



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

**O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO
DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

RHÔMULO OLIVEIRA MENEZES

BELÉM
2016

RHÔMULO OLIVEIRA MENEZES

**O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO
DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, sob orientação do Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo, como exigência para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, área de concentração Educação Matemática.

BELÉM
2016

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da UFPA

Menezes, Rhômulo Oliveira, 1988-

O uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de
atividades de modelagem matemática / Rhômulo Oliveira
Menezes. - 2016.

Orientador: Adilson Oliveira do Espírito
Santo.

Dissertação (Mestrado) - Universidade
Federal do Pará, Instituto de Educação
Matemática e Científica, Programa de
Pós-Graduação em Educação em Ciências e
Matemáticas, Belém, 2016.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Modelos
matemáticos. 3. Tecnologia educacional. 4.
Tomada de decisões. 5. Internet. I. Título.

CDD 22. ed. 510.7



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO
DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM
MATEMÁTICA**

Autor: Rhômulo Oliveira Menezes

Orientador: Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo

Este exemplar corresponde à redação final da
dissertação defendida por Rhômulo Oliveira
Menezes, sob aprovação da Banca
Examinadora.

Data: 07/04/2016

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo
UFPA/IEMCI/PPGECM - Presidente

Prof.^a Dr.^a. Roberta Modesto Braga
UFPA/IEMCI/PPGECM – Membro Externo

Prof. Dr. Alfredo Braga Furtado
UFPA/ICEN – Membro Externo

Prof.^a Dr.^a Elizabeth Gomes Souza
UFPA/IEMCI/PPGECM – Membro Interno

BELÉM / 2016

Dedico à minha família, em especial à minha mãe, Laura, e a meu pai, João, pelo apoio incondicional para perseguir meus sonhos e alcançar meus objetivos.

A todos que se percebem fruto de uma minoria oprimida – negros, mulheres, índios, gordos, idosos, gays, lésbicas, homens trans, mulheres trans, umbandistas, ateus, entre outros – e que lutam por uma sociedade que os agregue/respeite em prol da harmonia de um conjunto maior, a humanidade.

AGRADECIMENTOS

A meu orientador Prof. Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo, pela confiança depositada para o desenvolvimento deste trabalho. Pelo exemplo de pessoa humilde, serena, compreensiva que me inspira a ser um profissional competente e, acima de tudo, um ser humano melhor.

À Prof.^a Dr.^a Roberta Modesto Braga pelo carinho, amizade, orientação. Pelo seu exemplo de mulher batalhadora que luta para conseguir alcançar o que deseja, ensinando-me assim, a ter sempre um plano A, B, C..., mediante qualquer dificuldade que apareça.

Aos meus irmãos e irmãs, que reencontrei nesta vida no curso de mestrado, Wellington Duarte e Stephany Paulo, pela amizade honesta e sincera, tão rara de ser cultivada no meio acadêmico em que a disputa de egos é tão característica.

Aos professores do Instituto de Educação Matemática e Científica - IEMCI, que no convívio em disciplinas, conversas, confraternizações, apresentaram-me um mundo de informações, contribuindo para o meu crescimento acadêmico/profissional.

Ao coletivo Grupo de Estudos em Modelagem Matemática - GEMM pela irmandade e pelas sugestões que me conduziram no desenvolvimento deste trabalho, em especial, aos professores/colegas Isaura Chaves, Sâmia Gorayeb, Manoel Neto e Edilene Rozal.

Aos professores da banca de qualificação, Dr.^a France Fraiha-Martins, Dr. Alfredo Braga Furtado e Dr.^a Elizabeth Gomes Souza, que ao apontarem e proporem sugestões sobre o desenvolvimento deste trabalho fizeram-me enxergar questões antes obscuras.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro.

Ao casal de amigos, Carlos André Braga e Hellen Coelho, pela acolhida em sua casa, pelas conversas e por terem por mim o carinho dirigido a um filho/irmão, me fazendo sentir verdadeiramente como se estivesse em casa.

A Deus, não o instituído pelas religiões conhecidas, mas ao ser livre que também habita em mim e que me permitiu traçar esse caminho e conhecer pessoas maravilhosas que ajudaram/ajudam a modelar minha essência.

Muito obrigado!

RESUMO

Neste trabalho investiguei o uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática. Assim, realizei uma pesquisa qualitativa, coletando dados do Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM/CUNCAST/UFPA), dos quais encontrei registros (físicos, digitais, audiovisuais) produzidos por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática, que desenvolverem atividades de Modelagem Matemática. Por serem registros oriundos de diferentes técnicas de documentação e gravação, optei pela “triangulação de dados” para análise desses registros. Reunir e analisar os registros diários e os registros de apresentação possibilitou escolher três atividades de Modelagem Matemática. Com a descrição dessas atividades pude analisá-las segundo duas etapas. Na primeira etapa, pontuo momentos do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática em que houve o uso de tecnologias digitais, ou então em momentos em que os alunos por conta desse uso tomaram decisões que repercutiram no processo de Modelagem Matemática. Já na segunda etapa, trago recortes extraídos da primeira etapa, na qual estabeleço discussões embasadas em Lévy, Asmann e outros. Essas análises apontaram, na interação dos alunos e da professora mediadora com os modelos digitais e informáticos, oportunidades de tomadas de decisão sobre os caminhos a serem percorridos no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Outro aspecto forte pontuado nas discussões foi o ganho na viabilidade de temáticas de investigação recentes que a Modelagem Matemática teve com a popularização da *Internet* como fonte de pesquisa.

Palavras-chave: Tecnologias Digitais; Atividades de Modelagem Matemática; Tomadas de Decisão; Internet.

ABSTRACT

In this work, I have investigated the use of digital technologies in the development of Mathematical Modeling activities by students of undergraduate course graduation in Mathematics. So I conducted a qualitative research, collecting data Experimental Laboratory of Mathematical Modeling (EMML/CUNCAST/UFPA), of which found record (physical, digital, audiovisual) produced by graduate students of the Mathematics Degree course that have developed Mathematics modeling activities. For being records from different documentation and recording techniques, I opted for the 'data triangulation' for the analysis of these records. Gather and analyze daily records and presentations records allowed to choose three mathematical modeling activities. With the description of these activities could analyze them in two stages. In the first stage by putting moments development mathematical modeling activities in which there was the use of digital technologies, or at times when students because of this use made decisions that impacted the mathematics molding process. In the second stage, bring clippings extracted from the first stage, in which establish informed in Lévy, Asmann and others. This analysis showed, in the interaction between students and teacher mediator with digital and computer models, decision making opportunities on the routes to be followed in development of mathematical modeling activities. Another strong aspect and placed in the discussions was the gain in thematic feasibility of recent research that Mathematical Modeling had with the popularization of the Internet as a source of research.

Keywords: Digital Technologies; Mathematical Modeling Activities; Decision Making; Internet.

SUMÁRIO

	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	10
	PRÓLOGO	12
1	CAPÍTULO I – A QUESTÃO DIRETRIZ E SEUS TERMOS CONSTITUINTES	19
1.1	APRESENTAÇÕES NO GEMM E MUDANÇAS NA QUESTÃO DIRETRIZ	19
1.2	TECNOLOGIAS DIGITAIS	21
1.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	24
1.4	TECNOLOGIAS DIGITAIS COM MODELAGEM MATEMÁTICA	27
2	CAPÍTULO II – NOVAS CONFIGURAÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EMERGIDAS COM A MEDIAÇÃO DIGITAL	33
2.1	AS MUDANÇAS NO CONTEXTO SOCIAL EMERGIDAS COM O SURGIMENTO DAS TECNOLOGIAS DA INTELIGÊNCIA	33
2.2	MEDIAÇÃO DIGITAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: PROFESSOR-ALUNO-COMPUTADOR	37
2.3	NOVAS CONFIGURAÇÕES NO ACESSO E NA MANIPULAÇÃO DE INFORMAÇÕES	41
3	CAPÍTULO III – ASPECTOS METODOLÓGICOS	45
3.1	ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA	45
3.2	COLETA DE DADOS	46
3.3	CONTEXTO DO FENÔMENO INVESTIGADO	47
3.4	PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS	49
4	CAPÍTULO IV – ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	51
4.1	ATIVIDADE “RESISTÊNCIA FÍSICA HOMEM X MULHER”	51
4.1.1	Primeira análise da atividade “resistência física homem x mulher”	55
4.2	ATIVIDADE “SOLUÇÃO DE ÁGUA E SAL”	58

4.2.1	Primeira análise da atividade “solução de água e sal”	63
4.3	ATIVIDADE “PONTE DO RIO MOJU/PA”	65
4.3.1	Primeira análise da atividade “Ponte do rio Moju/PA”	69
5	CAPÍTULO V – RECORTES DAS ATIVIDADES	71
5.1	O AMBIENTE, A PROFESSORA MEDIADORA E O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA	71
5.2	MODELOS DIGITAIS OU INFORMÁTICOS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	73
5.3	BUSCAS NA INTERNET	75
5.4	COOPERAÇÃO NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	78
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
	REFERÊNCIAS	84

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este trabalho é fruto de inquietações cultivadas enquanto professor/pesquisador em formação que, em contato com estratégias/métodos de ensino, pode refletir sobre fenômenos oriundos do uso de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática. Considerando esse contexto cheguei à seguinte questão diretriz: *Que implicações o uso de tecnologias digitais apresenta para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática?* Tomando a questão diretriz, percorri caminhos que permitiram a organização deste texto em cinco capítulos, dispostos da forma a seguir.

Antes dos capítulos inicio este trabalho apresentando o **Prólogo**, onde exponho minhas vivências escolares e acadêmicas, retratando os contatos que tive com a disciplina Matemática e, posteriormente, na graduação e nos cursos de especialização, com as disciplinas voltadas para o Ensino de Matemática. Não considero o Prólogo como sendo um capítulo, na medida em que ele assume o papel de informar ao leitor como minhas concepções acerca das tecnologias digitais da Modelagem Matemática foram sendo construídas e em que bases estou apoiado para o desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo I, **A questão diretriz e seus termos constituintes** apresento como se deu a construção da questão diretriz, considerando as alterações que ela sofreu mediante encontros ocorridos no Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM/IEMCI/UFPa). Com a apresentação da edição final da questão diretriz, passo a expor seus termos constituintes (tecnologias digitais e Modelagem Matemática), focando inicialmente em situá-los no trabalho de forma separada e, posteriormente de forma conjunta, em que o uso de tecnologias digitais ocorre em atividades de Modelagem Matemática.

No capítulo II, **Novas configurações no processo de ensino e aprendizagem emergidas com a mediação digital** enfatizo mudanças que ocorreram em atividades do cotidiano humano com a popularização/desenvolvimento do computador e da informática, traçando discussões sobre as tecnologias da inteligência: oralidade, escrita e informática. Dessa maneira, evidenciando como essas mudanças afetaram o processo de ensino e aprendizagem, e as funções do professor e do aluno quando em contato com as tecnologias digitais no contexto escolar.

No capítulo III, **Aspectos metodológicos** aponto as características da pesquisa que me fizeram optar pela abordagem qualitativa como sendo viável para esta investigação,

descrevendo os procedimentos metodológicos de coleta e análise de dados. Os dados analisados neste estudo foram oriundos do LEMM, onde alunos de graduação do curso de Licenciatura em Matemática desenvolveram atividades de Modelagem Matemática.

No capítulo IV, **Atividades de Modelagem Matemática** descrevo a partir dos registros diários e de apresentação oriundos do LEMM, três atividades de Modelagem Matemática. Posteriormente traço as primeiras análises acerca de momentos nas atividades em que houve o uso de tecnologias digitais, ou então, sobre momentos em que os alunos considerando esse uso tomaram decisões que repercutiram no desenvolvimento das etapas seguintes do processo de Modelagem Matemática.

No capítulo V, **Recortes das atividades a luz da teoria** trago os recortes selecionados no capítulo anterior, os vinculando a teoria de Lévy (1987, 1993) sobre o conhecimento por simulação e o tempo real. Para enriquecer as discussões estabeleço pontes com outros autores, como: Asmann (2000) e Martins, Vieira e Gonçalves (2012), que reforçam as ideias de Lévy (1987, 1993), ao julgarem a configuração de uma parceria entre professor-aluno com as tecnologias digitais. No caso deste trabalho, fundamentaram o papel desses atores no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

A construção desses capítulos sintetizou o caminho que trilhei para entender a temática a qual minha questão diretriz repousa e, desta forma, explicitar implicações que o uso das tecnologias digitais trouxe para as funções do professor, dos alunos e para o desenvolvimento das etapas que constituem o processo de Modelagem Matemática.

PRÓLOGO

Este estudo versa sobre o uso de tecnologias digitais por alunos em atividades de Modelagem Matemática¹. Com base nesta temática, alguns pontos merecem destaque acerca de como ela foi sendo entrelaçada ao longo da minha formação acadêmica. Deste modo, pretendo reavivar memórias, descrevendo como as tecnologias digitais e a Modelagem Matemática subsidiaram minhas vivências acadêmicas e as contribuições emergidas desse contato, que alicerçaram o desenvolvimento deste estudo.

Neste sentido, descrevo essas vivências de forma linear, caracterizando cronologicamente recortes da minha trajetória acadêmica, desde a graduação, passando pelos cursos de especialização, até a aprovação no curso de Mestrado. Focando neste último, as influências e mudanças que esse novo ambiente de aprendizagem trouxe para minhas pretensões de pesquisa.

Minha relação com a Matemática sempre foi amistosa, desde o Ensino Fundamental (1ª a 8ª série) até o Ensino Médio (1º a 3º ano) não tive *grandes*² dificuldades. O modelo de ensino era o tradicional, no qual o professor apresentava uma definição, em seguida exemplos oriundos dessa definição e concluía com exercícios que às vezes se assemelhavam aos exemplos explorados em sala de aula, outras vezes não.

Os exercícios que não eram próximos desses exemplos exigiam além da manipulação de algoritmos, interpretação e identificação de dados. Entretanto, essas nuances não eram exploradas pelo professor, e assim, mesmo com dificuldades em resolver esse tipo de exercício, não tive abalo no meu desempenho na disciplina.

Nessa época de escola gostava de desenhar, o que me direcionou para fazer o vestibular da Universidade Federal do Pará (UFPA), visando o curso de Arquitetura e Urbanismo. Porém, havia também o vestibular da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Como segunda opção, pela proximidade que tinha com a disciplina Matemática, acabei inscrevendo-me para o curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Os resultados não foram os esperados, não passei no vestibular da UFPA, mas fui aprovado em Licenciatura em Matemática, cursando no Campus Universitário de Igarapé-Açu

¹ Os termos Modelagem Matemática e tecnologias digitais fazem parte da questão diretriz, e por isso, serão definidos após a sua enunciação no corpo do texto.

² Nas aulas de Matemática considerava como um bom desempenho, a quantidade de exercícios resolvidos. O fato de serem poucos os exercícios que não conseguia resolver levou-me a acreditar que não tinha grandes dificuldades na disciplina.

(Campus X), entre os anos de 2007 e 2011. Nesse contexto, ainda alimentava esperanças de ser Arquiteto e norteado por esse desejo encarei a licenciatura com a intenção de aprender “toda” a Matemática que pudesse, posteriormente, me ajudar a alcançá-lo.

Ao me deparar com a grade curricular do curso encontrei disciplinas específicas de Matemática como, por exemplo, Fundamentos da Matemática, Desenho Geométrico, Álgebra Linear. Tinha também disciplinas pedagógicas, no caso, Didática Geral, Tendências em Educação Matemática, entre outras. Mas, como inicialmente minha meta era aprender os conteúdos matemáticos, e a meu ver as disciplinas pedagógicas fugiam desse escopo, acabei desprezando-as.

O curso iniciou com uma das disciplinas de Matemática, Geometria Analítica. No entanto, devido às lacunas de conteúdos e aos comportamentos³ trazidos da escola, acabei reprovado na disciplina. Essa reprovação iniciou em mim uma catarse, pois me fez romper com paradigmas que seguia até então e que não estavam servindo para esse novo ambiente em que me encontrava.

Em meio a essas mudanças comecei a considerar as disciplinas pedagógicas como sendo necessárias para minha formação, dedicando a elas, interesses próximos aos que atribuía às de Matemática. Essas mudanças me possibilitaram ter acesso a trabalhos de autores que discutiam sobre as Tendências em Educação Matemática, dentre elas os de Modelagem Matemática, mais especificamente Bassanezi (2011).

Nessa obra encontrei planilhas, fórmulas, cálculos variados. Percebi que os conteúdos abordados eram em sua maioria tópicos de Cálculo Diferencial e Integral mediados no processo de Modelagem Matemática. Nesse primeiro contato considerei esse processo – escolher um tema, encontrar um problema, solucionar esse problema usando conteúdos matemáticos para no final encontrar um modelo – complicado.

De maneira diferente ao que ocorreu com a Modelagem Matemática, mantive uma relação aprofundada com discussões que lidavam com a informática na Educação. Essa empatia, em parte pelo fato de ter duas disciplinas específicas que tratavam do uso da informática para o Ensino de Matemática, fez-me optar por essa temática para desenvolver a pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

³ Refiro-me a costumes que reproduzia no contexto escolar, como, por exemplo, deixar para estudar um dia antes da prova, não esclarecer dúvidas com o professor no momento da explicação do conteúdo, dentre outros.

Nesse intuito, comecei as primeiras pesquisas teóricas, encontrando por acaso uma Dissertação de Mestrado⁴. A dissertação tratava de diferentes atividades para o ensino de conteúdos matemáticos no Ensino Médio. Em uma das atividades o ensino de conteúdos de Geometria Analítica era associado à disciplina de Artes e ao uso de um programa computacional, consistindo dessa forma, na reprodução de pinturas por meio da transição de representações geométricas para algébricas.

As pinturas nessa atividade continham representações de planos, circunferências, retas e pontos, sendo tratadas segundo os conteúdos de Geometria Analítica que, por sua vez, possibilitavam encontrar equações e inequações. Após esse tratamento matemático, era proposto o uso do programa *GrafEq*⁵, para verificar se as equações e as inequações encontradas representavam as formas e os contornos da pintura original.

Sobre essa atividade tive inicialmente más recordações, por causa da minha reprovação em Geometria Analítica. Entretanto, a forma como ela sugeria o estudo desses conteúdos, estabelecendo conexões com outras disciplinas e fazendo uso de um programa computacional, possibilitou manuseá-los e entendê-los, influenciando posteriormente na escolha dessa atividade para a pesquisa do TCC.

Para viabilizar essa atividade com os sujeitos/participantes, pesquisei sobre concepções de autores como Valente (1997) e Almeida (1998), que apontam reflexões acerca do uso de computadores no ensino. Almeida (1998), por exemplo, propõe uma mudança de paradigma quando se usa o computador para ensinar. Segundo ela, não se pode utilizar novas tecnologias com fins a reforçar práticas antigas, pois o computador é uma ferramenta com potencial de promover reflexão na, e sobre a prática. Em Almeida (1998) encontrei mais acentuada uma preocupação sobre a configuração do ambiente, em que os atores do processo de ensino e aprendizagem se relacionam com o computador.

Enquanto que em Valente (1997), o autor com foco em discutir o uso do computador, faz uma distinção entre os *softwares* que promovem o ensino e os *softwares* que auxiliam na construção do conhecimento. Sobre o primeiro, o professor usa o computador como seu auxiliar, programando-o para transmitir conhecimento aos alunos. O que não acontece no segundo modelo de ensino, pois o aluno ao invés de ser ensinado pelo computador, assume o

⁴ A Dissertação de Mestrado está intitulada “Problemas Geradores no Ensino - Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio”. De autoria de Marcelio Adriano Diogo, defendida no ano de 2007. A atividade que menciono encontra-se entre as páginas 69 e 93.

⁵ O GrafEq pode ser encontrado para *download* na página <http://www.peda.com/>, sendo disponibilizada a versão *Demo* gratuitamente para uso particular, dando a opção de se fazer ou não o registro.

papel de ensinar a máquina, passando para o computador informações que representam suas ideias.

Nesse contexto, a atividade da pesquisa do TCC foi desenvolvida em meio às ideias de Almeida (1998) e Valente (1997), pois não existiam passos ou tarefas para cumprir determinado objetivo. De maneira oposta a isso, os sujeitos da pesquisa traçavam estratégias, pensavam em ferramentas matemáticas que auxiliassem na representação das pinturas e de suas figuras geométricas. Ou seja, a atividade consistiu em um cenário para investigação matemática auxiliado por um programa computacional.

Em suma, essas vivências tidas na escola e na universidade evidenciaram mudanças importantes na/para minha formação. A primeira, com relação à minha identidade profissional, já que pleiteava uma carreira diferente da de professor de Matemática. A segunda em relação a como interagia com os conteúdos matemáticos, ou seja, referente à transição na forma como encarava o aprendizado dos conteúdos na escola e, posteriormente como passei a encarar na universidade. A terceira, sobre as concepções que passei a adotar em relação ao uso do computador e de programas para o Ensino de Matemática.

Com a conclusão da graduação sentia-me despreparado em relação a como ensinar os conteúdos matemáticos. Seria usando os computadores? Ou reproduziria as ações de professores que passaram por mim? Sobre a primeira opção, estava inseguro em tentar mudar maneiras de ensino consolidadas e que não consideravam o computador como auxiliador ou promotor de reflexões para a construção de conhecimento matemático. Restou-me, assim, adequar-me ao sistema de ensino vigente, reproduzindo dessa forma, o modo de ensinar de meus antigos professores.

Porém, essa prática fez-me perceber que estava limitando meus alunos. Partindo, então, desse entendimento, comecei a procurar opções de aprimoramento que pudessem auxiliar-me a agregar elementos ou modificar a sequência: definição – exemplo – exercício.

Uma das opções foi a especialização em Metodologia do Ensino de Matemática e Física, cursada a distância no Centro Universitário Internacional (UNINTER), no polo de Capanema/PA. Teoricamente tive acesso a leituras que discutiam o uso de metodologias para o Ensino de Matemática e Física e ainda tive uma reaproximação com textos que tratavam da Modelagem Matemática e das tecnologias digitais. Paralelamente ao curso da UNINTER, ingressei em outra especialização, ofertada no Campus Universitário de Castanhal (CUNCAST) da UFPA, com enfoque em Matemática Fundamental. Diferentemente da primeira, esse curso

funcionava regularmente no período das férias. Ambas as especializações foram cursadas entre os anos de 2011 e 2012.

Nas duas especializações havia disciplinas específicas de Informática e de Modelagem Matemática voltadas para o ensino. As que tratavam das tecnologias digitais reforçavam as concepções que traziam da graduação, ou seja, as disciplinas corroboravam a ideia do uso do computador e de seus recursos em uma perspectiva construcionista, em cenários onde o professor e o aluno constroem mutuamente o conhecimento.

Em relação a Modelagem Matemática, como havia citado, tive uma leitura superficial do livro de Bassanezi (2011) na graduação, que resultou em ideias equivocadas sobre o processo de Modelagem Matemática. Porém, essas primeiras impressões foram desconstruídas quando, nas disciplinas dos cursos de especialização, comecei a ler além de Bassanezi (2011), autores como Biembengut (2014) e Barbosa (2001).

Barbosa (2001), por exemplo, concebe a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, em que valoriza o interesse do aluno em investigar determinada situação, livres de procedimentos pré-estabelecidos e da obrigatoriedade de trabalhar um conteúdo A ou um conteúdo B. Diferentemente do que acontece nas concepções ilustradas por Bassanezi (2011) e Biembengut (2014), que primam por um desenvolvimento da Modelagem Matemática mais controlado, com foco nos conteúdos matemáticos que podem ser abordados durante a investigação.

Diante dessas perspectivas, rompi com minhas primeiras impressões, já que não considerava mais o desenvolvimento da Modelagem Matemática no ensino, complicado. Passei a enxergar esse método/estratégia como um processo dinâmico, possível de ser realizado em diferentes níveis de ensino. Assim, fazendo uso de diferentes conteúdos matemáticos, seguindo um planejamento prévio ou não.

Além desse aspecto teórico, os cursos de especialização possibilitaram-me fortalecer outra vertente da minha formação, a de professor-pesquisador. No curso da UFPA precisei escrever um artigo como avaliação final da disciplina de Modelagem Matemática. Para essa tarefa encontrava-me receoso, pois até então eram escassas as experiências na escrita de artigos acadêmicos. Também era preocupante o desafio de escrever sobre Modelagem Matemática, considerando que a conhecia teoricamente, mas não a tinha vivenciado na prática.

Essas tensões despertaram-me para as potencialidades que a atividade, outrora investigada no TCC, apresentava. Entendia que a atividade do TCC não era uma atividade de Modelagem Matemática, todavia, a forma como ela sugeria a abordagem dos conteúdos de

Geometria Analítica, possibilitou enxergar conexões possíveis de serem estabelecidas com atividades de Modelagem Matemática, subsidiando assim a escrita do artigo.

As pontes estabelecidas entre características da atividade do TCC com características das atividades de Modelagem Matemática possibilitaram traçar uma proposta de pesquisa para o trabalho monográfico⁶ do curso da UFPA. Para o trabalho final⁷ do curso da UNINTER pude discutir o uso do *GrafEq* para o ensino de tópicos de Geometria Analítica.

Retomando o artigo⁸ da disciplina de Modelagem Matemática da UFPA, ele foi publicado e apresentado na VII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (VII CNMEM), realizada em Belém/PA em 2011. Nesse cenário, alguns acontecimentos contribuíram diretamente para a construção da proposta de pesquisa deste trabalho.

Ao tratar de relações entre professores e computadores no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, em um debate temático⁹ na VII CNMEM, Bisognin (2011) destacou dificuldades do professor no trato com aproximações e análises de erro. Isto, quando do uso de programas computacionais e da falta de compreensão de que diferentes modelos obtidos em diferentes programas podem servir para análise da mesma situação problematizada.

Essas questões fizeram-me considerar a possibilidade de fazer um trabalho a respeito de obstáculos no uso de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática. Não cheguei a implementar essa proposta nos trabalhos finais dos cursos de especialização, em decorrência do tempo que uma pesquisa desse porte demandaria.

Sendo assim, detive-me a buscar por mais informações sobre o processo de Modelagem Matemática e sobre a relação do modelador com computadores dentro desse processo. Encontrando, nessa investigação, apoio teórico no Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM), onde são realizadas discussões a respeito dessa metodologia e de suas implicações para o Ensino de Matemática.

Além disso, tive a oportunidade de vivenciar experiências de Modelagem Matemática no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), que aconteciam no

⁶ Trabalho intitulado “Inserção de Novas Tecnologias no Processo de Modelagem Matemática, defendido em 2012.

⁷Artigo intitulado “GraphEquation e Modelagem Matemática: uma proposta para ensinar conteúdos iniciais de geometria analítica”, defendido em 2012.

⁸Artigo intitulado “Arte, Informática e Matemática unidas em uma proposta de Modelagem Matemática.” Autoria compartilhada com Roberta Modesto Braga, apresentado em 2011.

⁹Debate Temático intitulado “Modelagem Matemática: obstáculos a transpor”, ocorrido em 2011.

CUNCAST da UFPA. Pela observação de experiências foi possível coletar dados que, interpretados e tratados, levaram à construção de modelos matemáticos. A participação no GEMM, no LEMM e as questões levantadas no debate temático da professora Bisognin (2011) contribuíram para a formulação de uma questão diretriz, que acabou por subsidiar a proposta de pesquisa deste trabalho.

Entendo que essa jornada acadêmica serviu para aprofundar meus conhecimentos em relação ao uso de computadores no ensino e sobre a Modelagem Matemática. Em cada parte do percurso fui corroborando concepções e rompendo com outras. Nesse constrói/desconstrói/reconstrói cheguei a temática a qual este trabalho está alocado. Sendo necessário voltar a esses momentos e perceber nas situações descritas, as bases que fundamentam a pesquisa desta dissertação.

CAPÍTULO I - A QUESTÃO DIRETRIZ E SEUS TERMOS CONSTITUENTES

Este capítulo tem por objetivo apresentar a questão diretriz que conduziu minhas ações teórico-metodológicas para a efetivação do estudo. Nessa questão diretriz existem termos centrais que a constituem, sendo relevante trazê-los à tona, de modo a fazer com que o leitor entenda suas definições, primeiro de forma separada e, posteriormente, costuradas em um mesmo ambiente.

Deste modo, na primeira seção apresento o processo de construção da questão diretriz em meio às contribuições do coletivo GEMM. Em seguida, na segunda e terceira seções trago discussões acerca de como os termos *tecnologias digitais* e *Modelagem Matemática* são entendidos neste trabalho. Por fim, amarrando essas ideias, apresento discussões subsidiadas por trabalhos que foram conduzidos em cenários de pesquisas próximos ao meu, possibilitando o contato com outros autores que abordaram o uso das tecnologias digitais com Modelagem Matemática no ensino.

1.1 APRESENTAÇÕES NO GEMM E MUDANÇAS NA QUESTÃO DIRETRIZ

A questão diretriz, como o próprio nome sugere, dirige o pesquisador na busca de respostas que possam explicar a ocorrência de determinado fenômeno. Em relação a construção da questão diretriz, Araújo (2002) propõe reflexões pertinentes para o começo de uma investigação. Nem sempre a pergunta que move o pesquisador é a pergunta respondida ao final do trabalho. Às vezes se começa com um questionamento e diante das pesquisas teóricas e das vivências práticas esse questionamento vai sendo modificado.

Nesse contexto, corroboro com Araújo (2002), considerando que minha questão final foi emergida no decorrer do processo de desenvolvimento da pesquisa, pois inicialmente tinha um questionamento, que tal qual uma bússola mostrou-me uma direção e auxiliou, quando necessário, a reorientar minha rota. Assim, conforme o andamento das investigações, a questão diretriz foi sendo configurada, sintetizando em sua formação final o caminho percorrido.

O percurso não foi trilhado sozinho, tive contribuições do GEMM, sendo a questão diretriz deste trabalho fruto desse coletivo. Por isso, visando um entendimento sobre esse caminho, prossigo descrevendo a dinâmica dos encontros no GEMM e as repercussões que as contribuições desse coletivo tiveram sobre as modificações na questão diretriz.

Deste modo, iniciei o semestre de 2014 apresentando ao GEMM a proposta de investigação que havia submetido ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) do IEMCI. O projeto tinha o seguinte questionamento: *Que obstáculos o modelador encontra na utilização de tecnologias digitais durante a realização de atividades de Modelagem Matemática e como eles ocorrem e interferem nesse processo?*

Sobre essa intenção de pesquisa os integrantes do GEMM apontaram algumas inquietações. Dentre elas, a quantidade expressiva de obstáculos possíveis de aparecer nessa relação do modelador com as tecnologias digitais. Referente a isso eles sugeriram que fosse feita uma categorização de obstáculos que poderiam surgir dessa relação.

Desse modo, iniciei pesquisas bibliográficas aleatórias acerca de obstáculos que derivavam do uso de tecnologias digitais no Ensino de Matemática. Também apropriei-me das experiências adquiridas quando da realização da atividade para a monografia do curso de especialização da UFPA.

Nesse início, sinalizo algumas características que revelam minha inexperiência enquanto pesquisador iniciante, já que não demarquei temporalmente um universo de trabalhos em que se deu essa pesquisa bibliográfica. Por estar perdido em relação a como procurar esses obstáculos na literatura, precisei recorrer às minhas próprias vivências.

Posteriormente percebi que não havia possibilidade de traçar categorias consistentes antes da coleta de dados, ou seja, tinha consciência de que as categorias só poderiam ser traçadas *a posteriori* e não antes da efetivação da pesquisa de campo. Porém, mesmo com esses conflitos metodológicos em torno da categorização, consegui delimitar três tipos de obstáculos: *casuais*, *físicos* e *virtuais*. Após o que acabaram por embasar a escrita de um artigo¹⁰ que foi apresentado no XVIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (XVIII EBRAPEM), ocorrido em Recife/PE.

Outras inquietações surgidas no GEMM ensejaram reflexões em relação ao formato da questão diretriz. Um dos pontos levantados foi em relação às respostas simplistas que poderiam aparecer com essa questão, pois em um contexto informatizado o aluno ou o professor poderiam não utilizar o computador e seus recursos, por não saberem manuseá-los.

Além desse fato, considerando que me propus a investigar como esse uso interfere no processo de Modelagem Matemática, poderia com esse propósito obter respostas circunstanciais. Por exemplo, se o aluno A utiliza o *software 1*, a forma como o *software 1*

¹⁰ Artigo intitulado “Obstáculos oriundos do uso de recursos computacionais para o ensino de Matemática: algumas discussões”. Apresentado em 2014.

incidirá no processo vai ser uma, se o aluno B utiliza o *software 2*, a incidência já seria diferente. Então essa multiplicidade de escolhas dificultaria a análise desses dados, já que não seria possível relacioná-los entre si, levando em conta a gama de variáveis que poderiam aparecer.

Ao avaliar essas inquietações e considerando a pesquisa que subsidiou a categorização de obstáculos, comecei a duvidar se os dados gerados a partir dessa questão diretriz seriam suficientes para respondê-la. Diante das sugestões que me eram feitas e das reflexões surgidas a partir delas, editei a questão diretriz inicial, chegando à seguinte formulação: *Que implicações o uso de tecnologias digitais apresenta para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática?*

Sobre essas mudanças, ampliei minha área de investigação, não focando mais nos obstáculos, e sim nas implicações como um todo. Delimitei também um público alvo, discente do curso de Licenciatura em Matemática, não especificando um período/semestre. Segundo Araújo e Borba (2004) essas mudanças ocorrem “(...) à medida que a própria experiência com o trabalho de campo e as leituras de novas referências levem o autor a ganhar uma nova perspectiva que transforma o foco em questão.” (p.29)

Percebo, retomando alguns momentos e refletindo sobre o exposto por Araújo (2002) e Araújo e Borba (2004), as mudanças ocorridas enquanto pesquisador, e o quão arraigadas essas mudanças estão neste estudo. Existiram momentos no processo em que me sentia perdido a cada passo que dava. Mas, com o tempo, as peças foram se encaixando e tudo que antes não mostrava coerência começou a fazer sentido. Passei, então, a considerar que o movimento de avançar e retroceder é intrínseco para o desenvolvimento da pesquisa, e necessário para sua viabilização.

Nas próximas seções apresento como entendo cada termo costurado na questão diretriz, primeiro de forma separada, com foco nas tecnologias digitais e na Modelagem Matemática, e por último analisando o uso das tecnologias digitais em ambientes gerados no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

1.2 TECNOLOGIAS DIGITAIS

Nesta seção apresento meu entendimento sobre as tecnologias digitais. A princípio concebia tecnologias digitais como sendo todo e qualquer recurso proveniente de computadores, ou seja, planilhas eletrônicas, programas, editores de textos entre outros. Porém,

mesmo tendo essa definição, não a considerei suficiente para subsidiar a pesquisa e principalmente a análise dos dados.

Essa busca por uma definição que contemplasse meus anseios para com esta pesquisa, foi difícil, na medida em que se trata de uma nomenclatura que é comumente tratada como sinônimo de outros termos, como: Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) ou recursos computacionais.

Sobre as TIC enxergo nessa nomenclatura ligações ao poder de informação e comunicação que o ser humano passou a ter com o advento e popularização dos computadores e da informática. A informação ganha ares democráticos frente ao uso da *internet*, já que quase todos podem ter acesso a ela de casa, da escola, ou de *Lan-Houses*¹¹.

A informação traz consigo discussões, que são extravasadas/comunicadas na rede para outras pessoas, que fisicamente estão a quilômetros de distância, mas que podem compartilhar simultaneamente ideias em salas de bate-papo ou redes sociais. Então, essa ampliação, em relação a informação e comunicação, é que percebo como sendo o mote principal alocado ao termo TIC. Sobre essa ampliação, trazendo para o contexto escolar, Giordan (2008), cita dois exemplos:

(...). O correio eletrônico é o exemplo mais concreto de instrumento potencialmente ampliador dos horizontes comunicacionais para todos aqueles envolvidos no processo educativo, pois, mediante seu uso, nem alunos, nem professores, estão mais restritos a falar com seus pares nos intramuros da escola (...). Outro exemplo da ampliação dos horizontes comunicacionais são os chamados *blogs* ou diários eletrônicos, um fenômeno atual da *Internet* (p. 21).

De 2008 até os tempos atuais houve grandes mudanças. Os computadores deixaram de ser aqueles grandes gabinetes com monitores tubulares. Os *notebooks* cada vez mais finos e leves ganharam mais mercado, os celulares viraram computadores portáteis. Tudo isso fez surgir uma gama variada de exemplos que superam em alcance os citados por Giordan (2008). No lugar dos *blogs* existem atualmente os *vlogs*, canais de vídeos onde pessoas falam de coisas corriqueiras do seu cotidiano, ou de temas mais sérios que repercutem em um âmbito global. O correio eletrônico ainda tem sua importância, mas se tornou algo formal, dando lugar assim, à informalidade da troca de mensagens via aplicativos como *WhatsApp*.

¹¹ Estabelecimento comercial onde usuários podem pagar para utilizar um computador, com acesso à *internet*.

Assim, não assumir o termo TIC para este trabalho não significa que o esteja negando, pelo contrário, entendo que em um ambiente onde se faz uso do computador conectado à *internet* ocorre, como exemplificado por Giordan (2008), uma quebra de barreiras que ultrapassa o computador, os muros, as fronteiras, ampliando possibilidades de se informar/comunicar sobre/com o meio. No entanto, a comunicação e a informação, que são entes caros a esse termo, não são focos principais a serem alcançados pela minha questão diretriz.

Sobre os recursos computacionais, comecei a entendê-los vinculados a aspectos físicos, *hardwares*, do computador. Assim, os recursos computacionais figuram como veículos que propiciam a interação com o mundo digital. Nessa vertente física, o computador e a informática são descritos por Lévy (1987, p.12), como:

(...) máquinas que podem ser deslocadas, modificadas, programadas, destruídas. A informática patenteia os seus instrumentos: seres materiais, estruturas lógicas ou linguagens formais, pacientemente construídos. Estes instrumentos podem ser dissecados, examinados, investigados, são objetos experimentais. Esta é a dimensão empírica da informática.

Enxergo nessas descrições, aproximações com a concepção inicial que assumi para tecnologias digitais, na qual a entendia “como sendo todo e qualquer recurso proveniente de computadores”. Essa definição superficial embasava apenas essa parte sensível e experimental, não sendo suficiente para abarcar as pretensões requeridas com a questão diretriz. Desta forma, Lévy (1987, p.12) complementa essa vertente sensível acrescentando que:

(...) estas máquinas de calcular, estes ecrãs, estes programas, não são apenas objetos experimentais. Como tecnologia intelectual contribuem para determinar a forma de percepção e de entendimento que utilizamos para compreender os objetos. Fornecem modelos teóricos às nossas tentativas para conceber racionalmente a realidade. Interfaces, é por seu intermédio que agimos e por seu intermédio que recebemos, de volta, a informação sobre os resultados das nossas ações.

Minhas interpretações acerca dos termos TIC e *recursos computacionais* e o contato que tive com os textos de Lévy (1987) fizeram-me entender as tecnologias digitais como sendo constituídas de fatores sensíveis, que viabilizam aspectos abstratos. Isto quer dizer que as tecnologias digitais permitem, por meio de diferentes *interfaces*, agir sobre ambientes digitais e receber simultaneamente respostas derivadas dessas ações. Deste modo, *tecnologias digitais* neste trabalho é entendido como componentes físicos, representados pelo computador e pela

informática, que promovem o contato entre o homem e o meio em que ele vive, mediados por ambientes digitais, estabelecendo assim, um sistema virtual de ação e reação imediata.

1.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

No Prólogo do trabalho expus algumas concepções acerca da Modelagem Matemática, com o objetivo de apontar o leque de entendimentos que estava estudando nos cursos de especialização. Retomando essa questão, pretendo nesta seção discutir o trabalho de Bassanezi (2011)¹², com foco em sua concepção de Modelagem Matemática nas etapas que constituem seu processo e na abordagem dos conteúdos matemáticos nesse processo.

Bassanezi (2011) enxerga nas aplicações o caminho para aproximar o aluno da Matemática, já que a maneira como atualmente é ensinada em sala de aula, de forma fracionada e estanque, acaba afastando o aluno da disciplina. Sobre essas prerrogativas o autor apresenta a Modelagem Matemática como uma opção metodológica para a aplicação dos conteúdos matemáticos em outras áreas do conhecimento.

Para o autor “(...) pensar a unidade na multiplicidade” (BASSANEZI, 2011, p. 15) reflete o desafio da nova geração de professores e pesquisadores. Nesse sentido, a Modelagem Matemática, como método de pesquisa ou estratégia de ensino, mostra-se eficaz, graças aos avanços obtidos por meio dela em áreas como Biologia, Física, Química entre outras. Diante disso, o autor entende esse método/estratégia como:

(...) um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2011p. 24)

Essa definição é pertinente tanto no contexto de pesquisa como no contexto de ensino, pois não vejo o aluno investigando uma temática apenas para aprender certo conteúdo. Ele quer investigar algo que lhe apetece e encontrar uma solução. Então, a Modelagem Matemática propicia ao aluno além do aprendizado matemático, o desenvolvimento de atitudes de pesquisador, na medida em que lhe aguça a curiosidade, a criatividade, a capacidade de solucionar problemas reais.

¹² A escolha desse autor está relacionada às concepções assumidas para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática que geraram os dados analisados neste trabalho.

A definição cunhada pelo autor remete também ao modelo matemático que, nesse caso, não caracteriza a realidade em sua totalidade, sendo apenas uma aproximação da situação-problema investigada. Ainda sobre o modelo, Bassanezi (2011, p.20) o descreve como:

(...) a representação de um objeto ou fato concreto; suas características predominantes são estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser *pictórica* (um desenho, um esquema compartimental, um mapa etc.), *conceitual* (fórmula matemática), ou *simbólica*.

Entendo que a representação do modelo matemático – pictórica, conceitual ou simbólica – está diretamente ligada à subjetividade e aos conhecimentos matemáticos do modelador em questão. Assim, pois, como o pesquisador pode encontrar em um desenho explicações para uma determinada situação, o aluno por sua vez pode construir um algoritmo sofisticado que sirva como solução para seu problema.

Bassanezi (2011) pontua que para a investigação de determinada situação ou problema real por meio da Modelagem Matemática adota-se uma sequência de etapas, sendo elas: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação.

A escolha da temática ou problema a ser investigado vem antes de todo o processo. Sobre esse início Bassanezi (2011) recomenda que as situações escolhidas sejam abrangentes, dando margem ao surgimento de problemas em várias direções. Essa escolha deve ter a participação do aluno, pois ele precisa querer investigar o tema em questão. Mas a decisão final fica a cargo do professor, que assume o papel de conduzir o diálogo acerca da viabilização ou não da temática escolhida.

A *Experimentação* configura-se como o momento da coleta de dados qualitativos ou numéricos. Com a escolha do tema precisa-se encontrar informações sobre ele, sendo essa busca realizada de diferentes formas: entrevistas, pesquisas bibliográficas, realização de experimentos. O que vai definir o método da coleta de dados será a temática a ser investigada.

Na *Abstração* introduzem-se os ferramentais matemáticos que irão auxiliar na construção do modelo. A determinação desses entes matemáticos dependerá da natureza dos dados coletados. Essa etapa é dividida em quatro momentos: seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses e simplificação.

Na terceira etapa, *Resolução*, ocorre a construção do modelo com a intenção de responder os questionamentos levantados. Fazem-se também, em alguns casos, previsões para a problemática elencada.

Na *Validação* ocorre a interpretação das respostas geradas a partir do modelo, possibilitando por meio delas avaliar se o modelo é adequado ou não para a situação-problema investigada.

A última etapa é a *Modificação*. Alguns fatores ligados à situação-problema podem ocasionar a rejeição do modelo. Nesses casos busca-se as causas desse evento, para que se possa corrigi-las e adequá-las segundo a temática investigada, reformulando, desta forma, o modelo matemático.

Entendo que essas etapas são semelhantes quando usadas para a pesquisa e para o ensino, de vez que as mudanças não estão no desenvolvimento das etapas e sim na intencionalidade de cada sujeito envolvido no processo. Por exemplo, como método de pesquisa, o matemático segue as etapas para chegar ao modelo mais próximo da situação-problema investigada. O modelo nesse contexto é o seu objetivo, não importando os caminhos e meios que ele utilizou para alcançá-lo. No ensino, o modelo também é objetivo do aluno, entretanto esse objetivo está atrelado aos objetivos traçados pelo professor. Assim, as etapas que o aluno precisará para alcançar o seu objetivo, revelam-se para o professor como oportunidades de desenvolver conteúdos matemáticos e extramatemáticos.

Nesse sentido Bassanezi (2011, p.38) afirma que “A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem-sucedido, mas caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”.

Essa importância que Bassanezi (2011) dá aos conteúdos matemáticos é percebida em todo seu trabalho. Contudo, o autor também enfatiza que um dos principais obstáculos que impede a viabilização dessa estratégia de ensino nas aulas de Matemática é justamente a obrigatoriedade imposta aos professores para cumprir o currículo preestabelecido da disciplina. Diante disso, alguns professores defendem que desenvolver atividades de Modelagem Matemática como estratégia de ensino necessita de muito tempo, o que acarretaria no atraso dos conteúdos matemáticos.

Sobre esse aspecto o autor confirma que pelas suas experiências realmente isso pode ocorrer, mas essa ocorrência pode ser minorada pelo professor ao modificar o processo de Modelagem Matemática clássico, considerando nessas alterações os momentos de sistematização dos conteúdos e as conexões que podem ser estabelecidas com outras situações-problema, ou seja, o professor precisa fazer adaptações.

1.4 TECNOLOGIAS DIGITAIS COM MODELAGEM MATEMÁTICA

A questão diretriz deste trabalho investiga um fenômeno oriundo do uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Para além dessa intenção de pesquisa, traço nesta seção discussões sobre como essa temática vem sendo entendida em outros trabalhos. A escrita dessa seção delimita sua divisão em duas partes. A primeira referente à como se deu a seleção dos trabalhos abordados e a segunda, sobre as elucidações dos autores selecionados em relação à forma como as tecnologias digitais são utilizadas no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Para isso, iniciei uma busca de trabalhos no Banco de Teses da Capes, em que utilizando as unidades de registro “Educação Matemática”, “Modelagem Matemática” e “Tecnologias Digitais” encontrei um trabalho. Somando a essa pesquisa, realizei uma busca no repositório¹³ do Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), Campus de Rio Claro/SP.

A escolha desse grupo se deu pela sua importância no âmbito nacional, ao realizar pesquisas vinculando o uso das tecnologias digitais ao Ensino de Matemática. Segundo Malheiros e Franchi (2013) o GPIMEM desde 1993 desenvolve pesquisas relacionadas ao papel das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)¹⁴ no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

No repositório do GPIMEM encontrei 29 dissertações e 22 teses, incluindo nesse montante o trabalho que tinha encontrado no Banco de Teses da Capes. Diante dessa quantidade de trabalhos recorri a Randolph (2009) para subsidiar o processo de seleção no universo desses trabalhos. Esse autor, sobre as possibilidades de cobertura para uma revisão de literatura de uma dissertação, pontua que:

(...) numa exaustiva revisão, o revisor promete ter encontrado todas as peças disponíveis da investigação sobre um determinado tema, publicado ou não. (...). No entanto, encontrar cada trabalho de investigação pode levar muito mais tempo do que se tem disponível. (...). Outra abordagem é considerar uma amostra representativa de artigo se fazer inferências que comprovem a representação de todos os trabalhos que envolvem o tema abordado (RANDOLPH, 2009, p. 4, tradução minha)

¹³ Acessado no sítio <http://igce.rc.unesp.br/#!/pesquisa/gpimem---pesq-em-informatica-outras-midias-e-educacao-matematica/gpimem/>

¹⁴ As autoras utilizam os termos TIC e tecnologias como sinônimos, para evitar repetições.

Deste modo, apropriando-me da sugestão de Randolph (2009), optei por escolher uma amostra de trabalhos próximos teórica e metodologicamente das minhas concepções sobre uso das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Assim, cheguei a um total de três trabalhos. São eles: Araújo (2002), Malheiros (2004), Diniz (2007).

Em Araújo (2002, p.81) esta autora acompanhou um professor de Cálculo no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Acerca desse professor, a autora destacou três características que ilustravam sua postura para o ensino dos conteúdos: “(...) preocupação em estabelecer relações da matemática com outras áreas do conhecimento, não adoção de livro-texto e não seguimento da ordem que normalmente é dada ao conteúdo de Cálculo.”

Nesse contexto, o professor também fazia uso do laboratório de informática para o ensino. Sobre esses momentos com o computador a autora traçou a seguinte ilustração: “(...) um aluno no computador ligado ao projetor, o professor em cima do tablado, falando o que deveria ser feito, apontando os resultados na tela e os outros alunos fazendo ‘a mesma coisa’ em seus computadores” (ARAÚJO, 2002, p. 85).

O professor ao propor que os alunos desenvolvessem projetos de Modelagem Matemática, não soube conduzir esse convite, deixando os alunos confusos com relação ao que estava sendo pedido. Somente no decorrer do semestre que os alunos começaram a compreender que o professor queria que eles encontrassem uma função que representasse um fenômeno do cotidiano. Com essa função os alunos teriam que analisar, segundo um roteiro de tarefas dadas pelo professor, usando o computador, que também era uma recomendação do professor e, posteriormente, que interpretassem as respostas surgidas dessa análise segundo o contexto de origem do fenômeno.

O uso do computador e do *Software Maple* nesse cenário estava mais relacionado ao ensino tradicional de Cálculo do que a dinâmica de ensino priorizada nas atividades de Modelagem Matemática. Isto torna-se evidente com a posição inicial das alunas frente a essas tecnologias. Segundo Araújo (2002, p.104), “Elas planejavam desenhar o gráfico da função do trabalho no computador e usá-lo também para obter um gráfico para os dados reais que ainda iriam coletar. Para tanto, elas precisariam que o professor lhes ensinasse”.

Essa maneira de proceder com os computadores é justificada pela forma como o professor usava o computador em suas aulas diárias. A instrução das alunas no manejo do *software* causou nelas uma dependência do uso do computador condicionado à presença do professor. Tanto que a intenção inicial das alunas é confrontada na pesquisa de Araújo (2002),

revelando os verdadeiros planos das alunas “passar para o computador o que já tinham feito à mão e montar uma função ‘mais real’”. (ARAÚJO, 2002, p. 106)

As alunas nessa atividade estavam trabalhando a variação de temperatura de um dia considerando as quatro estações do ano: Primavera, Verão, Outono e Inverno. Para isso elas montaram uma função $g(x)$ que representava uma situação imaginada. O computador figurava nessa atividade por imposição do professor. Dessa forma, nas concepções iniciais das alunas, o computador serviria para “passar a limpo” o trabalho realizado manualmente. Porém, no decorrer da investigação da função $g(x)$ com o *Software Maple* algumas situações envolvendo significados matemáticos começaram a aparecer. Assim, as alunas começaram a partir desse manuseio computacional a refletir sobre questões como continuidade e descontinuidade de uma função, pontos de máximos e mínimos, dentre outros.

Sobre esses episódios, Araújo (2002, p.161) considera “(...) que a presença do computador tenha sido importante para o estabelecimento desses cenários para investigação. A imprevisibilidade dos acontecimentos, quando se trabalha em ambientes informatizados, abre possibilidades para que as investigações aconteçam”. Nesse caso, os cenários de investigação foram configurados pelas limitações visuais do *Software Maple*, no estudo gráfico da função $g(x)$. Assim possibilitando discutir e refletir os conceitos matemáticos a partir das concepções das alunas. Porém a autora (20002, p.161) adverte que “(...) a simples presença dos computadores não garante a existência de investigações: é importante que os alunos aceitem o convite às investigações, seja ele feito pelo professor ou pelos próprios alunos diante das possibilidades abertas pelo computador”. (p. 161)

Malheiros (2004), em seu trabalho, analisou os arquivos do GPIMEM, investigando atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em uma disciplina de Matemática Aplicada do curso de Ciências Biológicas da UNESP, Campus de Rio Claro/SP. Essa pesquisa abordou trabalhos realizados no período de 1993 até 2002. Seu propósito era averiguar a forma como os alunos estavam utilizando os conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem Matemática era uma das estratégias pedagógicas.

Somadas a Modelagem Matemática e as ações mais diretivas realizadas no quadro negro em aulas usuais, o professor mediador dessas atividades também fazia uso de outro enfoque pedagógico. Esse enfoque, segundo Malheiros (2004, p.67), “(...) é denominado pelo docente como experimental-com-tecnologias, e é utilizado para o ensino de funções, limites, derivadas e noções de integração.” As tecnologias as quais a autora se refere eram calculadoras gráficas, *softwares* gráficos, planilhas eletrônicas, *internet* entre outras.

Malheiros (2004, p.67) ilustra como ocorria a dinâmica desses experimentos, partindo do seguinte problema:

Suponha que as teclas x^2 [eleva o número digitado ao quadrado] e $^{\wedge}$ [tecla responsável em elevar um número a qualquer potência, por exemplo, se quiser elevar o número 2 a 3ª potência, basta digitar 2^3] estão quebradas na sua calculadora. É possível traçar o gráfico da função $f(x) = x^2$ utilizando apenas retas?

Segundo a autora o professor tinha um objetivo específico com esse problema, que era introduzir o conceito inicial de derivadas a partir da “(...) ideia de reta secante vai se ‘transformando’ em reta tangente a um ponto.” (ARAÚJO, 2002, p. 68)

Esse objetivo foi alcançado em meio a investigações dos alunos com as tecnologias, nesse caso calculadoras gráficas e também com intervenções do professor que conduzia essas investigações.

Nas atividades analisadas por Malheiros (2004) percebi o uso das tecnologias digitais em distintas etapas do processo de Modelagem Matemática. Esses usos variavam desde a coleta de dados, esboço de gráficos, interpretação e validação dos modelos matemáticos, dentre outros. Sobre as contribuições do enfoque pedagógico experimentação-com-tecnologias, encontrei indícios que retratavam as conexões que os alunos faziam, mediados ou não pelo professor, entre as problematizações/discussões acerca de conteúdos matemáticos vivenciadas nesse enfoque, com situações que apareciam no processo de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Em Diniz (2007) o autor assume o objetivo de compreender o papel das TIC¹⁵ nos projetos de Modelagem Matemática. Para isso ele acompanhou duas turmas que vivenciaram atividades de Modelagem Matemática na disciplina Matemática Aplicada, do curso de Ciências Biológicas da UNESP, Campus de Rio Claro/SP. Essa disciplina foi ministrada em 2005 pelo professor citado em Malheiros (2004), abordando os mesmos enfoques: o uso do quadro negro em aulas usuais, experimentação-com-tecnologias e Modelagem Matemática.

O autor assume uma postura em relação ao conhecimento, o considerando resultado de um coletivo de seres humanos com mídias. Sobre isso, Diniz (2007, p.38) argumenta que:

¹⁵O autor “Considera as TIC como sendo os computadores e todas as suas interfaces, incluindo *softwares* que foram desenvolvidos com finalidade educacional (em especial *softwares* gráficos, como o Wimplot e Wingeom), *softwares* que não foram criados para esse fim, como o Excel, o World e os jogos eletrônicos; páginas *www*, *e-mails*, salas de bate papo e comunicadores instantâneos, como o MSN Messenger; calculadoras gráficas e sensores que podem ser acoplados, como o CBR (*Calculator Basic Ranger*) e outras possibilidades associadas à informática” (p. 16). Utilizando no corpo do texto os termos TIC, mídias informáticas e informática como sinônimos.

Essa concepção teórica é baseada no fato de que o foco da produção de conhecimento não está nos seres humanos e nem somente nas mídias. (...) identificando o foco na constituição dos coletivos Seres-Humanos-com-Mídias e nas relações que se estabelecem em uma dimensão cognitiva. (...) Portanto, essa visão de conhecimento está embasada na constituição desses coletivos e como eles se articulam para a produção de conhecimento.

O autor e o professor mediador colaboravam com o desenvolvimento das temáticas dos alunos, defendendo essa concepção na coleta de dados, os incitando sobre o uso *softwares* e sobre conteúdos matemáticos que poderiam ser utilizados. Na maioria das atividades os alunos iniciavam plotando um gráfico, o que possibilitava investigar uma lei de formação para as variáveis observadas. Assim, Diniz (2007) ao identificar coletivos que auxiliaram no desenvolvimento de conteúdos matemáticos, situou as TIC em usos, como na realização de simulações e previsões, pesquisa e comunicação. No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, assim como em Malheiros (2004), o autor relata momentos que evidenciam o convite do professor aos alunos para investigações com o uso das TIC.

Assim, analisar os trabalhos de Araújo (2002), Malheiros (2004) e Diniz (2007) possibilitou formular alguns posicionamentos com relação ao uso de tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática: os alunos a partir do uso das tecnologias digitais puderam discutir questões matemáticas relacionando-as com temáticas investigadas nas atividades de Modelagem Matemática; o uso anterior de tecnologias digitais em investigações matemáticas permitiu aos alunos estabelecer analogias com situações surgidas nas atividades de Modelagem Matemática, os possibilitando relacionar discussões matemáticas vivenciadas nesse enfoque pedagógico com as situações emergidas com a Modelagem Matemática; e o uso das tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática só se tornou frutífero para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, por causa das interferências/indagações/convites feitos pelo professor.

As quatro seções deste capítulo serviram para que se pudesse entender o cenário que delimita o fenômeno que investigo. Já que me propus a identificar em que momento do processo de Modelagem Matemática os alunos fazem uso das tecnologias digitais, e assim identificar as implicações desse no desenvolvimento e configuração desse processo.

Nesse contexto, compreender as relações assumidas pelos elementos que constituem esse cenário é relevante para o andamento da pesquisa. Assim, ao retomar alguns pontos, pude avaliar o caminho percorrido para chegar à minha questão de pesquisa. Tendo essa questão e a situando em um cenário de investigação em que o processo de ensino e aprendizagem é

efetivado via Modelagem Matemática com tecnologias digitais, optei por extrair minhas concepções sobre a Modelagem Matemática e sobre as tecnologias digitais em separado.

Sobre a Modelagem Matemática passei a entendê-la como não sendo mais complicada, podendo ser um método viável para o Ensino de Matemática. Sobre as tecnologias digitais, ao analisar diferentes termos, as entendi, como sendo veículos que promovem a interação do homem com o meio pela mediação digital. Ao pontuar esses entendimentos separados e ao investigar os trabalhos de Araújo (2002), Malheiros (2004) e Diniz (2007) construí subsídios que me levaram a entender o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com as tecnologias digitais, de forma imbricada. Isto porque, pois na medida em que os alunos usam desse veículo para investigar/mensurar/modelar informações oriundas de uma situação-problema, eles interagem com a temática mediados por informações digitalizadas, que podem simultaneamente responder às interações.

CAPÍTULO II – NOVAS CONFIGURAÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM EMERGIDAS COM A MEDIAÇÃO DIGITAL

Neste capítulo, apresento o referencial teórico que subsidiou as análises dos dados selecionados. Assim, começo fazendo um retrospecto sobre as transformações sociais ocorridas a partir do surgimento da linguagem e das técnicas, com foco em três tecnologias da inteligência¹⁶: a oralidade, a escrita e a informática. A partir dessa introdução e com atenção na informática, apresento concepções sobre suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem. Podendo então, trazer discussões que tratam das novas configurações que o uso das tecnologias digitais promove nas ações dos atores, professor e alunos, desse processo.

2.1 AS MUDANÇAS NO CONTEXTO SOCIAL EMERGIDAS COM O AS TECNOLOGIAS DA INTELIGÊNCIA

Para a escrita desta seção busquei referências nas obras de Lévy (1987, 1993), nas quais tive contato com alguns termos, como: técnica, tecnologia da inteligência, tecnocosmos, entre outros. Priorizando uma abordagem didática dessas leituras, apresento e defino esses termos no corpo do texto. Entretanto, antes de tratar da oralidade, da escrita e da informática, defini de antemão, o termo “técnica”, por entendê-lo, segundo as ilustrações de Lévy (1987, 1993), como sendo um centro de gravidade, no qual os outros termos orbitavam.

O termo *técnica* não é definido pelo autor diretamente. Durante a leitura percebe-se no texto citações que levam o leitor a ter uma noção de como esse termo é entendido. Por exemplo, no seguinte trecho:

No rio tumultuoso do devir coletivo, é possível discernir várias ilhas, acumulações, irreversibilidades, mas por sua vez estas estabilidades, estas tendências longas mantêm-se apenas **graças ao trabalho constante de coletividades e pela reificação eventual deste em coisas (eis de novo a técnica!) duráveis ou facilmente reproduzíveis: construções, estradas, máquinas, textos em papel ou fitas magnéticas...** (LÉVY, 1993, p.8, grifo meu).

¹⁶ Em seu livro *A Máquina do Universo: criação, cognição e cultura informática*, de 1987, Lévy apresenta esse termo como: tecnologias intelectuais. Modificando-o em sua obra posterior, *As Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*, de 1993.

Lévy (1993) exemplifica o que é a técnica, o que a desencadeia e o produto final que sintetiza essa técnica. Tem-se assim, o trabalho de um coletivo com fins a cumprir um objetivo, ou seja, as constantes ações que o homem passa a realizar frente à imprevisibilidade de situações que o meio apresenta. Essas ações são efetivadas mediante a criação de estratégias pensadas com fim no objetivo pretendido. Essas estratégias são colocadas em prática, resultando em objetos materiais que sintetizam esse processo. Dessa forma, a técnica é entendida como uma dimensão de análise utilizada pelo homem para agir sobre o meio e modificá-lo segundo suas necessidades.

Essa definição dá margem para a existência de incontáveis técnicas. Dentre essas, assim como Lévy (1987, 1993), destaquei as oriundas da transmissão e tratamento de mensagens, no caso, a oralidade, a escrita e a informática. Não pretendo aprofundar as três, o que proponho fazer é discutir as mudanças causadas pelo surgimento das duas primeiras tecnologias da inteligência e o agigantamento dessas mudanças ocorrido com o surgimento da informática.

Sobre a oralidade, Lévy (1993) pontua dois tipos: a primária e a secundária. A primária surge em uma sociedade que ainda não adotou a escrita como tecnologia da inteligência. Enquanto que a secundária é o tipo de oralidade que se mantém atualmente, em que já se adotou a escrita e ela emerge a partir dos textos existentes.

A inteligência na oralidade primária está, em grande parte, relacionada à memória auditiva, o que levava o homem a desenvolver técnicas de memorização e transmissão de informações. Por exemplo, as grandes peças da antiguidade, as famosas tragédias eram cantadas. Nesse contexto, a subjetividade do interlocutor afetava a história que estava sendo contada. Sendo um conhecimento cíclico passado de pai, para filho, para neto, para bisneto, de geração para geração.

Com o surgimento da escrita, a forma de repassar as informações deixou de ser cíclica e passa a ser linear. A subjetividade do interlocutor dá lugar à objetividade do discurso. A escrita consegue abstrair emoções, afetações, entre outros sentimentos, captadas pela oralidade primária. Ainda sobre essas modificações, Lévy (1993, p.89) exemplifica que:

(...) nas sociedades orais primárias, o contador adaptava sua narrativa às circunstâncias de sua enunciação, bem como aos interesses e conhecimentos de sua audiência. Da mesma forma, o mensageiro formulava o pensamento daquele que o enviara de acordo com o humor e a disposição particulares de seu destinatário.

A mensagem escrita não traz consigo todo esse contexto subjetivo que era traduzido/adaptado pelos interlocutores nas sociedades orais. Deixando para o receptor, interpretar as mensagens que lhe eram enviadas.

Assim, o surgimento da escrita, do alfabeto e mais tarde da máquina de impressão impulsionou o desenvolvimento social e científico da sociedade, afetando a maneira de o homem ver e viver no mundo. Antes da impressão, por exemplo, os livros traziam consigo uma quantidade vultosa de notas de rodapé, reflexões, interpretações agregadas por gerações e gerações de leitores. A impressão retira essas interpretações, viabilizando a divulgação da obra com foco nas ideias do autor do livro. Segundo Lévy (1987, p.12), essa mudança “torna possível o *livre exame* dos textos, alivia os espíritos da carga enorme da memória e da tradição, liberta a via da observação da natureza”.

A informática surge, nesse contexto, como a mais recente tecnologia da inteligência. Lévy (1987) a entende segundo duas dimensões: a empírica e a transcendental. A dimensão empírica refere-se à parte experimental do computador e da informática, como, por exemplo, *hardwares*, linguagens de programação, ou seja, aquilo que pode ser tocado, manipulado, modificado manualmente.

Para além desse aspecto material, segundo a dimensão transcendental, o computador e derivados, como a informática, geram *interfaces* com as quais se pode interagir com ambientes digitalizados e, simultaneamente, receber respostas desencadeadas por essas interações. Assim, a informática permite ao homem interagir com a realidade via *interfaces*, apresentando uma nova forma de mediação, ampliando a capacidade de seus sentidos.

Por exemplo, um operário realiza funções manuais em uma indústria. Com a informatização dos maquinários industriais, algumas funções deixam de ser realizadas pelo operário e passam a ser realizadas pelas máquinas, que são previamente programadas para o desenvolvimento dessas tarefas.

Nessa nova configuração, para que uma máquina consiga desenvolver uma determinada atividade, o programador precisa antes organizar os passos condizentes dessa atividade, codificar essas informações e as inserir nas máquinas. Percebam que com essa nova arrumação, em termos de funções, o homem deixa de interagir, em contato de primeiro grau, com o objeto do seu meio. As máquinas passam a mediar essa interação. Com o desenvolvimento e aprimoramento das funções dessas máquinas, o homem vai se afastando desse contato direto, aproximando-se de um contato artificial.

Assim, o advento/aprimoramento da linguagem e das técnicas conduziu o homem a um afastamento do meio natural. Lévy (1987) cita alguns acontecimentos que promoveram esse evento, como: o surgimento da agricultura e a domesticação dos animais, a migração do homem do campo para os grandes centros urbanos, os avanços ocorridos nesses centros em relação à escrita, aos meios de transporte e aos meios de comunicação, dentre outros.

A técnica é uma ponte de acesso entre o homem e o seu meio natural. Esse meio, que passa a ser percebido/modificado pelas técnicas, é definido pelo autor como sendo o tecnocosmos. O surgimento da informática, nesse contexto, agiganta o afastamento do homem com o meio natural, ao controlar e reformular as antigas técnicas. A digitalização das informações fica atrelada ao contato do homem com o seu tecnocosmos.

Antes da informática os homens pensavam e desenvolviam atividades cognitivas segundo as tecnologias da inteligência que dispunham, no caso a oralidade e a escrita. O surgimento da informática causou repercussões no desenvolvimento dessas atividades, afetando a maneira do homem escrever, escutar, compor, tocar, ver, criar imagens, conceber. Enfim, assim como as atividades físicas/manuais foram afetadas pela informática, as atividades cognitivas também tiveram que se adequar a essa nova configuração social. Sobre isso, Lévy (1987, p.14) afirma que:

A mediação digital remodela certas atividades cognitivas fundamentais pondo em jogo a linguagem, a sensibilidade, o conhecimento e a imaginação criadora. A escrita, a leitura, a audição, a execução e a composição musical, a visão e a elaboração das imagens, a concepção, a perícia, o ensino e aprendizagem, reestruturados por dispositivos técnicos inéditos, encaixam em novas configurações sociais.

Quem um dia imaginaria que um artista já falecido pudesse cantar em um *show* “ao vivo”? Em abril de 2012, nos Estados Unidos, a projeção do rapper Tupac Shakur se fez presente no Festival de Música de Coachella. Em 2013 esse feito foi realizado aqui no Brasil, em um evento no Parque da Juventude em São Paulo/SP, homenageando um dos maiores nomes da Música Popular Brasileira (MPB), Cazuza.

Outro exemplo é a forma e as fontes que consultei para subsidiar a escrita do parágrafo anterior. Já que pesquisei sobre projeções em sítios na *internet*, *Google* e *Wikipédia*, onde tive contatos com textos, vídeos, fotos. Descobri que Coachella é um vale localizado na cidade de Indio, Califórnia, Estados Unidos da América (EUA), conseguindo com o *Google Earth* encontrar sua localização no mapa e visualizar imagens dessa localidade em 3D. Assim, podendo ainda perceber visualmente características do lugar ao aproximar e afastar a imagem

com a ferramenta *zoom*. Enfim, uma pesquisa simples proporcionou várias experiências cognitivas mediadas pelas tecnologias digitais.

Como assinalado por Lévy (1987, p.28), esses reflexos reverberam também nas ações de ensinar e aprender. “A utilização multiforme dos computadores no ensino estende-se à escola e à casa, na formação profissional e contínua. Esta utilização traz o germe duma redefinição da função do ensino e novas formas de acesso aos conhecimentos”. Partindo desse entendimento, apresento nas próximas seções, compreensões sobre essas formas de acesso aos conhecimentos, evidenciando como a mediação viabilizada pelo uso das tecnologias digitais pode redefinir o processo de ensino e aprendizagem.

2.2 MEDIAÇÃO DIGITAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM: PROFESSOR-ALUNO-COMPUTADOR

A disseminação da informática em práticas do cotidiano, além de promover mudanças na forma de escrever, pensar, ver, ouvir, também provocou alterações na forma como se ensina e no acesso ao conhecimento. Antes, o professor e o livro didático eram as principais fontes de conhecimento, restando ao aluno aguardar passivamente a transmissão de informações. Com a popularização dos computadores pessoais, os alunos encontraram na *internet* outra forma de acesso ao conhecimento. Essa nova configuração trazida pela informática alterou as formas de ensinar e aprender, refletindo nas relações e nos papéis do professor e do aluno no contexto da sala de aula.

As tecnologias digitais promoveram uma redefinição da função do ensino e de novas formas de acesso ao conhecimento. Lévy (1987, p.29) considera essa redefinição baseado em dois tipos de linguagem:

Uma linguagem procedimental descreve a realização duma tarefa em termos de série ordenada e com encaixamento hierárquico de operações. Uma linguagem declarativa exprime, sob a forma de inferências lógicas elementares, as regras utilizadas por um raciocínio complexo.

A linguagem procedimental delinea um ambiente em que o objeto a ser aprendido está delimitado, formatado e controlado, restando ao aluno cumprir uma sequência de etapas, para ao final alcançar e dominar esse objeto. Valente (1997) classifica esses programas, embasados nesse tipo de linguagem, como os que “promovem o ensino”. São representados por tutorias, *softwares* exercício-e-prática, ou jogos.

Nesse ambiente em que se constituem relações emergidas da tríade professor-aluno-computador pontua que o professor continua a repassar o conhecimento, o aluno continua a se portar de maneira passiva em relação a sua aprendizagem e o computador assume o estereótipo de uma máquina de ensino. Utilizo o termo “continua”, pois suponho que o professor que faz uso desses programas somente nesses moldes, reitera uma forma de ensinar já posta antes mesmo da entrada do computador em seu contexto de ensino. Nesse caso, as únicas mudanças que essas tecnologias trouxeram para a prática desse professor foi em relação às técnicas utilizadas, antes livro-quadro-caderno, depois computador-programas.

Na linguagem declarativa, como descrito por Lévy (1987), as informações não estão postas de maneira ordenada à espera de um cumprimento de passos para se chegar a um resultado. De forma oposta, o ambiente subsidiado por esse tipo de linguagem favorece a interação do aluno com o seu objeto de estudo, no sentido usuário→computador e não o contrário. Os programas que veiculam esse tipo de ambiente são classificados por Valente (1997) como aqueles que auxiliam na construção do conhecimento, sendo representados: pelas linguagens de programação (Basic, Pascal, Logo), pelos *softwares* rotulados como aplicativos, ou pelos *softwares* usados na construção de mídias.

Nessa paleta de exemplos identifico, influenciado pela definição de Lévy (1987), um ponto em comum: a maneira como o aluno pode interagir com essas *interfaces*, pois o caminho a ser percorrido não está mais delineado. O aluno é quem delimita o caminho nesse contexto, os programas ensinam apenas a veiculação das estratégias assumidas para o alcance de um determinado objetivo. Assim, o aluno passa a ser ativo na construção do conhecimento, o computador viabiliza essa construção e o professor estabelece mediações entre o computador, o aluno e os objetos de ensino.

A escolha por programas que privilegiem uma linguagem procedimental ou declarativa fica atrelada aos objetivos que o professor almeja alcançar. Acredito que o uso conjunto de ambas as vertentes seja o mais indicado, considerando o contexto escolar atual, em que o professor precisa cumprir um conteúdo em uma determinada carga horária, entre outros aspectos.

Ainda sobre essa escolha, entre uma vertente ou outra, surge uma questão polêmica, quando se trata do uso do computador para o ensino, que é a máquina substituir o professor na sala de aula. Sobre essa possibilidade de substituição do professor pela máquina, Lévy (1987, p.29), afirma que “Quando se trata, para o estudante, de se apropriar dum conjunto predefinido de conhecimento factuais ou de dominar um código simples (como o código das estradas), a máquina pode, pura e simplesmente, substituir o professor humano.

Essa questão da substituição se torna algo delicado, na medida em que afeta a segurança do professor, em relação ao desconforto de suporem que um computador pode realizar suas funções em sala de aula. Lévy (1987), como se percebeu, é enfático ao afirmar que o computador pode sim, substituir o professor. Porém, ele delimita em que situação isso ocorre.

Essas suposições surgem mediante a inserção cada vez mais recorrente das tecnologias digitais no ensino. Deste modo, essa inserção trouxe reformulações nas posturas do professor e do aluno, e principalmente da forma de acesso ao conhecimento. Diante disso, corroboro com Lévy (1987) no sentido de que a máquina pode sim substituir *algumas* posturas didático-pedagógicas do professor. O *algumas* se refere ao modo de repassar conhecimentos. E eis aí um dos importantes pontos que subsidia meus argumentos.

Alguém duvida que o transmitir/repassar de conhecimentos é melhor feito pelo computador e seus derivados do que pelo professor? Particularmente, acredito que as tecnologias digitais oferecem aos alunos, nesse aspecto, infinitas possibilidades que ultrapassam a capacidade do professor de ilustrar, exemplificar, organizar, memorizar, relacionar, entre outros. A máquina não é passível de esquecer informações, pelo contrário, apresenta inúmeras fontes e aplicações de um determinado objeto de ensino. Podendo ainda, ajudar o aluno a exercitar regras e exercícios intrínsecos a esse objeto.

Nesse momento, muitos devem estar se perguntando, o porquê de o professor ainda estar presente na sala de aula, já que o computador simula algumas posturas docentes melhor que ele? Para responder esse questionamento retomo o termo *algumas* que destaquei. Se uma das possibilidades que o professor pode adotar no ensino de uma determinada disciplina é repassar conteúdos, então sua presença no processo de ensino e aprendizagem é totalmente substituível pelo computador. Porém, o avanço das tecnologias digitais no ensino mostra que essa não é a única e muito menos a principal função do professor na sala de aula. Referente a essa reformulação de funções, Lévy (1987, p.29-30) pontua que:

Nos outros casos, a máquina apazigua a relação de duelo entre o professor e o aluno. A transmissão de informações e a anotação dos exercícios já **não são a principal função do professor. Guiando** a procura de informações do aluno nos programas, nos bancos de dados e nos livros, **ajudando-os** a formular os seus problemas, torna-se um **animador da aprendizagem** (grifo meu).

Assmann (2000, p.08), nesse sentido, afirma:

(...) o mero treinamento para o manejo de aparelhos, por mais importante que seja, não resolve o problema. Por isso, é sumamente importante mostrar que a **função do/a professor/a competente** não só não está ameaçada, mas aumenta em importância. Seu **novo papel já não será o da transmissão** de saberes supostamente prontos, mas o de **mentores e instigadores ativos** de uma nova dinâmica de pesquisa-aprendizagem (grifo meu).

Entendo que nesses aspectos de guiar, ajudar, mediar a aprendizagem do aluno, o professor não pode ser substituído por nenhuma máquina, considerando as funções atribuídas por Lévy (1987) e Assmann (2000) ao professor em um ambiente informatizado, entendo, pois sua presença potencializa o aprendizado do aluno.

Concluo, partindo desses argumentos, que a postura docente de transmitir conteúdos pode e deve ser viabilizada pelo computador e seus derivados. Já que permite ao professor reformular posturas docentes antigas, ensejando a adoção de novas posturas, como a de instigador, animador, mediador. Essas conclusões corroboram também a minha afirmativa anterior de que *a escolha de uma linguagem procedimental ou declarativa está atrelada aos objetivos do professor*, pois cabe a ele determinar em que momentos do ensino o uso de um programa subsidiado pela linguagem procedimental ou declarativa é necessária, e capaz de ajudá-lo a cumprir seu papel de “animador da aprendizagem” nessa modalidade de ensino *pesquisa-aprendizagem*.

A partir dessas interpretações mudei concepções descritas no Prólogo, nas quais defendia que o ensino assistido por computadores deveria ser pautado somente por programas que auxiliavam a construção do conhecimento. Após essas reflexões, considero que esse uso pode ser alternado mediante os objetivos do professor e em concordância com suas novas funções no processo de ensino e aprendizagem. Ainda sobre essa mudança de concepções entendo a Modelagem Matemática como método de ensino que promove, a partir de seu processo, o desenvolvimento dessas novas funções do professor.

Como foi tratado nesta seção, o uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem possibilitou reformulações nas posturas dos atores desse processo. Em relação ao ensino promoveu reflexões sobre funções que eram e são negligenciadas quando se assume uma postura de máquina de ensino, pautada na transmissão de informações. Em relação à aprendizagem incidiu em mudanças na maneira como os alunos apreendem conhecimentos. O que para a próxima seção, apresento algumas dessas formas de acessar o conhecimento na era digital.

2.3 NOVAS CONFIGURAÇÕES NO ACESSO E NA MANIPULAÇÃO DE INFORMAÇÕES

Como mencionando, com o advento e desenvolvimento do computador e da informática, o homem passou a relacionar-se com o seu meio natural via interfaces digitais, em que pode simular situações e experiências sem entrar em contato direto com o que se está investigando. Desta forma, o poder da simulação surge como um importante instrumento utilizado em diversas áreas de atuação humana. Lévy (1987) exemplifica alguns usos, como:

As técnicas da informática musical permitem, em princípio, registrar, sintetizar e modificar, livremente, todos os elementos que levam à produção do som. (p.19)

Os arquitetos, os urbanistas, os *designers* industriais ou os criadores de novas moléculas químicas examinam rapidamente, por meio de uma simples inspeção visual, as consequências das suas decisões graças à simulação em três dimensões. (p.21)

Contrariamente ao mapa clássico, a imagem digitalizada convida o espectador a uma exploração activa, não somente por meio da interpretação, mas também por intervenções. efectivas (p. 22)

Considerando o caso da concepção duma peça mecânica. Antes de qualquer construção efectiva o sistema de CAD permite observar a sua rotação sobre qualquer eixo, obter uma visão em corte, aproximada ou afastada, deslocá-la no ecrã, e verificar com uma vista de olhos, se ela se ajusta bem às outras peças. (p. 24)

Essas modificações nas atividades e ações humanas a partir do avanço das tecnologias digitais configuraram um novo aspecto da sociedade, que Assmann (2000) definiu como sociedade da informação. Segundo este autor:

(...) é a sociedade que está actualmente a constituir-se, na qual são amplamente utilizadas tecnologias de armazenamento e transmissão de dados e informação de baixo custo. Esta generalização da utilização da informação e dos dados é acompanhada por inovações organizacionais, comerciais, sociais e jurídicas que alterarão profundamente o modo de vida tanto no mundo do trabalho como na sociedade em geral. (ASSMANN, 2000, p. 8-9)

A partir desse contexto e focando no ambiente educacional tem-se também, novas configurações no ambiente escolar, no qual Lévy (1987) destaca alguns pontos acerca de caminhos que apareceram para a aprendizagem dos alunos.

Graças aos programas de simulação, o estudante interage com modelos de processos complexos impossíveis de controlar na sua verdadeira dimensão. Experiências de física nuclear, evolução de modelos demográficos, hipóteses macroeconômicas são assim efectuadas sem perigo nem custos excessivos. Não se pode verdadeiramente falar de aprendizagem por experiência direta porque se trata de simulação. Seria mais justo dizer que o estudante adquire um conhecimento prático da forma como os modelos digitais dos fenômenos se comportam quando ele modifica certos parâmetros. Ao familiarizar-se não somente com as reações do processo modelizado, mas ainda com o princípio da simulação, o estudante faz a aprendizagem duma das formas principais da experiência num ambiente informatizado. (LÉVY, 1987, p. 30)

O autor levanta alguns pontos que merecem destaques como, por exemplo, quando se refere a “modelos”, e a “aprendizagem por experiência”. Em seu livro, Lévy (1987) atribui grande destaque às possibilidades que o desenvolvimento e avanço das tecnologias digitais trouxeram, de simular situações, contextos e experiências. Como produto dessas simulações surgiram os modelos digitais ou informáticos.

Lévy (1993), para desenvolver a temática sobre a terceira tecnologia da inteligência, faz uso de comparações com as tecnologias anteriores. Neste caso o faz com a oralidade primária e a escrita, estabelecendo, dessa forma, distinções entre modelos obtidos a partir da escrita, e os modelos obtidos por meio das simulações virtuais. De acordo com Lévy (1993, p.74):

Um modelo digital não é lido ou interpretado como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa. Contrariamente à maioria das descrições funcionais sobre o papel ou aos modelos reduzidos analógicos, o modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação. (p. 74)

O modelo ao qual Lévy (1987) se refere relaciona-se com representações ou aproximações de um determinado fenômeno real, dessa forma o modelo teórico comporta-se de maneira estática e o digital ou informático de maneira dinâmica. Cabe ressaltar que os modelos discutidos por Lévy (1987) não são os mesmos que tratei na seção 1.3, em que apresento discussões acerca do modelo matemática produto do desenvolvimento das etapas do processo de Modelagem Matemática.

Diferente do modelo estático, próprio da escrita, entendido como um modelo teórico e considerado pela comunidade científica que o acolheu como uma verdade absoluta, o modelo digital ou informático não está comprometido em determinar verdades. Até porque a facilidade em realizar simulações e manusear parâmetros, permite ao pesquisador aprimorar seu modelo continuamente em um curto espaço de tempo. Essa facilidade acaba por apoiar o surgimento de

verdades provisórias, modelos que podem ser aprimorados, modificados ou esquecidos na mesma velocidade com a qual foram construídos.

Ao falar dos modelos digitais ou informáticos, Lévy (1987) abre espaço para que se possa discutir sobre o que antecede esse modelo, ou seja, o processo que o gerou. Nas seções anteriores, em minhas discussões já trago apontamentos sobre isso ao falar das interfaces e da relação que o homem passou a ter nesses ambientes virtuais que acabam por produzir ao final uma síntese dessa interação. Essa síntese trata-se dos modelos digitais ou informáticos, enquanto que essa interação refere-se ao conhecimento apreendido, esse tipo de apreensão de conhecimentos é cunhado pelo autor como aprendizagem por experiência.

Posteriormente, Lévy (1993) retoma esse conhecimento apreendido na interação do aluno com as interfaces, o rebatizando como “conhecimento por simulação”. O autor reconhece os benefícios – ganho de tempo, diminuição de gastos entre outros – que o desenvolvimento das tecnologias digitais e, conseqüentemente, dos programas simuladores, trouxeram para as atividades humanas. No entanto, seu destaque está no benefício cognitivo que essa ascensão tecnológica ensejou, já que de acordo com este pensamento:

A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um *conhecimento por simulação* do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral. (LÉVY, 1993, p. 75)

Lévy (1993) ao apresentar essa nova vertente de entendimento do que o processo de simulação pode garantir ao aprendizado do aluno, atribui a esses programas uma responsabilidade que ultrapassa o termo facilitador. Assim apontando conexões relevantes de serem consideradas para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. O aluno, ao interagir com ambientes fruto de simulações, tem a oportunidade de fazer previsões, estabelecer trajetórias e reconhecer caminhos infrutíferos que não os levariam a alcançar seus objetivos dentro da atividade.

Essas potencialidades cognitivas no uso das tecnologias digitais, também é apontado no entendimento de Assmann (2000, p.09):

As novas tecnologias ampliam o potencial cognitivo do ser humano (seu cérebro/mente) e possibilitam mixagens cognitivas complexas e cooperativas. Uma quantidade imensa de insumos informativos está à disposição nas redes (entre as quais ainda sobressai a Internet). Um grande número de agentes

cognitivos humanos pode interligar-se em um mesmo processo de construção de conhecimentos. E os próprios sistemas interagentes artificiais se transformaram em máquinas cooperativas, com as quais podemos estabelecer parcerias na pesquisa e no aviamento de experiências de aprendizagem.

Nessa perspectiva, as tecnologias digitais deixam de ser apenas amplificadoras de atividades sensoriais humanas e passam a funcionar de forma cooperativa, auxiliando o ser humano em atividades cognitivas. Além disso, permite que seres individuais afetados por suas subjetividades e auxiliados pelas tecnologias digitais interliguem-se para a construção mútua de conhecimento, ensejando novas configurações e experiências na aprendizagem, caracterizando, assim, o que o autor denomina de “mixagens cognitivas e cooperativas”.

No exposto por Lévy (1993) e Assmann (2000) evidencia-se, com o avanço das tecnologias digitais, que cada vez mais elas deixam de ser técnicas de suporte secundárias e passam a auxiliar o ser humano na construção de conhecimento, assumindo o papel de parceira e requerendo um espaço no processo de ensino e aprendizagem.

CAPÍTULO III – ASPECTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo tem por objetivo apresentar os caminhos metodológicos traçados para a coleta e a análise dos dados. Na primeira seção, considerando características inerentes à questão diretriz, apresento a pesquisa segundo a abordagem qualitativa. Na segunda seção, apresento como se deu a coleta de dados, bem como os instrumentos utilizados. Na terceira seção, aponto o cenário de pesquisa no qual o fenômeno investigado emergiu, ressaltando o espaço físico, os métodos utilizados e os sujeitos que atuaram nesse contexto e concluo, na quarta seção, justificando os procedimentos escolhidos para a análise dos dados coletados.

3.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Ao realizar a revisão de literatura nos trabalhos de Araújo (2002), Malheiros (2004) e Diniz (2007), além de verificar o que havia posto sobre a temática desta pesquisa, pude também compreender as metodologias utilizadas por esses autores. Esse contato com metodologias utilizadas em pesquisas que nutrem temáticas próximas à minha, segundo Randolph (2009), permite ao pesquisador verificar possibilidades passíveis de serem aproveitadas em benefício próprio, já que ao identificar métodos/estratégias/instrumentos utilizados por outros pesquisadores, tem-se como justificar uma nova ou reformulada metodologia própria.

Exemplificando aspectos que me influenciaram, destaco em Araújo (2002) a forma como a autora foi caracterizando a sua abordagem metodológica, segundo as vivências que subsidiaram a construção da sua questão diretriz. Assim, reapresento a questão diretriz que subsidia este estudo, para então poder discutir pontos referentes à escolha da opção metodológica. *Que implicações o uso de tecnologias digitais apresenta para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática?*

A questão diretriz define o caminho metodológico a se seguir e nesse sentido Alves-Mazzotti (1998, p.160) pondera que “não há metodologias ‘boas’ ou ‘más’ em si, e sim metodologias adequadas ou inadequadas para tratar um determinado problema”. Deste modo, destaco alguns pontos de ordem mais geral, no que se refere a investigações em Educação Matemática e pontos mais específicos, relacionados à questão diretriz, que me influenciaram na escolha da abordagem qualitativa, como sendo a mais adequada para conduzir esta investigação.

Tradicionalmente, pesquisas em Educação Matemática são conduzidas por abordagens qualitativas. Malheiros (2004, p.57) comenta que “as pesquisas desenvolvidas na área de Educação, entre elas as de Educação Matemática, baseiam-se frequentemente pela abordagem qualitativa”. Encontro também, no texto de Strauss e Corbin (2008), evidências que apontam essa popularização da abordagem qualitativa em vários campos de pesquisa:

Os métodos qualitativos de coleta e análise de dados ganharam popularidade com o passar dos anos (...). Como uma metodologia e um conjunto de métodos, nossa técnica de pesquisa é usada por pessoas em campos de atuação como educação, enfermagem, administração de empresas e trabalho social, e também por psicólogos, arquitetos, especialistas em comunicação e antropólogos sociais (STRAUSS e CORBIN, 2008, p. 22).

Além desse viés histórico, observar minha questão diretriz e vinculá-la ao objetivo dessa abordagem metodológica, que segundo Martins e Bicudo (2005, p.23):

(...) busca uma compreensão particular daquilo que estuda. Uma ideia mais geral sobre tal pesquisa é que ela não se preocupa com generalizações, princípios e leis. A generalização é abandonada e o foco da sua atenção é centralizado no específico, no peculiar, no individual, almejando sempre a compreensão e não a explicação dos fenômenos estudados.

Ajudou a perceber que a investigação a qual me propus não permitia ser alcançada pelo viés de dados quantitativos, pois não estou preocupado em generalizações, pelo contrário, almejei um fenômeno específico, em que o uso de tecnologias digitais por alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática apresenta possibilidades de investigação e compreensão.

3.2 COLETA DE DADOS

Os dados que utilizei neste trabalho são oriundos do LEMM, onde encontrei registros documentais, registros em áudio e imagens, que ilustram o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Para uma melhor compreensão acerca desses registros, criei dois grupos: registros diários e registros da apresentação.

Nos registros diários, estão alocadas as gravações em áudio, que foram coletadas diariamente em meio aos grupos de alunos que estavam no LEMM. Enquanto que nos registros da apresentação, acondicionei os recursos digitalizados (Word, PDF, Power Point), que auxiliaram os alunos na socialização do processo de suas modelagens, as gravações

audiovisuais que captaram as apresentações e os relatórios de cada grupo sobre o desenvolvimento das atividades entregues ao final da apresentação.

3.3 CONTEXTO DO FENÔMENO¹⁷ INVESTIGADO

Antes de adentrar as especificidades que ilustram o cenário onde o Fenômeno se desenrolou, preciso apresentar como entendo o termo Fenômeno neste trabalho. Para isso, recorro ao posicionamento de Martins e Bicudo (2005, p.22) que o conceituam da seguinte forma:

Na pesquisa psicológica e educacional, a ideia de fenômeno assume o sentido da entidade que se mostra em um local situado; e isto é que é o *locus* de um objeto com respeito aos eventos. Como exemplo, pense-se em *ciúme, depressão, hostilidade, medo* etc. Esses fenômenos, cada um deles, só podem se mostrar enquanto *situados*. Ou seja, só se mostram em situação onde alguém (um ser específico) está sentindo ciúme, depressão etc., e o acesso a eles se dá pelo sentir e indiretamente por meio da descrição do sentir ciúme, depressão etc.

Desta maneira, entendo que o Fenômeno ao qual investigo, encontra-se situado em um contexto em que atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas por alunos da graduação. Por iniciativa deles ou intervenção da professora, necessitaram utilizar tecnologias digitais, resultando assim em implicações para o desenvolvimento do processo de Modelagem Matemática, e sendo essas implicações o Fenômeno o qual investigo.

Como mostrado na Seção 3.2 as atividades foram desenvolvidas no LEMM, mas essa informação por si só não oferece elementos para que o leitor possa reunir informações capazes de descrever esse *locus* de pesquisa. Por isso, nesta seção trago discussões sobre os métodos pedagógicos utilizados pela professora com relação ao desenvolvimento das atividades pelos alunos.

O Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM/CUNCAST/UFPA) é fruto de um projeto¹⁸ da Prof.^a Dr.^a Roberta Modesto Braga (Coordenadora/Mediadora), que

¹⁷ Considerando que a palavra fenômeno começa, a partir dessa seção, a ser usada em dois contextos. Às vezes usada quando falo do fenômeno que investigo enquanto pesquisador e outras vezes usada quando falo dos fenômenos investigados pelos alunos nas atividades de Modelagem Matemática. E visando evitar confusões usarei a palavra Fenômeno com F maiúsculo para designar o contexto da minha investigação, e fenômeno com f minúsculo para designar o contexto da investigação dos alunos nas atividades de Modelagem Matemática.

¹⁸ Projeto de Pesquisa Modelagem Matemática e Aplicações de Cálculo Diferencial e Integral.

tem como objetivo fomentar a iniciação científica com alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

O LEMM conta com diversos instrumentos e equipamentos para o Ensino de Matemática: decibelímetro; equipamento de revolução de sólidos; conjuntos laboratoriais que possibilitam diversos experimentos em áreas como Matemática, Física, Química, Biologia; computadores conectados à *internet* com *softwares* para recebimento e tratamento de dados; lousa interativa, entre outros. A inauguração do laboratório aconteceu no dia 25 de outubro de 2013, iniciando as atividades com os alunos no primeiro semestre de 2014.

As reuniões investigadas para este trabalho aconteciam às quartas-feiras pela parte da tarde (das 14 às 18 horas) e nesse ínterim os alunos desenvolveram atividades de Modelagem Matemática segundo três etapas estabelecidas pela professora.

Na 1ª etapa para a maioria dos alunos, era o primeiro contato com atividades de Modelagem Matemática e considerando essa inexperiência, a professora apresentou alguns conceitos referentes à experimentação, fenômeno, modelo matemático, entre outros. Essa apresentação ocorreu de forma dinâmica, pois para essas explicações a professora partiu das conjecturas que os alunos já tinham sobre esses conceitos. Passada essa introdução, a professora propôs aos alunos que investigassem um fenômeno emergido do preparo do “Bolo de Caneca”, cozido no micro-ondas. De acordo com o andamento dessa investigação os alunos foram, por meio da prática, associando os significados dos conceitos antes discutidos teoricamente.

Na 2ª etapa, encerrada a investigação do “Bolo de Caneca” e com os alunos mais familiarizados com as etapas do processo de Modelagem Matemática, a professora disponibilizou uma lista de temas a serem escolhidos pelos alunos para a próxima investigação. Conforme as afinidades dos alunos com os temas disponíveis, os grupos foram sendo formados. Deste modo, foram formados quatro grupos, responsáveis pelos seguintes temas: “lançamento de projétil”, “Ponte do Rio Moju/PA”, “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal”.

Concluídas as investigações, 3ª etapa, dos temas da segunda etapa, a professora propôs aos alunos, que na próxima atividade escolhessem o tema que queriam pesquisar. Surgindo assim, quatro temas: “Barulho no Mercado de peixe no Município de Castanhal/PA”, “Açúcar no sangue”, “O Jogo Sudoku” e “Filas nas lotéricas”.

Nas etapas citadas a professora foi gradualmente deixando os alunos comandarem o desenvolvimento das atividades. No entanto, ela se encontrava presente na maioria das etapas, conduzindo indagações que provocavam os alunos a pensarem no como proceder e que recursos

utilizar – conteúdos matemáticos, tecnologias digitais, instrumentos físicos de coleta e análise de dados – para o desenvolvimento das atividades.

3.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados aconteceu obedecendo alguns momentos. Após organizar e selecionar os registros diários e os registros da apresentação detive-me em situações que pudessem contribuir para minha investigação. Sobre as transcrições, Malheiros (2004) traz discussões em que parte da comunidade científica acredita ser necessário transcrever toda a gravação filmada para analisá-la e outra parte dá preferência apenas para a transcrição dos episódios relevantes para a pesquisa.

As gravações audiovisuais constituíam-se de muitas horas de material e diante dessa grande quantidade Pinheiro, Kakehashi e Angelo (2005, p.720) sugerem que para efetuar a análise desse material é “necessário, em primeiro lugar, selecionar as imagens e os discursos que são relevantes. Isso implica em escolhas e decisões que devem ser baseadas nos objetivos do estudo e no referencial teórico escolhido”.

Deste modo, comecei a identificar e selecionar nos registros disponíveis, informações que pudessem remeter-me à questão diretriz. Posteriormente os registros da apresentação proporcionaram-me visualizar o processo e o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática como um todo. Assim, conforme as lacunas apareciam, eu tinha como recorrer aos registros diários, que me proporcionavam uma visão mais específica sobre os meandros do processo. Dessa maneira, pude descrever as atividades de Modelagem Matemática, focando na maneira como os alunos utilizavam as tecnologias digitais e, principalmente nas implicações que esses usos traziam para o desenvolvimento de suas atividades.

Goldenberg (1997) reconhece essa ação de combinar diferentes métodos e técnicas de pesquisa em torno de um mesmo fenômeno de investigação como triangulação e acrescenta que ela tem “por objetivo abranger a máxima de amplitude na descrição, explicitação e compreensão do objeto de estudo”. (p. 63)

Existem, segundo Figaro (2014), quatro tipos de triangulação: de dados, de investigador, de teoria e de métodos. Ao comparar esses tipos enquadrei a discutida neste trabalho, como sendo a triangulação de dados, por causa dos diferentes registros – gravações em áudios, em vídeos, relatórios – com que tive contato para configurar diferentes dimensões de tempo e espaço que delineavam o cenário e os fenômenos ocorridos nas atividades que investigo.

A partir das descrições das atividades, pude elencar diferentes usos das tecnologias digitais por alunos, como por exemplo, para simulações, para realização de cálculos laboriosos, para viabilizar o desenvolvimento de temáticas atuais, entre outras finalidades. Diante disso, procurei nos trabalhos dos autores abordados na revisão de literatura e do quadro teórico, conexões possíveis de serem articuladas. Penso que essas conexões são necessárias para compreender implicações desses usos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, possibilitando assim responder minha questão diretriz.

CAPÍTULO IV – ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, descrevo as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática no LEMM. Para essa descrição recorri aos registros diários e aos registros da apresentação. As atividades que escolhi foram desenvolvidas na etapa 2, referida na seção 3.3 do capítulo III. Não escolhi a etapa 1, por ter sido uma etapa inicial em que a maioria dos alunos estava sendo apresentada ao processo de Modelagem Matemática. Sobre as atividades da etapa 3, não as escolhi, por apresentarem interações dos alunos com as tecnologias digitais próximas das já selecionadas na etapa 2. Partindo disso, organizei este capítulo descrevendo três atividades: resistência física homem x mulher; solução de água e sal; e Ponte do Rio Moju/PA. Ao final da descrição de cada atividade, apresento minhas primeiras análises, acerca das etapas do processo de Modelagem Matemática desenvolvidas pelos alunos e sobre o uso que fizeram das tecnologias digitais nesse desenvolvimento.

4.1 ATIVIDADE “RESISTÊNCIA FÍSICA HOMEM X MULHER”

Essa atividade foi desenvolvida por duas alunas, que assumiram como objetivo verificar a relação entre a resistência física do homem e da mulher. **O início da investigação começou por pesquisas na *internet*, em que foi possível encontrar os cálculos referentes a Frequência Cardíaca (FC) e ao Índice de Massa Corpórea (IMC). Percebendo a necessidade de algumas medições para a realização desses cálculos, as alunas viabilizaram no LEMM, com a participação dos outros alunos e da professora mediadora, a coleta de dados.**

Para essa coleta, além da medição do peso e da altura, as alunas no intuito de comparar o condicionamento físico do homem e da mulher, submeteram os participantes a um percurso de nove metros e meio, de ida e volta, que totalizava dezenove metros. Posteriormente, era registrado o tempo de realização desse percurso e a Frequência Cardíaca (FC) de cada participante. A partir dessa coleta de dados, as alunas montaram a Tabela 01¹⁹.

¹⁹ Para manter a confidencialidade dos participantes, retirei os nomes oficiais, e os nomeie de Participante 01, Participante 02 e assim por diante.

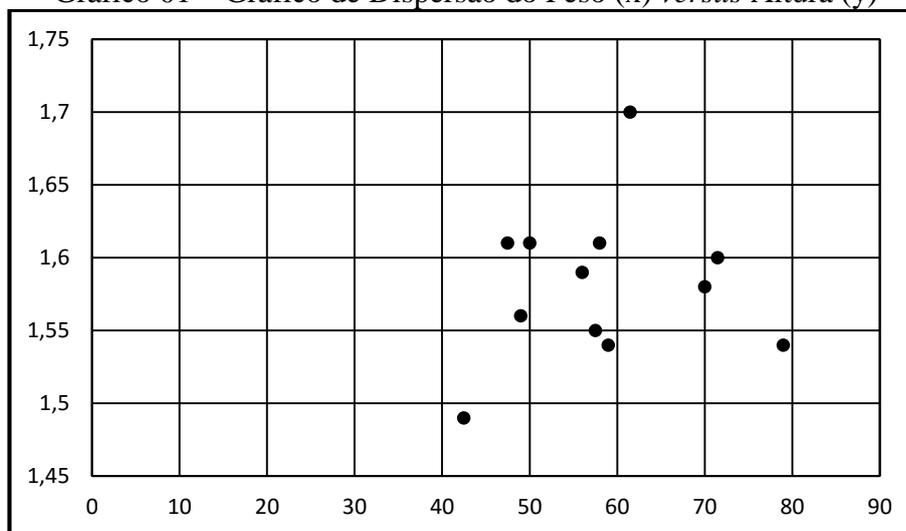
Tabela 01 – Dados coletados pelas alunas

VOLUNTÁRIO	PESO	ALTURA	F. C.	IMC	TEMPO
Participante 01	58	1,61	36	22,3	0: 07: 35
Participante 02	47,5	1,61	52	18,3	0: 07: 28
Participante 03	42,5	1,49	48	19,1	0: 07: 53
Participante 04	49	1,56	44	20,1	0: 07: 50
Participante 05	50	1,61	72	19,2	0: 06: 90
Participante 06	70	1,58	36	28	0: 05: 97
Participante 07	57,5	1,55	68	23,9	0: 06: 72
Participante 08	56	1,59	36	22,1	0: 07: 41
Participante 09	79	1,54	68	27,3	0: 05: 47
Participante 10	59	1,54	36	24,8	0: 05: 25
Participante 11	71,5	1,6	60	27,9	0: 05: 78
Participante 12	61,5	1,7	48	21,2	0: 05: 78

Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Para a apresentação dos dados as alunas recorreram a conteúdos matemáticos, como a Estatística, com a qual puderam realizar testagens, verificando a existência de correlação entre as variáveis Peso e Altura, e as variáveis FC e IMC. **Dessa forma, as alunas iniciaram a testagem com as variáveis Peso e Altura, inserindo os dados na Planilha Eletrônica Excel, gerando assim, o seguinte Gráfico de Dispersão.**

Gráfico 01 – Gráfico de Dispersão do Peso (x) versus Altura (y)



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Sobre o Gráfico 01, as alunas apontaram, pela disposição dos pontos, uma forma irregular, o classificando como nuvem²⁰. Em seguida, as alunas utilizaram o Coeficiente de Correlação de Pearson, sobre o qual o descreveram como sendo:

(...) uma medida do grau de relação linear entre duas variáveis quantitativas. Este coeficiente varia entre os valores -1 e 1. O valor 0 (zero) significa que não há relação linear, o valor 1 indica uma relação linear perfeita e o valor -1 também indica uma relação linear perfeita, mas inversa, ou seja, quando uma das variáveis aumenta a outra diminui. Quanto mais próximo estiver de 1 ou -1, mais forte é a associação linear entre as duas variáveis (Registros da Apresentação, 2014).

E o apresentaram por:

$$r = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}} \quad (1)$$

Como o cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson requeria várias operações de resolução, as alunas compartimentalizaram essas operações, com a finalidade de resolvê-las separadamente, para depois reagrupá-las. Essas resoluções foram realizadas com o auxílio da Planilha Eletrônica Excel e apresentadas na Tabela 02.

Tabela 02 – Resoluções das operações separadamente das variáveis Peso (x) e Altura (y)

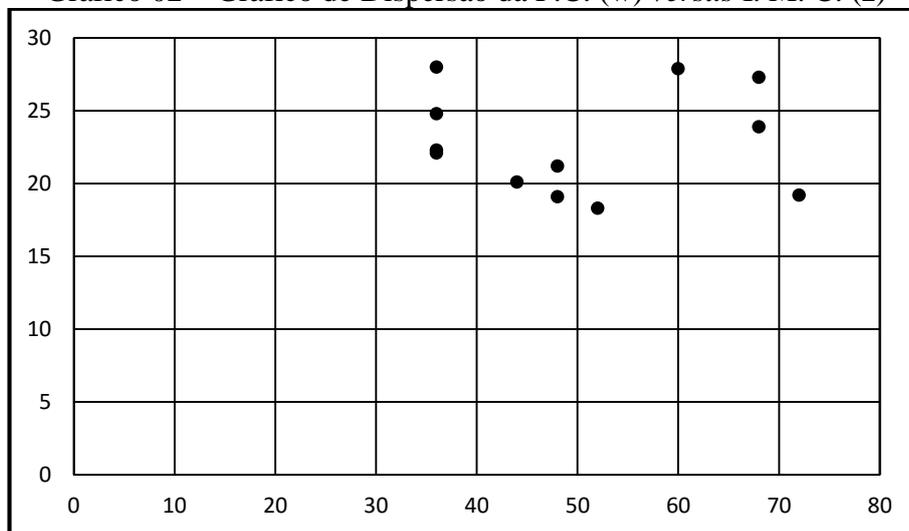
x	y	x*y	x ²	y ²	(∑ x) ²	(∑ y) ²
58	1,61	93,38	3364	2,5921	519091, 43	360,2404
47,5	1,61	76,475	2256,25	2,5921		
42,5	1,49	63,325	1806,25	2,2201		
49	1,56	76,44	2401	2,4336		
50	1,61	80,5	2500	2,5921		
70	1,58	110,6	4900	2,4964		
57,5	1,55	89,125	3306,25	2,4025		
56	1,59	89,04	3136	2,5281		
79	1,54	121,66	6241	2,3716		
59	1,54	90,86	3481	2,3716		
71,5	1,6	114,4	5112,25	2,56		
61,5	1,7	104,55	3782,25	2,89		
∑ x= 720,48	∑ y= 18,98	∑(x*y)=111 0,355	∑ x ² = 42286,25	∑ y ² = 30,0502		

Fonte: Registros da Apresentação, 2014

²⁰ Essa nomenclatura é própria da investigação de gráficos de Dispersão.

De posse das resoluções dos termos sinalizadas em cinza na Tabela 02, as alunas puderam reagrupar os resultados, substituindo-os em (1). Incurrendo assim, na resolução do coeficiente, em um radical com radicando negativo, o que tornou inviável encontrar um resultado pertencente ao conjunto dos números reais. Tal situação, fez com que as alunas concluíssem que, em se tratando das variáveis Peso e Altura, não existia correlação. Com essa conclusão, **as alunas se voltaram para as variáveis FC e IMC, repetindo o mesmo processo de tratamento dos dados, primeiro os observando via recurso gráfico na Planilha Eletrônica Excel**, como exposto no Gráfico 02.

Gráfico 02 – Gráfico de Dispersão da F.C. (w) versus I. M. C. (z)



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Como ocorrido no Gráfico 01 as alunas **constataram que os dados dessas variáveis também se encontravam dispersos, sem um contorno que sugerisse uma forma. Assim, novamente as alunas começaram a tratar os dados segundo o Coeficiente de Correlação de Pearson**, resultando na Tabela 03.

Tabela 03 – Resoluções das operações separadamente das variáveis F. C. (w) e I. M. C. (z)

w	z	w*z	w ²	z ²	(∑ w) ²	(∑ z) ²
36	22,3	802,8	1296	497,29	364816	75185,64
52	18,3	951,6	2704	334,89		
48	19,1	916,8	2304	364,81		
44	20,1	884,4	1936	404,01		
72	19,2	1382,4	5184	368,64		
36	28	1008	1296	784		
68	23,9	1625,2	4624	571,21		
36	22,1	795,6	1296	488,41		
68	27,3	1856,4	4624	745,29		
36	24,8	892,8	1296	615,04		
60	27,9	1674	3600	778,41		
48	21,2	1017,6	2304	449,44		
∑ w = 604	∑ z = 274,2	∑ (w*z) = 13807,6	∑ w ² = 32464	∑ z ² = 6401,44		

Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Inserindo as resoluções dos termos, em destaque cinza da Tabela 03, em (1), as alunas pelo Coeficiente de Correlação de Pearson obtiveram $r = 0,011707269$. Esse resultado as fez considerar que, pelo distanciamento das extremidades 1 e -1 e da proximidade com 0, o resultado de r apontava uma fraca correlação entre as variáveis FC e IMC.

De modo geral, as alunas concluíram embasadas nas investigações das variáveis Peso e Altura, FC e IMC, mediadas pela análise dos gráficos e das respostas obtidas com o Coeficiente de Correlação de Pearson, que não foi possível encontrar correlações entre essas variáveis para esse grupo de participantes investigados. Não podendo assim, alcançar o objetivo determinado inicialmente, que era de relacionar a resistência física do homem e da mulher, apontando qual gênero era mais resistente fisicamente.

4.1.1 Primeira análise da atividade “resistência física homem x mulher”

As alunas queriam comparar quem tinha maior resistência física, o homem ou a mulher. Por isso a escolha das variáveis Peso e Altura para o cálculo do IMC e a escolha do percurso para verificar a FC dos participantes após uma atividade física. Para o tratamento e análise desses dados as alunas utilizaram a Planilha Eletrônica Excel e o Coeficiente de Correlação de

Pearson. Ambos os recursos ajudaram as alunas a entenderem que as variáveis identificadas e mensuradas, da forma como foram tratadas, não resultaram em alternativas para que se continuasse a investigação da atividade.

Em relação ao processo de Modelagem Matemática as alunas não desenvolveram todas as etapas. Houve assim, a escolha do tema, “Resistência Física Homem x Mulher”, e a escolha, a partir de pesquisas na *internet*, dos cálculos do IMC e da FC. Essas escolhas subsidiaram a determinação das variáveis e da coleta de dados.

A coleta de dados segundo Bassanezi (2011) pode ser efetuada de várias formas, dentre elas, a feita por meio de entrevistas e de pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória. Nesse caso, que é próximo da forma de coleta de dados realizada pelas alunas nessa atividade, o autor destaca como sendo de fundamental importância a organização de um questionário eficiente e a utilização de alguns conceitos básicos de Estatística.

As alunas não utilizaram questionários, entretanto, recorreram a uma amostragem de participantes de diferentes gêneros, que tornou possível a coleta e o posterior estudo estatístico dos dados via Planilha Eletrônica Excel. Assim, tem-se nessas primeiras ações das alunas, características próximas das descritas por Bassanezi (2011), acerca da primeira etapa do processo de Modelagem Matemática, *Experimentação*.

Com essa coleta e a realização dos cálculos do IMC e da FC, as alunas perceberam que as variáveis elencadas não apresentavam nenhuma relação de dependência. Infelizmente não pude identificar, nos registros disponíveis, como elas chegaram a essa conclusão. Tendo apenas um indicativo disso, na fala da professora mediadora, que no momento da socialização das alunas sobre o desenvolvimento da atividade, fez algumas considerações.

O que as meninas fizeram, elas não tinham como determinar uma relação de uma variável dependendo da outra. Geralmente quando a gente analisa uma variável dependendo da outra, a gente cai no conceito de função. (Registros da Apresentação, 2014)

Nessa fala, a professora mediadora ressalta que as alunas não tinham como, com aquelas variáveis, encontrar relações de dependência, porém, uma vez que tinham identificado conjuntamente que essas variáveis não tinham relação de dependência, as alunas poderiam encontrar correlações.

Desta forma, foi esse entendimento, de que as variáveis elencadas eram independentes, que levou as alunas a optarem pelo uso da Planilha Eletrônica Excel e o Coeficiente de Correlação de Pearson, como recursos para o trato das variáveis elencadas. Essa opção das

alunas também é discutida pela professora mediadora, ao estabelecer, ainda na socialização, uma diferenciação entre os conceitos de função e relação.

Nesse sentido, a professora mediadora argumenta que mesmo trazendo dados de variáveis independentes para o plano cartesiano, as alunas não tinham a intenção de encontrar uma função para o comportamento desses dados. Partindo dessa premissa, a professora mediadora justifica o uso dos recursos escolhidos pelas alunas considerando que:

(...) em geral, quando a gente tem na realidade variáveis que não estabelecem condições de dependência, a gente busca ajuda da Estatística... o que as meninas fizeram foi um tratamento estatístico... existem ferramentas matemáticas dentro da estatística que vão buscar alguma relação, que não é de função... prova disso é que elas colocam um Gráfico de Dispersão (Registros da Apresentação, 2004).

Desta forma, o Gráfico de Dispersão, serviu, segundo as ações das alunas e segundo as considerações da professora mediadora, como meio para se refletir e poder traçar caminhos cabíveis para as análises dos dados coletados. Bassanezi (2011, p.43) corrobora essa ação das alunas, afirmando que, “(...). A disposição dos dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores facilitará a visualização do fenômeno em estudo, propiciando tentativas de propostas de problemas, conjecturas ou leis de formação”.

Sobre o ajuste citado por Bassanezi (2011), as alunas após a visualização dos dados, partiram para um Ajuste Linear, com o cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson. A escolha desse tipo de ajuste para os dados em questão mostra-se inadequada, pois ao visualizar esses dados no Gráfico de Dispersão, as alunas tinham condições de inferir que não haveria correlação entre as variáveis

Neste contexto, essas ações que envolveram o tratamento dos dados coletados a partir dos Gráficos de Dispersão e do Ajuste Linear caracterizam momentos próximos aos descritos na segunda etapa do processo de Modelagem Matemática por Bassanezi (2011), *Abstração*. Como já mencionado, as alunas terminam a investigação dessa atividade nessa etapa, por não enxergarem nas variáveis trabalhadas condições viáveis que pudessem determinar o alcance do objetivo estabelecido inicialmente, que era de relacionar a resistência física do homem e da mulher e, conseqüentemente apontar quem tinha maior ou menor resistência.

Após socializarem o desenvolvimento da atividade, as alunas, na versão final do relatório, apontaram que ao refazer alguns cálculos da Tabela 02 perceberam que a somatória da variável Peso estava errada, não resultando em 720,48 e sim em 701,5. Sobre esse erro, as

alunas explicaram que utilizavam a ferramenta somatório disponibilizada na Planilha Eletrônica Excel e comprovaram o valor encontrado pela planilha realizando a soma na calculadora científica, o que em algum momento, pela quantidade expressiva de dados, ocasionou um atropelo de números, resultando assim, em um valor incorreto.

Vale lembrar que esse valor incorreto fez surgir um radical com radicando negativo, que não permitia encontrar um valor para r . Porém, a repercussão desse erro na atividade não alterou seu desfecho, pois inserindo os valores corretos no cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson chegou-se a um valor mais próximo de zero do que das extremidades 1 e -1, indicando ainda assim, uma fraca correlação entre as variáveis Peso e Altura.

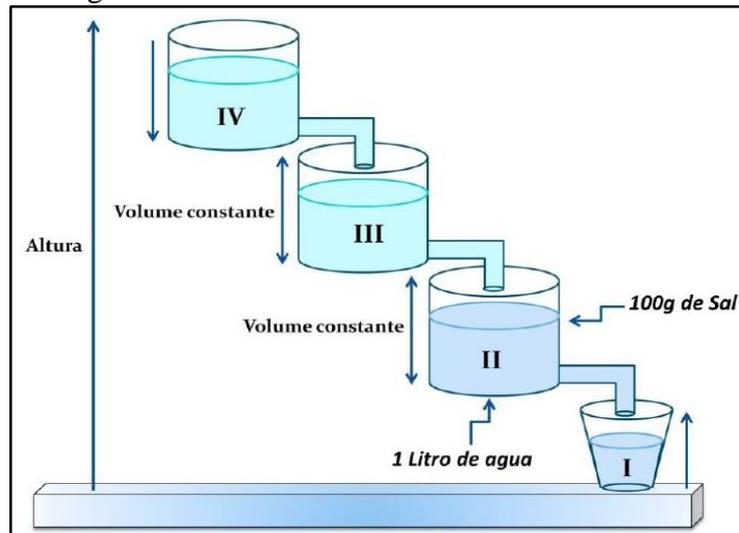
4.2 ATIVIDADES “SOLUÇÃO DE ÁGUA E SAL”

A atividade foi desenvolvida por um grupo de quatro alunos, que escolheu o tema pela proximidade que um dos alunos tinha com a temática de solução, pois ele já havia anteriormente investigado assunto semelhante. A princípio o grupo tinha o objetivo de tornar uma quantidade de água salgada, própria para o consumo, ou seja, torná-la potável.

No entanto, **esse processo de dessalinização da água foi ficando para trás, mediante discussões dos alunos que surgiram em meio a pesquisas na *internet*, sobre o tempo que esse processo levaria e sobre os ferramentais e estratégias necessárias para comprovar que a água a princípio salgada estaria ao final do processo própria para o consumo.**

A partir disso, os alunos optaram por investigar a variação de concentração de sal em um fluxo contínuo de entrada e saída de água de um recipiente. Esse novo objetivo exigiu uma coleta de dados, para a qual os alunos tiveram que improvisar com os recursos disponíveis no LEMM, um sistema, em que a água entraria por um orifício em um recipiente e sairia simultaneamente por outro orifício desse mesmo recipiente. Os alunos representaram esse sistema na Figura 01.

Figura 01 – Sistema Contínuo de Entrada e Saída



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Os alunos montaram esse sistema tentando manter o volume dos recipientes constante. Para isso, eles explicaram:

(...), nosso desafio era manter o volume do recipiente II constante, mas para isso notamos que o volume do recipiente III que abastece o recipiente II também teria que ser constante, então incluímos o recipiente IV para abastecer o recipiente III, e assim manter o volume e a vazão do recipiente II constante”. (Registros da Apresentação, 2014)

Como se percebe na Figura 01, existiu um recipiente onde estava a solução, com 100 g de sal diluído em 1 litro de água (recipiente II), por onde entrava uma quantidade de água sem sal, e saía simultaneamente por outro orifício água com sal. Por esse último, os alunos coletaram seis amostras de água com sal, em que puderam aferir a quantidade de água com sal existente nos copos e o tempo que levou para encher cada copo. Essas medições encontram-se na Tabela 04.

Tabela 04 – Tempo e Volume dos copos de água e sal coletados



ORDEM	TEMPO PARA ENCHER UM COPO EM (segundos)	QUANTIDADE DE SOLUÇÃO EM CADA COPO EM (ml)
1º	20,77	136
2º	19,30	132
3º	21,44	135
4º	19,79	136
5º	21,82	140
6º	20,94	136
SOMA	124,06	815
MEDIA	20,68	135,83

Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Como exposto na Tabela 04, os alunos determinaram a média dos tempos correspondente ao enchimento de cada copo e a média do volume de água com sal contida nesses copos, para poderem calcular a vazão de saída. Essa vazão, por sua vez, foi determinada pelo quociente da média do volume com a média do tempo, incidindo assim, em uma vazão de 6,5 ml/s. Como os volumes dos recipientes eram constantes, os alunos concluíram que a vazão de entrada era igual a vazão de saída. Esses apontamentos levaram os alunos a construírem o modelo 2.

$$\frac{ds}{dt} = V. \text{Entrada} * C. \text{Entrada} - V. \text{Saída} * C. \text{Saída} \quad (2)$$

Ao substituírem os valores correspondentes das vazões e das concentrações, os alunos manusearam a equação via regras de derivação, e pelo Método do Fator Integrante²¹, direcionando-os ao modelo 3.

$$S = \frac{100}{e^{0,0065t}} \quad (3)$$

²¹O Fator Integrante é uma função tal que o produto da Equação Diferencial Ordinária por ela faz com que o lado esquerdo da equação possa ser visto como a derivada do produto de duas funções.

Com esse modelo os alunos puderam gerar dados referentes à quantidade de sal que ficava no recipiente, e a quantidade de sal que saía em um fluxo contínuo de tempo. Esses dados foram organizados na Tabela 05²².

Tabela 05 – Dados gerados pelo modelo encontrado

TEMPO (s)	QTDE. DE SAL NA MISTURA (g)	QTDE. DE SAL QUE SAIU (g)
0	100	0,00
21	87,24063203	12,76
42	76,10927876	23,89
63	66,39821582	33,60
84	57,92622314	42,07
105	50,53520317	49,46
126	44,08723064	55,91
*	*	*
*	*	*
*	*	*
1512	0,005392049	99,99
1533	0,004704058	100,00
Tempo que o sal total sairia da solução em minutos = 25,55		

Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Os alunos utilizaram os dados da Tabela 05 para gerar dois gráficos na Planilha Eletrônica Excel. Um referente à quantidade de sal que permanecia na solução do recipiente II e outro sobre a quantidade de sal que saía do recipiente II.

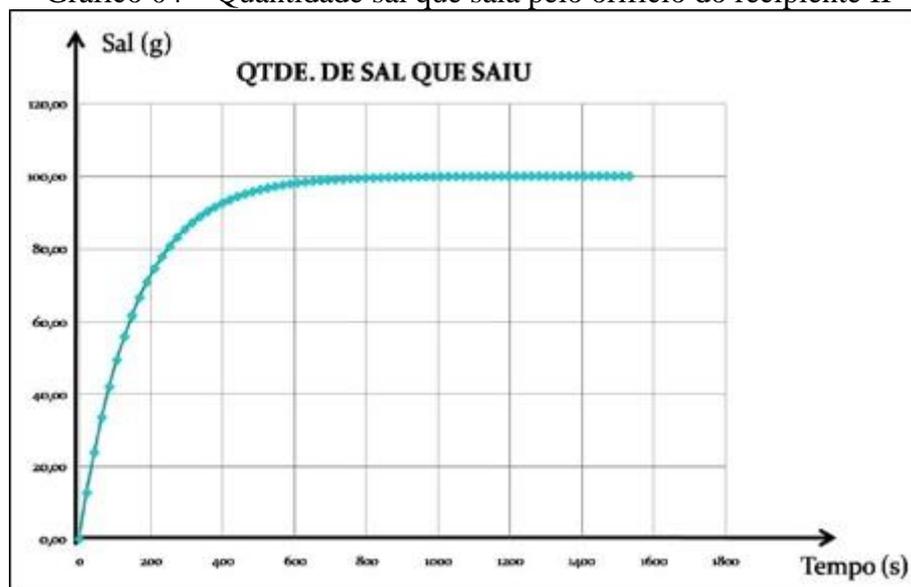
Gráfico 03 – Quantidade de sal que permanecia na mistura do recipiente II



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

²² A Tabela no relatório dos alunos apresentava todos os valores, porém, como eram muitos dados, editei a tabela original, apresentando-a com uma lacuna de dados, que não interferiu no entendimento do desenvolvimento da atividade.

Gráfico 04 – Quantidade sal que saía pelo orifício do recipiente II



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

Os Gráficos 03 e 04 mostram visualmente como se comportou o fenômeno da variação de sal no sistema de entradas e saídas criado pelos alunos. Assim, com o modelo matemático e com as previsões feitas a partir dele, os alunos tiveram que comprovar se o modelo encontrado era adequado ao experimento desenvolvido. A forma que os alunos encontraram para fazer isso foi por meio da destilação. Assim, eles pegaram a primeira amostra de solução, 136 ml de água e sal coletado em 20,77 segundos, e destilaram, restando no recipiente 19,3 gramas de sal. Esse processo foi esquematizado pelos alunos na Figura 02.

Figura 02 – Processo de Destilação da primeira amostra de mistura coletada



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

O valor encontrado na destilação foi diferente do valor encontrado pelo modelo 3, ilustrado na Tabela 05. Na previsão feita com o modelo, em 21 segundos saíram 12,76 g de sal. Desta forma, a diferença entre a quantidade real e a quantidade gerada pelo modelo é de 6,6 g de sal. Os alunos atribuíram essa diferença a falhas intrínsecas à realização do experimento, como: problemas na pesagem do sal, sobras de água na mistura destilada, entre outros. Essa diferença encontrada foi caracterizada pelos alunos como a margem de erro do modelo 3, sendo representada no Gráfico 05.

Gráfico 05 – Margem de erro do modelo 3



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

4.2.1 Primeira análise da atividade “solução de água e sal”

Nessa atividade percebe-se logo no início uma troca de objetivos. Primeiro os alunos queriam transformar água salgada em água própria para o consumo humano, ou seja, potável. Essa opção, pelo que percebi, foi tomada anteriormente, ainda na escolha da temática. Isso se deu porque no grupo havia um aluno que tinha vivenciado um experimento semelhante, e essa vivência influenciou os outros alunos do grupo.

Porém, pesquisas realizadas na *internet* fizeram o grupo refletir sobre a forma que poderiam efetivar essa dessalinização e sobre os recursos e o tempo necessários para isso. A partir dessas reflexões, os alunos reconheceram a impossibilidade de efetivar naquele momento a dessalinização da água, voltando-se assim, para a investigação da variação de sal em uma

solução. Essas tomadas de decisão ficam evidentes na fala de uma das alunas do grupo, no momento da socialização da atividade:

(...), inicialmente o que a gente queria era pegar a água e transformar em potável, pelo que a gente foi vendo nos arquivos que a gente pesquisou. Mas a gente pôde perceber que aqui não seria propriamente possível, então, a gente só decidiu calcular a variação do sal na água no decorrer do tempo. (Registros da Apresentação, 2014)

Sobre o processo de Modelagem Matemática os alunos desenvolveram todas as etapas descritas por Bassanezi (2011), começando com a escolha do tema, como mencionado nos parágrafos anteriores desta seção. Em seguida, com a definição de um objetivo viável de investigação, os alunos, subsidiados pelas pesquisas realizadas acerca da temática, partiram para a construção de um sistema que possibilitou a coleta de dados.

Essa forma de coleta de dados é descrita por Bassanezi (2011), como sendo feita por meio de experiências programadas, possibilitando posteriormente organizar os dados coletados em tabelas. Fato que acaba por favorecer a análise, pois viabiliza a construção de gráficos de curvas de tendências. Nesse contexto, os alunos construíram um sistema contínuo, formado por recipientes acoplados que apresentavam vazões de entrada e saída de água e solução com vazões semelhantes. Com isso puderam coletar amostras e organizá-las em uma tabela. Sendo assim, a escolha do tema e a realização do experimento para a coleta de dados caracterizam a primeira etapa do processo de Modelagem Matemática, *Experimentação*.

As amostras coletadas possibilitaram aos alunos construírem um modelo que representasse a variação de sal na água. Sobre a formulação do modelo, Bassanezi (2011) afirma que a natureza dos dados obtidos é que orienta o pesquisador na formulação matemática do modelo, apresentando, deste modo, dois tipos de formulações matemáticas:

Formulação estática: são formulações matemáticas envolvendo equações ou funções com uma ou mais variáveis onde os modelos matemáticos traduzem uma correspondência biunívoca entre as variáveis da formulação e as variáveis físicas do sistema caracterizado. As formulações estáticas utilizam, geralmente, conceitos ligados à área de geometria onde a variável tempo não tem interesse; Formulação dinâmica: a formulação de modelos dinâmicos, em geral, envolve dois tipos de variáveis (dependentes e independentes) onde a variável independente é geralmente o tempo. (BASSANEZI, 2011, p. 46, 51-52)

Após a coleta e organização dos dados, os alunos delimitaram as variáveis a serem investigadas, no caso a variável tempo e a variável concentração de sal e utilizaram regras de

derivação e o Método do Fator Integrante para encontrar um modelo matemático. Partindo disso e dos apontamentos de Bassanezi (2011) sobre a formulação de modelos matemáticos, concluí que a formulação do modelo da atividade “Solução de água e sal” foi dinâmica. Isto, porque os alunos trabalharam com dados que remetiam a duas variáveis, que ao serem tratadas matematicamente, possibilitaram o encontro de um modelo no qual a variável concentração de sal era o termo dependente e a variável tempo era o termo independente.

Encontrar esse modelo fez com que os alunos pudessem construir uma tabela com a Planilha Eletrônica Excel, a partir dos valores correspondentes ao tempo, à quantidade de sal restante no recipiente da solução e à quantidade de sal que saía do recipiente da solução. Sendo possível, ainda, plotar gráficos que representassem visualmente o fenômeno investigado. As ações de construir o modelo e gerar valores a partir dele, configuram, respectivamente, a segunda e a terceira etapa do processo de Modelagem Matemática, *Abstração* e *Resolução*.

De posse do modelo e das previsões surgidas a partir dele, os alunos realizaram a sua *Validação*, ao submeterem a primeira amostra coletada no sistema ao processo de destilação. O resultado encontrado pela destilação foi diferente do resultado encontrado pelo modelo, o que fez com que os alunos inferissem que essa diferença corresponde à margem de erro. Explicitando essa ideia em um gráfico na Planilha Eletrônica Excel.

4.3 ATIVIDADE “PONTE DO RIO MOJU/PA”

Essa atividade foi desenvolvida por um grupo de três alunas. O interesse delas por essa temática se deu por alguns fatores. Primeiro, **por ter sido um acontecimento recente** e segundo, por ser próximo de suas vivências. Nesse contexto, elas acreditavam que o fenômeno responsável pela queda de parte da Ponte do Rio Moju poderia ser explicado por alguma relação matemática. Essa curiosidade foi explicitada na socialização da atividade, em que elas falaram:

O motivo pelo qual escolhemos o tema se deu pelo fato de ter sido um acontecimento recente, por isso despertou uma certa curiosidade em saber que tipo de fenômeno houve no momento da queda da ponte e saber quais os prejuízos sociais. (Registros da Apresentação, 2014)

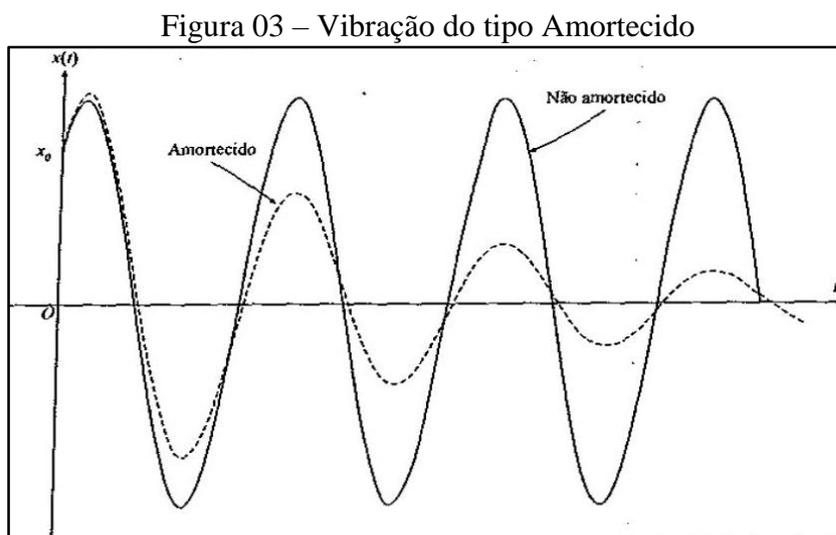
Desta forma, **as alunas começaram pesquisas na internet** sobre o porquê de a ponte ter caído. Porém, como essa temática era muito recente, não foi possível encontrar muitas informações sobre esse episódio com a ponte do Rio Moju. As alunas reforçaram na apresentação delas, **que a viabilização da investigação dessa atividade se deu basicamente**

por meio de pesquisas bibliográficas na *internet*. Elas pesquisavam em casa e traziam as informações coletadas para o debate com as outras alunas do grupo e com a professora mediadora no LEMM.

Essas pesquisas e as discussões ocorridas a partir delas, fez com que as alunas entendessem o fenômeno que causou a queda da ponte do Rio Moju por meio da associação de diferentes conceitos físicos.

Sobre a colisão da balsa com uma das pilstras de sustentação da ponte, as alunas entenderam que a colisão gerou uma vibração. Essa vibração foi entendida como “qualquer movimento que se repete regular ou irregularmente” (Registros da Apresentação, 2014).

Ainda sobre vibração, as alunas encontraram em suas pesquisas três tipos: forçada, amortecida e não-amortecida. Definido o tipo de vibração, ocorrida na colisão da balsa com a pilastra, como sendo amortecida, que segundo elas, é aquela energia vibratória que vai se dissipando no transcorrer do tempo. As alunas exemplificaram o comportamento desse tipo de vibração na Figura 03.



Fonte: Registros de Apresentação, 2014

Percebendo que o movimento da vibração ocorre na forma de onda, as alunas sentiram a necessidade de se apropriar desse conceito, definindo-a como qualquer perturbação (pulso) que se propaga em um meio. A partir dessa definição, as alunas reuniram um conjunto de conceitos físicos relacionados a ondas.

Oscilações: é o comprimento da onda, o tempo decorrido para uma oscilação é medido pelo período da onda, que é o inverso de sua frequência; **Frequência:** é o número de oscilações da onda, por um certo período de tempo; **Período:** é o tempo necessário para a fonte produzir uma onda completa; **Comprimento de onda:** o tamanho de uma onda, que pode ser

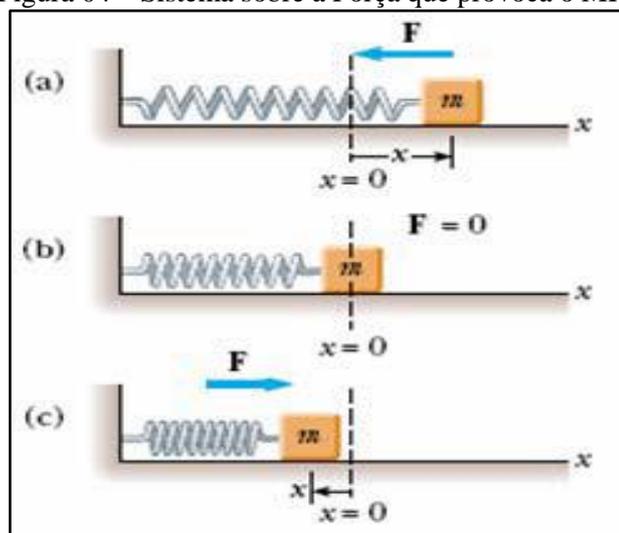
medida em três pontos diferentes: de crista a crista, do início ao final de um período ou de vale a vale; **Amplitude:** é a "altura" da onda, é a distância entre o eixo da onda até a crista; **Ressonância:** é sempre que um corpo capaz de oscilar, sofrer uma série periódica de impulsos, com uma frequência igual a uma das frequências naturais de vibração do corpo. (Registros da Apresentação, 2014, grifo meu).

Até então, as alunas primaram por apropriações de conceitos físicos para poderem explicar o fenômeno que causou a queda da ponte após a colisão com a balsa. A partir desse domínio, as alunas pontuaram uma série de acontecimentos em cadeia, ou seja:

A balsa se chocou com a ponte gerando choque, esse choque gerou uma vibração, a vibração gerou frequência, e a frequência tem ondas, que geraram esse processo. Então, a gente concluiu o que? Ocorreu uma oscilação! (Registros da Apresentação, 2014)

Essa conclusão levou as alunas a investigarem o Movimento Oscilador Amortecido, a partir do conceito de Movimento Harmônico Simples (MHS), sendo determinado pela sua causa, ou seja, pela força que provoca o MHS. Para descrever o MHS, as alunas utilizaram o exemplo de “um sistema concreto, no qual um objeto com massa m , está ligado a uma mola leve, cuja massa pode ser desprezada. Supondo ainda que a superfície em que o objeto se move não apresenta nenhum atrito”. (Registros da Apresentação, 2014). Para a compreensão desse sistema, as alunas apresentaram a Figura 04

Figura 04 – Sistema sobre a Força que provoca o MHS



Fonte: Registros da Apresentação, 2014

A força F na Figura 04 é proporcional ao deslocamento do objeto da massa m , e é conhecida como Força Restauradora, pois tem a tendência de devolver o corpo à sua posição de equilíbrio. A qual, pela primeira Lei de Newton, é descrita matematicamente por:

$$F = -kx \quad (4)$$

A Força Restauradora é a força elástica da mola que obedece a Lei de Hooke, pois segundo essa lei, “qualquer que seja o sistema observado, o objeto que se move sob influência de uma única Força Restauradora vai executar o MHS” (Registros da Apresentação). Desta forma, com a descoberta da força que provoca o MHS, as alunas aplicaram a segunda Lei de Newton, que resultou no modelo 6.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (5)$$

O modelo 6 representa o MHS sem considerar o atrito, pois como se viu na Figura 04 a superfície em questão era lisa, entretanto, houve atrito quando a balsa colidiu na pilastra da ponte, o que fez com que as alunas acrescentassem ao modelo 6 mais uma força, no caso, a Força de Atrito.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda \frac{dx}{dt} \quad (6)$$

O modelo 6 descreve o Movimento Oscilador Amortecido. Porém, do jeito como está, o Movimento Oscilador Amortecido está livre, parando seu movimento somente após algum tempo. Essa característica levantou algumas reflexões nas alunas:

Então a gente pensou, se ele é um oscilador amortecido, deixado livre ele vai parar de oscilar depois de algum tempo. Então, será que por conta desse algo a mais, ele não parasse? Se isso fosse de forma constante e fizesse com que a ponte caísse? Então a gente pensou o seguinte, sendo assim assumiremos a existência de uma força externa periódica. (Registros da Apresentação, 2014)

No fenômeno investigado, a força externa é representada pela colisão da balsa com uma das pilastras. Assim, esse evento trouxe mudanças para o modelo, pois as alunas acrescentaram a força externa periódica, como percebido no modelo 7.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \lambda \frac{dx}{dt} + F_0 \sin(\omega t) \quad (7)$$

A construção do modelo 7 exigiu a pesquisa de diversos conceitos físicos. Essas apropriações conceituais ajudaram as alunas a entenderem que vários foram os fatores que levaram a ponte a cair. Assim, as alunas concluíram que a força externa periódica entrou em ressonância com o movimento oscilador amortecido. Fato que aumentou a amplitude de ambas as oscilações, ou seja, frequências iguais, tanto da ponte quanto da balsa e no momento da colisão fez com que houvesse uma ressonância que acarretou na queda da ponte. Ao final da socialização as alunas reforçaram que por se tratar de uma investigação puramente bibliográfica, não foi possível validar o modelo 7, já que não havia dados a serem testados.

4.3.1 Primeira análise da atividade “Ponte do rio Moju/PA”

O desenvolvimento dessa atividade se diferencia das outras duas descritas anteriormente. A coleta de dados ocorreu em fontes bibliográficas, viabilizada por pesquisas na *internet*. Esse tipo de coleta de dados é esclarecido por Bassanezi (2011), como sendo feita por meio de pesquisa bibliográfica, utilizando dados já obtidos e catalogados em livros e revistas especializadas. Nesse caso, a coleta de dados foi realizada para compreender fenômenos físicos que pudessem explicar o fenômeno que causou a queda da ponte após a colisão da balsa.

As alunas no início quiseram desistir dessa atividade, pois ficaram receosas ao verem os outros grupos desenvolvendo suas atividades, realizando experiências, medições, entre outras formas de coleta de dados. Porém, a intervenção da professora mediadora, ao conversar com elas, foi importante para que tomassem a decisão de continuar a investigar essa temática.

Mesmo sendo um acontecimento próximo do contexto regional delas, as alunas pesquisaram na *internet* informações sobre a queda da ponte. Por se tratar de uma temática atual naquela época, já que tinha ocorrido há menos de três meses. As alunas optaram por não fazer pesquisas em fontes físicas, sendo as pesquisas na *internet* o meio que elas escolheram para se inteirar dessa temática.

Essa primeira pesquisa ajudou as alunas a identificar seu objetivo, que era descobrir o fenômeno gerado a partir da colisão da balsa com uma das pilastras da ponte. Esse primeiro contato direcionou as alunas a buscarem, na área da Física, argumentos que explicassem esse fenômeno. Assim, fazendo uso de definições de fenômenos físicos as alunas foram agrupando definições, resultando ao final o modelo matemático que descrevia para elas, a queda da ponte.

Temos assim passagens das alunas por três etapas do processo de Modelagem Matemática: *Experimentação*, *Abstração* e *Resolução*. Como até então a pesquisa foi

puramente bibliográfica, as alunas não tiveram como gerar dados usando o modelo, o que se tornou um impeditivo para que elas pudessem validá-lo.

CAPÍTULO V – RECORTES DAS ATIVIDADES

Na escrita do capítulo IV, fui destacando em negrito algumas partes das descrições. Esses destaques eram dados a situações em que houve o uso das tecnologias digitais, ou então, quando a partir desse uso, os alunos tomavam decisões em relação à próxima ação no processo de Modelagem Matemática. Nas seções classificadas como “Primeiras Análises” destaco esse contato dos alunos com as tecnologias digitais, ao delimitar as etapas do processo de Modelagem Matemática que eram percorridas.

Deste modo, eleger essas situações me ajudou a identificar a forma como os alunos faziam uso das tecnologias digitais, e principalmente, como esse uso afetou o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática. Diante da quantidade de dados contidos nos registros diários e nos registros de apresentação, essas marcações possibilitaram estabelecer um foco, levando em conta minha questão diretriz, sobre os dados que dispunha. Assim, neste capítulo apresento as análises desses recortes, segundo a rede teórica que teci nos capítulos I e II.

5.1 O AMBIENTE, A PROFESSORA MEDIADORA E O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

As ações da professora mediadora foram difíceis de descrever considerando as poucas menções a ela no material que tinha à disposição para analisar. Entretanto, suas ações são evidenciadas em alguns pontos pelos alunos e refletem no ambiente em que se deu o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

O paradigma de ensino adotado pela professora mediadora foge do tradicional, já que por meio da Modelagem Matemática, em um ambiente que mescla instrumentais de diferentes áreas de conhecimento, ela viabilizou a aprendizagem de tópicos de Cálculo Diferencial e Integral a partir da investigação, na modalidade pesquisa-aprendizagem.

Nesse ambiente em que a relação estabelecida entre professor e aluno não foi constituída em uma via de mão única, fluindo em ambos os sentidos, a professora mediadora auxiliou os alunos no desenvolvimento de suas atividades assistidos pelas tecnologias digitais, sendo que nessas atividades a professora não priorizou o uso dessas tecnologias digitais, elas foram sendo requeridas pelos alunos durante o processo de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Essa atuação foi percebida em alguns momentos do desenvolvimento de cada atividade. Por exemplo, na atividade “Resistência física homem x mulher”, a professora além de auxiliar o grupo promovendo discussões e reflexões, também foi sujeita investigada pelas alunas. Em outro momento, na atividade “Ponte do Rio Moju/PA”, a professora incentivou as alunas, que pela falta de dados mensuráveis da ponte investigada, queriam desistir da temática.

As alunas no início quiseram desistir dessa atividade, pois ficaram receosas ao verem os outros grupos desenvolvendo suas atividades realizando experiências, medições, entre outras formas de coleta de dados. Porém, a intervenção da professora mediadora, ao conversar com as alunas, foi importante para que elas tomassem a decisão de continuar a investigar essa temática (Atividade Ponte do Rio Moju/PA).

É natural no processo de Modelagem Matemática que as atividades sejam desenvolvidas de maneira cooperativa. Bassanezi (2011) expõe essa singularidade quando fala da escolha do tema, alegando que é importante que as temáticas sejam escolhidas pelos alunos para que eles se sintam corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, no entanto, cabe ao professor negociar a viabilidade, ou não, da temática escolhida. Assim, percebe-se que professor e alunos, seres individuais, porém com pensamentos coletivos, combinam conhecimentos para investigar determinada temática.

Percebi, partindo disso, que somada a esse corporativismo nas ações da professora mediadora e dos alunos em torno das temáticas abordadas, o uso do computador, da *internet* e de planilhas eletrônicas também foi requerido. Deste modo, amplificando o alcance dessas ações, e reforçando a redefinição dos papéis assumidos pela professora mediadora e os alunos no processo de ensino e aprendizagem em um ambiente informatizado. (LÉVY, 1987; ASMANN, 2000)

Essa remodelação de funções no processo de ensino e aprendizagem mediado pela estratégia/método Modelagem Matemática em um contexto informatizado vai ao encontro ao que especificam Martins, Vieira e Gonçalves (2012, p.218) sobre as necessidades que atualmente esse processo solicita, pois para os autores:

(...) ensinar e aprender os conhecimentos científicos e matemáticos exige hoje muito mais flexibilidade pessoal, de tempo, de espaço e de grupo; menos conteúdos fixos e processos mais abertos de comunicação e de pesquisa diante do contexto fluído e mutável das redes digitais.

Desta forma, mediante pesquisas na *internet* e representações gráficas construídas nas planilhas eletrônicas, pelos alunos, a professora apresentava, discutia situações, ou opções de investigação, que acabavam por repercutir nas ações dos alunos para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

O ambiente constituído no LEMM além de disponibilizar instrumentos de coleta e análise de dados de áreas disciplinares distintas – matemática, física, química – permitia também, o uso de dois computadores e acesso à *internet*, que se somavam aos computadores portáteis trazidos pelos alunos. Percebi nos registros diários e de apresentação que assim como os outros instrumentos, nada foi imposto pela professora mediadora, pois conforme os grupos de alunos iam avançando no desenvolvimento de suas atividades, os recursos iam sendo requisitados naturalmente.

5.2 MODELOS DIGITAIS OU INFORMÁTICOS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nas três atividades de Modelagem Matemática o uso de tecnologias digitais foi frequente, ocorrendo em momentos diferentes e tendo destaques distintos. Nas atividades de “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal” o destaque está no uso da Planilha Eletrônica Excel, enquanto que, na atividade “Ponte do Rio Moju/PA” o uso da *internet* foi decisivo para o seu desenvolvimento. Nas três atividades existiram fenômenos reais a serem investigados e dominados pelos alunos.

Na atividade “Resistência física homem x mulher”, com os dados coletados as alunas os inseriram na planilha, gerando gráficos que lhes permitiram observar o comportamento das variáveis delimitadas e, a partir disso puderam tomar decisões em relação às próximas etapas do processo de Modelagem Matemática.

Na atividade “Solução de água e sal”, com um modelo matemático já construído, os alunos desse grupo geraram dados a partir desse modelo e os inseriram na planilha, possibilitando também observar como esses dados comportavam-se no plano cartesiano. Nesse caso, os gráficos gerados permitem fazer previsões e conjecturar sobre a variação da quantidade de sal na solução.

Já na atividade “Ponte do Rio Moju/PA”²³, as alunas não tiveram experimentos, não tiveram dados a ser visualizados e analisados. A pesquisa das alunas desse grupo foi possível graças às informações obtidas a partir da *internet*. Isso se deu mediante a temporalidade do evento que desencadeou o fenômeno, ou seja, por se tratar de uma temática muito recente.

Sobre esses usos, reconheço na maneira como os gráficos das atividades “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal” foram gerados e utilizados, características que remetem ao modelo digital ou informático conceituado por Lévy (1993). Este autor afirma que um modelo digital ou informático não pode ser lido e nem interpretado como se faz com um modelo teórico. Isto porque eles são explorados de maneira interativa, ensejando aos alunos agir sobre eles para obter simultaneamente respostas derivadas dessas ações.

Assim, tendo por base que os alunos de ambos os grupos ao coletarem os dados, os organizaram em tabelas, a partir disso geraram gráficos de dispersão na Planilha Eletrônica Excel, sendo esses gráficos dinâmicos, plásticos e mutáveis. Levando em conta os apontamentos de Lévy (1993), considero essas características como sendo intrínsecas aos modelos digitais ou informáticos e entendo essa interatividade dos alunos com a interface da planilha como simulação.

Quando as alunas da atividade “Resistência física homem x mulher” geraram o gráfico, elas puderam visualmente concluir que as variáveis abordadas não apresentavam relações entre si, já que a disposição dos dados no plano cartesiano apresentava-se de forma dispersa. A partir dessa primeira impressão, elas se dirigiram para uma aferição algébrica dos dados adotando o Coeficiente de Correlação de Pearson. Chegando à conclusão de que as variáveis investigadas apresentavam uma fraca correlação e que aquele caminho de investigação não era mais viável.

Já na atividade “Solução de água e sal”, os alunos construíram um experimento concreto, analisaram as variáveis que faziam parte desse experimento, conseguindo chegar a um modelo matemático que representava a dinâmica do experimento construído. A partir desse modelo matemático puderam gerar dados. Esses dados, por sua vez, foram inseridos na Planilha Eletrônica Excel, o que permitiu aos alunos terem uma visão geral do experimento e fazerem previsões, possibilitando, também, validar o modelo matemático encontrado.

No desenvolvimento de ambas as atividades percebi na interação dos grupos com os modelos digitais ou informáticos, que os alunos adquiriram uma certa intuição sobre o

²³ Para a atividade “Ponte do Rio Moju/PA”, dediquei a seção 5.3, por ter sido diferente das outras, já que usou de recursos oriundos quase que exclusivamente de pesquisas na *internet*.

fenômeno investigado, na medida em que iam controlando e manipulando as variáveis elencadas. Assim, esse controle, que possibilitou fazer previsões, tomar decisões com relação ao desenvolvimento das próximas etapas do processo de Modelagem Matemática, permitiu que os alunos adquirissem um certo conhecimento sobre as temáticas investigadas. Esse conhecimento é entendido por Lévy (1993) como “conhecimento por simulação”.

Como especifica o autor, o “conhecimento por simulação” está longe de ser um conhecimento teórico ou uma experiência prática. Essa afirmativa se dá devido às diferenças pertencentes a esses contextos. O modelo teórico refere-se ao modelo estático, pode ser, por exemplo, um teorema ou uma fórmula matemática validada, algo que não pode ser modificado, é aceito e seguido. Em relação à experiência prática, essas simulações não podem sintetizar todas as singularidades do contexto real, ou seja, existem variedades na realidade que não são previstas pelos programas simuladores. Desta forma, o “conhecimento por simulação”, destacado nas atividades “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal”, surgiu do contexto da temática investigada e simulada pelos alunos dos respectivos grupos. Evidenciando, assim, o domínio que eles passaram a ter sobre os aspectos do fenômeno investigado em ambas as atividades.

5.3 BUSCAS NA INTERNET

O grupo de alunas da atividade “Ponte do Rio Moju/PA” reforça em seus registros que as pesquisas realizadas na *internet* foram de suma importância para o desenvolvimento da atividade, tendo esse uso se destacado também no desenvolvimento das outras atividades, “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal”. Desta forma, o uso da *internet* como fonte de pesquisa ensejou no grupo de alunos das três atividades acesso a informações que refletiram em suas decisões, como se pode perceber nos recortes abaixo:

O início da investigação começou por pesquisas na internet, com as quais foi possível encontrar os cálculos referentes a Frequência Cardíaca (FC) e ao Índice de Massa Corpórea (IMC). Percebendo a necessidade de algumas medições para a realização desses cálculos, as alunas viabilizaram no LEMM, com a participação dos outros alunos e da professora mediadora, a coleta de dados. (Atividade Resistência física homem x mulher)

A princípio o grupo tinha o objetivo de tornar uma quantidade de água salgada, própria para o consumo, ou seja, torná-la potável. No entanto, esse processo de dessalinização da água foi ficando para trás, mediante discussões dos alunos que surgiram em meio a pesquisas na internet, sobre o tempo que esse processo levaria e sobre os ferramentais e estratégias necessárias para

comprovar que a água a princípio salgada estaria ao final do processo própria para o consumo. (Atividade Solução de água e sal)

Mesmo sendo um acontecimento próximo do contexto regional delas, as alunas pesquisaram na internet informações sobre a queda da ponte. Por se tratar de uma temática atual naquela época, já que tinha ocorrido em menos de três meses, as alunas não tinham como fazer pesquisas em fontes físicas, sendo as pesquisas na internet o único meio das alunas se inteirarem dessa temática. (Atividade Ponte do Rio Moju/PA)

Na atividade “Resistência física homem x mulher”, as alunas encontraram em suas buscas na *internet* informações que relacionavam a temática investigada com os cálculos do Índice de Massa Corpórea (IMC) e da Frequência Cardíaca (FC). Na atividade “Solução de água e sal”, os alunos adquiriram informações na internet sobre o processo de dessalinização. Enquanto que na atividade “Ponte do Rio Moju/PA”, as alunas, em suas buscas na rede, ficaram sabendo dos detalhes do acidente envolvendo a colisão da balsa com a ponte.

Sobre informações oriundas de ambientes informatizados, Lévy (1993) afirma que são perecíveis e transitórias, estando em constante atualização. Assim:

(...) a informação dita “on-line” (isto é, diretamente acessível) encontra-se geralmente dividida em pequenos módulos padronizados. O acesso a eles é feito de forma totalmente seletiva e não contínua, como em uma leitura, já que em princípio toma-se conhecimento apenas daquilo que é procurado. (LÉVY, 1993, p. 115)

As informações e a maneira como os grupos de alunos tiveram acesso a elas vão ao encontro ao exposto pelo autor. Os alunos não precisaram aprofundar-se nas leituras sobre as temáticas investigadas. Lévy (1993) menciona que na era da informática não é preciso mais se ler um livro inteiro, por exemplo, para saber como acontece o processo de dessalinização, ou então saber todo o processo matemático que resultou nas fórmulas do cálculo do IMC e da FC. Isto porque, qualquer computador conectado a *internet* possibilita acesso a variados sítios que disponibilizam essas informações, de maneira objetiva, selecionada e atualizada.

Outro ponto a ser destacado é o uso que os grupos de alunos fizeram dessas informações acessadas *on-line* e a forma como isso incidiu no desenvolvimento das atividades. Nesse contexto, o acesso ao mundo de informações não adiantaria de nada se os respectivos grupos de alunos não tivessem objetivos claros de busca e, principalmente de absorção das informações encontradas, e ainda de reação a essas informações. Assmann (2000), nessa perspectiva, ao diferenciar dados, informação e conhecimento, mostra que minha afirmativa tem valor, ao entender que:

Em primeiro lugar, é fundamental estabelecer uma distinção clara entre dados, informação e conhecimento. Do nosso ponto de vista, a produção de dados não estruturados não conduz automaticamente à criação de informação, da mesma forma que nem toda a informação é sinónimo de conhecimento. Toda a informação pode ser classificada, analisada, estudada e processada de qualquer outra forma a fim de gerar saber. Nesta acepção, tanto os dados como a informação são comparáveis às matérias-primas que a indústria transforma em bens. (ASSMANN, 2000, p.08)

Assim, não adianta ter acesso a dados e informações, se desse acesso não surgir nada que os alunos consigam relacionar com o desenvolvimento de suas atividades. Por isso, quando falo reação remeto-me às ações desencadeadas pós buscas na *internet*. Para que serviram essas informações? Quais usos os alunos fizeram delas? Que mudanças acarretaram no desenvolvimento das atividades? Que conhecimentos foram adquiridos?

Na atividade “Resistência física homem x mulher”, as alunas perceberam nas informações obtidas que poderiam estabelecer comparações entre homens e mulheres por meio do IMC e FC, e que para isso elas precisariam de dados que remetesse à altura e peso. Essas informações direcionaram as alunas à coleta de dados, configurando essas informações – altura, peso, IMC e FC – como variáveis investigadas na atividade.

Na atividade “Solução de água e sal”, os alunos, antes da pesquisa na *internet*, tinham um objetivo. Porém, após entrarem em contato com informações que retravam o processo de dessalinização esse objetivo foi modificado. Os alunos entenderam que investigar a variação da quantidade de sal em uma solução era mais simples do que processar essa solução até ela ficar própria para o consumo. Essa mudança de objetivos levou os alunos a construírem um experimento prático que possibilitasse a coleta de dados.

Na atividade “Ponte do Rio Moju/PA”, as buscas na *internet* apontaram informações sobre o ocorrido, porém não havia dados a serem coletados e tratados. Mediante a essa falta de dados as alunas assumiram o objetivo de explicar que fenômeno poderia ter ocasionado a queda da ponte após a colisão da balsa. Para isso, as alunas recorreram novamente a pesquisas na *internet*, no entanto, agora com a intenção de entender fenômenos físicos – oscilações, frequência, período, comprimento de onda, amplitude, ressonância – capazes de explicar o que ocasionou a queda da ponte.

O contato com essas informações *on-line* ajudou os alunos das três atividades a entenderem mais profundamente aspectos das temáticas investigadas, possibilitando-lhes, a partir desse entendimento direcionar abordagens de investigação, seja por coleta de dados, pela

confeção de um experimento, ou por associação de características de um fenômeno específico com outros fenômenos mais gerais.

5.4 COPERAÇÃO NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO

No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática houve o trabalho cooperativo de alunos, da professora e das tecnologias digitais para a investigação das temáticas escolhidas. Na atividade “Solução de Água e Sal”, os alunos escolheram essa temática considerando a experiência anterior de um dos alunos do grupo.

Nessa atividade percebe-se logo no início uma troca de objetivos. Primeiro os alunos queriam transformar água salgada em água própria para o consumo humano, ou seja, potável. Essa opção, pelo que percebi, foi tomada anteriormente, ainda na escolha da temática. Isso se deu porque no grupo havia um aluno que tinha vivenciado um experimento semelhante e essa vivência influenciou os outros alunos do grupo. (Atividade Solução de água e sal)

Nesse caso temos alunos em torno de uma lista de temáticas a serem investigadas, porém a referente à “Solução de Água e Sal” desencadeou nesse aluno lembranças e estratégias de investigação de experiências anteriores, que o influenciou para querer investigá-la, subsidiando assim, negociações com os outros componentes do grupo.

Na atividade “Resistência Física Homem x Mulher”, as alunas no momento da coleta dos dados e, posteriormente com modelo digital ou informático dos dados, sabiam que as variáveis elencadas não apresentavam relação de dependência entre si. No entanto, mesmo assim as alunas partiram para uma comprovação algébrica dessa afirmativa, fazendo uso do cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson. Coincidência ou não, uma das alunas do grupo estava estudando o livro de Bassanezi (2011), para sua pesquisa do TCC, que abordava ajuste linear. Partindo disso, tem-se indícios que essa vivência influenciou no caminho percorrido na investigação dessa atividade.

As vivências em outros contextos, externas ao LEMM, influenciaram esses alunos na tomada de decisões no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, os fortalecendo para viabilizar suas vontades, mediante argumentos que negociados com os outros alunos do grupo e com a professora mediadora foram fortalecidos ou deixados para trás.

Na atividade “Ponte do Rio Moju/PA” percebeu-se uma empatia por essa temática, que as alunas justificaram a escolha do grupo, pela curiosidade de se pesquisar algo que era recente. Arrisco-me a conjecturar, que por ser algo ocorrido no estado das alunas, relativamente

próximo, em se tratando de distância a elas. Mesmo com essa comunhão de ideias sobre a escolha da temática, as negociações referentes ao andamento da pesquisa eram constantes, tanto entre elas, quanto com a professora mediadora.

Elas pesquisavam em casa, e traziam as informações coletadas para o debate com as outras alunas do grupo e com a professora mediadora no LEMM. Essas pesquisas e as discussões ocorridas a partir delas, fez com que as alunas entendessem o fenômeno que causou a queda da ponte do Rio Moju por meio da associação de diferentes conceitos físicos. (Atividade Ponte do Rio Moju/PA)

Então tem-se configurado no desenvolvimento dessas atividades, que os alunos e a professora mediadora ao investigarem essas temáticas compartilharam de seus conhecimentos individuais, que somados resultou em uma rede semântica coletiva. Esta era alimentada pela interatividade dos modelos digitais ou informáticos e por informações coletadas na *internet*. Essa rede semântica, segundo Asmann (2000) é entendida como “mixagens cognitivas e cooperativas”. Nessa perspectiva, as tecnologias digitais assumem o papel de parceiras nessa combinação de raciocínios, pois possibilitaram aos alunos e à professora conjecturar fora da mente, via *interface* da planilha eletrônica e acesso a informações na *internet*.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não considero esta parte do estudo como sendo um ponto final e sim um momento de reflexão em que eu, como aluno, professor e pesquisador faço um balanço sobre o caminho que percorri e, principalmente, sobre as respostas que foram encontradas a partir desse caminho. Assim, lembrando o mantra que em todos os momentos subsidiaram minhas leituras e análises e influenciaram em minhas decisões, retomo a questão diretriz do trabalho, com a qual indaguei: *Que implicações o uso de tecnologias digitais apresenta para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática?*

Alguns momentos analisados nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas no LEMM configuram-se como respostas para essa questão. Posso sintetizar esses momentos em duas palavras chaves: Modelos Digitais e *Internet*. É notório nas atividades “Resistência física homem x mulher” e “Solução de água e sal” que os modelos digitais ou informáticos criados pelos alunos com a Planilha Eletrônica Excel foram importantes/decisivos para tomada de decisão acerca dos próximos passos a serem traçados no processo de Modelagem Matemática.

Na atividade “Resistência física homem x mulher” as alunas puderam **visualmente (primeira implicação)**, verificar que as variáveis eram independentes e assim, posteriormente confirmar essa fraca correlação pelo cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson. Na atividade “Solução de água e sal” os alunos **observaram (segunda implicação)** o comportamento dos dados obtidos a partir do modelo matemático encontrado, interpretando esses dados para um entendimento geral da temática investigada. Assim, podendo validar o modelo matemático e com isso entenderem e demarcar no gráfico uma margem de erro para os dados encontrados com o modelo matemático.

Em ambos os grupos percebi uma **interação dos alunos com a interface da Planilha Eletrônica Excel (terceira implicação)**, que possibilitou um domínio de conhecimento acerca daquelas temáticas, tal qual defende Lévy (1993) quando trata do “conhecimento por simulação”. Essa interação mediada pelas tecnologias digitais também foi percebida em Araújo (2002), que evidenciou em sua pesquisa situações surgidas a partir do uso do Programa *Maple* na verificação da continuidade ou descontinuidade de uma função. A atividade relatada por Araújo (2002) e as atividades “Resistência Física Homem x Mulher” e “Solução de água e sal” apresentam aproximações em relação à forma como ocorreram essas interações, pois o

Programa *Maple* e a Planilha Eletrônica Excel serviram para que os alunos visualizassem e interagissem a partir da plotagem dos gráficos.

Na atividade “Ponte do Rio Moju/PA” não houve dados a serem analisados, experimentos a serem construídos, já que esse acontecimento era muito recente, não havendo tempo para que se construísse literatura especializada sobre o acontecido. Assim, restou às alunas pesquisarem na *internet* fenômenos físicos que pudessem ser associados ao fenômeno que levou a ponte a cair após ser colidida por uma balsa. Nessa vertente, as informações *on-line* mostraram-se a única fonte dessas alunas, sendo disponibilizadas de forma modular, objetiva, facilitando um entendimento não tão aprofundado, mas suficiente para que as alunas pudessem viabilizar a temática escolhida.

As pesquisas na *internet* tiveram um papel importante nos primeiros momentos das outras atividades, já que permitiram às alunas da atividade “Resistência Física Homem x Mulher” encontrar informações sobre os cálculos do IMC e da FC. Assim, direcionando-as na coleta de dados. Também mudaram o objetivo inicial dos alunos da atividade “Solução de Água e Sal”, que pretendiam tornar uma solução de água e sal própria para o consumo e que mediante as informações encontradas sobre esse processo mudaram de ideia, priorizando investigar a variação de sal em uma solução.

O diferencial que este trabalho propõe, começou com o “conhecimento por simulação” de Lévy (1993), que contribuiu no sentido de permitir análises no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática no LEMM. Verificações estas que foram mediadas pelas tecnologias digitais, atividades intelectuais dos alunos como a imaginação, a bricolagem mental, a possibilidade de tentativas e erros.

Somado a isso, outro destaque é a **parceria (quarta implicação)** que se configurou entre os alunos, a professora mediadora e as tecnologias digitais, resultando assim, em uma rede semântica que subsidiou as investigações das temáticas das atividades. Nessa rede denominada por Assmann (2000) como “mixagens cognitivas e cooperativas”, as subjetividades dos sujeitos envolvidos foram relevantes na medida em que houve troca de informações, de vivências, de conhecimentos.

Foi acentuada pelas negociações mediadas entre alunos – como na escolha da temática “Solução de Água e Sal”, feita a partir da experiência anterior de um dos alunos do grupo, ou então na escolha das alunas de analisar os dados da atividade “Resistência Física Homem x Mulher” via ajuste linear, baseado nos estudos de uma das alunas que estava aplicando esse método de análise em sua pesquisa de TCC – e entre alunas e a professora mediadora, como

quando as alunas da atividade “Ponte do Rio Moju/PA” quiseram desistir da investigação dessa temática diante das dificuldades em encontrar dados.

Desta forma, creio que o uso das tecnologias digitais possibilita a configuração de ambientes de simulação e investigação pertinentes ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. Pois isto permitiu aos alunos e à professora mediadora dominarem especificidades do fenômeno investigado que incidiram na escolha de caminhos dentro do processo de Modelagem Matemática.

Minhas concepções, particularizando o papel da professora mediadora no desenvolvimento das atividades, vão ao encontro a de autores, como Malheiros (2004) e Diniz (2007), que enfatizam a importância do professor na mediação do uso das tecnologias digitais para o ensino. Isso se deve pela postura assumida, instigadora, da aprendizagem dos alunos. Já que além de auxiliar os alunos no cumprimento de seus objetivos, que era investigar suas temáticas e encontrar modelos matemáticos que as representasse, também os orientou nas reflexões dos conteúdos matemáticos e tecnologias digitais possíveis de serem utilizados. Conseguindo assim alcançar seus objetivos enquanto docente que era ensinar tópicos de Cálculo Diferencial e Integral.

Entendo como sendo importante, tendo discutido questões que conversam positivamente com minha questão diretriz, também mencionar momentos no desenvolvimento das atividades em que houve dificuldades no uso das tecnologias digitais. Em dois momentos as alunas da atividade “Resistência Física Homem x Mulher” tiveram dificuldades no manejo da interface da Planilha Eletrônica Excel.

O primeiro ocorreu com a ferramenta somatório que as alunas não acreditando no resultado obtido com essa ferramenta, quiseram confirmar usando a calculadora científica, o que levou a um erro. Em seguida, o segundo momento, as alunas tiveram dificuldades de inserir a fórmula do Coeficiente de Correlação de Pearson na planilha. Assim fazendo com que elas separassem as operações, resolvessem na planilha separado, para depois agrupar os resultados e encontrar a respostas finais. Essas dificuldades são comuns em ambientes informatizados, já que foram percebidas em outras pesquisas, como em Araújo (2002), em que o uso do programa *Maple* não ocorreu de forma tranquila pois as alunas encontraram dificuldades em inserir valores na função e obter resultados, levando-as a fazerem os cálculos manualmente.

Acredito que essas dificuldades surgiram devido à pouca familiaridade das alunas com as ferramentas da planilha, fazendo com que elas combinassem aspectos de diferentes técnicas, como as ferramentas da planilha e calculadora científica. Ou então, no caso relatado por Araújo

(2002), ferramentas do programa *Maple* com cálculos feitos à mão. Essa combinação de técnicas é defendida por Lévy (1987), pois para ele a informática é uma tecnologia da inteligência recente e que ainda temos forte em nossas atividades, técnicas emergidas na escrita e na oralidade secundária.

Em outra perspectiva, penso que nessas considerações cabe também inverter a pergunta diretriz, no sentido de apontar implicações que o processo de Modelagem Matemática trouxe para o uso de tecnologias digitais no ensino. Para responder essa questão, retomo novamente as “mixagens cognitivas cooperativas”, pois a Modelagem Matemática tem um histórico genesíaco de ser viabilizada em grupos, em que os alunos não são meros receptores de informação.

As características desse ambiente permitiram que as tecnologias digitais fossem usadas no desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, não de forma secundária, como meras ampliadoras de atividades sensoriais humanas, mas sim como parceiras dos alunos e da professora na investigação. Considerando que permitiram a elas manipular modelos digitais ou informáticos, ajudando-os a pensar, imaginar e testar os dados, as informações agrupadas e analisadas.

Considero também, partindo disso, que o uso das tecnologias digitais nas atividades de Modelagem Matemática foi ao encontro ao que defende Lévy (1987) sobre programas com linguagens declarativas, que por sua vez aproxima-se da vertente dos “*Softwares* que auxiliam na construção do conhecimento” de Valente. (1997)

O ambiente construído no LEMM e o roteiro nada previsível característico de atividades de Modelagem Matemática encontram apoio nos textos de Almeida (1998), já que para a autora, tão importante quanto as mudanças no uso das tecnologias digitais, são as mudanças no ambiente em que estas tecnologias estão sendo usadas. Segundo ela não adianta usar recursos novos para reproduzir práticas antigas.

Essa inversão na questão diretriz cativou-me a querer investigar futuramente as características que ambientes frutos do desenvolvimento de diferentes estratégias e métodos de ensino – Modelagem Matemática, Modelagem Geométrica, entre outras – apresentam para a inserção e a integração do uso das tecnologias digitais no Ensino de Matemática nas escolas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. de. *O Computador como Ferramenta na Reflexão na Formação e na Prática de Professores*. São Paulo: Revista da APG, nº 11, ano VI, PUC-SP, 1997.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa*. São Paulo: Editora Pioneira, 1998.
- ARAÚJO, J. de L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro. 2002.
- ARAÚJO, J. de L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. de L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- ASSMANN, H. *A metamorfose do aprender na sociedade da informação*. Revista Ciência da Informação. V. 29. n2. Brasília mai/ago. 2000.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino – aprendizagem com modelagem matemática*. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2011.
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática no ensino fundamental*. Blumenau: Edifurb, 2014.
- BISOGNIN, E. Modelagem Matemática em sala de aula: obstáculos a transpor. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 7, 2011, Belém/PA. *Anais... Belém/PA*, 2011. 1 CD-ROM.
- COSTA, A. F. da S.; MENEZES, R. O. *Grapplequation e Arte: Uma proposta para se exercitar os conteúdos de ponto, reta e circunferência*. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade do Estado do Pará (UEPA), Igarapé-Açu/PA, 2010.
- DINIZ, L. do N. *O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2007.
- DIOGO, M. A. *Problemas Geradores no Ensino – Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre/RS, 2007.
- FIGARO, R. *A triangulação metodológica em pesquisas sobre a comunicação no mundo do trabalho*. Revista Fronteiras – estudos mediáticos. V. 16. n2. Porto Alegre mai/ago. 2014.

GIORDAN, M. *Computadores e linguagens nas aulas de Ciências*. Ijuí: Editora Unijuí, 2008.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 8ª ed. Rio de Janeiro: Record, 1997.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Traduzido por: Costa, C. I. Tradução de: *Les Technologies de l'intelligence*. São Paulo: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. *A Máquina Universo: Criação, Cognição e Cultura Informática*. Traduzido por: Guimarães, M. M. Tradução de: *La machine univers – Création, cognition et culture informatique*. Lisboa: Instituto Piaget, 1987.

MALHEIROS, A. P. S. *A produção matemática dos alunos em ambiente de Modelagem*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, A. P. S.; FRANCHI, R. H. O. L. As Tecnologias da Informação e Comunicação nas produções sobre Modelagem no GPIMEM. In: BORBA, M. C.; CHIARI, A. (Org.). *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física. 2013.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V. *A pesquisa qualitativa em psicologia: fundamentos e recursos básicos*. 5. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MARTINS, F. F.; VIEIRA, E. P. de P.; GONÇALVES, T. V. O. Redes de Informação e Inteligência Coletiva: bases epistemológicas para pensar a educação matemática e científica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.5, n.2, set, 2012.

MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. Arte, Informática e Matemática unidas em uma proposta de Modelagem Matemática. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 7, 2011, Belém/PA. *Anais... Belém/PA*, 2011. 1 CD-ROM.

MENEZES, R. O. *GraphEquation e Modelagem Matemática: uma proposta para ensinar conteúdos iniciais de geometria analítica*. Artigo (Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática e Física) – Centro Universitário Internacional (UNINTER), Capanema, 2012.

MENEZES, R. O. *Inserção de novas tecnologias no processo de Modelagem Matemática*. Monografia (Especialização em Matemática Fundamental) – Universidade Federal do Pará (UFPA), Castanhal, 2012.

MENEZES, R. O. Obstáculos oriundos do uso de Recursos Computacionais para o Ensino de Matemática: algumas discussões. In: Congresso Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 18, 2014, Recife/PE. *Anais ... Recife/PE*, 2014.

PINHEIRO, E. M.; KAKEHASHI, T.Y.; ANGELO, M. The use of videotaping in qualitative research. *Rev Latino-am Enfermagem*, 2005.

RANDOLPH, J. J. A Guide to Writing the Dissertation Literature Review. *Practical Assessment Research Evaluation*. vol.14, 2009. Disponível em: Randolph, J. J. (2007a).

Computer science education research at the crossroads: A methodological review of computer science education research: 2000-2005. (Doctoral dissertation, Utah State University, 2007). Retrieved March 1, 2009, from http://www.archive.org/details/randolph_dissertation

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada*. 2. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2008.

VALENTE, J. A. O uso inteligente do computador na educação. *Pátio: Revista Pedagógica: Inteligência, dimensões e perspectivas*. V. 1, n1, maio/jun, 1997.