



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

CLÁUDIA FERNANDES ANDRADE DO ESPÍRITO SANTO

**O PAPEL DOS SABERES NÃO MATEMÁTICOS NA MODELAGEM
MATEMÁTICA: O ESTUDO DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA**

BELÉM
2018

CLÁUDIA FERNANDES ANDRADE DO ESPÍRITO SANTO

**O PAPEL DOS SABERES NÃO MATEMÁTICOS NA MODELAGEM
MATEMÁTICA: O ESTUDO DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Orientador: Prof. Dr. Renato Borges Guerra

BELÉM
2018

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

E77p ESPÍRITO SANTO, CLÁUDIA FERNANDES ANDRADE DO.
 O PAPEL DOS SABERES NÃO MATEMÁTICOS NA MODELAGEM MATEMÁTICA: O
ESTUDO DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA / CLÁUDIA FERNANDES ANDRADE DO
ESPÍRITO SANTO. — 2018.
 79 f. : il. color.

 Orientador(a): Prof. Dr. RENATO BORGES GUERRA
 Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e
Matemáticas, Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará,
Belém, 2018.

 1. MODELAGEM MATEMÁTICA. 2. TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO. 3. MODELO
PRAXEOLÓGICO ESTENDIDO. 4. IMPOSTO DE RENDA PESSOA FÍSICA. I. Título.

CDD 370.72098115

CLÁUDIA FERNANDES ANDRADE DO ESPÍRITO SANTO

**O PAPEL DOS SABERES NÃO MATEMÁTICOS NA MODELAGEM
MATEMÁTICA: O ESTUDO DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Defesa: Belém-PA, 04 de outubro de 2018

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Renato Borges Guerra (Orientador)
IEMCI/UFPA

Prof. Dr. José Messildo Viana Nunes (Membro Interno)
IEMCI/UFPA

Prof. Dr. José Augusto Nunes Fernandes (Membro Externo)
ICEN/UFPA

Profª. Dra. Roberta Modesto Braga (Membro Externo)
Campus Universitário de Castanhal/UFPA

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, por estar comigo o tempo todo, aos meus pais pela oportunidade do conhecimento e aos meus filhos, Rodrigo e Caliel Andrade, para que sejam incentivados na busca do saber.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vitória alcançada, toda honra e glória para sempre. Tenho certeza que minha fé e determinação vêm de Ti, que me fez forte em meio às tempestades, que me fez superar meus medos e incertezas, chegando ao fim dessa empreitada realizada, sabendo que todas as coisas contribuem para o bem daqueles que Te amam.

Aos meus pais, **Manoel Duarte de Andrade** (*in memoriam*) e **Maria Fernandes de Andrade**, que me ensinaram dignamente a importância da família e o caminho da honestidade, da persistência e da fé. Amo demais e tenho saudades de ti, meu pai amado.

Aos meus irmãos, **Marcos Antônio Fernandes Andrade** e **Antônio Marcos Fernandes Andrade**, por me ajudarem e acreditarem em mim. Amo muito vocês.

Ao amor da minha vida, **Rodivaldo Brito do Espírito Santo**, pelo apoio incondicional em todos os momentos, principalmente nos de incerteza. Sem você, amor, nenhuma conquista valeria a pena.

Aos meus filhos **Rodrigo Andrade do Espírito Santo** e **Caliel Andrade do Espírito Santo**. E ainda **Clenilda da Silva Sousa**, **Isabelle Sophi da Silva Sousa**, **Victória da Silva Sousa** e **Cleysson Santos** pelo esforço em compreender minha ausência em fins de semana sem sair de casa, e por compreenderem as longas horas estudando e não querendo barulho, amo todos vocês.

Ao meu tio **Manuel Bispo Almeida** e às minhas tias **Zeneide Fernandes Almeida**, **Raimunda Fernandes Abreu** e **Nair Fernandes** (*in memoriam*) pelas orações e torcida pelo meu sucesso. Amo vocês.

Ao meu amigo e professor **Renato Borges Guerra**, o meu eterno agradecimento pela oportunidade de materializar este trabalho ao lado de alguém possuidor de grande conhecimento; meu profundo respeito e admiração indecifrável pela sua serenidade, capacidade de análise do perfil de seus alunos, e pela sua dedicação no ensino da ciência e do saber, inibindo sempre a vaidade em prol da simplicidade e eficiência, servindo de apoio nos momentos mais difíceis, respeitando e acreditando no meu potencial.

Ao meu amigo **Gleison de Jesus Marinho Sodré**, que muito me ajudou nesta jornada, com quem pude contar nos momentos de desespero e choro, das

experiências de estudos e publicações, dos momentos de superação, de alegrias compartilhadas.

Aos meus amigos, **Dr. José Augusto Fernandes, Dr. José Carlos Pereira, Dr. Flávio Nazareno Araújo Mesquita, Dr. Denivaldo Pantoja da Silva, M.Sc. Maysa Leite, M.Sc. Raquel Rêgo, M.Sc. Renata Lourinho** por compartilhar dos seus conhecimentos e apoio neste trabalho.

Aos professores e amigos **Dr. Tadeu Oliver Gonçalves, Dra. Terezinha Valim Oliver Gonçalves, Dra. Isabel Cristina Rodrigues de Lucena, Dr. Iran Abreu Mendes, Dr. Carlos Aldemir Farias, Dr. Fábio Colins da Silva, Dra. Isaura Chaves, Dr. Elielson Ribeiro Sales, Dr. José Messildo, Dra. Valéria Risueno Marques, Dr. Alfredo Braga Furtado, Pr. Adeilson, Shirlei Pinheiro, Sandra Sueli, Sheila Sueli, Pr. Elmo, Esp. Berenice Vieira, Nina, Bernadete Pamplona, Pr. Leonardo e Joyce Fernandes**, que acreditaram em mim, me apoiando quando mais precisei. Sou imensamente grata.

Aos grupos de pesquisa GELIM, GEMM, GEDIM, que me oportunizaram saberes para o desenvolvimento da minha dissertação.

A todos(as) os(as) meus(minhas) alunos(as), desejo cada vez mais conhecimento e sabedoria, é para vocês e por vocês esta vitória também. Espero que com o presente título, possa estar mais preparada para contribuir para a formação e o conhecimento de todos vocês.

Aos meus amigos e amigas do curso de mestrado e doutorado, pelo incentivo e oportunidade de convívio.

Aos funcionários da Secretaria, da Biblioteca e do Suporte Técnico, **Gilcinaldo Moreira Sanches, Daniele Dorotéia, João Marcelo Ribeiro, Heloisa, Kátia Martins** e “seu” **Eugênio**, por me atenderem sempre com tanta boa vontade, bem como pela solicitude, prontidão e auxílio.

Aos irmãos e às irmãs da comunidade cristã da qual faço parte, pelas orações e súplicas a meu respeito, meu agradecimento.

“Nunca considere o estudo como um dever, mas como uma oportunidade invejável para aprender”

Albert Einstein

“Ninguém constrói nenhum conhecimento sozinho, sem contato com o próprio objeto de conhecimento e a possibilidade de discussão com o outro”.

Yves Chevallard

RESUMO

Este trabalho trata do papel dos saberes não matemáticos para o uso de modelos matemáticos sobre problemas em contextos concretos. É usado o Modelo Praxeológico Estendido com base na Teoria Antropológica do Didático para análise do cálculo do Imposto de Renda Pessoa Física. Resultados preliminares obtidos apontam a indispensabilidade dos saberes não matemáticos da situação para o uso pertinente dos modelos matemáticos em situação.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Teoria Antropológica do Didático. Modelo Praxeológico Estendido. Imposto de Renda Pessoa Física.

ABSTRACT

This paper deals with the role of non-mathematical knowledge in the use of mathematical models on problems in concrete contexts. For this, a praxeological model based on the anthropological theory of the didactic is used. From the model used for the calculation of Personal Income Tax, we obtained preliminary results that point out the indispensability of non-mathematical knowledge of the situation for the pertinent use of mathematical models.

Keywords: Mathematical Modeling. Anthropological Theory of Didactics. Extended Praxeological Model. Individual Income Tax.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquemas do Modelo Praxeológico Estendido.....	27
Figura 2: Tela do simulador do IRPF e da Alíquota Efetiva.....	32
Figura 3: Simulador da Receita Federal para IRPF – anual.....	60
Figura 4: Esquema da garrafa.....	63
Figura 5: Esquema de Imposto de Renda.....	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: O valor máximo de R\$1.093,77 de dedução do INSS no Imposto de Renda de 2017.....	57
Tabela 2: IRPF 2016/2017 – Alíquotas por rendimentos anuais.....	59
Tabela 2: IRPF 2016/2017 – Alíquotas por rendimentos anuais.....	62

LISTA DE QUADROS

Quadro1: Cálculo do imposto segundo o simulador.....	54
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Ancine:	Agência Nacional do Cinema
CF:	Constituição Federal
CPF:	Cadastro de Pessoa Física
CNPJ:	Certificado Nacional de Pessoa Jurídica
CNSP:	Conselho Nacional de Conselhos Privados
CTN:	Código Tributário Nacional
DAA:	Declaração de Ajuste Anual
Enem:	Exame Nacional do Ensino Médio
Fapi:	Fundo de Aposentadoria Programada Individual
FPE:	Fundo de Participação dos Estados
FPM:	Fundo de Participação dos Municípios
Funpresp:	Fundação de Previdência Complementar dos Servidores
IN RFB:	Instrução Normativa Receita Federal Brasileira
INSS:	Instituto Nacional de Seguridade Social
IPI:	Imposto sobre Produtos Industrializados
IR:	Imposto de Renda
IRPF:	Imposto de Renda Pessoa Física
IRRF:	Imposto de Renda Retido na Fonte
MF:	Ministério da Fazenda
MM:	Modelagem Matemática
Pronas/PLD:	Programa Nacional de Apoio à Atenção e Saúde de Pessoa com Deficiência
Pronon:	Programa Nacional de Apoio à Atenção Oncológica
RF:	Receita Federal
RIR:	Regulamento do Imposto de Renda
OCDE:	Organização para Cooperação do Desenvolvimento
OAB:	Ordem dos Advogados do Brasil
Pisa:	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
STN:	Secretaria do Tesouro Nacional
TAD:	Teoria Antropológica do Didático

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
2 QUADRO TEÓRICO E METODOLÓGICO DA PESQUISA.....	18
2.1 Recurso teórico: a Teoria Antropológica do Didático.....	18
2.1.1 Organizações praxeológicas.....	21
2.2 Modelagem matemática de problemas em contextos.....	24
2.3 O modelo praxeológico por Castela e Romo Vázquez.....	26
2.4 Uma interpretação do trabalho de Modelagem Matemática na escola a luz do modelo de Castela e Romo Vázquez: o dispositivo de análise.....	28
3 A PRAXEOLOGIA COM MATEMÁTICA DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA PESSOA FÍSICA (IRPF).....	31
3.1 O cálculo do IRPF – declaração de ajuste anual.....	31
3.2 A situação para análise.....	36
3.3 A organização praxeológica IRPF.....	37
4 PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA DO CÁLCULO DO IRPF.....	62
4.1 As praxeologias matemáticas como possíveis modelos matemáticos do cálculo do IRPF.....	64
4.1.1 O primeiro modelo matemático.....	64
4.2 Relações do uso do modelo sobre saberes matemáticos e não matemáticos.....	69
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	71
REFERÊNCIAS.....	73

1 INTRODUÇÃO

As políticas educacionais da Organização para Cooperação do Desenvolvimento e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (OCDE-Pisa)¹ (BRASIL, 2015) destacam a importância de uso dos conhecimentos matemáticos difundidos na escola básica para a realização de leitura de situações em contextos concretos traduzidos em situações problemas da Matemática que proporcionem a formação de cidadãos críticos.

A recomendação da OCDE/PISA (BRASIL, 2015) se manifesta por meio da perspectiva de letramento em Matemática.

Letramento em matemática é a capacidade do indivíduo de formular, aplicar e interpretar a matemática em diferentes contextos, o que inclui o raciocínio matemático e a aplicação de conceitos, procedimentos, ferramentas e fatos matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Além disso, o letramento em matemática ajuda os indivíduos a reconhecer a importância da matemática no mundo, e agir de maneira consciente ao ponderar e tomar decisões necessárias a todos os cidadãos construtivos, engajados e reflexivos (BRASIL, 2015, p.18).

O letramento em Matemática discorre que, como prescrito, os conhecimentos matemáticos são suficientes para as práticas humanas de descrever, explicar e prever fenômenos, como também realizar conscientemente tomadas de decisões no mundo como prova de exercício da cidadania engajada e construtiva.

A noção de letramento matemático, por meio de práticas matemáticas defendida pela OCDE (BRASIL, 2015), pode ser interpretada na escola básica como leitura de mundo por meio de Modelagem Matemática (MM²).

A MM é uma importante área de interesse da Educação Matemática que conta com a participação efetiva de inúmeros pesquisadores. Borssoi e Almeida (2015) destacam que:

A modelagem matemática é reconhecida na área de Educação Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem em que a abordagem de uma situação-problema não essencialmente matemática é feita por meio da Matemática (BORSSOI; ALMEIDA, 2015, p. 38).

¹ Organization for Economic Co-operation and Development Programme for International Student Assessment (OECD -PISA).

² Daqui por diante a expressão Modelagem Matemática será substituída por MM.

Esse olhar é compartilhado com Malheiros (2016) quando destaca que a MM é:

compreendida como uma abordagem pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo (MALHEIROS, 2016, p. 1152).

Esse olhar da MM como abordagem pedagógica, que dá ênfase ao uso da matemática em investigação e resolução de problemas em contextos, vai ao encontro do cerne da MM (BRASIL, 2015) em que: formula-se matematicamente uma situação; empregam-se conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas; e interpretam-se os resultados matemáticos obtidos em termos do problema em contexto considerado.

Esse cerne da MM descreve, segundo Brasil (2015), as habilidades necessárias para que um indivíduo seja considerado letrado em Matemática. Entretanto, “a Modelagem, embora venha crescendo em termos de pesquisas, está presente de maneira tímida nas salas de aula de Matemática, considerando principalmente a Educação Básica” (MALHEIROS, 2016, p. 1156).

Essa ação tímida não acontece por acaso. Grandsard (2005 apud GUERRA; SILVA, 2009), por exemplo, observou que um grupo de professores não conseguiram modelar problemas em contextos concretos incomuns para eles, mesmo que dispusessem de conhecimentos matemáticos suficientes para o desenvolvimento desse tipo de tarefas. Essa observação suscitou nesta pesquisadora o seguinte questionamento: Como será possível que esses professores ensinem MM a seus alunos?

Sobre o questionamento de Grandsard (2005) apud Guerra e Silva (2009) destaca-se que o processo de MM não está restrito ao campo de saberes matemáticos, ou seja, mas que saberes não matemáticos se articulam e se integram às práticas matemáticas com propósito determinado de construir uma resposta, nesse caso, o modelo matemático. Essa compreensão se esboça no seguinte excerto de texto:

Nesse sentido, modelar uma situação ou identificar um modelo matemático que governa uma situação, exemplificado na construção da parábola, pode se revelar uma tarefa complexa, senão, impossível de ser realizada no estrito domínio matemático (GUERRA; SILVA, 2009, p. 104).

Essa compreensão é potencialmente problematizada quando consideramos o que adverte Julie (2006) sobre a MM ser reduzida a um veículo de ideias matemáticas, pois a permanência nesse nível ocultaria o trabalho de bastidores, ou seja, as complexidades envolvidas na construção de um modelo matemático.

De outro modo, quando o conhecimento do contexto não é considerado, a obtenção do modelo matemático sobre o mesmo acontece como um processo de magia, pois esconde a longa cadeia de causas e efeitos e, principalmente, não se preocupa em descobrir, processo após processo, se há alguma relação entre causa e efeito (ECO, 2002, tradução nossa).

A eliminação desse processo de magia, segundo Bosch, Chevallard e Gascón (2006), tem sido empreendida ao longo da história, com especial destaque durante os períodos de emergência e consolidação de ciências, como Física, Química, Biologia, Medicina, Psicologia, Antropologia, Sociologia e Ciência Política. Em particular, afirmam que:

Em todos estes casos, a “desmagificação” tem sido acompanhada pela modelagem de “partes da realidade” cujos modelos, longe de serem suas representações exatas, acabam por ser boas “máquinas” para produzir conhecimento sobre a realidade questionada³ (BOSCH; CHEVALLARD; GASCÓN, 2006, p. 02).

Deprendemos deste extrato de texto que os modelos matemáticos, antes de serem considerados retratos de uma parte da realidade, se constituem em ferramentas que ajudam a produzir conhecimento sobre essa realidade, ou ainda, os modelos matemáticos se constituem em ferramentas mediadoras de conhecimento entre o sujeito e a realidade problematizada.

Assim, podemos compreender a MM de problemas em contextos concretos como uma prática social com matemática, que é realizada em espaços sociais concretos, denominados instituições, por meio de manipulações de saberes mais gerais, porventura não matemáticos, mas que somente ali funcionam com matemática (CHEVALLARD, 2005).

A complexidade do processo de MM se faz então presente nas peculiaridades dos espaços sociais específicos por emergir dos e nos imbricados de intenções e

³ Fragmento do texto: *In all these cases, “de-magification” has been accompanied by the modelling of ‘a piece of reality’ by means of models that, far from being exact representations, turned out to be “machines” good at producing knowledge about the reality in question.*

interesses institucionais sobre um dado contexto frente ao patrimônio matemático disponível nesse espaço social.

Sob esse pensar, podemos assim questionar: Essa complexidade é agravada no uso de modelos matemáticos por aqueles que não dispõem de conhecimentos sobre as situações no contexto considerado?

A resposta a esse questionamento parece ser afirmativa frente às observações de Grandsard (2005) e, encaminharia uma compreensão para o insucesso dos professores em a MM frente a contextos incomuns para eles.

Nesse sentido, para alcançar a habilidade de letramento matemático, enquanto uso ou construção de um modelo matemático, torna-se necessário conhecer pelo menos minimamente os contextos de realidades considerados.

Em particular, no uso do modelo matemático, a formulação não se faz presente e, não raro, também não se recorre objetivamente a conceitos, restando tão somente encontrar uma resposta como a aquela que pode ser reconhecida como a da situação em contexto considerada. Se o contexto não é conhecido a resposta do modelo é tomada como a da situação, mesmo que ela seja absurda para o contexto.

Enfim, postulamos que os saberes não matemáticos são, em geral, tomados como naturalizados e por isso, talvez, não sejam considerados como objetos de estudo na MM, e daí uma questão Q, entre outras, emerge como nosso objeto de investigação:

Q: Como fazer presentes os conhecimentos não matemáticos sobre um dado contexto como saberes indispensáveis para uso- e construção- de modelos matemáticos?

Para respondermos a esta questão, recorreremos à noção de práticas sociais com Matemática anunciada por Chevallard (2005), e nessa linha a Teoria Antropológica do Didático (TAD⁴) se torna a infraestrutura teórica dessa investigação.

Tomamos como objetivo geral revelar conhecimentos não matemáticos sobre situações em contextos que tratam um dado modelo matemático e suas implicações para o seu uso por meio do Modelo Praxeológico Estendido.

⁴ Daqui por diante a expressão Teoria Antropológica do Didático será substituído por TAD.

Especificamente, nosso objetivo consiste em estudar o uso do modelo de Declaração de Ajuste Anual (DAA), do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF), em uma dada situação.

Os capítulos seguintes foram construídos de acordo com os questionamentos que para nós se revelaram pertinentes. O capítulo 02 trata dos recursos teóricos metodológicos da Teoria Antropológica do Didático, com especial atenção sobre o modelo praxeológico proposto por Corine Castela e Romo Vázquez, por considerar objetivamente a participação de outros saberes, inclusive práticos, em modelos matemáticos sobre práticas da engenharia.

No terceiro capítulo, fazemos uma interpretação do modelo de cálculo do imposto de renda pessoa física, ou IRPF, como uma organização praxeológica com Matemática a partir do modelo praxeológico proposto por Castela e Romo Vázquez (2016), em que os saberes não matemáticos são evidenciados.

No quarto capítulo, construímos um modelo matemático com o propósito de contrastar com o modelo de IRPF e permitir construir uma compreensão do papel dos saberes não matemáticos no contexto tributário e, com isso, encaminhar uma possível resposta a nossa questão de investigação.

Para finalizar apresentamos nossas considerações sobre a investigação frente aos recursos teóricos usados e encaminhamos investigações futuras sobre as potencialidades de desenvolvimentos empíricos em sala de aula.

2 QUADRO TEÓRICO E METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos os elementos da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), daqui em diante designada TAD, que permitem construir uma resposta a nossa questão de investigação. Especificamente, tratamos do modelo praxeológico apresentado por Romo Vázquez (2009), Castela e Romo Vázquez (2011) e Castela (2016), denominado por eles de Modelo Praxeológico Estendido (2011).

Esse modelo praxeológico pode ser visto como uma possível interpretação da noção de organização praxeológica proposta por Chevallard (1999), para as práticas sociais com Matemática, em que são considerados os componentes de conhecimentos não matemáticos, tanto como a prática em si, como também enquanto saber que fundamenta ou justifica essa prática.

O Modelo Praxeológico Estendido é proposto a partir das análises das práticas da Engenharia da Automação, que recorre objetivamente a praxeologias matemáticas como modelos matemáticos, que são vistos assim como praxeologias matemáticas customizadas com saberes da Engenharia.

De modo distinto, consideramos os modelos ditos matemáticos que vivem nas escolas básicas, como modelos de situações em contextos concretos com Matemática, ou seja, os saberes matemáticos e não matemático se intercondicionam de modo que não são vistos como praxeologias matemáticas customizadas.

Embora, façamos essa distinção, julgamos adequado encaminhar as componentes do Modelo Praxeológico Estendido como componentes das práticas sociais com Matemática e, portanto, como instrumento metodológico para evidenciar o papel dos saberes não matemáticos nesses tipos de práticas sociais com matemática em que se insere a Modelagem Matemática da escola básica e, com isso, construir uma resposta à questão investigada.

2.1 Recurso teórico: A Teoria Antropológica do Didático

O postulado base da TAD considera que toda atividade humana regularmente realizada no interior de um espaço social – que pode ser a família, a escola, por exemplo, e que aqui são denominados de instituições I, cuja finalidade é instituir o

modo de fazer e pensar uma prática em seu interior – é descrito a partir de um modelo cuja unidade mais simples se resume com a palavra praxeologia (CHEVALLARD, 1991).

Chevallard (1999) destaca que as praxeologias não são dadas pela natureza e sim que são “artefatos” ou “obras” construídas no interior das instituições e que funcionam, portanto, segundo as condições humanas, culturais e sociais impostas por essas instituições, o que inclui elas próprias, para atender seus interesses e intenções. Isso evidencia as instituições como “uma verdadeira capacidade de produção de saber para fins de autoconsumo” (CHEVALLARD, 2009, p. 26)⁵.

A palavra praxeologia indica assim uma organização de práticas sociais aqui compreendidas como conjuntos de ações intencionais e coordenadas, não necessariamente planejadas *a priori*, de sujeitos que compartilham um dado espaço social, mobilizando objetos reconhecidos e seguindo normas da cultura institucionalizada nesse espaço social.

O modelo celular da organização praxeológica consiste em duas componentes: a práxis e o logos.

- a)** A *práxis*, denotada por $[T, \tau]$, é a parte visível da prática, que designa o saber prático, o saber fazer ou *know-how*, é dito tarefa aquilo que se faz, e como se faz essa prática, tida como técnica τ , e por isso uma tarefa requer uma ação designada por meio de um verbo, como pintar uma parede, cortar um bolo, aproximar uma função trigonométrica por um polinômio $P(x)$, enquanto simplesmente o verbo pintar, cortar ou aproximar é associado ao gênero de tarefas e não a um tipo de tarefas.

As tarefas rotineiras em uma instituição são realizadas por meio de técnicas naturalizadas e, como tais, estão, em geral, longe de serem questionadas até que apareça uma tarefa do mesmo tipo em que a técnica naturalizada não a permita executar.

Nesse caso, a técnica é dita limitada e, em consequência, a tarefa se torna uma “tarefa problemática” o que demandará a construção de uma nova técnica com maior alcance, no sentido de ser capaz de enfrentá-la, bem como todas as outras tarefas do mesmo tipo até então existentes na instituição.

⁵ Fragmento de texto: *Una verdadera capacidad de producción de saber a los fines del autoconsumo.*

Segundo a TAD, toda técnica, dotada ou não de maior alcance, comporta um discurso que a justifique, descreva, explique ou produza no interior da instituição em que ela vive.

- b)** O *logos*, denotado por $[\theta, \Theta]$, designa o saber ou discurso que descreve, explica, justifica ou produz a técnica τ , que é chamado de tecnologia θ da técnica τ . Esta, por sua vez, pode ser vista como dotada de um discurso mais inclusivo, chamado de teoria Θ , que “aparece frequentemente como ‘abstrata’, isolada das preocupações dos ‘simples’ tecnólogos e técnicos”. (CHEVALLARD, 1999, p. 225)⁶. Este último nível do bloco *logos* desempenha um papel similar ao da tecnologia, mas que incide sobre a tecnologia de uma ou mais técnicas.

A tecnologia e a teoria nem sempre se fazem distintas no *logos*. Além disso, o estilo de racionalidade desse discurso pode variar no espaço intra e interinstitucional ao fio da história das praxeologias institucionais, de modo que uma racionalidade de uma instituição poderá parecer como pouco racional e até estranha à outra instituição (CHEVALLARD, 1999, p. 224)⁷.

Em geral, na maioria das práticas realizadas no interior de uma dada instituição, o discurso teórico $[\theta, \Theta]$ não se faz visível e, não raro, pode ser reduzido como produto da cultura institucional das práticas, entre eles, se encontra um discurso do tipo “porque é assim, o jeito certo de fazer”.

Nesses casos, em geral, a *práxis* é dotada de uma única técnica, dita canônica, reconhecida ou empregada no enfrentamento de tarefas. Sobre essa técnica é conferida a função “autotecnológica: atuar desta maneira não exige justificar, porque é a boa maneira de atuar (em I)” (CHEVALLARD, 1999, p. 224)⁸.

Assim, uma técnica sempre estará acompanhada de um discurso, ou de pelo menos um embrião deste, no sentido de não haver claramente uma tecnologia associada a uma teoria, como exemplificada por Chevallard (2005) como trata dos problemas ditos de regra de três, “o mesmo pequeno discurso tem uma dupla

⁶ Fragmento de texto: *aparecen frecuentemente como “abstractos”, apartados de las preocupaciones de los “simples” tecnólogos y técnicos.*

⁷ Fragmento de texto: *de manera que una racionalidad institucionalmente dada podrá aparecer... como poco racional en otra institución.*

⁸ Fragmento de texto: *“autotecnológica”: actuar de esta manera no exige justificación, porque es la buena manera de actuar (en I).*

função, técnica e tecnológica, que permite encontrar o resultado pedido (função técnica) e justificar que é correto o resultado esperado (função tecnológica)” (CHEVALLARD, 1999, p. 224)⁹.

Como observado com a regra de três, pode acontecer de existir em uma dada instituição apenas uma técnica reconhecida para um dado tipo de tarefa. Nesse caso, frequentemente, se observa entre os sujeitos dessa instituição, verdadeira paixão institucional à técnica naturalizada (CHEVALLARD, 1999, p. 223-225)¹⁰ que os levam a ignorar a ver outras técnicas como artificiais e, por isso, contestáveis ou inaceitáveis.

É importante destacar, então, que a noção de praxeologia considera a unidade dos blocos, *práxis* mais *logos*, assim não se pode dizer que uma praxeologia realizada no interior de uma instituição, a escola, por exemplo, e a observada ou descrita por um sujeito de outra instituição, a academia, por exemplo, são as mesmas praxeologias. Pois, mesmo que objetivamente a observação possa permitir descrever com exatidão o que se faz e como se faz uma *práxis*, não se pode afirmar que são pensadas do mesmo modo, no sentido do discurso que as fundamentam: o discurso que o observador atribui à *práxis* poderá ser distinto do discurso do sujeito, ou da instituição, que realiza a *práxis*.

A tecnologia pode cumprir outras funcionalidades, como a de coordenar tarefas com fundamento nas técnicas que essa tecnologia dá suporte, o que inclui a produção de novas técnicas para novos e velhos tipos de tarefas, como bem demonstram as obras da Matemática acadêmica.

Essa linha de pensamento encaminha uma das compreensões para organização praxeológica, a de articulação e integração de praxeologias como uma expressão de um dado saber.

2.1.1 Organizações praxeológicas

Segundo Chevallard (1999), dificilmente uma atividade pode ser descrita somente por uma única praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$, a chamada de praxeologia **pontual**, restrita a um tipo de tarefa.

⁹ Fragmento de texto: *El mismo pequeño discurso tiene una doble función, técnica y tecnológica, que permite a la vez encontrar el resultado pedido (función técnica) y justificar que es correcto el resultado esperado (función tecnológica)*

¹⁰ Fragmento de texto: *En esta visión, se observa frecuentemente, entre los sujetos de I, verdaderas pasiones institucionales para las técnicas naturalizadas.*

Em geral, em uma dada instituição convivem praxeologias incompletas - as que não são dotadas de um discurso tecno-teórico e sim com discursos embrionários que as justificam a partir do sucesso alcançado com o objetivo que se quer atingir - e praxeologias completas - as dotadas de um discurso tecno-teórico, mesmo que nem sempre tenham sua gênese como produto desse discurso sábio $[\theta, \Theta]$, como bem demonstra, por exemplo, a história da Matemática quando evidencia que práticas, como a resolução de equações algébricas, antecede a criação de suas teorias, no caso, a Álgebra Moderna, que hoje é assumida como o discurso teórico para resolução de equações.

Assim, a noção de praxeologia envolve a noção de organização praxeológica que supõe sempre a existência de uma inteligibilidade mínima que atende uma intencionalidade institucional ou pessoal. Essa compreensão é anunciada no seguinte extrato de texto:

Se é verdade que, na maioria dos casos, o tipo de tarefa precede *geneticamente* o bloco $[\theta, \Theta]$ (que aparece como meio de produzir e de justificar uma técnica τ apropriada a T), não é menos certo, que, *estruturalmente*, o saber $[\theta, \Theta]$ permite gerar τ (para dado tipo de tarefa T). Por esta razão, se apresentar classicamente, no texto do saber, o saber-fazer $[T, \tau]$ como uma simples aplicação do “saber” $[\theta, \Theta]$ ¹¹ (CHEVALLARD, 1999, p. 226) (Tradução nossa).

Chevallard (1999) estabelece, assim, que uma organização praxeológica em ato, ou seja, aquela que se vivencia em uma prática social, é dotada de complexidade que aumenta com a mobilização de saberes tecnológico-teóricos $[\theta, \Theta]$ e, não menos importantes, por meio de praxeologias incompletas ou saberes práticos.

Os saberes práticos são dependentes de situações em contextos, pois somente nessas condições é que eles emergem e se mobilizam, por isso são omitidos ou tomados como inerentes, ou naturais, da situação em contexto considerada.

Nas instituições sábias e acadêmicas, as organizações praxeológicas são investigadas, difundidas e ensinadas, em geral, como uma estrutura produzida, a

¹¹ Fragmento de texto: *pues si es verdad que, en la mayoría de los casos, el tipo de tarea precede genéticamente el bloque $[\theta, \Theta]$ (que aparece entonces como medio de producir y de justificar una técnica τ apropiada a T), no es menos cierto, que, estructuralmente, el saber $[\theta, \Theta]$ permite generar τ (para T dado). Por esta razón, se suele presentar clásicamente, en el texto del saber, al saber-hacer $[T, \tau]$ como una simple aplicación del “saber” $[\theta, \Theta]$.*

partir de saberes teóricos que se engendram a partir de organizações praxeológicas pontuais que se elevam às organizações praxeológicas locais, e estas em organizações regionais para, assim, atingir uma organização global.

No extrato de texto abaixo, encontramos essa compreensão de organização praxeológica nos seguintes termos:

Geralmente, em uma instituição dada, I , uma teoria Θ responde a várias tecnologias θ_j , cada uma delas por sua vez justifica e faz inteligível várias técnicas, τ_{ij} , correspondentes a outros tantos tipos de tarefas, T_{ij} . As organizações pontuais vão assim combinando-se, em primeiro lugar, em organizações locais, $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, centradas sobre uma tecnologia θ determinada, e depois em organizações regionais, $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$, formadas ao redor de uma teoria Θ . (Mais além, se denominará organização global o complexo praxeológico obtido, $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{ijk}, \Theta_k]$, em uma instituição dada, pela agregação de várias organizações regionais correspondentes a várias teorias Θ_k)¹² (CHEVALLARD, 1999, p. 226).

Como se pode notar, por meio do fragmento de texto acima, em uma instituição dada, uma teoria Θ pode responder a várias tecnologias θ_j , que por sua vez, podem justificar e tornar inteligível o uso de várias técnicas τ_{ij} correspondentes a tantos outros tipos de tarefas T_{ij} .

As organizações da academia matemática podem ser interpretadas como um tipo de organização segundo o modelo praxeológico da TAD, pois o estilo do desenvolvimento axiomático adotado ao longo dos anos pelos matemáticos parece ser a fonte do modelo proposto por essa teoria.

Em geral, não somente em ato, as organizações praxeológicas que habitam uma instituição I , têm seu uso e desenvolvimento condicionado a outros saberes dessa instituição que escapam aos saberes tecnológicos-teóricos que podem ser vistos como as racionalidades que explicam, justificam e ou produzem essas organizações. Estes são os saberes auxiliares indispensáveis que tornam possível a realização ou desenvolvimento de uma dada organização praxeológica no interior de

¹² Fragmento de texto: *Generalmente, en una institución dada, I , una teoría Θ responde de varias tecnologías θ_j , cada una de las cuales a su vez justifica y hace inteligibles varias técnicas, τ_{ij} , correspondientes a otros tantos tipos de tareas, T_{ij} . Las organizaciones puntuales van así a combinarse, en primer lugar, en organizaciones locales, $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$, centradas sobre una tecnología q determinada, y después en organizaciones regionales, $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$, formadas alrededor de una teoría Θ . (Más allá, se denominará organización global el complejo praxeológico obtenido, $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{ijk}, \Theta_k]$, en una institución dada, por la agregación de varias organizaciones regionales correspondientes a varias teorías Θ_k). Ahora bien, el paso de una praxeología puntual $[T, \tau, \theta, \Theta]$ a una praxeología local $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$ pone en marcha la tecnología q , de la misma manera que el paso ulterior a una praxeología regional $[T_{ij}, \tau_{ij}, \theta_j, \Theta]$ llevará al primer plano la teoría, Θ . En los dos casos, la visibilidad del bloque del saber aumenta, en detrimento del saber-hacer.*

uma dada instituição, que Chevallard (2005) denomina de saberes pré-construídos, ou pré-existentes, para alertar que “qualquer saber científico funciona sobre um extrato de profundo saber de pré-construções”¹³ (CHEVALLARD, 2005, p. 107).

Esses saberes se expressam como praxeologias incompletas, autotecnológicas, construídas ao fio da história do uso e desenvolvimento de diferentes organizações praxeológicas no interior de uma instituição, entre elas, e não menos importantes, as praxeologias transpostas de outras instituições que ali podem até não encontrar um discurso tecnológico-teórico formal que as fundamentem, mas que são úteis, e indispensáveis, para tornar possível a realização de outras organizações praxeológicas no interior dessa instituição.

Nesse sentido, a legitimidade institucional de um tipo de organização pode não estar restrita à clareza de um único saber legitimado pela instituição como maestro dessa organização e sim ao papel funcional do conhecimento que produz respostas a determinadas questões de interesses da instituição. Para nós, é o caso da Modelagem Matemática de problemas em contextos.

De outro modo, destacamos o papel funcional das praxeologias matemáticas como ferramentas para o estudo de situações em contextos concretos.

2.2 Modelagem matemática de problemas em contextos

Uma prática social com matemática (CHEVALLARD, 2005, p. 175) é toda atividade humana que utiliza esta ciência em um dado espaço social, no sentido de atender objetivos diversos, principalmente não matemáticos, mas somente funcionam com mobilização de objetos matemáticos. Essas práticas são denominadas de organizações praxeológicas com Matemática, ou simplesmente OPM.

Essas praxeologias, geralmente, são encontradas na Física, na Química, na Biologia, na Geologia, nas Engenharias, na Economia, nas Ciências Aplicadas, e de modo geral, em atividades técnicas desenvolvidas nas fábricas, nos laboratórios, nos escritórios etc.

É fácil de seguir as trilhas desta luta nas origens da maioria das disciplinas: física, química, biologia, medicina, psicologia, antropologia, sociologia, ciência política. Em todos estes casos, a “*desmagificação*” tem sido

¹³ Fragmento de texto: *Cualquier saber científico funciona sobre un estrato profundo de preconstrucción.*

acompanhada pela *modelagem de "partes da realidade"* cujos modelos, longe de serem suas representações exatas, acabam por ser boas "máquinas" para produzir conhecimento sobre a realidade questionada¹⁴ (BOSCH; CHEVALLARD; GASCÓN, 2006, p. 02).

Depreende-se do extrato de texto acima que a Modelagem Matemática de problemas em contextos se constitui em um gênero OPM, pois movimentam objetos matemáticos segundo interesses e intenções não matemáticos de uma instituição ou pessoa.

Segundo Chevallard, Bosch e Gascón (2001), um aspecto essencial da atividade com matemática consiste em construir modelos (matemáticos) de realidades que se deseja estudar e, talvez por isso, o uso de modelos matemáticos nas práticas escolares da escola básica seja encontrado desde os anos iniciais até o ensino médio, e sendo incentivado pela OCDE (BRASIL, 2015) como meio de interpretar situações em contexto concreto.

É importante notar, então, que o objeto de estudo com MM em contextos concretos trata de situações com ajuda de modelos matemáticos e o uso do mesmo demanda o indispensável conhecimento do contexto considerado que, em dialética com a instituição, encaminha a situação e com ela o modelo matemático que pode ser considerado adequado.

Não é nada simples o reconhecimento de situações que podem encaminhar um modelo matemático adequado em problemas em contextos concretos, pois isso exige conhecer a situação, uma vez que somente se reconhece o que se conhece. Assim, tudo é suposto, pois não se pode afirmar, *a priori*, que os alunos e inclusive o professor, poderão reconhecer uma situação de algo que não conhecem.

As praxeologias das ciências da escola, como as do ensino de física, por exemplo, revelam a problemática do uso de fórmulas e algoritmos matemáticos quando tomam esses modelos matemáticos representantes exatos de situações do mundo real. As construções desses modelos matemáticos, chamados de fórmulas, não se realizam no e com o ensino da física escolar, e como consequência, impedem o acesso dos alunos ao estudo das situações que engendram esses modelos matemáticos, o real objeto de estudo dessa disciplina.

¹⁴ Fragmento de texto: *It is easy to follow the tracks of this struggle at the origins of most of the disciplines: physics, chemistry, biology, medicine, psychology, anthropology, sociology, political science. In all these cases, "de-magification" has been accompanied by the modelling of 'a piece of reality' by means of models that, far from being exact representations, turned out to be "machines" good at producing knowledge about the reality in question.*

Postulamos que isso impede o sujeito, aluno ou professor, de fazer o uso adequado das fórmulas em problemas em contextos da física. Nesse caso, o estudo do problema no âmbito teórico da física é indispensável para encontrar a situação e, com ela, o modelo matemático adequado para o enfrentamento do problema.

Sob essa compreensão o conhecimento restrito às praxeologias matemáticas, como aqui são compreendidos os modelos matemáticos - já que se constituem como tarefas matemáticas munidas de uma técnica supostamente sustentada por tecnologia-teoria matemática - não são suficientes para o uso e a construção dos mesmos problemas em contextos, como já fora anunciado por Grandsard (2005).

Essa compreensão encaminha a MM como uma organização praxeológica global que envolve diferentes tipos de saberes, como saberes teóricos disciplinares e saberes não disciplinares, inclusive saberes práticos que agem em ato para engendrar essa organização praxeológica também como um saber prático.

Nesse sentido, recorreremos à noção de organização praxeológica proposta por Castela e Romo Vázquez (2011) como uma compreensão de MM, pois esta destaca a praxeologia matemática, o que se faz e como se faz, no domínio matemático, mas customizada por uma instituição, a partir de saberes teóricos, e/ou práticos, que ali vivem, para o enfrentamento de um dado tipo ou gênero de situação em contexto. Entendemos que tal compreensão se torna adequada para respondermos a nossa questão de investigação.

2.3 O modelo praxeológico por Castela e Romo Vázquez

Castela (2016) compreende as praxeologias da Engenharia, ditas praxeologias mistas, no sentido de serem dotadas de tecnologias matemáticas e tecnologias empíricas e não matemáticas, como transposições de praxeologias da matemática para a instituição não matemática, no caso a Engenharia. Assim, nessa compreensão, um modelo matemático é uma praxeologia matemática transposta da instituição matemática para uma instituição não matemática.

Castela e Romo Vázquez (2011) dizem encaminhar um Modelo Praxeológico Estendido diferente daquele do modelo proposto por Chevallard (1985). A suposta extensão se resume em um detalhamento incompleto por não considerar, entre outros aspectos, as organizações praxeológicas engendradas por saberes pré-existentes da instituição usuária de matemática, bem como por supor que a noção

de praxeologia de Chevallard (1999) exclui o saber-fazer ou *práxis* sem discurso tecnológico-teórico matemático.

O detalhamento de Castela e Romo Vázquez (2011) se torna útil por considerar saberes técnicos como tecnologias que permitem customizar as técnicas matemáticas como técnicas sendo do campo da Engenharia ou de qualquer outro campo de práticas que use matemática.

Esse componente empírico explica as adaptações da técnica de origem para tornar possível a realização com sentido da praxeologia transposta na nova instituição. O mesmo é constituído por conhecimentos dedicados às necessidades práticas e, por isso é afirmado pelas autoras que sua validade não decorre de demonstrações e sim de maneira empírica, no seio das práticas regulares dos usuários de Matemática.

Ainda que a comunidade matemática não reconheça os saberes práticos de outra instituição não matemática como objetos matemáticos, estes não podem ser ignorados, pois respondem com êxito no enfrentamento de tipos de problemáticas que emergem nessas instituições.

O componente tecnológico prático, ou empírico, é designado por θ^p e está diretamente relacionado ao uso da técnica. Como tal, é dependente da instituição utilizadora não matemática, simbolizada por I_p , onde se realiza a praxeologia, como segue na Figura 1.

Figura1: Esquema do modelo praxeológico estendido



Fonte: Adaptado de Castela (2016, p. 24)

I_r designa a instituição dita investigadora, cuja função social é desenvolver e validar praxeologias objetivando o tratamento de tipos de tarefas T , ou seja, se ocupa essencialmente do desenvolvimento de técnicas para as práticas que, como tais, necessitam de tempo para promover o desenvolvimento de uma validação ordenada e sistemática de suas construções.

Para exemplificar uma instituição investigadora, Castela (2016) destaca as organizações educacionais, mais precisamente, os Institutos de Investigação para o

Ensino de Matemática (IREM), na França, que são responsáveis pela criação de condições favoráveis aos professores, a fim de que tais profissionais possam conceber, experimentar e avaliar sequências em classe.

Nesse caso, quando um professor organiza um dado saber para o ensino, ou seja, faz a transposição didática interna desse saber para uma dada escola, por meio da preparação de uma sequência de tarefas para sua aula, ele dá um tempo para vivenciá-la e desenvolve um trabalho de investigação sob condições supostas e impostas a priori, nem sempre verificáveis nas experimentações em sala de aula que, por isso, poderão exigir adequações dessa sequência. Esse é um processo cíclico em que o professor busca uma sequência estável que é então validada empiricamente.

Segundo Castela (2016) o símbolo * usado no esquema indica uma transposição de cada componente de $[T, \tau, \theta^r, \Theta]$ que é produzida, validada e legitimada por uma instituição I_r^* na qual as instituições I_r e I_p estão representadas e negociam. Essa negociação pode levar a uma mudança no paradigma de validação: por exemplo, em alguns países, o ensino médio em Matemática aceita validações experimentais de alguns teoremas, embora na instituição matemática sejam aceitas somente demonstrações teóricas (CASTELA, 2016).

Segundo Castela (2016), o ostensivo I_p indica a instituição que tem uma relação pragmática com o tipo de tarefa T , enquanto θ^p indica os conhecimentos produzidos na instituição usuária I_p , com critérios de verdade, efetividade e de valor para as suas atividades, os quais constituem os cenários dos processos de validação empírica.

As setas (\leftarrow) à direita das praxeologias, fora da representação dessas, simbolizam as práticas sociais de validação, legitimação e institucionalização, que são desenvolvidas nas instituições envolvidas (CASTELA, 2016).

2.4 Uma interpretação do trabalho de Modelagem Matemática na escola a luz do modelo de Castela e Romo Vázquez: o dispositivo de análise

A partir da compreensão encaminhada por Castela (2016), e à luz da TAD, podemos compreender um modelo matemático sobre uma situação em contexto, na escola, como uma reconstrução de uma praxeologia com a Matemática da escola - no sentido das praxeologias que pertencem a campos diversos da atividade

matemática escolar, mas que somente funcionam com Matemática; a Matemática financeira e os problemas de regra de três exemplificam o que queremos dizer - para uma praxeologia matemática da escola, no sentido inverso do proposto por Castela (2011).

Esse olhar se deve à razão de estarmos interessados no estudo de situações em contexto com o encontro de uma praxeologia matemática associada. De outro modo, o nosso caso frente ao esquema da Figura 1, consiste do trabalho de transposição didática em MM que é realizada por um professor e seus alunos, estes como membros de uma instituição escolar I_r^* , a partir da reconstrução de uma organização praxeológica matemática $[T, \tau, \theta^r, \Theta]$, a começar de uma organização praxeológica com matemática $[T^*, \tau^*, (\theta^{*r}, \theta^p), \Theta^*]$ sobre uma dada situação em contexto, sob as condições impostas pela escola para uma dada posição (um ano ou série) de um dado nível de ensino (fundamental, médio ou superior).

As tecnologias indicadas pelos símbolos (θ^{*r}, θ^p) englobam o conhecimento reconhecido pela instituição I_r^* , nesse caso, a tecnologia matemática e os saberes teóricos θ^{*r} e práticos θ^p disponíveis àquela posição-nível de ensino da escola específica I_r^* considerada e, portanto, a validação desse conhecimento depende do universo cognitivo dessa escola a que o professor e alunos pertencem. Pode ser completamente experimental, considerando que nos campos de práticas de MM os processos experimentais e de questionamentos sobre os saberes em contextos contribuem decisivamente para os processos de validação do modelo matemático ou praxeologia matemática.

Esses saberes são designados como os saberes práticos θ^p instituídos socialmente sobre um dado contexto de práticas sociais com Matemática que vivem na escola. Por exemplo, as instituições financeiras são as I_p que a partir de um discurso prático θ^p determinam o regime de juros, se simples ou composto, segundo as condições que conformam suas práticas. O uso adequado do regime de juros para uma dada situação não é uma decisão particular da escola I_r^* . No entanto, a instituição escolar pode instituir outro modo de pensar uma situação, nesse caso teríamos que $I_p = I_r^*$.

Finalmente, podemos destacar os elementos principais considerados no estudo de uma situação em contexto com Matemática instituída na sociedade e que se insere na escola, de forma a:

1- Descrever os possíveis elementos da organização praxeológica com Matemática, isto é, suas tarefas, técnicas e os saberes tecnológicos (matemáticos e não matemáticos).

2- Construir um possível modelo matemático, no sentido de organização praxeológica matemática da escola, que pode representar, de algum modo a situação em contexto.

O primeiro item consiste do trabalho de conhecer os objetos, matemáticos e não matemáticos, e como são mobilizados no uso da organização praxeológica com Matemática para uma dada situação. Isto não nos permite questionar em si a praxeologia usada, pois os saberes não matemáticos de natureza prática, ou específico de um campo de práticas que sejam estranhos à escola, não serão visíveis aos seus membros, professores e alunos.

O item 1 implica em uma desconstrução da organização praxeológica da prática com matemática que nos permite conhecer e, com isso, reconhecer a situação em contexto que nos leve à consecução do item 2.

O item 2 nos remete ao encontro de uma possível praxeologia matemática que pode ser vista como um modelo matemático para a situação em contexto. Essa praxeologia, em contraste com a praxeologia descrita no item 1, permite encaminhar as possíveis limitações dos saberes matemáticos para enfrentamento da situação com Matemática.

Portanto, esse dispositivo do modelo praxeológico proposto por Castela (2016), sob a interpretação por nós desenvolvida à luz da TAD se constitui o nosso dispositivo metodológico para responder nossa questão de investigação.

Para isso, encaminhamos no próximo capítulo o estudo do uso do modelo de Declaração de Ajuste Anual de Imposto de Renda Pessoa Física (2017). A escolha dessa prática com matemática não foi por acaso, mas por sua execução não estar em conformidade com as normas da Receita Federal e, com isso, podendo causar transtornos a uma grande quantidade de contribuintes.

3 A PRAXEOLOGIA COM MATEMÁTICA DO CÁLCULO DO IMPOSTO DE RENDA PESSOA FÍSICA (IRPF)

Neste capítulo apresentamos o cálculo do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF), seguindo a orientação da Receita Federal, consubstanciado no regulamento do Imposto de Renda e na Constituição Federal de 1988. Esse cálculo é analisado considerando a mobilização de objetos matemáticos e não matemáticos a partir da noção de Organização Praxeológica com Matemática, no sentido de realizar articulações e integrações de praxeologias matemáticas e não matemáticas, possibilitando o alcance dos saberes pela escola do ensino médio. A análise encaminha subsídios para a construção de possíveis respostas à nossa questão de investigação.

3.1 O cálculo do IRPF – declaração de ajuste anual

O cálculo do IRPF se dá a partir da Declaração de Ajuste Anual (DAA) em que o contribuinte faz o lançamento dos proventos recebidos e dos valores que foram retidos pelas fontes pagadoras, como o Imposto de Renda, tomando como base de informação o comprovante de rendimento recebido pela fonte pagadora, além de suas despesas relativas a saúde e a educação, entre outras.

A Secretaria da Receita Federal, para facilitar o preenchimento da Declaração de Ajuste Anual (DAA) do Imposto de Renda da Pessoa Física (IRPF), disponibiliza um simulador do programa que orienta sobre os principais passos do procedimento de cálculo desse imposto que constituem o núcleo da *práxis* algorítmica do programa computacional do cálculo do IRPF disponibilizado no site da Receita Federal¹⁵.

O simulador de 2017, ano base 2016, é tomado aqui como representante do modelo do IRPF, para estudo, por incluir o cálculo da alíquota efetiva que não está presente no programa de declaração da DAA disponibilizado pela Receita Federal. Para isso, usamos o dispositivo de análise proposto no capítulo anterior, de modo a substanciar as praxeologias que compõem essa organização praxeológica com

¹⁵ Site: www.idg.receita.fazenda.gov.br

Matemática e, com isso, os saberes matemáticos e não matemáticos alcançáveis na escola do ensino médio por alunos e pelo professor.

A tela do editor do simulador, Figura 2, apresenta a simulação do cálculo de IRPF de um contribuinte, onde se observam os passos que foram atendidos por esse contribuinte, mais precisamente, o momento que versa sobre informações de rendimentos tributáveis e das despesas consideradas dedutíveis pela Receita Federal para serem deduzidas. Após o fornecimento dos dados, o simulador, como uma “caixa preta”, fornece ao contribuinte, o valor do IRPF e da alíquota efetiva incidente na Base de Cálculo do referido imposto.

Figura 2: Tela do simulador de IRPF e da alíquota efetiva

Cálculo Mensal 2017 Cálculo Anual EX 2017/AC 2016

Simulação de Alíquota Efetiva

Exercício de 2017, ano-calendário de 2016

IMPOSTO SOBRE A RENDA ANUAL - Valores em Reais

1. Rendimentos tributáveis	129.500,00		
2. Deduções			
2.1 Previdência Oficial	6.850,96		
2.2 Dependente (quantidade) <input type="text" value="02"/>	4.550,16		
O valor da dedução é R\$ 2.275,08 anuais, por dependente.			
2.3 Alimentandos (com decisão judicial para deduzir instrução) <input type="text" value="0"/>			
2.4 Despesa com instrução	0,00		
Limitada a R\$ 3.561,50 anuais para o titular e para cada dependente ou alimentando com os quais o titular efetuou despesas com instrução.			
2.5 Despesa médica	0,00		
2.6 Pensão alimentícia	18.900,00		
2.7 Outras deduções	22.847,76		
Previdência Privada, Fuzpreap, FAPI e Parcela isenta de patrocinadora, reserva remunerada, reforma e pensão para decedente com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carne-Leão: Livro Caixa			
2.8 Total das deduções	63.148,88		
* Para mais informações sobre deduções verifique a RFB nº 1506, de 2014.			
3. Base de Cálculo (1 - 2.8)	76.351,82		
4. Imposto	10.584,34		
Demonstrativo da Apuração do Imposto			
	Faixa da Base de Cálculo	Alíquota	Valor do Imposto
1ª Faixa	22.847,76	Isento	0,00
2ª Faixa	11.072,04	7,5%	830,40
3ª Faixa	11.060,80	15,0%	1.659,12
4ª Faixa	10.963,56	22,5%	2.466,80
5ª Faixa	20.375,36	27,5%	5.603,22
Total	76.351,82	--	10.584,34
5. Deduções de Incentivo	633,06		

Estatuto da criança e do adolescente, Estatuto do Idoso, Incentivo à cultura, Incentivo ao audiovisual e Incentivo ao desporto limitadas a 6% do imposto.	
6. Dedução do PRONAS/PCD	0,00
PRONAS/PCD – Programa Nacional de Apoio à Atenção e Saúde de Pessoa com Deficiência limitada a 1% do imposto.	
7. Dedução do PRONON	0,00
PRONON – Programa Nacional de Apoio à Atenção Oncológica limitada a 1% do imposto.	
8. Imposto devido I (4-6-7)	9.930,48
9. Contribuição patronal Prev. Social emp. doméstico	0,00
Contribuição patronal à Previdência Social paga pelo empregador doméstico, limitada a R\$ 1.033,77 ou ao imposto devido I (o que for menor)	
10. Imposto devido II (8-9)	9.930,48
11. Alíquota efetiva - %	7,87
Percentual do imposto devido II sobre os rendimentos tributáveis.	
Senhor contribuinte, apesar do seu rendimento estar na faixa de 27,50%, sua alíquota efetiva é de 7,87%	

A partir da Figura 2, depreendemos o algoritmo que descrevemos de modo objetivo por meio dos seguintes passos a serem executados pelo par contribuinte + simulador:

1. O contribuinte calcula o total de *rendimentos tributáveis* e informa ao simulador;
2. O contribuinte informa ao simulador os dados para as despesas que são classificadas como *deduções* definidas no IN RFB nº 1500 de 2014, a saber;
3. O simulador fornece o valor da *base de cálculo*: (1 - 2.8);
4. O simulador fornece o valor calculado do *imposto*.

É realizado pelo simulador a partir da distribuição do valor da base de cálculo nas faixas de renda explicitada na tela do simulador constante na Figura 2.

5. O Contribuinte informa ao simulador as deduções que incidem sobre o imposto, denominadas de *Deduções de Incentivos*, a saber:

5.1 O Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), Estatuto do Idoso, Incentivo à cultura, Incentivo ao audiovisual e Incentivo ao desporto. Estas deduções devem ser limitadas a 6% do imposto calculado no passo 4;

6. O contribuinte informa ao simulador as *Deduções do Programa Nacional de Apoio à Atenção e Saúde de Pessoa com Deficiência (Pronas/PCD)*;

7. O contribuinte informa ao simulador as *Deduções do Programa Nacional de Apoio à Atenção Oncológica (Prono)*;
8. O simulador calcula o valor do *imposto devido I: (4-5-6-7)*;
9. O contribuinte informa ao simulador o valor da *Contribuição Patronal de Previdência Social* vinculada ao empregado doméstico com valor máximo anual de R\$1.093,77;
10. O simulador calcula o valor do *imposto devido II final*;
11. O simulador calcula a *alíquota efetiva*.

O algoritmo descreve um conjunto de ações do contribuinte e do simulador. Este, a partir das informações do contribuinte, executa tarefas específicas que podem ser classificadas como tarefas de aritmética prática, de acordo com Silva, Júnior e Guerra (2010), que tratam de operações financeiras desenvolvidas nas atividades comerciais entre diferentes povos de diversos continentes ao longo do tempo.

Enquanto as ações ou tarefas do simulador parecem determinadas, ou seja, dotadas de procedimentos e objetivos que levam às respostas inequívocas, as tarefas do contribuinte parecem ser indeterminadas, ou seja, dotadas de diferentes procedimentos e respostas, em acordo com a situação percebida pelo contribuinte que permite classificar seus rendimentos e despesas. Essas percepções nem sempre são alcançáveis pelo contribuinte não familiarizado com as tarefas realizadas na área tributária.

A partir dessa compreensão, olhamos para o algoritmo, sob a luz da noção de organização praxeológica com matemática, interpretando-o como articulações e integrações de praxeologias pontuais que também mobilizam objetos não necessariamente matemáticos.

Esses objetos, em grande parte, estão explícitos e isso permitiu destacar seus nomes em itálico nos passos do algoritmo. Embora esses objetos sejam representados em forma de valores de moeda corrente no país, eles envolvem noções com nomes e interpretações que podem ser diferentes do uso corrente e com implicações sobre a utilização correta do simulador e repercutindo, no cálculo do valor monetário do imposto a pagar.

É, então, necessário seguir o que nos diz Wittgenstein (1976) quando afirma que somente se reconhece o que se conhece. Nesse caso, não conhecemos

claramente os objetos mobilizados, uma vez que podem ser invisíveis sob a luz de nossos saberes teóricos e até de nossos saberes culturais, mesmo que explícitos.

A TAD quando recorre à noção de praxeologia não é para apresentar um modelo capaz de descrever exatamente as atividades humanas, mas para deixar clara a complexidade dessa descrição. Quando conseguimos descrever de modo exato uma prática social, isso quer dizer que essa prática pode ser algoritmizada, ou quase, e até automatizada, além de passar a ser dotada de um discurso que a explica, justifica ou a produz e, não menos importante, que permite reconstruir essa prática, por nós ou por outros, para o ensino.

O modelo do IRPF é uma descrição algorítmica de uma prática social, e como tal, é assumido como uma descrição exata. No entanto, a exatidão da descrição de uma prática social é relativa, pois depende do espaço social em que se realiza essa prática. O que é claro, exato, para um agente ou sujeito sobre uma dada prática realizada em uma instituição, não é necessariamente claro ou exato para outros agentes ou sujeitos de outras instituições.

Além disso, é sempre oportuno lembrar o que afirma Chevallard (2005) sobre qualquer saber científico somente funcionar sobre um extrato profundo de pré-construções, ou seja, de saberes pré-existentes da cultura da prática, que não raro conflitam com os saberes pré-existentes de nossa cultura.

Sob essa compreensão, para responder nossa questão de investigação torna-se indispensável evidenciar esse aspecto de naturalização ou de estranheza pelo desconhecimento de objetos que manipulamos em situação para atender uma dada intencionalidade, pois eles fazem parte das condições que tornam possível a situação, no caso, o cálculo do IRPF.

Empreendemos, assim, a análise de uma situação, que se estende às situações análogas, tomada com base em um caso real, seguindo o algoritmo e assumindo o papel de um contribuinte que questiona o simulador quanto à informação que ele solicita e quanto às tarefas que ele executa, em busca de construir uma compreensão para o procedimento do cálculo do imposto a pagar ou a restituir e da alíquota efetiva, tendo em conta as condições que tornam esse algoritmo executável, destacando os objetos, os saberes teóricos e práticos, incluindo as tarefas do simulador, que devem ser conhecidas pelo contribuinte.

3.2 A situação para análise

A seguir apresentamos uma situação para exemplificar nossa análise:

Situação 1: O empregado Gustavo¹⁶ recebe rendimentos anuais no valor de R\$120.000,00, incluindo o décimo terceiro salário no valor de R\$9.000,00, com descontos anuais de Previdência Social no valor de R\$6.850,56 e Imposto de Renda Retido na Fonte no valor de R\$15.706,56. Possui esposa e três filhos, sendo um menor de 21 anos, outro de 23 anos cursando nível superior e ainda um filho de 26 anos portador de necessidades especiais (PNE). Sua despesa anual com plano de saúde, o que inclui seus dependentes, importou no valor anual de R\$5.465,00. Gustavo gastou em 2016 com mensalidades de colégio e faculdade dos filhos a importância de R\$12.000,00, sendo R\$3.800,00 com o filho menor de 21 anos, R\$3.800,00 com o de 23 anos e R\$4.400,00 com o filho mais velho e ainda R\$5.000,00 com curso de idioma dos dois filhos mais jovens.

Ademais, pagou R\$4.000,00 para o curso de mestrado de sua esposa, bem como, salários para empregada doméstica que totalizaram no valor anual de R\$16.000,00. Esse contribuinte desembolsou no referido ano R\$2.640,00 para pagamento de Previdência Privada, mais repasses de R\$3.600,00 para a sogra como alimentanda por decisão judicial, uma vez que não recebe proventos de qualquer espécie ou decorrente de aposentadoria.

Neste percurso de estudo, que segue o algoritmo, assumimos o duplo papel contribuinte-simulador em situação, questionando os passos do algoritmo como praxeologias e, portanto, buscando responder:

- (1) O que se faz?
- (2) Como se faz?
- (3) Para que se faz?
- (4) De acordo com quem ou com o quê?

¹⁶ Este nome foi criado para exemplo da situação, qualquer semelhança com a realidade é mera coincidência.

A estrutura obtida poderá encaminhar uma compreensão da organização das praxeologias e dos papéis dos objetos não matemáticos envolvidos para as consecuições das praxeologias.

Nesse sentido, seguindo o algoritmo para dada situação, interpretamos os passos do algoritmo como a seguinte sequência de praxeologias completas.

3.3 A organização praxeológica IRPF

Passo1. O contribuinte calcula o total de *rendimentos tributáveis* e informa ao simulador.

Somente é possível informar ao simulador neste passo se o seguinte tipo de tarefa for executado:

Tipo de tarefa 1: Calcular o valor monetário do rendimento tributável

Para essa ação é necessário conhecer, para poder reconhecer, o objeto *rendimento tributável*. O conhecimento desse objeto demanda um trabalho de investigação em obras não matemáticas, mais precisamente, em Oliveira (2013), que define *renda tributável* como o produto de capital, do trabalho ou da união de ambos, alimentos e pensões recebidos em dinheiro, assim como os proventos de qualquer natureza, cujo valor é incluído na base de cálculo do referido imposto, conforme disciplina os arts. 43 e 44 do Código Tributário Nacional, senão vejamos:

Art. 43. O imposto, de competência da União, sobre a **renda e proventos de qualquer natureza** tem como fato gerador a aquisição da disponibilidade econômica ou jurídica:

I - de **renda**, assim entendido o **produto do capital, do trabalho ou da combinação de ambos**;

II - de **proventos de qualquer natureza**, assim entendidos os **acréscimos patrimoniais não compreendidos no inciso anterior**.

§ 1º A incidência do imposto independe da denominação da receita ou do rendimento, da localização, condição jurídica ou nacionalidade da fonte, da origem e da forma de percepção. (Incluído pela Lcp nº 104, de 2001)

§ 2º Na hipótese de receita ou de rendimento oriundos do exterior, a lei estabelecerá as condições e o momento em que se dará sua disponibilidade, para fins de incidência do imposto referido neste artigo. (Incluído pela Lcp nº 104, de 2001)

Art. 44. **A base de cálculo do imposto é o montante, real, arbitrado ou presumido, da renda ou dos proventos tributáveis.**

No entanto, o 13º salário é excluído da renda tributável, pois é tomado como um *rendimento sujeito a tributação exclusiva*, ou seja, como um rendimento tributável recebido de pessoa jurídica cujo imposto não está sujeito ao ajuste anual e, portanto, não faz parte da renda tributável sujeita ao ajuste anual.

Portanto, o que se deseja é calcular a renda tributável sujeita a ajustes, inclusive e não menos importantes, de impostos. De outro modo, é a diferença monetária entre a renda total tributável e a renda tributável não sujeita a ajustes.

Sob essa tecnologia, a técnica pode ser assim descrita:

Técnica:

$$\mathbf{RT1 = RT - RTEF} \quad \mathbf{(1)}$$

Sendo:

RT1- Valor monetário do rendimento tributável com imposto sujeito a ajuste.

RT- Valor monetário total de rendimentos tributáveis.

RTEF- Valor monetário total de rendimentos sujeito a tributação exclusiva.

No caso em tela,

$$\mathbf{RT1 = R\$120.000,00 - R\$9.000,00 = R\$111.000,00}$$

As operações monetárias se inserem na aritmética de quantidades físicas e não de números racionais. Estes são objetos matemáticos e, como tais, são abstratos e por isso não “reais” e tampouco virtuais, são distintos, portanto, da concretude do dinheiro, mesmo quando este é virtual.

Esse tipo de operação funciona como as velhas práticas sociais de medidas a partir da contagem de objetos físicos, portanto estamos em presença de uma tecnologia híbrida no sentido de ser um amálgama de discursos de diferentes instituições, uma do campo teórico-prático tributário e outra da Matemática das quantidades físicas (WHITNEY, 1968).

A Matemática das Quantidades Físicas ainda está distante das salas de aula dos níveis de ensino básico e superior, talvez por se limitar a interesses de grupos de especialistas. No entanto, sua gênese, como de diferentes campos de saberes matemáticos, está em justificar velhas práticas, nesse caso as operatórias com quantidades do mundo físico realizadas nos diferentes campos científicos não matemáticos, principalmente no campo das ciências ditas aplicadas.

Tecnologia híbrida: Tecnologia da prática tributária do Artigo 43 e Artigo 44 do Código Tributário Nacional e demais instruções normativas da RFB relacionadas, conjuntamente com adição de grandezas físicas, no caso, de valores monetários.

Teorias: Código Tributário Nacional e Matemática das Quantidades Físicas (WHITNEY,1968).

Passo 2. O contribuinte informa os dados para as despesas que podem ser classificadas como *deduções* definidas no IN RFB nº 1500 de 2014, a saber;

2.1. O contribuinte calcula a despesa total anual com *Previdência Oficial* e informa o simulador;

2.2. O contribuinte informa a “Quantidade de *Dependente*” e o simulador a usa para calcular o valor das “Despesas com *Dependente*” a partir da Quantidade de *Dependente* e o valor máximo anual de R\$2.275,08 para cada dependente;

2.3. O contribuinte fornece ao simulador a “Quantidade de *Alimentando*” com decisão judicial para deduzir instrução e este calcula as *despesas com instrução* a partir da informação “Quantidade de *Dependente*” e de “Quantidade de *Alimentando*” tomando o máximo de despesa anual de R\$3.561,50 por *dependente e alimentando*;

2.4. Contribuinte informa o valor anual da *despesa médica*;

2.5. Contribuinte informa o valor anual de *pensão alimentícia*;

2.6. Contribuinte informa *outras despesas* com:

Previdência Privada, Funpresp, Fapi e parcela isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carnê-Leão: Livro Caixa.

2.7. Simulador fornece o valor *total das deduções*: Somatório das Despesas

O passo 2 se desdobra em várias ações necessárias e desse modo pode ser interpretado por uma ação superestrutural, ou seja, um tipo de tarefa que em execução demanda ações infraestruturais ou tipos de subtarefas. Em geral, nem toda ação infraestrutural é percebida, no entanto temos claramente ações infraestruturais no passo 2 que podem ser descritas como subtarefas.

Tipo de tarefa 2: Calcular o valor total das deduções. PD

Essa ação é encaminhada a partir da seguinte tecnologia assim anunciada pela RFB por meio da IN 1500 RFB-2014 e retificações.

Art. 52. A base de cálculo sujeita à incidência mensal do IRRF é determinada mediante a dedução das seguintes parcelas do rendimento tributável:

I - as importâncias pagas em dinheiro a título de pensão alimentícia em face das normas do direito de família, quando em cumprimento de decisão judicial, inclusive a prestação de alimentos provisionais, de acordo homologado judicialmente, ou de escritura pública a que se refere o art. 1.124-A da Lei nº 5.869, de 11 de janeiro de 1973 - Código de Processo Civil;

II - a quantia, por dependente, constante da tabela mensal do Anexo VI a esta Instrução Normativa;

III - as contribuições para a Previdência Social da União, dos estados, do Distrito Federal e dos municípios;

IV - as contribuições para as entidades de previdência complementar domiciliadas no Brasil e as contribuições para os Fapi, cujo ônus tenha sido do contribuinte, destinadas a custear benefícios complementares assemelhados aos da Previdência Social, no caso de trabalhador com vínculo empregatício ou de administradores;

V - as contribuições para as entidades de previdência complementar de natureza pública de que trata o § 15 do art. 40 da Constituição Federal, cujo ônus tenha sido do contribuinte, destinadas a custear benefícios complementares assemelhados aos da Previdência Social; e
(Redação dada pelo(a) Instrução Normativa RFB nº 1558, de 31 de março de 2015)

VI - a quantia, correspondente à parcela isenta dos rendimentos provenientes de aposentadoria e pensão, transferência para a reserva remunerada ou reforma, pagos pela Previdência Social da União, dos estados, do Distrito Federal e dos municípios, por qualquer pessoa jurídica de direito público interno ou por entidade de previdência complementar, a partir do mês em que o contribuinte completar 65 (sessenta e cinco) anos de idade, até o valor mensal constante da tabela do Anexo I a esta Instrução Normativa.

§ 1º Quando a fonte pagadora não for responsável pelo desconto das contribuições de que trata o inciso IV do caput, os valores pagos a esse título podem ser considerados para fins de dedução da base de cálculo sujeita ao imposto mensal, desde que haja anuência da fonte pagadora e que o beneficiário lhe forneça o original do comprovante de pagamento.

§ 2º Aplica-se o disposto no inciso I do caput, independentemente de o beneficiário ser considerado dependente para fins do disposto no art. 90.

Do extrato de texto, depreendemos do caput do Art. 52 que se pode encaminhar a seguinte técnica.

Técnica:

$$PD = PS + DP + AL + DS + ED + PP \quad (2)$$

Sendo:

PS: *Previdência Social;*

DP: *Dependentes;*

AL: *Alimentandos;*

DS: *Despesas Médicas;*

ED: *Despesas de Educação;*

PP: *Previdência Privada, Funpresp, Fapi e parcela isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carnê-Leão: Livro Caixa.*

Esse discurso tecnológico-teórico permite encaminhar os seguintes tipos de subtarefas infraestruturais e suas respectivas técnicas.

- **Tipo de subtarefa 2.1:** Calcular o valor monetário de dedução da Previdência Social.

Técnica :

$$PS = \sum_1^k ps_i \quad (3)$$

Sendo ps_i a parcela correspondente ao valor monetário recolhido para Previdência Social pela empresa i , e k o número de empresas que recolheram valores monetários à Previdência Social

No caso em tela, há somente uma parcela recolhida à Previdência Social

$$PS = R\$6.850,56.$$

Os valores das parcelas recolhidas à *Previdência Social* oficial são obtidas a partir dos recibos de recolhimento a RFB ou dos comprovantes de rendimentos que o contribuinte recebeu das empresas em que trabalha ou trabalhou no ano de 2016.

- **Tipo de subtarefa 2.2:** Calcular o valor de dedução dos *Dependentes* - **DP:**

Técnica

$$DP = k \cdot dp \quad (4)$$

Sendo $d_p = R\$ 2.275,00$ o correspondente valor monetário atribuído para um dependente, e k o número de dependentes no sentido dado pela RFB. Isso implica dizer que, se tivessem 3 dependentes todos teriam o mesmo valor monetário.

A noção de dependente no seio da sociedade é, em geral, dada àquela pessoa que vive à custa econômica do contribuinte. No entanto, as normas da RFB estabelecem limites em hierarquia, primeiro para a noção social do termo dependente e segundo para o valor numérico que pode ser associado a essa noção limitada.

Se alguém é dependente no sentido social ordinário, mas não atende às limitações impostas pelas normas da RFB, essa pessoa não é *dependente* para fins de IRPF. Assim, começamos conhecendo quem é dependente do contribuinte à luz das normas da RFB.

Art 77. Na determinação da base de cálculo sujeita à incidência mensal do imposto, poderá ser deduzida do rendimento tributável a quantia equivalente a noventa reais por dependente (Lei nº 9.250, de 1995, inciso III)

§ 1º Poderão ser considerados como dependentes, observado o disposto nos arts. 4º, § 3º, e 5º, parágrafo único (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35):

I- o cônjuge;

II- o companheiro ou a companheira, desde que haja vida em comum por mais de cinco anos, ou por período menor se da união resultou filho;

III- a filha, o filho, a enteada ou o enteado, até vinte e um anos, ou de qualquer idade quando incapacitado física ou mentalmente para o trabalho;

IV- o menor pobre, até vinte e um anos, que o contribuinte crie e eduque e do qual detenha a guarda judicial;

V- o irmão, o neto ou o bisneto, sem arrimo dos pais, até vinte e um anos, desde que o contribuinte detenha a guarda judicial, ou de qualquer idade quando incapacitado física ou mentalmente para o trabalho;

VI- os pais, os avós ou os bisavós, desde que não auferam rendimentos, tributáveis ou não, superiores ao limite de isenção mensal;

VII- o absolutamente incapaz, do qual o contribuinte seja tutor ou curador.

§ 2º Os dependentes a que referem os incisos III e V do parágrafo anterior poderão ser assim considerados quando maiores até vinte e quatro anos de idade, se ainda estiverem cursando estabelecimento de ensino superior ou escola técnica de segundo grau (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35, § 1º).

§ 3º Os dependentes comuns poderão, opcionalmente, ser considerados por qualquer um dos cônjuges (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35, § 2º).

§ 4º No caso de filhos de pais separados, poderão ser considerados dependentes os que ficarem sob a guarda do contribuinte, em cumprimento de decisão judicial ou acordo homologado judicialmente (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35, § 3º).

§ 5º É vedada a dedução concomitante do montante referente a um mesmo dependente, na determinação da base de cálculo do imposto, por mais de um contribuinte (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35, § 4º). **(Decreto nº 3.000, de 26 de Março de 1999, Presidência da República, Regulamenta a tributação, fiscalização, arrecadação e administração do Imposto sobre a Renda e Proventos de Qualquer Natureza)**

No caso em tela, cinco pessoas podem ser consideradas dependentes do contribuinte, dentre os quais:

I – O filho nº 1, com idade inferior a 21 anos, é considerado como *dependente* por ter idade inferior ao limite estabelecido pela RFB;

II– O filho nº 2, de 23 anos, por ser menor de 24 anos de idade e cursar o ensino superior;

III – O filho nº 3 de 26 anos, por ser portador de necessidades especiais e isto independe de limite da idade para ser dependente;

IV– A esposa pode ser considerada como *dependente* pela legislação do Imposto de Renda, desde que declare em conjunto com o seu cônjuge;

A declaração em conjunto é considerada vantajosa, caso um dos cônjuges consiga auferir uma renda relativamente pequena, inferior ao limite de isenção do imposto de renda. Caso os dois tenham uma renda elevada, não é interessante fazer a declaração em conjunto, uma vez que o rendimento tributável do casal pode sofrer incidência de uma alíquota maior do Imposto de Renda.

V – Asogra pode ser considerada como dependente desde que a sua filha, que é esposa do contribuinte, seja considerada dependente, pois de acordo com o art. 35 da Lei nº 9.250/1995, os pais podem ser considerados dependentes na declaração dos filhos, desde que não auferam rendimentos, tributáveis ou não, superiores ao limite de isenção anual (*in casu*, R\$22.847,76).

Portanto, o contribuinte pode apresentar até cinco dependentes, quatro naturais e um que poderá ser dependente caso a declaração seja feita em conjunto com o seu cônjuge, no caso, a sogra.

O valor monetário de **DP** é limitado pela receita de modo que seja igual a R\$2.275,08 para cada dependente. Assim, temos duas situações,

$$\mathbf{DP} = 4.(2.275,00) = \mathbf{R\$9.100,32} \text{ e } \mathbf{DP} = 5.(R\$2.275,08) = \mathbf{R\$11.375,40}$$

O valor de **DP** varia conforme a sogra seja considerada alimentanda ou dependente respectivamente.

Este procedimento mostra a tecnologia híbrida, ou seja, não há somente técnica/tecnologia de uma única instituição, a Matemática, por exemplo, em uso, pois a noção de dependente é instituída pelo artigo 77 do Decreto nº 3.000/1999. Essa noção pode passar imperceptível àquele que não conhece a noção segundo a RFB.

- **Tipo de subtarefa 2.3:**

Calcular o valor da Dedução de Alimentandos – **AL**:

Técnica:

$$AL = \sum_1^k al_i \quad (5)$$

Sendo al_i a parcela correspondente ao valor monetário destinado à pensão alimentícia ao alimentando i , e k o número de alimentandos reconhecidos segundo as normas da RFB.

Art. 78. Na determinação da base de cálculo sujeita à incidência mensal do imposto, poderá ser deduzida a importância paga a título de pensão alimentícia em face das normas do Direito de Família, quando em cumprimento de decisão judicial ou acordo homologado judicialmente, inclusive a prestação de alimentos provisionais (Lei nº 9.250, de 1995, art. 4º, inciso II).

§ 1º A partir do mês em que se iniciar esse pagamento é vedada a dedução, relativa ao mesmo beneficiário, do valor correspondente a dependente.

§ 2º O valor da pensão alimentícia não utilizado, como dedução, no próprio mês de seu pagamento, poderá ser deduzido nos meses subsequentes.

§ 3º Caberá ao prestador da pensão fornecer o comprovante do pagamento à fonte pagadora, quando esta não for responsável pelo respectivo desconto.

§ 4º Não são dedutíveis da base de cálculo mensal as importâncias pagas a título de despesas médicas e de educação dos alimentandos, quando realizadas pelo alimentante em virtude de cumprimento de decisão judicial ou acordo homologado judicialmente (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, § 3º).

§ 5º As despesas referidas no parágrafo anterior poderão ser deduzidas pelo alimentante na determinação da base de cálculo do imposto de renda na declaração anual, a título de despesa médica (art. 80) ou despesa com educação (art. 81) (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, § 3º). **(Decreto nº 3.000, de 26 de Março de 1999, Presidência da República, Regulamenta a tributação, fiscalização, arrecadação e administração do Imposto sobre a Renda e Proventos de Qualquer Natureza).**

No caso da situação em tela, temos uma pessoa que pode ser classificada junto às normas da RFB como dependente e como alimentanda, no entanto, segundo essas normas a pessoa não pode ser ambas simultaneamente. A decisão é do contribuinte.

O valor de AL é da ordem de R\$3.600,00 como anunciado, e se refere ao que efetivamente foi pago com despesas à sogra. Segundo a legislação não há limite para esta dedução.

O alimentando é aquele com quem o alimentante efetuou despesas por força de decisão judicial, acordo homologado judicialmente ou por escritura pública. Portanto, o alimentando é o beneficiário da pensão alimentícia judicial ou de acordo firmado por escritura pública. Quem pode ser o alimentando? Pode ser uma criança ou uma pessoa adulta. Pode ser uma ex-esposa, um ex-marido, uma sogra ou um filho. Se o juiz decidiu que alguém necessita da pensão alimentícia para prover o seu sustento, ele é um alimentando. Por outro lado, essa necessidade pode ser gerada por uma iniciativa voluntária do contribuinte, que poderá convalidar sua ação por via judicial ou cartorária, objetivando enquadrar oficialmente como dedução do imposto de renda, os recursos que foram pagos para o alimentando.

Neste caso, podemos perceber que existe uma realidade que orienta o modelo. Não é decisão de uma Matemática, pois existe uma série de condicionantes não matemáticos que contribuem nesse processo que inclui a lógica da prática social daquele grupo que é mantido por um jeito de fazer e de pensar próprios.

No entanto, as aritméticas práticas, como um tipo de Matemática, orientam a tomada da sogra como *alimentanda* em vez de *dependente*, pois o valor monetário da sogra como *alimentanda* é de R\$3.600,00 enquanto que o de *dependente* é de R\$2.275,08.

A soma **DP + AL** se altera segundo a taxionomia da sogra, a saber:

- Sogra alimentanda: **DP + AL** = R\$9.100,32 + R\$3.600,00 = R\$12.700,32
 - Sogra dependente: **DP + AL** = R\$9.100,32 + R\$2.275,08 + R\$0,00 = R\$11.375,40.
- Isso mostra que é vantajoso para o contribuinte declarar a sogra como *alimentanda* uma vez que ela cumpre a condição legal de ser alimentanda com vantagem de maior dedução para o contribuinte.

- **Tipo de subtarefa 2.4:**

Calcular o valor das despesas médicas ou de saúde - **DS**:

$$DS = \sum_1^k ds_i \quad (6)$$

Sendo ds_i a parcela correspondente ao valor monetário desembolsado para gastos classificados como despesas médicas de pessoa que seja classificada como contribuinte, dependente e ou alimentando com decisão judicial, e k é o número total de pessoas assim constantes na DAA de IRPF do contribuinte. Assim, torna-se necessário conhecer o que são despesas médicas segundo a legislação tributária.

Despesas médicas

Art. 80. Na declaração de rendimentos poderão ser deduzidos os pagamentos efetuados, no ano-calendário, a médicos, dentistas, psicólogos, fisioterapeutas, fonoaudiólogos, terapeutas ocupacionais e hospitais, bem como as despesas com exames laboratoriais, serviços radiológicos, aparelhos ortopédicos e próteses ortopédicas e dentárias (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, inciso II, alínea "a").

§ 1º O disposto neste artigo (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º,

§ 2º):

I - aplica-se, também, aos pagamentos efetuados a empresas domiciliadas no País, destinados à cobertura de despesas com hospitalização, médicas e odontológicas, bem como a entidades que assegurem direito de atendimento ou ressarcimento de despesas da mesma natureza;

II - restringe-se aos pagamentos efetuados pelo contribuinte, relativos ao próprio tratamento e ao de seus dependentes;

III - limita-se a pagamentos especificados e comprovados, com indicação do nome, endereço e número de inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas - CPF ou no Cadastro Nacional da Pessoa Jurídica - CNPJ de quem os recebeu, podendo, na falta de documentação, ser feita indicação do cheque nominativo pelo qual foi efetuado o pagamento;

IV - não se aplica às despesas ressarcidas por entidade de qualquer espécie ou cobertas por contrato de seguro;

V - no caso de despesas com aparelhos ortopédicos e próteses ortopédicas e dentárias, exige-se a comprovação com receituário médico e nota fiscal em nome do beneficiário.

§ 2º Na hipótese de pagamentos realizados no exterior, a conversão em moeda nacional será feita mediante utilização do valor do dólar dos Estados Unidos da América, fixado para venda pelo Banco Central do Brasil para o último dia útil da primeira quinzena do mês anterior ao do pagamento.

§ 3º Consideram-se despesas médicas os pagamentos relativos à instrução de deficiente físico ou mental, desde que a deficiência seja atestada em laudo médico e o pagamento efetuado a entidades destinadas a deficientes físicos ou mentais.

§ 4º As despesas de internação em estabelecimento para tratamento geriátrico só poderão ser deduzidas se o referido estabelecimento for qualificado como hospital, nos termos da legislação específica.

§ 5º As despesas médicas dos alimentandos, quando realizadas pelo alimentante em virtude de cumprimento de decisão judicial ou de acordo

homologado judicialmente, poderão ser deduzidas pelo alimentante na determinação da base de cálculo da declaração de rendimentos (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, § 3º).

As despesas médicas importam no valor de R\$5.465,00 com o contribuinte e seus dependentes durante o ano base. As despesas médicas não têm limite, sendo integralmente dedutíveis, desde que comprovadas. Estas despesas representam um dos grandes fatores que mais levam os contribuintes a cair na *malha fina*. O não processamento da declaração, segundo a Receita Federal, ocorre geralmente nessa área, uma vez que não há limite para a dedução de despesas médicas. O contribuinte, inadvertidamente, faz uso dessa possibilidade de dedução sem atender os requisitos previstos por lei. Ocorre que essas despesas devem ser devidamente comprovadas, pois nem todo tipo de gasto médico-hospitalar pode entrar na declaração do IRPF.

Eventuais despesas cobertas pelo plano ou seguro saúde ou que foram reembolsadas não podem ser deduzidas pelo contribuinte, assim como despesas referentes a acompanhantes, exames de DNA para investigação de paternidade, células-tronco oriundas de cordão umbilical gastos com medicamentos (com ressalvas se estiver em conta hospitalar), incluindo passagem e hospedagem no Brasil ou no exterior para fins de tratamento médico que também não entram na suposta dedução ilimitada¹⁷.

Há condições e restrições que são criadas ou impostas pela RFB e por saberes que fundamentam o IRPF, no caso, o Direito Tributário, a Ciência Contábil, onde o IRPF vive condicionado a discursos desses campos de práticas, que utiliza heurísticas próprias substanciadas por saberes empíricos que se constroem no desenvolvimento das atividades tributárias.

• **Tipo de subtarefa 2.5: Calcular o valor a ser deduzido de Educação– ED:**

Técnica:

$$ED = \sum_1^k ed_i \quad (7)$$

¹⁷Cf. o Ministério da Fazenda. Secretaria da Receita Federal do Brasil. Informações oficiais sobre o Imposto de Renda Pessoa Física. Exercício de 2017. Ano-calendário de 2016. p. 157 e 158.

Sendo $0 \leq ed_i \leq R\$ 3.561,50$ a parcela correspondente ao valor monetário desembolsado para gastos classificados como despesas com educação do contribuinte, dependentes e/ou alimentando com decisão judicial, e k é o número total de pessoas assim constantes na declaração de IRPF. Assim, torna-se necessário conhecer a noção de despesas com educação.

Despesas com Educação

Art. 81. Na declaração de rendimentos poderão ser deduzidos os pagamentos efetuados a estabelecimentos de ensino relativamente à educação pré-escolar, de 1º, 2º e 3º graus, cursos de especialização ou profissionalizantes do contribuinte e de seus dependentes, até o limite anual individual de um mil e setecentos reais (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, inciso II, alínea "b").

§ 1º O limite previsto neste artigo corresponderá ao valor de um mil e setecentos reais, multiplicado pelo número de pessoas com quem foram efetivamente realizadas as despesas, vedada a transferência do excesso individual para outra pessoa (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, inciso II, alínea "b").

§ 2º Não serão dedutíveis as despesas com educação de menor pobre que o contribuinte apenas eduque (Lei nº 9.250, de 1995, art. 35, inciso IV).

§ 3º As despesas de educação dos alimentandos, quando realizadas pelo alimentante em virtude de cumprimento de decisão judicial ou de acordo homologado judicialmente, poderão ser deduzidas pelo alimentante na determinação da base de cálculo, observados os limites previstos neste artigo (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, § 3º).

§ 4º Poderão ser deduzidos como despesa com educação os pagamentos efetuados a creches (Medida Provisória nº 1.749-37, de 1999, art. 7º).

No caso em tela, há despesas com educação no exercício de 2016. No entanto, o valor a ser deduzido com despesas com educação está limitado anualmente a R\$3.561,50 por dependente, pois é o limite de abatimento estabelecido por lei para o ano-calendário de 2016¹⁸.

Assim, o gasto com o mestrado da esposa do contribuinte tendo sido no valor de R\$4.000,00, somente poderá ser deduzido o limite de R\$3.561,50. As despesas relativas à elaboração de dissertação de mestrado não podem ser deduzidas como gastos com instrução.

A contratação de estagiários, computação eletrônica de dados, papel, fotocópia, tradução de textos, impressão de questionários e de tese elaborada,

¹⁸ Cf. Lei nº 9.250, de 26 de dezembro de 1995, art. 8º, inciso II, "b", com redação dada pela Lei nº 11.482, 31 de maio de 2007, alterada pela Lei nº 12.469, de 26 de agosto de 2011, art. 3º; Decreto nº 3.000, de 26 de março de 1999 – Regulamento do Imposto sobre a Renda - RIR/1999, art. 81; Instrução Normativa RFB nº 1.500, de 29 de outubro de 2014, art. 91, caput.

gastos postais, não são consideradas despesas de educação dedutíveis para fins do IRPF¹⁹. Nesse sentido, as despesas com a aquisição de enciclopédias, livros, publicações e materiais técnicos, também, não podem ser deduzidas na DAA²⁰.

Os filhos mais jovens nº 1 e 2, fizeram curso de idioma e a despesa foi de R\$5.000,00. Este valor não poderá ser deduzido do IRPF do contribuinte, conforme a Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil nº 1500, de 29.10.2014, no seu art. 92, que preceitua sobre o não enquadramento na noção de despesas com educação o pagamento de aulas de idiomas estrangeiros.

O contribuinte pode não compreender o motivo pelo qual as despesas com educação, não incluem aquelas como, por exemplo, livros, materiais escolares, uniformes e cursos de línguas estrangeiras²¹, os quais são representativas de despesas pessoais do contribuinte, limitando-se despesas com matrículas e mensalidades escolares de ensino regular ou pós-graduação.

Como o contribuinte possui quatro dependentes, nesse caso, três filhos e a esposa, que estudam em cursos regulares, sua dedução máxima será de:

$$ED = 4 \times R\$3.561,50 = R\$14.246,00;$$

- **Tipo de subtarefa 2.6: Calcular a dedução da Previdência Privada - PP:**

Seção III

Contribuições aos Fundos de Aposentadoria Programada Individual - FAPI

Art. 82. Na declaração de rendimentos poderão ser deduzidas as contribuições para o Fundo de Aposentadoria Programada Individual - FAPI cujo ônus seja da pessoa física (Lei nº 9.477, de 1997, art. 1º, § 1º, e Lei nº 9.532, de 1997, art. 11). **§ 1º** A dedução prevista neste artigo, somada à de que trata o inciso II do art. 74, fica limitada a doze por cento do total dos rendimentos computados na determinação da base de cálculo do imposto devido na declaração de rendimentos (Lei nº 9.532, de 1997, art. 11).

§ 2º É vedada a utilização da dedução de que trata este artigo no caso de resgates na carteira de Fundos para mudança das aplicações entre Fundos instituídos pela Lei nº 9.477, de 1997, ou para aquisição de renda junto às instituições privadas de previdência e seguradoras que operam com esse produto (Lei nº 9.477, de 1997, art. 12 e parágrafo único).

¹⁹ Cf. Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil nº 1.500, de 29 de outubro de 2014, art. 92, inciso I.

²⁰ Cf. Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil nº 1.500, de 29 de outubro de 2014, art. 92, inciso II.

²¹ Cf. Ministério da Fazenda. Secretaria da Receita Federal do Brasil. Informações oficiais sobre o Imposto de Renda Pessoa Física. Exercício de 2017. Ano-calendário de 2016. p. 162.

O valor gasto com a Previdência Privada é da ordem de R\$2.640,00. Este valor se refere ao total pago no ano, para Previdência Privada ou complementar.

É importante ressaltar que o limite máximo para dedução é de 12% da renda tributável (Cf. art. 52, inciso IV em consonância com o art. 72, §1º)²². Ou seja, o empregado poderia deduzir até R\$13.320,00 (R\$111.000,00 X 12%). A empresa responsável pela Previdência Privada fornece o valor para o contribuinte.

Uma vez executadas as subtarefas é encaminhada o tipo de tarefa 2 sobre o cálculo de **BC**, ou seja:

BASE DE CÁLCULO DO IMPOSTO NA DECLARAÇÃO

Art. 83. A base de cálculo do imposto devido no ano-calendário será a diferença entre as somas (Lei nº 9.250, de 1995, art. 8º, e Lei nº 9.477, de 1997, art. 10, inciso I):

I- de todos os rendimentos percebidos durante o ano-calendário, exceto os isentos, os não tributáveis, os tributáveis exclusivamente na fonte e os sujeitos à tributação definitiva;

II- das deduções relativas ao somatório dos valores de que tratam os arts. 74, 75, 78 a 81, e 82, e da quantia de um mil e oitenta reais por dependente.

Parágrafo único. O resultado da atividade rural apurado na forma dos arts. 63 a 69 ou 71, quando positivo, integrará a base de cálculo do imposto (Lei nº 9.250, de 1995, arts. 9º e 21).

O inciso II do Art. 83 constante no extrato sustenta a técnica do **tipo de tarefa 2** que encaminha a técnica;

$$PD=PS + DP + AL+ DS+ ED + PP \quad (8)$$

No caso em tela, substituindo os registros representantes das noções tributárias, obtemos o seguinte:

$$PD = R\$6.850,56 + R\$9.100,32 + R\$3.600,00 + R\$5.465,00 + R\$14.246,00 + R\$2.640,00 = \mathbf{R\$41.901,88}$$

²²Cf. Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil nº 1500 de 29.10.2014: Art. 52. A base de cálculo sujeita à incidência mensal do IRRF é determinada mediante a dedução das seguintes parcelas do rendimento tributável: (...) IV - as contribuições para as entidades de **previdência complementar** domiciliadas no Brasil e as contribuições para os Fapi, cujo ônus tenha sido do contribuinte, destinadas a custear benefícios complementares assemelhados aos da Previdência Social, no caso de trabalhador com vínculo empregatício ou de administradores. (...) Art. 72. A base de cálculo do imposto, na DAA, é a diferença entre as somas: (...) § 1º **As deduções a que se referem os incisos IV e V do caput do art. 52 ficam limitadas a 12% (doze por cento) do total de rendimentos computados na determinação da base de cálculo do imposto devido na declaração de rendimentos**, observado o disposto no art. 87. (Redação dada pela Instrução Normativa RFB nº 1558, de 31 de março de 2015) .

O tipo de tarefa 2 encaminha a base de cálculo BC

Passo 3. Simulador fornece o valor da *Base de Cálculo*: (1 - 2.8)

Tipo de tarefa 3: Calcular a base de cálculo BC.

Técnica:

$$BC = RT1 - PD \quad (9)$$

Sendo **BC** a Base de Cálculo do imposto, **RT1** o Rendimento Tributável sujeito a ajustes, obtido pela tarefa 1, e **PD** a soma das parcelas de dedução.

Tecnologia: A tecnologia é híbrida do discurso do Art. 52, caput, incisos e demais legislações complementares, e das operações de adição de quantidades físicas.

Teoria: Código Tributário Nacional, instruções normativas 1500 da RFB, inclusive as legislações complementares, e a Matemática das quantidades físicas:

$$BC = RT1 - PD = R\$ 111.00,00 - R\$ 41.901,88 = R\$ \underline{69.098,12}$$

Passo 4. Simulador fornece o valor do Calculado do *Imposto*.

Tipo de tarefa 4: Calcular o imposto incidente sobre BC

Técnica:

É realizado pelo simulador a partir do valor da Base de Cálculo como soma de amplitudes **€**, completas e ou incompletas, segundo as faixas de renda **FR** que o valor de **BC** comporta.

As faixas de renda **FR** são mostradas na tela do simulador constante na Figura 2, a saber:

FR₁: de R\$ 0,00 até R\$ 22.847,76; **€₁**= R\$ 22.847,76

FR₂: de R\$ 22.847,77 até R\$ 33.919,80; **€₂**= R\$ 11.072,04

FR₃: de R\$ 33.919,81 até R\$ 45.012,60; **€₃**= R\$ 11.092,80

FR₄: de R\$ 45.012,61 até R\$ 55.976,16; **€₄**= R\$ 10.936,56

FR₅: de R\$ 55.976,17 em diante. **€₅**= calculado pela diferença entre **BC** e R\$55.976,17, caso **BC** pertença a **FR₅**.

A cada faixa de renda **FR**, da primeira à quinta, corresponde uma amplitude máxima, que é respectivamente $\epsilon_1 = R\$22.847,76$, $\epsilon_2 = R\$11.072,04$, $\epsilon_3 = R\$11.092,80$, $\epsilon_4 = R\$10.936,56$, ϵ_5 é calculado pela diferença entre **BC** e $R\$55.976,17$, caso **BC** pertença a **FR**₅.

A base de cálculo é então compreendida como soma de tantas amplitudes quanto permitir o valor dessa base de cálculo. Essa operação pode ser descrita como segue:

Tomando a faixa de renda **FR**_k em que o valor monetário de **BC** se encontra, fazemos **BC** igual a parcela (**BC** - **I**_k) mais, caso existam, a soma todas as amplitudes máximas correspondentes as faixas de renda inferiores à faixa de renda **FR**_k. Simbolicamente escrevemos assim:

$$\mathbf{BC} = (\mathbf{BC} - \mathbf{I}_k) + \sum_{i=1}^{k-1} \epsilon_i \quad (10)$$

Sendo **I**_k o valor do limite inferior da faixa de renda **FR**_k e tendo em conta que o somatório é nulo se $k=1$. Sendo **P**_k a última alíquota da faixa de renda.

No caso em tela, temos a decomposição de **BC** em parcelas observando que seu valor $R\$69.098,12$ pertence à quinta faixa de renda **FR**₅, pois é maior que seu limite inferior $\mathbf{I}_5 = 55.976,17$ e menor que o seu limite superior (ilimitado).

$$\mathbf{BC} = (69.098,12 - 55.976,17) + \sum_{i=1}^4 \epsilon_i$$

$$\mathbf{BC} = 13.121,95 + (\sum_{i=1}^4 \epsilon_i)$$

$$\mathbf{BC} = 13.121,95 + (22.847,76 + 11.072,04 + 11.092,80 + 10.936,56) = 69.098,12$$

Essa compreensão da base de cálculo **BC** é que encaminha o final da técnica do tipo de tarefa 4.

Técnica:

O imposto **IP** é calculado seguindo a seguinte técnica:

1- Decomponha **BC** como soma de parcelas do seguinte modo:

$$\mathbf{BC} = (\mathbf{BC} - \mathbf{I}_k) + \sum_{i=1}^{k-1} \epsilon_i \quad (11)$$

Sendo I_k o valor do limite inferior da faixa de renda FR_k em BC se insere, ϵ_i as amplitudes máximas das faixas de renda inferiores a FR_k e tendo em conta que o somatório é nulo se $k=1$.

2- Calcule o imposto do seguinte modo:

$$IP = p_k.(BC - I_k) + \sum_{i=1}^{k-1} p_i \epsilon_i \quad (12)$$

Em que p_i é a alíquota correspondente à faixa FR_i e ϵ_i a amplitude dessa faixa de renda.

Nesse caso, teremos o cálculo do imposto como segue:

$$IP = 0,027 \times (13.121,96) + 0,225 \times (10.963,56) + 0,15 \times (11.092,80) + 0,075 \times (11.072,04)$$

$$IP = \mathbf{R\$8.569,66}$$

Esses cálculos estão esquematicamente representados no Quadro 1.

Quadro 1: Cálculo do imposto segundo o simulador

Distribuição da base de cálculo segundo as alíquotas	Imposto calculado segundo a distribuição da base cálculo	Distribuição da base de cálculo do contribuinte	Imposto calculado do contribuinte: $\sum(\text{alíquota} \times \text{faixa de renda})$
Valor máximo anterior + ilimitado Alíquota: 27,5%	Imposto sem limite calculado	R\$13.121,96	$x (0,275)$ →R\$3.608,54
Valor máximo anterior + R\$10.963,56 Alíquota: 22,5%	Imposto máximo R\$2.466,80	R\$10.963,56	$x (0,225)$ →R\$2.466,80
Valor máximo anterior + R\$11.092,80 Alíquota: 15%	Imposto máximo R\$1.663,92	R\$11.092,80	$x (0,15)$ →R\$1.663,92
Valor máximo anterior + R\$11.072,04 Alíquota: 7,5%	Imposto máximo R\$ 830,40	R\$11.072,04	$x (0,075)$ →R\$830,40
Valor máximo R\$22.847,76 Alíquota: 0%	Imposto máximo R\$0,00 R\$ 0,00	R\$22.847,76	$x (0,00)$ →R\$0,00
Total: soma das linhas das colunas base de cálculo e imposto, respectivamente.		R\$69.098,12	R\$8.569,66

Fonte: Ministério da Fazenda. Receita Federal (2017). Adaptações da autora.

Passo 5. Contribuinte informa as deduções que incidem sobre o imposto e que são chamadas de deduções de incentivos

Tipo de tarefa 5: Calcular o valor de dedução tendo em conta as doações para o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), Estatuto do Idoso, Incentivo à cultura, incentivo ao audiovisual e incentivo ao desporto. – **DI**

Técnica:DI = Mínimo {Valor doado, 6% de IP}

No caso em tela, **DI**= Mínimo {R\$ 0,00,6% de (R\$ 8.569,66)}= **R\$ 0,00**

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das quantidades físicas.

Passo 6. Contribuinte informa as Deduções do PRONAS/PCD

Tipo de tarefa 6: Calcular as doações ao Programa Nacional de Apoio e Atenção e Saúde de Pessoas com Deficiência - **DPR**

Técnica: $DPR = \text{Mínimo} \{ \text{Valor doado}, 1\%(\text{IP}) \}$

No caso em tela $DPR = \text{Mínimo} \{ R\$0,00; 1\% \text{ de } (R\$8.569,66) \} = R\$ 0,00$

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das quantidades físicas.

Passo 7. Contribuinte informa as deduções do Pronon

Tipo de tarefa7: Calcular o valor doado ao Programa Nacional de Apoio e Atenção Oncológica- **DPO**.

Técnica: $DPO = \text{Mínimo} \{ \text{Valor doado}, 1\%(\text{IP}) \}$

No caso em tela, $DPO = \text{Mínimo} \{ R\$ 0,00; 1\% \text{ de } (R\$8.569,66) \} = R\$0,00$

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das Quantidades Físicas.

Passo 8. Simulador calcula o valor do *Imposto devido I: 4-5-6-7*

Tipo de tarefa 8: Calcular o imposto devido- **IPD**.

Técnica: $IPD = IP - (DI + DPR + DPO)$ **(13)**

No caso em tela, $IPD = R\$ 8.569,66 - R\$ 0,00 = R\$ 8.569,66$

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das quantidades físicas.

Passo 9. Contribuinte informa o valor da *Contribuição Patronal de Previdência Social* vinculado ao empregado doméstico com valor máximo anual de R\$1.093,77;

Tipo de tarefa 9: Calcular o valor para dedução da Contribuição Patronal Empregada doméstica – **CP**

A tecnologia do cálculo do IRPF, no caso, a Lei nº 9.250/1995, Art. 12 e relacionados e a Adição de Quantidades Físicas, assim se manifesta:

Lei nº 9.250/1995 Art. 12 : Do imposto apurado na forma do artigo anterior, poderão ser deduzidos: (...) VII - até o exercício de 2019, ano-calendário de 2018, a contribuição patronal paga à Previdência Social pelo empregador doméstico incidente sobre o valor da remuneração do empregado; e... (Redação dada pela Lei nº 13.097, de 2015).

O valor de pago a título de **CP** é limitado até R\$1.093,77 e é calculado pela soma das contribuições do patronal para o(a) empregado(a) doméstico(a) pagas no ano base.

Técnica:

$$\mathbf{CP} = \text{Mínimo} \{ \text{valor pago} (\sum_{i=1}^k \mathbf{cp}_k), \text{R\$ } 1.093,77 \} \quad \mathbf{(14)}$$

Em que $0 \leq k \leq 12$ denota o número de contribuições pagas no ano base.

Um exemplo para $k=12$, referente ao ano base 2016, é demonstrado na Tabela1.

Tabela 1: O valor máximo de R\$1.093,77 de dedução do INSS no Imposto de Renda de 2017 ano base 2016

Nº	Deduções	Valor
01	8% de INSS de dezembro/2015, com base no Salário Mínimo de R\$ 788,00	R\$63,04
02	8% de INSS sobre o 13º. Salário do ano de 2015, com base no Salário Mínimo de R\$ 788,00	R\$63,04
03	8% de INSS sobre o salário de janeiro/2016 a novembro/2016, com base no Salário Mínimo de R\$ 880,00, sendo de R\$ 70,40 por mês x 11meses.	R\$774,40
04	8% de INSS sobre 1/3 de Férias, com base no Salário Mínimo de R\$ 788,00 no ano de 2015, ou o Salário Mínimo de R\$ 880,00 no ano de 2016, sendo o valor máximo de R\$ 23,47, conforme abaixo: 1- Dezembro/2015=R\$ 788,00 * 0,8% = R\$ 63,04 / 3 = R\$ 21,01; 2- Janeiro/2016 ou novembro/2016= R\$ R\$ 880,00 * 0,8% = R\$ 70,40/3 = R\$ 23,47.	R\$23,47
05	TOTAL	R\$923,95

Fonte: <http://www.domesticallegal.com.br/>

O valor encontrado de R\$923,95 difere do limite imposto pela RFB que é de R\$1.093,77. A diferença é de R\$169,82 - R\$14,15 para cada mês trabalhado no período de dezembro de 2015 a novembro de 2016 - a mais para o empregador doméstico. Essa diferença é justificada como estímulo à formalização do emprego doméstico, pois ainda é muito baixa já que para cada três empregados domésticos, somente um tem a carteira de trabalho assinada. Para igualar o cálculo do governo, o programa está adicionando R\$14,15 centavos para cada mês trabalhado no período de dezembro de 2015 a novembro de 2016.

De outro modo, os cálculos levaram a um valor inferior, mas excepcionalmente a RFB, para o ano base 2016, assume o limite de R\$1.093,77 para quem fez doze contribuições patronais como o valor de dedução patronal - CP.

CP = R\$1.093,77

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das quantidades físicas.

Passo 10. Simulador calcula o valor do *Imposto devido II*, a diferença entre o valor obtido no passo 8 e o valor obtido no passo 9.IPD1

Tipo de tarefa 10: Calcular o valor do imposto devido II.

Técnica: $IPD1 = IPD - CP$ (15)

No caso em tela, $IPD1 = R\$ 8.569,66 - R\$ 1.093,77 = R\$ 7.475,89$

Tecnologia/teoria: Lei nº 12.715/2012, retificações e demais legislações relacionadas, e a Matemática das quantidades físicas.

Passo 11. Simulador calcula a Alíquota efetiva: AE

Tipo de tarefa: Calcular a alíquota efetiva que incide sobre a Base de cálculo que produz o IPD1- AE

Técnica: A alíquota efetiva é calculada comparando o imposto devido II (**IPD1**) com a Renda Tributável sujeita a Ajuste (**RT1**).

$$AE = \frac{IPD1}{RT1} \times 100 \quad (16)$$

No caso em tela, $AE = \frac{R\$7.475,89}{R\$111.000,00} \times 100 = 6,74\%$

Tecnologia: Porcentagem de quantidades físicas

Tecnologia: Aritmética de quantidades físicas

O cálculo da alíquota efetiva tem como objetivo mostrar ao contribuinte que a alíquota usada no cálculo por outra metodologia é superior a alíquota de fato incidente.

A outra metodologia tem por base as seguintes alíquotas por faixa de renda e valores correspondentes a deduzir conforme a Tabela 2.

Tabela 2: IRPF 2016/2017 - Alíquotas por rendimentos anuais

Base de cálculo R\$	Alíquota %	Parcela a deduzir R\$
Até 22.847,76	Isento	Isento
De 22.847,77 a 33.919,80	7,5	1.713,58
De 33.919,81 a 45.012,60	15	4.257,57
De 45.012,61 até 55.976,16	22,5	7.633,51
Acima de 55.976,17	27,5	10.432,32

Fonte: Ministério da Fazenda. Receita Federal (2017)

Técnica:

$$IPD1 = AI_k \times BC - Pd_k$$

Sendo k o índice da faixa de renda que se encontra o valor de **BC**, **AI_k** e **Pd_k** são a alíquota e a parcela a deduzir correspondente.

No caso em tela, **BC = R\$69.098,12** se encontra na última faixa da tabela progressiva anual do imposto de renda, cuja alíquota é de 27,5% por rendimento anual e parcela a deduzir **Pd₅ = R\$10.432,32**. Nesses termos, temos que:

$$IPD1 = 0,275 \times R\$ 69.098,12 - R\$10.432,32 = R\$19.001,98 - R\$10.432,32$$

$$IPD = R\$8.569,66.$$

No entanto, esta não é a metodologia empregada pelo simulador. A razão pela qual o simulador usa metodologia distinta é para evidenciar a “real” alíquota incidente sobre o rendimento tributável líquido ou base de cálculo auferido pelo contribuinte no cálculo de seu imposto. Assim, embora a alíquota apontada pela Tabela 3 seja de 27,5%, a alíquota efetiva ou real é de apenas 6,74%.

Considerando as compreensões das noções e relações envolvidas, com ajuda das legislações tributárias e das praxeologias das matemáticas de quantidades físicas, aplicamos o simulador à situação 1. Os resultados obtidos confirmam que a interpretação praxeológica encaminhou aos mesmos resultados obtidos pelo simulador, como mostra a Figura 3.

Figura 3: Simulador da Receita Federal para IRPF - Anual

Receita Federal do Brasil

<http://www26.receita.fazenda.gov.br/irpfsimulaliq/private/pages/simul...>

Cálculo Mensal 2017		Cálculo Anual EX 2017/AC 2016	
Simulação de Aliquota Efetiva			
Exercício de 2017, ano-calendário de 2016			
IMPOSTO SOBRE A RENDA ANUAL - Valores em Reais			
1. Rendimentos tributáveis		111.000,00	
2. Deduções			
2.1 Previdência Oficial		6.850,56	
2.2 Dependente (quantidade) <input type="text" value="4"/>		9.100,32	
O valor da dedução é R\$ 2.275,08 anuais, por dependente.			
2.3 Alimentandos (com decisão judicial para deduzir instrução) <input type="text" value="0"/>			
2.4 Despesa com Instrução		14.246,00	
Limitada a R\$ 3.561,50 anuais para o titular e para cada dependente ou alimentando com os quais o titular efetuou despesas com instrução.			
2.5 Despesa médica		5.465,00	
2.6 Pensão alimentícia		3.600,00	
2.7 Outras deduções		2.640,00	
Previdência Privada, Funpresp, FAPI e Parcela Isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Come-Leão: Livro Caixa			

Fonte: www.receita.fazenda.gov.br. (IRPF/2017)

As instituições do campo tributário, que inclui a IN RFB como representante, em suas práticas manipulam numerais como quantidades físicas, no caso, a moeda corrente no Brasil, associados a noções que designam rendimentos e despesas, de modo a atender seus interesses e intenções não claramente revelados aos contribuintes.

Esses interesses e intenções agem decisivamente para imposição do modelo do IRPF, ou seja, no processo de produção de praxeologias, bem como nos processos de autenticação e legitimidade dessas praxeologias. Por exemplo, no caso da noção da contribuição patronal da previdência social, há a produção de praxeologia pela IN RFB, com discurso próprio que justifica e explica o seu modo de ser; não há um discurso matemático, mas o uso de velhas práticas desenvolvidas pela humanidade de operações com quantidades físicas.

A taxionomia das despesas, como dependente, alimentando, saúde, educação, por exemplo, bem como os critérios que limitam ou não essas despesas, os valores limites das faixas de rendimento, das alíquotas e o número de faixas são definições das instituições tributárias, no caso, com a participação da IN RFB.

Esses saberes são determinantes para definição das tarefas e modos de execução nas praxeologias, como mostrados na análise, mas estão longe de serem explicadas, justificadas e até mesmo produzidas no estrito campo matemático. Essa complexidade com seus saberes implícitos, que é naturalmente empreendida com o uso do modelo IRPF por um contador especialista, parece ser um saber esotérico a um sujeito não pertencente ao campo tributário, em particular a um matemático.

Essa compreensão parece encaminhar o pressuposto de Castela (2016) substanciado em seu Modelo Praxeológico que considera o papel das praxeologias não matemáticas como indispensável recurso tecnológico para compreender o jeito de fazer e pensar as praxeologias com matemática de supostas instituições utilizadoras de matemática.

Nesse sentido, cabe o seguinte questionamento: Qual a organização praxeológica matemática, se existe, teria sido utilizada para a produção da organização praxeológica do IRPF?

A resposta ao questionamento posto torna-se indispensável para responder nosso questionamento, pois permite considerar uma organização praxeológica que funcione no estrito campo dos saberes matemáticos e, portanto dispensando os saberes não matemáticos.

4 PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA DO CÁLCULO DO IRPF

Neste capítulo apresentamos possíveis praxeologias matemáticas que podem ser compreendidas de algum modo como modelos matemáticos para o cálculo do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF) instituído pela Constituição Federal de 1988.

O cálculo do IRPF foi desenvolvido a partir do princípio da progressividade do Direito Tributário que determina que os impostos devam onerar mais aquele que detiverem maior riqueza tributária.

A Constituição Federal de 1988, no parágrafo 1º do artigo 145, ratifica esse entendimento dizendo que:

sempre que possível, os impostos terão caráter pessoal e serão graduados segundo a capacidade do contribuinte, facultado à administração tributária, especialmente para conferir efetividade a esses objetivos, identificar, respeitados os direitos individuais e nos termos da lei, o patrimônio, os rendimentos e as atividades econômicas do contribuinte (BRASIL, Constituição Federal, 1988).

Portanto, o IRPF é um tributo progressivo, que considera a situação financeira do contribuinte segundo a capacidade contributiva, ou seja, quem recebe mais paga mais.

O IRPF apresenta alíquotas progressivas em acordo com o valor do chamado montante tributável, de modo que, quando esse montante aumenta, além de dado limite, o percentual da alíquota também se eleva. Especificamente, no cálculo do IRPF há incidência de alíquotas progressivas de 7,5%, 15%, 22,5% e 27,5%, de acordo com o montante tributável, como destacado na Tabela 3.

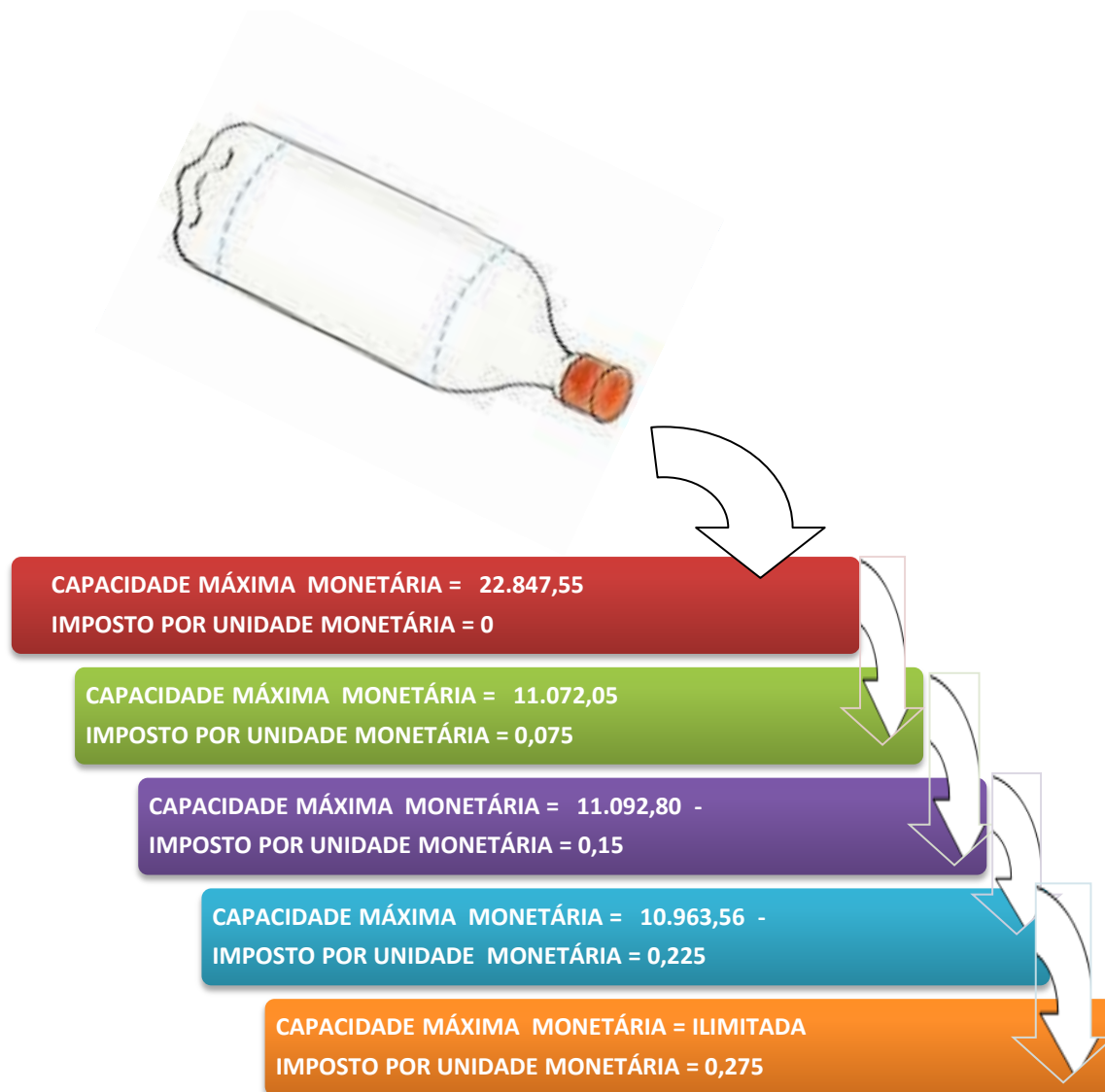
Tabela 3: IRPF 2016/2017 - Alíquotas por rendimentos anuais

Base de cálculo R\$	Alíquota %	Parcela a deduzir R\$
Até 22.847,76	Isento	Isento
De 22.847,77 a 33.919,80	7,5	1.713,58
De 33.919,81 a 45.012,60	15	4.257,57
De 45.012,61 até 55.976,16	22,5	7.633,51
Acima de 55.976,17	27,5	10.432,32

Fonte: Ministério da Fazenda. Receita Federal (2017)

O princípio da progressividade, nesse caso, pode ser ilustrado pela Figura 4.

Figura 4: Esquema da garrafa



Fonte: Elaboração nossa (2018).

Para um dado montante, o imposto é calculado conforme os tipos de “garrafas” que são esgotadas, sendo a última, em cada caso, parcial ou totalmente esgotada.

Assim, a técnica da praxeologia de arrecadação do IRPF, mostrada acima, se fundamenta na tecnologia do princípio da progressividade do campo teórico do Direito Tributário. Esta praxeologia envolve práticas aritméticas simples que foram desenvolvidas historicamente, bem antes do surgimento dos argumentos matemáticos da álgebra e, conseqüentemente, da análise matemática.

No entanto, é possível expressar essa praxeologia do Direito Tributário como inspiração de praxeologias matemáticas que podem, assim, serem enunciadas como modelos matemáticos para o cálculo do IRPF.

O termo inspiração usado acima é para deixar claro que a praxeologia do direito tributário do IRPF não se confunde com as praxeologias matemáticas que podem ser anunciadas, embora o modo de fazer dessas praxeologias pareça ser o mesmo.

É preciso observar que a praxeologia do Direito Tributário mobiliza objetos concretos, em particular, o dinheiro. Este pode ser visto como número, mas são quantidades discretas de moeda corrente no Brasil, nesse caso, o real, e, portanto, não se confundem com números matemáticos, sejam eles números algébricos ou transcendentais.

A associação de quantidade de moedas com números matemáticos, no entanto, permite pensarmos essa praxeologia tributária como uma “aplicação” de uma praxeologia matemática, como é encaminhado a seguir.

4.1 As praxeologias matemáticas como possíveis modelos matemáticos do cálculo do IRPF

As praxeologias matemáticas aqui apresentadas são definidas sobre o campo dos números reais de modo a permitir a ilusão da representação gráfica quando possível. Assim, os pontos da reta que não representam medidas ou quantidades de moedas são de forma ilusoriamente também considerados.

4.1.1 O primeiro modelo matemático

O primeiro modelo matemático pode ser apresentado a partir da praxeologia tributária assumindo a base de cálculo, ou montante tributário, e o imposto calculado, como variável do campo dos números reais positivos que se relacionam segundo um funcional linear por partes.

Para mostrarmos isso, começamos observando a técnica do cálculo do imposto encaminhada pela dinâmica das garrafas aqui apresentada. Ela permite visualizar o sentido do cálculo do IRPF. Quem tem rendimentos de base de cálculo que couber totalmente no primeiro recipiente é considerado isento.

A partir daí, passa a pagar por unidade monetária do volume presente em cada garrafa demandada para esgotar a base de cálculo. A partir do segundo recipiente, eles são compreendidos como recipientes de excessos e por isso com maior custo unitário sobre as unidades monetárias excedentes. Nesse sentido, para uma dada base de cálculo x podemos ter uma das situações seguintes:

- Quando a base de cálculo x cabe apenas na garrafa 1.

Nesse caso há isenção do pagamento do imposto, ou seja, se o valor x da base de cálculo couber na totalidade ou parte do volume garrafa 1, $0 < x < 22.847,76$ o contribuinte pagará imposto 0 (zero).

- Quando a base de cálculo x demanda apenas as garrafas 1 e 2.

O cálculo do imposto é realizado considerando o valor que excede o volume da garrafa 1, nesse caso, o que excede o volume de 22.847,76. O que preencher em parte ou em totalidade do volume da garrafa 2 será incidido a alíquota de 7,5% por unidade de volume ocupado dessa garrafa.

De outro modo, se $22.847,76 < x < 33.919,81$, o imposto correspondente é dado por:

$$0,075.Volume\ preenchido\ Garrafa\ 2 + 0,0.Volume\ da\ Garrafa\ 1$$

$$0,075(x - 22.847,76) + 0,0(22.847,76 - 0) \quad (1)$$

De onde resulta que: se $22.847,76 < x \leq 33.919,80$

$$0,075x + 1.713,58 \quad (2)$$

- Quando a base de cálculo x demanda apenas as garrafas 1, 2 e 3.

Nesse caso, as garrafas 1 e 2 são totalmente preenchidas e parte ou totalidade da garrafa 3 esgotará a base de cálculo x .

$$0,15.Vol\text{ume preenchido da Garrafa 3} + 0,075.Vol\text{ume da Garrafa 2} + 0,0.Vol\text{ume da Garrafa 1} \quad (3)$$

No modo numérico é expresso da seguinte forma:

$$0,15(x - 33.919,80) + 0,075(33.919,81 - 22.847,77) + 0,0(22.847,76 - 0)$$

De onde resulta que: se $33.919,80 < x \leq 45.012,61$

$$0,15x - 4.257,57 \quad (4)$$

- Quando a base de cálculo x demanda apenas as garrafas 1, 2, 3 e 4.

Nesse caso, as garrafas 1, 2 e 3 são totalmente preenchidas e parte ou totalidade da garrafa 4 esgotará a base de cálculo x .

$$0,225.Vol\text{ume preenchido na Garrafa 4} + 0,15.Vol\text{ume da Garrafa 3} + 0,075.Vol\text{ume da Garrafa 2} + 0,0.Vol\text{ume da Garrafa 1} \quad (5)$$

Com o registro numérico da alíquota expresso por:

$$0,225(x - 45.012,61) + 0,15(11.092,80) + 0,075(11.072,04) + 0,0(22.847,76)$$

De onde resulta que: se $45.012,61 < x \leq 55.976,16$

$$0,225x - 7.633,51 \quad (6)$$

- Quando a base de cálculo x demanda as garrafas 1, 2, 3, 4 e 5.

Nesse caso, as garrafas 1, 2, 3, e 4 são totalmente preenchidas e parte da garrafa 5 esgotará a base de cálculo x .

$$0,275.Vol\text{ume preenchido na Garrafa 5} + 0,225.Vol\text{ume da Garrafa 4} + 0,15.Vol\text{ume da Garrafa 3} + 0,075.Vol\text{ume da Garrafa 2} + 0,0.Vol\text{ume da Garrafa 1} \quad (7)$$

$$0,275(x - 55.976,16) + 0,225(10.963,56) + 0,15(11.092,80) + 0,075(11.072,04) + 0,0(22.847,76)$$

De onde resulta que: se $x > 55.976,16$

$$0,275x - 10.432,32 \quad (8)$$

As equações (1),(3),(5) e (7) podem ser sintetizadas algebricamente como a função real da variável real x correspondente à base de cálculo, como segue:

$$f(x) = t_k \left(x - \sum_{j=1}^{k-1} (V_j) \right) + \sum_{j=1}^{k-1} t_j(V_j) \quad (9)$$

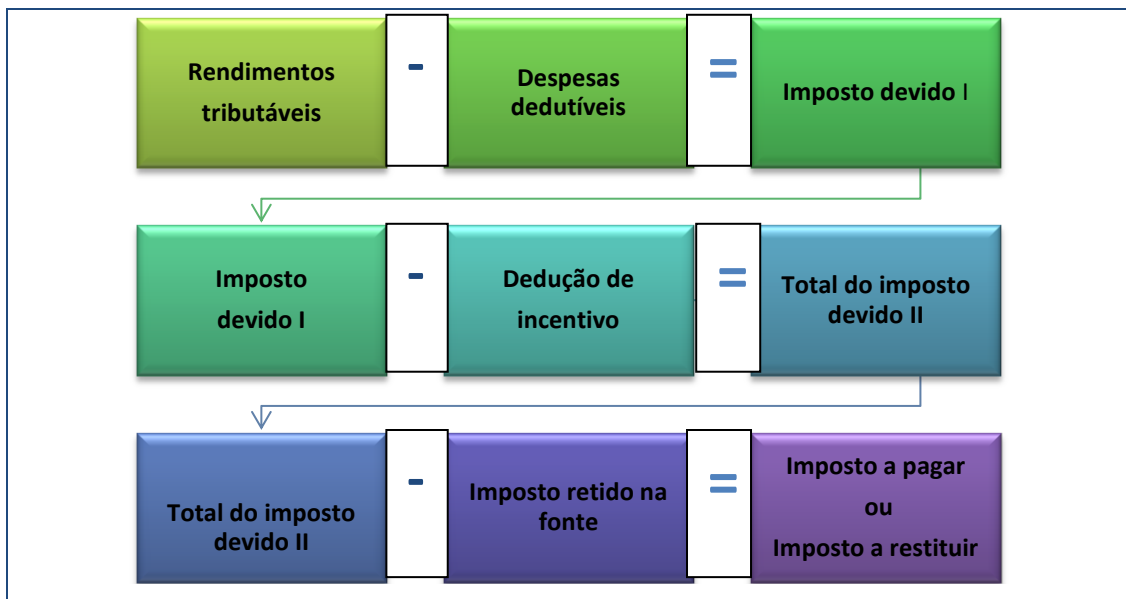
Sendo k o maior inteiro dentre ($k= 1,2,3,4, 5$) tal que $\sum_{j=1}^{k-1} V_j \leq x$, V_j é o volume da garrafa e t_k é a alíquota correspondente a garrafa k .

Essa função pode ser mais bem explicitada usando as equações (2), (4), (6) e (8) do seguinte modo:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 22.847,76 \\ 0,075x - 1.713,58 & \text{se } 22.847,76 < x \leq 33.919,80 \\ 0,15x - 4.257,57 & \text{se } 33.919,80 < x \leq 45.012,60 \\ 0,225x - 7.633,51 & \text{se } 45.012,60 < x \leq 55.976,16 \\ 0,275x - 10432,32 & \text{se } x > 55.976,16 \end{cases} \quad (10)$$

É oportuno observar que a função fornece uma interpretação matemática para o cálculo do imposto devido. Este é parte fundamental para o cálculo do imposto a pagar ou restituir, como mostra a Figura 5.

Figura 5: Esquema do imposto de renda



Fonte: Receita Federal (adaptação nossa)

A inclusão dos aspectos acima, imposto devido II e imposto a pagar ou restituir, não são aqui consideradas por introduzirem complexidades no modelo matemático, entre elas a inclusão de outras variáveis, mas que não afetam o cálculo do imposto efetivamente pago.

Em resumo, a praxeologia matemática sobre o cálculo do IRPF pode ser anunciada como:

Tarefa:

Dado o número real positivo x , calcular sua imagem pela função $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 22.847,76 \\ 0,075x - 1.713,58 & \text{se } 22.847,76 < x \leq 33.919,80 \\ 0,15x - 4.257,57 & \text{se } 33.919,80 < x \leq 45.012,60 \\ 0,225x - 7.633,51 & \text{se } 45.012,60 < x \leq 55.976,16 \\ 0,275x - 10432,32 & \text{se } x > 55.976,16 \end{cases} \quad (10)$$

A técnica:

A técnica de resolução da tarefa é encaminhada pelo valor numérico de expressões algébricas, acessíveis a estudantes do ensino fundamental maior, sem necessidades de discursos matemáticos mais elaborados.

A tecnologia/teoria

A tecnologia usada é a da definição de funções tanto do campo teórico da álgebra como do campo teórico da análise matemática.

Esse modelo matemático, no entanto, reduz a complexidade do modelo usado pela receita, pois apresenta maior simplicidade de cálculo e, portanto, pode ser preferível para o cálculo do IRPF. No entanto, é destituído do sentido dado pela representação anterior que deixa claro que diferentes alíquotas incidem sobre um mesmo montante tributável, ou base de cálculo, em acordo com as faixas em que essa base de cálculo se decompõe, no sentido aditivo, e não como uma única alíquota de uma única faixa em que se encontra esse montante tributável.

Quando passamos a considerar mais variáveis, no caso, as variáveis presentes no cálculo do valor da base de cálculo, por exemplo, outros modelos matemáticos a partir de praxeologias matemáticas mais complexas podem ser derivados.

4.2 Relações do uso do modelo sobre saberes matemáticos e não matemáticos

A variável x no campo das praxeologias matemáticas é um número real e isso não acontece no campo das praxeologias tributárias onde a variável x é um ente tributário com nome de BASE DE CÁLCULO e, como tal, é interpretado de modo diverso da interpretação na praxeologia matemática. Nesse campo de práticas, a variável x é uma noção dependente de outras noções não matemáticas que a integram e que se tornam, portanto em variáveis implícitas não matemáticas do modelo.

Sem a clareza das componentes não matemáticas do modelo o seu uso pode levar a erros desastrosos, em particular na determinação do valor da base de cálculo x e, em consequência, com implicações tributárias e judiciais junto à Receita Federal.

Como se pode notar, as variáveis implícitas do modelo são dotadas de complexidade somente familiar aos sujeitos do campo tributário. Por serem determinantes para o uso correto do modelo do IRPF, pois encaminham o cálculo do valor x que definirá o imposto a pagar ou restituir, exigem serem conhecidas por aqueles que fazem uso desse modelo.

Os saberes não matemáticos, nem todos aqui explicitados, são indispensáveis para o uso adequado do modelo e se constituem em saberes que em integração com possíveis saberes matemáticos levaram à construção do modelo adotado pela Receita Federal.

A ausência explícita de outros saberes não matemáticos envolvidos na construção do modelo não nos permite justificar a escolha desse modelo matemático constituídos de funções afins por partes, bem como o número de faixas, os valores limites de cada uma delas e tampouco como se chegou aos valores das alíquotas usadas nesse modelo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

A análise do modelo do IRPF permitiu revelar compreensões sobre a Modelagem Matemática como uma prática social com Matemática das atividades da escola básica que, como tal, mobiliza objetos culturais, saberes teóricos e práticos, matemáticos e não matemáticos, todos articulados e integrados para atender uma intenção segundo um interesse institucional.

O contraste entre a praxeologia matemática construída como representante da praxeologia com matemática, obtida a partir do modelo IRPF disponibilizado pela Receita Federal, demonstra limitações dos saberes matemáticos para a compreensão sobre o uso do modelo, por exemplo:

(1) Usa uma única alíquota associada a uma única faixa para o cálculo do imposto de um dado contribuinte;

Isso impede a visibilidade do princípio da progressividade que norteia o modelo de arrecadação da Receita Federal.

(2) Torna invisíveis as variáveis não matemáticas que governam o cálculo do imposto.

Essas variáveis são determinantes para ajustar o valor da variável matemática da praxeologia matemática associada. Isso impede o contribuinte de estabelecer relações entre as variáveis não matemáticas – por exemplo, entre dependente e alimentando – de modo a encaminhar estratégias que permitam minimizar, se possível, o valor do seu imposto.

Quanto à praxeologia com Matemática do cálculo do imposto as complexidades se revelam a partir das variáveis não matemáticas do modelo que seguem preceitos da legislação tributária e se afastam da noção do senso comum, suscitando dúvidas e gerando dificuldades por ocasião da apuração do imposto.

Diante disso, observamos que os saberes não matemáticos envolvidos no uso do modelo do IRPF podem torná-lo de difícil, ou até impossível, execução pelo contribuinte, uma vez que esses conhecimentos não estão ao seu alcance, como está aos especialistas com formação técnica em Contabilidade ou Direito Tributário, por exemplo.

A participação de praxeologias que podem ser vistas como praxeologias matemáticas no modelo do IRPF é mínima como pôde ser observado por meio do

esquema da garrafa no Capítulo 4, em que a tecnologia do princípio da progressividade do campo teórico do Direito Tributário deriva técnicas das aritméticas práticas, práticas essas somente reconhecidas como praxeologias matemáticas a partir dos dois últimos séculos.

Essas características da praxeologia com matemática do IRPF revelam a praxeologia matemática do IRPF, que pode ser visto como um modelo matemático para o cálculo do IRPF, como uma abstração no estrito campo da Matemática e, portanto asséptico de outros saberes destituídos dos sentidos tributários. Essa abstração não é única. Outros modelos matemáticos podem ser obtidos, de modo que não podemos fazer uma única correspondência modelo-situação.

Esses resultados aqui apontados somente foram possíveis a partir da metodologia usada na investigação que permitiu revelar a indispensabilidade dos saberes não matemáticos, inclusive os não teóricos, para a MM e, com isso, se evidenciar como possível resposta à nossa questão de investigação.

No entanto, se faz necessário em investigação futura considerar pôr a prova essa metodologia em experiências empíricas, por um lado como dispositivo de formação de professores em MM e por outro, como metodologia de ensino na escola básica, todos segundo os preceitos da TAD.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, José J. P. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados em aulas de matemática**. Campina Grande-PB: Edueto; São Paulo: Livraria da Física, 2016.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, Karina P. da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto 2013.
- ALMEIDA, Mansueto. **Carga tributária no Brasil: 33% do PIB**. Disponível em: <<https://mansueto.wordpress.com/2016/05/16/carga-tributaria-no-brasil-33-do-pib/>>. Acesso em: 21 mar. 2017.
- ALMOULOUD, Saddo A. G. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007. (Pesquisa, n. 164)
- AMARO, Luciano. **Direito Tributário Brasileiro**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.
- AVELINO, Mario. **Tabela 3 – Como se chegou ao valor máximo de R\$1.093,77 de dedução do INSS no Imposto de Renda de 2017**. Disponível em: <<https://www.domesticallegal.com.br/wp-content/uploads/2017/02/Tabela-3-Como-se-chegou-a-1093-na-dedu%C3%A7%C3%B5-do-INSS-no-IR-2017.pdf>>. Acesso em: 07 out. 2017.
- BACELAR, W. K. de A. Análise da Pequena Cidade sob o Ponto de Vista Político - Administrativo. In: DIAS, P. C.; SANTOS, J. (Org.) **Cidades médias e pequenas: contradições, mudanças e permanências nos espaços urbanos**. Salvador: SEI, 2012. p. 81-101.
- BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 293-301, June 2006.
- _____. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2001.
- BARBOSA J. C., SANTOS, M. Alves dos. **Modelagem Matemática, perspectivas e discussões**. 2001, 15 p.
- BLUM, Werner; FERRI, Rita Borromeo. Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.
- BOURDIEU, P. **Le sens pratique**. Paris: Editions dês Minuit, 1980.
- _____. **Esquisse d' une théorie de La pratique**. Genève: Droz, 1972.

BORSSOI, Adriana Helena; DE ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 10, n. 2, p. 36-45, 2015.

BOSCH, M.; GASCON, J. La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In: MERCIER, A.; MARGOLINAS, C. (Coord.). **Balises em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2005. p. 107-122.

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves; GASCÓN, Josep. Science of magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. **Proceedings of the fourth congress of the European Society for research in mathematics education**. 2006, p. 1254-1263.

BRASIL. Relatório Nacional PISA 2012: Resultados brasileiros. OCDE, 2015.

_____. Supremo Tribunal Federal: **RE 482.207-AgR**, Rel. Min. **Eros Grau**, julgamento em 12.05.2009, Segunda Turma, *DJE* de 29.05.2009; **SL 164-AgR**, Rel. Min. Presidente **Ellen Gracie**, julgamento em 16.04.2008, Plenário, *DJE* de 13.06.2008; RE 766352 AgR-segundo, Relatora Ministra Rosa Weber, Primeira Turma, julgamento em 9.4.2014, *DJe* de 30.4.2014.

_____. INEP. **Sinopse Estatística da Educação Básica 2012**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/informacoes_estatisticas/sinopses_estatisticas/sinopses_educacao_basica/sinopse_estatistica_educacao_basica_2012_11032013.zip>. Acesso em: 23 mar. 2017.

_____. Supremo Tribunal Federal: **AI 710.180-ED**, Rel. Min. **Cármem Lúcia**, julgamento em 01.02.2011, Primeira Turma, *DJE* de 03.03.2011.

_____. Supremo Tribunal Federal: **ADI 3.188**, Rel. p/ o ac. Min. **Cezar Peluso**, julgamento em 18.08.2004, Plenário, *DJ* de 18.02.2005; **RE 602.771-AgR**, Rel. Min. **Cármem Lúcia**, julgamento em 15.02.2011, Primeira Turma, *DJE* de 18.03.2011.

_____. Supremo Tribunal Federal **AI 701.192-AgR**, voto da Min. **Cármem Lúcia**, julgamento em 19.05.2009, Primeira Turma, *DJE* de 26.06.2009.

_____. Supremo Tribunal Federal: **AI 406.460-AgR**, Rel.Min. **Ellen Gracie**, julgamento em 14.12.2004, Primeira Turma, *DJ* de 18.02.2005; **AI 669.223-AgR**, Rel. Min. **Ricardo Lewandowski**, julgamento em 30.06.2009, Primeira Turma, *DJE* de 21.08.2009.

_____. Supremo Tribunal Federal: **Vide: AI 594.104-AgR**, Rel. Min. **Ellen Gracie**, julgamento em 04.05.2010, Segunda Turma, *DJE* de 21.05.2010; **RE 475.076-AgR**, Rel. Min. **Eros Grau**, julgamento em 25.11.2008, Segunda Turma, *DJE* de 19.12.2008.

_____. Supremo Tribunal Federal: **AI 532.770-AgR**, Rel. Min. **Marco Aurélio**, julgamento em 23.09.2008, Primeira Turma, *DJE* de 27.02.2009; **ADI 3.188**, Rel. Min. **Ayres Britto**, julgamento em 18.10.2006, Plenário, *DJ* de 17.11.2006.

_____. Supremo Tribunal Federal: **AI 676.442-AgR**, Rel. Min. **Ricardo Lewandowski**, julgamento em 19.10.2010, Primeira Turma, *DJE* de 16.11.2010; **ADI 3.105** e **ADI 3.128**, Rel. p/ o ac. Min. **Cezar Peluso**, julgamento em 18.08.2004, Plenário, *DJ* de 18.02.2005.

_____. Supremo Tribunal Federal: **ADC 8-MC**, Rel. Min. **Celso de Mello**, julgamento em 13.10.1999, Plenário, *DJ* de 04.04.2003.

_____. Superior Tribunal de Justiça; Recurso parcialmente provido. **Recurso Especial 250306/DF** - Primeira Turma - Rel. Min. Garcia Vieira - Julgado em 06.06.2000 - DJU de 01.08.2000.

_____. Lei n. 5.172, de 25 de outubro de 1966. Dispõe sobre o Sistema Tributário Nacional e institui normas gerais de direito tributário aplicáveis à União, Estados e Municípios e Estabelece os critérios para a divisão dos Fundos de Participação dos Estados e dos Municípios. **Diário Oficial da União**, Brasília, 27.10.1966, p. 12452.

_____. Tribunal Regional Federal DA 5ª REGIÃO: RELATOR: Desembargador Federal Francisco Barros Dias Origem. 4ª Vara Federal do Rio Grande do Norte.

BROUSSEAU, Guy. A Teoria das Situações Didáticas em matemática. (1970-90). In: **Didactique des Mathématiques**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.

_____. A Teoria das Situações Didáticas em matemática. (1970-90). In: **Didactique des Mathématiques**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.

_____. Familier et problématique la figure du professeur. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Paris, v. 17, n. 3, p. 17-54, 1997.

_____. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

_____. Le contrat didactique: le milieu. **Didactique des Mathématiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions, v. 9, 3, p. 309-336.

BURGERMEISTER, P. F. **La didactique de la modélisation mathématique dans L'enseignement secondaire`heir et d'aujourd'hui**. Communication au 2^{ème} Colloque International sur la Théorie Antropologique du Didactique, Uzès 31 oct-2 nov 2007.

_____. Modélisation mathématique de problèmes extra mathématiques au lycée – vers une praxeologie consistante de la modélisation. In: KUZNIAK, A.; SOKHNA. M. (Ed.). **Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation**. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2009. (Numéro spécial de la Revue Internationale Francophone), <<http://fasted.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm> GT5>. p.638-646. 2010.

CASTELA, Corine; ROMO VÁSQUES, Avenilde. Des Mathématiques a L'automatique: etude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans

la formation des ingénieurs. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, France: La Pensée Sauvage, v. 31/1, n. 91, p. 79-130. 2011.

CASTELA, Corine. Cuando las praxeologías viajan de una institución a otra: una aproximación epistemológica del "boundarycrossing". **Educación Matemática**, v. 28, n. 2, ago. 2016.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. 3. ed. 3. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2009.

_____. Les mathématiques à l'école: pour une révolution épistémologique et didactique. **Bulletin de l'APEMEP**, v. 471, p. 439-461, jul. 2007.

_____. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. 2. ed. 3. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

_____. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

_____. Conceitos Fundamentais da didática: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, Jean (Org.) **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 2. p. 115-153.

_____. Fundamentals' concepts of didactics: perspectives given by an anthropological approach. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

_____. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1991.

_____. Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques saucollège. **Petit x**, v. 19, p. 43-72, 1989.

_____. **La Transposition didactique**. Du Savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHRISTIANSEN, I. M. The effect of task organization on classroom modelling activities. In: MATOS, J. F.; BLUM, W.; HOUSTON, S. K.; CARREIRA, S. P. (Ed.). **Modelling and mathematics education: ICTMA9 – applications in Science and technology**. 2001. p. 311-319. Chichester: Horwood Publishing.

CNSP – Confederação Nacional dos Servidores Públicos. Disponível em: <<http://www.gazetadopovo.com.br/opiniaio/artigos/a-inflacao-afeta-tudo-menos-a-tabela-do-imposto-de-renda>>. Acesso em: 18 mar. 2017.

ECO, U. El mago y el científico. **El País**, 15.12.2002, p. 13-14.

FERREIRA, Alexandre Henrique Salema. **Tributação e justiça social**. Disponível em: <<https://jus.com.br/artigos/17450/tributacao-e-justica-social>>. Acesso em: 22 mar. 2017.

GRANDSARD, F. **Mathematical modeling and the efficiency of our mathematics**. 2005. Disponível em: <http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym4/Earcome3_Francine%20Grandsard_sym4.doc> Acesso em: 02 jun. 2009.

GUERRA, Renato Borges, SILVA, Francisco Hermes Santos. Reflexões sobre Modelagem Matemática crítica e o fazer matemático da escola. **Perspectiva da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 2, n. 3, p. 95-119, jan./jun. 2009.

HICKMANN, Clair Maria. **O princípio da progressividade no Imposto de Renda**. Disponível em: <http://www.unafisco.org.br/campanhas/ir/ir_3.htm>. Acesso em: 01 maio 2007.

Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil n. 1500 de 29/10/2014.

Instrução Normativa RFB n. 1558, de 31 de março de 2015

JULIE, C. Mathematical literacy: Myths, further inclusions and exclusions. **Pythagoras**, v. 64, p. 62-69, 2006.

LIMA, Edilberto Carlos Pontes. **Reflexão sobre tributação e reforma tributária no Brasil**. Brasília: IPEA, 1999.

LUDUVICE, Simoni. **IRPF 2015**: dedução de pensão alimentícia. Disponível em: <<http://www.administradores.com.br/artigos/negocios/irpf-2015-deducao-de-pensao-alimenticia/85784/>>. Acesso em: 13 mar. 2017.

MACHADO, Hugo de Brito. **Curso de Direito Tributário**. 19. ed. São Paulo: Malheiros Editores, 2001.

_____. **Curso de Direito Tributário**. 18. ed. São Paulo: Malheiros, 2000.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 21, 2016.

MARTINS, Ives Gandra; BASTOS, Celso Ribeiro. **Comentários à Constituição do Brasil**. São Paulo: Saraiva, 1990.

MINISTÉRIO DA FAZENDA. Receita Federal. **Tabela do Imposto de Renda 2017/Exercício 2016**. Disponível em: <<http://impostorenda2017.com.br/quem-deve-declarar-imposto-de-renda>>. Acesso em: 19 mar. 2017.

OLIVEIRA, Alex da Silva. **Imposto de Renda Pessoa Física**. 2013. 44f. Monografia (Graduação em Ciências Contábeis) - Faculdade Cearense (FAC), Fortaleza, 2013.

OAB - Ordem dos Advogados do Brasil. Disponível em: <<http://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2017-01/correcao-da-tabela-de-imposto-de-renda>>. Acesso em: 12 ago. 2017.

POLÍTICA BRASILEIRA. **Como a carga tributária brasileira afeta o cidadão?** Disponível em: <<http://blogdapoliticabrasileira.com.br/como-carga-tributaria-brasileira-afeta-o-cidadao/>>. Acesso em: 21 mar. 2017.

PROJETO PAPIM. **Modelagem Matemática Crítica como Questionamento de Mundo.** (Relatório Final). (Coordenador). Prof. Titular Dr. Renato Borges GUERRA. Belém: Universidade Federal do Pará (UFPA), 2016.

REVUZ e GRANDSARD, apud GUERRA, Renato Borges; SILVA, Francisco Hermes Santos. Reflexões sobre Modelagem Matemática crítica e o fazer matemático da escola. **Perspectiva da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 2, n. 3, p. 95-119, jan./jun. 2009.

ROMO VÁZQUEZ A. **La formation mathématique des ingénieurs.** 2009. Thèse de doctorat: Université, Paris: Diderot, 2009.

SILVA, Denivaldo Pantoja da; JUNIOR, Artur G. Machado; GUERRA, R. Borges. Regra de três e modelagem matemática crítica: um olhar pela sócio epistemologia. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CULTURA E DIVERSIDADE, 10. Salvador, 2010. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

TUCCÍLIO, Antônio. **A inflação afeta tudo, menos a tabela do Imposto de Renda.** Disponível em: <<http://www.gazetadopovo.com.br/opiniaio/artigos/a-inflacao-afeta-tudo-menos-a-tabela-do-imposto-de-renda-48x7h6uf0hhfl6j0pf8e8rru3>>. Acesso em: 07 mar. 2017.

WHITNEY, H. The Mathematics of Physical Quantities: Part I: Mathematical Models for Measurement. **The American Mathematical Monthly**, v. 75, n. 2, p. 115-138, fev. 1968.

WITTGENSTEIN, L. **Da certeza.** Tradução: Maria Elisa Costa. Lisboa: Biblioteca de Filosofia Contemporânea; Edições 70, 1976.