



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS – MESTRADO PROFISSIONAL

GERSON LUÍZ DE CARVALHO CARRÉRA

**Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em  
serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino  
Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de  
Maracanã/PA**

Belém-Pará  
2020

GERSON LUÍZ DE CARVALHO CARRÉRA

**Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC) – Mestrado Profissional do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior.

Belém-Pará  
2020

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

C314s Carréra, Gerson Luíz de Carvalho.  
Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA / Gerson Luíz de Carvalho Carréra. — 2020.

140 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2020.

1. Números. 2. Sistema de Numeração Decimal. 3. Formação de Professores. 4. Ensino Fundamental. I. Título.

---

CDD 510.7



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS – MESTRADO PROFISSIONAL

**Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em  
serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino  
Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de  
Maracanã/PA**

Autor: Gerson Luíz de Carvalho Carréra

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior  
IEMCI- UFPA – Presidente

---

Prof. Dra. Talita Carvalho Silva de Almeida  
Membro Interno

---

Prof. Dr. Gleison de Jesus Marinho Sodré  
Membro Externo

---

Prof. Ma. Raquel Soares do Rêgo Ferreira  
Membro Convidada

Belém-Pará  
2020

## **DEDICATÓRIA**

À minha querida avó e professora, ANA DE MIRANDA CARRÉRA, com amor, admiração, respeito e eterna gratidão por seus esforços voltados para meu crescimento profissional e acadêmico, além do carinho, generosidade, empatia, coragem, desapego, amor, presença e apoio ao longo do período de elaboração e concretização deste trabalho.

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS pelo socorro espiritual nos momentos difíceis de minha vida.

A minha FAMÍLIA, que tanto amo, em especial ao meu pai PAULO SÉRGIO e minha mãe ROSALINA CARVALHO, que sofreram e vibraram com minhas perdas e conquistas.

A minha amada amiga, vó, matriarca e professora ANA DE MIRANDA CARRÉRA que nunca mediu esforços para meu crescimento pessoal, intelectual e profissional. Obrigado pelos ensinamentos, conselhos, amor, carinho e paciência. Serei eternamente grato!

A minha estimada namorada e professora Esp. VERÔNICA DE JESUS SILVA BARROS pelos momentos de reflexão, paciência e apoio ao longo da minha jornada formativa.

Aos meus AMIGOS de pós-graduação pelos ótimos momentos de convivências, incentivos e contribuições ao longo deste trabalho.

Aos integrantes do Grupo Colaborativo de Educação Matemática (GCEM/UEPA) e do Grupo (GEDIM/UFPA) pelas trocas de experiências, auxiliando-me em vários trabalhos.

Ao meu grande amigo e professor Esp. ELTON FERREIRA DA SILVA, parceiro do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), colaborando grandiosamente com elementos importantes para produção da pesquisa a nível de mestrado.

Ao meu Orientador da graduação, amigo e professor. Dr. EMERSON BATISTA GOMES por ter acreditado e, pacientemente, contribuindo e oferecendo-me oportunidades para conquistar meus sonhos pessoais, intelectuais e profissionais.

Ao respeitado e renomado professor Dr. RENATO BORGES GUERRA por suas horas dedicadas ao meu trabalho, pela paciência, sabedoria e orientações prestadas. O meu muito obrigado pelos ensinamentos e partilha de conhecimento que muito contribuíram para o amadurecimento desta pesquisa.

A estimada amiga e professora Ma. RAQUEL SOARES DO RÊGO FERREIRA por suas valiosas e importantes contribuições, pois sua pesquisa a nível de doutorado,

enriqueceram minhas compreensões e análises sobre os achados na graduação, possibilitando-me aprofundar sobre a temática deste trabalho.

Ao meu orientador, amigo e professor Dr. ARTHUR GONÇALVES MACHADO JUNIOR, por ter contribuindo com minha pesquisa a nível de graduação e aceito o desafio de auxiliar-me na efetivação da pesquisa, a nível de mestrado, mesmo sabendo dos diversos problemas para a conclusão desta pesquisa. Obrigado professor, pois o senhor foi incansável para a consolidação deste trabalho e serei eternamente grato.

Aos meus amigos e professores IVANEY RICARDO DA COSTA LISBOA (Secretário Municipal de Educação de Maracanã) e RAIMUNDA DA COSTA ARAÚJO (Prefeita de Maracanã) pela confiança, incentivo e total apoio depositado neste trabalho. Desde já renovo os votos de apreço e consideração.

A todas as pessoas que no anonimato participam na construção deste trabalho.

**Gerson Luíz de Carvalho Carréra**

## RESUMO

A presente pesquisa no âmbito da formação de professores tem como objetivo principal investigar as contribuições do estudo sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), considerando sua História e Epistemologia, para professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental no município de Maracanã/PA. Os principais referenciais teóricos são Lerner e Sadovsky (1996), Kamii (1996), Nogueira (2011), Curi (2013) e Ferreira, Guerra e Viana (2019). Tal trabalho com perspectiva formativa é uma oficina, composta por quatro encontros, oferecida a 19 professores que atuam na rede pública municipal de ensino de Maracanã-PA, situado no nordeste da Amazônia paraense. Para alcançar o objetivo da pesquisa, foi construída uma Atividade de Estudo (AE) com quatro problemas sobre sistema numérico de base cinco e base dez para permitir uma relação entre teoria e prática em torno do objeto matemático Sistema de Numeração Decimal (SND). Os resultados sugerem a ampliação sobre os elementos que constituem o SND: contagem sem agrupamento e por agrupamento, noção de algarismos e bases numéricas (não posicionais e posicionais), entre outros. Também ficou evidenciado que a Oficina possibilitou ações colaborativas, com discussões e socializações das produções, promovendo a mudança das práticas docentes e o aprofundamento dos conhecimentos.

**Palavras-chave:** Números; Sistemas de Numeração Decimal; Formação de Professores; Ensino Fundamental.



## ABSTRACT

The main objective of this research in teacher education is to investigate the contributions of the study on Decimal Numbering System (SND), considering its History and Epistemology, for teachers in exercise who teach Mathematics in the first years of elementary school in the municipality of Maracanã/PA. The main theoretical references are Lerner and Sadovsky (1996), Kamii (1996), Nogueira (2011), Curi (2013) and Ferreira, Guerra and Viana (2019). This work with a formative perspective is a workshop, composed of four meetings, offered to 19 teachers who work in the municipal public school system of Maracanã-PA, located in the northeast of the Amazon of Pará. To achieve the research objective, a Study Activity (EA) was constructed with four problems on basic numerical system five and base ten to allow a relationship between theory and practice around the mathematical object Decimal Numbering System (SND). The results suggest the expansion on the elements that constitute the NdS: count without grouping and by grouping, notion of numerals and numerical bases (non-positional and positional), among others. It was also evidenced that the Workshop enabled collaborative actions, with discussions and socializations of productions, promoting the change of teaching practices and the deepening of knowledge.

**Keywords:** Numbers; Decimal Numbering Systems; Teacher Training; Elementary school.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Layout Gráfico de Busca do Banco de Dados da CAPES	28
Figura 02 – Resultado da Busca no Banco de Dados da CAPES	28
Figura 03 – Enumeração com uso de cordas: método quipú da civilização Inca	54
Figura 04 – Talhas numéricas pré-históricas	54
Figura 05 – Sequência de contagem corporal dos Bugilai	55
Figura 06 – Sequência de palavras número dos Bugilai	56
Figura 07 – A “máquina de contar”	56
Figura 08 – “Bolinhas de argila”	57
Figura 09 – Tablettes Suméricas	58
Figura 10 – Os “tokens” nos invólucros e suas marcações	58
Figura 11 – Escrita cuneiforme Suméria	59
Figura 12 – “Tokens” como operadores	61
Figura 13 – Homens de contar (representação do número 35)	62
Figura 14 – Algarismos hieroglíficos Egípcios	62
Figura 15 – Representação do número 4057 (sistema hieroglífico Egípcio)	63
Figura 16 – Homens dos dez (representação do número 100)	64
Figura 17 – Sistema de numeração Babilônico	65
Figura 18 – Algarismos do sistema antigo sistema numérico Chinês	65
Figura 19 – Sistema posicional Chinês	66
Figura 20 – Algarismos da numeração Hindu	66
Figura 21 – Localização do município de Maracanã/PA	70
Figura 22 – Área territorial do município de Maracanã/PA	71

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01: Relação Percentual sobre as Pesquisas por Modalidade	31
Gráfico 02: Relação Percentual sobre as Pesquisas por Região Brasileira	31
Gráfico 03: Relação Percentual sobre a Natureza das Pesquisas	44
Gráfico 04: Relação Percentual sobre as Abordagens metodológicas das Pesquisas	44
Gráfico 05: Relação Percentual sobre os Tipos de Pesquisa quanto aos Procedimentos Metodológicos	44
Gráfico 06: Relação Percentual sobre os Instrumentos de Produção de Dados	45
Gráfico 07: Formação acadêmico dos sujeitos investigados	88
Gráfico 08: Percentual dos professores por tempo de serviço docente	88

## LISTA DE IMAGENS

Imagem 01 – Acolhida dos professores pré-selecionados	84
Imagem 02 – Caixa IFRAH	87
Imagem 03 – Apresentação dos equipamentos de multimídias	87
Imagem 04 – Preenchimentos dos termos da pesquisa	87
Imagem 05 – Composição dos grupos no quadro magnético	89
Imagem 06 – Leitura da Atividade de Estudo	90
Imagem 07 – Primeiro contato dos grupos com as questões problemas da SP	90
Imagem 08 – Estudos sobre a primeira questão problema da SP	92
Imagem 09 – Resposta elaborada pelo grupo D para primeira questão da AE	92
Imagem 10 – Resposta elaborada pelo grupo B para a primeira questão da AE	92
Imagem 11 – Resposta elaborada pelo grupo D para a quarta questão da AE	95
Imagem 12 – Resposta elaborada pelo Grupo C para a quarta questão da AE	96
Imagem 13 – Resposta elaborada pelos grupos (A; E) para a quarta questão da AE	97
Imagem 14 – Resposta elaborada pelo grupo B para a quarta questão da AE	98
Imagem 15 – Resposta elaborada pelos grupos (E; C) para a terceira questão da AE	99
Imagem 16 – Resposta elaborada pelos grupos (A; D) para a terceira questão da AE	99
Imagem 17 – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo A	100
Imagem 18 – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo B	101
Imagem 19 – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo C	101
Imagem 20 – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo D	102

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Demanda: formação inicial	21
Quadro 02 – Demanda: formação continuada	21
Quadro 03 – Literaturas encontradas	29
Quadro 04 – Dados Principais das Pesquisas	41
Quadro 05 – Escolas selecionadas para pesquisa	72
Quadro 06 – Atividade de Estudo	74
Quadro 07 – “Gabarito” do Q_1	77
Quadro 08 – “Gabarito” do Q_2	78
Quadro 09 – “Gabarito” do Q_3	78
Quadro 10 – “Gabarito” do Q_4	79
Quadro 11 – “Gabarito” de conversão (591 para 4331 <sub>5</sub> )	80
Quadro 12 – Cronograma apresentado no exame de qualificação	81
Quadro 13 – Planejamento para oficina	81
Quadro 14 – Cronograma final da oficina	85
Quadro 15 – Planejamento final da oficina	85
Quadro 16 – Composição de cada grupo investigado	89
Quadro 17 – Otimização dos planejamentos	102

## LISTA DE SIGLAS

AEI	Atividade de Estudo e Investigação
AE	Atividade de Estudo
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAEE	Centro de Atendimento Educacional Especializado “Luíz Carlos da Costa Araújo”
ME	Mediadores de Estudos
EEEFM	Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
GCEM	Grupo Colaborativo de Educação Matemática
GDS	Grupo de Sábado
GEDIM	Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática
IEMCI	Instituto de Educação Matemática e Científica
IESP	Instituição de Ensino Superior Pública
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio Teixeira”
LEMCI	Laboratório de Educação Matemática, Ciências e Inclusão
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PET	Polietileno Tereftalato
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPGDOC	Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas
PPGCEM	Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas
SEMED	Secretária Municipal de Educação de Maracanã/PA
SND	Sistema de Numeração Decimal

SNP	Sistema de Numeração Posicional
SOME	Sistema de Organização Modular de Ensino
SP	Situação Problematizadora
TAD	Teoria Antropológica do Didático
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TEA	Transtorno do Espectro do Autismo
TI	Tecnologia Informática
TSDC	Tempo de Serviço Docente
UEPA	Universidade do Estado do Pará
UFPA	Universidade Federal do Pará
UFRA	Universidade Federal Rural da Amazônia
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 01 – Composição dos grupos participantes da pesquisa

89



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>23</b>
<b>1 REVISÃO DA LITERATURA: ETAPAS DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO</b> .....	<b>27</b>
1.1 PRIMEIRA ETAPA: A ESCOLHA DA BASE DE DADOS DIGITAIS E AS ESTRATÉGIAS DE BUSCA.....	27
1.2 SEGUNDA ETAPA: ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DE IDENTIFICAÇÃO .....	29
1.3 TERCEIRA ETAPA: SÍNTESE DAS LITERATURAS .....	32
1.4 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS PRINCIPAIS DA PESQUISA .....	41
1.5 QUINTA ETAPA: OUTRAS LITERATURAS .....	45
<b>2 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL (SND) SOB UMA VISÃO HISTÓRICA E EPISTEMOLÓGICA</b> .....	<b>52</b>
2.1 O PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DA CONTAGEM.....	52
2.1.1 Senso numérico: O sentido rudimentar do Número.....	52
2.1.2 Enumeração: a ideia de correspondência biunívoca .....	53
2.1.3 Numeração: o advento da linguagem.....	56
2.1.4 A noção de Número: do sentido concreto ao abstrato.....	57
2.2 O PRINCÍPIO DA BASE: NASCIMENTO DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO ..	60
2.2.1 Alguns sistemas de numeração não posicionais .....	60
2.2.2 Alguns sistemas de numeração posicional conhecidos .....	64
2.3 NOSSO SISTEMA NUMÉRICO E UMAS DAS MAIORES INVENÇÕES HUMANA, O ZERO .....	66
<b>3 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA</b> .....	<b>69</b>
3.1 OBJETIVO GERAL E A QUESTÃO DE PESQUISA .....	69
3.2 TIPO DE PESQUISA .....	69
3.3 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	70
3.3.1 Contexto .....	70
3.3.2 Sujeitos da Pesquisa .....	72
3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA CAPTAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS .....	73
3.5 PLANEJAMENTO DA OFICINA .....	74
3.5.1 Atividades de Estudo (AE).....	74
3.5.2 Elaboração do Cronograma e Ações da Oficina.....	81
<b>4 ABORDAGEM ANÁLITICA E INTERPRETATIVA DOS DADOS</b> .....	<b>84</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>103</b>

<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>104</b>
<b>Apêndice I – QUESTIONÁRIO DE SELEÇÃO DOS PROFESSORES .....</b>	<b>109</b>
<b>Apêndice II – ATIVIDADE DE ESTUDO (AE) .....</b>	<b>110</b>
<b>Apêndice III – QUESTIONÁRIO DE CAMPO .....</b>	<b>111</b>
<b>Anexo I – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DO USO DE IMAGEM.....</b>	<b>112</b>
<b>Anexo II – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .....</b>	<b>113</b>

## APRESENTAÇÃO

Em 2013 ingressei na Universidade do Estado do Pará (UEPA), para cursar a Licenciatura Plena em Matemática no Campus Universitário de Igarapé-Açu (Campus X), situado no nordeste da Amazônia paraense. O começo desse processo de formação inicial foi marcado por muitos desafios: pouco recurso financeiro para custear as despesas do curso e participação em eventos de divulgação científica; poucas oportunidades de ingresso no mercado de trabalho em função da pouca experiência e vivência como docente. Além disso, para cursar a graduação existia uma “barreira diária” entre a UEPA/Campus X e minha residência (localizada na sede do município de Maracanã/PA), o extenso limite territorial de aproximadamente 90 (noventa) quilômetros – somando ida e vinda.

O contexto e as dificuldades iniciais alertaram-me para a importância de condições financeiras que pudesse auxiliar no meu processo de formação docente. Por isso, ainda no primeiro semestre da graduação participei do processo seletivo para o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), no subprojeto de Matemática da UEPA/Campus X, no qual fui aprovado. O programa, na época, possibilitava aos participantes: a antecipação dos estágios supervisionados; oportunidades de aprofundamento teórico e prático; participação na produção e divulgação de trabalhos científicos; “bolsa” pecuniária de estudo de R\$ 400,00 (quatrocentos reais); contatos com diferentes espaços formativos e com grupos de pesquisas dentro e fora do estado. Ou seja, o PIBID oportuniza a qualificação, a ascensão e valorização acadêmica e profissional aos seus integrantes.

Pelo PIBID interagi com três grupos de pesquisas: o Grupo de Estudo e Pesquisa em Didática da Matemática (GEDIM) da Universidade Federal do Pará (UFPA) – coordenado pelos professores Dr. José Messildo Viana Nunes e Renato Borges Guerra, o Grupo de Sábado (GDS) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) – coordenado pelo professor Dr. Dario Fiorentini e o Grupo Colaborativo de Educação Matemática (GCEM) da Universidade do Estado do Pará (UEPA) – coordenado pelo professor Dr. Emerson Batista Gomes. Como resultado dessas interações, passei a participar como colaborador do GCEM, motivado pelas intensas discussões teóricas entre seus integrantes (alunos e professores da Educação Básica e Superior), sobre o complexo processo de ensino e aprendizagem da Matemática, principalmente na região nordeste da Amazônia paraense.

Dentro do PIBID e GCEM buscava refletir sobre as teorias discutidas e relacioná-las com minha prática docente nos estágios supervisionados que ocorriam nas escolas dos municípios de Igarapé-Açu (EEEFM Cônego Calado, EMEF Germano Melo e EMEF Odete

Barbosa Marvão) e Maracanã (EMEF Santa Maria). Nessas unidades escolares realizei muitas investigações e análises, de forma empírica, sobre o baixo nível de rendimentos dos alunos do ensino fundamental na disciplina de Matemática. Muitos desses estudantes realizavam manipulações envolvendo números naturais de forma equivocada, por exemplo:

- $140 + 30 = 470$ , quando deveria ser obtido 170;
- $7438 - 129 = 7219$ , quando deveria ser obtido 7309;
- $26 \cdot 4 = 824$ , quando deveria ser obtido 104;
- $200 : 4 = 5$  com resto 0, quando deveria ser obtido 50 com resto 0.

Esses resultados sugerem que os alunos não compreendiam as propriedades operatórias inerentes ao Conjunto dos Números Naturais. Então, questioneimei-me: por que os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental sentem dificuldades em realizar operações que são estudadas desde o início da escolarização? Quais abordagens metodológicas são utilizadas pelos professores para amenizar tais situações? Qual a forma adequada para o ensino dos Números? Na busca por repostas pesquisei vários trabalhos científicos, algumas voltadas a História e a Epistemologia dos Números, como: “Os Números: a história de uma grande invenção” de Georges Ifrah (1989), a “História dos Números e Numerais” de Bernard H. Gundlach (1992) e a “A História dos Números” de Henrique Gomes Bernardo (2009).

Com o tempo as relações com a temática dos Números foram estreitando-se, contribuindo para a construção do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) dedicado as operações básicas envolvendo Números Naturais no âmbito da Formação de Professores. Por orientação dos integrantes mais experientes do GCEM formei uma parceria com o Elton Ferreira da Silva (colega do curso de graduação e companheiro nos estágios supervisionados) que se interessava pela mesma temática. Então realizamos o levantamento bibliográfico para identificar a principal base teórica utilizada nos processos formativos dos professores que ensinam Matemática nos primeiros anos da Educação Básica: a perspectiva cognitivista de Jean Piaget e de Constance Kammi.

As literaturas apontam que os Números têm sido muito explorados nos estudos, pesquisas e formações em Matemática para o ensino básico, posicionando-o como elemento privilegiado na maior parte do ensino de Matemática nos primeiros anos escolares. Tal importância era revelada também pelas diretrizes curriculares da época, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, devido à multiplicidade de tarefas que os Números auxiliam resolver. Segundo o documento:

Ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que

intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente. (...) Nesse processo, o aluno perceberá a existência de diversas categorias numéricas criadas em função de diferentes problemas que a humanidade teve que enfrentar — números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais. À medida que se depara com situações-problema — envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação —, ele irá ampliando seu conceito de número. (BRASIL, 1997, p. 39).

Aos nossos olhos, a construção dos Números pelo sujeito, abordado pela perspectiva cognitivista em tela não possibilitava explorar questões inerentes à própria estrutura do objeto Número, falseando processos de ensino como se fossem naturais da construção do objeto e posicionando a Matemática sem possibilidades de questionamento pelo indivíduo como, desconsiderando sua História e Epistemologia. Então construímos o TCC intitulado “Uma organização didática para o ensino de números e operações matemáticas” (CARRÉRA; SILVA, 2017). Tendo a seguinte questão de pesquisa: *Em que termos a edificação dos Números Naturais sob uma perspectiva antropológica pode contribuir para a formação de professores que ensinam Matemática e atender às necessidades curriculares dos estudantes dos primeiros anos do Ensino Fundamental?*

Para compreensão dos achados no viés da teórica que fundamentasse a pesquisa na perspectiva Antropológica, recorreremos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) do francês Yves Chevallard (1999), bastante discutida no âmbito do GCEM.

Ao longo da construção do trabalho tivemos total apoio da Secretaria Municipal de Educação de Maracanã (SEMED), dos integrantes e colaboradores do PIBID e do GCEM, além dos sujeitos investigados: professores que ensinavam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental nos municípios de Igarapé-Açu e Maracanã; estudantes dos cursos de licenciatura de Pedagogia e Matemática da UEPA/Campus X. O trabalho envolveu ações formativas itinerantes nos referidos municípios, com construções coletivas oriunda das interações entre os sujeitos investigados, em que os Números Naturais e suas operações foram problematizados, gerando debates e registros, sendo organizados e analisados com objetivo de apontar possibilidades tanto para formação dos professores quanto para o ensino de números nos primeiros anos da Educação Básica.

Devido à repercussão e os resultados das ações formativas pude ingressar no mercado de trabalho como professor de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental no município de Maracanã, além disso, o reconhecimento da UEPA como um dos melhores Trabalhos de Conclusão de Curso de Matemática da referida instituição.

Após a conclusão do curso de graduação, busquei dar continuidade nas pesquisas em termos de pós-graduação e em 2017 participei do processo seletivo para o mestrado profissional do Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC) do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), onde obtive aprovação. A entrada no mestrado e meu engajamento em pesquisas voltadas a formação de professores contribuíram para alcançar o cargo de Diretor de Ensino da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã, com isso, pude ter acesso a diversos dados educacionais importantes para a construção da dissertação, como: as necessidades formativas dos professores.

Em 2017 a SEMED realizou no período de 16.10.2017 a 12.01.2018 o levantamento das necessidades de formação inicial e continuada dos professores em exercício nos primeiros anos do Ensino Fundamental, da rede pública municipal de ensino de Maracanã. Na ocasião, foram entrevistados 305 professores, gerando os seguintes dados:

**Quadro 01 – Demanda: formação inicial**

<b>GRADUAÇÃO</b>	
<b>CURSO</b>	<b>QUANTIDADE DE INSCRITOS</b>
MATEMÁTICA	14
LETRAS – L. PORTUGUESA	26
CIÊNCIAS NATURAIS	27
EDUCAÇÃO FÍSICA	29
PEDAGOGIA	87
OUTROS	17

Fonte: SEMED (2018).

**Quadro 02 – Demanda: formação continuada**

<b>PÓS-GRADUAÇÃO</b>	
<b>CURSO</b>	<b>QUANTIDADE DE INSCRITOS</b>
EDUCAÇÃO INFANTIL	27
ALFABETIZAÇÃO	37
MATEMÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS	39
OUTROS	02

Fonte: SEMED (2018).

Os quadros 01 e 02 mostram, respectivamente, dois cursos de graduação (Pedagogia e Matemática) e um de pós-graduação (Matemática) representando o interesse de aproximadamente um terço do total entrevistado. A maioria desses sujeitos possui apenas o curso de magistério ou ensino superior incompleto. Apesar da experiência em sala de aula, eles sinalizavam sobre a necessidade de aprofundamento teórico sobre o ensino da

Matemática, a fim de conciliar teorias com sua prática docente. Tal contexto assemelhava-se com dos sujeitos investigados no TCC:

Pelo PROFIM, inicialmente desenvolvemos o minicurso Instrumentação do Ensino da Matemática por meio de Jogos, no município de Maracanã-PA, na Escola Municipal de Ensino Infantil e Fundamental Santa Maria – km 26, junto à vinte professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Consideramos importante destacar que a maioria desses professores tinham apenas o ensino médio completo ou magistério e já atuavam como professores a mais de 10 anos. Apesar de terem experiências como docentes, mostraram-se passivos e inseguros durante o minicurso, pois pouco discutiam sobre as consistências das tarefas que estavam sendo abordadas. (CARRÉRA; FERREIRA, 2017, p. 27).

Inserido no PPGDOC participei da pesquisa empírica de doutorado da professora Ma. Raquel Soares do Rêgo Ferreira, que possuía traços comuns com meu TCC: a temática dos Números, a formação de professores e algumas das principais referências bibliográficas, como a TAD. Durante alguns encontros pude observar a professora Raquel apresentando atividades que levavam os professores em formação inicial a um processo de estudo e investigação sobre a temática dos Números, a partir de situações problematizadoras onde os sujeitos investigados eram estimulados aos estudos e investigações para construção das respostas. Diante desse processo investigativo, vislumbrei uma nova perspectiva as experiências e vivências do TCC, abordando a mesma temática, com o enfoque no Sistema de Numeração Decimal (SND) usual, considerando as possíveis contribuições do aspecto histórico e epistemológico no processo formativo dos professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental da rede pública de ensino do município de Maracanã, qual seja: *Em que termos o ensino sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), a partir de estudos e investigações, com professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, pode contribuir na formação desses sujeitos?*

Em termos mais pontuais, essa dissertação tem como objetivo geral **investigar as contribuições do estudo sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), considerando sua História e Epistemologia, para professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental no município de Maracanã/PA.**

## INTRODUÇÃO

Essa pesquisa tem como objetivo investigar as contribuições do estudo sobre Sistema de Numeração Decimal, considerando sua História e Epistemologia, para professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental no município de Maracanã/PA. Tal temática auxilia no desenvolvimento dos processos de correspondência, quantificação, abstração, operações simples e complexas, conseqüentemente melhorando o desempenho no campo aritmético. Conforme estabelece a Base Comum Curricular (BNCC):

A unidade temática **Números** tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades. No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos. No estudo desses campos numéricos, devem ser enfatizados registros, usos, significados e operações. (BRASIL, 2018, p. 268).

Os Números têm sido bastante explorados nos estudos, nas pesquisas e nas formações em Matemática para o Ensino Básico. A grande variedade de problemas solúveis por meio da compreensão dos Números promove igual número de estudos a esse respeito, destacando-se estudos alinhados à perspectiva cognitiva centrada no sujeito, aquelas que buscam justificativas para o ensino e a aprendizagem dos Números por meio de um suposto processo de desenvolvimento cognitivo do sujeito.

Para Kamii (2006, p. 19), “o número, de acordo com Piaget, é uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva). Uma é a ordem e a outra é a inclusão hierárquica”. Ou seja, uma relação centrada entre o sujeito e os objetos matemáticos, em que a ordem tem a função de garantir que a criança não deixe de contar nenhum objeto ou que conte duas vezes o mesmo objeto, enquanto a inclusão hierárquica garante a habilidade de compreender o valor daquilo que está contido em outro, ou seja, que um está contido em dois, dois está contido em três, e assim sucessivamente.

Já os trabalhos de Brissiaud (1989), Fuson (1991) e Sophian (1991) reforçam a necessidade de um ensino que privilegie elementos fundamentais para o desenvolvimento e compreensão do objeto Número, como a enumeração, numeração, contagem e noção de sistema numérico, já nos primeiros anos de escolarização, que servirão, segundo Sophian



(1991 apud BIDEAUD; MELJAC; FISHER, 1991, p. 35) “como um indicador da riqueza dos conhecimentos matemáticos desde a pequena infância”.

Foi necessária a delimitação da pesquisa dentro do campo numérico, colocando em foco o Sistema de Numeração Decimal (SND). Visto por um olhar desatento, o referido objeto matemático, pode configurar-se como um tema simples, no entanto, sob a compreensão teórica adequada fará emergir um processo de ensino complexo. Neste sentido, como já anunciado, apresentaremos algumas contribuições advindas do artigo apresentado por Ferreira, Guerra e Viana (2019), como atividades envolvendo sistemas numéricos em uma turma de Licenciatura Integrada<sup>1</sup> da Universidade Federal do Pará (UFPA), para refletir sobre a funcionalidade do sistema de numeração posicional na formação inicial de professores dos anos iniciais no contexto de um curso de licenciatura integrada destinado a formação de professores desse nível de ensino.

Então, discutiremos uma proposta de formação docente para o estudo e ensino de SND a partir de uma organização que considere os aspectos histórico e epistemológico, alinhados aos trabalhos de Ifrah (1997), Gundlach (1992) e Bernardo (2009), pois, entre outros aspectos, esses autores revelam que o SND foi marcado por negociações de significados, tensionamentos políticos e culturais, contingências econômicas que possibilitaram a edificação do que compreendemos hoje por Sistema de Numeração Decimal.

Em termos de lentes teóricas para auxiliar a compreender os achados oriundos do processo de investigação, recorreremos à construção de um quadro teórico elaborado a partir do levantamento das pesquisas brasileiras no banco de dados de Catálogos de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), defendidas entre os anos de 2001 a 2019, referentes ao objeto Sistema de Numeração Decimal (SND), Formação de Professores e Ensino Fundamental.

A partir de critérios que serão explorados posteriormente foram selecionados para a pesquisa 25 (vinte e cinco) professores da rede pública municipal de ensino de Maracanã, sendo que 19 (dezenove) participaram efetivamente de quatro encontros referentes a uma Oficina voltados a formação de professores que ensinam SND nos primeiros anos do Ensino Fundamental na Educação Básica. Nesses encontros os sujeitos investigados foram

---

<sup>1</sup> Curso de Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagens da Universidade Federal do Pará (UFPA), destinado à formação de professores para atuar nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Sendo foco da pesquisa de doutorado do Professor Doutor Arthur Gonçalves Machado Júnior (orientador desta pesquisa), intitulado “APRENDIZAGENS COMPARTILHADAS DE FORMADORES DE PROFESSORES: o caso da Licenciatura Integrada em Educação em Ciências, Matemática e Linguagens” (2014).

distribuídos em cinco grupos e estimulados ao estudo e investigação para construção de respostas para as questões apresentadas em uma Atividade de Estudo (AE).

Delimitado o campo de observação, resgatamos a questão de investigação: *em que termos o ensino sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), a partir de estudos e investigações, com professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, pode contribuir na formação desses sujeitos?*

Na busca de solução para a questão posta, defino o seguinte Objetivo Geral: investigar as contribuições do estudo sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), considerando sua História e Epistemologia, para os professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental no município de Maracanã/PA.

Como objetivos específicos, definimos:

- Construir atividades, considerando sua História e Epistemologia, para o ensino de Sistemas de Numeração Decimal nos primeiros anos do Ensino Fundamental;
- Avaliar as possíveis contribuições das atividades na formação docente.

Deste modo, a pesquisa foi intitulada “Sistema de Numeração Decimal (SND) na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA<sup>2</sup>”. Além da apresentação e introdução esta dissertação está organizada, para melhor leitura e compreensão do leitor, da seguinte forma:

❖ No primeiro Capítulo intitulado “**Revisão da literatura: etapas do levantamento bibliográfico**” serão apresentadas pesquisas do banco de dados da CAPES, defendidas entre os anos de 2001 a 2019, que investigam de forma simultânea o SND, a formação docente e o Ensino Fundamental;

❖ No segundo Capítulo intitulado “**O Sistema de Numeração Decimal (SND) sob uma visão histórica e epistemológica**”, apresentaremos a trajetória evolutiva do SND, que não obedece a uma ordem cronológica, relacionando com as relações sociais e a História dos Números, conforme apontam algumas das literaturas revisadas. Deste modo, buscaremos construir o conhecimento sobre o SND de forma racional do ponto de vista histórico e epistemológico.

---

<sup>2</sup> CARRÉRA, Gerson Luíz de Carvalho. **Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA**. Dissertação do Mestrado Profissional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA), 2020, sob orientação do Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior. Disponível em: <https://www.ppgdoc.propesp.ufpa.br/index.php/br/teses-e-dissertacoes/dissertacoes/199-2020>.

❖ No terceiro Capítulo intitulado “**Abordagem metodológica da pesquisa**”, trataremos da elaboração da proposta formativa sobre SND para professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental;

❖ No quarto Capítulo intitulado “**Abordagem analítica e interpretativa dos dados**”, destacaremos nossas compreensões do processo formativo sobre Sistema de Numeração Decimal;

❖ Por fim, as Considerações Finais sobre as contribuições desta pesquisa, bem como possíveis novos encaminhamentos.

# **1 REVISÃO DA LITERATURA: ETAPAS DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO**

Neste capítulo, apresentaremos as etapas adotadas no levantamento bibliográfico, a fim de nos aproximarmos ao foco de investigação deste trabalho: Sistema de Numeração Decimal (SND), considerando também o âmbito da Formação de Professores.

Foram analisadas diversas literaturas que discutem de forma mais aprofundada esse campo de investigação, com diferentes pontos de vista, contextos investigados, problemas de pesquisas, especulações, dúvidas a serem respondidos, saberes matemáticos, principais bases teóricas, contribuições e recomendações sobre o ensino e aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal na Educação Básica. Desta forma, buscaremos evidenciar as compreensões propostas que fundamentam esta dissertação.

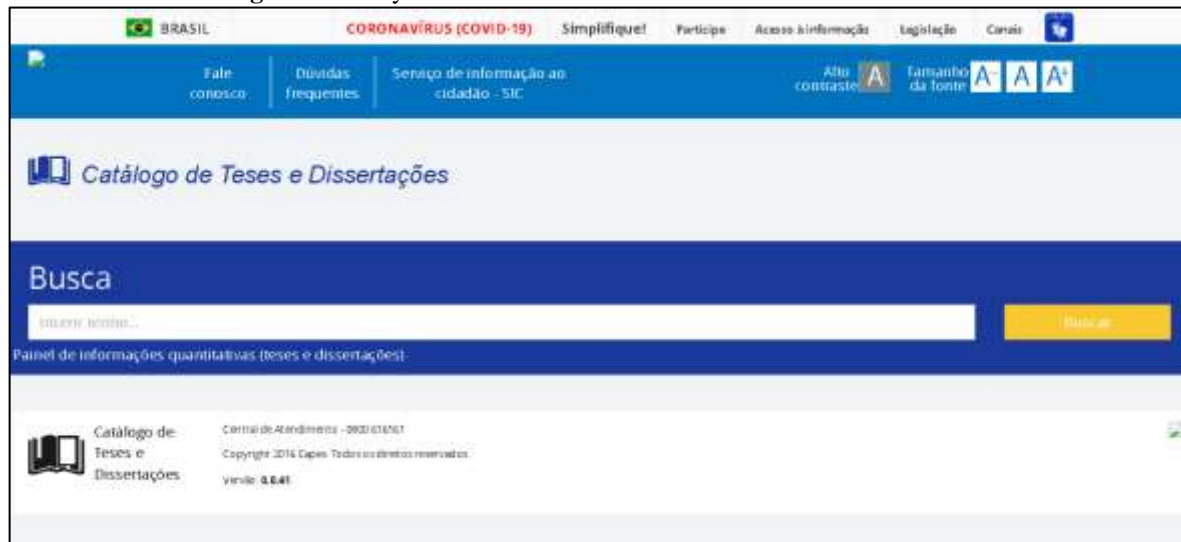
O capítulo está organizado da seguinte forma: primeira etapa – a escolha da base de dados digitais e as estratégias de busca; segunda etapa – a coleta e organização dos dados de identificação das literaturas; terceira etapa – síntese das literaturas; quarta etapa – organização dos dados principais da pesquisa; quinta e última etapa – outras literaturas.

## **1.1 PRIMEIRA ETAPA: A ESCOLHA DA BASE DE DADOS DIGITAIS E AS ESTRATÉGIAS DE BUSCA**

A primeira etapa consistiu na escolha de uma base de dados digitais para o levantamento bibliográfico minucioso das publicações brasileiras nos últimos anos. Neste sentido, adotamos o Banco de Dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por ser uma ferramenta construída pelo Ministério da Educação (MEC) para fortalecer o ensino de pós-graduação no Brasil, atendendo as necessidades da comunidade acadêmica e das Instituições de Ensino Superior (IES) sobre o acesso aos principais trabalhos científicos brasileiros.

É importante destacar aos leitores que o usuário do referido Banco de Dados tem acesso de forma livre e gratuito a diversas fontes, utilizando um layout gráfico de busca simples e inteligível, conforme ilustrado pela Figura 01.

**Figura 01** – Layout Gráfico de Busca do Banco de Dados da CAPES



**Fonte:** <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

Após a escolha do Banco de Dados da CAPES, determinamos as seguintes estratégias de busca para obtermos os melhores resultados possíveis das pesquisas a serem analisadas: o emprego das palavras-chave *sistema de numeração decimal*, *formação de professores* e *ensino fundamental*, juntamente com a utilização do operador booleano<sup>3</sup> **AND**. Com isso foi estabelecido uma busca por literaturas que apresentaram a intersecção/cruzamento de todas as palavras-chave. A Figura 02 ilustra o comando de busca utilizado: “*sistema de numeração decimal*”**AND**“*formação de professores*”**AND**“*ensino fundamental*”. Sem a utilização de outros filtros de refinamento dos resultados a busca nos apresentou 17 (dezessete) trabalhos.

**Figura 02** – Resultado da Busca no Banco de Dados da CAPES



**Fonte:** <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

<sup>3</sup> “Na pesquisa bibliográfica é comum o uso dos operadores booleanos como: AND (E), OR (OU), AND NOT (NÃO). Nos operadores booleanos são as palavras ou termos conectores que possibilitam determinar no sistema de busca a forma como deve ser estabelecida a combinação entre as palavras ou expressões da pesquisa.” (SOUZA, 2017, p. 13).

## 1.2 SEGUNDA ETAPA: ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Na segunda etapa, coletamos e organizamos alguns dados de identificação das Literaturas, de modo a identificarmos seu autor(a), origem, ano de defesa, título, modalidade, programa/instituição e estado/região, conforme o Quadro 03.

**Quadro 03** – Literaturas encontradas

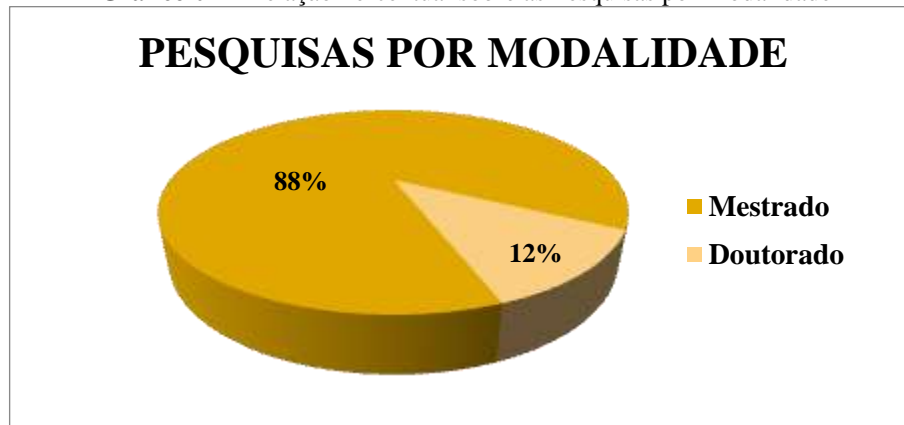
ANO DE DEFESA	TÍTULO	AUTORA	MODALIDADE	PROGRAMA / INSTITUIÇÃO	UF / REGIÃO
2001	Relação entre formação e prática pedagógica de matemática: do professor do curso de magistério ao professor das séries iniciais do ensino fundamental	Mari Lourdes Torres Gouveia da Silva	Mestrado	<i>Não identificado</i> / Universidade Federal de Pernambuco	PE / Nordeste
2004	Reconstruindo concepções epistemológicas e conceituais em relação à aritmética: uma experiência com os alunos do curso normal superior que já atuam como professores no ensino fundamental	Jaqueline Lisboa Lumertz	Mestrado	<i>Não identificado</i> / Universidade do Vale do Rio dos Sinos	RS / Sul
2007	Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal	Marcela Boccoli Signorini	Mestrado	Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e o Ensino de Matemática / Universidade Estadual de Maringá	PR / Sul
2009	Números decimais na escola fundamental: Interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica	Anelisa Kisielwsk Esteves	Mestrado	Mestrado em Educação Matemática / Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	MS / Centro-oeste
2009	Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas	Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid	Doutorado	Doutorado em Educação: Educação Matemática / Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação	SP / Sudeste
2010	Alguns Saberes e Dificuldades de Matemática revelados na Prova da Cidade de São Paulo por alunos do 4º ano do Ciclo I do ensino fundamental	Eliane Mathews Plaza	Mestrado	<i>Não identificado</i> / Universidade Cruzeiro do Sul	SP / Sudeste
2010	Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética	Valesca Leal Lessa de Sá Pinto	Mestrado	Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica: matemática, física e química / Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy"	RJ / Sudeste
2011	Como os alunos de 3ª série do ensino fundamental compreendem o sistema de numeração decimal	Deborah Cristina Malaga Barreto	Mestrado	Programa de Pós-Graduação em Educação / Universidade Estadual de Maringá	PR / Sul
2013	Percepções e conhecimentos de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca do ensino de números e operações	Clarice Martins de Souza Batista	Mestrado	<i>Não identificado</i> / Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	MS / Centro-Oeste

ANO DE DEFESA	TÍTULO	AUTORA	MODALIDADE	PROGRAMA / INSTITUIÇÃO	ESTADO / REGIÃO
2014	Análise de dissertações e teses voltadas à formação de professores e que focalizem o sistema de numeração decimal	Mariana Campioni Morone Cardoso	Mestrado	Mestrado Acadêmico em Educação Matemática / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	São Paulo / Sudeste
2014	Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal	Silvana Ferreira de Lima	Mestrado	Mestrado Profissional em Ensino de Matemática / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	São Paulo / Sudeste
2014	Formação continuada de professores dos anos iniciais: proposições ao ensino do sistema de numeração decimal	Regiane da Silva Reinaldo	Mestrado	Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação Ciências e Matemáticas – Mestrado Profissional / Universidade Federal do Pará	Pará / Norte
2015	Professores dos anos iniciais do ensino fundamental em formação: um olhar a partir de discussões sobre o sistema de numeração decimal no contexto do programa pacto nacional pela alfabetização na idade certa	Vanessa Zilge	Mestrado	Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física / Universidade Federal de Santa Maria	Rio Grande do Sul / Sul
2016	(Re) significando as operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada de professores das séries iniciais	Marcia Maria de Freitas Hauss	Mestrado	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática / Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Minas Gerais / Sudeste
2016	A construção do conceito de sistema de numeração decimal durante a alfabetização matemática: uma proposta de intervenção de ensino	Viviane Oliveira de Castro	Mestrado	Formação de Professores da Educação Básica (28007018017p7) / Universidade Estadual de Santa Cruz	Bahia / Nordeste
2017	Introduções ao sistema de numeração decimal a partir de um software livre: um olhar sócio-histórico sobre os fatores que permeiam o envolvimento e a aprendizagem da criança com TEA	Leda Clara Queiroz Silva do Nascimento	Mestrado	Programa de Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências E Matemáticas / Universidade Federal do Pará	Pará / Norte
2017	Educação matemática inclusiva: musicalidade, modificabilidade cognitiva estrutural e medição docente	Herica Cambraia Gomes	Doutorado	Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP / Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	São Paulo / Sudeste

Fonte: [https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/!](https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/)

Por falta de dados, não foi possível identificarmos o Programa a qual quatro dessas pesquisas estavam vinculadas. Com base no Quadro 01, pudemos simplificar vários dados em forma de gráficos, dando ao leitor uma visão ampla desses elementos analisados. O Gráfico 01 evidencia a porcentagem de pesquisas por Modalidade, evidenciando que 88% delas são em nível de Mestrado, enquanto que apenas 12% delas são em nível de Doutorado.

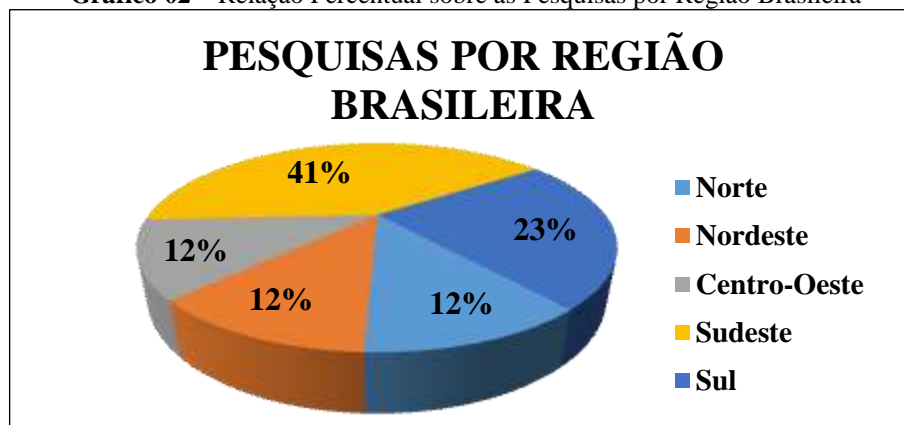
**Gráfico 01** – Relação Percentual sobre as Pesquisas por Modalidade



Fonte: Dados do Autor.

Já o Gráfico 02 identifica em quais regiões do Brasil as pesquisas concentram-se. Os dados apontam que a região Sudeste reúne 41% dos trabalhos identificados no Banco de Dados da CAPES. Também revela as baixas porcentagens de obras originária das regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste, que somadas alcançam apenas o valor de 36%.

**Gráfico 02** – Relação Percentual sobre as Pesquisas por Região Brasileira



Fonte: Dados do Autor.

A partir desses dados surgem alguns questionamentos: quais as contribuições e recomendações sobre o ensino e aprendizagem do SND na Educação Básica apontadas por essas pesquisas? Quais os principais referenciais teóricos que sustentam esses estudos? Quais as dinâmicas de formação docente adotadas pelos pesquisadores? Respondidos a seguir.



### 1.3 TERCEIRA ETAPA: SÍNTESE DAS LITERATURAS

Na terceira etapa, ocorreram as sínteses das literaturas a partir de fichamentos, reunindo transcrições textuais com as ideias principais dos autores e os elementos básicos das pesquisas, como: problema; objetivo geral; natureza da pesquisa; abordagem metodológica da pesquisa; tipo de pesquisa quanto aos procedimentos; instrumentos de produção de dados; contexto e sujeitos investigados; descrição do processo analítico; resultados; contribuição sobre o ensino e aprendizagem do SND na Educação Básica; recomendação sobre o ensino e aprendizagem do SND na Educação Básica e os principais referenciais teóricos.

Nessa etapa enfrentamos dificuldades para encontrar 03 (três) dos 17 (dezesete) trabalhos a serem analisadas, apesar dos inúmeros esforços para tentar localizá-los. Por conta disso não puderam ser fichados: Silva (2001), Lumertz (2004) e Plaza (2010).

a) Signorini (2007): apresentou sua experiência vivenciada nas escolas públicas do estado do Paraná, no município de Maringá, dentro de um programa denominado “Sala de Apoio à Aprendizagem” que atendiam crianças das séries iniciais (1ª a 4ª série) do Ensino Fundamental, diagnosticadas com defasagem no aprendizado em relação à disciplina de Matemática. Em meio a muitos fatos, a autora enfatiza aquela que causou maior inquietação:

Diante desse fato, boa parte do tempo que permanecíamos na sala de apoio era empregado na cansativa tarefa de resolver “contas”, o que despendia esforço, da minha parte como educadora, com intuito de sanar as lacunas existentes, e das crianças, na tentativa de aprender as técnicas operatórias. O trabalho desgastava tanto a professora quanto os alunos, que, depois de algum tempo, perdiam o interesse em participar das aulas de apoio, lhes era cansativo ficar repetindo “contas” que, a meu ver, pareciam sem sentido. (SIGNORINI, 2007, p. 11).

Com isso, Signorini (2007) realizou observações dos alunos da 5ª série do Ensino Fundamental e percebeu que eles apresentavam dificuldades no uso das técnicas das operações básicas da aritmética, apesar de terem cursado quatro anos do Ensino Fundamental. A partir desse problema, realizou sua pesquisa envolvendo vinte crianças com idade entre oito a quatorze anos, objetivando investigar se elas utilizavam os algoritmos na resolução das operações de adição e subtração, e identificar quais as possíveis técnicas que favoreciam a compreensão dos princípios e das propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

Os resultados apontam que as crianças podiam realizar operações de adição e subtração adequadamente com o uso de algoritmos, mas tinham dificuldades em argumentar suas respostas, aparentemente parecem memorizar mecanicamente procedimentos de resolução. Além disso, os sujeitos investigados não entendiam os princípios e as propriedades do SND implícitos nesses processos operatórios. Ou seja, o ensino da aritmética com ênfase

nos algoritmos não permitiu o aprendizado desejado para consolidação do SND. Por isso, a autora recomenda o ensino que priorize os princípios e propriedades do SND.

b) Esteves (2009): apresentou sua preocupação com dados de algumas pesquisas brasileiras (CURI, 2004; NACARATO et al, 2004; SCHILINDWEIN, CORDEIRO, 2002), no Campo da Educação Matemática, que evidenciam os poucos investimentos na formação matemática nos cursos de Magistério e Pedagogia. Desse modo, justificou o desenvolvimento das suas pesquisas a cerca dos conhecimentos matemáticos de um grupo composto por sete professores que atuam no 5º ano do Ensino Fundamental, em uma escola municipal de Campo Grande/Mato Grosso do Sul. Seu trabalho teve como objetivo investigar os conhecimentos desses sujeitos sobre números decimais e as possíveis relações entre esses conhecimentos com a prática pedagógica dos professores investigados.

Os resultados revelam que a falta de aprofundamento aos conhecimentos matemáticos na formação inicial e continuada dos professores que atuam na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, como o caso investigado sobre números decimais. De modo que interfere diretamente na prática docente, conhecimento curricular e do conteúdo.

As atividades e discussões realizadas com esse grupo de professores apontam indícios de que para eles não há muita clareza das relações existentes entre as representações fracionária e decimal do conjunto dos números racionais. A maioria deles não reconhece que as frações e os números decimais são representações de um mesmo número racional. A não identificação, pela maioria do grupo, da equivalência entre  $0,75$  e  $\frac{3}{4}$ ,  $1,500$  e  $\frac{3}{2}$ , e as dificuldades apresentadas e explicitadas na comparação e ordenação de frações e números decimais nos levam a presumir que esses professores possuem uma visão fragmentada sobre as frações, os números decimais e suas relações, tratando-os como se fossem números diferentes e não representações de um mesmo número racional. (ESTEVES, 2009, p. 4).

Apesar de Esteves (2009) não enfatizar o Sistema de Numeração Decimal, apresenta situações que levam os leitores a reflexão a cerca das contribuições dos ambientes formativos para o aprofundamento e ampliação dos conhecimentos matemáticos dos professores, pois muitas vezes buscam nesses ambientes as contribuições necessárias para o seu desenvolvimento, e quando não encontram utilizam as vivências e experiências como alunos da Educação Básica no seu fazer docente em sala de aula.

c) Megid (2009): discutiu sobre um problema vivenciado com uma turma do curso de Pedagogia em uma Universidade particular da cidade Campinas/São Paulo, a qual a autora lecionava em 2007, as dificuldades desses alunos da Pedagogia no ensino do SND e as quatro operações aritméticas básicas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir do referido problema, a autora construiu a pesquisa de Doutorado objetivando analisar e interpretar o processo de aprendizagem profissional e de (re)significação dos objetos matemáticos em discussão. Ou seja, a pesquisa visou tais indícios ao longo de uma experiência formativa e, para isso, durante a disciplina “Ensino-Aprendizagem de Matemática A” do referido curso, foram utilizadas dinâmicas de cooperação e de produção de narrativas que evidenciassem as relações das possíveis aprendizagens sobre SND e as quatro operações aritméticas básicas na vida, conforme aponta a autora:

Há um ano trabalhávamos com o curso de Pedagogia numa universidade da rede particular de Campinas nas disciplinas que focavam aspectos teórico-metodológicos do ensino de matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental. Decidimos ali desenvolver nosso Trabalho de campo e coletar os dados... O espaço físico que ocupávamos era o do Laboratório de Ensino. Quando da coleta de dados para a pesquisa, essa sala diferenciava-se das demais apenas em função das carteiras dos alunos. No ambiente, as mesas eram separadas das cadeiras, o que facilitava a organização dos trabalhos em grupos. O tampo da mesa era horizontal e retangular, oferecendo espaço interessante para a manipulação de materiais, confecção de cartazes e distribuição de objetos necessários para as atividades que realizamos. (MEGID, 2009, p. 57-59).

Foram envolvidos na pesquisa 35 (trinta e cinco) acadêmicos, na sua maioria do gênero feminino, que puderam expressar livremente seus conhecimentos sobre os objetos matemáticos em questão, onde a socialização dessas narrativas contribuiu com reflexões para alargamento dos conhecimentos matemáticos e saberes docente. A autora enfatizou que os resultados aproximam-se com de outras pesquisas, no sentido da utilização da escrita narrativa em ambiente formativo para o estudo da Matemática. Megid (2009) conclui que as narrativas são estratégias importantes para a formação docente.

d) Pinto (2010): desenvolveu sua pesquisa objetivando analisar as compreensões sobre conceitos básicos da aritmética dos professores em formação. Para isso escolheu uma escola da rede particular localizada na Baixada Fluminense/Rio de Janeiro, tendo aproximadamente trinta sujeitos investigados. Os resultados da pesquisa mostraram que tais sujeitos não apresentavam clareza sobre as propriedades operatórias básicas da aritmética e do Sistema de Numeração Decimal (SND) e muitas vezes ensinavam os conteúdos matemáticos aos seus alunos sem o domínio e o aprofundamento adequado.

e) Barreto (2011): desenvolveu sua pesquisa objetivando investigar a compreensão sobre Sistema de Numeração Decimal e escrita numérica de alunos da 3ª série do Ensino Fundamental de duas escolas públicas municipais no município de Londrina/Paraná. As duas escolas tinham uma característica em comum, tiveram os menores índices de aproveitamento

em Matemática na Prova Brasil de 2007. O universo dos sujeitos investigados totalizou 92 (noventa e dois) alunos com idade entre 8 a 10 anos.

Na descrição do processo analítico aplicou o método clínico-crítico que possibilitou categorizar os dados coletados. A autora apontou como resultados que a organização escolhida pelas escolas para o ensino de Sistema de Numeração Decimal, influencia diretamente nas condições de aprendizado desses alunos.

f) Batista (2013): realizou suas investigações junto a um grupo de professores que ensinavam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, composto por doze integrantes que atuavam em uma escola pública municipal do estado do Mato Grosso do Sul.

A finalidade da pesquisa foi de desvelar práticas e conhecimentos produzidos pelos sujeitos investigados durante encontros quinzenais na própria escola onde lecionavam, ao longo de quatro meses e com horários pré-definidos.

Utilizou-se a aplicação de questionários que possibilitaram a autora descrever o perfil pessoal e profissional, expectativas, dificuldades quanto ao ensino da Matemática. Mesmo os professores sendo organizado em grupos, evidenciaram à falta de aprofundamento sobre o Sistema de Numeração Decimal, deixando a autora preocupada, pois “Tal conteúdo é estrutural, pois constitui a base para compreensão de Números e Operações e deve, como sugestão dada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), ser trabalhado logo no começo da escolaridade da criança.” (BATISTA, 2013, p. 10).

Entre as contribuições dos encontros, Batista (2013) destacou a troca de experiências que contribuem para os momentos de reflexões que possibilitam a autoavaliação da prática docente, em particular, sobre o ensino de Sistema de Numeração Decimal (SND). Tais momentos de estudos oportunizados aos professores contribuíram para mudança de postura a que estão acostumados em sala de aula com seus alunos. Por isso, a autora recomendou investimentos na formação inicial e continuada dos professores para o ensino e aprendizagem de Sistema Numeração Decimal na Educação Básica.

g) Cardoso (2014): efetuou um levantamento bibliográfico de teses e dissertações no banco de dados da CAPES, voltado à compreensão do SND nos anos iniciais do Ensino Fundamental, de modo que suas análises resultaram em pesquisas sobre a temática entre os anos de 2006 e 2010, onde o processo analítico assemelhou-se com parte do levantamento bibliográfico deste trabalho “Após a escolha das pesquisas e análises preliminares recolhemos e apresentamos seus resumos, seus objetivos, referencial teórico, metodologia e resultados, através de fichamentos...” (CARDOSO, 2014, p. 8).

Os resultados da pesquisa apontam que a formação inicial docente é insuficiente para o ensino da Matemática nos anos iniciais, gerando inseguranças e dúvidas aos futuros professores, com isso, sua prática docente perpassa por experiências e vivências como alunos da Educação Básica, com abordagem matemática sobre SND superficiais e às vezes erradas. No que diz respeito à formação de professores, a importância do estudo sobre SND por diferentes estratégias que proporcionem debates, reflexões e socialização entre os sujeitos envolvidos, de modo a capacitá-los minimamente com seus alunos em sala de aula.

h) Lima (2014): procurou através de sua atuação profissional na secretaria do estado de São Paulo compreender as relações entre professores, processo de implementação curricular e o uso de materiais curriculares para o ensino de Números Naturais e SND nos primeiros anos do Ensino Fundamental da referida rede de ensino, no âmbito do Projeto de Educação Matemática nos Anos Iniciais (EMAI) em 2012. Neste sentido, a autora contou com quatro professores a serem investigados, sendo que dois lecionavam no 3º ano e dois no 5º ano do Ensino Fundamental, ou seja, coma dois com atuação no final do processo de alfabetização matemática e dois no de transição para os anos finais do Ensino Fundamental.

Através de produções narrativas, os professores relatavam suas experiências com seus alunos, sobre o ensino de Números Naturais e SND. Deste modo, a autora pontua sobre as potencialidades e limitações das ações pedagógicas dos professores quanto ao uso de recursos e apropriação de pesquisas sobre a temática, de modo a auxiliar no desenvolvimento de atividades com fundamentos teóricos que favoreçam a aprendizagem de acordo com as necessidades curriculares dos alunos.

i) Reinaldo (2014): elaborou uma oficina de orientação pedagógica sobre o ensino de SND para treze professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da escola estadual Tiradentes I, no município de Belém/Pará, com ênfase no uso de materiais didáticos. A autora abordou a história dos números para identificar os conhecimentos dos sujeitos investigados a cerca de SND por meio de questões norteadoras.

Também foram propostas cinco atividades com situações para a utilização de materiais didáticos. Essas ações foram organizadas para propiciar aos docentes momentos de reflexões e construções coletivas sobre o desenvolvimento do SND até os dias atuais, ampliando os conhecimentos dos professores e as possibilidades de ensinar matemática.

A autora recomendou a realização de trabalhos voltados à construção da noção de agrupamentos e valor posicional para complementar os estudos sobre Sistema de Numeração Decimal (SND). Além disso:

Outra linha mais abrangente seria a de acompanhar as ações desenvolvidas nas oficinas com professores em formação continuada e as atividades desenvolvidas por eles com os alunos na tentativa de perceber mais claramente uma evolução na melhoria da prática pedagógica. (REINALDO, 2014, p. 92).

Reinaldo (2014) enfatizou que os anos de experiência docente não são garantia de entendimento e compreensão sobre Sistema de Numeração Decimal. Por isso, a capacitação, estudo e formação continuada auxiliam na escolha das metodologias que possibilitam o enfrentamento das dificuldades de aprendizagem dos alunos.

j) Züge (2015): construiu sua pesquisa a partir de algumas compreensões da relação profissional nos anos iniciais do Ensino Fundamental e Ensino Médio na rede estadual de Santa Maria/Rio Grande do Sul: a importância de combater o ensino fragmentado e não articulado dos conhecimentos matemáticos desses diferentes níveis de ensino. Com isso, desenvolveu o trabalho objetivando investigar a formação de professores inseridos no contexto do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), discutindo a temática do Sistema de Numeração Decimal nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os professores escolhidos foram os Orientadores de Estudos do PNAIC pertencentes ao polo de Santa Maria. As formações ocorrem durante a “Atividade Orientadora de Ensino (AOE)” de onde os dados coletados foram organizados em quatro eixos de análise:

O professor como sujeito de sua formação; o conhecimento matemático como promotor de desenvolvimento do sujeito; a intencionalidade pedagógica como elemento da organização do ensino; e o compartilhamento como promotor da compreensão da complexidade da atividade pedagógica. (ZÜGE, 2015, p.117).

No trecho acima a autora atribui uma organização que considera a constante perspectiva de aprendizagem da docência. Por conta da complexidade sobre tal aprendizagem, destaca as poucas ações de políticas públicas que atendam as necessidades do professor quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática através do movimento contínuo de aprimoramento das ações pedagógicas.

k) Hauss (2016): investigou um grupo de oito professores que atuam no 5º ou 6º ano do Ensino Fundamental da rede pública de Belo Horizonte/Minas Gerais, a partir de cinco encontros de formação continuada voltados as operações de adição e subtração.

O trabalho objetivou verificar a resignificação dessas operações no contexto formativo colaborativo, de acordo com Fiorentini (2004), e suas contribuições para o ensino aos alunos em sala de aula. Os resultados da pesquisa sugerem que os professores das séries

iniciais necessitam de complementação na formação matemática para evitar o ensino deficitário aos seus alunos e também:

- 1- A formação continuada deve visar o desenvolvimento profissional apoiando a (re) construção de conhecimentos matemáticos necessários ao professor, pois é necessário que ele tenha um conhecimento aprofundado de conceitos e procedimentos da Matemática, que lhe possibilite desenvoltura para ensinar esses conhecimentos a seus alunos.
- 2- Os saberes da prática devem ter um papel importante e a formação deve estabelecer um diálogo com a situação real na qual os professores estão inseridos. A perspectiva prática não desconsidera a teoria, mas passa a ressignificá-la.
- 3- A formação deve dispor de tempo para desenvolver e refletir sobre as ações necessárias ao desenvolvimento profissional do professor. A formação continuada em momentos estanques tem poucas chances de propiciar o desenvolvimento profissional a que ela se propõe.
- 4- As escolas, como lócus privilegiado para a formação continuada, devem se flexibilizar, a fim de se caracterizarem em reais espaços de formação.
- 5- A formação continuada do professor deve ser feita em um ambiente que permita a experimentação, que os ajude a (re) significar sua aprendizagem até então pautada em processos repetitivos e desprovidos de significado.
- 6- A formação matemática deverá propiciar experiências matemáticas que correspondam a práticas de ensino. A oportunidade de vivenciar atividades ancoradas na compreensão dos conteúdos tem como objetivo tornar significativa a construção dos saberes docentes necessários para a ação docente.
- 7- A formação como um processo de desenvolvimento profissional deve auxiliar o professor na construção dos planejamentos das aulas e na elaboração e análise de avaliações.
- 8- A formação deve considerar as crenças que os professores trazem sobre o ensinar e aprender Matemática, visto que suas crenças e concepções balizam o modo como ele ensina. (HAUSS, 2016, p. 94-95).

A autora juntamente com os sujeitos investigados construiu um caderno de atividades, com uma organização objetivando a ressignificação das operações de adição e subtração que carecem de um tempo maior de estudo e reflexões daquele oferecido nas formações, para que os professores passem por um processo de ressignificação desses conceitos matemáticos.

1) Castro (2016): em 2015 a autora investigou alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental, com idade entre 8 a 9 anos, da rede pública municipal de Ilhéus/Bahia. Objetivando investigar como a construção do SND pelos alunos é influenciada pela intervenção pedagógica que utiliza materiais manipulativos, jogos e discussão coletiva.

Tal interesse foi motivado pela necessidade identificada em discutir práticas pedagógicas no processo de alfabetização matemática que não seja pautada no ensino mecânico, ações passivas dos alunos e descontextualizados.

Os alunos que experimentaram as intervenções pedagógicas desenvolveram questões envolvendo conceitos de contagem por agrupamento e troca, de valor posicional e outros

conceitos matemáticos. Nos pré-testes as estratégias utilizadas pelos alunos foram mapeadas, relacionando os acertos e erros para desvendar quais foram mais eficientes na resolução de cada questão, entre elas destaca-se os diferentes tipos de contagem: apenas resposta numérica, por agrupamentos simples com uso de desenho ou com uso de desenho mais números, com uso do conceito de valor posicional (com emprego de algoritmos).

Na pesquisa, que as estratégias mais utilizadas que levaram ao erro na solução das questões, foram: contagem com emprego de resposta numérica e contagem com valor posicional. A autora ressalta a importância sobre a estratégia de contagem apenas com resposta numérica, apesar de não apresentar resultados satisfatórios no pré-teste, no pós-teste também foi uma das mais utilizadas e levaram ao alto índice de acertos.

Com base nos dados coletados Castro (2016, p. 201) sugeriu “uma investigação na mesma linha de atuação da nossa, ou seja, uma intervenção de ensino sobre o SND, apoiada em material concreto, jogos e discussão coletiva”. Além disso, também recomendou o desenvolvimento de pesquisas que possam compreender as concepções dos professores envolvidos no processo da alfabetização matemática sobre o ensino de sistema de numeração decimal e suas práticas em sala de aula.

m) Nascimento (2017): iniciou sua pesquisa a partir de um problema que envolveu sua angústia em garantir os direitos de aprendizagem para seus alunos, em especial do aluno com Transtorno do Espectro Autista (TEA). O objetivo do trabalho buscava analisar os indícios de aprendizagens sobre o SND do aluno diagnosticado com TEA, utilizando a tecnologia informática (TI) no desenvolvimento das atividades matemáticas, uma vez que o referido aluno apresentava interações prazerosas com as mídias e jogos eletrônicos.

A pesquisa realizou-se no Laboratório de Educação Matemática, Ciências e Inclusão (LEMCI), espaço situado dentro do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Trata-se de um estudo de caso onde o sujeito participante foi um aluno do 3º ano do Ensino Fundamental, diagnosticado com autismo clássico. Destaca-se que o possível elemento motivador das atividades extraclasse para as atividades de sala de aula foi o uso da TI, em especial o software livre JClíc.

Tal aluno estimulado sobre o pensamento simbólico, fundamentada pela teoria sociocultural, mesmo que de forma superficial apresentou noções de senso numérico, correspondência biunívoca, ordenação e sequência numérica, assim como sugere alguns de suas referências bibliográficas.



n) Gomes (2017): apresentou alguns argumentos que antecedem sua pesquisa, o estudo das relações entre musicalidade e aprendizagem matemática, especificamente o senso numérico para organização neurocognitiva do SND e realização de cálculos mentais. A partir dessa experiência a autora elaborou seu trabalho objetivando analisar a musicalidade e suas contribuições para o ensino do SND.

O contexto da pesquisa envolveu professores que atuam nos primeiros anos de escolarização na rede municipal pública e privada do município de Barra Mansa/Rio de Janeiro. Os sujeitos participaram de dez encontros no Centro Universitário de Barra Mansa, muitos deles atuavam na educação especial, e “dessa forma, o grupo atuou como apoio e auxílio de reflexão, análise, discussões e ponderações, contribuindo com diferentes pontos de vista educacionais.” (GOMES, 2017, p. 133).

As percepções dos professores sobre as contribuições da musicalidade para o ensino do SND foram coletadas através dos relatos de áudios, vídeos e registros escritos, considerando também os seguintes critérios:

Na Musicalidade considerou-se a associação dos elementos: a) Corporeidade – entendida como a presença da “Escuta Atenta” e do movimento do corpo como referencial de unidade, sendo sugerida a movimentação do corpo inteiro (movimentos amplos de marcha e palmas) e depois, movimento como procedimento/estratégia de contagem utilizando os dedos; b) Ritmo – considerado como a presença da relação do pulso com a unidade de marcação cronometrados, sincronizados e determinados por meio da escuta e/ou movimento como procedimento estratégia de contagem; c) Som – concebido como a presença de melodia e/ou identificação das qualidades do som: Intensidade (forte e fraco), Andamento (rápido e lento), Timbre (tipo da fonte sonora) e Altura (grave e agudo). (GOMES, 2017, p. 142).

Os resultados da pesquisa sugerem a importância da escuta atenta para práticas de contagem e cálculo mental, contribuindo para a aprendizagem gradativa do SND a partir da contagem um a um, aprendizagem de conceitos e as realizações operatórias básicas. Além disso, a consolidação de memórias ao utilizar variadas formas de soluções com operações matemáticas e códigos de representação. Tudo isso foi importante para que os sujeitos percebessem a ideia e função social da matemática, com suas próprias regras e símbolos, da forma escrita como representação convencional.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS PRINCIPAIS DA PESQUISA

Neste tópico, apresentaremos alguns dados das literaturas encontradas no banco de dados da CAPES que estão organizados no Quadro 04, para uma visão geral dessas pesquisas.

**Quadro 04 – Dados Principais das Pesquisas**

AUTORA / ANO	NATUREZA DA PESQUISA	ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA	TIPO DE PESQUISA QUANTO AOS PROCEDIMENTOS	INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS	PRINCIPAIS REFERENCIAIS TEÓRICOS
SIGNORINI (2007).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Estudo de Caso.	Entrevista (estruturada, semi estruturada ou narrativa); Uso de protocolo ou ficha; Observação e registro de aulas.	Lerner, (1995); Lerner e Sadovsky (1996); Kamii (1995, 1997) Golbert (2002); D'Ambrosio (2004); Wardworth (1984); Castro (1996).
ESTEVEVES (2009).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Ação.	Relato ou narrativa (oral e/ou escrita); Observação e registro de aulas.	Bogdan e Biklen (1994); Bardin (1977); Lee Shulman (1986, 1987).
MEGID (2009).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Ação e Pesquisa Colaborativa ou com grupos colaborativos, ou em comunidade de prática.	Diário de campo; Relato ou narrativa (oral e/ou escrito); Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Florentini e Costa (2002); Cochran-Smith e Lytle (1999); Alrø e Skovsmose (2006); Zeichner e Diniz-Pereira (2005); Josso (2004; 2006); Freitas (2006); Suárez (2008); Kamii (1995); Nacarato (2008).
PINTO (2010).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Estudo de Caso.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Questionários (fechado, aberto ou misto); Observação e registro de aulas.	D'Amore (2007); Brasil (1997); Kamii (1995, 1997); Lerner e Sadovski (1996); Piaget (1960); Yin (2001).
BARRETO (2011).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Estudo de Caso.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Observação e registro de aulas.	Nunes e Bryant (1997); Kamii (1995); Lerner e Sadovski (1996); Jean Piaget ([1975?]).
BATISTA (2013).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Colaborativa ou com grupos colaborativos, ou em comunidade de prática.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Questionário (fechado, aberto ou misto); Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Bogdan e Biklen (1994); Ludke e André (1986); Franco (2003); Bardin (2006).

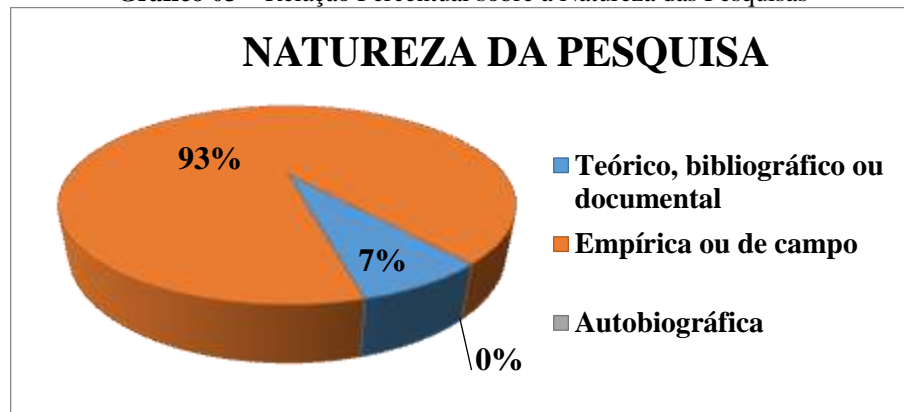
AUTORA / ANO	NATUREZA DA PESQUISA	ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA	TIPO DE PESQUISA QUANTO AOS PROCEDIMENTOS	INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS	PRINCIPAIS REFERENCIAIS TEÓRICOS
CARDOSO (2014).	Teórico, bibliográfico ou documental.	Qualitativa.	Bibliográfico, documental.	Uso de protocolo ou ficha.	Laville; Dionne (1999); Lerner e Sadovskí (1996); Ifrah (2005).
LIMA (2014).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Estudo de Caso.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Questionário (fechado, aberto ou misto); Diário de campo; Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Lüdke e Andre (1986); Fiorenini e Lorenzato (2006); Godoy (1995); Mathew W. Brown (2009); Piaget (1996); Lerner e Sadovsky (1996); Kamii (2012).
REINALDO (2014).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Ação.	Relato ou narrativa (oral e/ou escrito); Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Tripp (2005); Rey (2005); Thiolent (2011); Fiorenini e Lorenzato (2006); Kamii (1993, 2012); Ifrah (1997; 2005); Boyer (1996); Cajori (2007).
ZÜGE (2015).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Ação.	Questionário (fechado, aberto ou misto); Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Lopes (2015); Moura (2013, 1996, 2010); Leoniev (1978); Ifrah (1997, 1998).
HAUSS (2016).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Colaborativa ou com grupos colaborativos, ou em comunidade de prática.	Relato ou narrativa (oral e/ou escrito); Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Observação e registro de aulas.	Tardif (2002); Kamii (1990); Tardif e Raymond (2000); Lerner e Sadovsky (1996); Saviani (2009); Curry (2004); Nacarato (2005); Ponte (2005).

AUTORIA / ANO	NATUREZA DA PESQUISA	ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA	TIPO DE PESQUISA QUANTO AOS PROCEDIMENTOS	INSTRUMENTOS DE PRODUÇÃO DE DADOS	PRINCIPAIS REFERENCIAIS TEÓRICOS
CASTRO (2016).	Empírica ou de Campo.	Quali-quantit.	Estudo de Caso.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Questionário (fechado, aberto ou misto); Observação e registro de aulas.	Brousseau (1986); Flavell (1993); Parra (1996); Lerner e Sadoovsky (1996); Alrø e Skovsmose (2006); Nacarato, Mengali e Passos (2009, 2012); Spinillo (2011).
NASCIMEN TO (2017).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Estudo de Caso.	Diário de campo; Vídeo gravação e/ou áudio gravação; Uso de protocolo ou ficha; Observação e registro de aulas.	Mendes (2006); Sales (2013); Vygotksy (1983); Veer e Valsiner (2009); Maysés (1997); Kanni (2007); Moretti e Souza (2015).
GOMES (2017).	Empírica ou de Campo.	Qualitativa.	Pesquisa Ação.	Entrevista (estruturada, semiestruturada ou narrativa); Questionário de campo (fechado, aberto ou misto); Observação e registro de aulas.	Luria (1981); Lezak (1982); Pantano (2010); Maloy-Diniz (2010); Dehaene; Cohen (1995); Fonseca (1995); Feuerstein (1997); Le Boulch (1987); Schafer (1991); Gordon (2000); Cross (2006); Willems (1968; 2002); Gordon (2000; 2008); Schafer (1991); Creswell (2010).

Fonte: Dados do Autor.

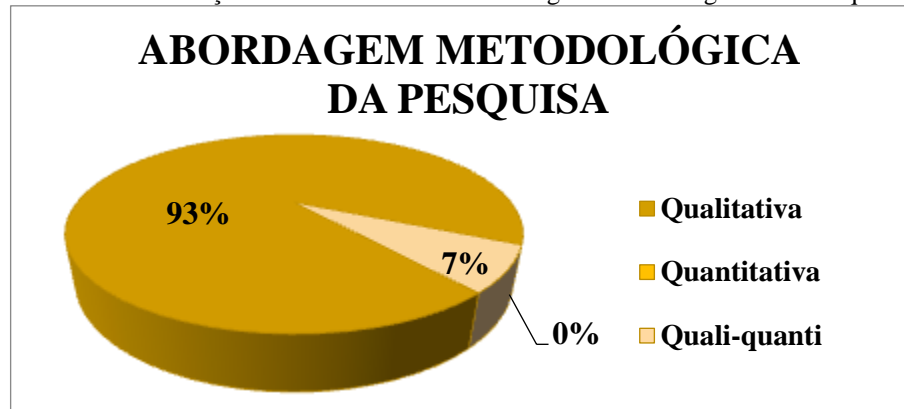
Com base no quadro acima, foi possível identificar a predominância das pesquisas de natureza Empírica ou de Campo, representando 93%, conforme o Gráfico 03. Além disso, o mesmo percentual (93%) indica o total que adotaram a Abordagem Metodológica Qualitativa, ilustrado pelo Gráfico 04.

Gráfico 03 – Relação Percentual sobre a Natureza das Pesquisas



Fonte: Dados do Autor

Gráfico 04 – Relação Percentual sobre as Abordagens metodológicas das Pesquisas



Fonte: Dados do Autor.

Esses trabalhos são estudos voltados à compreensão de fatos e fenômenos sociais, com aspectos subjetivos e realizados diretamente nos locais onde ocorrem esses acontecimentos. Neste sentido, o Gráfico 05 evidencia os Tipos de Pesquisas quanto aos procedimentos mais recorrentes, a Pesquisa Ação e Estudo de Caso, representando 80%.

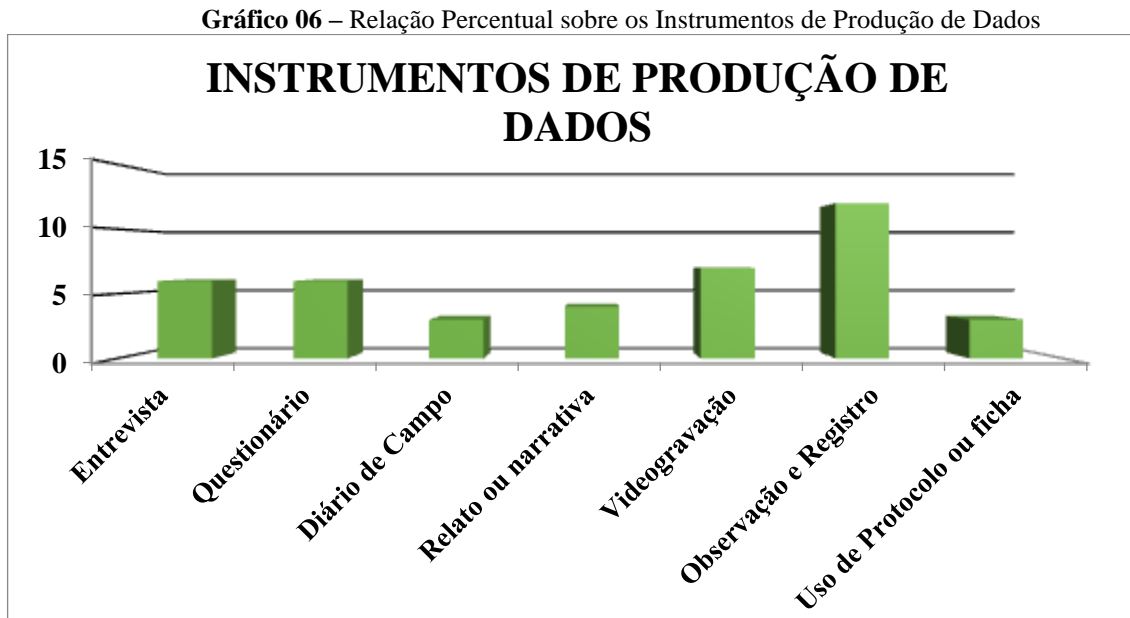
Gráfico 05 – Relação Percentual sobre os Tipos de Pesquisa quanto aos Procedimentos Metodológicos



Fonte: Dados do Autor.

As literaturas, na sua maioria, apresentam a estreita relação entre pesquisadora e sujeitos investigados no contexto original de vivência, em alguns casos, com a interferência

da pesquisadora de modo a possibilitar a mudança no meio. As evidências desse processo íntimo são reveladas também pelos dados coletados, organizados e analisados por eles. Para destacar a diversidade de instrumentos empregados para produção e coleta de dados, construímos o Gráfico 06.



Fonte: Dados do Autor.

Compreendemos que os instrumentos mais utilizados videogravações, entrevistas, questionários, observações e registros, prezam pela qualidade e aprofundamento dos dados coletados, auxiliando na identificação de diferentes variáveis e suas relações, ou seja, são as melhores técnicas de interpretação que atende aos interesses dos investigadores.

## 1.5 QUINTA ETAPA: OUTRAS LITERATURAS

Outro aspecto relevante a ser considerando são os principais referenciais teóricos comuns à maioria dessas pesquisas, dos quais destacamos os trabalhos de Constance Kamii e de D. Lerner e P. Sadowsky. Vejamos o que esses dois e outros autores nos revelam a respeito do ensino de SND.

➤ Lerner e Sadowsky (1996): realizaram um estudo envolvendo várias crianças, com idades aproximadas de seis anos, que não experimentavam de seus professores distintos recursos didáticos no ensino da noção de agrupamentos e escrita numérica. A maioria dessas crianças, sem compreender os conceitos de unidade, dezena e centena, utilizavam métodos operatórios de adição e subtração com o Sistema de Numeração Posicional Decimal (SND). Tais professores preocupavam-se apenas na fixação da representação gráfica,

desconsiderando os aspectos sociais e históricos vivenciados pelos alunos. Dentre as crianças pesquisadas, a maioria tinha dificuldades na comparação de Números, por exemplo, "o numeral 112 é maior que 89, por que tem mais números, mas logo muda apontando para o 89 como maior por que 8 mais 9 é 17, então é mais" (LERNER; SADOWSKY, 1996, p. 81). Em outras atividades as crianças diziam que 31 é maior que 13 por que o 3 vem primeiro.

Quando considerado a escrita e fala, "para produzir os números cuja escrita convencional ainda não haviam adquirido, as crianças misturavam os símbolos que conheciam colocando-os de maneira tal, que se correspondiam com a ordenação dos termos na numeração falada." (LERNER; SADOWSKY, 1996, p. 92), ou seja, elas escrevem um número e pensam no valor total desse número: a representação de duzentos e setenta e cinco é feito somando  $200 + 70 + 5$ , logo, 200705; a representação de três mil é feito por 31000, e assim sucessivamente, dando a ideia de multiplicação.

Os estudos de Lerner e Sadovsky (1996) assinalam a necessidade da elaboração de dispositivos de comparação para a compreensão da numeração falada e escrita, uma vez que as crianças possuem a capacidade de discorrer sobre o sistema numérico. Recomendaram também que os alunos tenham mais contato e explorem sequências numéricas mais amplas para apropriarem-se do SND, de modo que eles possam discuti-lo como um todo, propiciando que organizem de forma lógica as regularidades das informações. Segundo Lerner e Sadovsky (1996), as crianças poderão refletir sobre o valor posicional do nosso sistema de numeração, sobre as operações básicas, formulando regras e procedimentos econômicos para novas descobertas da numeração escrita.

➤ Kamii (2006): trabalhou alinhada à *Teoria Cognitivista de Jean Piaget (1896 – 1980)*<sup>4</sup>, justificando o ensino e a aprendizagem dos números por meio do processo de desenvolvimento do sujeito, sendo o número uma síntese de dois tipos de relações que a criança elabora entre os objetos (por abstração reflexiva – ponto central e essencial da teoria de Jean Piaget): a ordem e a inclusão hierárquica. Ou seja, uma relação do sujeito com os objetos matemáticos, em que a ordem tem a função de garantir que a criança não deixe de contar nenhum objeto ou conte duas vezes o mesmo objeto, enquanto que a inclusão hierárquica garante a habilidade de compreender o valor daquilo que está contido em outro, ou seja, que um está contido em dois, dois está contido em três, e assim sucessivamente. A autora defendeu que o desenvolvimento dos aspectos numéricos, como seriação, classificação

---

<sup>4</sup> Para Moreira (1999) a teoria de Piaget não é uma teoria de aprendizagem e sim uma teoria de desenvolvimento mental. Não enfatiza o conceito de aprendizagem, mas menciona o termo "aumento do conhecimento", analisando como isto ocorre: só há aprendizagem (aumento de conhecimento) quando o esquema de assimilação sofre acomodação.

e correspondência termo a termo, não podem ser feitos por meio de exercícios, mas interagindo os alunos com o ambiente em que está inserido. As crianças para aprenderem sistema de numeração devem enfrentar situações-problemas que levam ao encontro com obstáculos cognitivos, utilizando conhecimentos frutos de sua inserção familiar e social, com isso, sugere aos professores não desconsiderarem as pesquisas cognitivistas Piagetianas, devendo aprofundar tal discussão teórica e agregar práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos seus alunos, encorajando-os a refletir e discutir sobre as atividades numéricas, interagindo com seus colegas e o ambiente que o cerca.

Além desses autores, consideramos importante o estudo sobre SND, no âmbito da formação docente, sem privilegiar a perspectiva cognitivista Piagetiana. Neste sentido apresentamos Nogueira (2011) – destacou dentre as visões construtivistas, a mais conhecida e influente nas práticas docentes, a perspectiva cognitivista Piagetiana, aquela centrada no sujeito. Inferiu que as pesquisas Piagetianas suprimem a contagem, um dos elementos importantes para a compreensão de números e para a elaboração de sistemas numéricos – construídas socialmente para responder a demandas específicas, geralmente de ordem prática.

O fato de Piaget e Szeminska (1981) não terem considerado a contagem em sua investigação produziu questionamentos à teoria piagetiana, com críticas como, por exemplo, a de que os mesmos autores relegaram a contagem a um segundo plano, por desprezarem os conhecimentos decorrentes da interação social. Sendo a contagem um conhecimento com características sociais, um “componente verbal” do número, existe um algo mais embutido na crítica ao alegado desprezo dispensado pelos pesquisadores ao papel da contagem na construção do número. O que parece é que se pretende retomar, em novo cenário, a antiga crítica endereçada à Epistemologia Genética sobre o suposto descuido com o fator social na construção do conhecimento. (NOGUEIRA, 2011, p. 117).

A autora considerou importante a realização de pesquisas além daquelas fundamentadas somente sobre a teoria Piagetiana, reforça a necessidade de privilegiar elementos fundamentais para o pensamento numérico: enumeração, numeração e a contagem, já nos primeiros anos da Educação Básica, que servirão, como "como um indicador da riqueza dos conhecimentos matemáticos desde a pequena infância” (apud BIDEAUD; MELJAC; FISHER, 1991, p. 35), neste sentido, “Piaget subestimou tanto o papel da contagem na construção do número, quanto o das estratégias empíricas de emparelhamento (correspondência) para a quantificação” (NOGUEIRA, 2011, p. 114). Apesar das críticas anteriores, Nogueira (2011) elogiou o trabalho de *Piaget e Szeminska (1981)*<sup>5</sup> quanto a conservação de quantidades discretas (aquelas que são numericamente mensuráveis) sem que

---

<sup>5</sup> PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3. ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.



as crianças precisem saber nomeá-las, apesar de não ser um fator decisivo na construção do conceito de número é indispensável à evolução numérica.

Ao final deu seu trabalho, Nogueira (2011), destacou a importância dos professores conhecerem as diferentes fases da construção do número para o desenvolvimento dos sistemas numéricos: como a ideia de correspondência biunívoca, da “*palavra número*”<sup>6</sup>, de numerais, da noção de equivalência, da contagem e dos processos operatórios básicos.

Outro trabalho a ser considerado é de Curi (2013) que nos revelou alguns dos desafios com relação à formação inicial dos professores que atuam nos anos primeiros anos da escolarização brasileira, como a falta de aprofundamento sobre os conhecimentos matemáticos, que ocorre desde a criação do curso normal no Brasil.

Ainda hoje, há evidências do predomínio da formação generalista nos cursos de formação de professores dos anos iniciais, assentada nos fundamentos da educação, que não considera a necessidade de construir conhecimentos sobre as disciplinas para ensiná-las, deixando transparecer uma concepção de que o professor dos anos iniciais do ensino fundamental não precisa “saber Matemática”, basta saber como ensiná-la. (CURI, 2013, p. 476).

Curi (2013) enfatizou que a maioria dos cursos de Pedagogia em vigor no País destina uma carga horária mínima às disciplinas que envolvem Matemática, contribuindo para as lacunas na formação inicial dos docentes a respeito dos conhecimentos matemáticos, conseqüentemente, colaborando com o baixo rendimento dos alunos na disciplina de Matemática. Neste sentido, a falta de aprofundamento dos professores acaba por ocultar, por exemplo, informações por trás da posição numérica que poderiam amenizar as dificuldades das crianças de não saberem justificar que nosso sistema de numeração é posicional, baseado em agrupamentos de dez, sendo um sistema mais econômico se comparado a outros.

Para justificar muitos posicionamentos a autora resgatou duas obras na sua pesquisa, também de sua autoria: Curi e Santos (2011a) indicou que muitos dos professores investigados compreendiam superficialmente o SND, por isso, reproduziam aos seus alunos as dificuldades em explicar a posicionalidade existente na formação dos números e em efetuar as operações fundamentais; Curi e Santos (2011b) apresentou dados de uma escola onde alunos e professores não conseguiam estabelecer relações do Sistema de Numeração Decimal e o uso social da sua organização posicional, erravam questões relacionados ao sistema numérico por se apoiarem na oralidade, semelhantes aqueles apresentados nos estudos de Lerner e Sadovsky (1996). Tanto alunos e professores decompõem ou compõem um número,

---

<sup>6</sup> O sentido dado por Gundlach (1992) para a “palavra número” é a ação de numerar às quantidades, sem usar os gestos para percorrer exaustivamente a sequência de partes do corpo para se referir a uma quantidade, como aquelas praticadas por muitos povos primitivos.

e ainda escrevem os números por justaposição, de acordo com a fala, ou seja, 456, por exemplo, é escrito como 400506, o uso de zeros intercalados parece confundi-los na escrita, assim como na sua decomposição. Tais observações evidenciaram que os professores precisam ampliar e aprofundar seus conhecimentos matemáticos sobre SND.

Por fim, o trabalho de Ferreira, Guerra e Viana (2019), considerada uma pesquisa doutoral ainda em andamento, buscou questionar o papel e a funcionalidade do Sistema de Numeração Posicional (SNP) na formação didática de professores dos anos iniciais em formação inicial. A autora utilizou-se dos pressupostos teórico-metodológico da Teoria Antropológica do Didático (TAD) do francês Ives Chevallard (1999), recorrendo às Atividades de Estudo e Investigação (AEI) como dispositivo didático para possibilitar o diálogo entre teoria e a prática em torno dos saberes envolvido no estudo. A perspectiva teórica adotada por Ferreira, Guerra e Viana (2019), entre outras coisas, estabelece a realização de atividades de estudo e investigação para os professores, dispostos em grupos e mediados pelos Diretores de Estudos (DE).

Em relação à execução da proposta, o DE oferecia materiais manipulativos (ábacos, material dourado, varetas, tampinhas de garrafa *PET*<sup>7</sup>, canudinhos, pratinhos descartáveis e outros) para os professores desenvolverem práticas de contagem para solução de atividades que envolviam um sistema numérico posicional de base cinco. Com isso, foram elaborados alguns processos de contagem por agrupamento, semelhantes àquelas usadas nas feiras.

Durante as construções os grupos tinham que registrar os saberes envolvidos na elaboração de soluções para a atividade, posteriormente defende-las e avaliadas junto ao DE. Nesse movimento, muitos questionamentos eram feitos, do tipo: o que é a contagem? O que é contagem binária? Essa atividade envolve um sistema numérico? Como essa atividade pode ser desenvolvida com os alunos?

As primeiras análises de Ferreira, Guerra e Viana (2019) apontavam: que o processo formativo através de estudos e investigações sobre o aspecto posicional da representação numérica leva a uma mudança de relação do professor com o Sistema de Numeração Decimal; alargamento e aprofundamento dos conhecimentos de contagem por agrupamento e noção de SNP; maior compreensão sobre a relação do aspecto posicional dos algarismos nos numerais; clareza nas discursões de diferentes sistemas de numeração posicional a partir de agrupamentos; a desnaturalização da noção de base de dez. Contudo, os autores destacam

---

<sup>7</sup> Polietileno tereftalato é um polímero termoplástico, desenvolvido por dois químicos britânicos Whinfield e Dickson em 1941, formado pela reação entre o ácido tereftálico e o etileno glicol. Utiliza-se principalmente na forma de fibras para tecelagem e de embalagens para bebidas.

sobre as dificuldades dos grupos, na construção de técnicas para o manuseio de materiais manipulativos no ensino de Sistema de Numeração Decimal em sala de aula, talvez a falta de experiência profissional limite-os em suas práticas docentes.

Ao olharmos as obras pesquisadas e relacioná-las com as atuais práticas dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica, é seguro afirmar que a teoria Piagetiana fundamenta muitas das práticas nos primeiros anos do Ensino Fundamental (do 1º ano ao 5º ano), enquanto que nos anos finais (do 6º ano ao 9º ano) e Ensino Médio passam a assumir um caráter mais formalista, sustentado e validado por teorias hegemonicamente matemáticas, como a Teoria dos Números, Teoria dos Conjuntos e Axiomas de Peano, mesmo quando os estudantes permaneçam na mesma escola.

No atual cenário brasileiro, assim como Nogueira (2011), compreendemos que há necessidade de defender e ampliar as ações formativas que visem o desenvolvimento dos professores, num movimento contínuo, sem rupturas, de modo a enriquecer seu repertório, de forma consistente, no seu fazer pedagógico dentro e fora da sala de aula.

Ao olharmos para a Matemática, em especial o SND que é um instrumento importante para desenvolvimento das sociedades atuais, as pesquisas de Kammi (1999), Nogueira (2011) e Curi (2013), enfatizam que podem ser estudadas a partir da utilização de diversificados materiais didáticos e de momentos capazes de possibilitar e proporcionar o contato com problemas e experiências diversificadas.

De posse da compreensão das produções pesquisadas, destacamos alguns aspectos lacunares importantes que justificarão a importância deste trabalho:

- Lerner e Sadovsky (1996) – elaborar dispositivos de comparação para a compreensão da numeração falada e escrita; exploração de diversos sistemas numéricos.
- Kamii (1996) – aprofundar as discussões teóricas e agregação de práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos alunos, encorajando-os a refletir e discutir sobre as atividades numéricas, interagindo com seus colegas e o contexto social em que está inserido.
- Nogueira (2011) – elaborar pesquisas além daquelas fundamentadas somente sobre a teoria Piagetiana; destacar elementos fundamentais para o pensamento do sistema numérico: como a ideia de correspondência biunívoca, da “palavra número”, de numerais, da contagem e dos processos operatórios básicos.
- Curi (2013) – ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos dos docentes acerca do processo de construção do SND, semelhantes àqueles sugeridos por Nogueira (2011); diminuir o distanciamento entre os ambientes formativos e os professores.

➤ Ferreira, Guerra e Viana (2019) – aplicar propostas de trabalho no âmbito da formação continuada, para construir técnicas para o manuseio de materiais manipulativos no ensino de Sistema de Numeração Decimal em sala de aula.

A partir da compreensão desses autores podemos colocar em negociação elementos da formação docente balizadores para o ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND), colocando os sujeitos investigados diante de uma situação “desconhecida”, provocando-os e motivando-os ao estudo e investigação, deste modo alargando e aprofundando os conhecimentos matemáticos inerentes dentro de um ambiente formativo onde os sujeitos possam refletir e socializar suas experiências, vivências, construções, achismos e saberes.

## 2 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL (SND) SOB UMA VISÃO HISTÓRICA E EPISTEMOLÓGICA

Neste Capítulo, faremos uma breve discussão sobre o desenvolvimento do Sistema de Numeração Decimal (SND) usual, sob uma visão Histórica e Epistemológica. Por isso, apresentaremos a História de várias civilizações de diversas regiões do mundo, de diferentes épocas, onde muitas nunca mantiveram contato entre si. Por considerarmos também a ótica epistemológica, a construção deste capítulo não seguiu uma ordem cronológica, haverá muitas idas e vindas à História para mostrar as origens e os processos de desenvolvimento do SND.

### 2.1 O PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DA CONTAGEM

#### 2.1.1 Senso numérico: O sentido rudimentar do Número

Muitos autores como Ifrah (1997) e Bernardo (2009) afirmaram que no período da pré-história a maioria dos homens da espécie “Homo Sapiens” vivia em grutas e cavernas, eram nômades e sua subsistência era dada pela caça, coleta de frutos, sementes e outros alimentos retirados da natureza. Nessa época, o homem tinha a percepção de diferenciar um elemento de muitos elementos e tal percepção não é uma exclusividade humana, pois tal característica também é encontrada em muitos animais, como o corvo, insetos e os macacos.

[...] Se contar é um atributo exclusivamente humano, algumas espécies de animais parecem possuir um sentido rudimentar do número. Assim opinam, pelo menos, observadores competentes dos costumes dos animais. Muitos pássaros têm o sentido do número. Se um ninho contém quatro ovos, pode-se tirar um sem que nada ocorra, mas o pássaro provavelmente abandonará o ninho se faltarem dois ovos. De alguma forma inexplicável ele pode distinguir dois de três. (BERNARDO, 2009, p. 3–4).

Os autores consideraram esse fenômeno mental pouco complexo quando comparado com a capacidade humana de contar ou com a construção de um SND. Além disso, o trecho acima inferiu que o homem primitivo e alguns animais tinham algum entendimento numérico para reconhecer, mesmo que minimamente, a distinção entre pequenas quantidades de objetos, tal entendimento é chamado de “senso numérico” por Dantzig (1970), Gundlach (1992), Ifrah (1997) e Almeida (2001).

O Homem, mesmo nas mais baixas etapas do desenvolvimento, possui uma faculdade que, por falta de um nome melhor, chamarei de Senso Numérico. Essa faculdade permite-lhe reconhecer que alguma coisa mudou em uma

pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, um objeto foi retirado ou adicionado à coleção. O Senso numérico não deve ser confundido com contagem, que provavelmente é muito posterior, e que envolve um processo mental bastante intrincado. (DANTZIG, 1970, p.15).

Segundo Bernardo (2009) e Ifrah (1997) a modificação do estilo de vida do homem – passando a cultivar plantas, criar animais, fixar-se num determinado lugar e construir sua própria moradia – contribuiu para o desenvolvimento de métodos de contagem sem números, uma vez que o “senso numérico” já não atendia as suas novas necessidades: no controle de alimentos e dos dias para a agricultura, acúmulo de riqueza e organização social. Para “driblar” esses desafios, o Homem desenvolveu a técnica de correspondência: a Enumeração.

### 2.1.2 Enumeração: a ideia de correspondência biunívoca

Um dos primeiros métodos de contagem sem número foi abordado por Dantzig (1970), Almeida (2001) e Gundlach (1992), chamado por Enumeração, sendo um dos pensamentos basilares da Matemática que não necessitava da linguagem. A Enumeração consistia em uma “*correspondência biunívoca*”<sup>8</sup>, onde era relacionado a cada elemento de um conjunto a um elemento de outro, unidade por unidade, e continuar assim até que os elementos de um ou ambos os conjuntos se esgotem.

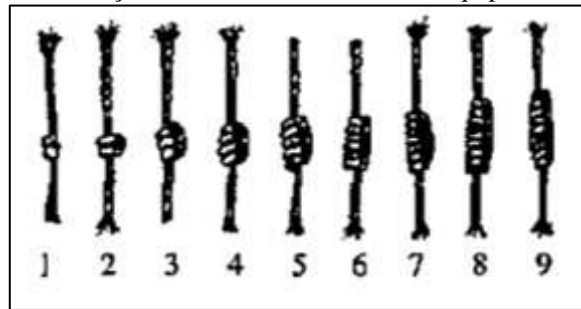
Por enumeração entendemos aqui simplesmente manter-se a par dos objetos de uma coleção ou conjunto por um cotejo um-a-um um dos objetos com outros objetos usados como marcadores. Se um pastor, ao fim do dia, desejava saber se seu rebanho estava completo ou não, poderia fazer uma checagem cotejando cada animal com um objeto de uma coleção conhecida e ordenada que fosse prontamente acessível. (GUNDLACH, 1992, p. 2).

A correspondência biunívoca ocorre quando há a relação entre dois conjuntos que possuem a mesma quantidade de objetos. Entre os principais dispositivos utilizados pelo homem para enumerar destacam-se as pedrinhas, sementes, partes do corpo, “bolinhas de argila”, dentes, “talhas numéricas”, conchas e nós em cordas (bastante utilizado por civilizações do continente americano), conforme Figura 03.

---

<sup>8</sup> Segundo Caraça (2015, 1951, p. 8-9) “Pode acontecer que uma correspondência seja unívoca e a sua recíproca também; se isso se der, a correspondência chama-se biunívoca. Exemplo: numa sala encontram-se seis homens com as respectivas esposas; a correspondência marido–esposa é completa e unívoca, a correspondência recíproca esposa–marido é também completa e unívoca – a correspondência e biunívoca [...] Sempre que duas coleções de entidades se podem pôr em correspondência biunívoca, elas dizem-se equivalentes”.

**Figura 03** – Enumeração com uso de cordas: método quipú da civilização Inca

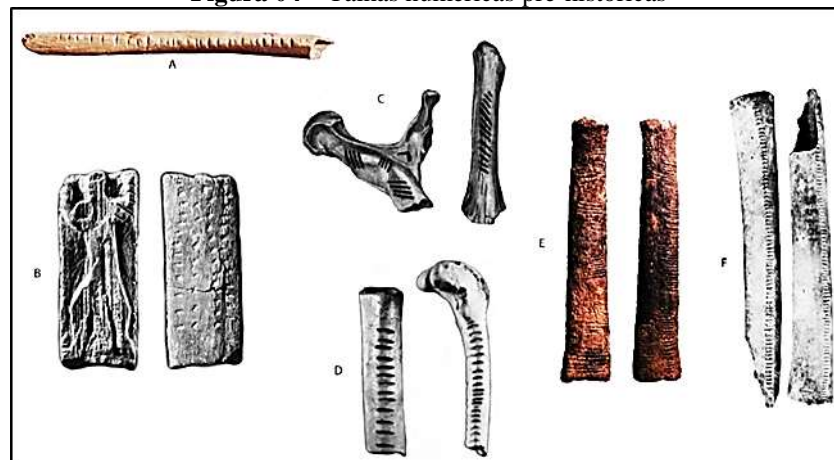


Fonte: Ifrah (1997, p. 136).

Nas pesquisas de Almeida (2015) são destacadas as “talhas numéricas” (encontrados em diferentes regiões do mundo, ilustrado pela Figura 04) que são pedaços de madeiras, pedras, ossos e outros objetos que continham incisões regularmente espaçadas, essas incisões eram feitas inclusive nas paredes de cavernas e grutas.

O controle de quantidade a partir das incisões era da seguinte forma: a cada vez que se desejasse registrar um dia, uma caça, uma pessoa ou um animal adicional, acrescentava-se uma incisão a mais no artefato, ou seja, um processo de contagem empregando a correspondência biunívoca.

**Figura 04** – Talhas numéricas pré-históricas



Fonte: Almeida (2015, p. 6-7 adaptado).

Na figura acima temos: (A) “Osso de Lebombo” – uma pata de babuíno com 29 riscas, datado de 37000 anos aproximadamente, encontrado na fronteira entre Suazilândia e África do Sul, próximo a Moçambique; (B) “Adorador” – um marfim de mamute, encontrado em 1979, com mais de 30000 anos, possui 49 entalhes no verso e 30 incisões nos lados; (C) “Ossos de Mezin” – ossos de mamute que foram encontrados em 1908 na Ucrânia, datados de 29000 anos; (D) “Osso de Dordonha” – encontrado na França, em uma cidade que lhe deu o nome, em meados de 1927, estimado com idade de 24000 anos; (E) “Osso de Ishango” –

encontrado em 1950 no Zaire, estimado com idade de 20000 anos; (F) “Ossos de Le Placard” – ossos de águia encontrados na França, de aproximadamente 13000 anos.

Quando essa correspondência é registrada materialmente através de entalhes em ossos, madeiras, pedras, etc., surgem as denominadas talhas numéricas (tally sticks, bastões numéricos entalhados). Seu emprego, mostra a Etnologia, foi e ainda é amplamente difundido entre povos primitivos sendo utilizadas para inúmeras finalidades: registro de transações ou obrigações, cômputo de dias de viagem, registro de períodos de tempo, calendários, repartição de bens, etc. (ALMEIDA, 2015, p. 3–4).

Para Marshack (1972) e Almeida (2015) algumas “talhas numéricas pré-históricas” apresentam as primeiras disposições de quantificação por agrupamentos e organizações que representam o controle do tempo e os primeiros calendários lunares.

Ainda na pré-história muitas civilizações – conforme Ifrah (1997), Gundlach (1992) e Bernardo (2009) – utilizavam partes do corpo para enumerar, sendo bastante prático, pois dispensava o uso de pedras, conchas, ossos e cordas.

Esses autores destacam que os povos primitivos realizavam a correspondência biunívoca semelhantes aquelas praticadas por algumas tribos “primitivas” contemporâneas do continente Africano e Americano: Bugilai (conforme Figura 04), Elema, Paiela e os Papua (da Nova Guiné), os Bosquímanos (da África do Sul), os Lengua do Chaco (do Paraguai).

**Figura 05** – Sequência de contagem corporal dos Bugilai

<b>Dedo mínimo da mão esquerda</b>
<b>Dedo anular da mão esquerda</b>
<b>Dedo médio da mão esquerda</b>
<b>Dedo indicador da mão esquerda</b>
<b>Dedo polegar da mão esquerda</b>
<b>Pulso esquerdo</b>
<b>Cotovelo esquerdo</b>
<b>Ombro esquerdo</b>
<b>Lado esquerdo do peito</b>
<b>Lado direito do peito</b>

Fonte: Gundlach (1992, p. 3).

Para garantir a correspondência biunívoca utilizando partes do corpo, deveria ser estabelecida uma sequência ordenada que pudesse ser compreendido por todos e dispensava o uso da linguagem para indicar cada parte do corpo.



### 2.1.3 Numeração: o advento da linguagem

Os primeiros indícios desse processo foram analisados nas pesquisas com os povos “primitivos” contemporâneos, onde inicialmente conferiram nomes as suas respectivas sequências determinadas, concomitantemente com gestos, semelhantes àquelas praticadas pelos Bugilai, ilustrado na Figura 06.

**Figura 06** – Sequência de palavras número dos Bugilai

1	<i>Tarangesa</i>	Dedo mínimo da mão esquerda
2	<i>Meta kina</i>	Dedo anular da mão esquerda
3	<i>Guigimeta</i>	Dedo médio da mão esquerda
4	<i>Topea</i>	Dedo indicador da mão esquerda
5	<i>Manda</i>	Dedo polegar da mão esquerda
6	<i>Guben</i>	Pulso esquerdo
7	<i>Trankimbe</i>	Cotovelo esquerdo
8	<i>Podei</i>	Ombro esquerdo
9	<i>Ngama</i>	Lado esquerdo do peito
10	<i>Dala</i>	Lado direito do peito

Fonte: Gundlach (1992, p. 3).

Segundo Gundlach (1992) a Numeração só ocorre quando as civilizações começam a atribuir nomes às quantidades, sem usar os gestos para percorrer exaustivamente a sequência de partes do corpo para se referir a uma quantidade. O autor chama esses nomes de “palavras-número”. E afinal, quando podemos garantir que o homem sabe “contar” os objetos de uma coleção? Somente quando o homem for provido de três aptidões, ao mesmo tempo:

1. ser capaz de atribuir umas “sequência” a cada objeto que desfila diante dele.
2. ser capaz de intervir para introduzir na unidade que passa a lembrança de todas as que a precederam.
3. saber converter a sucessão em simultaneidade. (IFRAH, 1997, p. 41).

O ato de contar, por um olhar desatento parecia ser tão trivial. Contar está intimamente ligado à noção de Número e, por isso, relaciona-se ao procedimento do emparelhamento (dito cardinal) e ao de sucessão (dito ordinal), conforme a Figura 07.

**Figura 07** – A “máquina de contar”



Fonte: Ifrah (1997, p. 42).

Seguindo esse pensamento, o sentido cardinal é quando desejamos determinar a quantidade de objetos de uma coleção e não nos sujeitamos a encontrar um conjunto modelo para compará-los (enumerando), basta contá-los. Por isso, Ifrah (1997) sugeriu que a mão humana constitui-se como uma “máquina de contar” simples, acessível e natural, tendo um papel importante na gênese de vários sistemas de numeração, inclusive o nosso.

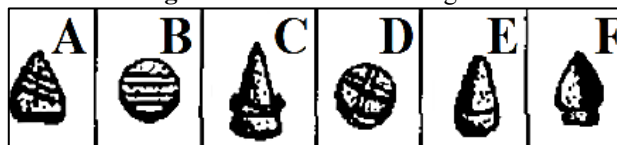
E uma vez compreendido o sentido cardinal e ordinal, o homem primitivo foi levado a repensar suas concepções sobre as relações estabelecidas com seus métodos de quantificação: pedras, ossos, conchas, cordas, partes do corpo, nomes, gestos, etc. Nessa etapa foi possível aperfeiçoar os métodos de contagem concretos e da expressão oral, bem mais tarde, com o surgimento da escrita, a criação de diversos sinais gráficos correspondentes sobre símbolos numéricos, como os algarismos e numerais.

#### 2.1.4 A noção de Número: do sentido concreto ao abstrato

Com o surgimento da linguagem e da escrita, muitas formas da contagem concreta desenvolveram-se rapidamente, possibilitando alavancar a construção da noção de número abstrato, surgimento dos primeiros signos e símbolos, como os pictogramas e ideogramas sumérios, denominados por Almeida (2001) de “protonumerias”, ancestrais diretos dos numerais. Mas o que deveria motivado esse rápido desenvolvimento?

Ifrah (1997) analisou a civilização suméria, suas intensas movimentações comerciais (realizadas inicialmente por relação biunívoca entre pequenas pedras ou “bolinhas de argila” com mercadorias), e afirmou sobre as exigências de mecanismos que pudessem facilitar as relações comerciais. Com isso, as pequenas pedras e as “bolinhas de argila” foram moldados em pequenos objetos em diversas formas e tamanhos (discos, esferas, cones, cilindros, retângulos, etc.) e de acordo com sua forma e tamanho eram relacionados com um gênero de mercadoria, conforme a Figura 08: (A) relacionado a vestimenta; (B) couro; (C) pão, alimento; (D) carneiro; (E) banha, óleo, gordura; (F) urna, pote, vaso.

Figura 08 – “Bolinhas de argila”



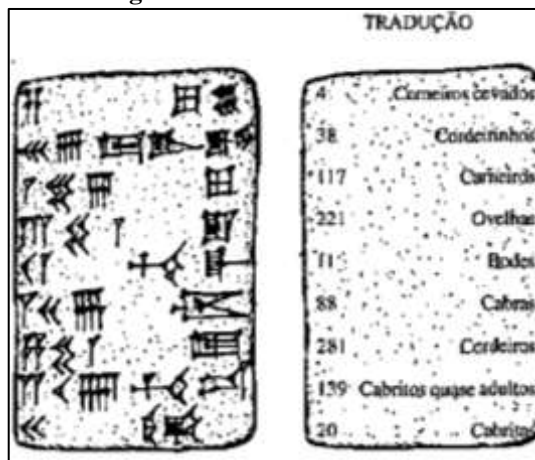
Fonte: Ifrah (1997, p. 196 adaptado).

Esses objetos feitos de argila, conhecidos por “Tokens” (ROQUE, 2012), além de facilitar as transações comerciais, possibilitaram o surgimento da escrita cuneiforme, dos pictogramas e ideogramas sumérios, conforme Schmandt-Besserat (1992) e Almeida (2001).

A forma desses contadores parece ter dado origem aos primeiros sinais da escrita suméria na primitiva. Esses povos, por conseguinte, empregaram contagem concreta até os primórdios da escrita. A contagem concreta mostra como as sociedades enfrentaram o problema de lidar com a pluralidade, ou distintos conjuntos de muitos itens, e encontraram soluções diferentes para expressarem números. Na contagem concreta não existe separação entre o número e a coisa que está sendo contada. (ALMEIDA, 2001, p. 122).

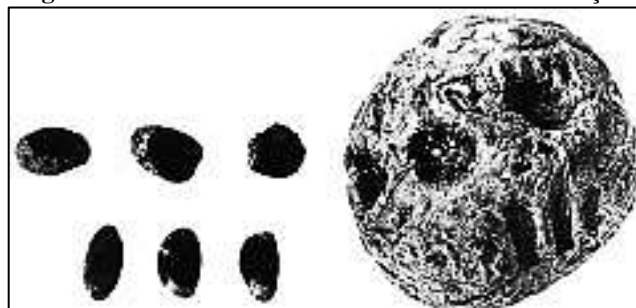
Esses primeiros sinais da escrita eram feitos em tabletes de argila e ficaram conhecidas como “escritas cuneiformes”, segundo Almeida (2001) recebem esse nome por serem feitas com o auxílio de objetos em formato de cunha, como os “tokens” e estiletos feitos de madeira, conforme Figura 09. A Figura 10 ilustra como os “tokens” eram envolvidos com argila, quantos fossem necessários para depois utilizar outros Tokens correspondentes as formas daqueles que foram envolvidos pela argila e, assim, fazer uma pequena marcação associado na superfície da argila, enquanto estava mole.

**Figura 09** – Tabletes Suméricas



Fonte: Ifrah (1997, p. 176).

**Figura 10** – Os “tokens” nos invólucros e suas marcações



Fonte: Roque (2012, p. 42).

As escritas cuneiformes das civilizações primitivas nos possibilitou identificar o emprego de inúmeros marcadores conforme a natureza do que se ia contar, semelhantes aquelas da Figura 11. A noção de número ainda continuava em voga a contagem concreta, persistindo uma identidade entre o signo e a coisa computada, portanto a maioria desses sinais ainda se configura como “protonumerais” (ALMEIDA, 2001).

**Figura 11** – Escrita cuneiforme Suméria

Forma dos fichas	Sinais sumérios	SIGNIFICADO DOS PICTOGRAMAS (sentido estabelecido)
		terra, pote, vaso
		banha, óleo, gordura
		carneiro
		pão, alimento
		ouro
		vestimenta

Fonte: Ifrah (1997, p. 196).

O Homem foi aperfeiçoando seus mecanismos de contagem, inicialmente por um processo primitivo semelhante de alguns animais, passando por processos sofisticados de relações entre os objetos a serem “contados” utilizando diferentes artefatos, inclusive partes do corpo humano, e com advento da escrita e linguagem, os mecanismos foram aperfeiçoados para contagem de grandes quantidades: os homens fizeram um alargamento da sequência ordenada de partes do corpo humano; aumento do seu vocábulo; extensão dos marcadores da escrita cuneiformes com aqueles já existentes.

Gundlach (1992) e Bernardo (2009) afirmaram que à medida que o homem primitivo foi desenvolvendo a linguagem, a “palavra número” no sentido concreto, foi substituída por “palavra número” no sentido abstrato. Mas com o tempo, o aumento do vocábulo e marcadores já não era tão simples. Quando o homem desliga o número dos objetos que representava inicialmente, ou seja, deixa de ser um signo e passa a ser tornar um símbolo, abre espaço para o desenvolvimento das representações numéricas abstratas.

Começou assim: as asas de um pássaro podiam simbolizar o número dois, as folhas de um trevo o número três, as patas do cavalo o número quatro, os dedos da mão o número cinco. Evidências de que essa poderia ser a origem dos números se encontram em vários idiomas primitivos. (BERNARDO, 2009, p. 6).

O sentido numérico abstrato se caracteriza por não originar uma imagem instantânea do conjunto modelo pelo qual foi originado inicialmente, sendo apenas concebido na mente (IFRAH, 1997), este sentido é muito conveniente, pois números abstratos podem contar qualquer coisa. Usar um mesmo número para expressar quantidades iguais de coisas distintas requer um alto nível de abstração.

## 2.2 O PRINCÍPIO DA BASE: NASCIMENTO DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Quando o homem se deparou com a necessidade de contar grandes quantidades utilizando pedras, ossos, sementes, cordas, conchas ou partes do corpo, percebeu que era inviável, pois não teria como utilizar de maneira infinita tais componentes, muito menos nomes de números ou símbolos gráficos.

Se pararmos para pensar como seria expressar a quantidade mil utilizando esses componentes, certamente teríamos que realizar inúmeros desdobramentos, ou seja, não seria uma tarefa simples. Neste sentido, Ifrah (1997, p. 48) questionou “como seria designar números elevados com o mínimo possível de símbolos?”.







A solução encontrada, segundo o mesmo autor, foi a contagem por agrupamentos bem definidos (como quintetos, dezenas, dúzias, vintena ou sessenta, por exemplo) e, posteriormente, convencionando uma escala hierarquizada (como unidades de primeira ordem, unidades de segunda ordem e assim sucessivamente), fundada nesse agrupamento, para repartir os diversos símbolos segundo a escala – o que Ifrah (1997) chamou de “princípio da base”, possibilitando o nascimento dos sistemas de numeração.

### 2.2.1 Alguns sistemas de numeração não posicionais

O processo de contagem por agrupamentos contribuiu para o desenvolvimento de não só das civilizações antigas, mais dos diversos sistemas de numeração, sendo definida por Ifrah (1997) como o número de unidades necessário para agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior.

Os sumérios conseguiam realizar algumas operações como a soma e a subtração utilizando os “tokens”, ilustrado pela Figura 12, e já evidenciava um sistema sexagesimal.

Figura 12 – “Tokens” como operadores

1		Pequeno cone	600		Grande cone perfurado
10		Bilha	3600		Esfera
60		Grande cone	36000		Esfera perfurada

Fonte: Bernado (2009, p. 15).

A partir da figura acima podemos inferir que o surgimento dos sistemas numéricos não segue uma trajetória cronológica, pois apresenta um sistema numérico não posicional a partir da utilização de “tokens”, pequenas pedras, bastante utilizada naquele período, daí a origem da palavra “cálculo”, da palavra latim “calculus”, significa pedra. Como já foram apresentados, os primeiros numerais representavam unidade de algum produto comercializado: vinho, pão, grãos, etc. Esses “protonumerais” foram evoluindo, ganharam relações numéricas diferentes a depender do contexto, do que se estava contando, exemplo:

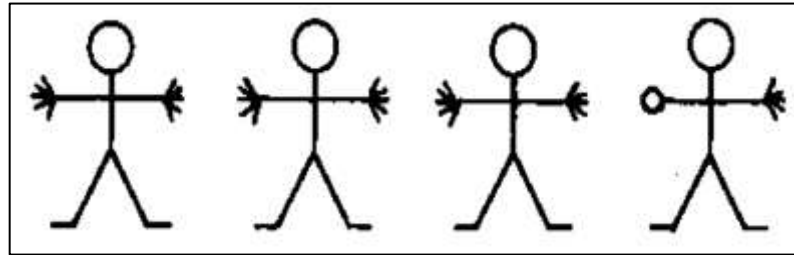
Os sistemas de numeração dependiam do contexto, logo, era possível usar sinais visualmente idênticos em relações numéricas diferentes. Uma marca circular pequena podia representar 10 marcas cônicas pequenas no sistema sexagesimal discreto, ou apenas 6 no sistema de capacidade de cevada. (ROQUE, 2012, p. 44).

O fato de muitos povos utilizarem as partes do corpo para o processo de contagem, principalmente as mãos, pode justificar o desenvolvimento de vários sistemas numéricos tendo como base 5 (cinco) e 10 (dez).

A base 5 resumia-se à utilização dos dedos das mãos como processo de contagem, servindo-se de uma mão para contar e da outra como auxílio a contagens de maior dimensão, para "armazenar" a quantidade dos "cincos" contados. A base 12 assentava na utilização das três falanges que compõe cada um dos dedos, usando o polegar como auxiliar de contagem. (BERNARDO, 2009, p. 12-13).

Gundlach (1992) apresentou os “homens de contar” (ilustrado pela Figura 13), um sistema numérico construído durante a idade da pedra, descoberto em cavernas e grutas que ilustravam gravuras de homens indicando quantidades com os dedos.

**Figura 13** – Homens de contar (representação do número 35)



Fonte: Gundlach (1992, p. 8).

Quando um “homem de contar” está com todos os dedos das mãos esticados, isso representaria um agrupamento de dez elementos, quando passavam de dez elementos eles utilizavam outro “homem de contar” e assim sucessivamente.

Em cada mão do “homem de contar” havia cinco dedos (que em várias línguas o cinco significava mão ou mão estendida) e eles só registravam a quantidade de dedos que correspondiam os agrupamentos sob os quais objetivavam manter controle, nesse processo já podemos observar um noção de ausência de quantidade, representado pelo homem de contar com a mão fechada (iremos discutir essa questão posteriormente).

Um dos sistemas numérico bastante conhecido pelos pesquisadores matemáticos são os hieróglifos, correspondente à escrita da antiga civilização egípcia, ilustrado pela Figura 14. Podemos observar que o sistema é de base dez, deste modo, podendo ser utilizado para representação de grandes quantidades.

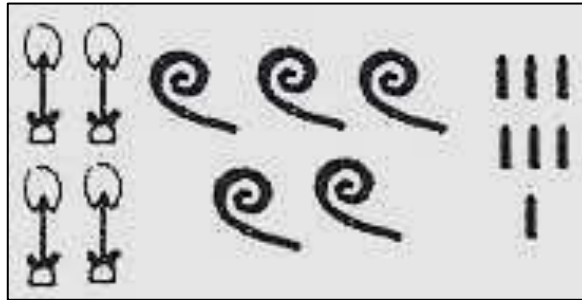
**Figura 14** – Algarismos hieroglíficos Egípcios

1	
10	∩
100	∩
1 000	∩
10 000	∩
100 000	∩
1 000 000	∩

Fonte: Ifrah (2005, p. 158).

Na Figura 15 temos a representação do número 4057 (quatro mil e cinquenta e sete) em hieroglífico, onde cada símbolo pode assumir qualquer posição na representação, neste sentido, o sistema é considerado aditivo. Apesar de tal característica, trata-se de um sistema de numeração não posicional.

**Figura 15** – Representação do número 4057 (sistema hieroglífico Egípcio)



Fonte: Adaptado de Ifrah (2005, p. 158).

Bernardo (2009) destaca que o sistema numérico dessa civilização teve diversas variações, como o próprio sistema hieroglífico e o sistema hierático. É importante destacar que muitos desses sistemas evoluíram e atualmente expressam as medidas do tempo (em horas, minutos e segundos) ou a dos arcos e ângulos (em graus, minutos e segundos), conhecidos por sistemas de numeração posicional.

Bernardo (2009) discutiu sobre o sistema numérico romano, que perdurou em muitas culturas pelo mundo durante séculos, consistia na utilização de símbolos do próprio alfabeto romano para representar números, são eles: I tinha o valor 1 unidade; V valia 5 unidades; X indicava 10 unidades; L representava 50 unidades; C valia 100 unidades; D indicava 500 unidades; M sendo 1000 unidades. Para indicar valores maiores que três mil, fazia-se um traço horizontal acima das letras que os representavam, indicando uma multiplicação do número representado abaixo dele por 1.000. Dois traços sobre o M davam-lhe o valor de 1 milhão. Notemos que esse sistema não tinha a representação para a o zero. O manuseio desse sistema para realizar operações necessitava de vários números iguais juntos, exemplos:

- (i) III = 1 + 1 + 1 = 3
- (ii) XXX = 10 + 10 + 10 = 30
- (iii) CCC = 100 + 100 + 100 = 300

Quando dois números diferentes vinham juntos, e o menor vinha antes do maior, subtraíam os seus valores, por exemplo:

- (iv) IV = 4 sendo 5 – 1 = 4
- (v) IX = 9 sendo 10 – 1 = 9

Mas se o número maior vinha antes do menor, eles somavam os seus valores.

- (vi) VI = 6 sendo 5 + 1 = 6
- (vii) XI = 11 sendo 10 + 1 = 11

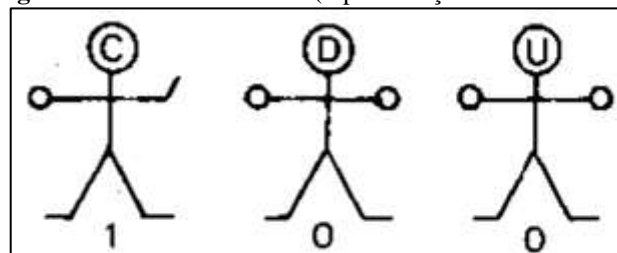


Nos exemplos “iv” e “vi” temos IV e VI que representam respectivamente, 4 e 6, contudo I e V continuam a representar 1 e 5 em ambos os numerais, por isso, tal característica inferi na classificação do sistema como não posicional.

### 2.2.2 Alguns sistemas de numeração posicional conhecidos

Muitos dos sistemas de numeração não posicional evoluíram para sistemas de numeração posicional, para controle de quantidades ainda maiores com economia dos símbolos disponíveis a serem empregados. Por exemplo, os “homens de contar” foram aprimorados e chamados de “homens dos dez” (GUNDLACH, 1992), onde para cada dedo que o último homem dispusesse, representaria a contagem de todos os dedos do homem anterior, ou seja, o segundo homem representaria com um dedo esticado cada contagem de dez do primeiro homem, conforme a figura 16.

**Figura 16** – Homens dos dez (representação do número 100)



Fonte: Gundlach (1992, p. 8).

Observemos que toda vez que um “homem dos dez” tiver utilizado todos os seus dedos das duas mãos, ele voltará à posição com as mãos fechadas.

O numeral 100, colocado abaixo dos homens de contar, com cada dígito designando o número de dedos apresentado pelo homem correspondente, elimina a necessidade de palavras para explicar que um numeral zero se impõe na enumeração posicional. (GUNDLACH, 1992, p. 8).

Tal procedimento, para o autor, era tão espetacular, pois o uso de apenas dois “homens dos dez” possibilitava controle de até 99 elementos e caso aparecesse quantidades maiores, bastava acrescentar mais um “homem dos dez”.

Esse sistema aprimorado já incorpora as noções de valor posicional, unidade, dezena e centena e a ideia de valor relativo e absoluto, além de os números serem organizados da direita para esquerda, do mesmo modo como utilizamos o nosso sistema numérico.

Novamente se tinha a representação para a ausência de quantidades. A ausência de dedos do “homem dos dez” é caracterizada por Gundlach (1992) como “porta lugar” na

numeração posicional. A representação do zero caracteriza um grande avanço na história dos números, pois o símbolo para o numeral zero é muito mais que um “porta lugar”, ele representa um número cardinal, o qual será discutido posteriormente.

Outra importante civilização com grandes contribuições para o desenvolvimento da matemática é a civilização Babilônica, que há mais de 2000 anos a.C. desenvolveram seu sistema numérico, conforme Gundlach (1992).

Inicialmente utilizavam “tokens” e escritas cuneiformes para representação de agrupamentos, com o tempo, foi desenvolvido um sistema constituído basicamente por dois símbolos:  $\Upsilon$  para a unidade e o  $\leftarrow$  para as dezenas. Com elas podiam-se combinar os dígitos, possibilitando o surgimento de um sistema sexagesimal (conforme Figura 17) que não tinha a representação para o zero, mesmo que eles tivessem a ideia do nada, não era percebida como um número, mas como a falta de um elemento.

**Figura 17 – Sistema de numeração Babilônico**

1 $\Upsilon$	11 $\leftarrow \Upsilon$	21 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon$	31 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon$	41 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon$	51 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon$
2 $\Upsilon \Upsilon$	12 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon$	22 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon$	32 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon$	42 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon$	52 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon$
3 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon$	13 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	23 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	33 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	43 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	53 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
4 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	14 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	24 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	34 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	44 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	54 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
5 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	15 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	25 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	35 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	45 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	55 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
6 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	16 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	26 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	36 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	46 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	56 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
7 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	17 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	27 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	37 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	47 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	57 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
8 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	18 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	28 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	38 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	48 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	58 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
9 $\Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	19 $\leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	29 $\leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	39 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	49 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$	59 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon$
10 $\leftarrow$	20 $\leftarrow \leftarrow$	30 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow$	40 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	50 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$	59 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$

Fonte: <https://pt.slideshare.net/jocelmarios/converso-numrica>

A civilização antiga Chinesa também desenvolveu um sistema numérico posicional, utilizando bastonetes de bambu aos quais chamavam de ch'ou (fichas de cálculo) que organizavam numa mesa ladrilhada que posteriormente foram representados por símbolos, (conforme a figura 18).

**Figura 18 – Algarismos do sistema antigo sistema numérico Chinês**

$ $	$\text{    }$	$\text{     }$	$\text{     }$	$\text{     }$	$\text{     }$	$\text{     }$	$\text{     }$	$\text{     }$
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fonte: Bernardo (2009, p. 35).

Possuindo semelhanças com o Sistema de Numeração Decimal hindu-arábico, mas limitada pelas dificuldades no momento de representar a ausência de quantidade nas operações. Conforme a Figura 19, cada coluna correspondia a uma determinada ordem decimal: a da esquerda correspondia às unidades, a seguinte às dezenas, a outra às centenas e

assim sucessivamente, sem ter a representação do zero. Bernardo (2009, p. 36) diz que “para se representar um número colocavam-se, nas colunas e segundo uma linha previamente escolhida, tantos palitos quanto os correspondentes à ordem decimal”.

**Figura 19** – Sistema posicional Chinês

dezenas de milhar	milhares	centenas	dezenas	unidades
⊥			≡	!
	=	π	≡	

Fonte: Bernardo (2009, p. 19).

Os chineses desenvolviam as operações de adição e de subtração representando os números no tabuleiro, posteriormente, aplicavam a ação de reunir ou subtrair desses mesmos números, coluna a coluna. A realização das operações de multiplicação e de divisão também era desenvolvida nos tabuleiros de forma igualmente simples, para realiza-las eles também utilizavam os princípios de adição e subtração respectivamente.

O conhecimento sobre sistemas posicionais representa não só a possibilidade de controle de grandes quantidades com finitos símbolos, mais a realização operatórias importantes e fundamentais para o enfrentamento de inúmeros problemas matemáticos.

### 2.3 NOSSO SISTEMA NUMÉRICO E UMAS DAS MAIORES INVENÇÕES HUMANA, O ZERO

A civilização Hindu foi a responsável em construir um dos símbolos importante no seu sistema de numeração para o desenvolvimento humano. Para Bernardo (2009) a ideia inicial era uma notação para uma posição vazia, quando se utilizavam quadros para operar concretamente e, até então, existiam apenas nove símbolos, conforme a Figura 20.

**Figura 20** – Algarismos da numeração Hindu

— = ≡ ≠ √ 6 7 5 ?	300 aC
8 9 2 4 6 9 8 9 0	876 aC
1 2 3 5 9 6 7 8 9 0	Sec. XI
1 2 3 4 9 6 8 9 0	Sec. XV
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	Sec. XVI

Fonte: <https://pt.slideshare.net/jocelmarios/converso-numrica>

Com o surgimento do símbolo em formato de ovo de ganso, notação para o zero, os hindus construíram um sistema numérico posicional e seus símbolos foram evoluindo para aqueles como conhecemos hoje. O sistema numérico Hindu, completo, possibilitava a realização de operações matemáticas de forma rápida e econômica.

No fim do século VI o sistema Hindu já havia chegado à Índia, mas levou muitos séculos para que chegasse à Europa, pois o continente era regido por um milenar sistema numérico, o romano. Então surge o questionamento: *se os matemáticos hindus inventaram o sistema de numeração usual, o que os árabes têm a ver com isso?*

Ao longo da História, a civilização romana desenvolveu um sistema numérico que serviu para todo o Ocidente durante quase dois mil anos. O sistema de numeração romano foi adotado por muitos povos, mas, ainda, era difícil efetuar cálculos com este sistema. Para Weatherford (1999) em meados do século XV com o aumento das relações comerciais entre os países da Europa e Oriente, muitas civilizações sentiram a necessidade de um sistema de numeração que facilitasse o seu intercâmbio.

O surgimento do sistema monetário e seu irmão, o mercado público, impôs um novo tipo de disciplina mental sobre os seres humanos. Muito antes de as pessoas precisarem tornar-se alfabetizadas, o mercado exigiu que eles pudessem contar e usar números. As pessoas eram forçadas a equiparar coisas que antes nunca haviam sido equiparadas. (WEATHERFORD, 2000, p. 41).

As “novas” formas de racionalização humana proporcionadas pela criação material e imaginária do dinheiro ampliaram a capacidade de representação mental e simbólica do conceito de número. Segundo Mendes (2006) trata-se de um processo lúdico no qual as combinações numéricas emergem à medida que cada situação-problema surge. Com esse fenômeno monetário as pessoas utilizam o raciocínio mais abstrato.

Os árabes (grande comerciantes) se interessavam pela matemática e astronomia Hindu, refinaram o sistema e aproveitaram o cenário promovida pelas intensas relações comerciais da época. Devido à rapidez e praticidade de cálculos complexos pelo sistema hindu, além de já estar àquela altura sendo adotado em um grande número de povos, fora adotada pela Europa.

Todo esse movimento político, cultural e comercial, ascendeu na mente humana a preocupação de introduzir uma linguagem matemática capaz de convergir os interesses sociais. Gerbert introduziu os números indo-arábicos (sem o zero) na Europa cristã e deu um novo impulso à pesquisa científico-matemática.

Através dele, conforme Lattin (apud BROLEZZI, 1991, p.14) “a atividade numérica prática (Logística) pela primeira vez obteve o mesmo *status* da atividade numérica teórica

(Aritmética) como matéria de ensino avançado formal”, inúmeros alunos de Gerbert da França, Itália e Alemanha tornaram-se professores, dando continuidade ao processo de propagação do interesse pelos clássicos gregos sobre Ciência e Matemática.

Um importante difusor do sistema Hindu pelo mundo foi o árabe Muhammad iben Muça al-Khwarizmi que estava estudando os livros de Matemática vindos da Índia para traduzi-los à língua árabe, quando se surpreendeu com estranhos símbolos e como eles incluíam um símbolo oval que representava a ausência de valor. O livro chamado “Sobre a arte Hindu de calcular”, escrito por Muhammad iben Muça al-Khwarizmi, detalhava o funcionavam dos dez símbolos hindus (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Hoje estes símbolos são chamados de algarismos indo-arábicos.

### 3 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Neste Capítulo abordaremos a metodologia adotada na pesquisa, conforme Gerhardt e Silveira (2009). No primeiro momento, apresentaremos o objetivo geral do trabalho e a questão de pesquisa, no segundo momento mostraremos o tipo da pesquisa quanto à abordagem metodológica, sua natureza, seus objetivos e seus procedimentos. Em seguida exibiremos a caracterização da pesquisa: o contexto, os sujeitos investigados, as técnicas e instrumentos para captação do material empírico. Por fim, a organização das ações formativas em formato de Oficina.

#### 3.1 OBJETIVO GERAL E A QUESTÃO DE PESQUISA

Resgatamos o objetivo geral do trabalho que é investigar as contribuições do estudo sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), considerando sua História e Epistemologia, para os professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental no município de Maracanã/PA.

Neste sentido também relembramos a seguinte questão de pesquisa:

- Em que termos o ensino sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), a partir de estudos e investigações, com professores em exercício que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, pode contribuir na formação desses sujeitos?

Definido o objetivo geral e a questão de pesquisa apresentaremos as modalidades de pesquisa adotadas nas investigações.

#### 3.2 TIPO DE PESQUISA

O trabalho apresenta as seguintes características dominantes:

❖ Abordagem metodológica da pesquisa é quali-quantitativa, com predominância do aspecto qualitativo, uma vez que buscamos focar nas interpretações e compreensões de um grupo de professores, de um contexto social, sem a contaminação das interferências de preconceitos e/ou crenças do pesquisador. Produzindo novos conhecimentos sobre o tema.

❖ Natureza da pesquisa é de campo, pois ocorreu primeiramente o levantamento bibliográfico para o aprofundamento da temática, posteriormente a coleta de dados dos fenômenos realizados dentro do contexto investigado, juntamente com os sujeitos da

pesquisa, para serem analisadas e interpretadas de modo a compreender o problema investigado e direcionando soluções.

❖ Objetivos da pesquisa são exploratórios já que buscamos maior aprofundamento sobre uma problemática relacionada aos sujeitos investigados que possuem experiências e vivências com a temática deste trabalho.

❖ Quanto aos procedimentos é uma pesquisa-ação, pois o pesquisador e os investigados estão envolvidos, de modo cooperativo e participativo, com a solução de um problema de interesse coletivo.

Esses procedimentos de caráter científico refletem todo o processo de construção deste trabalho que foi desenvolvido junto aos professores de uma rede pública municipal de ensino, inseridos no contexto da Amazônia paraense, conforme veremos na próxima seção.

### 3.3 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

#### 3.3.1 Contexto

A investigação ocorreu no município de Maracanã/PA, situado no nordeste da Amazônia paraense distante a aproximadamente 150 km (cento e cinquenta quilômetros) da capital, Belém/PA, conforme a Figura 21.

**Figura 21** – Localização do município de Maracanã/PA



Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Maracanã\\_\(Pará\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Maracanã_(Pará)) (adaptado).

O lugar foi escolhido considerando os seguintes pontos: ser o mesmo contexto de um estudo anterior em nível de graduação; ser o local de trabalho do pesquisador; ter apoio da Secretaria Municipal de Educação (SEMED) do referido município com a logística, infraestrutura e recurso humano necessário à concretização desta pesquisa.

Para uma melhor compreensão do contexto utilizamos os dados do Educacenso – sistema informatizado do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio

Teixeira” (INEP/MEC). Neste sentido, a SEMED em 2019 atendia um público aproximado de 7500 alunos, contava com 86 escolas ativas, distribuídas por diferentes localidades dentro dos limites territoriais do município, conforme a Figura 22:

**Figura 22** – Área territorial do município de Maracanã/PA



Fonte: <https://www.google.com/maps/search/região+territorial+maracana%2Fpa/@-0.8031992,-47.5945407,11z?hl=pt-BR> (adaptado).

Dentre as escolas ativas, 14 (quatorze) compõem a Sede<sup>9</sup> e 72 (setenta e dois) a zona rural<sup>10</sup> e zona praiana<sup>11</sup>. A referida rede de ensino em 2019 ofertava todas as etapas e duas modalidades da Educação Básica – Atendimento Educacional Especializado e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

A SEMED contava com um quadro do Magistério composto por aproximadamente 600 profissionais, dos quais quase 400 atuavam nos primeiros anos de escolarização. O pesquisador trabalha diretamente com este público de professores e sabe que uma minoria frequenta espaços de formação inicial e/ou continuada nos centros e/ou polos de Instituições de Ensino Superior Pública (IESP), mesmo assim, enfrentam inúmeros desafios para conseguir a permanência, como: pouca disponibilidade de horários para os estudos; extensos limites territoriais que os distanciam das IESP; pouco recurso financeiro; entre outros.

As IESP próximas de Maracanã estão a 45 km (quarenta e cinco quilômetros) de distância da Sede, são elas: o Campus Universitário de formação inicial da Universidade do Estado do Pará (UEPA) e o Campus de pesquisa da Universidade Federal Rural da Amazônia (UFRA), ambas localizadas no município vizinho, Igarapé-Açu.

<sup>9</sup> Entendemos por Sede como o lugar com grande concentração de pessoas onde está estabelecida a administração pública municipal de Maracanã.

<sup>10</sup> Entendemos por zona rural como a região que não integra a Sede e nem a zona praiana.

<sup>11</sup> Entendemos por zona praiana como a região com pouca concentração de pessoas e construções, onde são desenvolvidas atividades do setor primário de produção localizado as margens dos rios e do litoral.



### 3.3.2 Sujeitos da Pesquisa

A rede de ensino de Maracaná/PA possui um grande público de professores para serem alcançados com ações formativas, mas manteremos o foco sobre aqueles que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Mesmo assim, foi necessário outro critério capaz de tornar a pesquisa executável e viável: a facilidade de deslocamento dos sujeitos até o ambiente formativo, de modo a evitar a evasão.

Por conta do critério mencionado anteriormente, elegemos professores que atuavam nas escolas da Sede (local das formações) ou das escolas da zona rural localizadas na PA 127 nas proximidades da Sede. O Quadro 05 apresenta as escolas selecionadas para pesquisa:

**Quadro 05** – Escolas selecionadas para pesquisa

Nº	ESCOLA	LOCALIZAÇÃO
01	EMEF ACY DE JESUS BARROS PEREIRA	SEDE
02	EMEF ALACID DA SILVA NUNES	ZONA RURAL
03	EMEF ALTAIR DA COSTA ALVES FERREIRA	SEDE
04	EMEF DORIVÃO NEGRÃO	ZONA RURAL
05	EMEF GERALDO MANSO PALMEIRA	SEDE
06	EMEF MISSIONÁRIO NELS NELSON	SEDE
07	EMEF NEIDE CARRÉRA	SEDE
08	EMEF OACIR CARRÉRA FERREIRA	SEDE
09	EMEF SANTA MARIA (KM 26)	ZONA RURAL

Fonte: elaborado pelo autor.

Ou seja, foram escolhidas de 6 (seis) escolas da Sede e 3 (três) da zona rural, totalizando 9 (nove) unidades escolares. Dentro desse universo, identificamos 60 professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Então buscamos identificar os interessados em participar de ações formativas voltadas ao estudo de Sistema de Numeração Decimal através de um Questionário (Apêndice I). Confeccionamos o referido documento com perguntas que tinham como principal foco selecionar os docentes, de acordo com os seguintes critérios:

- Interesse – de caráter excludente para os professores que responderam “não”;
- Vínculo (temporário<sup>12</sup> ou efetivo<sup>13</sup>) – de caráter não excludente, priorizando os efetivos;
- Em processo de aposentadoria– de caráter excludente para os professores que responderam “sim”;

<sup>12</sup> O professor que possui vínculo por Regime Celetista, ou seja, a partir de contrato por tempo determinado.

<sup>13</sup> O sujeito que possui vínculo por Regime Estatutário, ou seja, ocupante do Cargo Público a partir da aprovação em Concurso Público ou efetivação.

- Relação com o ensino de Sistemas de Numeração Decimal – de caráter não excludente, priorizando aqueles com pouca relação com o objeto matemático em questão, com dificuldades na elaboração e execução de estratégias para o seu ensino.

Após análises de todos os questionários, apenas 25 (vinte e cinco) professores atenderam aos critérios, sendo 7 (sete) efetivos e 16 (dezesesseis) temporários. Devido às dificuldades de conciliar horários dos encontros com outros compromissos, alguns professores não puderam continuar na Oficina, com isso, sendo discutido posteriormente.

Os encontros da Oficina ocorreram no Centro de Atendimento Educacional Especializado “Luíz Carlos da Costa Araújo” (CAEE). O referido Centro foi escolhido por estar na sede, ter um auditório climatizado com equipamentos de multimídia, além de atender a outros critérios necessários para a ambientação do espaço formativo.

#### 3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA CAPTAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Para captação e organização dos dados consideramos três questões a serem respondidas, conforme sugerem Gerhardt e Silveira (2009, p. 56) “O que coletar? Com quem coletar? Como coletar?”. Para garantir a validade, confiabilidade e precisão das análises, foram utilizadas as seguintes técnicas e instrumentos na pesquisa:

(a) Pesquisas de documentos que não receberam qualquer tratamento analítico, tais como: gravações; imagens; registros escritos. Também aqueles que já foram analisados, como dados de recenseamento educacionais da rede pública municipal de ensino de Maracanã;

(b) Questionários com perguntas simples e diretas que foram respondidas pelos sujeitos da pesquisa, sem a presença do pesquisador. Neste sentido, elaboramos:

- Questionário de questões abertas – identificamos por Questionário de Campo (Apêndice III), produzido para evidenciar, de forma sucinta, o desenvolvimento dos sujeitos investigados em cada encontro da Oficina, suas possíveis dificuldades, saberes matemáticos mobilizados e aprendizados. As respostas consideravam o uso da linguagem própria dos sujeitos investigados, considerando opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas e situações vivenciadas.

- Questionário de questões mistas – identificamos por Questionário de Seleção dos Professores (Apêndice I), elaborado para reunir as informações de identificação, formação acadêmica, tempo de serviço docente; formas de elaboração de aula sobre o Sistema de Numeração Decimal, entre outras.

(c) Entrevistas – realizadas de forma não estruturada para coletar os dados não documentados pelos sujeitos, com perguntas diversas onde os professores falavam livremente a respeito da temática.

Os instrumentos escolhidos, de acordo com a técnica adotada, foram: Vídeo gravação/áudio gravação/imagens por câmara filmadora e celulares, relatos escritos em papéis oferecidos aos investigados especificamente para tal finalidade.

### 3.5 PLANEJAMENTO DA OFICINA

Foi elaborado uma Oficina de formação docente onde participariam 25 (vinte e cinco) professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental na rede pública municipal de ensino de Maracanã/PA, durante alguns encontros onde seriam apresentados 4 (quatro) questões problemas a partir de uma Atividades de Estudo (AE) – conforme Apêndice II – envolvendo sistema de numeração posicional de base cinco.

As ações durante a Oficina foram conduzidas pelos Mediadores de Estudos (ME) – orientando e orientador – para proporcionar condições aos sujeitos investigados no aprofundamento sobre o Sistema de Numeração Decimal (SND).

#### 3.5.1 Atividades de Estudo (AE)

A AE foi elaborada a partir de adaptações da situação e problemas apresentados na pesquisa de Ferreira, Guerra e Viana (2019). Deste modo, planejamos uma abordagem distinta daquelas “convencionais”, ao invés de iniciarmos a formação docente com o estudo sobre Sistema de Numeração Decimal, começaríamos pelo sistema de numeração posicional de base cinco, colocando os sujeitos investigados diante de uma situação “desconhecida”, provocando-os e motivando-os ao estudo e investigação para elucidação dos problemas propostos na AE. Vejamos a AE:

**Quadro 06** – Atividade de Estudo

<p><b>Questão</b></p> <p><i>Suponha-se que um pesquisador analisou os primeiros registros de representações de quantidades de um povo chamado “IFRAH”, constatando que pareciam pequenos Homens sem um dos braços, o qual chamou “HOMENS DE CONTAR”, conforme as figuras abaixo:</i></p>
--



FIGURA 1: "HOMENS DE CONTAR": duas das formas utilizadas para registrar a quantidade 13



FIGURA 2: "HOMENS DE CONTAR": duas das formas utilizadas para registrar a quantidade 20

O pesquisador descobriu que devido várias situações o povo "IFRAH" começou a substituir os "HOMENS DE CONTAR" e passou a utilizar somente **A**, **T**, **N**, **O** e **C** como registros para representações de qualquer quantidade inteira. O pesquisador chamou esses novos registros de "MOVIMENTOS", pois faziam referências as manipulações dos dedos de um único "HOMEM DE CONTAR", sendo que: **C** indica a mão totalmente fechada; **A**, **T**, **N**, **O** ou **C**, não representam isoladamente a mão totalmente aberta; **A** evidencia a mão quase que totalmente aberta; **O** representa a utilização mínima de dedos, também é o resultado de **T** menos **N**.

Uma escritura antiga do povo "IFRAH", de uma dado período do tempo, evidenciam que os Sacerdotes ensinavam os "MOVIMENTOS" para as crianças a partir dos 6 (seis) anos de idade e que existiam **ATTO** Sacerdotes, ou seja, 591 indivíduos no nosso sistema numérico usual. Outras informações eram fornecidas, conforme os quadros 1 e 2 abaixo, o primeiro associado a quantidade de crianças e adultos e o segundo associado as tarefas para o ensino de cálculos básicos, envolvendo o uso de "MOVIMENTOS". Vejamos os quadros:

GRUPO	QUANTIDADE
Crianças	ATNCO
Adultos	TACCN

QUADRO 1: Controle de crianças e adultos

TAREFAS	SUBTAREFA
Somar	Somar A com T Somar TN com AO
Subtrair	Subtrair N de T Subtrair NC de TA

QUADRO 2: Problemas utilizados ao ensino de cálculos básicos

*Com base nas informações anteriores, responda:*

**Q1.** *Qual a quantidade correspondente a **A**, **T**, **N**, **O** e **C** utilizando o nosso sistema numérico usual?*

**Q2.** *Quais os motivos que supostamente levaram o povo “IFRAH” substituírem os “HOMENS DE CONTAR” pelos “MOVIMENTOS”?*

**Q3.** *Como podemos relacionar que **ATTO** correspondem a 591 Sacerdotes?*

**Q4.** *Como seriam as representações dos valores do QUADRO 1 e os resultados do QUADRO 2 utilizando o nosso sistema numérico usual?*

Fonte: Ferreira; Guerra; Viana (2019, p. 282-283 adaptado).

Entre as principais adaptações sobre as situações e problemas de Ferreira, Guerra e Viana (2019) têm a inclusão do:

- **POVO IFRAH** – termo adotado para identificarmos o povo do contexto apresentado na AE. O termo Ifrah é também o nome de um dos principais teóricos que discutem a História da Matemática.

- **HOMENS DE CONTAR** – o mesmo termo utilizado por Gundlach (1992) para se referir a um processo de contagem primitivo, entretanto, houve uma adaptação à ideia original desse autor – da utilização de um único “homem de contar” (Figura 13) para fazer contagem por agrupamentos de dez em dez, para a utilização de um único **HOMEM DE CONTAR** (Figuras 1 e 2 da AE) para fazer contagem por agrupamentos de cinco em cinco. Deste modo, quando um único **HOMEM DE CONTAR** estivesse com todos os dedos “esticados”, isso simularia um agrupamento de cinco elementos e ao desejar agrupar mais de cinco elementos, utilizava-se outro **HOMEM DE CONTAR** e assim sucessivamente. Ou seja, é um sistema numérico não posicional de base cinco, pois os **HOMENS DE CONTAR** da AE não podem assumir qualquer posição na representação.






- **MOVIMENTOS** – termo utilizado para fazer referências às manipulações dos dedos de um único **HOMEM DE CONTAR** da AE, representados pelas letras **A**, **T**, **N**, **O** e **C**, correspondendo, respectivamente, a 4, 3, 2, 1 e 0. O **MOVIMENTOS**, diferentemente do **HOMENS DE CONTAR**, é um sistema de numeração posicional de base cinco.

A AE é composta por quatro problemas os quais identificamos, respectivamente, por  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  e  $Q_4$ . Definidos os problemas para estudos, a Oficina atenderia um público de 15 a 25 professores, distribuído em cinco grupos (A; B; C; D e E). Com essa organização, o ME apresentaria a AE aos grupos, conduzindo-os a construção de resposta que satisfaçam os

problemas. Neste sentido, fez-se necessário a construção de um “gabarito” com possíveis soluções para os problemas apresentados na AE. Vejamos:

a)  $Q_1$ : o Quadro 07 foi elaborado para apresentar a relação entre os MOVIMENTOS e um único HOMEM DE CONTAR da AE, associando cada um dos registros dos MOVIMENTOS (C; O; N; T e A) com a quantidade de dedos necessários a serem movimentados, “estendidos”, de uma única mão do HOMEM DE CONTAR da AE.

**Quadro 07 – “Gabarito” do  $Q_1$**

CONTROLE DE QUANTIDADE		
MOVIMENTOS	VALOR	HOMEM DE CONTAR
A	4	
T	3	
N	2	
O	1	
C	0	

Fonte: elaborado pelo autor.

O quadro acima juntamente com o contexto posto pela AE possibilita compreender que C indica a mão totalmente fechada, logo  $C = 0$ , pois nenhum dedo foi “estendido”. Enquanto que O representa a utilização mínima de dedos, logo  $O = 1$ , uma vez que apenas um único dedo foi estendido. Já A, T, N, O ou C não representam isoladamente a mão totalmente aberta, logo nenhum desses registros representam 5 dedos “estendidos”, ou seja, precisaríamos de dois registros dos MOVIMENTOS para representar 5 dedos “estendidos”.


A partir das afirmações anteriores e de que  $T - N = O$  compreendemos que  $A \neq O \neq C \neq N \neq T$  e  $T > N$ , logo:

$$T - N = 3 - 2 = 1 = O, \text{ ou seja, } T = 3 \text{ e } N = 2.$$

Os saberes matemáticos que podem ser mobilizados para compreensão de SND são: noção de contagem por agrupamento; noção de contagem por ascendência e descendência; noção de ordem; escrita de números; noção de algarismo; noção de adição; noção de sucessor e antecessor; noção de sistema numérico não posicional e o posicional; entre outros.

b)  $Q_2$ : o Quadro 08 foi elaborado para auxiliar no controle de quantidade, no qual adotamos o valor três para ser representado através dos MOVIMENTOS e por um único HOMEM DE CONTAR da AE, implicitamente anunciando a economia de tempo para registros das mesmas quantidades.

**Quadro 08** – “Gabarito” do Q<sub>2</sub>

CONTROLE DE QUANTIDADE		
FORMA	VALOR	REGISTRO
HOMEM DE CONTAR	3	
MOVIMENTOS	3	T

Fonte: elaborado pelo autor.

Os saberes matemáticos que podem ser mobilizados para compreensão de SND são: noção de sistema numérico posicional e o papel do zero; noção de algarismo e numeral; noção de reta numérica; noção de equivalência; etc.

c) Q<sub>3</sub>: o Quadro 09 foi elaborado para mostrar os padrões gerados para representação de quantidade. Considerando o uso somente dos MOVIMENTOS (C; O; N; T; A), o controle de quantidade superiores a A (maiores que 4), necessitaria de uma nova representação, com a escrita acrescentando um registro extra (com peso igual a um) ao anterior, gerando os padrões de representações escritas abaixo. Logo, o processo sucessivo de acréscimo de um ao anterior, de modo que obtivesse ATTO = 591 sacerdotes é cansativo e exaustivo.

**Quadro 09** – “Gabarito” do Q<sub>3</sub>

CONTAGEM POR AGRUPAMENTO POSICIONAL DE CINCO EM CINCO		
VALOR	NUMERAL COM ALGARISMOS HINDU-ARÁBICO	NUMERAL COM ALGARISMOS MOVIMENTOS
0	0	C
1	1	O
2	2	N
3	3	T
4	4	A
5	10	OC
6	11	OO
7	12	ON
8	13	OT
9	14	AO
10	20	NC
.	.	.
.	.	.
.	.	.
82	42	NA
83	43	AT
84	44	AA
85	100	OCC
.	.	.
.	.	.
.	.	.
591	4331	ATTO

Fonte: elaborado pelo autor.

Os saberes matemáticos que podem ser mobilizados para compreensão de SND são: noção de valor real e valor absoluto; noção de classes e ordens; etc.

d)  $Q_4$ : o Quadro 10 foi organizado para relacionar o registro ATTO = 4331 na base cinco com ATTO = 591 na base dez, por um processo de multiplicação se soma sucessivas. Por exemplo, a posição do algarismo (da direita para a esquerda no numeral) tem um peso igual à multiplicação do referido algarismo com a “unidade básica” de cada posição.

**Quadro 10** – “Gabarito” do  $Q_4$

NUMERAL (MOVIMENTOS)	VARLOR				
	5 <sup>a</sup> POSIÇÃO	4 <sup>a</sup> POSIÇÃO	3 <sup>a</sup> POSIÇÃO	2 <sup>a</sup> POSIÇÃO	1 <sup>a</sup> POSIÇÃO
ATTO = 4331 na base cinco	***	4.125	3.25	3.5	1.1
	***	500	75	15	1
ATNCO = 43201 na base cinco	4.625	3.125	2.25	0.5	1.1
	2500	375	50	0	1
TACCN = 34002 na base cinco	3.625	4.125	0.25	0.5	2.1
	1875	500	0	0	2

Fonte: elaborado pelo autor.

Com isso, poderíamos determinar que ATTO = 591 sacerdotes no nosso sistema numérico usual, assim como ATNCO = 2926 crianças e TACCN = 2377 adultos. Também podem surgir evoluções dessa resposta como o registro ATTO =  $4.125 + 3.25 + 3.5 + 1.1 = 500 + 75 + 15 + 1 = 591$ , ou seja, o numeral 591 na base decimal corresponde ao numeral 4331 na base cinco, logo se faz necessário uma notação de modo a distinguir a qual base um determinado numeral pertence, indicado por um índice “i” subscrito referente à base:  $591_{10} = 4331_5$ , sendo que o índice do numeral na base decimal pode ser omitido, logo  $591 = 4331_5$ . Ou seja, podemos calcular os resultados das seguintes operações:

- $A + T = ON = 12_5 = 1.5 + 2.1 = 7$
- $TN + AC = ONT = 123_5 = 1.25 + 2.5 + 3.1 = 38$
- $N - T = O = 1_5 = 1.1 = 1$
- $NC - TA = AO = 14_5 = 1.5 + 4.1 = 9$

Consideramos também a generalização do processo para qualquer valor inteiro. Ao olharmos novamente o Quadro 10, podem surgir os questionamentos: como podemos determinar qual o valor do algarismo em uma posição qualquer? Podemos, por exemplo, pelos MOVIMENTOS generalizar com (algarismo. $5^k$ ), sendo K a posição do algarismo da direita para a esquerda no numeral iniciando pelo algarismo zero, ou seja:

$$ATTO = 4331_5 = 4.5^3 + 3.5^2 + 3.5^1 + 1.5^0 = 4.125 + 3.25 + 3.5 + 1.1 = 500 + 75 + 15 + 1 =$$

$$591$$



Deste modo, a generalização da conversão de um numeral de uma base qualquer para um numeral de base decimal pode ser expresso pela seguinte expressão:

$$n = a_k \cdot b^k + \dots + a_3 \cdot b^3 + a_2 \cdot b^2 + a_1 \cdot b^1 + a_0 \cdot b^0$$

Onde  $a_{0\dots k}$  representam os algarismos do numeral na base para a qual se deseja convertê-lo (note-se que  $K$  é o índice subscrito = sobescrito) e  $b$  representa a base numérica. Para a conversão da base dez para a base cinco, efetuamos divisões sucessivas do quociente até que este resulte em zero, torna-se simples desde que as operações sejam realizadas adequadamente, conforme o Quadro 11:

**Quadro 11** – “Gabarito” de conversão (591 para  $4331_5$ )

PASSO	OPERAÇÃO	QUOCIENTE	RESTO
1	591/5	118	1
2	118/5	23	3
3	23/5	4	3
4	4/5	0	4

Fonte: elaborado pelo autor.

Os saberes matemáticos que podem ser mobilizados para compreensão de SND são: noção de composição e decomposição; adição de parcelas iguais (multiplicação); subtração de parcelas iguais (divisão); Sistema de Numeração Decimal; propriedade operatória; etc.

As questões apresentadas na AE não se restringem apenas aos sistemas de numeração posicional, também consideram elementos referentes à História e a Epistemologia dos Sistemas de Numeração Decimal conforme Ifrah (1997), Bernardo (2009) e Gundlach (1992).

Outros aspectos levantados são as recomendações das pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996), Kamii (1996), Nogueira (2011), Curi (2013) e Ferreira, Guerra e Viana (2019): aprofundamento sobre os procedimentos de contagem (sem agrupamento e com agrupamento); aprofundamento nas discussões teóricas e agregação de práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos alunos, encorajando-os a refletir e discutir sobre as atividades numéricas; ampliação dos conhecimentos matemáticos dos docentes acerca do processo de construção dos sistemas de numeração; entre outros.

### 3.5.2 Elaboração do Cronograma e Ações da Oficina

Na construção inicial do cronograma consideramos sete encontros para explorar ações de estudo das questões apresentadas na AE, conforme o Quadro 12.

**Quadro 12** – Cronograma apresentado no exame de qualificação

ENCONTRO / TEMPO	AÇÕES
1º / 4 horas	Abordagem do tema utilizando a AE.
2º / 4h30min	Exploração das questões, resoluções e estudos de literaturas.
3º / 4 horas	Continuidade da anterior.
4º / 4 horas	Exploração dos argumentos que sustentam as resoluções.
5º / 4h30min	Estímulo à elaboração de argumentos para as resoluções.
6º / 4 horas	Socialização das resoluções.
7º / 4 horas	Avaliação das construções relacionando-a com os saberes matemáticos em sala de aula

Fonte: elaborado pelo autor.

Os encontros da Oficina foram pensados para ocorrer um a cada dia, composto por etapas e ações a serem executados, conforme Quadro 13:

**Quadro 13** – Planejamento para oficina

1º ENCONTRO	
ETAPA	AÇÕES
1	Acolher os 25 (vinte e cinco) professores selecionados, dar boas vindas e realizar uma dinâmica, “roda de conversa”, para uma breve apresentação individual (identificação, perfil profissional e acadêmico).
2	Abordar a importância das formações continuadas para os professores, enfatizar os trabalhos de ensino, pesquisa e extensão dentro do contexto amazônico, em especial, da Universidade Federal do Pará (UFPA) e de seu Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), objetivando incentivar os professores a continuarem participando da pesquisa.
3	Apresentar a organização básica e os materiais de apoio da Oficina como a temática, cronograma, ábacos, material dourado, papéis para rascunho.
4	Oferecer e explicar a cada professor o Termo de autorização do uso de imagem e do Termo de consentimento livre e esclarecido, para posteriormente serem preenchidos.
5	Formar cinco grupos de professores a partir de um critério relacionado ao perfil profissional dos mesmos.
6	Oferecer a cada grupo a Atividade de Estudo (AE) em apostila e os materiais de apoio, objetivando realizar o primeiro contato dos grupos com as quatro questões.
7	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
8	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
2º ENCONTRO	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina, além de oferecer dois textos de apoio, “A história dos números” de Bernardo (2009) e “História dos números e numerais” de Gundlach (1992). Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de soluções para as duas primeiras questões apresentada na AE.

3	Iniciar e acompanhar o processo de construção das respostas às questões problemas pelos grupos.
4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>3° ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de soluções para as duas últimas questões da AE.
3	Dar continuidade ao processo de construção de respostas às questões pelos grupos.
4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>4° ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de justificativas/argumentos para fundamentar as soluções dadas aos problemas apresentados na AE.
3	Explorar as soluções dadas às questões da AE com questionamentos e abordagens explicativas.
4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>5° ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a socialização dos grupos, suas respostas e respectivas justificativas;
3	Oferecer o espaço para que três grupos socializem suas respostas e justificativas, de modo a ser avaliado em conjunto.
4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>6° ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a continuidade das ações do encontro anterior;
3	Oferecer o espaço para que três grupos socializem suas respostas e justificativas, de modo a ser avaliado em conjunto.
4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>7° ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a continuidade das ações do encontro anterior e a socialização das propostas de intervenções.
3	Elaborar e Socializar as propostas de ensino sobre sistema de numeração decimal.

4	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
5	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos. Finalizar o encontro com agradecimentos e com um <i>coffee break</i> .

Fonte: elaborado pelo autor.

Contudo, o planejamento *a priori* sofreu muitas modificações para atender as contingências externas e internas da formação, sendo discutido no Capítulo posterior.

## 4 ABORDAGEM ANÁLITICA E INTERPRETATIVA DOS DADOS

Neste Capítulo iremos apontar pontos que, a nosso ver, são relevantes e estão relacionadas aos encontros da Oficina. Não será objeto de discussão ou avaliação de qualquer natureza sobre os sujeitos investigados, a relação de suas propostas de ensino no cumprimento do seu “ofício” de ensinar se são “boas” ou “ruins”. A Oficina foi pensada para ser realizado em encontros, cada encontro constituídos por etapas com várias ações, todo esse processo foi organizado por sínteses descritivas de cada encontro.

1º Encontro: em 03/12/2019.

Todos os 25 (vinte e cinco) professores selecionados compareceram no primeiro encontro da Oficina sendo acolhidos pelos Mediadores de Estudos (ME), orientando e orientador. Realizamos uma dinâmica de apresentação individual para que todos pudessem conhecer os perfis profissionais e acadêmicos dos presentes. Para incentivá-los a continuarem participando da Oficina, mostramos a importância do processo formativo docente, enfatizando os trabalhos de ensino, pesquisa e extensão dentro do contexto amazônico, em especial, do Instituto de Educação Matemática (IEMCI) da UFPA, conforme Imagem 01:

**Imagem 01** – Acolhida dos professores pré-selecionados



Fonte: dados do Autor.

Também apresentamos alguns aspectos da Oficina como a temática e o cronograma (Quadro 12). Devido algumas contingências internas e externas apresentados pelos professores, como: recesso dos professores; festas de formaturas; feriados de final de ano (natal e ano novo) final do calendário letivo; entre outras, houve a necessidade de reestruturar o planejamento da Oficina. Nesse processo ocorreram negociações, tais como:

- Os encontros deveriam ser evitados aos finais de semanas (sábados e domingos), nos dias que houvesse plantão pedagógico ou festas de formaturas nas escolas onde os sujeitos da pesquisa trabalhavam;
- A permanência das formações no CAEE;
- Diminuição da quantidade de encontros da Oficina, de 7 (sete) para 4 (quatro) desde que mantivesse as 30 (trinta) horas de atividades, manhã e tarde, com intervalo de 2 (duas) horas para o almoço nos demais encontros, de modo a não prejudicar os encontros;
- Manter o ambiente formativo favorável a não ter interferências externas e internas, em especial, pelo uso indevido de celulares ou conversas paralelas, e assim, manter a concentração dos professores durante os estudos.

Tais acordos, a nosso ver, foram suficientes para reconstruímos o cronograma, sendo apresentado no segundo encontro da Oficina.

**Quadro 14** – Cronograma final da oficina

ENCONTRO	DURAÇÃO	ABORDAGENS
1º	6 horas	Acolhimento dos sujeitos investigados, apresentação da estrutura básica da Oficina e o estudo inicial sobre a AE.
2º	8 horas	Exploração de soluções as questões apresentados na AE.
3º	8 horas	Exploração, socialização e validação de argumentos matemáticos que justifiquem as respostas elaboradas aos problemas apresentados na AE.
4º	8 horas	Elaboração e apresentação e avaliação das propostas de ensino sobre Sistema de Numeração Decimal.

Fonte: elaborado pelo autor.

Deste modo, o Planejamento *a priori* da Oficina também passou por muitos ajustes, a fim de atender as necessidades de interesse coletivo.

**Quadro 15** – Planejamento final da oficina

1º ENCONTRO	
ETAPA	AÇÕES
1	Acolher os 25 (vinte e cinco) professores selecionados, dar as boas vindas e realizar uma dinâmica, “roda de conversa”, para uma breve apresentação individual (identificação, perfil profissional e acadêmico).
2	Abordar a importância das formações continuadas para os professores, enfatizar os trabalhos de ensino, pesquisa e extensão dentro do contexto amazônico, em especial, da Universidade Federal do Pará (UFPA) e de seu Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), objetivando incentivar os professores a continuarem participando da pesquisa.
3	Apresentar a organização básica e os materiais de apoio da Oficina como a temática, cronograma, ábacos, material dourado, papéis para rascunho.
4	Oferecer e explicar a cada professor o Termo de autorização do uso de imagem e do Termo de consentimento livre e esclarecido, para posteriormente serem preenchidos.
5	Formar cinco grupos de professores a partir de um critério relacionado ao perfil

	profissional dos mesmos.
6	Oferecer a cada grupo a AE em apostila e os materiais de apoio, objetivando realizar o primeiro contato dos grupos com as quatro questões.
7	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
8	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>2º ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina, além de oferecer dois textos de apoio, “A história dos números” de Bernardo (2009) e “História dos números e numerais” de Gundlach (1992). Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de soluções para as duas primeiras questões apresentados na AE.
3	Destacar aos grupos a importância de registrar as soluções nas folhas de rascunhos, assim como provocá-los com questionamentos para justificá-las.
4	Explorar as soluções dadas às questões problemas da AE com questionamentos e abordagens explicativas.
5	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
6	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>3º ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de soluções para as duas últimas questões da AE.
3	Destacar aos grupos a importância de registrar as soluções nas folhas de rascunhos, assim como provocá-los com questionamentos para justificá-las.
4	Oferecer o espaço para que os grupos socializem suas respostas e justificativas, de modo a ser avaliado em conjunto.
5	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
6	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos, comunicar o dia, hora e local do próximo encontro. Finalizar o encontro com agradecimentos.
<b>4º ENCONTRO</b>	
1	Organizar os grupos para uma breve discussão, de forma voluntária, sobre o encontro anterior.
2	Distribuir para cada grupo seu respectivo material de apoio na Oficina. Enfatizar que o objetivo do encontro será a elaboração de justificativas/argumentos para fundamentar as soluções dadas aos problemas apresentados na AE.
3	Elaborar propostas de ensino sobre sistema de numeração decimal hindu-arábico para os primeiros anos do ensino fundamental.
4	Socializar as propostas de ensino sobre sistema de numeração decimal hindu-arábico para os primeiros anos do ensino fundamental.
5	Solicitar a cada grupo o preenchimento do seu Questionário de Campo.
6	Recolher todos os materiais oferecidos aos grupos. Finalizar o encontro com agradecimentos e com um <i>coffee break</i> .

Fonte: elaborado pelo autor.

Ainda no primeiro encontro apresentamos alguns materiais de apoio a serem utilizados nos encontros: a caixa IFRAH (Imagem 02), além de ábacos, material dourado, papéis para rascunho e o Questionário de Campo.

**Imagem 02 – Caixa IFRAH**

Fonte: dados pelo autor.

Foi enfatizado que todos os encontros seriam filmados e, quando necessários, gravações de áudios e fotos por câmara digital e/ou celular, conforme a Imagem 03.

**Imagem 03 – Apresentação dos equipamentos de multimídias**

Fonte: dados do autor.

Também esclarecemos que a Oficina era parte integrante de uma pesquisa, em nível de mestrado pela UFPA. Posteriormente foi entregue a cada professor um Termo de Autorização do Uso de Imagem (Anexo I) e um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo II), sendo explicadas suas finalidades. Dos 25 (vinte e cinco) professores, somente 19 (dezenove) professores preencheram os documentos, captados pela Imagem 04.

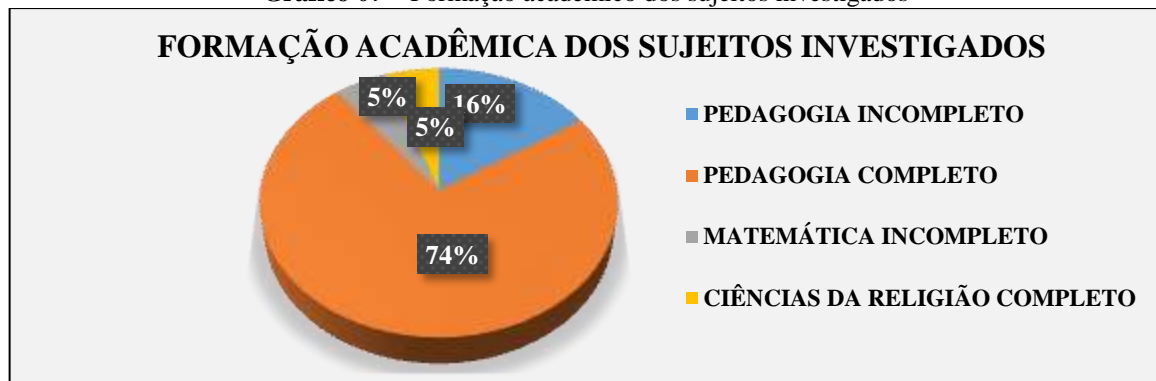
**Imagem 04 – Preenchimentos dos termos da pesquisa**

Fonte: dados do autor.



Seis professores, por não terem como conciliarem os horários de trabalho e estudo, não preencheram os termos apesar de apresentarem interesse em continuar nas formações, então receberam nossos agradecimentos e foram “liberados” da Oficina. Foi realizado o levantamento do perfil acadêmico dos dezenove professores restantes, através da dinâmica de apresentação individual e dos Questionários de Seleção dos Professores. O Gráfico 07 ilustra a porcentagem dos sujeitos investigados com formação superior completo e incompleto, revelando que 90% possuem formação na área da Pedagogia.

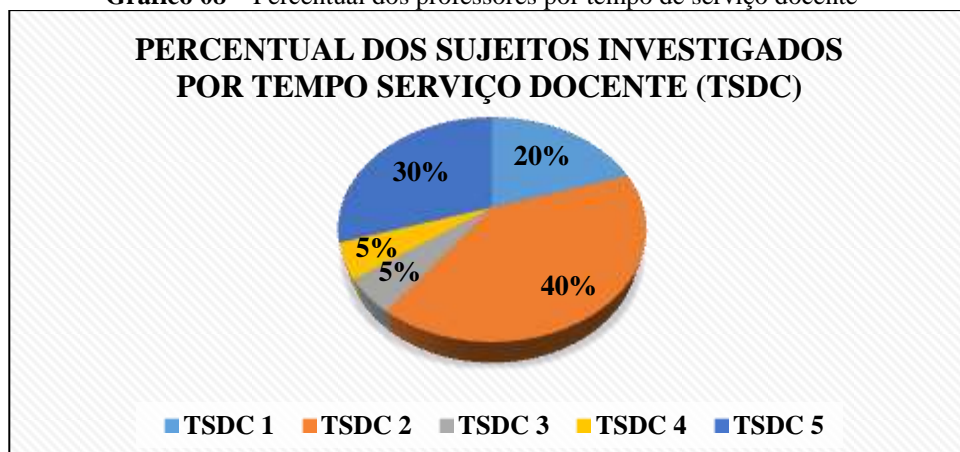
**Gráfico 07** – Formação acadêmica dos sujeitos investigados



Fonte: elaborado pelo autor.

Os questionários e a apresentação individual também revelaram características comuns, o Tempo de Serviço Docente o qual identificaremos pela sigla TSDC. A partir do TSDC criamos os seguintes níveis para classificação dos sujeitos investigados: TSDC 1 (de 0 a 5 anos completos); TSDC 2 (de 6 a 10 anos completos); TSDC 3 (de 11 a 15 anos completos); TSDC 4 (de 16 a 20 anos completos); TSDC 5 (de 21 a 25 anos completos). Também calculamos o percentual de professores de acordo com cada nível do Tempo de Serviço Docente (TSDC), conforme o Gráfico 08:

**Gráfico 08** – Percentual dos professores por tempo de serviço docente



Fonte: elaborados pelo autor.

Pelo TSDC realizamos a classificação dos sujeitos e pudemos distribuí-los em 5 (cinco) grupos (A; B; C; D; E). Para composição desses grupos adotamos como critério o equilíbrio entre os grupos dos níveis de TSDC. A Tabela 01 representa tal disposição:

**Tabela 01 – Composição dos grupos participantes da pesquisa**

GRUPO	QUANTIDADE DE PROFESSORES SEGUNDO TEMPO DE SERVIÇO DOCENTE					TOTAL DE DOCENTES
	TSDC 1	TSDC 2	TSDC 3	TSDC 4	TSDC 5	
<b>A</b>	1	2	0	1	0	4
<b>B</b>	1	1	1	0	1	4
<b>C</b>	1	2	0	0	1	4
<b>D</b>	0	2	0	0	2	4
<b>E</b>	1	1	0	0	1	3

Fonte: dados do autor.

Registramos no quadro magnético a composição dos grupos, conforme a Imagem 05, buscando dar transparência e o não favorecimento na escolha dos integrantes da cada grupo.

**Imagem 05 – Composição dos grupos no quadro magnético**



Fonte: dados do autor.

Os dados e informações obtidos pelos Gráficos 07 e 08, Tabela 01 e os Questionários de Seleção dos Professores foram otimizados no Quadro 16. Destacamos que foram adotados nomes “fantasias” (referentes às comunidades existentes no município de Maracanã/PA) a cada sujeito investigado, vejamos:

**Quadro 16 – Composição de cada grupo investigado**

GRUPO	NOME	GRADUAÇÃO	TSDC	VÍNCULO	LOTAÇÃO
<b>A</b>	MOTA	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEF DORIVAL
	PENHA	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEF ALTAIR
	UNIÃO	PEDAGOGIA C.	4	TEMPORÁRIO	EMEF ALTAIR
	DERRUBADA	PEDAGOGIA I.	1	TEMPORÁRIO	EMEF ACY
<b>B</b>	ARICURU	PEDAGOGIA C.	3	EFETIVO	EMEF MIS. NELS
	MINA	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEF MIS. NELS
	CAJUAL	MATEMÁTICA I.	1	TEMPORÁRIO	EMEF MIS. NELS
	SANTA MARIA	PEDAGOGIA C.	5	TEMPORÁRIO	EMEF ALTAIR
<b>C</b>	BALAIÓ	PEDAGOGIA I.	2	TEMPORÁRIO	EMEF MIS. NELS
	BOM JARDIM	PEDAGOGIA C.	5	TEMPORÁRIO	EMEF ACY

	RECREIO	PEDAGOGIA C.	1	TEMPORÁRIO	EMEF ACY
	ITAMARATI	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEF ACY
<b>D</b>	TATUTEUA	PEDAGOGIA I.	2	TEMPORÁRIO	EMEF MIS. NELS
	SANTO AMARO	PEDAGOGIA C.	5	TEMPORÁRIO	EMEF MIS. NELS
	SANTA CRUZ	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEF ACY
	SÃO TOMÉ	C. RELIGIÃO C.	5	TEMPORÁRIO	EMEF SANTA
	JACÓ	PEDAGOGIA C.	5	EFETIVO	EMEF ALTAIR
<b>E</b>	ALGODOAL	PEDAGOGIA C.	2	TEMPORÁRIO	EMEIF ALACID
	4 BOCAS	PEDAGOGIA	1	TEMPORÁRIO	EMEIF ALACID

Fonte: elaborado pelo autor.

Após a composição dos grupos, organizamos o ambiente formativo e oferecemos a CAIXA IFRAH, papéis de rascunhos, Questionário de Campo e uma postila contendo a Atividade de Estudo (AE), conforme Imagem 06:

**Imagem 06** – Leitura da Atividade de Estudo



Fonte: dados do autor.

Após a leitura da AE os grupos tiveram o primeiro contato com as quatro questões problemas. Os grupos foram alertados para a importância de fazerem os registros escritos das respostas nos papéis de rascunhos. Não foi direcionada a ordem de resolução das questões, deixamos a critério de cada grupo fazer sua escolha. A experiência dos professores de interagir pela primeira vez com a AE geraram algumas reações corporais que podem indicar preocupação e/ou ansiedade, sendo captados pela Imagem 07:

**Imagem 07** – Primeiro contato dos grupos com as questões problemas da SP



Fonte: dado do autor.

Como os professores manifestarem muitos gestuais, fizemos a seguinte pergunta para professora ITAMARATI: por que colocaste a mão na testa? E ela respondeu: *professor, por conta da questão ser muito complexa.* Indagamos a professora SANTA CRUZ: por que colocou a mão no queixo? Ela respondeu: *tô pensativa, as questões são difíceis.* Então questionamos a professora MOTA: por que sorriu para os colegas? E ela respondeu: *porque os HOMENS DE CONTAR são engraçados, é um “homenzinho” que só tem uma mão. Professor essas letras lembram os algarismos romanos.* Observamos que sujeitos interagem pela primeira vez com uma questão que inicialmente não sabem resolver, assumindo um papel de “turista” frente ao problema.

Alguns minutos depois, verificamos que todos os grupos começaram a desenvolver repostas para a primeira questão. Com isso, perguntamos ao Grupo B: qual questão estão respondendo? E CAJUAL disse: *a primeira questão é interessante, tem umas figuras e uma “xarada”.* Nesse momento CAJUAL apontou para a “xarada”:

O pesquisador descobriu que devido várias situações o povo “IFRAH” começou a substituir os “HOMENS DE CONTAR” e passou a utilizar somente **A, T, N, O** e **C** como registros para representações de qualquer quantidade inteira. O pesquisador chamou esses novos registros de “MOVIMENTOS”, pois faziam referências as manipulações dos dedos de um único “HOMEM DE CONTAR”, sendo que: **C** indica a mão totalmente fechada; **A, T, N, O** ou **C**, não representam isoladamente a mão totalmente aberta; **A** evidencia a mão quase que totalmente aberta; **O** representa a utilização mínima de dedos, também é o resultado de **T** menos **N**. (CARRÉRA, 2019).

Indagamos o Grupo E: qual questão estão resolvendo? E a professora ALGODOAL falou: *professor, a primeira.* E perguntamos novamente: por quê? Ela disse: *se a gente lê essa parte com calma fica fácil achar os valores das letras.* Nesse sentido, quando ALGODOAL diz “essa parte” é referente à “xarada” dita por CAJUAL e ao falar “letras” é em relação aos registros dos MOVIMENTOS: **C, O, N, T** e **A**.

Quando questionamos os demais grupos sobre as motivações para responderem a primeira questão da AE, ambos faziam referências à “xarada” dita por CAJUAL. Com isso, a primeira questão mostrou-se um “motor” motivacional para que os grupos comesçassem a elaboração de respostas, conforme Imagem 08 – (1) grupo C; (2) grupo A; (3) à frente grupo B e atrás grupo E; (4) grupo D.

**Imagem 08** – Estudos sobre a primeira questão problema da SP



Fonte: dados do autor.

Ainda no primeiro encontro os grupos construíram duas respostas, conforme as Imagens 09 e 10, que aparentemente solucionavam a primeira questão, mas devido ao tempo não foi avaliada e nem socializada entre os grupos.

**Imagem 09** – Resposta elaborada pelo grupo D para primeira questão da AE

$$\begin{array}{cccccc}
 A & T & N & \theta & C & = 10 \\
 4 & 3 & 2 & 1 & \theta & \\
 & & & & & \theta \\
 T & - & N & = & 1 & = 6 \\
 3 & & 2 & & & 
 \end{array}$$

Fonte: dados do autor.

**Imagem 10** – Resposta elaborada pelo grupo B para a primeira questão da AE

Sistema de Numeração  
 $A, T, N, \theta, C$  (qualquer quantidade de cada inteiro)  
 Lo Movimentos  
 $C$ : totalmente fechada = 0  
 $\therefore$  Nenhum componente desse sistema representado a mão  
 $A$ : quase totalmente aberto:  $e$  ou 4  
 $O$ : utilização mínima de dedos: 1

Fonte: dados do autor.

Analisando os dados de vídeo gravação sobre a forma que os Grupos B e D utilizaram para construção de suas respostas, verificamos que ambos os grupos adotaram os mesmos procedimentos: “estendiam” os dedos da mão de um dos integrantes do grupo, contavam e associavam a cada registro dos MOVIMENTOS, por exemplo, “estendendo” quatro dedos e representando por A. As duas respostas chamaram nossa atenção, pois apresentam indícios de ao menos uma solução que resolve o problema apresentado.

No final do primeiro encontro oferecemos dois textos de apoio (em PDF) para o segundo encontro, de autoria de Bernardo (2009) e Gundlach (1992), pressupondo que auxiliaria os grupos no aprofundamento sobre contagem sem agrupamento e com agrupamento, sistemas numéricos de diferentes bases, entre outros. É importante destacar que os textos só seriam oferecidos no segundo encontro, contudo, os grupos solicitaram obras que pudessem contribuir com os estudos. Tal ruptura do que estava organizado foi necessário para possibilitar o avanço da aprendizagem dos sujeitos.

2º Encontro: em 17/12/2019.

Iniciamos o encontro perguntando aos grupos se haviam lido os textos de apoio e a maioria dos sujeitos respondeu que fizeram a leitura de pelo menos um dos textos. Em seguida, buscamos identificar as contribuições das leituras a partir das respostas geradas pelos Grupos D e B no encontro anterior, conforme as Imagens 09 e 10.

Questionamos o Grupo D: *como responderam a primeira questão?* E o professor SANTO AMARO respondeu: *contamos com os dedos*. E perguntei novamente: *como?* e SANTO AMARO disse: *a mão totalmente fechada é zero, um dedo é a utilização mínima, pra mão, tá quase totalmente aberta, só pode ser quatro se for maior a mão fica toda aberta. Se substituir as cinco letras dos MOVIMENTOS ATNOC por números vai ficar 43210, então é só somar que vai dá dez*. Mesmo assim, indaguei novamente o Grupo D: *como encontram os valores de T e N?* E a professora SÃO TOMÉ falou: *porque foram os dois números que sobram, três e dois, como T menos N é um, então só pode ser três menos dois é um. E dá certo professor, porque se somar dá seis*. Ou seja, o Grupo D acordou em realizar manipulações dos dedos das duas mãos, de modo a “estender” os dedos e associar a um registro dos MOVIMENTOS, deste modo encontram os valores de C, O e A, respectivamente 0, 1 e 4. Para encontrar os valores de T e N, realizaram as seguintes operações:

- 1ª ATNOC foi substituído por algarismos, logo 43210;
- 2ª Efetuaram a operação  $43210 = 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$ ;
- 3ª Efetuaram a operação  $T - N = 3 - 2 = O = 1$ ;
- 4ª Efetuaram a operação  $T + N + O = 3 + 2 + 1 = 6$ .



A resposta do Grupo D apresentavam alguns pontos diferentes daqueles pensados por nós *a priori*. Para analisarmos se algum grupo conseguiu elaborar uma resposta e justificativa parecida com a do “Gabarito”, perguntamos ao Grupo B: como responderam a primeira questão? E CAJUAL disse: *fizemos parecido com o Grupo D, usamos os dedos de uma mão pra contar associado a “xarada” e assim encontramos os valores de C, A e O. Como os MOVIMENTOS não contam coisas “quebradas”, só coisas “inteiras”, como os números naturais, só temos cinco letras pra cinco números, zero, o um, o dois, o três e o quatro, pois nenhuma letra representa o cinco. Como resta três e dois, pra dá um, o primeiro tem que ser maior que o segundo. Temos T menos N igual a três menos dois que é um.* A fala de CAJUAL dá indícios que compreendiam que a contagem utilizando os MOVIMENTOS era feito por agrupamento, sendo representado cada valor do agrupamento por um registro dos MOVIMENTOS. Analisando a resolução do Grupo B temos:

- 1° Identificação dos valores de C, O e A, respectivamente, 0, 1 e 4, após manipularem os dedos de uma única mão relacionando com a “xarada”, restando 3 e 2;
- 2° Nenhum dos registros dos MOVIMENTOS, isoladamente, representa o cinco;
- 3° Concluíram que T é maior do que N;
- 4° Efetuaram a operação  $T - N = 3 - 2 = 1$ .

Destacamos que a resposta do Grupo B assemelha-se a nossa resposta do “Gabarito” para a primeira questão da AE. Alguns grupos não tinham segurança sobre parte da resposta do Grupo B, mas todos concordavam sobre os valores de C, O e A. Mesmo assim, esse processo de socialização das resoluções dos Grupos D e B evidenciam um discurso racional que objetiva justificar e explicar a resposta do problema em questão.

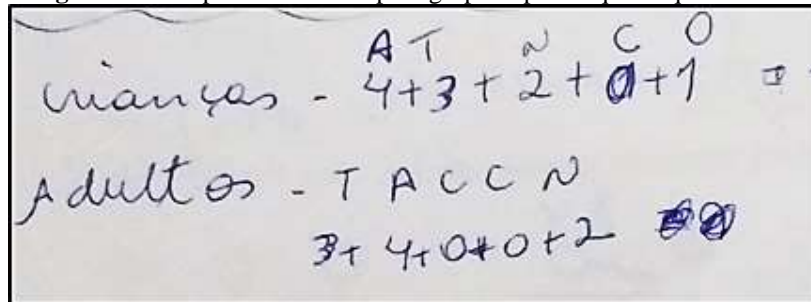
Por entendermos que a resposta do Grupo D era inconsistente, tentamos “desestabilizar” a resposta, perguntando: qual o valor de ATTO no nosso sistema numérico usual? Então SANTA CRUZ respondeu sob o olhar desconfiado dos demais integrantes: *bastava somar ATTO que vai dá 4 mais 3 mais 3 mais 1 igual a 11.* Nesse momento outros grupos indagaram como o Grupo B, e CAJUAL perguntou: *como ATTO é onze se no texto diz que corresponde a 591 sacerdotes? Acho que tá errado esse pensamento.* Então perguntamos novamente ao Grupo D: vocês concordam com o colega? E SANTA CRUZ disse: *acho que sim, mas como faz pra encontrar então o valor?* Então direcionamos parte do tempo do encontro para que os grupos retornassem aos estudos nos textos de apoio. Novamente antecipamos as etapas de socialização e justificativas das respostas, com isso, manifestando uma nova ruptura do daquilo que havíamos planejado.

Depois de lerem os textos de Gundlach (1992), percebemos que os Grupos identificaram os “Homens de contar”, com isso mostraram-se eufóricos. No momento tal reação nos gerou contentamento, mas evidenciou que os grupos também não cumpriram com suas obrigações enquanto “alunos”, por não terem feito a leitura dos textos de apoio antecipadamente. Quando os grupos analisaram o “Homem de contar” apontado por Gundlach (1992), com exceção do GRUPO D, concluíram que os HOMENS DE CONTAR da AE representavam um sistema de numeração não posicional, pois independentemente da posição do referido HOMEM DE CONTAR no registro, a quantidade seria a mesma.

Ao fazerem a leitura dos “Homens dos dez” de Gundlach (1992), alguns sujeitos questionaram como a professora BOM JARDIM: *professor, o sistema decimal não deveria ser chamado de sistema de numeração posicional hindu-arábico?* Então respondemos: sim, também está correto. E outros complementaram dizendo que a maioria dos livros didáticos aborda como Sistema de Numeração Decimal e outros sujeitos se referiam como sistema hindu-arábico. Com isso, percebemos que os textos de apoio auxiliaram os grupos em confrontar suas práticas, mesmo que de forma tímida. O certo que ficou acordado que poderíamos chamar o Sistema de Numeração Decimal usual apenas pela sigla SND.

Depois, questionamos o Grupo A: quais os motivos que supostamente levaram o povo IFRAH substituírem os HOMENS DE CONTAR pelos MOVIMENTOS? A professora UNIÃO respondeu: *pode ter sido para controlar a quantidade de comida e de pessoas*. A professora MOTA complementou: *também pode ser, porque começaram a escrever e a contar coisas maiores*. Vejamos que a segunda questão movimentou alguns saberes dos professores que normalmente discutem em sala de aula com seus alunos. Após os grupos apresentarem diversos argumentos, passaram a construir respostas para a última questão da Atividade de Estudo. Vejamos algumas delas:

**Imagem 11** – Resposta elaborada pelo grupo D para a quarta questão da AE



Fonte: dados do autor.

A Imagem 11, solução elaborada pelo Grupo D, evidencia o mesmo pensamento da resposta elaborada para primeira questão problema, ou seja, somando seus algarismos:

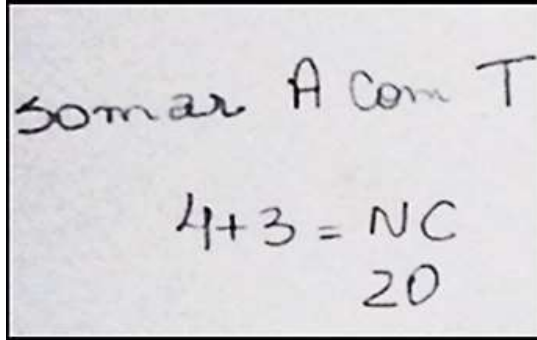


$$ATNCO = 4 + 3 + 2 + 0 + 1 = 10$$

$$TACCN = 3 + 4 + 0 + 0 + 2 = 9$$

Contudo essa resolução foi questionada pelos outros grupos. A Imagem 12 é a solução dada pelo Grupo C à quarta questão, vejamos:

**Imagem 12** – Resposta elaborada pelo Grupo C para a quarta questão da AE



Fonte: dados do autor.

A partir da solução do Grupo C questionamos: como foi realizada essa soma? E a professora RECREIO disse: *ele é um sistema “quinário”<sup>14</sup> professor, não tem nenhuma letra sozinha que represente cinco ou maior que cinco, parecido com o sistema decimal que não pode ter um “número” para representar o dez ou maior que dez.* Apesar da fala de RECREIO, deixamos de discutir a ideia de “número” que poderiam gerar discussões e debates enriquecedores, pois há indícios que estejam fazendo a relação equivocada entre a noção de algarismo e número.

Continuamos a indagar o Grupo C: como encontraram o valor 20? A professora BOM JARDIM disse: *parece o sistema decimal, se somar A mais T dá sete, então “transforma” o sete, pega cinco e “transforma” em zero e o restante coloca em uma “casa maior”.* Dessa explicação surgiu que:

$$A + T = NC = 20$$

É importante destacar que BOM JARDIM entende por “transformar” fazer agrupamentos de cinco em cinco e por “casa maior” a posição do algarismo no registro. Além disso, a resposta do Grupo C sugere erros nesse processo. Mas pela falta de tempo não foi possível ampliar as discussões nesse encontro.

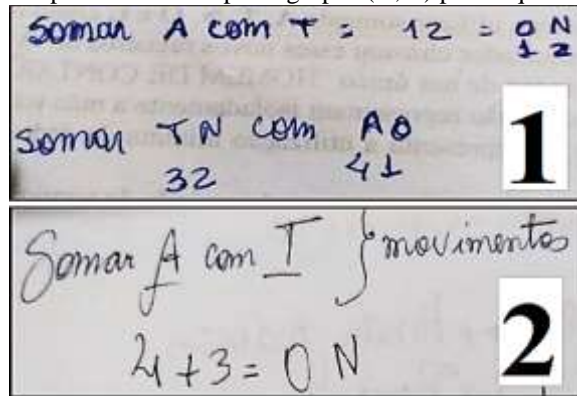
3º Encontro: 23/01/2020.

A justificativa apresentada pelo Grupo C apresenta indícios de compreensão equivocada sobre classes e ordens dos números. Então utilizamos outras resoluções para

<sup>14</sup> Termo utilizado pelo professor RECREIO em virtude da semelhança com as organizações do sistema binário, utilizado pelos computadores para criação de várias informações.

socializar e fazer um comparativo, conforme a Imagem 13: (1) parte da solução do Grupo A para a última questão da AE; (2) parte da solução do Grupo E para a última questão da AE.

**Imagem 13** – Resposta elaborada pelos grupos (A; E) para a quarta questão da AE



Fonte: dados do autor

Os Grupos A e E apresentaram como resultado de  $A + T$  o valor ON. Ambos também justificaram que os MOVIMENTOS é sistema numérico posicional “quinário” e a falta de um registro para representar o valor cinco ou maior que cinco necessita que o novo número seja “transformado”, usando uma sequência de registros dos MOVIMENTOS da direita para esquerda, como no Sistema de Numeração Decimal.

A justificativa do Grupo E assemelha-se a do Grupo A. Ao serem questionados: *como A mais T é igual a ON? Como esse doze surgiu?* A professora JACÓ disse: *professor quando somamos passou de cinco, deu sete, por isso “transformamos” o número sete. A gente juntou cinco e “transformamos” em um na posição da frente, então ficou dois na posição de trás, parecido com o sistema decimal.* Continuamos perguntando: *e como apareceu o ON?* E JACÓ concluiu: *professor trocamos o resultado doze pelas letras dos MOVIMENTOS.*

As justificativas dos grupos evidenciam que compreendem a contagem por agrupamento, seja de cinco a cinco, seja de dez a dez. Também pode mostrar que possuem a noção de valor relativo e valor absoluto, ao saberem que cada algarismo em uma determinada posição, da direita para a esquerda, apresenta um valor diferente e maior.

Após os Grupos A e E justificarem suas respectivas resoluções os integrantes do Grupo B sorriam, mostrando indícios de “contentamento” com a solução apresentada. Deste modo, o Grupo B solicitou que fosse socializada sua resposta, conforme a Imagem 14:

**Imagem 14** – Resposta elaborada pelo grupo B para a quarta questão da AE

Somar A com T Jmovimentos  
 $4+3 = 0N$   
 $12$   
 $(5) \Rightarrow$   
 $1 \cdot 5 + 2 \cdot 5^0$   
 $1 \cdot 5 + 2 \cdot 1$   
 $5+2$   
 $7_{(10)}$

Fonte: dados do autor.

O Grupo B explicou, conforme o professor ARICURU: *colegas, acreditamos que os MOVIMENTOS é um tipo de sistema de numeração posicional, de base cinco<sup>15</sup>, o grupo fez a questão parecido com os colegas, mas o CAJUAL mostrou uma forma rápida de fazer que tem nos livros didático, por decomposição e composição. Somar A com T dá ON do jeito que o colega disse, só que usamos no doze o cinco embaixo, pra diferenciar, pra dizer que pertence a base cinco. Pra saber quanto doze na base cinco vale na base dez, a gente decompõe e multiplica pelo valor da posição, faz a conta e acha o sete na base dez. Então indagamos: é só multiplicar ou tem outras operações? Porque cada algarismo foi multiplicado por cinco com expoente? E CAJUAL respondeu: *não, também tem soma e potenciação. Professor a gente multiplica por cinco porque é o valor da base, cada expoente indica o valor que cada cinco tem na base, mas eu vi na UEPA que inicia por zero.**

Nesse sentido ARICURU completou: *verdade o expoente começa do zero, da direita para a esquerda.* Perguntei para ARICURU: você viu isso em algum lugar? E responde: *sim, nos livros didáticos, mas com sistema decimal.* Questionei novamente o Grupo: mas pode usar esse processo? E CAJUAL falou: *da sim, da certinho, serve pra outras base para mudar pra base dez.* Ou seja, o Grupo B complementou a justificativa dos Grupos A e E, passando de um estágio informal para o estágio formal, ao usarem processos de sucessivas multiplicações e somas, para mudança de base ( $1 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0 = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 5 + 2 = 7$ ), além disso, usaram a seguinte estrutura matemática para simplificar:  $12_{(5)} = 7_{(10)}$ .

Após as discussões da resposta anterior, alguns grupos começaram a utilizar a ideia da “decomposição” para resolver as demais questões, conforme a Imagem 15: (1) resposta do Grupo E para o Quadro 1 da quarta questão problema; (2) resposta do Grupo C para o Quadro 1 da quarta questão da AE.

<sup>15</sup> Neste momento percebemos que o Grupo B deixa de chamar os MOVIMENTOS de sistema de numeração posicional “quinário” e chama de sistema de numeração posicional de base cinco.

**Imagem 15** – Resposta elaborada pelos grupos (E; C) para a terceira questão da AE

**1**

**Crianças**  
 ATNCO  
 4 3 2 0 (5)  
 $4 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$   
 $2 \cdot 500 + 375 + 50 + 0 + 1$   
 2.926 (10)

**Adultos**  
 TACCN  
 3 4 0 0 2 (5)  
 $3 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0$   
 $3 \cdot 625 + 4 \cdot 125 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 5 + 2 \cdot 1$   
 $1875 + 500 + 0 + 0 + 2$   
 $2375 + 2$   
 2377 (10)

**2**

**CRIANÇAS**  
 ATNCO  
 4 3 2 0 (5)  
 $4 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$   
 $4 \cdot 625 + 3 \cdot 125 + 2 \cdot 25 + 0 \cdot 5 + 1 \cdot 1$   
 $2500 + 375 + 50 + 0 + 1$   
 $2875 + 51$   
 2926 (10)

**ADULTOS**  
 TACCN  
 3 4 0 0 2 (5)  
 $3 \cdot 5^4 + 4 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^0$   
 $3 \cdot 625 + 4 \cdot 125 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 5 + 2 \cdot 1$   
 $1875 + 500 + 0 + 0 + 2$   
 $2375 + 2$   
 2377 (10)

Fonte: dados do autor

A imagem acima sugere que os grupos compreenderam a ideia de que cada algarismo em uma determinada posição apresenta um valor distinto se tivesse em outra posição, e para identificar o valor em cada posição, basta apenas multiplicar com um valor correspondente a própria base elevando a um valor correspondente a posição (iniciando do zero, da direita para a esquerda). Também ocorre o uso de notação para identificar a que base um número pertence, conforme a Imagem 16: (1) resposta do Grupo A; (2) resposta do Grupo D.

**Imagem 16** – Resposta elaborada pelos grupos (A; D) para a terceira questão da AE

**1**

ATTO = 591 (10)  
 (5)  
 $4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$   
 $500 + 75 + 15 + 1 = 591$

**2**

ATTO (591)  
 4 3 3 1 (5)  
 $4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0$   
 $500 + 75 + 15 + 1 = 591$

Fonte: dados do autor.

A figura acima mostra que os Grupos A e D utilizaram a ideia do Grupo B de identificar a base que um número pertence, além da ideia de “decomposição”, deste modo:

$$ATTO = 4331_5 = 4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 = 500 + 75 + 15 + 1 = 591_{10}$$

Concluimos que os Grupos C e D abandonam suas ideias e passam a adotar, as respostas e justificativas utilizadas pelos demais grupos.

Concretizado a terceira questão da AE a euforia entre os grupos era tanta que foi difícil conte-los. Alguns Grupos comentaram em seus Questionários de Campo:

Grupo C: *foi maravilhoso, cheio de novos conhecimentos, novos colegas, clima agradável e problemas matemáticos interessantes.*

Grupo D: *a socialização foi primordial para o enriquecimento do aprendizado dos membros do grupo.*

Grupo A: *foi um dia produtivo, pois é sempre bom aprender novos conhecimentos e assim melhorar nossas práticas pedagógicas.*

Por conta do tempo, não conseguimos nos aprofundar nas discussões, apenas relembramos a principal pauta do próximo encontro, a elaboração e apresentação de propostas de ensino de sistema de numeração para seus alunos.

4º Encontro: 07/01/2020.

Destacamos que nesse encontro, devido às atividades escolares da rede pública de ensino de Maracaná, o Grupo E não participou do encontro, sendo justificada a ausência para o ME e socializada para os demais grupos.

Durante o processo de elaboração de propostas para o ensino de Sistema de Numeração Decimal, mesmo não direcionando que a construção da proposta teria que levar em consideração a Oficina, todos os grupos fizeram tal relação e com referências a uma ou mais habilidade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), neste sentido:

➤ Grupo A – Habilidade EF01MA01 “Utilizar números naturais como indicador de quantidade ou de ordem” e EF01MA07 “Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais”. Apresentaram uma proposta que envolveu contagem ascendente e descendente, noção de adição: juntar e acrescentar quantidades, leitura e escrita numérica, conforme a Imagem 17:

**Imagem 17** – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo A



Fonte: dados do autor.



➤ Grupo B – Habilidade EF01MA07 “Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais” e EF01MA09 “Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida”. A proposta do referido grupo abrangeu o uso de desenhos e materiais manipuláveis, ilustrado pela Imagem 18.

**Imagem 18** – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo B



Fonte: dados do autor.

➤ Grupo C – Habilidade EF02MA05 “Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizando no cálculo mental ou escrito”. Produziram atividades utilizando a “Escala de Cuisenaire” e malhas quadriculadas. Apresentação foi registrada pela Imagem 19.

**Imagem 19** – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo C



Fonte: dados do autor.

➤ Grupo D – Habilidade EF03MA01 “Ler, escrever e comparar números naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre registros numéricos e em língua materna”. Apresentaram o ábaco e o material dourado para o desenvolvimento da

leitura e escrita numérica por classes e ordens, além do ensino da Reta numérica. Apresentação foi registrada pela Imagem 20:

**Imagem 20** – Apresentação da proposta de ensino de sistema de numeração decimal elaborado pelo grupo D



Fonte: dados do autor.

Ao final de cada apresentação os grupos contribuíram no sentido de direcionar para qual público os planejamentos eram adequados e quais objetos de conhecimentos podiam ser explorados. Neste sentido, construímos uma síntese dos planejamentos com os conhecimentos matemáticos que auxiliam na compreensão de SND, ilustrado pelo Quadro 17:

**Quadro 17** – Otimização dos planejamentos

GRUPO	ANO	TEMPO (DIAS)	OBJETOS DE CONHECIMENTO
A	1º	2	Contagem ascendente e descendente; noção de adição: juntar e acrescentar quantidades; leitura e escrita numérica.
B	1º	2	Noção de adição: juntar e acrescentar quantidades; padrões figurais e numéricos: cor, forma, lado, vértice e medida.
C	2º	1	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração.
D	3º	1	Leitura e escrita numérica por classes e ordens; reta numérica.

Fonte: elaborados pelo autor.

Os resultados sugerem que a apresentação da AE dentro de um contexto formativo possibilitou a exploração de diversos conhecimentos matemáticos que auxiliam na construção do SND, alargando e aprofundando inclusive forma de resoluções e argumentos que justificam as praticas docente. A socialização das experiências dos estudos das questões da AE contribuiu para a construção de um ambiente colaborativo nas discussões, debates e soluções dos problemas. A compreensão dos grupos sobre os processos de contagem em agrupamentos a agrupamentos permitiu relacionarem diferentes sistemas, não somente a base cinco e dez, ampliando a noção sobre o aspecto posicional dos algarismos, assim como a noção de valor relativo e valor absoluto. O uso de materiais manipulativos possibilitaram maior engajamento e compreensão dos aspectos matemáticos estudados sobre SND.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos uma proposta de trabalho voltado para a formação de professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, especificamente, ao ensino de Sistema de Numeração Decimal (SND). Trata-se de uma Oficina que buscou diminuir o distanciamento entre o ambiente formativo e os professores, onde foi apresentado a Atividade de Estudo com questões que possibilitam a compreensão de alguns elementos matemáticos abordados e recomendados por Lerner e Sadovsky (1996), Kamii (1996), Nogueira (2011), Curi (2013) e Ferreira, Guerra e Viana (2019): contagem sem agrupamento e com agrupamento; exploração de diversos sistemas numéricos; aprofundamento das discussões teóricas e agregação de práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos alunos; manuseio de materiais manipulativos no ensino de SND em sala de aula e outros.

Juntamente com alguns grupos de professores em exercício da rede pública municipal de ensino de Maracanã/PA, em um ambiente formativo colaborativo, foi construído um produto educacional voltado ao ensino de SND em sala de aula. A Oficina contribuiu para ampliação do conhecimento sobre vários aspectos da construção do objeto matemático em estudo, como os processos de contagem por agrupamento não posicional e posicional, notações, noção de algarismo, noção de sistema numérico, etc.

Outros indicativos em relação aos grupos investigados com o objeto matemático em questão foram as preocupações em busca de fontes confiáveis para as investigações e estudos. Acreditamos que as questões da AE ampliaram e desmitificaram aplicação “mecânica” de algoritmos na realização de operações básicas da Matemática.

As investigações sugerem que os professores buscaram na História e Epistemologia dos sistemas de numeração sua possível “razão de ser”, por exemplo, analisaram que quanto maior o valor da base numérica, a quantidade de algarismos utilizados na composição do numeral será menor quando comparados com as bases de valor menor, contribuindo para a economia na representação escrita e oral, além de facilitar a sua memorização.

Para finalizar, destacamos que devido ao período da Oficina não foi possível a intervenção com alunos para avaliar o produto final do trabalho (disponível em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/599512>), por isso, fica a sugestão da continuidade da pesquisa no sentido de analisar as possíveis contribuições desse produto educacional no aprendizado dos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental.



## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Manoel de Campos. **Origens dos numerais**. In: IV Seminário de História da Matemática – Anais. S.P: SBHMat, 2001. p. 119-130.

ALMEIDA, Manoel de Campos. **As mais antigas evidências conhecidas do emprego de talhas numéricas associadas a processos de contagem**. In: Seminário Nacional de História da Matemática. XI, 2015, Natal. Anal.

BARRETO, Deborah Cristina Malaga. **Como os alunos de 3ª série do ensino fundamental compreendem o sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, MARINGÁ Biblioteca Depositária: BCE - Biblioteca Central da UEM. 01/06/2011. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

BATISTA, Clarice Martins de Souza. **Percepções e conhecimentos de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca do ensino de números e operações**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, CAMPO GRANDE Biblioteca Depositária: UFMS. 01/02/2012. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

BERNADO, Henrique Gomes. **A história dos números**: licenciatura em informática história da ciência e das técnicas. S. José, Lisboa: ISTECS, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRISSIAUD, R. **Comment les enfants apprennent à cauculer**. Paris: Editions Retz, 1989.

CARDOSO, Mariana Campioni Morone. **Análise de dissertações e teses voltadas à formação de professores e que focalizem o sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC. 09/07/2014. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

CASTRO, Viviane Oliveira de. **A construção do conceito de sistema de numeração decimal durante a alfabetização matemática: uma proposta de intervenção de ensino**. Mestrado Profissional em Formação de Professores da Educação Básica Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ, Ilhéus Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Santa Cruz. 20/07/2016. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

CURI, E. **A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras**. In VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife-PE, 2004.

CURI, E.; SANTOS, C. A. B. A compreensão dos resultados da prova Brasil de matemática para o 5º ano do ensino fundamental e implicações para sala de aula: a contribuição de um grupo colaborativo. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIEM), 22. Lisboa. *Actas [...]* Lisboa: Universidade de Lisboa, 2011a.

CURI, E.; SANTOS, C. A. B. Contribuições de avaliações externas à prática pedagógica do professor que ensina matemática para crianças de 6 a 10 anos no que se refere ao sistema de numeração decimal. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (ProfMat), 2011, Lisboa. **Actas** [...] Lisboa: Universidade de Lisboa, 2011b.

CURI, E. “**Práticas e reflexões de professoras numa pesquisa longitudinal**”. Rev. Bras. Estud. Pedagóg. (online), vol. 94, p. 474-500, mai/ago 2013.

DANTZIG, Tobias. **Número: a Linguagem da Ciência**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DINIZ, Hugo Alex; RODRIGUES Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino**. Ciência e Natura, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 578-591.

ESTEVES, Anelisa Kisielewski. **Números decimais na escola fundamental: Interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, CAMPO GRANDE Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da UFMS. 01/04/2009. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

FERREIRA, Raquel Soares Rêgo. **Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino de frações**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará. Instituto de Educação Matemática e Científica. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2014.

FERREIRA, Raquel S. R.; GUERRA, Renato B.; VIANA, José M. N. **Atividade de estudos e investigação sobre o sistema de numeração posicional na formação de professores dos anos iniciais**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.5, p. 274-288, 2019.

FIorentini, Dario. **Investigação em educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação**. In: CIAEM. 13. Conferências. Recife: 2011, p. 1-19.

FUSON, K. **Relations entre comptage et cardinalite chez lês enfants de 2 à 8 ans**. In: BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISHER, J. P. Les chemins du nombre. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991. p. 159-179.

\_\_\_\_\_. **Comunidades de prática: aprendizagem, significado e identidade**. Barcelona: Paidós, 2001.

GOMES, Emerson. **A história da matemática como metodologia do ensino da matemática: perspectivas históricas e evolução de conceitos**. PPGECM/UFPA (Dissertação de Mestrado), 2005.

GOMES, Emerson. **Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática: investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense**. PPGECM/REAMEC/UFPA/UFMT (Tese de Doutorado), 2014.

\_\_\_\_\_. **Grupo colaborativo de educação matemática**. Projeto de Formação Itinerante de Matemática – PROFIM. Polo Maracanã. In: Campus Avançado 2015, Maracanã, 2015.

GOMES, Herica Cambraia. **Educação matemática inclusiva: musicalidade, modificabilidade cognitiva estrutural e medição docente.** Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: Biblioteca Nadir Gouvêa Kfourri. 10/10/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais.** Tradução de hygeno h. dominguês. São Paulo: Atual, 1992 (tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, v. 1).

HAUSS, Marcia Maria de Freitas. **(Re) significando as operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada de professores das séries iniciais.** Mestrado Profissional em ENSINO Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS, Belo Horizonte Biblioteca Depositária: Biblioteca Pe. Alberto Antoniazzi. 26/02/2016. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção.** 10. ed. (trad. Stella M. de Freitas Senra). São Paulo: Globo, 1997. 367 p.

IMENES, L.M.P. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática.** Rio Claro: IGCE-UNESP. Dissertação de Mostrado. 1989.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos.** 36. ed. (trad. Regina A. de Assis). Campinas, São Paulo: Papirus, 2008. 129 p.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração decimal um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática.** Porto Alegre: Artmed. 1996.

LIMA, Silvana Ferreira de. **Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal.** Mestrado Profissional em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC. 20/05/2014. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

LUMERTZ, Jaqueline Lisboa. **Reconstruindo concepções epistemológicas e conceituais em relação à aritmética: uma experiência com os alunos do curso normal superior que já atuam como professores no ensino fundamenta.** Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS, São Leopoldo Biblioteca Depositária: Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS. 01/03/2004. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

MARSHACK, Alexander. **The roots of civilization.** Nova Iorque: Mac Graw Hill, 1972.

MIORIM, M.A.; MIGUEL. A.; FIORENTINI. D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro.** Zetetikè, Campinas. p. 19-39. 1993.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas. Doutorado em EDUCAÇÃO

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, CAMPINAS  
Biblioteca Depositária: Biblioteca Central. 01/05/2009. Disponível em:  
<https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

MENDES, Iran. História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. In: REMATEC: **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: DUFRN – editora da UFRN, 2006, p. 66-85.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NASCIMENTO, Ieda Clara Queiroz Silva do. **Introduções ao sistema de numeração decimal a partir de um software livre: um olhar sócio-histórico sobre os fatores que permeiam o envolvimento e a aprendizagem da criança com TEA**. Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: undefined. 12/04/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

NOGUERIA, Clélia Maria Ignatius. **Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget?** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial, jan., p. 109-124, 2011, 2011.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3. ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

PINTO, Valessa Leal Lessa de Sá. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética**. Profissionalizante em ENSINO DAS CIÊNCIAS Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO - PROF JOSE DE SOUZA HERDY, Duque de Caxias Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA CENTRAL EUCLIDES DA CUNHA – UNIGRANRIO. 01/06/2010. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

PLAZA, Eliane Matheus. **Alguns Saberes e Dificuldades de Matemática revelados na Prova da Cidade de São Paulo por alunos do 4º ano do Ciclo I do ensino fundamental**. Profissionalizante em ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL, SÃO PAULO Biblioteca Depositária: Haddock Lobo Neto. 01/04/2010. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

REINALDO, Regiane da Silva. **Formação continuada de professores dos anos iniciais: proposições ao ensino do sistema de numeração decimal**. Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: undefined. 22/09/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **The history of counting**. New York: Morrow Junior Books, 1999.

SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **Before writing**. Austin: University of Texas Press, 1992.

SIGNORINI, Marcela Boccoli. **Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, MARINGÁ Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UEM. 01/02/2007. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

SILVA, E. F. da; CARRÉRA, G. L. de C. **Uma organização didática para o ensino de números e operações matemáticas**. 2016. 71 f. TCC (Graduação em Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Campus Universitário de Igarapé-Açu, 2017.

SILVA, Marilourdes Torres Gouveia da. **Relação entre formação e prática pedagógica de matemática: do professor do curso de magistério ao professor das séries iniciais do ensino fundamental**. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, RECIFE Biblioteca Depositária: Central e Setorial de Extensão da UFPE. 01/02/2001. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

SILVA, S. D. **Formação continuada na HTPC: refletindo sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

SILVA, S. D. **Formação continuada: o uso da calculadora e o sistema de numeração decimal**. In: SEMINÁRIO DE HISTÓRIA E INVESTIGAÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA, 2010, Campinas. **Anais [...]** Campinas: Faculdade de Educação, Unicamp, 2010.

SILVEIRA, Denise Tolfo; GERHARDT, Tatiana Engel (eds.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009.

SOPHIAN, C. Le nombre et la g nese avant l' cole primaire. Comment s'em inspirer pour enseigner les mathématiques. In: BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISHER, J. P. (Org.). **Les chemins du nombre**. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991. p. 35-58.

SOUZA, Jordan Antonio de. **Busca de informa es em bases de dados digitais**. Universidade Federal de Mato Grosso – Cuiabá: Ed. do Autor, 2017. 35 p.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: learning, meaning, and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

ZÜGE, Vanessa. **Professores dos anos iniciais do ensino fundamental em forma o: um olhar a partir de discussões sobre o sistema de numera o decimal no contexto do programa pacto nacional pela alfabetiza o na idade certa**. Mestrado em Educa o Matemática e Ensino de Física Institui o de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA, Santa Maria Biblioteca Depositária: Biblioteca Central – UFSM. 22/12/2015. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

## Apêndice I – QUESTIONÁRIO DE SELEÇÃO DOS PROFESSORES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS

Prezado professor, objetivando traçar o perfil dos possíveis professores participantes da pesquisa intitulada “*Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA*” organizamos este questionário. Procure responder individualmente e com fidedignidade. Agradecemos a sua colaboração e garantimos que as informações prestadas serão mantidas em total anonimato.

1. Nome Completo: \_\_\_\_\_
- 1.1. Idade \_\_\_\_\_ 1.2. Sexo: F ( ) M ( )
2. Qual a sua formação Profissional? Magistério ( ) Pedagogia ( ) Outros ( )
- 2.1. Ano de conclusão da sua formação Profissional: \_\_\_\_\_
3. Tempo de Magistério? \_\_\_\_\_ 3.1. É efetivo? Sim ( ) Não ( )
- 3.2. Com qual(is) ano(s) do ensino fundamental (anos iniciais) você trabalha? \_\_\_\_\_
- 3.3. Qual a escola de atuação? \_\_\_\_\_
- 3.4. Qual seu turno de trabalho? Matutino ( ) Vespertino ( ) Noturno ( )
- 3.5. Tempo para aposentar-se? Menos de cinco anos ( ) Mais de cinco anos ( )
4. Você já fez algum curso de formação continuada que abordasse o tema Sistemas de Numeração Decimal? Sim ( ) Não ( )
- 4.1. Há quanto tempo? Menos de 2 anos ( ) Entre 2 e 5 anos ( ) Mais de 5 anos ( )
- 4.2. Tem interesse em participar de uma formação voltada a temática? ( ) Sim ( ) Não
5. Quais as fontes que você consulta para planejar suas aulas sobre Sistemas de Numeração Decimal?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
6. A partir dessas fontes como organiza as atividades para serem desenvolvidas na sala de aula?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. Em relação a noções sobre Sistemas de Numeração Decimal, quais as maiores dificuldades, que você identifica nos alunos, para se apropriarem das mesmas?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. E quais estratégias você utiliza na tentativa de superação dessas dificuldades? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



**Apêndice II – ATIVIDADE DE ESTUDO (AE)**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
 INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
 MATEMÁTICAS

**Questão:**

Suponha-se que um pesquisador analisou os primeiros registros de representações de quantidades de um povo chamado “IFRAH”, constatando que pareciam pequenos Homens sem um dos braços, o qual chamou “HOMENS DE CONTAR”, conforme as figuras abaixo:



Figura 2: “HOMENS DE CONTAR”: duas das formas utilizadas para registrar a quantidade 13



Figura 2: “HOMENS DE CONTAR”: duas das formas utilizadas para registrar a quantidade 20

O pesquisador descobriu que devido várias situações o povo “IFRAH” começou a substituir os “HOMENS DE CONTAR” e passou a utilizar somente **A**, **T**, **N**, **O** e **C** como registros de representações de qualquer quantidade inteira. O pesquisador chamou esses novos registros de “MOVIMENTOS”, pois faziam referências as manipulações dos dedos de um único “HOMEM DE CONTAR”, sendo que: **C** indica a mão totalmente fechada; **A**, **T**, **N**, **O** ou **C**, não representam isoladamente a mão totalmente aberta; **A** evidencia a mão quase que totalmente aberta; **O** representa a utilização mínima de dedos, também é o resultado de **T** menos **N**.

Uma escritura antiga do povo “IFRAH”, de uma dado período do tempo, evidenciam que os Sacerdotes ensinavam os “MOVIMENTOS” para as crianças a partir dos 6 (seis) anos de idade e que existiam **ATTO** Sacerdotes, ou seja, 591 indivíduos no nosso sistema numérico usual. Outras informações eram fornecidas, conforme os quadros 1 e 2 abaixo, o primeiro associado a quantidade de crianças e adultos e o segundo associado as tarefas para o ensino de cálculos básicos, envolvendo o uso de “MOVIMENTOS”. Vejamos os quadros:

GRUPO	QUANTIDADE
Crianças	ATNCO
Adultos	TACCN

Quadro 1: CONTROLE DE CRIANÇAS E ADULTOS

TAREFAS	SUBTAREFA
Somar	Somar A com T Somar TN com AO
Subtrair	Subtrair N de T Subtrair NC de TA

Quadro 2: PROBLEMAS UTILIZANDOS AO ENSINO DE CÁLCULOS BÁSICOS

Com base nas informações anteriores, responda:

1. Qual a quantidade correspondente a **A**, **T**, **N**, **O** e **C** utilizando o nosso sistema numérico usual?
2. Quais os motivos que supostamente levaram o povo “IFRAH” substituírem os “HOMENS DE CONTAR” pelos “MOVIMENTOS”?
3. Como podemos relacionar que **ATTO** correspondem a 591 Sacerdotes?
4. Como seriam as representações dos valores do QUADRO 1 e os resultados do QUADRO 2 utilizando o nosso sistema numérico usual?

**Apêndice III – QUESTIONÁRIO DE CAMPO**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS

Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

ENCONTRO:      1° ( )      2° ( )      3° ( )      4° ( )

IDENTIFICAÇÃO DO GRUPO: A ( )    B ( )    C ( )    D ( )    E ( )

INTEGRANTES: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

a) A(s) dificuldade(s) encontrado(s) pelo grupo neste encontro?

b) Saberes matemáticos mobilizados pelo grupo neste encontro?

c) Aprendizados que marcaram o grupo neste encontro?

d) Explique, de forma sucinta, este dia de encontro?



**Anexo I – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DO USO DE IMAGEM**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
MATEMÁTICAS

Eu, \_\_\_\_\_, portador da cédula de Identidade nº \_\_\_\_\_, inscrito no CPF sob nº \_\_\_\_\_, residente no endereço \_\_\_\_\_, nº \_\_\_\_\_, bairro \_\_\_\_\_, na cidade de \_\_\_\_\_ - PA, AUTORIZO o uso de minha imagem constante em fotos e filmagens decorrentes da minha participação no produto educacional resultante da pesquisa intitulada “*Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA*” de responsabilidade do mestrando, Professor Gerson Luíz de Carvalho Carréra, bem como seu orientador Professor Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior, pelo Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC) no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA).

A presente autorização é concedida a título gratuito, abrangendo o uso da imagem acima mencionada em todo território nacional e no exterior, em todas as suas modalidades. Fica ainda autorizada, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos de veiculação das imagens não recebendo para tanto qualquer tipo de remuneração. Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito sem que nada haja a ser reclamado a título de direitos conexos à minha imagem ou a qualquer outro.

**Maracanã-PA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.**

---

Assinatura

**Anexo II – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
 INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E  
 MATEMÁTICAS

**Maracanã-PA, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.**

A pesquisa tem como responsável o mestrando, Gerson Luíz de Carvalho Carréra, bem como seu orientador, Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior, pelo Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC) no Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA). O título da pesquisa é: *Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso da Secretaria Municipal de Educação do município de Maracanã/PA.*

Seguindo os preceitos éticos, informamos que sua participação não será sigilosa, o que implica a não ocultação de nomes que possam identifica-lo no relatório final ou em qualquer publicação posterior. Você tem a total liberdade de recusa, assim como pode solicitar a exclusão dos seus dados, retirando seu consentimento sem qualquer penalidade ou prejuízo, antes que está se torne publicizada.

Agradecemos sua colaboração, enfatizando que a mesma em muito contribui para a formação e construção de um conhecimento atual nesta área.

Prof.<sup>a</sup> Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior  
**Orientador da pesquisa**

Gerson Luíz de Carvalho Carréra  
**Pesquisador**

Tendo ciência das informações contida neste Termo de Consentimento Livre e Esclarecida, eu \_\_\_\_\_, portador da cédula de Identidade nº \_\_\_\_\_, inscrito no CPF sob nº \_\_\_\_\_, residente no endereço \_\_\_\_\_, nº \_\_\_\_\_, bairro \_\_\_\_\_, na cidade de \_\_\_\_\_ - PA, autorizo a utilização, nesta pesquisa, dos dados por mim fornecidos.

\_\_\_\_\_  
 Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ  
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DOCÊNCIA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS  
E MATEMÁTICAS – MESTRADO PROFISSIONAL

**Orientações didáticas para professores que ensinam Matemática  
nos primeiros anos do Ensino Fundamental: o caso do Sistema de  
Numeração Decimal (SND)**

Gerson Luíz de Carvalho Carréra  
Arthur Gonçalves Machado Junior

Belém-Pará  
2020

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO DO PRODUTO</b>	3
<b>PRESUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS</b>	4
<b>A CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL</b>	5
<b>ATIVIDADES PARA O ENSINO DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL</b>	7
<b>Atividade 1 – “Um amor de confusão”</b>	7
<b>Atividade 2 – Brincando com as figuras</b>	12
<b>Atividade 3 – Usando barras de Cuisenaire</b>	16
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	21
<b>REFERÊNCIAS</b>	22

## APRESENTAÇÃO DO PRODUTO

Caríssimo(a) Professor(a),

Este produto educacional busca auxiliar professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental da Educação Básica no planejamento de ensino sobre Sistema de Numeração Decimal (SND), com orientações, embasamento teórico e sugestões de atividades voltadas aos alunos alinhados a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Deste modo, contribuindo no enriquecimento dos planejamentos dos professores, no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

O referido produto educacional foi elaborado a partir das investigações referentes a uma Oficina oferecida aos professores em exercício dos primeiros anos do Ensino Fundamental da rede pública municipal de ensino do município de Maracanã/PA, situado no nordeste da Amazônia paraense, sendo a complementação de uma dissertação<sup>1</sup> do mestrado profissional do **Programa de Pós-graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC)**, do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA). Este trabalho está organizado em três momentos:

- No primeiro momento discutimos os pressupostos teórico-metodológicos que fundamentam a pesquisa em nível de mestrado, assim como este produto educacional.
- No segundo momento apresentamos o processo de construção do produto educacional que teve a colaboração dos sujeitos investigados na pesquisa.
- No terceiro momento oferecemos três propostas de atividades voltadas ao estudo de Sistema de Numeração Decimal (SND) nos primeiros anos do Ensino Fundamental.
- No quarto e último momento expomos os reflexos do trabalho a título de Considerações Finais.

*Desejemos bons estudos!*

---

<sup>1</sup> CARRÉRA, Gerson Luíz de Carvalho. **Sistema de Numeração Decimal na formação continuada de professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental**: o caso da Secretária Municipal de Educação do município de Maracanã/PA. Dissertação do Mestrado Profissional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGDOC), do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI), da Universidade Federal do Pará (UFPA), 2020, sob orientação do Prof. Dr. Arthur Gonçalves Machado Junior. Disponível em: <https://www.ppgdoc.prosp.ufpa.br/index.php/br/teses-e-dissertacoes/dissertacoes/199-2020>. Acesso ao Produto Educacional em: <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/599512>.

## **PRESUPOSTOS TEÓRICO-METODOLÓGICOS**

Para compreendermos a importância do Sistema de Numeração Decimal (SND) no desenvolvimento das sociedades atuais, podemos buscar nas pesquisas de Kammi (1999), Nogueira (2011), Curi (2013), Ferreira et al. (2019) e Lerner e Sadovsky (1996), elementos que nos levam a refletir, questionar e aprofundar sobre a História e a Epistemologia do SND. Neste sentido, os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental podem enriquecer suas aulas, ampliando os conhecimentos matemáticos necessários para preencher as lacunas deixadas no processo de formação docente que afetam diretamente seus alunos em sala de aula.

Destacamos algumas das sugestões apresentadas pelos autores citados anteriormente:

- Lerner e Sadovsky (1996) – elaborar dispositivos de comparação para a compreensão da numeração falada e escrita; exploração de diversos sistemas numéricos.
- Kamii (1996) – aprofundar as discussões teóricas e agregação de práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos alunos, encorajando-os a refletir e discutir sobre as atividades numéricas, interagindo com seus colegas e o contexto social em que está inserido.
- Nogueira (2011) – elaborar pesquisas além daquelas fundamentadas somente sobre a teoria piagetiana; destacar elementos fundamentais para o pensamento do sistema numérico: como a ideia de correspondência biunívoca, da “palavra número”, de numerais, da contagem e dos processos operatórios básicos.
- Curi (2013) – ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos dos docentes acerca do processo de construção do SND, semelhantes àqueles sugeridos por Nogueira (2011); diminuir o distanciamento entre os ambientes formativos e os professores.
- Ferreira, Guerra e Viana (2019) – aplicar propostas de trabalho no âmbito da formação continuada, para construir técnicas para o manuseio de materiais manipulativos no ensino de SND em sala de aula.

Esses autores apontam para elementos balizadores da formação docente para o ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND) a partir da utilização de diversificados materiais didáticos e de momentos capazes de possibilitar e proporcionar o contato com problemas e experiências diversificadas.

## A CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional foi elaborado ao longo de vários encontros durante uma Oficina voltada ao estudo do Sistema de Numeração Decimal (SND) – sendo parte integrante de uma pesquisa, em nível de mestrado, pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Foram envolvidos 19 (dezenove) professores em serviço que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental na rede pública municipal de ensino de Maracanã, situado no nordeste da Amazônia paraense.

Os professores foram organizados em cinco grupos e colocados frente à Atividade de Estudo (AE) sobre o Sistema de Numeração Decimal, colocando os sujeitos investigados diante de uma situação “desconhecida”, provocando-os e motivando-os ao estudo e investigação para elucidação de quatro problemas propostos na AE. Todo esse processo formativo foi conduzido pelos Mediadores de Estudos (ME) – orientando e orientador.

A AE considera elementos referentes à História e a Epistemologia do Sistema de Numeração Decimal conforme Ifrah (1997), Bernardo (2009) e Gundlach (1992). Outros aspectos levantados são as recomendações das pesquisas de Lerner e Sadovsky (1996), Kamii (1996), Nogueira (2011), Curi (2013) e Ferreira, Guerra e Viana (2019): aprofundamento sobre os procedimentos de contagem (sem agrupamento e com agrupamento); aprofundamento nas discussões teóricas e agregação de práticas pedagógicas capazes de oportunizar maior autonomia aos alunos, encorajando-os a refletir e discutir sobre as atividades numéricas; ampliação dos conhecimentos matemáticos dos docentes acerca do processo de construção dos sistemas de numeração; entre outros. Deste modo, cada questão da AE buscava a mobilização dos seguintes conhecimentos:

- Primeira questão – a noção de contagem por agrupamento; noção de contagem por ascendência e descendência; noção de ordem; escrita de números; noção de algarismo; noção de adição; noção de sucessor e antecessor; noção de sistema numérico não posicional e o posicional; entre outros.
- Segunda questão – a noção de sistema numérico posicional e o papel do zero; noção de algarismo e numeral; noção de reta numérica; noção de equivalência; etc.
- Terceira Questão – a noção de valor real e valor absoluto; noção de classes e ordens; noção de numeral; etc.

➤ Quarta Questão – a noção de composição e decomposição; adição de parcelas iguais (multiplicação); subtração de parcelas iguais (divisão); Sistema de Numeração Decimal; propriedade operatória; etc.

Durante o processo de elucidação das quatro questões, os grupos interagiam, discutiam, refletiam, socializavam suas compreensões, construções e experiências. No final da Oficina, nos últimos encontros, os grupos elaboraram propostas de ensino sobre Sistema de Numeração Decimal, voltados aos alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental da Educação Básica. Neste sentido, construímos uma síntese dos planejamentos com os conhecimentos matemáticos para o estudo e compreensão de SND, ilustrado pelo Quadro 01:

**Quadro 01** – Otimização dos planejamentos

GRUPO	ANO	OBJETOS DE CONHECIMENTO
A	1º	Contagem ascendente e descendente; Noção de adição: juntar e acrescentar quantidades; Leitura e escrita numérica.
B	1º	Noção de adição: juntar e acrescentar quantidades; Padrões figurais e numéricos: cor, forma, lado, vértice e medida.
C	2º	Construção de fatos fundamentais da adição e da subtração.
D	3º	Leitura e escrita numérica por classes e ordens; Reta numérica.

Fonte: elaborados pelo autor.

Os resultados sugerem que a apresentação da AE dentro de um contexto formativo possibilitou a exploração de diversos conhecimentos matemáticos que auxiliam na construção do SND, alargando e aprofundando inclusive formas de resoluções e argumentos que justificam as práticas docentes. A socialização das experiências dos estudos das questões da AE contribuiu para a construção de um ambiente colaborativo nas discussões, debates e soluções dos problemas.

A compreensão dos grupos sobre os processos de contagem em agrupamentos permitiu a melhor percepção da noção sobre o aspecto posicional dos algarismos, da noção de valor relativo e valor absoluto, além das noções de adição e subtração com diferentes significados (acrescentar, juntar, retirar e separar), estudos envolvendo números naturais com até a ordem da unidade de milhar, elaboração de dispositivos de comparação para a compreensão da numeração falada e escrita, como sugeridos também por Nogueira (2011), Lerner e Sadovsky (1996) e Kamii (1996). Outro aspecto evidenciado foi durante o uso de materiais manipulativos pelos sujeitos investigados: maior engajamento e compreensão dos aspectos matemáticos estudados sobre Sistema de Numeração Decimal.



## ATIVIDADES PARA O ENSINO DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

### ATIVIDADE 1 – “UM AMOR DE CONFUSÃO”.

#### **Habilidades da BNCC a serem trabalhadas:**

- EF01MA01 – Utilizar Números Naturais como indicador de quantidade ou de ordem;
- EF01MA07 – Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.

#### **Objetivo de Aprendizagem:**

- ❖ Empregar a linguagem numérica para argumentar e demonstrar sua estratégia na resolução de problemas.

#### **Recursos necessários:**

- Bolinhas de isopor coloridos, simulando ovos de galinha;
- Cubas de ovos vazias;
- Fantoche de galinha (confeccionado em EVA);
- Quadro branco;
- Pinceis de quadro branco;
- Apagador de quadro branco.

#### **Tempo sugerido:**

- ✓ 1 (uma) hora e 15 (quinze) minutos.

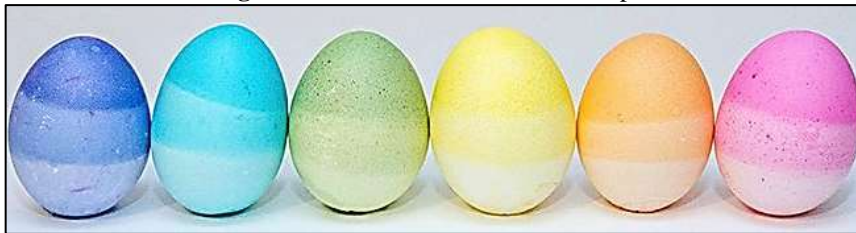
#### **Orientações:**

1º. **(Em 15 minutos)** Organize os alunos em duplas, dispendo pela sala de aula conforme a Figura 01. Adote critérios para a formação das duplas que venham contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

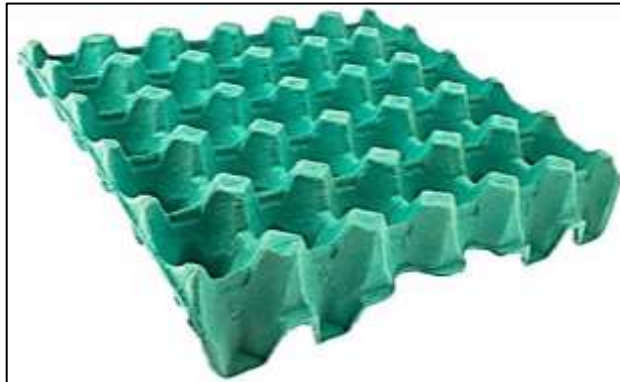
**Figura 01** – Disposição dos alunos na sala de aula

Fonte: <https://www.google.com.br>

Em seguida distribua para cada grupo 30 (trinta) bolinhas de isopor coloridas, cinco de cada cor, conforme ilustrado pela Figura 02 e três cubas de ovos vazias, ilustrado pela Figura 03, ambas para auxiliarem os alunos na elaboração da solução dos problemas propostos.

**Figura 02** – Bolinhas coloridas de isopor

Fonte: <https://www.google.com.br>

**Figura 03** – Cuba de ovos

Fonte: <https://www.google.com.br>

Solicite que os alunos deixem apenas uma cuba de ovos vazia sobre a mesa, deixando as outras cubas e bolinhas “guardadas”. Coloque também uma cuba de ovos vazia sobre a sua mesa, “guardando” os outros materiais. Destaque aos alunos que as bolinhas de isopor coloridas representam ovos de galinhas.

2º. (Em 15 minutos) Utilize o fantoche da galinha, ilustrado pela Figura 04, para interagir com alunos contando a história “Um amor de confusão”.

Figura 04 – Fantoche da galinha



Fonte: <https://www.google.com.br>

Destacamos abaixo o texto da referida história:

*Dona Galinha um ovo botou. Mas, quando foi passear, outros dois ovos no caminho ela encontrou.*

*Um ovo mais dois ovos com três ovos ela ficou. Dona Galinha os três ovos em seu ninho colocou. Mas, quando foi passear, outros dois ovos no caminho ela encontrou.*

*Três ovos mais dois ovos com cinco ovos ficou. Dona Galinha os cinco ovos em seu ninho colocou. Mas, quando foi passear, mais três ovos no caminho ela encontrou.*

*Cinco ovos mais três ovos com oito ovos ela ficou. Dona Galinha os oito ovos em seu ninho arrumou. Mas, quando foi passear, mais um ovo ela achou.*

*Oito ovos mais um ovo com nove ovos ela ficou. Dona Galinha os nove ovos em seu ninho ajeitou. Mas quando foi passear um ovo enorme ela encontrou.*

*Nove ovos mais um ovo com dez ovos ela acabou.*

*E, com paciência e carinho os dez ovos ela chocou.*

*Mas, que surpresa não foi o dia em que os ovos se abriram. Vocês nem podem imaginar os bichos que da casca saíram.*

*Nasceu ganso, pato, marreco e tartaruga. Apareceu codorna, pintinho e até um jacaré.*

*Agora eu só quero ver a confusão que vai ser na hora que essa turma sair pra comer. Có!???*

*Disponível em:* <http://aquitemboasideias.spaceblog.com.br/1469073/Um-amor-de-confusao/>

A história acima possui alguns trechos destacados na cor amarela, pois nesses pontos da história é necessário interagir com os alunos utilizando a cuba de ovos vazia sobre a sua mesa e na mesa dos grupos dos alunos.

Ao iniciar a história “Um amor de confusão” e chegar ao primeiro trecho destacado em amarelo, diga aos alunos: *Vamos colocar um ovo (bolinha de isopor) dentro da cuba de ovos vazia sobre a nossa mesa. Juntamente com os alunos coloque uma bolinha de isopor dentro da cuba, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Em seguida, diga: Vamos colocar mais dois ovos (bolinhas de isopor) dentro da cuba. Juntamente*

com os alunos coloque duas bolinhas de isopor dentro da cuba, uma-a-uma, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então pergunte: *Quantas bolinhas têm dentro da cuba?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de bolinhas de dentro da cuba. Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvidos nesse processo no quadro branco:  $1 + 2 = 3$ .

Solicite que os alunos não retirem as bolinhas de isopor de dentro da cuba, logo dê continuidade na história até chegar ao segundo trecho destacado em amarelo. Então diga aos alunos: *Vamos colocar mais dois ovos (bolinha de isopor) dentro da cuba.* Juntamente com os alunos coloque duas bolinhas de isopor dentro da cuba, uma-a-uma, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então pergunte: *Quantas bolinhas têm dentro da cuba?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de bolinhas de dentro da cuba.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nesse processo no quadro branco:  $3 + 2 = 5$ .

Repita esses procedimentos de acordo com os trechos da história destacados em amarelos, até finalizar a história, deste modo estará desenvolvendo o estudo dos números naturais como indicador de quantidade (noção de adição com significado de acrescentar), utilizando números de até dois algarismos.

**3º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de subtração com significado de retirar) utilize uma cuba de ovos vazia sobre a sua mesa e na mesa dos grupos dos alunos e diga: *Vamos colocar dez bolinhas dentro da cuba de ovos.* Juntamente com os alunos coloque dez bolinhas dentro da cuba, uma-a-uma, falando e registrando os números no quadro branco para que os alunos associem o número com a quantidade. Em seguida, diga: *Vamos retirar quatro bolinhas de dentro da cuba.* Juntamente com os alunos retire quatro bolinhas de dentro da cuba, uma-a-uma, e pergunte aos alunos: *Quantas bolinhas ainda têm dentro da cuba?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas conte com os alunos a quantidade de bolinhas de dentro da cuba.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa subtração no quadro branco:  $10 - 4 = 6$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, utilizando números de até dois algarismos.

**4º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de adição com significado de juntar) e de ordem, utilize as três cubas de ovos vazias sobre sua mesa e na mesa dos grupos dos alunos, colocando as cubas em ordem, da direita para a esquerda – primeira, segunda e terceira cuba – e diga aos alunos: *Vamos colocar seis bolinhas dentro da primeira cuba de ovos.* Juntamente com os alunos coloque seis bolinhas de isopor dentro da primeira cuba, uma-a-uma, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Em seguida, diga: *Vamos colocar três bolinhas dentro da segunda cuba de ovos.* Juntamente com os alunos coloque três bolinhas de isopor dentro da segunda cuba, uma-a-uma, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então diga: *Vamos juntar as bolinhas da primeira e da segunda cuba dentro da terceira cuba de ovos.* Juntamente com os alunos coloque, sem contar, as bolinhas da primeira e da segunda cuba dentro da terceira cuba de ovos, mantendo as posições das cubas de ovos, em seguida pergunte aos alunos: *Quantas bolinhas têm dentro da terceira cuba?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de bolinhas de dentro da terceira cuba.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa adição no quadro branco:  $6 + 3 = 9$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, utilizando números de até dois algarismos.

**5º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de subtração com significado de separar) e de ordem, utilize duas cubas de ovos vazias sobre sua mesa e na mesa dos grupos dos alunos, colocando as cubas em ordem, da direita para a esquerda – primeira e segunda cuba. Coloque cinco bolinhas da cor amarela e mais quatro bolinhas da cor azul dentro da primeira cuba de ovos e diga aos alunos: *Vamos contar quantas bolinhas tem dentro da primeira cuba.* Juntamente com os alunos conte todas as bolinhas de dentro da primeira cuba, uma-a-uma, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então diga: *Vamos separar as bolinhas amarelas das azuis, colocando as bolinhas amarelas dentro da segunda cuba de ovos.* Juntamente com os alunos separe, sem contar, as bolinhas amarelas das azuis, colocando as amarelas na segunda cuba, em seguida pergunte aos alunos: *Quantas bolinhas tinham dentro da primeira cuba?* Após os alunos responderem corretamente, pergunte novamente: *depois que separamos as bolinhas azuis das amarelas, quantas bolinhas restaram na primeira cuba?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de bolinhas de dentro da primeira cuba.



Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa adição no quadro branco:  $9 - 5 = 4$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, utilizando números de até dois algarismos.

**Atenção:** os alunos podem utilizar formas de contagem e registros escritos sem utilizar os materiais manipulativos: como a contagem manipulando os dedos das mãos; registros escritos por riscos, formas, traços, círculos, etc., entre outros. Analise caso a caso a eficácia e validade de tais processos antes de socializar.

## **ATIVIDADE 2 – BRINCANDO COM AS FIGURAS.**

### **Habilidades da BNCC a serem trabalhadas:**

- EF01MA07 – Resolver e elaborar problemas de adição e subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais;
- EF01MA09 – Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida;
- EF02MA05 – Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizando no cálculo mental ou escrito.

### **Objetivo de Aprendizagem:**

- ❖ Empregar a linguagem numérica para argumentar e demonstrar sua estratégia na resolução de problemas.
- ❖ Interpretar as ideias matemáticas expostas nas regularidades e padrões, como estímulo ao desenvolvimento da investigação e da criatividade.

### **Recursos necessários:**

- Varias figuras geométricas feitas em EVA – triângulos, círculos e quadrados coloridos e de diferentes tamanhos;
- Sacos plásticos transparentes;
- Quadro branco;
- Pinceis de quadro branco e apagador de quadro branco.

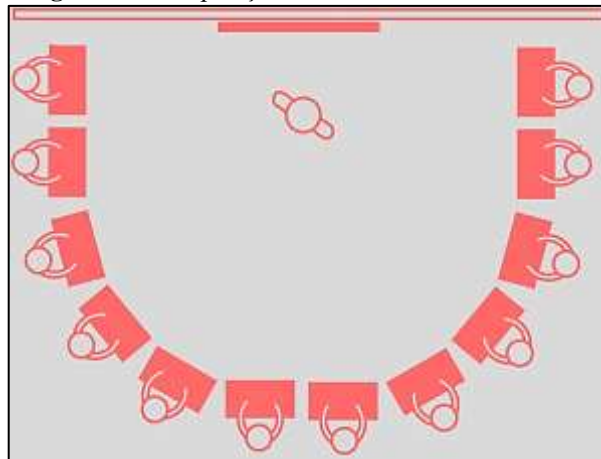
**Tempo sugerido:**

- ✓ 1 (uma) hora e 5 (cinco) minutos.

**Orientações:**

1°. (Em 20 minutos) Organize os alunos pela sala de aula, de modo que a disposição seja em forma de “U” conforme a Figura 05. Adote critérios para a formação das duplas que venham contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

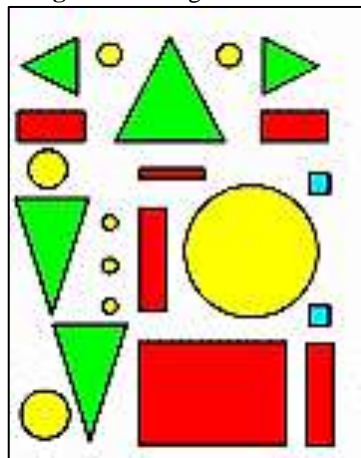
**Figura 05** – Disposição dos alunos em forma de “U”



Fonte: <https://www.google.com.br>

Em seguida distribua para cada aluno uma sacola plástica transparente vazia e outra contendo 63 (sessenta e três) figuras geométricas coloridas e tamanhos variados – quinze triângulos da cor verde, dezoito retângulos da cor vermelho, vinte e quatro círculos da cor amarelo e seis quadrados da cor azul, ilustrados pela Figura 06.

**Figura 06** – Figuras coloridas



Fonte: <https://www.google.com.br>

Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de adição com significado de acrescentar), utilizando números de até dois algarismos, diga aos alunos:

*Vamos colocar sobre a mesa apenas as figuras de cor azul.* Juntamente com os alunos coloque uma-a-uma cada figura azul sobre a mesa, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Em seguida, diga: *Vamos colocar mais figuras sobre a mesa, agora colocaremos as figuras de cor verde.* Juntamente com os alunos coloque uma-a-uma cada figura verde sobre a mesa, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então pergunte: *Quantas figuras têm sobre a mesa?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de figuras sobre a mesa.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nesse processo no quadro branco:  $15 + 6 = 21$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, podendo empregar os atributos cor e/ou forma.

**2º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade noção de subtração com significado de retirar, utilizando números de até dois algarismos, diga aos alunos: *Vamos colocar somente as figuras de quatro lados sobre a mesa.* Juntamente com os alunos coloque uma-a-uma as figuras de quatro lados sobre a mesa, falando e registrando os números no quadro branco para que os alunos associem o número com a quantidade. Em seguida, diga: *Vamos retirar as figuras de cor vermelha de cima da mesa.* Juntamente com os alunos retire uma-a-uma as figuras de cor vermelha de cima da mesa. Então pergunte aos alunos: *Quantas figuras têm sobre a mesa?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas conte com os alunos a quantidade de figuras sobre a mesa.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa subtração no quadro branco:  $24 - 18 = 6$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, podendo empregar os atributos cor e/ou forma.

**3º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de adição com significado de juntar), utilizando números de até dois algarismos, diga aos alunos: *Vamos colocar dentro de um saco plástico apenas as figuras de três lados e colocar no outro saco plástico apenas as figuras de cor amarelas.* Juntamente com os alunos coloque uma-a-uma as respectivas figuras dentro de cada saco plástico, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então diga: *Vamos juntar as figuras amarelas com as figuras de três lados, colocando todas elas dentro de um único saco plástico.* Juntamente com os alunos coloque, sem contar, todas as figuras dentro de um único



saco plástico, em seguida pergunte aos alunos, segurando o saco contendo as figuras: *Quantas figuras têm dentro do saco plástico?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de figuras que têm dentro do saco plástico.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa adição no quadro branco:  $15 + 24 = 39$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, podendo empregar os atributos cor e/ou forma.

**4º. (Em 15 minutos)** Para estudo dos Números Naturais como indicador de quantidade (noção de subtração com significado de separar), utilizando números de até dois algarismos, diga aos alunos: *Vamos colocar todas as figuras dentro de um único saco plástico.* Juntamente com os alunos coloque uma-a-uma cada figura dentro de um único saco plástico, fale e registre o número associado a essa quantidade no quadro branco. Então diga: *Vamos separar as figuras verdes das outras figuras de dentro do saco plástico, colocando-as sobre a mesa.* Juntamente com os alunos separe, sem contar, as figuras verdes das outras figuras de dentro do saco plástico, colocando-as sobre a mesa, em seguida pergunte aos alunos: *Quantas figuras tinham dentro do saco plástico?* Após os alunos responderem corretamente, pergunte novamente: *depois que separamos as figuras verdes das outras figuras de dentro do saco plástico, quantas figuras restaram no saco plástico?* Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, conte com os alunos a quantidade de figuras que têm dentro do saco plástico.

Para finalizar esse processo, represente os algoritmos e os sinais gráficos envolvido nessa adição no quadro branco:  $63 - 15 = 48$ . Faça outros processos semelhantes para consolidação desse conhecimento, podendo empregar os atributos cor e/ou forma.

**Atenção:** os alunos podem utilizar formas de contagem e registros escritos sem utilizar os materiais manipulativos: como a contagem manipulando os dedos das mãos; registros escritos por riscos, traços, etc., entre outros. Analise caso a caso a eficácia e validade de tais processos antes de socializar.

### **ATIVIDADE 3 – USANDO BARRAS DE CUISENAIRE.**

#### **Habilidades da BNCC a serem trabalhadas:**

➤ (EF03MA01) Ler, escrever e comparar Números Naturais de até a ordem de unidade de milhar, estabelecendo relações entre os registros numéricos e em língua materna.

#### **Objetivo de Aprendizagem:**

❖ Empregar a linguagem numérica para argumentar e demonstrar sua estratégia na resolução de problemas.

#### **Recursos necessários:**

- Quadro branco;
- Pinceis de quadro branco;
- Apagador de quadro branco;
- Escalas de Cuisenaire feito em EVA ou cartolina.

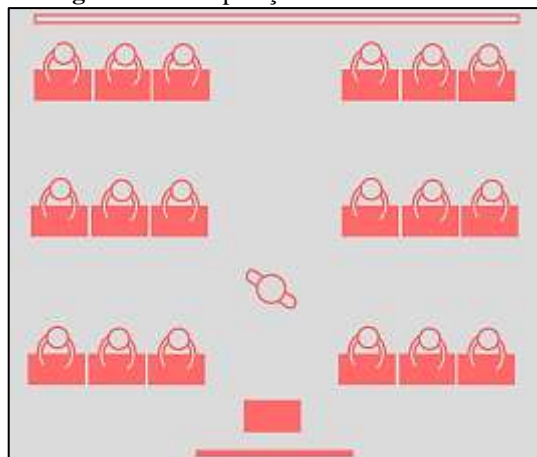
#### **Tempo sugerido:**

- ✓ 2 (duas) horas e 5 (cinco) minutos.

#### **Orientações:**

1°. **(Em 15 minutos)** Organize os alunos em grupos com até três integrantes, dispondo pela sala de aula conforme a Figura 07. Adote critérios para a formação dos grupos que venham contribuir para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

**Figura 07** – Disposição dos alunos em trio



Fonte: <https://www.google.com.br>

Relate aos alunos sobre situações do dia-a-dia para que eles possam **comparar** Números Naturais de até a ordem de unidade de milhar. Como exemplos os números que representam a quantidade de alunos da sala de aula e da escola, das casas, das quadras do bairro e da cidade, horas e minutos, números dos calçados, entre outros. Estimule os alunos a apresentarem outras situações do cotidiano que apresentem os números, com características semelhantes dos números naturais de até a ordem de unidade de milhar.

**2º. (Em 35 minutos)** Apresente no quadro branco a situação fictícia para estudo da ordem da centena: *sabe-se que o número da casa de Maria é formado por dois algarismos (6 e 8) e que da casa de Pedro é formado por três algarismos (5, 9 e 1). Quais seriam os possíveis números da casa de Maria e Pedro?*

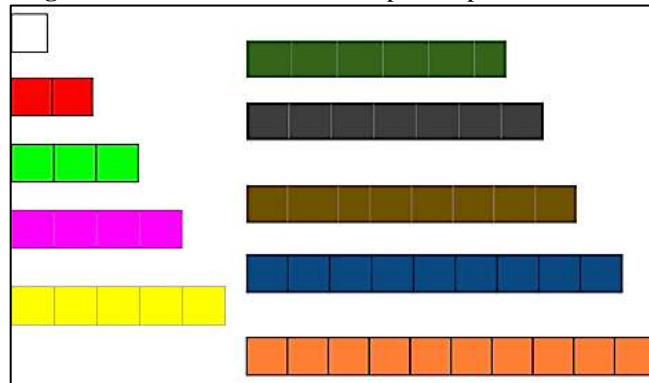
Observe os grupos e as construções, discussões e conhecimentos prévios para solução da situação fictícia. Busque socializar os “achados” que venham enriquecer a aula. Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, escrevam no quadro branco os possíveis números da casa de Maria e Pedro: *68 ou 86; 591, 519, 951, 915, 195 ou 159.*

Esses números não estão necessariamente representando quantidade, então utilize a escala Cuisenaire (ilustrado pela Figura 08), através de barras feitas de cartolina ou EVA (conforme a Figura 09) e distribua varias dessas barras a cada grupo, de modo a **ler, escrever e comparar** a quantidade de escalas de Cuisenaire necessários para representar os possíveis números da casa de Maria e Pedro.

**Figura 08** – Escala de Cuisenaire

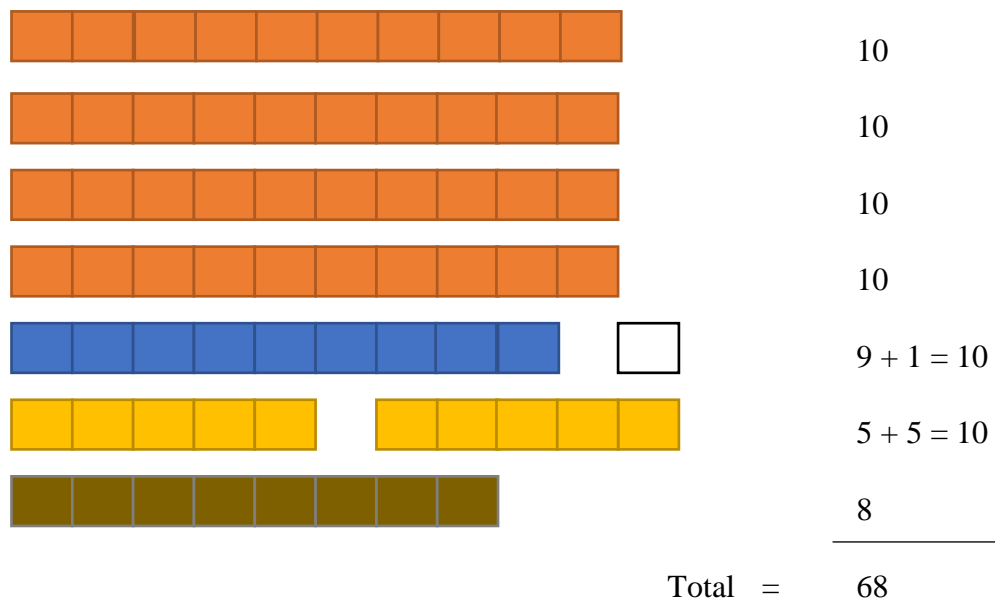


Fonte: <https://www.google.com.br>

**Figura 09** – Barras de Cuisenaire para impressão e recorte

Fonte: <https://www.google.com.br>

Apresente o exemplo a seguir para que os grupos compreendam o uso das barras: a representação para o possível número da casa de Maria “68”.



**3º. (Em 60 minutos)** Durante a utilização das barras de Cuisenaire para representar alguns números, os grupos poderão ter dificuldade em representá-los, devido à necessidade da utilização de muitas barras. Com isso, deve apresentar a noção do valor relativo e o valor absoluto dos possíveis números da casa de Maria e Pedro. Construa o Quadro 02 no quadro branco para explicar sobre a importância da organização dos números em ordens para melhor compreensão do seu significado.

**Quadro 02** – Organização até a 3ª ordem




3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena	Dezena	Unidade simples
9	1	5
5	9	1
5	1	9

Fonte: dados do autor.

Explique o quadro acima aos alunos, enfatizando o valor absoluto e valor relativo do algarismo 9. Comente que o valor absoluto do algarismo independe da sua posição no numeral, já o valor relativo depende da posição que se encontra o algarismo. Por exemplo, no numeral 915 o algarismo 9 representa 9 centenas ou 900; no numeral 591 o algarismo 9 representa 9 dezenas ou 90; no numeral 519 o algarismo 9 representa 9 unidades simples. Conclua sobre a importância da organização da ordem da direita para a esquerda.

Utilize as barras de Cuisenaire para exemplificar a ideia do valor relativo e absoluto, adotando a noção de ordem, de modo a evidenciar a economia, rapidez e eficiência de tal estratégia no emprego de barras e algarismos, conforme ilustrado pelo Quadro 03.

**Quadro 03** – Utilizando as Barras Cuisenaire

3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Centena	Dezena	Unidade simples
9	1	5
		
9 barras ao invés de 900 barras	1 barra ao invés de 10 barras	5 barras

1. Fonte: dados do autor.

Concluído a etapa anterior, apresente no quadro branco outra situação fictícia para estudo da ordem de unidade de milhar: *sabe-se que a casa de Marcos é formada por quatro algarismos (2, 7, 3 e 0). Quais seriam os possíveis números da casa de Marcos?*

Observe os grupos e as construções, discussões e conhecimentos prévios para solução da situação fictícia. Busque socializar os “achados” que venham enriquecer a aula. Estimule os alunos a responderem espontaneamente o resultado, após apresentarem suas respostas, escrevam no quadro branco os possíveis números da casa de Marcos: 2730, 2703, 2370, 2307, 2037, 2073, 7230, 7203, 7320, 7302, 7023, 7032, 3270, 3207, 3720, 3702, 3027, 3072, 0273, 0237, 0327, 0372, 0732, 0723.

Construa o Quadro 04 no quadro branco para estudo da 4ª ordem, ou seja, da unidade de milhar.

**Quadro 04** – Organização até a 4ª ordem

4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
Unidade de Milhar	Centena	Dezena	Unidade simples
2	0	3	7
2	3	7	0
3	7	0	2
7	2	3	0

Fonte: dados do autor.

Explique o quadro acima aos alunos, enfatizando o valor absoluto e valor relativo do algarismo 7, logo: no numeral 2037 o algarismo 7 representa 7 unidades simples; no numeral 2370 o algarismo 7 representa 7 dezenas ou 70; no numeral 3702 o algarismo 7 representa 7 centenas ou 700; no numeral 7230 o algarismo 7 representa 7 unidade de milhar ou 7000.

Problematize o valor relativo de zero, seu significado social, na quarta ordem, de modo que os grupos possam compreender que o zero a esquerda do numeral não tem “valor”, logo não faz parte da composição do numeral. Por exemplo: *na contagem é correto falar 0237 pães? Na ordenação é correto falar 0237 colocado na corrida? Na medição é correto dizer 0237 quilômetros percorridos? Na identificação é correto dizer que meu RG é 0237? Entre outros.* Gere um momento de debate e reflexão sobre tais questionamentos.

**4°. (Em 15 minutos)** Solicite aos grupos para escrevem um pequeno texto e depois socializarem sobre a aula, de modo a evidenciar as construções durante as aulas.

**Atenção:** os alunos podem utilizar formas de contagem e registros escritos sem utilizar os materiais manipulativos: como a contagem manipulando os dedos das mãos; registros escritos por riscos, formas, traços, etc., entre outros. Analise caso a caso a eficácia e validade de tais processos antes de socializar.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Professor(a),

A proposta apresentada é também uma organização didática para formação continuada de professores que ensinam Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental, voltada ao estudo de elementos constituintes do Sistema de Numeração Decimal (SND).

Este produto educacional auxiliará os alunos a construir o significado para sistema numérico, no caso os decimais. Este trabalho traz uma alternativa de ensino, à luz de importantes teóricos que discutem a temática, como: Kammi (1999), Nogueira (2011), Curi (2013), Ferreira et al. (2019) e Lerner e Sadovsky (1996). Além disso, as atividades sugeridas nesse produto educacional estão alinhadas a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Nessa perspectiva, esperamos contribuir com os professores apresentando elementos que irão enriquecer os estudos sobre o Sistema de Numeração Decimal (SND), (re)significando as relações entre professor, aluno e o saber. Ressaltamos que o trabalho está disponível no acervo da Universidade Federal do Pará (UFPA).



## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Manoel de Campos. **Origens dos numerais**. In: IV Seminário de História da Matemática – Anais. S.P: SBHMat, 2001. p. 119-130.
- ALMEIDA, Manoel de Campos. **As mais antigas evidências conhecidas do emprego de talhas numéricas associadas a processos de contagem**. In: Seminário Nacional de História da Matemática. XI, 2015, Natal. Anal.
- BARRETO, Deborah Cristina Malaga. **Como os alunos de 3ª série do ensino fundamental compreendem o sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, MARINGÁ Biblioteca Depositária: BCE - Biblioteca Central da UEM. 01/06/2011. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.
- BATISTA, Clarice Martins de Souza. **Percepções e conhecimentos de professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca do ensino de números e operações**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, CAMPO GRANDE Biblioteca Depositária: UFMS. 01/02/2012. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.
- BERNADO, Henrique Gomes. **A história dos números**: licenciatura em informática história da ciência e das técnicas. S. José, Lisboa: ISTEC, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**: Educação é base. Brasília: MEC, 2017.
- BRISSIAUD, R. **Comment les enfants apprennent à cauculer**. Paris: Editions Retz, 1989.
- CARDOSO, Mariana Campioni Morone. **Análise de dissertações e teses voltadas à formação de professores e que focalizem o sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC. 09/07/2014. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.
- CASTRO, Viviane Oliveira de. **A construção do conceito de sistema de numeração decimal durante a alfabetização matemática: uma proposta de intervenção de ensino**. Mestrado Profissional em Formação de Professores da Educação Básica Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ, Ilhéus Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Santa Cruz. 20/07/2016. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.
- CURI, E. **A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras**. In VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife-PE, 2004.
- CURI, E.; SANTOS, C. A. B. A compreensão dos resultados da prova Brasil de matemática para o 5º ano do ensino fundamental e implicações para sala de aula: a contribuição de um grupo colaborativo. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SIEM), 22. Lisboa. **Actas** [...] Lisboa: Universidade de Lisboa, 2011a.



CURI, E.; SANTOS, C. A. B. Contribuições de avaliações externas à prática pedagógica do professor que ensina matemática para crianças de 6 a 10 anos no que se refere ao sistema de numeração decimal. In: ENCONTRO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (ProfMat), 2011, Lisboa. **Actas** [...] Lisboa: Universidade de Lisboa, 2011b.

CURI, E. “**Práticas e reflexões de professoras numa pesquisa longitudinal**”. Rev. Bras. Estud. Pedagog. (online), vol. 94, p. 474-500, mai/ago 2013.

DANTZIG, Tobias. **Número: a Linguagem da Ciência**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DINIZ, Hugo Alex; RODRIGUES Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de numeração: evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino**. Ciência e Natura, v. 37 Ed. Especial PROFMAT, 2015, p. 578-591.

ESTEVES, Anelisa Kisielewski. **Números decimais na escola fundamental: Interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica**. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, CAMPO GRANDE Biblioteca Depositária: Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da UFMS. 01/04/2009. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

FERREIRA, Raquel Soares Rêgo. **Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino de frações**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará. Instituto de Educação Matemática e Científica. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2014.

FERREIRA, Raquel S. R.; GUERRA, Renato B.; VIANA, José M. N. **Atividade de estudos e investigação sobre o sistema de numeração posicional na formação de professores dos anos iniciais**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.5, p. 274-288, 2019.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática desde a perspectiva acadêmica e profissional: desafios e possibilidades de aproximação**. In: CIAEM. 13. Conferências. Recife: 2011, p. 1-19.

FUSON, K. **Relations entre comptage et cardinalite chez lês enfants de 2 à 8 ans**. In: BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISHER, J. P. Les chemins du nombre. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991. p. 159-179.

\_\_\_\_\_. **Comunidades de prática: aprendizagem, significado e identidade**. Barcelona: Paidós, 2001.

GOMES, Emerson. **A história da matemática como metodologia do ensino da matemática: perspectivas históricas e evolução de conceitos**. PPGECEM/UFPA (Dissertação de Mestrado), 2005.

GOMES, Emerson. **Aprendizagem docente e desenvolvimento profissional de professores de matemática: investigação de experiências colaborativas no contexto da Amazônia paraense**. PPGECEM /REAMEC/UFPA/UFMT (Tese de Doutorado), 2014.

\_\_\_\_\_. **Grupo colaborativo de educação matemática**. Projeto de Formação Itinerante de Matemática – PROFIM. Polo Maracanã. In: Campus Avançado 2015, Maracanã, 2015.

GOMES, Herica Cambraia. **Educação matemática inclusiva: musicalidade, modificabilidade cognitiva estrutural e medição docente.** Doutorado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: Biblioteca Nadir Gouvêa Kfourri. 10/10/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

GUNDLACH, Bernard H. **História dos números e numerais.** Tradução de hygeno h. dominguês. São Paulo: Atual, 1992 (tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, v. 1).

HAUSS, Marcia Maria de Freitas. **(Re) significando as operações de adição e subtração em um contexto de formação continuada de professores das séries iniciais.** Mestrado Profissional em ENSINO Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS, Belo Horizonte Biblioteca Depositária: Biblioteca Pe. Alberto Antoniazzi. 26/02/2016. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção.** 10. ed. (trad. Stella M. de Freitas Senra). São Paulo: Globo, 1997. 367 p.

IMENES, L.M.P. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática.** Rio Claro: IGCE-UNESP. Dissertação de Mostrado. 1989.

KAMII, Constance. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos.** 36. ed. (trad. Regina A. de Assis). Campinas, São Paulo: Papirus, 2008. 129 p.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração decimal um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da Matemática.** Porto Alegre: Artmed. 1996.

LIMA, Silvana Ferreira de. **Relações entre professores e materiais curriculares no ensino de números naturais e sistema de numeração decimal.** Mestrado Profissional em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC. 20/05/2014. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

LUMERTZ, Jaqueline Lisboa. **Reconstruindo concepções epistemológicas e conceituais em relação à aritmética: uma experiência com os alunos do curso normal superior que já atuam como professores no ensino fundamenta.** Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO VALE DO RIO DOS SINOS, São Leopoldo Biblioteca Depositária: Universidade do Vale do Rio dos Sinos – UNISINOS. 01/03/2004. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

MIORIM, M.A.; MIGUEL. A.; FIORENTINI. D. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro.** Zetetikè, Campinas. p. 19-39. 1993.

MEGID, Maria Auxiliadora Bueno Andrade. Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, CAMPINAS

Biblioteca Depositária: Biblioteca Central. 01/05/2009. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

MENDES, Iran. História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. In: REMATEC: **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: DUFRN – editora da UFRN, 2006, p. 66-85.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NASCIMENTO, Ieda Clara Queiroz Silva do. **Introduções ao sistema de numeração decimal a partir de um software livre: um olhar sócio-histórico sobre os fatores que permeiam o envolvimento e a aprendizagem da criança com TEA**. Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: undefined. 12/04/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

NOGUERIA, Clélia Maria Ignatius. **Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget?** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial, jan., p. 109-124, 2011, 2011.

PARÁ. Secretaria de Estado de Educação. **Documento curricular do Estado do Pará. Educação Infantil e Ensino Fundamental**. 2ª ed. Pará: SEDUC, 2019.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3º ed. Tradução de: OITICICA, C. M. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

PINTO, Valessa Leal Lessa de Sá. **Formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental e suas compreensões sobre os conceitos básicos da aritmética**. Profissionalizante em ENSINO DAS CIÊNCIAS Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO - PROF JOSE DE SOUZA HERDY, Duque de Caxias Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA CENTRAL EUCLIDES DA CUNHA – UNIGRANRIO. 01/06/2010. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

PLAZA, Eliane Matheus. **Alguns Saberes e Dificuldades de Matemática revelados na Prova da Cidade de São Paulo por alunos do 4º ano do Ciclo I do ensino fundamental**. Profissionalizante em ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL, SÃO PAULO Biblioteca Depositária: Haddock Lobo Neto. 01/04/2010. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

REINALDO, Regiane da Silva. **Formação continuada de professores dos anos iniciais: proposições ao ensino do sistema de numeração decimal**. Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária: undefined. 22/09/2017. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **The history of counting**. New York: Morrow Junior Books, 1999.

SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **Before writing**. Austin: University of Texas Press, 1992.

SIGNORINI, Marcela Boccoli. **Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal**. Mestrado em EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ, MARINGÁ Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UEM. 01/02/2007. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

SILVA, E. F. da; CARRÉRA, G. L. de C. **Uma organização didática para o ensino de números e operações matemáticas**. 2016. 71 f. TCC (Graduação em Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade do Estado do Pará, Campus Universitário de Igarapé-Açu, 2017.

SILVA, Marilourdes Torres Gouveia da. **Relação entre formação e prática pedagógica de matemática: do professor do curso de magistério ao professor das séries iniciais do ensino fundamental**. Mestrado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, RECIFE Biblioteca Depositária: Central e Setorial de Extensão da UFPE. 01/02/2001. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

SILVA, S. D. **Formação continuada na HTPC: refletindo sobre o ensino da Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2009. Dissertação (Mestrado) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2009.

SILVA, S. D. **Formação continuada: o uso da calculadora e o sistema de numeração decimal**. In: SEMINÁRIO DE HISTÓRIA E INVESTIGAÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA, 2010, Campinas. **Anais [...]** Campinas: Faculdade de Educação, Unicamp, 2010.

SILVEIRA, Denise Tolfo; GERHARDT, Tatiana Engel (eds.). **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009.

SOPHIAN, C. Le nombre et la g nese avant l' cole primaire. Comment s'em inspirer pour enseigner les mathématiques. In: BIDEAU, J.; MELJAC, C.; FISHER, J. P. (Org.). **Les chemins du nombre**. Lille: Presses Universitaires de Lille, 1991. p. 35-58.

SOUZA, Jordan Antonio de. **Busca de informa es em bases de dados digitais**. Universidade Federal de Mato Grosso – Cuiabá: Ed. do Autor, 2017. 35 p.

WENGER, Etienne. **Communities of practice: learning, meaning, and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

ZÜGE, Vanessa. **Professores dos anos iniciais do ensino fundamental em forma o: um olhar a partir de discussões sobre o sistema de numera o decimal no contexto do programa pacto nacional pela alfabetiza o na idade certa**. Mestrado em Educa o Matemática e Ensino de Física Institui o de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA, Santa Maria Biblioteca Depositária: Biblioteca Central – UFSM. 22/12/2015. <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acesso em: 03 de julho de 2019.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**IEMCI**

Instituto de Educação  
Matemática e Científica

