferente em densidades de fissuras diferentes. (b) Amostras no formato cilíndrico (plugs) após consolidação da matriz de argamassa.



Fonte: Do autor.

A porosidade de fissura ou porosidade secundária ( $\phi_f$ ) pode ser determinada a partir da relação de Thomsen (1995),

$$\phi_f = \frac{4}{3}\pi\epsilon\alpha, \quad (3.2)$$

na qual  $\epsilon$  é a densidade de fissuras e  $\alpha$  é a razão de aspecto das fissuras.

Os parâmetros que definem a razão de aspecto e a densidade de fissura das amostras são mostrados na Tabela 1, enquanto os parâmetros petrofísicos calculados  $\alpha$ ,  $\epsilon$  e  $\rho$  estão na Tabela 2.

Tabela 1 – Parâmetros construtivos para cada amostra. Descrição: D = diâmetro da amostra; H = altura da amostra; h = altura das inclusões; N = número de inclusões; O diâmetro de cada inclusão é fixo e igual a 6 mm

Amostra	D (mm)	H (mm)	h (mm)	N
Referência	38.00	59.00	0	0
$\alpha_1\epsilon_1$	38.00	53.10	0.50	36
$\alpha_1\epsilon_2$	38.00	53.00	0.50	54
$\alpha_1\epsilon_3$	38.00	53.90	0.50	72
$\alpha_1\epsilon_4$	38.00	51.10	0.50	90
$\alpha_2\epsilon_1$	38.00	55.50	1.25	18
$\alpha_2\epsilon_2$	38.00	54.10	1.25	30
$\alpha_2\epsilon_3$	38.00	55.70	1.25	66
$\alpha_2\epsilon_4$	38.00	52.50	1.25	96
$\alpha_3\epsilon_1$	38.00	52.50	2.00	18
$\alpha_3\epsilon_2$	38.00	51.31	2.00	36
$\alpha_3\epsilon_3$	38.00	51.83	2.00	54
$\alpha_3\epsilon_4$	38.00	50.81	2.00	72
$\alpha_4\epsilon_1$	38.00	61.15	3.75	36
$\alpha_4\epsilon_2$	38.00	60.60	3.75	48
$\alpha_4\epsilon_3$	38.00	61.00	3.75	60
$\alpha_4\epsilon_4$	38.00	61.60	3.75	72

Fonte: Do autor.

Tabela 2 – Parâmetros calculados de cada amostra. Descrição dos parâmetros:  $\alpha$  = razão de aspecto;  $\epsilon$  = densidade de fissura;  $\rho_{dry}$  = densidade da amostra seca ( $g/cm^3$ );  $\rho_{sat}$  = densidade da amostra saturada.

Amostra	$\alpha$	$\epsilon$	$\rho_{dry}$	$\rho_{sat}$
Referência	0.00	0.0000	1.9460	2.0560
$\alpha_1\epsilon_1$	0.08	0.0092	1.9260	2.0451
$\alpha_1\epsilon_2$	0.08	0.0138	1.9159	2.0396
$\alpha_1\epsilon_3$	0.08	0.0181	1.9065	2.0346
$\alpha_1\epsilon_4$	0.08	0.0238	1.8939	2.0277
$\alpha_2\epsilon_1$	0.20	0.0110	1.9220	2.0430
$\alpha_2\epsilon_2$	0.20	0.0188	1.9050	2.0338
$\alpha_2\epsilon_3$	0.20	0.0401	1.8584	2.0085
$\alpha_2\epsilon_4$	0.20	0.0618	1.8108	1.9826
$\alpha_3\epsilon_1$	0.32	0.0185	1.9054	2.0340
$\alpha_3\epsilon_2$	0.32	0.0380	1.8630	2.0110
$\alpha_3\epsilon_3$	0.32	0.0564	1.8228	1.9891
$\alpha_3\epsilon_4$	0.32	0.0767	1.7784	1.9650
$\alpha_4\epsilon_1$	0.52	0.0518	1.8328	1.9946
$\alpha_4\epsilon_2$	0.52	0.0696	1.7937	1.9734
$\alpha_4\epsilon_3$	0.52	0.0865	1.7569	1.9534
$\alpha_4\epsilon_4$	0.52	0.1028	1.7213	1.9341

Fonte: Do autor.

### 3.2 Cálculo da densidade

As velocidades para o modelo de Hudson-Crampin foram calculadas usando os valores de razão de aspecto das amostras  $\alpha = 0.08, 0.20, 0.32$  e  $0.52$  e valores de densidade de fissura  $\epsilon$  variando de 0 a 0.12, cobrindo todos os valores de densidade de fissuras das amostras sintéticas. Além disso, as velocidades do modelo foram calculadas em duas situações: (i) usando apenas a correção de primeira ordem e (ii) usando as duas correções. Os valores das constantes de Lamé, usados como parâmetros iniciais do modelo, foram calculados a partir da amostra de referência. Outra medida que precisa ser levada em consideração para o cálculo das velocidades do modelo de Hudson-Crampin é a densidade. A densidade é diretamente afetada pela porosidade total da amostra e é dada por

$$\rho_{total} = \rho_{matriz}(1 - \phi_{total}) + \rho_{fl}\phi_{total}, \quad (3.3)$$

em que  $\rho_{matriz}$  é a densidade da matriz,  $\rho_{fl}$  é a densidade do fluido que preenche as fissuras e  $\phi_{total}$  é a porosidade total da amostra.

A porosidade total  $\phi_{total}$  é a soma da porosidade primária intrínseca à matriz,  $\phi_{matriz}$ , e da porosidade secundária provocada pelas fissuras  $\phi_f$ . Neste trabalho, além da porosidade estimada por Thomsen (1995) através da Equação 3.2, usamos como porosidade de fissura a razão entre o volume total das inclusões e o volume total de cada amostra. Verificou-se que a densidade calculada dessa forma oferece melhor aproximação com as densidades das amostras medidas experimentalmente (ver a Figura 4). Por esse motivo, o cálculo da porosidade para o modelo usará como a equação

$$\phi_{total} = \phi_{matriz} + \epsilon - (\phi_{matriz} \cdot \epsilon). \quad (3.4)$$

na qual  $\phi_{matriz}$  é a porosidade da matriz e  $\epsilon$  é a densidade de fissura da amostra.

### 3.3 Medidas ultrassônicas

As medidas ultrassônicas foram realizadas utilizando o Sistema Ultrassônico do LPRP com a técnica de transmissão de pulso (SANTOS; FIGUEIREDO; SILVA, 2016). A taxa de amostragem por canal para todas as medidas das formas de onda P foi  $0,002 \mu s$  e para onda S foi de  $0,01 \mu s$ . A Figura 5 mostra uma imagem deste sistema ultrassônico. O sistema é formado por um receptor de pulso 5072PR e um pré-amplificador 5660B da Olympus, um osciloscópio USB de 50 MHz da Handscope, e dois transdutores de 1MHz (onda P) e 500 kHz (onda S) também da Olympus. A Figura 5 também mostra os transdutores de onda P e S. Os transdutores (fonte e receptor) foram dispostos em lados opostos das amostras, separados pelo comprimento da amostra medida na Tabela 1. Para assegurar que a propagação da onda estava na região desejada das amostras, os transdutores foram colocados de forma centralizada nas amostras. Isto foi feito para todos os modos de propagação de ondas.

Em relação os registros da onda P, inicialmente, a direção de propagação da onda de compressão era perpendicular ao plano de fissuras  $X_1X_2$  (ver Figura 6(a)). A partir daí, realizamos medições a cada  $45^\circ$  (Figura 6(b)) ao longo do diâmetro das amostras até o ângulo de  $90^\circ$  (a polarização paralela ao plano de fissuras- Figura 6(c)). No total, foram registrados três traços de onda P em cada amostra. Para estimar as velocidades da onda P usamos a seguinte relação

$$V_P(\theta) = \frac{D}{t_P(\theta) - \Delta t_{atraso-P}}, \quad (3.5)$$

em que  $D$  é o diâmetro do plug em que a onda P propagou da fonte até o receptor,  $\Delta t_{atraso-P}$  é o tempo de atraso do transdutor de onda P, por último,  $t_P(\theta)$  é o tempo de transmissão da onda P com respeito ao eixo Z.

Para o registro de onda de cisalhamento, as medidas foram realizadas ao longo da direção Y, sendo a polarização inicial paralela às fissuras (direção  $X_1$ ), no plano XZ (ver Figuras 6 (d) e 6 (e)). Realizamos medidas para as polarizações  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Dois traços de onda S foram registrados em cada amostra. Para a estimar as velocidades da onda S usamos um relação semelhante ao da onda P

$$V_S(\phi) = \frac{L_Y}{t_S(\phi) - \Delta t_{atraso-S}}, \quad (3.6)$$

em que  $L_Y$  é a distância de propagação de onda S,  $\Delta t_{atraso-S}$  é o tempo de atraso do transdutor de onda S, por último,  $t_S(\phi)$  é o tempo de transmissão em função do ângulo com respeito ao eixo X para propagação de onda S.

Os traços sísmicos usados para marcação dos tempos de chegada das ondas P e onda S, nas diversas configurações mostradas na Figura 6 estão no Apêndice A.

Abaixo a tabela com as velocidades medidas nas amostras na condição seca.

E as velocidades medidas nas amostras na condição saturada.

Tabela 3 – Velocidade medidas nas amostras na condição seca.

Amostra	$V_P(0^\circ)$	$V_P(45^\circ)$	$V_P(90^\circ)$	$V_{SH}(90^\circ)$	$V_{SV}(90^\circ)$
Referência	4194.3	4231.6	4260.1	2267.5	2159.6
$\alpha_1\epsilon_1$	4102.8	4171.2	4257.4	2265.4	2146.1
$\alpha_1\epsilon_2$	4032.7	4155.8	4254.0	2264.1	2137.8
$\alpha_1\epsilon_3$	3997.1	4134.2	4251.6	2262.3	2134.6
$\alpha_1\epsilon_4$	3938.9	4102.8	4250.8	2258.6	2122.8
$\alpha_2\epsilon_1$	4079.1	4165.6	4256.0	2261.7	2143.2
$\alpha_2\epsilon_2$	3983.6	4116.8	4253.4	2258.4	2131.3
$\alpha_2\epsilon_3$	3762.9	3986.5	4248.7	2256.9	2094.6
$\alpha_2\epsilon_4$	3574.8	3847.7	4236.4	2255.2	2065.9
$\alpha_3\epsilon_1$	3985.7	4123.3	4259.2	2256.4	2128.6
$\alpha_3\epsilon_2$	3771.2	3992.8	4249.8	2253.8	2098.7
$\alpha_3\epsilon_3$	3606.5	3883.9	4243.2	2252.9	2067.7
$\alpha_3\epsilon_4$	3431.2	3769.4	4237.5	2252.6	2031.3
$\alpha_4\epsilon_1$	3634.2	3908.3	4242.4	2254.8	2073.7
$\alpha_4\epsilon_2$	3453.3	3819.6	4238.5	2252.0	2045.0
$\alpha_4\epsilon_3$	3305.2	3689.8	4231.5	2251.3	2019.3
$\alpha_4\epsilon_4$	3163.7	3652.2	4225.4	2250.9	1992.8

Fonte: Do autor.

Tabela 4 – Velocidade medidas nas amostras na condição saturada.

Amostra	$V_P(0^\circ)$	$V_P(45^\circ)$	$V_P(90^\circ)$	$V_{SH}(90^\circ)$	$V_{SV}(90^\circ)$
Referência	4279.3	4308.4	4323.1	2367.6	2243.3
$\alpha_1\epsilon_1$	4229.8	4277.7	4325.1	2366.3	2224.1
$\alpha_1\epsilon_2$	4208.6	4266.0	4323.2	2363.5	2211.7
$\alpha_1\epsilon_3$	4171.5	4246.7	4326.9	2367.1	2202.6
$\alpha_1\epsilon_4$	4142.8	4220.4	4328.9	2364.9	2185.0
$\alpha_2\epsilon_1$	4182.2	4256.2	4321.2	2360.2	2209.6
$\alpha_2\epsilon_2$	4122.2	4221.0	4319.6	2354.2	2204.4
$\alpha_2\epsilon_3$	3959.9	4125.8	4317.2	2368.3	2152.3
$\alpha_2\epsilon_4$	3787.8	4046.1	4315.8	2358.5	2095.1
$\alpha_3\epsilon_1$	4102.5	4200.6	4315.6	2362.2	2205.7
$\alpha_3\epsilon_2$	3927.4	4123.4	4306.0	2359.4	2156.1
$\alpha_3\epsilon_3$	3763.5	4032.1	4297.3	2359.5	2109.9
$\alpha_3\epsilon_4$	3623.1	3942.4	4287.5	2369.0	2061.3
$\alpha_4\epsilon_1$	3758.9	4028.8	4309.0	2363.7	2125.3
$\alpha_4\epsilon_2$	3636.2	3945.4	4305.5	2371.5	2075.9
$\alpha_4\epsilon_3$	3525.8	3876.1	4291.7	2356.4	2033.3
$\alpha_4\epsilon_4$	3525.8	3876.1	4291.7	2356.4	2033.3

Fonte: Do autor.

Figura 4 – Densidades estimadas e experimentais: a densidade estimada a partir do conceito clássico de porosidade é aquela que mais se aproxima das densidades medidas experimentalmente, tanto para o estado seco, quanto para o estado saturado.

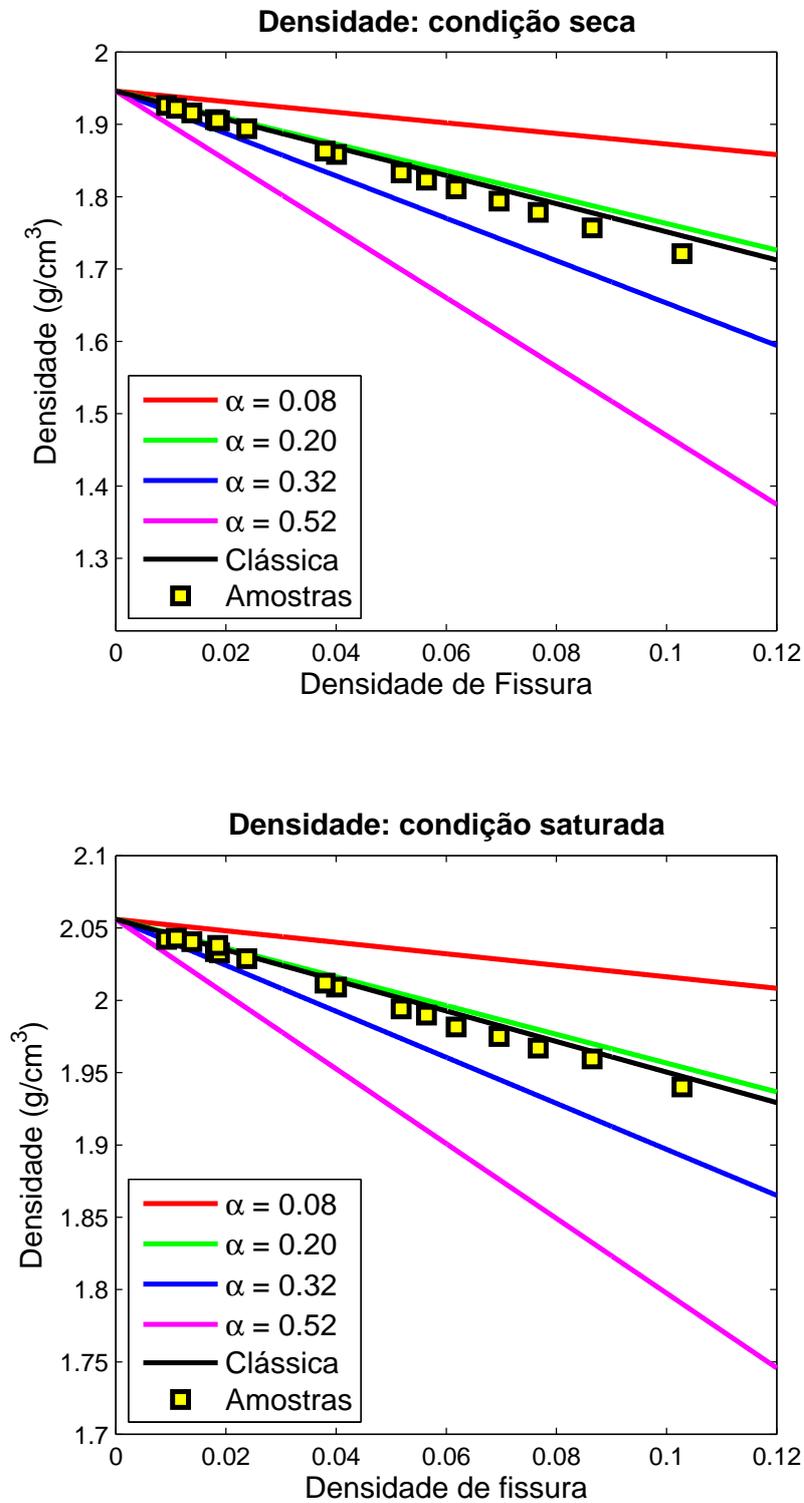
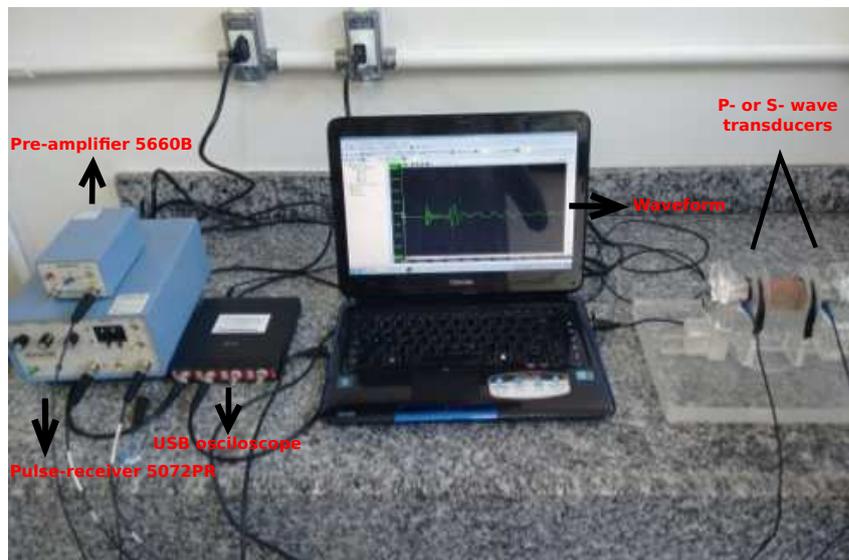
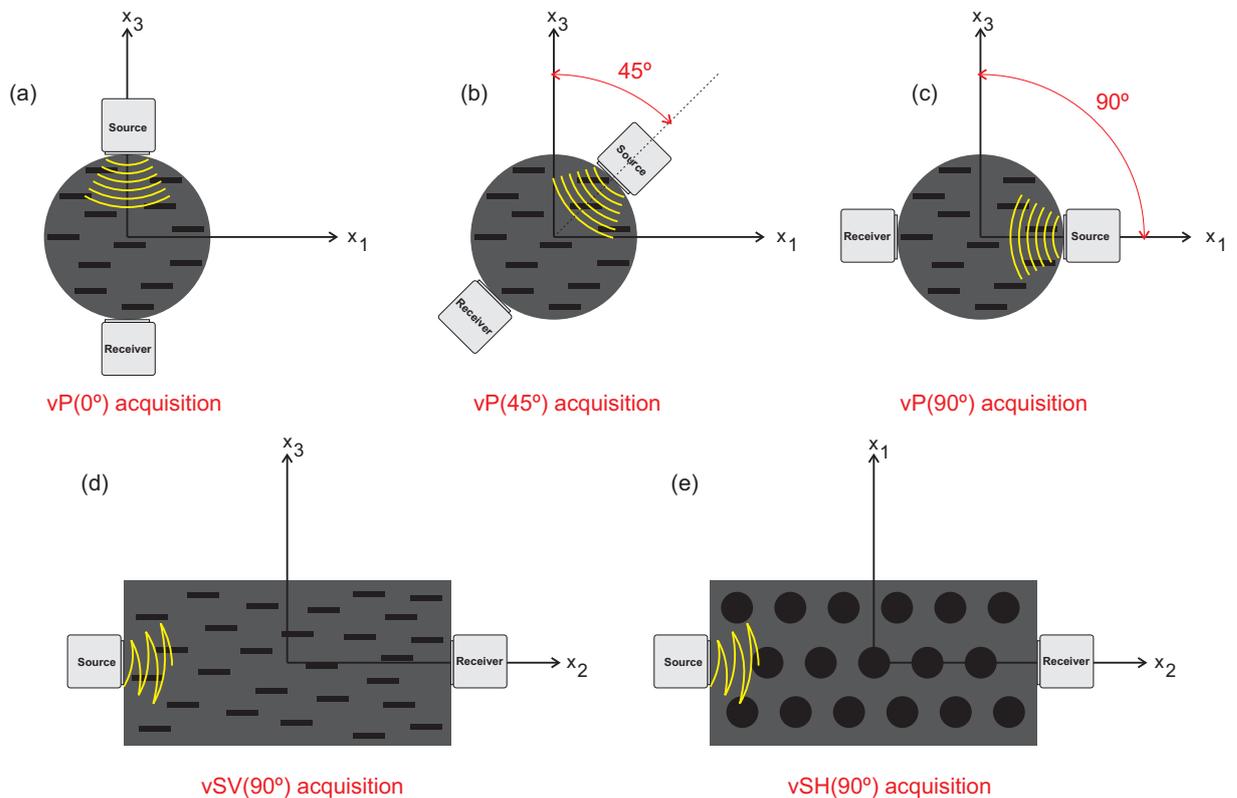


Figura 5 – Configuração experimental para medição de ondas P e S.



Fonte: Retirado de (SANTOS; FIGUEIREDO; SILVA, 2016).

Figura 6 – Esboço do experimento utilizado para registros sismograma das ondas P (a,b, c) e S (d,e). Note que ao medir  $V_P$ , a amostra permanece imóvel, e os transdutores gira em torno do eixo Y (com polarização fixa). Por outro lado, ao medir o  $V_S$ , a amostra permanece imóvel enquanto as polarizações do transdutor rodam em torno do eixo Y.

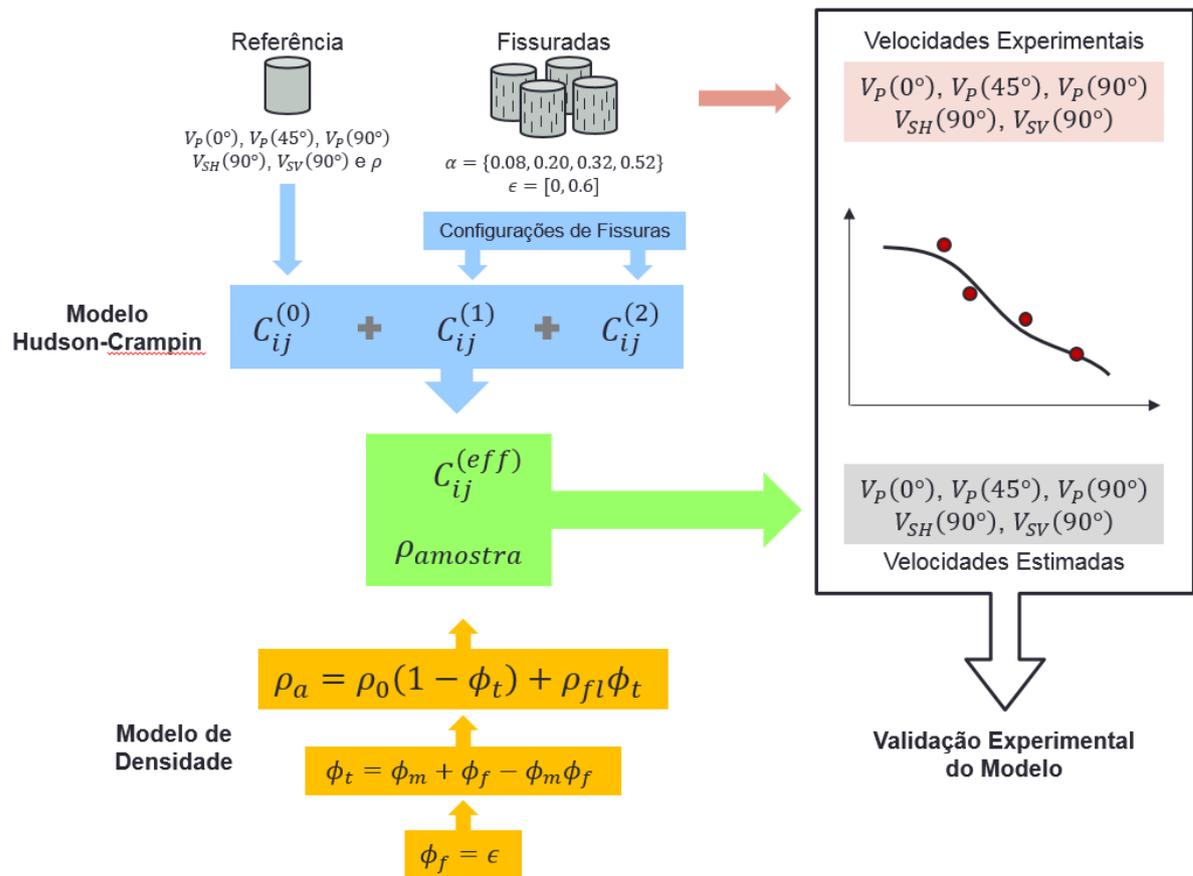


Fonte: Do autor.

## 4 RESULTADOS

Para cada uma amostra, 01 (uma) de referência e 16 (dezesesseis) fissuradas, foram medidas indiretamente (calculadas) as velocidades das ondas P e S a partir dos tempos de trânsito da primeira chegada registrados nos sismogramas como descrito no Capítulo 2. A fraca anisotropia da amostra de referência pode ser verificada através das diferentes velocidades para a onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) e para a onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ), nas duas condições (seca e saturada), como mostram as Tabelas 3 e 4. A partir desses valores de velocidade foi calculada a matriz de coeficientes de rigidez  $C_{ij}^0$  da equação 2.24. O fluxograma na Figura 7 mostra, resumidamente, como os resultados foram calculados.

Figura 7 – Fluxograma da verificação experimental do modelo de Hudson-Crampin.



Fonte: Do autor.

### 4.1 Mapas de velocidades teóricas

As velocidades estimadas a partir dos coeficientes de rigidez do modelo de Hudson-Crampin para uma determinada configuração de fissura ( $\alpha$  e  $\epsilon$ ) mostram que para a

condição seca a velocidade independe da razão de aspecto e diminui com o aumento da densidade de fissura, exceto a velocidade da onda cisalhante ao longo da direção Y com polarização horizontal ( $V_{SH}(90^\circ)$ ). O modelo mostra que a velocidade mais afetada pela presença inclusão de fissuras é a  $V_P(0^\circ)$  (perpendicular ao plano de fissuras/fraturas) como apresentado na Figura 8. Ainda para a condição seca, a correção de segunda ordem prediz uma variação menor para as velocidades analisadas.

Na condição saturada (ver a Figura 9), o modelo de Hudson-Crampin mostra que as velocidades compressionais (da onda P) sofrem influência da razão de aspecto, principalmente a velocidade  $V_P(0^\circ)$ . Quanto maior a razão de aspecto, maior é a variação negativa da velocidade para densidade de fissura crescente. Contudo, para razão de aspecto pequena, o modelo mostra que variação na velocidade é mínima, independente da densidade de fissura. As velocidade cisalhantes também sofrem maior variação nesse estado (saturado), porém não dependem da razão de aspecto.

#### 4.2 Comparação entre as velocidades estimadas pelo modelo e medidas experimentalmente

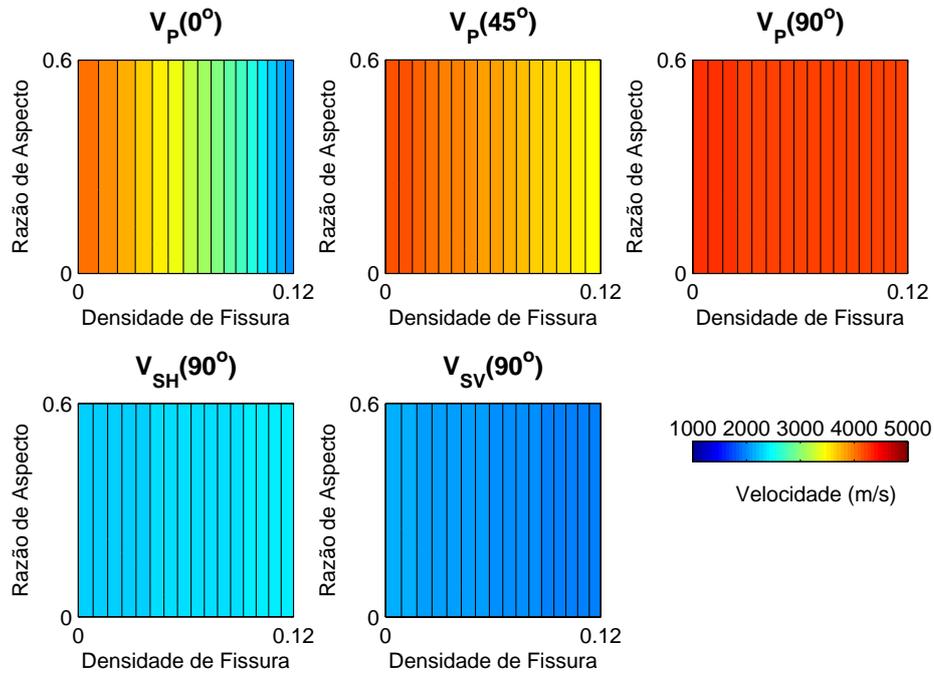
A seguir estão dispostos as velocidades experimentais das ondas P e S para todas as amostras. E as velocidades estimadas pelo modelo de Hudson-Crampin, agrupadas por razão de aspecto usada na construção das amostras ( $\alpha = 0.08, 0.20, 0.32, 0.52$ ). As velocidades experimentais foram estimadas usando os tempos da chegada mostrados no Apêndice A. Enquanto as velocidades teóricas estimadas pelo modelo foram calculadas usando as duas correções (ou aproximações) descritas no Capítulo 2.

A Figura 10 mostra que o modelo prediz com boa aproximação a velocidade  $V_P(0^\circ)$  usando a segunda correção na condição saturada para as configurações de fissuras experimentadas. Na condição seca, a segunda correção tende a superestimar a velocidade para configurações de fissuras com razão de aspecto acima de  $\alpha = 0.30$ . A primeira correção do modelo não foi satisfatória, pois obteve boa aproximação apenas em configurações de fissura com baixas razão de aspecto e densidade de fissura. Na predição da velocidade da onda P incidente a  $45^\circ$  com o eixo de simetria (eixo  $X_3$ ), o modelo tem boa aproximação para a condição seca usando a primeira correção para as configurações de fissuras experimentadas. Obteve também boa aproximação para a condição saturada, porém usando a segunda correção (ver a Figura 11).

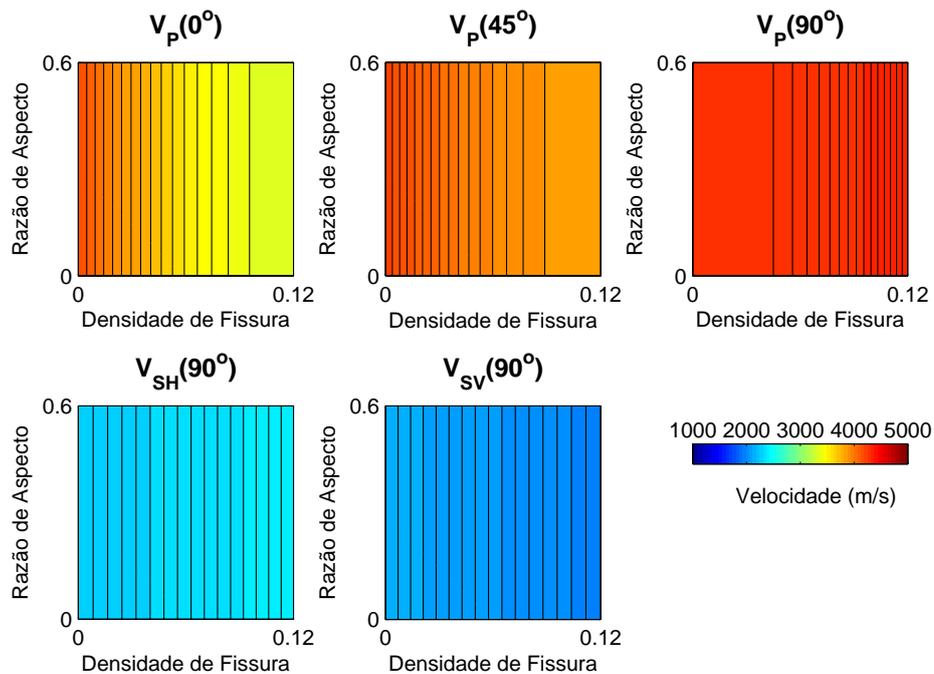
A Figura 12 mostra que a velocidade  $V_P(90^\circ)$  teve boa predição na condição seca usando apenas a primeira correção do modelo de Crampin. Na condição saturada a aproximação é melhor usando a segunda correção. O modelo apresenta a mesma predição para a velocidade  $V_{SH}(90^\circ)$  usando as duas correções e tende a superestimar a velocidade nas duas condições: seca e saturada. As melhores predições foram feitas para configuração de fissuras com baixas razão de aspecto e densidade de fissura, como pode ser visto na

Figura 8 – Mapa de velocidade para a condição seca: (a) usando correção de 1ª ordem e (b) usando correção de 2ª ordem.

(a)



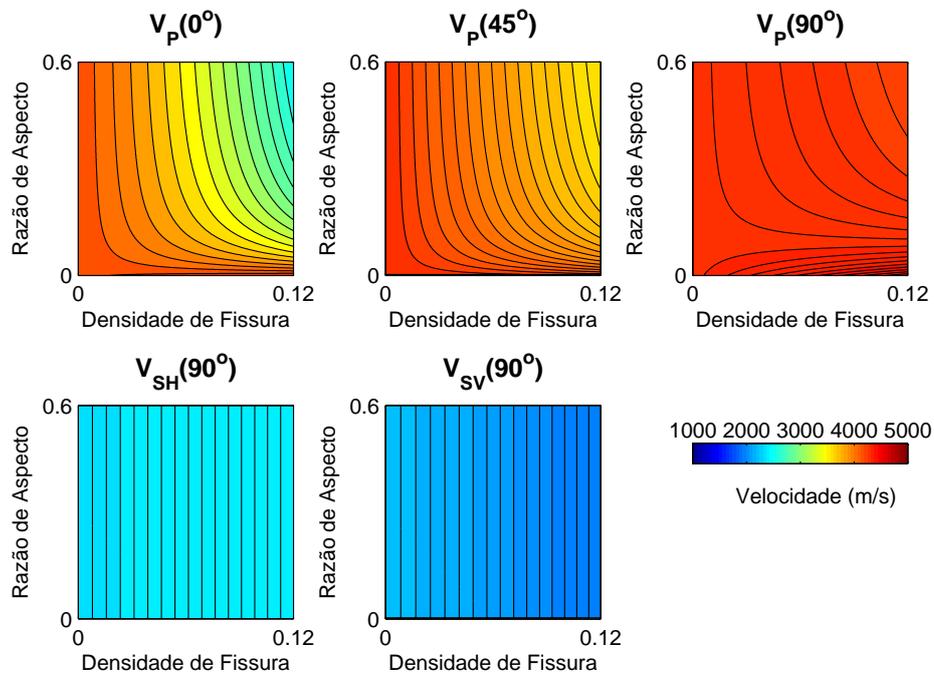
(b)



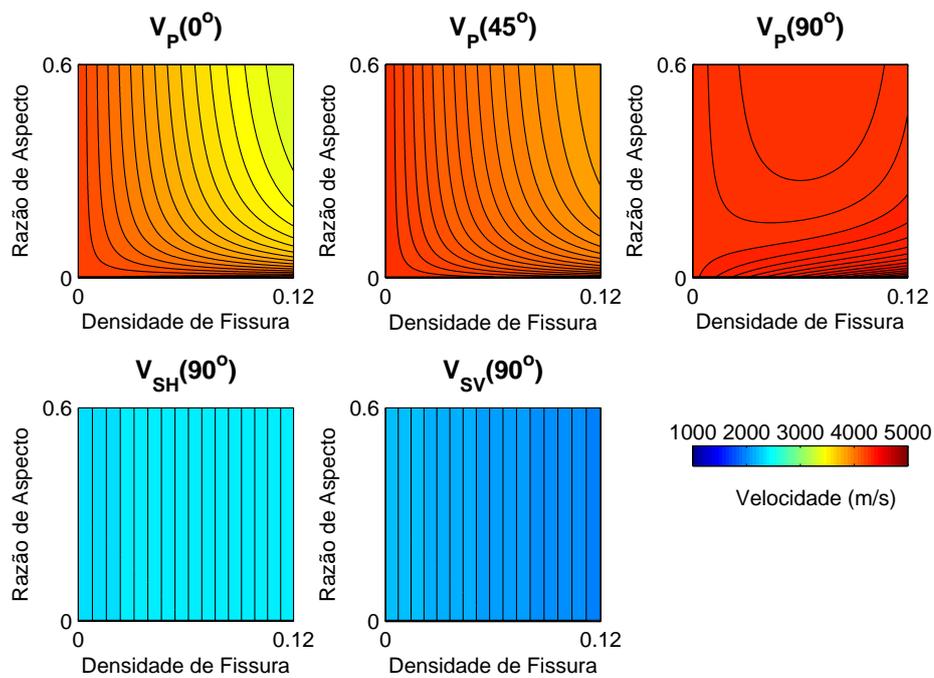
Fonte: Do autor.

Figura 9 – Mapa de velocidade para a condição saturada: (a) usando correção de 1ª ordem e (b) usando correção de 2ª ordem.

(a)



(b)



Fonte: Do autor.

Figura 13.

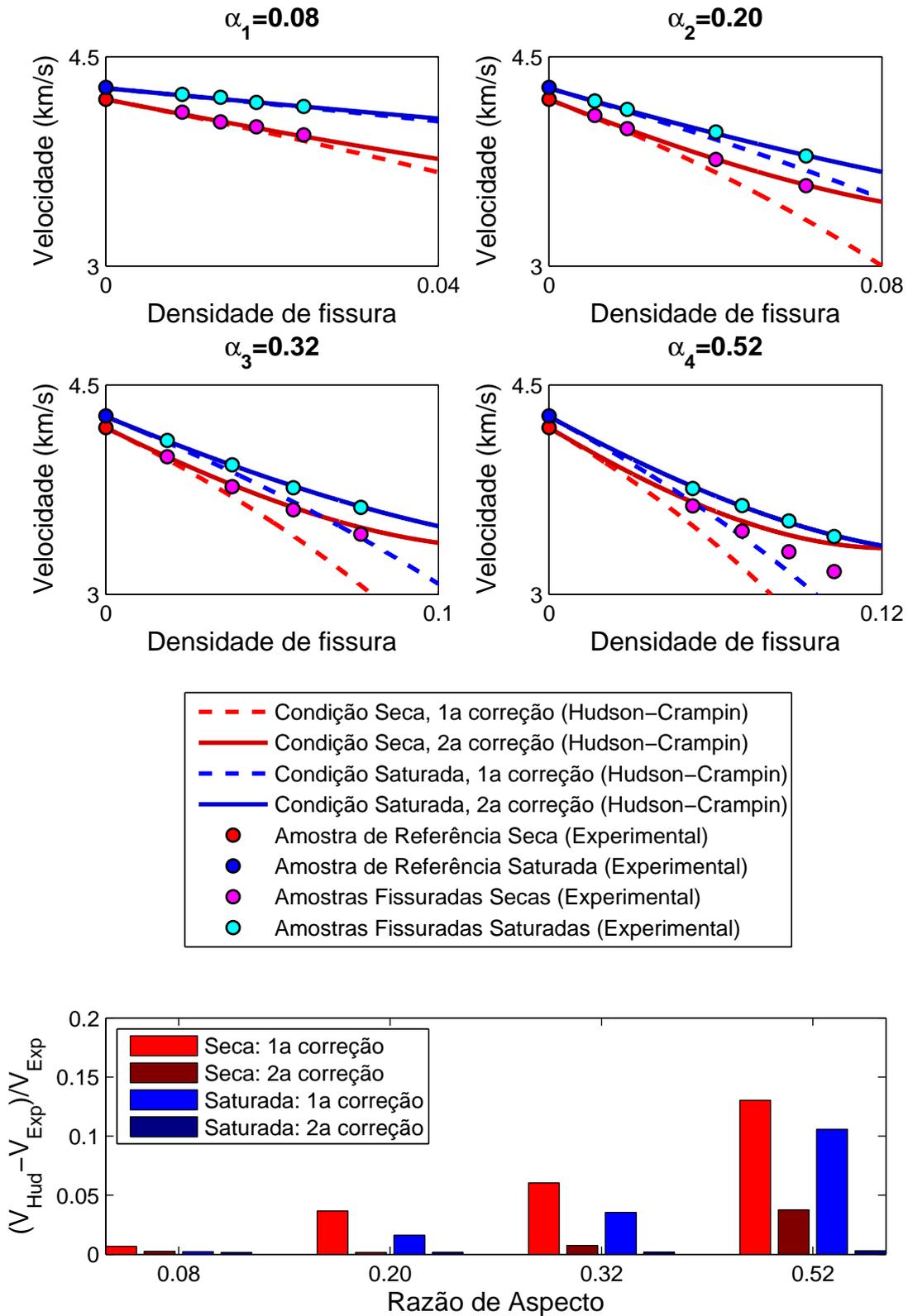
Para a velocidade da onda S na direção Y com polarização vertical ao plano de fissuras ( $V_{SV}(90^\circ)$ ), o modelo conseguiu prever com boa aproximação as velocidades das amostras em todas as configurações de fissuras usadas, tanto na condição seca, como na condição saturada. Notar que a velocidade calculada pelo modelo, nas condições seca e saturada, tendem a convergir para densidade de fissuras maiores (Figura 14). Os resultados mostram que a condição saturada é melhor predita usando a segunda correção do modelo de Crampin. Para a condição seca, o modelo apresenta melhor resultado usando apenas a primeira correção.

### 4.3 Parâmetros anisotrópicos de Thomsen

Assim como na predição das velocidades, os parâmetros de Thomsen ( $\delta$ ,  $\epsilon$  e  $\gamma$ ) foram calculados a partir das duas aproximações de Crampin e para as duas condições: seca e saturada. Para as amostras, calculou-se os parâmetros de Thomsen a partir dos coeficientes de rigidez dados pelas equações 2.11 a 2.16. As amostras foram construídas para simular rochas com baixa anisotropia ( $\delta, \epsilon, \gamma \ll 1$ ) e verificar se o modelo de Crampin consegue prever tal situação. As figuras mostram os resultados para as duas aproximações do modelo e para as duas condições, seca e saturada, agrupando os resultados por razão de aspecto experimentadas nas amostras.

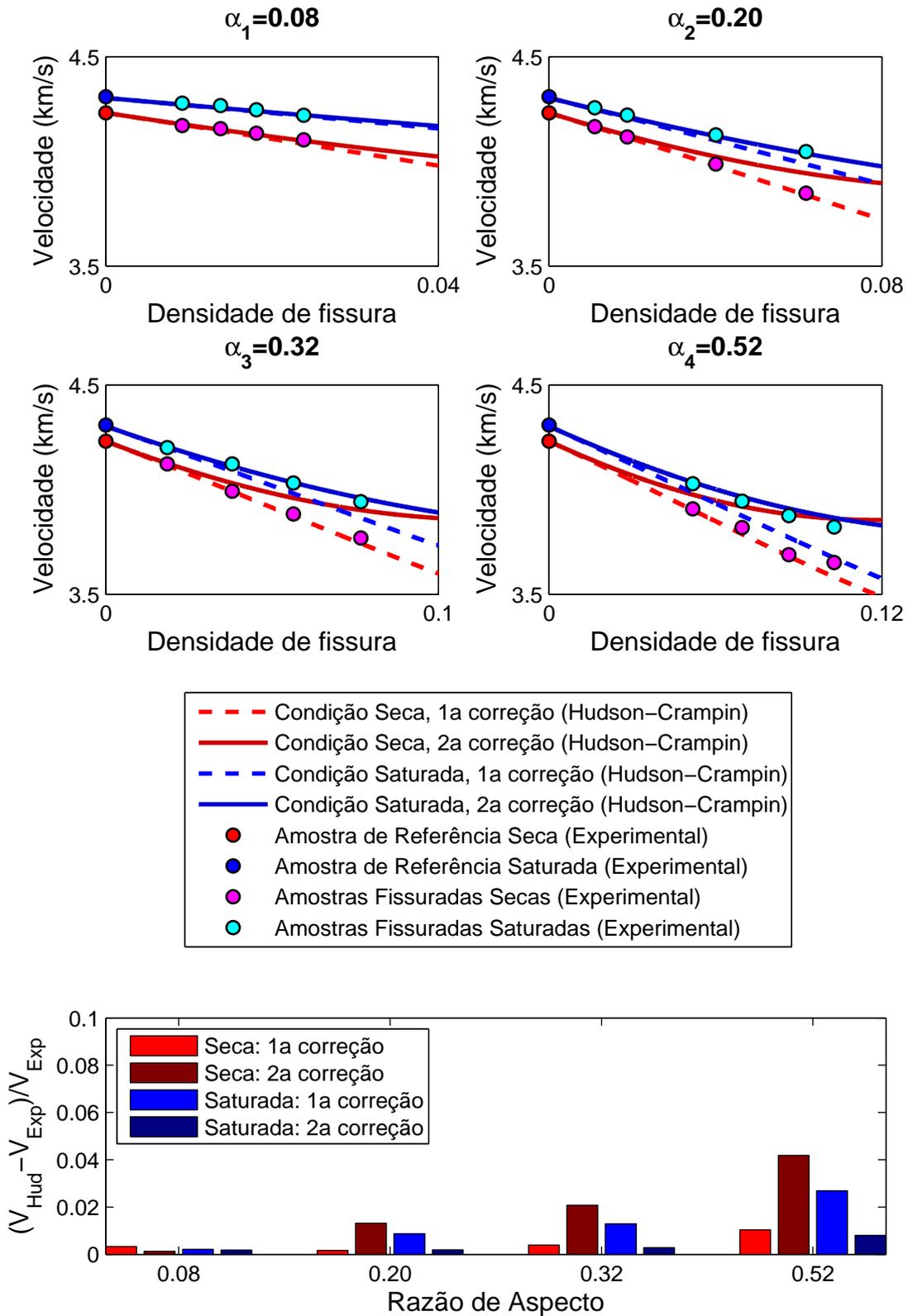
A Figura 15 mostra que o modelo prediz o parâmetro  $\delta$  com boa aproximação apenas para configurações de fissuras com baixas razão de aspecto e densidade de fissura. Também é possível observar que, para a condição seca, a tendência do modelo é superestimar esse parâmetro com o aumento da densidade de fissura. Entre as correções, a segunda correção é melhor. O parâmetro  $\epsilon$  é melhor predito quando é usada a correção de segunda ordem na condição seca e apresenta boa predição com a correção de primeira ordem na condição saturada apenas para baixa razão de aspecto ( $\alpha < 0.32$ ) (ver a Figura 16). O parâmetro  $\gamma$  não apresenta grande diferença entre as estimativas para as condições seca e saturada, nem entre correções de primeira ou de segunda ordem. A previsão foi melhor para amostras na condição saturada como mostra a Figura 17.

Figura 10 – Velocidade da onda P perpendicular ao plano de fissuras ( $V_P(0^\circ)$ ).



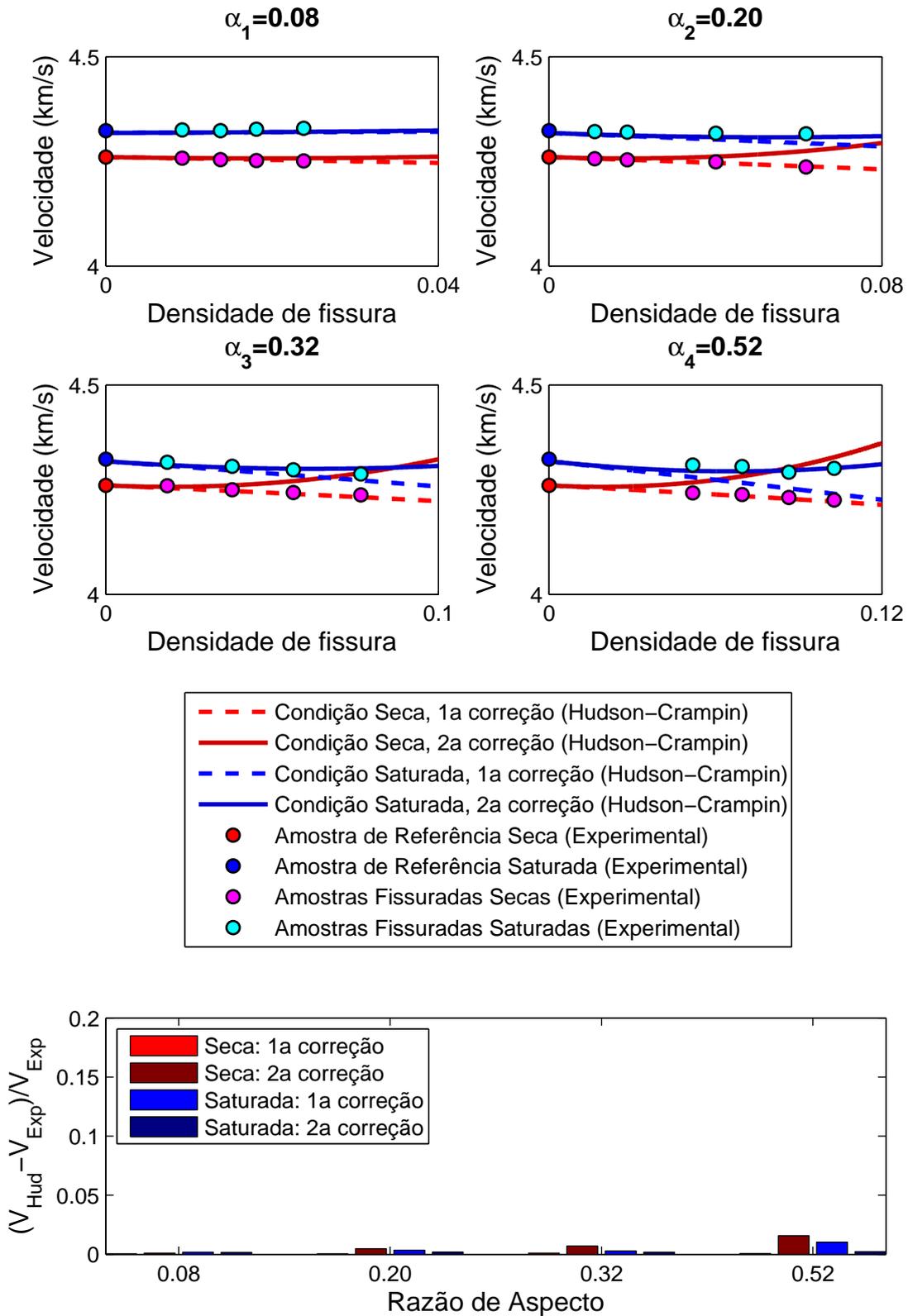
Fonte: Do autor.

Figura 11 – Velocidade da onda P incidente a 45° com o plano de fissuras ( $V_P(45^\circ)$ ).



Fonte: Do autor.

Figura 12 – Velocidade da onda P paralela ao plano de fissuras ( $V_P(90^\circ)$ ).



Fonte: Do autor.

Figura 13 – Velocidade da onda S com propagação e polarização paralelas ao plano de fissuras ( $V_{SH}(90^\circ)$ ).

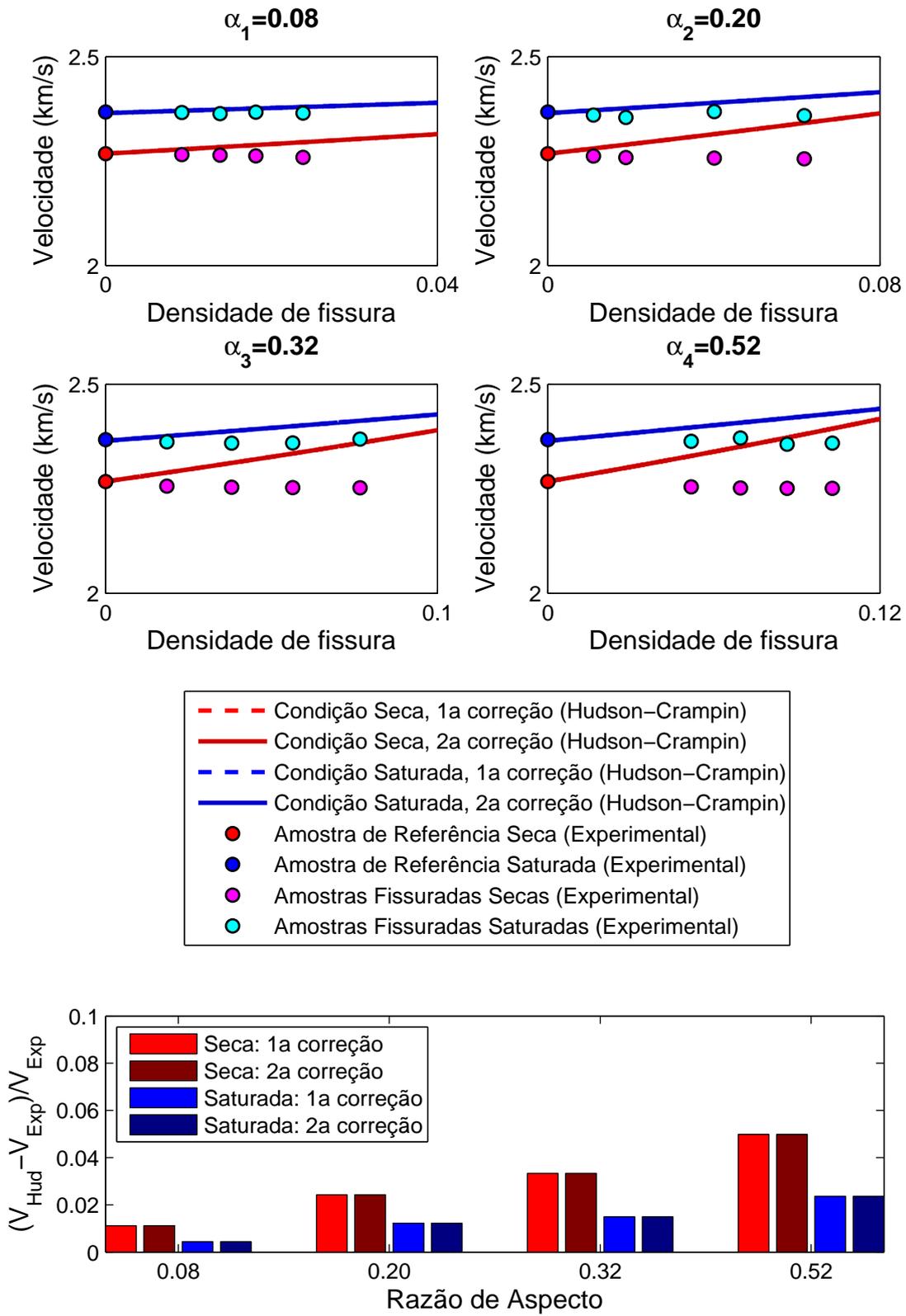


Figura 14 – Velocidade da onda S com propagação paralela e polarização perpendicular ao plano de fissuras ( $V_{SV}(90^\circ)$ ).

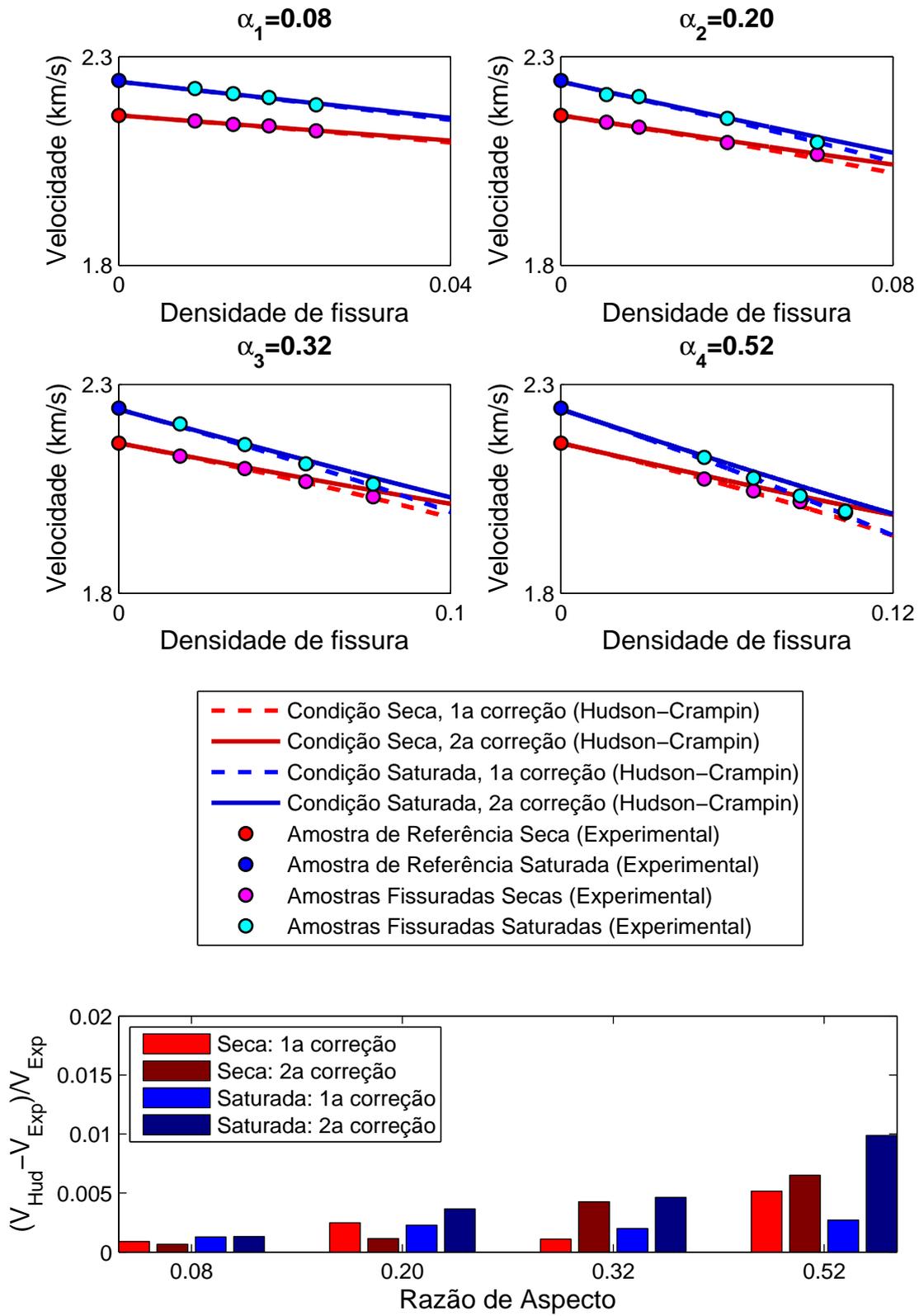
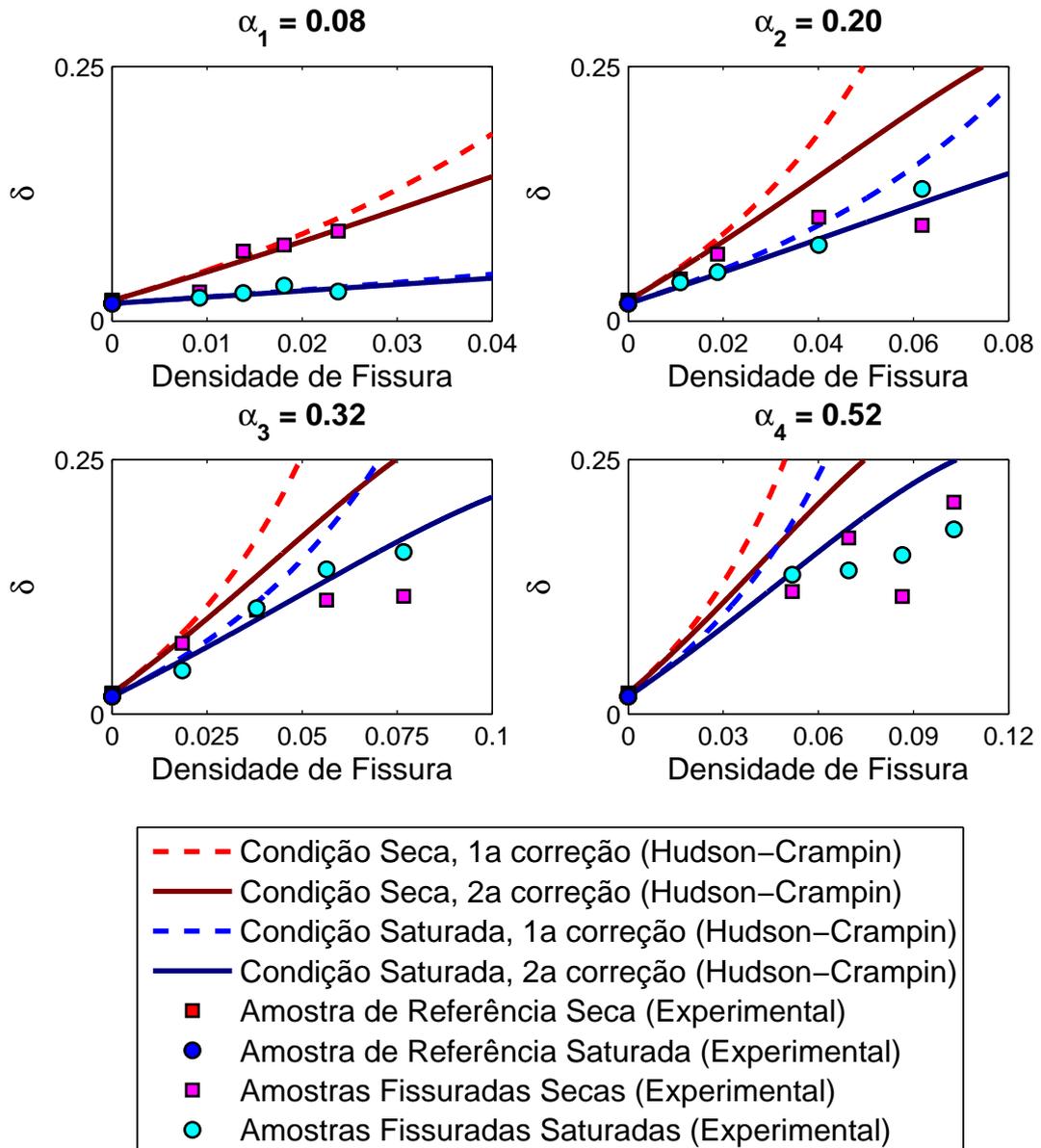
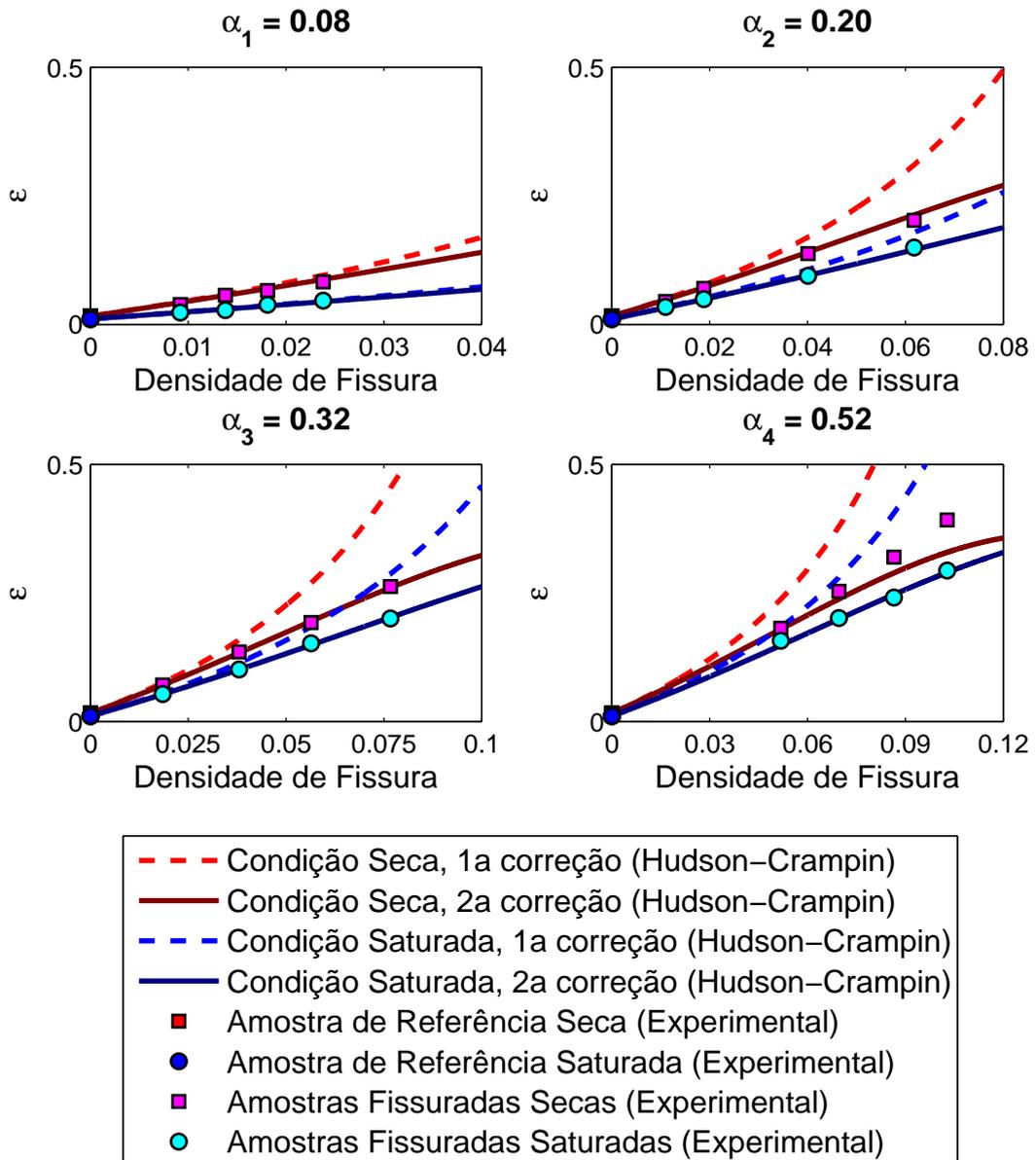


Figura 15 – Parâmetro de Thomsen  $\delta$ .



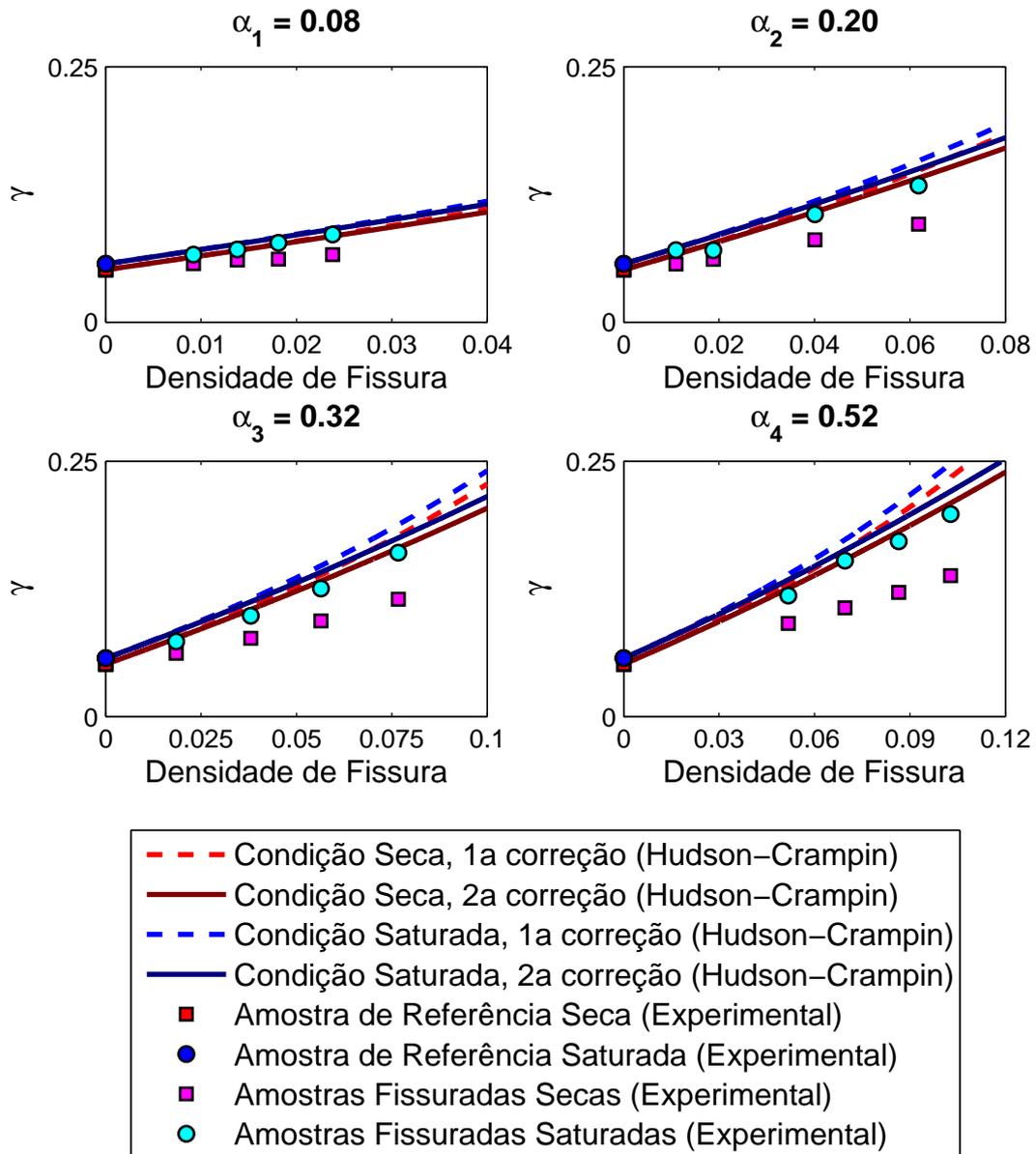
Fonte: Do autor.

Figura 16 – Parâmetro de Thomsen  $\varepsilon$ .



Fonte: Do autor.

Figura 17 – Parâmetro de Thomsen  $\gamma$ .



Fonte: Do autor.

## 5 CONCLUSÃO

O modelo de Hudson-Crampin analisado neste trabalho foi desenvolvido para estimar os coeficientes de rigidez elástica de meios com fraca anisotropia. A anisotropia de fundo, nesse modelo, é gerada pelo acamamento de camadas finas (cuja espessura é menor que o comprimento de onda dominante) e pela inclusão de pequenas fissuras na forma de discos, cuja razão entre sua altura e diâmetro definem a razão de aspecto da fissura ( $\alpha$ ), e distribuídas espacialmente em cada amostra, definindo a densidade de fissuras ( $\epsilon$ ).

Os resultados experimentais deste trabalho foram obtidos a partir de medidas ultrassônicas e petrofísicas realizadas em amostras sintéticas, sendo 16 fissuradas e uma amostra de referência não fissurada, em duas condições: fissuras secas e fissuras saturadas (100%) de água. Além disso, as amostras sintéticas apresentam um background (matriz de cimento e areia) com fraca anisotropia, resultado do processo de fabricação das amostras. Para análise dos resultados, também foram calculados os parâmetros de Thomsen para cada amostra sintética e a partir dos coeficientes de rigidez previstos. Baseado nos nossos resultados podemos concluir:

- 1) As velocidades das ondas cisalhantes  $V_{SV}$  e  $V_{SH}$  foram melhor previstas pelo modelo de Hudson-Crampin nas condições seca e 100% saturada por água para fissuras com razão de aspecto  $\alpha < 0.32$  e densidades de fissuras ( $\epsilon < 0.06$ ).
- 2) Assim como as velocidades das ondas cisalhantes, as velocidade compressionais ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) foram também melhor estimadas pelo modelo de Hudson-Crampin nas condições seca e 100% saturada por água para fissuras com razão de aspecto  $\alpha < 0.32$  e densidades de fissuras ( $\epsilon < 0.06$ ).
- 3) Um aumento dos parâmetros de Thomsen ( $\gamma$  e  $\delta$ ) em função da densidade de fissuras foi notado tanto para os valores experimentais quanto para previsão teórica. Os resultados também são melhor estimados para configurações de fissuras de baixa razão de aspecto ( $\alpha < 0.20$ ) e densidades de fissuras ( $\epsilon < 0.04$ ). O parâmetro  $\epsilon$  não foi bem previsto para nenhuma correção do modelo de Hudson-Crampin.
- 4) A estimativa da porosidade é um ponto importante na avaliação do modelo. A porosidade proposta por Hudson/Crampin tem influência muito forte sobre o valor da densidade do modelo e não se mostrou adequada. Por esse motivo foi usada o conceito clássico de porosidade que a define como o volume ocupado pelos fluidos por volume de amostra.

## 5.1 Proposições

O modelo de Hudson-Crampin, assim como todo modelo físico-matemático, pode ser alimentado com infinitas combinações de parâmetros de entrada (velocidades, razão de aspecto e densidade de fissura) fornecendo uma saída (conjunto de parâmetros elásticos) necessária ao cálculo das velocidades sísmicas. A verificação de um modelo se torna mais conclusiva quanto maior forem as condições testadas e para tanto propõe-se:

- 1) A utilização de inclusões mais delgadas e de diâmetros diferentes, aumentando o número de configurações de fissuras analisadas. É importante analisar o comportamento do modelo quando se varia a razão de aspecto mantendo a densidade de fissuras constante, pois neste trabalho avaliou-se apenas quatro grupo de razão de aspecto variando a densidade de fissura.
- 2) Saturar os poros usando outro tipo de fluido ou uma mistura de fluidos, para diversos graus de saturação, assim será possível avaliar se o modelo de Hudson-Crampin pode ser usado para simular substituição de fluidos em reservatórios fissurados.

## REFERÊNCIAS

- ASS'AD, J. M.; TATHAM, R. H.; MCDONALD, J. A. A physical model study of microcrack-induced anisotropy. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 57, n. 12, p. 1562–1570, 1992. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/10.1190/1.1443224>>. Acesso em: 21 jul. 2015.
- ASS'AD, J. M. et al. A physical model study of scattering of waves by aligned cracks: Comparison between experiment and theory. *Geophysical prospecting*, v. 41, n. 3, p. 323–339, 1993. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1993.tb00573.x/abstract>>. Acesso em: 21 jul. 2015.
- CARCIONE, J. M.; POLETTO, F. Sound velocity of drilling mud saturated with reservoir gas. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 65, n. 2, p. 646–651, 2000. Disponível em: <<http://www.lucabaradello.it/carcione/CP00a.pdf>>. Acesso em: 01 ago. 2015.
- CRAMPIN, S. Effective anisotropic elastic constants for wave propagation through cracked solids. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 76, n. 1, p. 135–145, 1984. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-246X.1984.tb05029.x/abstract>>. Acesso em: 22 jul. 2015.
- EBROM, D. A.; SHERIFF, R. E. Anisotropy and reservoir development. *Reservoir Geophysics: SEG, Tulsa*, p. 355–361, 1992.
- GALVIN, R. J.; GUREVICH, B.; SAYERS, C. M. Fluid-dependent shear-wave splitting in a poroelastic medium with conjugate fracture sets. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 55, n. 3, p. 333–343, 2007. Disponível em: <[http://www.academia.edu/download/3440347/Fluiddependent\\_Shearwave\\_Splitting\\_In\\_a\\_Poroelastic\\_Medium\\_With\\_Conjugate\\_Fracture\\_Sets.pdf](http://www.academia.edu/download/3440347/Fluiddependent_Shearwave_Splitting_In_a_Poroelastic_Medium_With_Conjugate_Fracture_Sets.pdf)>. Acesso em: 13 jun. 2015.
- HUDSON, J. A. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 64, n. 1, p. 133–150, 1981. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-246X.1981.tb02662.x/abstract>>. Acesso em: 15 ago. 2015.
- NELSON, R. *Geologic analysis of naturally fractured reservoirs*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2001.
- RATHORE, J. S. et al. P- and s-wave anisotropy of a synthetic sandstone with controlled crack geometry1. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 43, n. 6, p. 711–728, 1995. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.1995.tb00276.x/abstract>>. Acesso em: 21 jul. 2015.
- SANTOS, L. K. et al. A new way to construct synthetic porous fractured medium. *Journal of Petroleum Science and Eng.*, Manuscript under Revision., 2017.
- SANTOS, L. K.; FIGUEIREDO, J. J. S. d.; SILVA, C. B. d. A study of ultrasonic physical modeling of isotropic media based on dynamic similitude. *Ultrasonics*, Elsevier, v. 70, p. 227–237, 2016.

- SAYERS, C. M. Fluid-dependent shear-wave splitting in fractured media. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 50, n. 4, p. 393–401, 2002. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1046/j.1365-2478.2002.00324.x/abstract>>. Acesso em: 27 jul. 2015.
- SHAW, R. Understanding the micro to macro behaviour of rock-fluid systems: introduction. *Geological Society, London, Special Publications*, Geological Society of London, v. 249, n. 1, p. 1–3, 2005. Disponível em: <<http://sp.lyellcollection.org/content/249/1/1.full.pdf>>. Acesso em: 28 jul. 2015.
- STEWART, R. R. et al. Physical modeling of anisotropic domains: Ultrasonic imaging of laser-etched fractures in glass. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 1, p. D11–D19, 2012. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.968.4067&rep=rep1&type=pdf>>. Acesso em: 21 jul. 2015.
- THOMSEN, L. Weak elastic anisotropy. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 10, p. 1954–1966, 1986. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/~amelia/mt860/thomsen.pdf>>. Acesso em: 22 jul. 2015.
- THOMSEN, L. Elastic anisotropy due to aligned cracks in porous rock. *Geophysical Prospecting*, v. 43, n. 6, p. 805–829, 1995. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Leon\\_Thomsen/publication/227691020\\_Elastic\\_anisotropy\\_due\\_to\\_aligned\\_cracks\\_in\\_porous\\_rock1/links/54865f990cf268d28f044f8b.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Leon_Thomsen/publication/227691020_Elastic_anisotropy_due_to_aligned_cracks_in_porous_rock1/links/54865f990cf268d28f044f8b.pdf)>. Acesso em: 22 jul. 2015.
- TILLOTSON, P. et al. Observations of fluid-dependent shear-wave splitting in synthetic porous rocks with aligned penny-shaped fractures. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 59, n. 1, p. 111–119, 2011. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1365-2478.2010.00903.x/abstract>>. Acesso em: 01 ago. 2015.
- ZHANG, J. J.; BENTLEY, L. R. Factors determining poisson's ratio. *CREWES Res. Rep*, v. 17, p. 1–15, 2005. Disponível em: <<https://crewes.org/ForOurSponsors/ResearchReports/2005/2005-62.pdf>>. Acesso em: 19 dez. 2015.

## **APÊNDICES**

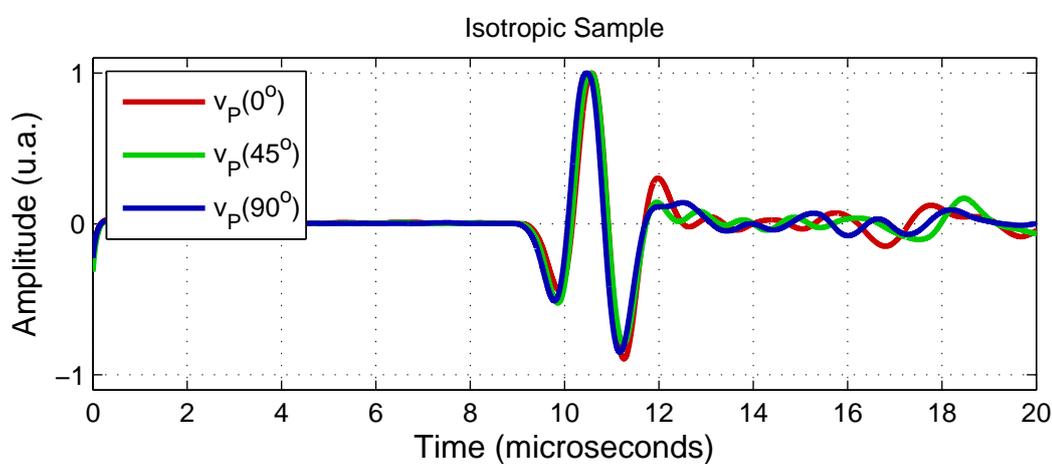
## APÊNDICE A – FORMAS DE ONDA P E S NA CONDIÇÃO SECA.

As formas de onda P e S para ondas propagadas no modelo sem fissuras (amostra de referência) são mostradas nas Figuras 18(a) e (b). No caso da onda P, para a amostra de referência e para as demais amostras, as formas de ondas para a polarização da onda P são:  $\theta = 0^\circ$  (direção Z),  $\theta = 45^\circ$  em relação a direção Z para  $\theta = 90^\circ$  (direção X). No caso da onda S as polarizações são:  $\phi = 0^\circ$  ou polarização  $V_{SH}$  (direção X) e  $\phi = 90^\circ$  polarização  $V_{SV}$  (direção Z). Como pode ser observado para ambos os modos de propagação (P e S) existem uma pequena diferença entre os tempos de chegadas para cada polarização (para ambos os modos). Uma causa desse efeito é pequena anisotropia de background, a qual é investigada neste trabalho.

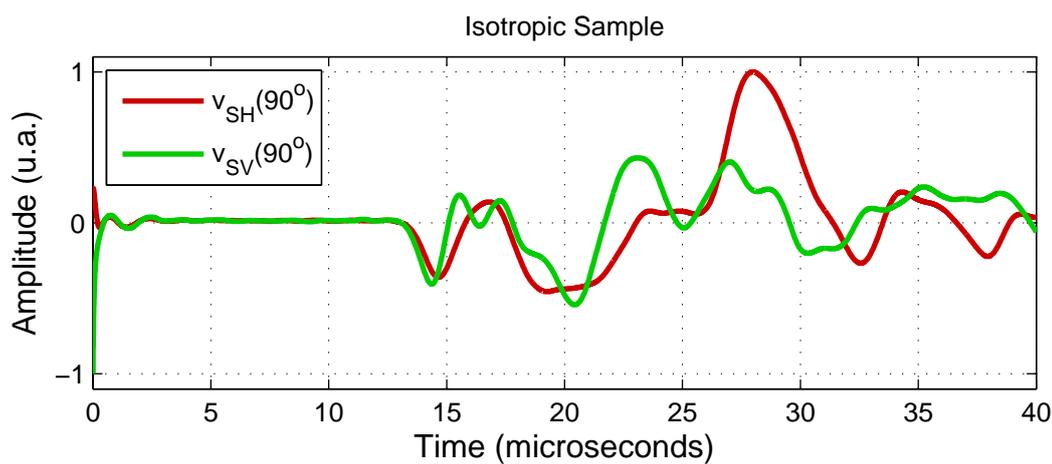
As formas de onda P para amostras fissuradas secas e dos grupos 1 ( $\alpha_1 = 0.08$ ), 2 ( $\alpha_2 = 0.20$ ), 3 ( $\alpha_3 = 0.32$ ) e 4 ( $\alpha_4 = 0.52$ ) são mostradas nas Figuras 19, 20, 21, 22. Enquanto as formas de ondas S também para amostras fissuradas secas são mostrada nas Figuras 23, 24, 25, 26. Observe que no caso da onda P, para todas as direções de propagação o tempo de primeira chegada é explicitamente visível. No caso da onda S, para ambas as direções de polarizações, X (paralela às fissuras) e Z (perpendicular às fissuras), existe uma superposição de modos de onda P no modo S. Esta superposição pode ser causada pelo efeito de dispersão resultante de curtos comprimentos de onda no domínio de alta frequência.

Figura 18 – Sismograma adquirido na amostra de referência (a) para a onda P em função da polarização de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação a direção Z e (b) para a onda S com propagação na direção Y em função da polarização em relação ao plano de fissuradas onda S de  $\phi = 0^\circ$  ou polarização  $V_{SH}$  (direção X) e  $\phi = 90^\circ$  ou polarização  $V_{SV}$  (direção Z).

(a)

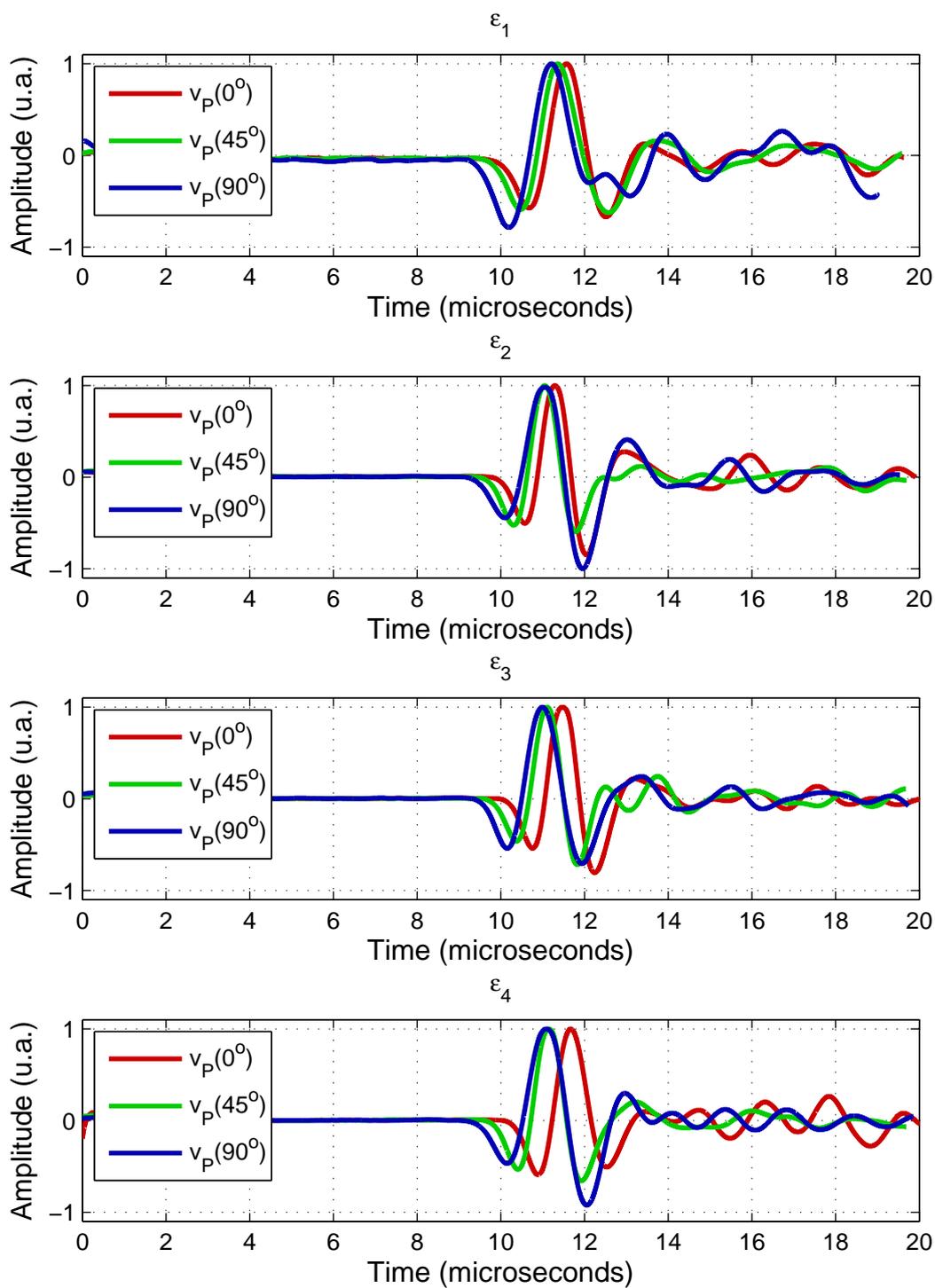


(b)



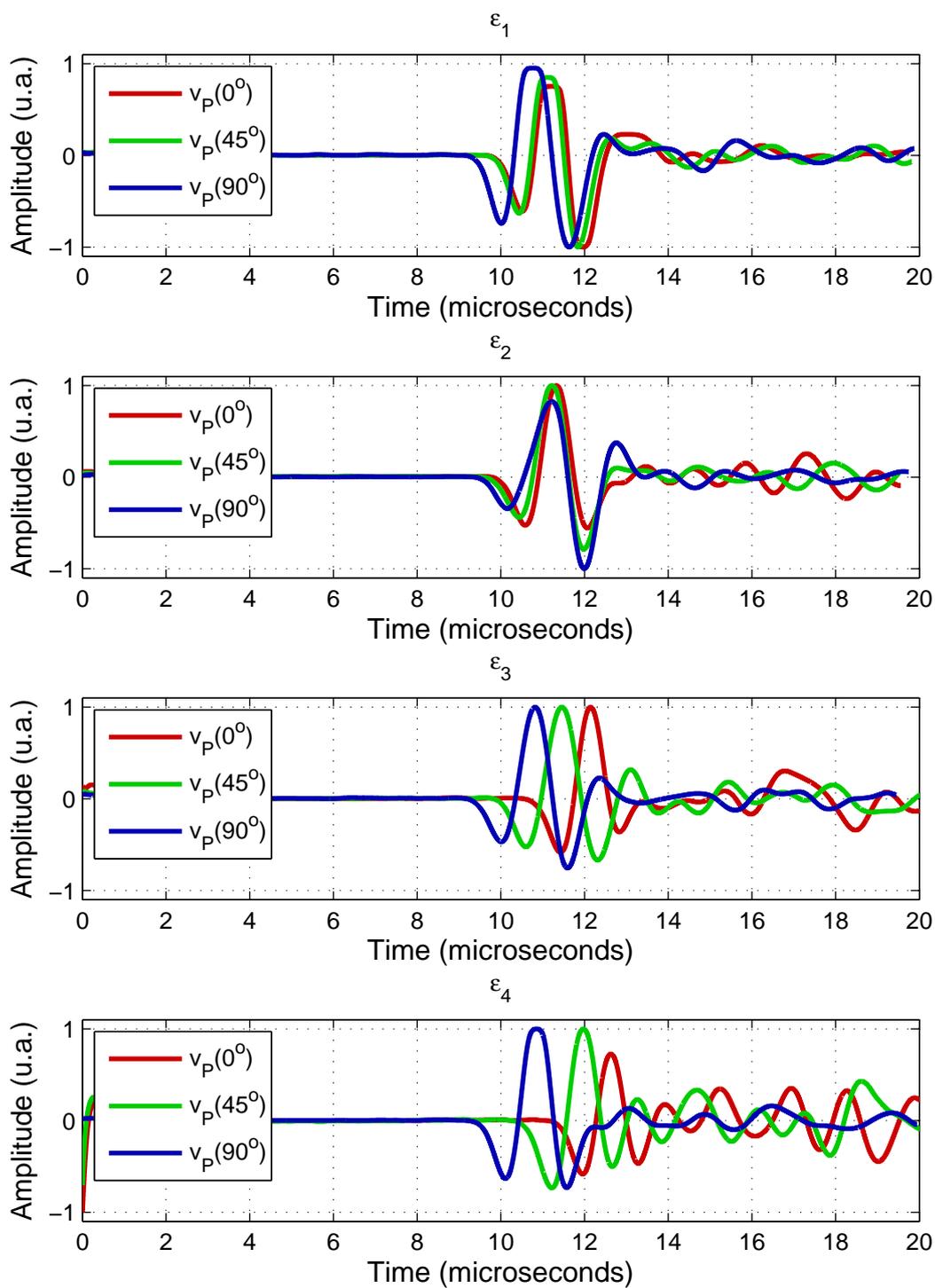
Fonte: Do autor.

Figura 19 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SECA.



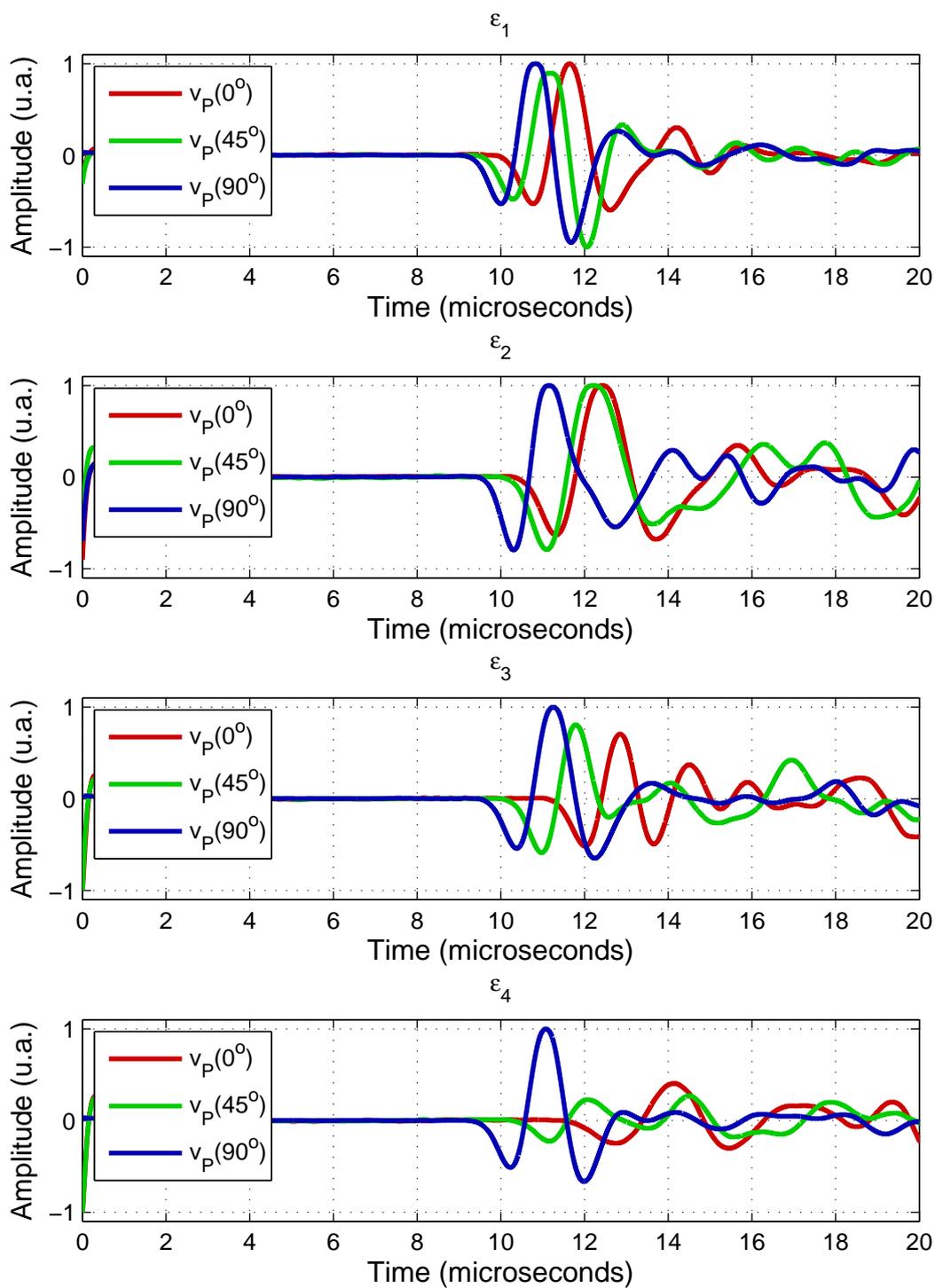
Fonte: Do autor.

Figura 20 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SECA.



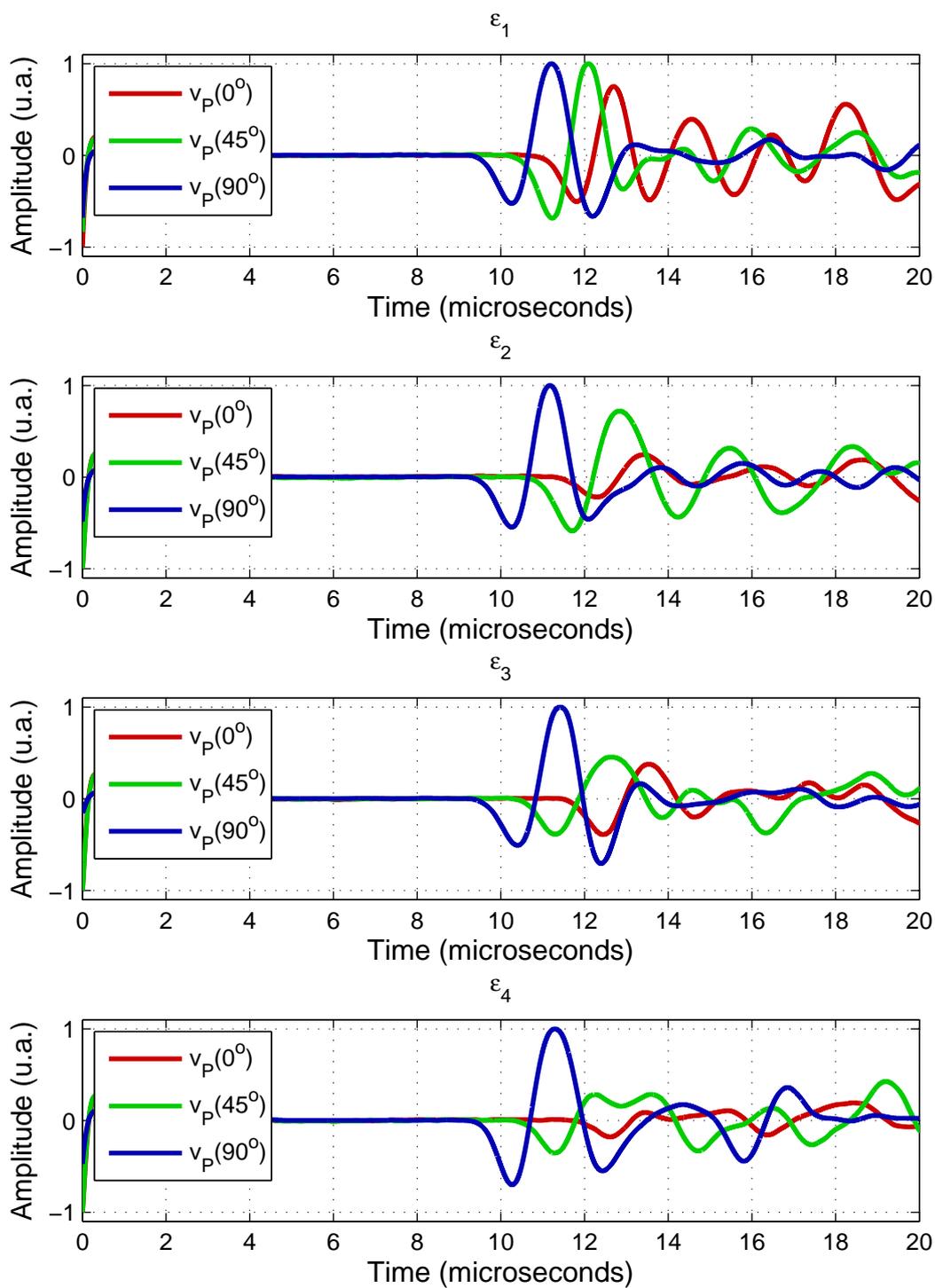
Fonte: Do autor.

Figura 21 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SECA.



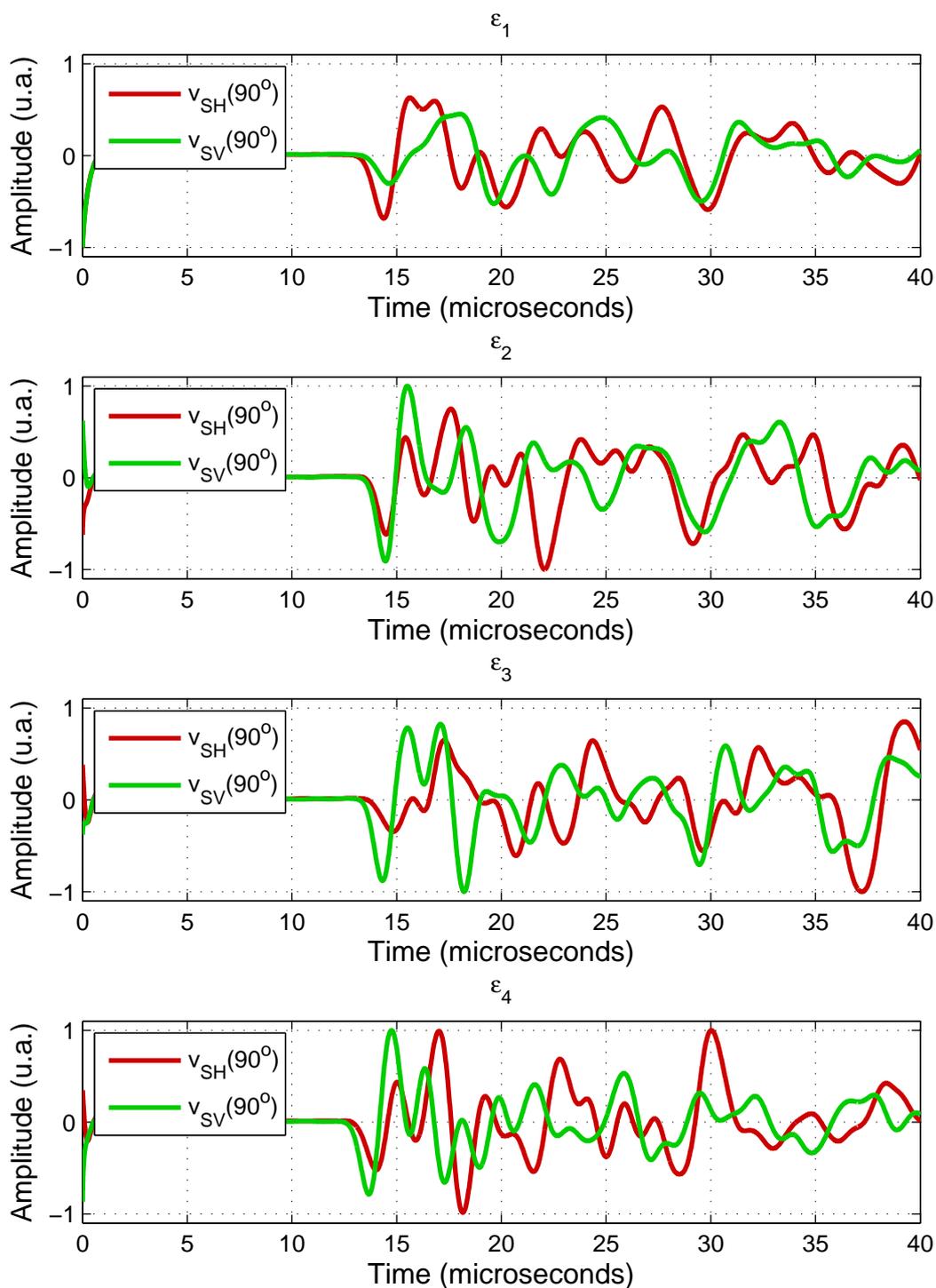
Fonte: Do autor.

Figura 22 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SECA.



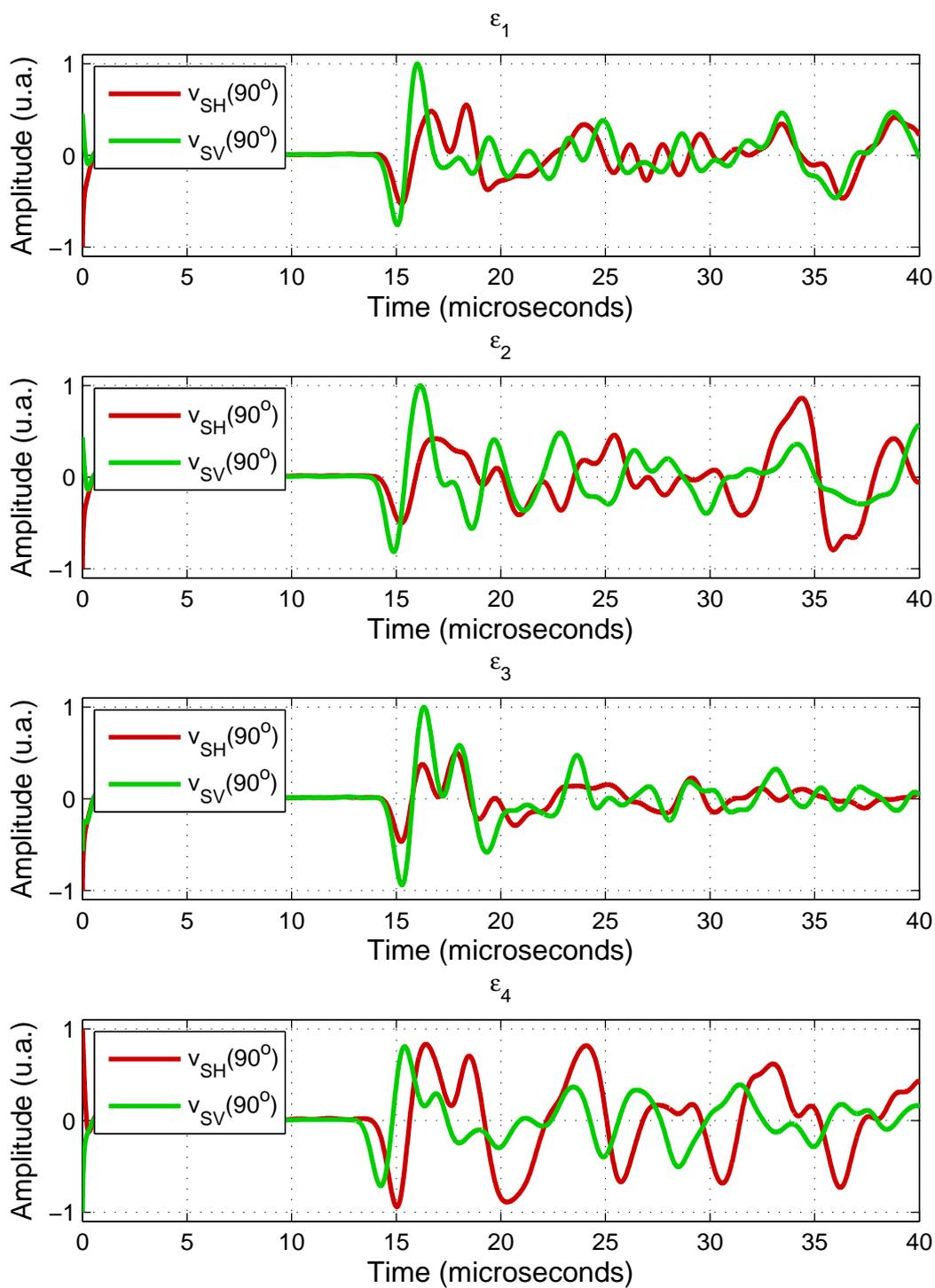
Fonte: Do autor.

Figura 23 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SECA.



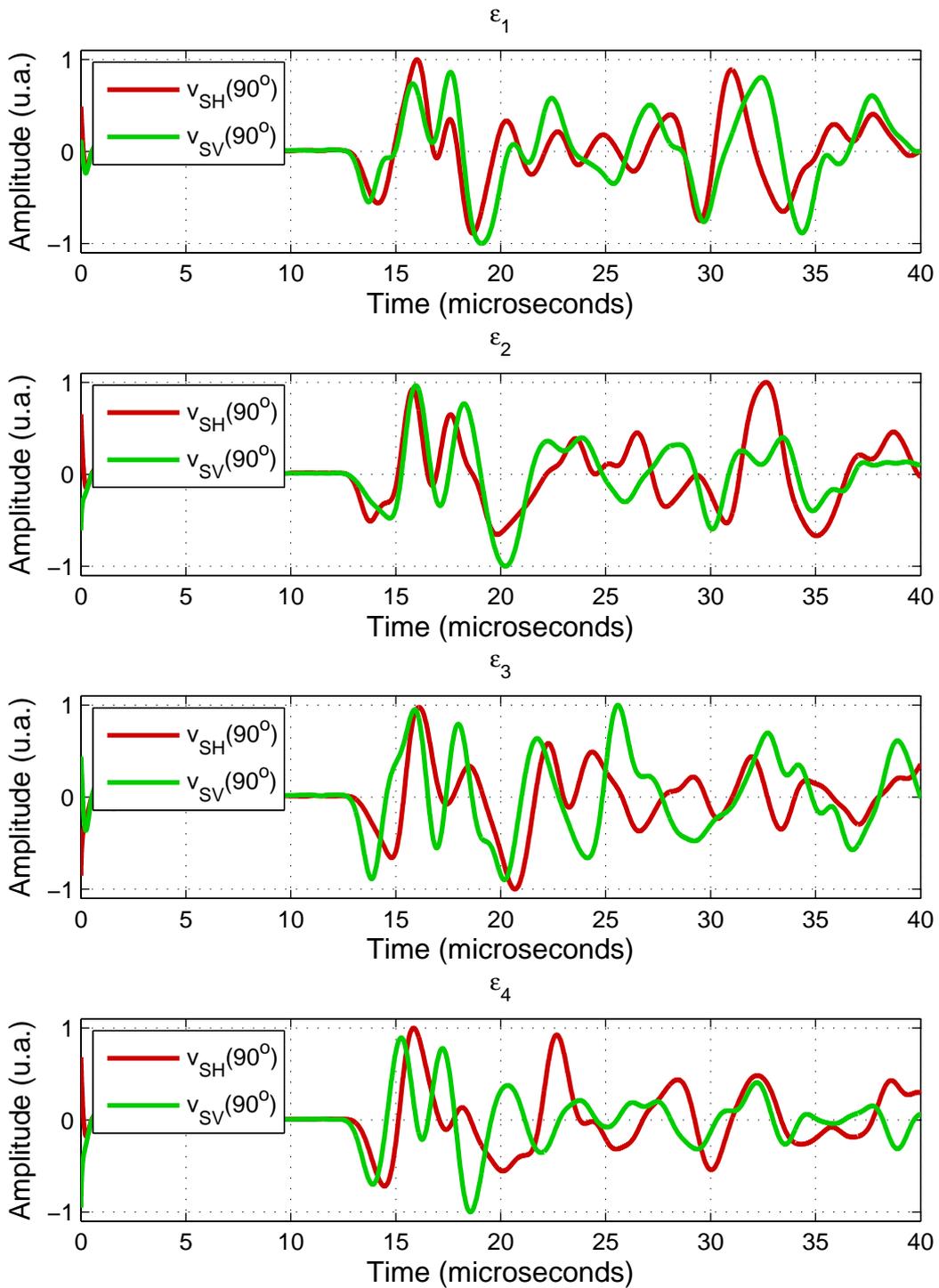
Fonte: Do autor.

Figura 24 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SECA.



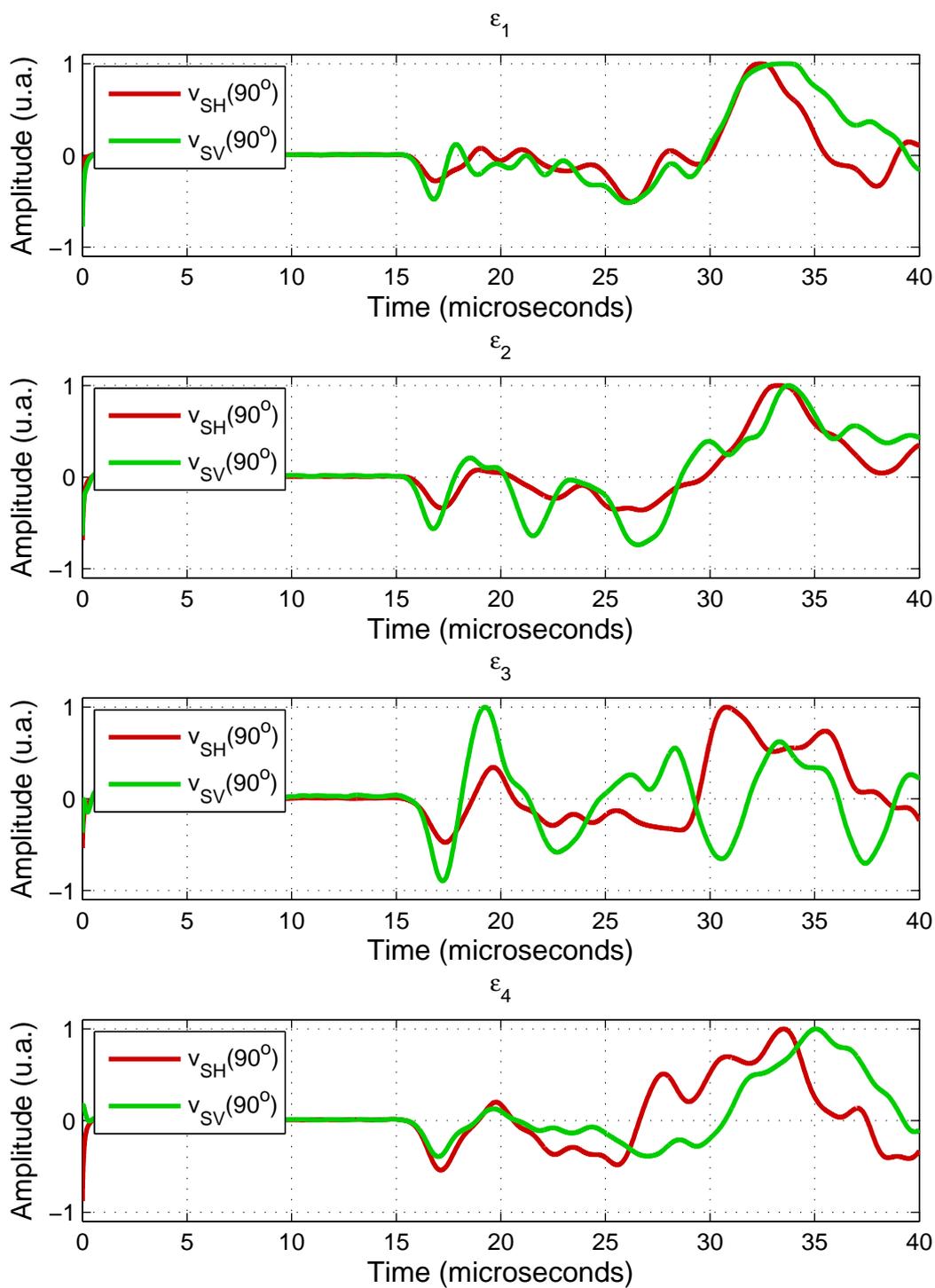
Fonte: Do autor.

Figura 25 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SECA.



Fonte: Do autor.

Figura 26 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SECA.



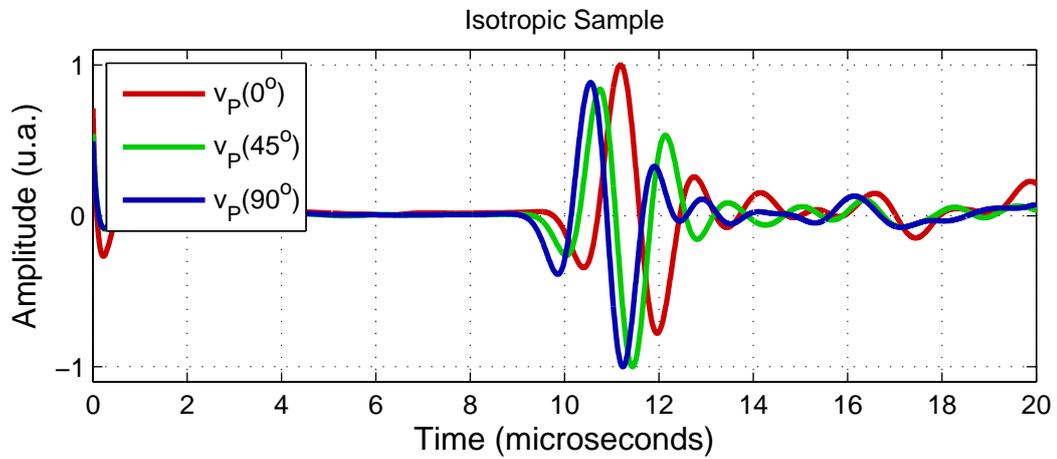
Fonte: Do autor.

## APÊNDICE B – FORMAS DE ONDA P E S NA CONDIÇÃO SATURADA.

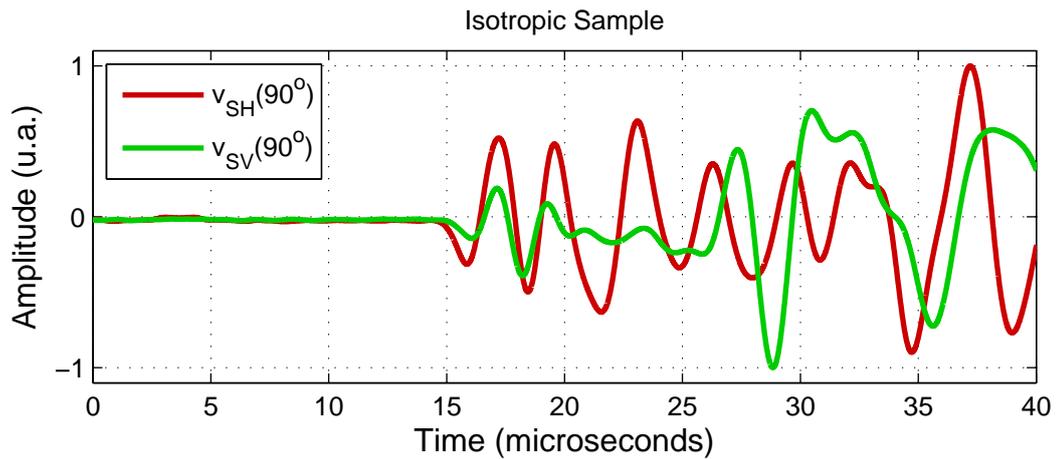
Na condição SATURADA foi observada uma grande atenuação da onda P, principalmente na direção perpendicular ao plano de fissuras ( $V_P(90^\circ)$ ).

Figura 27 – (a) Sismograma de onda P em função da polarização de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$  em relação a direção Z e (b) sismograma de onda S com propagação na direção Y em função da polarização em relação ao plano de fissuras onda S de  $\phi = 0^\circ$  ou polarização  $V_{SH}$  (direção X) e  $\phi = 90^\circ$  ou polarização  $V_{SV}$  (direção Z) para a amostra de referência na condição SATURADA.

(a)

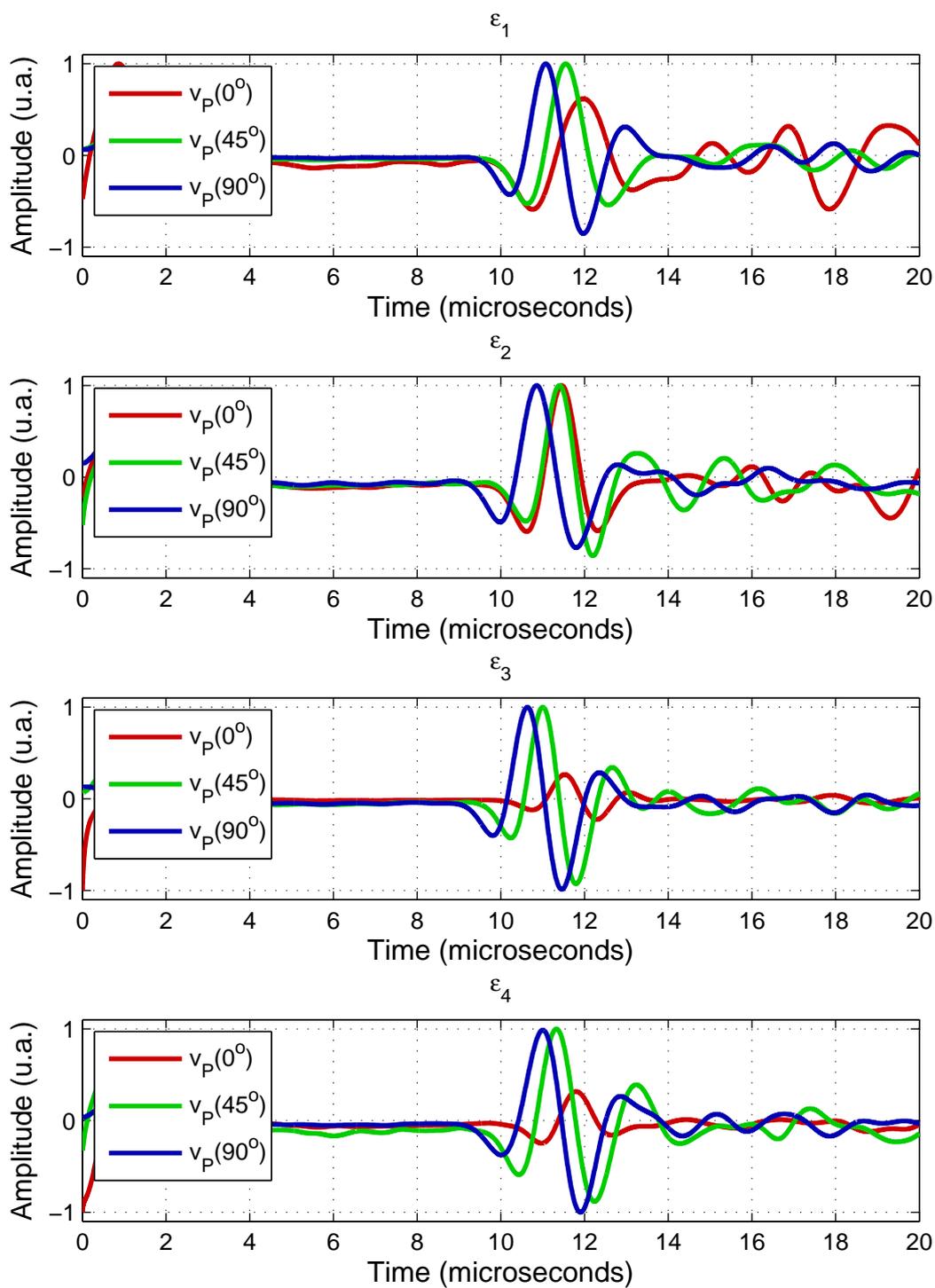


(b)



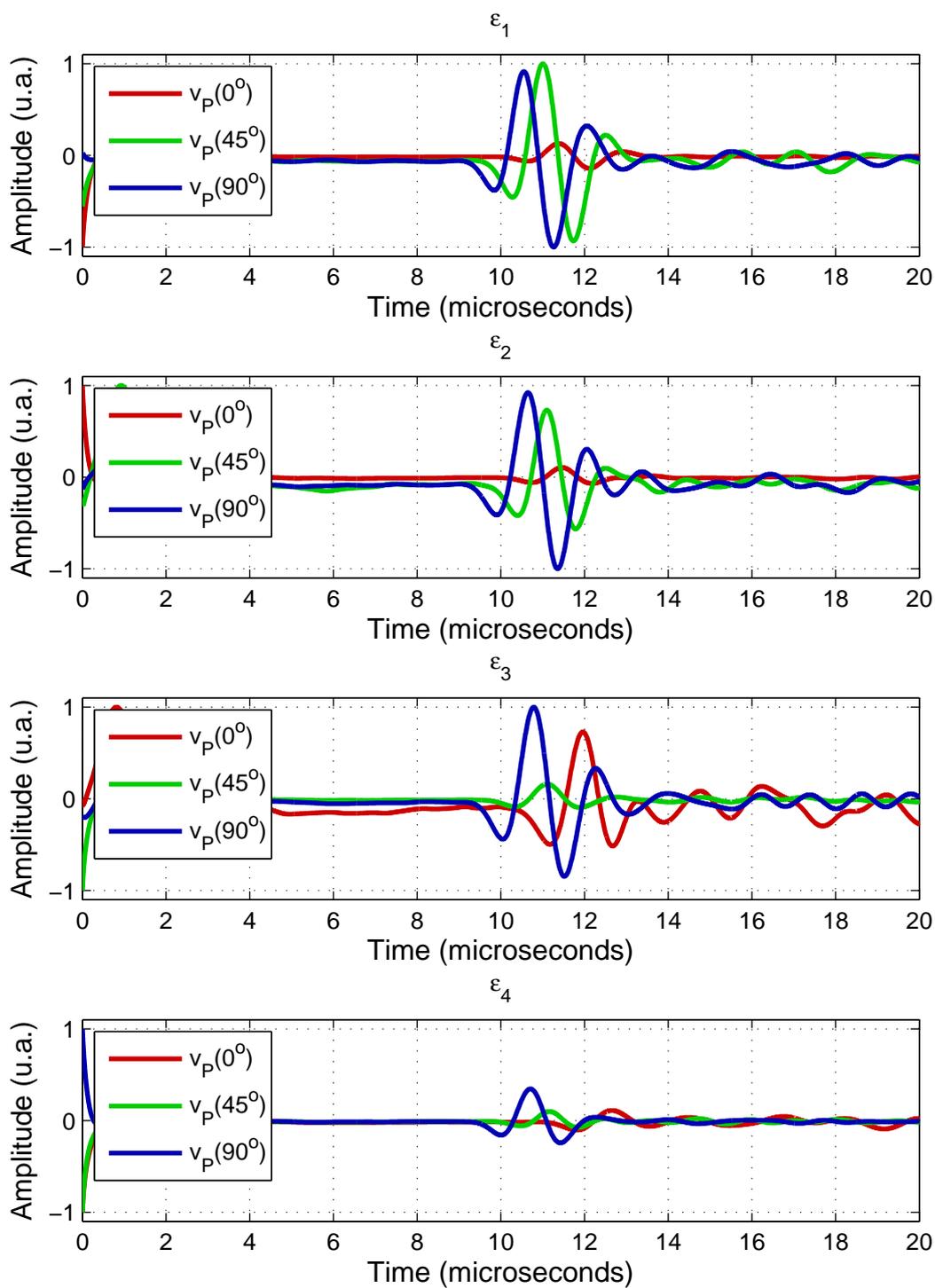
Fonte: Do autor.

Figura 28 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SATURADA.



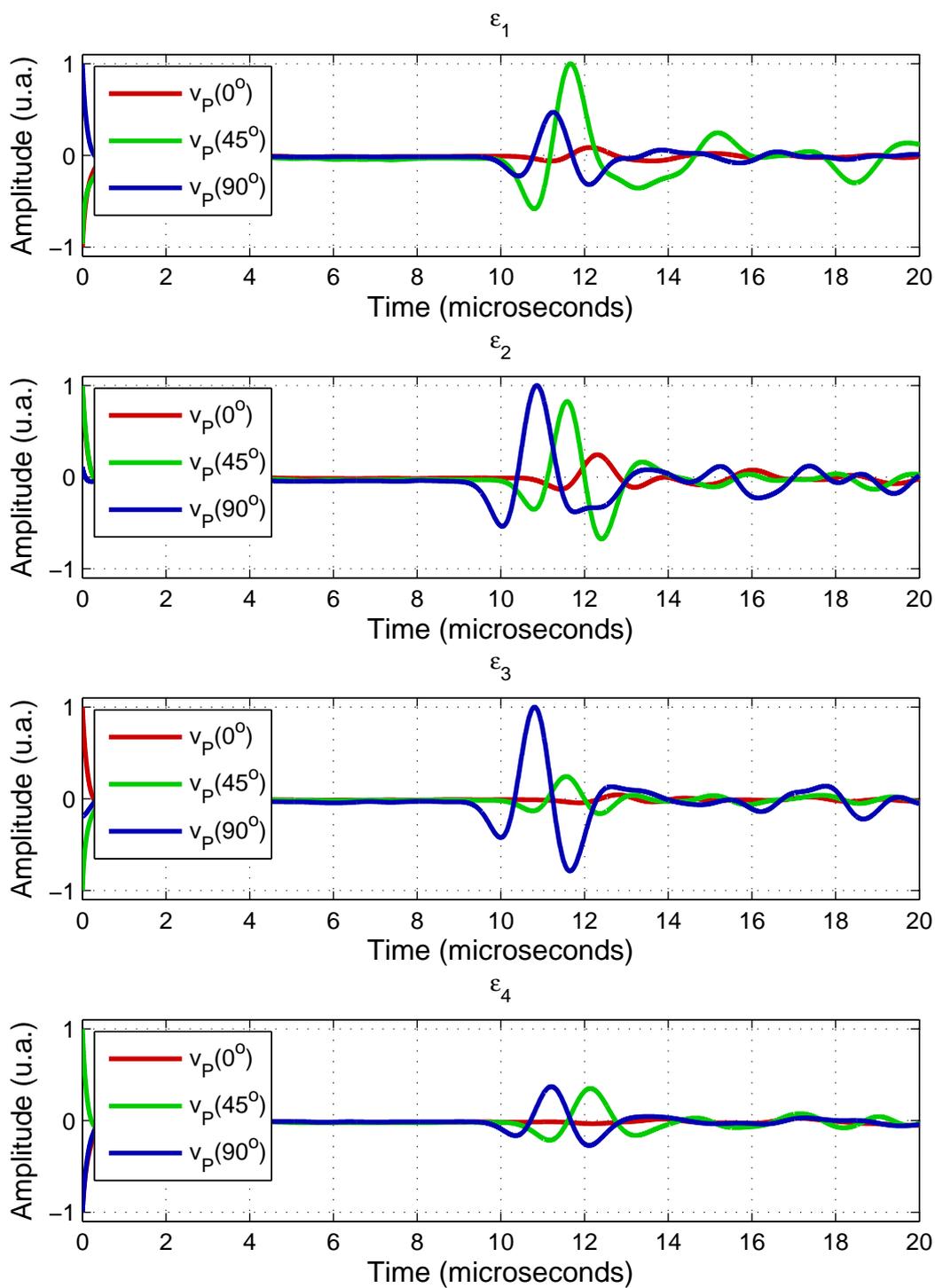
Fonte: Do autor.

Figura 29 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SATURADA.



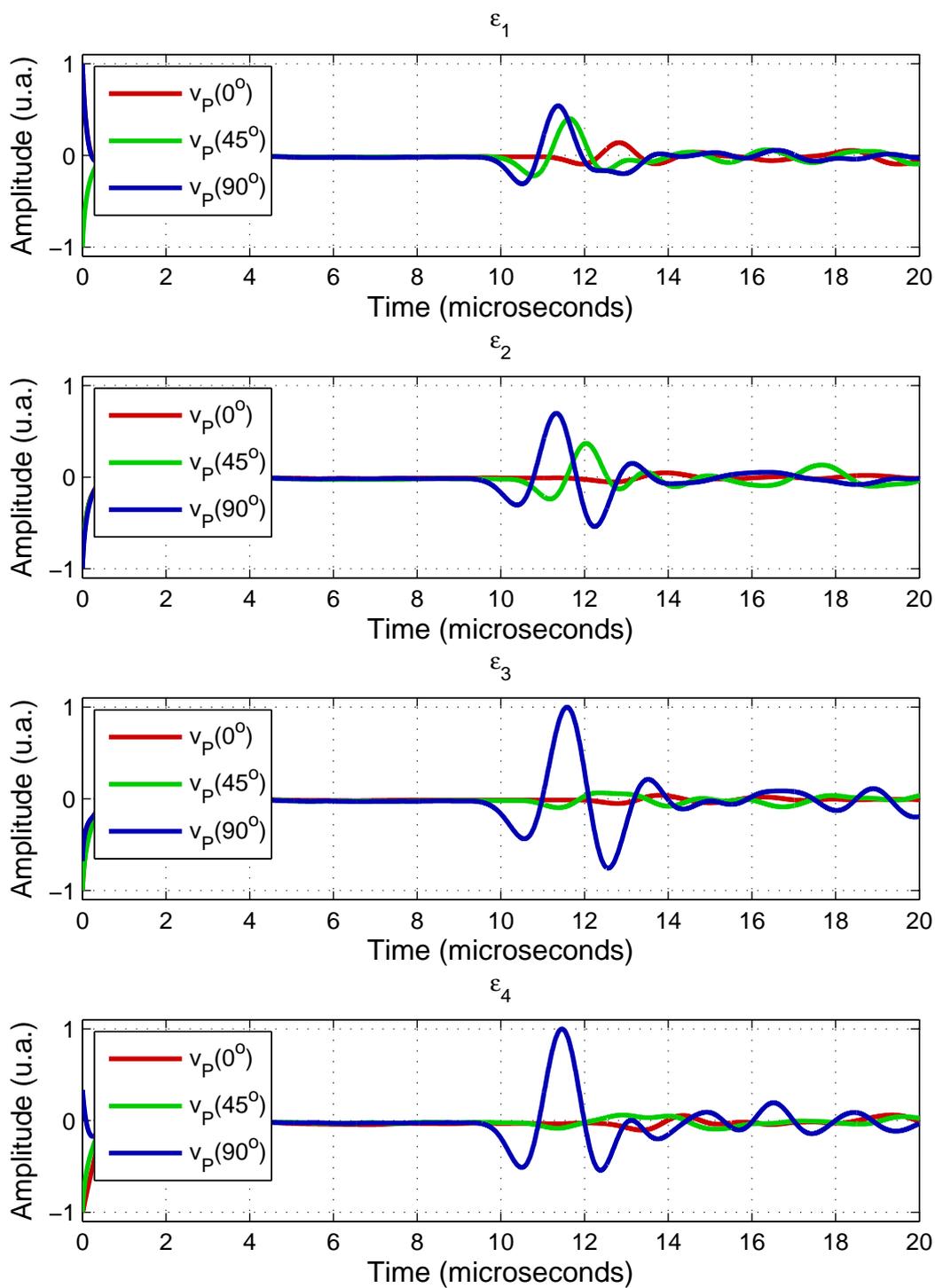
Fonte: Do autor.

Figura 30 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SATURADA.



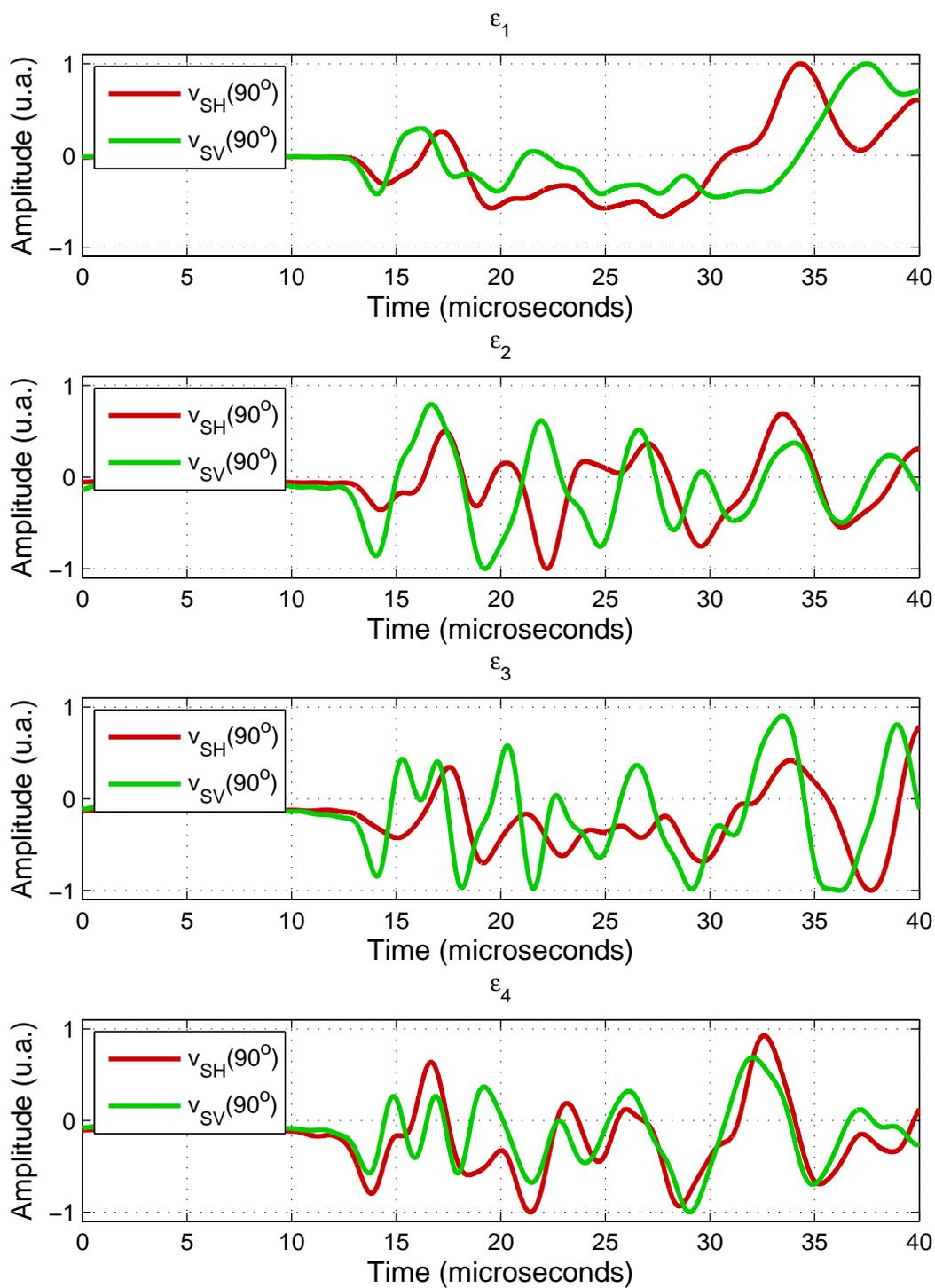
Fonte: Do autor.

Figura 31 – Sismograma de onda P ( $V_P(0^\circ)$ ,  $V_P(45^\circ)$  e  $V_P(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SATURADA.



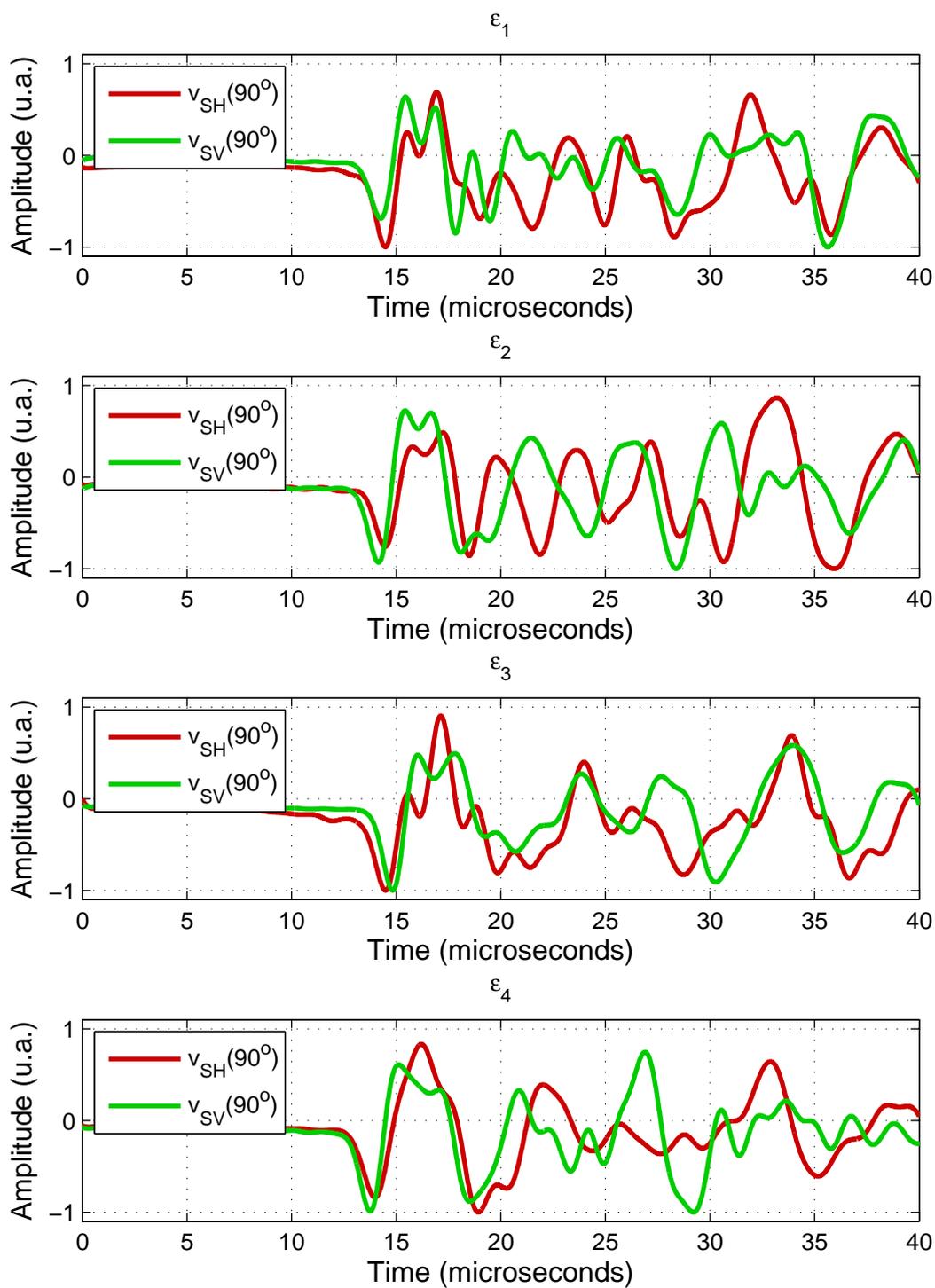
Fonte: Do autor.

Figura 32 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 1 com razão de aspecto ( $\alpha_1 = 0.08$ ) na condição SATURADA.



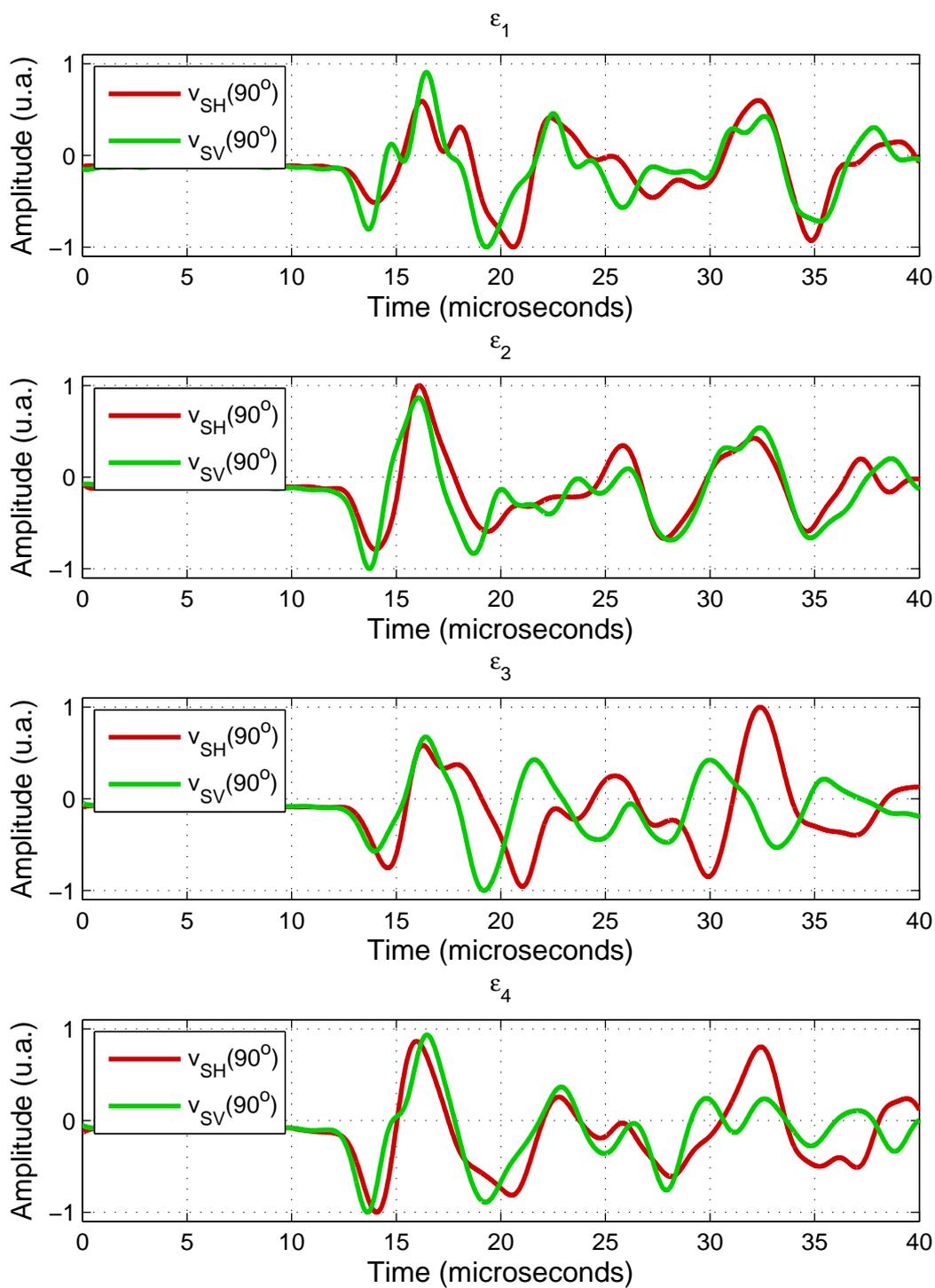
Fonte: Do autor.

Figura 33 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 2 com razão de aspecto ( $\alpha_2 = 0.20$ ) na condição SATURADA.



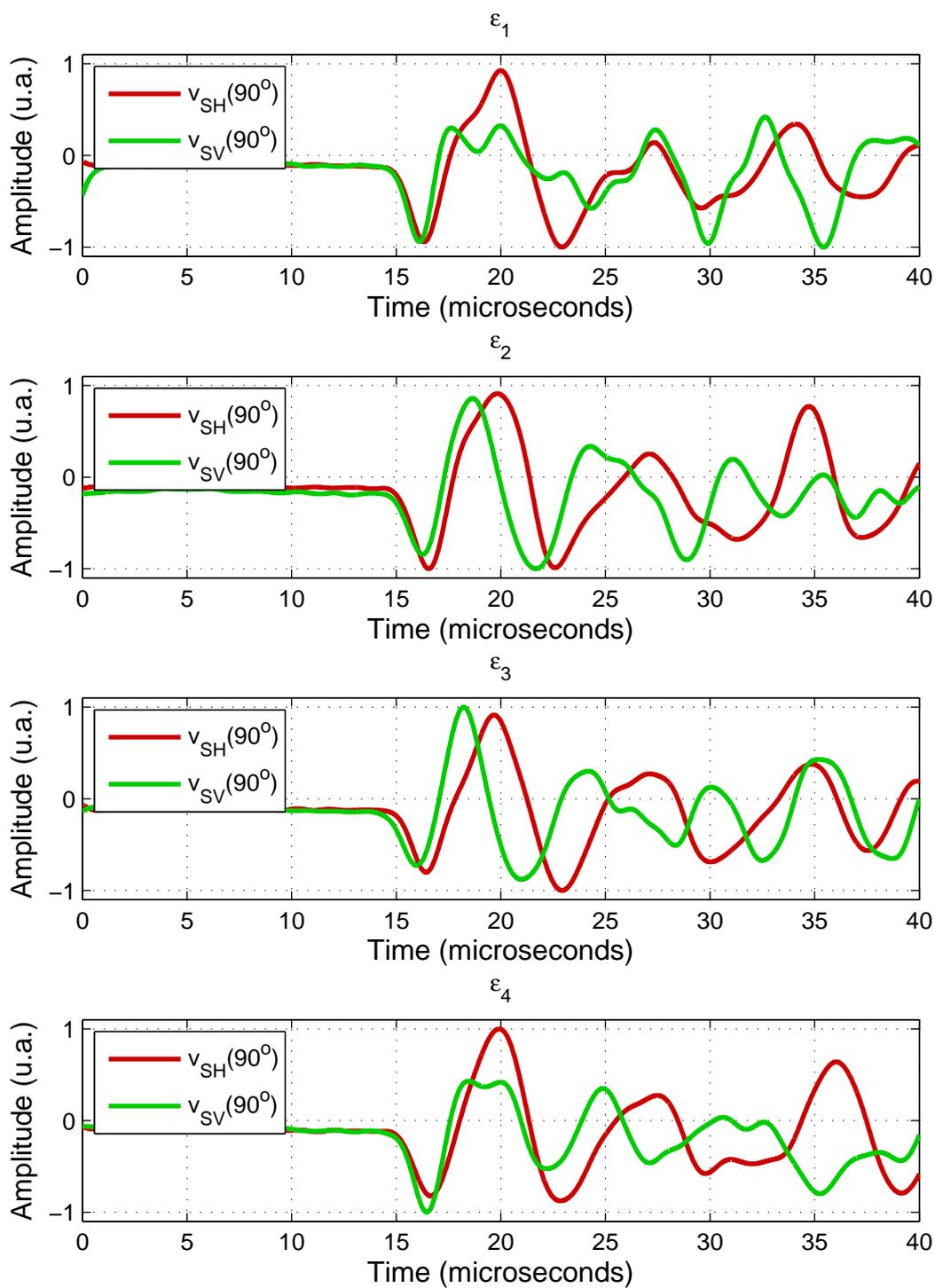
Fonte: Do autor.

Figura 34 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 3 com razão de aspecto ( $\alpha_3 = 0.32$ ) na condição SATURADA.



Fonte: Do autor.

Figura 35 – Sismograma de onda S ( $V_{SH}(90^\circ)$  e  $V_{SV}(90^\circ)$ ) do Grupo 4 com razão de aspecto ( $\alpha_4 = 0.52$ ) na condição SATURADA.



Fonte: Do autor.