



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS



**HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA
NAS PRODUÇÕES DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA DO BRASIL**

RUBENS MATHEUS DOS SANTOS MARQUES

**BELÉM-PA
2020**



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICAS

RUBENS MATHEUS DOS SANTOS MARQUES

**HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NAS PRODUÇÕES DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA DO BRASIL**

BELÉM-PA
2020

RUBENS MATHEUS DOS SANTOS MARQUES

**HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NAS PRODUÇÕES DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA DO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Iran Abreu Mendes.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

D722 dos Santos Marques, Rubens Matheus
HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA
ANALÍTICA NAS PRODUÇÕES DE HISTÓRIA DA
MATEMÁTICA DO BRASIL / Rubens Matheus dos Santos
Marques. — 2020.
141 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em
Educação em Ciências e Matemáticas, Instituto de Educação
Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém,
2020.

1. História da Matemática. 2. Geometria Analítica. 3.
Ensino de Matemática. 4. Produção Científica. I. Título.

CDD 370

RUBENS MATHEUS DOS SANTOS MARQUES

**HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NAS PRODUÇÕES DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA DO BRASIL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas, área de concentração Educação Matemática.

Dissertação aprovada em ___/___/___.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará (Orientador)

Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva
Universidade Federal do Pará (Membro Interno)

Prof. Dr. Rafael José Alves do Rêgo Barros
Instituto Federal da Paraíba. (Membro Externo)

Prof. Dr. Miguel Chaquiam
Universidade do Estado do Pará (Membro Externo)

Prof.^a Dr.^a Maria Lucia Pessoa Chaves da Rocha
Universidade Federal do Pará (Suplente Interno)



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos onze dias do mês de fevereiro de dois mil e vinte, às dezesseis horas, reuniu-se a Banca Examinadora aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, composta pelos professores doutores: Iran Abreu Mendes (presidente), Carlos Aldemir Farias da Silva (membro interno), Rafael José Alves do Rêgo Barros (membro externo – IFPB) e Miguel Chaquiam (Membro Externo – UEPA). Sob a presidência do primeiro procederam à Defesa de Dissertação do discente **RUBENS MATHEUS DOS SANTOS MARQUES**. Após a apresentação do trabalho intitulado “**HISTÓRIA PARA E ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NAS PRODUÇÕES EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO BRASIL**”, a Banca reuniu-se em separado para a Avaliação e apresentou o seguinte parecer:

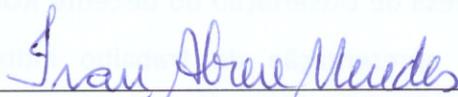
O trabalho atende às exigências de um texto de Mestrado, conforme prevê o programa. Os objetivos e as perguntas de pesquisa foram respondidos na dissertação. A banca considerou que o trabalho apresenta relevância para o ensino de Geometria Analítica na Educação Básica e destacou a importância dos resultados da pesquisa para o entendimento de possibilidades de uso da história da Matemática no ensino da Matemática.

Com base na avaliação a banca sugere que sejam feitas publicações de artigos científicos a partir dos resultados, em co-autoria com o orientador.

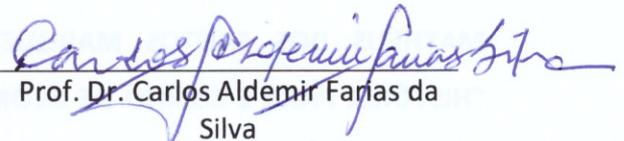
Assim, o candidato é considerado APROVADO neste Exame de Defesa de Dissertação.

Sendo cumpridas as exigências regimentais, no prazo de até 60 (sessenta) dias, o Colegiado do Programa homologará a Dissertação e concederá o título de **Mestre em Educação em Ciências e Matemáticas** – área de concentração: **Educação Matemática**. E, para constar, a presente ata foi lida e assinada por todos os membros da Banca Examinadora.

Belém, 11 de fevereiro de 2020.



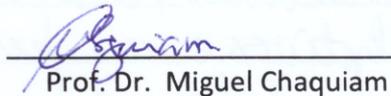
Prof. Dr. Iran Abreu Mendes



Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva



Prof. Dr. Rafael José Alves do Rêgo



Prof. Dr. Miguel Chaquiam

A meus pais, Vandilson e Rosani, e minhas irmãs, Soraya e Thayrine, pelo incentivo e apoio cordial.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, Professor Dr. Iran Abreu Mendes, por empenhar sua cognição neste trabalho e por sempre acreditar nesta formação profissional.

Aos Professores Doutores João Cláudio Brandemberg Quaresma e Rafael José Alves do Rêgo Barros, pela disponibilidade de leitura e pelas contribuições para o encaminhamento deste trabalho no Exame de Qualificação.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, em especial ao professor Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva, pelo incentivo e contribuições em todo o processo desta formação.

Aos professores da graduação. Sem a geminação inicial, não me encontraria nesta posição.

Aos familiares e amigos, que incentivaram essa importante jornada.

Aos membros do projeto CNPq vinculado a essa pesquisa. Sem as valiosas contribuições de cada um a partir do levantamento de todas as produções em História da Matemática, seria quase impossível obter todos os dados apresentados no decorrer desta pesquisa.

Aos membros do Grupo de Estudos em Educação Matemática e Cultura Amazônica (GEMAZ), Grupo de Estudos em História e Ensino de Matemática (GEHEM), e, em especial, ao Grupo de Pesquisa sobre Práticas Socioculturais e Educação Matemática (GPSEM), coordenado pelo meu orientador, grupo este que compartilhou ideias e sugestões para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, o qual contribuiu para minha formação pós-graduada.

Aos colegas do Instituto de Educação Matemática e Científica da UFPA com o quais convivi durante o curso, compartilhando sugestões e conhecimento.

A todos os professores de Matemática que buscam a disseminação do conhecimento da Ciência Matemática.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, por financiar parte desse empreendimento.

A todos, o meu eterno agradecimento.

“Que ninguém que ignore a geometria entre aqui”.

Aristócles

MARQUES, Rubens Matheus dos Santos. **História para o Ensino de Geometria Analítica nas Produções de História da Matemática do Brasil**. Dissertação. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2019.

RESUMO

Esta investigação refere-se à História da Geometria Analítica nas produções de História da Matemática no Brasil. Desse modo, este estudo é do tipo pesquisa da pesquisa. Para o desenvolvimento metodológico, embasamo-nos nos pressupostos epistemológicos de Gamboa (2012), de modo que subsidie a análise de cada produção identificada de acordo com o objetivo da pesquisa, que concerne em analisar as atividades propostas para o ensino de Geometria Analítica nas produções de pesquisas centradas em seus aspectos históricos e metodológicos, para seu uso em aulas de Matemática expostos nas produções brasileiras de História da Matemática, no âmbito da pós-graduação em nível de dissertações e teses, anais de eventos, periódicos da área da Educação e livros de minicursos oferecidos pela SBHMat nos SNHM. Para nortear a pesquisa, consideramos a seguinte indagação: Quais abordagens e contribuições emergem para o ensino de Geometria Analítica nas produções de História da Matemática no Brasil? Como resultados, identificamos 37 trabalhos referentes à História da Geometria Analítica classificadas nas tendências de pesquisa em História da Matemática, a saber: História e Epistemologia da Matemática (HEpM), História da Educação Matemática (HEdM) e História para o Ensino da Matemática (HENM). Dessa maneira, foram identificadas 37 pesquisas; entre elas, 16 produções em relação à produção científica em nível de mestrado e doutorado, 12 relacionadas aos trabalhos publicados em anais de eventos, 3 nos periódicos da área e, por fim, foram identificados 6 livros de minicursos. A partir desta constatação, elaboramos encaminhamentos para professores da Educação Básica a partir das informações contidas nas produções classificadas em HENM, de modo a revelar como as abordagens apresentadas nas pesquisas podem ser trabalhadas em consonância com o livro didático.

Palavras-chave: História da Matemática. Geometria Analítica. Ensino de Matemática. Produção científica.

MARQUES, Rubens Matheus dos Santos. **History for the Teaching of Analytic Geometry in Mathematics History Productions in Brazil**. Dissertation. 139f. Dissertation (Master's degree in Mathematical Education) - Graduate Program in Science and Mathematics Education Federal University of Pará, Belém-PA, 2019.

ABSTRACT

This research refers to the history of analytic geometry in the productions of History of Mathematics in Brazil, so this research is research type research. For the methodological development we base on the epistemological assumptions of Gamboa (2012), so that it subsidizes the analysis of each identified production according to the research objective that concerns the proposed activities for the teaching of analytical geometry in the research productions centered on its historical and methodological aspects, for its use in mathematics classes exposed in the Brazilian productions of History of Mathematics, within the scope of postgraduate dissertation and thesis level, event annals, education journals and short course books offered by SBHMat in SNHM. To guide the research, we consider the following question: What approaches and contributions emerge for the teaching of analytic geometry in the production of History of Mathematics in Brazil? As results we identified thirty-seven works referring to the history of analytical geometry classified in the research trends in History of Mathematics, namely; History and Epistemology of Mathematics (HEpM), History of Mathematical Education (HEdM) and History for Teaching Mathematics (HENM) Thus, sixteen productions were identified in relation to the master's level scientific production, twelve related to the works published in the annals of events, three in the journals of the area and finally six short course books were identified. From this finding we elaborate referrals for teachers of basic education from the information contained in the productions classified in HENM in order to reveal how the approaches presented in the research can be worked in line with the textbook.

Keywords: History of Mathematics. Analytical Geometry. Mathematics Teaching. Scientific production.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CAMPOS DA ATIVIDADE INVESTIGATIVA.....	21
FIGURA 2 - INTRODUÇÃO ÀS CÔNICAS.....	86
FIGURA 3 - ONTOLOGIA E REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA EM DESCARTES: A CONSTRUÇÃO DE FIGURAS NA GEOMETRIA ANALÍTICA.....	88
FIGURA 4 - INTRODUÇÃO HISTÓRICA ÀS GEOMETRIAS NÃO-EUCLIDIANAS: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA.....	90
FIGURA 5 - UMA INCURSÃO HISTÓRICA EM ALGUNS TÓPICOS DA HISTÓRIA DA GEOMETRIA.....	91
FIGURA 6 - UMA INTRODUÇÃO PARA O ESTUDO HISTÓRICO: A GEOMETRIA ANALÍTICA PLANA.	92
FIGURA 7 - PROBLEMA DE APOLÔNIO; PANORAMA HISTÓRICO E SUA RESOLUÇÃO UTILIZANDO UM SOFTWARE GEOMÉTRICO.....	93
FIGURA 8 - PLANO CARTESIANO.....	102

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - QUANTITATIVO DE TRABALHO NOS ANAIS DO ENEM.	29
QUADRO 2 - QUANTITATIVO DE PRODUÇÕES NOS ANAIS DO SNHM.	30
QUADRO 3 - PRODUÇÕES GERAIS DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	30
QUADRO 4 - QUANTITATIVO DAS PRODUÇÕES LEVANTADAS.	32
QUADRO 5 - QUANTITATIVO DE ARTIGOS EM PERIÓDICOS.....	33
QUADRO 6 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO IV SNHM – 2001.....	35
QUADRO 7 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO V SNHM – 2003.....	37
QUADRO 8 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO VI SNHM – 2005.....	38
QUADRO 9 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO VII SNHM – 2007	40
QUADRO 10 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO VIII SNHM – 2009.....	42
QUADRO 11 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO IX SNHM – 2011.	44
QUADRO 12 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO X SNHM – 2013.....	46
QUADRO 13 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO XI SNHM – 2015.	47
QUADRO 14 - RELAÇÃO DOS MINICURSOS DO XII SNHM – 2017.....	48
QUADRO 15 - QUANTITATIVO DAS PRODUÇÕES POR ÁREA DE CONCENTRAÇÃO	50
QUADRO 16 - QUANTITATIVO DE PRODUÇÕES POR TENDÊNCIAS EM PESQUISA – ANAIS.....	52
QUADRO 17 - TENDÊNCIA EM PESQUISA EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM (T E D).....	57
QUADRO 18 - QUANTITATIVO DE PRODUÇÕES POR TENDÊNCIA DE PESQUISA – PERIÓDICO.....	81
QUADRO 19 - TENDÊNCIA EM PESQUISA EM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA – MC.....	86
QUADRO 20 - RELAÇÃO DAS PRODUÇÕES SOBRE HENM.....	95
QUADRO 21 - DESCRITOR DE ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....	97

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	13
1 HISTÓRIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: QUAL HISTÓRIA E POR QUÊ?.....	17
2 PRODUÇÕES CIENTÍFICAS SOBRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	27
2.1 ANAIS DE EVENTOS	27
2.2 TESES E DISSERTAÇÕES	30
2.3 PERIÓDICOS	33
2.4 LIVROS DE MINICURSOS PRODUZIDOS ENTRE 2001 - 2017	34
2.5 RECORTE DE PESQUISA: POR QUE GEOMETRIA ANALÍTICA?	50
3 CARACTERIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES SOBRE HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA	52
4 ENCAMINHAMENTOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA	98
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	116
REFERÊNCIAS.....	121
BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	127
APÊNDICE A – Descritor dos livros de minicursos dos SNHM	136
APÊNDICE B – Descritor de teses e dissertações	138
APÊNDICE C – Descritor de artigos de revistas e anais de eventos	139

APRESENTAÇÃO

Ao adentrar na pós-graduação *stricto sensu* no Programa em Educação em Ciências e Matemáticas do Instituto de Educação Matemática e Científica (IEMCI) da Universidade Federal do Pará (UFPA), o professor Iran Abreu Mendes, coordenador do projeto intitulado *História para o Ensino de Matemática na Formação de Professores e na Educação Básica: uma análise da produção brasileira (1990-2018)*, junto ao CNPq, sugeriu uma proposta de pesquisa em relação às produções de História da Matemática no Brasil, o projeto através do qual fui aprovado na seleção de mestrado deste programa, tendo em vista investigar de que maneira a História da Matemática subsidiaria a formação inicial de professores dos anos iniciais. De certa forma, a sugestão não mudaria radicalmente o meu desejo de pesquisar na área com vistas à formação de professores, agora tanto inicial quanto continuada. Dessa maneira, iniciei minha pesquisa dentro do projeto descrito.

Iran Abreu Mendes vem realizando um estudo centrado nas produções em História da Matemática desde de 2008, um projeto anterior a este citado, intitulado *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010*, coordenado pelo professor Iran Abreu Mendes junto ao CNPq, cujo objetivo era catalogar e analisar as produções científicas em História da Matemática no país. O referido projeto apresenta um mapeamento dessas produções acadêmicas.

Desse modo, para o desenvolvimento da pesquisa que originou esta dissertação, nosso objeto de estudo refere-se aos anais de eventos no âmbito da Educação Matemática, livros de minicursos 2001-2017 oferecidos nos SNHM, periódicos no âmbito da Educação e produções científicas brasileiras, especificamente teses e dissertações.

Em relação ao problema de pesquisa, consideramos que existem inquietações em torno dos objetos de pesquisa, de modo a se pensar se as produções de História da Matemática são eficientes para ser uma ferramenta no processo metodológico e cognitivo para ensinar e aprender Matemática em todos os níveis de ensino. Portanto, levando em consideração a utilização da História para o Ensino de Matemática, apresento a seguinte indagação: *Quais abordagens e contribuições emergem para o ensino de Geometria Analítica nas produções de História da Matemática no Brasil?*

Para responder a essa e outras questões, realizamos uma caracterização para análise nas produções de História da Matemática em teses e dissertações acadêmicas, artigos científicos das revistas *Boletim de Educação Matemática* (BOLEMA), *Revista Brasileira de História da Matemática* (RBHM), *Revista de Educação Matemática* (ZETETIKÉ), *Revista de Matemática*,

Ensino e Cultura (REMATEC), Revista Cocar, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia (ALEXANDRIA), Revista de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA), Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT), Revista eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT), assim como em anais de eventos, a exemplo do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) e livros de minicursos oferecidos neste evento.

O objetivo geral concerne em analisar as atividades propostas para o ensino de Geometria Analítica encontrados nas produções de pesquisas centradas em História para o Ensino da Matemática, em seus aspectos históricos e metodológicos, para seu uso em aulas de Matemática expostos nas produções brasileira de História da Matemática, no âmbito da pós-graduação *stricto sensu*, anais de eventos, periódicos da área da Educação e livros de minicursos.

Os objetivos específicos referem-se a investigar como estão estabelecidas as produções de História da Geometria Analítica propondo contribuições para a formação inicial e continuada de professores de Matemática e descrever as produções brasileiras de História da Matemática que tratam de Geometria Analítica no âmbito da pós-graduação em nível de dissertações e teses, anais de eventos, periódicos da área da Educação e livros de minicursos.

Para este estudo, exploramos as produções de pesquisas em História da Matemática no Brasil, identificando-as com base nas classificações de Mendes (2015). Neste trabalho, o autor apresenta características das pesquisas em História da Matemática denominando-as de História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História para o Ensino de Matemática. Dessa maneira, consideramos de fundamental importância o processo de classificação das produções, tal como já é denominado em outras pesquisas como *tendência, subárea e dimensões*, em pesquisa em História da Matemática.

No sentido de apresentar uma justificativa de pesquisa, destacamos que, de acordo com Mendes (2015), as pesquisas referentes à História da Matemática vêm aumentando significativamente nos últimos anos. Segundo este estudo, em uma busca no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Ensino Superior (CAPES), delimitando um período de 1990-2010, os resultados demonstraram um quantitativo de 281 pesquisas entre teses e dissertações referentes à tendência em pesquisa histórica.

Nessa senda, com relação às 281 pesquisas levantadas, o maior quantitativo de pesquisas refere-se à tendência História da Educação Matemática, com 65% das pesquisas, seguida pela História e Epistemologia da Matemática, com 22%, e, por fim, História para o Ensino de Matemática, com 13% das pesquisas.

Tomamos como parâmetro de classificação os estudos de Mendes (2015), que caracteriza em História e Epistemologia da Matemática as pesquisas que se referem à vida e obra de matemáticos, bem como à evolução histórica e epistemológica de conceitos matemáticos. As produções em História da Educação Matemática referem-se às biografias de professores de Matemática, histórias de instituições, disciplinas e aspectos formativos para professores de Matemática. As produções em História para o Ensino de Matemática referem-se ao uso das informações históricas para o ensino de Matemática. Essa tendência tem a preocupação pedagógica voltada para o aprimoramento do ensino da Matemática.

Quanto ao método de pesquisa adotado para o desenvolvimento do estudo que originou esta dissertação, esclarecemos que utilizamos os pressupostos epistemológicos de Gamboa (2012) no que diz respeito à matriz paradigmática. Porém, não utilizaremos sua proposta metodológica, ou seja, o instrumento de pesquisa apresentado no decorrer da pesquisa não se refere à matriz paradigmática proposta por Gamboa, pois o autor toma a matriz paradigmática como um instrumento pelo qual construímos um aporte de análise para organizar diferentes recursos utilizados na produção do conhecimento.

A matriz paradigmática apresentada por Gamboa (2012) permite revelar o processo interpretativo das práticas da investigação expressas em teses ou em trabalhos científicos. Busca, dessa maneira, a recuperação da lógica essencial da pesquisa científica: a relação básica entre a pergunta e a resposta.

O ponto de partida de todo processo de pesquisa está na elaboração da pergunta. A pergunta se processa a partir do mundo da necessidade que se traduz em indagações e questões que se qualificam em perguntas claras, distintas e concretas (GAMBOA, 2012, p. 76).

Nesse contexto, para a elaboração de uma resposta, Gamboa (2012) integra vários níveis de complexidade. São elas: nível técnico, nível metodológico, nível teórico, nível epistemológico, pressupostos gnosiológicos e pressupostos antológicos.

Tendo em vista apresentar contribuições nos estudos que objetivam a análise epistemológica nas pesquisas, Gamboa (2012) elabora uma matriz paradigmática¹ para analisar

¹ “A matriz paradigmática que temos proposto aqui e que já foi aplicada em algumas experiências de análise de investigação educativa (ver Gamboa, em análises das teses de Pós-Graduação em Educação, 1982, 1987 e 2005)” (GAMBOA, 2012, p. 85).

a produção científica na área da Educação², de forma que essa matriz permitisse articular os níveis metodológicos, teóricos, técnicos e epistemológicos, em conjunto com os pressupostos ontológico e gnosiológico, de forma a esclarecer esses níveis e pressupostos característicos da pesquisa. Dessa maneira, a contribuição do autor para a presente pesquisa é o modo com que o pesquisador olha as produções científicas para elaborar sua pesquisa.

No capítulo um, intitulado *História para o Ensino de Matemática: qual História e Por quê?*, apresentamos discussões teóricas e evidenciamos as contribuições da História da Matemática para o ensino de Matemática. Pudemos perceber que as abordagens históricas da construção do conhecimento poderão contribuir para um ensino mais rico de significado.

No capítulo dois, intitulado *Produções científicas sobre História da Matemática*, é apresentado um panorama geral das produções de História da Matemática, bem como o percurso metodológico que desencadeou toda a pesquisa, desde o levantamento até a classificação. Desta feita, revelamos de que maneira se manifestam as produções de História da Matemática em anais de eventos, teses e dissertações, periódicos e livros de minicurso.

Para o capítulo três, denominado *Caracterização das produções sobre História para o ensino de Geometria Analítica nas produções brasileiras*, selecionamos as produções identificadas a partir do panorama geral organizadas pelas tendências em pesquisa em História da Matemática. Neste capítulo, identificamos as contribuições dessas pesquisas para o ensino de Geometria Analítica a partir do viés histórico.

No capítulo quatro, são apresentados alguns encaminhamentos para professores da Educação Básica a partir dos estudos da bibliografia consultada referente à temática, elaboramos atividades alcançando vários conteúdos de Geometria Analítica, e, ao final desse capítulo, teceremos nossas considerações sobre o estudo realizado, verificando de que modo as pesquisas selecionadas e o estudo realizado podem contribuir para o ensino desta disciplina.

Por fim, nas considerações finais, elaboramos uma reflexão sobre a pergunta norteadora da pesquisa e dissertamos sobre os resultados obtidos, apresentando sugestões de novas pesquisas e reflexões para professores de Matemática.

² “É possível que, com estudos mais avançados e algumas reformulações, esta matriz seja uma contribuição válida para outras análises no campo da epistemologia da pesquisa, não apenas no campo da Educação, mas em outros campos do conhecimento científico” (GAMBOA, 2012, p. 85-86).

1 HISTÓRIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: QUAL HISTÓRIA E POR QUÊ?

No que concerne ao campo de pesquisa História da Matemática, os estudos de Mendes (2015) realçam três tendências de pesquisas acerca dessa temática, a saber: *História e Epistemologia da Matemática*, *História da Educação Matemática* e *História para o Ensino da Matemática*.

As abordagens da História e Epistemologia da Matemática, segundo Mendes (2015), são caracterizadas de acordo com o desenvolvimento conceitual e epistemológico de um conceito de Matemática, história da vida e obra de Matemáticos enquanto conteúdo científico.

Conforme Mendes (2015), as abordagens da História da Educação Matemática se caracterizam mediante biografias de professores de Matemática antigos e atuais, história das instituições, história das disciplinas, história e memória, bem como aspectos formativos para a formação de professores de Matemática.

De acordo com Mendes (2015), as características da História para o Ensino de Matemática referem-se ao emprego pedagógico das informações históricas com fins didáticos. Vale dizer que essa tendência de pesquisa tem a preocupação voltada para a pedagogia com vistas à melhoria do ensino de Matemática. Nesse sentido, essa tendência será o foco da presente pesquisa, sendo essa história utilizada como uma metodologia de ensino.

Muito se discute sobre metodologias para o ensino de Matemática. Porém, elas são pouco utilizadas ou até mesmo desconhecidas pelo profissional da Educação. Defendemos nesta pesquisa a História da Matemática como metodologia de ensino matemática, pois existem inúmeros estudos que apontam possibilidades de ensino a partir de fontes históricas, sejam elas primárias e/ou secundárias, que contribuem para estudantes da Educação Básica, Ensino Superior, bem como para a formação de professores.

Para construir esse referencial teórico que sustentará nossos argumentos e subsidiará a elaboração do instrumento de análise, focaremos nos estudos de Miguel e Miorim (2008), no que se refere a como *história pedagogicamente vetorizada*, como também Mendes (2015) e Mendes, Fossa e Valdés (2006), que concebe a *história como um agente de cognição* e como um *reorganizador cognitivo*.

Para Miguel e Miorim (2008), a história pedagogicamente vetorizada é mais do que histórias meramente ilustrativas e/ou propriamente ditas. Os autores defendem que ela seja capaz de oferecer um grande auxílio para os professores de Matemática que têm a intenção de sair de sua zona de conforto e da tendência tecnicista, que neutraliza o ensino. Mendes (2015) refere-se à História como um agente de cognição e ao reorganizador cognitivo como um fator

cuja abordagem conceitual e didática favorece o ensino dos estudantes a partir das ideias matemáticas desenvolvidas ao longo do tempo e no espaço.

Não é objetivo deste capítulo dispor da ideia de que a História da Matemática seja única, ou seja, fomentar a ideia errônea de que se trata meramente de recortar um fato histórico e inseri-la no ensino. Nossas compreensões sobre essa metodologia está além disso. Conforme defendido por Mendes (2015), narrativas, biografias, nomes, datas e locais são fatos menos importantes para se trabalhar no ensino de Matemática. Porém, não podemos descartá-las. É mais relevante recorrer, por exemplo, à história dos tópicos de Matemática, que, nesse caso, concerne à História da Geometria Analítica.

Portanto, a partir dos tópicos da Geometria Analítica, forneceremos encaminhamentos para a formação de professores e para a Educação Básica de ensino, de modo que o produto elaborado a partir de informações históricas fornecidas nesta pesquisa subsidia a formação de professores, seja ela inicial ou continuada, e até mesmo em sua própria prática em sala de aula.

Desse modo, para usufruirmos dessa metodologia de ensino, precisamos ter ciência de que tipo e qual história pode ser considerada adequada para se ensinar conteúdos de Matemática. Conforme mencionado anteriormente, um dos tipos de história que consideramos importante são dos tópicos de conteúdos matemáticos, ou seja, a partir do desenvolvimento histórico cuja história do conteúdo ensinado é condicionalmente favorável para o ensino.

Isso ocorre condicionalmente porque, muitas vezes, as informações contidas nas fontes primárias ou secundárias não estão explicitamente voltadas para o ensino de Matemática, devendo, assim, passar por uma espécie de *transposição* para atingir o objetivo pretendido. A transposição mencionada aqui não se refere ao termo utilizado pela didática francesa³, mas, sim, no sentido de uma reformulação de um contexto histórico desenvolvido para o ensino.

Em relação a qual história é considerada adequada para se ensinar, em primeiro lugar, é necessário que o professor tenha clareza sobre a história que deseja vincular ao ensino. Essa é uma questão óbvia, mas é uma situação costumeiramente encontrada que um profissional da Educação tenha uma compreensão errônea sobre a História da Matemática no ensino. Desse modo, em consonância com Mendes (2015), ensinar pela História não é ensinar História da Matemática.

De acordo com Mendes (2017), nem todas as informações históricas contêm potencial para o ensino. Nesse sentido, o autor elenca histórias inapropriadas, mas não descartáveis para o ensino, tais como as histórias de vida de matemáticos e professores de Matemática, bem como

³ Ver maiores detalhes em Mendes (2017). História para o ensino da Matemática: uma reinvenção didática. **Revista COCAR**, Belém, Edição Especial n. 3, p. 145 a 166, jan./jul. 2017.

mitologias, narrativas históricas surgidas ao longo do tempo em relação a nomes, locais e datas, sem obter qualquer relação conceitual do tópico investigado. Para superar as dificuldades presentes nesses tipos de História, Mendes (2017, p. 156) propõe a execução de projetos de investigação cuja proposta deve extrapolar as apresentações dessa informação, ou seja, deve-se saber relacionar o conteúdo com o fazer matemático.

De acordo com Mendes e Chaquiam (2016), garantir uma história que deve ser adequada para o ensino é bastante difícil. Por outro lado, os estudos de Mendes (2009) destacam a investigação histórica como princípio para o ensino e aprendizagem da Matemática. Nesse diapasão, a história que consideramos adequada é aquela em que as ideias e conceitos matemáticos sejam subsidiados pelo desenvolvimento histórico-epistemológico. Trata-se, portanto, da história das ideias matemáticas em seu processo de criação, reinvenção e organização lógica. Assim sendo, “é uma história que tem o interesse de apresentar uma organização conceitual e didática das ideias matemáticas produzidas no tempo e no espaço” (MENDES; CHAQUIAM, 2016, p. 19).

Nessa perspectiva, “a inserção da História no processo de criação da Matemática se trata da história das ideias produzidas socialmente, de modo a caracterizar a Matemática produzida pelas sociedades ao longo do tempo e em múltiplos espaços socioculturais” (MENDES, 2015, p. 123). Refere-se, portanto, à história da produção do conhecimento obtido a partir das necessidades humanas na tentativa de responder a indagações surgidas ao longo do tempo.

Uma outra indagação para nortear nossos argumentos relativos à inclusão da História no ensino refere-se ao que devem conter as histórias para ensinar conteúdos de Matemática. Nesse sentido, Miguel e Miorim (2008) defendem uma característica da história pedagogicamente vetorizada, à qual os autores nomeiam de história-problema. Esse aspecto, por sua vez, caracteriza-se pelo fato de que a História voltada para o ensino não é uma acumulação de fatos ocorridos ao longo do tempo, tal como é corriqueiramente apresentada aos estudantes, sejam da Educação Básica ou do Ensino Superior.

Para Miguel e Miorim (2008), a história-problema diz respeito a uma História que dispõe de problemas, os quais se manifestam nas práticas de ensino, ou seja, trata-se de uma História que se produz pensando nos estudantes, bem como nos futuros professores de Matemática. Os problemas não são produzidos para interesses de historiadores ou matemáticos de ofício pelo fato de sua formação não convergir para o ensino.

Dessa forma, Miguel e Miorim (2008) defendem sete aspectos constituintes que a História deve atingir para a investigação do problema com o viés histórico: apresentar uma história a partir das diferentes práticas sociais; que essa história seja mais do que uma técnica

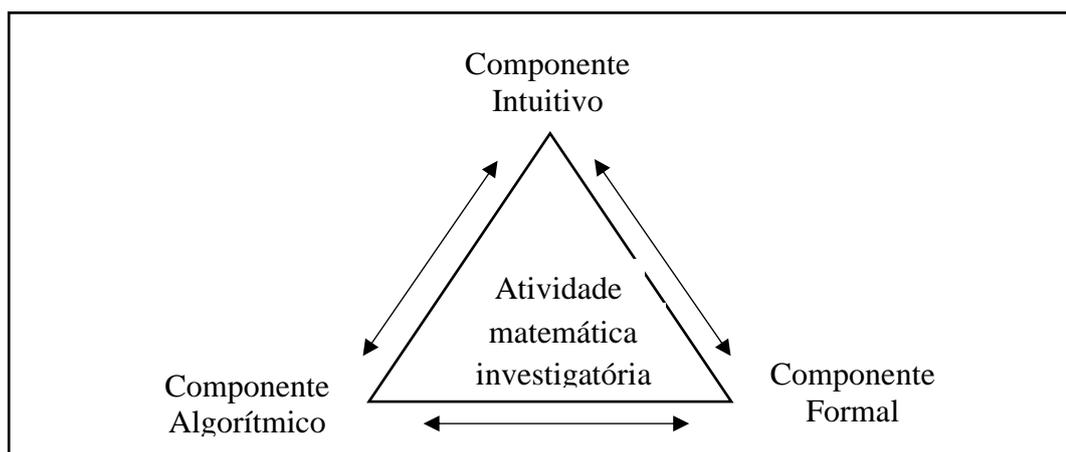
específica de um tema e/ou problema de Matemática; que extrapole o enfoque de meros aspectos que fornecem diferentes formas de conceber a Matemática; que seja mais do que uma História refletida a partir das necessidades da sociedade em diferentes épocas ou mesmo uma história das inúmeras civilizações; que seja principalmente uma História denominada pelos autores como apropriações, ressignificações, repercussões e transmissões do tema. Ademais, que seja ainda uma História que denota a constituição de um tema ou problema de Matemática (MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 163).

Por outro lado, Mendes (2009, p. 7) defende o ensino por investigação, uma vez que concebe esse modelo de ensino como um direcionamento pedagógico dado a partir do processo de criação do conhecimento. Nessa perspectiva, a investigação histórica para o ensino da Matemática propõe que o aluno seja o principal condutor do seu próprio conhecimento.

Quando mencionamos que o aluno seja o principal condutor do seu conhecimento, não estamos menosprezando e/ou rejeitando o trabalho do professor. Pelo contrário, o ensino por investigação requer uma participação muito mais ativa do professor do que o ensino dito tradicional. Defendemos que o professor seja capaz de conduzir sua prática para fornecer plenas condições para que o ensino ocorra nesses moldes, visto que a finalidade da investigação histórica admite a participação do aprendiz na busca de constituir seu próprio conhecimento em sala de aula. Nesse panorama, o “conhecimento cotidiano, escolar e científico ocorre nas relações interativas entre as partes integrantes do processo” (MENDES, 2009, p. 88).

Desse modo, ainda conforme Mendes (2009), uma das maneiras mais apropriadas para colocar essa prática em ação é analisar os momentos históricos que envolvem todos os aspectos que originaram formulações construtivas dos conceitos matemáticos a serem ensinados. Assim, torna-se possível instigar os estudantes, estimulá-los a pensar em estratégias que resultem na produção do seu próprio conhecimento, ao identificarem processos de mobilização de saberes e estratégias de pensamento para a produção de conhecimento conforme o contexto, as necessidades, interesses e limitações socioculturais de cada época.

A figura a seguir denota a forma pela qual as atividades investigativas se constituem no processo de construção do conhecimento.

Figura 1 - Campos da atividade investigativa.

Fonte: Mendes (2015).

Segundo a proposta apresentada por Mendes (2015, p. 106):

O componente intuitivo se manifesta a partir do conhecimento apresentado na mente do sujeito que aprende. O componente algorítmico estabelece habilidades de estruturação e organização do pensamento a partir do raciocínio matemático compreendido pelo aprendiz. Já o componente formal envolve saberes matemáticos, axiomas, teoremas e definições na medida em que o conhecimento vai ampliando e necessitando da simbologia matemática.

Vale dizer que o componente intuitivo é a forma pela qual o aprendiz, em seu primeiro contato com situações-problema investigadas, concebe e imagina sua resolução. A algorítmica é a forma através da qual o aprendiz experimenta, resolve e explica sua resolução. A formal, por seu turno, refere-se à linguagem simbólica avançada para representar sua resolução.

Nesse sentido, “a partir da investigação histórica para a utilização da História da Matemática na Educação Básica, é fundamental apoiar-se nas informações conceituais advindas da História dos tópicos matemática com subsídios epistemológicos que a história nos oferece” (MENDES, 2015, p. 127).

Verificaremos, nesse momento, como as histórias para ensinar podem ser materializadas no caso da Geometria Analítica, ou seja, que tipo de História da Geometria Analítica pode ser potencialmente adequada para se abordar o conteúdo desta disciplina na escola ou na licenciatura em Matemática.

Antes de discorrer sobre esse tópico, é importante destacar três tipos de História da Matemática que Mendes (2015) destaca em seus estudos: pesquisa, disciplina e estratégia didática.

A História da Matemática como pesquisa refere-se às explorações conceituais de ideias. Trata ainda de onde e como elas foram produzidas e em que concerne a objetos de pesquisa. Como disciplina, a História da Matemática atua como um processo de formação do conhecimento produzido ao longo do tempo, auxiliando na produção conceitual e epistemológica nas licenciaturas em Matemática, a qual se configura nas histórias dos tópicos matemáticos, História para o ensino da Matemática e história da Educação Matemática. “A História na perspectiva em que defendemos, ou seja, a História como estratégia didática, refere-se à formação conceitual e didática do professor de Matemática, considerando, entretanto, que esse professor obteve sua formação pautada na epistemologia da Matemática” (MENDES, 2015, p. 125).

Desse modo, o modelo de investigação histórica em sala de aula proposto por Mendes (2015) apresenta uma multiplicidade de aspectos que emergem durante uma investigação histórica; dentre as quais, apresentamos:

- 1) Atividades manipulativas extraídas diretamente da História da Matemática.
- 2) Atividades manipulativas adaptadas da História da Matemática.
- 3) Desenvolvimento de projetos de investigação temática.
- 4) Investigação de problemas históricos.
- 5) Estudos de textos históricos adaptados de fontes primárias.
- 6) Estudos de textos históricos extraídos de fontes primárias.
- 7) Elaboração e uso de vídeos didáticos⁴ baseados em textos históricos de fontes primárias ou secundárias (MENDES, 2015, p. 130).

Mendes (2015) orienta que as atividades desenvolvidas a partir da História da Matemática, e, ao modelo apresentado, devem-se seguir discussões e provocações dos próprios alunos, por considerar que esse procedimento conduz diretamente ao ensino por investigação.

Esclarecida a forma de materializar o ensino pela História da Matemática, precisamos entender nesse momento de que modo a História da Geometria Analítica pode ser aliada do professor para a sua organização nas aulas da disciplina em conexão com o livro didático.

Conforme já explicitado neste capítulo, garantir uma história adequada para se ensinar não é fácil. Para propormos encaminhamentos para a formação de professores e para a Educação Básica nesta pesquisa, enfocamos a história dos tópicos matemáticos, história esta

⁴ Ao leitor que venha a se interessar em vídeos didáticos para o ensino com viés histórico, sugiro consultar a dissertação de Benedito Fialho Machado (2011), intitulada: *Vídeo-aula de História da Matemática: uma possibilidade didática para o ensino de Matemática*.

que se refere à Geometria Analítica, cuja finalidade é estabelecer algumas situações que podem favorecer de maneira atualizada o que os professores ensinam e o que os alunos aprendem.

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelos alunos. Portanto, as contribuições da História da Matemática para o ensino são refletidas em várias pesquisas em Educação Matemática. Compreendida a importância de se recorrer à História para ensinar Matemática, precisamos compreender também como o professor pode trabalhar nessa perspectiva.

O intuito de explorar a história dos tópicos matemáticos é apresentar o desenvolvimento dos conteúdos de Matemática. Nesse diapasão, mostraremos exemplos de como elucidar a história do tópico pretendido para se ensinar Matemática e o que o professor deve refletir ao planejar o ensino pela História da Matemática. Abordaremos ainda como surgiram e de que maneira se constituíram as ideias relativas à Geometria Analítica, de que pressuposto surgiu a ideia de algebrizar a Geometria para se chegar ao que se denomina hoje como Geometria Analítica, de que forma as ideias relativas à Geometria Analítica começaram a se manifestar na época e em que contexto emergiu. Todos esses exemplos do nosso modo de conceber a História para o ensino contribuem para representar a Matemática ensinada aos alunos.

Do mesmo modo, o papel do professor se torna fundamental e necessário para que o ensino com História da Matemática seja capaz de estabelecer conexões com o objeto matemático ensinado, o qual deve se apropriar das ideias que foram geradas em épocas diferentes para que sejam adaptadas pedagogicamente.

De acordo com Mendes (2009), o professor que ensina Matemática necessita de orientações para explorar o conhecimento a partir de aspectos e informações históricas, adaptando e valorizando essas informações de acordo com sua necessidade, com vistas a conceber o melhor modelo para a sua sala de aula. Contudo, o grau elevado de desconhecimento da história dos tópicos de Matemática por parte dos professores culmina na desvalorização das informações históricas, pois, “[...] se os professores não conhecem a História o bastante para avaliar isto, os estudantes ignorarão a importância desse conhecimento” (MENDES, 2009, p. 78).

Mendes (2015) advoga ainda que a criatividade do professor é essencial para despertar a imaginação dos seus alunos durante a atividade de investigação. Apesar de considerar sua importância, não nos aprofundaremos nesta pesquisa sobre o conceito de criatividade⁵.

⁵ O leitor poderá investigar mais a respeito desse conceito na seguinte referência:

Se recorrermos aos livros didáticos, observaremos a ausência da História da Matemática. Em alguns, o tema surge como um breve comentário ou apenas através de meras ilustrações, e outros não apresentam de forma alguma a história para se ensinar. Nesse sentido, corroborando o pensamento de Struik, Faveul e Swetz (1997), não se pode ensinar a evolução de um conhecimento sem esboçar sua própria evolução.

Desse modo, é possível encontrar uma listagem nos estudos de Mendes (2006), que destaca alguns aspectos favoráveis ao o ensino com viés histórico, sendo um deles o caráter motivacional. O autor advoga que esse caráter motivador deve estar presente também nas atividades presentes nos livros didáticos, devendo configurar-se concretamente na ação docente.

Nesse panorama, a introdução das informações diacrônicas adequadas para se ensinar nos livros didáticos pode se tornar imprescindível, pois beneficia tanto a escolha de situações-problema para o desenvolvimento na sala de aula quanto pode oferecer respostas a alguns porquês apresentados pelos alunos, já que, em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas por eles, especialmente para oferecer respostas a esses porquês, e, desse modo, contribuir para a construção de um olhar mais crítico sobre o objeto de conhecimento pretendido pelo professor.

Uma outra forma de dinamizar as aulas com a História são as leituras precedidas da discussão de textos referentes à História da Matemática do tema pretendido. Essa dinâmica, segundo Mendes (2009, p. 79), “[...] justifica a introdução de uma perspectiva histórica na aprendizagem da Matemática, permitindo tanto ao professor quanto ao estudante compreender a natureza da atividade matemática”.

Assim, a História poderá ser uma grande aliada para o ensino e aprendizagem. Conforme Mendes (2009, p. 82), “as informações históricas pretendidas pelo professor devem passar por adaptações conforme com os objetivos desejados pelo professor”. Nesse mesmo sentido, Mendes (2017) advoga ainda que nem todas as informações históricas podem conter um potencial pedagógico que contribua totalmente com o ensino de Matemática. Logo, cabe ao professor ter a precaução em reconhecer para o que e para quem são as propostas elaboradas a partir da História da Matemática.

De acordo com Mendes, Fossa e Valdés (2006), as atividades em sala de aula que contemplam a História se tornam mais atraentes e despertam interesses dos alunos em aprender

MENDES, Iran Abreu. O pensamento Bricoleur em Educação Matemática: a criatividade na busca de diálogos entre saberes. *In*: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EREM, 3, 2011, Natal. **Anais...** Natal, RN: SBEM-RN. 1 CD-ROM.

a disciplina. Os autores apontam ainda que os estudos sobre a temática, bem como a utilização da História da Matemática para o ensino, têm gerado valiosos resultados, norteando novos caminhos para a formação docente e para a aprendizagem na Educação Matemática.

Nessa senda, julgamos importante o conhecimento adquirido e apresentado a partir da História da Matemática, por considerá-lo essencial para que ambos os processadores do ensino, sejam eles o professor ou o aluno, adquiram mais segurança no ensino e na aprendizagem dos conteúdos matemáticos, com o fito de diminuir os porquês levantados por quem aprende.

De acordo com todas as proposições apresentadas até aqui, quando mencionamos a História para o ensino da Matemática, estamos em consonância com o que Mendes (2015) procura estabelecer. Ao mencionar a História da Matemática no ensino, o autor se refere às “[...] explorações didáticas da história das ideias produzidas no tempo e no espaço e como atualmente elas podem ser refletidas na Matemática que ensinamos” (MENDES, 2015, p. 122).

Desta feita, acreditamos que a História da Matemática, utilizada de maneira adequada, constitui-se como uma boa metodologia de ensino, tornando as aulas dinâmicas e prazerosas. Sendo assim, o professor pode recorrer à metodologia História da Matemática como uma opção no processo de construção de um novo saber.

No exemplo oferecido por Mendes (2015), é possível tomar alguns tópicos matemáticos abordados no século XIX ou na primeira metade do século XXI, de modo a atribuir significado à Matemática que se pretende ensinar aos estudantes. O autor ressalta que, ao propor a utilização da investigação histórica, é preciso ficar claro que a dinâmica a ser empregada é aquela mediante a qual o aluno desenvolva habilidades investigativas para construir sua própria aprendizagem, “[...] fazendo-o mais autônomo no exercício de leitura, de escrita e de discussão das ideias matemáticas, bem como suas relações com outras áreas de conhecimento” (MENDES, 2015, p. 141).

Na esteira dessas considerações, Mendes (2017) advoga que a educação autônoma torna-se mais enriquecedora quando inserimos aspectos históricos, os quais envolvem a produção do conhecimento matemático no tempo e no espaço onde esses conceitos foram produzidos e utilizados.

Consideramos, portanto, que a História da Matemática não é apenas uma história de definições de objetos matemáticos, mas um processo criativo que envolve relações indissociáveis entre sociedade, cultura e cognição. Assim, foi necessário compreendermos que a abordagem histórica proposta por Mendes (2006, 2009a, 2009b, 2011, 2013, 2014, 2015, 2017) admite ser importante para a aprendizagem matemática em sala de aula que essa história tenha a propriedade de explicar o processo de organização conceitual das matemáticas

produzidas no tempo e no espaço; portanto, em contexto sociocultural. É com base nesse contexto que as informações históricas poderão ser utilizadas para auxiliar o professor no aprimoramento da elaboração de suas aulas. No entanto, a História poderá ainda contribuir para esclarecer aspectos conceituais e didáticos que poderão subsidiar o professor em sua prática.

Nessa perspectiva, Mendes (2017) justifica que o uso das informações históricas em atividades para o ensino de Matemática subsidia a formação dos estudantes e, igualmente, a formação continuada do próprio professor, a fim de constituir suas competências formativas para o próprio desempenho no ensino. O autor defende ser possível o uso da investigação histórica nas aulas de Matemática.

Mendes (2015) assevera que, quando os estudantes entram em contato com essa proposta metodológica, desenvolvem um processo significativo de compreensão e, conseqüentemente, de aprendizagem conceitual matemática com ampliação de suas capacidades metacognitivas. O autor enfatiza ainda que a investigação histórica é uma estratégia didática para ampliar a metacognição da aprendizagem matemática dos estudantes de qualquer nível de ensino, pois as práticas investigativas com História no ensino de Matemática possibilitam a formação de estudantes mais autônomos em busca do seu próprio conhecimento.

Por um lado, podemos, de acordo com essas reflexões, concluir que a investigação histórica oferece ao professor possibilidades para tornar mais didático o conhecimento matemático registrado e estudado na formação de professores de Matemática.

2 PRODUÇÕES CIENTÍFICAS SOBRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Apresentaremos neste capítulo um panorama das produções em História da Matemática no Brasil, de modo a situar o leitor por meio da apreciação de como estão estabelecidas as produções de História da Matemática no país. Dessa forma, essas e outras produções apresentadas a partir deste capítulo encontram-se disponíveis no Centro Brasileiro de Referência em Pesquisa História da Matemática (CREPHIMat)⁶, sendo este um dos resultados do projeto CNPq já mencionado.

É importante mencionar que, para apresentar este capítulo, e não somente o capítulo em si, mas, sim, para elaborar toda a pesquisa, teria sido impossível se trabalhássemos individualmente. Todos os objetos de estudo eram de responsabilidade do grupo⁷, cujos membros colaboram com o mesmo projeto CNPq. Cada membro foi responsável por levantar e materializar planilhas contendo inúmeras informações dos objetos de estudo, enquanto um outro grupo foi responsável por materializar o ambiente virtual que originou sua pesquisa de mestrado, com todas as produções levantadas, para que o ambiente apresentado fornecesse em um único espaço todas as produções da área.

2.1 ANAIS DE EVENTOS

Todas as edições dos anais do Seminário Nacional de História da Matemática (SNHM) e do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) foram consultadas, digitalizadas e disponibilizadas no repositório. Para obtermos o quantitativo que será apresentado a seguir, consultamos cada produção contida nos anais, ou seja, a consulta centralizou-se da primeira à última página. Nas primeiras edições dos eventos, é possível identificar somente o título das produções e/ou resumos das mesmas, dificultando, assim, o seu processo de classificação.

A busca pelos anais do ENEM e do SNHM ocorreu inicialmente pela internet, onde foi possível localizar muitos deles. Em sua grande maioria, foi possível encontrar os anais do ENEM no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), enquanto os anais dos SNHM foram disponibilizados no site da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), principalmente os mais recentes. Porém, os mais antigos, que são impressos, não foram disponibilizados na rede.

⁶ Disponível em: <http://crephimat.com>. Acesso em: 18 nov. 2019.

⁷ Iran Abreu Mendes (coordenador), Benjamim Cardoso da Silva Neto (Colaborador), Jeová Pereira Martins (Colaborador), Luis Andrés Castilho Bracho (Colaborador), Lucas Silva Pires (Colaborador), Luiza Pereira da Silva (Colaboradora) e Rubens Matheus dos Santos Marques (Colaborador).

Obtivemos o acesso aos primeiros anais de cada evento por meio de mídias e de impressos disponibilizados pelo professor Iran Abreu Mendes. Foi possível digitalizar e disponibilizá-los no Centro de Referência em Pesquisa sobre História da Matemática.

O Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) é um evento de âmbito nacional que teve sua primeira edição em São Paulo-SP, durante o período de 2 a 6 de fevereiro de 1987. O II Encontro ocorreu em Maringá-PR, no período de 24 a 29 de janeiro 1988. Gonçalves (2015) destaca que, nesta edição, houve a aprovação do estatuto da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Desse modo, já com a SBEM na organização do evento, o III ENEM ocorreu em Natal-RN, no período de 22 a 27 de julho de 1990. O IV ENEM realizou-se em Blumenau-SC, nos dias 26 a 31 de janeiro de 1992. É possível verificar que as duas primeiras edições ocorreram anualmente. Após a criação da SBEM, as duas edições posteriores passaram a ser bienais.

De acordo com Gonçalves (2015), após a quarta edição do evento, os organizadores optaram por oferecer o evento trianual. Dessa forma, o V ENEM foi realizado em Aracaju-SE, no período de 16 a 21 de julho de 1995. O VI ENEM ocorreu de 21 a 24 de julho de 1998, na cidade de São Leopoldo-RS. O VII ENEM realizou-se no Rio de Janeiro-RJ, em 19 a 23 julho de 2001.

O VIII ENEM ocorreu em Recife-PE, no período de 15 a 18 de julho de 2004. O IX ENEM foi realizado em Belo Horizonte-MG, nos dias 18 a 21 de julho de 2007. O X ENEM ocorreu no período de 7 a 9 de julho de 2010, em Salvador-BA. O XI ENEM, de 2013, foi realizado em Curitiba-PR, no período de 18 a 21 de julho. Em 2016, ocorreu a XII edição do evento, realizada na cidade de São Paulo-SP, no período de 13 a 16 de julho.

O quadro a seguir refere-se ao número de atividades desenvolvidas ao longo de cada edição do evento. Nessas atividades, estão inclusas comunicações científicas, relatos de experiência, palestras, conferências, exposição de pôsteres, oficinas, minicursos, grupos de trabalho, apresentações de painéis, debates e mesas redondas.

Quadro 1 - Quantitativo de trabalho nos anais do ENEM.

EDIÇÕES	Nº DE ATIVIDADES
I ENEM	136
II ENEM	187
III ENEM	159
IV ENEM	146
V ENEM	266
VI ENEM	533
VII ENEM	351
VIII ENEM	482
IX ENEM	721
X ENEM	1266
XI ENEM	1811 ⁸
XII ENEM	1037
TOTAL	7095

Fonte: Elaborado a partir do levantamento do grupo (2019).

Verifica-se que, ao longo das edições do evento, a quantidade das atividades desenvolvidas aumentou gradativamente. A ampliação dessas atividades centraliza-se a partir do X ENEM, que ultrapassou a marca de 1000 atividades.

Em relação aos anais dos Seminários Nacionais de História da Matemática (SNHM), o evento ocorre sempre bienalmente, nos dias que antecedem a Semana Santa. Assim, o I SNHM ocorreu em 1995, em Recife-PE. Em 1997, ocorreu o II SNHM, em conjunto com o II Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática, realizado em Águas de São Pedro-SP. O III SNHM foi realizado em Vitória-ES, em 1999. O IV SNHM realizou-se em Natal-RN, em 2001. Rio Claro-SP foi a sede do V SNHM, no ano de 2003. Em 2005, ocorreu em Brasília-DF o VI SNHM. O VII SNHM foi realizado em 2007, em Guarapuava-PR. Em 2009, foi realizado o VIII em Belém-PA. Aracaju-SE foi a sede do IX SNHM, em 2011. O X SNHM, realizado em 2013, foi sediado em Campinas-SP. Em 2015, aconteceu o XI SNHM, em Natal-RN, e em 2017, na cidade de Itajubá-MG, ocorreu a XII edição do SNHM.

Com relação às atividades apresentadas no evento, o quadro a seguir apresenta o quantitativo das atividades desenvolvidas em cada edição do SNHM, sendo elas comunicações orais e científicas, palestras, mesas-redondas, conferências, discussões temáticas, exposições, pôsteres, seminários e minicursos.

⁸ Quantitativo apresentado a partir da programação do XI ENEM. Disponível em: <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/programacao.html>. Acesso em: 07 jan. 2020.

Quadro 2 - Quantitativo de produções nos anais do SNHM.

EDIÇÕES	Nº DE ATIVIDADES
I SNHM	31
II SNHM	37
III SNHM	54
IV SNHM	57
V SNHM	39
VI SNHM	33
VII SNHM	31
VIII SNHM	138
IX SNHM	107
X SNHM	61
XI SNHM	134
XII SNHM	60
TOTAL	782

Fonte: Elaborado a partir do levantamento do grupo (2019).

Percebemos que existe uma oscilação de atividades em cada edição do evento. As atividades do VIII e do XI SNHM foram as mais representativas. As produções vêm aumentando gradativamente a partir desse evento específico da área. Destarte, o SNHM foi idealizado de modo a apresentar as pesquisas em História da Matemática que, ao longo dos anos, vêm sendo produzidas por diversos pesquisadores no país.

2.2 TESES E DISSERTAÇÕES

Como mencionado anteriormente, o trabalho em grupo foi importante para que pudéssemos obter um número significativo em relação às produções de História da Matemática nas produções científicas do Brasil. Com base no levantamento elaborado, foram identificadas 744 pesquisas, entre teses, dissertações de mestrados acadêmicos e profissionais no tocante à temática, conforme descrito no quadro a seguir.

Quadro 3 - Produções gerais de História da Matemática.

Tendência	Doutorado	Mestrado Acadêmico	Mestrado Profissional	Total
HEpM	60	82	5	147
HEdM	133	259	51	443
HEnM	20	63	71	154
História da Matemática	213	404	127	744

Fonte: Elaborado a partir do levantamento do grupo (2019).

De acordo com o levantamento, as produções de História da Matemática classificadas em História da Educação Matemática referem-se a 60% dessas produções. 20% dizem respeito à História para o Ensino de Matemática e 20% referem-se à História e Epistemologia da Matemática. Um aspecto importante descrito no Quadro 3 concerne às dissertações de mestrado profissional, pois o maior quantitativo das produções de História da Matemática nesta modalidade refere-se à tendência História para o Ensino de Matemática, ou seja, as produções estão de acordo com a peculiaridade do mestrado profissional, devido ao fato de os programas exigirem que a pesquisa realizada gere produtos educacionais para a Educação Básica. Desse modo, observamos que a História da Matemática subsidia pesquisas que objetivam a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática.

Um outro aspecto identificado no levantamento diz respeito aos períodos em que emerge o maior quantitativo de produções em História da Matemática. Observamos que, no período entre 1990-1999, foram catalogadas apenas 29 produções, entre teses e dissertações. Em 2000-2009, foram identificadas 267 e, em 2010-2018, foram catalogadas 448 produções. Com base nessas informações, podemos afirmar que, nos últimos nove anos, as produções em História da Matemática quase duplicaram. Nessa perspectiva, surge a indagação: Por que o interesse de se pesquisar acerca do tema surge nos últimos nove anos? Poderíamos apresentar, nesse momento, alguns fatores que influenciaram a pesquisa na área. No entanto, o intuito dessa indagação é gerar reflexões acerca do que foi apresentado.

Para realizarmos o levantamento referente à História da Geometria Analítica nas produções científicas brasileiras em Educação Matemática, levamos em consideração o Banco de Dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e um levantamento que o grupo vinculado ao projeto vinha elaborando. Nesse levantamento, além de pesquisar no portal da CAPES, foi necessário utilizar a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e acessar as páginas da internet dos programas de pós-graduação em Educação e áreas afins, no Brasil.

Ressaltamos que, em um primeiro momento, ao realizar o procedimento de busca no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, empregamos o termo “História da Geometria Analítica”. Nesse caso, obtivemos somente duas pesquisas. Com a utilização do termo “História da Geometria”, emergiram pesquisas que alcançam, mesmo que parcialmente, o ensino de Geometria Analítica.

Nesse sentido, o percurso metodológico desse levantamento consiste nas seguintes etapas: (1) levantamento de dados no Banco de Teses e Dissertações da CAPES; (2)

classificação das pesquisas; (3) análises das pesquisas selecionadas em consonância com o nosso objetivo.

Para o levantamento das produções, utilizamos o termo entre aspas “História da Geometria” na caixa de busca do banco de dados da CAPES. Obtivemos o resultado de 22 pesquisas; entre elas, uma tese, dez dissertações acadêmicas e 11 profissionais. Ressaltamos que não delimitamos o período dessas produções. Contudo, observamos que as pesquisas apresentam o período de 2002-2018. Portanto, segundo o banco de dados da CAPES, pesquisas acadêmicas brasileiras sobre a História da Geometria estão sendo desenvolvidas a partir dos últimos 15 anos.

A classificação constitui-se em rotular informações contidas nas 22 pesquisas com o intuito de obter um quantitativo com potencial para o ensino de Geometria Analítica. Nesse primeiro momento, ao nos debruçarmos sobre a leitura das 22 pesquisas levantadas, obtivemos um quantitativo de cinco que contêm de alguma forma o ensino de Geometria Analítica.

No tocante ao levantamento feito pelos membros do projeto CNPq, identificamos 11 pesquisas sobre Geometria Analítica. O portal da CAPES e a BDTD não foram capazes de apresentar todas essas produções. Suspeitamos que as palavras-chave que são utilizadas pelos autores de maneira equivocada, o que ocasiona a restrição do levantamento somente por meio da Plataforma Sucupira.

O quantitativo exposto no quadro a seguir refere-se à produção científica que concerniu sobre a ponderação das 33 pesquisas levantadas. Segundo nossa classificação, cinco das 22 pesquisas levantadas inicialmente no portal da CAPES e na BDTD, além de 11 pesquisas levantadas nos programas de pós-graduação em Educação e de áreas afins. Embora em algumas dessas pesquisas não se enfatize o ensino de Geometria Analítica, as abordagens verificadas em algumas dessas produções podem contribuir para o ensino dessa disciplina.

Quadro 4 - Quantitativo das produções levantadas.

PRODUÇÃO	QNT
Tese	2
Dissertações Acadêmicas	15
Dissertações Profissionais	16
TOTAL	33

Fonte: Elaborado a partir do levantamento do grupo (2019).

Nesse sentido, o quantitativo apresentado no quadro acima refere-se apenas ao número de pesquisas levantadas, não favorecendo somente o ensino de Geometria Analítica. Esse quantitativo foi apresentado devido à falta de sucesso na primeira busca no portal da CAPES através do termo “História da Geometria Analítica”, fazendo com que fosse utilizado o termo “História da Geometria”.

Desse modo, portanto, 16 pesquisas das 33 levantadas abordam o ensino da Geometria Analítica, mesmo que parcialmente. Estas foram selecionadas e analisadas com o intuito de responder ao questionamento inicial e para se alcançar o objetivo proposto.

2.3 PERIÓDICOS

No tocante aos periódicos, o levantamento foi centrado em nove revistas: Boletim de Educação Matemática (BOLEMA) (1985-2018), de Qualis A1; Revista de Educação Matemática (Zetetiké) (1993-2018); Revista Cocar (2007-2018); Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT) (2006-2018) e a Revista de Educação em Ciência e Tecnologia (ALEXANDRIA) (2008-2018), todas essas com Qualis A2; Revista Brasileira de História da Matemática (RBHM) (2001-2017), de Qualis B1; Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC) (2006-2018) e, por fim, as Revistas de História, Educação e Matemática (HIPÁTIA) (2016-2018) e História da Educação Matemática (HISTEMAT) (2015-2018), com Qualis B2.

Levantamos todos os artigos relacionados à História da Matemática publicados nos periódicos mencionados, ou seja, a busca centrou-se no período de 1985, desde a criação do primeiro periódico em Educação Matemática, até o ano de 2018.

Quadro 5 - Quantitativo de artigos em periódicos.

REVISTA	QUANT. PRODUÇÕES	QUANT. HM
BOLEMA	772	75
Zetetiké	397	24
RBHM	216	152
REMATEC	218	62
REVEMAT	291	09
COCAR	352	06
ALEXANDRIA	322	04
HIPATIA	27	06
HISTEMAT	128	114
TOTAL	2723	452

Fonte: Elaboração própria (2019).

Na consulta de 2723 artigos, foram identificados 452 concernentes à História da Matemática, responsável por 17% das produções acerca da temática. Desse quantitativo, somente três produções enfocaram a Geometria Analítica, duas das quais estão disponíveis em espanhol na HISTEMAT, e um artigo na RBHM. Apresentaremos e teceremos nossos comentários sobre os artigos no capítulo seguinte.

2.4 LIVROS DE MINICURSOS PRODUZIDOS ENTRE 2001 - 2017

Sobre o Seminário Nacional de História da Matemática, este evento ocorre bienalmente desde o ano de 1995. Sua primeira edição ocorreu na cidade de Recife-PE. O II SNHM realizou-se em 1997 na cidade de Águas de São Pedro-SP. O III SNHM ocorreu no ano de 1999, em Vitória -ES. Esses três primeiros seminários, conforme Nobre (2007), foram de responsabilidade de seus coordenadores locais, com contribuições de um comitê vinculado à Sociedade Brasileira da História da Ciência (SBHC).

Os primeiros livros de minicursos foram publicados durante o IV SNHM, ocorrido na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), no período de 08 a 11 de abril de 2001, na cidade de Natal-RN. O professor John Andrew Fossa foi o primeiro organizador da série *Textos de História da Matemática*. Este seria o primeiro SNHM realizado pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat). Segundo Nobre (2007), no seminário anterior, ocorrido em 1999 em Vitória, durante a assembleia de encerramento foi comunicada a criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática.

Nobre (2007) informa ainda que, com a SBHMat na organização, ocorreram discussões a respeito do evento, nas quais foi definido que haveria uma seleção mais qualitativa dos trabalhos para garantir uma qualidade científica, de modo que teriam condições para a publicação nos anais do evento. Assim, foram definidas quatro modalidades de apresentações: relatos de experiências e resultados de Iniciação Científica (*alunos de graduação*), resultados de pesquisa (*alunos de pós-graduação e pesquisadores*) e projetos de pesquisa.

Ainda sobre as discussões a respeito do evento, Nobre (2007) destaca que houve novos objetivos para os SNHM. Um deles era proporcionar acesso à História da Matemática para os professores da Educação Básica e do Ensino Superior. Dessa maneira, passou a ser promovida durante o evento a realização de minicursos para esses professores, que, *a posteriori*, viriam a ser transformados em livros.

O processo de classificação dos livros de minicursos realizou-se considerando as quatro ramificações da Matemática: Aritmética, Geometria, Álgebra e Trigonometria. Esclarecemos que os livros classificados em “abordagem mista” versam sobre um ou mais objetos matemáticos. Desta feita, dos 101 livros apresentados, sete apresentam duas ou mais ramificações da Matemática. Para fins de esclarecimento, acerca do livro publicado em 2011 intitulado *O que são e o que significam frações*, consideramos que o objeto matemático abordado no livro é algébrico. Salientamos que, de acordo com o objetivo apresentado no livro, alcança-se também uma perspectiva aritmética.

Ainda no tocante ao processo de classificação, o que denominamos como “outros” são livros que não trataram de um objeto matemático. Dessa forma, são livros que destacaram princípios filosóficos, históricos e outros aspectos temáticos e/ou a formação do professor fundamentado na História.

O IV SNHM realizou-se na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), no período de 08 a 11 de abril de 2001, na cidade de Natal-RN. As coleções de minicursos eram de responsabilidade do pesquisador Dr. John Andrew Fossa. Desse modo, foram publicados nove livros de minicursos oferecidos nos Seminários Nacionais de História da Matemática, com 16 autores, respectivamente.

Quadro 6 - Relação dos minicursos do IV SNHM – 2001.

TÍTULO	AUTOR (s)
Elementos sobre o desenvolvimento da teoria da medida	Rosa Lúcia Sverzut Baroni, Marcelo Salles Batarce e Vanderlei Marcos do Nascimento
Estudos sobre o número nupcial	Glenn W. Erickson e John A. Fossa
Geometria e outras metrias	Arlete de Jesus Brito e Dione Lucchesi de Carvalho
Laboratório de História da Matemática	Eduardo Sebastiani Ferreira
O desenvolvimento do pensamento geométrico: uma proposta pedagógica	Maria Terezinha de Jesus Gaspar e Suzeli Mauro
O primeiro livro dos elementos de Euclides	Irineu Bicudo
Os logaritmos na cultura escolar brasileira	Maria Ângela Miorim e Antonio Miguel
Tópicos de História da Trigonometria	Bernadete Barbosa Morey
Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental	Paula Moreira Baltar Bellemain e Paulo Figueiredo Lima

Fonte: Elaboração própria (2018).

Nesta edição, prevaleceram as produções de cunho geométrico, com três produções. Outras três foram classificadas como “abordagem mista”, isto é, são pesquisas nas quais aparece mais de uma grande área da Matemática. Houve também uma produção de Aritmética, uma em Trigonometria e uma produção de Álgebra.

Nas produções classificadas em Geometria, seus autores, em suas respectivas obras, evidenciam a evolução na concepção de medidas, apresentando que, ao ser abordada, tal concepção pode ser relacionada a vários outros conceitos matemáticos. Discutem aspectos da História na construção do conhecimento matemático em relação às grandezas fundamentados na didática da Matemática, apresentam discussão não apenas acerca de questões métricas, mas de outras relações, articulando a Geometria plana e espacial. Expõem algumas considerações sobre a origem de problemas e suas relações com os rituais religiosos das antigas civilizações e apresentam uma tradução da obra de Euclides do grego para o português.

Quanto à produção de Aritmética, seus autores discutem e apresentam o que é um número nupcial e o número tirano. A produção identificada em Álgebra aborda um estudo dos logaritmos em meados do século XIX, destacando as concepções relativas ao ensino e como o conceito constituiu e se transformou ao longo da História.

Na produção identificada como Trigonometria, o objeto de estudo é o Almagesto e o Plimpton 322. A autora apresenta alguns momentos de desenvolvimento da Trigonometria, de modo que seu objetivo é beneficiar professores e alunos da Educação Básica. Na categoria “abordagem mista”, o autor, partindo de algumas contribuições da temática, propõe a construção de um laboratório de História da Matemática.

O V SNHM foi realizado na Universidade Estadual Paulista (UNESP), ocorrido no período de 13 a 16 de abril de 2003, na cidade de Rio Claro-SP. O professor Sérgio Nobre foi o responsável pela série de textos de História da Matemática lançada nesse evento. Na segunda edição de oferta de minicursos, foram propostos 11 minicursos e 16 autores. Desse quantitativo de autores, 13 ofereciam minicursos no evento pela primeira vez.

Quadro 7 - Relação dos minicursos do V SNHM – 2003.

TÍTULO	AUTOR (s)
Antropologia dos números: significado social, histórico e cultural	Iran Abreu Mendes
Aspectos histórico-culturais de razões e proporções	Oscar João Abdounur
Conexões: História da Matemática através de projetos de pesquisa	Antônio Carlos Brolezzi
Etnomatemática numa abordagem historiográfica: uma proposta de formação de professores	Samuel Edmundo López Bello
Explorando a Geometria através da História da Matemática e da Etnomatemática	Maria Terezinha Gaspar e Suzeli Mauro
Explorando as operações aritméticas com recursos da História da Matemática	Circe Mary Silva da Silva Dynnikov
Geometria e Trigonometria da Índia e nos países árabes	Bernadete Morey
História da Lógica e o surgimento das lógicas não clássicas	Ítala M. Loffredo D'Ottaviano & Hércules de Araújo Feitosa
História da resolução da equação do 2º Grau: uma abordagem pedagógica	Sérgio Nobre
O ângulo na Geometria Elementar: diferentes concepções ao longo do tempo	Claudia A.C. de Araújo Lorenzoni
O nascimento da Matemática do Ginásio	Aparecida Duarte, Rita Machado, Vera Santos e Wagner Valente

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na segunda edição de oferta de minicursos, foram elaboradas duas produções de Geometria, três de Aritmética, uma de Álgebra, quatro classificadas como “outros” e uma produção como “abordagem mista”. Nas produções de Geometria, são apresentados estudos de simetrias e isometrias utilizando aspectos da cultura indígena, de forma que o professor possa fazer uso em sua sala de aula. São analisadas também definições de ângulos extraídos de livros didáticos apresentando aspectos históricos do conceito de ângulo.

Em relação às produções aritméticas, são abordados aspectos do desenvolvimento dos conceitos de razão e proporção. São apresentados e discutidos aspectos sócio-históricos e culturais do conceito de número, apresentando situações acerca das reflexões históricas dos sistemas de numeração. São apontadas diversas possibilidades de efetuar operações, de modo que os professores passam a explorar essas propostas, e uma abordagem analítica de que maneira se constituiu a Matemática para ser ensinada no Ensino Fundamental.

Na categoria “abordagem mista”, são abordados tópicos de conteúdo de Matemática do ensino básico que podem ser abordados em miniprojetos de pesquisa relacionando-o com a História. São apresentadas aos professores que ensinam Matemática as contribuições dos países

árabes e da Índia na elaboração de ideias como a de sistema de numeração, resolução de equação e Trigonometria.

Na produção de Álgebra, é apresentado um panorama histórico das equações de 2º grau, demonstrando aspectos sobre seu desenvolvimento. Na produção classificada como “outros”, foi caracterizada uma proposta de formação de professores em uma abordagem historiográfica que representa uma nova dinâmica para compreender o processo de produção e organização do conhecimento, e um estudo preliminar dos princípios lógicos dedutivos.

O VI SNHM foi realizado na Universidade de Brasília (UnB) ocorrido no período de 20 a 25 de março de 2005, na capital federal. Naquele ano, a professora Ligia Arantes Sad foi responsável pela série de textos de História da Matemática. Nesta edição, foram ofertados 11 minicursos, proporcionados por 15 autores, oito dos quais participavam dos minicursos de forma inédita no evento.

Quadro 8 - Relação dos minicursos do VI SNHM – 2005.

TÍTULO	AUTOR (s)
Conhecimentos matemáticos na época das navegações	Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes
Contando Histórias da Matemática e ensinando Matemática	Maria Terezinha Gaspar e Suzeli Mauro
História às avessas do número ϵ: Uma proposta de ensino usando computadores e projetos	Antônio Carlos Brolezzi
História da Matemática para professores das séries iniciais do Ensino Fundamental	Roméia Mara Alves Souto
História, Etnomatemática e prática pedagógica	Pedro Paulo Scanduizzi
História, Geometria e razão, qual a relação? E onde entra a proporção?	Rosângela M ^a Rodolfo Serafim e Sandra Aparecida Fraga
Introdução às cônicas	Guy Grebot
Mapeando a Terra e o Universo: uma breve história do nascimento da cartografia	Marcos V. Teixeira
Número fracionário: primórdios esclarecedores	Nilza Eigenheer Bertoni
Um tratamento, via medição para os números reais	Rosa Lúcia S. Baroni e Vanderlei Marcos do Nascimento
Usos da História da Matemática no Ensino Fundamental	Carlos Henrique Barbosa Gonçalves

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na terceira edição da oferta de minicursos, as produções de Aritmética, Geometria e Álgebra prevaleceram com três produções cada um. Duas produções enfatizaram alguns

conceitos de Trigonometria. As produções de Aritmética apresentam um olhar da História da Matemática tendo em vista a possibilidade de destacar a linearidade para a construção histórica. São apresentados alguns aspectos formativos para professores de forma a aprofundar seus conhecimentos relativos a alguns conceitos da Matemática elementar, almejando uma maior compreensão sobre a natureza do conhecimento matemático e sobre o contexto da produção desse conhecimento. Realça as transposições didáticas do ensino de frações e da operação de multiplicação de divisão em fontes primárias.

Nos livros classificados como Geometria, são apresentadas situações que propiciam o ensino-aprendizagem da Matemática mediante as quais os alunos pudessem aprender novos conceitos, conhecer métodos de resolução de problemas e refletir sobre o trabalho dos matemáticos. Exibem um tratado de Apolônio de Perga, apresentando como proposta o estudo das seções cônicas a partir da tradução do referido tratado, de modo que esses métodos não podem deixar de fazer parte do conhecimento matemático básico dos egressos do Ensino Médio. Apresentam estudos em História da Matemática com a relação entre a razão e a proporção e Geometria, que auxiliam o professor principalmente no que diz respeito a atividades em que essa relação está explícita ou não.

Os livros relacionados à Álgebra propõem propostas para a formação de professores de Matemática retomando a ideia de medição de segmentos como forma primeira de introduzir o conceito de números reais positivos no curso que forma professores que ensinam Matemática. Apresentam problematizações para possíveis pesquisas, apresentando um conjunto de textos que o professor poderá adaptar para seu uso em sala de aula, através da abordagem de aspectos conceituais importantes no trabalho com fontes primárias, os quais o professor poderá igualmente adaptar e utilizar em aula.

Nas produções relacionadas à Trigonometria, são abordados estudos sobre a influência da Astronomia sobre as navegações para o desenvolvimento da Trigonometria. Há algumas contribuições para professores que desejam introduzir a História da Matemática em suas aulas, servindo de guia introdutório a quem aprecie na área a partir de fonte primárias.

O VII SNHM foi realizado na Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO), no período de 1 a 4 de abril de 2007, na cidade de Guarapuava-PR. Nesta edição do seminário, os responsáveis pela série de textos de História da Matemática foram os professores Edilson Roberto Pacheco e Wagner Rodrigues Valente. Na quarta edição da oferta de minicursos nos SNHM, 24 autores proporcionaram 12 minicursos; 17 dos 24 autores estreavam ministrando minicursos no evento.

Quadro 9 - Relação dos minicursos do VII SNHM – 2007

TÍTULO	AUTOR (s)
Aspectos histórico-didáticos da relação Matemática/Música sob forma de uma exposição	Oscar João Abdounur
História da Matemática e ensino de cálculo: reflexões sobre o pensamento reverso	Antônio Carlos Brolezzi, Maria Cristina Bonomi Baruffi
História da Matemática em livros didáticos	Rosa Lucia Sverzut Baroni, Maria Isabel Zanutto Bianchi
História do movimento da Matemática Moderna no Brasil: arquivos e fontes	Maria Cecilia Bueno Fischer, Maria Célia Leme da Silva, Maria Cristina de Oliveira, Neuza Bertoni Pinto
História Oral em Educação Matemática	Antônio Vicente M. Garnica
Livros didáticos como fontes para a escrita da História da Matemática escolar	Elenice de Souza Lodron Zuin
Resolução de equações algébricas por radicais	Marcos Vieira Teixeira César Ricardo P. Martins
Tópicos em História das Ciências: história e memória	André Luís Mattedi Dias Diogo Franco Rios
Uma abordagem pedagógica do uso de fontes originais em História da Matemática	Circe M. Silva da Silva Dymnikov, Lígia Arantes Sad
Uma História da Matemática escolar do Ensino Médio	Maryneusa Cordeiro Otone e Silva, Denise Franco Capello Ribeiro
Uma introdução à obra de George Boole	John Andrew Fossa, Giselle Costa de Souza
Uma perspectiva multicultural para a História da Matemática na formação de professores das séries iniciais	Cristina Dalva Van Berghem Motta, Viviane Lovatti Ferreira

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na quarta edição da oferta de minicursos, predominaram as produções que classificamos como “outros” e de Álgebra, com cinco produções cada uma, e duas produções de Aritmética.

Nas produções classificadas como “outros”, as abordagens foram a respeito da História da Matemática nos livros didáticos para o Ensino Fundamental, categorizando modos e formas de como avaliar livros didáticos. Apontam ideias principais do Movimento da Matemática Moderna no Brasil e um olhar nas teses e dissertações que abordam essa perspectiva. Apresentam um manual para a pesquisa com a metodologia História Oral em Educação Matemática. Expõem debates historiográficos sobre a temática memória. Mostram contribuições para a análise histórica da disciplina Matemática que hoje é ensinada no Ensino Médio. Apresentam George Boole a partir de seus dados biográficos e obras historiográficas.

Nas produções de Álgebra, destaca-se uma abordagem direcionada aos professores com aspectos histórico-didáticos da relação entre Matemática e música, utilizando as séries harmônicas e sequências de Fourier. Apontam exemplos do pensamento reverso que podem se tornar uma importante ferramenta para o ensino de cálculo. Demonstram como ocorreu a passagem da abordagem das equações de 3º, 4º e 5º a partir de Lagrange e do Teorema de Galois. Exibem uma integração da História da Matemática com a História da Matemática Educativa a partir de fragmentos históricos. Dessa forma, manipulam as informações expressas para o processo de aprendizagem dos alunos.

As produções de Aritmética apresentam como a alteração do currículo foi ocorrendo e modificando a prática dos professores de Matemática nas séries iniciais. Retratam uma utilização da História da Matemática em uma perspectiva multicultural com aproximações da Etnomatemática, abordando a História da Matemática com foco na história dos números, medidas e das geometrias no contexto da civilização egípcia.

O VIII SNHM foi realizado na Universidade da Amazônia (UNAMA), ocorrido no período de 5 a 8 de abril de 2009, na cidade de Belém-PA. A série de textos de História da Matemática foi organizada pelos professores Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam.

Esta edição obteve o maior quantitativo de minicursos: 26 autores proporcionaram 19 minicursos. Dezoito autores participavam do evento ofertando minicursos pela primeira vez.

Quadro 10 - Relação dos minicursos do VIII SNHM – 2009.

TÍTULO	AUTOR (s)
A Teoria dos números figurados na Ciência Antiga & Moderna	Manoel de Campos Almeida
Abordagens no cálculo do seno de 1°: as contribuições de Ptolomeu, Al-Kashi e Copérnico	Bernadete Morey e Paulo Cezar de Faria
Algumas observações sobre a característica de Euler. uma introdução de elementos da História da Matemática no Ensino Médio	Mônica de Cássia Siqueira Martines
As Lógicas de Aristóteles, Boole e Frege	Fernando Raul Neto
As recreações matemáticas na evolução do conhecimento matemático e seus desdobramentos	Josinalva Estacio Menezes e Cícero Monteiro de Souza
Aspectos históricos de alguns conceitos da Álgebra Linear	Rosa Lucia Sverzut Baroni
Ciência e cultura no cinema: uma alternativa para inserção da História da Matemática na formação de professores	Roméia Mara Alves Souto
Dos antigos pesos e medidas ao sistema métrico decimal	Elenice de Souza Lodron Zuin
História e tecnologia no ensino de equações polinomiais	Carlos Alberto de Moraes e Plínio Zornoff Táboas
Introdução histórica às Geometrias Não-Euclidianas: uma proposta pedagógica	Sérgio Nobre
Métodos históricos para resolução algébrica de equações	João Claudio Brandemberg
Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de Matemática	Marcia Cristina da Costa Trindade Cyrino e Regina Célia Guapo Pasquini
Na oficina do historiador da Educação Matemática: cadernos de alunos como fontes de pesquisa	Maria Célia Leme da Silva e Wagner Rodrigues Valente
O teorema das 4 cores: uma história e uma proposta pedagógica para o Ensino Básico	Maria Terezinha Gaspar
Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica	Érico Andrade
Problematizando os caminhos que levam à tabela trigonométrica	M ^a José de Freitas Mendes e M ^a Lúcia Pessoa Chaves Rocha
Um desenvolvimento histórico do conceito de função	José Ricardo e Souza Maffra
Uma abordagem pedagógica para a introdução da História da Matemática	Edilson Pacheco e Enilda das Graças Pacheco
Uma incursão em alguns tópicos da História da Geometria	Vincenzo Bongiovanni

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na quinta edição da oferta de minicursos, foram publicadas cinco produções de Geometria e quatro produções de Álgebra. As categorias “outros”, Trigonometria, Aritmética e “abordagem mista” totalizaram duas produções cada uma.

As produções de Geometria abordavam algumas explorações dos tópicos da História da Geometria e alguns episódios desta história na Grécia Antiga. Apresentam a História da

Geometria Não-Euclidiana listando as contribuições de Gauss, Lobachevshy e Bolya para esse tema. Apresenta a História da Matemática como recurso pedagógico a partir do teorema das quatro cores, proporcionando atividades que podem ser utilizadas para a Educação Básica. Apontam o conceito de abstração de modo que se compreende o surgimento da Geometria Analítica. Demonstram a relação de Euler e apresentam algumas atividades para serem utilizadas por professores do Ensino Médio. Propõem algumas atividades que podem ser utilizadas envolvendo operações com segmentos e números inteiros. Exibem um panorama histórico dos pesos e medidas, desde sua origem até se chegar aos sistemas internacionais de medidas.

Nas produções de Álgebra, são apresentados alguns aspectos históricos sobre espaços vetoriais e outros conceitos relacionados à Álgebra linear. Mostram diversos métodos de resolução de equações, demonstrando informações e fatos históricos em relação aos métodos de resolução. Revelam um panorama histórico da evolução dos problemas de equações através de estudos do cálculo de raízes de equações polinomiais. Demonstram um percurso histórico relacionado ao conceito das funções.

As produções classificadas como “outros” abordam diferentes contextos sociais e culturais considerando religião, filosofia e artes. Apresentam possibilidades de trabalhar as diferenças entre a lógica de Aristóteles, Boole e Frege discutindo sobre aspectos históricos e conceituais da lógica. Denotam conexões entre ficção e realidade pela relação entre História e Matemática. Manifestam como os cadernos escolares constituem um material imprescindível para estudos de professores de diferentes épocas.

As produções de Trigonometria apresentam aspectos da História da Trigonometria referentes ao cálculo do seno, mostrando contribuições de Ptolomeu, Copérnico e Al-Kashi. Apontam atividades que envolvem a construção de tabelas trigonométricas com embasamento histórico. As produções classificadas como “abordagem mista” abordam a história das recreações matemáticas e apresentam possibilidades para o ensino de Matemática. Exibem e contextualizam a história da teoria dos números figurados.

O IX SNHM foi realizado na Universidade Federal de Sergipe (UFS), ocorrido no período de 17 a 20 de abril de 2011, na cidade de Aracaju-SE. A responsabilidade da organização da série de textos de História da Matemática ficou a cargo dos professores Carlos Henrique Barbosa Gonçalves e Eva Maria Siqueira Alves.

Na sexta edição da oferta de minicursos, 12 dos 21 autores participavam pela primeira vez apresentando minicursos no evento. Juntos, ofertaram 12 minicursos, respectivamente.

Quadro 11 - Relação dos minicursos do IX SNHM – 2011.

TÍTULO	AUTOR (s)
5º postulado de Euclides e o axioma de Pash: resenha histórica e análise da viabilidade de abordagem axiomática para o ensino de Geometria Euclidiana	Plínio Zornoff Táboas
Racional, o irracional, o transcendente e o imaginário em $ep. i + 1 = 0$	Miguel Chaquiam, Iran Abreu Mendes
O Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico	Lucieli M. Trivizoli, Rachel Mariotto
Análise combinatória: um estudo via História da Matemática	Mônica de Cássia Siqueira Martins, Sabrina Helena Bonfim
Práticas de leitura em tópicos de História da Matemática	Edilson Roberto Pacheco, Enilda das Graças Pacheco
Uma introdução para o estudo histórico da Geometria Analítica Plana	Mariana Feiteiro Cavallari, César Ricardo Peom Martins
Problema dos carteiros: uma história de 300 anos	Circe Mary Silva da Silva, Tercio Girelli Kill
Historicidade e escola: possibilidades de projetos com crianças e adolescentes	Antônio Vicente Marafioti Garnica, Luzia Aparecida de Souza
Aritmética e Geometria no tempo dos grupos escolares	Maria Célia Leme da Silva, Wagner Rodrigues Valente
Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI	Fumikazu Saito, Marisa da Silva Dias
O que são e o que significam as frações	Dicesar Lass Fernandez
Ensino, pesquisa e vulgarização da Geometria no advento da Matemática Moderna	Rogério Monteiro de Siqueira

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na sexta edição da oferta de minicursos, predominaram as produções de Geometria, com cinco produções, além de quatro produções de Álgebra, Aritmética, “abordagem mista” e “outros”. Foi identificada uma produção de cada categoria.

Nas produções de Geometria, foram abordados aspectos históricos e filosóficos do surgimento dos elementos de Euclides. Discutem e expõem o conceito de curvatura da superfície por meio de atividades históricas. Apresentam um breve panorama histórico da Aritmética e da Geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental e analisam as transformações do antigo ensino primário. Elencam contribuições da História da Matemática para o processo de construção dos conceitos pautado em uma proposta historiográfica. Apontam

atividades através da descrição de um percurso do problema de Apolônio, mostrando algumas potencialidades do uso da História da Matemática por meio de um problema clássico. Mostram uma introdução da História da Geometria Analítica, dispondo atividades com o intuito de exibir como essa teoria foi constituída. Salientam aspectos gerais do ensino e pesquisa da Geometria no início do século XX.

As produções de Álgebra apresentam a análise combinatória no desenvolvimento de algumas civilizações, com contribuições dos gregos, por meio de problemas envolvendo a lógica, e dos chineses, através do jogo Go. Demonstram as práticas de leitura em História da Matemática com foco no ensino de equações de 2º grau. Demonstram um panorama histórico do problema do carteiro, incluindo as abordagens de matemáticos como Newton, Bezout e Borel. Apontam a evolução do conceito de fração e a sua relação com os números racionais.

Na produção de Aritmética, é apresentada uma exploração no contexto histórico da Matemática nos aspectos referentes à ampliação do conceito de número. A produção classificada como “outros” aborda uma experiência de trabalho realizada com alunos do ensino básico e aponta possibilidades de projetos de intervenção com aspectos da história da Educação Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.

O X SNHM foi realizado na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), no período de 24 a 27 de março de 2013, na cidade de Campinas-SP. Os professores Fábio Bertato e Ítala D’Ottaviano foram os organizadores da série de textos de História da Matemática do ano mencionado.

Na edição, foram proporcionados somente sete minicursos pelos seus 11 respectivos autores; dentre os quais sete estreavam no evento como ministrantes dos minicursos.

Quadro 12 - Relação dos minicursos do X SNHM – 2013.

TÍTULO	AUTOR (s)
A Matemática no Ensino Fundamental: uma abordagem didática centrada nos problemas com motivação na História	Severino Barros de Melo
Introdução aos métodos de Euler sobre os números amigáveis	John Andrew Fossa e Sarah Mara Silva Leôncio
Análise matemática no século XIX	Rosa Lucia Sverzut Baroni e Silvio César Otero-Garcia
Um passeio histórico pelo início da teoria das probabilidades	Angélica Raiz Calabria e Mariana Feiteiro Cavalari
Uma história concisa da lógica paraconsistente	Evandro Luís Gomes, Ítala M Loffredo D' Ottaviano
Além do Marquês: a regra de L'Hopital no contexto da história da análise	Fernando Q. Gouvêa
O papel na visualização na história dos números complexos	Gert Shubring

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na sétima edição da oferta de minicursos, foram classificadas quatro produções de Álgebra, Geometria, Aritmética e da categoria “outros”, com uma produção cada. Nas produções de Álgebra, foram abordadas reflexões sobre as transformações ao longo da história da análise. Apresentam a tradução do artigo de Gaub explicando a aceitação dos números imaginários como números complexos. Apontam a origem da teoria das probabilidades expondo algumas contribuições importantes de matemáticos da época. Exibem alguns aspectos históricos da análise, de modo que contribuam para uma melhor compreensão dessa disciplina.

A produção de Geometria aborda a existência da relação entre a História da Matemática e alguns conteúdos trabalhados no Ensino Fundamental. A produção de Aritmética aborda a biografia de Euler, destacando o segundo artigo dos três publicados referentes aos números amigáveis. A produção classificada como “outros” retrata uma abordagem dos aspectos da história da filosofia da ciência e história da lógica paraconsistente.

O XI SNHM foi realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), no período de 28 de março a 1 de abril de 2015, na cidade de Natal-RN. Os professores Iran Abreu Mendes e Bernadete Barbosa Morey foram os organizadores da série de texto de História da Matemática. Nesse ano, 17 autores proporcionaram 10 minicursos para o evento. Dez deles participavam do evento de forma inédita.

Quadro 13 - Relação dos minicursos do XI SNHM – 2015.

TÍTULO	AUTOR (s)
Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos	Ana Carolina Costa Pereira
Empatia e História da Matemática	Antônio Carlos Brolezzi
As correspondências entre Euler e a princesa alemã como unidades básicas de problematização para as aulas de Matemática	Daniele Esteves Pereira, Iran Abreu Mendes
História da Educação Matemática e o uso de um repositório de conteúdo digital	David Antônio da Costa Wagner Rodrigues Valente
A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentadas na História da Matemática	Edilene Simões Costa dos Santos, Cristiano Alberto Muniz, Maria Terezinha Jesus Gaspar
Narrativas sobre história da Educação Matemática na/para a formação de professores	Heloisa da Silva, Vinícius Sanches Tizzo
Narrativas e História Oral: possibilidades de investigação em Educação Matemática	Luzia Aparecida de Souza, Carla Regina Mariano da Silva
Os concursos de Malba Tahan veiculados na Última Hora em 1972	Moysés Gonçalves Siqueira Filho
Simetria: história de um conceito e suas implicações no contexto escolar	Regina Célia Guapo Pasquini, Humberto José Bortolossi
História da Matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos	Miguel Chaquiam

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na oitava edição da oferta de minicursos, classificamos cinco produções que caracterizamos como “outros”, Geometria e Aritmética, com duas produções cada uma e uma produção classificada em Álgebra. As produções classificadas como “outros” apresentam um panorama de cartas presentes no livro de Euler que podem ser um recurso pedagógico para as aulas de Matemática. Exibem o uso de um repositório digital elaborado pelo grupo de pesquisas de História da Educação Matemática no Brasil. Mostram as narrativas como potencial para o desenvolvimento do tema escolar a partir da História. Abordam discussões e exercícios acerca de narrativas e História Oral, bem como o potencial para a formação de professores.

Nas produções de Geometria, foram abordadas literaturas clássicas da Educação do século XX e atividades geométricas explorando sua historicidade. Denotam um panorama histórico de cada conteúdo relacionado à Geometria, propondo posteriormente atividades e expondo os procedimentos. Expressam o conceito de simetria com ênfase em sua importância e possível interdisciplinaridade com as demais áreas de conhecimento.

As produções de Álgebra apresentam a origem e a evolução do cálculo infinitesimal através de Leibniz. A produção classificada com Aritmética apresenta um estudo histórico da régua de cálculo, enfatizando o contexto social da época e sua relação com os logaritmos, além de apresentar uma investigação de alguns problemas nos concursos do Jornal Última Hora de 1972, que podem fornecer o desenvolvimento do processo de pensamento.

O XII SNHM foi realizado na Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), ocorrido no período de 9 a 12 de abril de 2017, na cidade de Itajubá-MG. A série de textos de História da Matemática deste ano foi publicada pela Editora Livraria da Física, de São Paulo, sob a organização dos professores Marcos Vieira Teixeira e Mariana Feiteiro Cavalari.

Na nona edição dos Seminários Nacionais de História da Matemática, 20 autores ofereceram 10 minicursos; dentre os quais, 10 participavam de forma inédita na categoria.

Quadro 14 - Relação dos minicursos do XII SNHM – 2017.

TÍTULO	AUTOR (s)
Pesos e medidas do Brasil Colonial, tradição e cultura nos dias de hoje	Elenice de Souza Lodron Zuin e Nádya Aparecida dos Santos Sant' Ana
Construções da Geometria do compasso de Lorenzo Macheroni (1750-1800) em atividades com software de Matemática Dinâmica	José Damião Souza de Oliveira, Gisele Costa de Souza
A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores	Luciana de Fátima Bertini, Rosilda dos Santos Moraes e Wagner Rodrigues Valente
Boole, Cayley e Sylvester: o uso de seus métodos para o cálculo de Invariantes de polinômios homogêneos	Kleyton Vinicyus Godoy Douglas Gonçalves Leite
A Regressão Linear Galton (1922-1911) sendo reconstruída por meio das TIC para estudar funções afim de padrões de medida	Giselle Costa de Souza Juliana Maria Schivani Alves
Ensino de Aritmética por meio de instrumentos: uma abordagem utilizando do Robdologiae seu <i>numerationis per virgula</i>	Ana Carolina Costa Pereira, Eugenio Brito Martins
Cálculo de diferencial e integral de Newton e Leibniz: aproximações e distanciamentos no método	Angélica Raiz Calábria e Sabrina Helena Bonfim
A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio	Elisângela Miranda Pereira Carlini e Mariana Feiteiro Cavalari
Os sistemas de numeração antigos na formação de professores	Bernadete Morey e Gesivaldo Santos Silva
Uma história da Integral: de Arquimedes a Lebesgue	João Cláudio Brandemberg

Fonte: Elaboração própria (2018).

Na nona edição da ofertas de minicursos, predominaram as produções de Álgebra, com quatro, seguidas de três produções de Aritmética e duas de Geometria. As produções de Álgebra apresentavam atividades com abordagem histórica, as quais podem servir para o ensino de função afim. Exibem um panorama biográfico de matemáticos e suas contribuições para a teoria e métodos das invariantes. Apresentam a biografia de Leibniz e de Newton, bem como o desenvolvimento do cálculo diferencial integral. Mostram a evolução histórica do conceito de integral e discutem possibilidades do uso da História da Matemática para o ensino de cálculo integral.

Nas produções de Aritmética, é apresentada uma possibilidade para o ensino de Aritmética através da obra de Naiper. Apontam sugestões e abordagens para o professor referentes aos sistemas de numerações dos maias, egípcios e babilônios. Abordam a história dos pesos e medidas no Brasil e em Portugal, apresentando estudos e costumes dos séculos XVIII, XIX e XX que ainda estão enraizados em alguns grupos.

As produções de Geometria apresentam possibilidades com o uso da História da Matemática por meio das TIC, abordando problemas históricos de construções geométricas através do *Geogebra*. Apresentam abordagens da História da Matemática em livros didáticos e no ensino de Matemática. As produções classificadas como “outros” salientam os saberes dos professores de Matemática e advogam que não basta somente o saber da disciplina.

Salientamos que, no primeiro e no segundo Seminário Nacional de História da Matemática, foram oferecidos minicursos, mas não houve a publicação em livros. De acordo com essas observações, desde a criação dos livros de minicursos publicados a partir da realização do IV SNHM em 2001, 111 autores⁹ proporcionaram ao todo 101 minicursos oferecidos nos Seminários Nacionais de História da Matemática, possibilitando que, de certa forma, a História da Matemática seja capaz de constituir a prática pedagógica de professores de todos os níveis de ensino, em especial no Ensino Fundamental e Médio, de maneira a colaborar com a formação continuada dos professores de Matemática. No quantitativo de autores, por sua vez, em cada edição, a comissão organizadora avalia apenas uma proposta por autoria, independentemente de outras parcerias. Portanto, não há possibilidade de um pesquisador ministrar dois minicursos na mesma edição do Seminário Nacional de História da Matemática.

⁹ Obtemos esse quantitativo considerando autores e coautores.

Quadro 15 - Quantitativo das produções por área de concentração

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO	Nº DE PRODUÇÕES
Álgebra	27
Geometria	23
Outros	21
Aritmética	18
Abordagem mista	7
Trigonometria	5
Total	101

Fonte: Elaboração própria (2018).

Em relação aos temas de Matemática, o quantitativo das produções de minicursos ao longo das últimas nove edições dos SNHM são as produções de Álgebra, representando 28%. Geometria representa 25% das produções elaboradas. As produções que classificamos como “outros” representam 22%. A Aritmética representa 20% dessas produções, enquanto a Trigonometria representa 6%.

Dessa forma, podemos verificar que as produções de minicursos tendem para a Álgebra, a Geometria e para alguns aspectos que caracterizamos como “outros” em conjunto com a Aritmética. Percebemos que os livros classificados na categoria “outros” são produções que, em sua maioria, contemplam a tendência História da Educação Matemática.

Inferimos também, com base no material empírico analisado, que as produções de Trigonometria requerem mais aprofundamento. Poucas produções para os minicursos foram apresentadas até o ano de 2017. Basicamente, as produções pautadas nessa perspectiva foram elaboradas por uma única pesquisadora.

2.5 RECORTE DE PESQUISA: POR QUE GEOMETRIA ANALÍTICA?

Se existe uma tendência de pesquisa em relação à área de concentração, seria a Geometria euclidiana plana para as produções de Geometria. Desta feita, as produções de História da Geometria Analítica são pouco abordadas e investigadas. Em todos os objetos de análise, foram identificadas poucas produções.

Os percentuais dessa pesquisa foram ajustados levando em conta a técnica de arredondamento, considerando as produções caracterizadas como abordagens mistas. Dessa forma, tal técnica não prejudica a compreensão da pesquisa elaborada.

Assim como a Geometria Analítica, pesquisas com conceitos de Trigonometria¹⁰ também são pouco elaboradas/exploradas. Enquanto cada vez mais observamos pesquisas com o mesmo objeto matemático, outras necessitam de um pouco mais de atenção.

De acordo com essas observações, realizaremos a seguir uma caracterização das produções de História da Matemática no tocante à Geometria Analítica para, dessa forma, sugerir encaminhamentos para professores da Educação Básica. Após um breve panorama em relação às produções de História da Matemática no Brasil, no próximo capítulo apresentaremos as produções que concernem à Geometria Analítica. Neste capítulo, descreveremos e comentaremos tais produções. Apesar de termos elaborado um levantamento criterioso e cuidadoso, não podemos garantir que conseguimos dar conta de todas as produções referentes ao conteúdo de acordo com a temática trabalhada nesta dissertação.

¹⁰ Afirmação feita levando em conta as pesquisas em História da Matemática.

3 CARACTERIZAÇÃO DAS PRODUÇÕES SOBRE HISTÓRIA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Neste capítulo, comentamos as produções científicas que abordam a Geometria Analítica. Ao selecionar as produções que serão apresentadas no decorrer deste capítulo, todas elas foram consultadas e classificadas de acordo com o instrumento geral elaborado para o desenvolvimento da pesquisa (cf. Apêndices 1, 2 e 3).

De acordo com o levantamento utilizado pelo grupo do Projeto Guarda-Chuva (CNPq), identificamos que, dos 794 trabalhos publicados nos anais do SNHM (1995-2017), foi possível identificar o quantitativo de 11 trabalhos sobre Geometria Analítica. Nessa relação, há três trabalhos cujo texto não foi publicado, além de um trabalho oriundo de pesquisa de mestrado. Assim sendo, classificamos somente os textos disponíveis nos anais e aqueles que provinham de dissertações foram caracterizados nas seções de dissertações e teses desta pesquisa.

Em relação aos anais do ENEM (1987-2016), identificamos que, a partir do levantamento geral, foram publicados 7095 trabalhos. Desse quantitativo geral, 435 referem-se às produções de História da Matemática. A partir dessas produções, foi possível identificar apenas uma produção sobre Geometria Analítica que ainda seria fruto de uma pesquisa de mestrado. Dessa maneira, 12 trabalhos foram publicados nos anais do SNHM e ENEM com enfoque na História da Geometria Analítica. Porém, somente sete dessas produções foram classificadas conforme a justificativa acima.

Quadro 16 - Quantitativo de produções por tendências em pesquisa – ANAIS

TENDÊNCIA DE PESQUISA	QNT
História e Epistemologia da Matemática	5
História da Educação Matemática	1
História para o Ensino da Matemática	1
TOTAL	7

Fonte: Elaboração própria (2019).

Foi encontrado um trabalho apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), sob o título: *Educação Matemática: Retrospectivas e perspectivas*. O evento ocorreu em Curitiba-PR, de 18 a 21 de julho de 2013. Elencamos ainda a comunicação científica intitulada *A Geometria Analítica no Ensino Secundário vista pelos livros didáticos veiculados*

entre a reforma Gustavo Capanema e a portaria ministerial de 1951, de autoria de Josélio Lopes Valentim Júnior e Maria Cristina Araújo de Oliveira. Este trabalho exhibe resultados parciais de uma investigação em nível de mestrado. Portanto, apresentaremos as contribuições desses autores na seção de dissertações desta pesquisa.

No artigo apresentado como comunicação científica no I SNHM, em 1995, intitulado *Sylvester Lacroix e a popularização da Geometria Analítica*, de autoria de Circe Mary Silva da Silva, inicialmente, a autora relata a vida de Lacroix, apresentando algumas obras que influenciaram a Europa e o Brasil no século XIX. O livro analisado nessa comunicação foi *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'Application de L'algèbre à la géometrie*, o primeiro livro sobre Geometria Analítica plana escrito por Lacroix, que foi adotado para o Ensino Básico da França, da Alemanha e do Brasil.

Silva (1995) aponta igualmente que Lacroix exerceu influência sobre outros matemáticos, tais como Lagrange e Monge. A autora enfatiza ainda que Lacroix concebeu a Geometria Analítica somente a partir de Descartes e Viète, devido ao fato de Álgebra ser apenas um meio para facilitar a aplicação de certos teoremas de Geometria. Segundo a autora, Lacroix não inicia a abordagem da Geometria Analítica pelo sistema de coordenadas, sendo esse conteúdo abordado ao final de sua produção.

Segundo a autora, na obra de Lacroix, a Geometria Analítica, como é atualmente compreendida, é introduzida somente no capítulo 18. O último tema abordado refere-se às curvas de dupla curvatura, apresentando vários exemplos de curvas de dupla curvatura, como a resultante da intercessão de duas superfícies não planas. Segundo a autora, Lacroix apresenta em seu livro alguns exemplos de curvas de dupla curvatura como resultantes da intercessão da parabolóide e do cone reto. Silva (1995) conclui que, a partir das análises desenvolvidas, o ensino de Geometria Analítica no Brasil no século XIX não era diferente do ensino nos outros países, a exemplo da França, Alemanha e Estados Unidos.

A autora apresenta um breve relato de uma obra de Sylvestre Lacroix sobre a Geometria Analítica. Assim sendo, classificamos essa comunicação científica como uma produção de História da Educação Matemática.

A produção elaborada para o I SNHM, em 1995, intitulada *A Geometria Analítica nos livros-textos no Brasil no século XIX* e o texto elaborado para um minicurso, intitulado *A História da Geometria Analítica*, ambos de autoria de Circe Mary Silva da Silva, estão registrados nos anais, mas não constam nos arquivos do evento.

A produção apresentada em uma conferência do III SNHM, em 1999, intitulada *Uma curta história das cônicas e sua relação com a Geometria Projetiva*, de autoria de Nelo da Silva

Allan, teve por objetivo apresentar uma breve história das cônicas em torno de problemas específicos com a construção da cônica, que passa por cinco pontos dados, bem como o problema de tangências de circunferências de Apolônio.

Inicialmente, o autor justifica os trabalhos consultados de Apolônio, Pappus, Pascal, Fermat, Descartes e Newton e apresenta um breve panorama das obras destes estudiosos. Logo após, são apresentadas obras das cônicas a partir dos estudiosos citados. O autor justifica que, por falta de espaço, deixou de mencionar muitos geometras, principalmente do século XX, que estiveram ligados às geometrias; porém, não diretamente com as cônicas.

Esse texto, elaborado para uma conferência, evidencia a história das cônicas e seu desenvolvimento enquanto conteúdo, além das contribuições de matemáticos. Portanto, classificamos essa produção em História e Epistemologia da Matemática.

O artigo apresentado na modalidade de comunicação científica no IV SNHM, em 2001, intitulado *História da Geometria Analítica e sua utilidade em atividades didáticas*, de autoria de Carmen Rosana Pinto Franzon, foi registrado nos anais, mas não consta nos arquivos do evento.

O trabalho produzido para comunicação oral no IX SNHM, em 2011, intitulado *Apresentação de dissertação sobre a obra “Novos elementos das seções cônicas” (Philippe de La Hire - 1679) e sua relevância para o ensino de Matemática*, de autoria de Francisco Quaranta Neto, foi apresentado sob a forma de comunicação científica a partir de uma investigação elaborada pelo autor em nível de mestrado. Logo, apresentaremos as contribuições desse autor na seção de dissertações desta pesquisa.

A produção elaborada para apresentação na modalidade pôster no IX SNHMm em 2011, intitulada *O romance das cônicas em sala de aula: uma proposta didática para o ensino da elipse*, de autoria de Carlos Eduardo Petronillo Boiago e Camilla Del Rei de Fariadireita, foi um texto elaborado a partir do resumo de duas páginas e está disponível nos anais do evento. Esse relato é fruto da experiência dos autores da disciplina de História da Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Minas Gerais.

Nessa disciplina, a professora divide os alunos em grupos e apresenta alguns artigos para serem discutidos em sala. Após a discussão dos textos com os alunos, a docente entregou uma ficha de trabalho solicitando a criação de um plano de aula que contemplasse algumas discussões de um artigo. Dessa maneira, os alunos propuseram um plano para que professores do Ensino Médio pudessem ser orientados para trabalhar a elipse com o viés da História da Matemática.

Classificamos essa produção em História para o Ensino da Matemática. Embora não haja a proposta concreta descrita no resumo disponível nos anais, a descrição e a intenção voltada para o ensino fizeram com que a classificássemos nesta tendência.

A produção feita sob a forma de comunicação científica para o X SNHM, em 2013, intitulada *O papel da simplicidade na Geometria Cartesiana*, de autoria de Davide Crippa, teve seu texto elaborado a partir de um resumo de cinco páginas e está disponível nos anais do evento. Nesse trabalho, o autor visa a uma teoria apresentada no livro de René Descartes *O Discurso do Método*, além de algumas cartas. O autor apresenta e explica a escolha do tema, bem como separa o conceito trabalhado por ele – simplicidade - em três tipos, denominados como facilidade, simplicidade descritiva e simplicidade dimensional.

Crippa (2013) apresenta algumas observações para explicar a escolha da simplicidade dimensional e ele considera o papel estrutural da Álgebra para o ordenamento das curvas e problemas. Segundo o autor, a simplicidade dimensional possui vantagens claras no que concerne à facilidade, como, por exemplo, propriedades da redução das curvas de equações.

Como o autor apresenta um conceito da Geometria Cartesiana presente na obra de René Descartes, classificamos essa produção em História e Epistemologia da Matemática.

O texto elaborado para o XI SNHM, em 2015, para a modalidade pôster, intitulada *História da Geometria Analítica: a evolução das seções cônicas*, de autoria de Ligia Mesquita de Souza e Marcos da Nóbrega Teixeira, foi escrito a partir do resumo de duas páginas e está disponível nos anais. Inicialmente, os autores apresentam a motivação do trabalho. Na disciplina de História da Matemática, eles apresentaram um seminário sobre a História da Geometria Analítica. Logo em seguida, é apresentado o objetivo do trabalho, que é apresentar o tema através da evolução da notação algébrica utilizada para o desenvolvimento das seções cônicas, e, por fim, os autores apresentam seus aportes teóricos e metodológicos.

Para classificar esse trabalho, tomamos por base o pequeno texto disponível e o objetivo apresentado. Desse modo, classificamos essa produção em História e Epistemologia da Matemática.

A produção apresentada na modalidade de pôster no XI SNHM, de 2015, intitulada *A evolução histórica das seções cônicas*, de autoria de Francisco Aureliano e Givaldo Oliveira dos Santos, deu conta de uma investigação em nível de mestrado elaborada por um dos autores. Porém, ao analisar a dissertação referente que serviu de base para essa comunicação, percebemos que a pesquisa não enfocou a História da Matemática, e sim outra temática. Por esse motivo, não apresentaremos essa investigação na seção de dissertações do presente estudo.

Apresentaremos informações sobre este trabalho nesta seção por se tratar de um estudo sobre o desenvolvimento das seções cônicas ao longo da História.

Segundo os autores, trata-se de um estudo com ênfase no professor que trabalha com o tema proposto. Discutem ainda sobre sua metodologia de ensino capaz de despertar os interesses dos alunos em aprender. Na seção que aborda as seções cônicas na Grécia, os autores apresentam um panorama histórico sobre as cônicas, apontando sua evolução enquanto campo de conhecimento nas obras de Apolônio e Arquimedes. Todas essas investigações foram baseadas nos livros de Carl Boyer e Howard Eves.

Com o estudo elaborado, mediante a observância do modo como as seções cônicas se desenvolveram ao longo dos anos, classificamos a produção em História e Epistemologia da Matemática.

O texto elaborado para a modalidade de pôster no XI SNHM, em 2015, intitulada *Hiperboloide: sua história e definição*, de autoria de Stephany Glauca de Oliveira Paulo e José dos Santos Guimarães Filho, reporta-se a uma pesquisa que, segundo os autores, apresenta resultados de uma pesquisa bibliográfica sobre a história do hiperboloide. O trabalho objetivou construir um texto sobre o histórico de uma das superfícies quadráticas a partir do surgimento das seções cônicas. Desse modo, os autores apresentam uma abordagem histórica em relação às seções cônicas com as contribuições de Menaecmus e Apolônio para que o conceito fosse desenvolvido ao longo dos anos.

Na seção seguinte, os autores apresentam a hiperboloide, mostrando as características de uma e duas folhas, bem como sua história. Apresentam ainda a título de curiosidade como a hiperboloide é utilizada na Engenharia e na Arquitetura, através de exemplos como as obras de Oscar Niemeyer. Os autores apontam como resultado da pesquisa que os hiperboloides contribuíram para a História da Matemática tanto quanto para a Engenharia e a Arquitetura.

Os autores apresentam uma abordagem histórica dos hiperboloides comparando-as às cônicas, bem como apresentam contribuições delas para a Matemática e para a Arquitetura. Portanto, classificamos essa produção em História e Epistemologia da Matemática.

No que se refere às produções de História da Geometria Analítica em Teses e Dissertações, ao empreender a análise das dissertações levantadas, obtivemos o quantitativo total de 16 produções; dentre as quais, duas pesquisas enfocam a História e Epistemologia da Matemática, sete pesquisas relacionam-se à História da Educação Matemática e sete pesquisas foram classificadas em História para o Ensino de Matemática.

Quadro 17 - Tendência em pesquisa em História da Matemática em (T e D).

TENDÊNCIA DE PESQUISA	QNT
História e Epistemologia da Matemática	2
História da Educação Matemática	7
História para o Ensino da Matemática	7
TOTAL	16

Fonte: Elaboração própria (2019).

A dissertação intitulada *A obra “Lógica Racional, Geométrica, Analítica” (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660-1748): Um estudo das possíveis contribuições para o desenvolvimento educacional luso-brasileiro*, de autoria de Dulcyene Maria Ribeiro, sob orientação de Sergio Roberto Nobre, defendida em 2003 na Universidade Estadual Paulista, empreende um estudo histórico de três obras de Manuel de Azevedo Fortes, com foco na obra intitulada *Lógica Racional, Geométrica e Analítica*. A pesquisa está organizada em sete capítulos. Na introdução, Ribeiro (2003) apresenta seu objetivo, que é identificar de que maneira se deram o desenvolvimento e a importância da Matemática em Portugal e no Brasil, e suas contribuições para o desenvolvimento educacional luso-brasileiro. Neste trabalho, não foi possível identificar a pergunta norteadora da pesquisa.

No segundo capítulo, é apresentada a metodologia da pesquisa, na qual a autora discute o contexto em que Manuel de Azevedo Fortes estava inserido. Para isso, foi necessário o acesso a vários livros e documentos da época, que descreviam tal período. No capítulo 3, é apresentado um contexto da época em que o engenheiro militar português viveu. Apresenta ainda um panorama histórico-político e econômico de Portugal e do Brasil. No capítulo 4, discute-se sobre o autor e se esclarece onde as informações que subsidiaram o relato da pesquisa foram encontradas, além de serem descritas algumas obras elaboradas por ele.

No capítulo 5, a autora apresenta uma análise do livro *Lógica Racional, Geométrica e Analítica*, de autoria de Manuel de Azevedo Fortes. Esta obra está dividida em três partes, a saber: A Lógica Racional, com 151 páginas; Lógica Geometria, com 270 páginas; e Lógica Analítica, com 224 páginas. O livro *Lógica Racional* é composto por quatro partes, dispostas em 34 capítulos e um apêndice. No segundo livro, são cinco partes, organizadas em 23 capítulos e um apêndice, o qual, conforme Ribeiro (2003), refere-se a seções cônicas. O terceiro livro analisado, *Lógica Analítica*, contém seis partes, dispostas em 34 capítulos e um apêndice.

Segundo a autora, no início do apêndice do segundo livro, Fortes menciona Gregório de São Vicente como autor de uma obra de secções cônicas, na qual elucida o conceito de elipse, hipérbole e parábola, bem como o que elas representam. No terceiro livro, Fortes discute que a Matemática se divide em pura e mista. Para ele, a Matemática mista é mecânica, ótica estática e geografia, enquanto a Matemática pura é dividida em duas partes: Aritmética e Geometria. Ribeiro (2003) informa que trabalharia somente com a Aritmética da Matemática pura.

Em suas considerações finais, a autora declara não ser possível ter certeza de que a *Lógica Racional, Geométrica e Analítica* exerceu um alto grau de influência sobre o pensamento matemático, a ponto de a abrangência da obra pudesse ter sido disseminada. Desse modo, não se pode afirmar que a obra serviu como manual nas escolas portuguesas. Ribeiro (2003) aponta que isso seria possível se ela houvesse tido acesso à informação de alguns arquivos das escolas da época. Ao emprendermos a análise dessa dissertação, observamos que a pesquisa analisa três manuais que poderiam ou não ter sido utilizados nas escolas da época. Dessa maneira, classificamos essa pesquisa em História da Educação Matemática.

A dissertação intitulada *Análise do livro I de Geometria de Descartes: apontando caminhos para o ensino da Geometria Analítica segundo uma abordagem histórica*, de autoria de Carmen Rosane Pinto Franzon, sob orientação de Arlete de Jesus Brito, defendida em 2004 pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino e Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte-UFRN apresenta uma análise do livro I de Descartes. A autora propõe uma reflexão sobre o ensino de Geometria Analítica.

O trabalho está organizado em seis capítulos. Na introdução, é apresentada a motivação para o estudo, a qual se deve à sua percepção enquanto professora da Educação Básica em relação a algumas falhas no ensino de Geometria Analítica. Ainda na introdução, fazem-se algumas reflexões sobre o ensino de Matemática e de Geometria Analítica, bem como a respeito da História da Matemática imbricada no ensino de Matemática. Quanto às dificuldades encontradas para a realização da pesquisa, Frazon (2004) menciona a falta de material que pode subsidiar o trabalho em sala de aula destinado à Geometria Analítica. Segundo ela, os textos abordam com mais detalhe os aspectos epistemológico e histórico do conceito em si, sem a preocupação e o devido tratamento ao emprego desses conhecimentos no ensino de Matemática.

O objetivo da pesquisa é analisar o livro I de Geometria de Descartes, fazendo um estudo sobre o ensino de Geometria Analítica, e apresentar algumas questões pedagógicas para o ensino. Para alcançar o objetivo, a pergunta norteadora é apresentada: quais discussões pedagógicas acerca de conceitos envolvidos na Geometria Analítica podem ser levantadas a partir do estudo do livro I da obra *Geometria* de Descartes?

No segundo capítulo, Franzon (2004) apresenta o percurso metodológico desenvolvido para a elaboração de sua pesquisa. Fez-se também uma revisão de literatura, que desnudou a escassez de materiais que pudessem contemplar a consecução do objetivo proposto. No tocante aos dois percursos fundamentais para o desenvolvimento da Geometria Analítica, Descartes e Fermat, embora a obra do segundo não tenha obtido a mesma repercussão do primeiro, e não obstante o fato de que o desenvolvimento da Geometria Analítica também deva ser creditado a Fermat, a autora se propôs a focar em sua pesquisa somente a obra de Descartes.

Em relação ao procedimento pedagógico, Franzon (2004) elaborou um estudo sobre algumas potencialidades pedagógicas da obra em estudo e concluiu que uma abordagem histórica pode ser um instrumento importante para o ensino. A partir disso, foi elaborada a revisão bibliográfica sobre o ensino de Álgebra e a análise do livro I de Descartes.

Foi formulada para o terceiro capítulo uma reconstrução histórica da Geometria Analítica. Nesse contexto, conferiu-se ênfase aos trabalhos de Apolônio, Pappus e Diofanto por terem influenciado Descartes de alguma maneira. Segundo Franzon (2004), Apolônio, por sua vez, poderia ter criado a Geometria Analítica. Não o fez pelo fato de que a Geometria grega considerava que as equações eram determinadas por curvas, e que as curvas não poderiam ser definidas por equações.

No quarto capítulo, Franzon (2004) propõe um panorama histórico da vida e obra de René Descartes, apresentando algumas de suas trajetórias de estudo e os fatores que o levaram a estudar Matemática. No capítulo 5, a autora comenta que o objetivo do livro de Descartes era apresentar um método algébrico para resolver problemas geométricos. Descartes estabeleceu uma relação entre números e linhas e depois relacionou a Álgebra com as curvas geométricas. A autora explica ainda como o cientista procedeu na multiplicação e divisão entre dois segmentos. Nesse ponto da discussão, Franzon (2004) denota alguns pontos de Geometria Analítica no livro de Descartes e apresenta o modo através do qual os professores poderiam estabelecer essas relações, abordando-as em sala de aula.

Em sua conclusão, a autora menciona que pode ser um grande desafio pôr em prática a proposta descrita por ela no ensino de Geometria Analítica, principalmente nos moldes do ensino que temos hoje. Um dos fatores a se considerar, segundo ela, seria a resistência dos próprios alunos, por não serem acostumados com esse tipo de ensino. Logo, ao efetuar a leitura da pesquisa, em que a autora realiza um estudo sobre História da Geometria Analítica com vistas a obter subsídios capazes de possibilitar o ensino, nesse caso específico a partir do livro I de Descartes, classificamos essa pesquisa em História para o Ensino de Matemática.

A dissertação intitulada *Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das secções cônicas com significado*, de autoria de Marta Maria Mauricio Macena, sob orientação de Iran Abreu Mendes, defendida em 2007 pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande no Norte-UFRN objetiva analisar algumas possibilidades de ensino em relação ao uso da investigação em sala de aula a partir da experiência da autora como docente da Educação Básica.

Essa dissertação está organizada em nove capítulos e 14 seções. A introdução contém a justificativa da investigação, questões norteadoras e os objetivos do estudo. No segundo capítulo, são feitas as configurações teóricas que sustentam o estudo. Nesse capítulo, apresentam-se algumas tendências de pesquisa em Educação Matemática, tais como resolução de problemas, modelagem matemática, História da Matemática, Etnomatemática, além da pesquisa dirigida, investigação em sala de aula, mudança conceitual e avaliação. No terceiro capítulo, é apresentada a metodologia adotada. O quarto capítulo traz algumas notas históricas sobre as secções cônicas. No quinto capítulo, são apresentadas histórias sobre a pesquisa elaborada. O sexto capítulo elucida o percurso metodológico adotado para a investigação em sala de aula. No sétimo capítulo, a autora relata a experiência em sala de aula através de um estudo piloto. No oitavo capítulo, apresenta-se a experiência em sala de aula por meio de uma pesquisa central. No nono capítulo, a autora tece suas considerações finais e, por fim, apresenta as referências consultadas.

Na introdução, Macena (2007) defende que devemos buscar na História os fundamentos e as raízes das teorias matemáticas que hoje estão desenvolvidas para ampliar um rol de conhecimentos dos conceitos matemáticos. A autora ainda analisa a possibilidade de uma abordagem metodológica diversificada para o ensino da Geometria Analítica enfatizando o estudo das seções cônicas, elipse, hipérbole e parábola. A pesquisa elaborada foi desenvolvida em dois períodos no Centro Federal de Educação Tecnológica da Paraíba-CEFET/PB. No primeiro período, havia três turmas do Ensino Médio no ano de 2004 e o segundo período com nove alunos do Ensino Médio no ano de 2005.

Em sua justificativa, Macena (2007) menciona a investigação em sala de aula, sendo essa uma investigação que objetiva o envolvimento de atividades e problemas da Matemática que levam o aprendiz a adquirir autonomia em sua própria aprendizagem. Após essa reflexão, a autora elenca oito perguntas que nortearam a pesquisa elaborada:

O que é aprendizagem significativa? O que difere uma aprendizagem significativa de uma aprendizagem mecânica? O que podemos considerar como uma investigação em sala de aula no Ensino Médio? Como aconteceu a evolução das secções cônicas na História da Matemática? Quais momentos históricos desse conhecimento podem trazer maior benefício ao ensino e aprendizagem ao serem investigados? Que fatos históricos podem ser retomados para o desenvolvimento de atividades de caráter investigativo no ensino e na aprendizagem desse conteúdo? Como explorar os conceitos e regras das secções cônicas de forma significativa para o Ensino Médio, numa atividade de investigação em sala de aula? (MACENA, 2007, p.25).

Dessa maneira, Macena (2007) apresenta seus objetivos ao analisar e gerar possibilidades de utilização da investigação em sala de aula como uma metodologia de ensino com uma abordagem histórica para o conteúdo de secções cônicas. Seus objetivos específicos são relacionar a aprendizagem significativa à investigação em sala de aula, discutir o desenvolvimento histórico das secções cônicas, relacionar os conceitos próprios das secções cônicas e elaborar e experimentar instrumentos.

No segundo capítulo desta dissertação, intitulado “Configurações teóricas que sustentam o estudo”, a autora procura refletir sobre algumas tendências em Educação Matemática e justifica a escolha das tendências pedagógicas desenvolvidas em seu trabalho. No terceiro capítulo, intitulado “Metodologia adotada nesta pesquisa”, Macena (2007) apresenta atividades embasadas no livro *Investigação matemática em sala de aula*, de Ponte et al(2003). Levando em consideração os quatro momentos idealizados pelo autor, Macena (2007) expõe como foi a metodologia adotada para alcançar os resultados esperados, apresentando que os alunos foram separados em grupos. Cada grupo teria a oportunidade de discutir com os demais o resultado obtido. A autora menciona ainda que fez parte do planejamento uma exposição em PowerPoint e um texto histórico sobre a criação das cônicas.

No quarto capítulo, intitulado “Notas históricas sobre as secções cônicas”, apresentam-se três tipos de cones na introdução das secções cônicas por Menaecmo, sendo cada um desses cones separados por um plano perpendicular a uma geratriz. Macena (2007) reflete também sobre os trabalhos de Fermat e Descartes sobre a Geometria Analítica e menciona a crença de que ela teria sido invenção apenas de Descartes. Segundo a autora, Laplace considera Fermat como descobridor do cálculo diferencial e codescobridor da Geometria Analítica. No quinto capítulo, intitulado “História da nossa pesquisa”, Macena (2007) apresenta a ideia da pesquisa, que surgiu no ano 2000 em uma exposição de Matemática, na qual se deparou com uma mesa de bilhar. Na pesquisa, foi substituída a mesa de bilhar por um tabuleiro de bilhar, cuja

construção foi exclusividade dos alunos, que foram orientados a elaborar o tabuleiro em forma de parábola, elipse e hipérbole, com as dimensões já pré-estabelecidas.

No sexto capítulo, Macena (2007) aponta algumas dificuldades para concluir a pesquisa e apresenta seu percurso metodológico seguindo uma pesquisa bibliográfica, elaboração e testagem de instrumentos didáticos, estudo piloto da metodologia e reestruturação da metodologia. Desenvolve a pesquisa com nove alunos, analisa os dados e a conclui.

No sétimo capítulo, intitulado “Experiências em sala de aula: um estudo piloto”, Macena (2007) comenta que os alunos que participaram da pesquisa estudaram o conteúdo de ponto, reta e circunferência. Logo após, foi aplicada uma avaliação e os sujeitos da pesquisa continuaram seus estudos com relação às seções cônicas da Geometria Analítica. No oitavo capítulo, explica que foi selecionado um número menor de alunos para o estudo (6 a 10 alunos) com o propósito de obter dados da análise a partir das observações da aplicação. Dessa maneira, os sujeitos da pesquisa foram informados que desenvolveriam as seguintes etapas: exploração, formulação de questões, organização dos dados, testes, reformulação e justificação, exposição e conclusão e avaliação.

Nas considerações finais, Macena (2007) discorre que, após realizar o estudo histórico sobre o tema, as respostas das questões norteadoras do trabalho foram sendo esclarecidas na medida em que a bibliografia e a produção das atividades foram sendo desenvolvidas e, com base nesses aspectos, o objetivo da pesquisa foi alcançado. Após refletir sobre os resultados obtidos em sua pesquisa, a autora apresenta algumas recomendações para professores. Desse modo, conforme os objetivos da pesquisa, e pela abordagem e preocupação pedagógica adotada e estabelecida de acordo com as atividades elaboradas para o ensino das cônicas, classificamos esse trabalho em História para o Ensino da Matemática.

A dissertação apresentada pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, defendida em 2008 na Universidade Federal do Rio de Janeiro, intitulada: *Tradução comentada da obra “Novos elementos da seções cônicas” (Philippe de la Hire-1679) e sua relevância para o ensino da Matemática*, de autoria de Francisco Quaranta Neto, sob orientação de Luiz Carlos Guimarães e coorientação de Tatiana Roque, discute o ensino atual das cônicas no Brasil, onde essa abordagem é exclusiva na Geometria Analítica. A tradução do livro mencionado apresenta a possibilidade de estudar as cônicas utilizando apenas a Geometria Euclidiana e define as cônicas através da propriedade bifocal exclusiva no plano. Para essa pesquisa, o autor apresenta ainda um panorama histórico das cônicas e uma biografia de Philippe de la Hire. Além de ser traduzida, a obra foi escrita, comentada e complementada.

A pesquisa está organizada em oito capítulos, conclusão e referências. Na introdução, o autor discute o modo como as cônicas são apresentadas no Ensino Médio e no Ensino Superior. Ainda na introdução, são apresentadas duas perguntas de pesquisa: Por que o estudo atual das cônicas se restringe a uma única linguagem geométrica? Por que outras caracterizações não estão presentes nos livros didáticos?

Além de apresentar o ensino das cônicas proposto pela obra, o autor visa a explorar as potencialidades para a formação do professor e para o ensino. Seus objetivos específicos são elaborar a tradução, oferecer alternativas para o professor, ampliar e complementar o texto com as novas proposições e fazer uma comparação com um livro relevante do século XIX do Brasil.

No segundo capítulo, intitulado “Relevância da obra ‘Novos elementos das seções cônicas’ (Phillippe de la Hire-1679)”, o autor oferece um breve panorama histórico das cônicas e expõe também alguns estudiosos que usaram e criticaram a caracterização bifocal.

No terceiro capítulo, intitulado “Dados sobre Philippe de la Hire”, é apresentada uma biografia do autor da obra trabalhada. O documento que subsidiou a elaboração desse capítulo refere-se a uma tradução de um livro de 1699 de Bernard de Fontenelle, que era secretário da Academia Real de Ciências da França. Nesse livro, o autor apresenta a biografia dos membros da Academia referida, da qual Philippe fazia parte.

No quarto capítulo, intitulado “Tradução para o português da obra ‘Novos elementos das seções cônicas’”, o autor apresenta a tradução para o português elaborada por ele do livro mencionado. Para tanto, o autor informa que utilizou uma versão traduzida em inglês de Brian Robinson de 1723, além da versão original e completa escrita em francês dividida em três partes; dentre as quais, somente uma diz respeito às seções cônicas. No processo de tradução, o autor relata que houve quatro versões traduzidas até chegar ao texto final, que contém 75 páginas. A versão final foi elaborada a partir do texto original em francês, com a manutenção, segundo ele, da linguagem vigente à época.

O quinto capítulo, intitulado “Comentários sobre as traduções para o português e para o inglês”, é dedicado aos comentários sobre as traduções do inglês e do português esmiuçando proposição por proposição. Foram comentadas partes das traduções descritas com destaque para a versão em português. O autor justifica que, como a versão em inglês de 1723 serviu de fonte inicial, ela também havia se tornado, de certa forma, um objeto de pesquisa pertinente para ser comentado.

No sexto capítulo, intitulado “Descrição e comentários sobre a obra”, são elaborados comentários sobre o livro por completo. O autor esmiúça detalhes nos textos que são pertinentes, além dos aspectos que podemos comparar com a abordagem atual das cônicas na

disciplina de Geometria Analítica. Para encerrar o capítulo, o autor destaca algumas características da obra, como, por exemplo, o uso da caracterização bifocal, a linguagem grega, a interação entre as proposições, dentre outras.

No sétimo capítulo, intitulado “Novas proposições que podem ser deduzidas a partir do texto de la Hire”, Quantana Neto (2008) apresenta oito novas proposições que não se encontravam no texto original de Philippe de la Hire. Foram criadas cinco novas proposições para hipérbole, duas para parábola e uma para elipse.

No oitavo capítulo, intitulado “Comparação da obra de la Hire com um livro didático do século XX (F.I.C)”, o autor compara a obra traduzida com um livro influente de Gabriel Marie, intitulado *Elementos de Geometria*, e explora a possível relevância para o ensino das curvas cônicas através de um resumo do que vem a ser elipse, hipérbole e parábola, e a conclusão de cada uma delas.

Por fim, Quaranta Neto (2008) retoma seu objetivo, qual seja: traduzir a obra *Novos elementos das seções cônicas*. O autor se diz surpreso por um texto ser tão abrangente, com 61 proposições, dois lemas, 38 definições e cinco problemas de construção. La Hire não utiliza em nenhum momento a linguagem analítica presente no ensino atual.

Portanto, a pesquisa refere-se à vida e obra de Philippe de la Hire. Apesar de ser uma tradução de uma obra, o autor enfoca o ensino e realça alguns pontos que podem ser utilizados para o ensino, apontando algumas sugestões e apresentando aspectos para a formação do professor. Dessa forma, classificamos essa produção em História da Educação Matemática.

A dissertação de Tatiana de Camargo Waldomiro, intitulada *Abordagem histórico-epistemológica do ensino da Geometria fazendo uso da Geometria Dinâmica*, defendida em 2011, sob a orientação do professor Oscar João Abdounur, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação na área de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de São Paulo (USP), objetiva investigar e analisar as implicações entre o ensino apoiado metodologicamente na História da Matemática e o uso de tecnologia em favor do ensino de Matemática. Nesse sentido, pretende-se usar a História da Matemática, como também os recursos tecnológicos, para o ensino de Matemática.

No primeiro momento do trabalho, a autora usou o artifício de contar a História da Matemática para ilustrar os temas de Geometria Analítica. No segundo momento, emergiu a ideia de utilizar o software matemático. Essa proposta é feita para alunos do terceiro ano do Ensino Médio. A hipótese é ampliar o conhecimento não somente de Geometria Analítica, mas de Geometria em geral. Inicialmente, utilizou-se a História da Geometria Analítica,

especificamente a primeira proposição do livro 1 de Euclides, para, a partir daí, encontrar a melhor maneira de projetar o software.

Para a elaboração da proposta, a autora tentou articular a História, a Geometria e o meio computacional para o ensino de Geometria através do uso de um software denominado *Cabri*, que subsidiou a construção de um novo software para o ensino de Geometria por meio de hipertextos, de modo que permitissem a utilização da História da Matemática.

O trabalho está organizado em cinco capítulos. O primeiro deles apresenta a justificativa que desencadeou a pesquisa. O problema de pesquisa é: de que maneira a História, a Geometria e o meio computacional potencializam para levar o conhecimento matemático para os alunos? Os objetivos buscam identificar e analisar os efeitos de uma articulação entre o ensino de Geometria, a História da Matemática e os recursos tecnológicos. O estudo estabelece suas fundamentações teóricas em Evelyne Bardin e Ubiratan D' Ambrósio, referente à análise de conteúdo e História da Educação Matemática; em Waldomiro, sobre epistemologia, como também em Imre Lakatos, Gaston Bachelard, e Yves Chevallard.

O segundo capítulo apresenta uma reflexão sobre a Geometria, discutindo-a como concepção histórica que pode encontrar no meio computacional subsídios metodológicos. No terceiro capítulo, a autora apresenta uma discussão epistemológica da Geometria, de modo a motivar os alunos para o estudo desse conteúdo e também para contribuir com os professores a partir de novas práticas pedagógicas a serem adotadas. No quarto capítulo, é apresentada a proposta para a construção de um software para o ensino de Geometria, destinado a elaborar construções geométricas articulando a História, a utilização de hipertextos e de figuras dinâmicas. No quinto capítulo, a autora tece a análise de sua experiência em torno da elaboração da proposta para seus alunos do período noturno.

A autora, ao longo da sua pesquisa, reflete sobre o ensino de Matemática, especificamente no ensino de Geometria, bem como sobre o uso da História da Matemática e de tecnologias no ensino. Delimita ainda duas propostas: uma para o uso do software *Cabri* como ferramenta de apoio à resolução de um problema da primeira proposição do livro 1 de Euclides e a outra para a criação de um novo software por meio de hipertextos, desde que o profissional que for utilizar esse recurso tenha conhecimento em linguagem de programação. Desse modo, classificamos essa produção em História para o Ensino de Matemática.

A dissertação intitulada *As cônicas na Matemática escolar brasileira: história, presente e futuro*, de autoria de Mirella Bordallo, sob orientação de João Bosco Pitombeira de Carvalho, defendida na Universidade Federal do Rio de Janeiro em 2011, objetiva contribuir de forma bibliográfica para o ensino da Matemática no Brasil. O objeto de estudo da pesquisa são livros

didáticos, programas de ensino e legislação de ensino. Por meio desses objetos, a autora investiga as transformações das seções cônicas no período compreendido entre 1892 e 2011.

A pergunta que norteou o estudo realizado é: como ensinar seções cônicas com unidade nos dias de hoje, como mostrar para os alunos que elipse, parábola e hipérbole pertencem a uma mesma família? Bordallo (2011) organizou sua pesquisa da seguinte maneira: o capítulo primeiro consiste na introdução, que recobre os objetivos, a metodologia e um breve panorama histórico relativo a seções cônicas. Para a apresentação do desenvolvimento histórico, a autora inicia mencionando os primeiros estudos referentes ao tema, os quais foram desenvolvidos por Menecmo e, posteriormente, por Apolônio. Esses primeiros estudos contribuíram para que outros estudiosos se dedicassem ao estudo das cônicas.

Segundo a autora, Fermat, um dos criadores da Geometria Analítica, produziu obras que propunham estudos sobre o tema. Já Descartes, outro estudioso que contribuiu para a criação da disciplina, embora não tivesse interesse no estudo do tema, teve contato com ele devido à resolução do problema de Pappus.

No segundo capítulo, é apresentado um estudo sobre o desenvolvimento do ensino das cônicas no Brasil a partir dos programas de ensino do Colégio Pedro II, discorrendo sobre como e em qual série o conteúdo das cônicas era ministrado no período compreendido entre 1892 e 2011. É importante destacar que a autora analisou alguns livros do programa de ensino do colégio mais influente na época: os programas da *Reforma Francisco Campos*, da *Reforma Capanema* e das sugestões de 1965 do Grupo de Estudo em Educação Matemática (GEEM).

O terceiro capítulo é o foco do trabalho e consiste em um estudo pormenorizado que analisa o progresso do ensino relativo às cônicas através dos objetos de estudo da pesquisa já mencionados. Desse modo, a autora apresenta 31 livros seriados, analisados e detalhados; dentre os quais, sete requeriam um aprofundamento mais pormenorizado. Em relação aos livros não seriados, foram catalogados 12 livros, dos quais dois foram analisados amiúde.

Nessa senda, a produção caracterizada se trata de uma análise de livros didáticos referentes ao ensino de cônicas a partir dos programas de ensino de um determinado período. A autora procura estabelecer conexões com o ensino atual. Embora a pesquisa não disponha de um instrumento de análise para se fundamentar, a pesquisa apresenta a forma como o tema era abordado no período estabelecido. Portanto, classificamos essa pesquisa em História da Educação Matemática.

A dissertação de Luciano Ferreira, intitulada *Uma proposta de ensino de Geometria Hiperbólica: “construções do plano de Poincaré” com o uso de software Geogebra*, sob a orientação do professor Rui Marcos de Oliveira Barros, defendida em 2011 junto ao Programa

de Pós-Graduação em Educação para a Ciências e a Matemática (PCM) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), elabora propostas didáticas por meio de software *Geogebra* para o ensino de Geometria Hiperbólica, a fim de verificar alguns obstáculos didáticos que emergem durante o processo da construção do seu objeto de estudo: o modelo do plano de Poincaré¹¹. Para isso, foi elaborado um minicurso. Os sujeitos investigados foram discentes do último ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná.

O objetivo geral da pesquisa é apresentar uma organização didática com tarefas para que os sujeitos participantes reconstruíssem o modelo do plano de Poincaré e investigar alguns conceitos matemáticos e geométricos que esses participantes possuíam. Para desenvolver esse trabalho, o autor elenca seis indagações para serem respondidas ao final da pesquisa.

Esse trabalho está organizado em seis capítulos. O primeiro apresenta uma revisão histórica da Geometria Não-Euclidiana e aborda o desenvolvimento da Geometria Euclidiana, para depois se chegar à Geometria Hiperbólica, que foi erigida a partir de tentativas de provar o quinto postulado de Euclides. Discorre ainda sobre as contribuições de Gauss, Bolyai e Lobatschewsky para a criação da Geometria Não-Euclidiana. O segundo capítulo é dedicado à fundamentação teórica do trabalho. Ferreira (2011) destaca a Teoria Antropológica do Didático – TAD, de Yves Chevallard, e os obstáculos didáticos de Guy Brousseau.

No terceiro capítulo, são apresentados os procedimentos metodológicos do trabalho. A pesquisa foi realizada na cidade de Campo Mourão, na Faculdade de Estadual de Ciências de Letras, no ano de 2010. A análise das informações foi elaborada e fundamenta em Bardin. A empiria da pesquisa se iniciou por meio de entrevista, a fim de coletar dados acerca dos conceitos importantes para o estudo. Para tanto, foram confeccionados oito cartões que pudessem contribuir para a coleta de dados. A partir das entrevistas conduzidas com os 17 alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, foi feito o minicurso, composto por 19 atividades. Esse minicurso teve a duração de cinco encontros, com quatro horas cada, realizado no decorrer de uma aula de estágio supervisionado no laboratório de informática, e contou com a utilização do software *Geogebra*.

O quarto capítulo apresenta a investigação do minicurso proposto sobre a Geometria Hiperbólica. Nesse capítulo, o autor apresenta a organização didática conforme estabelecido em seu objetivo. Em relação ao minicurso, são apresentadas sequências de atividades por meio do software *Geogebra* com vistas ao ensino de Geometria Hiperbólica, no intuito de

¹¹ Modelo criado para representar o plano na geometria hiperbólica

proporcionar a representação do plano de Poincaré. Dentre elas, há atividades que contemplam o ensino do conteúdo da distância entre dois pontos de Geometria Analítica.

Cada uma das atividades elencadas propõe vários exercícios que subsidiam o ensino da distância entre dois pontos. Dessa forma, classificamos essa pesquisa em História para o Ensino de Matemática. Por último, o autor tece suas considerações finais, ressaltando três motivos que o levaram a realizar a pesquisa. O primeiro refere-se à inclusão da Geometria Não-Euclidiana no currículo escolar do Estado do Paraná, o interesse de professores sobre o tema e a necessidade de atualizar os cursos de formação de professores de Matemática.

A dissertação intitulada *Desenvolvimento da noção da reta numérica e seus contextos de 1708 a 1829*, de autoria de Marcelo Santos Amadeo, sob a orientação do professor Gert Shubring, defendida em 2013 pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática-PEMAT da Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ, dispõe como pergunta norteadora: seria a reta numérica um objeto intrínseco à Matemática ou se trataria de um constructo voltado para o ensino da disciplina? Para responder a essa indagação, o autor objetiva discutir as origens da noção de reta numérica durante o século XVIII até meados do século XIX, a partir da análise de livros de Matemática da França e da Alemanha, com o fito de tecer algumas considerações sobre a diferença da noção de reta numérica no contexto de 1708 a 1829 com relação ao período no qual é estabelecido o conceito contemporâneo. Para a análise dos livros, o autor se apoiou em uma produção de seu orientador que apresenta algumas reflexões sobre a análise de textos didáticos, uma fonte importante para a História da Matemática.

A principal proposta de Amadeo (2013) foi revelar se havia algumas diferenças conceituais entre a comunidade da França e da Alemanha no período citado, sem se limitar para tal proposta a empregar somente produções conceituadas, mas propondo-se a investigar todas as produções que contribuem para a busca conceitual da noção de reta numérica. Em sua já mencionada investigação sobre a noção do objeto matemático, foi possível identificar alguns aspectos conceituais, como as noções de eixo, abcissa, ordenada e coordenada.

A dissertação está organizada em seis capítulos. O primeiro apresenta a introdução, elencando a motivação do estudo e tecendo considerações sobre a reta numérica, além de apresentar os objetivos, a metodologia e, por fim, a organização do trabalho. No segundo capítulo, o autor apresenta textos cujo objetivo é fazer uma apresentação do conceito de reta numérica. Dessa forma, foram selecionados textos como os de Wolff, Chambers, D'Alembert e Klügel, os quais datam do século XVIII e do início do século XIX. No terceiro capítulo, analisam-se as produções de Matemática do século XVIII e meados do século XIX. Amadeo (2013) ressalta que a escolha das produções de Euler, Cramer e Hube para o aprofundamento

do conceito apresentado explica-se porque tais textos tiveram um impacto sobre as comunidades de Matemática da época.

No quarto capítulo, o autor assevera que os livros-textos de Reyneu, Bezout, Kästner, Prony e Fischer estão voltados especificamente ao ensino de Matemática, bem como salienta que, em alguns desses textos, não fica clara a distinção entre livro didático e livro de aprofundamento matemático. No quinto capítulo, Amadeo (2013) retoma as ideias matemáticas analisadas ao longo do texto, apontando semelhanças e diferenças com relação ao pensamento de outros autores quanto à reta numérica. Nesse capítulo, a tese principal do trabalho é respondida. Segundo Amadeo (2013), Fischer, em 1829, confirma a tese inicial de que a noção de reta numérica é um advento do ensino. Dessa forma, essa noção fornece fins pedagógicos para o estudo de curvas a partir de representações algébricas. Por fim, o sexto capítulo apresenta as considerações finais do estudo elaborado.

Nessa dissertação, em certos momentos, o próprio autor enuncia que o estudo explora o desenvolvimento de um conceito matemático. Observa-se também que Amadeo (2013) elabora uma análise das ideias dos autores nos livros da França e da Alemanha. Logo, classificamos essa pesquisa em História e Epistemologia da Matemática.

A dissertação intitulada *A Geometria Analítica como conteúdo do Ensino Secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM*, de autoria de Josélio Lopes Valentim Junior, sob orientação de Maria Cristina Araújo de Oliveira, defendida em 2013 pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), propõe um estudo histórico sobre a Geometria Analítica como conteúdo da Matemática escolar no Ensino Secundário em um período em que estava vigente a reforma de Gustavo Capanema.

A dissertação está dividida em três capítulos: a introdução, com duas subseções; o primeiro capítulo, intitulado “Considerações teóricas metodológicas” (sic); o capítulo dois, intitulado “A Geometria Analítica vista pela legislação”, com três subseções; o terceiro capítulo, intitulado “A Geometria Analítica nos livros didáticos”, com 15 subseções, e, por fim, as considerações finais e as referências.

Na introdução, o autor disserta inicialmente sobre sua trajetória pessoal e profissional. Em relação ao objetivo da pesquisa, a proposta é investigar o percurso da Geometria Analítica como conteúdo de Matemática no Ensino Secundário no Brasil e as influências ocorridas nos livros didáticos no início do ano de 1940 até a metade de 1970. Ainda na introdução da pesquisa, o autor se fundamenta em André Chervel (1990), sobre disciplinas escolares; Michel de Certeau (2007), Marc Bloch (2002), em relação à organização e cuidados com a informação histórica e

Roger Chartier (1991), com o conceito de apropriação. É apresentado ainda um breve panorama histórico da Geometria Analítica indicando Descartes e Fermat como os principais contribuidores. Em seguida, o autor apresenta uma história da Matemática escolar do Brasil fundamentada em Valente (2002).

No primeiro capítulo, Valentim Junior (2013) apresenta a metodologia para a elaboração da pesquisa, baseada em Marc Bloch e Lucien Febyre no tocante à concepção historiográfica moderna. Desse modo, o autor passou a procurar livros e outros documentos de Geometria Analítica para subsidiar a construção da história do conteúdo no período de 1940 e 1970. Em todo o trabalho, não há nenhuma menção à questão norteadora de pesquisa. Porém, nesse capítulo, o autor apresenta três indagações. Diante das mudanças da legislação educacional, que transformações ocorreram no ensino de Geometria Analítica? Em que medida elas ocorreram? Como os autores de livros didáticos se apropriaram dessas alterações?

No segundo capítulo, o autor apresenta um percurso histórico dos momentos vivenciados pela Educação brasileira, com destaque para a reforma de Gustavo Capanema, a portaria ministerial e o movimento da Matemática Moderna. Valentim Junior (2013) discute que as principais alterações da Reforma Gustavo Capanema em relação à portaria ministerial nos programas de Geometria Analítica foram as mudanças de ordem. O que constava no final da obra do 3º ano foi para o início, antes do estudo de limites e derivadas, além do desaparecimento do conteúdo das secções cônicas na década de 1950, sendo um conteúdo restringido em estudo da reta e da circunferência. No movimento da Matemática Moderna, as sugestões para o ensino da Matemática em relação à Geometria Analítica eram o estudo da reta, da circunferência e noções das secções cônicas.

No terceiro capítulo, o autor descreve uma análise das obras de Euclides Roxo, Manoel Jairo Bezerra, Thales Mello Carvalho, Ary Quintella, entre outros. A respeito da Geometria Analítica, menciona ainda que foram adquiridos alguns livros em sebos e no repositório do GHEMAT, e, desse modo, foi organizada a análise por décadas e por autores. Os critérios para análise foram a relevância dos autores, o enquadramento da obra, a proposta da obra no prefácio, a abordagem e o lugar da Geometria Analítica no livro, bem como a exposição do conteúdo, os tipos de exercícios e o tratamento gráfico. Assim, a dissertação apresenta uma análise sistemática de 15 livros, observando todos aspectos da obra e da Geometria Analítica.

Em suas considerações finais, são apresentados os resultados obtidos a partir de sua investigação, que foram as mudanças ocorridas nas abordagens dos livros didáticos em relação ao conteúdo de Geometria Analítica. A mudança observada no conteúdo foi quanto à posição no livro, ou seja, o conteúdo se restringiu aos estudos da reta e da circunferência.

Posteriormente, desaparecem as secções cônicas. Segundo o autor, esses fatos confirmam a instabilidade do conteúdo para disciplinarização. Portanto, esse trabalho apresenta alguns aspectos que esclarecem a forma de tratamento da Geometria Analítica com base em alguns autores dos livros didáticos de grande influência da época. Dessa maneira, essa dissertação, por abordar a história de uma disciplina escolar, é classificada em História da Educação Matemática.

A dissertação intitulada *Geometria Analítica na Educação Básica: primeiros passos no plano cartesiano*, de autoria de Paula Cristina Bacca, sob orientação de Tânia Baier, defendida em 2013 pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau-URB, apresenta atividades didáticas envolvendo o plano cartesiano e conceitos elementares da Geometria Analítica. As atividades foram desenvolvidas por meio de textos sobre História e Filosofia da Matemática com alunos da Licenciatura em Matemática, Engenharia e Educação Básica.

A pesquisa está organizada em quatro capítulos com a introdução. O segundo capítulo, intitulado “Geometria Analítica: contexto histórico e filosofia e o seu ensino na Educação Básica e Superior”, está dividido em cinco subtópicos. O terceiro capítulo, intitulado “O produto educacional e considerações didáticas”, está dividido em 18 subcapítulos. O quarto capítulo compreende as considerações finais e recomendações.

Na introdução, Bacca (2013) defende o estudo do plano cartesiano na Educação Básica. Segundo a autora, esse estudo possibilita aos estudantes analisar diferentes situações e linguagens. Os objetivos apresentados são propor atividades didáticas que envolvam os conceitos elementares do plano cartesiano. Os objetivos específicos são apresentar uma visão histórica de René Descartes e Pierre Fermat, mostrar a utilização da Geometria Analítica em diversas áreas e propor atividades didáticas visando a diferentes abordagens. Para atingir os objetivos, Bacca (2013) buscou na obra de Descartes ideias fundamentais do plano cartesiano. Em relação à metodologia, inicialmente foram desenvolvidas e aplicadas atividades diagnósticas. Houve ainda observações e questionamentos dos estudantes e a realização de uma avaliação diagnóstica. Não foi possível identificar a questão norteadora da pesquisa.

No segundo capítulo, a autora apresenta algumas reflexões sobre a utilização da História da Matemática no ensino, bem como o panorama histórico do surgimento da Geometria Analítica promovida por Descartes e Fermat. Para isso, fundamentou-se nas pesquisas de Eves (1995), Boyer (1996) e Struik (1989). Em relação à obra de Descartes intitulada *O Discurso do Método*, no apêndice final inicia-se a ideia que viria a ser a Geometria Analítica. Um dos primeiros exemplos apresentados na obra, segundo a autora, mostra que a multiplicação de dois

números é um segmento e não uma área. Dessa maneira, Bacca (2013) traz demonstrações na perspectiva de Descartes para a multiplicação de dois números e a extração da raiz quadrada. Aponta ainda que uma das grandes diferenças de Descartes em relação a Fermat dizia respeito às simbologias adotadas por ambos. Enquanto Fermat utilizava a notação de Viète para escrever seu trabalho, Descartes tinha sua própria notação. Outra diferença mencionada por Bacca (2013) era que Descartes partia de um lugar geométrico para achar sua equação. Fermat, por sua vez, partia da equação para encontrar o lugar geométrico.

No terceiro capítulo, a autora apresenta dois textos como um encaminhamento para os professores ao iniciarem o estudo do plano cartesiano. Após, são sugeridas atividades com construções geométricas para a resolução de equações determinadas e indeterminadas para efetuar o produto de dois números. As atividades diagnósticas foram elaboradas com o objetivo de verificar o conhecimento do aluno quanto à identificação de pontos na reta numérica e no plano cartesiano. Assim, foram elaboradas três atividades para o diagnóstico, a primeira delas para localizar os números na reta real, localizar os pontos no plano cartesiano a partir de suas coordenadas e, por fim, determinar as coordenadas de pontos. Observamos que todas as atividades têm objetivos e o que se espera da proposta elaborada. Bacca (2013) menciona que as atividades propostas podem ser utilizadas nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e nos primeiros anos da Licenciatura em Matemática.

As atividades sugeridas objetivam a contribuição de Descartes para a Matemática a partir das primeiras contribuições geométricas apresentadas em sua obra. As primeiras atividades sugeridas abordam a interpretação geométrica da multiplicação de dois números antes e depois de Descartes. Seguem-se atividades representando o plano cartesiano por régua. As atividades expõem igualmente a resolução geométrica de equações determinadas e indeterminadas apresentadas por Descartes, algumas atividades contextualizadas e, por fim, um jogo desenvolvido objetivando a marcação dos pontos no plano cartesiano.

Em suas considerações finais, Bacca (2013) defende o estudo do plano cartesiano advogando que o conteúdo promove uma forma visual de leitura diferenciada e aponta outros meios para determinar uma solução. As atividades indicaram a carência, por partes dos alunos sujeitos da pesquisa, de conceitos da Geometria Analítica.

O foco do trabalho foi apresentar possibilidades para o ensino da Geometria Analítica através do plano cartesiano, com o fito de, a partir desse conteúdo, elaborar diversas atividades que envolveram conceitos elementares do estudo. Portanto, classificamos a pesquisa em História para o Ensino da Matemática.

A dissertação intitulada *Geometrias Não-Euclidianas como anomalias: implicações para o ensino de Geometria e medidas*, de autoria de Anna Karla Silva do Nascimento, defendida em 2013 na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação da professora Giselle Costa de Sousa, visa a apresentar as geometrias não-euclidianas enquanto anomalias e, nesse sentido, indicar algumas implicações para o ensino de Matemática, propondo uma sequência de atividades divididas em três blocos.

A pesquisa está organizada em quatro capítulos. Na introdução, Nascimento (2013) considera que questões em aberto são denominadas como anomalias. Nessa senda, argumenta que, no decorrer da História, a Geometria Não-Euclidiana seja uma das anomalias durante um longo período, com a tentativa de demonstrar o quinto postulado de Euclides. Para a investigação, a autora fez uso das informações descritas nos *Elementos de Euclides*, destacando os cinco postulados mencionados na obra. Para nortear a pesquisa, Nascimento (2013) apresenta a pergunta de pesquisa: Quais seriam as implicações pedagógicas voltadas ao estudo da Geometria Não-Euclidiana como anomalia? Com base nessa questão, e com a preocupação voltada para o ensino, a autora apresenta uma proposta objetivando confirmar a Geometria Não-Euclidiana como uma anomalia a fim de indicar o que denomina como implicações pedagógicas a partir de tal fato para explicar os diferentes aspectos da Geometria Euclidiana e da Não-Euclidiana.

No segundo capítulo, denominado “Anomalias”, estas são caracterizadas de acordo com uma pesquisa bibliográfica realizada em dicionários, enciclopédias, livros e artigos para situar a transformação da Geometria Não-Euclidiana em anomalia. Ao situar o conceito do termo, a autora esclarece que a anomalia discutida em sua pesquisa diz respeito aos conflitos cognitivos provocados por questionamentos. Seu fundamento epistemológico refere-se a Thomas Kuhn. Nascimento (2013) concebe uma anomalia como algo que extrapola um padrão normal e propõe o parâmetro de definição de anomalias para a pesquisa como sendo um paradigma.

Diante do foco principal da dissertação, a autora cita alguns exemplos de anomalias que resultaram nas teorias da relatividade, na descoberta do oxigênio e nas Geometrias Não-Euclidianas, sendo essas últimas consideradas pela investigação das propriedades da Geometria Euclidiana; dentre as quais, quatro eram claras e objetivas, enquanto a quinta gerava questionamentos. Nesse sentido, o quinto postulado da Geometria Euclidiana foi durante muito tempo bastante discutido, pois havia a necessidade de situá-lo como teorema, e não como postulado.

No terceiro capítulo, são abordadas a vida e a obra de Euclides. Nascimento (2013) oferece alguns registros históricos e fatos relevantes sobre ele. O quarto capítulo trata do que

denomina como implicações pedagógicas das anomalias. Nascimento (2013) investigou, através de algumas atividades, a existência da anomalia na Geometria Não-Euclidiana com o propósito de melhor definir o conceito de retas paralelas e triângulos, bem como da menor distância entre dois pontos, sendo esses aspectos apresentados nas atividades propostas pela pesquisadora.

Em relação às atividades, a autora delimita um primeiro bloco de atividades sobre o estudo do paralelismo com quatro atividades. O segundo bloco refere-se ao estudo de triângulos, contendo cinco atividades. Por fim, o terceiro bloco aborda a Geometria Analítica e consiste em atividades relacionadas à distância entre dois pontos, com três atividades denominadas e contextualizadas, como a entrega de uma pizza, o problema do urso e um passeio em Brasília. Na primeira atividade, denominada “Entregando pizza”, a autora investigou, através da Geometria que denomina como urbana, que a menor distância entre dois pontos nem sempre é uma reta, conforme a Geometria Euclidiana enfatiza.

Todas as atividades são de cunho investigativo e descrevem seus objetivos, público-alvo, carga horária e material utilizado. Em todos esses momentos, a autora enfatiza o movimento da anormalidade das geometrias, uma vez que nem sempre a fórmula da distância entre dois pontos da Geometria Analítica poderá ser usada em outras geometrias, conforme descrito na atividade “Entregando pizza”, aplicada para professores em formação inicial e continuada.

Portanto, a pesquisa descrita toma um fato importante no decorrer da História da Matemática. Elabora uma sequência de 12 atividades aplicadas para um grupo de professores em formação inicial e continuada através de um conceito, de modo a não rejeitar o já posto, mas, sim, abrir novos horizontes, os quais subsidiaram o surgimento de novas geometrias. Destarte, classificamos a produção em História para o Ensino de Matemática.

A dissertação intitulada *Um estudo histórico do ensino de Geometria Analítica no curso de Matemática da UFJF nas décadas de 1960 a 1970*, de autoria de Susana Ribeiro Soares, sob orientação de Maria Cristina Araújo de Oliveira, defendida em 2013 pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF, propõe um estudo histórico do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora nas décadas de 1960 e 1970, com foco na disciplina Geometria Analítica. A pergunta norteadora da pesquisa emerge logo no resumo da dissertação, onde também são mencionados a metodologia e os objetivos.

A pesquisa está dividida em seis capítulos, com introdução e três subtópicos. O segundo capítulo intitula-se “Considerações teórico-metodológicas”, com dois subtópicos. O terceiro

capítulo é intitulado “Geometria Analítica como saber matemático: um pouco de história”. O quarto capítulo, intitulado “A Geometria Analítica como disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da UFJF”, contém seis subtópicos. No quinto capítulo, intitulado “A Geometria Analítica como disciplina em outros contextos brasileiros”, são apresentados dois subtópicos, e, por fim, contam as considerações finais e as referências.

No primeiro capítulo da dissertação, que corresponde à introdução, a autora elabora uma retrospectiva de sua trajetória acadêmica até aquele momento. Soares (2013) apresenta ainda a pergunta que norteará a sua pesquisa com vistas ao objetivo proposto: como se estruturou a disciplina Geometria Analítica na UFJF? Na justificativa, a autora apresenta três pesquisas que refletem sobre a história das disciplinas de Matemática. Segundo ela, esse estudo forneceu uma visão de como estão sendo produzidas pesquisas em história das disciplinas acadêmicas e história do ensino de Geometria.

Soares (2013) apresenta no capítulo seguinte a metodologia adotada para a elaboração da dissertação. Apoiou-se nos estudos de Bloch (2002), referentes à construção da pesquisa histórica; Valente (2007, 2010), em relação à metodologia para produzir História da Educação Matemática; Choppin (2004), no tocante à pesquisa em livros didáticos, e Chervel (1990), no que refere-se à produção da história das disciplinas escolares.

No terceiro capítulo, a autora apresenta um breve histórico da Geometria Analítica, de modo que esse relato situasse a pesquisa elaborada. No quarto capítulo, intitulado “A Geometria Analítica como disciplina do curso de Licenciatura em Matemática da UFJF”, Soares (2013) descreve de que maneira a disciplina do curso da instituição foi se constituindo e os principais professores que influenciaram sua criação, revelando os caminhos percorridos. São elencadas apostilas de Geometria Analítica do professor Hélio Siqueira Silveira, a partir das quais, conforme a autora, foi dado um passo importante para que se pudesse compreender a introdução da disciplina no curso da UFJF, que se iniciou em 1969. São apresentados alguns textos levantados na biblioteca da UFJF da época. Soares (2013) analisa quatro apostilas do professor Hélio Siqueira Silveira sobre Geometria Analítica ministrada por ele no curso de Licenciatura em Matemática da UFJF.

O quinto capítulo exhibe um panorama do ensino de Geometria Analítica em outras instituições brasileiras. Entrevistas foram conduzidas com duas professoras da Universidade de São Paulo, nas quais se podem perceber suas concepções sobre o ensino da disciplina investigada nessa pesquisa. No tocante ao levantamento na biblioteca da USP, foram levantados 17 livros de Geometria Analítica, com publicações no início do século XX até a década de 1970. Nas considerações finais, a autora disserta que, em relação às apostilas que foram produzidas

por Hélio Siqueira Silveira, professor da UFJF, pode-se concluir que elas tiveram uma importante contribuição para a estabilização da disciplina. Por fim, Soares (2013) espera que seu trabalho contribua para refletir sobre algumas questões que surgem na formação do professor de Matemática. Dessa maneira, a pesquisa buscou analisar a trajetória da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Portanto, seu enfoque recai explicitamente sobre a história das disciplinas, e por esse motivo a classificamos em História da Educação Matemática.

A dissertação intitulada *O surgimento da Geometria Analítica do século XVII: debate histórico sobre questões referentes a sua descoberta*, de Alexandre de Deus Malta, sob a orientação do professor Mauro Lúcio Leitão Condé, defendida em 2015 pelo Programa de Pós-Graduação em História-PPGH da Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG, o autor objetiva a investigação dos fatores que levaram alguns historiadores a atribuir de maneira única a descoberta da Geometria Analítica a Descartes. O estudo é norteado pela seguinte pergunta de pesquisa: Quais razões contribuíram para a atribuição da descoberta da Geometria Analítica exclusivamente a Descartes?

O trabalho é composto por quatro capítulos. O primeiro capítulo apresenta a motivação da pesquisa, qual seja: a ausência de pesquisas referentes a esse contexto. De fato, já era de se imaginar essa realidade, se até então não havia nenhum trabalho discutindo o surgimento da Geometria Analítica e seus principais propagadores. Destacamos que a pesquisa trata de um trabalho cujo objetivo é fomentar aspectos históricos da Geometria Analítica para favorecer seu uso em sala de aula.

O segundo capítulo apresenta uma análise do desenvolvimento da Matemática do XVII: a intervenção do método algébrico na Geometria. A *Geometria* de Descartes e a *Introdução* de Fermat possuíam o princípio fundamental da Geometria Analítica. Além disso, as técnicas utilizadas para tratar os problemas geométricos eram semelhantes em ambos os estudiosos. Malta (2015) considera que a atribuição exclusiva da descoberta a Descartes seja o fato de a sua obra ter sido publicada e a de Fermat não. Desse modo, o autor considera que se deve compartilhar a descoberta da Geometria Analítica com Fermat.

O terceiro capítulo apresenta alguns fragmentos de manuais de História da Matemática, de modo de encontrar algumas semelhanças entre as ideias fundamentais de cada obra. Dessa maneira, o surgimento da Geometria Analítica se estabeleceu na Europa no século XVII, a partir da contribuição de dois matemáticos franceses. Malta (2015) ressalta que a Geometria Analítica foi desenvolvida simultaneamente tanto por Descartes, que publicou a obra *Geometria* em 1637,

como por Fermat, em escritos posteriores não publicados. Por fim, o autor tece as considerações finais.

O trabalho analisado não almeja o ensino de Matemática, tampouco a formação de professores. Conforme seu objetivo, que consistia em elaborar uma investigação linear do objeto matemático para destacar e atribuir a descoberta da Geometria Analítica para Fermat, classificamos essa pesquisa em História e Epistemologia da Matemática.

A dissertação intitulada *Método de Perspectiva e Brouillon Project: dois estudos de Desargues sobre perspectiva e Geometria de projeções*, de Douglas Gonçalves Leite, sob a orientação do professor Marcos Vieira Teixeira, defendida em 2018 pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (UNESP), realiza uma análise envolvendo os conteúdos geométricos explorados em duas obras de Girard Desargues, *Método de perspectiva* (1636), e o *Brouillon Project* (1639), ambas escritas em francês. Desargues, no texto *Método de Perspectiva*, desenvolveu construções geométricas para a representação de uma gaiola. Com relação ao *Brouillon Project*, trata-se de um tratado relacionado à seção das cônicas.

O objetivo principal da pesquisa de Leite (2018) é apresentar elementos existentes nos dois textos de Desargues, com o intuito de argumentar que as produções do francês estão diretamente relacionadas ao estudo da perspectiva e projeções. No desenvolvimento da pesquisa, o autor apresenta informações sobre a história da perspectiva e elabora uma breve biografia de Desargues, destacando suas principais contribuições. Além disso, aponta conteúdos matemáticos abordados nos documentos analisados e apresenta relações existentes entre os dois tratados.

A pesquisa está organizada em seis capítulos. O primeiro tece a introdução, com o objetivo supracitado, e apresenta o conteúdo dos tratados analisados. O *Brouillon Project* é reconhecido como um dos primeiros a abordar elementos que viriam a ser estudados na Geometria Projetiva e ainda sobre as propriedades geométricas e o estudo das cônicas. O *Método de Perspectiva* traz representações geométricas para representar uma gaiola, além da escala de comprimento. O segundo capítulo oferece informações sobre a história da perspectiva, perpassando por conceitos que emergiram na Antiguidade e influenciaram Desargues. Nesse trabalho, Leite (2018) ressalta que os direcionamentos dos estudos no campo da perspectiva enfocavam os conceitos matemáticos.

O terceiro capítulo, fundamentado em Rene Taton, Poudra, Kemp, Field, e Gray, apresenta um breve panorama da biografia de Desargues. No quarto capítulo, sobre a descrição da obra que aborda a perspectiva, o autor descreve a construção e representação de uma gaiola

utilizando técnicas de perspectiva. Dessa maneira, através de sua técnica, era possível transferir as coordenadas de um ponto no espaço tridimensional para uma figura plana. Desargues dividiu o trabalho *Método de Perspectiva* em três partes para descrever as três representações do tema tratado.

No quinto capítulo, são descritos os elementos relacionados a projeções e conteúdos referentes à perspectiva que, conforme o autor, é possível relacionar o tratado *Brouillon Project* com os conteúdos trabalhados no *Método de Perspectiva*. Por fim, o autor tece suas considerações expressando que, embora outros autores considerem que o tratado *Brouillon Project* seja dedicado ao estudo das seções cônicas, para ele, o tratado mencionado tem uma ligação direta com o *Método de Perspectiva*.

Nessa pesquisa, apesar de não atribuir uma ênfase ao ensino de Geometria Analítica, podemos observar que o documento analisado pelo autor da dissertação, de certa forma, apresenta potencialidade de investigação para o ensino de cônicas, já que o tratado dispõe de assunto relacionado ao tema. Dessa maneira, caracterizamos essa produção em História da Educação Matemática.

A dissertação defendida em 2018 pela Universidade Federal do Rio de Janeiro defendido, intitulada *Os tratados de George Salmon (1819-1904) no contexto da Matemática britânica no século XIX: de uma abordagem sintética para uma abordagem analítica*, de autoria de Rodolpho Sousa Lima, sob orientação de Gérard Emile Grimberg, consiste de sete capítulos. O primeiro refere-se à introdução, que tece um panorama do contexto histórico da Matemática britânica do século XIX. Da mesma forma, aborda o ressurgimento da Geometria Projetiva em dois aspectos: o sintético e o analítico. Ainda na introdução, é apresentado o percurso metodológico adotado, que se baseia nos pressupostos teóricos de uma pesquisa bibliográfica. Os objetivos concernem em realizar uma descrição do cenário da Matemática britânica no século XIX para, assim, apresentar uma análise do livro de Salmon.

Lima (2018) elenca cinco questões norteadoras para subsidiar o desenvolvimento da pesquisa realizada:

Por que os novos resultados que fizeram ressurgir a geometria projetiva foram importantes? Por que os tratados escritos pelo matemático irlandês George Salmon se tornaram referência no século XIX? Quais foram os fatores que favoreceram essa influência naquela época? Quais foram as interações de Salmon ao desenvolver seus tratados? Quais foram os motivos que influenciaram Salmon mudar sua abordagem? (LIMA, 2018, p. 15).

O segundo capítulo aborda os aspectos apresentados na Matemática britânica do século XIX, principalmente em relação à transformação da sintética em analítica. Para desenvolver esse capítulo, o autor fragmenta suas considerações em duas partes: a primeira metade do século XIX e a segunda metade do mesmo século, para assim fazer uma análise do contexto em que a Matemática britânica muda do desenvolvimento sintético para o analítico. No terceiro capítulo, Lima (2018) apresenta a forma que a Geometria Projetiva foi concebida, de acordo com a conexão de um levantamento histórico até a retomada da disciplina em questão, no qual se evidenciam duas correntes e se desvela a rivalidade entre as duas.

O quarto capítulo é dedicado à biografia de George Salmon e apresenta sua formação acadêmica, bem como seu contexto familiar. No quinto capítulo, o autor apresenta as obras do matemático irlandês George Salmon, principalmente em quatro tratados escritos entre 1848 e 1862. O primeiro tratado, intitulado *Seções Cônicas* (1848), seguido pelos tratados *Curvas Planas Superiores* (1852), *Lições Introdutórias da Álgebra Superior Moderna* (1859) e *Geometria Analítica de Três Dimensões* (1862).

O sexto capítulo perfaz uma análise dos tratados do matemático sobre seções cônicas e curvas planas superiores, de modo a posteriormente comparar os dois para responder de que forma eram abordadas a forma sintética e analítica. O sétimo capítulo refere-se às considerações finais do autor, pronunciando que o estudo revela de forma significativa as transformações elaboradas pelas obras de Salmon.

Nesse sentido, classificamos essa produção em História da Educação Matemática, por verificar e analisar, nas obras relativas aos tratados de George Salmon, dois métodos específicos que desvelam o impulsionamento do ensino da Geometria Projetiva. Embora a produção não tenha focalizado a Geometria Analítica, a obra analisada pelo autor contém aspectos indissociáveis ao tema. Assim, procuramos elencá-la para nossa pesquisa.

A tese de Elisângela Dias Brugnera, intitulada *O uso da História da Matemática e do Geogebra para o ensino e aprendizado da Geometria Analítica com ênfase no estudo de retas*, defendido no ano de 2018 pela Universidade Federal do Mato Grosso, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica - REAMEC, orientada por Circe Mary Silva da Silva Dynnikov, objetiva analisar e compreender as estratégias que licenciandos em Matemática de uma universidade pública do estado de Mato Grosso utilizam para resolver problemas relacionados ao estudo de pontos, coordenadas e equação de reta através da metodologia da História da Matemática com o auxílio do software *Geogebra*. Para atingir seus objetivos e nortear a pesquisa, a autora apresenta sua questão de pesquisa da seguinte forma: “que estratégias os alunos utilizam a partir da experiência com a História da

Matemática e com o *Geogebra* para resolver determinados problemas que envolvam coordenadas, ponto e equação da reta?” (BRUGNERA, 2018, p.25)..

A metodologia de cunho qualitativo foi apresentada por Brugnera (2018) a partir dos pressupostos teóricos de Durval (2011) relativos a registros de representações semióticas através do método experimental e análise dos dados, bem como a teoria de Boeiro *et al* (1997) acerca de jogos de vozes e ecos.

A pesquisa está organizada em cinco capítulos. O primeiro deles, intitulado “Navegando com História da Matemática: um recurso didático”, situa a História da Matemática como metodologia de ensino a partir da relevância do seu uso em sala de aula, em qualquer nível de ensino. A autora traça um panorama sobre o surgimento do sistema de coordenadas, da Geometria de Fermat e Descartes, como também a evolução do desenvolvimento dos conceitos de ponto, equação de reta e coordenadas.

O segundo capítulo, intitulado “Bytes que avaliam na construção do conhecimento”, aborda como as ferramentas tecnológicas, em especial o software *Geogebra*, pode conduzir o ensino de Matemática, bem como a disciplina específica que originou a tese. É apresentado ainda um panorama sobre a evolução das Tecnologias da Informação e Comunicação no Brasil. No terceiro capítulo, intitulado “Semiótica: implicações para o ensino e aprendizagem de Matemática”, consiste no capítulo teórico da tese e procura explicar sobre os registros relativos aos tipos de transformações semióticas na Matemática, objetivando a compreensão para analisar os dados.

No quarto capítulo, intitulado “Caminho da pesquisa”, elencam-se os procedimentos metodológicos adotados pela a autora, de modo a expor como se estabeleceu a escolha dos sujeitos colaboradores da pesquisa para a produção dos dados e o estudo que denomina de piloto. Esse estudo foi realizado em outubro de 2016 e subsidiou o desenvolvimento da pesquisa. São apresentados também os instrumentos utilizados para analisar os dados, bem como o planejamento das atividades desenvolvidas.

O quinto capítulo, denominado “Processamento e análise: inputs/outputs da pesquisa”, diz respeito às atividades desenvolvidas e à análise oriunda dos procedimentos gerais dos alunos licenciandos e bolsistas do Programa Institucional de Bolsa a Iniciação à Docência (PIBID) colaboradores da pesquisa. A autora menciona que um ponto positivo foi que as atividades desenvolvidas por ela estimularam o espírito investigador, não aceitando uma verdade absoluta estabelecida pela professora pesquisadora.

Nesse panorama, a pesquisa apresentada procura relacionar a História da Matemática ao uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino de Matemática. Brugnera (2018)

desenvolve com um grupo de licenciandos procedimentos didático-pedagógicos para a formação inicial, que certamente favoreceu a percepção da relação entre a História e as TIC, bem como as potencialidades dessas metodologias para o ensino. Assim sendo, classificamos essa pesquisa em História para o Ensino da Matemática.

Quanto aos periódicos da área, observamos que pouco se pesquisa sobre o tema. Dentre os nove periódicos levantados e os 452 artigos sobre História da Matemática, foram identificados três artigos classificados em História da Educação Matemática, conforme evidencia o quadro a seguir.

Quadro 18 - Quantitativo de produções por tendência de pesquisa – Periódico.

TENDÊNCIA DE PESQUISA	QNT
História e Epistemologia da Matemática	-
História da Educação Matemática	3
História para o Ensino da Matemática	-
TOTAL	3

Fonte: Elaboração própria (2019).

O primeiro artigo identificado data de 2015 e encontra-se na *Revista de História da Educação Matemática* (HISTEMAT). Intitula-se *Enseñanza De La Geometría Analítica En España En El Siglo XIX*, de autoria de Maria Teresa González Astudillo, da Universidade de Salamanca, e Isabel Maria Sánchez Sierra, do Instituto de Educação Secundária Via de la Plata.

O texto original está escrito em língua espanhola. O artigo inicia-se estudando a evolução do ensino de Geometria Analítica na Espanha através de quatro períodos. Em dois deles, as autoras apresentam o desenvolvimento do Ensino Secundário e dos últimos anos da Faculdade de Ciências, onde a Geometria Analítica é estudada.

Os autores apresentam um breve relato sobre o contexto sociopolítico da Espanha, de modo a situar a sociedade espanhola enquanto comunidade científica no século XIX. Em relação aos quatro períodos para o desenvolvimento do ensino, as autoras apresentam o período entre 1833 e 1843, denominado as regências de Maria Cristina e do general Espartero; os anos de 1844 a 1856, chamados de década moderada; o biênio progressivo - 1856-1868 -, referente à queda do Partido União Liberal; os anos de 1868 a 1909, o período revolucionário e a época da restauração. Em seguida, as autoras apresentam ainda o currículo de acordo com as reformas

e tomaram por base os quatro períodos; dentre os quais, dois foram elaborados e propostos por Veá (1995). Os outros dois períodos correspondem ao desenvolvimento das Faculdades de Ciências. Os períodos referem-se à criação dessas faculdades, com a promulgação da Lei Moyano¹², e a revolução e restauração do ensino.

A respeito dos períodos mencionados, o primeiro destacado no artigo é denominado “o nascimento do Ensino Secundário” (1836-1845). Segundo Astudillo e Sierra (2015), embora não seja especificado o conteúdo de Matemática, não aparece qualquer expressão referente à Geometria Analítica. Nesse plano, os primeiros estudos eram organizados em três cursos, os quais eram considerados como Ensino Secundário.

O segundo período, denominado “a liquidação da segunda educação” (1845-1857), é caracterizado pela publicação de cinco planos de estudo com base nas ideias do Duque de Rivas para uma educação secundária para a classe média. Esse ensino era dividido em dois níveis: elementar e extensão, com duração de cinco anos. No quinto ano, no plano de estudo surge a aplicação da Álgebra na Geometria, ou seja, a Geometria Analítica começa a aparecer superficialmente. As seções cônicas eram tratadas como um assunto eletivo para complementar os estudos sobre a Geometria.

O terceiro período, elaborado e proposto por Veá (1995), é denominado “lei de Moyano” (1857-1868) e representou a aprovação da lei mencionada em 1857. Essa lei estabelece a organização do Ensino Secundário e, ao final do curso, é obtido o título de bacharel em Artes. As autoras apontam ainda que nesse currículo o ensino de Geometria Analítica chega às escolas.

O quarto período, denominado “revolução e restauração do ensino” (1869-1906), significou a revolução do ensino por diversos motivos, dentre os quais a inclusão da Geometria Analítica nas ementas de estudos na Matemática, Física e Química. Esse currículo, por meio de professores de Geometria Analítica e Geometria Descritiva da Universidade Central, ficou vigente até a primeira metade do século XX.

Em seguida, as autoras apresentam a Geometria Analítica nos livros didáticos dividindo novamente em períodos, os quais consideram grandes marcos para o ensino da disciplina. Entre 1836 e 1845, não havia uma predefinição de livros didáticos a serem utilizados. Dessa forma, os professores eram livres para escolher o que consideravam mais apropriado para ensinar. As autoras apresentam quatro livros que faziam parte do currículo no período entre 1845 e 1857.

No período de 1857 a 1868, as autoras mencionam que o conteúdo da Geometria Analítica se transfere do Ensino Secundário para o Ensino Superior. Ademais, a Geometria

¹² Lei que consistia na melhoria das condições educacionais da Espanha, que até então obtinha o maior número de analfabetos da Europa.

Análítica não era apresentada como um assunto da Matemática, e sim como um assunto independente, elaborado para os livros. De 1868 a 1906, as autoras apontam que os textos eram basicamente os mesmos do período anterior. Astudillo e Sierra (2015) mencionam três livros, todos de autoria de professores que trabalhavam com o tema da Universidade Central.

As autoras elaboram uma consideração acerca dos conceitos da Geometria Analítica no período mencionado. Concluíram que a Geometria Analítica era nomeada de duas maneiras: aplicação da Álgebra à Geometria e Geometria Analítica. As compreensões dos matemáticos espanhóis sobre o tema restringiam-se ao modo de resolver problemas geométricos através da Álgebra, com base na ideia de um lugar geométrico para o sistema de coordenadas.

Já nas reflexões finais, as autoras relatam que, ao longo do século XIX, havia dois modos distintos de fazer na Espanha a Geometria Analítica no Ensino Secundário e na Faculdade de Ciências. Uma das contribuições significativas tem a ver com a consideração do currículo que vai do Ensino Médio ao Superior. Dessa forma, as autoras concluem que, depois da aprovação da lei Moyano, a Geometria Analítica passou a ser consolidada nos currículos. Antes disso, o conteúdo era apresentado de maneira instável.

O artigo apresenta como a Geometria Analítica é apresentada ao longo dos anos nos currículos dos planos de ensino e nos livros didáticos na Espanha. Assim, classificamos essa produção em História da Educação Matemática.

O segundo artigo encontra-se na *Revista Brasileira de História da Matemática* (RBHM), intitulado *Descartes: de sua passagem pelo Colégio Jesuíta Royal Henry-Le-Grand à criação da Geometria Analítica*, de autoria de Tadeu Fernandes de Carvalho, Priscila de Moraes e Denise Helena Lombardo Ferreira, discute a vida e obra de René Descartes, incluindo sua passagem pelo Colégio Jesuíta Royal Henry-Le-Grand. Os autores destacaram algumas de suas motivações para a criação da Geometria Analítica. Esse artigo aborda ainda a história da sua formação, associando o desenvolvimento da Geometria Analítica à sua experiência na escola jesuíta.

Segundo os autores, Clávio em 1608, publicou em Roma uma obra de Álgebra que teria sido a grande referência para Descartes reformular a Geometria de Euclides com base nas propriedades algébricas. Para essa reformulação, Descartes estudou no Colégio de la Flèche, denominado *Ratio Atque Institutio Studiorum Societatis Iesu*. Esse colégio, de acordo com Carvalho, Moraes e Ferreira (2015), seguia uma organização educacional à frente de seu tempo. Implementado pelos jesuítas, o currículo do colégio, embora abordasse a Matemática e a Filosofia, exibe uma grande variedade de conteúdos.

Conforme os autores, Descartes concluiu seus estudos nesse colégio em 1614. Em seguida, iniciou, devido ao desejo de seu pai, os estudos em Direito na Universidade de Poitiers, mas aprofundou seus estudos em Filosofia e na Matemática.

Em um outro tópico desse artigo, antes de estabelecer a relação de Descartes com a Geometria Analítica, os autores traçam a trajetória científica europeia entre os séculos XVI e XVII. E então, em uma citação direta no texto, os autores mencionam Ball (2010 *apud* CARVALHO; MORAES; FERREIRA, 2015, p.120) da seguinte forma:

Na noite do dia 10 de novembro de 1619, em uma cidade próxima de Ulm ou Neuberg quando estava em campanha no Danúbio, Descartes teve a intuição da geometria analítica e de um novo método para a organização de uma filosofia após ter aproveitado o seu tempo de lazer no estudo da matemática.

Em seguida, Carvalho, Moraes e Ferreira (2015) destacam a Geometria Analítica como uma teoria insubstituível da Matemática, tanto em seu formalismo quanto em suas aplicações. Apresentam ainda a Geometria Analítica na principal obra de René Descartes, o *Discurso do Método*. Foi a partir das crenças de Descartes que a Geometria Analítica surgiu como um dos três apêndices da obra mencionada, em um contexto que começava a aproximar a Álgebra e a Geometria.

Esse artigo, portanto, atribui ênfase à vida e obra de René Descartes, apresenta um panorama histórico das instituições nas quais Descartes desenvolveu seus estudos e aponta sua contribuição para o desenvolvimento da Geometria Analítica. Desse modo, o classificamos em História da Educação Matemática.

O último artigo identificado encontra-se na Revista de História da Educação Matemática (HISTEMAT), intitulado *La Geometría Analítico-Descriptiva de Mariano Zorraquín*, de Isabel Sánchez, do Instituto de Educação Secundária Via de la Plata, e Maria Teresa González, da Universidade de Salamanca.

Este artigo encontra-se disponível na revista mencionada em língua espanhola. Na introdução, as autoras traçam um panorama histórico do surgimento da Geometria Analítica e as contribuições de Descartes e de Fermat para o seu desenvolvimento. Ademais, objetivam apresentar a Geometria Analítica Descritiva de Mariano Zorraquin.

Segundo as autoras, as obras de Zorraquin sobre Geometria Analítica foram utilizadas na Espanha na primeira metade do século XIX. Elas consideram a obra muito semelhante com o método de Descartes. Na segunda seção desse artigo, são apresentadas a vida e a obra de Mariano Zorraquin. Sánchez e González (2016) elucidam que os dados para essa apresentação

eram poucos e confusos, mas sabe-se que Mariano Zorraquin foi militar e professor da Academia de Engenheiros de Alcalá de Henares.

Em seguida, as autoras analisam o livro intitulado *Geometria Analítica Descritiva*, publicado em 1819. O livro possui uma única edição e contém 487 páginas, divididas em cinco capítulos, organizados em duas seções. A primeira delas é denominada “Análise Determinada” e a segunda “Análise Indeterminada”.

Conforme as autoras, o primeiro capítulo do livro corresponde à primeira seção, “Análise Determinada”, enquanto a segunda se intitula “A linha no plano e o espaço” e introduz a Geometria Descritiva. Nos próximos três capítulos, tratam ainda das equações de 1º e 2º grau entre três e duas variáveis.

Em relação à Geometria Analítica de Zorraquin, Sánchez e González (2016) mencionam a existência de duas formas distintas mediante as quais o autor elaborava sua Geometria, denominadas análise determinada e indeterminada. Na análise determinada, Zorraquin mostra uma maneira de Geometria Analítica mais próxima à de René Descartes, com a diferença de que os números e letras das equações representam segmentos, e não os próprios números. A análise indeterminada, por sua vez, é semelhante à atual, baseada nos conceitos de lugares geométricos e usando sistemas de coordenadas para determinar um ponto no plano.

Segundo as autoras, Zorraquin não resolve a equação algebricamente nem constrói sua solução, mas, a partir da própria equação, ele obtém a solução por raciocínio geométrico, constrói e verifica ao que ela corresponde em sua solução algébrica. Sánchez e González (2016) apresentam uma obra de um professor da Espanha no tocante à sua compreensão da Geometria Analítica, bem como suas contribuições para o ensino com a publicação de suas obras. Desse modo classificamos esse artigo em História da Educação Matemática.

A respeito das produções de História da Geometria Analítica nos livros de minicursos entre os anos de 2001 e 2017¹³, encontramos seis produções enfocando o tema. Ao analisar esses livros, classificamos duas produções em História e Epistemologia da Matemática e três produções em História para o Ensino de Matemática, conforme elucida o quadro a seguir.

¹³ Texto publicado originalmente na Revista de Matemática, Ensino e Cultura, ano 14, n 32, p. 177-192, 2019.

Quadro 19 - Tendência em pesquisa em História da Matemática – MC

TENDÊNCIA DE PESQUISA	QNT
História e Epistemologia da Matemática	2
História da Educação Matemática	-
História para o Ensino de Matemática	4
TOTAL	6

Fonte: Elaboração própria (2019).

Ao classificar todos os 101 livros de minicursos publicados nos SNHM, identificamos que, desse total, apenas seis tratavam do tema, não sendo necessariamente o assunto principal abordado pelos seus respectivos autores. Se limitássemos a classificação pelo foco e objetivo do livro, esse número seria bem menor. Assim sendo, o primeiro livro em que identificamos a temática de Geometria Analítica foi produzido para o VI SNHM, ocorrido em Brasília-DF, no período de 20 a 25 de março de 2005.

Figura 2 - Introdução às cônicas.

Fonte: SBHMat.

Trata-se do livro *Introdução às cônicas*, cujo autor, Guy Grebot, apresenta uma história dos estudos das seções cônicas a partir do Tratado de Apolônio de Perga. Identificamos como conteúdo abordado os estudos das seções cônicas, tais como hipérboles, cubos e cones.

O objetivo do trabalho é apresentar os métodos dos estudos de Apolônio, de modo que tais métodos possam subsidiar a formação dos egressos do Ensino Médio na Licenciatura em Matemática. O livro está organizado em nove capítulos da seguinte maneira: “Introdução”, “Primeiras observações”, “Determinação das cônicas”, “Diâmetros e conjugados”, “Tangentes

e diâmetros conjugados”, “Mudanças de sistemas de coordenadas”, “Paralelogramos determinados por tangentes”, “O problema motivador” e “Referências”.

Inicialmente, o texto aborda as dificuldades de ensino em alguns temas relacionados à Geometria no ensino básico, para, em seguida, tratar do estudo das seções cônicas com base na tradução do Tratado de Apolônio de Perga. Grebot (2005) argumenta sobre a possibilidade de mesclar a Geometria Euclidiana Plana, a Geometria Euclidiana Espacial e a Geometria Analítica. Mostra os métodos de proporções e de conservações de áreas empregados por Apolônio até abordar as seções cônicas e suas equações cartesianas em um determinado sistema de eixos. Em seguida, caracteriza as tangentes e as expressões das cônicas em outros sistemas de referência com base no método de conservação de áreas. Posteriormente, apresenta um breve estudo das cônicas retomando o problema motivador, relacionando-o ao problema da duplicação do cubo, que, segundo o autor, trata-se de um problema relacionado à descoberta das seções cônicas.

A partir da definição de cone oblíquo e cone reto, o autor demonstra as seções circulares obtidas em um cone oblíquo, denominadas seções paralelas à base e seções subcontrárias. Mostra a construção de Apolônio ao afirmar que a seção de um cone determinado por um plano não é necessariamente um círculo. Apresenta desenhos ilustrativos das construções demonstradas e mostra que Apolônio iniciou a investigação das propriedades algébricas e geométricas das curvas e seus traçados. Ao longo de todo o texto, faz demonstrações matemáticas com todas as propriedades e proposições na produção investigada.

Embora o livro não apresente nenhuma atividade didática, Grebot (2005) discute sobre o ensino de Geometria na Educação Básica, enfatizando a problematização como abordagem do tema, presente ao longo dos tempos históricos, sob o olhar da Geometria Projetiva e da Geometria Analítica, deixando à margem a Álgebra e a Geometria dos gregos. Discute ainda a dificuldade de aprendizagem dos estudantes.

Por fim, após a leitura reflexiva sobre o texto, compreendemos que, a partir da abordagem histórica, é possível mostrar outras possibilidades de abordagem do conteúdo matemático na sala de aula, principalmente ao apresentarmos o desenvolvimento histórico-conceitual de um conhecimento como um elemento gerador de problematizações e estratégias de pensamento para exercício na formação de professores e no ensino básico. Assim, classificamos o livro em História e Epistemologia da Matemática.

Outro livro referente ao tema é intitulado *Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica*, de autoria de Érico Andrade, publicado no VIII SNHM, ocorrido em Belém-PA no período de 5 a 8 de abril de 2009. O livro

está organizado em sete capítulos: “Introdução”, “Abstração e o objeto matemático: dos contornos da figura sensível à criação da Geometria”, “Abstração cartesiana e o surgimento da Geometria Analítica”, “Abstração e a construção da figura na Geometria Analítica”, “Conclusão”, “Solução de problemas” e “referências”.

No texto, o autor apresenta e discute como o conceito de abstração é formulado por Descartes enquanto método constituinte do objeto matemático e da Geometria Analítica. O autor faz um percurso apontando contribuições para a Matemática de Euclides, Aristóteles e Descartes, de modo a refletir como esses filósofos e matemáticos concebiam a natureza dos objetos dessa ciência.

Figura 3 - Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica.



Fonte: SBHMat.

Ao longo de seu texto, Andrade (2009) apresenta algumas indagações, tais como: a Geometria Analítica seria mais abstrata que a Geometria Euclidiana? Os objetos da Geometria Euclidiana e da Geometria Analítica seriam de natureza distinta? Nesse sentido, o autor refere-se à ontologia do objeto matemático, de maneira que a Filosofia e a Matemática se unem no estudo. Desta feita, os objetos da Matemática são abstratos.

De acordo com Andrade (2009, p. 11), para Aristóteles, só existem três possibilidades para se compreender a natureza do objeto matemático:

- 1) os próprios corpos são os objetos da matemática assim um conjunto de objeto da matemática poderia ser tomado como um conjunto de números; 2) os objetos matemáticos existem e não guardam nenhuma relação com os

objetos da experiência; 3) os objetos da matemática existem enquanto objetos abstraídos dos objetos da experiência.

O autor afirma que o objeto matemático é abstrato porque ele é idealizado por meio de um processo de abstração que extrai dos corpos sua imagem figural e os transforma no objeto matemático a ser manipulado na experiência matemática.

Ao se fundamentar em Descartes para conceber a produção do conhecimento científico e matemático como uma atividade histórica, Andrade (2009) propõe em seu livro cinco atividades, duas das quais ele sugere que sejam resolvidas com régua e compasso, enquanto as outras três referem-se diretamente a questões de Geometria Analítica sobre distância entre dois pontos e a noção de par ordenado. Tais atividades são propostas para estudantes de Ensino Médio.

Entretanto, embora suas discussões filosóficas e ontológicas concernentes à Matemática não foquem na formação inicial do professor, a abordagem apresentada pelo autor pode ser adaptada ao nível que o professor desejar. A discussão apresentada pode ser também adaptada aos cursos superiores de pós-graduação com foco principalmente em História da Matemática. Assim, classificamos o livro em História para o Ensino da Matemática.

Outro livro a ser comentado intitula-se *Introdução histórica às Geometrias Não-Euclidianas: uma proposta pedagógica*, de autoria de Sérgio Roberto Nobre, produzido para o VIII SNHM e organizado em três capítulos: “Pequena introdução histórica sobre Euclides e os elementos de Euclides”, “O quinto postulado de Euclides” e as “Referências”. O objeto de estudo da produção é o quinto postulado de Euclides, com foco temático nas Geometrias Não-Euclidianas. O livro se caracteriza como uma pesquisa do tipo bibliográfica em fontes primárias e secundárias sobre História da Matemática com foco na vida e obra de Euclides, do quinto postulado e das Geometrias Não-Euclidianas. Apresenta e discute, so ponto de vista histórico, o surgimento dessas últimas.

Figura 4 - Introdução histórica às Geometrias Não-Euclidianas: uma proposta pedagógica.



Fonte: SBHMat.

No primeiro capítulo, Nobre (2009) apresenta um panorama sobre a vida de Euclides, discursa sobre a escassez de fontes relacionadas ao tema e menciona o importante livro atribuído a esse matemático - *Os Elementos* -, descrevendo os 13 livros que o compõem. No segundo capítulo, trata da história do quinto postulado de Euclides, iniciando com a enunciação do postulado e as tentativas históricas de sua compreensão ao longo dos séculos. O autor relata também algumas tentativas de resolução e demonstrações do postulado ocorridas no mundo árabe e na Europa, e mostra como esse movimento originou as discussões e proposições sobre Geometrias Não-Euclidianas. No capítulo seguinte, Nobre (2009) apresenta as principais contribuições de Gauss, Lobachysky e Bolyai para o nascimento das Geometrias Não-Euclidianas, citando-as de forma cronológica em cada biografia.

O livro não apresenta atividades de ensino, mas a história ligada a essa Geometria poderá servir de ponto de partida para que os professores desenvolvam atividades de ensino sobre o tema. A obra ainda pode ser utilizada na disciplina História da Matemática em cursos de Licenciatura em Matemática, pois traz informações históricas relevantes sobre o surgimento das Geometrias Não-Euclidianas a partir dos estudos sobre o quinto postulado de Euclides. Desse modo, classificamos essa produção em História e Epistemologia da Matemática.

O livro intitulado *Uma incursão em alguns tópicos da História da Geometria*, de autoria de Vincenzo Bongiovanni, está organizado em quatro capítulos: “Exploração de algumas ideias de Geometria Projetiva”, “Exploração da Geometria Hiperbólica em um ambiente informatizado” e “A Geometria na Grécia Antiga”. Todos esses capítulos são independentes e todos eles contêm referências e atividades.

Figura 5 - Uma incursão histórica em alguns tópicos da História da Geometria.



Fonte: SBHMat.

O livro objetiva relacionar a História da Matemática às Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). O autor elabora uma História da Geometria Projetiva e Hiperbólica com base no método de Arquimedes e nas cônicas de Apolônio, e propõe atividades para o ensino de Geometria Analítica, pois, ao analisarmos a obra, percebemos conteúdos como ponto, reta, plano, ângulo, cone, ponto médio, seguimento de reta e polígono inscrito, Geometria Projetiva, circunferência, círculo, elipse, hipérbole, parábola e cálculo do volume da esfera.

As atividades estão dispostas ao final de cada capítulo e exploram elementos do contexto histórico. No primeiro capítulo, são dispostas cinco atividades, três das quais apresentam pinturas antigas como elementos históricos, enquanto outras duas apresentam desenhos ilustrativos. No segundo capítulo, consta uma atividade que visa a criar um menu hiperbólico por meio do software *Cabri Geomètre*. Essa atividade consiste em relacionar a História da Matemática e as TIC. O terceiro capítulo propõe 10 atividades; dentre as quais, duas relacionam-se ao cálculo do volume de uma semiesfera, fornecendo demonstrações que envolvem o teorema de cordas quebradas. As oito demais atividades referem-se às cônicas.

A história elaborada por Bongiovanni (2009) e as atividades produzidas têm potencial de serem utilizadas na formação inicial e continuada de professores de Matemática, pois abordam temas específicos que podem ser trabalhados no Ensino Médio e no nível superior. Assim, classificamos essa produção em História para o ensino de Matemática, porquanto o autor utiliza o contexto histórico desenvolvido, conectando-o às atividades propostas.

O livro intitulado *Uma introdução para o estudo histórico da Geometria Analítica Plana*, de autoria de Mariana Feiteiro Cavalari e César Ricardo Peon Martins, foi produzido para o IX SNHM no período de 17 a 20 de abril de 2011, ocorrido em Aracaju-SE. O livro está organizado em cinco capítulos: “Introdução”, “Uma solução à História da Geometria Analítica”, “Formação da Geometria Analítica”, “Uma interpretação para as ideias que deram origem à Geometria Analítica”, “Considerações finais” e “Bibliografia”.

Figura 6 - Uma introdução para o estudo histórico: a Geometria Analítica Plana.



Fonte: SBHMat.

Na introdução, os autores citam o hábito de alunos e de alguns professores de conceber os conteúdos de Matemática como um conjunto de regras sem significado. Nesse sentido, advogam que uma abordagem histórica poderá atribuir princípios e significados ao ensino da disciplina. No segundo capítulo, apresentam um panorama histórico da Geometria Analítica, apontando que as primeiras ideias surgiram na Grécia Antiga e se consolidaram na Europa no século XVII. Elucidam ainda três históricos da Geometria Analítica: o nascimento, a formação e a consolidação. No terceiro capítulo, comentam a vida e a obra dos principais colaboradores da criação da Geometria Analítica: Fermat, na obra *Introdução a lugares planos e sólidos* (*Introduction aux Lieux Plans et Solids*), e Descartes, na obra *La Géometre*. sendo esse um dos três apêndices de *O Discurso do Método*. Fermat tinha a equação e buscava encontrar o lugar geométrico. Descartes, por seu turno, delineava uma curva e buscava sua equação.

No terceiro capítulo, os autores apresentam um bloco de atividades para mostrar como as ideias da Geometria Analítica foram concebidas. As atividades elaboradas foram baseadas nas ideias de Fermat, pois, segundo Cavalari e Martins (2011), a obra de Descartes é de difícil compreensão pelo fato de ser necessário obter a percepção de onde a Geometria foi escrita para demonstrar as aplicações do método racionalista de Descartes.

Dessa maneira, os autores iniciam as atividades questionando de que maneira Fermat encontrava o lugar geométrico e oferecem seu possível raciocínio para tal. Nas considerações finais, enfatizam o objetivo do estudo, que foi apresentar uma introdução histórica da Geometria Analítica através das obras dos seus dois principais colaboradores, além de demonstrar o aspecto central dessa área do conhecimento: estabelecer relações entre equações e curvas.

Assim, com base nas caracterizações estabelecidas, classificamos a obra em História para o Ensino da Matemática, uma vez que essa produção poderá ser utilizada para o ensino de Matemática no nível médio e em cursos de graduação.

O próximo livro a ser comentado foi produzido para o IX SNHM, ocorrido no período de 17 a 20 de abril de 2011 em Aracaju-SE, intitulado *Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico*, de autoria de Lucieli M. Trivizoli e Rachel Mariotto.

Figura 7 - Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico.



Fonte: SBHMat.

O livro está organizado da seguinte maneira: 1- Introdução; 2- Geometria e as construções geométricas; 3- Como trabalhar com construções geométricas?; 4- Atividades; 5- Apolônio: o grande geômetra; 6- Os softwares geométricos *Cabri Geomètre II* e *Geogebra*; 7- Resolvendo o problema de Apolônio; 8- Referências.

Na introdução, as autoras mencionam a motivação para elaborar o minicurso, que se deu com base nas experiências vivenciadas enquanto estagiárias docentes durante o tempo em que fizeram pós-graduação na disciplina Desenho Geométrico e Geometria Descritiva, regida pelo professor Sérgio Roberto Nobre. Ainda na introdução, Trivizoli e Mariotto (2011) apresentam o objetivo de fornecer atividades que constituam e orientem o professor em suas aulas. A

abordagem tratada no livro traça um percurso da resolução e o problema de Apolônio ao longo da História, sendo este um dos objetos do estudo em pauta.

No capítulo seguinte, as construções são apresentadas e realizadas com o auxílio de softwares de Geometria Dinâmica. São eles: *Cabri Geomètre II* e *Geogebra*. De acordo com as autoras, ao mencionarmos as construções geométricas, precisamos compreender que os gregos da Antiguidade faziam uso somente de régua não graduada e do compasso. Dessa maneira, justificam que as abordagens que elas apresentam dar-se-ão na perspectiva desses instrumentos. Em seguida, são apresentados quatro definições e três teoremas que objetivam fixar algumas definições, como, por exemplo, de lugar geométrico, reta, tangente e circunferências.

No terceiro capítulo, Trivizoli e Mariotto (2011) delimitam o objetivo de fornecer atividades que constituam e orientem o professor em suas aulas. A abordagem tratada no livro traça um percurso da resolução e o problema de Apolônio, além de elucidar de que maneira podem ser trabalhadas as construções geométricas e como elas podem contribuir para o desenvolvimento do aluno. Logo em seguida, as autoras dispõem um esquema para auxiliar o entendimento do problema de Apolônio e a sua resolução. 1 - Imaginar uma solução; 2- Pensar nas propriedades que envolvem as soluções; 3- Verificar como pode ser feita a construção (passos); 4- Realizar a construção; 5- Validar a construção (demonstração). Trivizoli e Mariotto (2011) acercam-se do objetivo de fornecer atividades que constituam e orientem o professor em suas aulas. A abordagem tratada no livro traça um percurso da resolução e o problema de Apolônio. As autoras apresentam um exemplo utilizando o esquema descrito por elas. São propostas 11 atividades, nas quais os alunos são orientados a escrever, realizar e demonstrar cada construção geométrica a partir do esquema mencionado.

No quinto capítulo, é realizado um panorama histórico da vida e obra de Apolônio, embora as autoras mencionem que pouco se sabe da vida desse matemático, já que a maioria de suas obras desapareceu. As contribuições de Apolônio foram a temática que mais disponibilizou estudos das seções cônicas. O problema de Apolônio envolve dez casos, nos quais são apresentadas possíveis resoluções com o uso apenas de régua não graduada e compasso.

No sexto capítulo, são apresentados os softwares de Geometria Dinâmica *Cabri Geomètre II* e *Geogebra*. Na visão de Trivizoli e Mariotto (2011), a manipulação desses softwares permitiria validar alguns aspectos que a régua e o compasso não podem contemplar. No sétimo capítulo, as autoras propõem que o leitor tente solucionar o problema de Apolônio e suas variações, enfatizando que nem todas são possíveis de serem solucionadas. Apontam ainda

que o grau de complexidade das construções geométricas pode se tornar um desafio para a realização com régua não graduada e compasso.

De acordo com a proposta de apresentar atividades voltadas para o enfoque do problema de Apolônio e de descrever o esquema destinado à sua resolução, classificamos esse livro de minicurso em História para o Ensino da Matemática.

Conforme as caracterizações das produções mencionadas neste capítulo, percebemos que, quando se referem à Geometria Analítica, emergem alguns conteúdos dessa disciplina, tais como cônicas, plano cartesiano, lugar geométrico, equação reduzida da circunferência e distância entre dois pontos. Identificamos ainda que, em relação à Geometria Analítica, o estudo das cônicas é o mais frequente nas pesquisas em História da Matemática. Estudos dessa natureza aparecem nos anais de eventos, dissertações e livros de minicursos.

Outro fato importante foi no tocante ao nosso objetivo, que concerne às produções com potencial para o ensino de Geometria Analítica. Foi identificado um montante de 37 produções referentes ao tema nas produções em História da Matemática. Desse quantitativo, apenas 32 foram consultadas e classificadas. Assim, obtivemos nove produções em História e Epistemologia da Matemática, 11 em História da Educação Matemática e 12 em História para o Ensino de Matemática.

Desse modo, os encaminhamentos propostos foram elaborados a partir das informações presentes nas produções classificadas como HenM, descritas no quadro a seguir. Para tanto, utilizaremos outro recorte para a análise das pesquisas que apresentam propostas de atividades sem o uso de softwares, visto que essa proposta foi pensada de modo a abranger o maior número de professores, tanto da rede pública quanto da rede privada de ensino, pois nem sempre as escolas dispõem de recursos para o desenvolvimento de uma aula através de um software.

Quadro 20 - Relação das produções sobre HenM

TÍTULO	AUTOR (ES)	TIPO DE PESQUISA
Análise do livro I de Geometria de Descartes: apontando caminhos para o ensino da Geometria Analítica segundo uma abordagem histórica	Carmen Rosane Pinto Franzon	Dissertação
Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das secções cônicas com significado	Marta Maria Maurício Macena	Dissertação

Abordagem histórico-epistemológica do ensino da Geometria fazendo o uso da Geometria Dinâmica	Tatiana de Camargo Waldomiro	Dissertação
Uma proposta de ensino de Geometria Hiperbólica: construções do plano de Poincaré com o uso do software <i>Geogebra</i>	Luciano Ferreira	Dissertação
Geometria Analítica na Educação Básica: primeiros passos no plano cartesiano	Paula Cristina Bacca	Dissertação
Geometrias Não-Euclidianas como anomalias: implicações para o ensino de Geometria e medidas	Anna Karla Silva Nascimento	Dissertação
O uso da História da Matemática e do <i>Geogebra</i> para o ensino e aprendizado da Geometria Analítica com ênfase no estudo de retas	Elisangela Dias Brugnera	Tese
Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica	Érico Andrade	Livro de MC
Uma incursão em alguns tópicos da História da Geometria	Vicenzo Bongiovanni	Livro de MC
Introdução para o estudo histórico da Geometria Euclidiana Plana	Mariana Feitero Cavalari, César Ricardo Peon Martins	Livro de MC
Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico	Lucieli Maria Trivizoli, Rachel Mariotto	Livro de MC
O romance das cônicas em sala de aula: uma proposta didática para o ensino da elipse	Carlos Eduardo Petronilo Boiago, Camila Del Rei de Fariadireita	Anais IX SNHM

Fonte: Elaboração própria (2019).

A partir das propostas de atividades presentes nas produções classificadas como História para o Ensino da Matemática, apresentaremos, no capítulo a seguir, nossa proposta de encaminhamentos didáticos para o desenvolvimento de uma unidade de ensino de Geometria Analítica com base no material identificado na pesquisa subsidiada pelo instrumento de análise das atividades, representado pelo quadro a seguir.

Quadro 21 - Descritor de análise das atividades.

Objetivo	
Procedimento	
Conteúdo abordado	
Conhecimento prévios mobilizados	
Tipo de atividade	
Que tipo de História	
Tipo de material utilizado	

Fonte: Elaboração própria (2019).

Essa proposta fornece encaminhamentos para a formação inicial e continuada de professores e para a Educação Básica com o viés histórico, a partir das produções identificadas e da matriz de análise apresentada. Abordaremos algumas contribuições identificadas nas produções consultadas e classificadas em História para o Ensino de Matemática, ou seja, produções que se caracterizam por fornecer subsídios para a formação de professores e para o ensino de Matemática. Dessa forma, as produções que serão consultadas para subsidiar esses encaminhamentos referem-se apenas às dissertações e aos livros de minicursos.

4 ENCAMINHAMENTOS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo, apresentamos alguns encaminhamentos para professores do Ensino Médio em relação ao ensino de Geometria Analítica. Desse modo, o professor tem total autonomia para acrescentar ou adaptar as atividades apresentadas no presente capítulo para sua ação didática, fazendo com que esses encaminhamentos não sejam receitas a serem seguidas.

O primeiro encaminhamento que será proposto nesta pesquisa refere-se ao modo pelo qual Fermat, um dos idealizadores da disciplina, encontrava o lugar geométrico das equações. Fermat estabelecia uma equação e procurava o lugar geométrico descrito por ela. Já Descartes apresentava uma curva e buscava sua equação (CAVALARI; MARTINS, 2011).

Nessa senda, explicitaremos o raciocínio utilizado por Fermat para resolver problemas nesse contexto. Parte dos encaminhamentos das ideias apresentadas nesta primeira parte são baseadas no livro de minicurso do IX SNHM, intitulado *Uma introdução para o estudo histórico da Geométrica Analítica Plana*, de autoria de Mariana Feiteiro Cavalari e César Ricardo Peon Martins (2011).

Os objetivos desse tópico são: compreender o modo como Fermat encontrava o lugar geométrico das equações, entender o significado de lugar geométrico, interpretar o lugar geométrico como um conjunto de pontos e identificar o lugar geométrico de uma equação.

Para esse estudo, o público-alvo que se beneficiará com esse estudo deve ter como pré-requisitos o estudo de coordenadas na reta e coordenadas no plano. Sem esses conhecimentos prévios, o desenvolvimento da atividade será bastante desafiador. Com relação aos materiais necessários para esse estudo, é fundamental o uso de lápis, borracha, régua e compasso.

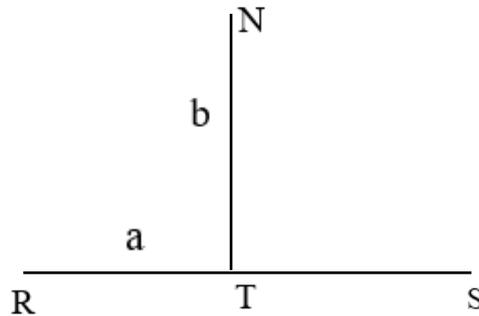
Como resultados esperados, ao final desse estudo, espera-se a compreensão da maneira como Fermat deliberava sua resolução, consideramos ainda que a apresentação desse tópico permite a concepção e a interpretação do gráfico de uma equação, bem como o lugar geométrico descrito por ela.

Portanto, partindo dos princípios resolutivos de Fermat, seguem-se alguns encaminhamentos por meio de atividades ligadas ao conteúdo mencionado.

Dada a equação $x \cdot a = y \cdot b$, onde x, y são constantes, temos a seguinte relação $\frac{a}{b} = \frac{y}{x}$.

Seja um segmento RS e T um ponto pertencente ao segmento dado, de modo que RT seja a quantidade a , seja o segmento TN perpendicular a RT, de modo que TN seja a quantidade b , conforme a figura abaixo:

À medida que o ponto T se desloca pelo segmento RS, de modo que se mantenha uma razão pré-estabelecida entre as quantidades desconhecidas a, b . A trajetória N, por meio de seu fluxo, estabelece o espaço geométrico determinado pela equação dada. Sendo assim, o espaço geométrico determinado pela equação $x \cdot a = y \cdot b$, segundo o raciocínio de Fermat, é uma reta.



Fonte: Elaboração própria.

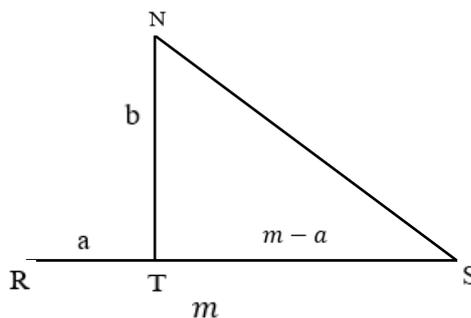
Fermat apresenta as equações de reta em que a quantidade desconhecida a e b são multiplicadas por uma constante. Para esclarecer esse raciocínio, apresentaremos o seguinte exemplo:

Nesse exemplo, mostraremos que o lugar geométrico da equação dada é uma reta.

Dada a equação $z^H - x \cdot a = y \cdot b$, conforme a figura abaixo, e da mesma forma que o exemplo dado acima, Fermat toma o segmento RS e um ponto T pertencente a ele, de modo que RT seja o valor desconhecido a . Seja TN o segmento perpendicular a RT de modo que TN e a quantidade b tomando $z^H = x \cdot m$, teremos:

$$xm - x \cdot a = y \cdot b \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{m - a}{b}$$

Seja $SR = m$, então teremos $ST = m$. Desse modo, temos a relação $\frac{ST}{TN}$. Analogamente ao processo mostrado anteriormente, conclui-se que o lugar geométrico é uma reta.

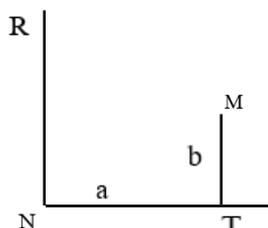


Fonte: Elaboração própria.

Após esse primeiro contato com os princípios resolutivos de Fermat, disponibilizamos atividades de modo a atingir o objetivo do conteúdo explicitado no início.

Atividade 1:

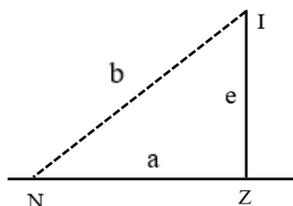
Encontre e analise o lugar geométrico determinado pela relação: $a \cdot b = T$, conforme a figura abaixo, onde NR é paralela a TM , $a = NT$ e $b = TM$, determine o lugar geométrico estabelecido pela trajetória do ponto M , através do movimento de T no segmento NT .



Fonte: Elaboração própria.

Atividade 2:

Dada a relação $b^2 - a^2 = e^2$, onde o ângulo NZI é reto, $a = NZ$ e $e = ZI$, determine o lugar geométrico estabelecido pela trajetória do ponto I através do movimento de Z no segmento NZ .



Fonte: Elaboração própria.

Atividade 3:

Determine quais são os lugares geométricos estabelecidos pelas equações:

- $b^2 - 2d \cdot a - a^2 = e^2 + 2r \cdot e$, onde r, b e d são constantes.
- $c + ae = ra + se$, onde c, s e r são constantes.

Atividade 4:

Represente o lugar geométrico determinado pelas seguintes equações:

- $e^2 = d \cdot a$, onde d é uma constante.
- $b^2 + a^2 = d \cdot e$, onde b e d são constantes.

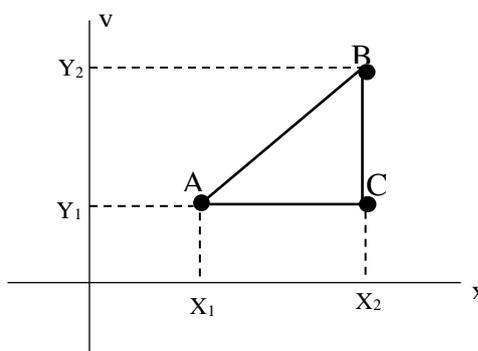
O encaminhamento a seguir refere-se às informações contidas na pesquisa de mestrado de Anna Karla Silva do Nascimento (2013), intitulada *Geometrias Não-Euclidianas como anomalias: implicações para o ensino de Geometria e medidas*, e do livro de minicurso

elaborado para o VIII SNHM, intitulado *Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica*, de autoria de Érico Andrade (2009).

Parte do objetivo desse encaminhamento é mostrar que nem sempre a menor distância entre dois pontos é uma reta. Os materiais necessários para o desenvolvimento da atividade são: lápis, borracha, papel, régua e transferidor.

As atividades propostas foram elaboradas em torno da discussão da Geometria do táxi, a que Nascimento (2013) se refere como anômala. Elas foram elaboradas para alunos do 2º ano do Ensino Médio. Espera-se, ao final de seu desenvolvimento, que os alunos compreendam as distinções das hipóteses das distâncias da Geometria Euclidiana e da Não-Euclidiana. Como conhecimentos prévios, os alunos devem obter o estudo de plano cartesiano, par ordenado e coordenadas no plano.

Inicialmente, fazendo-se uso da Geometria Euclidiana Plana, pode-se proceder demonstrando na lousa três pontos não-colineares no plano cartesiano e, de dois em dois, traça-se uma reta, conforme a figura a seguir:



Fonte: Elaboração do autor.

Tomando os princípios do teorema de Pitágoras, é possível deduzir a fórmula da distância entre dois pontos, onde o segmento AB é a hipotenusa. AC e BC são os respectivos catetos. Logo:

$$d(A, B)^2 = d(A, C)^2 + d(B, C)^2$$

Analogamente,

$$d(A, C)^2 = (x_1 - x_2)^2 \text{ e } d(B, C)^2 = (Y_1 - Y_2)^2$$

Temos,

$$d(A, B)^2 = (x_1 - x_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2$$

Então,

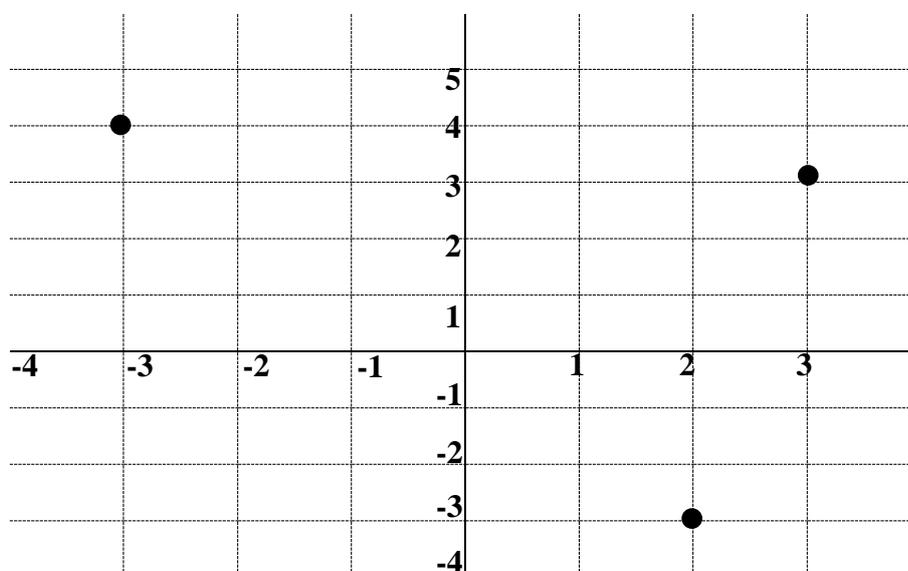
$$d(A, B) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

Nesse momento, o professor pode contextualizar um exercício com uma situação cotidiana, como, por exemplo, o serviço dos correios, em que o entregador precisa efetuar duas entregas em localidades distintas.

Dessa forma, a problemática é a seguinte: um carteiro recebe duas correspondências e precisará efetuar a entrega de ambas. O primeiro destinatário se encontra localizado na ponta A $(-3, 4)$ e o segundo destinatário situado no ponto B $(2, -3)$. Sabendo que o carteiro partirá do ponto C, localizado nos pontos $(3, 3)$.

Espera-se que os alunos encontrem primeiramente os pontos correspondentes no plano cartesiano representado na figura abaixo:

Figura 8 - Plano cartesiano.



Fonte: Elaboração própria.

Após os alunos identificarem os pontos, seguem-se cinco procedimentos correspondentes ao primeiro exemplo:

Procedimento 1:

Calcule a menor distância dos pontos $d(A, C)$ e $d(C, B)$.

Procedimento 2:

Calcule a menor distância dos pontos $d(A, C)$ e $d(C, B)$ utilizando a métrica do táxi, ou seja, a soma da distância entre os dois percursos.

Procedimento 3:

As distâncias calculadas são iguais?

Procedimento 4:

Quais características divergem das duas formas de calcular a distância entre dois pontos? E quais são similares?

Procedimento 5:

Podemos afirmar que a menor distância entre dois pontos sempre será uma reta?

Ainda com relação à distância entre dois pontos, o objetivo desse encaminhamento é ensinar noções básicas do cálculo da distância entre dois pontos através do material didático *Geoplano*, que terá a função de mediador para o ensino desse conteúdo.

Primeiramente, o professor poderá apresentar uma noção de plano cartesiano no *Geoplano* e revelar quanto vale, em centímetros, cada espaço entre as marcações no tabuleiro, mostrando ainda a noção básica de ponto através do material didático.

Para o aprendizado dessa definição, deverá instruir acerca de noções sobre as coordenadas de um plano cartesiano a partir do ponto fixado no plano, mostrando como descobrir os pares ordenados de cada ponto, com base na relação que foi criada sobre o ponto no plano cartesiano, no qual será possível localizar dois pontos distintos no plano cartesiano.

A partir da dedução da fórmula apresentada através do teorema de Pitágoras, e ainda que, através de dois pontos distintos, passa um segmento de reta, o aprendiz poderá analisar os pontos através das suas coordenadas, por intermédio dos seguintes procedimentos:

Procedimento 1:

- a) Descubra a medida do segmento AB de coordenadas: $A(x, y)$ e $B(x_1, y_1)$.
- b) Qual a medida do cateto paralelo Ox ?
- c) Qual a medida do cateto paralelo Oy ?

Após a dedução da fórmula por meio do teorema de Pitágoras, o professor poderá aplicá-la nas atividades que podem possibilitar a percepção desse conceito.

Procedimento 2:

- a) Represente no *Geoplano* os pontos $A (2,2)$ e $B (5,5)$.
- b) Destaque as coordenadas A e B no *Geoplano*.
- c) Trace o segmento dos pontos A e B .
- d) Construa um triângulo retângulo usando o lado AB .
- e) Quais são as medidas dos lados desse triângulo?
- f) Descubra a medida do segmento AB desse triângulo retângulo.

Procedimento 3:

- a) Construa a figura com os seguintes pares ordenados, sendo eles: $A = (1,1)$; $B = (2,4)$ e $C = (3,1)$.
- b) Qual figura foi formada após se ter ligado os pontos pelos segmentos?
- c) Qual a distância entre o segmento AB ?
- d) Qual a distância entre o segmento BC ?
- e) Qual a distância entre o segmento CA ?

Procedimento 4:

- a) Construa a figura com os seguintes pares ordenados, sendo eles $A = (2,2)$, $B = (2,4)$ e $C = (5,4)$?
- b) Qual a diferença da figura do procedimento 5 e do procedimento 6? São iguais?
- c) Qual figura formou após ter ligado os pontos pelos segmentos?
- d) Qual a distância entre o segmento AB ?
- e) Qual a distância entre o segmento BC ?
- f) Qual a distância entre o segmento CA ?
- g) A diferença entre as distâncias dos pontos da atividade 5 para atividade 6?

Procedimento 5:

- a) Calcule a distância entre os pontos $A (-2,3)$ e $B (1,5)$.
- b) Determine a distância entre os pontos $A (0, 0)$ e $B(3, 1)$.
- c) Considere o triângulo ABC , em que $A = (0, 0)$, $B = (0, 12)$ e $C = (5, 0)$. Determine o comprimento do maior lado desse triângulo.

Na pesquisa de Andrade (2009), as informações contidas na produção referem-se exclusivamente à formação de professores, com o fito de demonstrar a representação de

Descartes com discussões históricas e filosóficas, bem como a apresentação de exercícios sobre o conteúdo entre a distância entre dois pontos.

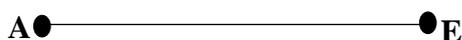
Os encaminhamentos a seguir referem-se à pesquisa de mestrado de Paula Cristina Bacca (2013), intitulada *Geometria Analítica na Educação Básica: primeiros passos do plano cartesiano*. Nesse tópico, abordaremos o conteúdo de plano cartesiano. O objetivo das atividades é evidenciar as contribuições de Descartes para a ciência, a partir das suas primeiras construções geométricas na famosa obra *La Géométrie*.

O público-alvo são os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e do início do Ensino Médio. Os materiais necessários para o desenvolvimento dessa atividade são lápis, borracha, papel, régua, transferidor e compasso. Como resultado, espera-se que os alunos compreendam a localização e determinem pontos no plano cartesiano.

Será apresentado na demonstração a seguir o modo como Descartes obtinha o produto de dois números partindo do comprimento de segmentos de reta. Em sua obra, o estudioso demonstra que a multiplicação de dois números é um segmento, e não necessariamente uma área, como era pensado anteriormente (BACCA, 2013).

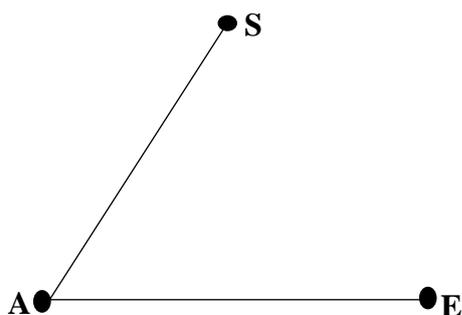
De acordo com Bacca (2013), essa demonstração se encontra originalmente publicada no livro *La Géométrie*. Dessa forma, Descartes determina o produto de \overline{AE} por \overline{AS} .

Inicialmente, traça o segmento \overline{AE} de medida qualquer.



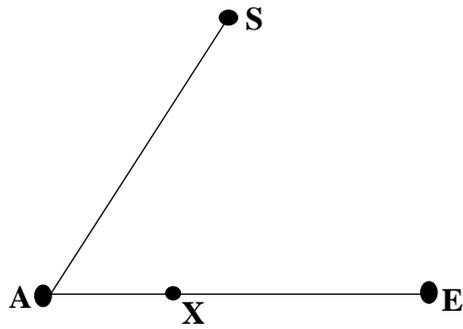
Fonte: Elaboração própria.

Por uma das extremidades do segmento, \overline{AE} trace o segmento \overline{AS} com medida qualquer.



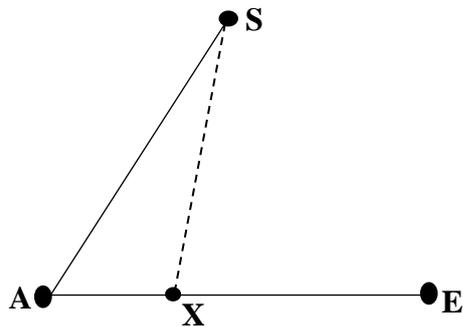
Fonte: Elaboração própria.

Marque um ponto X sobre o segmento \overline{AE} , tal que \overline{AX} seja a unidade desse segmento.



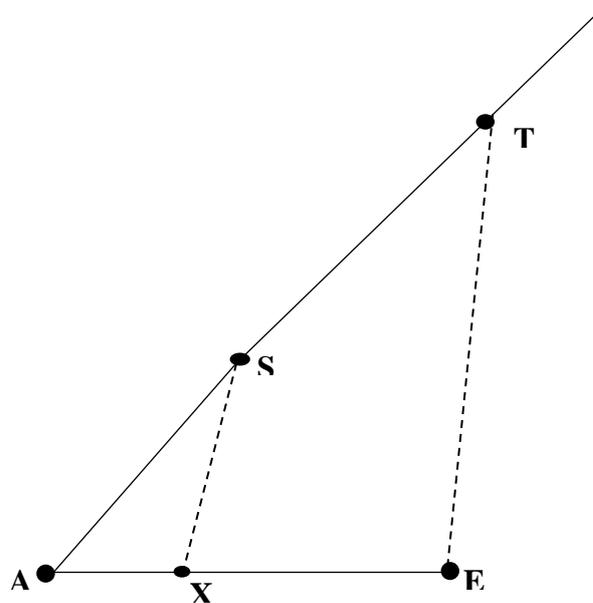
Fonte: Elaboração própria.

Trace um segmento pelos pontos S e X.



Fonte: Elaboração do autor.

Trace uma reta paralela ao segmento \overline{SX} em E até a interseção do segmento \overline{AS} .



Fonte: Elaboração do autor.

Ao analisar o segmento pelo teorema de Tales, temos:

$$\frac{\overline{AS}}{\overline{AX}} = \frac{\overline{AT}}{\overline{AE}}$$

Como $\overline{AT} = 1$, temos:

$$\frac{\overline{AS}}{1} = \frac{\overline{ET}}{\overline{AS}}$$

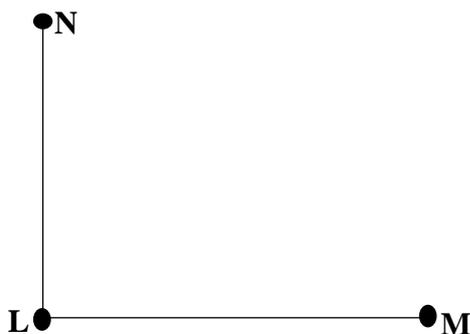
Portanto, pelo teorema da proporcionalidade, temos: $\overline{AT} = \overline{AE} \cdot \overline{AS}$. Dessa forma, \overline{AT} é o produto de \overline{AE} e \overline{AS} .

Para a resolução da equação determinada $z^2 = az + b^2$, onde z é a incógnita, a , z , e b são segmentos conhecidos. Iniciando pelo lado \overline{LM} , construa um triângulo retângulo NLM .



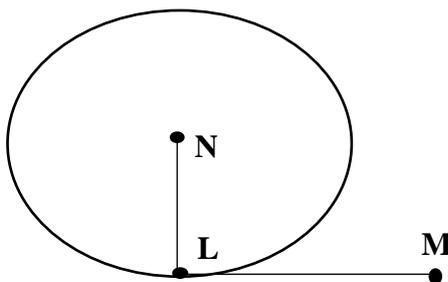
Fonte: Elaboração própria.

Trace uma perpendicular \overline{LN} em L, tal que o comprimento do segmento seja $\frac{1}{2}(a)$.



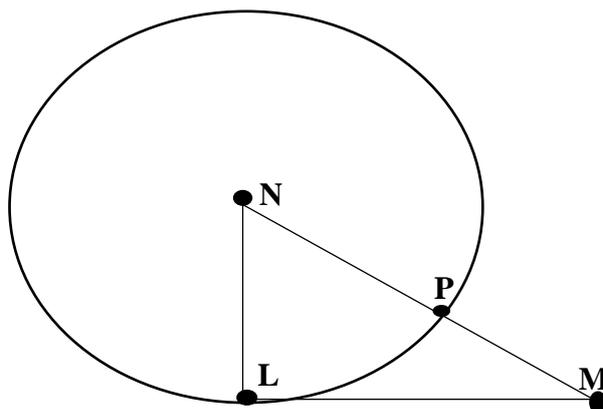
Fonte: Elaboração própria.

Trace uma circunferência tal que o centro seja N e o raio de $\frac{1}{2}(a)$.



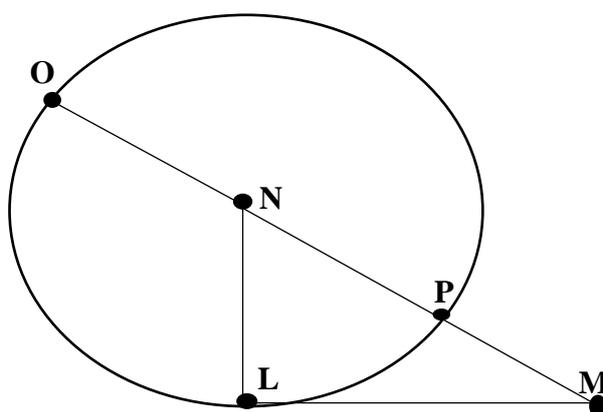
Fonte: Elaboração do autor.

Trace o segmento \overline{NM} , tal que p seja a interseção da circunferência no segmento.



Fonte: Elaboração própria.

Prolonga-se o segmento \overline{NM} até o ponto O pertencente à circunferência.



Fonte: Elaboração própria.

Analisando a construção geométrica algebricamente, temos:

$$\overline{MN}^2 = LM^2 + \overline{LN}^2$$

$$\overline{MN}^2 = b^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$

$$\overline{MN}^2 = b^2 + \frac{1}{4}a^2$$

Substituindo b^2 por $z^2 - az$, temos:

$$\overline{MN}^2 = z^2 - az + \frac{1}{4}a^2$$

Extraindo a raiz de ambos os lados da equação, temos:

$$\overline{NM} = \sqrt{z^2 - az + \frac{1}{4}a^2}$$

$$\overline{NM} = \sqrt{\left(z - \frac{1}{2}a\right)^2}$$

$$\overline{NM} = z - \frac{1}{2}a$$

Substituindo NM por $\sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$, temos:

$$z - \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$$

Ou seja, analogamente, $z = \overline{ON} + \overline{MN}$.

Portanto, a raiz quadrada procurada será o segmento \overline{OM} .

Nesse sentido, para Descartes $(x + a)^2$, o quadrado da soma de duas linhas é a própria linha, não uma área, como pensado pelos gregos e árabes, resolvida através do método de completar quadrados do Al-Khowarismi.

Desse modo, a primeira atividade refere-se à interpretação geométrica da multiplicação de dois números para os árabes, na qual poderão ser desenvolvidos os seguintes procedimentos:

Procedimento 1:

Construa um retângulo cujas dimensões são 2 e 5 cm, respectivamente.

Procedimento 2:

De acordo com as informações do procedimento 1, determine sua área.

Procedimento 3:

O que podemos ressaltar sobre o valor encontrado em cm^2 e no produto $2 \cdot 5$.

Para essa atividade, apresentamos a primeira demonstração adaptada para fins didáticos para mostrar aos alunos a diferente forma da representação geométrica da multiplicação de dois números em relação aos árabes.

Procedimento 1:

Construa um segmento \overline{AE} com medida igual a $5cm$.

Procedimento 2:

Trace um segmento \overline{AS} com medida igual a 2cm .

Procedimento 3:

Marque o ponto x no segmento \overline{AE} , tal que a distância de A e x seja 1cm .

Procedimento 4:

Trace o segmento \overline{SX} .

Procedimento 5:

Trace um segmento paralelo a \overline{SX} passando pelo ponto E .

Procedimento 6:

Prolongue o segmento \overline{AS} até a interseção do segmento paralelo \overline{SX} , encontrando assim o segmento \overline{AT} e \overline{TE} .

Procedimento 7:

Verifique com uma régua o segmento \overline{AT} . O que se pode constatar essa medida em relação aos segmentos \overline{AE} e \overline{AS} ?

Os próximos encaminhamentos dizem respeito ao livro de minicursos intitulado *Uma incursão em alguns tópicos da História da Geometria*, de autoria de Vincenzo Bongiovanni (2009); *O problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico*, de Lucieli Maria Trivizoli e Rachel Mariotto (2011), e a pesquisa de mestrado de Marta Maria Mauricio Macena (2007), intitulada *Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das secções cônicas com significado*.

As atividades foram elaboradas para alunos do 3º ano do Ensino Médio com o intuito de identificar, classificar e diferenciar as cônicas, possibilitando a realização de construções geométricas. Espera-se ao final das atividades que os alunos saibam as definições das secções cônicas, a identificação das características geométricas da parábola, elipse e hipérbole, além de determinar suas equações.

Para tanto, os conhecimentos prévios mobilizados são os conteúdos de ponto, reta, mediatriz e plano. Os materiais utilizados são lápis, papel, borracha, régua, transferidor e compasso.

Conforme Bongiovanni (2009), Apolônio demonstrou que não era necessário tomar secções perpendiculares a um componente do cone, podendo ser possível tomar somente um único cone, seja ele acutângulo, obtusângulo ou retângulo, para obter as cônicas. Para Apolônio, se o ângulo for igual a x , o plano é paralelo ao lado \overline{MN} , sendo, portanto, uma parábola. Se o ângulo foi maior que x , o plano corta o prolongamento do lado \overline{MN} além de M e a secção é uma hipérbole. Se o ângulo for menor que x , o plano corta o lado \overline{MN} e a secção é uma elipse.

Para Trivizoli e Mariotto (2011), a origem das secções cônicas é atribuída à resolução do problema de Apolônio. Dessa maneira, os encaminhamentos dessa primeira parte referem-se ao problema de tangência presente nos livros de minicurso de Bongiovanni (2009) e Trivizoli e Mariotto (2011).

O problema de Apolônio configura-se em dez proposições possíveis e requer apenas o uso de régua e compasso. Bongiovanni (2011) cita o problema histórico, qual seja: dados três elementos, (R) reta, (P) ponto e (C) circunferência, construa uma circunferência que passa pelos pontos dados e tangente a cada linha dada.

- 1) Traçar uma circunferência passando por três pontos dados **(PPP)**;
- 2) Traçar uma circunferência tangente a três retas dadas **(RRR)**;
- 3) Traçar uma circunferência passando por dois pontos dados e tangente a uma reta dada **(PPR)**;
- 4) Traçar uma circunferência tangente a duas retas dadas e passando por um ponto dado **(PRR)**;
- 5) Traçar uma circunferência passando por dois pontos dados e tangente a uma circunferência dada **(PPC)**;
- 6) Traçar uma circunferência tangente a duas circunferências dadas e passando por um ponto dado **(PCC)**;
- 7) Traçar uma circunferência tangente a duas retas dadas e a uma circunferência dada **(RRC)**;
- 8) Traçar uma circunferência tangente a uma circunferência dada, a uma reta dada e passando por um ponto dado **(PRC)**;
- 9) Traçar uma circunferência tangente a duas circunferências dadas e uma reta dada **(RCC)**;

10) Traçar uma circunferência tangente a três circunferências dadas (CCC).

Para solucionar as dez proposições, é necessário compreender as propriedades das construções em relação a cada componente. Dessa forma, podemos demonstrar o primeiro caso.

Procedimento 1:

Construa uma circunferência que passa pelos pontos dados S, U e V (PPP).

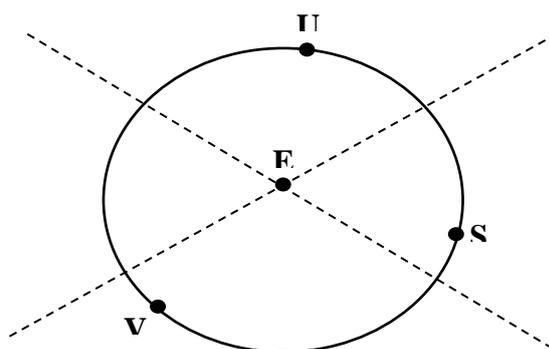
Procedimento 2:

Pense sobre as soluções possíveis.

Nesse momento, pode-se perceber que S, U e V, se colineares, não existe solução possível. Se S, U e V colineares existe uma única solução possível.

Procedimento 3: Construa a figura conforme a identificação do procedimento anterior.

Nesse momento, deve-se construir a mediatriz x do segmento SU; em seguida, construir a mediatriz y no segmento UV. Marque o ponto E referente à interseção de x e y . Assim, E é o centro da circunferência procurada.

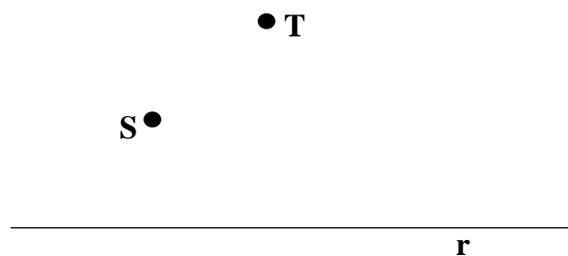


Fonte: Elaboração própria.

A partir dessa contextualização, deve-se resolver os seguintes problemas:

Procedimento 1:

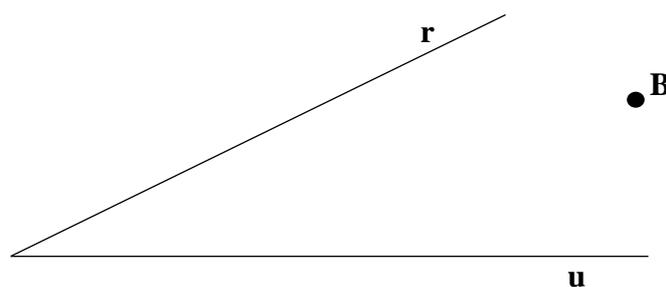
Dados dois pontos, S e T, e uma reta r. Utilizando as cônicas, construa uma circunferência tangente à reta dada passando pelos pontos.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 2:

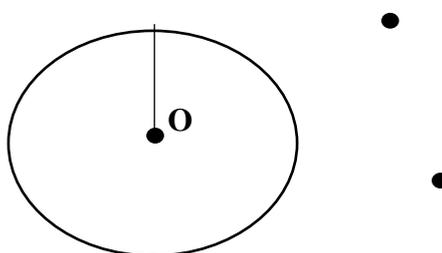
Dadas duas retas, r e u , e um ponto B , utilizando as cônicas, construa uma circunferência tangente às duas retas dadas.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 3:

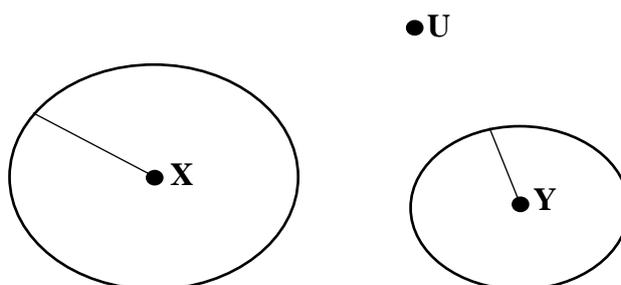
Dados dois pontos e uma circunferência de centro O , utilizando as cônicas, construa uma circunferência tangente à circunferência dada passando pelos pontos.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 4:

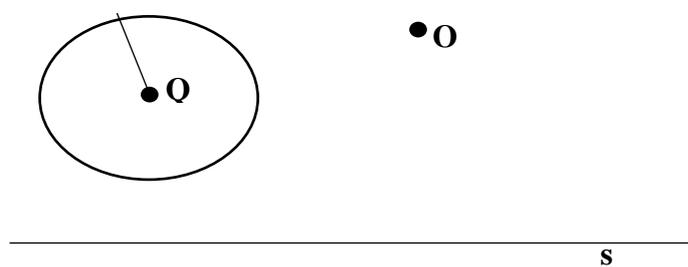
Dadas duas circunferências de centro, X e Y , e um ponto U , utilizando as cônicas, construa, passando pelo ponto dado, uma circunferência tangente à circunferência dada.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 5:

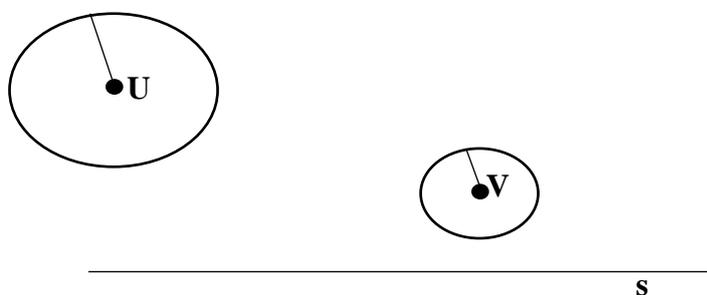
Dados um ponto O , uma reta s e uma circunferência de centro Q , utilize as cônicas e construa, passando pelo ponto dado, uma circunferência tangente à outra circunferência e à reta dada.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 6:

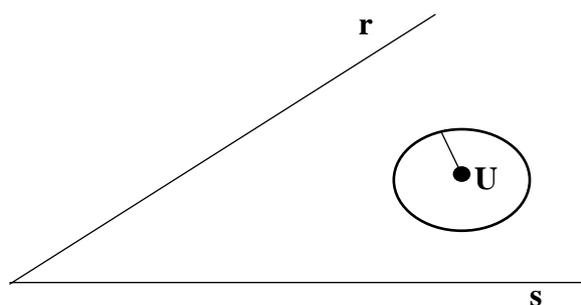
Dadas uma reta s e duas circunferências de centro U , V , construa, utilizando as cônicas, uma circunferência tangente à circunferência e à reta dada.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 7:

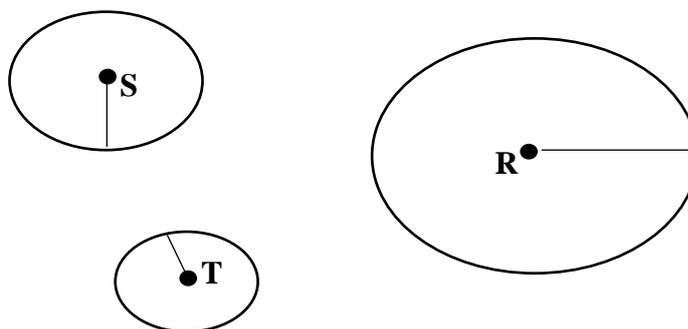
Dadas duas retas, r e s , e uma circunferência de raio U , construa, utilizando as cônicas, uma circunferência tangente às retas e à circunferência dada.



Fonte: Elaboração própria.

Procedimento 8:

Dadas três circunferências de centro, R , S e T , construa, utilizando as cônicas, uma circunferência tangente às três circunferências dadas.



Fonte: Elaboração própria.

Para o arremate desse tópico, o professor pode aplicar o questionário apresentado na pesquisa de Macena (2007) para concluir a avaliação da aprendizagem. Desenvolvendo as seguintes perguntas, quais contribuições do estudo da história das cônicas? Qual a importância das atividades apresentadas para seções cônicas? Quais foram as dificuldades durante as aulas?

Nesse panorama, os encaminhamentos apresentados são capazes de suscitar o ensino e a aprendizagem de Geometria Analítica, podendo ser modificadas para fins didáticos, de acordo com o objetivo almejado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes de tecer as reflexões acerca do estudo realizado, ficamos fascinados ao ter contato com um número significativo de produções em História da Matemática e um livro de minicurso oferecido pela Sociedade Brasileira de História da Matemática no Seminário Nacional de História da Matemática no ano de 2001, intitulado *Laboratório de História da Matemática*. Com certa curiosidade, elaboramos um levantamento sobre o assunto e não foi possível encontrar nenhuma pesquisa além desta. Em uma rápida consulta ao seu Currículo Lattes, pudemos constatar que o próprio autor do livro elaborou somente a referida produção para essa edição dos SNHM. Embora o livro não se refira ao laboratório enquanto espaço físico pensado inicialmente, o autor evidencia o laboratório como uma aula de resolução de problemas históricos na Matemática. Nessa senda, manifestamos o desejo de realizar pesquisas sobre o tema apresentado com a ênfase inicialmente pensada na perspectiva do Laboratório de Ensino de Matemática.

Recapitulando, no tocante às produções classificadas em História para o Ensino da Matemática, foram identificadas sete produções nas dissertações, quatro nos livros de minicurso e uma nos anais. Essa última relata uma produção em que um grupo de graduandos elaborou um plano de aula para orientar professores com o estudo das cônicas. Somente com o resumo disponível nos anais, não foi possível ter acesso ao plano. Cremos que o plano mencionado seria exposto na exposição de pôsteres. Com base nessas informações, classificamos o trabalho dos anais em História para o Ensino da Matemática.

No cômputo geral, concluímos que as dissertações e os livros de minicurso fornecem subsídios para o ensino de Geometria Analítica. Todavia, não foi possível identificar nas histórias presentes em anais de eventos e periódicos contribuições diretamente para o ensino e aprendizagem de Matemática. Uma das circunstâncias dessa ocorrência se deve ao fato de objetivarem outros aspectos, sem reflexões para a educação escolar.

Partimos do pressuposto de que todas as produções identificadas nesta pesquisa fornecem subsídios para a Educação Básica, bem como para a formação inicial e continuada de professores de Matemática. Evidentemente, algumas de maneira direta (HenM) e outras de forma indireta (HedM), (HepM). Não almejamos apontar a qualidade das pesquisas. Essa investigação foi realizada a partir de um estudo exploratório para identificar as produções que podem subsidiar o livro didático nas aulas da disciplina. Nesse contexto, levantamos outras indagações: por que os professores de Matemática não têm acesso a essas pesquisas? Se têm,

por que não as utilizam? Como resposta para essas perguntas, poderíamos apresentar algumas hipóteses, mas tal reflexão demandaria um estudo mais aprofundado.

Em relação à nossa indagação inicial, que se refere a *quais abordagens e contribuições emergem para o ensino de Geometria Analítica nas produções de História da Matemática no Brasil*, podemos inferir que, acerca dos livros de minicurso publicados nos Seminários Nacionais de História da Matemática, todos têm potencial para o ensino de Matemática, seja para o Ensino Fundamental, Médio ou Superior.

Esse potencial tanto pode se dar de forma direta, ou seja, os livros que delimitam em suas abordagens o desenvolvimento para a sala de aula, além do contributo para a formação de professores, representando 47% das produções elaboradas, como também pode se dar de forma indireta, representando 53% das produções investigadas. Essas últimas, não obstante, não podem nem devem ser descartadas, pois elas fornecem ao professor a compreensão do desenvolvimento epistemológico de tópicos de matemáticos, o que contribui para a formação acadêmica.

Os conteúdos explorados nos livros são múltiplos. Perpassam desde o ensino das cônicas até o assunto de lugar geométrico e distância entre dois pontos, conteúdos estes que constam no currículo do Ensino Médio. É possível observar que as pesquisas relacionadas à História da Geometria Analítica nos minicursos do SNHM ainda são incipientes, uma vez que, dos 101 livros produzidos, somente seis focalizaram, de alguma forma, o conteúdo de Geometria Analítica. Isto porque, desses seis livros, somente quatro contribuem de maneira concreta com o ensino de Geometria Analítica.

Por um lado, as duas produções classificadas como HEpM fornecem subsídios conceituais para o ensino dessa Geometria, desde que o professor explore criativamente essas produções para atender aos seus objetivos de ensino. Por outro lado, tais pesquisas são viáveis para a formação do professor de Matemática, pois as produções abordam aspectos históricos para ampliar os conceitos referentes à Geometria Analítica.

Acerca das pesquisas referentes à História da Geometria Analítica nas dissertações e teses, o procedimento inicial do levantamento favorece a seguinte afirmação: as pesquisas sobre a temática são incipientes, embora não tenha um quantitativo expressivo, o que contribui para a reflexão acima. Destacamos que três produções classificadas como História para o Ensino da Matemática envolvem o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação, em conexão com as informações históricas sobre o tema. Uma delas trouxe a proposta de uso do software *Cabri Géomètre* (WALDOMIRO, 2011), ao passo que as outras duas propõem o uso do software *Geogebra* (FERREIRA, 2011; BRUGNERA, 2018). No tocante ao uso das tecnologias nesses

trabalhos, seria essa uma maneira de aprimorar a visualização dos alunos dos possíveis contextos explorados pelo professor em sua aula?

Embora algumas dissertações apresentadas não visarem a um objetivo real para o ensino de Geometria Analítica, as abordagens adotadas pelos autores suscitaram o ensino desse conteúdo. Na abordagem de Ferreira (2011) em torno da Geometria Não-Euclidiana, embora o autor não foque na distância entre dois pontos, percebemos que, no minicurso proposto por meio do software *Geogebra*, o autor contempla o referido conteúdo.

Além do potencial para o ensino do conteúdo em pauta, o autor elenca outras atividades em favor da Geometria Hiperbólica. Waldomiro (2011), por sua vez, apresenta a proposta de um software. Inicialmente, pensou em Geometria Analítica, mas logo percebeu a complexidade de se trabalhar com todo o conteúdo. Dessa forma, optou por um tema específico, a Geometria Dinâmica com o estudo da História da Geometria para alunos do Ensino Médio, tendo como hipótese não necessariamente ampliar os conceitos do conhecimento de Geometria Analítica, conforme pensado em um primeiro momento, mas, sim, da Geometria em geral.

Ainda em relação às pesquisas em História para o Ensino da Matemática, a dissertação de Macena (2007), Bacca (2013), Franzon (2004) e Nascimento (2013), todas originadas de um mestrado profissional, demonstram um grande potencial para o ensino da disciplina, conforme exposto nos encaminhamentos elaborados no quarto capítulo desta pesquisa. As autoras, em seus respectivos estudos, apresentam detalhadamente o caminho percorrido e os objetivos alcançados com as propostas apresentadas por elas. Com exceção de Franzon (2004), consideramos que a pesquisa mencionada se referem à História para o Ensino da Matemática; porém, de cunho teórico, e não metodológico.

As pesquisas classificadas em História da Educação Matemática apresentam a forma como a disciplina se constitui ou de que maneira ela figura nos programas de ensino. Ribeiro (2003) analisou três obras de um engenheiro português para identificar possíveis influências educacionais luso-brasileiras. Já Valentim Junior (2013) e Soares (2013) discutiram a Geometria Analítica em uma abordagem histórica da disciplina escolar, um com ênfase na análise de livros do Ensino Secundário e outro com o objetivo de delimitar a história a constituição da disciplina no curso de Licenciatura em Matemática da UFJF.

Na pesquisa de Malta (2015), que classificamos em História e Epistemologia da Matemática, chama a atenção o argumento sobre a motivação para desenvolver o estudo: até o ano de 2015, não houve nenhuma pesquisa exclusivamente sobre o tema. Embora a análise de Malta (2015) não seja exclusivamente parte do objetivo da presente dissertação, percebemos que pesquisas dessa natureza podem e devem ser mais exploradas.

Diante do exposto, podemos verificar o quantitativo e o qualitativo das produções de História da Geometria Analítica que vêm sendo produzidas nas pesquisas de dissertações e teses brasileiras. Os resultados obtidos apresentam novos caminhos para o ensino da disciplina. Sabemos que não se trata de uma tarefa rápida, tampouco fácil. Contudo, ao empreender ações como essas em sala de aula, o trabalho do professor poderá ser gratificante quando os resultados surgirem, reiterando, então, a potencialidade do uso da História da Matemática no ensino como um empreendimento didático capaz de ampliar o desenvolvimento conceitual dos estudantes em Matemática.

Os encaminhamentos sugeridos nesta pesquisa fornecem propostas para o ensino de cônicas, plano cartesiano, distância entre dois pontos e lugar geométrico. Tais encaminhamentos voltam-se para a Educação Básica e podem contribuir para o estudo da Geometria Analítica em qualquer momento do currículo do ensino básico e superior. Nesse sentido, é possível ensinar tópicos de Geometria Analítica com base em dissertações, teses e livros de minicurso, desde que a iniciativa seja desenvolvida pelo professor de maneira ordenada e de posse de seu conhecimento histórico-epistemológico acerca do tópico da Matemática que deseja ensinar, para, dessa forma, fazer com que a reorganização histórica do pensamento se constitua em um processo que favoreça o ensino que se deseja alcançar.

De todo modo, consideramos que as respostas à pergunta norteadora da pesquisa foram esclarecidas de acordo com o desenvolvimento da investigação, ou seja, na medida que caracterizamos as empirias até a elaboração dos encaminhamentos. Ao refletir sobre a investigação desenvolvida, constatamos que, no decorrer da pesquisa, emergiram indagações que não foram pensadas inicialmente, tais como: de que maneira a História da Educação Matemática se constituiu ao longo das décadas? Por que os professores de Matemática não têm acesso às informações disponíveis em pesquisas de nível de mestrado e doutorado? Da mesma forma, a investigação realizada acarretou outros resultados não previstos, a exemplo da constatação de uma área específica de História da Matemática. Foi possível perceber alguns apontamentos para futuras pesquisas, como estudar o potencial didático das produções em História e Epistemologia e História da Educação Matemática sobre o tema investigado.

Por fim, recomendamos aos professores que acompanhem todo o processo de desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos, orientando-os mediante o suporte oferecido pelos estudos em História da Matemática relacionados ao tópico que desejam ensinar, de maneira a atribuir significado ao aluno acerca do conteúdo ministrado, além do prazer de ensinar a quem ensina. Quanto aos obstáculos que poderão se verificar durante o desenvolvimento, as dificuldades surgem em qualquer orientação pedagógica. A superação

dessas dificuldades constitui o sucesso de sua aplicação. Portanto, espera-se que os resultados deste estudo contribuam significativamente tanto com os professores da Educação Básica quanto do Ensino Superior, para que seja possível entrever a importância dos encaminhamentos com viés histórico, conforme sugere esta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ALLAN, Nelo Silva. Uma curta história das cônicas e sua relação com a Geometria Projetiva. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 3, 1999, Vitória. **Anais...** Vitória, ES: UFV. 1 CD-ROM.
- AMADEO, Marcello Santos. **Desenvolvimento da noção de reta numérica e seus contextos**. 2013. 182 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- ANDRADE, Érico. **Ontologia e representação matemática em Descartes: a construção de figuras na Geometria Analítica**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).
- ASTUDILLO, Maria Teresa Gonzalez; SIERRA, Isabel Maria Sanchez. Enseñanza de la Geometria Analítica En España En El Siglo XIX. **Revista de História da Educação Matemática-HISTEMAT**, ano 1, n. 1, 2015.
- AURELIANO, Francisco; SANTOS, Givaldo Oliveira. A evolução histórica das seções cônicas. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 11, 2015, Natal. **Anais...** Natal, RN: UFRN. 1 CD-ROM.
- BACCA, Paula Cristina. **Geometria Analítica na Educação Básica: primeiros passos no plano cartesiano**. 2013. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Regional de Blumenau, Blumenau-SC.
- BARROS, Rafael José. **Pesquisas sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para abordagem da matemática no ensino médio**. 2016. 239f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.
- BOIAGO, Carlos Eduardo Petronilo; FARIADIREITA, Camila Del Rei. O romance das cônicas em sala de aula: uma proposta didática para o ensino da elipse. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 9, 2011, Aracaju. **Anais...** Aracaju, SE: UFS. Disponível em:
http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Posteres/2_Boiago_C_E_P_Romance_das_C%C3%B4nicas_em_sala_de_aula.pdf. Acesso em: 18 mar. 2020.
- BONGIOVANNI, Vincenzo. **Uma Incursão em alguns tópicos da História da Geometria**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).
- BORDALLO, Mirella. **As cônicas na Matemática escolar brasileira: história, presente e futuro**. 2011. 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. Tradução de Elsa F. Gomide 2ed. São Paulo SP. Edgard Blucher, 1996.
- BLOCH, Marc. **Apologia da História ou o ofício do historiador**. Tradução: André Telles. Rio de Janeiro, Jorge Zahar, 2002.

BRUGNERA, Elisangela Dias. **O uso da História da Matemática e do Geogebra para o ensino e aprendizado da Geometria Analítica com ênfase no estudo de retas.** 2018. 275 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Mato Grosso, Sinop-MT.

CARVALHO, Tadeu Fernandes; MORAES, Priscila; FERREIRA, Denise Helena Lombardo. Descartes: de sua passagem pelo Colégio Jesuíta Royal Henry-La-Grand à criação da Geometria Analítica. **Revista Brasileira de História da Matemática-RBHM**, v. 16, n. 31, 2016.

CAVALARI, M. F.; MARTINS, C. R. P. **Uma introdução para o estudo histórico da Geometria Analítica Plana.** Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

CERTEAU, Michel de. **A escrita da história.** Tradução: Maria de Lourdes Menezes. 2ed. Rio de Janeiro, RJ. Forense Universitária, 2007.

CHARTIER, Roger. **O mundo como representação,** In: Estudos Avançados, São Paulo-IEA-SP, 1991.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, v. 2, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, Alain. **A História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte.** Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v.30. n3, p549-566, set/dez, 2004.

CRIPPA, Davide. **O papel da simplicidade na Geometria Cartesiana.** In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 10, 2013, Campinas. **Anais...** Campinas, SP: UNICAMP. Disponível em: <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais-snhm/article/view/86>. Acesso em: 18 mar. 2020.

DURVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros e representações semióticas.** São Paulo, SP: PROEM, 2011.

EVES, Howard Whitley. **Introdução a História da matemática.** Campinas, SP. UNICAMP, 1995.

FERREIRA, Luciano. **Uma proposta de ensino de geometria hiperbólica: construção do plano de Poincaré com o uso do software Geogebra.** 2011. 190 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá-PR.

FRANZON, Carmen Rosane Pinto. **Análise do livro I de geometria de Descartes:** apontando caminhos para o ensino da geometria analítica segundo uma abordagem histórica. 2004. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

FRANZON, Carmen Rosane Pinto. História da Geometria Analítica e sua utilidade em atividades didáticas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 4, 2001, Natal. **Anais...** Natal, RN: UFRN. Disponível em: http://www.crephimat.com/visor_anais.php?id_t=4&tbl=snhm. Acesso em: 18 mar. 2020.

GAMBOA, Silvio Sanchez. **Pesquisa em Educação métodos e epistemologias**. 2. ed. Chapecó: Argos, 2012.

GONÇALVES, Francisco Djnnanthan da Silva. **História da Educação Matemática no Brasil: contribuições das pesquisas para professores da educação básica**. 164 f. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

GREBOT, Guy. **Introdução às Cônicas**. Brasília-DF: SBHMat, 2005 (preprint).

LEITE, Douglas Goncalves. **Método de perspectiva e Brouillon Project: dois estudos de Desargues sobre perspectiva e Geometria de projeções**. 2018. 93 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro-SP.

LIMA, Rodolpho Sousa. **Os tratados de George Salmon (1819-1904) no contexto da Matemática britânica no século XIX: de uma abordagem sintética para uma abordagem analítica**. 2018. 95f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

MACENA, Marta Maria Maurício. **Contribuições da investigação em sala de aula para uma aprendizagem das secções cônicas com significado**. 2007. 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

MACHADO, Benedito Fialho. **Vídeo-aula de História da Matemática: Uma possibilidade didática para o ensino de matemática**. 2011. 145f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

MALTA, Alexandre de Deus. **O surgimento da Geometria Analítica no século XVII: debate histórico sobre questões referentes a sua descoberta**. 2015. 162 f. Dissertação (Mestrado em História) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

MENDES, Iran Abreu. História para o ensino da matemática: uma reinvenção didática para sala de aula. **Revista COCAR**, Belém, Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Pará, Ed. Especial, n. 3, p. 145- 166, jan./jul. 2017.

MENDES, Iran Abreu. **História da matemática no ensino: entre trajetórias profissionais, epistemologia e pesquisas**. São Paulo: Livraria da Física, 2015 (Coleção História da Matemática para professores).

MENDES, Iran Abreu. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010**. 2014.. Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

MENDES, Iran Abreu. História no Ensino da Matemática: Trajetórias de uma Epistemologia Didática. **Revista de Matemática, Ensino de Cultura- REMATEC**, ano 8, n. 12. p. 66-87, 2013.

MENDES, Iran Abreu. O pensamento Bricoleur em Educação Matemática: a criatividade na busca de diálogos entre saberes. *In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EREM*, 3, 2011, Natal. **Anais...** Natal, RN: SBEM-RN. 1 CD-ROM.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009a.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009b.

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas para professores**. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John Andrey; VALDÉS, Juan E. Nápolis. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: proposta e desafios**. 1. ed. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2008 (Coleção Tendência em Educação Matemática).

NASCIMENTO, Anna Karla Silva do. **Geometrias Não-Euclidianas como anomalias: Implicações para o ensino de geometria e medidas**. 2013. 115f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

NOBRE, Sérgio Roberto. **Introdução histórica às Geometrias Não-Euclidianas: uma proposta pedagógica**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

NOBRE, Sergio Roberto. Ubiratan D'Ambrosio e o movimento científico e institucional da História da Matemática no Brasil. *In: VALENTE, Wagner (Org.). Ubiratan D' Ambrosio: Conversas - Memórias - Vida Acadêmica - Orientandos - Educação Matemática - Etnomatemática - História da Matemática - Inventário Sumário do Arquivo Pessoal*. São Paulo: Annablume, 2007.

NOBRE, Sérgio. **História da resolução da equação do 2º grau: uma abordagem pedagógica**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

PAULO, Stephany Glaucia de Oliveira; GUIMARÃES FILHO, José dos Santos. Hiperboloide: sua história e definição. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 11, 2015, Natal. **Anais...** Natal, RN: UFRN. Disponível em: <https://docplayer.com.br/69060006-Po-35-hiperboloide-sua-historia-e-definicao.html>. Acesso em: 19 mar. 2020.

BOEIRO, Paolo. PEDEMONTE, Bettina. ROBOTTI, Elisabetta. **Approaching theoretical knowledge through voices and echoes: a Vygotskian perspective**. In: PME conference, 21nd, 1997, Finlândia, Anais eletrônicos. Disponível em https://www.researchgate.net/profile/Paolo_Boero2/publication/239864337_APPROACHING_THEORETICAL_KNOWLEDGE_THROUGH_VOICES_AND_ECHOES_A_VYGOTSKIAN_PERSPECTIVE/links/0a85e52f2cdc1ae280000000.pdf> Acesso em 18/03/2020.

PONTE, João Pedro da. BROCADO, Joana. OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

QUARANTA NETO, Francisco. Apresentação de dissertação sobre a obra “Novos elementos das seções cônicas (Philippe de la Hire – 1679) e sua relevância para o ensino de Matemática. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9, 2011, Aracaju.

Anais... Aracaju, SE: UFS. Disponível em:

http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Neto_F_Q_Apresenta%C3%A7%C3%A3o_da_Disserta%C3%A7%C3%A3o_sobre_a_Obra_Novos_Elementos_das_Se%C3%A7%C3%B5es_C%C3%B4nicas.pdf. Acesso em: 18 mar. 2020.

QUARANTA NETO, Francisco. **Tradução comentada da obra “Novos elementos das seções cônicas” (Philippe de la Hire – 1679) e sua relevância para o ensino de Matemática**. 2008. 319 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. **A obra “lógica racional, geométrica e analítica” (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749): um estudo das possíveis contribuições para o desenvolvimento educacional luso-brasileiro**. 2003. 163 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP.

SANCHEZ, Isabel; GONZALEZ, Maria Teresa. La Geometria Analítico-Descriptiva de Mariano Zorraquin. **Revista de História da Educação Matemática - HISTEMAT**, ano 2, n. 3, 2016.

SILVA, Circe Mary Silva. A Geometria Analítica nos livros-textos no Brasil no século XIX. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1, 1995, Recife. **Anais...** Recife, PE: UFRPE. 1 CD-ROM.

SILVA, Circe Mary Silva. A História da Geometria Analítica. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1, 1995, Recife. **Anais...** Recife, PE: UFRPE. 1 CD-ROM.

SILVA, Circe Mary Silva da. Sylvester Lacroix e a popularização da Geometria Analítica. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1, 1995, Recife. **Anais...** Recife, PE: Universidade Federal Rural de Pernambuco. 1 CD-ROM.

SOARES, Susana Ribeiro. **Um estudo histórico do ensino de Geometria Analítica no curso de Matemática da UFJF nas décadas de 1960 a 1970**. 2013. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG.

SOUZA, Ligia Mesquita; TEIXEIRA, Marcos da Nóbrega. História da Geometria Analítica: a evolução das seções cônicas. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 11, 2015, Natal. **Anais...** Natal, RN: UFRN. Disponível em: <http://crephimat.com/docs/elbhm/Atas%20-%207%C2%BA%20Econtro.pdf>. Acesso em: 18 mar. 2020.

STRUIK, D. J.; FAUVEL, J.; SWETZ F. J. **Relevância da História da Matemática no ensino de Matemática**. Tradução de Isabel Cristina Dias, Maria João Lagarto, Paula Nunes, Paulo Oliveira e João Nunes. Grafis – Coop. de Artes Gráficas, CRL, 1997.

STRUIK, DJ. **A História concisa das matemáticas**. Tradução: de João C. S Guerreiro. Lisboa. Gradiva, 1989.

TRIVIZOLI, Lucieli Maria; MARIOTTO, Rachel. **O Problema de Apolônio: panorama histórico e sua resolução utilizando um software geométrico**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Tendências da história da educação matemática no Brasil**. In: ZDM Mathematics Education, 2010.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **História da Educação Matemática: interrogações metodológicas**. REVEMAT. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v.2.2, p 28-49, VFSC, 2007.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil: (1730-1930)** 2 ed. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2002.

VALENTIM JUNIOR, Joselio Lopes. **A Geometria Analítica como conteúdo do Ensino Secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM**. 2013. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora-MG.

VALENTIM JUNIOR, Joselio Lopes; OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo. **A Geometria Analítica no Ensino Secundário vista pelos livros didáticos veiculados entre a Reforma Gustavo Capanema e a portaria ministerial de 1951**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, PR: UFPR. Disponível em: <http://enem2013.pucpr.br/2013/07/19/anais-do-xi-enem/>. Acesso em: 24 mar. 2020.

VEA, F. **Las Matemáticas em la enseñanza secundaria em España em el siglo XIX**. Zaragoza, 1995.

WALDOMIRO, Tatiana de Camargo. **Abordagem histórico-epistemológica do ensino da Geometria fazendo uso da Geometria Dinâmica**. 2011. 90 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ABDOUNUR, Oscar João. **Aspectos histórico-didáticos da relação Matemática/Música sob forma de uma exposição.** Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

ABDOUNUR, Oscar João. **Aspectos histórico-culturais de razões e proporções.** Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

ALMEIDA, Manoel de Campos. **A teoria dos números figurados na Ciência Antiga & Moderna.** Belém-PA: SBHMat, 2009 (preprint).

ARAÚJO, Antonio Pinheiro de; VARELA, Marlúcia Oliveira. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 3, 1990, Natal. **Anais...** Natal, RN: UFRN. 1 CD-ROM.

ARAÚJO, Dalci Souza (Ed.). **Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática.** Aracaju: UFS/SBEM-SE, 1995. 1 CD-ROM.

ASSIS NETO, Fernando Raul de (Ed.). **Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática.** Recife: UFRPE, 1995.

BANDIM, Ronaldo Gomes. **Lugar geométrico: uma abordagem com Geometria Dinâmica.** 2016. 57 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Pernambuco, Recife.

BARBOSA, Carlos Henrique; SIQUEIRA, Eva Maria (Eds.). **Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática.** Aracaju: SBHM, 2011. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Olinda Aparecida. **Geometria nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II: o conteúdo de triângulo da década de 1960 até a década de 2000.** 2009. 138f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

BARONI, R. L. S. **Aspectos históricos de alguns conceitos da Álgebra Linear.** Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

BARONI, L. S.; BATARCE, M. S.; NASCIMENTO, V. M. **Elementos sobre o desenvolvimento da teoria e medida.** Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

BARONI, R. L. S., NASCIMENTO, V. M. **Um tratamento via medição para os números reais.** Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Análise matemática no século XIX.** Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

BARUFI, M. C. B.; BROLEZZI, A. C. **História da Matemática e ensino de Cálculo: reflexões sobre o pensamento reverso.** Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental.** Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

BELLO, Samuel Edmundo Lópes. **Etnomatemática numa abordagem historiográfica: uma proposta de formação de professores.** Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

BERTATO, Fabio; D'OTAVIANO, Ítala (Eds.). **Anais do X Seminário Nacional de História Da Matemática.** Campinas-SP: SBHMAT, 2010. 1 CD-ROM.

BERTINI, L. F.; MORAES, R. S.; VALENTE, W. R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2017.

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Número fracionário: primórdios esclarecedores.** Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

BIANCHI, M. I. Z.; BARONI, R. L. S. **História da Matemática em livros didáticos.** Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

BICUDO, Irineu. **O primeiro livro dos elementos de Euclides.** Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Métodos históricos para resolução algébrica de equações.** Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

BRANDEMBERG, João Cláudio. **Uma história da integral de Arquimedes a Lebesgue.** São Paulo: Livraria da Física, 2017.

BRITO, A. J.; CARVALHO, D. L. **Geometria e outras metrias.** Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

BROLEZZI, Antônio Carlos. **Conexões: História da Matemática através de projetos de pesquisa.** Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

BROLEZZI, Antônio Carlos. **Empatia e História da Matemática.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

BROLEZZI, Antônio Carlos. **História às avessas do número E : uma proposta de ensino usando computadores e projetos.** Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

CALÁBRIA, A. R.; BONFIM, S. H. **Cálculo de diferencial e integral de Newton e Leibniz: aproximações e distanciamentos no método.** São Paulo: Livraria da Física, 2017.

CALÁBRIA, A. R.; CAVALARI, M. F. **Um passeio histórico pelo início da teoria das probabilidades.** Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

CAMPOS, Tânia Maria C. (Ed.). **Anais do I Encontro Nacional de Educação Matemática.** São Paulo: Atual Editora, 1998. 1 CD-ROM

CARLINI, E. M. P.; CAVALARI, M. F. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.** São Paulo: Livraria da Física, 2017.

CASSOL, Armindo (Ed.). **Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Leopoldo-RS: UNISINOS/SBEM, 1998. 1 CD-ROM.

CAVALARI, Maria Feiteiro; TEIXEIRA, Marcos Vieira (Eds.). **Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática**. Itajubá-MG: SBHMAT, 2017. 1 CD-ROM.

CHAQUIAM, M.; MENDES, I. A. **Racional, o irracional, o transcendente e o imaginário em $ep.i + 1 = 0$** . Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

CHAQUIAM, Miguel. **História da Matemática em sala de aula: proposta para integração aos conteúdos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física: 2015.

COSTA, D. A.; VALENTE, W. R. **A História da Educação Matemática e o uso de um repositório de conteúdo digital**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

COUTINHO NETO, Nelson Rangel. **A História da Geometria Descritiva e uma proposta de atividades para o Ensino Médio**. 2014. 49 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

CYRINO, M. C. C. T.; PASQUINI, R. C. G. **Multiplicação e divisão de números inteiros: uma proposta para a formação de professores de Matemática**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

D'OTTAVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. A. **História da Lógica e o surgimento das lógicas não clássicas**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

DIAS, Rodrigo Domingos. **Traçados da caldeiraria no desenvolvimento da Geometria no Ensino Médio**. 2014. 204 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.

DINNIKOV, Circe Mary Silva da Silva (Ed.). **Anais do III Seminário Nacional de História da Matemática**. Vitória-ES: UFES, 1999. 1 CD-ROM.

DOMINGUES, João Paulo Felipe. **Geometria Diferencial das curvas planas**. 2013. 71 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro-SP.

DUARTE, A.; MACHADO, R.; SANTOS, V.; VALENTE, W. R. **O nascimento da Matemática do ginásio**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

DYNNIKOV, C. M. S.; KILL, T. G. **Problema dos carteiros: uma história de 300 anos**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

DYNNIKOV, C. M. S.; SAD, L. A. **Uma abordagem pedagógica do uso de fontes originais em História da Matemática**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

DYNNIKOV, Circe Mary Silva. **Explorando as operações aritméticas com recursos da História da Matemática**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

FERNANDEZ, Dicesar Lass. **O que são e o que significam as frações**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

FERREIRA, Carlos Roberto (Ed.). **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba-PR: SBEM-PR, 2010. 1 CD-ROM.

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Laboratório de História da Matemática**. Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

FERREIRA, Kassia Anita de Freitas Rodrigues. **Pensamento geométrico dos alunos do Ensino Médio de uma escola pública de Campo Novo do Parecis – MT**. 2018. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá.

FLORIANI, José Valdir (Ed.). **Anais do IV Encontro Nacional de Educação Matemática**. Blumenau-SC: FURB/SBEM, 1992. 1 CD-ROM.

FOSSA, J. A.; ERICKSON, G. W. **Estudos dos números nupcial**. Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

FOSSA, J. A.; SOUZA, G. C. **Uma introdução à obra de George Boole**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

FOSSA, J. A.; LEÔNICIO, S. M. S. **Introdução aos métodos de Euler sobre os números amigáveis**. Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

FOSSA, John Andrew (Ed.). **Anais do IV Seminário Nacional de História da Matemática**. Natal: SBHMat, 2001.

GARNICA, Antônio Vicente M. **História Oral em Educação Matemática**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A. **Historicidade e escola: possibilidades de projetos com crianças e adolescentes**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

GASPAR, M. T. J.; MAURO, S. **O desenvolvimento do pensamento geométrico: uma proposta pedagógica**. Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

GASPAR, M. T. J.; MAURO, S. **Contando Histórias da Matemática e ensinando Matemática**. Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

GASPAR, M. T. J.; MAURO, S. **Explorando a Geometria através da História da Matemática e da Etnomatemática**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

GASPAR, Maria Terezinha Jesus. **O teorema das 4 cores: uma história e uma proposta pedagógica para o Ensino Básico**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

GODOY, K. V.; LEITE, D. G. **Boole, Cayley e Sylvester: o uso de seus métodos para o cálculo de invariantes de polinômios homogêneos**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

GOMES, E. L.; D'OTTAVIANO, I. M. L. **Uma história concisa da lógica paraconsistente**. Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

GOMES, Marcello Pereira. **Geometria Esférica**: uma proposta de estudo e atividades para a escola básica. 2014. 71 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro.

GONÇALVES, Carlos Henrique Barbosa. **Usos da História da Matemática no Ensino Fundamental**. Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

GOUVÊA, F. Q. **Além do Marquês**: a regra de L'Hopital no contexto da história da análise. Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

LIMA, Eliene Barbosa. **Matemática e matemáticos na Universidade de São Paulo: italianos, brasileiros e boubakistas (1934 – 1958)**. 2012. 260 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Salvador.

LIMA, Francisco do Nascimento. **Estudo sobre o cálculo de áreas e volumes utilizando o Método de Exaustão e o Princípio de Cavalieri**. 2013. 75 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa.

LOREZONI, Claudia A. C. de Araújo. **O ângulo na Geometria Elementar**: diferentes concepções ao longo do tempo. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

MAFFRA, José Ricardo e Souza. **Um desenvolvimento histórico do conceito de função**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MARTINES, Mônica de Cássia Siqueira. **Algumas observações sobre a característica de Euler**: uma introdução de elementos da História da Matemática no Ensino Médio. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MARTINS, C. R. P.; TEIXEIRA, M. V. **Resolução de equações algébricas por radicais**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

MARTINS, M. C. S.; BONFIM, S. H. **Análise combinatória**: um estudo via História da Matemática. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

MARQUES, Rubens Matheus dos Santos. Geometria Analítica nos livros de minicursos dos SNHM: possibilidades didáticas para o ensino. **REMATEC. Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, ano 14, n 32, p. 177-192, 2019.

MELO, Severino Barros de. **A Matemática no Ensino Fundamental**: uma abordagem didática centrada nos problemas com motivação na História. Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

MENDES, Iran Abreu. **Antropologia dos números**: significado social, histórico e cultural. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

MENDES, Iran Abreu; CHAQUIAM, Miguel (Eds.). **Anais do VIII Seminário Nacional de História da Matemática**. Belém: SBHMat, 2009. 1 CD-ROM

MENDES, Iran Abreu; MOREY, Bernadete (Eds.). **Anais do XI SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**. Natal: SBHMat, 2015. 1 CD-ROM

MENDES, M. J.; ROCHA, M. L. P. C. **Problematizando os caminhos que levam à tabela trigonométrica**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MENESES, Ricardo Soares de. **Uma História da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. 2007. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

MENEZES, J. E.; SOUZA, C. M. **As recreações matemáticas na evolução do conhecimento matemático e seus desdobramentos**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Os logaritmos na cultura escolar brasileira**. Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

MORAES, C. A.; TÁBOAS, P. Z. **História e tecnologia no ensino de equações polinomiais**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MOREY, B. B.; FARIA, P. C. **Abordagens no cálculo do seno de 1° : as contribuições de Ptolomeu, Al-Kashi e Copérnico**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

MOREY, B. B.; MENDES, I. A. **Conhecimentos matemáticos na época das navegações**. Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

MOREY, B. B.; SILVA, G. S. **Os sistemas de numeração antigos na formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

MOREY, Bernadete Barbosa. **Geometria e Trigonometria da Índia e nos países árabes**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003 (preprint).

MOREY, Bernadete Barbosa. **Tópicos de História da Trigonometria**. Natal: SBHMat, 2001 (preprint).

MOTTA, C. D.; FERREIRA, V. L. **Uma perspectiva multicultural para a História da Matemática na formação de professores das séries iniciais**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

NOBRE, Sergio Roberto (Ed.). **Anais do II Seminário Nacional de História da Matemática, II Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**. Águas de São Pedro-SP: UNESP, 1997.

NOBRE, Sergio Roberto; TEIXEIRA, Marcos Vieira (Eds.). **Anais do V Seminário Nacional de História da Matemática**. Rio Claro-SP: SBHMat, 2003.

OLIVEIRA, J. D. S.; SOUZA, G. C. **Construções da Geometria do Compasso de Lorenzo Macheroni (1750-1800) em atividades com software de Matemática Dinâmica**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

PACHECO, E. R.; PACHECO, E. G. **Práticas de leitura em tópicos de História da Matemática**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

PACHECO, E. R.; PACHECO, E. G. **Uma abordagem pedagógica para a introdução da História da Matemática**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

PACHECO, Edilson Roberto; VALENTE, Wagner Rodrigues (Eds.). **Anais do VII Seminário Nacional de História da Matemática**. Guarapuava-PR: SBHMAT/UNICENTRO, 2007. 1 CD-ROM.

PASQUINI, R. C. G.; BORTOLOSSI, H. J. **Simetria: História de um conceito e suas implicações no contexto escolar**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

PEREIRA, Andreia Maria de Oliveira; CAZORLA, Irene Maurício; GITIRANA, Verônica (Eds.). **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Salvador-BA: Universidade Católica do Salvador, 2010. 1 CD-ROM.

PEREIRA, A. C. C.; MARTINS, E. B. **Ensino de Aritmética por meio de instrumentos: uma abordagem utilizando do Robdologiae seu numerationis per virgula**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

PEREIRA, D. E.; MENDES, I. A. **As correspondências entre Euler e a princesa alemã como unidades básicas de problematização para as aulas de Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

PEREIRA, Milton Luiz Neri. **História da Matemática e Educação Matemática: como os professores concebem o uso da História da Geometria no ensino**. 2005. 333 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

PIMENTA, Anita Lima. **Construindo poliedros platônicos com origami: uma perspectiva axiomática**. 2017. 183 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

PIMENTEL, Guilherme Henrique. **História da Geometria nos livros didáticos: perspectivas do PNLD**. 2012. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; VALENTE, Wagner Rodrigues (Eds.). **Anais do VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Rio de Janeiro: SBEM-RJ, 2001. 1 CD-ROM.

PINTO, N. B.; FISCHER, M. C. B.; SILVA, M. C. L.; OLIVEIRA, M. C. **História do movimento da Matemática Moderna no Brasil: arquivos e fontes**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

RAUL NETO, Fernando. **As Lógicas de Aristóteles, Boole e Frege**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

RIOS, D. F.; DIAS, A. L. M. **Tópicos da História das Ciências: história e memória.** Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

SAD, Ligia Arantes (Ed.). **Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática.** Brasília: SBHMAT, 2005.

SAITO, F.; DIAS, M. S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI.** Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

SANTOS FILHO, Adolpho Olímpio dos. **Geometria nos vagões: conexões entre o ensino de geometria espacial e os tipos de vagões.** 2015. 105 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

SANTOS, E. S. C.; MUNIZ, C. A.; GASPAR, M. T. J. **A construção do conceito de área a partir de atividades fundamentadas na História da Matemática.** São Paulo: Livraria da Física, SP, 2015.

SCANDIUZZI, Pedro Paulo. **História, Etnomatemática e prática pedagógica.** Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

SERAFIM, R. M. R.; FRAGA, S. A. **História, Geometria e razão, qual a relação? E onde entra a proporção?** Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

SHUBRING, Gert. **O papel na visualização na história dos números complexos.** Campinas-SP: SBHMat, 2013 (preprint).

SILVA, Gesivaldo dos Santos. **História da Matemática na formação de professores: sistemas de numeração antigos.** 2016. 80 f. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

SILVA, H.; TIZZO, V. S. **Narrativas sobre História da Educação Matemática na/para a formação de professores.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. **Aritmética e Geometria no tempo dos grupos escolares.** Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. **Na oficina do historiador da Educação Matemática: cadernos de alunos como fontes de pesquisa.** Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

SILVA, M. C. O.; RIBEIRO, D. F. C. **Uma História da Matemática escolar do Ensino Médio.** Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

SIQUEIRA, Rogério Monteiro de. **Ensino, pesquisa e vulgarização da Geometria no advento da Matemática Moderna.** Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

SIQUEIRA FILHO, Moysés Gonçalves. **Os concursos de Malba Tahan veiculados na Última Hora em 1972.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SOARES FILHO, Edson. **Homotética e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis**. 2014. 64 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: SBEM-MG, 2007. 1 CD-ROM.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: SBEM-RJ, 2004. 1 CD-ROM.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Cruzeiro do Sul-SP: SBEM, 2013. 1 CD-ROM.

SOUTO, Romélia Mara Alves. **Ciência e cultura no cinema: uma alternativa para inserção da História da Matemática na formação de professores**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

SOUTO, Romélia Mara Alves. **História da Matemática para professores das séries iniciais do Ensino Fundamental**. Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

SOUZA, G. C.; ALVES, J. M. S. **A regressão linear Galton (1922-1911) sendo reconstruída por meio das TIC para estudar funções afim de padrões de medida**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

SOUZA, L. A.; SILVA, C. R. M. **Narrativas e História Oral: possibilidades de investigação em Educação Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

TÁBOAS, Plínio Zornoff. **5º Postulado de Euclides e o Axioma de Pash: resenha histórica e análise da viabilidade de abordagem axiomática para o ensino de Geometria Euclidiana**. Aracaju: SBHMat, 2011 (preprint).

TEIXEIRA, Marcos V. **Mapeando a Terra e o Universo: uma breve história do nascimento da cartografia**. Brasília: SBHMat, 2005 (preprint).

TOLEDO, Emerson Arnaut de. **Livro de resumos do II Encontro Nacional de Educação Matemática**. Maringá-PR: Ática, 1988.

YOKOYAMA, Leo Akio. **Uma prova geométrica da versão projetiva do teorema de Steiner**. 2002. 102 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Dos antigos pesos e medidas ao sistema métrico decimal**. Belém: SBHMat, 2009 (preprint).

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Livros didáticos como fontes para a escrita da História da Matemática escolar**. Guarapuava-PR: SBHMat, 2007 (preprint).

ZUIN, E. S. L.; SANT'ANA, N. A. S. **Pesos e medidas do Brasil Colonial, tradição e cultura nos dias de hoje**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Descritores dos livros de minicursos dos SNHM

MC 01:	
Autor (s):	
Grupo de pesquisa filiado no diretório do CNPq	
Currículo Lattes do autor	
Ano de publicação:	
Editora:	
Cidade/Instituição:	
Tendência de pesquisa:	
Nível de ensino:	
Título do livro:	
Foco temático:	
Conteúdo matemático principal:	
Conteúdos matemáticos secundários:	
Objeto de estudo:	
Objetivos:	
Bases epistemológicas que fundamentam a elaboração do livro:	
Fundamentos metodológicos adotados para organização didática do livro:	
Método utilizado para a elaboração do livro:	
Caracterização das atividades de uso (se houver):	
Síntese:	
Palavras-chave:	

Principais contribuições do livro para a formação de professores de matemática:	
Principais contribuições do livro para o ensino de matemática:	

Fonte: Elaboração da equipe da pesquisa.

APÊNDICE B – Descritor de teses e dissertações

TÍTULO:	
Autor:	
Orientador:	
Programa de Pós-Graduação:	
Instituição:	
Tipo de pesquisa:	
Ano de defesa:	
Objetivos:	
Método de pesquisa:	
Tendência de pesquisa:	
Materiais e atividades produzidas:	
Sugestões didáticas apresentadas:	
Referencial teórico:	
Contribuições para a Educação Básica:	
Contribuições para a formação de professores:	
Síntese:	

Fonte: Elaboração própria.

APÊNDICE C – Descritor de artigos de revistas e anais de eventos

TÍTULO:	
Autor (s):	
Tipo de pesquisa:	
Ano de publicação:	
Revista/Evento:	
Método de pesquisa:	
Conteúdo tratado:	
Materiais e atividades produzidas:	
Sugestões didáticas apresentadas:	
Tendência de pesquisa:	
Objetivos:	
Referencial teórico:	
Contribuições para a Educação Básica:	
Contribuições para a formação de professores:	
Síntese:	

Fonte: Elaboração própria.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIENTÍFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS
E MATEMÁTICA